

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**“STUDIO DI PROCESSI INNOVATIVI PER LA PRODUZIONE
DI FERROLEGHE: LA COLATA MEDIANTE POMPE
ELETTRICHE”**

RELATORE: CH.MO PROF. FABRIZIO DUGHIERO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA

LAUREANDO: GIRARDI ALBERTO

ANNO ACCADEMICO 2010-2011

INDICE

Sommario	pag. 1
1. Introduzione	pag. 2
2. Produzione delle ferroleghe	pag. 3
2.1 Contesto storico produttivo	pag. 3
2.2 Descrizione del processo produttivo	pag. 5
2.2.1 Preparazione carica delle materie prime	pag. 6
2.2.2 Preparazione elettrodi	pag. 7
2.2.3 Caricamento forni	pag. 8
2.2.4 Colata	pag. 8
2.2.5 Ripristini e pulizia	pag. 10
2.2.6 Solidificazione	pag. 11
2.2.7 Frantumazione e vagliatura	pag. 11
2.3 Il nuovo processo	pag. 12
3. MHD: elementi teorici.	pag. 14
3.1 Introduzione all'MHD	pag. 14
3.2 Storia dell'MHD	pag. 15
3.3 Applicazioni dell'MHD	pag. 16
3.4 Teoria elettromagnetica	pag. 19
3.4.1 Introduzione	pag. 19
3.4.2 Riformulazioni	pag. 20
3.4.3 Condizioni al contorno	pag. 23
3.4.4 Problemi Open Boundary	pag. 25
3.4.5 Simmetrie	pag. 26
3.4.6 Metodi di soluzione	pag. 26
3.5 Teoria fluidodinamica	pag. 36
3.5.1 Tipi di moto	pag. 36
3.5.2 Equazione di continuità della portata	pag. 37

3.5.3 Reticolato di flusso	pag. 37
3.5.4 Moti rotazionali e irrotazionali	pag. 38
3.5.5 Moto laminare e turbolento	pag. 39
3.5.6 Equazione di Navier-Stokes	pag. 44
3.6 Accoppiamento: inserimento della forza di Lorentz	pag. 47
3.6.1 Equazioni di Maxwell in forma ridotta per l'MHD	pag. 47
3.6.2 Equazione di Navier-Stokes completa	pag. 47
3.6.3 Parametri fondamentali	pag. 47
4. Pompe elettromagnetiche	pag. 49
4.1 Introduzione	pag. 49
4.2 Tipi di pompe	pag. 49
4.2.1 Pompe a conduzione	pag. 50
4.2.2 Pompe ad induzione	pag. 50
4.2.3 SSLIP: Single Sided Linear Induction Pump	pag. 51
4.2.4 DSLIP: Double Sided Linear Induction Pump	pag. 51
4.2.5 ALIP: Annular Linear Induction Pump	pag. 52
4.2.6 CALIP: Concentric Annular Linear Induction Pump	pag. 52
4.2.7 Considerazioni su campi e correnti indotte	pag. 53
4.2.8 HWLIP: Hellically Wound Linear Induction Pump	pag. 54
4.3 Scelta del tipo di pompa	pag. 55
5. Descrizione del lavoro sperimentale	pag. 56
5.1 Studio elettromagnetico del dispositivo	pag. 56
5.1.1 Analisi parametrica	pag. 56
5.1.2 Valutazione del rendimento	pag. 64
5.1.3 Modello assialsimmetrico	pag. 66
5.2 Studio fluidodinamico del dispositivo	pag. 67
5.2.1 Analisi numerica	pag. 67
5.2.2 Analisi analitica	pag. 70
5.3 Export dati da Flux e import in Comsol	pag. 72

5.4 Miglioramento del modello	pag. 74
5.5 Analisi termica	pag. 77
5.6 Confronto Flux-Comsol	pag. 83
5.7 Problema accoppiato	pag. 84
5.8 Miglioramento finale del modello	pag. 88
6. Dimensionamento di un prototipo di pompa da laboratorio	pag. 93
6.1 Progettazione	pag. 93
6.2 Osservazioni	pag. 97
7. Conclusioni	pag. 98
Ringraziamenti	pag. 100
Bibliografia	pag. 101

SOMMARIO

Nel presente elaborato è stato studiato un metodo alternativo nella produzione delle ferroleghes, che consiste nell'utilizzo di pompe elettromagnetiche per effettuare l'estrazione del fuso dal crogiolo, a differenza dei tradizionali metodi di colata. In particolare si è cercato di capire se un simile processo possa trovare applicazione nell'industria del settore; per fare ciò si è cercato di dimostrare la sua economicità a confronto coi metodi tradizionali.

Lo studio si è avvalso di strumenti sia analitici che numerici, in particolare CedratFlux e Comsol. Grazie ad essi è stato possibile realizzare dei modelli 2D di alcuni tipi di pompe e studiarne il funzionamento. I risultati utili ai fini dello scopo prefissato sono le tonnellate per ora di materiale processato (throughput) in funzione dell'energia in ingresso.

Si è giunti in fine a decretare l'effettivo vantaggio nell'utilizzare il nuovo metodo di produzione, verificando che i costi di gestione, cioè il consumo dell'apparecchio, è di circa 4 volte inferiore al consumo dei soli frantoi e vagli del precedente processo. I vantaggi non sono comunque solamente economici, infatti esso permette la riduzione del rumore e dell'inquinamento dell'ambiente di lavoro. Inoltre una conseguenza del ridotto consumo di energia elettrica è la riduzione dell'inquinamento atmosferico prodotto.

1. INTRODUZIONE

L'applicazione nell'industria dell'MHD (Magnetohydrodynamics) è un aspetto ancora poco investigato. Le sue potenzialità sono comunque enormi; questo perché la sua caratteristica principale è quella di riuscire a compiere lavoro sul metallo fuso senza entrarne in contatto. Esistono comunque processi di affermato impiego tra i quali il più importante è lo "stirring" elettromagnetico, processo che consente di rimescolare il materiale fuso all'interno di un condotto per migliorarne l'omogeneità e le caratteristiche fisiche.

Il pompaggio attraverso l'utilizzo di pompe elettromagnetiche trova collocazione soprattutto nei reattori nucleari, ma non è stato ancora applicato in maniera consolidata nell'industria metallurgica. Questo evidentemente a causa delle basse efficienze che presentano questi dispositivi nel caso in cui la distanza tra essi e il metallo da pompare sia elevata. Non è detto comunque che questo pregiudichi il loro impiego in qualsiasi applicazione. Lo scopo di questo elaborato è infatti quello di verificare se l'inserimento di una pompa elettromagnetica nella catena produttiva delle ferroleghie può condurre ad un certo vantaggio economico.

Le ferroleghie sono delle leghe ferrose prodotte attraverso la fusione dei materiali che le compongono in un forno ad arco, a temperature che si aggirano attorno ai 1500°C. Si può quindi immaginare come l'isolamento termico e quindi la distanza tra la pompa e il fuso dovranno essere di elevata entità, causando il degrado delle performance del dispositivo. Nel processo produttivo convenzionale, il fuso viene fatto colare in piscine, raffreddato e successivamente rotto in piccoli pezzi e vagliato, ai fini di ottenere pezzatura in dimensioni commerciali.

Si tratta quindi di confrontare il consumo di frantoi e vagli (la cui potenza si aggira attorno ai 100kW per processare 8,6 tonnellate/ora di materiale) con quella della pompa elettromagnetica. Quest'ultima sarà applicata direttamente al crogiolo e, attraverso un funzionamento ad intermittenza, andrà ad estrarre la quantità desiderata di materiale.

Per effettuare tale studio ci si è avvalsi di software agli elementi finiti, al fine di simulare il processo completo. Si può ben capire come, per un problema simile, sia necessario accoppiare fenomeni di natura diversa, in particolare elettromagnetico e fluidodinamico. Infatti la spinta che muove il metallo fuso è di natura elettromagnetica. E' stato utilizzato quindi Comsol, un software multiphysics. Sono stati svolti inoltre calcoli analitici per quanto riguarda la parte fluidodinamica.

Nei seguenti capitoli verranno affrontati i seguenti argomenti:

- Metodo tradizionale di produzione delle ferroleghie.
- Teoria elettromagnetica, fluidodinamica e relativo accoppiamento tra i due fenomeni.
- Tipi di pompe elettromagnetiche esistenti.
- Simulazioni e risultati.

2. PRODUZIONE FERROLEGHE

2.1 – CONTESTO STORICO PRODUTTIVO

Con il termine ferroleghe si intendono precisamente “quei prodotti ferrosi che non si prestano né alla laminazione, né alla fucinatura e che costituiscono correttivi utilizzati in siderurgia”.

Sono suddivise in 4 categorie, a seconda della composizione chimica:

- Ferroleghe al silicio (FeSi con tenori di Silicio tra il 10 e il 95%) e siliciuro di calcio;
- Ferroleghe al manganese (FeMn carburato e affinato, SiMn), ghisa silico manganesifera;
- Ferroleghe al cromo (FeCr carburato, FeSiCr, FeCrsuperaffinato);
- Ferroleghe speciali (FeMo, FeV, FeTi, ecc.) utilizzate in quantità ridotte, ma fondamentali per la produzione di acciai speciali.

La produzione di questi materiali è caratterizzata dall'utilizzo di forni elettrici ad arco sommerso, quindi è da considerare ad “uso elettrico obbligato”, cioè l'energia elettrica non è sostituibile per questo processo produttivo.

Proprio per questo motivo, la localizzazione geografica iniziale di queste attività metallurgiche è stata dettata, in misura importante, dalla disponibilità di energia elettrica prodotta per via idraulica, che fino alla fine degli anni sessanta, era in esubero rispetto alle effettive richieste, soprattutto durante il periodo estivo di maggiore disponibilità idrica. Sono state avviate quindi nel Nord Italia molte attività produttive particolarmente energivore, caratterizzate da assorbimento significativo di potenza elettrica con continuità temporale.

Nella situazione italiana sono stati inseriti stabilimenti con forni ad arco-riduzione nelle zone prealpine con produzioni anche solo stagionali in insediamenti dove veniva praticato interscambio con altre produzioni effettuate con gli stessi forni.

Nel 1974 vengono censiti 49 forni per ferroleghe (fonte: Assider): l'età media dei forni è elevata, praticamente tutti sono entrati in funzione da diversi anni, a conferma di un assetto produttivo ormai consolidato e non più in espansione. La struttura dell'offerta nazionale (circa 250.000 t/ anno con una capacità produttiva installata di 450.000 t/ anno) copre circa il 50% del consumo interno, ed è di tipo oligopolistico, essendo in quegli anni il numero dei produttori nazionali circa una decina.

I produttori in quel periodo sono aggregabili in diversi gruppi.

Produttori siderurgici:

- Falck, stabilimento (50%) di Novate Mezzola (SO)
- Banzara (Darfo), ex Italsider, stabilimento di Darfo Boario Terme (BS)
- Tassara, stabilimenti Fornileghe a Breno (BS) ed Elettrosiderurgica Italiana (ELIT) a Cairo Montenotte (SV).

Produttori “chimici”:

- ex Montedison, stabilimenti di Massa, Saint Marcel (AO), Domodossola (VB)
- Società Italiana Magnesio, stabilimento di Bolzano.

Produttori specifici:

- Bettoni, stabilimenti Fucinati di Sellero (BS) e di Pisogne (BS), stabilimento (50%) di Novate Mezzola (SO)
- OET, stabilimenti di Calusco d'Adda (BG) e Trento

- Italgisa, stabilimento di Bagnolo Mella (BS)
- Indel, stabilimento di Ospitale di Cadore (BL)
- SALEM, stabilimento di Spigno Monferrato (AL)
- UEI, stabilimento di Quincinetto (TO).

Nel 1992, vent'anni dopo, l'attività mostra un numero ancora significativo di insediamenti; molti forni destinati a diverse tipologie di ferroleghe sono ancora installati, ma non più attivi e subiranno un successivo smantellamento (Fig. 2.1 e 2.2).

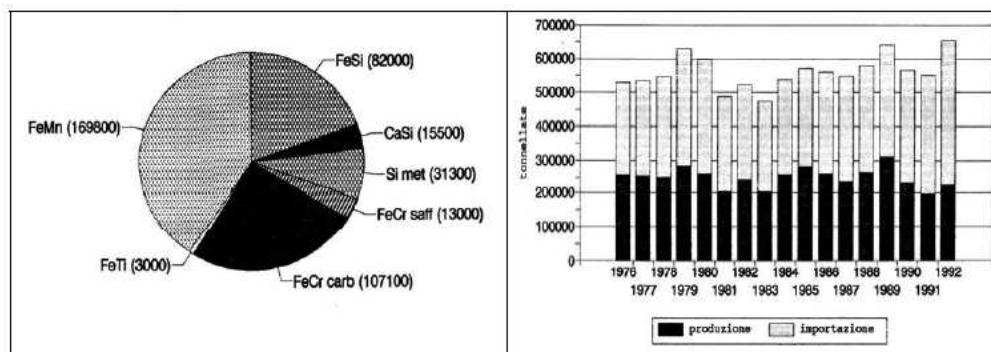


Fig. 2.1- A sinistra: capacità produttiva del comparto ferroleghe nel 1992. A destra: produzione e importazione.

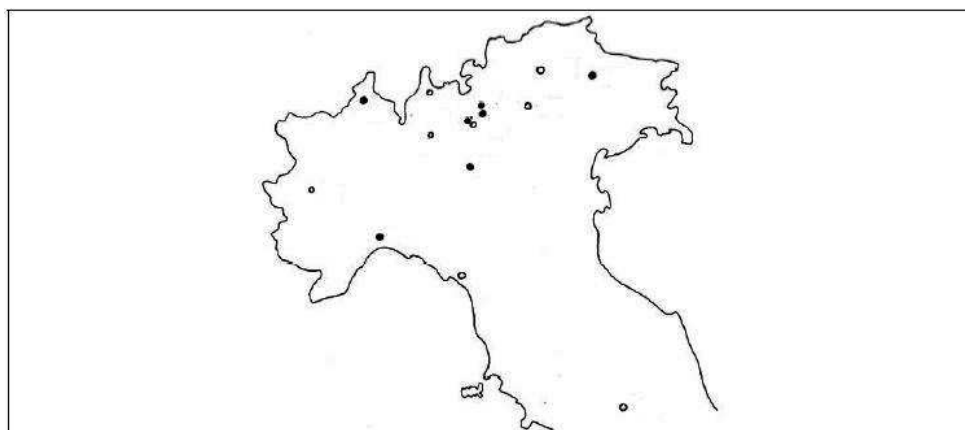


Fig. 2.2 – Situazione del comparto ferroleghe nel 1992: ●siti attivi, ○siti presenti ma non attivi.

A metà degli anni '90 il settore vive un momento in cui lo sfruttamento della base produttiva e del personale attivo, è ridotto ai minimi termini storici: circa 1000 addetti, rispetto ai 1500 del comparto, sono in cassa integrazione o di fronte alla prospettiva della chiusura della fabbrica.

Nel 1995 solo 12 forni dei 38 installati in Italia risultavano funzionanti: la produzione si era concentrata sulle leghe FeCr carburato e FeMn carburato e affinato, cioè quelle meno penalizzanti rispetto ai costi del prodotto estero: lo sfruttamento della capacità produttiva era molto differenziato in base alla tipologia di prodotto ed era determinato sostanzialmente dalla competitività economica dettata dai prodotti di importazione.

Per alcuni anni, la condizione di “sopravvivenza o estinzione” è rimasta una sorta di costante del settore, vulnerabile rispetto ai costi energetici, ma soprattutto rispetto alla concorrenza economica del prodotto importato, legato in maniera esclusiva al comparto siderurgico come mercato di vendita e

quindi alle sue crisi: la sopravvivenza del settore si è tradotta in una ulteriore riduzione delle unità produttive in attività.

In quegli anni, i forni di riduzione ad arco-resistenza venivano parzialmente utilizzati per il trattamento, oltre che tradizionalmente di minerali, anche di residui dell'industria metallurgica (scorie, fumi derivanti da impianti di abbattimento) e quindi il comparto avrebbe avuto la possibilità di acquisire una strategica importanza nel settore industriale nella valorizzazione e nel riciclo dei rifiuti del settore metallurgico.

Dagli anni '90 in questo contesto non è stato effettuato alcun investimento significativo, in quanto non direttamente remunerativo, e quindi anche le condizioni degli impianti e degli ambienti di lavoro non hanno usufruito di alcuna significativa innovazione.

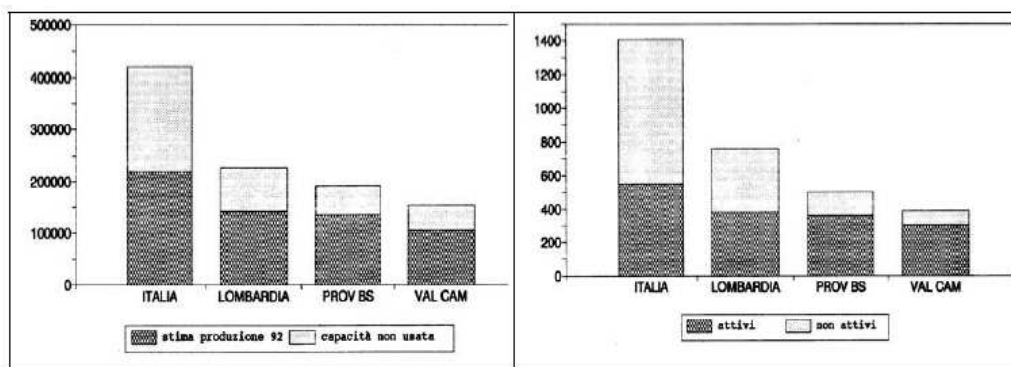


Fig. 2.3 – A sinistra: capacità produttiva e produzione (1992). A destra: dipendenti comparto ferroleghie.

All'inizio del 2005 l'attività di produzione ferroleghie in Italia viene condotta in un unico sito produttivo localizzato in provincia di Brescia.

2.2 - DESCRIZIONE DEL PROCESSO PRODUTTIVO

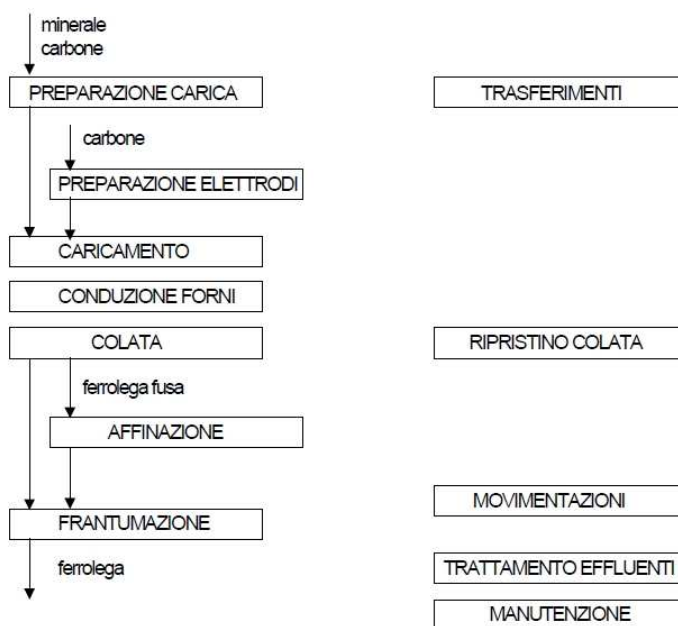


Fig. 2.4 –Schema a blocchi della produzione. A sinistra: sequenza di lavorazioni che trasformano le materie prime in ferroleghia. A destra: attività connesse al ripristino di impianti e attrezzature.

Il processo di produzione della ferrolega è articolato in varie fasi: per prima cosa si preleva la materia prima dal parco in cui è stoccata e la si posiziona nelle giuste proporzioni all'interno del forno ad arco. Contemporaneamente vengono preparati gli elettrodi dai quali verranno generate le scariche che forniscono l'energia per la fusione. Una volta che tutto il materiale si sarà fuso si procede alla colata; viene praticato un foro sulla parete del crogiolo e il materiale fuso cola attraverso appositi canali. In questa fase viene effettuata inoltre, la separazione tra ferrolega fusa e scorie. Il materiale incandescente viene a questo punto raccolto in vasche per la solidificazione e successivamente viene trasportato in frantoi e vagli dove viene frantumato per ottenere il prodotto finito in pezzatura commerciale.

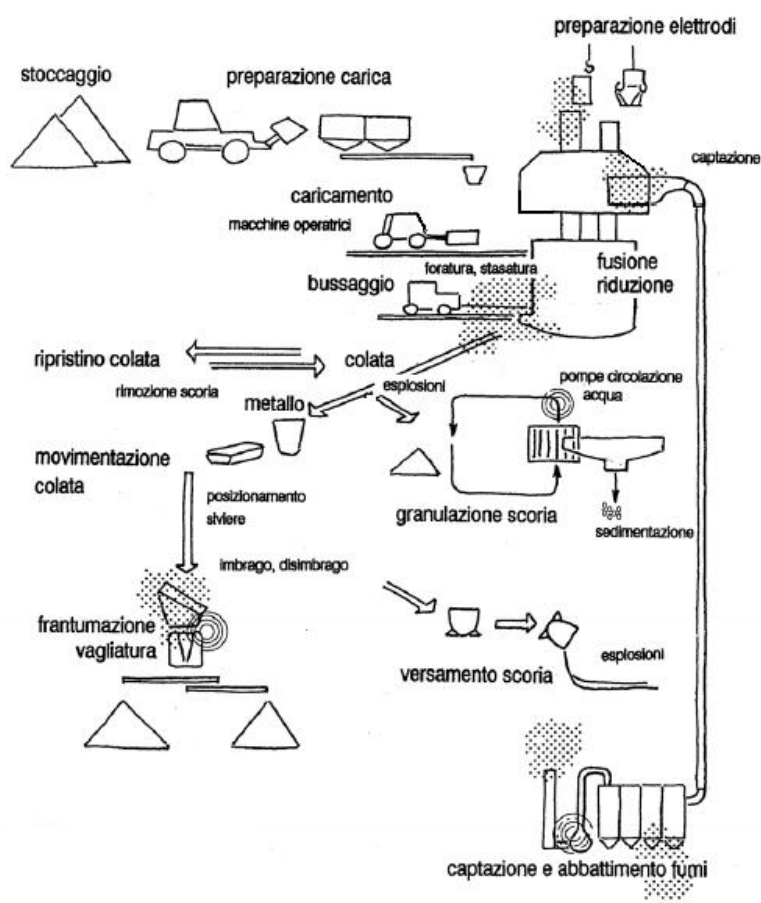


Fig. 2.5 – Ciclo produttivo delle ferroleghe.

2.2.1 - Preparazione carica materie prime.

Le materie prime arrivano negli stabilimenti tramite autocarri e vagoni ferroviari, vengono scaricate e stoccate nei parchi materie prime, in piazzali o box. Insieme ai minerali nei forni di riduzione vengono trattati altri sottoprodotti delle attività metallurgiche (scorie derivanti da fusione, minerali fini scartati da vagliatura e polveri provenienti da impianti di abbattimento) e ricicli provenienti dalle lavorazioni interne. Le materie prime vengono prelevate con ruspa e, dopo frantumazione principalmente della scoria riciclata, avviate tramite nastri o mezzi ai silos di caricamento dei forni, previa dosatura delle cariche (Fig. 2.6 e 2.7).

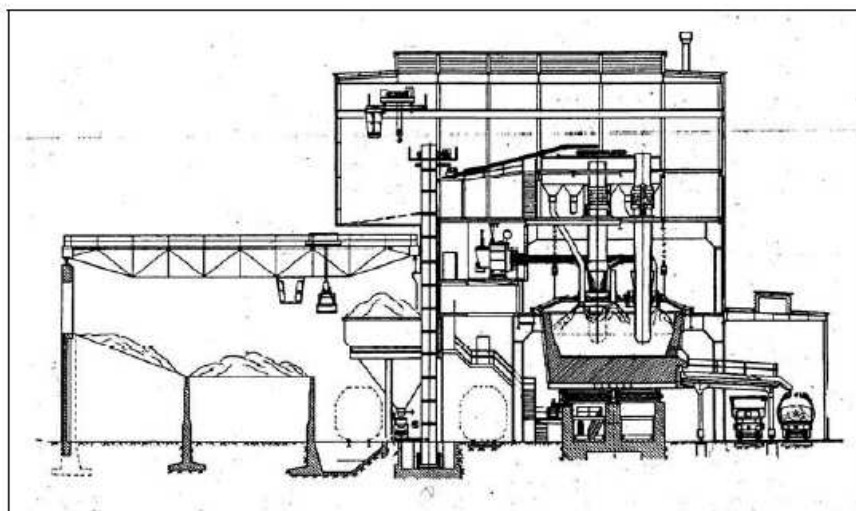


Fig. 2.6 – Layout tipico degli impianti di produzione delle ferroleghe.



Fig. 2.7 – A sinistra: parco materie prime. A destra: nastro trasportatore.

Per la produzione delle ferroleghe al manganese le principali materie prime impiegate sono:

- Minerale di manganese (45%)
- Quarzo (13,5%)
- Coke (13,5%)

Altre materie prime impiegate sono: scoria, spato, calcare, scaglia di ferro e polveri abbattimento fumi.

Per la produzione di ferroleghe ferro-silicio le principali materie prime impiegate sono: quarzo, coke, ossidi di ferro. Vengono inoltre utilizzati in quantità minore altri ossidi metallici. Il prodotto finito è composto in prevalenza da Si (70-90%), il resto è ferro e in piccole quantità alluminio, calce e carbonio.

2.2.2 - Preparazione elettrodi.

Gli elettrodi impiegati sono continui del tipo Söderberg. Sono formati da una camicia di lamiera (Fig. 2.8), che funge da contenitore periferico, riempita di pasta conduttiva. La preparazione dell'elettrodo

viene effettuata direttamente sopra forno, a un livello superiore individuato come piano camicie, saldando la camicia sull'elettrodo sottostante.



Fig. 2.8 – Camicie in lamiera.

2.2.3 - Caricamento forni.

Mediante l'uso di pale meccaniche il materiale viene prelevato dai silos e tramogge e caricato nei forni; quindi viene sistemato nel forno con l'impiego di macchine stoccatrici (Fig. 2.9). L'operazione di carica può essere automatica, direttamente in forno e comandata dalla cabina di controllo. In questo caso l'impiego delle macchine operatrici di platea risulta quindi limitato alle operazioni di stoccaggio. Durante la lavorazione i forni sono presidiati tramite cappe aspiranti fisse; le polveri abbattute vengono ricaricate previa pellettizzazione.

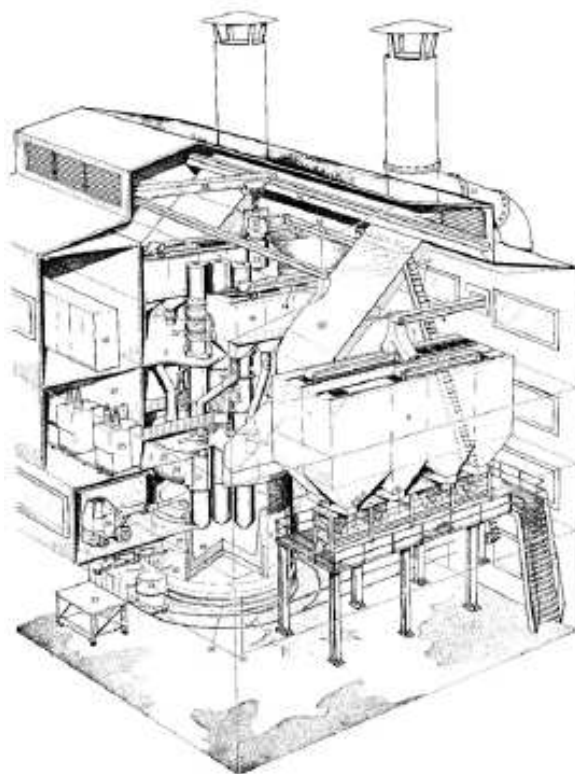


Fig. 2.9 – Tipico forno ad arco.



Fig. 2.10 – A sinistra: prelievo della carica. A destra: disposizione nel forno.

2.2.4 - Colata.

Lo spillaggio della ferrolega fusa avviene periodicamente con cicli di 2 – 4 ore. Durante la colata vengono eseguite le seguenti operazioni.

Bussaggio: apertura del foro di colata mediante la perforazione del forno con un perforatore meccanico. L'apertura del foro di colata può essere effettuato anche con l'impiego di lancia a ossigeno. Questa operazione viene effettuata da piano colata oppure su piattaforma rialzata se il livello di colata prevede l'inserimento di sivere e quindi ha maggiore dislivello (Fig. 2.10).



Fig. 2.11 – In alto a sinistra: bussaggio con perforatore. In alto a destra: bussaggio con lancia ad ossigeno. In basso: bussaggio con perforatore montato su macchina operatrice.

Conduzione della colata: lo spillaggio della colata viene agevolato mediante interventi manuali o con macchine operatrici. Il metallo si separa dalla scoria per differenza di peso specifico in un pozzetto separatore per sfioramento oppure direttamente in vasche o sivere di raccolta (Fig. 2.11). In questo caso la scoria, più leggera, fuoriesce dal primo contenitore per decantazione e viene raccolta in una

paiola. Dopo il raffreddamento si rende necessaria una ulteriore separazione della ferrolega dalla scoria, separazione che viene effettuata per frantumazione e per cernita manuale. Nel primo caso, invece, il metallo e la scoria seguono percorsi diversi e non sono necessarie altre operazioni di separazione. In alternativa la colata avviene mediante due fori posti a livelli diversi del forno: dal foro posto più in alto viene eseguito lo spillaggio della scoria e dal foro posto più in basso lo spillaggio del metallo; con questa tecnica le colate avvengono alternativamente nel tempo.



Fig. 2.12 – Riempimento di siviere e vasche con ferrolega.

Tappatura: terminato lo spillaggio viene eseguita la chiusura del foro di colata con massa a tappare. L'operazione avviene meccanicamente. La ferrolega, dopo una prima solidificazione, viene raccolta e avviata alla frantumazione.

Trasporto della colata: nel caso il metallo sia raccolto in siviere o paiole, si procede a movimentazione con carroponte. Quando si utilizzano le vasche di raccolta il metallo viene ricavato in pezzature di diverse dimensioni, da raccogliere e imbragare per poterle avviare alla frantumazione.

La scoria può subire diversi trattamenti.

- Viene granulata direttamente in acqua e trasportata direttamente allo stoccaggio (Fig. 2.12).
- Viene raccolta in paiole e versata ancora liquida.
- Viene raccolta in paiole e, dopo raffreddamento, frantumata e stoccata.

Dopo la frantumazione, viene reimpressa nella carica nel caso di interessanti tenori di metallo presenti nella scoria stessa.

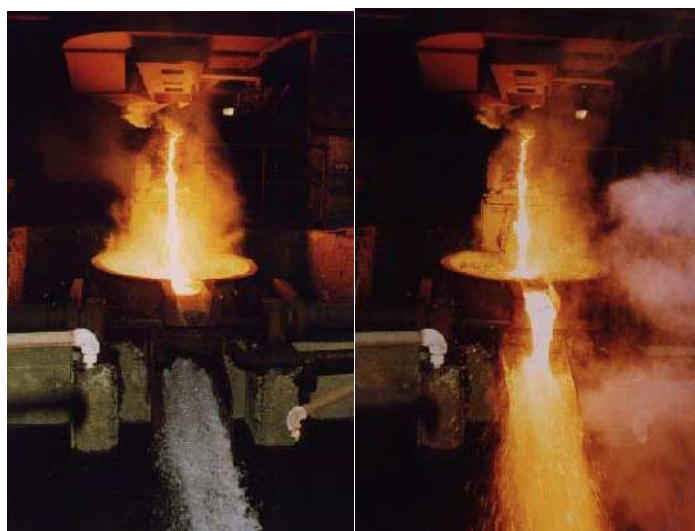


Fig. 2.13 – Granulazione della scoria in acqua.

2.2.5 - Ripristini e pulizia

Dopo ogni colata si rendono necessarie le operazioni di pulizia e rifacimento dei canali e di ripristino del foro di colata (Fig. 2.13). Generalmente si procede a rivestimento dei canali con polveri fini della ferrolega in alternativa si utilizzano tradizionali canali rivestiti di materiale refrattario e ricoperti da sabbia quarzosa e polveri fini della ferrolega. Periodicamente si rende necessario il ripristino dei refrattari. Le vasche in ghisa, in cui si raccoglie il metallo, vengono a loro volta rivestite con polveri fini della ferrolega, per permettere una più agevole estrazione del metallo solidificato. Il ripristino viene effettuato esclusivamente con modalità manuali, oppure con l'ausilio di macchine operatrici e carroponte: il vincolo per il loro impiego è generalmente dovuto agli spazi carenti.



Fig. 2.14 – Ripristino dei canali di colata.

2.2.6 - Solidificazione.

La ferrolega viene raffreddata nelle vasche tramite getti d'acqua, ottenendo una prima frantumazione grossolana. Sono installate delle cappe per l'aspirazione dei fumi provenienti dal fuso (Fig. 2.14).



Fig. 2.15 – A sinistra: vasca di raccolta della ferrolega. A destra: vasca di raccolta con cappa per l'aspirazione dei fumi.

2.2.7 - Frantumazione e vagliatura.

Completata la solidificazione, la ferrolega viene avviata alla frantumazione, vagliatura, stoccaggio delle diverse pezzature, pesatura e infestamento (Fig. 2.15). I fini vengono riciclati come carica dei forni o utilizzati, in misura ridotta, per il rivestimento delle vasche di colata. La spedizione del

prodotto viene effettuata in modo sfuso con caricamento direttamente dei cassoni dei trasporti, oppure tramite sacconi o fusti. Le lavorazioni a freddo della ferroleghe, cioè frantumazione e confezionamento, possono essere decentrate in altri siti rispetto alla produzione del metallo.

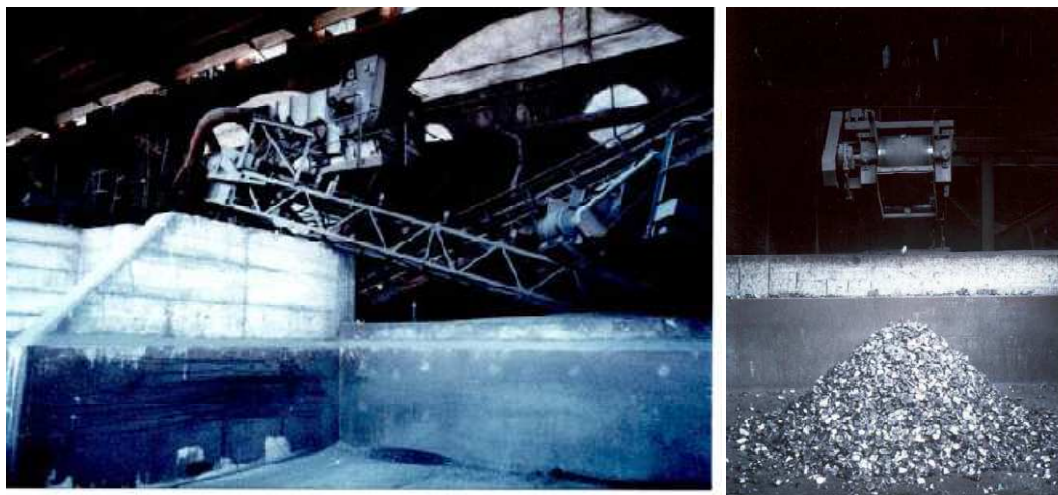


Fig. 2.16 - Nastri frantoi e box di raccolta delle ferroleghe frantumate.

2.3 - IL PROCESSO CHE UTILIZZA LA POMPA ELETTROMAGNETICA.

Il processo che proponiamo consiste nella modifica dell'ultimo tratto del processo di produzione ovvero la fase che riguarda la produzione della pezzatura solida di ferroleghe di diverse dimensioni. In particolare, tramite l'utilizzo di pompe elettromagnetiche, si prelevano direttamente da un forno di mantenimento, le quantità desiderate di materiale e si trasportano nel punto dove avverrà la solidificazione. In questo modo si otterrà direttamente il prodotto finito in pezzatura commerciale, senza dover ricorrere a frantumazioni e vagliature, oltre che a movimentazioni di materiale solidificato e soprattutto senza operazioni di conduzione della colata, parte molto pericolosa per gli operai.

Come già detto verrebbe installato un secondo forno oltre a quello di fusione, detto di mantenimento; forni di questo tipo sono i cosiddetti forni a canale (Fig. 2.16).

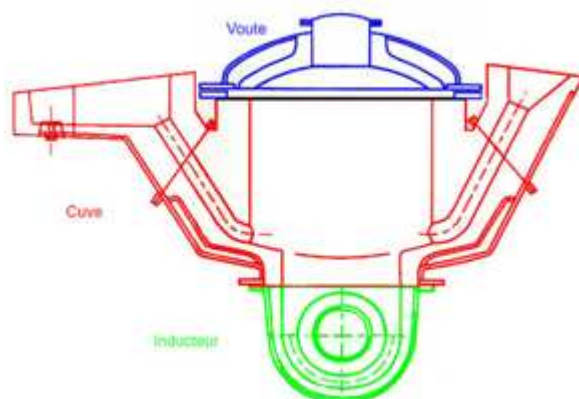


Fig. 2.17 – Forno a canale.

In essi è presente un induttore nella parte inferiore che riscaldando il materiale presente nel canale che lo circonda, crea un moto convettivo e quindi un riscaldamento abbastanza omogeneo della massa fluida.

Dal primo forno il materiale fuso verrebbe fatto fluire nel secondo, dove un riscaldamento ad induzione (quindi molto efficiente) provvederebbe al mantenimento della temperatura e quindi dello stato di fusione. E' proprio in questo secondo forno che verrebbe inserita la pompa elettromagnetica. Il suo utilizzo è particolarmente gradito in questo tipo di applicazioni per il fatto che non necessita di contatto diretto con la parte da movimentare; essendo il fuso a temperature decisamente elevate questa caratteristica lo rende un dispositivo assolutamente interessante per questo tipo di applicazione .

Oltre a semplificare il processo produttivo però, l'impiego della pompa porterebbe anche ad un ingente risparmio economico. Questo sostanzialmente per i seguenti motivi:

- eliminazione di processi maggiormente energivori, quali vagliatura e frantumazione;
- eliminazione di processi di movimentazione manuale tramite gru, carriponte e macchine operatrici;
- riduzione dell'impatto ambientale, e conseguente risparmio economico.

Inoltre si avrebbe una pesante riduzione del rumore provocato da frantoi e vagli e si eliminerebbe la necessità di avere operai in vicinanza del fuso nelle fasi di bussaggio e conduzione della colata. Questo si traduce in un miglioramento dell'ambiente lavorativo.

3. MHD: ELEMENTI TEORICI

3.1 – INTRODUZIONE ALL’MHD.

Magnetohydrodynamics (MHD) è lo studio dell’interazione tra campi elettromagnetici e fluidi conduttivi in movimento.

I campi magnetici influenzano molti flussi naturali e artificiali. Essi sono usati frequentemente nell’industria, per riscaldare, pompare, mescolare e levitare metalli liquidi.

Formalmente, l’MHD tratta l’interazione mutua esistente tra flussi liquidi e campi magnetici. I fluidi in questione devono essere elettricamente conduttori e non magnetici; questo limita a considerare quindi metalli fusi, gas caldi ionizzati (plasmi) e forti elettroliti.

La reciproca interazione di un campo magnetico B , e un campo di velocità u , porta alla nascita di una forza, la forza di Lorentz, sviluppata nel corpo conduttore. Questo fenomeno può essere diviso in tre parti:

1. Il movimento relativo tra un fluido conduttore e un campo magnetico causa una forza elettromotrice (dell’ordine di $|u \times B|$), e conseguenti densità di corrente nel fluido pari a $\sigma(u \times B)$, dove σ è la conducibilità elettrica.
2. Queste correnti indotte, in accordo con la legge di Ampère, danno luogo ad un secondo campo magnetico. Questo va a sommarsi a quello originale, e il risultato è che il fluido tende a trascinare con se le linee di campo.
3. Il campo magnetico risultante (imposto più indotto), interagisce con la densità di corrente indotta J , generando delle forze di Lorentz $J \times B$. Queste agiscono sul fluido, e sono tali da cercare di annullare il movimento relativo tra campo magnetico e fluido stesso.

Gli ultimi 2 effetti hanno conseguenze simili, cioè la riduzione del movimento relativo.

Questi tre effetti possono essere visti in Fig. 3.1, dove una spira di materiale conduttore immersa in un campo magnetico statico viene fatta muovere verso destra.

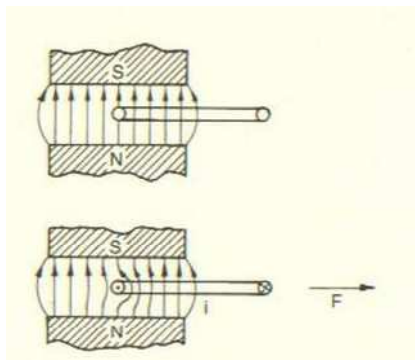


Fig. 3.1 – Interazione tra campo magnetico e spira.

L’intensità con la quale un campo di velocità influenza un campo magnetico imposto dipende da vari fattori, quali la velocità della parte mobile, la conducibilità del fluido, e la lunghezza caratteristica del moto l . Chiaramente, se il fluido ha un’alta resistività, oppure se la velocità è trascurabile, ci saranno campi indotti di modesta entità. Al contrario, se σ o u sono elevati, il campo magnetico indotto andrà ad alterare quello imposto.

La ragione per la quale l è importante è da ricercare nel fatto che se essa è grande, anche una modesta densità di corrente indotta può dar luogo a intensi campi magnetici, a differenza di quanto accadrebbe se, a parità di J , l'area in cui è diffusa fosse piccola.

E' quindi il prodotto σul che determina il tasso con il quale il campo indotto interagisce con quello applicato. Nel caso limite in cui $\sigma ul \rightarrow \infty$ campo imposto e indotto sono dello stesso ordine di grandezza; in tal caso il campo risultante si comporta come se fosse confinato all'interno del fluido. Quando invece $\sigma ul \rightarrow 0$ il campo magnetico imposto rimane imperturbato.

Nel nostro caso siamo più vicini alla seconda situazione. Questo perché, è vero che il metallo liquido ha una conducibilità abbastanza alta (dell'ordine dei $10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$), ma le velocità impiegate sono su valori abbastanza bassi ($\sim 1 m/s$) e di conseguenza le densità di corrente indotte sono modeste (qualche Ampère per cm^2). Questo, combinato con una piccola lunghezza caratteristica ($\sim 0.8m$), porta ad avere campi magnetici indotti di intensità trascurabili, rispetto a quelli imposti. Comunque, i grandi valori di questi ultimi, fanno sì che le forze di Lorentz generate possano governare il movimento. Generalmente quindi si tende a pensare l'accoppiamento nel seguente modo: B controlla u attraverso la forza di Lorentz, ma u sostanzialmente non altera B.

3.2 – STORIA DELL'MHD.

Le leggi dell'elettromagnetismo e della fluidodinamica erano già note prima del ventesimo secolo, ma nonostante ciò l'MHD divenne materia di studio solamente alla fine del 1930 e all'inizio del 1940. La ragione è probabilmente da ricercare nel fatto che gli ingegneri del diciannovesimo secolo non avevano ancora percepito le potenzialità dell'MHD. Sono stati registrati solamente alcuni esperimenti isolati, da parte di qualche fisico del 19° secolo, come Faraday, che provò a misurare la differenza di potenziale tra due sponde del Tamigi, indotta dal movimento dell'acqua all'interno del campo magnetico terrestre.

Le cose iniziarono a cambiare quando i geofisici iniziarono a sospettare che il campo magnetico terrestre fosse generato dall'effetto dinamo esistente all'interno del nucleo liquido della terra (1919), e successivamente dalla scoperta dell'onda di Alfvén (1942). Seguì un periodo di intensa ricerca che si protrae tuttora ai giorni nostri.

I fisici del plasma acquisirono interesse nell'MHD nel 1950, quando era in atto l'attività di ricerca sulla fusione termonucleare controllata. Loro erano particolarmente interessati alla stabilità del plasma confinato per mezzo di campi magnetici, e ne conseguirono grandi vantaggi nella teoria della stabilità.

Lo sviluppo dell'MHD nell'ingegneria fu più lento, e non prese piede fino al 1960. Ci furono comunque alcuni lavori pionieristici dell'ingegner J.Hartmann, che inventò la pompa elettromagnetica nel 1918. Egli condusse inoltre un'investigazione teorica e sperimentale sul flusso del mercurio in un campo magnetico omogeneo.

In una sua pubblicazione del 1937, riguardante i suoi lavori di ricerca, egli scrisse:

“The invention [his pump] is, as will be seen, no very ingenious one, the principle utilised being borrowed directly from a well-known apparatus for measuring strong magnetic fields. Neither does the device represent a particularly effective pump, the efficiency being extremely low due mainly to the large resistivity of the mercury and still more to the contact resistance between the electrodes and the mercury. In spite hereof considerable interest was in the course of time bestowed on the apparatus, firstly because of a good many practical applications in cases where the

efficiency is of small moment and then, during later years, owing to its inspiring nature. As a matter of fact, the study of the pump revealed to the author what he considered a new field of investigation, that of flow of a conducting liquid in a magnetic field, a field for which the name Hg-dynamics was suggested.”

Possiamo considerare Hartmann come il padre dell'MHD dei metalli liquidi, e infatti il termine “flusso di Hartmann” è ora impiegato per descrivere il flusso nei condotti in presenza di campi magnetici.

Nonostante queste prime ricerche comunque, fu nel 1960 che l'MHD iniziò ad essere largamente sfruttata in ingegneria. La svolta per questo cambiamento derivò sostanzialmente da tre innovazioni tecnologiche:

- l'utilizzo di sodio liquido come refrigerante nei reattori veloci, che necessita di essere pompato;
- la fusione termonucleare controllata, che richiede che il plasma sia confinato lontano dalle superfici materiali;
- la nascita dei generatori MHD, nei quali del gas ionizzato è fatto fluire attraverso un campo magnetico.

L'inefficienza e l'impraticabilità di questa ultima applicazione fu ampiamente riconosciuta in varie pubblicazioni scientifiche negli anni seguenti.

Nonostante questo, l'MHD iniziò a suscitare interesse per la ricerca nel campo della metallurgia. Due decenni dopo, i campi magnetici venivano impiegati per riscaldare, pompare, mescolare e levitare metalli liquidi nelle industrie metallurgiche. Il punto chiave di questo successo è il fatto che la forza di Lorentz fornisce un mezzo non intrusivo per controllare il flusso. Con la costante pressione del mercato a produrre materiali sempre più economici e con migliori caratteristiche, l'MHD fornisce quindi un mezzo unico per aumentare il controllo nel “continuous casting” e per migliorare i processi.

3.3 – APPLICAZIONI DELL'MHD.

L'MHD gioca un importante ruolo nel controllo della fusione termonucleare. Qui il plasma deve essere mantenuto a temperature di circa 10^8 K, e vengono utilizzate forze magnetiche per confinarlo lontano dalle pareti del reattore. Un esempio di confinamento è riportato in figura 3.2.

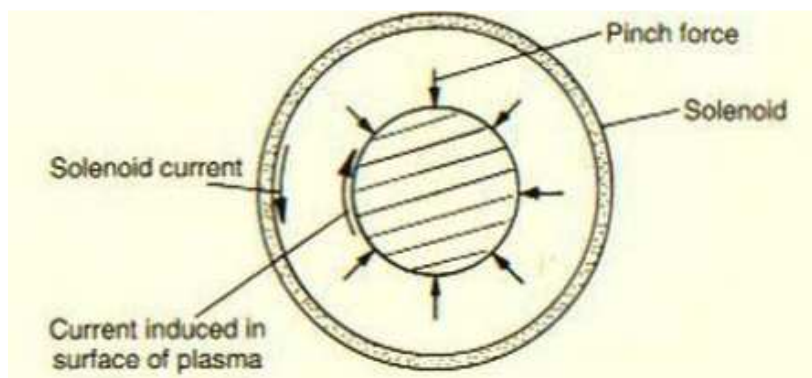


Fig. 3.2 – Confinamento del plasma.

Nell'industria metallurgica i campi magnetici sono usualmente impiegati per riscaldare, pompare, mescolare e levitare metalli liquidi. Come già detto, la prima applicazione fu la pompa elettromagnetica (Fig. 3.3).

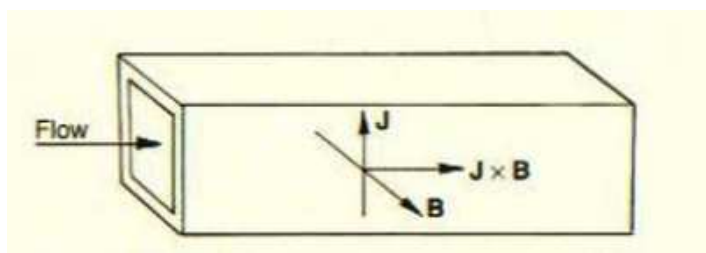


Fig. 3.3 – Pompa elettromagnetica.

Questo semplice apparecchio consiste in un condotto al quale sono applicati, perpendicolarmente tra loro e alla direzione del moto, un campo magnetico e una corrente costanti. La pompa trovò la sua prima applicazione nei reattori veloci, per pompare il sodio liquido utilizzato come refrigerante nel reattore.

L'impiego maggiore comunque dell'MHD nell'ingegneria si ha nei mescolatori elettromagnetici (Fig. 3.4).

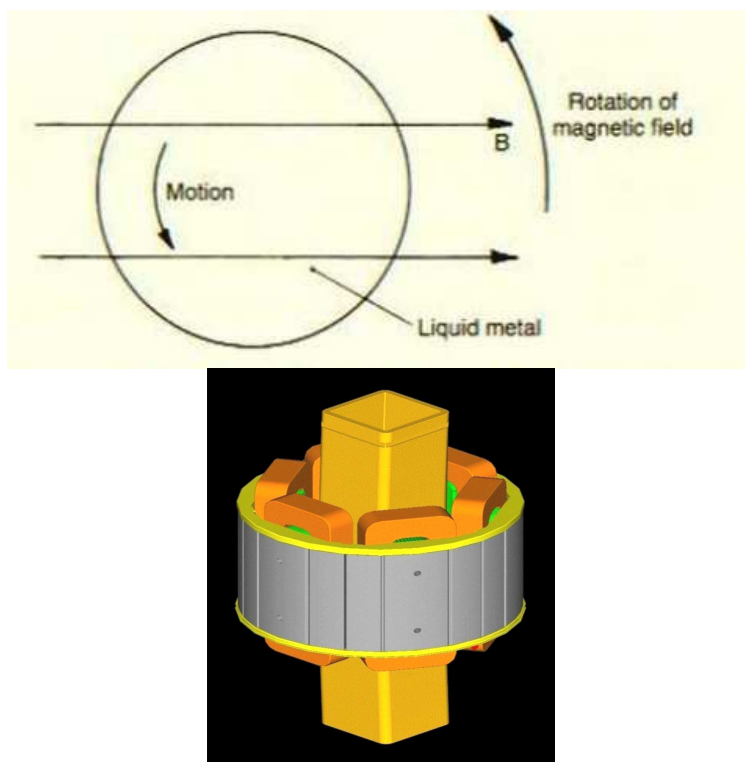


Fig. 3.4 – Mescolamento magnetico.

Qui il metallo fuso è immerso in un campo magnetico rotante, creato da opportuni avvolgimenti in prossimità di esso. Il principio di funzionamento è quindi quello del motore asincrono. Questo processo ha una forte influenza sul fenomeno di solidificazione, permettendo la creazione di materiali con migliori caratteristiche di omogeneità.

In altre operazioni di casting invece, i campi elettromagnetici vengono utilizzati per controllare il moto del fuso. Viene sfruttata in questi casi, la capacità di un campo magnetico statico di convertire energia cinetica in calore per effetto Joule. Un esempio è riportato in figura 3.5, dove un campo statico intenso è sfruttato per regolarizzare il moto, evitando che il pelo libero del fluido sia instabile.

Vengono così evitati fenomeni di ossidazione del fuso e viene impedita la contaminazione della massa fluida con altri agenti inquinanti.

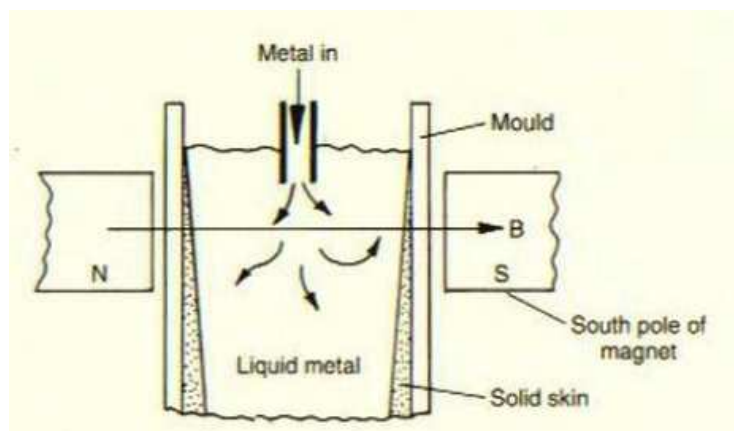


Fig. 3.5 – Controllo del flusso durante il casting.

Un'altra comune applicazione in metallurgia dell'MHD è la levitazione magnetica. Essa si basa sul principio che bobine percorse da corrente ad alta frequenza poste in prossimità al metallo fuso, vi inducono correnti di verso opposto. Correnti discordi si respingono e quindi danno luogo ad una situazione di levitazione del fuso.

L'MHD è molto utilizzata nell'industria dell'alluminio.

Un'applicazione molto interessante in metallurgia è il cosiddetto crogiolo freddo (cold crucible) . Utilizzando la repulsione elettromagnetica e il riscaldamento ad induzione, è possibile fondere materiali senza che essi vengano in contatto con le pareti del crogiolo, avendo quindi una contaminazione decisamente ridotta (Fig. 3.6).

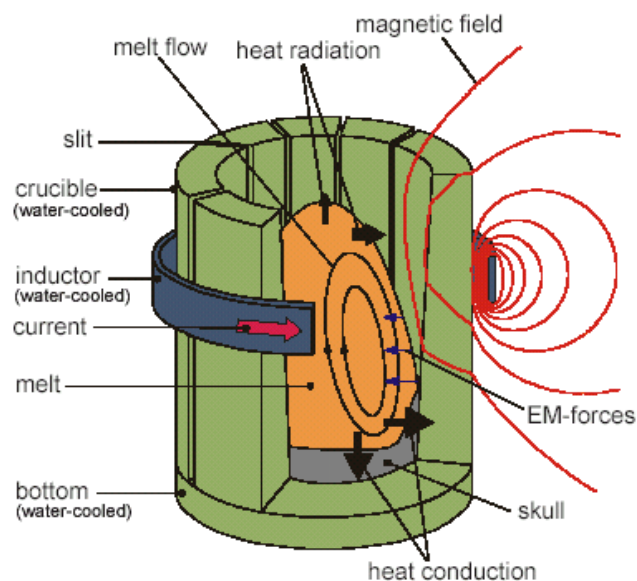


Fig. 3.6 – Crogiolo freddo.

3.4 – ELETTROMAGNETISMO.

3.4.1 - Introduzione.

Questo capitolo si propone di introdurre gli elementi teorici riguardanti l'aspetto elettromagnetico, applicato alla risoluzione numerica. Partendo dalle leggi fondamentali che governano la fisica, verrà riportato come queste vengono implementate nei calcolatori e quali metodi sono utilizzati per risolverle.

Il punto di partenza per qualsiasi problema elettromagnetico sono le leggi di Maxwell; con queste equazioni si riesce a descrivere completamente la fisica del problema. Di seguito vengono riportate in forma differenziale:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases}$$

Solitamente a queste quattro equazioni si usa aggiungerne una quinta, la legge di conservazione della carica, che esprime la relazione tra le sorgenti del campo elettromagnetico, le densità di corrente, e la densità di carica libera.

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Non è indispensabile comunque scriverla perché si può ricavare dalla prima legge di Maxwell (legge di Ampère o della circuitazione) applicando l'operatore divergenza.

Come si può notare sopra, le prime due equazioni costituiscono un sistema di 6 equazioni scalari in 15 incognite, quindi abbiamo più incognite che equazioni; le nove equazioni mancanti sono date dalle relazioni costitutive dei materiali:

$$\begin{cases} \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

Di fondamentale importanza per la corretta riuscita del calcolo è una buona caratterizzazione dei materiali; essi sono caratterizzati dal fatto di presentare, in alcuni casi, proprietà che dipendono da vari fattori. Possono essere quindi classificati nel seguente modo:

- mezzo omogeneo: la caratteristica in esame è indipendente dal punto nel quale viene osservata;
- mezzo isotropo: il vettore effetto ha la stessa direzione del vettore causa (in caso contrario il materiale viene detto anisotropo);
- mezzo lineare: l'effetto è direttamente proporzionale alla carica.

Spesso quindi risulta molto difficile riportare al calcolatore la perfetta descrizione di una certa proprietà; basti pensare ai materiali ferromagnetici, dove la permeabilità è funzione del campo $\vec{H}$ e quindi della corrente applicata in ingresso. Quello che si usa fare spesso è "linearizzare" la caratteristica, approssimando la curva con una serie di spezzate.

In base al problema che viene affrontato, le equazioni di Maxwell possono assumere forme diverse. Ad esempio nel caso in cui i campi siano stazionari, cioè rimangono invariati nel tempo, le derivate

temporali spariscono e di conseguenza campo elettrico e campo magnetico sono disaccoppiati. Le loro equazioni possono quindi essere trattate separatamente:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{J} = 0 \end{cases}$$

Esistono due sottocasi del problema statico, il quasi stazionario elettrico (rimangono solamente le derivate di grandezze elettriche nel tempo) e il quasi stazionario magnetico (rimangono solamente le derivate di grandezze magnetiche nel tempo). Le macchine elettriche ad esempio, funzionano essenzialmente secondo le equazioni magnetiche. La loro grandezza caratteristica infatti è il campo magnetico e non quello elettrico, perché a parità di volume si riesce a mettere più energia nel primo. Lo scenario quindi è il quasi stazionario magnetico.

Esistono poi campi che variano con legge qualsiasi; in questo caso le leggi di Maxwell devono essere risolte interamente.

Infine nel caso in cui i campi varino con legge sinusoidale, può essere introdotta la notazione fasoriale per semplificare i calcoli.

3.4.2 - Formulazioni

I metodi numerici non risolvono direttamente le equazioni di Maxwell con i campi, ma ricorrono all'uso dei potenziali. Le formule quindi dovranno essere riscritte per renderle implementabili al calcolatore. Nelle seguenti formulazioni i mezzi vengono considerati lineari omogenei e isotropi.

Problema elettrostatico

L'equazione di partenza è la seguente:

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

Se siamo in una regione di spazio a connessione lineare semplice (cioè posso prendere una qualsiasi linea chiusa e ricondurla ad un punto senza uscire dalla regione stessa), allora:

$$\exists \phi: \vec{E} = -\nabla \phi$$

ϕ è detto potenziale scalare. Esso non è univoco, infatti se considerassimo il seguente potenziale $\phi' = \phi + \alpha$, che differisce da ϕ a meno di una costante, avremmo che il suo gradiente sarebbe ancora:

$$-\nabla \phi' = -\nabla \phi - \nabla \alpha = -\nabla \phi = \vec{E}$$

Si dovrà quindi vincolare ϕ con le condizioni al contorno.

Prendendo ora in considerazione l'equazione costitutiva $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ e applicando l'operatore divergenza ad entrambi i membri, si ottiene:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot \epsilon \vec{E} = -\nabla \cdot \epsilon \nabla \phi = \rho$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

Quest'ultima è detta equazione di Poisson. Nel caso in cui la densità di carica libera ρ sia zero, si ottiene l'equazione di Laplace: $\nabla^2 \phi = 0$.

Problema magnetostatico.

Se in una certa regione il campo $\vec{B}$ è solenoidale ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$) e la regione è a connessione superficiale semplice (cioè una qualsiasi superficie chiusa in una certa regione è frontiera di un dominio appartenente alla regione stessa), allora:

$$\exists \vec{A}: \nabla \times \vec{A} = \vec{B}$$

$\vec{A}$ è detto potenziale vettore. Esso non è univoco, infatti considerando $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\phi$:

$$\nabla \times \vec{A}' = \nabla \times \vec{A} + 0 = \vec{B}$$

essendo il rotore di un gradiente sempre uguale a zero. Si cerca quindi di fissare il valore di $\vec{A}$ definendo una GAUGE. Per fare questo si definisce la divergenza del potenziale vettore. Valori comunemente usati sono:

- $\nabla \cdot \vec{A} = 0$
- $\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t}$

La prima è detta gauge di Coulomb, mentre la seconda gauge di Lorentz.

Partendo dalla prima equazione di Maxwell $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ e utilizzando la legge costitutiva $\vec{B} = \mu \vec{H}$ si ottiene:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu \vec{J}$$

Sapendo che $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$ e imponendo la gauge di Coulomb:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

che è un'equazione di Poisson vettoriale. Nel caso in cui $\vec{J}$ sia pari a zero, cioè non ci sono sorgenti di campo, l'equazione diventa un'equazione di Laplace. In quest'ultima situazione si ha che $\nabla \times \vec{H} = 0$ quindi:

$$\exists \phi_m: -\nabla \phi_m = \vec{H}$$

e ϕ_m è detto potenziale scalare magnetico. Utilizzando l'equazione $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ si ottiene infine:

$$\nabla^2 \phi_m = 0$$

Teorema di Clebsch-Helmholtz.

Si prenda in considerazione un campo vettoriale funzione dello spazio e del tempo $\vec{F}(P, t)$, e si esegua:

$$\nabla \cdot \vec{F}(P, t) = w \quad \text{sorgente del campo scalare}$$

$$\nabla \times \vec{F}(P, t) = \vec{d} \quad \text{sorgente del campo vettoriale}$$

Il teorema dice che questo campo lo si può esprimere come somma di una componente irrotazionale e di una solenoidale:

$$\bar{F}(P, t) = \bar{F}_{irr}(P, t) + \bar{F}_{sol}(P, t) = -\nabla\phi + \nabla \times \bar{A}$$

Diretta conseguenza del teorema di Clebsch-Helmholtz è che si è in grado di determinare un campo vettoriale dalla soluzione di due equazioni differenziali indipendenti, una sul potenziale scalare e l'altra sul potenziale vettore. Trovati i valori di questi due potenziali, è possibile risalire al campo vettoriale.

Campo variabile con legge qualsiasi.

In questo caso bisogna andare a risolvere le equazioni di Maxwell nella loro interezza; si utilizzerà quindi il teorema prima esposto, dividendo il problema in due parti per calcolare separatamente potenziale scalare e potenziale vettore.

Il campo elettrico è dato dalla somma del campo elettrostatico coulombiano (irrotazionale) e del campo indotto (solenoidale): $\bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_i = -\nabla\phi - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$.

Riformulando la prima legge di Maxwell si ha:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right) = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \bar{J} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2 \bar{A} = \mu \bar{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \mu \bar{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right) = \mu \bar{J} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} - \nabla \mu \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Uguagliando i due gradienti

$$\nabla \cdot \bar{A} = -\mu \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

e ricordando che $c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$, si ottiene la gauge di Lorentz:

$$\nabla \cdot \bar{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

L'equazione diventa quindi:

$$\nabla^2 \bar{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu \bar{J}$$

Per ricavare l'espressione col potenziale scalare si procede come segue:

$$\nabla \cdot \bar{D} = \nabla \cdot \varepsilon \bar{E} = \nabla \cdot \varepsilon \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right) = \rho$$

$$\nabla \cdot \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right) = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 \bar{\phi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

Queste due equazioni rappresentano le equazioni d'onda per il potenziale vettore e per il potenziale scalare.

Problemi di questo tipo vengono definiti "Transient".

Campo variabile con legge sinusoidale.

Nel frequente caso in cui le grandezze da trattare variano periodicamente nel dominio del tempo con legge sinusoidale, è possibile esprimerle attraverso l'uso dei fasori. Le equazioni di Maxwell diventano quindi:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D} \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B} \\ \nabla \cdot \vec{J} = -j\omega\rho \end{cases}$$

Volendo esplicitare anche il termine delle correnti indotte, la densità di corrente viene espressa nel seguente modo:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} + \vec{J}_s$$

dove il secondo termine indica la densità di corrente imposta (source) e il primo termine indica la parte indotta. Sostituendo questa notazione nelle equazioni di Maxwell si ottiene:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} + \vec{J}_s \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \end{cases}$$

Imponendo $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ e $\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \nabla\phi$:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} + \mu\vec{J}_s$$

$$\nabla\nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2\vec{A} = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{A} - \mu(\sigma + j\omega\epsilon)\nabla\phi + \mu\vec{J}_s$$

Utilizzando la gauge di Lorentz in termini fasoriali e definendo $k^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)$ si ottengono:

$$\begin{cases} \nabla^2\vec{A} - k^2\vec{A} = -\mu\vec{J}_s \\ \nabla^2\phi - k^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \end{cases}$$

Queste equazioni vengono dette Equazioni di Helmholtz non omogenee.

Problemi di questo tipo vengono definiti "Time Harmonic".

3.4.3 - Condizioni al contorno.

Tutte le equazioni finora viste rendono possibile la soluzione di qualsiasi problema elettromagnetico; hanno cioè infinite soluzioni. Per renderle particolari, cioè che forniscano la soluzione per il nostro specifico caso, devono essere implementate all'interno di esse le giuste condizioni. Queste condizioni sono di tre tipi:

- Condizioni iniziali: servono a specificare i valori delle incognite nell'istante di tempo iniziale dal quale parte l'analisi.
- Condizioni di interfaccia: all'interno del dominio di definizione di un determinato problema possono essere presenti più materiali con caratteristiche diverse. Nelle superfici di transizione tra un materiale e l'altro devono essere inserite le corrette condizioni.
- Condizioni al contorno: queste vengono imposte alla frontiera del dominio. Servono anche per definire il valore del campo all'infinito.

La soluzione di problemi con le appropriate condizioni al contorno e detta soluzione di Boundary Value Problem (BVP).

Condizioni di interfaccia.

Si consideri di essere in una superficie di transizione tra due materiali con caratteristiche magnetiche diverse (Fig. 3.7):

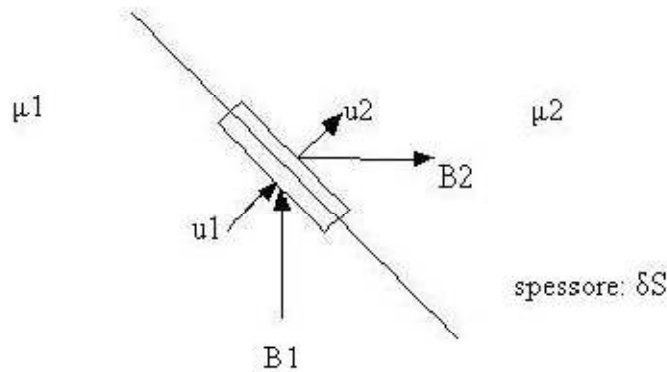


Fig. 3.7 – Coin surface sull'interfaccia.

Calcolando il flusso di $\vec{B}$ che fuoriesce da una “coin surface” (superficie a forma di moneta con altezza trascurabile), esso dovrà essere pari a zero perché $\vec{B}$ è solenoidale. Si ottiene:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{u} dS = \vec{B}_2 \cdot \vec{u}_2 \delta S - \vec{B}_1 \cdot \vec{u}_1 \delta S = 0$$

Da questa relazione si ottiene che $B_{2n} = B_{1n}$, cioè che all'interfaccia la componente normale del vettore induzione magnetica si conserva.

La stessa operazione può essere fatta per il vettore $\vec{D}$, ma questa volta l'integrale non è pari a zero ma è uguale alla carica:

$$\vec{D}_1 \cdot \vec{n}_2 \delta S - \vec{D}_1 \cdot \vec{n}_1 \delta S = \sigma \delta S$$

dove σ è la densità superficiale di carica libera. Si ottiene quindi che $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$.

Occupandoci ora del campo magnetico all'interfaccia non si utilizza più il teorema di Gauss, ma la circuitazione di Ampère. Verrà quindi effettuato l'integrale sulla linea che contorna la coin surface (Fig. 3.8):

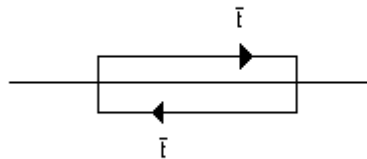


Fig. 3.8 – Linea di integrazione per la circuitazione all'interfaccia.

Dall'integrazione si ottiene:

$$\overline{H_1} \cdot \vec{t} \, \delta l - \overline{H_2} \cdot \vec{t} \, \delta l = 0$$

quindi $H_{1t} = H_{2t}$; questa volta a conservarsi all'interfaccia è la componente tangenziale del campo magnetico.

Può succedere però di avere una componente di corrente lamellare ($\vec{K}$), di direzione perpendicolare al foglio . Non sarà più vero quindi che la componente tangenziale si conserva, ma essa lo farà a meno della corrente.

$$(\overline{H_2} - \overline{H_1}) \times \vec{n} = \vec{K}$$

Questa situazione è ricorrente nel caso di presenza di magneti permanenti.

Per il campo elettrico infine, si ha che:

$$(\overline{E_2} - \overline{E_1}) \times \vec{n} = 0$$

cioè che $E_{1t} = E_{2t}$.

I codici numerici solitamente implementano automaticamente queste condizioni.

Condizioni al contorno.

Questo tipo di condizioni invece, vengono poste dall'esterno per caratterizzare il problema. Sono sostanzialmente di due tipi. In riferimento alla Fig. 3.9, esse sono:

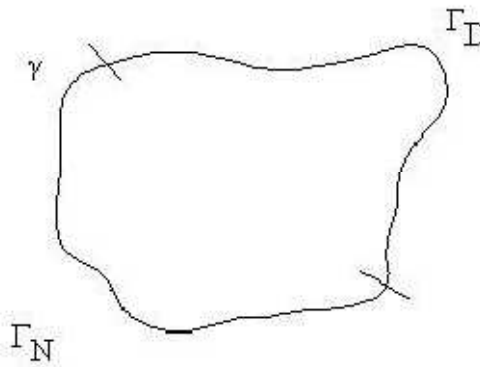


Fig. 3.9 – Generico dominio e sue condizioni al contorno.

- Condizioni di Dirichlet. Il potenziale su Γ_D è noto; in questa parte del contorno il campo risulta essere ortogonale. Se esso è zero la condizione di Dirichlet viene detta omogenea; in caso contrario è detta non omogenea.
- Condizioni di Neumann. La derivata del potenziale rispetto la normale della superficie è nota. Questo significa che qui il campo è tangente. Nuovamente se la derivata è pari a zero la condizione è detta omogenea; in caso contrario non omogenea.

3.4.4 - Problemi Open Boundary.

In tutti i casi, il problema non può essere considerato confinato all'interno di un dominio finito; il potenziale infatti va a zero all'infinito. Analiticamente non è un problema trattare l'infinito, ma

numericamente si per la limitata memoria dei calcolatori. Servirebbe infatti una mesh infinita, condizione impossibile da risolvere.

Esistono quindi varie tecniche per trattare l'infinito con i metodi numerici, tra le quali:

- Infinite elements;
- Ballooning;
- Espansioni analitiche.

L'ultima consiste sostanzialmente nell'andare a cercare delle zone di raccordo tra soluzione numerica e analitica, mappando queste zone in altre dove l'infinito è trattato analiticamente.

3.4.5 - Simmetrie.

In molti casi, per ridurre i costi computazionali si possono sfruttare le simmetrie e le antisimmetrie degli oggetti in esame. In questo modo però, nascono dei nuovi bordi in cui bisogna inserire le opportune condizioni al contorno. Occorre allora avere un'idea qualitativa della soluzione in modo da imporre le condizioni appropriate.

3.4.6 - Metodi di soluzione.

Per la soluzione dei BVP non esistono solamente metodi numerici. Prima dell'avvento di calcolatori di una certa potenza computazionale, erano utilizzati i metodi analitici. Esistono inoltre i metodi analogici, nei quali un certo problema viene ricondotto per analogia ad uno di un'altra natura.

Tra i metodi numerici si può effettuare una distinzione tra:

- Metodi numerici differenziali.
- Metodi numerici integrali.

Nei primi, per conoscere la soluzione in un determinato punto, devo conoscere quest'ultima anche in tutti gli altri, cioè si deve discretizzare tutto il dominio. Nei metodi integrali è sufficiente invece caratterizzare solamente la sorgente e la distanza sorgente-punto campo. Non è necessario costruire la mesh in tutto il dominio ma solamente nelle regioni occupate dalle sorgenti primarie e secondarie. Assomiglia quindi ad una trasmissione del calore per irraggiamento. I metodi differenziali corrispondono invece ad una trasmissione del calore per conduzione.

I metodi numerici presentano comunque dei limiti.

I metodi analitici sono sicuramente di difficile risoluzione e molto laboriosi, ma forniscono una soluzione in forma chiusa. Variando un parametro di ingresso non è necessario ricalcolare il problema per avere la soluzione; è necessario introdurre il nuovo valore nell'equazione ottenuta. Con il metodo numerico è necessario invece ricalcolare tutto il problema.

E' buona cosa quindi cercare, se ragionevole, di risolvere un BVP prima per via analitica, e poi numericamente per avere un'idea preliminare di quella che sarà la soluzione.

Metodo degli elementi finiti (FEM).

Il metodo degli elementi finiti è il metodo implementato nella maggior parte dei software commerciali di simulazione per la risoluzione dei BVP. Esso trasforma le equazioni differenziali in un sistema di equazioni lineari.

In essi il dominio di forma qualunque viene suddiviso in vari elementi (elementi finiti) che in linea di principio possono essere di qualunque forma; in realtà ci si limita al segmento per 1D, ai triangoli e/o quadrilateri in 2D ed esaedri, tetraedri e prismi a base triangolare in 3D.

La reticolazione deve soddisfare i seguenti criteri:

- l'unione di tutti gli elementi deve coprire tutto il dominio;
- gli elementi non devono sovrapporsi;
- essi devono toccarsi vertice con vertice, lato con lato, faccia con faccia;
- gli elementi non devono per forza essere di forma uguale.

In questo modo si ottiene il reticolo o mesh e si andrà a calcolare la soluzione ai vertici degli elementi, cioè sui nodi. Possono essere presenti dei nodi anche sulla mezziera dei lati, chiamati “mid-side nodes”. Per tutte le altre parti del dominio la soluzione verrà approssimata con delle funzioni interpolanti.

Per la risoluzione delle equazioni possono essere utilizzati due approcci:

- variazionale;
- residui pesati.

Il primo si basa su considerazioni puramente fisiche, andando a ricercare la configurazione di minima energia, che si ha all'equilibrio. Il secondo è invece un procedimento matematico.

Il metodo dei residui pesati (con l'accezione di Galerkin) è più potente rispetto a quello variazionale; questo perché è complicato definire l'energia del problema quando si è in presenza di molti contributi (per esempio in presenza di correnti parassite).

Approccio variazionale.

Minimizzazione di un funzionale associato all'equazione di Laplace su un dominio 2D.

Si consideri l'equazione di Laplace per il potenziale scalare in un dominio bidimensionale:

$$\nabla^2 V = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

L'approccio variazionale prevede di trovare il minimo di un funzionale, che è un'entità matematica associata ad un'equazione differenziale il cui minimo è soluzione proprio dell'equazione. Il metodo FEM prevede di trovare i valori di una funzione incognita solamente nei nodi del dominio; quest'ultimo deve quindi essere discretizzato (Fig. 3.10).

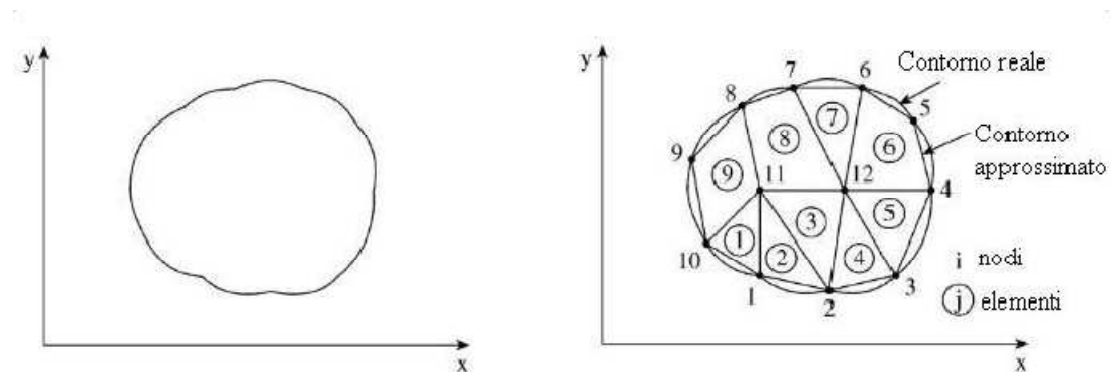


Fig. 3.10 – Discretizzazione di un dominio generico con il metodo FEM.

Il contorno non è più quello iniziale, ma viene approssimato con delle spezzate. La soluzione verrà quindi ricercata per ogni sotto dominio, rendendo i calcoli più semplici. L'energia globale è data infatti dalla somma delle energie di ogni singolo dominio. Minimizzandola su ogni elemento si troverà la soluzione globale.

Si andrà a ricercare il minimo dell'energia elettrostatica associata al potenziale scalare. Il campo elettrico è:

$$\vec{E} = -\nabla V = \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} - \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} \right)$$

L'energia elettrostatica risulta essere:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \vec{D} \vec{E} d\Omega$$

Se il materiale è lineare e isotropo:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon \vec{E}^2 d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon |\nabla V|^2 d\Omega$$

A questo punto, si approssima la funzione potenziale in ogni elemento con una funzione semplice, che potrà essere scelta di ordine primo, secondo, ecc. (Fig. 3.11).

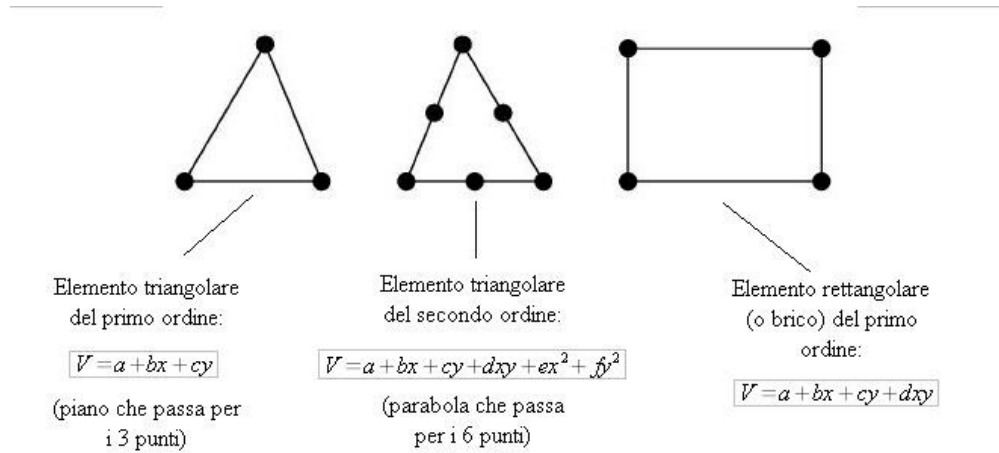


Fig. 3.11 – Elementi di vario ordine e forma e relative funzioni interpolanti del potenziale.

Immaginiamo di avere tutti triangoli del primo ordine. Per un singolo elemento il potenziale sarà dato da:

$$\begin{cases} V_1 = a + bx_1 + cy_1 \\ V_2 = a + bx_2 + cy_2 \\ V_3 = a + bx_3 + cy_3 \end{cases}$$

Dove x_i e y_i sono le coordinate spaziali dei nodi e sono quantità note. Riscrivendo il precedente sistema in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

La matrice è costituita solamente da parametri geometrici, quindi è nota. Per ricavare i coefficienti a, b, c si opera come segue:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Il potenziale su ogni punto si può esprimere quindi:

$$V = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$$

$$V = V_1 \alpha_1(x, y) + V_2 \alpha_2(x, y) + V_3 \alpha_3(x, y) = \sum_{i=1}^3 V_i \alpha_i(x, y)$$

dove $\alpha_i(x, y)$ sono dette funzioni di forma (shape functions). Queste dipendono dalle caratteristiche geometriche dell'elemento; essendo A l'area dell'elemento, esse si ricavano da:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2A} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \\ \alpha_2 = \frac{1}{2A} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \\ \alpha_3 = \frac{1}{2A} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \end{cases}$$

Le shape function hanno la seguente caratteristica (Fig. 3.12):

$$\begin{cases} \alpha_1(x_1, y_1) = 1 \\ \alpha_2(x_1, y_1) = 0 \\ \alpha_3(x_1, y_1) = 0 \end{cases}$$

cioè:

$$\alpha_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

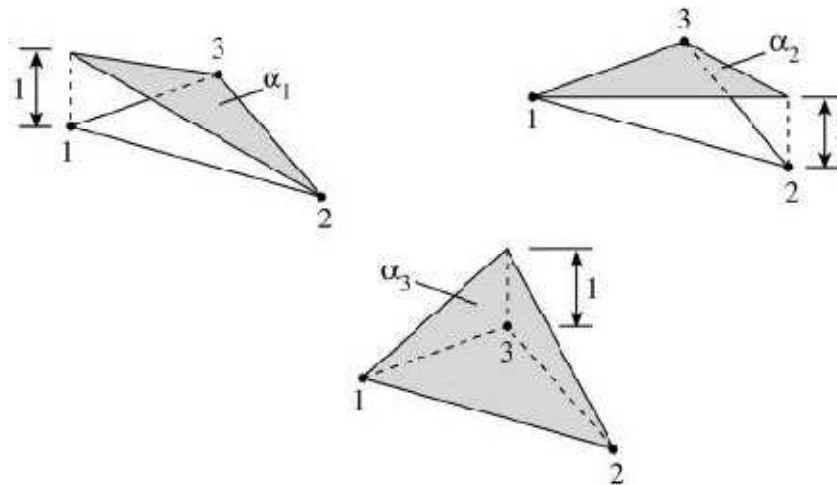


Fig. 3.12 – Shapefunctions.

Essendo Ω_e il dominio di un elemento, l'energia elettrostatica al suo interno è:

$$W_{el} = \frac{1}{2} \int_{\Omega_{el}} \varepsilon |\nabla V|^2 d\Omega_{el}$$

dove:

$$\nabla V = \sum_{i=1}^3 V_i \nabla \alpha_i(x, y)$$

Inserendo il gradiente nella precedente equazione si ottiene:

$$W_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 V_i \left(\int_{\Omega_{el}} \nabla \alpha_i \nabla \alpha_j d\Omega_{el} \right) V_j$$

Riscrivendola in termini matriciali si ottiene:

$$W_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon [V]^T [N]^e [V]$$

$[N]^e$ è detta matrice locale di rigidezza, e l'apice "e" sta ad indicare che è definita per l'elemento.

I gradienti delle funzioni di forma si calcolano nel modo seguente:

$$\begin{cases} \nabla \alpha_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \hat{y} = \frac{1}{2A} [(y_2 - y_3)\hat{x} + (x_3 - x_2)\hat{y}] \\ \nabla \alpha_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} \hat{y} = \frac{1}{2A} [(y_3 - y_1)\hat{x} + (x_1 - x_3)\hat{y}] \\ \nabla \alpha_3 = \frac{\partial \alpha_3}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \alpha_3}{\partial y} \hat{y} = \frac{1}{2A} [(y_1 - y_2)\hat{x} + (x_2 - x_1)\hat{y}] \end{cases}$$

Gli elementi della matrice N, simmetrica, sono dati da:

$$N_{i,j} = \int_{\Omega_{el}} \nabla \alpha_i \nabla \alpha_j d\Omega_{el}$$

e quindi esplicitando:

$$N_{1,1} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)^2 + (x_3 - x_2)^2]$$

$$N_{1,2} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] = N_{2,1}$$

e così via.

Per minimizzare l'energia in tutto il dominio basta sommare l'energia di ogni singolo elemento:

$$W = \sum_{1}^{N_{el}} W_{el}$$

Supponiamo ora di riordinare la matrice di rigidezza e il vettore dei potenziali in modo che i nodi con indice più basso corrispondano alle grandezze incognite (free) e che quelli con indice più alto siano corrispondenti ai valori noti (prescribed). La matrice N viene spaccata in 4 parti:

$$|N| = \begin{vmatrix} N_{f,f} & N_{f,p} \\ N_{p,f} & N_{p,p} \end{vmatrix}$$

Per minimizzare l'energia si fa la derivata rispetto ai potenziali incogniti V_k :

$$\frac{\partial W}{\partial V_k} = \frac{\partial}{\partial [V_f]_k} \left\{ |V_f| \quad |V_p| \begin{vmatrix} N_{f,f} & N_{f,p} \\ N_{p,f} & N_{p,p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_f \\ V_p \end{vmatrix} \right\} = 0$$

Dopo alcuni passaggi si ottiene che:

$$\frac{\partial W}{\partial V_k} = |N_{f,f}| \quad |N_{f,p}| \begin{vmatrix} V_f \\ V_p \end{vmatrix} = 0$$

$$|N_{f,f}| |V_f| = -|N_{f,p}| |V_p|$$

$$|V_f| = -|N_{f,f}|^{-1} |N_{f,p}| |V_p|$$

In questo modo si è ottenuto il potenziale incognito sui nodi. Il potenziale al di fuori di essi dipende dalla funzione interpolante scelta.

Metodo dei residui pesati.

L'equazione differenziale da risolvere è nella seguente forma:

$$L[\phi] = g$$

dove L è l'operatore lineare e g il termine forzante (sorgente). Si supponga di considerare una soluzione approssimata $\tilde{\phi}$:

$$\tilde{\phi} = \sum_{n=1}^N a_n u_n$$

dove gli a_n sono detti coefficienti di espansione e le u_n funzioni di espansione. Se inserita nell'equazione differenziale essa darà luogo ad una soluzione approssimata:

$$L[\tilde{\phi}] \cong g$$

A causa dell'approssimazione, è possibile ricavare l'espressione di un residuo:

$$R = L[\tilde{\phi} - \phi] = L[\tilde{\phi}] - g$$

Si ricerca quindi un metodo per annullare il residuo; questo significherebbe aver trovato il modo di approssimare molto bene la soluzione. Questo metodo si serve del prodotto interno e delle funzioni peso W_m tali che:

$$\int_{\Omega} W_m \cdot R \, d\Omega = 0$$

Questo integrale corrisponde al seguente prodotto interno pesato:

$$\langle W_m, R \rangle = 0$$

Prendendo un insieme di funzioni peso, l'integrale si trasforma in un sistema lineare:

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle W_m, Lu_n \rangle = \langle W_m, g \rangle \quad \text{per } m = 1, 2, \dots, N$$

Questo sistema può essere scritto in forma matriciale:

$$[A][X] = [B]$$

dove:

$$A_{m,n} = \langle W_m, Lu_n \rangle$$

$$B_m = \langle W_m, g \rangle$$

$$X_n = a_n$$

Si è in questo modo passati da un metodo continuo ad uno discreto risolvibile numericamente; il residuo sarà circa zero quando N tenderà ad infinito.

Il metodo dei residui pesati presenta 4 accezioni, in base alla scelta delle funzioni peso. La scelta più frequente ricade sul metodo di Galerkin, nel quale le funzioni peso vengono scelte uguali alle funzioni di espansione:

$$W_m = u_n$$

Applicazione del metodo di Galerkin al FEM.

Come precedentemente visto, è complicato trovare una funzione che approssimi la soluzione in tutto il dominio; è conveniente invece discretizzare il dominio in vari elementi e cercare una funzione approssimante locale.

Si consideri l'equazione di Poisson:

$$\nabla \cdot K \nabla U + Q = 0$$

dove K è la permittività, U il potenziale scalare e Q la carica. Sono applicate le seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{cases} u = u_0 & \text{Dirichelet} \\ \frac{\partial u}{\partial n} = q & \text{Neumann} \end{cases}$$

Si consideri un particolare dominio, discretizzato in 6 elementi (Fig. 3.13).

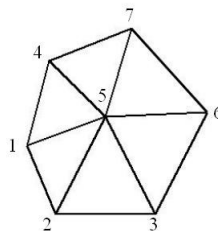


Fig. 3.13 – Dominio considerato.

Per ogni elemento verrà assegnata una numerazione locale, che dovrà poi essere ricondotta a quella globale nel momento della costruzione della matrice totale (Fig. 3.14).

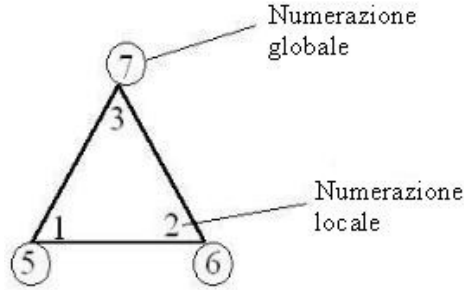


Fig. 3.14 – Numerazione locale e globale di un elemento.

Per la definizione del potenziale approssimato, riferendosi alla numerazione locale, è possibile scrivere:

$$\begin{cases} u_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \\ u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \\ u_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \end{cases}$$

e in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

ovvero $[U] = [C][\alpha]$.

Attraverso l'uso della regola di Cramer si trovano i coefficienti α incogniti:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A} \begin{vmatrix} U_1 & x_1 & y_1 \\ U_2 & x_2 & y_2 \\ U_3 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

e così via per gli altri due.

Si definiscono ora dei coefficienti a, b, c in modo tale che sia possibile trovare il potenziale in qualsiasi punto dell'elemento, noti i potenziali ai nodi:

$$\begin{cases} a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ b_1 = y_2 - y_3 \\ c_1 = x_3 - x_2 \end{cases}$$

e in maniera analoga per $a_2, a_3, b_2, b_3, c_2, c_3$.

I coefficienti $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sono dati da:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{a_1 U_1 + a_2 U_2 + a_3 U_3}{2A} \\ \alpha_2 = \frac{b_1 U_1 + b_2 U_2 + b_3 U_3}{2A} \\ \alpha_3 = \frac{c_1 U_1 + c_2 U_2 + c_3 U_3}{2A} \end{cases}$$

dove $2A = a_1 + b_1x_1 + c_1y_1$

Il potenziale su ciascun elemento è dato quindi da:

$$U = \frac{1}{2A} [(a_1 + b_1x + c_1y)U_1 + (a_2 + b_2x + c_2y)U_2 + (a_3 + b_3x + c_3y)U_3] = \sum_{i=1}^3 N_i U_i$$

Le N_i sono le già note shape functions. Il potenziale in un punto qualsiasi dell'elemento può essere costruito con una media pesata di queste funzioni.

Applicando il metodo di Galerkin su tutto il dominio alle shape functions si ottiene:

$$\int_{\Omega} W_j [\nabla \cdot k \nabla U + Q] d\Omega = 0$$

Come già visto è più conveniente ragionare sui sottodomini, quindi applichiamo il metodo sui singoli elementi, ottenendo:

$$\int_{\Omega} W_j [\nabla \cdot k \nabla U + Q] d\Omega \cong \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_{\Delta}} W_j [\nabla \cdot k \nabla U + Q] d\Omega$$

dove N è il numero di elementi della mesh e Ω_{Δ} è l'area di ogni singolo elemento. Si hanno varie funzioni U , che approssimano il potenziale su ogni singolo elemento; potrebbe essere che queste siano diverse per ogni sottodominio. Esse dovranno essere costruite in modo tale da aver garantita la continuità non solo delle funzioni, ma anche della derivata, fino ad un ordine inferiore di un unità all'ordine dell'equazione differenziale.

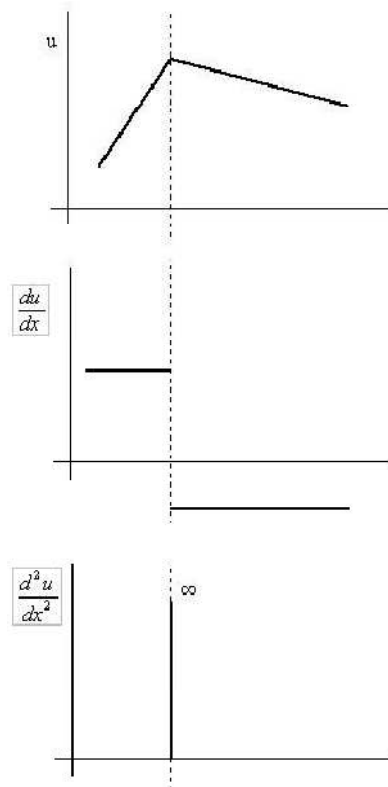


Fig. 3.15 – Funzione interpolante del primo ordine e sue derivate.

Se avessi funzioni interpolanti del primo ordine avrei la discontinuità della derivata prima e la derivata seconda sarebbe un impulso (Fig. 3.15).

E' possibile comunque ridurre l'ordine di derivata di una unità applicando il teorema di Green, ottenendo:

$$\int_{\Omega} W_i [\nabla \cdot k \nabla U + Q] d\Omega = \int_{\Omega} \nabla W_i \cdot k \nabla U d\Omega + \int_{\Omega} W_i Q d\Omega - \int_{\Gamma} W_i k \frac{\partial U}{\partial n} d\Gamma = 0$$

Siccome U tra un elemento e l'altro si deve conservare, l'ultimo termine è posto pari a zero. La condizione di Neumann è quindi automaticamente soddisfatta.

Avendo solamente derivate prime è sufficiente che sia garantita la continuità del potenziale; in altri termini è possibile utilizzare elementi del primo ordine.

Il residuo sarà pari a:

$$R_i = \left[\int_{\Omega_{\Delta}} \nabla N_i k \nabla N_j d\Omega \right] U_j + \int_{\Omega_{\Delta}} N_i Q d\Omega = k_{ij} U_j + f_i$$

dove i k_{ij} sono i coefficienti della matrice locale e gli f_i sono legati alle sorgenti interne dell'elemento (termini noti).

Nel caso di elementi del primo ordine si ottiene:

$$k_{ij} = \int_{\Omega_{\Delta}} \frac{k(b_i b_j + c_i c_j)}{4A^2} d\Omega = \frac{k(b_i b_j + c_i c_j)}{4A}$$

$$f_i = \int_{\Omega_{\Delta}} \frac{a_i b_i x + c_i y}{2A} Q d\Omega = \frac{AQ}{3}$$

Il sistema locale sarà quindi:

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \frac{k}{4A} \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_1 b_3 + c_1 c_3 & b_2 b_3 + c_2 c_3 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} + \frac{AQ}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Fatto questo si passa dalla matrice locale a quella globale, ottenendo un sistema lineare. Potranno essere ricavati così i potenziali incogniti.

Questa viene detta "formulazione debole" perché non sono presenti derivate.

Il metodo di Galerkin con i residui pesati è preferito all'approccio variazionale perché non sempre è possibile trovare un funzionale adatto per l'approssimazione della soluzione.

3.5 – TEORIA FLUIDODINAMICA.

3.5.1 - Tipi di moto.

Un mezzo fluido, per definizione, è l'insieme di innumerevoli particelle distribuite nello spazio che esso occupa. Il volume di ciascuna particella, di valore esiguo ma finito, è da considerarsi trascurabile rispetto al volume totale. Il mezzo fluido costituisce un sistema continuo.

L'intero spazio occupato dal fluido è detto campo di moto ed è caratterizzato, nel caso più generale, da un diverso valore del vettore velocità $\bar{u}$ in ogni suo punto.

A seconda della distribuzione della velocità nel tempo e nello spazio è possibile caratterizzare il tipo di moto nei seguenti tre casi:

- moto vario: il vettore velocità varia in ogni punto, col tempo e, per un dato istante, cambia al variare delle coordinate spaziali ($\bar{u} = f(x, y, z, t)$);
- moto permanente: il vettore velocità è funzione solamente delle coordinate spaziali, ma in ogni punto la velocità rimane invariata nel tempo ($\bar{u} = f(x, y, z)$);
- moto uniforme: la velocità rimane costante sia al variare del tempo che dello spazio.

Per rappresentare il campo di moto di un fluido, si può pensare di tracciare un insieme di curve, ciascuna delle quali connetta una serie di particelle in moto; ogni curva dovrà unire elementi dotati della stessa velocità e dovrà essere tangente al vettore velocità di ogni particella. Ogni linea così costruita è detta “linea di corrente” (Fig. 3.16).

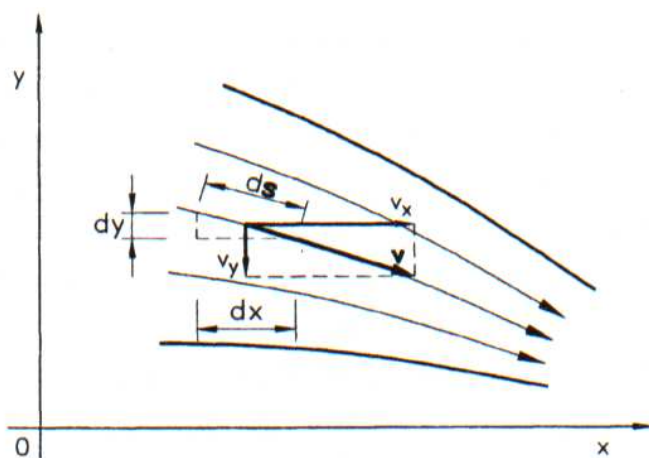


Fig. 3.16 – Rappresentazione del moto tramite linee di corrente.

Ricordando i tipi di moto esposti sopra si ha che:

- nel moto uniforme, essendo $\bar{u}$ costante nell'intero dominio, tutte le linee di corrente dovranno essere tra loro parallele;
- nel moto permanente, $\bar{u}$ dipende solo dalle coordinate spaziali, quindi la rappresentazione è invariata rispetto al tempo;
- nel moto vario la rappresentazione tramite linee di corrente è valida solamente per l'istante nel quale è stata fatta.

La traiettoria di una particella in movimento è la linea che unisce le posizioni che essa occupa durante il moto; nel primo e nel secondo caso quindi traiettoria e linee di corrente coincidono. Nel terzo caso invece esse coincidono solamente per l'istante considerato.

3.5.2 - Equazione di continuità della portata.

Si consideri all'interno del mezzo fluido una linea chiusa, la quale delimiti una sezione posta in direzione ortogonale al moto. A questo punto, tracciando le linee di corrente che attraversano i punti giacenti sulla linea, si ottiene una sorta di condotto, chiamato tubo di flusso (Fig. 3.17). Se il moto è permanente o uniforme, esso rimane di forma invariata nel tempo.

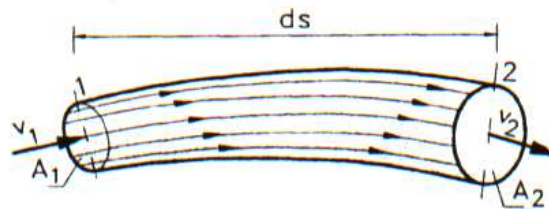


Fig. 3.17 – Tubo di flusso

Se la sezione trasversale del tubo di flusso è piccola, la velocità nel suo punto medio è circa coincidente con il valore medio della velocità sull'intera sezione. Considerando il caso infinitesimo, essendo dA il valore della sezione trasversale, u la velocità perpendicolare a dA , il volume di fluido che attraversa la sezione nell'unità di tempo è:

$$dQ = v dA$$

Nel caso in cui la sezione non fosse infinitesima, ma di valore finito, si ottiene che:

$$Q = \int_A v dA$$

e Q è detta portata.

Si consideri ora un tubo di flusso di lunghezza elementare ds e sezione finita. Se il moto è permanente o uniforme, vista l'impossibilità per definizione di avere migrazione di fluido attraverso le superfici laterali, la portata che lo attraversa è costante. Considerando le superfici di ingresso e uscita, rispettivamente A_1 e A_2 e le relative velocità medie, si ha che:

$$A_1 \bar{u}_1 = A_2 \bar{u}_2$$

che rappresenta l'equazione di continuità del tubo di flusso.

Nel caso di moto vario, il tubo varia la sua forma istante per istante e la velocità media è funzione dello spazio e del tempo. Tuttavia la legge di continuità è ancora valida per l'istante considerato, visto che per ogni istante la superficie laterale non può essere attraversata dal fluido. In un caso pratico essa ha validità quindi, quando il tubo stesso coincide con un involucro rigido (per esempio nel moto a pressione in una condotta).

3.5.3 - Reticolato di flusso.

Una maniera migliore per rappresentare il campo di moto rispetto alle linee di corrente è dato dal reticolato di flusso.

Si consideri un campo piano in moto permanente, cioè tale che la velocità abbia, rispetto agli assi di riferimento due componenti, e che essa sia costante in direzione perpendicolare al piano considerato (moto bidimensionale). In queste condizioni un tubo di flusso è rappresentato da due linee di corrente.

Se la portata q per unità di larghezza viene suddivisa in un numero finito di parti uguali Δq si può creare una rappresentazione di linee di corrente in modo tale che ogni coppia di linee contigue definisca un tubo di flusso che sia percorso dalla portata Δq . In questo modo quindi si avrà un infittimento delle linee di flusso nelle zone a velocità maggiore, rappresentando così la distribuzione della velocità nel campo.

Oltre a queste, viene considerata anche un'altra famiglia di linee. Queste si ottengono tracciando delle curve perpendicolari a quelle di corrente, in modo tale che la distanza tra due successive sia eguale alla distanza tra due linee di corrente intersecate. Si è così ottenuto il reticolato di flusso.

3.5.4 - Moti rotazionali e irrotazionali.

Non sempre è possibile rappresentare un campo di moto con un reticolato di flusso. Si considerino i seguenti 5 casi (Fig. 3.18):

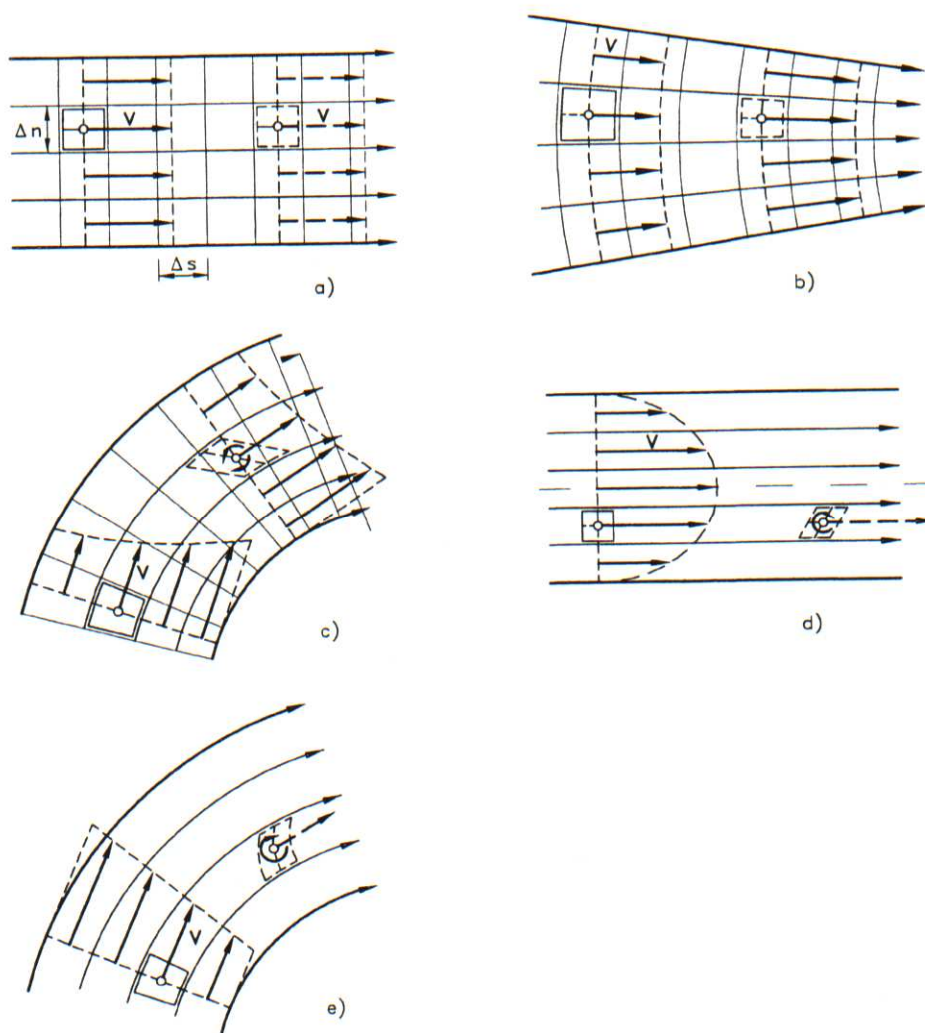


Fig. 3.18 – Schemi di campi di moto irrotazionali (a,b,c) e rotazionali (d,e).

- a) moto tra contorni paralleli a velocità uniforme;
- b) moto tra contorni convergenti con velocità costante in una sezione normale ma variabile da sezione a sezione;

- c) moto tra contorni cilindrici coassiali con velocità variabile, in tutte le sezioni normali, con legge $ur = \text{costante}$;
- d) moto tra contorni paralleli con distribuzione delle velocità variabile nella sezione normale;
- e) moto tra contorni cilindrici coassiali dove la velocità varia con legge $u = r\omega$, dove ω è la velocità angolare.

Le linee di corrente nei casi d) ed e) , (corrispondenti come forme del campo di moto ad a) e c) ma con diversa distribuzione della velocità), definiscono anch'esse un insieme di tubi di flusso, ma con diverso valore della portata Δq da tubo a tubo. Ovviamente anche per questi due casi è possibile disegnare le linee di corrente in modo che i conseguenti tubi trasportino la stessa portata, infittendo le linee verso il centro in d) e all'esterno in e) , ma non si riuscirebbe con nessun insieme di rette normali a esse a tracciare il reticolato di flusso con quadrati o quadrangoli come nei casi corrispondenti.

La possibilità o meno di tracciare il reticolato di flusso ha interessanti risvolti dal punto di vista fisico. A questo scopo si consideri, per i vari casi, il comportamento di un elemento fluido, assunto con forma iniziale quadrata o quadrangolare. Nel caso a) esso mantiene la sua forma lungo tutto il percorso, mentre nel caso b) esso riduce le sue dimensioni lineari, mantenendo però la sua forma; non si ha alcuna rotazione angolare dell'elemento attorno al suo baricentro.

Nel caso c) il diverso valore della velocità comporta una distorsione dell'elemento, ma si hanno contemporaneamente due rotazioni opposte (una dovuta alla curvatura del tubo, una dovuta alla differenza di velocità), quindi mediamente non si ha rotazione.

In fine, nei casi d) ed e), la diversa velocità ai bordi dell'elemento ne impone la rotazione.

I moti del primo tipo sono detti irrotazionali, i secondi rotazionali. Per i secondi è impossibile, come visto, tracciare il reticolato di flusso.

Fatto di fondamentale importanza è che i moti irrotazionali in natura non esistono, a causa della natura viscosa dei fluidi reali. La legge di Newton per i fluidi viscosi dice che:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}$$

dove τ è la sollecitazione di taglio, μ la viscosità cinematica e n la direzione normale al moto. Se la velocità possedesse valore finito diverso da zero sulla parete che limita il campo di moto, la tensione tangenziale τ assumerebbe su di essa valore infinito, cosa fisicamente impossibile. Nel contatto quindi tra fluido reale e parete la velocità deve essere nulla.

3.5.5 - Moto laminare e turbolento.

Oltre alle classificazioni già viste per i moti fluidodinamici, esiste un'altra distinzione possibile: quella tra moti laminari (regolari) e moti turbolenti (caotici). In generale, fluidi in moto a basse velocità o molto viscosi, sono stabili a piccole perturbazioni e il moto rimane laminare, mentre fluidi ad alte velocità o molto poco viscosi sono sensibili anche alla più piccola perturbazione e rapidamente sviluppano una componente caotica del moto.

Per la determinazione del tipo di moto è necessario quantificare le sollecitazioni di taglio e l'inerzia in un fluido.

Si consideri un moto permanente, nel quale la velocità dipende solamente dalle coordinate spaziali. Con riferimento ad una particella fluida che giace sulla linea di corrente C (Fig. 3.19), la sua accelerazione sarà pari a:

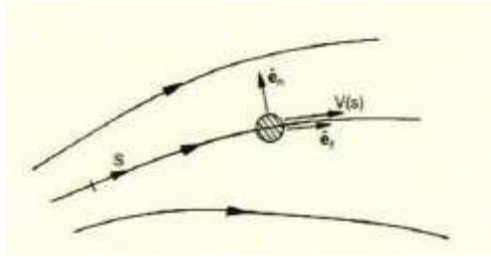


Fig. 3.19 – Particella fluida in moto permanente.

$$\text{accelerazione} = V \frac{dV}{ds} \hat{e}_t - \frac{V^2}{R} \hat{e}_n$$

dove s è una coordinata curvilinea misurata lungo C , $V(s)$ la velocità, R il raggio di curvatura e $\hat{e}_t$ ed $\hat{e}_n$ sono i versori in direzione tangenziale e normale a C . In generale quindi, l'accelerazione di un elemento fluido è dell'ordine di $|\bar{u}^2|/l$, dove l è una grandezza caratteristica dal moto.

Tornando allo sforzo di taglio, esso è, in molti fluidi, quantificato attraverso la già nota legge di Newton dei fluidi viscosi. Come precedentemente visto, a causa del gradiente di velocità in direzione perpendicolare al moto (y), si hanno strati di fluido che scorrono l'uno sull'altro (Fig. 3.20).

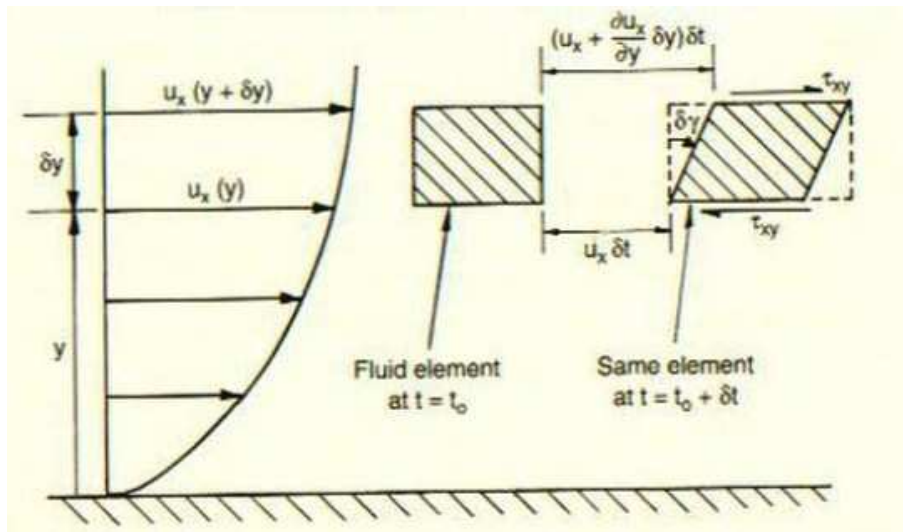


Fig. 3.20 – Distorsione di un elemento fluido in un moto monodimensionale.

Una quantificazione del tasso di slittamento è dato dal tasso di distorsione angolare dy/dt di un elemento inizialmente di forma rettangolare. Affinché questo scorrimento possa effettivamente esistere, deve essere presente una sollecitazione di taglio; inoltre questa è direttamente proporzionale a dy/dt . Il tutto si traduce in:

$$\tau = \mu \frac{dy}{dt}$$

Il termine di proporzionalità μ è detto viscosità assoluta. Dalla figura 3.20 si può chiaramente notare che $dy/dt = \partial u / \partial y$; l'espressione finale risulta essere quindi:

$$\tau = \rho \nu \frac{\partial u_x}{\partial y}, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

dove ν è la viscosità cinematica. Si è scelto di utilizzare questa espressione per evitare di fare confusione con la permeabilità magnetica.

Nel caso più generale di fluido bidimensionale ($\vec{u}(x, y) = (u_x, u_y, 0)$), γ , e quindi $d\gamma/dt$, hanno due componenti (Fig. 3.21).

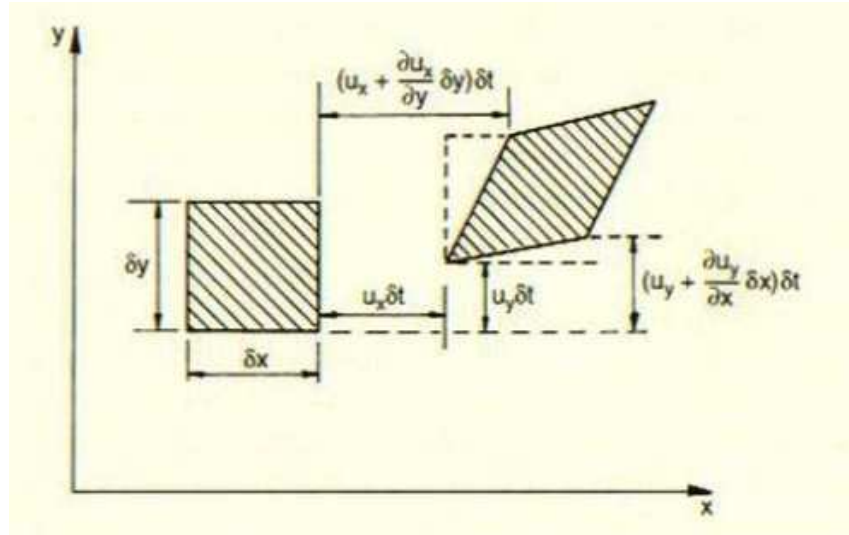


Fig. 3.21 – Distorsione di un elemento fluido in un moto bidimensionale.

La legge di Newton della viscosità in due dimensioni sarà quindi:

$$\tau_{xy} = \rho\nu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)$$

Lo sforzo di taglio è importante non solo perché causa la distorsione di un elemento, ma perché uno squilibrio tra forze di taglio può portare ad una forza netta esercitata sull'elemento stesso. Per esempio, con riferimento alla figura 3.20, una forza orizzontale sarà esercitata sull'elemento se τ_{xy} sulla parte superiore di esso è diversa dalla τ_{xy} inferiore.

La forza viscosa per unità di volume può quindi essere espressa in forma di gradiente del taglio ($\partial\tau_{xy}/\partial y$) e ha dimensione: $f_v \sim \rho\nu|\vec{u}|/l_\perp$, dove $l_\perp$ è una lunghezza caratteristica in direzione perpendicolare alle linee di flusso. La forza d'inerzia per unità di volume, invece, è del tipo: $f_{in} \sim \rho \times (\text{accelerazione}) \sim \rho u^2/l$.

Il rapporto tra forze viscosi e forze d'inerzia fornisce il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{ul}{\nu}$$

Quando esso è di scarsa entità, le forze viscosi prevalgono su quelle d'inerzia, mentre quando è di valore elevato avviene il contrario. Nella maggior parte dei casi il numero di Reynolds ha valori elevati, questo per il fatto che la viscosità di molti fluidi (anche di molti metalli liquidi) è decisamente bassa, dell'ordine dei $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Questo non significa però che nell'intero dominio non siano presenti elevate sollecitazioni di taglio. Per quanto ν possa essere piccolo, ci saranno sempre delle regioni a stretto contatto con le superfici dove gli sforzi di taglio sono significativi, dello stesso ordine di grandezza di quelli d'inerzia.

Si consideri il caso di Fig. 3.22, dove il profilo di un'ala è immerso in un flusso d'aria e il numero di Reynolds si aggira attorno ad un valore di 10^8 .

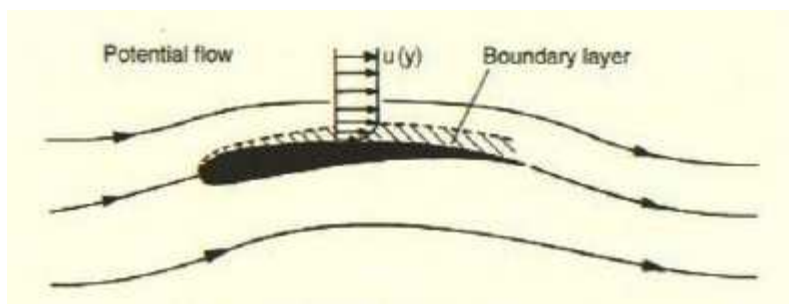


Fig. 3.22 – Flusso su un profilo alare.

A causa dell'alto valore di Re , lontano dall'ala il fluido si comporta come se fosse non viscoso. Vicino ad essa invece, l'aria si comporta in modo diverso, e questo è dovuto alla particolare condizione al contorno chiamata di “non scorrimento” vista precedentemente; è come se il fluido fosse incollato alla superficie. Dovrà essere presente quindi una zona di transizione, tra la regione in cui il fluido è non viscoso e quella in cui esso è a contatto con la parete. Questo strato è detto “boundary layer”; solitamente è di valori molto modesti. Una stima della sua dimensione è data da:

$$\frac{\delta}{l} \sim \sqrt{\left(\frac{ul}{\nu}\right)} \ll 1$$

dove δ è lo spessore del boundary layer e l la larghezza del profilo alare.

Spesso, per studiare il flusso di fluidi su oggetti ad elevati valori di Re , è usuale dividere il moto in un flusso esterno non viscoso, e in altri boundary layers nei quali sono confinati gli effetti viscosi. Questa suddivisione però non è adatta a trattare il moto di fluidi confinati, perché con il passare del tempo, e l'usura delle pareti dei condotti, gli sforzi di taglio possono avere una forte influenza su tutto il campo di moto.

Il fatto che i moti fluidi con basso valore di Re siano laminari, e che quelli ad alto Re siano turbolenti, è stato dimostrato per la prima volta nel 1883 da Reynolds, durante i suoi studi sul flusso dell'acqua nei condotti. Egli osservò che la transizione da laminare a turbolento è relativamente rapida, e avviene a circa $Re=2000$, che è considerato relativo ad un flusso abbastanza moderato.

Un moto turbolento è caratterizzato dal fatto che, sovrapposto al flusso principale (mediato nel tempo), esiste un moto casuale e caotico. Il campo di velocità quindi, è spesso decomposto nella componente media e da quella casuale; l'espressione del vettore velocità diventa quindi:

$$\bar{u} = \hat{u} + \bar{u}'$$

dove $\hat{u}$ è la componente media e $\bar{u}'$ quella caotica. La transizione tra i due tipi di moto avviene perché, a certi valori di Re , si sviluppano delle instabilità nel moto laminare. Queste instabilità, a bassi valori di Re , sono sopresse dalla viscosità, ma come Re aumenta, esse iniziano a far sentire la loro influenza.

La transizione da laminare a turbolento comunque, non è ancora del tutto chiara. Per esempio, succede spesso che alcuni tratti di un moto fluido siano a carattere laminare, mentre allo stesso tempo, altre parti dello stesso moto siano turbolente (Fig. 3.23).

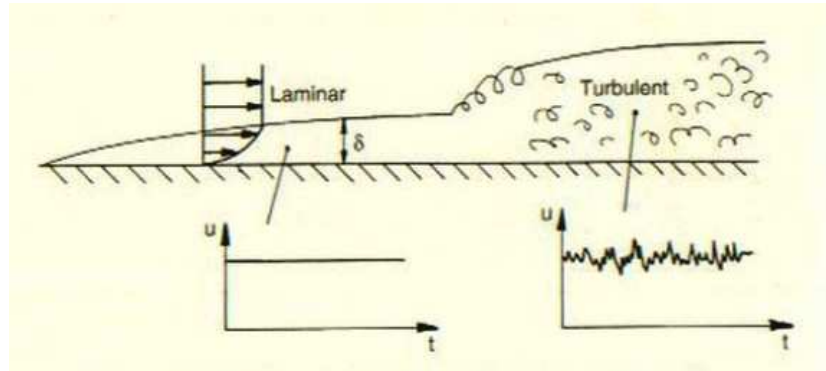


Fig. 3.23 – Transizione da moto laminare a turbolento in un boundary layer.

Spesso, delle fluttuazioni periodiche non turbolente nel moto laminare precedono l'avvento della turbolenza. Questo fatto è illustrato in Fig. 3.24, dove è riportato il flusso di un fluido oltre un cilindro per vari valori di Re .

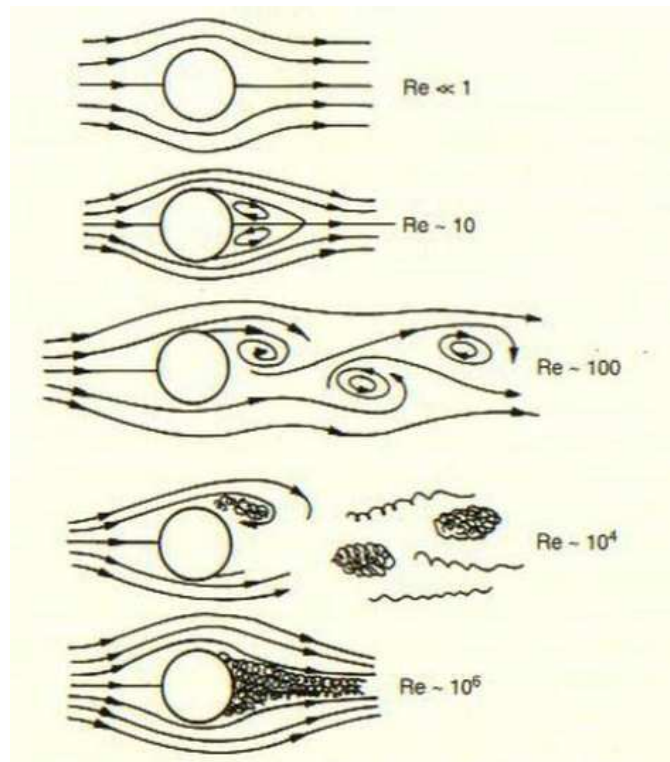


Fig. 3.24 – Flusso oltre un cilindro per vari valori di Re .

Nel primo caso si ha un flusso simmetrico; appena Re supera l'unità, appaiono dei vortici stazionari sul retro del cilindro. Quando Re raggiunge valore 100 questi vortici iniziano a staccarsi dal cilindro in maniera regolare e periodica (il flusso è ancora laminare). Per Re pari a 10^4 i vortici diventano turbolenti ma la situazione è ancora simile alla precedente. Infine, nell'ultima caso, il flusso sul retro del cilindro perde la sua natura periodica e diventa turbolento.

In alcuni casi quindi, esistono particelle che oltre a possedere un moto lineare, sono soggette a rotazione (moti rotazionali). La misura della velocità angolare di un elemento fluido è data da:

$$\bar{\omega} = \nabla \times \bar{u}$$

3.5.6 - Equazione di Navier-Stokes.

Le equazioni di Navier-Stokes descrivono i cambiamenti nella quantità di moto di un elemento fluido che si muove all'interno di un campo di moto; servono quindi a rappresentare analiticamente il moto dei fluidi.

La descrizione dei fenomeni che avvengono in un mezzo fluido può essere fatta seguendo due indirizzi diversi. Il primo, dovuto a Lagrange, si propone di studiare i fenomeni analizzando il comportamento di una determinata particella fluida durante il suo moto nello spazio. Il secondo, dovuto ad Eulero, si propone di determinare le caratteristiche del moto indagando il comportamento del fluido in ciascun punto dello spazio che esso occupa. Le grandezze fluidodinamiche sono legate alla particella nel primo caso; al punto considerato nel secondo. La formulazione delle leggi di Navier-Stokes si avvale dell'approccio di Lagrange.

Sia p la pressione e τ_{ij} gli sforzi di taglio agenti sul fluido; sia ν la sua viscosità cinematica. La seconda legge di Newton della dinamica applicata ad un volume elementare δV porta a:

$$(\rho \delta V) \frac{D\vec{u}}{Dt} = -(\nabla p) \delta V + \left[\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right] \delta V$$

La massa dell'elemento, per la sua accelerazione, è pari alle forze di pressione totali agenti sulle sue superfici. Queste forze sono date da:

$$\oint (-p) dS = \int (-\nabla p) dV = -(\nabla p) \delta V$$

e l'altro termine si calcola sommando i contributi degli sforzi di taglio sulle superfici di un elemento fluido (Fig. 3.25).

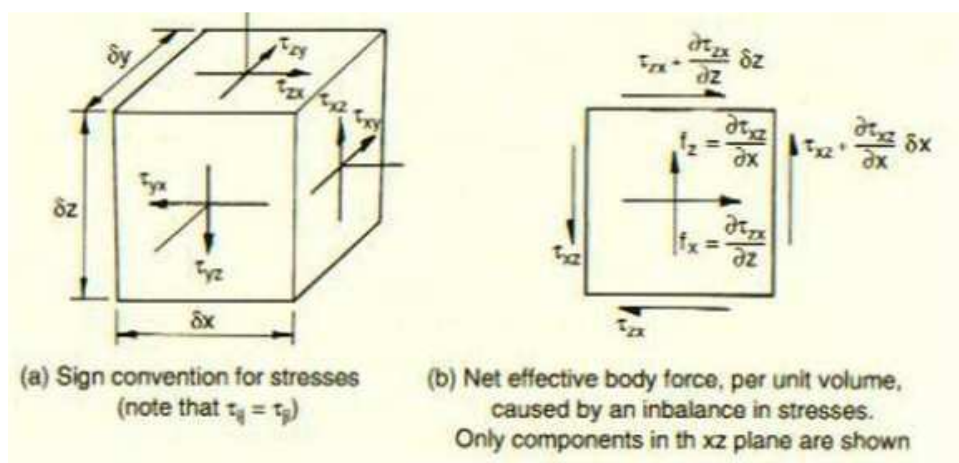


Fig. 3.25 – Sforzi di taglio agenti su un cubo elementare di fluido.

Si consideri il fluido incompressibile, in modo che la legge di conservazione della massa si riduca all'equazione di continuità della portata, espressa come $\nabla \cdot \vec{u} = 0$. Le sollecitazioni viscose sono, secondo la legge di Newton sulla viscosità:

$$\tau_{ij} = \rho \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Sostituendo quest'ultima equazione nell'espressione della seconda legge della dinamica, e dividendo per la massa, si perviene alla forma consueta dell'equazione di Navier-Stokes:

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right) + \nu\nabla^2\bar{u}$$

Le condizioni al contorno impongono che la velocità sia zero nella zona di contatto con qualsiasi parete.

L'espressione $D(\cdot)/Dt$ rappresenta la derivata convettiva. Essa esprime il tasso di variazione di una certa quantità associata con un dato elemento fluido. L'utilizzo di questo tipo di derivata è associato al fatto di aver scelto l'approccio di Lagrange. Essa non deve essere confusa con $\partial(\cdot)/\partial t$ che rappresenta il tasso di variazione di una certa quantità relativa ad un punto prefissato dello spazio. Per una funzione vettoriale generica $\bar{a}$ essa vale:

$$\frac{D}{Dt}(\bar{a}) = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{a}) + (\bar{u} \cdot \nabla)(\bar{a})$$

Si può quindi riscrivere l'equazione di Navier-Stokes nella seguente forma:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla)\bar{u} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right) + \nu\nabla^2\bar{u}$$

In molti settori della fluidodinamica, è spesso utile lavorare con il campo di vorticità $\bar{\omega} = \nabla \times \bar{u}$, rispetto a quello di velocità. Questo perché le leggi che governano l'evoluzione di $\bar{\omega}$ sono spesso più semplici, e perché in molti moti fluidi sono presenti regioni con intense rotazioni locali (vortici).

Attraverso una serie di passaggi matematici si giunge alla seguente equazione di vorticità:

$$\frac{D\bar{\omega}}{Dt} = (\bar{\omega} \cdot \nabla)\bar{u} + \nu\nabla^2\bar{\omega}$$

Considerazione della turbolenza.

Si supponga di essere in presenza di moto turbolento nel quale il campo di velocità è composto da una parte costante nel tempo e da una fluttuante: $\bar{u} = \hat{u} + \bar{u}'$ (Fig. 3.26).



Fig. 3.26 – Componenti della velocità in un moto turbolento.

Effettuando la media nel tempo dell'equazione di Navier-Stokes, compaiono dei nuovi termini, dovuti alla velocità fluttuante. Di seguito è riportata la media nel tempo dell'equazione per la componente x del moto:

$$\begin{aligned} (\hat{u} \cdot \nabla)\hat{u}_x = & -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[2\nu\frac{\partial\hat{u}_x}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\nu\left(\frac{\partial\hat{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial\hat{u}_y}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\nu\left(\frac{\partial\hat{u}_x}{\partial z} + \frac{\partial\hat{u}_z}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}[-\hat{u}'_x\hat{u}'_x] \\ & + \frac{\partial}{\partial y}[-\hat{u}'_x\hat{u}'_y] + \frac{\partial}{\partial z}[-\hat{u}'_x\hat{u}'_z] \end{aligned}$$

Le sollecitazioni legate al moto laminare sono:

$$\sigma_x = 2\rho\nu \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \rho\nu \left[\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right]$$

$$\tau_{xz} = \rho\nu \left[\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right]$$

I termini addizionali introdotti dalla turbolenza sono chiamati sollecitazioni di Reynolds; essi valgono:

$$\sigma_x = -\rho \hat{u}'_x \hat{u}'_x$$

$$\tau_{xy} = -\rho \hat{u}'_x \hat{u}'_y$$

$$\tau_{xz} = -\rho \hat{u}'_x \hat{u}'_z$$

Si può quindi riscrivere l'espressione della componente x del moto nel seguente modo:

$$(\hat{u} \cdot \nabla) \hat{u}_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu^2 \nabla^2 \hat{u}_x + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\rho \hat{u}'_x \hat{u}'_i) \quad \text{con } i = x, y, z$$

3.6 - ACCOPPIAMENTO: INSERIMENTO DELLA FORZA DI LORENTZ.

3.6.1 - Equazioni di Maxwell in forma ridotta per l'MHD.

Nell'MHD le equazioni di Maxwell possono essere notevolmente semplificate. In particolare le semplificazioni introdotte sono la conseguenza delle seguenti osservazioni:

- Le forze di natura elettrica ($q\vec{E}$) sono nettamente inferiori a quelle magnetiche (forze di Lorentz); inoltre il contributo di $\partial\rho/\partial t$ nell'equazione di conservazione della carica è trascurabile. Di conseguenza la densità di carica ρ è trascurata.
- Le correnti di spostamento sono trascurabili se confrontate con la densità di corrente $\vec{J}$.

Le equazioni di Maxwell in forma ridotta saranno quindi:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} \quad \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{Legge di Ampère e conservazione della carica}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Legge di Faraday e induzione solenoidale}$$

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad \vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad \text{Legge di Ohm e Forza di Lorentz}$$

3.6.2 - Equazione di Navier-Stokes completa.

Ai fini della descrizione del moto fluido sotto l'azione di forze elettromagnetiche, l'equazione di Navier-Stokes è ampliata, inserendo il termine dovuto alla Forza di Lorentz.

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{\rho}$$

L'equazione di vorticità è:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{u} \times \vec{\omega}) + \nu \nabla^2 \vec{\omega} + \nabla \times \left(\frac{\vec{J} \times \vec{B}}{\rho} \right)$$

3.6.3 - Parametri fondamentali

Esistono quattro parametri adimensionali ricorrenti nell'MHD.

Il primo è il già noto numero di Reynolds $Re = ul/\nu$, che rappresenta il rapporto tra forze d'inerzia e forze viscosi.

Il secondo è il cosiddetto parametro di interazione:

$$N = \frac{\sigma B^2 l}{\rho u}$$

che rappresenta il rapporto tra forze di Lorentz e forze d'inerzia.

Il terzo è il numero di Hartmann, ed è un ibrido tra N e Re:

$$Ha = \sqrt{NRe} = Bl \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}}$$

Questo rappresenta il rapporto tra le forze di Lorentz e quelle viscosi.

In fine la quarta grandezza adimensionale è il numero di Reynolds magnetico:

$$R_m = \frac{ul}{\lambda} = \mu\sigma ul$$

Esso fornisce informazioni sulla conducibilità del fluido. Quando R_m è elevato (alta conducibilità del mezzo), le linee di campo si comportano come delle linee elastiche, e seguono il movimento del fluido. Quando invece R_m è modesto (bassa conducibilità del mezzo), $\vec{u}$ ha una piccola influenza su $\vec{B}$, e il campo indotto è trascurabile rispetto a quello imposto.

La conoscenza di questi parametri fornisce un'indicazione sul tipo di moto in esame, e in taluni casi permette la semplificazione delle equazioni che descrivono il moto.

4. POMPE ELETTROMAGNETICHE.

4.1 - INTRODUZIONE

L'utilizzo delle convenzionali pompe meccaniche per la movimentazione di metalli liquidi presenta varie difficoltà, tra le quali la realizzazione di premistoppa, cuscinetti e guarnizioni che siano sufficientemente efficaci e di facile manutenzione. Il problema maggiore consiste però nel fatto che il fluido da pompare è a temperature elevate e tutti gli organi meccanici ne risulterebbero decisamente compromessi.

I dispositivi che superano tutti questi limiti sono le pompe elettromagnetiche. Esse infatti, non necessitano di entrare in contatto con il fuso per svolgere la loro azione pompante. Inoltre il loro design è relativamente semplice, essendo costituite da poche parti; di conseguenza presentano una durata maggiore rispetto a quelle meccaniche e necessitano di minore manutenzione.

Il loro svantaggio principale però, è quello di presentare un'efficienza bassa, a causa dello spesso traferro necessario per l'isolamento termico; si ha quindi una elevata riluttanza magnetica. Questo non significa però che il loro impiego sia svantaggioso economicamente; è necessario, caso per caso, effettuare un confronto economico tra il processo con l'utilizzo della pompa e quello precedente.

A differenza dei convenzionali motori elettrici rotanti, le pompe presentano un alto valore di scorrimento, cioè la differenza di velocità tra il campo traslante e il fuso è elevata. Anche questo fatto è diretta conseguenza della presenza di un traferro notevole.

4.2 – TIPI DI POMPE.

Le pompe elettromagnetiche non sono dispositivi di nuova concezione. Il loro funzionamento si basa sul fatto che nel materiale da pompare esistano contemporaneamente una corrente ed un campo magnetico, e questi devono avere direzioni perpendicolari tra loro affinché si generi una forza. Quest'ultima è data dall'integrale sul volume dell'espressione di Lorentz:

$$\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} \, dV$$

dove F è la forza, J la densità di corrente e B è l'induzione magnetica. Come si può vedere è presente il prodotto esterno tra i due quindi le due grandezze devono essere ortogonali per ottenere la spinta massima, come detto prima.

Esistono diversi tipi di pompe; i vari modelli, comunque, possono essere ricondotti sostanzialmente a due famiglie principali:

- le pompe a conduzione;
- le pompe ad induzione.

Le prime sono caratterizzate dal fatto che la corrente deve essere iniettata all'interno del fluido attraverso l'utilizzo di elettrodi a contatto con le pareti del condotto, che dovranno quindi essere di materiale conduttore. Il campo magnetico, di tipo stazionario, viene poi generato con l'uso o di magneti permanenti, o con un nucleo di materiale ferromagnetico sul quale è presente una bobina alimentata a corrente continua.

A differenza delle precedenti, nelle pompe ad induzione la corrente non viene iniettata attraverso elettrodi nel fuso, ma viene indotta in esso da campi elettromagnetici variabili nel tempo (possono essere di tipo pulsante o traslante), per il fenomeno di induzione elettromagnetica.

4.2.1 - Pompe a conduzione.

Uno schema di questo tipo di dispositivo è riportato in Fig. 4.1 e 4.2.

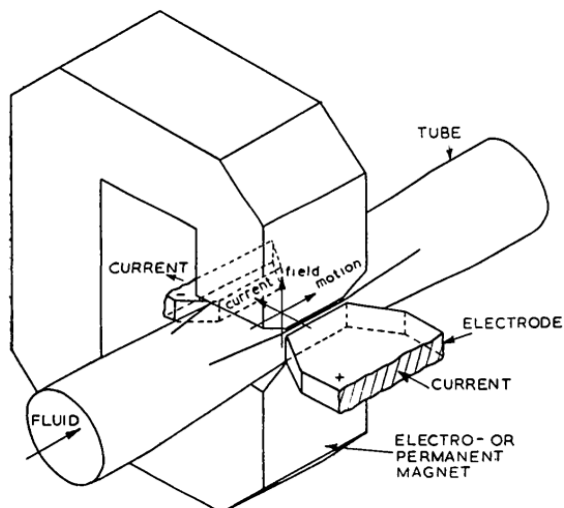


Fig. 4.1 – Pompe a conduzione con magnete permanente.

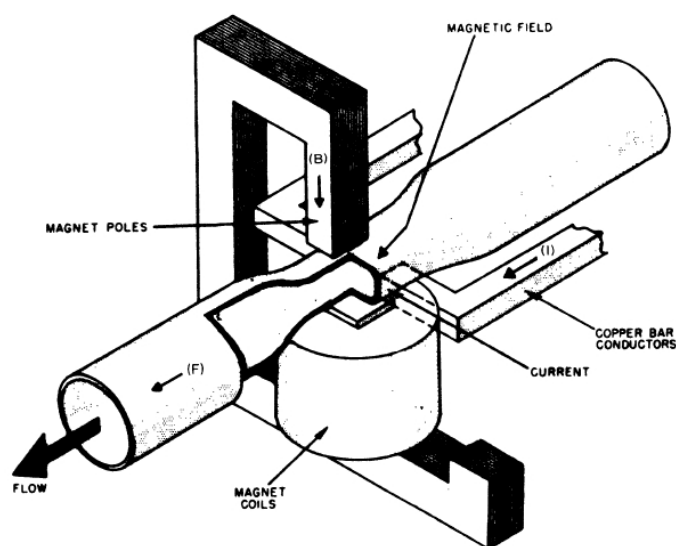


Fig. 4.2 – Pompe a conduzione con bobina magnetizzante.

Come esposto precedentemente, nelle pompe a conduzione è necessaria la presenza di elettrodi a contatto con il fuso, per iniettare la corrente. E questo è proprio il motivo per il quale questo dispositivo non ha trovato molto riscontro nell'industria metallurgica. Gli elettrodi, percorsi da elevate correnti, sono soggetti a forti azioni di corrosione per effetto elettrolitico. Inoltre l'elevata temperatura del fluido comporta ulteriori sollecitazioni su di essi.

4.2.2 - Pompe ad induzione.

Dispositivi di questo tipo sono costituiti essenzialmente da avvolgimenti, principalmente di tipo trifase, e da materiale ferromagnetico per convogliare il campo magnetico nel fuso; posti in prossimità del condotto svolgono la loro azione pompante senza avere nessuna parte in movimento.

Le pompe ad induzione possono essere classificate nelle seguenti configurazioni:

- SSLIP: single-sided linear induction pump;
- DSLIP: double-sided linear induction pump;
- ALIP: annular linear induction pump;
- CALIP: concentric annular linear induction pump;
- HWLIP: helically wound linear induction pump.

4.2.3 - SSLIP: Single Sided Linear Induction Pump.

La SSLIP non è altro che un motore elettrico asincrono “tagliato” e “srotolato” per renderlo lineare (Fig. 4.3). Lo statore è costituito da un opportuno sistema di avvolgimenti trifase inseriti in un nucleo magnetico, mentre il rotore è costituito dal metallo fuso. L'avvolgimento viene applicato in prossimità del condotto ed è tale da creare un campo magnetico traslante che “trascina” con se il fuso, lasciando le scorie alle sue spalle. La velocità del campo è pari a $v_s = \tau f$ (dove τ è il passo polare e f la frequenza).

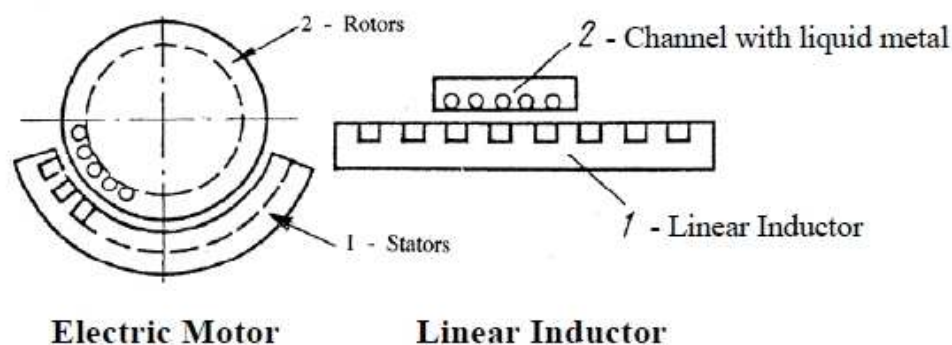


Fig. 4.3 – Induttore lineare.

4.2.4 - DSLIP: Double Sided Linear Induction Pump.

La DSLIP non è altro che la semplice evoluzione della precedente essendo costituita da due SSLIP affacciate (Fig. 4.4). Questo fa sì che il campo e le correnti indotte siano di entità maggiore; di conseguenza si hanno maggiori forze pompanti rispetto al precedente modello.

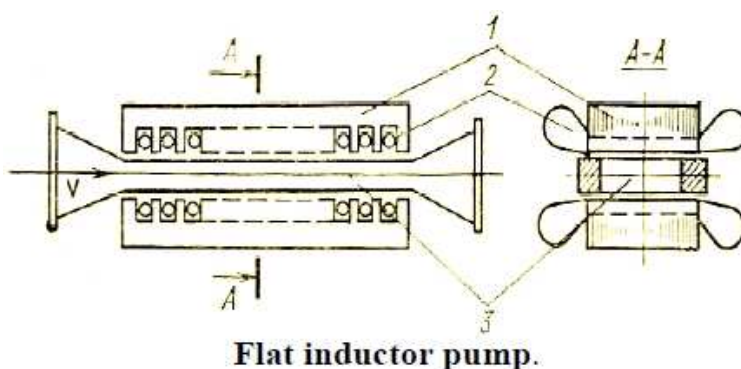


Fig. 4.4 – DSLIP. 1) Nuclei magnetici con cave per la posa dei conduttori; 2) Conduttori; 3) Condotto dove scorre il fuso.

Sia la SSLIP che la DSLIP necessitano che il condotto nel quale fluisce il fuso sia di sezione rettangolare, con sezione di altezza molto inferiore rispetto alla larghezza (Fig. 4.5). In questo modo la distanza tra i due avvolgimenti è la minore possibile e la forza nel canale sarà maggiormente uniforme.

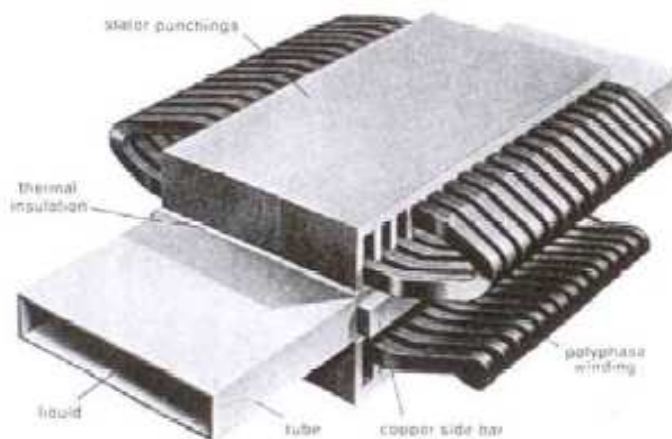


Fig. 4.5 – Vista 3D di una DSLIP.

4.2.5 - ALIP: Annular Linear Induction Pump.

La ALIP è concettualmente sviluppata arrotolando la SSLIP attorno ad un condotto circolare, il cui asse è parallelo alla direzione di traslazione del campo. Esiste però una forte variazione della forza radialmente, cioè essa è maggiore a contatto con le pareti e praticamente nulla nel centro in prossimità dell'asse. Questo causa la formazione di molti vortici interni, che sono sede di perdite fluidodinamiche e l'effetto pompante ne è decisamente degradato.

4.2.6 - CALIP: Concentric Annular Linear Induction Pump.

Per superare i problemi appena descritti per la ALIP, si introduce un nucleo ferromagnetico all'interno del condotto, creando così la CALIP (Fig. 4.6).

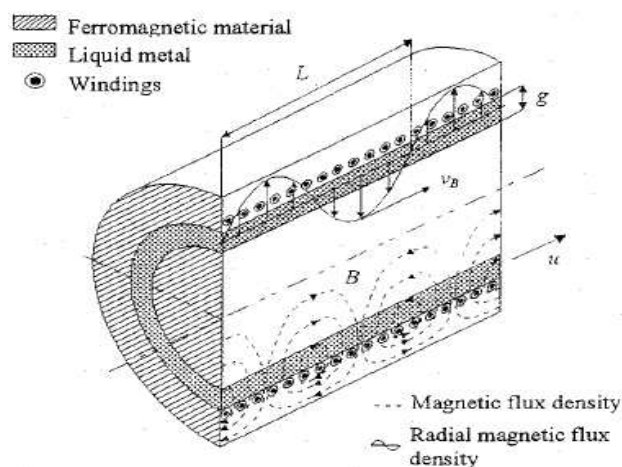


Fig. 4.6 - CALIP

La sezione nella quale il fuso può scorrere è quindi di forma anulare. Può inoltre essere aggiunto un ulteriore nucleo magnetico all'esterno degli avvolgimenti (Fig. 4.7).

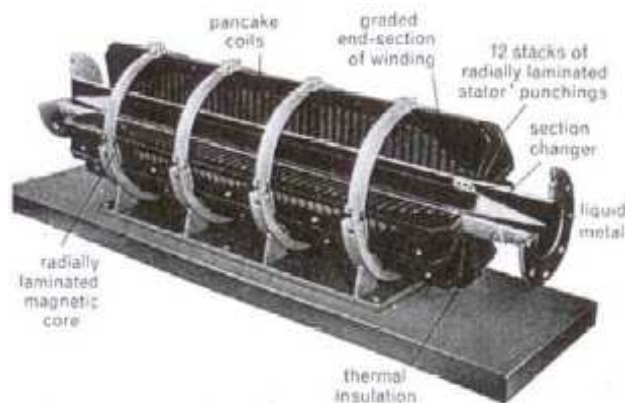


Fig. 4.7 – Vista 3D di una CALIP.

Il nucleo interno ha la funzione di guidare le linee del campo in modo da renderle di direzione radiale e quindi uniformare la distribuzione di forza nella sezione. Le Concentric Annular Linear Induction Pump sono sicuramente le pompe più performanti per pompare metalli fusi ma la presenza del nucleo interno le rende inutilizzabili per materiali ad alte temperature, perché le proprietà magnetiche del nucleo vengono meno una volta superata la temperatura di Curie. Non sono quindi utilizzabili nel nostro caso.

4.2.7 - Considerazioni su campo e correnti indotte.

Ai fini di avere una direzione prevalentemente assiale della forza è necessario che le linee di campo magnetico siano in direzione ortogonale all'asse della tubazione. Per ottenere ciò, è necessario che su due punti affacciati del condotto, siano presenti poli magnetici opposti. I poli che si vengono a creare nelle varie configurazioni sono quelli riportati di seguito in Fig. 4.8.

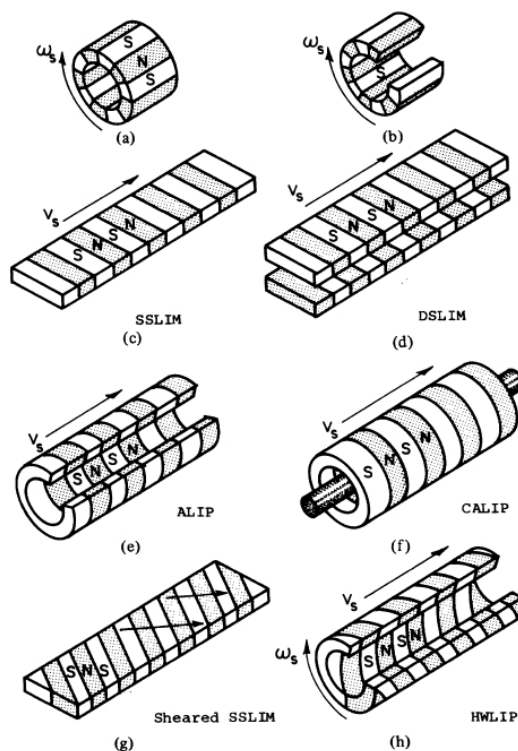


Fig. 4.8 – Configurazioni di campo nei vari modelli di pompa. ((a) e b) per i motori convenzionali)

Se questa condizione non è verificata, si vengono a creare disomogeneità nel campo di forza, che portano a vortici nel moto fluido (Fig. 4.9).

	SIDE VIEW FLUX $\rightarrow$ CURRENTS $\rightarrow$ IN $\rightarrow$ OUT $\rightarrow$	PLAN, CARDINAL VIEWS CURRENTS (I) FLUX (A)	FORCE DISTRIBUTION END VIEW	FLUID FLOW PATTERNS
SSLIP				
DSLIP				
ALIP				
CALIP				

Fig. 4.9 – Linee di campo, correnti indotte, e linee di corrente del fluido per i vari modelli di pompa.

4.2.8 - HWLIP: Hellically Wound Linear Induction Pump.

La HWLIP è simile alla CALIP, ma a differenza di quest'ultima non è presente il nucleo magnetico interno e gli avvolgimenti devono essere avvolti elicoidalmente, in modo tale da avere la desiderata condizione di poli magnetici opposti su due punti affacciati del condotto (Fig. 4.10).

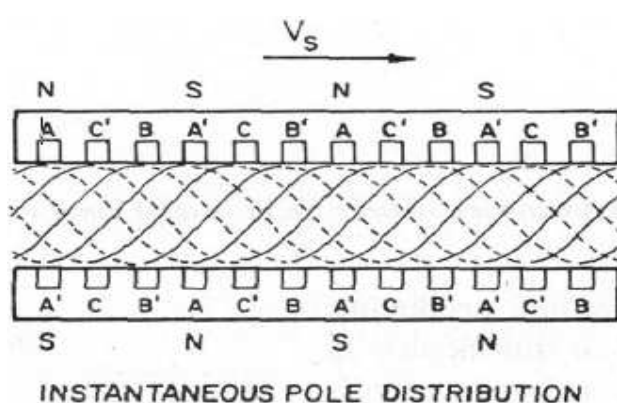


Fig. 4.10 – HWLIP.

Il campo che ne risulta è a forma elicoidale (Fig. 4.11); oltre quindi ad un moto di traslazione avrà quindi anche un moto di rotazione. Questo viene a sua volta trasmesso al fuso. E' necessario però mantenere la velocità di rotazione bassa, altrimenti l'effetto pompante verrebbe reso ininfluente, ma non esistono metodi efficaci ed allo stesso tempo economici per farlo.

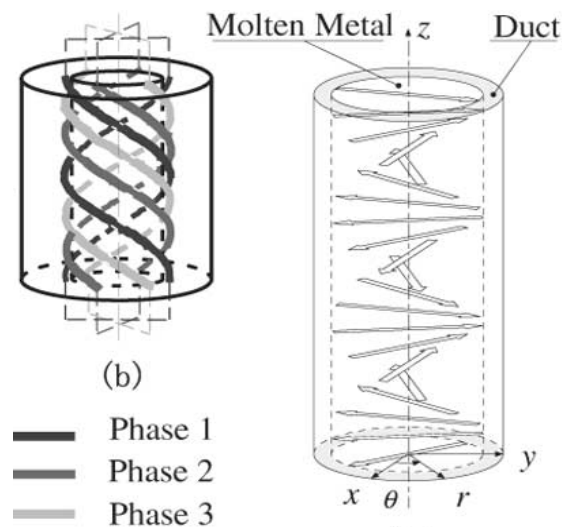


Fig. 4.11 – Avvolgimenti elicoidali e direzione delle linee del campo per un determinato istante.

4.3 – SCELTA DEL TIPO DI POMPA.

Visti i vari tipi di pompa esistenti, resta ora da decidere su quali modelli focalizzare l'attenzione per procedere con l'analisi numerica. Le seguenti osservazioni sono utili per indirizzare la scelta:

- impossibilità di utilizzare la ALIP visto che la temperatura del fuso è di circa 1500°C e quindi la temperatura di Curie del nucleo interno verrebbe superata;
- difficoltà nel realizzare e nel modellizzare l'avvolgimento delle HWLIP e necessità di limitare la velocità di rotazione;
- corrosione degli elettrodi nelle pompe a conduzione;
- intensi vortici nelle CALIP;
- maggiori prestazioni delle DSLIP rispetto alle SSLIP;
- semplicità di realizzazione delle DSLIP;
- possibilità di applicare e rimuovere le DSLIP al condotto senza dover interrompere la produzione.

Converrà quindi partire con lo studio della SSLIP, che è la pompa più semplice, per poi passare alla sua evoluzione, la DSLIP.

5. DIMENSIONAMENTO DELLA POMPA ELETTROMAGNETICA.

5.1 - STUDIO ELETTROMAGNETICO DEL DISPOSITIVO.

5.1.1 –Analisi parametrica.

Il lavoro di simulazione è partito prendendo in considerazione un modello semplificato di pompa, ai fini di studiarne il comportamento dal punto di vista elettromagnetico utilizzando il software per simulazione agli elementi finiti Cedrat Flux®. Infatti con questo software non è possibile studiare il movimento dei fluidi, ma lo scopo dell'analisi primaria è, come già accennato, quello di analizzare il comportamento elettromagnetico della pompa. Le semplificazioni introdotte sono quelle di considerare nel modello esclusivamente un induttore trifase e il metallo fuso, trascurando quindi la presenza di materiali isolanti e refrattari per il contenimento del fluido e per l'isolamento termico. Questa scelta è stata fatta per ricavare un dimensionamento primario dell'oggetto cercando di diminuire il più possibile le variabili in gioco, introducendole poi in step successivi.

Lo studio della parte fluidodinamica verrà svolto in un secondo momento, mediante l'utilizzo sia di ulteriori software, sia con l'ausilio di metodi analitici, effettuando anche una comparazione dei risultati provenienti dalle due tipologie di soluzione. Come dati di input in questi modelli, verranno utilizzati i valori di forza mediati sul volume, ottenuti dalle simulazioni numeriche con Flux.

La prima tipologia di pompa scelta per lo studio è la SSLIP, essendo la più semplice da rappresentare; il modello è riportato in figura 5.1.

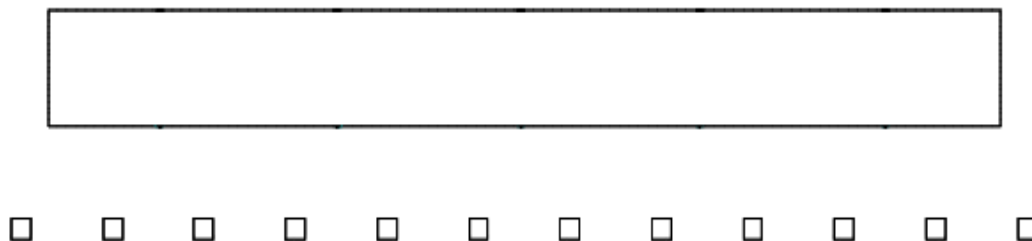


Fig. 5.1 – Modello semplificato 2D della SSLIP

La Fig. 5.1 mostra una vista laterale della pompa, dove il rettangolo superiore rappresenta il metallo fuso, che scorre da sinistra verso destra, mentre i 12 quadrati inferiori definiscono i 12 conduttori dell'avvolgimento. La corrente quindi fluisce in direzione perpendicolare al piano del foglio.

La tipologia di problema impostata è quella di uno “Steady State AC Magnetic”, ovvero il comportamento a regime sinusoidale, potendo ricavare quindi delle indicazioni sulla distribuzione del campo magnetico, sulle correnti indotte e quindi delle conseguenti forze, delle quali interessa la distribuzione, il verso e l'intensità.

L'avvolgimento utilizzato è di tipo aperto trifase distribuito a passo intero, il cui schema si può vedere in Fig. 5.2:

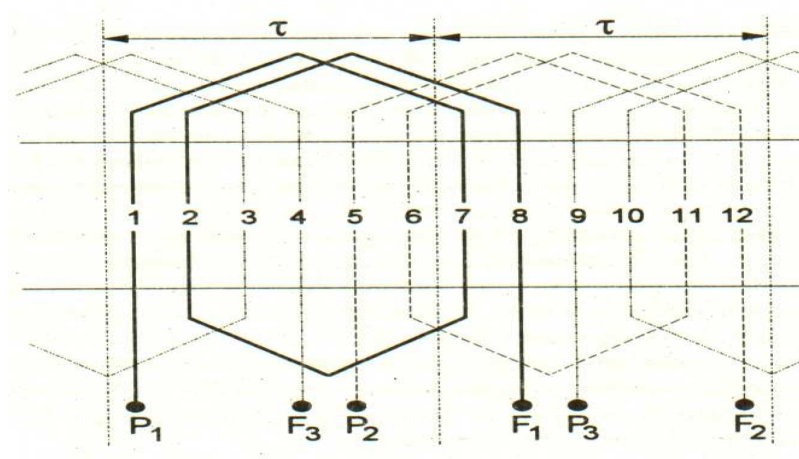


Fig. 5.2 – Schema elettrico dell'avvolgimento. P_1, P_2, P_3 : morsetti di ingresso delle tre fasi. F_1, F_2, F_3 : morsetti di uscita.

Il circuito di alimentazione utilizzato nel modello (Fig. 5.3) è costituito da 12 solid conductors che costituiscono i 12 conduttori riportati in Fig. 5.2, e da 2 generatori ideali di corrente; il terzo generatore non deve essere inserito, essendo la corrente nel terzo ramo risultante dalla somma delle correnti negli altri 2 rami. Le tre fasi sono connesse a stella.

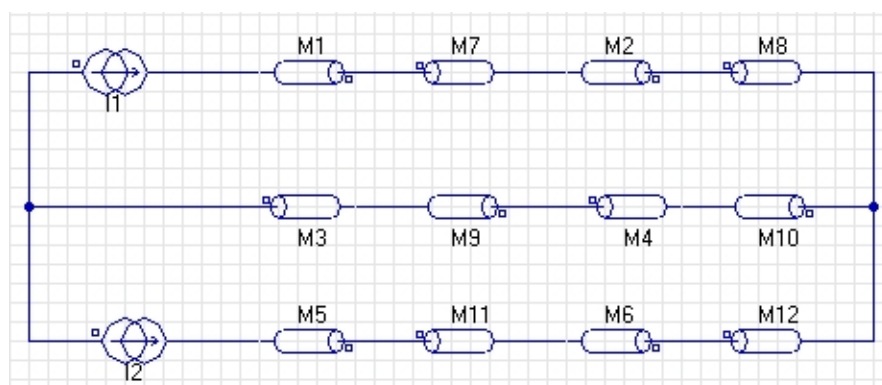


Fig. 5.3 – Circuito di alimentazione del modello.

Si è partiti quindi nell'analisi parametrica, analizzando l'influenza delle variabili esclusivamente geometriche sulle grandezze di interesse (le forze), ai fini di ottenere un dimensionamento primario del dispositivo. Come grandezza caratteristica per la valutazione dei risultati è stata scelta la forza sviluppata nel fuso nella direzione del moto F_x . Le variabili in gioco sono decisamente molte; in particolare esse sono:

- elettriche: frequenza, corrente;
- geometriche: passo polare degli avvolgimenti, distanza tra fuso e induttore, dimensioni del fuso, dimensioni dei nuclei magnetici, distanza tra nuclei magnetici e avvolgimenti;
- fisiche: resistività del materiale fuso.

Si è quindi scelto di partire fissando arbitrariamente alcuni valori di queste variabili, per poi procedere ad analizzare i risultati al variare delle altre; in particolare si è deciso di utilizzare i seguenti valori:

- profondità del modello: 7cm;
- distanza tra 2 conduttori successivi: 1.5cm;
- lunghezza del lato della sezione di un conduttore: 1cm;

- valore efficace della corrente di alimentazione: 5kA;
- frequenza: 50Hz;
- resistività del materiale fuso: $1.4 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$.

Per prima cosa si è cercato di capire se il dispositivo funzionasse in modo corretto: Per far ciò sono state analizzate le linee di campo al variare della fase, osservando che esse traslavano da sinistra verso destra, confermando così la correttezza dell'impostazione del problema.

Nella prima simulazione poi, è stato verificato l'andamento della forza in funzione della distanza tra fuso e induttore, variando quest'ultima tra 15 e 45mm; come ci si può immaginare, si avrà una diminuzione nell'intensità della forza all'aumentare della distanza (Fig. 5.4).

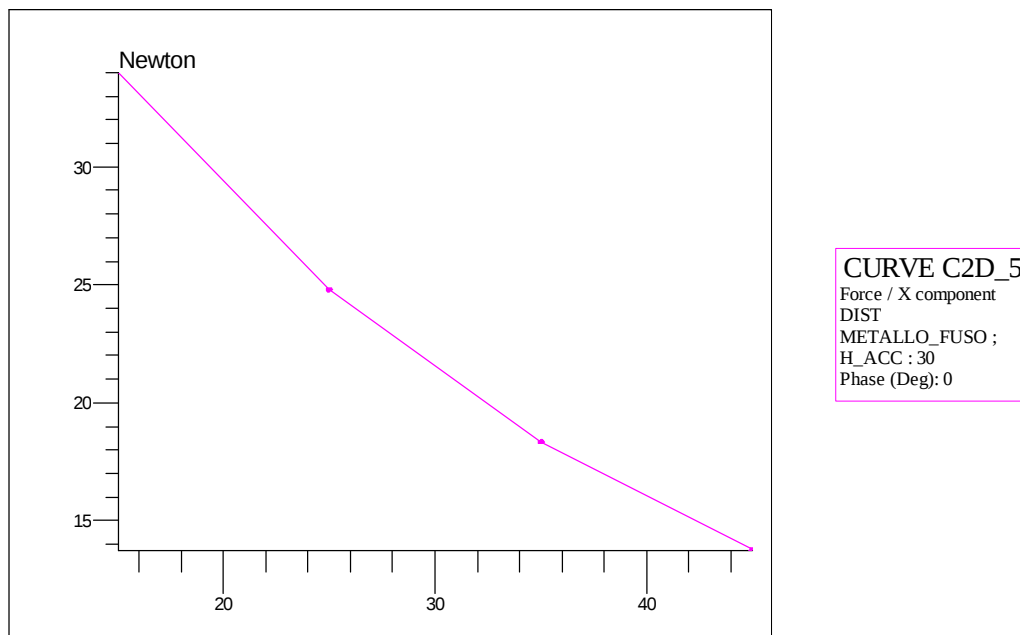


Fig. 5.4 – Relazione forza-distanza

Si è scelto comunque di mantenere cautelativamente una distanza pari a 45mm, questo perché il materiale da pompare è ad una temperatura attorno ai 1500°C quindi si presenta assolutamente ragionevole decidere di restare a debita distanza da esso, visto che nei successivi step di progettazione si dovrà inserire un opportuno strato di materiale refrattario e isolante per il contenimento del fluido. Si può quindi immaginare come l'efficienza del dispositivo non sarà poi così elevata, a causa dell'ingente traferro di cui si necessita.

Si passa ora alla scelta dell'altezza del canale di pompaggio, ricordando che la sua larghezza è di 7cm. Dopo una seconda simulazione, si nota che si ha una massimo della F_x per un valore dell'altezza pari a circa 8cm; questo è abbastanza ovvio, visto che lo spessore di penetrazione del fuso a 50Hz è proprio di 8cm. E' da considerare però il fatto che all'aumentare dell'altezza, oltre ad avere un incremento di F_x si ha anche l'incremento dell'intensità della forza in direzione perpendicolare al moto F_y , cosa indesiderata visto che andrà a creare maggiori sollecitazioni meccaniche sul dispositivo e introdurrà delle turbolenze nel moto fluidodinamico. Per questi motivi è stato scelto di mantenere l'altezza pari a 5cm.

E' da aggiungere inoltre, che maggiori sono le dimensioni del canale all'interno del quale il fluido scorre, e peggiore sarà la distribuzione della forza all'interno di esso, nel senso che si avranno elevati gradienti di forza, con zone maggiormente sollecitate e zone dove l'effetto pompante sarà di entità trascurabile. D'altra parte però, il moto fluidodinamico in una sezione estremamente ridotta sarebbe

pesantemente compromesso. Idealmente quindi l'altezza del condotto dovrebbe essere mantenuta il più ridotta possibile, cercando di trovare l'ottimo tra un omogeneo campo di forze e una buona dinamica del fluido.

Il passo successivo consiste nell'andare a scegliere la frequenza di funzionamento, finora supposta pari a 50Hz, analizzando l'andamento della F_x e della F_y tra 0 e 1kHz (Fig. 5.5 e 5.6).

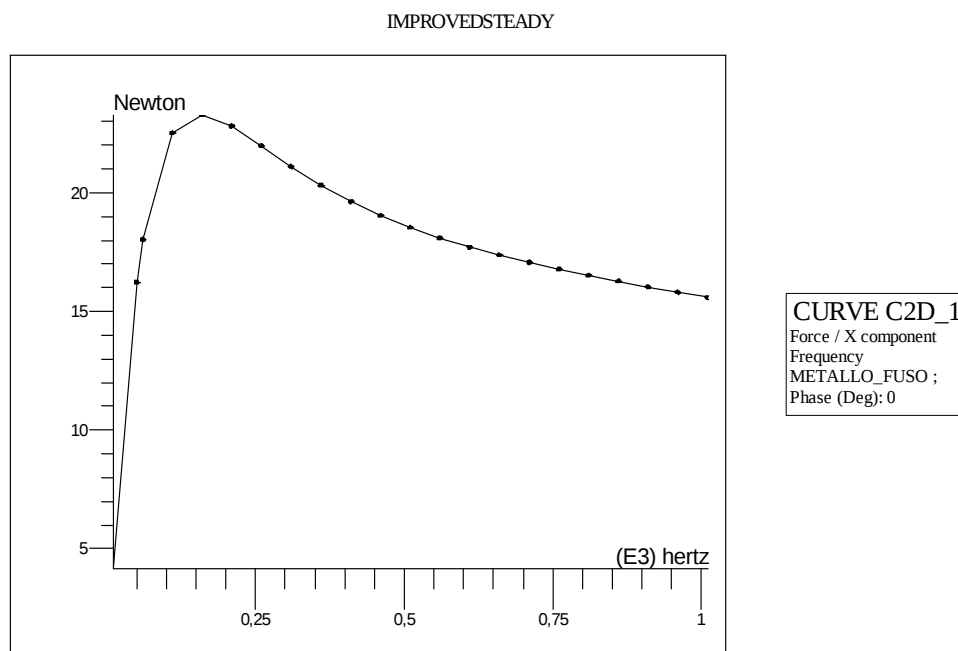


Fig. 5.5 – Diagramma F_x -frequenza

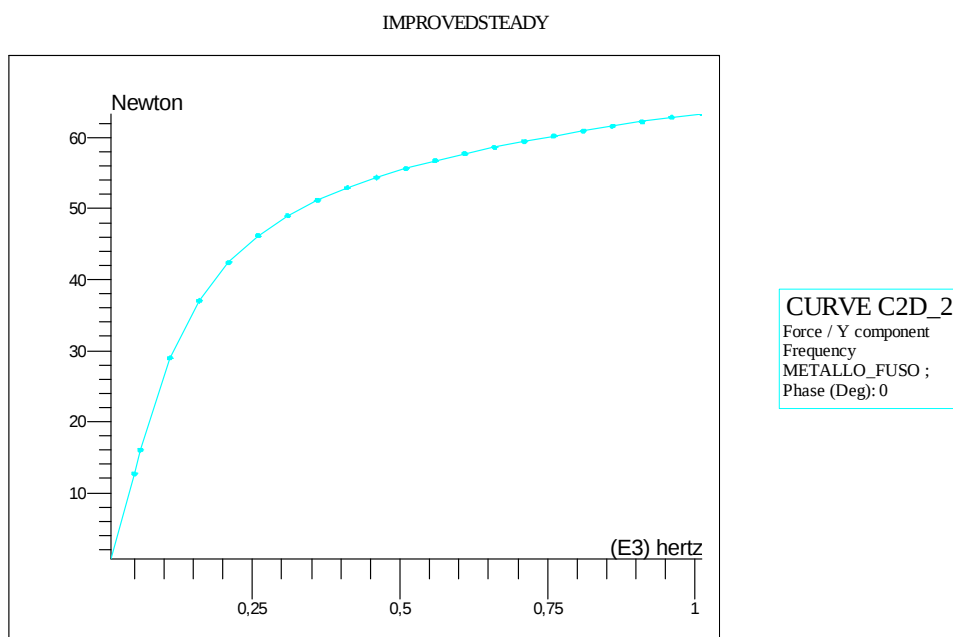


Fig. 5.6 – Diagramma F_y -frequenza

Si può notare come si ha un massimo della F_x attorno ai 160 Hz. Questo deriva dal fatto di aver scelto un'altezza del condotto pari a 5cm; infatti a 160Hz lo spessore di penetrazione è 47mm.

E' da notare però che anche la F_y aumenta con la frequenza, divenendo di gran lunga maggiore alla F_x . Questo avviene per il fatto che all'aumentare della frequenza diminuisce lo spessore di penetrazione, e la distribuzione delle linee di campo nel fuso è prevalentemente in direzione orizzontale, invece che verticale. Essendo le correnti indotte in direzione perpendicolare al foglio, la forza di Lorentz $J \times B$ ha direzione verticale. Risulta quindi ragionevole mantenere la frequenza pari a 50Hz che, nonostante non sia il punto di massimo di F_x , permetterà di avere valori contenuti di F_y e di risparmiare in termini di costi per la parte di alimentazione del dispositivo.

Un'altro aspetto che riguarda la frequenza è che più essa aumenta, più la velocità del campo traslante cresce, seguendo la relazione $v = \tau \cdot f = 0,15 \cdot 50 = 7,5 \text{ m/s}$ (dove τ è il passo polare). E' vero che lo scorrimento sarà elevato, cioè la velocità del fluido sarà nettamente inferiore alla velocità di sincronismo, ma non conviene anche per questo motivo salire troppo in frequenza, visto che non servono velocità, e quindi portate, esagerate.

La successiva analisi si pone l'obiettivo di trovare la giusta distanza tra i conduttori, e quindi il passo polare, per la quale sia massima la F_x ; i risultati ottenuti portano a scegliere un valore pari a 38mm (Fig. 5.7).

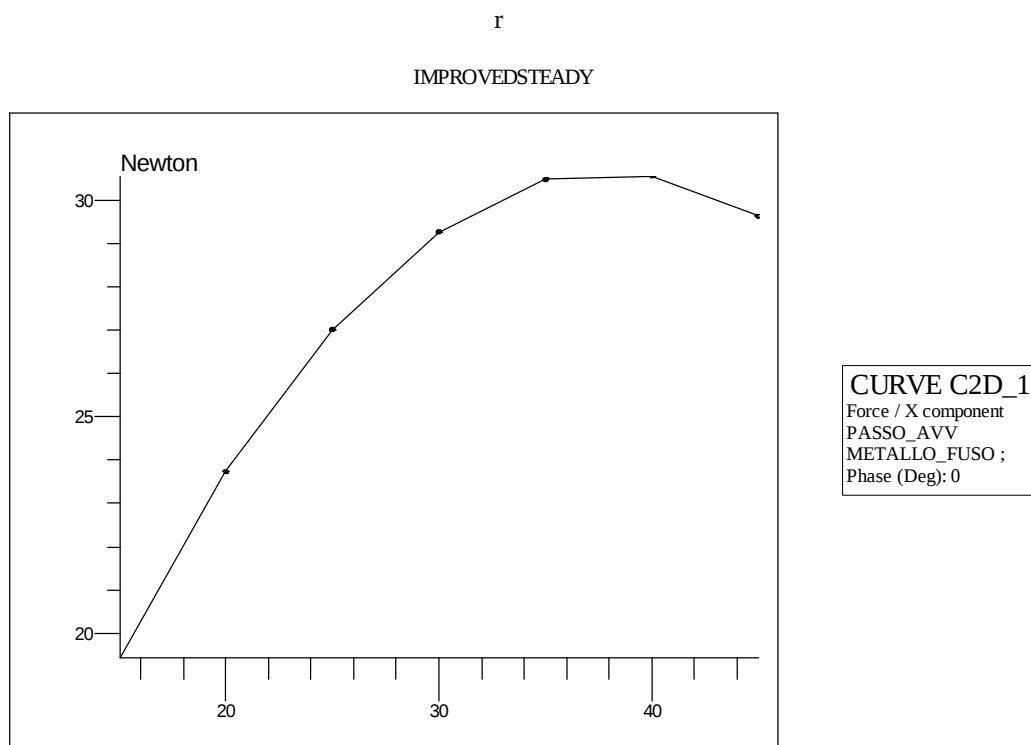


Fig. 5.7 – Diagramma F_x -distanza conduttori

Anche la F_y presenta un andamento simile a quello della F_x , con un picco attorno ai 38mm, ma resta ancora entro valori accettabili, inferiori a F_x .

I valori di forza finora ottenuti si aggirano attorno alla trentina di Newton, valori non proprio esaltanti, tenendo conto del fatto che abbiamo una corrente di 5kA negli avvolgimenti. Inoltre, il peso P del fuso per la configurazione da noi scelta è pari a:

$$P = \text{densità} * \text{altezza sezione} * \text{larghezza sezione} * \text{lunghezza fusso} * g \quad (5.1)$$

e tenendo conto che la densità è pari a 6670 kg/m^3 ,

$$P = 6670 * 0.05 * 0.07 * 0.5 * 9.81 = 115N$$

La spinta ottenuta è quindi inferiore rispetto al peso, ma bisogna considerare che la condotta nella quale dobbiamo pompare il fusso è inclinata, e non in posizione verticale, quindi sarà sufficiente applicare una forza inferiore alla forza peso per avere effetto pompante. Si rende comunque necessario introdurre ulteriori accorgimenti per aumentare la F_x .

In prima istanza si potrebbe pensare di aumentare il valore di corrente, ma questo comporta maggiore onere economico durante il funzionamento, non solo dal punto di vista del costo dell'energia elettrica, ma anche dal punto di vista della realizzazione e del raffreddamento dell'induttore trifase. Si è pensato quindi di introdurre due nuclei magnetici nel modello, uno inferiormente all'avvolgimento, e uno superiormente al fusso (Fig. 5.8); i benefici sono decisamente notevoli.

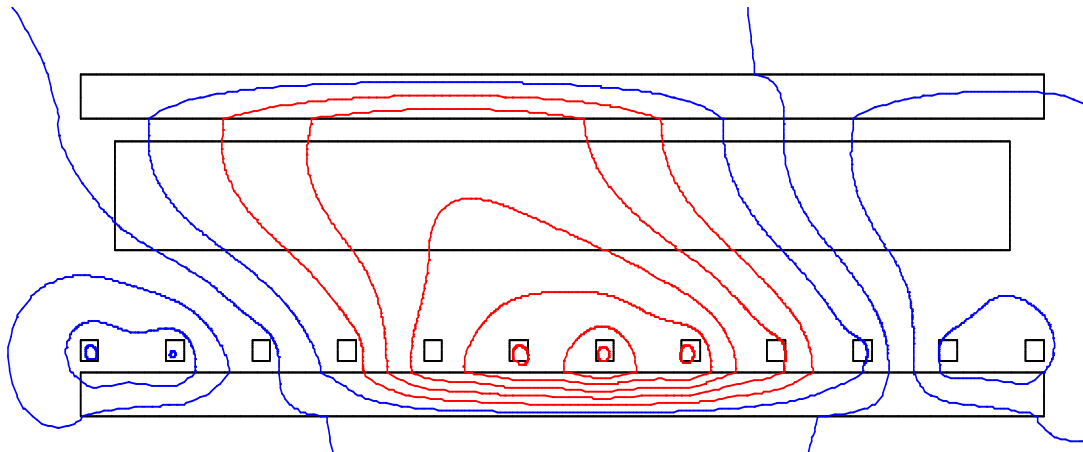


Fig. 5.8 – Modello di pompa con nuclei magnetici. Linee di campo magnetico.

I valori di F_x e F_y con questa nuova configurazione sono pari a:

- $F_x = 84.33N$
- $F_y = 87.04N$

Questo miglioramento è dovuto al fatto che i nuclei hanno concentrato il campo all'interno del fusso, che è la zona dove si desidera avere la maggior energia possibile.

Con questo valore di F_x l'angolo massimo α per il quale si può effettuare il pompaggio è pari a:

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left(\frac{F_x}{P} \right) = 47^\circ (5.2)$$

inclinazione non così modesta, ma sarebbe preferibile poterla aumentare.

Le forze fino ad ora utilizzate sono delle quantità integrali, ottenute integrando sul volume del fusso i valori locali della forza. Quindi nelle varie parti del fluido non sarà applicata la stessa forza e questo lo si può notare in Fig. 5.9, dove è riportata F_x per varie traiettorie fissate:

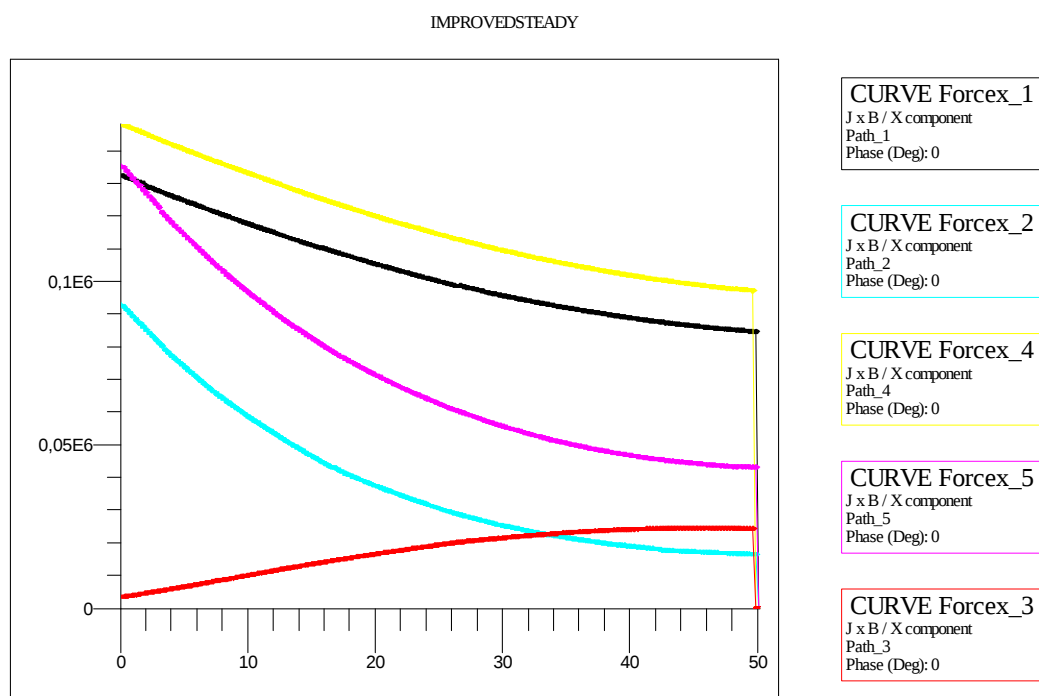
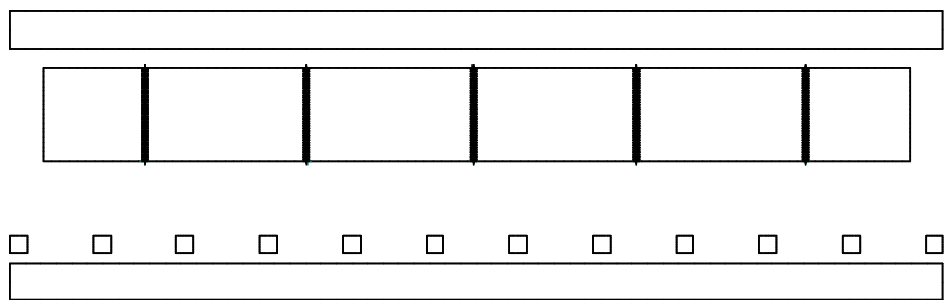


Fig. 5.9 – Andamento della Fx in varie traiettorie tracciate verticalmente nel fuso

Come ci si può immaginare la forza è maggiore nei punti più ravvicinati all'induttore, per poi diminuire in maniera esponenziale man mano che ci si allontana da esso.

Questo fatto non è desiderabile, perché questa disomogeneità causerà delle turbolenze e dei contro flussi nel moto del fluido che andranno a degradare l'effetto pompante. Si vorrebbe cioè avere una Fx il più possibile costante man mano che ci si allontana dall'induttore e avere inoltre la Fy più bassa possibile. Per fare ciò si dovrebbero avere delle linee di campo magnetico perfettamente perpendicolari alla direzione del moto.

Per realizzare questa condizione risulta assolutamente utile la DSLIP.

Per la modellizzazione di questo tipo di pompa si è partiti dal precedente modello, aggiungendo nella parte superiore un secondo avvolgimento perfettamente identico a quello inferiore, mantenendo inalterati tutti gli altri parametri (Fig. 5.10 e Fig. 5.11).

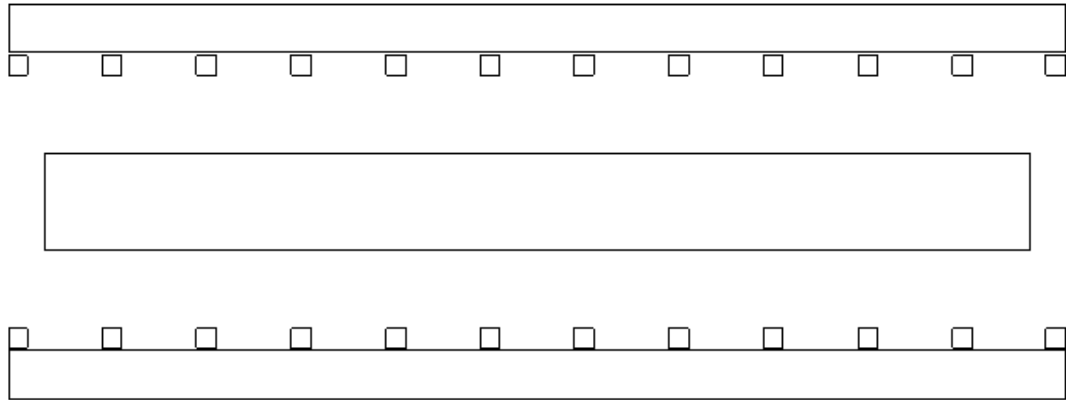


Fig. 5.10 – Modello di pompa DSLIP

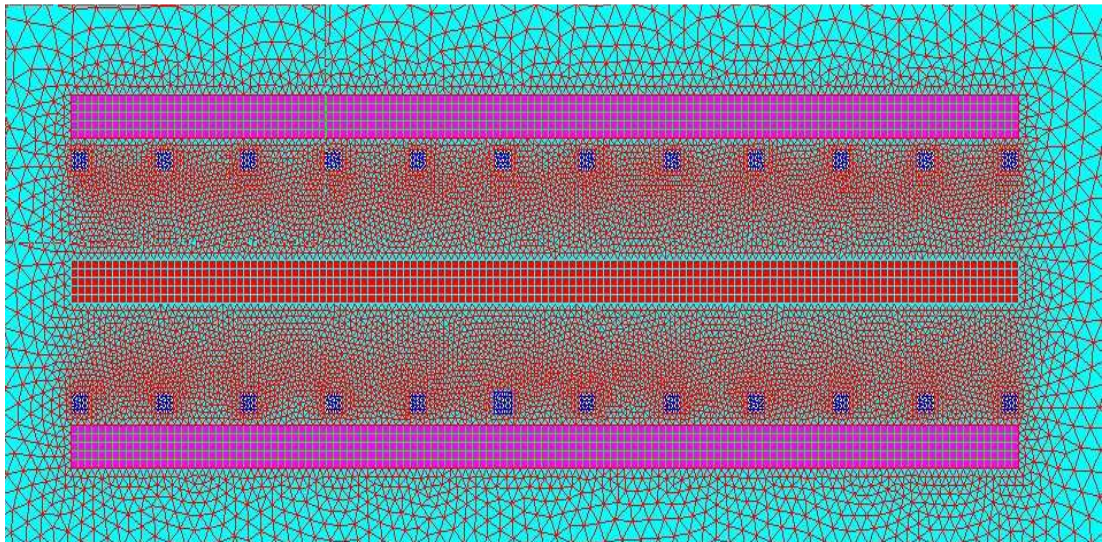


Fig. 5.11 – Mesh utilizzata per la DSLIP.

Con questo tipo di pompa le prestazioni sono migliorate decisamente; i valori di F_x e F_y ottenuti sono infatti:

- $F_x = 286.3N$
- $F_y = 1 * 10^{-3}N$

Si può notare come i benefici introdotti siano due: non solo si è aumentato pesantemente il valore della componente x della forza, che è più che triplicato rispetto al precedente caso, ma si è anche ridotto drasticamente il valore della F_y che è praticamente zero.

La spiegazione di questo risultato, è da ricercare nel fatto che, come esposto precedentemente, le linee di campo magnetico si distribuiscono in maniera regolare e abbastanza prossima alla posizione verticale, come si può vedere in figura 5.12:

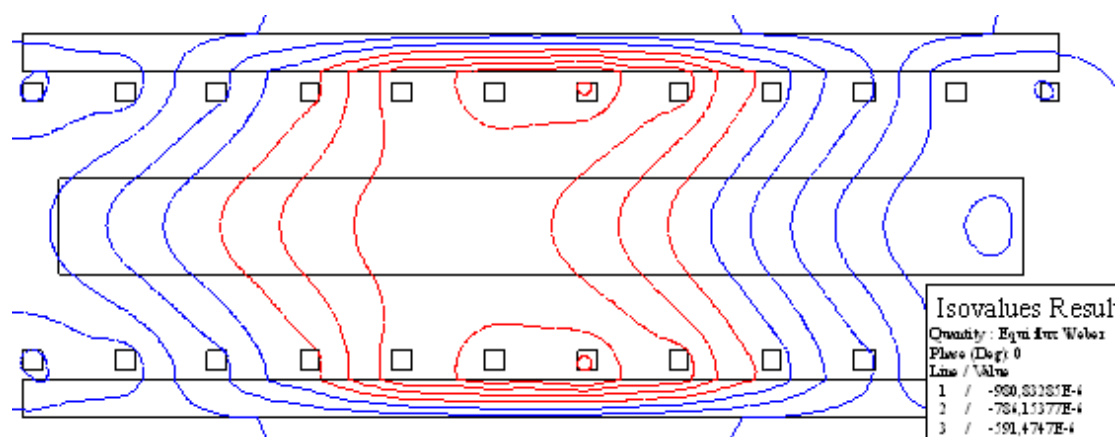


Fig. 5.12 – Linee di campo magnetico nella DSLIP

Questa disposizione del campo fa sì che l'interazione con le correnti indotte, che sono in direzione perpendicolare al foglio, porti alla formazione di forze con prevalente direzione parallela al moto, per la legge di Lorentz (Fig.5.13). Tutto questo si traduce in un campo di forze omogeneo nel volume fluido, condizione assolutamente desiderata.

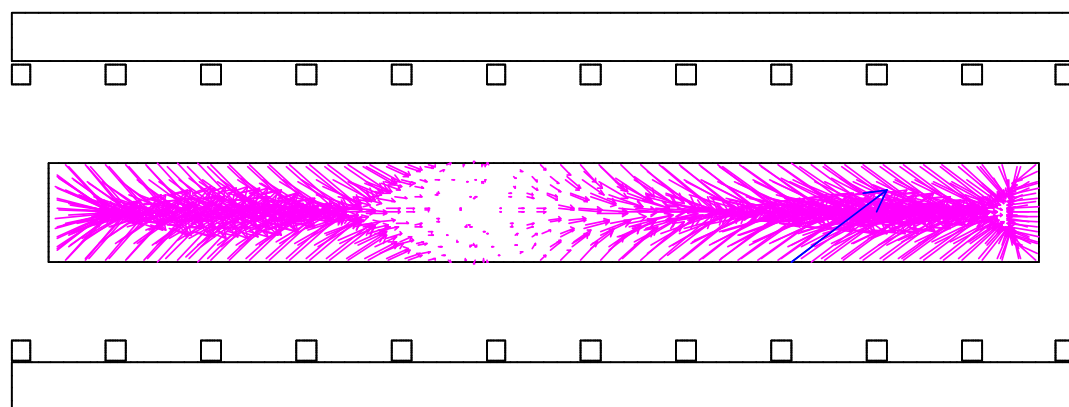


Fig. 5.13 – Vettori delle forze di Lorentz nel fusor.

Questo tipo di dispositivo sarà sicuramente più costoso, sia per quanto concerne la realizzazione (visto che abbiamo un secondo induttore), sia per quanto riguarda il suo funzionamento (il secondo induttore dovrà essere alimentato a sua volta), ma i benefici introdotti sono notevoli. Il fatto di avere una F_y pari a zero permetterà di avere un flusso molto più regolare, riducendo la presenza di vortici interni che sono causa di perdite fluidodinamiche. Inoltre come si nota dai risultati ottenuti, la F_x è nettamente maggiore della forza peso, quindi sarà opportuno ridurre la corrente di alimentazione, permettendo così di ridurre le perdite per effetto Joule nei conduttori e ottenere un minor onere economico per quanto riguarda il costo dell'energia elettrica.

5.1.2 - Valutazione del rendimento elettrico.

Come esposto sopra, la DSLIP sembra presentare notevoli vantaggi rispetto alla SSLIP. La seguente analisi andrà a confrontare quelli che sono i rendimenti elettrici dei due dispositivi, per vedere se anche da questo punto di vista la DSLIP è la pompa migliore.

Nelle tabelle 5.1 e 5.2 vengono riportati i valori di potenza attiva e reattiva, rispettivamente per la SSLIP e la DSLIP:

Tabella 5.1 - Potenza attiva e reattiva SSLIP

REGIONE	ATTIVA	REATTIVA
	W	VAR
conduttore1	309,9117	
conduttore2	311,9022	
conduttore3	312,3332	
conduttore4	313,1322	
conduttore5	312,4106	
conduttore6	313,0541	
conduttore7	312,8604	
conduttore8	314,0573	
conduttore9	314,0241	
conduttore10	313,4227	
conduttore11	310,7094	
conduttore12	311,8745	
aria	0	
metallo fuso	5146,544	
nucleo inferiore	0	
nucleo superiore	0	
Tutte le regioni	8896,235	15992,02

Tabella 5.2 - Potenza attiva e reattiva DSLIP

Regione	Potenza attiva	Potenza reattiva
	W	VAR
conduttore1	611,9619	
conduttore2	614,3257	
conduttore3	614,7880	
conduttore4	616,1866	
conduttore5	615,9526	
conduttore6	618,3151	
conduttore7	619,2656	
conduttore8	621,5338	
conduttore9	620,2303	
conduttore10	616,7636	
conduttore11	611,4031	
conduttore12	613,9070	
aria	0	
metallo fuso	12728,69	
nucleo inferiore	0	
nucleo superiore	0	
Tutte le regioni	20123,32	30309,32

Per il calcolo del rendimento elettrico si utilizza la seguente formula:

$$\eta = \frac{P_{fuso}}{P_{avv1} + P_{avv2} + P_{avv3} + P_{fuso}} \quad (5.3)$$

dove la P_{fuso} è la potenza attiva presente all'interno del volume di metallo fuso. I risultati ottenuti sono i seguenti:

- SSLIP = 0.55
- DSLIP = 0.63

Si vede quindi come anche il rendimento elettrico della DSLIP sia maggiore, e quindi ancora preferibile alla SSLIP.

Tutte le considerazioni fatte ci portano alla scelta della DSLIP, ma resta da verificare se la distanza tra fluido ad alta temperatura e induttore dovrà essere aumentata; per fare questo si deve procedere al dimensionamento del refrattario e dell'isolante termico da applicare al nostro dispositivo.

5.1.3 - Modello assialsimmetrico (ALIP).

Il passo successivo del processo di studio è stato quello di analizzare un modello assialsimmetrico di pompa, dove il fluido scorre in un condotto di sezione circolare e l'induttore trifase avvolge interamente il condotto. Di prima acchito verrebbe da pensare che questa configurazione sia decisamente performante visto che l'avvolgimento va ad interagire con tutta la superficie laterale del fuso. In realtà però le cose sono diverse, e verrà presto spiegato il perché.

Il modello studiato è quello di Fig. 5.14; per ottenere le massime prestazioni da esso, è stata effettuata un'analisi parametrica cambiando la distanza tra conduttori contigui e frequenza di alimentazione.

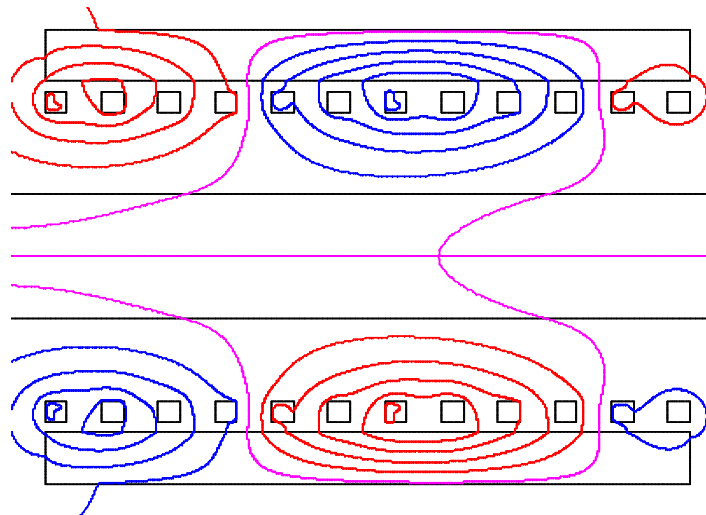


Fig. 5.14 – Modello assialsimmetrico di pompa

Le dimensioni ottime ricavate sono le seguenti:

- Raggio interno del condotto = 3cm;
- Distanza fuso-induttore = 4cm;
- Passo avvolgimenti = 1.5cm;

- Lato sezione conduttori = 1cm.

Effettuando l'analisi in funzione della frequenza (Fig. 5.15), si nota come in questo caso bisogna spingersi molto più su rispetto ai casi precedenti per avere il picco di forza, che si trova attorno ai 1500Hz.

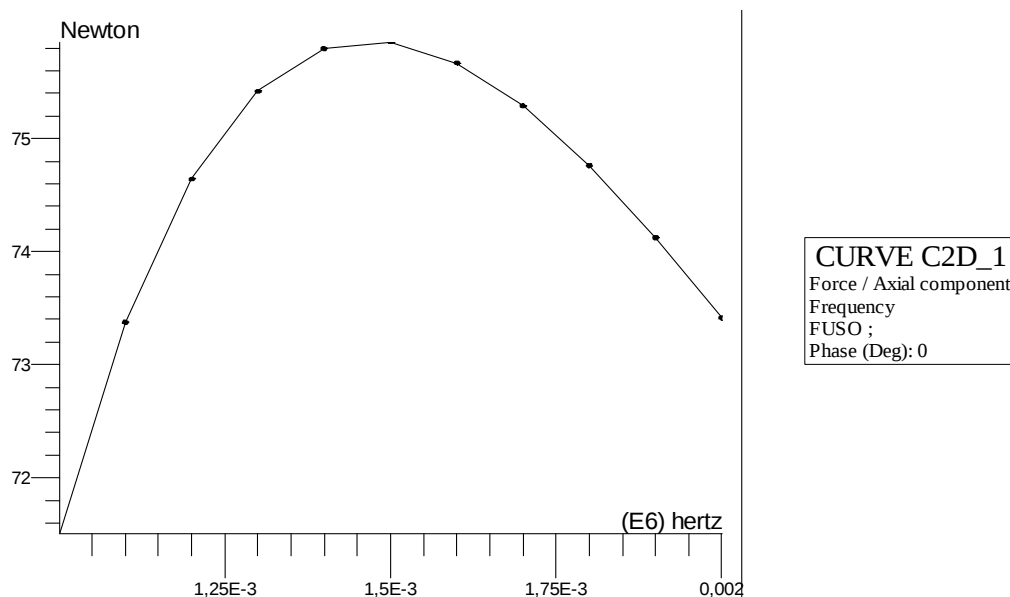


Fig. 5.15 – Andamento della Fx in funzione della frequenza.

La forza è ancora paragonabile al valore della SSLIP, anche se leggermente inferiore, ma il fatto di lavorare a frequenze così elevate significa avere un basso spessore di penetrazione (circa 2 cm) e quindi la forza sarebbe applicata solamente nella parte esterna della sezione, causando contro flussi nella parte centrale del tubo e quindi fenomeni di instabilità nel moto. Si potrebbe pensare di ridurre il raggio del condotto a 2cm, cioè pari allo spessore di penetrazione, ma in questo caso si ha un picco di forza attorno ai 3kHz con un valore pari a 39N, inferiore al peso del materiale fuso di più di 10N. Anche in questo caso lo spessore di penetrazione è inferiore al raggio, essendo pari a 1cm. Si può ben capire quindi come questo tipo di pompa non sia adatto allo scopo.

Il motivo di questo basso valore di forza in direzione parallela al moto è da ricercare nel fatto che le linee di campo magnetico si dispongono in maniera parallela al condotto, come in un solenoide (vedere figura 5.14). Questo fa sì che la direzione prevalente delle forze sia in direzione radiale e non assiale. Questo non significa che non si abbia effetto pompante; basti pensare al fatto che esistono pompe meccaniche che agiscono applicando contemporaneamente una pressione in direzione radiale e una spinta nella direzione del moto. Resta però di difficile realizzazione la completa comprensione della fattibilità di un modello di pompa simile esclusivamente mediante l'utilizzo di simulazioni numeriche.

Le maggiori difficoltà costruttive e le maggiori frequenze di funzionamento, spingono a continuare ed approfondire l'analisi della DSLIP.

5.2 – STUDIO FLUIDODINAMICO DEL DISPOSITIVO.

5.2.1 – Analisi numerica

Come punto di partenza per l'analisi fluidodinamica si è scelto di prendere come valore di input nel modello numerico effettuato con Comsol®, il valore integrale di F_x ottenuto nella simulazione con Flux. Questa è sicuramente un'approssimazione pesante, ma ci può dare un'idea indicativa dei valori di portata che possiamo ottenere.

Si è proceduto quindi nel realizzare in Comsol un modello decisamente semplice, costituito da un parallelepipedo di forma rettangolare che rappresenta il materiale fuso che fluisce. I dati di ingresso provengono dalla simulazione del modello DSLIP e quindi la F_x è pari a 286N, alla quale viene sottratto un valore pari a 87N che è la componente del peso della ferroleghe che si oppone al moto supponendo un'inclinazione del condotto pari a 45°. Le proprietà del materiale necessarie per questa simulazione sono la densità e la viscosità cinematica; i valori utilizzati sono:

- Densità: $\rho = 6670 \text{ kg/m}^3$ (fornito da Italghisa);
- Viscosità cinematica: $\mu = 5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Essendo praticamente impossibile trovare valori di viscosità per il materiale in esame è stato utilizzato quello dell'acciaio fuso, che è un valore decisamente elevato; difficilmente la viscosità del ferromanganese fuso sarà maggiore, quindi l'ipotesi fatta è un'ipotesi cautelativa visto che se essa sarà ipoteticamente minore avremo una condizione favorevole per la realizzazione del moto.

Le condizioni al contorno impostate nel modello sono le seguenti:

- Bordi: "No Slip", cioè la velocità dello strato fluido in prossimità delle pareti è zero;
- Ingresso: pressione atmosferica;
- Uscita: pressione atmosferica;
- "Volume Force": con questa condizione viene fissato il valore delle forze in ingresso che vanno ad agire sulla massa fluida (può essere utilizzato anche per considerare anche la componente gravitazionale).

Non sapendo quale sarà il tipo di moto fluidodinamico all'interno del condotto, sono state effettuate due simulazioni, una per il regime laminare e una per il regime turbolento e i risultati sono riportati in Fig. 5.16 e 5.17

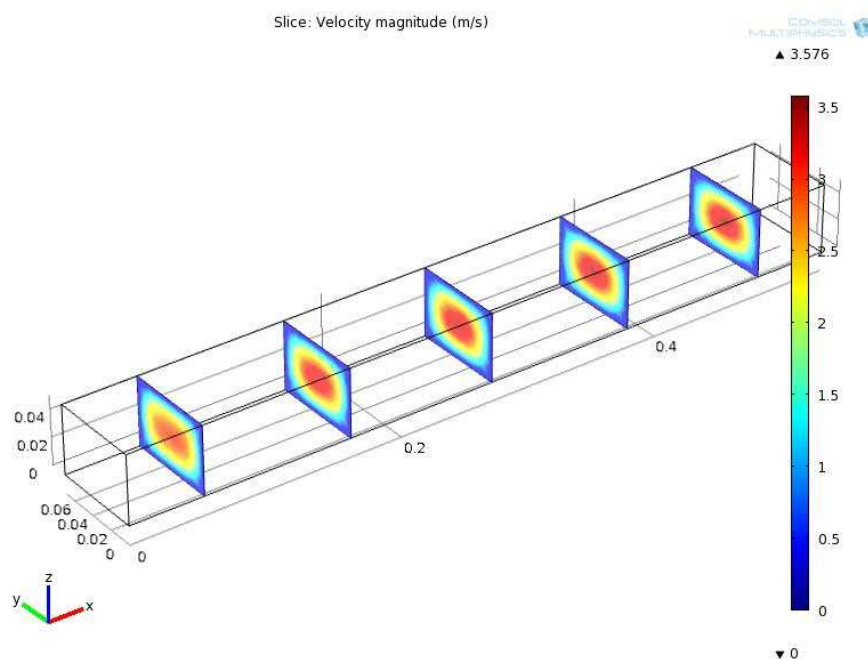


Fig. 5.16 – Moto laminare

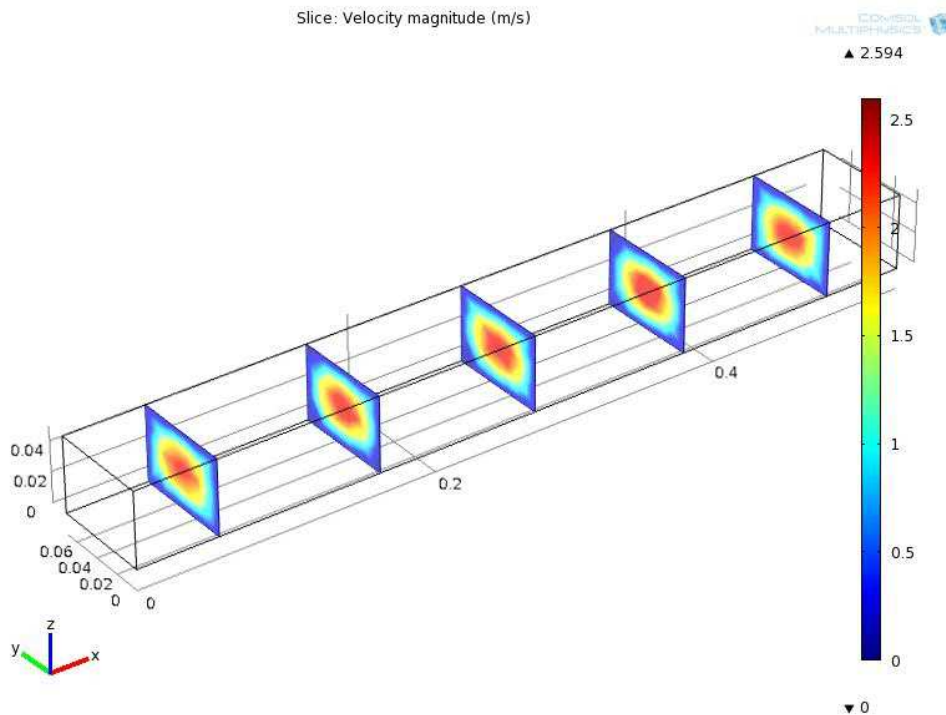


Fig. 5.17 – Moto turbolento

Come si può vedere la velocità massima nel moto laminare è maggiore di quella nel caso turbolento, in accordo con le leggi dell'idraulica, mentre calcolando il valore integrale sul volume della velocità nei due casi risulta simile e circa uguale a 1.6 m/s.

Dal punto di vista teorico, il modo corretto di operare sarebbe quello di capire qual è il reale comportamento del fluido, cioè capire se il moto è laminare o no, e poi procedere con l'analisi numerica. Per individuare la tipologia di flusso in gioco si rende necessario il calcolo del numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu} = \frac{1.6 \cdot 0.02}{\left(\frac{5}{6670}\right)} = 42.7 \quad (5.4)$$

Il valore ottenuto è decisamente basso, quindi il moto è laminare.

Essendo però la natura di questo fenomeno del tutto particolare non si è in grado di affermare con sicurezza che sia di tipo laminare; infatti il calcolo del numero di Reynolds viene eseguito con l'ipotesi che il campo di forze che genera il movimento sia di tipo uniforme, il che vuol dire che ogni singola particella del fluido è soggetta alla stessa forza. Nel nostro caso invece non è così: abbiamo forze che variano di intensità nello spazio e nel tempo e questo potrebbe causare dei fenomeni localizzati di moto vario. Per questo motivo sono stati riportati i risultati di entrambe le simulazioni, tenendo conto del fatto che in Comsol è stata utilizzata l'opzione "Turbulent Flow with low Re", un particolare tipo di simulazione che tiene conto di fenomeni turbolenti anche per bassi valori del numero di Reynolds. Resta da dire però che in questo caso la forza che genera il moto è stata inserita nel modello come una forza uniformemente distribuita nello spazio e costante nel tempo, visto che come dato di input si era in possesso solamente di un unico valore di forza proveniente da Flux.

Risulta quindi di fondamentale importanza realizzare una simulazione con l'accoppiamento dei fenomeni fisici elettromagnetici e fluidodinamici. Resta da capire il modo per implementare correttamente una simulazione di questo tipo in Comsol.

5.2.2 - Analisi analitica.

Ai fini di valutare l'attendibilità dei risultati ottenuti da queste simulazioni è stata effettuata un' analisi analitica fluidodinamica, utilizzando l'approccio indicato dal professor Lavers [7].

Le formule da lui fornite valgono per il calcolo della velocità media di un fluido che scorre in un condotto a sezione rettangolare e inclinato rispetto all'orizzontale, quindi trovano perfettamente riscontro con la situazione in esame. In particolare le assunzioni utilizzate nel modello sono:

- la spinta necessaria a sollevare il metallo liquido per superare il salto idrostatico è fornita da forze elettromagnetiche;
- il fluire del fuso è contrastato dalla resistenza idraulica delle pareti del canale e dalla pressione idrostatica, quest'ultima dipendente dalla densità del materiale e dall'inclinazione del condotto;
- ogni punto di una sezione trasversale del condotto ha velocità pari alla velocità media, quindi non è tenuto conto del profilo di velocità;
- il fluido scorre in un condotto di larghezza b , altezza a , lunghezza L e inclinazione θ .

La forza media specifica che agisce sul fuso è chiamata F_t , e deve superare la componente gravitazione diretta lungo il piano $F_g = \rho g \sin \theta$. Un valore superiore di F_t rispetto a F_g comporta lo spostamento del fuso, contrastato da una resistenza idraulica, che è proporzionale al quadrato della velocità media. Il bilancio delle forze è espresso dalla seguente equazione:

$$F_t = \rho g \sin \theta + \frac{1}{2} \frac{\lambda}{d} \rho V^2 \quad (5.5)$$

Dove λ è il coefficiente di resistenza idraulica e d è la grandezza idraulica caratteristica del canale:

$$\lambda = 8 \left[5.75 \log \left(\frac{12d}{\delta/4 + k} \right) \right]^{-2} \quad (5.6)$$

$$\delta = \frac{12\nu}{\sqrt{gd \sin \theta}} \quad (5.7)$$

$$d = \frac{ab}{2a + b} \quad (5.8)$$

dove k è la scabrezza superficiale del canale, assunta pari a 0.00015m, e ν è la viscosità cinematica del metallo fuso.

Riarrangiando la (5.5) si ottiene:

$$V = \frac{2d}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{F_t}{\rho} - g \sin \theta \right)} \quad (5.9)$$

Per effettuare un confronto tra i risultati della simulazione numerica e quelli analitici sono stati calcolati vari valori di velocità al variare della forza applicata in ingresso al modello, e riportati in Tabella 5.3 e nel grafico di Fig. 5.18.

Tabella 5.3 – Valori di velocità media calcolati con metodo numerico e analitico

Forza	Velocità modello analitico	Velocità modello numerico
N	m/s	m/s
180	0,19855	0,5853
190	0,354661	0,6347
200	0,460594	0,6819
210	0,54636	0,7271
230	0,686464	0,8125
250	0,80247	0,8921
300	1,03	1,07
500	1,67	1,62

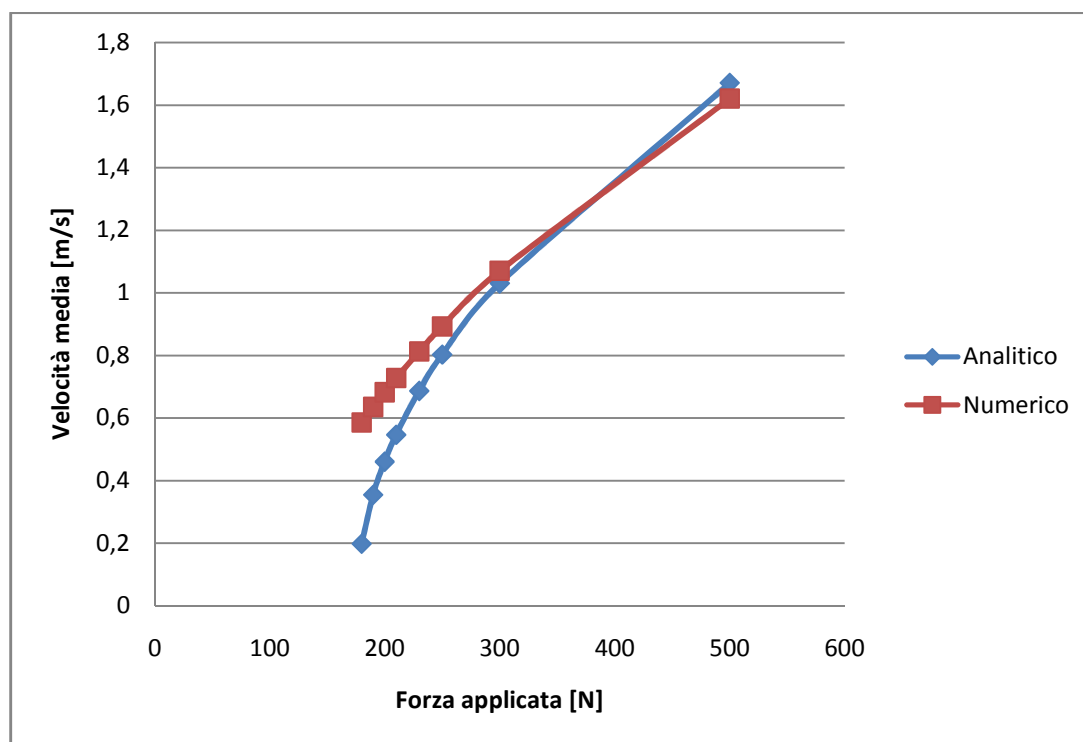


Fig. 5.18 – Relazione tra modello numerico e analitico

Si nota una certa differenza nella parte iniziale del grafico, che va via via riducendosi all'aumentare della forza applicata e quindi della velocità media. Essendoci quindi una certa somiglianza tra i risultati ottenuti, si può supporre che nonostante le numerose semplificazioni introdotte, lo studio numerico finora eseguito abbia portato a dei risultati sufficientemente attendibili per velocità superiori agli 0.8m/s.

Si può quindi pensare di effettuare una prima valutazione dei consumi della pompa in funzione dell'output fornito, cioè le tonnellate per ora di materiale processato. Si è proceduti quindi ad una serie di simulazioni variando la potenza in ingresso per trovare l'output; i risultati sono riassunti nella seguente tabella 5.4.

Tabella 5.4 – Portata in funzione della potenza in ingresso

Potenza in ingresso	Portata in uscita
W	Ton/h
15000	87,40368
18156	98,32914
21607	110,095
25358	121,0205
33761	142,8714
60020	198,3391

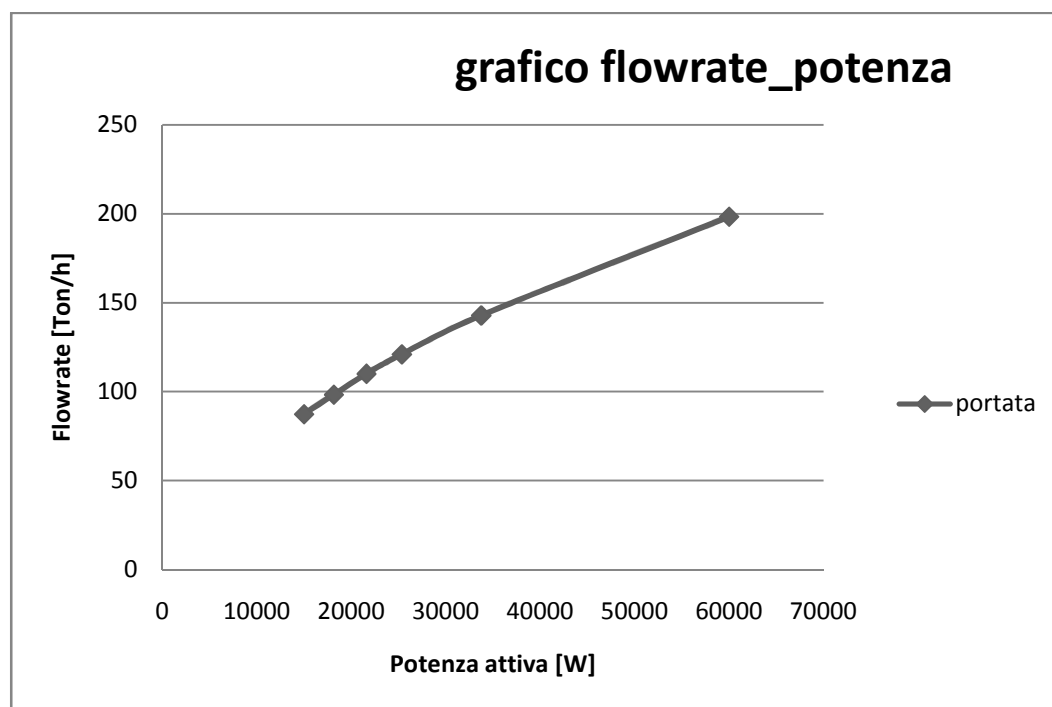


Fig. 5.19 – Grafico flowrate-potenza

I risultati ottenuti sono relativi ad un funzionamento continuo del dispositivo e non intermittente come invece dovrà essere. Dovrà quindi essere affinata l'analisi in un secondo momento, privilegiando per ora il miglioramento del modello.

5.3 – EXPORT DATI DA FLUX E IMPORT IN COMSOL.

Per migliorare lo studio della fluidodinamica, si è pensato a questo punto di realizzare un'analisi Transient con Flux, per ricavare la distribuzione delle forze nello spazio e nel tempo, per poi esportarle in Comsol. L'andamento nel tempo di F_x , integrata su tutto il volume del fuso è riportato in Fig. 5.20, mentre la distribuzione della forza in una sezione longitudinale della pompa è riportata in Fig. 5.21.

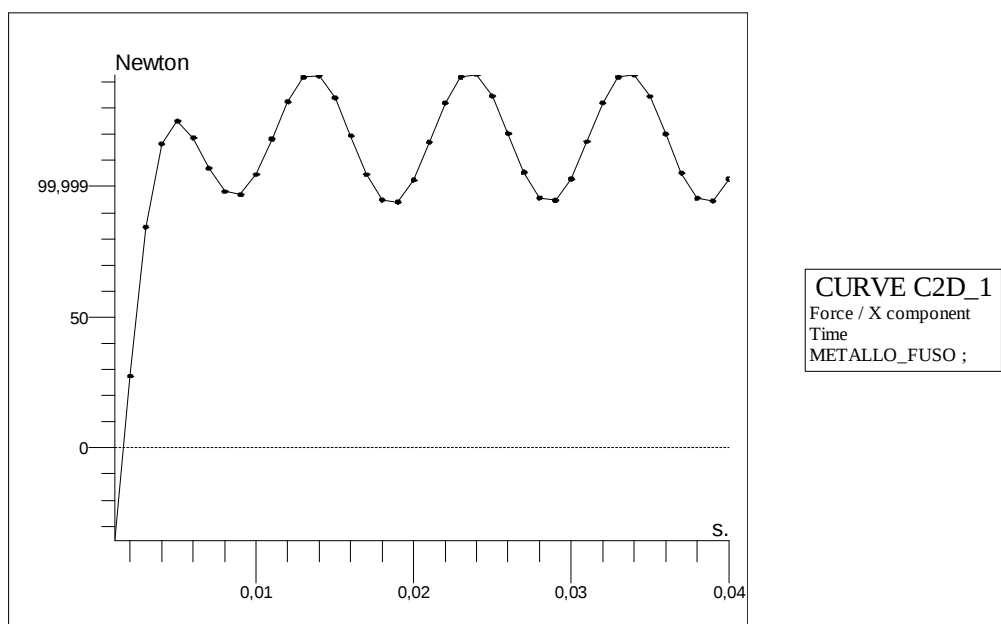


Fig. 5.20 – Andamento nel tempo della F_x

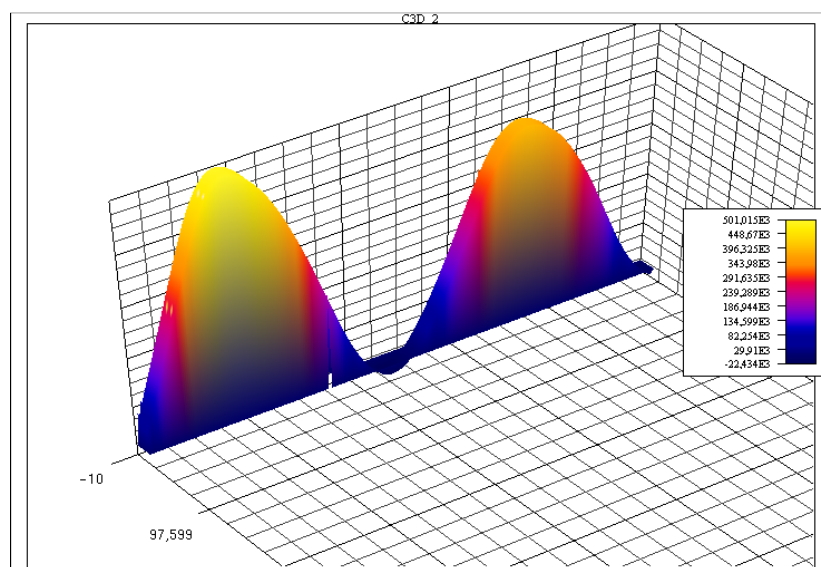


Fig. 5.21 – Distribuzione della $J \times B$ in una sezione longitudinale, all'istante $t=0.01s$

Per ogni istante di tempo la distribuzione spaziale delle forze varia, quindi per ogni istante temporale essa viene esportata in vari file dati, ognuno dei quali è riferito ad un singolo valore di tempo.

A questo punto è stato creato uno script con Matlab che acquisisce i dati provenienti dai vari file, li riordina e li trasferisce in un unico file, che verrà importato in Comsol. Questa volta il modello sarà un 2D, vista la notevole difficoltà di gestire una matrice che per ogni istante temporale presenta valori riferiti una forza che varia nelle tre dimensioni dello spazio.

Il transitorio fluidodinamico risultante è ovviamente più lento di quello elettrico, e si esaurisce in 2 decimi di secondo (Fig. 5.22).

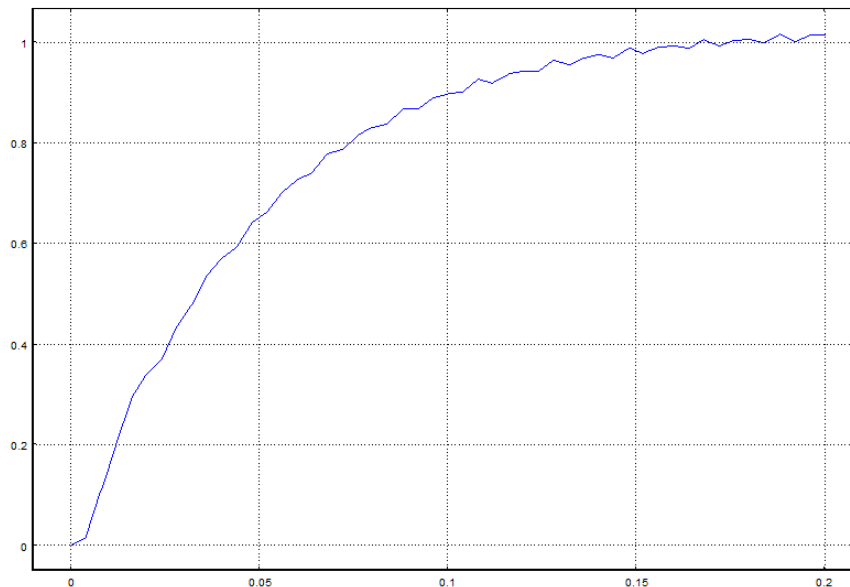


Fig. 5.22 – Velocità del fluido in funzione del tempo.

Sorgono spontanei comunque alcuni dubbi su questo tipo di pratica. E' vero che l'analisi elettromagnetica svolta con Flux è più accurata rispetto a quella eventuale che si avrebbe da Comsol, ma i risultati del primo software, non possono essere correttamente implementati nel secondo. Questo perché Flux studia la situazione nella condizione di secondario immobile, e risulta quindi assente la componente della corrente dovuta alla velocità $\sigma(\vec{u} \times \vec{B})$. E' vero che questo termine non sarà molto elevato a causa delle basse velocità in gioco, ma non considerarlo risulta essere un'ulteriore approssimazione in aggiunta alle altre già adottate.

Si potrebbe pensare quindi, di effettuare una simulazione in Flux ipotizzando di avere il movimento del fuso, però considerandolo un elemento solido e esportare i valori di forza così ottenuti. Resta comunque un'analisi approssimata, quindi la cosa migliore da fare è cercare innanzitutto di migliorare il modello, avvicinandolo più alla realtà, per poi realizzare l'accoppiamento elettromagnetico-fluidodinamico con l'ausilio di Comsol.

5.4 – MIGLIORAMENTO DEL MODELLO.

Ragionando sui risultati fin qui raggiunti si nota come le portate ottenute siano decisamente alte; resta quindi da chiedersi quale sia la quantità di materiale che effettivamente deve essere processata con cadenza oraria. Con il processo attuale la quantità oraria prodotta di Ferromanganeso risulta essere pari a 8.2 tonnellate/ ora, una quantità ben inferiore ai valori da noi ricavati.

Mantenendo la configurazione geometrica utilizzata fino ad ora, sarebbe necessaria una velocità del fuso pari a 0.09m/s, che è un valore forse troppo basso da realizzare con stabilità. Si è pensato quindi di diminuire la sezione del condotto, riducendo l'altezza, ai fini di ottenere un incremento della velocità.

Ai fini della scelta delle migliori dimensioni ottenibili, è stata effettuata un'analisi parametrica in funzione di varie altezze della sezione. Vengono riportati in Tabella 5.5 i valori delle componenti orizzontali e verticali di forza ottenuti nel fuso.

Tabella 5.5 – Forze nel fuso per diversi valori dell'altezza

Altezza canale	Fx	Fy
m	N	N
0.05	199,4873	3,347856e-003
0.04	237,9071	2,461294e-003
0.03	289,5368	1,186194e-003
0.02	353,3289	-1,060051e-002

Il fatto di aver ridotto la sezione non comporta solamente il vantaggio di poter lavorare con una velocità più elevata, ma permette di avvicinare maggiormente i due induttori affacciati, e quindi di migliorare il loro accoppiamento magnetico. Questo vuol dire che le forze agenti nel fuso saranno di maggiore entità. Infatti, guardando la Tabella 5.5, è evidente come, nonostante l'area nella quale la forza agisce diminuisca, il suo valore aumenti. Un vantaggio correlato a questo fatto è che sarà necessario applicare una potenza minore al dispositivo, risparmiando quindi energia e denaro. Inoltre essendo la sezione del condotto di valore modesto, la distribuzione delle forze in essa sarà maggiormente uniforme, riducendo ulteriormente la possibilità di avere fenomeni di instabilità locali (Fig. 5.23)

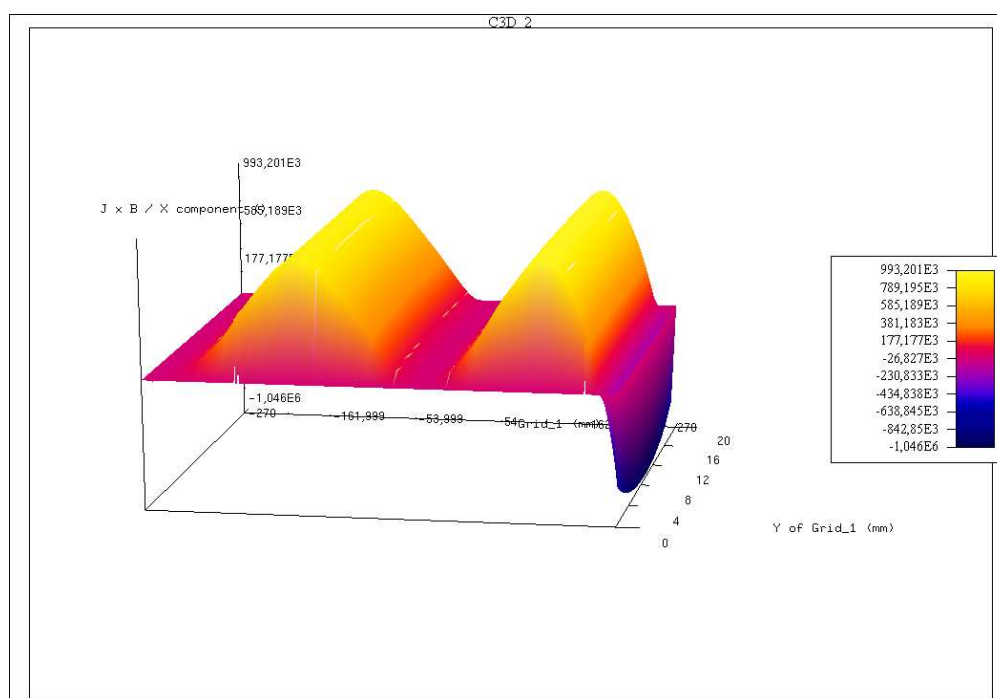


Fig.

Fig. 5.23 – Andamento della JxB su una sezione laterale del condotto.

Ai fini di aumentare ulteriormente la velocità, è stato deciso di ridurre la larghezza della sezione da 7cm a 5cm. Le dimensioni finali sono quindi:

- larghezza sezione: 5cm;
- altezza sezione: 2cm.

Grazie a questo accorgimento la velocità desiderata di funzionamento si porta a 0.32m/s.

Con questa dimensioni, la forza applicata in direzione del moto è pari a 254,84 N, mentre il peso del fuso è 36N, nettamente inferiore. Sarà quindi possibile ridurre la potenza in ingresso (Fig. 5.24).

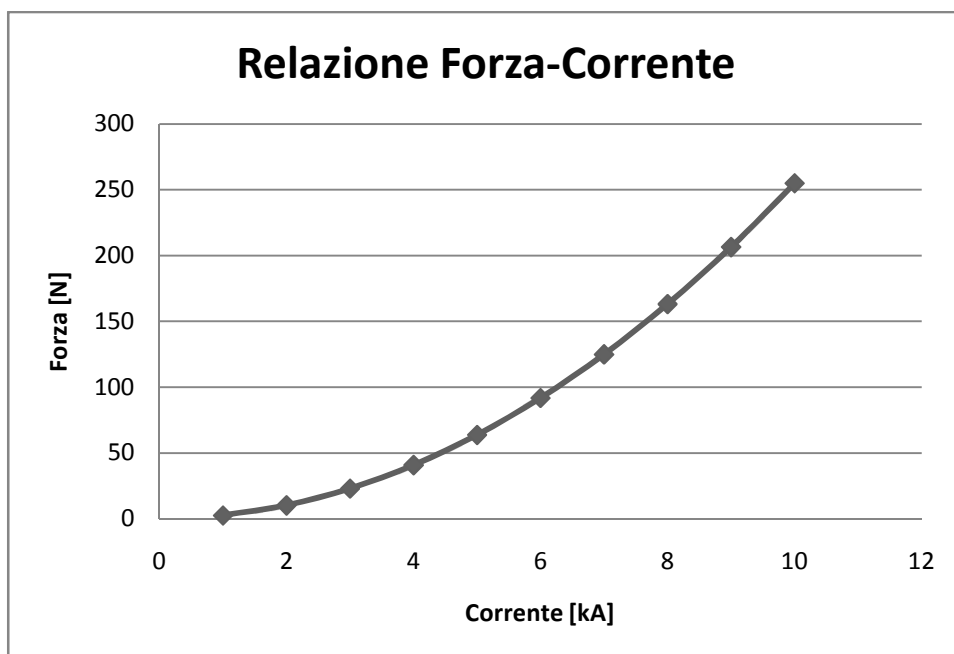


Fig5.24 – Relazione forza-corrente per la nuova configurazione.

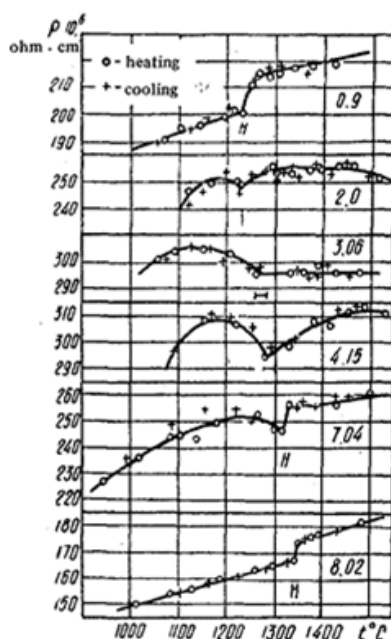


Fig. 5.25– Resistività del ferromanganese in funzione della temperatura e del tenore di carbonio.

Finora è stato utilizzato come valore di resistività del ferromanganese $1.4 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$, che è il valore della resistività dell'acciaio fuso. Indagando però in maniera più approfondita si è visto che la resistività è leggermente diversa, come si può vedere dal grafico di Fig. 5.25. Sapendo che la percentuale di C presente nella lega è del 7%, ad una temperatura di $1500^{\circ}C$ la resistività è pari a $2.6 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$. Essendo essa di valore maggiore rispetto a quanto ipotizzato finora, le correnti indotte saranno minori, e di conseguenza anche le forze (Fig. 5.26).. Sono state eseguite delle nuove simulazioni al fine di ricavare nuovi risultati con i dati di resistività corretti (Fig. 5.27).

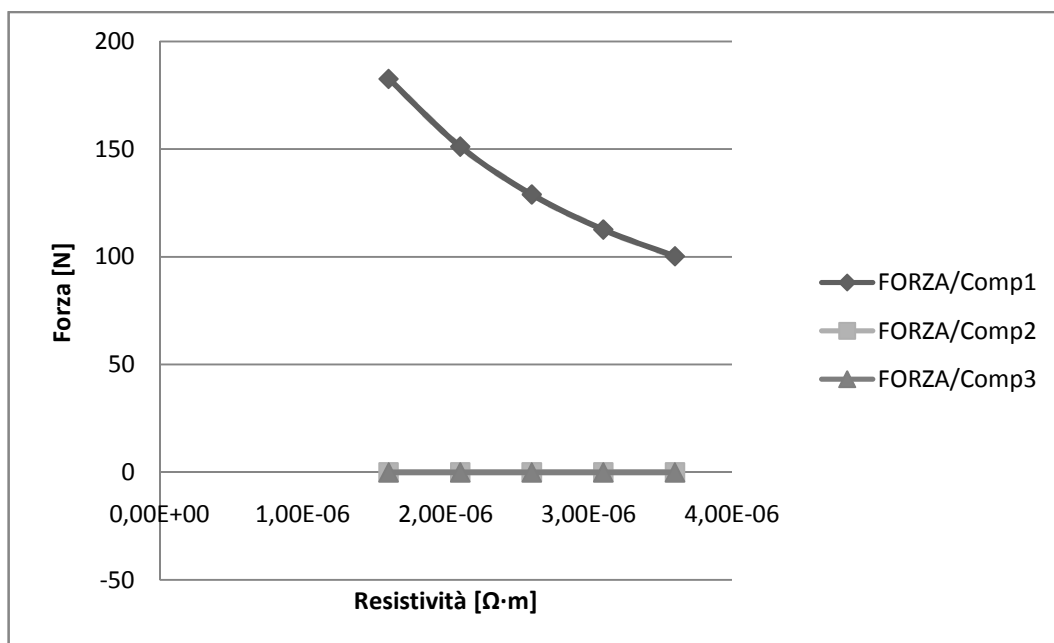


Fig. 5.26 – Forza in funzione della resistività del fuso.

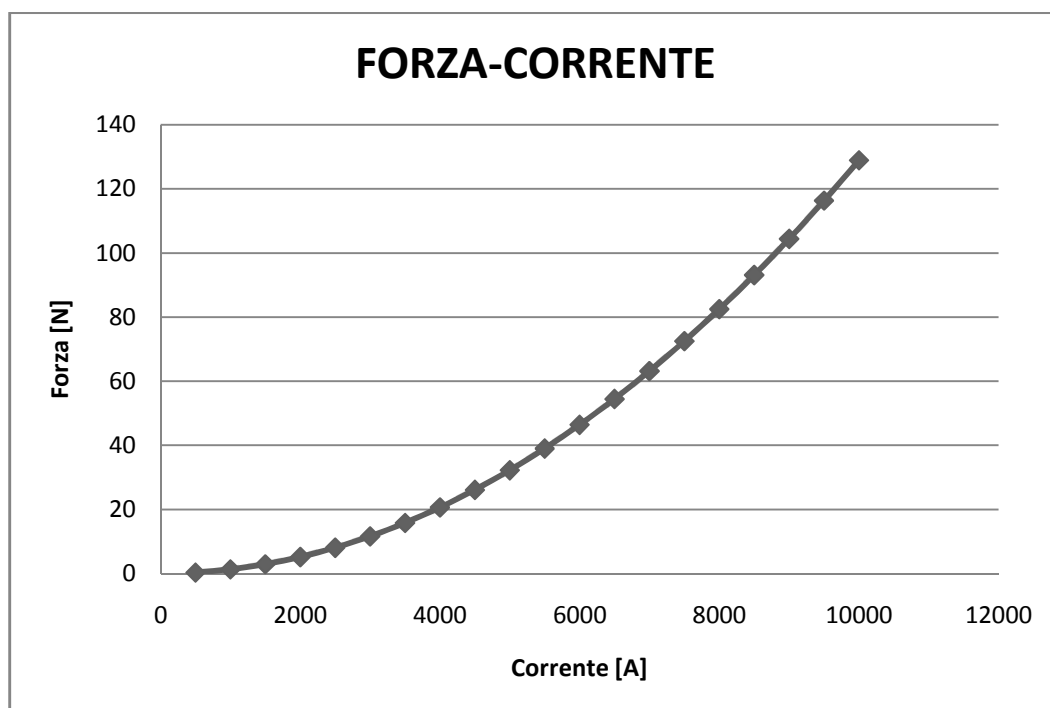


Fig. 5.27 - Relazione forza-corrente con la nuova resistività.

5.5 – ANALISI TERMICA.

A questo punto risulta ragionevole progettare la parte di isolamento termico. Finora infatti, si è lavorato ipotizzando una distanza tra induttore e materiale fuso pari a 4.5cm, pensando fosse sufficiente. Per rendere maggiormente veritiere le nostre simulazioni è opportuno quindi effettuare

delle analisi termiche a regime termico stazionario con Flux. In questo modo saremo in grado di valutare i profili di temperatura ottenuti e dedurre le opportune conclusioni.

Di fondamentale importanza ai fini del conseguimento di informazioni utili, è la scelta e la caratterizzazione dei materiali dal punto di vista delle loro proprietà termiche. Esistono infatti in commercio un gran numero di materiali refrattari e isolanti, e una adeguata scelta è di fondamentale importanza per la realizzazione del miglior dispositivo possibile. Infatti, una differenza anche di qualche decimo nella conducibilità termica di un materiale, si può tradurre in un considerevole aumento della distanza tra induttore e fuso, causando il degrado delle prestazioni e una conseguente necessità di incrementare il valore di potenza con cui alimentare il dispositivo.

Colloquiando con gli ingegneri di Italghisa poi, è stata espressa la loro preferenza verso l'utilizzo di grafite al posto del refrattario, per le sue ottime caratteristiche di resistenza alle alte temperature e al bassissimo degrado fisico anche a contatto con materiali incandescenti, essendo la sua temperatura di fusione attorno ai 3000°C. Purtroppo questo materiale è un materiale conduttore, sia dal punto di vista termico, sia dal punto di vista elettrico, quindi sarebbe sede di correnti indotte e quindi perdite per effetto Joule. Inoltre si avrebbe la dispersione verso l'esterno del calore del fuso. Questo non è del tutto un aspetto positivo, visto che è di nostro interesse mantenere la temperatura del fuso il più costante possibile, ma d'altro canto sarebbe decisamente complicato prevedere il funzionamento di un induttore a stretto contatto con materiale così ad elevata temperatura.

Esiste tuttavia la possibilità di utilizzare una grafite anisotropa, cioè che presenta differenti caratteristiche in base alla direzione con cui viene analizzata. In questo speciale materiale, grazie ad un particolare processo di realizzazione attraverso sinterizzazione di polveri di grafite, la conducibilità termica in una certa direzione è nettamente inferiore rispetto alla stessa in altre direzioni (Fig. 5.28). In questo modo sarebbe possibile avere un materiale con bassa conducibilità nella direzione di interesse e allo stesso tempo resistente alle alte temperature.

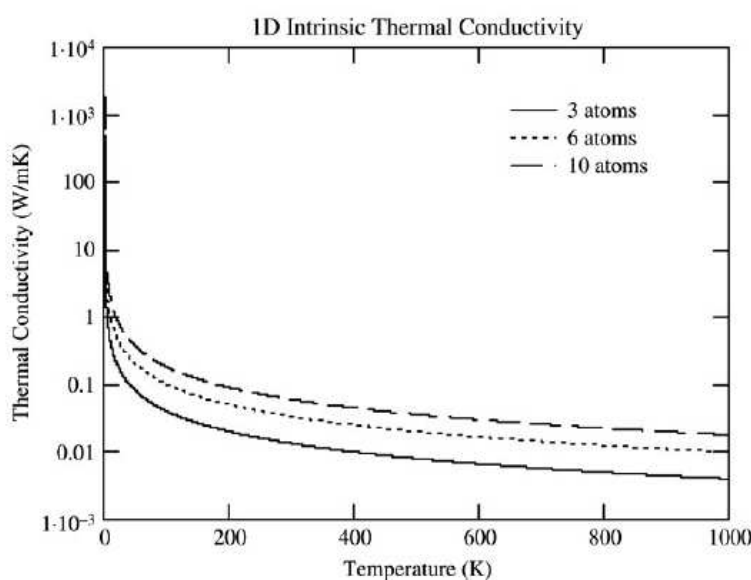


Fig. 5.28 – Conducibilità termica del grafene, per diversi valori dello spessore e della temperatura.

Come si può vedere dalla figura però, lo spessore per il quale è stata misurata la conducibilità è di valore infinitesimo, essendo relativo a microstrutture del carbonio (grafene). Inoltre man mano che lo spessore aumenta, aumenta anche la conducibilità, quindi c'è da aspettarsi che con spessori di grandezza plausibile per i nostri scopi, il valore della conducibilità sia confrontabile o addirittura maggiore di quello dei normali refrattari. Inoltre la grafite non può essere impiegata a temperature superiori a circa 400°C se a contatto con l'aria, pena la distruzione della stessa.

Per tutti questi motivi si è scelto quindi di operare l'analisi termica utilizzando materiali già esistenti sul mercato. In particolare i materiali utilizzati e le loro caratteristiche sono elencati di seguito:

1. refrattario: refrattario a base di alumina (90%) a bassa densità. Caratteristiche termiche:
 - massima temperatura di lavoro: 1650-1750°C
 - temperatura di fusione: 1880°C
 - conducibilità termica: 0.3 W/m.K
2. isolante: Kieselgur. Caratteristiche termiche:
 - massima temperatura di lavoro: 1000°C (in aria)
 - conducibilità termica: vedi Tabella 5.6
 - Tabella 5.6 – Conducibilità termica del Kieselgur

Temperatura	Conducibilità termica
°C	W/m.K
200	0.14
400	0.16
600	0.19
800	0.21
1000	0.23

3. Aria: conducibilità termica 0.026W/m.K.
4. Ferro: conducibilità termica 70W/m.K.
5. Rame: conducibilità termica 390W/m.K.

Mantenendo inalterata la geometria, la distribuzione di temperatura ottenuta è la seguente:

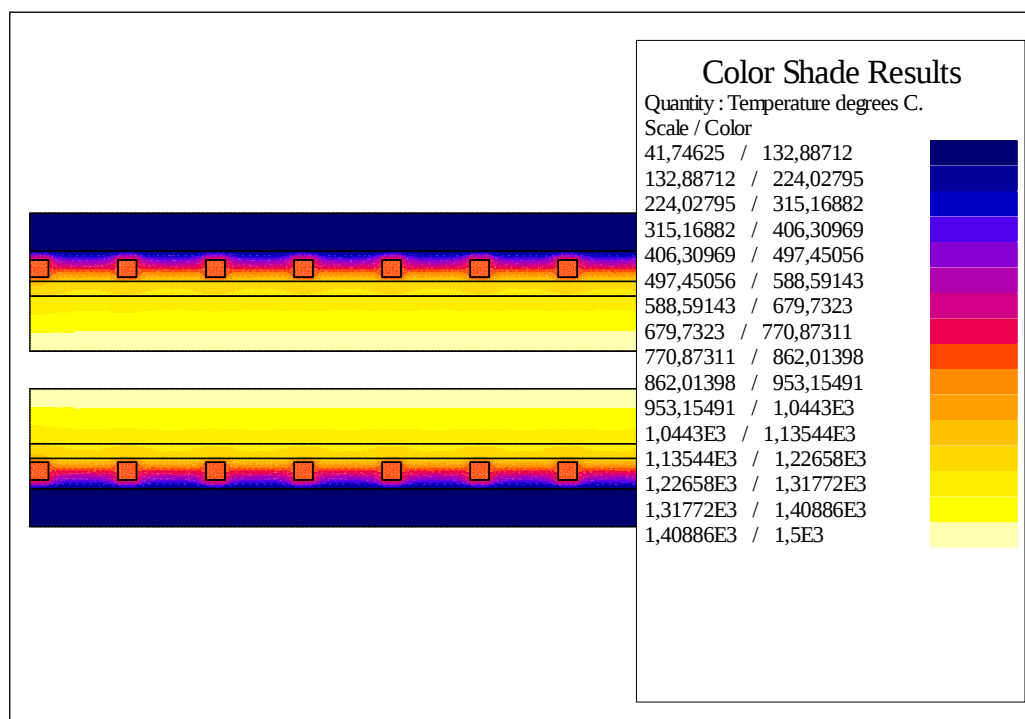


Fig. 5.29 – Distribuzione di temperatura nella pompa.

Dalla simulazione si può notare come la temperatura nella sezione di transizione tra refrattario e isolante sia maggiore di 1000°C, che è la massima temperatura di funzionamento del Kieselgur, quindi risulta necessario aumentare lo spessore del refrattario. Un'altra soluzione è quella di cercare un materiale isolante dalle migliori proprietà, che possa essere impiegato anche a temperature superiori ai 1000°C; dopo un'accurata analisi è stato scelto di utilizzare il seguente materiale:

Zircar (fibre di alumina-silica). Caratteristiche termiche:

- massima temperatura di lavoro: 1260°C (in aria)
- temperatura di fusione: 1760°C
- conducibilità termica: vedi Tabella 5.7

Tabella 5.7 – Conducibilità termica dello Zircar

Temperatura	Conducibilità termica
°C	W/m.K
500	0.05
800	0.08
871	0.13
1100	0.16
1260	0.20

In Fig. 5.30 sono riportati i risultati per uno spessore del refrattario e dell'isolante aumentati, e precisamente pari a 45mm e 18mm rispettivamente, e con l'impiego dello Zircar come isolante.

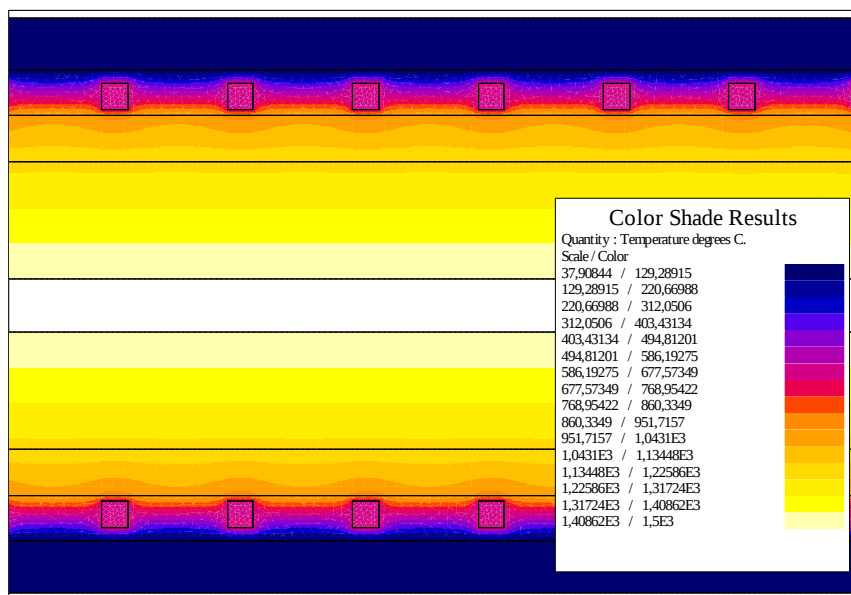


Fig. 5.30 – Profilo termico con spessore di refrattario e isolante (Zircar) aumentati.

La temperatura nelle immediate vicinanze dell'induttore è comunque elevata, e ciò comporta che questo calore debba essere smaltito dal circuito di raffreddamento, che così dovrà assorbire sia il calore prodotto per effetto Joule, sia quello proveniente dall'isolamento. Immaginando di essere in questa situazione, il profilo di temperatura è quello riportato in Fig. 5. 31, dove è stata fissata la temperatura dei conduttori pari a 40°C.

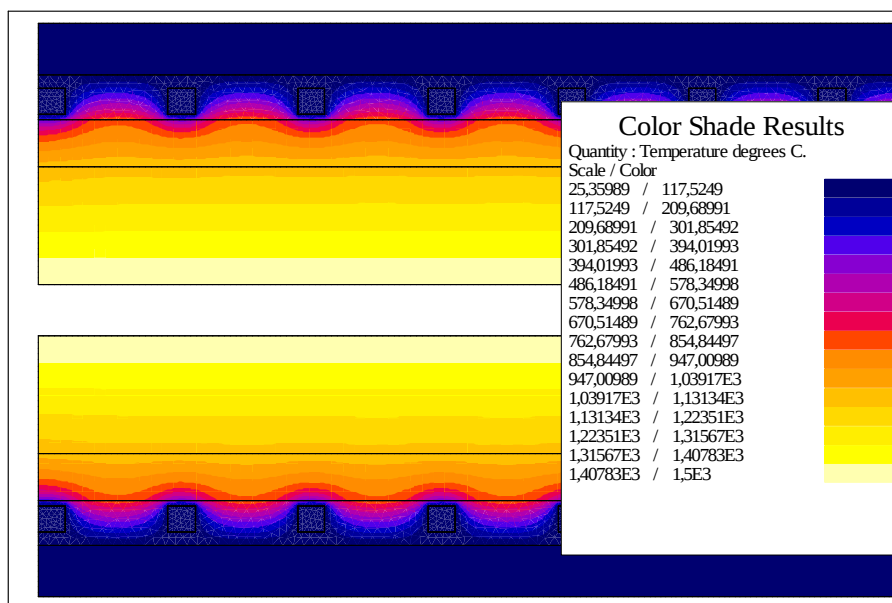


Fig. 5.31 – Profilo di temperatura con raffreddamento dell'induttore.

Con lo scopo di affinare ulteriormente la progettazione di questo importante aspetto del dispositivo (da esso dipende la distanza tra induttore e fuso), è stata effettuata una ricerca tra i vari produttori di materiali refrattari e isolanti per ricercare le migliori prestazioni possibili. La scelta si è indirizzata quindi verso i seguenti:

1. Refrattario: ZRCI Refractory (99% alumina, 1% SiO₂). Caratteristiche:
 - Massima temperatura di utilizzo: 1650°C.
 - Conducibilità termica: vedi Tabella 5.8

Tabella 5.8 – Conducibilità termica dello Zircar

Temperatura	Conducibilità termica
°C	W/m.K
427	0.12
900	0.16
1200	0.22
1650	0.29

2. isolante: Promalight 330®. Caratteristiche termiche:
 - massima temperatura di lavoro: 1100°C.
 - conducibilità termica: vedi Tabella 5.9

Tabella 5.9 – Conducibilità termica del Promalight 330

Temperatura	Conducibilità termica
°C	W/m.K
200	0.020
400	0.023
600	0.029
800	0.033
1000	0.040

Inoltre la distanza tra induttore e fuso è stata ulteriormente incrementata, per avere così un certo margine di sicurezza e quindi studiare la situazione nella condizione di “caso peggiore” (spessore refrattario 60mm e spessore isolante 19mm).

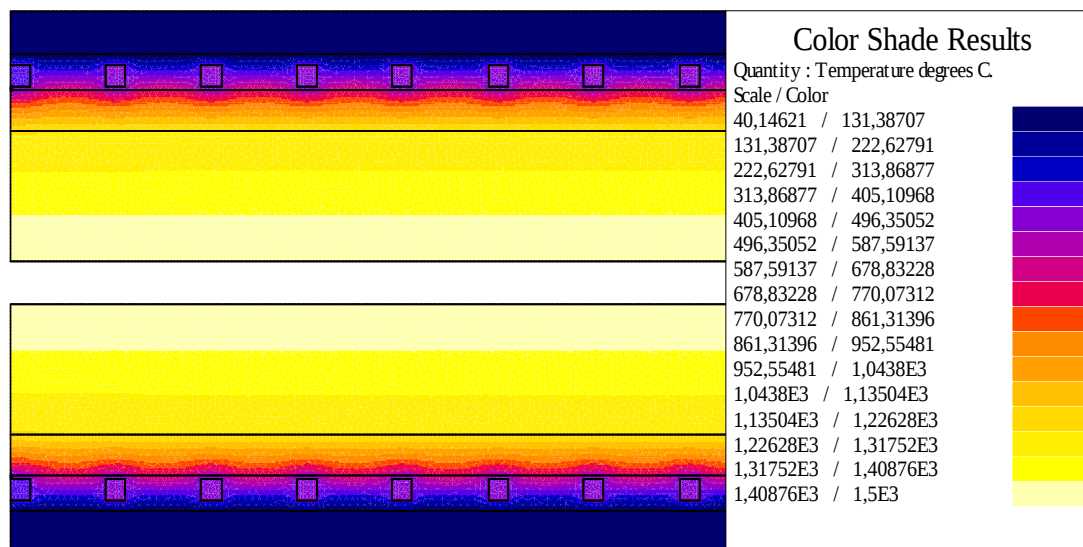


Fig. 5.32 – Profilo di temperatura con i nuovi materiali.

Con questa soluzione la temperatura dei conduttori è minore, quindi il circuito di raffreddamento sarà meno sollecitato.

Il prezzo da pagare per poter utilizzare questa configurazione è che la distanza fra induttore e fuso è aumentata, e precisamente è pari a 85mm. Questo causa una riduzione della forza agente sul fuso (Fig. 5.33).

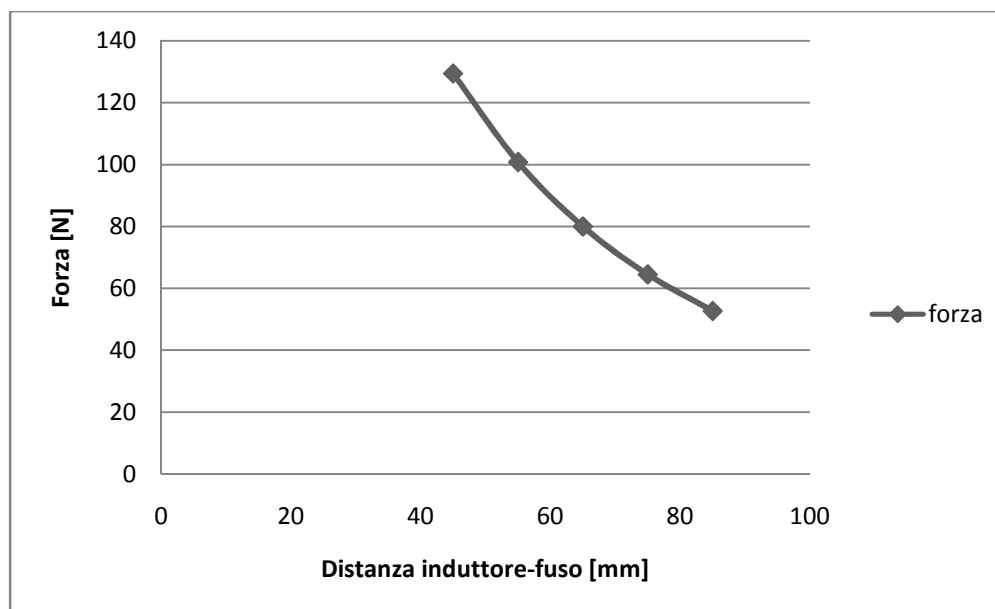


Fig. 5.33 – Relazione tra la forza in direzione del moto e distanza induttore-fuso ($I_{rms}=10kA$).

A 85mm di distanza la F_x è pari a 52.7N, che comunque è ancora un valore superiore al peso del fluido, che risulta essere attorno ai 36N.

Nella Tabella 5.10 sono riportati i vari parametri della pompa con i quali saranno svolte le simulazioni per il problema accoppiato.

Tabella 5.10 – Parametri della pompa

Tipo di parametro	Descrizione	Valore	Unità di misura
Geometrico	Profondità del modello	0.05	m
Geometrico	Altezza del condotto	0.02	m
Geometrico	Spessore materiale refrattario	0.06	m
Geometrico	Spessore materiale isolante	0.019	m
Geometrico	Lato sezione conduttore	0.01	m
Geometrico	Distanza conduttori	0.038	m
Geometrico	Spessore nucleo magnetico	0.025	m
Geometrico	Lunghezza totale modello	0.54	m
Elettrico	Corrente efficace nei conduttori	14000	A
Elettrico	Frequenza	50	Hz
Termico	Conducibilità termica refrattario	0,12 (a 427°C) 0,16 (a 900°C) 0,22 (a 1200°C) 0,29 (a 1650)	W/m.K
Termico	Conducibilità termica isolante	0,020 (a 200°C) 0,023 (a 400°C) 0,029 (a 600°C) 0,033 (a 800°C) 0,040 (a 1000°C)	W/m.K
Fisico	Resistività fuso	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$\Omega \cdot m$
Fisico	Densità fuso	6670	kg/m ³
Fisico	Viscosità fuso	5	Pa·s

5.6 – CONFRONTO FLUX-COMSOL.

Prima di procedere con il problema accoppiato Elettromagnetico-Fluidodinamico in Comsol, viene riportato un confronto delle simulazioni numeriche effettuate dai due software dal punto di vista esclusivamente elettromagnetico. Questo per capire se i risultati ottenibili con il nuovo software sono attendibili.

A questo scopo sono stati confrontati i valori dell'integrale della forza lungo l'asse x su tutto il volume, per diversi istanti temporali; la corrente di alimentazione è di 10kA e la distanza fuso-induttore 45mm. (Fig. 5.34)

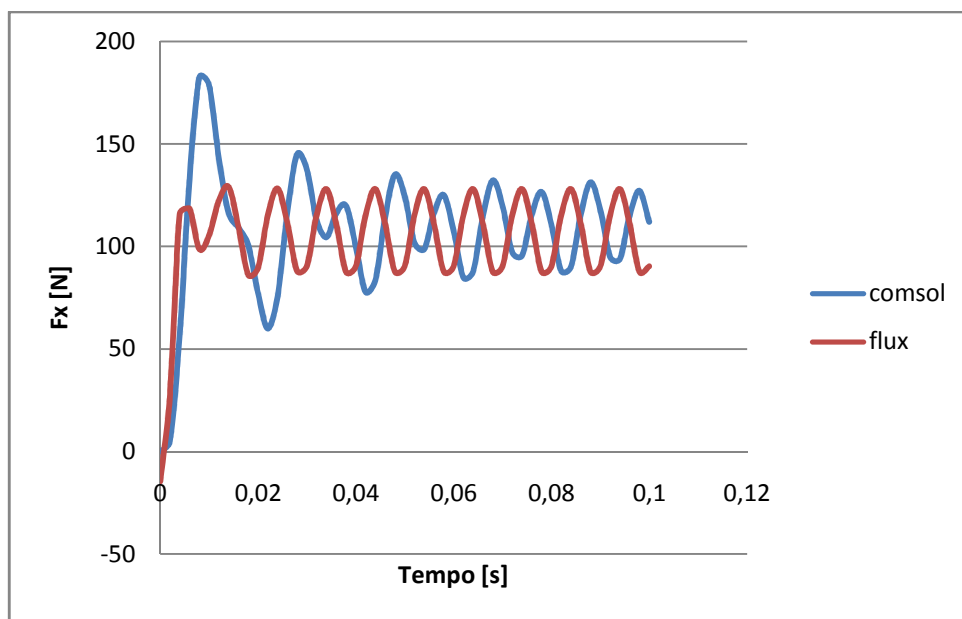


Fig. 5.34 – Confronto tra forze risultanti da simulazioni con software diversi.

Si può notare come sia presente tra le due soluzioni uno sfasamento tra le forme d'onda; comunque il valore efficace delle due forze, dopo un differente transitorio iniziale, sembra assestarsi su valori simili, quindi l'effetto che la forza andrà a produrre sul fuso sarà circa lo stesso.

5.7 – PROBLEMA ACCOPPIATO.

E' stata quindi effettuata l'impostazione del problema accoppiato con Comsol. Questo software "multiphysics" permette lo studio di vari fenomeni di natura fisica diversa, sia singolarmente, sia accoppiandoli tra di loro. Nel nostro caso l'accoppiamento è presente tra elettromagnetismo e fluidodinamica. Per creare questo legame nel software è necessario indicare quelli che sono i punti di collegamento tra un mondo fisico e l'altro; una volta inserite queste informazioni, esso provvederà automaticamente ad effettuare l'accoppiamento.

Dopo aver correttamente impostato il problema elettromagnetico, è necessario indicare alla voce "volume force" del problema fluidodinamico, cioè l'input, la Forza di Lorentz. Successivamente si inserisce il termine di velocità nel problema elettromagnetico alla voce "velocity (Lorentz term)", per tenere conto del suo effetto nella formula della densità di corrente. In questo modo si realizza l'accoppiamento reciproco delle due fisiche. Ad ogni iterazione verrà prima calcolata la forza, che poi viene utilizzata come input all'altro problema; a questo punto l'iterazione successiva provvederà a calcolare i valori delle grandezze di interesse sulla base dei risultati delle precedenti.

Nelle seguenti simulazioni è stato utilizzato il modello migliorato, dove la distanza fuso-induttore è stata incrementata al valore 85mm. Come già visto questo comporta una riduzione della forza agente, quindi c'è da aspettarsi che la velocità sia inferiore a quella desiderata. In Fig. 5.35 vengono riportate le distribuzioni della F_x per vari istanti temporali, e in Fig. 5.36 il conseguente transitorio fluidodinamico.

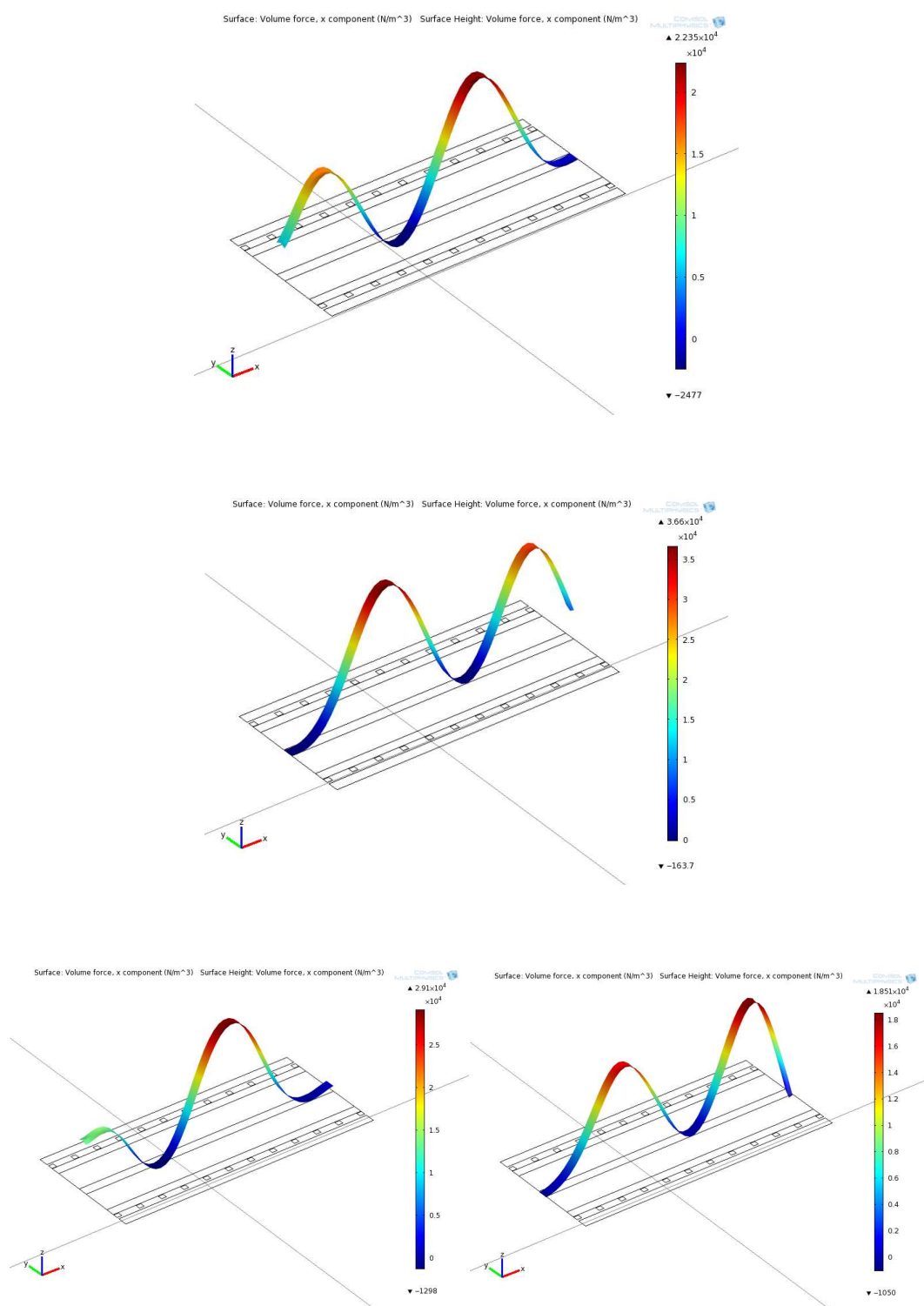


Fig. 5.35 – Distribuzione della F_x per vari istanti temporali: in alto $t=0.005s$, in centro $t=0.01s$, in basso a sinistra $t=0.015s$ e in basso a destra $t=0.02s$.

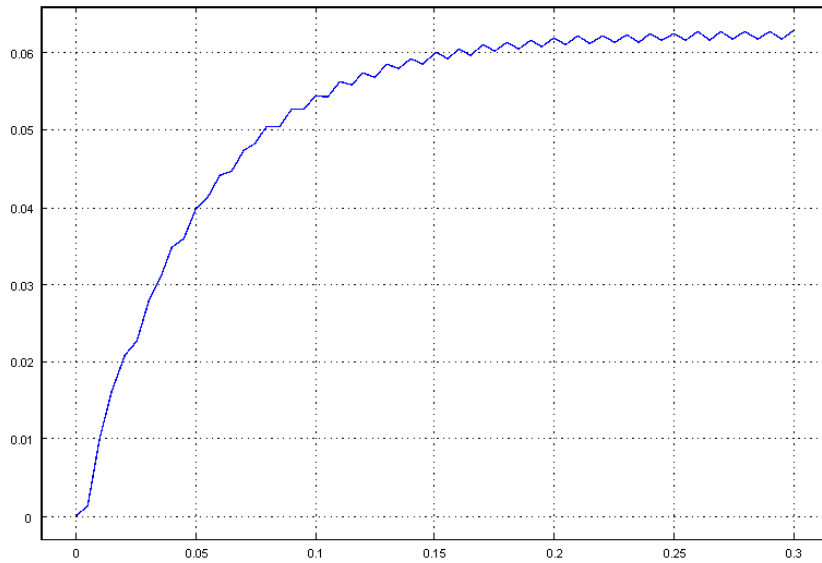


Fig. 5.36 – Velocità media del fluido in funzione del tempo.

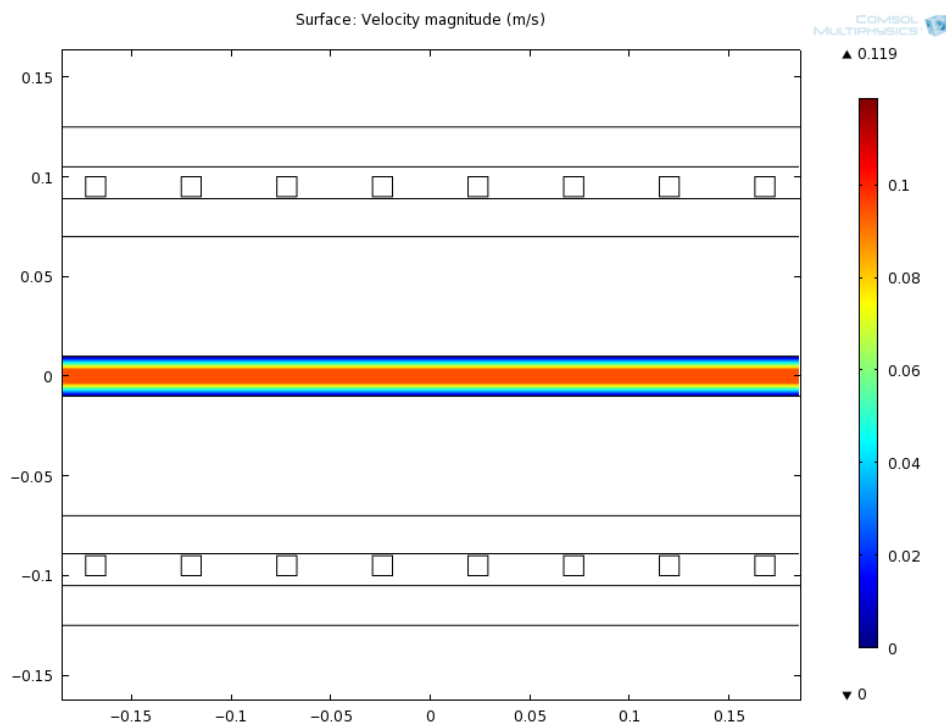


Fig. 5.37 – Profilo di velocità nel condotto a regime.

La velocità di regime ottenuta è inferiore al valore desiderato di 0.3m/s. Sarà quindi necessario aumentare il valore della corrente di alimentazione.

In particolare, utilizzando il metodo analitico, è stata effettuata un'analisi parametrica in funzione della forza applicata per un' inclinazione di 60°. Dai risultati ottenuti si è dedotto che con un valore medio di F_x pari a 100N, la velocità media ottenuta risulta essere 0.37m/s. Per ottenere la suddetta forza è necessario alimentare l'avvolgimento con una corrente di 14kA (Fig. 5.38) .

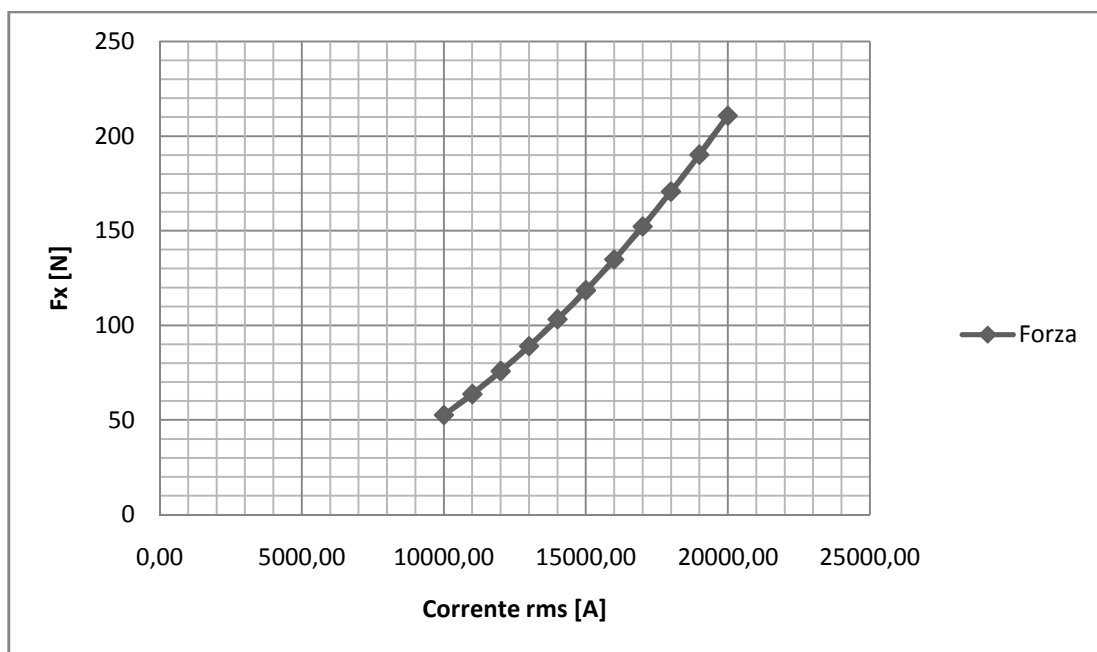


Fig. 5.38 – Forza F_x in funzione della corrente di alimentazione.

Tramite l'implementazione del problema così definito nel programma accoppiato, i risultati conseguenti sono visibili in Fig. 5.39 e 5.40.

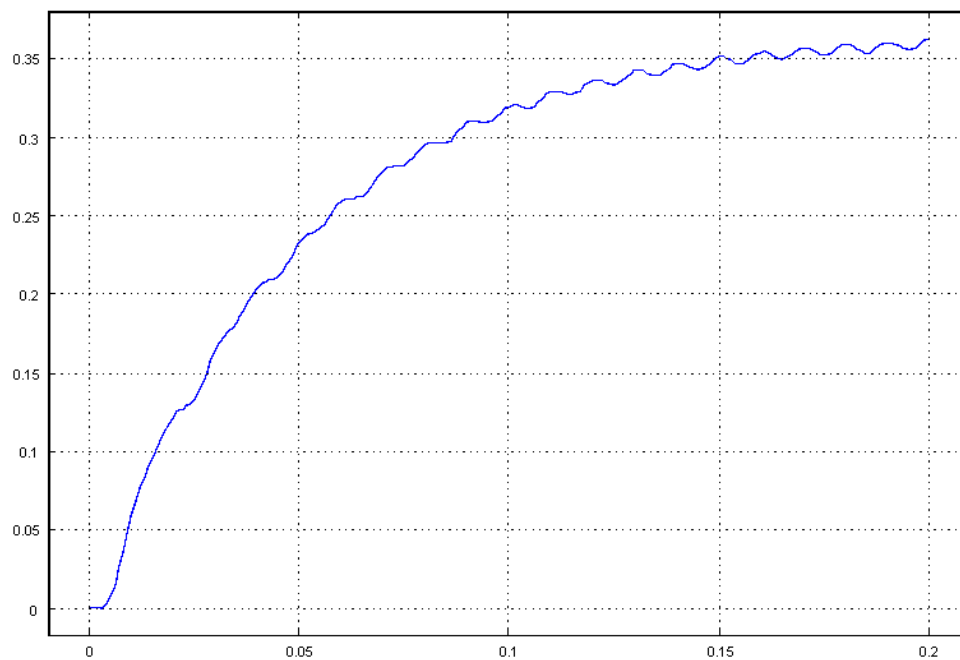


Fig. 5.39 – Andamento della velocità del fuso nel tempo.

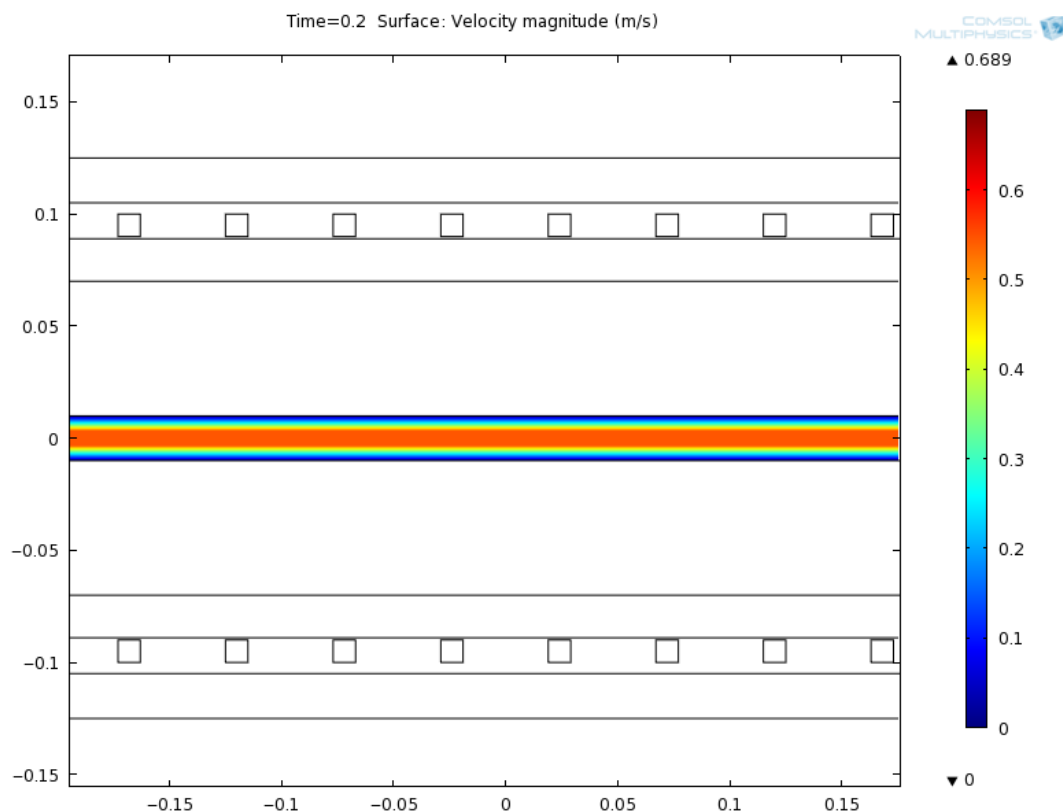


Fig. 5.40 – Profilo di velocità nel condotto.

5.8 – MIGLIORAMENTO FINALE DEL MODELLO.

Una delle ultime rettifiche introdotte nel modello è stata quella di una migliore progettazione della sezione dei conduttori. Tenendo conto del fatto che questi dovranno essere raffreddati, bisogna prevedere un condotto all'interno di essi nel quale possa fluire il fluido refrigerante. Inoltre la loro sezione è stata aumentata secondo la relazione:

$$\frac{s}{\delta_i} = 1.57 \quad (X.10)$$

Dove s è lo spessore della sezione e δ_i è lo spessore di penetrazione del rame, che a 50Hz vale 1cm; s sarà pari quindi a 1.6 cm. Questo coefficiente è dato in modo da ottimizzare il valore delle perdite per effetto Joule. La configurazione della sezione dei conduttori utilizzata è la seguente:

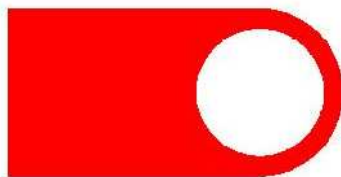


Fig. 5.41 – Sezione dei conduttori.

Questa modifica comporta come già esposto, l'aumento della dimensione della sezione dei conduttori; questo implica che debba essere aumentato anche il passo tra un conduttore e l'altro, ai fini di rimanere nella condizione ottima. Il valore ottimale del passo è di 55mm.

La lunghezza della pompa ne risulta incrementata, e precisamente pari a 80cm, dimensione comunque applicabile senza alcun particolare problema al nostro caso.

La conseguente configurazione del modello è quella esposta in Fig. 5.42.

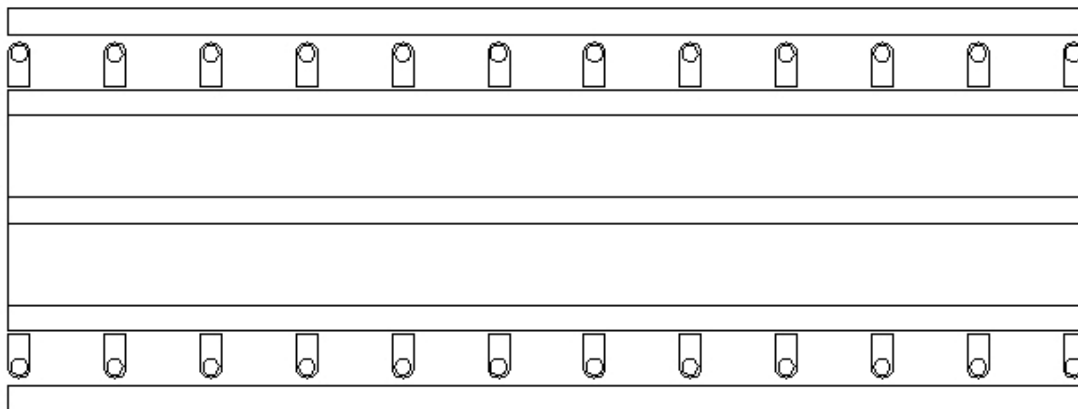


Fig. 5.42 – Modello della pompa con il nuovo layout dei conduttori.

Di questa modifica la F_x non ne risente particolarmente, rimanendo ad un valore medio intorno ai 50N per una corrente di alimentazione di 10kA (Fig. 5.43).

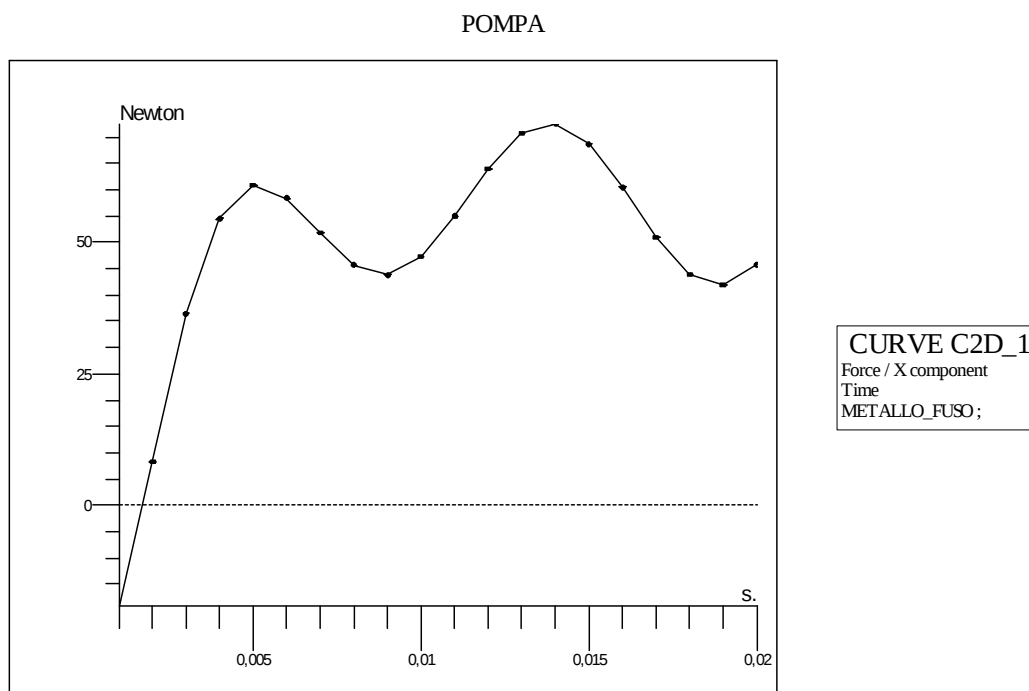


Fig. 5.43 – Transitorio della F_x nel tempo.

Per dimostrare la bontà della scelta effettuata è stato riportato nelle tabelle 5.11 e 5.12 un confronto sulle potenze nei casi di pompa con conduttori pieni di lato 1cm e poi con conduttori cavi di lato 1,6cm; la corrente di alimentazione è di 14kA.

Tabella 5.11 - Potenza attiva e reattiva della pompa non modificata

REGIONE	ATTIVA	REATTIVA
	W	VAR
conduttore1	907,8	
conduttore2	907,3	
conduttore3	909,5	
conduttore4	914	
conduttore5	916,8	
conduttore6	920,1	
conduttore7	920,6	
conduttore8	919	
conduttore9	915,6	
conduttore10	910,5	
conduttore11	907,2	
conduttore12	910,8	
metallo fuso	5465	
nuclei magnetici	0	
aria	0	
Tutte le regioni	16424	52231

Tabella 5.12 - Potenza attiva e reattiva della pompa con il nuovo layout

Regione	Potenza attiva	Potenza reattiva
	W	VAR
conduttore 1	285,4	
conduttore 2	278,5	
conduttore 3	288,1	
conduttore 4	304,6	
conduttore 5	317,7	
conduttore 6	333,4	
conduttore 7	338,1	
conduttore 8	334	
conduttore 9	318,2	
conduttore 10	293,5	
conduttore 11	274,4	
conduttore 12	299,5	
metallo fuso	9192,2	
nuclei magnetici	0	
isolante	0	
aria	0	

refrattario	0	
tutte le regioni	12858	48883

Rispetto all'analisi delle potenze svolta nei paragrafi precedenti, si nota che il valore di potenza reattiva è fortemente aumentato; questo perché la distanza tra induttori e fuso è aumentata, aumentando così il traferro.

Per la pompa con conduttori non forati, il $\cos\varphi$ è di 0.3, contro uno 0.25 del nuovo modello; da questo punto di vista sarebbe quindi leggermente preferibile il primo, ma si può ben vedere nelle tabelle come il valore della potenza attiva sia nettamente inferiore nel secondo.

Calcolando infatti il rendimento elettrico nei due casi, utilizzando la formula (5.3), si ottiene:

- primo caso: $\eta=33\%$;
- secondo caso: $\eta=71\%$.

Questo sta a dimostrare l'effettiva utilità nell'aver aumentato la sezione dei conduttori.

Effettuando la simulazione con il problema accoppiato, con una corrente pari a 14 kA, i valori di velocità del fluido ottenuti sono leggermente inferiori ai precedenti. Fig. 5.44 e Fig. 5.45.

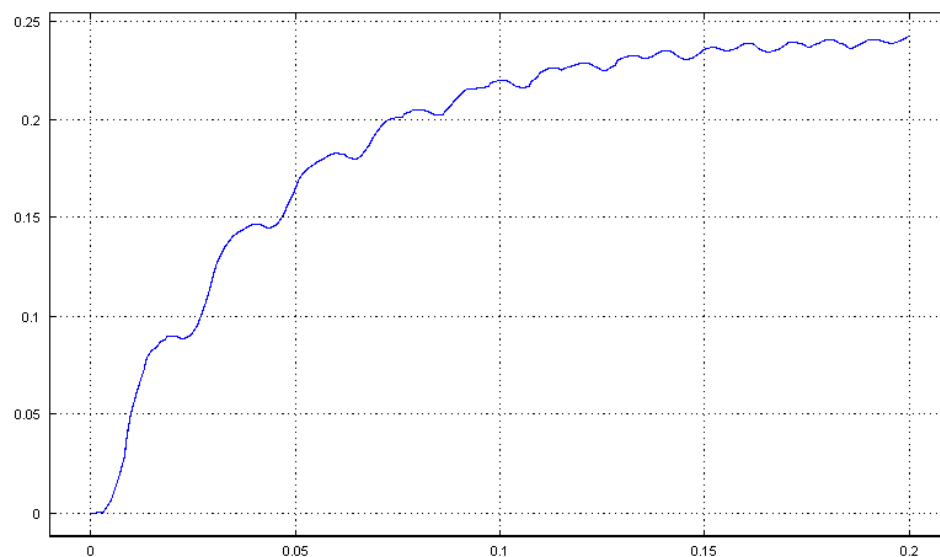


Fig5.44 – Transitorio di velocità nel fuso.

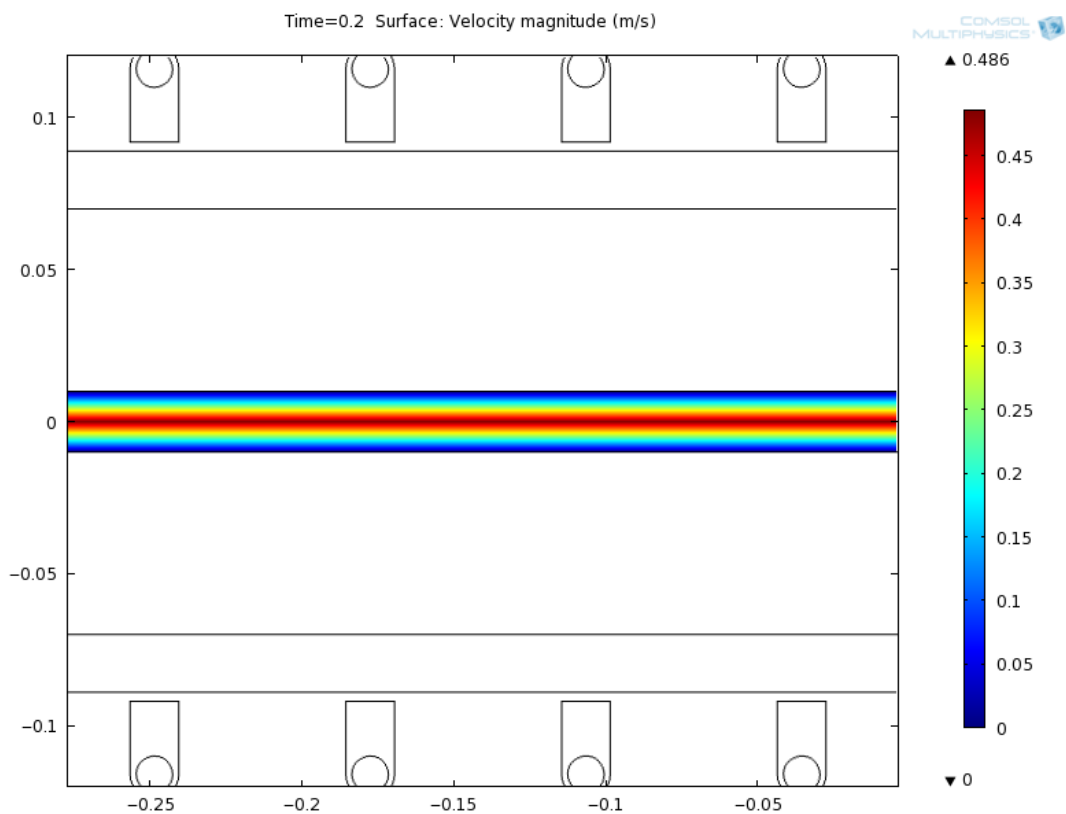


Fig. 5.45 – Profilo di velocità.

Mettendo in relazione la potenza in ingresso con i relativi valori di portata si ottiene il grafico di Fig.5.46.

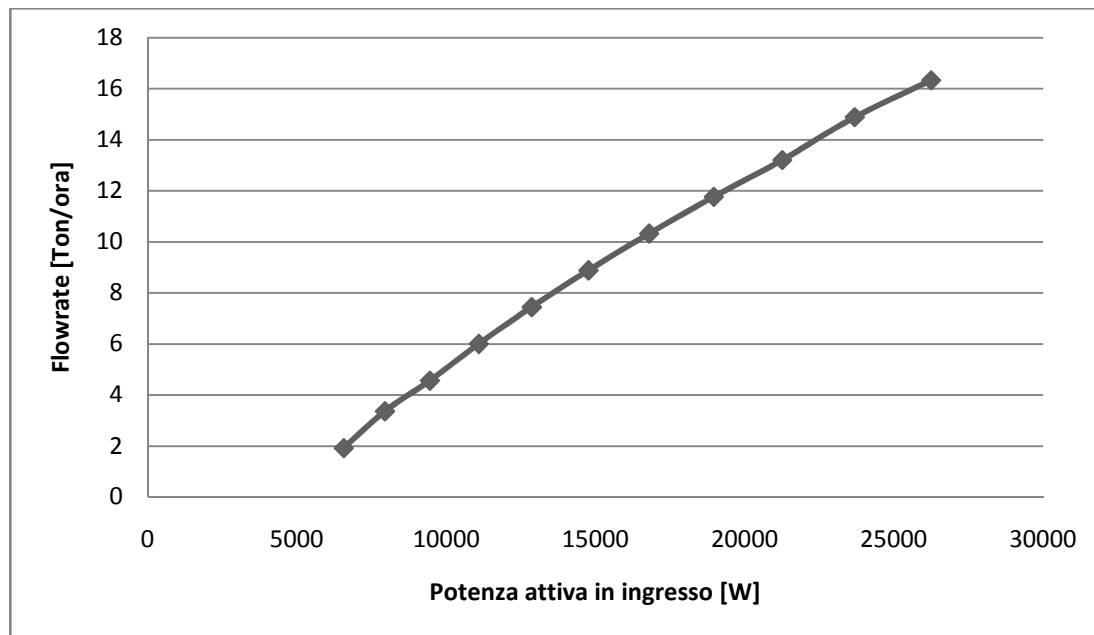


Fig. 5.46 – Grafico flowrate-potenza per il nuovo layout di pompa.

6. DIMENSIONAMENTO DI UN PROTOTIPO DI POMPA DA LABORATORIO.

6.1 - Progettazione

L'ultima parte del lavoro riguarda la costruzione di un prototipo di piccole dimensioni, ma con un layout simile a quello della pompa reale, con l'obiettivo di verificarne l'effettivo funzionamento. A questo scopo verrà utilizzata, come materiale fuso, una particolare lega metallica detta Wood's metal, che fonde a circa 70°C. Essa è più densa della ferrolega, ma meno viscosa. Di seguito sono riportate le sue principali caratteristiche:

- Temperatura di fusione: 70°C;
- Densità: 9.38g/cm³;
- Resistività elettrica: $7.82 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$;
- Viscosità: 300 mPa.s (a 80)°C.

Grazie alla bassa temperatura di fusione è possibile mantenere gli avvolgimenti a distanza ravvicinata dal fuso, permettendo così di poter realizzare il dispositivo senza utilizzare il raffreddamento dei conduttori.

Per la progettazione della pompa alcuni parametri sono fissati a priori; ad esempio, per non complicare troppo la realizzazione e per mantenere contenuti i costi, la frequenza di alimentazione è stata fissata pari a $f=50$ Hz. Vengono utilizzati dei nuclei magnetici realizzati con il fluxtrol per creare il circuito di richiusura del flusso magnetico; questo materiale è venduto in blocchi di dimensioni standard, e tra le varie pezzature disponibili sono state scelte quelle che meglio si adattano al nostro caso. La loro forma è riportata in Fig. 6.1; di tali pezzi saranno necessari 24 blocchi per realizzare 2 circuiti magnetici.

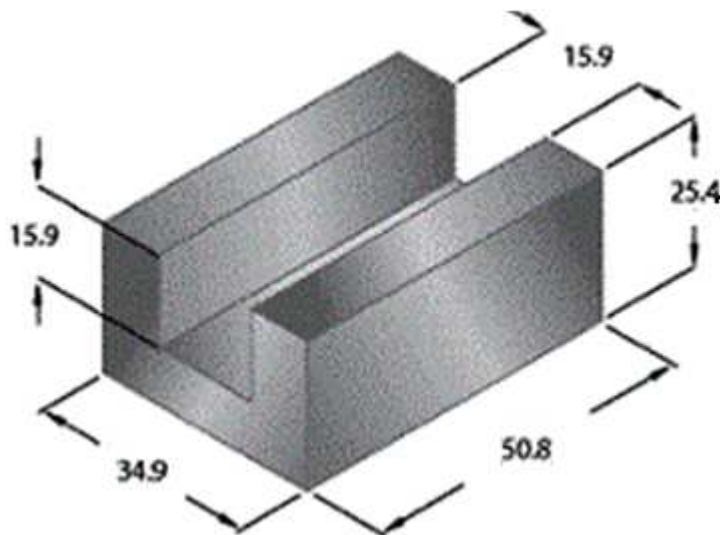


Fig. 6.1 – Blocco di fluxtrol utilizzato per la costruzione dei nuclei magnetici. Le dimensioni sono espresse in mm.

Per quanto riguarda il condotto nel quale fluisce la lega fusa, è stato scelto di realizzarlo in vetro borosilicato, che resiste tranquillamente alle temperature in gioco e che, essendo trasparente, permetterà la visione dei fenomeni fluidodinamici che avvengono all'interno. Anche in questo caso la scelta è ricaduta su pezzi di dimensioni commerciali; in particolare sono stati selezionati condotti a

sezione rettangolare di larghezza maggiore dell'altezza (Fig. 6.2). Questo perché è preferibile non distanziare troppo i due induttori.

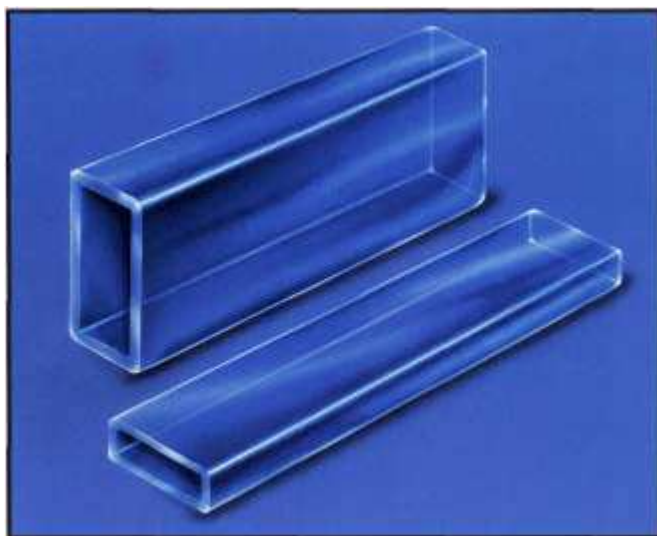


Fig. 6.2 – Tubi di vetro borosilicato utilizzati per realizzare il condotto.

Per quanto riguarda la scelta della larghezza del condotto, dovrà essere effettuata una ulteriore simulazione 3D per tenere conto di effetti che nella simulazione 2D vengono trascurati. Infatti, nel modello 2D non viene presa in considerazione la reale traiettoria delle correnti indotte nel fuso, ma è ipotizzato che esse siano totalmente perpendicolari alla direzione di pompaggio (Fig. 6.3).

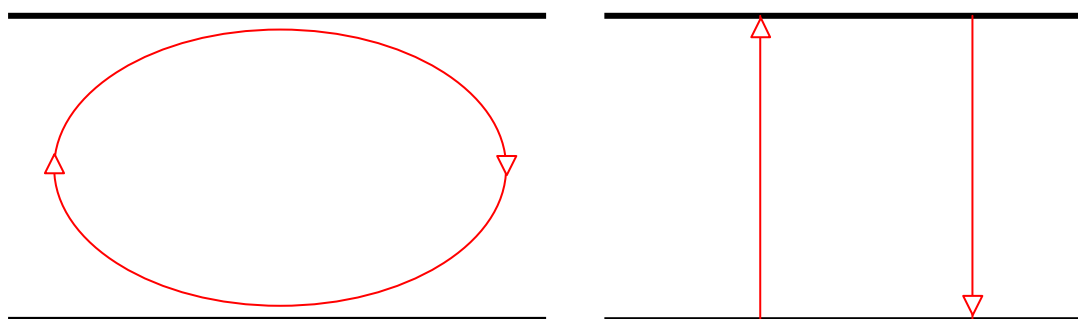


Fig. 6.3 – Vista dall'alto del condotto. A sinistra: reale traiettoria delle correnti indotte. A destra: traiettoria ideale delle correnti in 2D.

Quindi è prevedibile che, per ottenere un valore sufficiente di forza nella direzione di pompaggio, il condotto non dovrà essere di larghezza troppo ridotta, altrimenti la porzione di corrente in direzione trasversale al moto sarà praticamente trascurabile.

E' stato scelto inizialmente un condotto con 8mm di altezza, 16mm di larghezza e 1.3mm di spessore.

Nella Tabella 6.1 sono riportati i parametri principali che sono stati fissati per la realizzazione del modello.

Tabella 6.1 – Parametri della pompa

Tipo di parametro	Nome parametro	Valore	Unità
Geometrico	Lunghezza modello	0.419	m
Geometrico	Profondità modello	0.016	m
Geometrico	Altezza canale	0.008	m
Geometrico	Distanza fuso-induttore	0.005	m
Elettrico	Frequenza	50	Hz
Elettrico	Numero di spire	125	

Ipotizzando di utilizzare conduttori di rame smaltati di sezione 1mm^2 , il numero di spire è stato calcolato tenendo in considerazione le dimensioni che si hanno a disposizione all'interno dell'incavatura del blocco di fluxtrol e il coefficiente di riempimento, che è stato assunto cautelativamente pari a 0.4.

Il modello risultante è riportato di seguito in Fig. 6.4.

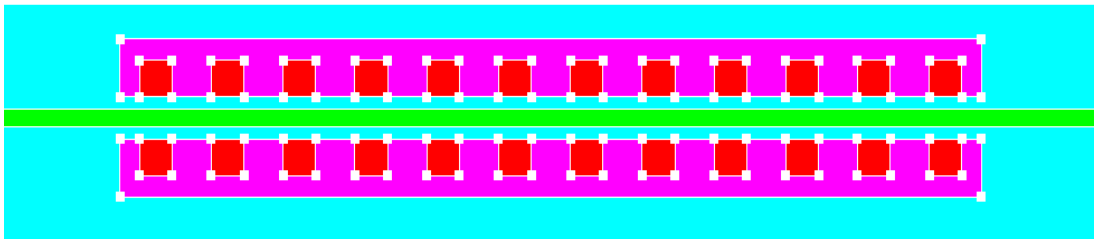


Fig. 6.4 – Modello 2D del prototipo.

La lunghezza del fuso è stata considerata maggiore rispetto alla pompa, per ridurre l'effetto di bordo presente alle estremità.

L'analisi effettuata mediante FEM è di tipo "Steady State AC Magnetic" e il circuito di alimentazione è stato realizzato con generatori di tensione e "coil conductors".

La resistenza da inserire nei coils è stata calcolata trovando la resistenza di una spira e poi moltiplicandola per il numero di spire, utilizzando la seguente formula:

$$R = \rho \frac{l}{s} = 2 * 10^{-8} \frac{0.451 * 125}{0.000001} = 1.1065 \Omega$$

Anche se nel modello non è presente tutta la lunghezza delle bobine, ma solamente la parte perpendicolare alla direzione del moto, nella formula della resistenza è stata considerata tutta la lunghezza della spira.

Per ottenere effetto pompante, è necessario applicare una forza al più pari al peso del fuso contenuto nel condotto, che è uguale a:

$$P = \text{densità} * \text{volume} * g = 9380 * 0.008 * 0.016 * 0.420 * 9.81 = 4.95 \text{ N}$$

E' stata quindi effettuata un'analisi parametrica in funzione della tensione di alimentazione per trovare il valore di forza sufficiente per il pompaggio. I risultati della simulazione sono riportati in Fig. 6.5.

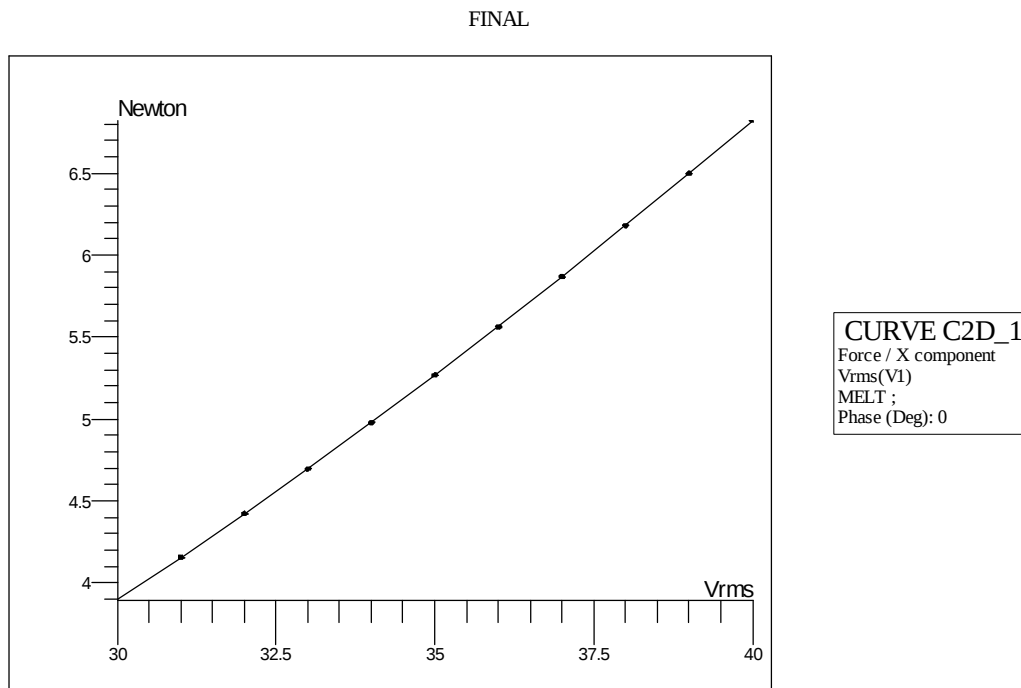


Fig. 6.5 – Relazione Forza-Tensione.

Utilizzando 35 V si ottengono 5.3 N di forza. La corrente nelle tre fasi dell'avvolgimento si aggira attorno ai 5 A, valore accettabile per la sezione utilizzata dei conduttori. Questo basso valore di corrente ottenuto risulta dal fatto che sono state utilizzate molte spire rispetto al modello del capitolo precedente, dove si aveva un unico “solid conductor”, e dal fatto che gli induttori sono estremamente vicini al fuso. Le linee del campo saranno quindi disposte prevalentemente in direzione verticale (Fig. 6.6).

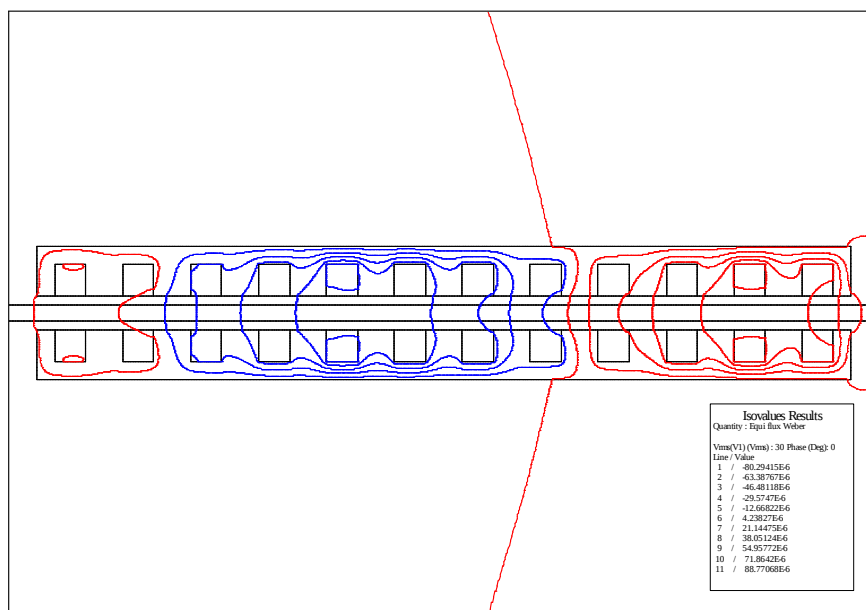


Fig. 6.6 – Linee di campo magnetico.

La potenza del dispositivo è la seguente:

- Potenza attiva: 417.7 W;
- Potenza reattiva: 290.3 VAr.

L'efficienza elettrica risulta essere pari al 33%.

6.2 - Osservazioni.

I dati ottenuti sono sicuramente interessanti, ma è necessario ricordare che in 2D le semplificazioni introdotte sono di notevole importanza. La differenza sostanziale riguarda le traiettorie delle correnti indotte. La loro forma elicoidale causerà, nel dispositivo reale, un degrado della forza pompante, quindi sarà necessario applicare una potenza in ingresso maggiore.

Inoltre, è necessario modellare l'intera geometria delle bobine, per verificare quali sono gli effetti delle porzioni di conduttori poste in direzione parallela al condotto.

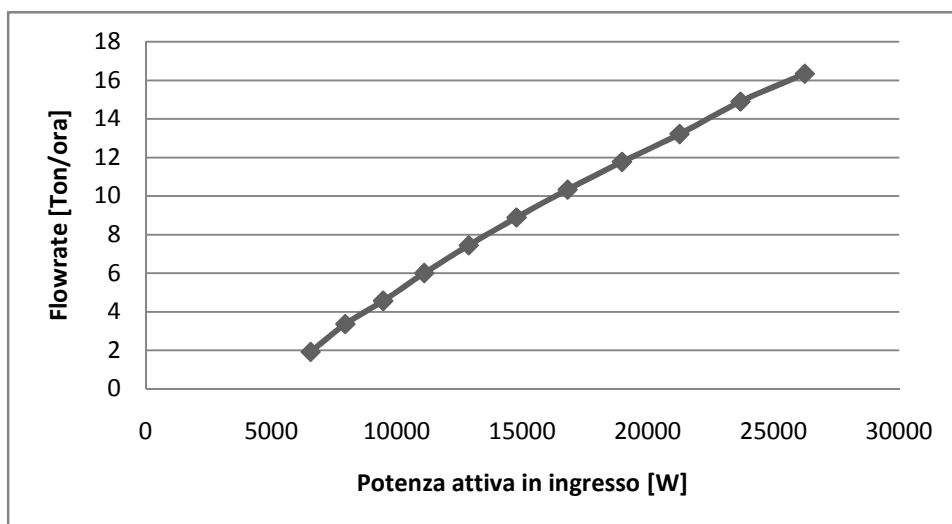
Non conoscendo la reale influenza di questi fenomeni sarà necessario utilizzare un modello in 3 dimensioni per approfondire tali aspetti e per un dimensionamento definitivo.

E' da sottolineare poi il fatto che la lunghezza del condotto è notevole, essendo quasi mezzo metro. Sarà alta quindi la probabilità che il metallo solidifichi all'interno di esso. Si dovrà quindi procedere con la progettazione di un avvolgimento supplementare per riscaldare ad induzione il metallo fuso. Questo comporterà un incremento della totale energia che il dispositivo consumerà.

6. CONCLUSIONI

In questo testo è stato presentato un metodo innovativo per la produzione delle ferroleghie. In particolare esso si propone di sostituire tutti quei processi della catena produttiva a valle della fusione nel forno ad arco. Andrebbe quindi a sostituire i convenzionali processi di colata, solidificazione, frantumazione e vagliatura.

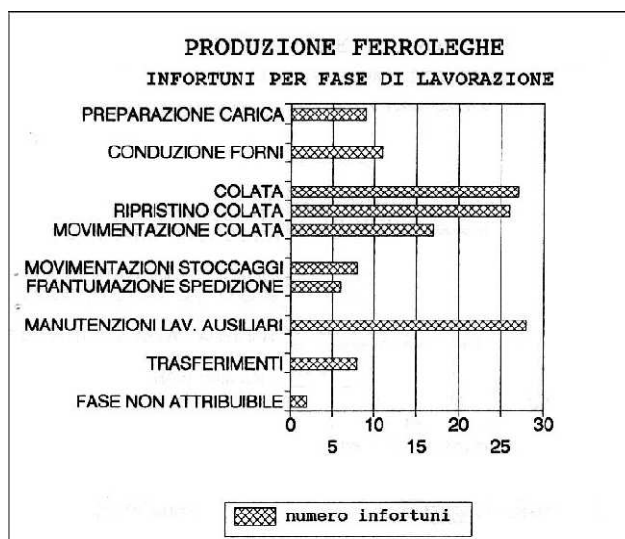
Si è cercato di mettere in evidenza i vantaggi di questo metodo. In particolare, con riferimento alla seguente figura,



si può notare come per processare 8 T/h di ferroleghie siano necessari circa 15000 Wh di energia elettrica. Per produrre la stessa quantità di prodotto finito, con il metodo tradizionale è necessario impiegare frantoi e vagli la cui potenza si aggira attorno ai 100kW, con un consumo energetico orario di 100 kWh. Inoltre, verrebbe risparmiato l'impiego di vari macchinari, tra cui pale meccaniche, scavatori e mezzi di autotrazione per la movimentazione del materiale tra i vari processi.

I vantaggi non sono solamente economici; il fatto di consumare una minore energia significa ridurre l'inquinamento immesso nell'atmosfera.

Altro aspetto importante riguarda la sicurezza del personale. Nella seguente immagine infatti, si può notare come la maggior parte degli infortuni avvenga durante la fase di colata e movimentazione.



L'utilizzo della pompa elettromagnetica eviterebbe quindi questo problema.

L'effetto pompante poi, verrebbe applicato solamente alla ferrolega, lasciando quindi nel crogiolo tutte le scorie prodotte nel processo di fusione; questo permette di ottenere un prodotto finale con un minore tasso di impurità.

Infine, ulteriori miglioramenti si hanno per quanto riguarda la riduzione del rumore per la soppressione di vagli e frantoi. In generale quindi, si avrebbe un notevole aumento della qualità del luogo di lavoro.

I risultati ottenuti sono di notevole impatto, visto il deciso risparmio che l'utilizzo di questo dispositivo comporterebbe. Bisogna sottolineare però che lo studio è stato effettuato per un funzionamento continuo nel tempo e non ad intermittenza come in realtà dovrebbe essere. Inoltre la pompa è stata analizzata solamente tramite modelli 2D (a parte il modello fluidodinamico semplificato), quindi una modellizzazione in 3D si renderebbe necessaria prima di passare alla fase di costruzione del prototipo.

Altro aspetto riguarda la necessità di raffreddamento degli avvolgimenti; questo comporta una complicazione nella realizzazione degli stessi e un costo di gestione per quanto riguarda le pompe del fluido refrigerante. E' necessario poi il rifasamento del dispositivo, viste le elevate potenze reattive causate dalla presenza dell'ingente traferro.

Nonostante questi piccoli inconvenienti è da sottolineare che i margini sono decisamente ampi per quanto riguarda l'energia consumata dalla pompa e quella di frantoi e vagli quindi si può pensare tranquillamente che l'impiego di pompe elettromagnetiche nel ciclo di produzione delle ferroleghe sia un interessante e utile opzione.

Ulteriori sviluppi del seguente lavoro possono essere, come già riportato, una modellizzazione 3D della pompa e una successiva fase di costruzione e studio di un prototipo, tramite l'impiego di materiali metallici che fondano a temperature inferiori ma con simili proprietà elettriche e fluidodinamiche.

RINGRAZIAMENTI

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Poloujadoff, *The theory of linear induction machinery*, Oxford, Clarendon Press, 1980.
- [2] E. R. Laithwaite, *Induction machines for special purposes*, London, Newnes Press, 1966.
- [3] P. A. Davidson, *An introduction to Magnetohydrodynamics*, Cap. 1-2-3, Cambridge, Cambridge University Press, 2001
- [4] C. Datei, *Idraulica*, Cap. 3-5, Padova, Libreria Internazionale Cortina Padova, 2004
- [5] M. Andriollo, G. Martinelli, A. Morini, *Macchine Elettriche Rotanti*, Cap. 1-3, Padova, Libreria Internazionale Cortina Padova, 2003
- [6] “Produzione Ferroleghes”, Buone Pratiche ISPESL,
http://www.ispesl.it/BuonePratiche/metallurgia/2_FERROLEGHE.pdf, maggio 2005
- [7] T. Akinbiyi, P. E. Burke, J. D. Lavers, “One-Dimensional Model for the Single-Sided Linear Induction Pump for Molten Metal”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol.IA-19, n.4, pp.625-631, luglio/agosto 1983.
- [8] L. R. Blake, “Conduction and induction pumps for liquid metals”, *Proc. Institution of Electrical Eng.*, Part A, vol.104, pp.49-67, 1957.
- [9] P. R. Austin, A. R. Eastham, “Hellically Wound Linear Induction Pump for Molten Nonferrous Metals”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol.IA-21, n.4, pp.738-748, maggio/giugno 1985.
- [10] T. Ando, K. Ueno, S. Taniguchi, T. Takagi, “Induction Pump for High-Temperature Molten Metals Using Rotating Twisted Magnetic Field: Molten Gallium Experiment”, *IEEE Trans. on Magnetism*, vol.40, n.4, pp.1846-1857, luglio 2004.
- [11] T. Ando, K. Ueno, S. Taniguchi, T. Takagi, “Induction Pump for High-Temperature Molten Metals Using Rotating Twisted Magnetic Field: Thrust Measurement Experiment With Solid Conductors”, *IEEE Trans. on Magnetism*, vol.38, n.4, pp.1789-1796, luglio 2002.
- [12] C. A. Borghi, A. Cristofolini, M. Fabbri, “Study of the Design Model of a Liquid Metal Induction Pump”, *IEEE Trans. on Magnetism*, vol.34, n.5, pp.2956-2959, settembre 1998.
- [13] K. V. Namjoshi, P. P. Biringer, “A Comparison of Distributed and Concentric Windings in Linear Induction Pump for Liquid Metals”, *IEEE Trans. on Magnetism*, vol.mag-17, n.6, pp.3278-3280, novembre 1981.

- [14] T. Ando, K. Ueno, S. Taniguchi, T. Takagi, "A Stirring and Axial Drive MHD Pump Using Helical Coil Stator for Molten Steel – Molten Gallium Experiment", *Proc. Of the EPM International Conference 2003*.
- [15] K. Fujisaki, J. Nakagawa, H. Misumi, "Fundamental Characteristics of Molten Metal Flow Control by Linear Induction Motor", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol.30, n.6, pp.4764-4766, novembre 1994.
- [16] K. Sun, M. A. Strosio, M. Dutta, "Graphite C-axis thermal conductivity", *Superlattices and Microstructures*, n. 45, pp. 60-64, gennaio 2009.
- [17] I. Bucenieks, J. Freibergs, E. Platacis, "Evaluation of Parameters of Powerful Electromagnetic Induction Pumps on Permanent Magnets for Heavy Liquid Metals", *IV International Workshop on Materials for HLM-cooled Reactors and Related Technologies*, Roma (Italy), 21-23 maggio 2007.
- [18] D. Ciscato, F. Dughiero, M. Forzan, C. Greggio, "MHD FEM Analysis of Electromagnetic Stirrers for Aluminum Furnaces", *IEEE PE 4-5*, pp.391, 2006.
- [19] B. A. Baum, Y. A. Akshentsev, "Electrical Resistivity of Manganese-Carbon Alloys ", *Russian Physics Journal*, vol.11, n.7, pp.88, 1968.
- [20] "Matweb – The Online Materials Information Resources",
<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=7b87438da0044b2bbb704c76a8f9de3b> ,
 2011
<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=f38e0bf1b1ef4f9ebb814cd9f373a89f> ,2011
- [21] Appunti del Corso "Progettazione di Dispositivi Elettrici e Magnetici".
- [22] Appunti del corso "Elettrotermia".
- [23] "Promat Italia",
<http://www.promat.it/AlteTemperature/SchedeTecniche.html>, 2011