



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA IN STATISTICA
ECONOMIA E FINANZA

TESI DI LAUREA

FUNZIONE DI STRUTTURA, FAULT TREE:
MESSA APPUNTO DELL'ALGORITMO
DI ENZEMAN

RELATORE: CH.MO PROF. MICHELE BONOLLO

LAUREANDA: KLODIANA NUSHI

ANNO ACCADEMICO 2003/2004

INDICE

<i>Introduzione</i>	4
<i>Capitolo 1</i>	8
Basilea 2 e i Rischi Operativi	8
1.1 Il Rischio	8
1.2 Gli Accordi di Basilea e le Banche	9
1.2.1 Accordo del 1988 – Basilea 1	11
1.2.2 Accordo del 1999	11
1.2.3 Il Nuovo Accordo – Basilea 2	13
1.2.4 Il Terzo Documento Consultivo	16
1.2.5 Aspetti Critici dell’Accordo	16
1.3 Basilea e l’Evoluzione del Rischio	17
1.3.1 Il Rischio di Mercato	18
1.3.2 Il Rischio di Credito	20
1.3.3 Il Rischio Operativo	25
1.3.3.1 Il Rischio Operativo in Basilea 2	25
1.3.3.1.1 I Modelli Standard	29
1.3.3.1.2 I Modelli Interni – AMA	32
1.3.3.2. Gestione del Rischio Operativo	37
<i>Capitolo 2</i>	39
Fault Tree Analysis e Affidabilità	39
2.1 Modello Fault Tree Analysis (FTA)	39
2.1.1 Definizione del Top Event	41
2.1.2 Costruzione dell’Albero di Guasto	42
2.1.3 Analisi Qualitativa	44
2.1.4 Analisi Quantitativa	46

2.2 La Funzione di Struttura	45
2.2.1 Teorema di Decomposizione di Shannon	48
2.2.1.1 Stato di Guasto di un Sistema Generale	49
2.2.2 Modello dei Minimal Cut Sets	50
2.2.2.1 Esempio del calcolo della F.S. con i Minimal Cut Sets	51
2.2.3 Modello dell'Algoritmo di Enzeman	52
2.2.3.1 Esempio del calcolo della F.S. con l'Algoritmo di Enzeman	53
2.3 Affidabilità e Tasso di Guasto	54
2.3.1 Failure Distributions	55
2.3.2 Distribuzioni di Probabilità nell'Ambito dei Rischi Operativi	56
2.3.3 Indici del Grado di Rischio	59
2.3.4 Misure di Sensitività	60
2.4 Affidabilità, FT e Apprendimento Bayesiano nei Rischi Operativi	62
2.4.1 Stime con l'Approccio Bayesiano	63
2.4.2 Stime Puntuali e Tasso di Guasto	65
Capitolo 3	67
Stima dell'Affidabilità e della Funzione di Struttura	67
3.0 Introduzione	67
3.1 Engineering Ingegneria Informatica	68
3.1.1 I Rischi e Engineering	70
3.1.2 Architettura del Sistema	71
3.2 Stime della Funzione di Struttura	73
3.2.1 Calcolo dei coefficienti della F.S. con l'Algoritmo di Enzeman	73
3.2.1.1 Esempio	75
3.2.2 Calcolo della F.S. con i Minimal Cut Sets	80
3.2.2.1 Esempio	81
3.3 Stima dell'Affidabilità	86
3.4 Conclusioni	91
Appendice	93
Biblio – Webgrafia	101

INTRODUZIONE

L'attenzione di operatori e studiosi per i rischi operativi è relativamente recente e ciò rende i risultati ottenuti sino ad ora importanti, ma certamente non definitivi e conclusivi.

Già nel 1999 il Comitato di Basilea aveva sottolineato, per le banche, l'importanza di tenere conto dei rischi diversi da quelli di mercato e di credito. Si riteneva fondamentale il perseguimento di un più generale obiettivo di prudente gestione, da realizzare principalmente attraverso un'appropriata e rigorosa struttura di controlli interni.

Di fatto *i rischi operativi* devono essere gestiti e monitorati indipendentemente dalle prescrizioni e dai condizionamenti della vigilanza, né questa attività di management può risolversi e considerarsi esaurita con il semplice adempimento degli obblighi imposti dalle Autorità di Regolamentazione.

I fattori che hanno sollecitato l'attenzione ai rischi operativi sono numerosi e tra questi è importante citare la crescente complessità organizzativa delle banche e dei gruppi, la maggiore articolazione operativa che è connessa alla crescita dimensionale e alle scelte organizzative e strategiche delle banche. Possiamo però considerare anche lo sviluppo di nuovi business e l'affermazione di innovazioni tecnologiche che hanno accentuato nuove modalità di svolgimento dell'attività bancaria. Di certo però non bisogna tralasciare l'importanza dei sviluppi dei controlli di vigilanza.

Con i lavori del Comitato di Basilea relativi alla proposta di revisione dell'Accordo del 1998 e della disciplina sui requisiti minimi di capitale hanno sollecitato l'industria bancaria ad accelerare la riflessione sulla nozione e sul controllo dei rischi operativi.

Il *discussion paper* di gennaio 2001 in tema di rischi operativi ha ricevuto dalla professione bancaria diverse critiche che sono state tenute in ampia considerazione, questa riguardava una proposta di modifica per la regolamentazione del capitale minimo che le banche devono detenere a fronte del *rischio di mercato*, *rischio di credito* e *rischio operativo* ai quali sono sottoposte, quindi una delle novità di tale documento è proprio l'introduzione del *requisito patrimoniale a fronte dei rischi operativi*.

In effetti ciò ha portato alla revisione di tale documento, che ha prodotto il *working paper* di settembre 2001. All'interno del quale si evidenzia che, per quanto riguarda la regolamentazione e prima ancora la definizione e il trattamento dei rischi operativi, la vigilanza non può di certo non tenere conto degli sviluppi aziendali. *La vigilanza* ha maturato nel tempo un ruolo fondamentale in tema di controlli sull'adeguatezza patrimoniale ed è particolarmente importante nel caso dei rischi operativi che sono una categoria di *rischi eterogenea*, poco precisamente definita e quantificata.

La definizione del rischio operativo non è legato solamente a una questione teorica dato che le sue implicazioni operative sono molto importanti. All'inizio il Comitato di Basilea legava la definizione dei rischi operativi “*in negativo*” e si considerava rischio operativo *tutto ciò che non rientrava nelle categorie meglio note e classificate di rischio di credito e di mercato*.

Solo a gennaio del 2001 con la discussione del documento e soprattutto con lo *working paper* di settembre 2001, il Comitato di Basilea è riuscito a elaborare una nozione “*in positivo*”, definendo il rischio operativo come: “*il rischio di perdite conseguiti a inadeguati processi interni, errori umani, carenze nei sistemi operativi o a causa di eventi esterni*”.

Nel corso degli anni il modo di valutare i rischi operativi è cambiato e la famiglia dei metodi di calcolo dei coefficienti patrimoniali sono tra loro differenti. Il Comitato di Basilea stesso ha proposto diverse metodologie per il trattamento

prudenziale del rischio operativo con grado di sofisticatezza e sensibilità al rischio crescenti:

1. Il metodo dell' indicatore semplice (“ *Basic Indicator Approach*”);
2. Il metodo standard (“ *Standardised Approach*”);
3. I metodi avanzati di misurazione (“*Advanced Measurement*”).

La prassi di gestione dei rischi operativi in generale si basa nello sviluppo di due approcci:

- I. *Un approccio qualitativo*: fa riferimento a sistemi di controllo tesi ad identificare i principali eventi di rischio operativo a cui è esposta l'attività creditizia nei diversi processi e sottoprocessi e a prevedere una serie di presidi logici, fisici o incorporati nelle procedure che minimizzano la portata di tali eventi sia in termini di *frequenza* sia di *gravità* del danno economico che possono provocare nel caso di loro concreta manifestazione;
- II. *Un approccio quantitativo*: mira a una analisi per il controllo dei rischi operativi su basi statistiche-oggettive.

L'analisi quantitativa è nata recentemente, infatti le banche hanno cominciato realmente a percepire l'esigenza di impostare i controlli sui rischi operativi al pari di quanto già avvenuto per i rischi di mercato e parzialmente per i rischi di credito, basata su serie storiche utili ad una loro gestione pro-attiva e non limitata a minimizzare la loro manifestazione.

Il mio lavoro, che si presenterà nei capitoli successivi, fa riferimento alla valutazione della *Funzione di Struttura*, che rientra nell'analisi quantitativa dei rischi operativi, articolata su due procedimenti:

- i. Calcolo dei *Minimal Cut Set* per un sistema, elaborato già noto;
- ii. Messa appunto dell'*Algoritmo di Enzeman*.

Il capitolo 1 spiegherà diversi concetti legati:

- Ai Rischi che le banche devono quantificare (rischio di mercato, di credito e operativo);
- Al Comitato di Basilea e alla valutazione dei rischi nel tempo;
- Ai diversi Modelli di Rischio Operativo;

Il capitolo 2 mirerà a presentare :

- Le metodologie legate ai: *Fault Tree Analysis, Alberi di Guasto, Stima Bayesiana del Tasso di Guasto*;
- L’Affidabilità di un sistema,
- La rappresentazione degli Alberi di Guasto legato ai rischi operativi;
- L’insieme delle misure di rischio(*tasso di guasto, affidabilità, sensitività*).

Il capitolo 3 tratterà di alcune definizioni e dell’applicazione pratica del software MathCad:

- Engineering e il suo Core Business;
- Calcolo della Funzione di Struttura con l’Algoritmo di Enzeman e i Minimal Cut Sets;
- Calcolo del Tasso di Guasto e dell’Affidabilità dell’Albero di Guasto.

CAPITOLO 1

BASILEA 2 E I RISCHI OPERATIVI

1.1 IL RISCHIO

Nella **società moderna**, il *"rischio si sostituisce a quello che prima si attribuiva alla fortuna (o al fato) e rompe ogni legame con le cosmologie"* (Giddens, 1990). Il rischio è la base della probabilità (Bernoulli 1700-82) e determina le decisioni. Questa definizione distingue il rischio dall'incertezza nella quale le probabilità sono sconosciute.

Secondo **l'economia classica** (A. Smith), il rischio è localizzato e individualizzato; dipende dalla probabilità di subire perdite o danni e deve essere valutato. Infatti, una parte del profitto è compensativa del rischio. Tale misurazione è importante perché il capitale è soggetto a rischio negli investimenti, nelle attività d'impresa come pure nei mercati assicurativi e finanziari (*"senza azzardo nessun guadagno"; "la gioventù è un buon rischio, l'età è un cattivo rischio"*).

Il termine *"rischio"* trova in genere una certa difficoltà ad essere definito in modo appropriato nel linguaggio corrente.

Per alcuni, infatti, il rischio è *misurato dalla probabilità di avere un danno*; per altri, *la misura del rischio è fornita dal danno stesso*, ad esempio dal numero di vittime che un possibile incidente può provocare, quindi sono evidenti le molteplici minacce alla sopravvivenza dell'umanità e dell'ambiente naturale.

Oggi possiamo definire il rischio come un termine col quale si indicano le condizioni in cui un soggetto compie una scelta ovvero prende una decisione

(seguita da un'azione) quando queste siano caratterizzate dal fatto che ad *ogni singola decisione è associata una molteplicità di conseguenze* ciascuna delle quali corrisponde alla realizzazione di un particolare *stato del mondo*¹(i possibili stati del mondo sono mutuamente esclusivi) ed è il soggetto che quando decide attribuisce delle probabilità ai possibili stati del mondo.

1.2 GLI ACCORDI DI BASILEA E LE BANCHE

Il Comitato di Basilea è stato istituito dai governatori delle Banche Centrali dei dieci paesi più industrializzati(**G10**) alla fine del 1974 e valuta i requisiti patrimoniali delle banche.



I membri attuali del Comitato si riuniscono ogni tre mesi a Basilea e provengono da: Belgio, Canada, Francia, Germania, Italia, Giappone, Lussemburgo, Paesi Bassi, Spagna, Svezia, Svizzera, Regno Unito e Stati Uniti.

Il Comitato opera in seno alla BRI, **Banca dei**

Regolamenti Internazionali con sede a *Basilea* un'organizzazione internazionale che ha lo scopo di promuovere la cooperazione fra le *banche centrali* ed *altre agenzie equivalenti* allo scopo di perseguire la **stabilità**:

- i. Monetaria
- ii. Finanziaria.

Considerando che :

- Non possiede alcuna autorità sovranazionale e le sue conclusioni non hanno alcuna forza legale;
- Le linee guida, gli standard, le raccomandazioni sono formulati nell'aspettativa che le singole autorità nazionali possano redigere disposizioni operative che tengano conto delle realtà dei singoli stati;
- Incoraggia la convergenza verso approcci comuni e comuni standard.

¹ Ogni possibile realizzazione dell' evento.

In base a tale Accordo(Basilea 2) si ha che: “su ogni credito o investimento che le banche concederanno saranno obbligate a tenere da parte una quota di capitale tanto quanto maggiore è il rischio legato a quella operazione”.

Partendo da una base dell'8% potrà effettivamente essere lo 0%, se il prestito è fatto a società prive di rischio; sarà del 16% per i prestiti alle imprese con maggior rischio, cioè quelle considerate le piccole medie aziende.

E' evidente che se per prestare ad una grossa impresa la banca è obbligata a tenere fermo il 5% mentre per una piccola impresa il 15%, quest'ultima dovrà pagare interessi anche per quel 10% che non le viene prestato perché rimane fermo in banca. La determinazione del rischio è effettuata unicamente in base a parametri calcolati sui dati di bilancio. Le Piccole Medie Imprese(PMI) con patrimonio netto solitamente scarso e con una redditività netta(dopo le imposte) che viene spesso giudicata insufficiente, avranno un giudizio(*rating*) modesto o negativo. Ne conseguirà che le PMI si vedranno ridurre i fidi e richiedere interessi gran lunga più superiori di quelli pagati dalle grandi società. Non è tenuto in nessun conto *l'onestà e la personalità* dell'imprenditore; i rapporti personali non avranno peso in quanto tutto si baserà sui bilanci. Quindi, anche chi è stato un buon cliente che ha sempre onorato i propri impegni, ben conosciuto e ricercato dalla banca, sarà penalizzato.

Il vero rischio del sistema bancario non è l'insolvenza della piccola impresa, che poco o nulla incide sui conti economici delle banche, ma i grandi gruppi che sono voraci nel loro fabbisogno finanziario e che, in caso di crisi, creano veri contraccolpi finanziari.

In Europa i primi 10 grandi gruppi raccolgono il 34% dell'intero ammontare dei finanziamenti concessi. Questo è il vero problema!!!

Le banche chiederanno ai soci di capitalizzare la società con immissione di denaro fresco. O, in mancanza, il rilascio di garanzie solide per valori di gran lunga superiori al prestito. Anche i prestiti con garanzie ipotecarie subiranno un ridimensionamento, specie per gli immobili ad uso commerciale. In ogni caso le PMI mai otterranno un tasso di interesse uguale a quello delle grosse società.

1.2.1 ACCORDO DEL 1988 – BASILEA 1

Nel 1988 il Comitato propone un sistema di misurazione *dell'adequatezza patrimoniale* delle spese bancarie e creditizie: *l'Accordo di Basilea(Basel Capital Accord)*. Tale impianto normativo sancisce il ruolo del capitale nella sua funzione fondamentale di copertura dei rischi assunti: *ogni attività posta in essere da un'impresa finanziaria comporta l'assunzione di un certo grado di rischio* convenzionalmente distinto tra:

- Rischio di Credito ;
- Rischio di Mercato .

In tale accordo alle Banche aderenti si richiedeva di accantonare capitale nella misura dell'8% del capitale erogato, allo scopo di garantire alle Banche aderenti la dotazione di capitale sufficiente per esercitare in modo efficiente e prudente l'attività creditizia. Nei fatti però tale misura fissa di accantonamento è eccessiva e insufficiente a seconda della controparte a cui il prestito viene concesso da parte del sistema bancario(il capitale accantonato era quindi poco “*risk sensitive*”).

L'Accordo è soggetto a dei limiti che fanno riferimento ai seguenti aspetti:

- quando si fa la concessione del prestito non si distingue tra le imprese prenditrici in funzione del diverso grado di rischio;
- non è più rilevante la durata di un investimento(maturity);
- né la diversificazione del portafoglio, né le tecniche di attenuazione del rischio di credito(garanzie reali e personali, compensazioni di posizioni di bilancio) sono prese in considerazione. Solo nel 1996 verrà introdotta una modifica importante e significativa, accanto al rischio di credito(per il calcolo dei requisiti patrimoniali) si ha l'introduzione del rischio di mercato(rischio di tasso, di cambio, di prezzo).

1.2.2 ACCORDO DEL 1999

Le intenzioni iniziali hanno un contenuto difficile dal punto di vista concettuale e spesso molti dettagli sono vaghi, per questa ragione hanno suscitato

molti dibattiti. Tale accordo contiene tre innovazioni fondamentali, ognuna delle quali è destinata a introdurre maggiore sensibilità di rischio nell'Accordo. Si tratta del 1° Pacchetto Consultivo sul Nuovo Accordo, le tre principali novità sono:

- 1) Si ha l'**integrazione alla quantità standard di altri due 'Pilastri'**, che fanno riferimento al *Controllo delle Banche Centrali* e alla *Disciplina del Mercato e della Trasparenza*. Queste hanno lo scopo di ridurre l'insistenza sul Primo Pilastro lavorando così con un approccio più bilanciato per il capitale nei processi di valutazione. Cambia l'approccio previsto per l'attività di vigilanza, svolta in Italia dalla *Banca d'Italia*. Nell'*attività di vigilanza le autorità* si baseranno tra l'altro sulla loro conoscenza in materia di prassi di mercato, pertanto i soggetti di regolamentazione dovranno lavorare nella costante conoscenza di quanto stia accadendo nel mercato. Il sistema di misurazione del rischio è interessato dall'*ampliamento delle categorie dei rischi da calcolare*: si deve infatti determinare l'impatto dei rischi operativi oltre a quelli di mercato e di credito;



- 2) L'*innovazione* fa riferimento al **cambiamento nella misurazione dei rischi di credito**: si propone uno schema in grado di differenziare le sezioni in base al reale rischio, al fine di superare le semplificazioni dell'impostazione corrente. Per far ciò, la strada indicata è l'*internal rating*, dove a differenti categorie di rating corrisponde un diverso rischio e quindi un diverso requisito in termini di capitale da allocare. Le imprese finanziarie dovranno adottare nuovi e più analitici sistemi per la misurazione del rischio, al fine di meglio cogliere le reali esposizioni nel suo insieme. Le banche che usano l'*Approccio Avanzato* per il calcolo del rischio possono basarsi sui loro sistemi interni di valutazione dei rischi di credito;

- 3) Le banche approvando *valutazioni istituzionali dei crediti esterni* (in molti casi nei tassi delle agenzie private) possono classificare le richieste più vantaggiose in cinque tipi di rischio e le rivendicazioni sulle società e sulle banche in tre tipi di rischio.

1.2.3 IL NUOVO ACCORDO – BASILEA 2

Il 16 gennaio 2001 il Comitato di Basilea ha pubblicato il documento, "*The New Basel Capital Accord*"², di consultazione per definire la nuova regolamentazione in materia di requisiti patrimoniali delle banche. Secondo tale Accordo: "ogni attività finanziaria è soggetta un certo grado di rischio che deve essere quantificato e supportato da capitale". Il contenuto del Nuovo Accordo si articola su tre pilastri:



⇒ **1° Pilastro: I Requisiti patrimoniali minimi**

Le regole che definiscono il patrimonio a fini di vigilanza restano invariate, ovvero non viene modificato il coefficiente minimo richiesto dell'8%.

I cambiamenti intervengono in ciò che attiene alla definizione di *attività ponderate per il rischio*, ovvero nelle metodologie impiegate per misurare i rischi in cui incorrono le banche. I nuovi metodi per il calcolo delle attività ponderate sono volti a migliorare la *valutazione della rischiosità* da parte delle istituzioni bancarie e, pertanto, a *rendere più significativi i coefficienti patrimoniali* che da quella che derivano.

² Accordo di Basilea sul Capitale.

Nella definizione di attività ponderate l'Accordo attuale copre in maniera esplicita due sole tipologie di rischio: *il rischio di credito e il rischio di mercato*. Le proposte di modifica alla definizione di attività ponderate per il rischio contenuta nel primo pilastro del Nuovo Accordo presentano due elementi di fondamentale importanza:

- 1) mutamenti sostanziali al trattamento del rischio di credito previsto dall'Accordo attuale;
- 2) introduzione di un esplicito trattamento del rischio operativo.

Il Comitato ritiene che non sia realizzabile né auspicabile perseverare in un unico approccio per misurare le due tipologie di rischio. Al contrario, sia per il rischio di credito che per quello operativo sono previsti tre metodi con crescente sensibilità al rischio proprio per consentire a banche e autorità di vigilanza di scegliere quello o quelli ritenuti più appropriati allo stadio di sviluppo dell'operatività bancaria e dell'infrastruttura di mercato.

<u>Rischio di credito</u>	<u>Rischio operativo</u>
1) <i>Metodo standard</i>	1) <i>Metodo dell'indicazione semplice</i> (“basic indicator approach”)
2) <i>Metodo IRB di base</i>	2) <i>Metodo standard</i>
3) <i>Metodo IRB avanzato</i>	3) <i>Metodi avanzati di misurazione</i> (“Advanced Measurement Approach” – AMA)

Tabella 1.1

Le categorie di rischio oggetto di analisi sono quindi:

- **rischio di mercato**(la finanza);
- **rischio di credito**(l'intermediazione creditizia);
- **rischio operativo**(gli strumenti operativi).

Le banche dovranno effettuare misurazioni accurate di tali rischi e, a fronte di ognuno, detenere una quota di capitale(*l'adeguatezza patrimoniale*) che assume così un ruolo di salvaguardia dalle conseguenze dannose legate al rischio. Dovranno inoltre dimostrare di possedere capacità organizzativa e conoscenze adeguate al presidio dei rischi. È evidente che la creazione di un forte ed analitico

vincolo tra capitale e tipologia di rischi, conferisce centralità al binomio rischio/rendimento, essendo il rendimento rapportato al capitale:

$$\frac{\text{Capitale Totale}}{\text{Attività ponderate per il Rischio di Credito, di Mercato e Operativo}} \geq \text{Coefficiente Minimo (8\%)}$$

⇒ **2° Pilastro: Il controllo delle Banche Centrali**

Il Nuovo Accordo si basa su una “ *serie di principi guida* “, improntati nella loro totalità alla duplice esigenza che le banche valutino l’adeguatezza patrimoniale in rapporto ai loro rischi complessivi, e che le autorità di vigilanza verifichino tali valutazioni e assumano le opportune azioni correttive, ove del caso. Questi elementi sono ritenuti sempre più necessari ai fini, rispettivamente, di una efficace gestione delle organizzazioni bancarie e di una efficace vigilanza bancaria.

⇒ **3° Pilastro: Disciplina del Mercato e Trasparenza**

In tal caso si fa riferimento alla *integrazione dei requisiti patrimoniali minimi* stabiliti nel primo pilastro e il processo di controllo prudenziale affrontato dal secondo. Il Comitato si è adoperato per incoraggiare la disciplina di mercato mediante l’elaborazione di una serie di obblighi di trasparenza che consentano agli operatori di valutare le informazioni cruciali sul profilo di rischio e sui livelli di capitalizzazione di una banca. Il Comitato reputa che il processo informativo assuma una particolare rilevanza con riferimento al Nuovo Accordo, laddove il ricorso a metodologie interne di valutazione conferirà alle banche una maggiore discrezionalità nel determinare il proprio fabbisogno di capitale. Spingendo in direzione di una più rigorosa disciplina di mercato tramite il potenziamento delle segnalazioni, il terzo pilastro del nuovo schema patrimoniale potrà arrecare notevoli benefici a banche e autorità di vigilanza nella gestione del rischio e nel rafforzamento della stabilità. L’obiettivo è quello di giungere, attraverso il confronto con le autorità di vigilanza dei vari paesi ed una serie di indagini quantitative, ad un testo definitivo entro la fine del 2003, mentre l’attuazione dell’accordo è prevista per la fine del 2006.

1.2.4 IL TERZO DOCUMENTO CONSULTIVO

Il 29 aprile 2003 il Comitato ha pubblicato *il Terzo Documento Consultivo*(la terza bozza dell'accordo) e secondo tale bozza le Banche Centrali hanno tempo fino al 31 luglio per far pervenire al Comitato le loro osservazioni. Il Comitato tenendo conto di queste, tenterà di arrivare alla stesura del testo conclusivo dell'accordo entro fine anno. L'Accordo *mitiga*, come previsto, i requisiti patrimoniali per i finanziamenti alle piccole e medie imprese(imprese con fatturato inferiore ai 50 milioni di euro), accogliendo quindi i rilievi italo-tedeschi. La nuova versione del documento tiene conto dei risultati del 3° *Studio Quantitativo sull'Impatto dell'Accordo*³ risultati che saranno pubblicati in seguito. Tuttavia gli istituti bancari per aderire al nuovo accordo già dal 1 gennaio 2007 dovranno dimostrare di possedere almeno tre anni di conformità operativa alle nuove regole, vale a dire che detti istituti devono adottare i nuovi criteri già dal 1 gennaio 2004(ma è possibile il rinvio di un anno).

1.2.5 ASPETTI CRITICI DELL'ACCORDO

Sul documento originario di Basilea 2 sono state formulate numerose critiche che hanno portato a modifiche che, pur non cancellando i dubbi, dovrebbero attenuare le conseguenze negative attese dall'applicazione dell'Accordo. Le conseguenze “*negative*” sono almeno tre:

- 1) *La discriminazione tra banche*(quelle piccole non potranno utilizzare le metodologie più avanzate, quindi subiranno un onere patrimoniale maggiore rispetto ai grandi gruppi);
- 2) *La penalizzazione del finanziamento alle piccole e medie imprese*(PMI) indotto dal sistema dei rating interni;
- 3) *Il problema della prociclicità finanziaria*(cioè, nei periodi di *rallentamento economico*, l'Accordo avrebbe l'effetto di indurre le banche a *ridurre gli*

³ QIS 3 - Quantitative Impact Study 3.

impieghi, causa il crescere del rischio, con la potenziale conseguenza di inasprire la crisi stessa).

Secondo uno *studio condotto e pubblicato*⁴ da un autorevole quotidiano economico, giuridico, politico, il 51% delle PMI ignoravano totalmente cosa comporti l'Accordo di Basilea 2 e solo il 9% ha improntato azioni per adattarsi alla nuova normativa.

Con l'introduzione dei nuovi requisiti patrimoniali delle banche, sei imprese su dieci avranno più difficoltà di accesso al credito.

1.3 BASILEA E L'EVOLUZIONE DEL RISCHIO

Ogni attività finanziaria comporta l'assunzione di un certo grado di rischio e tale rischio deve essere quantificato e supportato da capitale. Le categorie di rischio prese in valutate da **Nuovo Accordo** sono:

- 1) Rischio di Credito;
- 2) Rischio di Mercato;
- 3) Rischio Operativo.

I rischi considerati all'inizio da Basilea erano solo due (*R.C. e R.M.*⁵) però con il Nuovo Accordo di Basilea le modifiche sono state tante, la più rilevante è quella legata alla illustrazione dei meccanismi per il *calcolo dei requisiti patrimoniali minimi complessivi* a fronte dei rischio sopra elencati. Tali requisiti si basano su tre elementi:

- I. *Definizione del patrimonio di vigilanza*;
- II. *Attività ponderate in base al rischio*;
- III. *Coefficiente minimo di capitale in rapporto alle attività ponderate per il rischio*.

Dove:

⁴ da *Italia Oggi*, il 16 luglio 2003;

⁵ R.C. è il rischio di credito invece R.M. è il rischio di mercato.

$$\frac{\text{Patrimonio di Vigilanza}}{\text{Totale delle attività ponderate per il rischio}} \geq 8\%$$

In cui:

*Totale delle attività ponderate per il rischio = 12,5 * requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato e operativo + somma delle attività ponderate per il rischio di credito.*

La valutazione dei rischi è cambiata nel tempo e in seguito verrà rappresentato come rischi che compongono il totale delle attività si sono evoluti, i strumenti che vengono usati per la loro misura e come sono valutati oggi da Basilea 2.

1.3.1 IL RISCHIO DI MERCATO

Il rischio di mercato deriva dalla possibilità che le variabili di mercato (tassi di cambio, tassi d'interesse, prezzi, ecc.) possono muoversi in modo tale da rendere negativo il valore del contratto detenuto in portafoglio dall'Istituzione Finanziaria; è quindi il *rischio di perdita per variazione del valore degli strumenti finanziari*. Di conseguenza si afferma la dipendenza dai fattori che influiscono sull'andamento generale del mercato e che non può, quindi, essere eliminato o ridotto mediante la diversificazione del portafoglio. Per poter effettuare la misurazione di tale rischio alla banche è stata riconosciuta la possibilità di scegliere tra due metodi alternativi: *il metodo standard* e *il metodo interno*.

➤ **Il metodo standard** suddivide le posizioni a rischio in due categorie:

- 1) *le posizioni in merci e sui cambi;*
- 2) *le posizioni in strumenti finanziari diversi.*

I rischi di mercato relativi alle posizioni in strumenti finanziari (precedentemente elencati) riguardano il portafoglio di titoli non immobilizzato. I **requisiti patrimoniali minimi** vengono definiti in base ai:

- rischi di posizione: possibilità di un andamento sfavorevole dei prezzi;

- rischi di regolamento: possibilità che la controparte adempia all'obbligazione in un momento successivo alla scadenza del contratto;
- rischi di concentrazione: possibilità di eccesso nel collegamento tra banca e industria.

➤ Le Banche però, possono anche utilizzare **modelli interni** basati sul *controllo quotidiano dell'esposizione a rischio*, calcolata ad esempio attraverso l'Approccio del "Valore a Rischio"(VaR).

Secondo "Basilea 2" il rischio di mercato è riferito al portafoglio di negoziazione, cioè all'insieme di posizioni, in strumenti finanziari e in merci, assunte con finalità di negoziazione o di copertura. Il trattamento del rischio di mercato si basa su due metodi di valutazione dei prezzi:

- 1) a *prezzi di mercato*;
 - 2) a *prezzi di modello*.
- La valutazione a prezzi di mercato(*marking to market*) implica una valutazione quotidiana delle posizioni ai prezzi di chiusura prontamente disponibili presso fonti indipendenti(prezzi di borsa, del mercato telematico, quotazioni fissate da diversi intermediari indipendenti e ampiamente stimati sul mercato, ecc.).
 - La valutazione prevista ai prezzi di modelli si utilizza quando non è possibile una valutazione ai prezzi di mercato; in tal caso le banche possono ricorrere a strumentazioni matematico-statistiche a condizione di poterne dimostrare la prudenzialità.

In molte Istituzioni Finanziarie è diffuso l'*Approccio Varianze-Covarianze* per la misura dei rischi di mercato, alcuni di questi metodi che si basano su tale approccio sono riportati nella tabella 1.2:

<u>METODI DI VALUTAZIONE DEL RISCHIO DI MERCATO</u>			
<u>APPROCCIO DELTA-NORMAL</u> → <i>MODELLO CAPM</i> → <i>MODELLO APT</i>	<u>APPROCCIO DELTA-GAMMA</u>	<u>APPROCCIO PORTFOLIO - - NORMAL</u>	<u>APPROCCIO RISKMETRICS</u>

Tabella 1.2

1.3.2 IL RISCHIO DI CREDITO

Il rischio di credito è definito come il *rischio che un debitore commerciale(o altro) o una controparte finanziaria possa non essere più in grado di far fronte alle proprie obbligazioni risultanti dalle condizioni contrattuali*; è quindi il rischio di *perdita per controparte insolvente*. Il concetto di rischio di credito rappresenta l'aspetto più tradizionale e al tempo stesso più rilevante dell'attività di intermediazione finanziaria. Solo di recente le tecniche finanziarie di misurazione e gestione del rischio siano state rivolte in maniera diretta all'analisi dell'esposizione creditizia.

Il requisito patrimoniale viene stimato sulla base di coefficienti patrimoniali minimi obbligatori, tra cui il più importante è denominato coefficiente di solvibilità individuale, definito come:

$$\text{Risk Asset Ratio} = \frac{C}{\sum_{i=1}^n A_i \cdot P_i}$$

Dove:

- A_i = attività i-esima;
- P_i = ponderazione per il rischio dell'attività i-esima;
- C = patrimonio di vigilanza;

Tale coefficiente deve essere maggiore o uguale a 8% e costruisce le esposizioni secondo la tabella 1.3:

CLASSI DI ESPOSIZIONE	PONDERAZIONI
Cassa, valori assimilati e crediti verso governi centrali, banche centrali e la Comunità Europea	0%
Valori all'incasso e attività di rischio verso enti centrali e locali del settore pubblico, banche e BMS	20%
Crediti ipotecari e operazioni di leasing su immobili	50%
Crediti verso il settore privato	100%
Partecipazioni in imprese non finanziarie	200%

Tabella 1.3

L'attivo ponderato complessivo per il rischio di credito è dato dalla somma dei singoli elementi dell'attivo ponderato. Con il Nuovo Accordo si ha l'introduzione di una sostanziale differenza nel calcolo del rischio di credito. Il Comitato introduce **tre distinte opzioni di calcolo**, con crescente sensibilità al rischio proprio per consentire così alle banche e alle autorità di vigilanza di scegliere quello o quelli ritenuti più appropriati, questi metodi sono:

1) Metodo Standard;

2) Metodo IRB Base;

3) Metodo IRB Avanzato.

➤ Il *Metodo Standard* fa riferimento a una serie di *valutazioni quantitative* sul rischio di credito utilizzando giudizi di merito di credito esterni.

➤ La vera novità è l'introduzione del Metodo IRB (*Internal Rating-Based Approaches*), che comprende due varianti: *una versione di base* ed *una versione avanzata*.

A differenza del metodo standard, il metodo IRB consiste in *valutazioni interne delle banche* sulle determinanti chiave del rischio. Nel sistema IRB le banche devono ripartire i crediti del banking book⁶ in ampie classi di attività con differenti caratteristiche di rischio sottostante. Le classi di attività sono le seguenti:

- I. Esposizioni verso imprese: si definisce come un credito erogato a società per azioni, società di persone fisiche o imprese individuali;
- II. Esposizioni verso governi: include i governi e le rispettive banche centrali, alcuni enti del settore pubblico equiparati a governi, le banche multilaterali di sviluppo a cui nel metodo standard viene applicata una ponderazione dello 0%, la Banca dei Regolamenti internazionali, il Fondo monetario internazionale, la Banca centrale europea e l'Unione europea;
- III. Esposizioni verso banche: essa copre le esposizioni verso banche e società di intermediazione mobiliare, comprese le Banche multilaterali di sviluppo che non soddisfano i requisiti per l'attribuzione, in base al metodo standard, di una ponderazione del rischio dello 0%;

⁶ In Emendamento dell'Accordo sui requisiti patrimoniali.

- IV. Esposizioni al dettaglio: si ha tale Esposizione se si soddisfanno i seguenti requisiti: _l'esposizione a rischio è orientata verso una o più persone fisiche o è garantita da una o più persone fisiche; _l'esposizione è collegabile ad uno specifico prodotto tra i seguenti: carte di credito, prestiti con rimborsi rateizzati(prestiti personali, leasing), crediti rotativi(scoperti di conto), mutui ipotecari per abitazione e linee di credito per piccole imprese; _l'esposizione considera un ampio numero di prestiti di importo limitato;
- V. Esposizioni azionarie: Comprendono le partecipazioni dirette e indirette, con o senza diritto di voto, alle attività e al reddito di un'impresa commerciale o di un'istituzione finanziaria il cui patrimonio non è soggetto a consolidamento o a deduzioni.

Per ciascuna categoria di esposizioni il trattamento si basa su tre elementi principali:

- 1) Le **componenti di rischio**: per le quali la banca può impiegare stime proprie o parametri prudenziali standard;
- 2) Una **funzione di ponderazione del rischio**: per convertire le componenti in coefficienti da impiegare per il calcolo delle attività ponderate per il rischio;
- 3) Una serie di **requisiti minimi di idoneità**: per l'impiego del sistema IRB.

Il calcolo del IRB delle attività ponderate per il rischio coinvolge quattro input quantitativi che sono indicati nella tabella 1.4.

Il rischio di credito fa riferimento all'**applicazione coerente di valutazioni e rating**⁷ a tutte le opportunità di investimento esistenti, in maniera tale da rendere le decisioni creditizie coerenti e permettere un reporting⁸ aggregato dell'esposizione al rischio creditizio assunto.

⁷ Rating, valutazione della solvibilità di una società, del suo patrimonio nonché della capacità di quest'ultima di far fronte agli impegni finanziari. È la risultanza finale di una valutazione che contiene molteplici informazioni. Di solito per la sua valutazione si avvale di lettere maiuscole: AAA è il voto migliore mentre D è il peggiore;

⁸ Rapporto concordato.

INPUT	IRB _DI BASE	IRB _AVANZATO
<u>Probabilità of Default</u> (PD)	Fornito dalla banca in base alle proprie stime.	Fornito dalla banca in base alle proprie stime.
<u>Loss Given Default</u> (LGD)	Valori prudenziali fissati dal Comitato.	Fornito dalla banca in base alle proprie stime.
<u>Exposure at Default</u> (EAT)	Valori prudenziali fissati dal Comitato.	Fornito dalla banca in base alle proprie stime.
<u>Maturity</u> (M)	Valori prudenziali fissati dal Comitato, ovvero a discrezione delle autorità nazionali di vigilanza, fornito dalla banca in base alle proprie stime.	Fornito dalla banca in base alle proprie stime.

Tabella 1.4

Per rendere questo possibile, è necessario applicare *rating* standardizzati a classi di clientela omogenea per rischiosità, ovvero che presenti la stessa probabilità di mancata restituzione di un prestito. La definizione della classe di rating deve avvenire a partire dalle informazioni quantitative relative:

- alla struttura economica;
- alla struttura patrimoniale;
- alla struttura finanziaria della impresa, *integrate da valutazioni qualitative su* ;
- management e modalità gestionali;
- informazioni sull'andamento del mercato e del settore specifico in cui opera l'azienda oggetto d'attenzione.

Il sistema può essere di:

- **Rating Singolo** → con attribuzione di un rating a ciascun prestito con esclusivo riferimento alla qualità creditizia della controparte;
- **Rating Doppio** → con attribuzione di un rating tanto alla controparte debitrice quanto alle caratteristiche dei singoli crediti⁹.

Per ogni classe di rischio si associano definizioni quantitative che dipendono dalla tipologia di clientela quali: _percentuali di perdita attesa, _determinate su

⁹ Caratteristiche contrattuali, garanzie, ecc.

base storica, finalizzate a determinare lo *spread* da applicare al tasso base per mantenere l'operazione di impiego in condizioni di economicità.

Un'ulteriore analisi, da effettuarsi nell'ambito della gestione del rischio di credito, riguarda la *misurazione della composizione totale del portafoglio* in termini di concentrazione per industria, area geografia, controparte, ecc.. Ciò consente il monitoraggio di tali concentrazioni al fine di evitare una eccessiva esposizione verso uno solo di tali sotto-comparti. Per fornire un contributo efficace è necessario che tale analisi sia di tipo *bank wide*¹⁰.

Al fine di incrementare il grado di sofisticazione della gestione del rischio creditizio, sarebbe opportuno associare ai *rating* ed alle probabilità di perdita attesa le relative *volatilità*, replicando anche nel credito la *metodologia del VaR*¹¹. In tal modo tutte le attività analizzate possono essere confrontate ed aggregate tenendo anche in considerazione l'eventuale effetto di diversificazione tra esposizioni nei confronti di diverse controparti. Secondo tale impostazione il VaR creditizio dipenderà in maniera fondamentale dalle modificazioni della “*qualità*” dei crediti contenuti nel portafoglio della banca.

La principale complicazione nell'applicazione del VaR al rischio di credito deriva dal fatto che in questo caso **non è possibile assumere una distribuzione di probabilità normale** come viene fatto per il rischio di mercato. Osservazioni empiriche suggeriscono l'adozione di una distribuzione asimmetrica (osservazioni più numerose a destra del valore medio della distribuzione), che si attribuisce principalmente al rischio sistematico non diversificabile del portafoglio.

Il *VaR* è un modello che si è mostrato particolarmente adatto allo studio dei rischi di credito: esso simula l'evento di *default* (insolvenza del cliente) e ne stima la LGD. Il suo successo è legato alla *compattezza del modello*, che necessita di poche variabili di facile; si applica facilmente *Imprese Medio-Piccole*.

¹⁰ riferito al portafoglio crediti dell'intero gruppo bancario;

¹¹ metodo precedentemente studiato.

1.3.3 IL RISCHIO OPERATIVO

La definizione del rischio operativo ha creato molte discussioni legate non solamente alla questione teorica ma anche alle implicazioni operative. Da una definizione “*negativa*“, Basilea 1, si è passati a una definizione “*positiva*“, Basilea 2, del rischio operativo, definito come: “*il rischio di perdite derivate da disfunzioni a livello di procedure, persone o sistemi interni, pure da eventi esogeni*”¹².

1.3.3.1 RISCHIO OPERATIVO IN BASILEA 2

Sia da parte delle aziende, sia da parte dello stesso Comitato di Basilea, è condivisa l’idea che serve una definizione precisa e univoca, che delimiti il campo d’azione della *regulation*.

Tuttavia la premessa per un adeguato trattamento del rischio operativo e una sua corretta misurazione è che il problema della definizione venga risolto dapprima a livello aziendale: “ogni banca o piuttosto ogni gruppo bancario, nel quadro di una visione integrata e coordinata del *risk management*, deve maturare una definizione interna di rischi operativi, in funzione dei propri *business* e dei propri requisiti organizzativi. È quindi ipotizzabile e forse anche opportuno che la definizione aziendale di rischi operativi non sia univoca e omogenea per tutti i gruppi bancari e per tutte le banche.

Tali rischi sono una pluralità di rischi, tra loro molto differenziati, non solo per gli *eventi che ne sono causa*, ma anche in termini di severità della perdita che possono produrre e di probabilità del loro accadimento.

A seconda dell’*importanza quantitativa delle perdite* e la loro *probabilità di accadimento* possiamo la seguente macro-suddivisione dei rischi operativi:

¹² Nuovo Accordo di Basilea sui Requisiti Patrimoniali, documento a fini di consultazione. Aprile 2003.

- Rischi che hanno una *significativa probabilità di accadimento* ma originano perdite relativamente limitate, come i rischi di errore nella pratica operativa degli addetti(ad esempio gli errori di digitazione);
- Rischi *referibili ad episodi drammatici* come gli atti terroristici dell'11 settembre 2001, cioè i rischi connessi al verificarsi di un evento in sé caratterizzato da una frequenza attesa di accadimento *molto bassa*, ma che danno luogo all'interruzione dell'attività aziendale e quindi a perdite di dimensioni assolutamente rilevanti. È chiaro che tali tipologie di rischio sono da un lato le più difficili da inquadrare al fine della loro misurazione e trattamento e, dall'altro, quelle che maggiormente possono incidere a livello patrimoniale e sui conti di bilancio.

Così come differenti sono le *modalità di manifestazione* dei rischi operativi, anche le loro *cause* sono una pluralità di conseguenza al fine di imporre comportamenti e metodologie uniformi da parte delle banche su scala mondiale in sede di classificazione e misurazione dei rischi operativi. Utili a supportare l'azione di vigilanza prudenziale delle singole autorità nazionali il Comitato di Basilea ha previsto e codificato nel Nuovo Accordo sul Capitale:

- una *definizione generale* di rischio operativo;
- i *criteri di classificazione* dei rischi operativi in termini di *Categorie* standardizzate di eventi;
- i *criteri di classificazione* dei rischi operativi in termini di *Business Lines* di effettiva o potenziale manifestazione;
- indicazioni per le banche che utilizzano i modelli statistici interni più avanzati di misurare i rischi operativi rispetto a ciascuna cella della *Matrice Categorie di Rischio/Business Lines*.

La definizione in “*positivo*” del rischi operativo include il rischio giuridico-legale, ma non quello strategico e reputazionale, fa quindi riferimento alle seguenti quattro possibili macro-cause fondamentali¹³, che sono identificate essere dal Comitato di Basilea alla base di qualunque possibile manifestazione dei rischi operativi in banca: 1)_*presone*; 2)_*processi*; 3)_*sistemi*; 4)_*eventi esterni*.

¹³ “root causes”

La classificazione dei rischi operativi, sia in sede di rilevazione *ex-post* di rischi effettivamente realizzatisi, sia in sede di misurazione *ex-ante* di rischi potenziali è previsto che tutte le manifestazioni di rischio operativo, siano ricondotte alle seguenti sette diverse *macrocategorie di eventi della specie*:

- 1) **Frode Interna:** rappresenta le perdite dovute a frode, appropriazione indebita, o violazioni di legge, regolamenti o direttive aziendali, ad esclusione degli episodi di discriminazione o mancata applicazione di condizioni paritarie, che coinvolgono almeno una parte interna;
- 2) **Frode Esterna:** fa riferimento alle perdite dovute a frode, appropriazione indebita o violazioni di leggi da parte di un terzo;
- 3) **Rapporti di Impiego e Sicurezza sul Lavoro:** si basa su perdite derivanti da atti non conformi alle leggi o agli accordi in materia di impiego, salute e sicurezza sul lavoro, dal pagamento di risarcimenti a titolo di lesioni personali o da episodi di discriminazione o mancata applicazione di condizioni paritarie;
- 4) **Clientela, Prodotti e Prassi operative:** fra riferimento a perdite derivanti da inadempienze, involontarie o per negligenza, relative a obblighi professionali verso clienti specifici(inclusi i requisiti di fiducia e di idoneità), ovvero dalla natura o dalla configurazione del prodotto;
- 5) **Danni ad Attività Materiali:** sono perdite dovute a smarrimenti o danni ad attività materiali rivenienti da catastrofi naturali o altri eventi;
- 6) **Interruzione Operatività e Disfunzioni dei Sistemi Informatici:** legate a perdite dovute a interruzioni dell'operatività o disfunzioni dei sistemi informatici;
- 7) **Esecuzione, Consegna & Gestione dei Processi:** tali perdite sono dovute a carenze nel trattamento delle operazioni o nella gestione dei processi, nonché alle relazioni con controparti commerciali, venditori e fornitori.

In termini di unità organizzative, dove i rischi sono ricondotti in diversi eventi in sede di rilevazione storica o di stima revisionale dei rischi operativi stessi. La classificazione prevista considera tre principali *BusinessUnits* articolate al loro interno in otto differenti *Business Lines*, entrambe danno origine alla *Matrice*

degli Eventi di rischio/*Business Lines*, classificazione standardizzata del tipo “*bivariato*”¹⁴. La tabella 1.5 schematizza tale classifica:

<u>Business Units</u>	<u>Business Lines</u>	
1) <i>Investment Banking</i>	Corporate Finance	Trading & Sales
2) <i>Banking</i>	Retail Banking	
	Commercial Banking	
	Payment & Settlement	
3) <i>Others</i>	Retail Brokerage	Asset Management

Tabella 1.5

Secondo la matrice degli *Eventi di rischio/Business Lines* le istituzioni finanziarie devono saper associare univocamente gli eventi/categorie di rischio operativo con le business lines in modo da poter rilevare in chiave storica o stimare in base a modelli statistici interni i valori di frequenza/probabilità dei accadimenti (*PE*) e di danno economico provocato alla banca in caso di accadimento (*LGE*) rispetto a ciascuna cella della Matrice Eventi di Rischio/*Business Lines*. A partire da tali parametri, integrati con ulteriori informazioni relative agli indicatori di esposizione di **frequenza** e di **severity**, è infatti possibile stimare con appropriati modelli statistici interni misure del rischio operativo in termini di *EL* e di *UL* che possono essere poi sintetizzate ulteriormente e per derivare una stima quantitativa complessivo del rischio operativo a cui è esposta la banca.

Per il calcolo del *Requisito Minimo Patrimoniale*, sui rischi operativi sono previste le seguenti quattro differenti metodologie di misurazione, che definiscono uno spettro di approcci “continuo” caratterizzato da un grado di sofisticazione crescente in termini di aderenza delle stime quantitative dei rischi operativi agli profili di esposizione della banca. Dai *due principali* modelli si articolano i diversi approcci che saranno analizzati successivamente, questi sono schematizzati nella tabella 1.6.

¹⁴Si svolge, sia in sede di rilevazione storica sia in sede di applicazione dei modelli statistici interni avanzati di misurazione ammessi (*AMA*).

<u>MODELLI STANDARD</u> (Parametri predefiniti dalla normativa)		<u>MODELLI INTERNI</u> (Parametri interni)
➤ <i>Basic Indicator Approach</i> (Alfa)	➤ <i>Standardised Approach</i> (Beta)	➤ <i>Advanced Measurement Approach</i> (AMA)
	➤ <i>Alternative Standardised Approach</i> (ASA)	

Tabella 1.6

1.3.3.1.1 I MODELLI STANDARD

I tre approcci standard previsti dal Nuovo Accordo sul Capitale (Basilea 2) per il computo del requisito patrimoniale minimo sui rischi operativi sono:

- 1) **Approccio Basic Indicator** **(Alfa)**;
- 2) **Approccio Standard** **(Beta)**;
- 3) **Approccio Standard Alternativo** **(ASA)**.

→L'Approccio Basic Indicator: tale metodologia prevede che le banche che la utilizzano determinino il capitale minimo di cui devono disporre a fronte dei rischi operativi moltiplicando una variabile di scala *I* (identificata nel cosiddetto gross income, ovvero nel reddito lordo della banca) che funge da proxy dell'esposizione al rischio operativo per un predefinito indicatore alfa.

Il capitale minimo **K** che la banca deve detenere a fronte dei rischi operativi è quindi derivato dalla seguente relazione:

$$K = I * \alpha \quad \rightarrow \quad \underline{\text{ALFA}}$$

Dove:

- *K* = è il requisito patrimoniale minimo del *metodo alfa*;
- *I* = reddito lordo medio annuo riferito ai tre esercizi precedenti;
- α = è stabilito dal Comitato al 15 per cento.

Il reddito lordo è definito come *reddito netto da interessi più reddito netto non da interessi*. Tale misura deve essere calcolata:

- al lordo di ogni accantonamento(ad esempio, per interessi di mora);
- escludendo i profitti o le perdite realizzate sulla vendita di titoli del banking book;
- escludendo le partite straordinarie, gli errori od omissioni, nonché i proventi derivanti da assicurazioni.

→L' Approccio Standard: secondo questa metodologia il capitale complessivo per i rischi operativi è determinato come somma dei requisiti calcolati a livello di singole business lines. In particolare l'attività della Banca è suddivisa nelle seguenti *Otto Business Lines*: _corporate finance, _negoziazioni e vendite, _retail banking, _commercial banking, _pagamenti e regolamenti, _gestioni fiduciarie, _asset management, _intermediazione al dettaglio.

Per ciascuna di esse, il requisito di vigilanza è ottenuto moltiplicando l'indicatore di esposizione al rischio operativo I_i (sempre identificato nel reddito lordo decomposto tuttavia a livello di singola linea operativa) per un vettore di fattori β_i differenziati per ciascuna business line:

$$K = \sum \beta_i * I \quad \rightarrow \quad \text{BETA}$$

Dove:

- $i = 1 \dots n$;
- K = è il requisito patrimoniale minimo del *metodo beta*;
- I = reddito lordo medio annuo riferito ai tre esercizi precedenti di ciascuna business line i ;
- β_i = parametri stabiliti dal Comitato.

LINEA OPERATIVA	FATTORI β
<i>Corporate Finance</i> (β_1)	18%
<i>Negoziazioni e Vendite</i> (β_2)	18%
<i>Retail Banking</i> (β_3)	12%
<i>Commercial Banking</i> (β_4)	15%
<i>Pagamenti e Regolamenti</i> (β_5)	18%
<i>Gestione Fiduciarie</i> (β_6)	15%
<i>Asset Management</i> (β_7)	12%
<i>Intermediazione al Dettaglio</i> (β_8)	12%

Tabella 1.7

Il vettore dei parametri β_i da applicare a ciascuna linea operativa è riportato nella tabella 1.7.

→L' Approccio Standard Alternativo: questa metodologia semplicemente una variante di quella precedente, la cui eventuale adozione, prevista soprattutto per superare eventuali problematiche di “double counting”, è a discrezione delle singole autorità di vigilanza nazionali.

Il requisito patrimoniale e la metodologia per il rischio operativo dell'approccio ASA sono gli stessi previsti dal metodo standard precedente, salvo che per due linee operative: *retail banking*¹⁵ e *commercial banking*.

Per queste business lines, i prestiti e le anticipazioni(LA) moltiplicati per un fattore fisso m sostituiscono il reddito lordo come indicatore dell'esposizione. I valori dei β_i per il retail banking e il commercial banking restano immutati. L'onere di capitale per il rischio operativo nell'approccio ASA per il retail banking e il commercial banking è quindi espresso dalla seguente relazione:

$$K = \beta_i * m * LA \quad \rightarrow \quad \text{ASA}$$

Dove:

- K = è il requisito patrimoniale minimo del metodo ASA;
- β_i = parametri per Retail e Commercial Banking definiti dal metodo standard;
- m = è un parametro stabilito dal Comitato pari a 0,035;
- LA = è la media sugli ultimi 3 esercizi del totale dei prestiti e delle anticipazioni in essere(non ponderate per il rischio e al lordo degli accantonamenti).

In questo approccio le banche hanno la facoltà, ove lo desiderino, di aggregare le linee Retail e Commercial Banking usando un β_i del 15%. Analogamente, le banche che non sono in grado di disaggregare il proprio reddito lordo nelle altre sei linee operative possono aggregare il reddito lordo totale per queste sei linee utilizzando un β_i del 18%.

¹⁵ Il reddito lordo da attività di “retail banking” corrisponde al reddito netto da interessi su prestiti e anticipazioni alla clientela “retail” e alle PMI rientranti in tale categoria, più le commissioni relative alle tradizionali attività al dettaglio, i redditi netti da swap e derivati detenuti a copertura del “banking book” e quelli su crediti commerciali acquistati.

Come per il metodo standard, il requisito patrimoniale totale per del metodo ASA è calcolato come semplice sommatoria dei requisiti di ciascuna delle otto linee operative.

1.3.3.1.2 I MODELLI INTERNI - AMA¹⁶

I tre differenti modelli di misurazione aggregata dei rischi operativi sono:

- 1) **Modello GAMMA** → *Internal Measurement Approach*;
- 2) **Modello LDA** → *Loss Distribution Approach*;
- 3) **Modello FTA** → *Fault Tree Analysis*.

1) **Modello GAMMA** - **Internal Measurement Approach**

Il *Modello GAMMA* è uno dei modelli statistici di calcolo avanzati tesi ad identificare sia la perdita attesa EL sia la perdita inattesa UL da rischi operativi in base a misurazione interne prodotte dalla Banca.

Questo modello misura il Rischio operativo complessivo in termini prospettici (in generale ad un anno) a livello di banca in termini di “*worst case loss*” che l’istituzione creditizia può sperimentare. L’equazione fondamentale del Modello è la seguente e deriva il Rischio Operativo della Banca per sommatoria dei rischi gravanti sulle sue diverse business lines espressi in termini di multipli della perdita attesa:

$$\textbf{Rischio Operativo} = \sum \gamma(i,j) * EL(i,j)$$

Dove:

- $i = 1, \dots, 8$: è il suffisso della sommatoria che identifica le 8 business lines;
- $j = 1, \dots, 7$: è il suffisso della sommatoria che identifica le 7 categorie di rischi operativi;
- $EL(i,j)$ = è la perdita economica attesa calcolata rispetto a ogni incrocio business line/evento di rischio operativo a un anno;
- $\gamma(i,j)$ = è un moltiplicatore che ‘trasforma’ la perdita attesa EL in perdita inattesa UL rappresentativa del *worst case loss* (WCL).

¹⁶ “Advanced Measurement Approaches” o Metodi Avanzati di Misurazione

Gli input del modello Gamma sono rappresentati dai seguenti parametri elementari declinati sia rispetto agli eventi sia rispetto alle linee operative che consentono di calcolare le Perdite Attese $EL(i,j)$ stimate per i diversi incroci business lines/categorie di rischio e i moltiplicatori $\gamma(i,j)$ da applicare a tali perdite attese per trasformarle in perdite inattese $UL(i,j)$

PARAMETRO	DEFINIZIONE	UNITA' DI MISURA
N°	Numero di occorrenze	Numero
PE	Probabilità dell'Evento	Percentuale
EIF	Indicatore di Esposizione di Frequenza	Numero
$L \text{ €}$	Danno economico unitario dell'evento	Valore €
LGE	Danno percentuale dell'evento	Percentuale
EIS	Indicatore di Esposizione di Severity	Valore €
$\sigma(L)$	Deviazione standard delle Perdite	Valore €
PC	Percentile di confidenza	Percentuale
T	Orizzonte temporale	Mese/Anno

Tabella 1.8

Con gli algoritmi di calcolo troviamo il valore della *perdita attesa* data dalla formula :

$$\underline{EL = PE \times EIF \times LGE \times EIS}$$

➤ Una volta calcolati a livello di singola business line k i diversi prodotti $EL(i,k) \times \gamma(i,k)$ l'esposizione complessiva ai rischi operativi della business line è data dalla semplice sommatoria di tali prodotti:

$$\underline{\text{Rischio Operativo(Business Line k)} = \sum EL(i,k) \gamma(i,k)}$$

➤ Il Modello perviene infine a una misura del Rischio operativo a livello Banca sommando le misure dei rischi operativi delle diverse business lines:

$$\textbf{Rischio Operativo(Banca)} = \sum \text{EL} (i,j) \gamma (i,j)$$

Tale modello consente alla Banca di riconoscere le fonti delle principali manifestazioni del Rischio che rappresentano informazioni preziose a supporto delle proprie politiche gestionali tese ad ottimizzare il sistema dei controlli interni in base a logiche costi/benefici.

2) Modello LDA – Distribuzione delle Perdite

Loss Distribution Approach rappresenta il modello statistico di calcolo considerato più avanzato tra quelli a suo tempo esemplificati come ammissibili dal Comitato di Basilea in sede di CP1(*Consultative Package 1*) ed è anche quello applicato con maggiore successo da talune *best practice* bancarie di matrice soprattutto nord-americana e canadese.

In base a tale *Modello LDA* la Banca stima, utilizzando propri dati interni, due diverse funzioni di distribuzione probabilistiche per ciascuna business line/categoria di rischio sulla frequenza dell'evento e sul danno economico unitario dell'evento, una volta che si sia manifestato rispetto ad un orizzonte temporale di un anno¹⁷. Combinando opportunamente tali due funzioni probabilistiche si è quindi in grado di stimare la funzione di distribuzione delle *perdite cumulate* e a calcolare il VaR(*Valore a Rischio*) rispetto ad un *intervallo di confidenza* che in base alla normativa Basilea 2 è prefissato al 99,9 *per cento al pari dei rischi di mercato*, l'obbligo di patrimonio minimo per tale tipologia di rischi è infine basata sulle semplice somme(non correlata) di tali VaR.

$$\textbf{Rischio Operativo} = \sum \text{VaR}(i,j)$$

Dove:

- $i = 1, \dots, 8$: è il suffisso della sommatoria che identifica le 8 business lines;
- $j = 1, \dots, 7$: è il suffisso della sommatoria che identifica le 7 categorie di rischi operativi;

¹⁷ Holding period;

- VaR = è la perdita massima calcolata rispetto a ogni incrocio business line/evento di rischio operativo rispetto ad un intervallo di confidenza al 99,9° percentile e assumendo come *holding period* l'anno.

Gli input complessivi del modello LDA sono rappresentati dalle seguenti variabili, declinate sia rispetto agli eventi sia rispetto alle linee operative, che consentono opportunamente combinati di calcolare il $VaR(i,j)$ stimato per i diversi incroci business lines/categorie di rischio:

PARAMETRO ¹⁸	DEFINIZIONI	UNITA' DI MISURA
$\sigma(N^\circ)$	Deviazione Standard N°	Numero
$\sigma(PE)$	Deviazione Standard delle Perdite Attese	Numero
$\sigma(LGE)$	Deviazione Standard delle Perdite	Numero
EIS	Indicatore di Esposizione di Severity	Valore €

Tabella 1.9

Tramite opportuni *algoritmi di calcolo* si stima innanzitutto a livello di una data business line k la Distribuzione di Probabilità riferita al N° di Occorrenza $P(N^\circ(k,h))$ di una determinata *categoria di eventi* h .

- Ove la banca disponga di sufficienti osservazioni storiche sulle occorrenze degli eventi di rischio operativo tale funzione di probabilità può essere stimata direttamente in base ai dati disponibili utilizzando la media e la deviazione standard di tali serie storiche;
- Ove invece, come è il caso più frequente, tali informazioni non esistano i parametri di tale funzione di probabilità devono essere derivati in modo

¹⁸Si riportano nella tabella 1.8 solo quei parametri che sono aggiuntivi rispetto a quelle usate per il Modello Gamma.

euristico in base alle conoscenze soggettive dei *process owners* affinate successivamente con metodo bayesiano¹⁹.

Nella prassi operativa si ricorre al proposito, comunemente, alla Funzione di Poisson già applicata con successo alle stime di frequenza dall'industria assicurativa la quale è definita, come noto, da un solo parametro, ovvero dalla *frequenza attesa di evento/guasto* che determina l'intera distribuzione probabilistica.

Il Modello LDA richiede quindi di stimare sempre a livello di una data *business line k* la *Distribuzione di Probabilità riferita alla Perdita Unitara* causata dalla potenziale manifestazione dell'evento $L\epsilon(k,h)$.

Come in precedenza:

- ove la banca disponga di sufficienti osservazioni storiche sui danni unitari tale funzione di probabilità può essere stimata direttamente in base ai dati disponibili utilizzando la media e la deviazione standard di tali serie storiche;
- ove invece, come è il caso più frequente, tali informazioni non esistano i parametri di tale funzione di probabilità devono essere derivati in modo euristico e affinate successivamente con metodo bayesiano.

Nella prassi operativa si ricorre comunemente a Funzioni Lognormali che risultano definite dal valore atteso della perdita $L\epsilon$ e dalla sua *varianza* così si genera la *Distribuzione delle Perdite Complessive* del singolo rischio *h* rispetto alla generica *Business Line k* combinando le funzioni precedenti.

➤ **A livello di singola Business Line:** le *Funzioni di Distribuzione delle Perdite* riferite a tutti i rischi *j* vanno quindi aggregati a livello di generica *Business Line k*. Per aggregare tali distribuzioni è in teoria necessaria la conoscenza della matrice di correlazione tra le *j* categorie di eventi considerati. Dato che tali correlazioni non sono generalmente note queste possono essere fissate in prima approssimazione a zero.

➤ **A livello di Banca:** in questo caso il problema dell'assenza di dati sulle correlazioni può essere risolto in prima approssimazione con *soluzioni ad hoc*:

¹⁹Per l'applicazione di tali logiche bayesiane e la determinazione/ottimizzazione dei parametri si rimanda al paragrafo successivo dove l'argomento è trattato rispetto al Modello FTA.

ovvero ipotizzando come nel caso precedente che tali correlazioni tra Business Lines siano tutte pari a zero (oppure assumendo una correlazione pari a 1 per gli eventi di rischio che possono impattare congiuntamente su più di una Business Line, quali tipicamente i rischi connessi al sistema informatico).

3) **Modello FTA**– Fault Tree Analysis

Uno dei metodi che si è dimostrato adatto per lo studio dei rischi operativi soprattutto di processo è la *Fault Tree Analysis* (FTA), un metodo di analisi di tipo deduttivo che partendo da un'analisi "generale" e complessiva dell'evento indesiderato (definito "guasto") dell'intero sistema, arriva ad individuarne i guasti sui suoi componenti. Tale modello verrà analizzato meglio nel capitolo successivo.

1.3.3.2 GESTIONE DEL RISCHIO OPERATIVO

I Modelli di Operational Risk Management analizzati in precedenza consentono di sviluppare all'interno delle banche una volta implementati:

- Gestione del Rischio Operativo;
- Analisi del Rischio Operativo;
- Analisi di Sensitività.

L'analisi del rischio operativo e di sensitività²⁰ saranno analizzati nel capitolo successivo dove verrà presentato anche il lavoro legato a tale analisi.

→ La gestione del rischio operativo fa riferimento alla generazione della Funzione di Distribuzione delle Perdite secondo il *Modello LDA*²¹ che consente di determinare in termini di valori economici, la curva dei livelli di Perdita associando ad essi una determinata probabilità.

Il profilo di rischio operativo della Banca o di una Business Line può essere pertanto scomposto in tre distinte perdite:

²⁰ Permette di evidenziare l'importanza di un singolo elemento per il funzionamento del sistema, dunque la sua criticità;

²¹ Loss Distribution Approach, modello statistico di calcolo considerato più avanzato tra quelli a suo tempo esemplificati.

- la perdita attesa *EL*;
- la perdita inattesa *UL* corrispondente alla differenza tra l'OpVar calcolato rispetto ad un certo intervallo di confidenza e la *EL*;
- e le perdite definibili come Perdite Catastrofiche(*CL*).

La conoscenza quantitativa di tali valori economici permette di ottimizzarne la gestione dei rischi operativi come in seguito:

- i. Copertura della EL con il Pricing o le Riserve: La perdita attesa *EL* va considerata come un costo legato allo svolgimento del business e, ove possibile, dovrebbe essere pertanto incorporato nel prezzo dei prodotti e servizi offerti ovvero speso in conto economico in termini di opportune riserve/accantonamenti.
- ii. Copertura della UL con il Capitale Economico: La perdita inattesa *UL* rappresenta la componente non prevista di perdita potenziale che il capitale economico della banca è chiamato ad assorbire, ove si dovesse concretamente realizzare, al fine di permettere all'azienda di continuare ad operare anche in presenza di eventi estremi. La conoscenza di tale valore economico è quindi fondamentale in sede di self-assessment mirati a valutare la coerenza delle disponibilità patrimoniali rispetto al profilo di rischio attuale e prospettico della banca;
- iii. Gestione delle CL con Assicurazione / Trasferimento del rischio: Le perdite catastrofiche *CL* si riferiscono a eventi a bassissima frequenza e ad elevatissima severity che non possono essere coperte dal capitale. A gestione delle *CL* va quindi orientata su altri strumenti quali tipicamente la predisposizione di efficaci contingency plans, la reingegnerizzazione dei processi, il trasferimento di attività e l'assicurazione dei rischi.

CAPITOLO 2

FAULT TREE ANALYSIS E AFFIDABILITA'

2.1 MODELLO FAULT TREE ANALYSIS (FTA)

L'analisi degli alberi di guasto o **FTA**(*Fault Tree Analysis*) è stata introdotta per la prima volta nel **1962** nei Bell Telephone Laboratories in relazione allo studio della sicurezza del sistema di controllo del missile Minuteman; negli anni successivi questo metodo è stato sviluppato dalla Boeing Company ed è stato utilizzato sempre più diffusamente nell'industria aerospaziale e nucleare e in generale per lo studio di sistemi complessi di grosse dimensioni, così come di recente anche dalle Banche. Essa è particolarmente adatta per l'analisi di *sistemi altamente ridondanti*, mentre per sistemi particolarmente *vulnerabili a singoli guasti* che possono provocare un incidente è meglio utilizzare tecniche di tipo diverso come **FMEA** (*Failure Modes and Effects Analysis*) o **HAZOP**(*Hazard and Operability Analysis*).

Questo metodo può essere applicato:

- sia durante la fase di progettazione di un nuovo impianto(o sistema),
- sia in fase di verifica di un impianto(o sistema).

Lo scopo è quello di migliorare la *sicurezza del sistema* poiché permette di individuare importanti caratteristiche come:

- *i punti deboli del sistema;*

- *false ridondanze;*
- *o gli effetti di un dato componente sull'affidabilità complessiva.*

Il metodo FT ci permette anche di poter:

- 1) effettuare delle predizioni: studiando gli stati delle componenti di un sistema arrivando ad ottenere informazioni sullo stato dell'intero sistema(in questo ambito rientra lo studio dell'*Affidabilità*);
- 2) effettuare un'analisi diagnostica: partendo da un analisi "*generale*" e complessiva dello stato dell'intero sistema, arrivando ad individuarne gli stati sui suoi componenti(*ad esempio*: studio dell'*Allocazione*²²).

La tecnica degli alberi di guasto richiede la decomposizione del sistema in un diagramma logico, detto **Albero di Guasto** (*Fault Tree* o FT), in cui certi eventi primari conducono ad uno specifico evento che rappresenta l'avaria totale del sistema, detto *Top-Event* poiché si trova in cima all'albero di guasto.

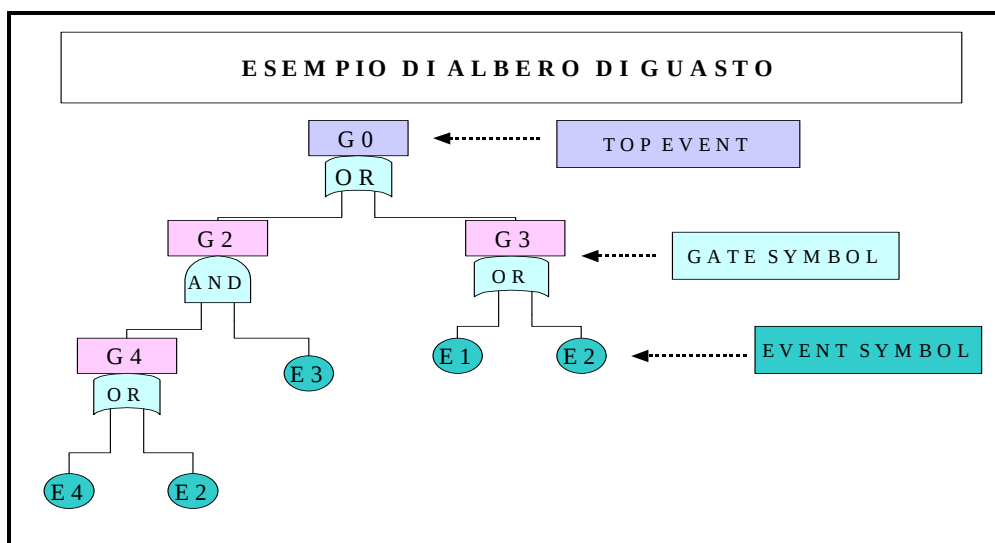


Figura 2.1

Più semplicemente un FT illustra lo stato del sistema(*Top Event*) in base agli stati (funzionamento o guasto) delle componenti del sistema(*Basic Event*). Un esempio di albero di guasto è presentato nella figura 2.1.

Iniziando dal *Top-Event*, l'albero di guasto è costruito ramificandosi verso livelli più bassi costituiti da eventi intermedi che potrebbero determinare il *Top*

²² Si pongono dei vincoli sulla misura di rischio relativa al Top Event e si stimano le misure di rischio relative ai Basic Event.

Event; cioè si ricostruisce la sequenza degli eventi fino ad arrivare agli eventi di base di cui sono note le probabilità di accadimento.

Una volta che l'albero di guasto è stato costruito, la probabilità del *Top-Event* $\bar{i}$ può essere determinata calcolando la probabilità degli eventi intermedi con l'approccio *Top-Down*²³. Le connessioni tra gli eventi intermedi sono rappresentate tramite *gates*²⁴, dove l'output di un *gate* è determinato dagli input che a lui arrivano.

La *Fault Tree Analysis* si articola nei seguenti passi:

- 1) *definizione del Top Event*;
- 2) *costruzione dell'Albero di Guasto*;
- 3) *analisi qualitative*;
- 4) *eventuali analisi quantitative dell'Albero di Guasto*.

Ogni passo è fondamentale e verranno visti in specifico nei seguenti paragrafi.

2.1.1 DEFINIZIONE DEL TOP EVENT

Come abbiamo sopra visto l'albero di guasto è un modello grafico che: *visualizza combinazioni di eventi che possono portare ad un evento finale indesiderato* che normalmente coincide con *la rottura o il malfunzionamento* del sistema visto nel suo complesso, ed è chiamato *Top-Event*.

La descrizione del Top Event risponde alle seguenti domande:

- What: descrive l'evento critico sul quale è focalizzato l'analisi;
- Where: descrive dove l'evento critico avviene;
- When: descrive quando l'evento critico si verifica.

La definizione del Top-Event è indubbiamente una delle fasi più delicate nella FTA. Se un Top Event non è *definito con precisione*, si ha il rischio che l'Albero di Guasto che ne risulta sarà eccessivamente: *grande, complesso e non ben focalizzato sul problema che vuole analizzare*.

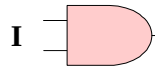
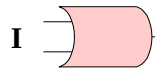
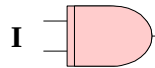
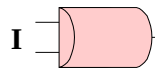
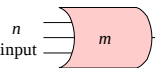
²³ Si parte dal basso dell'albero e si procede verso l'alto;

²⁴ operatori logici.

2.1.2 COSTRUZIONE DELL'ALBERO DI GUASTO

Un Albero di Guasto è un albero a struttura rovesciata, ovvero con la radice in alto, nel quale, movendoci dall'alto verso il basso, troviamo come primo componente il *Top Event* e, scendendo di livello in livello, arriviamo alle foglie dell'albero che sono costituite dagli eventi di base²⁵.

Per rappresentare la sequenza di eventi che devono verificarsi per arrivare all'accadimento del *Top Event*, sono presenti nell'albero, a vari livelli, dei nodi costituiti da *gates* che rappresentano graficamente le relazioni che intercorrono tra i rami che convergono in ciascun nodo. I gates maggiormente usati sono:

<u>GATE SYMBOL</u>	<u>GATE NAME</u>	<u>CASUAL RELATION</u>
	AND gate	Il guasto si verifica se tutti gli elementi in input si guastano
	OR gate	Il guasto si verifica se almeno un elemento di input si guasta
	PRIORITY AND gate	Il guasto si verifica se tutti gli eventi di input si guastano seguendo un preciso ordine
	EXCLUSIVE OR gate	Il guasto si verifica se uno, e solo uno, degli eventi di input si guastano
	m-OUT OF-n gate	Il guasto si verifica se m degli n eventi di input si guastano

I = INPUT \ O = OUTPUT

Figura 2.2

In questo studio si considerano solamente sistemi binari, ovvero sistemi in cui ogni componente ed in ultima analisi anche l'intero sistema può assumere unicamente le due condizioni "*funzionante/non funzionante*".

La simbologia usata, in questa analisi e per tutti i sistemi in generale, è riportata nella figura 2.3:

²⁵ Cut set

EVENT SYMBOL	NOME	SIGNIFICATO
	Cerchio	Basic Event con sufficienti dati
	Diamante	Evento non sviluppato
	Rettangolo	Evento rappresentato da un gate
	Casa	Evento che può accadere o non accadere
	Triangolo	Simbolo di trasferimento

Figura 2.3

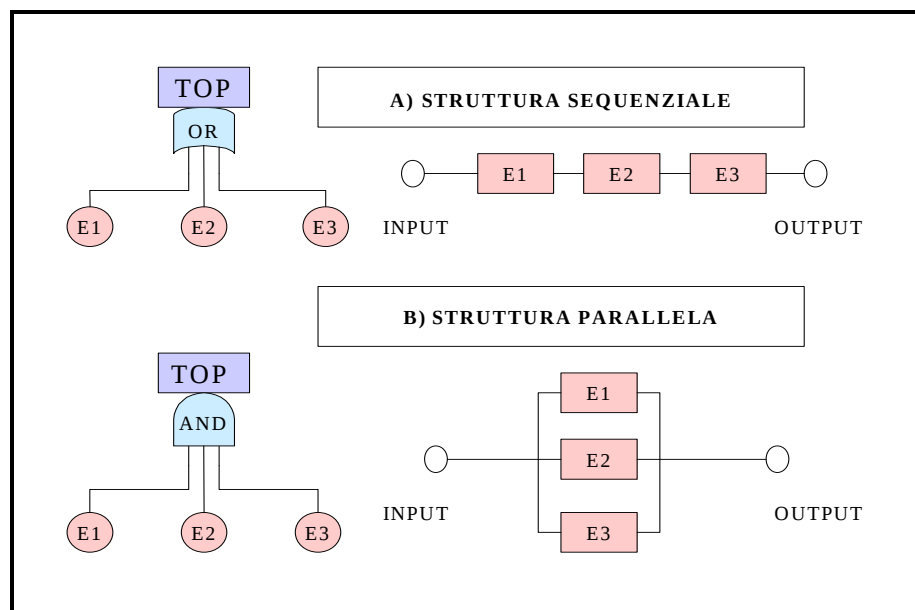


Figura 2.4

- **OR** → rappresenta una *Struttura Sequenziale*, ossia grafico A-figura 2.4;
- **AND** → rappresenta una *Struttura Parallela*, ossia grafico B-figura 2.4.

Durante la definizione dell'albero è inoltre importante considerare la presenza di eventuali *cause comuni di guasto*; se il malfunzionamento o la rottura di un componente del sistema considerato infatti, provoca la perdita di più funzioni del sistema stesso, i due o più effetti provocati non sono indipendenti tra loro e questo fatto può portare ad una notevole variazione dell'espressione della possibilità di

guasto totale, ovvero del *Top Event*. Di conseguenza si seguono delle regole standard per la costruzione dell'Albero di , cioè:

- Definire la complessità e i confini del sistema che si vuol analizzare;
- Definire il Top-Event, nel modo più accurato possibile;
- Identificare le cause che provocano il Top-Event, associando gli opportuni gates o events symbol e identificare i nodi;
- Identificare le ultime ramificazioni dell'albero significa trovare i Basic Event e significa che l'analisi si è conclusa.

La costruzione dell'albero richiede molta attenzione, gli errori più comuni sono:

- Identificazione errata, quindi soluzioni ambigue e senza significato;
- Uso della nomenclatura in modo inappropriata²⁶ o anche poco precisa;
- Uso di sottosistemi significativi per poter analizzare il sistema nel suo complesso.

2.1.3 ANALISI QUALITATIVA

L'occorrere del TOP Event(in questo ambito corrisponde al *fallimento del sistema*) è spesso dovuto alle differenti combinazioni dei Basic Event. Un FT fornisce utili informazioni per quanto riguarda queste combinazioni. In questo contesto il concetto di *Cut Sets* è molto importante.

Un *Cut Sets* in un FT è un insieme di Basic Event i quali, se occorrono simultaneamente, fanno sì che anche il Top Event occorra. Un Cut Set è detto ***Minimal*** se *l'insieme non può essere ridotto senza perdere il suo status di Cut Set*. Il loro studio permette di effettuare analisi sui Basic Event molto più approfondite di quelle che si ottengono dallo studio delle singole componenti.

Ad esempio: _Permette di trattare simultaneamente un certo numero di guasti (quando i Cut Sets contengono più di un elemento);_permette di identificare e di trattare più facilmente le cause comuni di guasto; _permette un'integrazione più immediata delle cause che portano il sistema a fallire. La figura 2.5 mostra un *FT* ed i relativi *Minimal Cut Sets*.

²⁶ La stessa per componenti simili però differenti.

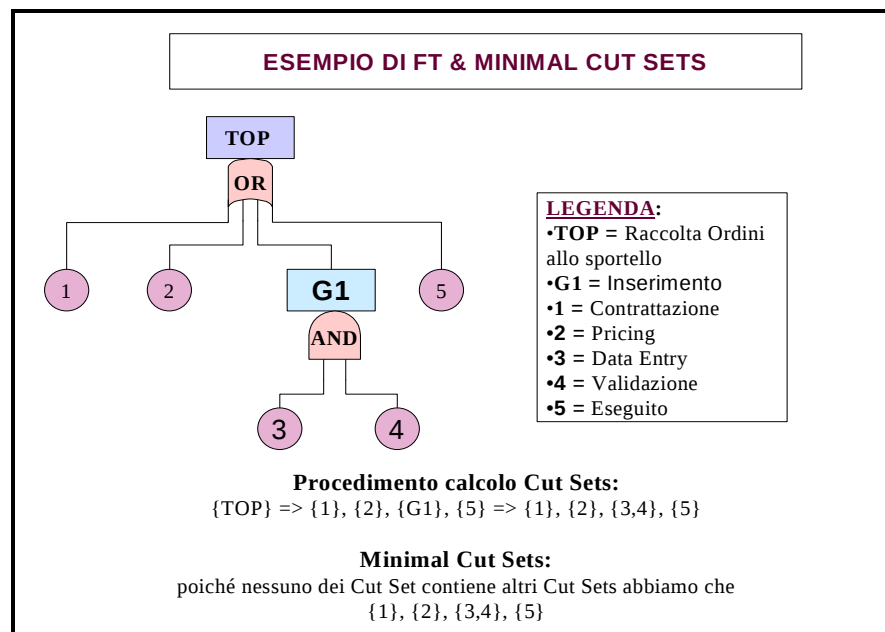


Figura 2.5

Vediamo che il **nodo G1** si guasta solo se entrambi i Basic Event(E3 e E4) si guastano, quindi un inserimento sbagliato dei dati si ha sia perché c'è stato un errore nella fase di *Data Entry*, sia perché c'è stato un errore nella fase di *Validazione* dei dati.

Possiamo aggiungere che il Top Event è in stato di *guasto* se, o E1, o il nodo G1 oppure E5 si guastano, ossia si ha errore nella *Raccolta Ordini* perché c'è un errore o nella fase di *Contrattazione*, o nella fase di *Pricing*, o in quella di *Inserimento*, o in quella di *Eseguito*, o contemporaneamente c'è errore in più di ognuna di queste.

I **Minimal Cut Set** risultano molto importanti nello studio dell'*Affidabilità*²⁷ di un sistema perché permettono di effettuare analisi, oltre che sui Basic Event, anche sul Top Event. Per l'approfondimento di questo aspetto, rimandiamo ai paragrafi successivi.

In un FT possono essere individuati anche i **Path Set**, definiti come *l'insieme dei nodi che se operativi fanno sì che anche il Top Event sia operativo*. Un PatSet è detto **Minimal** se non può essere ridotto senza perdere il suo stato di Path Set.

²⁷ Probabilità che ad un determinato tempo t il sistema sia funzionante.

2.1.4 ANALISI QUANTITATIVA

Una volta che i Minimal Cut Sets sono stati ottenuti, si possono ottenere delle valutazioni basate sulla *probabilità* di ottenere determinati stati del sistema ed avere, così, dei risultati quantitativi. La procedura per ottenere queste valutazioni è la seguente:

- 1) *determinare la probabilità di guasto di ogni Basic Event;*
- 2) *determinare la probabilità di guasto del Minimal Cut Set;*
- 3) *determinare la probabilità di guasto del Top Event, ossia di tutto il sistema.*

Con la stessa procedura si possono ottenere altre statistiche non meno importanti: l'*Affidabilità*, la *Disponibilità*, ecc. Tutti questi indicatori si ottengono facilmente a partire dalla *Funzione di Struttura* del sistema.

2.2 LA FUNZIONE DI STRUTTURA

L'algebra booleana è il primo strumento matematico utilizzato per una iniziale analisi di un Fault Tree: una variabile booleana è una variabile che prende i suoi valori nell'insieme $\{0,1\}$ e quindi ben si presta alla rappresentazione di un evento del tipo buon funzionamento/guasto. Indicato con H l'insieme $\{0,1\}$, una funzione φ definita su $\mathbf{H}^n$ a valori in H è detta funzione booleana.

La funzione booleana che per eccellenza permette un'analisi del Fault Tree è la **Funzione di Struttura**: essa traduce in formule matematiche la relazione tra il Top Event ed i Basic Event dell'Albero di Guasto: il suo scopo essenziale è quello di descrivere in maniera compatta (con $\varphi = 0$ o con $\varphi = 1$) il guasto/fallimento del sistema per tutti i possibili stati dei suoi componenti. Questa nozione si comprende meglio se si considera un sistema S costituito da n componenti $C_1, \dots, C_n$ e sia x_i la variabile booleana che vale 0 se e soltanto se si verifica un guasto nel componente

C_i : indicata con x_s la variabile di uscita del sistema²⁸(ovvero), si ha che x_s è una funzione booleana dipendente dalla variabili booleane x_i , vale a dire:

$$x_s = \Phi(x_1, \dots, x_n)$$

Con il termine *Fault Tree* relativo al sistema S si intende quindi sia la funzione φ che una sua rappresentazione nel senso della teoria dei grafi: il Fault Tree mostra quindi la struttura logica di come i guasti dei componenti si ripercuotano sul guasto dell'intero sistema.

I vari teoremi sulla teoria dell'algebra booleana, in particolare il *teorema di decomposizione di una funzione booleana* ed il *teorema di rappresentazione polinomiale di funzioni booleane con il conseguente algoritmo di Enzeman*, sono di estrema importanza e di sostegno per la risoluzione del problema di calcolare la funzione di struttura di un dato Fault Tree.

Uno dei metodi che si è dimostrato adatto per lo studio dei rischi operativi è la *Fault Tree Analysis*, analisi che viene condotta per scoprire tutte le cause sottostanti di un particolare fallimento/guasto, in modo da poter identificare ed eliminare, se possibile, quelle cause che ne stanno alla radice. L'occorrere del Top Event è spesso dovuto alle differenti combinazioni dei Basic Event. Per effettuare analisi sui Basic Event e determinare la funzione di struttura sopra spiegata si usano due modelli: *Minimal Cut Sets* e l'*Algoritmo di Enzeman*, entrambi verranno presentati in seguito assieme agli algoritmi usati per il loro calcolo.

Lo studio invece di sistemi particolarmente complicati avviene tramite la *modularizzazione*, tecnica che consente di semplificare l'analisi dei Fault Trees che li rappresentano. In particolare, questa cerca di isolare dei sotto-alberi del Fault Tree principale che risultano indipendenti dalle altre sue parti; questi sotto-alberi vengono detti *moduli del Fault Tree*. La modularizzazione parte da un'analisi dei singoli moduli i quali vengono sostituiti, nel Fault Tree principale, con le loro variabili di uscita, semplificando così la struttura dell'albero.

²⁸ $x_s = 0$ se e solo se il sistema è non funzionante.

2.2.1 TEOREMA DI DECOMPOSIZIONE DI SHANNON

Una *variabile booleana* è una variabile che prende i suoi valori nell'insieme $\{0,1\}$. Alcune operazioni, fra le più utilizzate, che legano le variabili booleane sono:

- Congiunzione (AND);
- Disgiunzione (OR);
- Negazione (NOT).

Ricordando H , la funzione booleana: un termine t di congiunzione della forma $a_1 \dots a_n$ relativo a una funzione booleana ϕ dipendente da n variabili, si dice **minterm** per ϕ se $t=1$ implica $\phi = 1$. Una funzione booleana si dice allora ridotta in forma normale disgiuntiva (DNF) se è formata da disgiunzioni di termini (diversi tra loro) composti da congiunzioni di variabili semplici o negate; in particolare si parla di forma normale disgiuntiva canonica (CDNF), se ogni termine della disgiunzione è un *minterm*.

Il teorema di decomposizione di Shannon ci aiuterà a definire nel modo più opportuno la funzione di struttura per un FTA e cita che:

Sia $\phi: H^n \rightarrow H$, una funzione booleana. Fissato un numero naturale i minore o uguale a n , si ha:

$$\phi(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i * \phi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, \dots, x_n) \vee (1 - x_i) * \phi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, \dots, x_n)$$

La dimostrazione segue facilmente osservando che l'uguaglianza è verificata per i due possibili valori 1 e 0 della variabile x_i .

➤ Questo teorema di decomposizione consente di trasformare una qualsiasi funzione booleana in forma *quasi polinomiale*, cioè in forma di disgiunzione di termini composti da congiunzioni di variabili semplici o negate. Si osservi inoltre che i vari termini ottenuti dalla decomposizione di Shannon sono due a due ortogonali, cioè hanno disgiunzione nulla.

➤ Una ulteriore conseguenza di questo teorema è che la negazione e la disgiunzione formano un *sistema completo di operazioni*, ossia generano tutte le funzioni da $\{0,1\}^n$ in $\{0,1\}$.

Un esempio²⁹: Considerando un sistema **2-out-of-3**, sistema composto da tre componenti che si trovano nello stato di funzionamento se almeno due dei suoi componenti non si sono guastati, la funzione booleana $\varphi_{2\text{-di-}3}$ che esprime lo stato di guasto del sistema³⁰ (ossia) è data da:

$$\varphi_{2\text{-di-}3}(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) (x_1 \vee x_3) (x_2 \vee x_3)$$

dove, x_i è la variabile booleana che vale 1 se e soltanto se il componente i -esimo non è funzionante. Uno dei risultati più significativi riguardanti le funzioni booleane è senza dubbio la decomposizione di Shannon. Applicando più volte il teorema si ottiene:

$$\varphi_{2\text{-di-}3}(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3$$

2.2.1.1 STATO DI GUASTO DI UN SISTEMA GENERALE

In generale si può ottenere la forma normale disgiuntiva per un sistema **m-out-of-n**. In letteratura un sistema **m-out-of-n** denota un sistema costituito da n componenti il cui funzionamento è garantito ogni qualvolta risultano funzionanti almeno m componenti. Posto $k = n - m + 1$ e indicata con x_i la variabile booleana che vale 1 se e soltanto se il componente i -esimo è non funzionante, la funzione booleana Φ che rappresenta lo stato di guasto del sistema è data da

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{\xi \in \Xi} x_{\xi(1)} \cdots x_{\xi(k)}.$$

dove Ξ è l'insieme delle funzioni iniettive da $\{1, \dots, k\}$ in $\{1, \dots, n\}$.

Nel caso particolare in cui:

- Se $m = 1$ il sistema è detto *sistema in parallelo*;
- Se $m = n$ si parla di *sistema in serie*.

Le funzioni booleane ϕ_p e ϕ_s che rappresentano lo stato di guasto rispettivamente del sistema in parallelo e del sistema in serie, sono date da:

$$\varphi_p(x_1, \dots, x_n) = x_1 \cdots x_n, \quad \varphi_s(x_1, \dots, x_n) = x_1 \vee \cdots \vee x_n.$$

²⁹ Importante per la riduzione in forma normale disgiuntiva;

³⁰ Vale 1 se e solo se il sistema è non funzionante.

2.2.2 MODELLO DEI MINIMAL CUT SETS

Sia $X_i(t)$, con $1 \leq i \leq n$, lo stato della componente i-esima al tempo t , con:

- $X_i(t) = 1 \rightarrow$ se la componente i-esima è funzionante al tempo t ;
- $X_i(t) = 0 \rightarrow$ se la componente i-esima è non funzionante al tempo t .

Denotiamo con $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ lo stato delle n componenti del sistema al tempo t .

Da notare che $\mathbf{X}(t)$ può assumere uno di 2^n valori, corrispondenti alle possibili combinazioni degli stati (funzionante o non funzionante) delle n componenti.

Lo stato del sistema è caratterizzato da una funzione, $\varphi(\mathbf{X}(t))$, tale che:

- $\varphi(\mathbf{X}(t)) = 1$ se il sistema è funzionante al tempo t ;
- $\varphi(\mathbf{X}(t)) = 0$ se il sistema è non funzionante al tempo t .

a) La funzione definita con $\varphi(\mathbf{X}(t))$ è la nostra *Funzione di Struttura*(FS) del sistema al tempo t . Essa è calcolabile come:

$$\varphi(\mathbf{X}(t)) = \prod_{j=1}^r k_j = \prod_{j=1}^r \left(1 - \prod_{i \in K_j} (1 - X_i(t)) \right)$$

Dove, K_j rappresenta il j-esimo Minimal Cut Sets, $1 \leq j \leq r$, del sistema. Da notare che: $\rightarrow X_i(t) \cdot X_i(t) = X_i(t)$.

b) In maniera del tutto analoga, la Funzione di Struttura può essere ottenuta anche come:

$$\varphi(\mathbf{X}(t)) = 1 - \prod_{j=1}^s (1 - p_j) = 1 - \prod_{j=1}^s \left(1 - \prod_{i \in P_j} X_i(t) \right)$$

Dove, P_j rappresenta il j-esimo Minimal Path Sets, $1 \leq j \leq s$, del sistema.

Particolarmente interessante è notare che:

- se l'Albero di Guasto è formato da soli **nodi OR**, supponiamo siano n , allora la sua *Funzione di Struttura* è data da:

$$\varphi(\mathbf{X}(t)) = \prod_{i=1}^n X_i(t)$$

- se l'Albero di Guasto è formato da soli **nodì AND** allora la *Funzione di Struttura* è data da:

$$\varphi (X (t)) = 1 - \left(\prod_{i=1}^n (1 - X_i(t)) \right)$$

2.2.2.1 ESEMPIO DEL CALCOLO DELLA F.S. CON I MINIMAL CUT SETS

La figura 2.6 rappresenta una fault tree che ha i seguenti Minimal Cut Sets in base ai quali otteniamo:

$$\rightarrow k_1 = 1 - (1 - X_1(t)) = X_1(t)$$

$$\rightarrow k_2 = 1 - (1 - X_2(t)) = X_2(t)$$

$$\rightarrow k_3 = 1 - [(1 - X_3(t)) * (1 - X_4(t))] = X_3(t) + X_4(t) - X_3(t) * X_4(t)$$

$$\rightarrow k_4 = 1 - (1 - X_5(t)) = X_5(t)$$

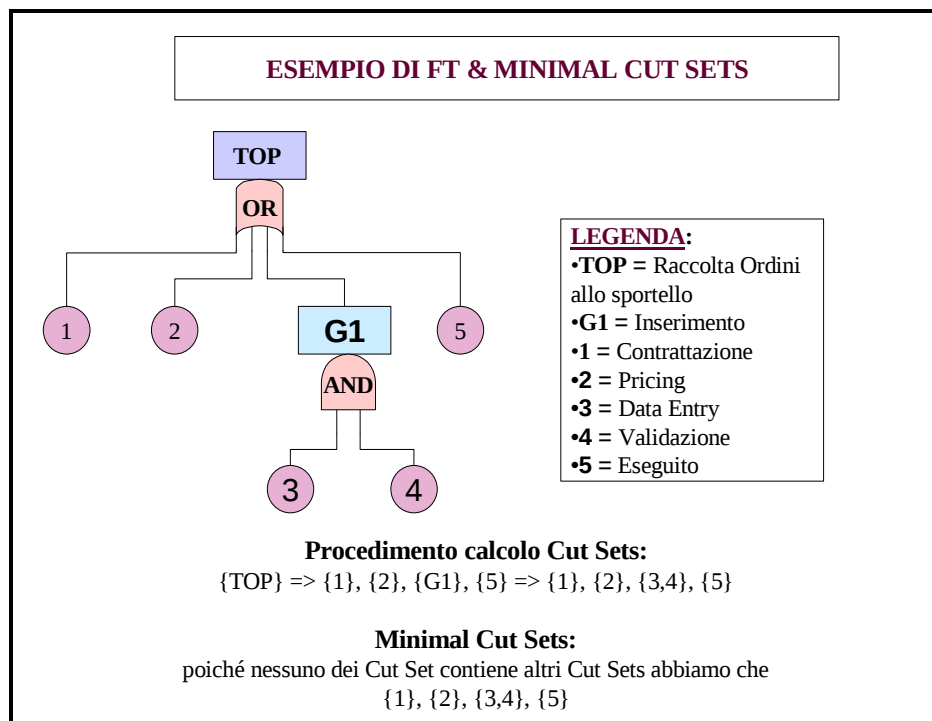


Figura 2.6

La Funzione di Struttura è quindi data da:

$$\varphi (X (t)) = k_1 * k_2 * k_3 * k_4$$

↓

$$\varphi(X(t)) = X_1(t) X_2(t) X_3(t) X_5(t) + X_1(t) X_2(t) X_4(t) X_5(t) - X_1(t) X_2(t) X_3(t) X_4(t) X_5(t)$$

Supponiamo di avere le seguenti probabilità di fallimento annuali, associando a ogni Basic Event una probabilità:

- $p_1 = 0.27$;
- $p_2 = 0.13$;
- $p_3 = 0.15$;
- $p_4 = 0.07$;
- $p_5 = 0.17$.

Considerando la funzione di struttura sopra ottenuta abbiamo che, annualmente, il Top Event ha la probabilità di fallimento pari a:

$$P(\text{Top Event}) = p_1 p_2 p_3 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \\ \approx 0.00125$$

2.2.3 MODELLO DELL'ALGORITMO DI ENZEMAN

Un metodo alternativo per calcolare la Funzione di Struttura relativo ad un albero di guasto consiste nel sfruttare la caratteristica essenziale della funzione stessa, ovvero che si tratta di una funzione booleana. In generale si può dimostrare che vale un teorema di rappresentazione polinomiale e la rappresentazione è unica. Più precisamente sussiste il seguente “teorema di unicità della funzione polinomiale”.

Ogni funzione booleana φ ammette una ed una sola rappresentazione in forma polinomiale, vale a dire:

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = a_0 + a_1 \cdot x_1 + \dots + a_n \cdot x_n + a_{1,2} \cdot x_1 \cdot x_2 + \dots + a_{n-1} \cdot x_{n-1} \cdot x_n + \dots + a_{1, \dots, n} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

Per determinare i coefficienti della forma polinomiale della funzione di struttura φ possiamo ricorrere all'algoritmo di Enzeman, in questo modo i coefficienti sono determinati univocamente dai valori della funzione φ dalle seguenti relazioni:

$$\varphi(0, \dots, 0) = a_0$$

$$\varphi(1, \dots, 0) = a_0 + a_1$$

$$\varphi(0,1,0,\dots,0) = a_0 + a_2$$

$$\dots \quad \varphi(0,\dots,0,1) = a_0 + a_n$$

$$\varphi(1,1,0,\dots,0) = a_0 + a_1 + a_2 + a_{1,2}$$

$$\dots \quad \varphi(0,\dots,0,1,1) = a_0 + a_{n-1} + a_n + a_{n-1,n}$$

$$\dots \quad \varphi(1,\dots,1) = a_0 + a_1 + \dots + a_n + a_{1,2} + \dots + a_{n-1,n} + \dots + a_{1,\dots,n}$$

In base a tali dati vediamo un esempio che utilizza l'algoritmo di Enzeman, nel capitolo successivo si presenterà anche l'algoritmo creato in MathCad, che consente di poter calcolare per una qualsiasi forma polinomiale i suoi coefficienti.

2.2.3.1 ESEMPIO DEL CALCOLO DELLA F.S. CON L'ALGORITMO DI ENZEMAN

Consideriamo l'algoritmo di Enzeman per determinare i coefficienti della forma polinomiale di $\varphi_{2\text{-di-}3}$:

$$\rightarrow \varphi(0,0,0) = a_0$$

$$\rightarrow \varphi(1,0,0) = \varphi(0,1,0) = \varphi(0,0,1) = 0 = a_0 + a_1 = a_0 + a_2 = a_0 + a_3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

$$\rightarrow \varphi(1,1,0) = \varphi(1,0,1) = \varphi(0,1,1) = \varphi(1,1,1) = 1 = a_{1,2} = a_{1,3} = a_{2,3}$$

$$1 = a_{1,2} + a_{1,3} + a_{2,3} + a_{1,2,3}$$

$$\Downarrow$$

$$a_{1,2,3} = -2$$

Segue allora che:

$$a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

$$a_{1,2} = a_{1,3} = a_{2,3} = 1$$

$$a_{1,2,3} = -2$$

Quindi si ritrova che:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Di conseguenza abbiamo ottenuto la forma aritmetica della funzione di struttura per un sistema 2-out of 3.

2.3 AFFIDABILITA' E TASSO DI GUASTO

L’Affidabilità è definita come “l’attitudine di un oggetto ad adempiere alla funzione richiesta nelle condizioni fissate e per un periodo di tempo stabilito”³¹.

Questa disciplina è stata sviluppata con lo scopo di fornire metodi per valutare se un prodotto o servizio sarà funzionante per la durata in cui l’utente lo richiederà. Questi metodi consistono in tecniche per determinare cosa potrebbe non funzionare, come si possa prevenire il non-funzionamento e, nel caso in cui il guasto si verifichi, quali siano gli interventi più adatti a ripristinare rapidamente il funzionamento e limitare le conseguenze negative.

La definizione più completa è quella che indica *l’Affidabilità di un sistema come la probabilità che quel sistema:*

- eseguirà una specifica funzione,
- sotto specifiche condizioni operative ed ambientali,
- per un prefissato intervallo di tempo(t).

L’Affidabilità quindi non è una grandezza deterministica³², la sua definizione è legata quindi alla specifica funzione che il sistema deve compiere ed alle condizioni operative nelle quali esso si trova; occorre definire quindi l’intento progettuale del sistema. Pur non fornendo la certezza che un guasto si verifichi o meno, la teoria dell’affidabilità, applicata in modo sistematico su un sistema, ci dà

³¹ UNI 8000;

³² Può essere determinata con formule analitiche, quanto una variabile aleatoria il cui valore può essere previsto solo attraverso considerazioni di tipo probabilistico.

risultati molto utili sui quali è possibile basare importanti decisioni sul funzionamento di sistemi/processi.

2.3.1 FAILURE DISTRIBUTIONS

Si usa il termine **Failure Distribution** per distribuzioni continue con distribuzione di probabilità pari a:

$$F(x; \theta) = P[X \leq x] = 0 \text{ per } x < 0$$

Questo tipo di distribuzioni è ampiamente utilizzato per modellare i tempi di guasto; in questo caso la variabile casuale X corrisponde all'età in cui un componente si guasta, e la funzione di distribuzione appena presentata rappresenta la probabilità che ad un certo tempo t (quindi $x = t$), la componente o il sistema a cui si riferisce sia in uno stato di non-funzionamento.

Nello studio dell'Affidabilità di sistemi entrano in gioco le seguenti funzioni probabilistiche:

- $F(x; \theta) = P[T \leq x]$: funzione di distribuzione della variabile casuale T ; è la probabilità che il componente del sistema fallirà entro il tempo x ;
- $R(x; \theta) = 1 - F(x; \theta) = P[T > x]$: **funzione di Affidabilità** (detta anche *Funzione di Sopravvivenza*); è la probabilità che il componente non si guasti entro il tempo x ;

- $r(x; \theta) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{F(t | x; \theta)}{t} = \frac{f(x; \theta)}{R(x; \theta)}$: questa funzione è detta **Hazard Function**

(o *funzione del Tasso di Guasto*) e può essere interpretata come la *probabilità che un componente si guasti nell'intervallo di tempo $[x, t = x + \delta x]$ dato che non si è guastato fino al tempo x* . In altre parole, questa funzione caratterizza gli effetti degli anni in maniera più esplicita di $F(x; \theta)$.

La funzione di Affidabilità e la funzione del Tasso di Guasto forniscono due delle più importanti misure di rischi nell'ambito dell'Affidabilità di un sistema:

I. Il **Tasso di Guasto** è definito come il *tasso di occorrenza dei guasti*; fondamentalmente è un tasso che anticipa il numero di volte che un oggetto va in avaria in uno specificato periodo di tempo.

Ad esempio: Se un componente ha un tasso di guasto pari a 2 guasti per milione di ore, allora si anticipa che il componente si guasterà due volte in un periodo pari ad un milione di ore.

II. L'**Affidabilità**, come detto sopra, viene definita come una *funzione del tempo* ed esprime la probabilità che al tempo t il sistema sia ancora operativo. Detta funzione $R(t)$ è sempre compresa tra 0 ed 1 ed è monotona decrescente: più passa il tempo e meno è probabile che il sistema funzioni ancora.

2.3.2 DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA' NELL'AMBITO DEI RISCHI OPERATIVI

In ambito dei rischi operativi la *variabile casuale* diventa oggetto di studio questa è la variabile tempo: essa rappresenta il momento in cui il guasto di un componente si verifica.

Effettuare rilevazioni sul tempo di guasto significa avere una serie di dati che possono essere di due tipi:

- **Completi**: quando si hanno rilevazioni osservate lungo tutta la vita del sistema;
- **Censurati**: quando i dati sono incompleti nel senso che vengono osservati per un certo periodo di tempo di vita del sistema.

Si possono avere due particolari tipi di dati censurati:

- 1) Dati censurati del I tipo: quando la censura è una funzione del tempo. Il periodo di osservazione viene fermato ad un particolare istante nel tempo T e sulle n componenti del sistema si osserva se e quando si sono verificati guasti;
- 2) Dati censurati del II tipo: la censura avviene quando un predeterminato numero r di guasti si è verificato. Il periodo di osservazione quindi è variabile e le n componenti del sistema vengono osservate fino a che non si è registrata la fissata quota di guasti.

La scelta del tipo di censura dei dati è molto importante per quanto riguarda l'inferenza che su di essi si può fare. Degli accorgimenti sono infatti necessari se si sta operando con uno o con l'altro tipo di dati.

Ad esempio: Consideriamo la funzione di Verosimiglianza nei due casi. Assumiamo un campione di taglia n , con $X_1, X_2, \dots, X_n$ le variabili casuali che descrivono i tempi di guasto; tali *variabili vengono assunte indipendenti*. Siano $F(*; \theta)$ e $f(*; \theta)$ rispettivamente la distribuzione di probabilità e la funzione di densità ad esse associate, con parametro θ (che può essere multidimensionale). Da notare che per dati censurati non tutte le X_i saranno osservate esattamente, ma comunque qualche informazione sarà disponibile su ognuna di loro.

Ricordiamo che per dati completi ed osservazioni indipendenti, la funzione di verosimiglianza è il seguente prodotto:

$$L(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

dove x_i sono i valori osservati di X_i . È conveniente massimizzare $\log(L)$ anziché L stessa.

Per dati censurati, la struttura della funzione di Verosimiglianza dipende dal tipo di censura. Le espressioni per $\log(L)$ sono:

➤ Dati censurati del I tipo: il valore di X_i è ottenuto solo se $X_i \leq T$, il periodo di censura. Supponiamo che r componenti ($0 \leq r \leq n$) abbiano un tempo di vita minore o uguale a T . Riordiniamo i valori osservati a partire da questi primi r valori, denotiamoli con $x_1, \dots, x_r$; allora $x_i = T$ per $i = r + 1, \dots, n$. La funzione di log-Verosimiglianza è data da:

$$\log(L) = \sum_{i=1}^r \log[f(x_i; \theta)] + (n - r) \log[1 - F(T; \theta)];$$

➤ Dati censurati del II tipo: per dati censurati del II tipo, r è determinato prima di effettuare il test. Come risultato, i dati consistono negli r più piccoli tempi di guasto osservati nel campione di taglia n ; denotiamo queste osservazioni con $x_{(1)}, \dots, x_{(r)}$. La funzione di log-Verosimiglianza è data da:

$$\log(L) = c + \sum_{i=1}^r \log[f(x_{(i)})] + (n-r) \log[1 - F(x_{(r)})]$$

Dove, c è una costante.

Si è ritenuto idoneo utilizzare dati censurati del I tipo; si fisserà un periodo di tempo T e si registreranno i tempi appartenenti al periodo $[0, T]$ nei quali si è osservato il guasto. Se alcune componenti fossero sempre in uno stato di funzionamento per tutto il periodo di test, allora T sarà il tempo a queste associato. Tutti i risultati che mostreremo nel seguito saranno conformi a questa decisione.

Il problema che si pone ora è quello di individuare la distribuzione di probabilità più adatta a descrivere la variabile casuale *tempo*. Nello studio dell’Affidabilità, è risultato idoneo utilizzare due particolari tipi di distribuzioni:

➤ **La distribuzione Esponenziale** [$Exp(\lambda)$]: È una delle più usate ed è il più semplice modello per i tempi di guasto ed è appropriata quando i guasti occorrono casualmente e non sono dipendenti dall’età. La principale caratteristica di questa distribuzione è che il tasso di guasto è costante e viene definita con il termine *memoryless property*, ossia la probabilità che un vecchio componente sopravviva un giorno in più è uguale alla probabilità che un nuovo componente sopravviva ancora un giorno.

➤ **La distribuzione di Weibull** [$Wei(\alpha, \beta)$]: È probabilmente la distribuzione di probabilità più usata per modellare i tempi di guasto. Tale distribuzione è crescente se $\alpha > 1$ e decrescente quando $\alpha < 1$. Quando $\alpha = 1$, la funzione del Tasso di Guasto è una funzione costante, quindi *la distribuzione Esponenziale è un caso particolare della distribuzione di Weibull* quando $\alpha = 1$. Generalmente, β è chiamato *scale parameter* e α è chiamato *shape parameter*.

La distribuzione Esponenziale risulta molto semplice da manipolare, e l’importante legame tra queste due distribuzioni di probabilità, permette di semplificare di molto la stima dei parametri della distribuzione Weibull che appare più complessa.

2.3.3 INDICI DEL GRADO DI RISCHIO

Il *Tasso di Guasto* e l'*Affidabilità* sono tra le più importanti misure di rischio nell'analisi dell'*Affidabilità* di un sistema. Per migliorare i risultati dell'analisi, tali misure possono essere accompagnate da altri indici che misurano il grado di rischio. Tra questi troviamo l'MTBF, l'MTTF e la Disponibilità.

➤ MTBF è l'inverso del Tasso di Guasto per sistemi con Tasso di Guasto costante, ossia si ottiene come: $MTBF = 1/\lambda$. Questo valore dà la stima del tempo medio che passa prima che il componente si guasti.

Ad esempio: Se un componente ha un Tasso di Guasto pari a 2 guasti per milione di ore, allora il suo MTBF è pari a $1,000,000 / 2 = 500,000$, ciò significa che il componente si guasta in media ogni 500,000 ore (da notare che non è un valore definito ma è un valore atteso). Un indice molto simile al MTBF è l'MTTF (Mean Time To Failures) ma, mentre MTBF si calcola per sistemi riparabili, questo valore viene calcolato solo quando si stanno valutando sistemi non-riparabili.

➤ Nel caso di *componenti riparabili* diventa fondamentale il parametro MTTR che esprime il tempo medio che intercorre tra l'insorgenza di un guasto ed il completamento della sua riparazione (o in certi casi la sostituzione con un altro uguale se disponibile). Questo indice si riferisce alla *Mantenibilità* dell'apparato, cioè la probabilità che il sistema in questione venga riparato in un tempo stabilito. È definito come:

$$MTTR = \int_0^{\infty} x \cdot f(x, \theta) dx.$$

Da notare che MTTF coincide, nel caso di Tasso di Guasto costante, con MTBF.

➤ La Disponibilità è definita come la capacità che un prodotto o sistema ha di adempiere ad un dato compito per un periodo di tempo stabilito. Nel caso di sistemi riparabili è necessario considerare anche l'evento riparazione o sostituzione. Come l'*Affidabilità*, la *Disponibilità* è una probabilità con valore compreso nell'intervallo [0,1].

Si definisce Disponibilità la quantità:

$$A = MTBF/(MTBF+MTTR)$$

Per capire il significato di questa misura facciamo un semplice esempio: supponiamo che un componente abbia MTBF di 50 ore, ossia che quel componente può essere operativo (senza guastarsi), per approssimativamente 50 ore. Quando questa unità va in avaria, si necessita di una riparazione; se il MTTR (o il tempo richiesto per la riparazione) è di 10 ore, allora significa che ogni volta che il componente si guasta questo necessita di circa 10 ore prima che possa essere riparato e reso operativo. Sistemi con alto MTBF in concomitanza con un basso MTTR hanno alta Disponibilità; se MTBF decresce e/o MTTR aumenta allora anche la Disponibilità del sistema decresce. Questo significa che in un certo istante del tempo questo componente sarà più frequentemente in uno stato di guasto/non-utilizzo e la sua sostituzione può risultare, quindi, una scelta appropriata.

È importante notare che i primi due indicatori, insieme al Tasso di Guasto, riguardano generalmente ogni singola componente dell'Albero di Guasto, mentre Affidabilità e Disponibilità sono misure di sintesi della performance del sistema.

2.3.4 MISURE DI SENSITIVITA'

In *sistemi composti* da più parti, alcuni componenti possono avere più importanza di altri nel funzionamento o meno del sistema, nel senso che l'eventuale loro guasto può influire in maniera più o meno rilevante nel guasto dell'intero sistema. L'analisi di Sensitività del sistema è volta ad individuare quali di queste componenti (ossia quali Basic Event) sono quelle che maggiormente influenzano il Top Event. Tale analisi prevede, generalmente, che il valore associato ad ogni componente venga fatto variare, mentre i valori associati a tutti gli altri rimangono costanti in modo da poter verificare se il risultato del sistema viene ampliato o attenuato. Ovviamente si assume che la performance del sistema dipenda da quella delle sue componenti. Il concetto di *Importance Measures* si basa su una classificazione numerica del contributo che ogni componente o Basic Event riflette sul Top Event.

Nel 1969 Birnbaum introdusse il concetto di *importance* e propose alcune misure probabilistiche dell'importanza dell'affidabilità del componente; le più importanti di tali misure sono la Funzione di Criticità e la Structural Importance del componente *i*-esimo, propriamente detta *Indice di Birnbaum*.

Le misure di *Birnbaum* e di *Criticità* sono due misure strettamente correlate (infatti l'indice di Criticità si calcola modificando opportunamente l'indice di Birnbaum) e sono entrambe basate su probabilità condizionate³³.

⇒ L'indice di Importanza di Birnbaum è definito come:

$$I_B(A) = P[X | A] - P[X | \bar{A}]$$

Dove: $_ A$ = evento di cui si sta misurando l'importanza è occorso;

$_ \bar{A}$ = evento che non è occorso e $_ X$ = Top Event.

Quindi tale indice per il Basic Event *A* è la *differenza della probabilità del Top Event dato che A è occorso meno la probabilità del Top Event dato che A non è occorso*. Anche se questo indice è molto usato, esso non considera direttamente la probabilità dell'occorrere dell'evento *A*.

Ad esempio: $I_B(A) = 1 - P[B]$, ciò non implica la probabilità dell'evento *A*. Questo fatto può portare alla situazione rischiosa di assegnare molta importanza ad eventi che sono meno probabili e può risultare difficile, così, il miglioramento del sistema.

⇒ L'indice di Criticità è definito come:

$$I_C(A) = I_B(A) \cdot \frac{P[A]}{P[X]} = (P[X | A] - P[X | \bar{A}]) \cdot \frac{P[A]}{P[X]}$$

con, X = Top Event.

Modifica l'indice di Birnbaum in modo tale che

- L'aggiustamento con la probabilità marginale del Basic Event *A* rifletti sia la probabilità di occorrere dell'evento sia quanto fattibile è il suo miglioramento;
- Il condizionamento dell'occorrere del Top Event porti ad identificare misure che valutino l'effetto del Basic Event e non la probabilità di occorrere del Top

³³ Probabilità che un dato evento *X* occorra se è certo che un altro evento *A* si è verificato (o si verificherà).

Event(questo permette anche il confronto dei Basic Events tra gli Alberi di Guasto).

È importante fare notare che se i Basic Event di un Albero di Guasto sono indipendenti e se tutte le connessioni tra Basic Event e Top Event sono dei gate AND, allora l'indice di Criticità è non-informativo, ossia tutti i Basic Event hanno la stessa Criticità.

2.4 AFFIDABILITA', FT E APPRENDIMENTO BAYESIANO NEI RISCHI OPERATIVI

Il problema dei rischi operativi è la mancanza di dati storici su cui operare per ottenere le stime dei parametri necessari al calcolo dell'Affidabilità. Usando le *distribuzioni Esponenziale* o di *Weibull*, per poter stimare l'Affidabilità³⁴ del sistema, abbiamo bisogno sia della Funzione di Struttura dell'Albero di Guasto e anche dei Tassi di Guasto λ_i per tutti gli n _Basic Event.

Precedentemente abbiamo trattato i due modi di calcolo della Funzione di Struttura, per quanto riguarda invece il Tasso di Guasto, questo, è costante nella distribuzione Esponenziale e può essere ottenuto facilmente tramite un opportuna trasformazione dei dati per quanto riguarda la distribuzione di Weibull.

Una volta ottenuto una buona stima per il parametro incognito λ (nel caso della distribuzione Weibull supporremo noto lo *shape parameter*) saremo in grado di stimare l'Affidabilità del sistema con l'opportuno utilizzo della funzione di Affidabilità $r(x; \theta)$ e della Funzione di Struttura dell'Albero di Guasto.

La stima dei Tassi di Guasto è tutt'oggi uno dei problemi più rilevanti proprio perché non si dispone di banche di dati sufficientemente popolate e qualitativamente idonee. Generalmente, la stima iniziale del Tasso di Guasto viene lasciata all'esperienza di esperti, risultando essere, però, una valutazione soggettiva con rischiosi margini di errore.

³⁴ Probabilità che al tempo t il sistema sia funzionante

Fra le tecniche usate la migliore da utilizzare forse è la **stima Bayesiana** del Tasso di Guasto la quale, aggiornando continuamente la stima iniziale fornita dagli operatori esperti, opera in maniera tale da far sì che questa stima converga al vero valore λ (che è il valore incognito) in tempi sufficientemente brevi. Riassumendo il processo che porta alla stima Bayesiana dei λ_i di un sistema, avremo i seguenti passi:

- 1) Si fornisce l'Albero di Guasto, che rappresenta il sistema, ed una valutazione iniziale del Tassi di Guasto($\lambda_{i,0}$) di ogni Basic Event; vengono poi forniti i valori per lo *shape parameter* α : se si suppone che il *Tasso di Guasto*:
 - aumenti con il passare del tempo allora $\alpha > 1$,
 - se si suppone che diminuisca allora $\alpha < 1$,
 - se si suppone che rimanga costante nel tempo allora $\alpha = 1$,
 e si ha il caso dell'Esponenziale;
- 2) Si suppone che ognuno dei $\lambda_{i,0}$ forniti siano originato da una variabile casuale Λ che ha valori nell'intervallo $[\lambda_{i,0} \cdot K_{i,1}, \lambda_{i,0} \cdot K_{i,2}]$ dove $K_{i,1}$ e $K_{i,2}$ vengono determinate in base alla *fiducia* che viene attribuita alle stime fatte dall'utente;
- 3) utilizzando i dati disponibili, ossia le rilevazioni dei tempi di guasto(t_i), si applicano metodi di stima bayesiana ottenendo così $\hat{\lambda}_{i,1} = f(t_j, \lambda_{i,0})$;
- 4) In seguito si effettuano altre rilevazioni dei tempi e il processo si ripete dal punto 3) ottenendo $\hat{\lambda}_{i,n} = f(t_j, \hat{\lambda}_{i,n-1})$ con $n = 2, 3, \dots$

Vediamo ora più in particolare in cosa consiste l'apprendimento Bayesiano e come, una volta effettuate le stime dei parametri, sia possibile riuscire ad avere l'Affidabilità del sistema.

2.4.1 STIME CON L'APPROCCIO BAYESIANO

L'analisi statistica Bayesiana fornisce una metodologia formale per incorporare l'informazione a priori che si possiede, compresa l'informazione soggettiva, nell'analisi dei dati. Il punto di partenza di tale analisi è la scelta di

una opportuna *distribuzione a priori* (a priori nel senso di “prima dell’acquisizione di nuovi dati”) e l’incertezza sui parametri è modellata attraverso l’uso di questa distribuzione.

L’approccio bayesiano è basato sul **Teorema di Bayes**, un risultato che tratta le probabilità condizionali, scoperto da *Thomas Bayes* (1763).

Il teorema afferma: “*supponiamo che $E_1, E_2, \dots, E_k$ sono gli eventi ottenuti da una partizione dello spazio campionario, tali eventi sono mutualmente esclusivi e la loro unione è l’intero spazio campionario*”.

Sia A un evento tale che $P(A) > 0$, si ha che:

$$P(E_j | A) = \frac{P(A | E_j)P(E_j)}{\sum_{i=1}^k P(A | E_i)P(E_i)}$$

Le $P(E_j)$ sono dette probabilità iniziali, perché riflettono la conoscenza disponibile prima di iniziare la prova, noto che l’evento A è realizzato. Le probabilità delle ipotesi (E_j) pertinenti all’informazione disponibile sono allora le probabilità condizionate $P(E_j | A)$, dette anche probabilità finali. Quindi il teorema lega le probabilità iniziali a quelle finali.

Una distribuzione di probabilità condizionata lo possiamo anche scrivere come una distribuzione di probabilità di una variabile casuale X dato un insieme di parametri θ . L’*approccio classico* dell’inferenza statistica effettua le stime (stime dei *Momenti*, stime di *Massima Verosimiglianza*, ecc...) e i test d’ipotesi di questi parametri sconosciuti assumendoli costanti.

Nell’approccio Bayesiano, invece, i parametri sono assunti essere effettivamente delle variabili casuali. La distribuzione a priori, che denoteremo con $g(\theta)$, è la distribuzione di probabilità di θ .

Formalmente, noi abbiamo quanto segue: $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ è la distribuzione condizionata dei dati osservati dato θ . In questo contesto le variabili aleatorie X_i sono indipendenti, quindi questa distribuzione è il prodotto delle distribuzioni individuali $f(x_i | \theta)$. Assumiamo, per ora, che θ sia unidimensionale e continuo (gli stessi risultati si hanno anche per θ vettore di parametri). La distribuzione congiunta di θ e di X è:

$$h(x_1, \dots, x_n; \theta) = \left[\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \right] \cdot g(\theta)$$

sottolineiamo che, $h(\cdot)$ è il prodotto della funzione di Verosimiglianza e della distribuzione a priori. La distribuzione marginale di X è:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, \dots, x_n; \theta) d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, \dots, x_n | \theta) \cdot g(\theta) d\theta$$

Basandoci sul teorema di Bayes si ottiene la distribuzione a posteriori di θ dato X , ossia:

$$g(\theta | x_1, \dots, x_n) = \frac{h(x_1, \dots, x_n; \theta)}{f(x_1, \dots, x_n)}$$

Tra tutte queste distribuzioni la più importante è, ovviamente, la distribuzione a posteriori perché lavora condizionatamente alle osservazioni; tale distribuzione di probabilità è, infatti, l'aggiornamento dell'informazione disponibile su θ , dovuta sia all'informazione contenuta nella funzione di Verosimiglianza che all'informazione disponibile a priori contenuta, per l'appunto, nella distribuzione a priori.

La distribuzione a priori fa sì che la stima Bayesiana puntuale “*naturale*” del parametro θ sia semplicemente data dal valore atteso di questo parametro, ossia:

$$\hat{\theta} = E(\theta | x_1, \dots, x_n) = \int \theta \cdot g(\theta | x_1, \dots, x_n) d\theta$$

2.4.2 STIME PUNTUALI E TASSO DI GUASTO

Le stime puntuali Bayesiane si ottengono seguendo il seguente procedimento:

- i. Supponiamo che $X_1, X_2, \dots, X_n$ siano le variabili casuali che descrivono i tempi in cui si sono osservati i guasti di ognuna delle n componenti di base del sistema (ossia di ogni Basic Event che compone l'Albero di Guasto associato al sistema);
- ii. Supponiamo che ogni variabile casuale X_i , con $i = 1, \dots, n$, abbia funzione di densità pari a $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ dove θ è un parametro ignoto (il parametro θ può essere anche un vettore di parametri);

- iii. Selezioniamo, prima di ogni osservazione, per θ una distribuzione di probabilità³⁵ che rifletta il nostro grado di credibilità sul valore del parametro θ . Questa è la distribuzione a priori denotata con $g(\theta)$;
- iv. Una volta osservati i dati, $x_1, \dots, x_n$, possiamo ottenere la distribuzione a posteriore che è la distribuzione del parametro sconosciuto θ dato i valori osservati $x_1, \dots, x_n$, ossia $g(\theta | x_1, \dots, x_n)$;
- v. Se θ è uno scalare, allora la stima Bayesiana puntuale per θ è solitamente la media a posteriori ossia $E(\theta | x_1, \dots, x_n)$.

Come detto precedentemente, $X_1, \dots, X_n$ sono le *variabili aleatorie* che descrivono i tempi di guasto degli n basic Event dell'Albero di Guasto peso in esame. Queste variabili aleatorie si distribuiscono o con funzione di distribuzione Esponenziale di parametro λ , o con distribuzione di Weibull di parametri α (supposto noto) e β .

Operando con le distribuzioni Esponenziale e di Weibull, risulta che per entrambe la distribuzioni a priori è un'opportuna funzione di distribuzione Gamma di parametri a e b , denotiamola con $\text{Gamma}(a, b)$.

Una volta applicate le tecniche bayesiane, risulta che anche la *distribuzione a posteriori* è una distribuzione Gamma.

che per tempi piccoli e λ piccoli può essere approssimata bene da una funzione lineare. I risultati non differiscono in maniera rilevante tra loro proprio perché risulta che:

$$E[R(t; \lambda)] \approx R(t; E[\lambda])$$

Per la scelta di quale delle due metodologie usare bisognerà valutare quella finanziariamente più conveniente ed intuitivamente più semplice.

³⁵ Una distribuzione di probabilità congiunta se θ è un vettore

CAPITOLO 3

STIMA DELL’AFFIDABILITA’ E DELLA FUNZIONE DI STRUTTURA

3.0 INTRODUZIONE

Lo stage svolto presso *Engineering Ingegneria Informatica S.p.A* è stata un’esperienza costruttiva che mi ha consentito di poter lavorare con personale efficiente. Per la durata dello stage i miei studi si sono focalizzati sui rischi operativi, in special modo: sul calcolo della Funzione di Struttura e dell’Affidabilità di un sistema³⁶. Il lavoro che verrà presentato in seguito fa riferimento al calcolo dei coefficienti della Funzione di Struttura con l’utilizzo dell’Algoritmo di Enzeman.

Questo algoritmo si fonda sul *teorema di unicità della forma polinomiale* della Funzione di Struttura, dove:

“Ogni Funzione di Struttura φ ammette una ed una sola rappresentazione in forma polinomiale”, vale a dire:

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = a_0 + a_1 \cdot x_1 + \dots + a_n \cdot x_n + a_{1,2} \cdot x_1 \cdot x_2 + \dots + a_{n-1} \cdot x_{n-1} \cdot x_n + \dots + a_{1, \dots, n} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

³⁶ Ci riferiamo ai sistemi bancari.

L'obiettivo è quello di determinare i coefficienti a_i con $i \in [1...n]$, nell'ambiente MathCad, una volta calcolati con un opportuno algoritmo si è in grado di rappresentare la Funzione di Struttura del sistema.

L'algoritmo costruito in MathCad riesce a recuperare tutti i stati possibili delle *n_componenti che costituiscono il sistema e poi descrivere i coefficienti*. Le diverse fasi che hanno portato a tale calcolo saranno presentate in seguito.

3.1 ENGINEERING INGEGNERIA INFORMATICA

La Engineering è stata costituita a Padova il 6 giugno del 1980, nata con la denominazione *Cerved Engineering*.

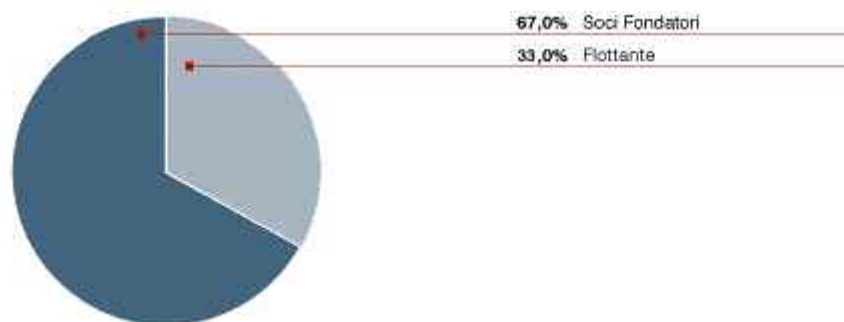
Nel 1984 la società è stata rilevata dai soci fondatori mediante un'operazione di *management buy out* e così la Cerved esce di scena. Solo dopo un anno, nell'85 nasce la *Softlab* che oggi rappresenta una delle maggiori controllate.

Con gli inizi degli anni '90 la società avvia una fase di espansione, cioè entrano nel capitale in qualità di investitori il Gruppo Paribas, Italmobiliare e IBM Italiana, che però usciranno successivamente.

La spinta alla crescita viene sostenuta da due scelte strategiche:

- 1) La decisione di quotare la capogruppo al Nuovo Mercato;
- 2) L'avvio di un piano di acquisizione di società, tra cui la ex Olivetti-Sanità (oggi Engineering Sanità Enti Locali), e recentemente Neta nel modo della Utility, BIP-Business Integration Partners nel ramo della consulenza e Overit nel settore del field service e contact center.

Dal 12 dicembre del 2000 la Engineering è entrata in Borsa al Nuovo Mercato, l'assetto azionario è rappresentato da un nucleo stabile che garantisce continuità di gestione:



Il Gruppo è stato definito come un'organizzazione completa lungo la filiera dei servizi IT, i quali sono:

- 11 società controllate;
- 3.000 dipendenti di cui 1.500 nella capogruppo Engineering Ingegneria Informatica;
- 31 sedi commerciali (di cui una a Dublino e una a Bruxelles);
- 3 laboratori di ricerca e di sviluppo;
- Scuola di Formazione ICT per il gruppo e per il mercato.

Dopo 25 anni, la Engineering ha una quota del 3% del mercato italiano delle tecnologie e dei servizi IT, le core business sono:

- *Business e System Integration;*
- *Outsourcing.*

L'offerta è rivolta a grandi clienti e organizzazioni complesse pubbliche e private impegnate nel cambiamento di strutture, processi e strategie.

L'organizzazione è costituita da una struttura in continua evoluzione per un mercato che continua a cambiare e conta su un sistema integrato di strutture produttive, commerciali e laboratori di sviluppo, distribuiti sul territorio garantendo così la continuità del rapporto con il mercato.

Dall'esperienza personale svolta posso affermare che il lavoro di squadra, ispirato a scelte condivise, è la chiave di un'organizzazione dinamica e flessibile, così come lo è l'Engineering.

La conoscenza del mercato è anche presidio del territorio dato che si hanno ben 31 filiali e si ha un contatto stretto con ben 650 clienti.

I progetti e i servizi sono rivolti alle imprese di medie e di grandi dimensioni, al modo della Pubblica Amministrazione e alle Utility, i risultati del gruppo sono

incoraggianti, dato che nel 2003, nonostante la stagnazione del mercato, Engineering ha conseguito risultati brillanti.

Il settore Finanza è storicamente il primo mercato su cui opera il Gruppo, seguito dalla Pubblica Amministrazione (Centrale e Locale, Difesa e Spazio, Sanità), dall'Industria e dalle Telecomunicazioni.

3.1.1 I RISCHI E ENGINEERING

Engineering Ingegneria Informatica S.p.A. realizza dei lavori per conto delle Banche. Questo lavoro fa riferimento alla realizzazione dei sistemi integrati per la gestione qualitativa\quantitativa dei rischi, in particolare quelli operativi, con lo scopo di:

- Creazione di una biblioteca elettronica dei rischi operativi. Si utilizzerà ARIS, un tool di modellazione e analisi organizzativa prodotto dalla casa tedesca IDS-Sheer;
- Garantire rapidità nel reperimento delle informazioni e completezza delle stesse. Tali informazioni saranno strutturate in ARIS in base al modello quantitativo previsto dagli strumenti di calcolo e di analisi;
- Rendere facile ed integrata la gestione dei dati in termini di concentrazione e classificazione delle informazioni ed in termini di riutilizzo da parte degli strumenti di analisi quantitativa;
- Creazione del Data Base delle perdite aziendali ed integrazione con standard e strumenti messi a disposizione dalla banca stessa;
- Implementazione e gestione di strumenti per la misura gestionale e regolamentare del Rischio Operativo.

La fornitura da parte di Engineering prevede la realizzazione dell'integrazione con la gestione quantitativa effettuata tramite Relex³⁷. In questo elaborato l'attenzione è stata focalizzata sull'analisi degli *indicatori qualitativi*, la Funzione

³⁷ Software specializzato nello studio e nella gestione dell'affidabilità di prodotti/sistemi

di Struttura, che rientra nella *gestione quantitativa* che Engineering lo gestisce tramite modelli e algoritmi opportuni che sono:

- Modello Fault Tree: viene definito con i legami logici tra rischi, distribuzione esponenziale di tempi di guasto, e anche definito come condizione di riparabilità/degradazione e di dipendenze formali;
- Algoritmi di calcolo: questi servono a determinare gli *indicatori qualitativi* (*Funzione di Struttura, Minimal Cut Set, Operational VaR*, ecc.), tali calcoli li vedremo in seguito;
- Algoritmi di stima: ci consentono di avere delle stime sui parametri (*Stima Bayesiana, Stimatori di Massima Verosimiglianza*, ecc.).

3.1.2 ARCHITETTURA DEL SISTEMA

L'Engineering prevede una fornitura:

- *di servizi di consulenza,*
- *strumenti per la gestione qualitativa e quantitativa dei rischi operativi.*

Questo lavoro è abbastanza complesso, ma viene svolto in modo efficiente e con la massima professionalità da un grande gruppo che è l'Engineering. Brevemente possiamo presentare come viene articolato il lavoro e in cosa consiste, o meglio definire l'architettura globale del sistema che sta alla base delle soluzioni proposte.

- 1) Si ha un data base integrato processi/rischi/procedure che è operativo nell'ambiente *ARIS*, alimentato dai seguenti input:
 - I. Attraverso i Risk Assessment, calcolo che viene effettuato per ogni linea operativa;
 - II. Attraverso il ritorno dei dati dal data base sul quale gira il motore di calcolo statistico.
- 2) Si ha un data base che contiene l'Albero dei Guasti(tramite l'utilizzo del software *Relex*), costruito con i dati importati dal tool *ARIS*;
- 3) Si aggiunge un motore di calcolo per la costruzione degli indicatori, che genera la stima dei parametri e la generazione di report;

4) Si ha infine un data base che viene alimentato con dati provenienti da:

- I. Data base integrato *processi/rischi/procedure*;
- II. Dati e stime ottenuti attraverso il motore di calcolo;
- III. Data base dell'Albero di Guasto.

L'Architettura globale della soluzione, graficamente può essere presentata come:

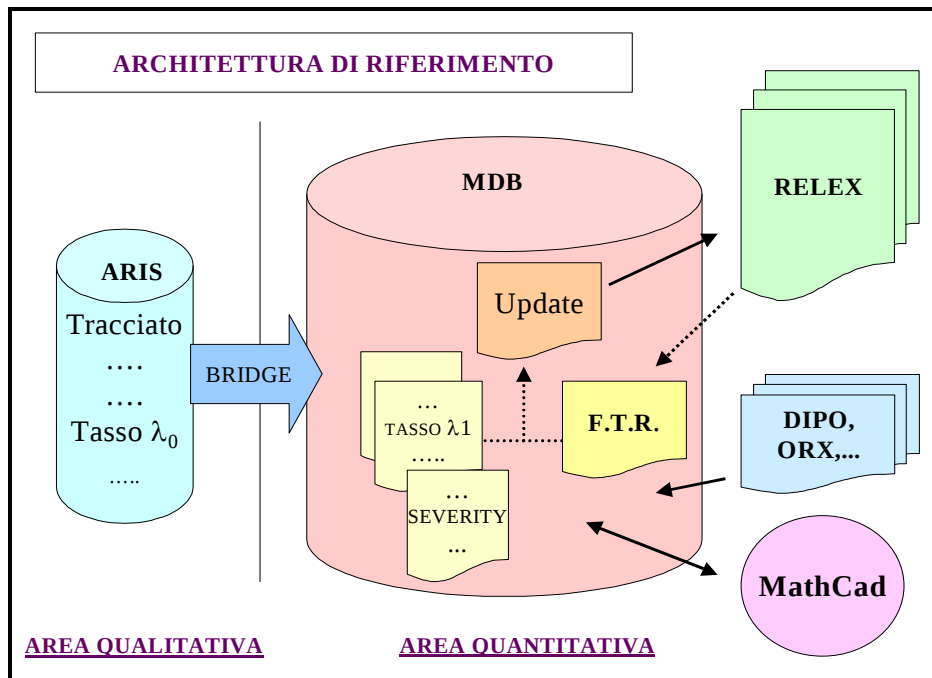


Figura 3.1

Come possiamo vedere nella figura 3.1, l'ARIS è un software abbastanza complesso e comprende una serie di data base(*processi/rischio/procedure*), nell'insieme il tool ha lo scopo di “*mappare*” i processi/attività di una banca.

Il data base degli Alberi di Guasto utilizza un software chiamato Relex. Tale software permette di descrivere, gestire e anche sviluppare delle analisi(FTA) su questi Alberi.

Per quanto riguarda l'analisi delle stime dei parametri, quindi il motore di calcolo, si utilizza uno strumento valido, MathCad.

Tutte le informazioni provenienti dall'area ARIS e gli output generati da MathCad, Relex e gli altri data base, sono gli input che MDB utilizza per l'analisi quantitativa dei dati.

Lo scambio biunivoco tra *MDB* e *Relex*, e tra *MDB* e il motore di calcolo, permette di aggiornare le stime dei parametri e le misure di rischio a cui si è interessati.

Nei paragrafi successivi presenteremo alcuni programmi realizzati nell'area MathCad , che ci permettono di poter stimare la funzione di struttura e altri parametri d'interesse. In base a tali parametri, sempre in MathCad, e attraverso stime Bayesiane vedremo come ricavare il Tasso di Guasto e l'Affidabilità del sistema. Gli esempi riportati in seguito, per il calcolo dei parametri sopra citati, sono costruiti su dati puramente inventati.

3.2 STIME DELLA FUNZIONE DI STRUTTURA

Nel capitolo 2 si è parlato della Funzione di Struttura, della sua importanza e dei due modelli utilizzati per il suo calcolo. In seguito mostreremo come questi modelli vengono tradotti nel linguaggio MathCad e determineremo l'Affidabilità del sistema. Solo in base a una sua valutazione ottimale della funzione di struttura possiamo ottenere l'Affidabilità del sistema.

3.2.1 CALCOLO DEI COEFFICIENTI DELLA F.S. CON L'ALGORITMO DI ENZEMAN

Illustriamo nella figura 3.1 la procedura seguita per la determinazione dei coefficienti della Funzione di Struttura, avremo come risultato la rappresentazione in forma polinomiale che come sappiamo per ogni funzione booleana è unica(in riferimento al capitolo 2).

Per la valutazione dei coefficienti della Funzione di Struttura siamo partiti considerando una matrice **K**, che contiene i stati possibili per due Basic Event, l'utente in seguito può apportare delle modifiche, aggiornando il numero delle componenti e in questo modo verrà generata un'altra matrice che contiene i stati possibili per $n_componenti$, **SDC**.

Una volta ottenuta la matrice degli stati si è in grado, sempre in ambiente MathCad, di poter proseguire il lavoro definendo così i coefficienti in modo progressivo. Significa che, la matrice finale, **MCOF**, ottenuta ordina i coefficienti rinvenuti, partendo da quelli più semplici (questi hanno solo uno stato non funzionante, cioè solo un 1 nella riga della matrice **SDC**, indicatrice dello stato del sistema) per poi andare avanti con il calcolo dei coefficienti un po' più complessi (quelli aventi più di un 1 nella riga della matrice **SDC**, indicatrice dello stato del sistema). Infine, l'ultima riga della matrice **MCOF** contiene il valore del coefficiente più complesso, cioè quello che fa riferimento al non funzionamento di tutte le componenti, o meglio del sistema stesso (tutti i valori della riga della matrice **SDC** dei stati saranno 1).

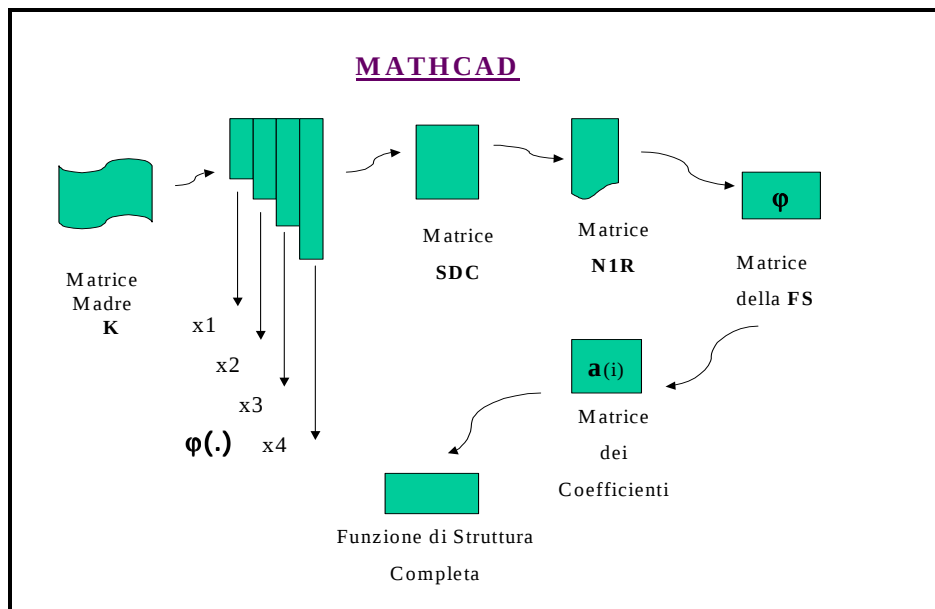


Figura 3.2

Presentiamo meglio le matrici in **Input** come sono composte e costruite :

- **K** → E' una matrice che contiene lo stato delle due componenti X_1, X_2 , definita "matrice madre". I due stati sono fissi e solo in base ad essi vengono poi generati diversi sistemi³⁸ con varie $n_componenti$. Le due componenti possono assumere solo i valori 0/1, cioè funzionante/non

³⁸ Notiamo che con: $X(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ lo stato delle n componenti del sistema al tempo t e che $X(t)$ può assumere uno di 2^n valori, corrispondenti alle possibili combinazioni degli stati (funzionante o non funzionante) delle n componenti.

funzionante, e tutte le possibili combinazioni dei loro stati sono riportati con la stessa scrittura;

- $k \rightarrow$ indica il numero dei Basic Event che compongono il sistema che si vuole esaminare:

Numero dei Basic Event: = “deciso dall’utente”

$k := \text{“Numero dei Basic Event”} - 2$

- $FS \rightarrow$ matrice che contiene i valori degli stati delle Funzioni di Struttura per ogni componente, anche essa può assumere solo i valori 0/1, dato che parliamo di funzioni booleane.

In base agli input (K, k, FS), che dipendono dall’utente, sono stati costruiti algoritmi appropriati consentendoci in tal modo di poter determinare le stime dei coefficienti della forma polinomiale della funzione ϕ . Tutte le matrici che vengono generate sono presentate nell’esempio del paragrafo 3.2.1.1.

Ricordiamo che: “**A ogni matrice corrisponde un algoritmo di calcolo**”, i programmi creati verranno riportati nell’appendice.

3.2.1.1 ESEMPIO

La matrice di partenza K ha dimensioni 4×2 e contiene, come sopra descritta, lo stato di due componenti (X_1, X_2) con tutte le combinazioni e indichiamo con:

$\rightarrow X_j$, con $0 \leq j \leq q-1$, lo stato della componente j -esima, dove:

- $[X_j] = 1$ se la componente j -esima è non funzionante;
- $[X_j] = 0$ se la componente j -esima è funzionante.

$\rightarrow i$, con $0 \leq i \leq (q-1)^2$.

K_{ij} corrisponde all’elemento che sta in corrispondenza della riga i -esima e lungo la colonna j -esima.

➤ **PROGRAMMA SDC**

Quindi partiamo dalla matrice K, con due componenti o basic events:

$$K := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

In base ad essa otteniamo la matrice degli stati possibili per le quattro componenti SDC_{ij} è composta da $k+2$ Basic Event, significa che K viene aggiornata per un numero di Basic Event uguale a 4, aggiungiamo 2 componenti; quindi corrisponde all'elemento che sta in corrispondenza della riga i-esima e lungo la colonna j-esima.

$$\text{Numero Basic Event} := 4 \rightarrow k := \text{Numero Basic Event} - 2 = 2$$

$$SDC(K, k) =$$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	1	0	0
4	0	0	1	0
5	1	0	1	0
6	0	1	1	0
7	1	1	1	0
8	0	0	0	1
9	1	0	0	1
10	0	1	0	1
11	1	1	0	1
12	0	0	1	1
13	1	0	1	1
14	0	1	1	1
15	1	1	1	1

D o v e :

- $[X_1] \rightarrow \text{prima colonna}(0)$: sono i stati che la prima componente può assumere;
- $[X_2] \rightarrow \text{seconda colonna}(1)$: sono i stati che la seconda componente può assumere, in funzione delle altre componenti;
- $[X_3] \rightarrow \text{terza colonna}(2)$: si presentano i stati della terza componente in funzione delle altre tre;
- $[X_4] \rightarrow \text{quarta colonna}(3)$: stati della quarta componente in relazione con le altre.

➤ **PROGRAMMA N1G**

Abbiamo successivamente creato una matrice che contiene due colonne in più, le quali contengono rispettivamente:

→ la quinta colonna(4)³⁹: contiene il valore corrispondente allo stato del sistema per l'*i-esima riga di combinazioni tra le componenti che lo caratterizzano*, calcolata in funzione della posizione degli unii nella riga, troviamo il suo valore in decimale:

$$X_{i,q} \leftarrow \sum_{j=0}^{q-1} X_{i,j} \cdot 2^j$$

→ la sesta colonna(5): contiene il numero degli unii che risulta per ogni riga, o meglio per ogni tipo di combinazione degli stati delle componenti in esame.

Il numero degli unii presenti in una riga ci sarà utile per tradurre in nostro lavoro nel linguaggio MathCad in modo più semplificato, ma soprattutto ci aiuta a definire in base a tale numero il valore che i coefficienti della Funzione di Struttura possono assumere. La matrice **N1R** è quella di riferimento per la determinazione dei coefficienti, su di essa si concentrerà tutto il lavoro che si presenterà in seguito.

N1R(X) =

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
2	0	1	0	0	2	1
3	1	1	0	0	3	2
4	0	0	1	0	4	1
5	1	0	1	0	5	2
6	0	1	1	0	6	2
7	1	1	1	0	7	3
8	0	0	0	1	8	1
9	1	0	0	1	9	2
10	0	1	0	1	10	2
11	1	1	0	1	11	3
12	0	0	1	1	12	2
13	1	0	1	1	13	3
14	0	1	1	1	14	3
15	1	1	1	1	15	4

³⁹ Scriviamo 4 perché in MathCad la matrice parte a contare da 0 e non da 1.

➤ **PROGRAMMA SCOF**

Successivamente introduciamo i valori della funzione di struttura $\phi(X) = FS$, ricordiamo che sono valori puramente inventati.

Gli input derivati dalla **FS** e anche dall'algoritmo **N1R** sono quelli che ci consentono di poter determinare i coefficienti. L'algoritmo funziona nel seguente modo:

- 1) Considera la prima riga della matrice FS che per definizione è zero e determina il valore del $[a_0]$;
- 2) Si passa nella riga successiva dove in base al numero degli zeri in essa presenti si svolge il calcolo del coefficiente, dato dalla differenza del valore della sua Funzione di Struttura e i coefficienti precedentemente trovati (questi devono figurare nella in una colonna aggiuntiva, *la settima*, che si modifica mano a mano che si va avanti);
- 3) Il ciclo si ripete fino a quando tutti i coefficienti della Funzione di Struttura per il sistema in esame sono stati calcolati, ricordando che ciò avviene in modo abbastanza automatico con le opportune condizioni proposte.

➤ **PROGRAMMA MID & MCOF**

In base alla matrice **SCOF** ricavato precedentemente e a una matrice identità **MID** calcoliamo i coefficienti della forma polinomiale della funzione ϕ .

Per costruzione della matrice finale abbiamo che :

$$a_0 = 1$$

Lo stato del sistema è funzionante se:

$$X1 = X2 = X3 = X4 = 0,$$

quindi tale coefficiente è:

$$a_0 * X1 * X2 * X3 * X4 = 0$$

Ricaviamo così la matrice **MCOF** di dimensione **16x1**, che contiene i valori dei coefficienti, questi sono riportati affianco della matrice **MCOF**.

$$FS := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$MCOF(R, N) = \begin{array}{cc|c} & & 0 \\ \hline 0 & 1 & \\ 1 & - & 1 \\ 2 & 0 & \\ 3 & 1 & \\ 4 & 0 & \\ 5 & 1 & \\ 6 & - & 1 \\ 7 & 0 & \\ 8 & 0 & \\ 9 & 0 & \\ 1 & 0 & \\ 1 & 0 & \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & \\ 1 & 2 & \\ 1 & -5 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} & & a_0 \\ & & a_1 \\ & & a_2 \\ & & a_{1,2} \\ & & a_3 \\ & & a_{1,3} \\ & & a_{2,3} \\ & & a_{1,2,3} \\ & & a_4 \\ & & a_{1,4} \\ & & a_{2,4} \\ & & a_{1,2,4} \\ & & a_{3,4} \\ & & a_{1,3,4} \\ & & a_{2,3,4} \\ & & a_{1,2,3,4} \end{array}$$

Possiamo così rappresentare la forma polinomiale della Funzione di Struttura dove:

$$\begin{aligned} a_0 &= a_2 = a_3 = a_{1,2,3} = a_4 = a_{1,4} = a_{2,4} = a_{1,2,4} = 0 \\ &\Downarrow \\ a_{1,2} &= a_{1,3} = a_{1,3,4} = 1 \\ &\Downarrow \\ a_1 &= a_{2,3} = a_{3,4} = -1 \\ &\Downarrow \\ a_{2,3,4} &= 2 \\ &\Downarrow \\ a_{1,2,3,4} &= -2 \end{aligned}$$

Sostituiamo i coefficienti trovati e segue che:

$$\begin{aligned} \varphi(X_1, X_2, X_3, X_4) &= \\ -x_1 + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_2 \cdot x_3 - x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + 2 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \end{aligned}$$

3.2.2 CALCOLO DELLA F.S. CON I MINIMAL CUT SETS

Per poter calcolare la funzione di struttura abbiamo bisogno dell'Albero di Guasto nella sua forma matriciale e per calcolare così la Funzione di Struttura. Il procedimento seguito lo possiamo sintetizzare nei passaggi dati dalla figura 3.3.

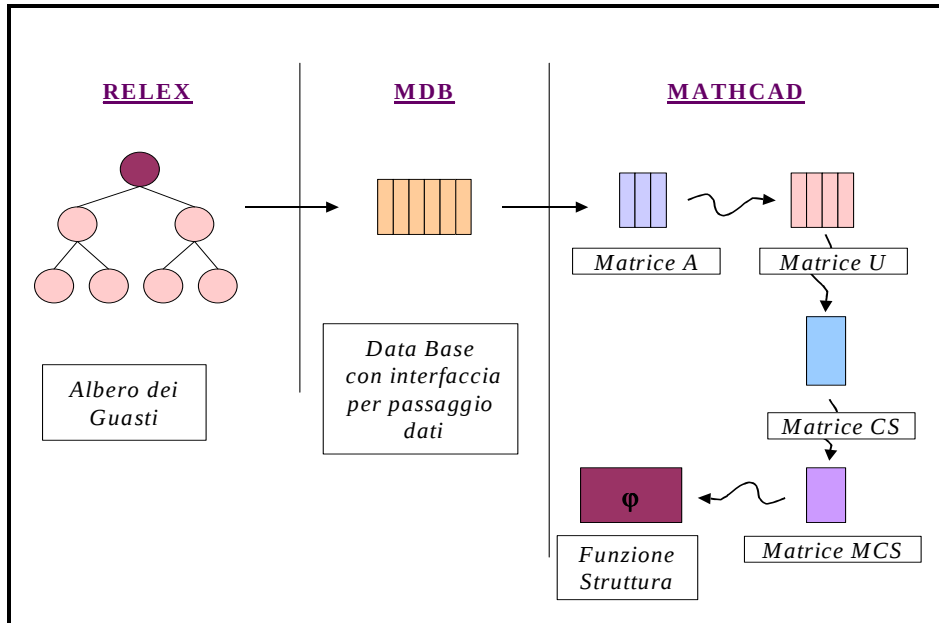


Figura 3.3

La traduzione dell'Albero di Guasto in matrice ci serve per poter lavorare in MathCad e ciò deve avvenire senza perdita di informazioni.

La rappresentazione matriciale dell'Albero di Guasto necessita di tre informazioni chiave, le quali sono:

- I. Il nome di ogni componente dell'albero, denominandolo FTNAME;
- II. Il tipo di gate di ogni componente⁴⁰ denominandolo FTTYPE;
- III. Il predecessore⁴¹ ogni componente, denominandolo FTPARENT.

Di conseguenza in base a tali informazioni possiamo costruire la matrice raffigurante l'Albero di Guasto. Questa matrice è di dimensione $n \times 3$ dove n identifica il numero di componenti/nodi che compongono l'albero, quindi ogni riga corrisponde a uno specifico evento/nodo e le informazioni ad essa associate (FTNAME/FTTYPE/FTPARENT).

⁴⁰ Basic Event, And gate, Or gate...ecc;

⁴¹ le origini del gate in analisi.

Notiamo che il *Top Event* non è esplicitamente identificato, però possiamo arrivare ad esso tramite la terza colonna, *FTPARENT*, sapendo che per definizione il Top Event non ha nessun predecessore.

Identificando i Cut Sets che costituiscono il sistema possiamo così arrivare a determinare i suoi Minimal Cut Sets che ci consentono poi di determinare la Funzione di Struttura.

Consideriamo un esempio di tale operazione ricordando che ogni matrice che otteniamo è originata da un opportuno algoritmo.

Tutti i programmi realizzati verranno presentati nell'appendice.

3.2.2.1 ESEMPIO

Consideriamo l'Albero di Guasto riportato nella figura 3.4 facendo attenzione all'identificazione di ogni costrutto. L'FTNAME è identificato da stringhe di caratteri, l'FTTYPE da numeri e infine l'FTPARENT è un misto di numeri e caratteri. Il numero di componenti che costituiscono l'albero è $n = 16$, però nell'albero notiamo la presenza di un clone che è l'Evento 6.

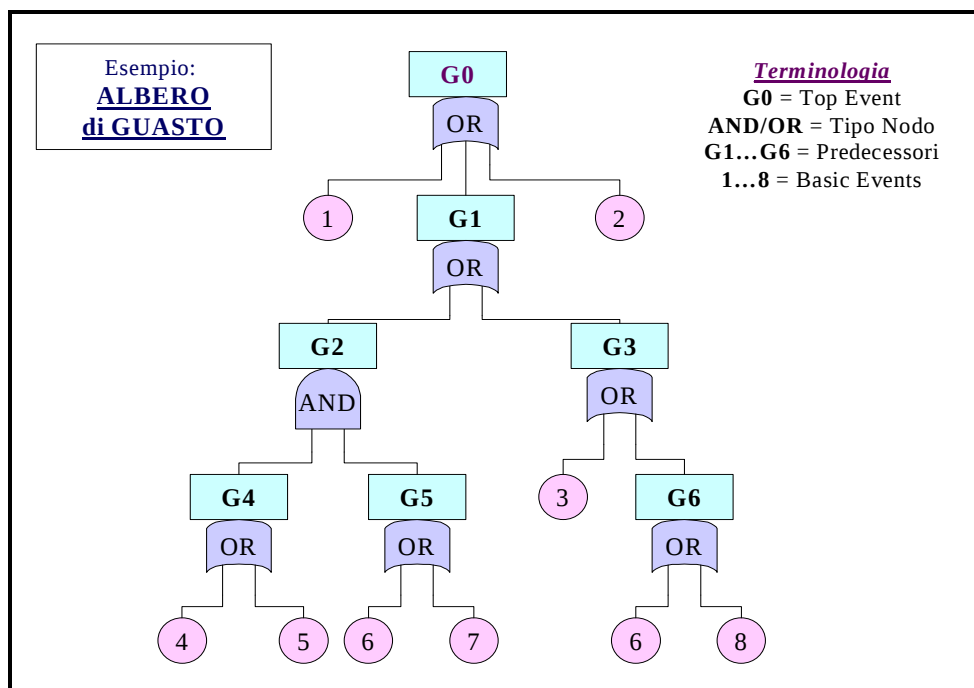


Figura 3.4

La matrice risultante è di dimensioni **16x3**, dove:

→ i la i -esima componente, dove $0 \leq i \leq n-1$ ⁴²;

→ j la j -esima informazione, dove:

- se $j = 0$ allora è il valore FTNAME;
- se $j = 1$ allora è il valore FTTYPE;
- se $j = 2$ allora è il valore FTPARENT.

Quindi A_{ij} rappresenta l'elemento che sta in corrispondenza della riga i -esima e lungo la colonna j -esima.

➤ PROGRAMMA CS

Partiamo dalla matrice **A** che identifica l'Albero di Guasto leggendola dal basso verso l'alto, così siamo in grado di descrivere l'albero considerando attentamente che, ad ogni FTNAME deve corrispondere l'esatto FTTYPE e FTPARENT, la lettura viene eseguita nel seguente modo:

- **G0** è un nodo OR e rappresenta il Top Event;
- **Event 1** è un Basic Event e ha come predecessore **G0**;
- **G1** è un nodo OR e ha come predecessore **G0**...ecc.

$$A := \begin{pmatrix} "g0" & "or" & 0 \\ "event 1" & "basic" & "g0" \\ "g1" & "or" & "g0" \\ "event 2" & "basic" & "g0" \\ "g2" & "and" & "g1" \\ "g3" & "or" & "g1" \\ "g4" & "or" & "g2" \\ "g5" & "or" & "g2" \\ "event 3" & "basic" & "g3" \\ "g6" & "or" & "g3" \\ "event 4" & "basic" & "g4" \\ "event 5" & "basic" & "g4" \\ "event 6" & "basic" & "g5" \\ "event 7" & "basic" & "g5" \\ "event 6" & "basic" & "g6" \\ "event 8" & "basic" & "g6" \end{pmatrix}$$

⁴² Utilizziamo questo intervallo di valori per omogeneità di scrittura con il software MathCad dove, ad esempio, con X_{00} si indica il valore della matrice X che sta sulla prima riga in corrispondenza della prima colonna.

Usiamo questa matrice, chiamata **A**, come input per l'algoritmo realizzato in MathCad, anche se per valutazioni che faremo in seguito useremo la matrice **U**.

La matrice **U** ha solo colonna in più, che ci consente di poter conoscere il tipo di gate(FTTYPE) dalla quale è stato generato FTNAME in analisi.

U =

	0	1	2	3
0	"g0"	"or"	0	0
1	"event 1"	"basic"	"g0"	"or"
2	"g1"	"or"	"g0"	"or"
3	"event 2"	"basic"	"g0"	"or"
4	"g2"	"and"	"g1"	"or"
5	"g3"	"or"	"g1"	"or"
6	"g4"	"or"	"g2"	"and"
7	"g5"	"or"	"g2"	"and"
8	"event 3"	"basic"	"g3"	"or"
9	"g6"	"or"	"g3"	"or"
10	"event 4"	"basic"	"g4"	"or"
11	"event 5"	"basic"	"g4"	"or"
12	"event 6"	"basic"	"g5"	"or"
13	"event 7"	"basic"	"g5"	"or"
14	"event 6"	"basic"	"g6"	"or"
15	"event 8"	"basic"	"g6"	"or"

In base alla matrice **U** troviamo i Cut Sets dell'Albero di Guasto. L'algoritmo che determina i *Cut Sets* opera nel seguente modo:

→ cerca nella matrice **U** il Top Event(facilmente riconoscibile perché *FTPARENT* è uguale a 0) e lo mette in una matrice, chiamata **Y**, che per ora ha dimensioni **1×1** ;

→ analizza la matrice **Y**:

- se il Top Event è un *nodo OR* allora sostituisce quell'elemento con tutti i suoi successori⁴³ disponendoli uno sotto l'altro; la matrice **Y** viene aggiornata ed ora assume dimensioni **r×1**, con r numero di nodi che arrivano Top Event;
- se il Top Event è un *nodo AND* allora sostituisce tale nodo con tutti i suoi successori ma, questa volta, disponendoli su colonne diverse; la matrice **Y**

⁴³ Con *successori* intendiamo tutti i nodi che da un punto di vista grafico “stanno sotto”.

aggiornata assume dimensioni $1 \times r$, con r numero di nodi che arrivano al Top Event.

→ Si analizza di nuovo la matrice Y aggiornata. Ogni suo elemento viene esaminato:

- Se l'elemento è un Basic Event viene lasciato immutato;
- Se l'elemento è un nodo OR viene sostituito con i suoi figli aggiungendo alla matrice Y tante righe quanti sono questi successori. Gli elementi che stavano sulla stessa riga del nodo sostituito vengono riportati in ognuna delle nuove righe contenenti i successori;
- Se l'elemento è un nodo AND viene sostituito con i suoi figli ma questa volta si aggiunge alla matrice Y una colonna per ogni suo successore. Gli elementi che stavano sulla stessa colonna del nodo rimangono nella loro posizione e nelle posizioni corrispondenti delle nuove colonne viene inserito (automaticamente) uno zero;

→ La matrice Y si è aggiornata ed ogni suo elemento viene di nuovo analizzato. Se tutti i suoi elementi sono Basic Event allora il processo si ferma, altrimenti l'analisi si riprende.

Come risultato abbiamo la matrice seguente, contenente tutti i Cut Sets dell'Albero di Guasto in esempio.

$$CS = \begin{pmatrix} \text{"event 1"} & 0 \\ \text{"event 4"} & \text{"event 6"} \\ \text{"event 4"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 6"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 3"} & 0 \\ \text{"event 6"} & 0 \\ \text{"event 8"} & 0 \\ \text{"event 2"} & 0 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$$

Ogni riga di tale matrice corrisponde a un Cut Set per il sistema e questi sono:

→ { "event 1" }, { "event 4", "event 6" }, { "event 4", "event 7" },
 { "event 5", "event 6" }, { "event 5", "event 7" }, { "event 3", "event 6" },
 { "event 8" }, { "event 2" }.

Ricordiamo che lo 0 non ha alcun significato e che quattro Cut Sets contengono due Basic Events.

➤ **PROGRAMMA MCS**

Successivamente con l'input la matrice **CS** valutiamo un opportuno algoritmo per trovare i Minimal Cut Sets del sistema. Questo processo si articola in due fasi principali:

- I. ogni singola riga della matrice **CS** viene analizzata; se nella stessa riga si rileva la presenza di elementi simili, questi vengono eliminati a parte uno, cioè si eliminano le ridondanze;
- II. vengono confrontate le righe della matrice CS tra loro eliminando le ridondanze.

La matrice **MCS** che viene prodotta in questa fase presenta in ogni riga ognuno dei Minimal Cut Set dell'Albero di Guasto.

I Minimal Cut Sets dell'Albero di Guasto sono:

→ {"event 1"}, {"event 4", "event 7"}, {"event 5", "event 7"}, {"event 3"}, {"event 6"}, {"event 8"}, {"event 2"}.

$$MCS = \begin{pmatrix} \text{"event 1"} & 0 \\ \text{"event 4"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 3"} & 0 \\ \text{"event 6"} & 0 \\ \text{"event 8"} & 0 \\ \text{"event 2"} & 0 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$$

Notiamo che le ridondanze ovviamente sono state eliminate, cioè due Cut Sets che contenevano {"event 6"} vengono eliminati perchè esiste {"event 6"}.

Da quanto spiegato nel capitolo 2 ricordiamo che:

$$\varphi(X(t)) = \prod_{j=1}^r k_j = \prod_{j=1}^r \left(1 - \prod_{i \in K_j} (1 - X_i(t)) \right)$$

Dove, K_j rappresenta il j-esimo *Minimal Cut Sets*, $1 \leq j \leq r$, del sistema.

Nel nostro esempio abbiamo che: $\rightarrow x_j = \text{"event } j\text{"}$, con $j = 1, 2, \dots, 8$.

La Funzione di Struttura, in base ai Minimal Cut Sets ottenuti, risulta:

$$\rightarrow k_1 = 1 - (1 - x_1) = x_1;$$

$$\rightarrow k_2 = 1 - (1 - x_4)(1 - x_7) = x_4 + x_7 - x_4 x_7;$$

$$\rightarrow k_3 = 1 - (1 - x_5)(1 - x_7) = x_5 + x_7 - x_5 x_7;$$

$$\rightarrow k_4 = 1 - (1 - x_3) = x_3;$$

$$\rightarrow k_5 = 1 - (1 - x_6) = x_6;$$

$$\rightarrow k_6 = 1 - (1 - x_8) = x_8;$$

$$\rightarrow k_7 = 1 - (1 - x_2) = x_2;$$

di conseguenza si ha:

$$\varphi(x_1, \dots, x_8) = \prod_{j=1}^8 k_j =$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_8 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8$$

Il valore numerico della Funzione di struttura, calcolato in seguito, è la misura di rischio relativa al Top Event, derivata dalle rispettive misure di rischio(misura di affidabilità) per ogni Basic Event.

3.3 STIMA DELL’AFFIDABILITA’

Per poter stimare l’Affidabilità di un sistema partiamo da dati di input ricevuti dall’esterno. Questi dati sono:

1) **Tasso di Guasto:** tale valore è dato dall’utente(λ_0) e in base alla sua costanza viene valutato α , che rappresenta lo *shape parameter* della distribuzione di $Wei(\alpha, \beta)$ infine si considerano dei valori [k_1 e k_2] che si basano sulla fiducia delle stime ricevute dell’utente associandole poi a livelli di confidenza(C) opportuni. Riportiamo tali dati nella seguente matrice **P**:

$$P := \begin{matrix} & \begin{matrix} FTNAME & \alpha & \lambda_0 & k_1 & k_2 & C \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \text{"event 1"} \\ \text{"event 2"} \\ \text{"event 3"} \\ \text{"event 4"} \\ \text{"event 5"} \\ \text{"event 6"} \\ \text{"event 7"} \\ \text{"event 8"} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 0.8 & 2.2 & 0.90 \\ 1.1 & 1.5 & 0.7 & 2 & 0.95 \\ 1 & 1.3 & 0.8 & 2 & 0.95 \\ 0.9 & 0.5 & 0.6 & 1.2 & 0.95 \\ 1 & 1.1 & 0.4 & 1.8 & 0.95 \\ 1 & 0.9 & 0.5 & 1.9 & 0.95 \\ 1 & 1.6 & 0.8 & 2.1 & 0.90 \\ 1 & 1.2 & 0.8 & 1.8 & 0.95 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

2) **Stima dei Parametri** : Eseguiamo questa stima facendo riferimento a due distribuzioni, quella a *Priori* e a *Posteriori*.

→ **A Priori**: si considera la distribuzione $Gamma(a;b)$ la quale fa riferimento alla funzione $SP(\lambda, k1, k2, C)$, con i λ in input è così definita:

Guess value: $a := 10, b := 10$

Given $(a > 0) (b > 0) (b = \frac{\lambda}{a})$

$$\int_{\lambda \cdot k1}^{\lambda \cdot k2} \frac{x^{a-1}}{b^a \cdot \Gamma(a)} \cdot e^{\frac{-x}{b}} dx \geq C$$

$$\left| \frac{\int_0^{\infty} \frac{x^{a-1}}{b^a \cdot \Gamma(a)} \cdot e^{\frac{-x}{b}} dx - \lambda}{\lambda} \right| \leq 1 - C$$

$$SP(\lambda, k1, k2, C) := Minerr(a, b)$$

In base a tutti i vincoli la funzione *Minerr* calcola gli a e b che soddisfano i vincoli proposti.

Questa funzione viene applicata a tutte le righe della matrice iniziale **P**, o meglio viene valutata per ogni Basic Event. I risultati di tale funzione sono riportati nella matrice **D**.

$$D := \begin{pmatrix} \text{FTNAME} & \alpha & \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \text{"event 1"} & 1.1 & 38.573 & 0.031 \\ \text{"event 2"} & 1.1 & 25.873 & 0.058 \\ \text{"event 3"} & 1 & 61.574 & 0.021 \\ \text{"event 4"} & 0.9 & 72.845 & 6.862 \times 10^{-3} \\ \text{"event 5"} & 1 & 7.598 & 0.145 \\ \text{"event 6"} & 1 & 9.654 & 0.093 \\ \text{"event 7"} & 1 & 38.573 & 0.041 \\ \text{"event 8"} & 1 & 61.566 & 0.019 \end{pmatrix}$$

3) **Stime Bayesiane**: Successivamente consideriamo le *Stime Bayesiane* del Tasso di Guasto(λ). Per questo calcolo usiamo tecniche di stima Bayesiana le quali si applicano quando si hanno a disposizione dei dati sulle rilevazioni dei guasti dei Basic Event che costituiscono il sistema.

- Il lavoro svolto si basa su dei dati *censurati del I tipo*, il che significa che il periodo di osservazione è fissato ed i dati registrati corrispondono al tempo di vita del componente, quindi si è incerti se lungo il periodo di vita il guasto si verifica oppure no;
- Considereremo che la variabile aleatoria T^{44} abbia distribuzione di Weibull con parametri α e β , dove T^α si distribuisce come una Esponenziale di parametro $\lambda = \frac{1}{\beta}$;

In riferimento a queste considerazioni possiamo stimare il Tasso di Guasto (λ) in base allo Stimatore Bayesiano notando che:

- Se $T \sim \text{Exp}(\lambda)$ allora $\hat{\lambda}_b = \frac{r + a}{S + 1/b}$
- Se $T \sim \text{Wei}(\alpha, \beta)$ allora $\hat{\lambda}_b = \frac{r + a - 2}{S + 1/b}$

Dove:

→ a e b = parametri stimati in base alla distribuzione a priori Gamma;

→ r = numero di rilevazioni associate ai tempi t_i in cui si è verificato il guasto;

⁴⁴ Variabile che descrive il tempo di guasto.

$$\rightarrow S = \sum_{i=1}^r t_i^\alpha + \sum_{i=r+1}^n z_i^\alpha, \text{ notiamo che } (z_i) \text{ rappresenta i tempi aderenti alle } n-r \text{ unità}$$

che non hanno subito guasti.

Su rilevazioni dei guasti inseriamo i valori per ogni Basic Event di r e S e con le matrici ottenute precedentemente⁴⁵ valutiamo un programma opportuno **SB** per calcolare queste stime.

Come risultato la matrice ottenuta è così composta:

$$SB := \begin{matrix} & \begin{matrix} FTNAME & \hat{\lambda} \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ll} \text{"event 1"} & 0.964 \\ \text{"event 2"} & 1.015 \\ \text{"event 3"} & 1.148 \\ \text{"event 4"} & 0.483 \\ \text{"event 5"} & 0.541 \\ \text{"event 6"} & 0.531 \\ \text{"event 7"} & 1.286 \\ \text{"event 8"} & 1.072 \end{array} \right. \end{matrix}$$

4) **Stima dell’Affidabilità**: In base a tali stime e dati possiamo calcolare l’Affidabilità ad ogni Basic Event e soltanto così determinare quella dell’intero sistema, o meglio del Top Event.

L’Affidabilità per ogni Basic Event può essere calcolata in *due modi*:

➤ **Affidabilità media di ogni Basic Event** come valore atteso a posteriori della funzione di Affidabilità, ossia:

$$\bar{R} = \int_0^{\infty} R(t; \lambda) \cdot g(\lambda | t_1, \dots, t_n) d\lambda$$

Dove:

→ $g(\lambda | t_1, \dots, t_n) = \underline{\text{Funzione a Posteriori}}$;

→ $R(t; \lambda) = \underline{\text{Funzione di Affidabilità}}$.

La variabile casuale T si distribuisce o come una Esponenziale o come una Weibull, le funzioni di Affidabilità relative a queste due distribuzioni sono:

- Se $Exp(\lambda)$ allora $R(t; \lambda) = e^{-\lambda \cdot t}$;
- Se $Wei(\alpha, \lambda) = Wei(\alpha, 1/\beta)$ allora $R(t; \lambda) = e^{-\lambda \cdot t^\alpha}$

⁴⁵ Programma D

Queste informazioni si basano su *funzioni a posteriori*, le quali vengono tradotte nel linguaggio MathCad e così riusciamo ad avere le stime cercate.

Come output avremo la matrice Rpost:

$$R_{post} := \begin{pmatrix} 0.386 \\ 0.369 \\ 0.32 \\ 0.618 \\ 0.592 \\ 0.595 \\ 0.282 \\ 0.345 \end{pmatrix}$$

➤ Affidabilità di ogni Basic Event calcolata come **stima puntuale** o meglio ottenuta con la stima bayesiana del parametro ($\lambda = \hat{\lambda}_b$).

Solo dopo la loro stima possiamo determinare l’Affidabilità attesa del sistema e avere così la misura del rischio.

Costruiamo un programma adattato per tale calcolo che si basa sulla funzione di Affidabilità della distribuzione di Weibull:

$$R(t; \lambda) = e^{-\lambda \cdot t^\alpha}$$

Se $\alpha = 1$ allora tale distribuzione corrisponde alla funzione di Affidabilità della distribuzione Esponenziale e viene calcolata per $\lambda = \hat{\lambda}_b$.

L’output che otteniamo è il seguente:

$$R := \begin{pmatrix} 0.382 \\ 0.362 \\ 0.317 \\ 0.617 \\ 0.582 \\ 0.588 \\ 0.276 \\ 0.342 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{“event 1”} \\ \text{“event 2”} \\ \text{“event 3”} \\ \text{“event 4”} \\ \text{“event 5”} \\ \text{“event 6”} \\ \text{“event 7”} \\ \text{“event 8”} \end{matrix}$$

Ogni riga corrisponde al valore dell’Affidabilità per ogni Basic Event.

5) **Stima della Funzione di Struttura:** l’ultimo programma FS consente di poter calcolare l’Affidabilità attesa dell’Albero di Guasto o meglio del Top Event,

di conseguenza siamo in grado di poter sapere se il Top Event è in uno stato di funzionamento.

Le matrici sopra ottenute⁴⁶ servono da input in questo modo per entrambi i metodi avremo:

$$\Rightarrow FS(MCS,D,R_{post}) = 4.822 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow FS(MCS,D,R) = 4.451 \times 10^{-3}$$

Il valore dell’Affidabilità del sistema è molto basso e entrambi i modelli proposti ci propongono valori simili tra loro. Di conseguenza possiamo dire che: *la stima puntuale ci da informazioni approssimativamente uguali a quelli dell’Affidabilità attesa.*

3.4 CONCLUSIONI

Il calcolo della Funzione di Struttura tramite i due metodi proposti è abbastanza simile, anzi i risultati si approssimano bene l’uno all’altro.

L’algoritmo di Enzeman è un metodo valido per poter determinare i coefficienti della forma polinomiale della Funzione di Struttura esprimendo così in maniera abbastanza soddisfacente il legame tra il Top Event e i Basic Event dell’Albero di Guasto. Il risultato finale è stato soddisfacente, dato che ci ha consentito di determinare il modo di *descrivere in maniera compatta il guasto/fallimento del sistema per tutti i possibili stati delle componenti* in esame.

In riferimento a questi metodi si riesce a valutare l’Affidabilità del sistema e una volta che essa è stata definita, il gruppo della Engineering, cerca di elaborare nel modo più corretto opportune misure di *Severity* che permettano il calcolo del VaR. In seguito a tale calcolo si cerca la corretta stima della perdita economica relativa al rischio supportato rispettando il vincolo di *adeguatezza patrimoniale* proposto dal Comitato di Basilea 2.

⁴⁶ MCS, D, R, Rpost.

L'analisi dei rischi operativi è veramente un lavoro molto macchinoso e di conseguenza tutt'ora in una fase di forte allargamento. Le novità con l'introduzione di questi rischi nell'Accordo di Basilea sono state numerose e di certo non sono mancate le polemiche riguardanti l'ampia libertà che viene lasciata alle banche per la loro gestione. Proprio la libertà nel gestire questo rischio porta a uno studio approfondito e efficiente in modo da formulare proposte innovative e valide. Tali proposte vengono formulate da molte aziende competenti, come la Engineering, che concentrano il loro lavoro nello studio di tali rischi e la loro gestione nel modo più appropriato.

Durante lo stage svolto presso l'Engineering S.p.A ho avuto la possibilità di poter utilizzare il programma MathCad e svolgere i studi sopra riportati riguardanti la gestione del rischio operativo. Con un opportuno programma creato in questo ambiente sono riuscita a calcolare la Funzione di Struttura per *n_componenti*. Spero che questo programma sia forse il punto di partenza per un studio successivo dell'Affidabilità e della Severity tramite l'Algoritmo di Enzeman.

APPENDICE

MATHCAD

PROGRAMMI PER IL CALCOLO DELLA FUNZIONE DI STRUTTURA CON L'ALGORITMO DI ENZEMAN

➤ Matrice Madre, **K**:

$$K := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

➤ Matrice degli Stati **SDC** per $N = 4$ Componenti:

```
SDC(K, k) := x ← 0
              while x ≤ k - 1
                p ← rows(K)
                q ← cols(K)
                for i ∈ 0..p - 1
                  for j ∈ 0..q - 1
                    Mi,j ← Ki,j
                    Mi,q ← 0
                for i ∈ 0..p - 1
                  for j ∈ 0..q - 1
                    Mp+i,j ← Ki,j
                    Mp+i,q ← 1
                p ← rows(M)
                q ← cols(M)
                for i ∈ 0..p - 1
                  for j ∈ 0..q - 1
                    Ki,j ← Mi,j
                x ← x + 1
              K
```

- Matrice $N1R$ indicatrice del numero degli zeri in una riga:

$$N1R(X) := \left| \begin{array}{l} p \leftarrow \text{rows}(X) \\ q \leftarrow \text{cols}(X) \\ \text{for } i \in 0..p-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} X_{i,q} \leftarrow \sum_{j=0}^{q-1} X_{i,j} \cdot 2^j \\ X_{i,q+1} \leftarrow \sum_{j=0}^{q-1} X_{i,j} \end{array} \right. \\ X \end{array} \right.$$

- Matrice **FS** contenente i valori della Funzione di Struttura per $N = 4$:

$$FS := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

➤ Matrice SCOF del calcolo dei coefficienti della Funzione di Struttura:

```

SCOF(FS, S) :=
  p ← rows(S)
  q ← cols(S)
  for i ∈ 0..p - 1
    C ← FS0,0
    Si,q ← C if Si,q-1 = 0
    Si,q ← FSi,0 - C if Si,q-1 = 1
  z ← 2
  while z ≤ b
    v ← 0
    for i ∈ 0..p - 1
      F ← 0
      for h ∈ 0..i
        for j ∈ 0..q - 3
          b ← 0
          Dj ← 1 if (Si,j = 1 ∧ Sh,j ≥ 0) ∨ (Si,j = 0 ∧ Sh,j = 0)
          Dj ← 0 if Si,j = 0 ∧ Sh,j = 1
          b ← b + 1
          F ← F + Sh,q if  $\sum_{j=0}^{q-3} D_j = 4 \wedge S_{h,q-1} < z$ 
        Si,q ← FSi,0 - F if Si,q-1 = z
        F ← F + 1
        v ← v + 1
      z ← z + 1
    S

```

- Matrice MID identità per la valutazione dei coefficienti:

```

MID(R, A) :=
  p ← rows(R)
  q ← cols(R)
  n ← cols(A)
  k ← 0
  for i ∈ 0..p - 1
    B ← 0
    for j ∈ 0..q - 4
      f ← 0
      Nj ← 1 if Ri,j = 0 ∧ Aj,0 ≠ 0
      Nj ← Aj,0 if Ri,j = 1 ∧ Aj,0 ≠ 0
      f ← f + 1
      B ← B + ∏j=0q-4 Nj
      Fi,0 ← B
      B ← B + 1
    k ← k + 1
  F

```

- Matrice MCOF contenente i valori dei coefficienti:

```

MCOF(R, N) :=
  p ← rows(R)
  q ← cols(R)
  T ← 0
  for i ∈ 0..p - 1
    Qi,0 ← Ni,0 · Ri,q-1
    T ← T + 1
  Q

```

PROGRAMMI PER IL CALCOLO DELLA FUNZIONE DI STRUTTURA CON I MINIMAL CUT SETS

➤ Matrice CS che identifica tutti i Cut Sets della matrice U:

$$CS = \begin{pmatrix} \text{"event 1"} & 0 \\ \text{"event 4"} & \text{"event 6"} \\ \text{"event 4"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 6"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 3"} & 0 \\ \text{"event 6"} & 0 \\ \text{"event 8"} & 0 \\ \text{"event 2"} & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}$$

➤ Matrice MCS che identifica i Minimal Cut Sets della matrice U

$$MCS = \begin{pmatrix} \text{"event 1"} & 0 \\ \text{"event 4"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 5"} & \text{"event 7"} \\ \text{"event 3"} & 0 \\ \text{"event 6"} & 0 \\ \text{"event 8"} & 0 \\ \text{"event 2"} & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}$$

➤ Matrici **P**, **S**, **r** per la Stima dei Parametri:

	ID	α	λ_0	k1	k2	C			
P :=	"event 1"	1.1	1.2	0.8	2.2	0.90	S :=	7.89	
	"event 2"	1.1	1.5	0.7	2	0.95		8.23	
	"event 3"	1	1.3	0.8	2	0.95		8	
	"event 4"	0.9	0.5	0.6	1.2	0.95		7.12	
	"event 5"	1	1.1	0.4	1.8	0.95		9	
	"event 6"	1	0.9	0.5	1.9	0.95		9.33	
	"event 7"	1	1.6	0.8	2.1	0.90		8.23	
	"event 8"	1	1.2	0.8	1.8	0.95		8	
								r :=	2
								2	
								2	
								3	
								1	
								1	
								3	
								2	

→ La matrice **S** = la sommatoria di tutti i tempi rilevati;

→ La matrice **r** = numero delle unità associate ad ogni Basic Event che ha subito un guasto;

→ La matrice **P** = associa le vari informazioni ad ogni Basic Event.

- Matrice **StimaPar**. che rappresenta la Stima dei Parametri:

```

StimaPar(P) := | n ← rows(P)
                | for i ∈ 0.. n - 1
                |   λi ← Pi,2
                |   for i ∈ 0.. n - 1
                |     k1,i ← Pi,3
                |     for i ∈ 0.. n - 1
                |       k2,i ← Pi,4
                |       for i ∈ 0.. n - 1
                |         Ci ← Pi,5
                |       for i ∈ 0.. n - 1
                |          $\begin{pmatrix} a_i \\ b_i \end{pmatrix} \leftarrow SP(\lambda_i, k_{1,i}, k_{2,i}, C_i)$ 
                |         Yi,0 ← Pi,0
                |         Yi,1 ← Pi,1
                |         Yi,2 ← ai
                |         Yi,3 ← bi
                | Y

```

- Matrice **SB** delle Stima Bayesiane:

```

SB(D, S, r) := | n ← rows(D)
                | for i ∈ 0.. n - 1
                |   λstim,i,0 ← Di,0
                |   λstim,i,1 ←  $\frac{D_{i,2} + r_i}{\frac{1}{D_{i,3}} + S_i}$  if Di,1 = 1
                |   λstim,i,1 ←  $\frac{D_{i,2} + r_i - 2}{\frac{1}{D_{i,3}} + S_i}$  if Di,1 ≠ 1
                | λstim

```



PROGRAMMA PER IL CALCOLO DELL'AFFIDABILITA'

➤ **Matrice R_{post} che calcolo l'Affidabilità con la Distribuzione a Posteriori:**

```

Rpost(t,D,S,r) :=
  i ← 0
  n ← rows(D)
  for h ∈ 0..n-1
    Th ← (t)Dh,1
    ah ← Dh,2
    bh ← Dh,3
  for k ∈ 0..(n-1)
    Ck ← ak + rk - 2
  while i ≤ n-1
    Ri ←
      
$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda \cdot T_i} \cdot \frac{\lambda^{a_i+r_i-1}}{\left[ \left( \frac{1}{S_i + \frac{1}{b_i}} \right)^{a_i+r_i} \cdot \Gamma[(a+r)_i] \right]} \cdot e^{\left( \frac{-\lambda}{\left( \frac{1}{S_i + \frac{1}{b_i}} \right)} \right)} d\lambda \quad \text{if } D_{i,1} = 1$$

      
$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda \cdot T_i} \cdot \frac{\lambda^{C_i-1}}{\left[ \left( \frac{1}{S_i + \frac{1}{b_i}} \right)^{C_i} \cdot \Gamma(C_i) \right]} \cdot e^{\left( \frac{-\lambda}{\left( \frac{1}{S_i + \frac{1}{b_i}} \right)} \right)} d\lambda \quad \text{if } D_{i,1} \neq 1$$

    i ← i + 1
  R

```

➤ Matrice R che calcola l'Affidabilità in base alla Stima Puntuale:

```

R(t,D,SB) :=
  n ← rows(D)
  for i ∈ 0..n-1
    Ri ← e-SBi,1·tDi,1
  R

```



PROGRAMMA PER IL CALCOLO DELLA FUNZIONE DI STRUTTURA

```

FS(MCS,D,R) :=
  p ← rows(MCS)
  q ← cols(MCS)
  n ← rows(D)
  for i ∈ 0..n - 1
    |
    | Yi,0 ← Di,0
    | Yi,1 ← Ri
  Y
  for i ∈ 0..p - 1
    for j ∈ 0..q - 1
      for s ∈ 0..n - 1
        Fi,j ← Ys,1 if MCSi,j = Ys,0
  for i ∈ 0..p - 1
    Ki ← 1 - ∏j=0q-1 (1 - Fi,j)
  FS ← ∏i=0p-1 Ki
  FS

```

In questo modo abbiamo ottenuto l’Affidabilità attesa dell’Albero di Guasto.

BIBLIO – WEBGRAFIA

- ✚ “*RELIABILITY: MODELING, PREDITION AND OPTIMIZATION*”.
Di: _ Wallace R. Bliscke, _ D. N. Prabhakar Murthy
Casa Editrice: _ John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- ✚ “*IL RISCHIO FINANZIARIO*”
Di: _ Umberto Cherubini, _ Giovanni Della Lunga
Casa Editrice: _ Mc. Grow-Hill (2001)
- ✚ “*STATISTICAL METHODS FOR THE RELIABILITY OF REPAIRABLE SYSTEM*”
Di: _ Steven E. Rigdon, _ Asit P. Basu
Casa Editrice: _ John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- ✚ “*INTRODUZIONE ALLA STATISTICA II*” *Inferenza, Verosimiglianza, Modelli*
Di: _ Luigi Pace, _ Alessandra Salvan
Casa Editrice: _ CEDAM (2001)
- ✚ Riferimenti da: “*UNIVERSITA’ DI CATTOLICA DEL SACRO CUORE*”
Facoltà di Scienze Statistiche Finanziarie & Assicurative
Conferenza del 9 novembre 2001
- ✚ Riferimenti da: “*PRESENTAZIONE DEL NUOVO ACCORDO DI BASILEA SUI REQUISITI PATRIMONIALI*”, *Documento Consultivo*.
- ✚ Riferimenti da: “*OPERATIONAL RISK*”, *Documento Consultivo*.
- ✚ Riferimenti da: “*PROGETTO IRM – Integrated Risk Management*”
WP1 – Analisi Funzionale Documento D1.5 / Rischi Operativi
- ✚ www.studiobottero.it/s_basilea2.asp
- ✚ www.eng.it
- ✚ www.basilea2.com
- ✚ www.bis.org
- ✚ <http://aziende.economia.virgilio.it>
- ✚ <http://polyhedron.it/rischio.htm>