

Metodi di ottimizzazione vincolata per Smart Grids

Laureando: Fié Stefano Relatore: Erseghe Tomaso

5 luglio 2011

Ringraziamenti

Prima di presentare il mio lavoro ritengo doveroso spendere alcune parole di ringraziamento. Anzitutto vorrei ringraziare i miei genitori, Umberto e Giuliana, che mi hanno dato la possibilità di studiare ed arrivare fin qui e senza i quali questo lavoro non avrebbe potuto prendere forma: sono fiero di voi. Un ringraziamento va in particolare al mio relatore, Professor Tomaso Erseghe del Dipartimento di Ingegneria dell'Università di Padova, per avermi seguito passo passo durante tutto il lavoro e soprattutto per l'enorme quantità di tempo che mi ha dedicato anche in periodi densi di tanti altri impegni, grazie davvero. Un grazie con tutto il cuore a Manuela, per avermi sopportato tutte le volte che le dicevo “devo studiare” e soprattutto per essermi stata sempre vicina durante questi anni di Università, sono orgoglioso di avervi accanto. Desidero inoltre ringraziare tutti i miei amici, o presunti tali, e i miei compagni di Università che mi hanno accompagnato in questi anni perchè ognuno di voi ha saputo insegnarmi e mi ha lasciato qualcosa, che porterò sempre con me: non vi nomino tutti perchè non vorrei fare un torto a nessuno ma molto probabilmente se state leggendo queste righe sentitevi pure chiamati in causa, e spero che anche voi un giorno possiate dire altrettanto sul mio conto! Buona lettura.

Abstract

La mia tesi, svolta in collaborazione con il professor Erseghe Tomaso, docente del Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università degli Studi di Padova, è stata sviluppata nel contesto della distribuzione dell'energia elettrica e si pone l'obiettivo di modellare la rete di distribuzione per poi andare ad implementare e valutare meccanismi di controllo ed ottimizzazione della distribuzione dell'energia.

Nel Capitolo 1 viene inquadrato il contesto di lavoro, si cerca in particolare modo di far luce su quelle che sono attualmente le principali problematiche nelle reti di distribuzione a livello mondiale, descrivendo l'idea di Smart Grid che sempre più sta prendendo piede e si sta diffondendo nella comunità scientifica e anche tra gli addetti del mestiere. Dopo una breve carrellata sulle proposte di standardizzazione messe in atto in particolare da IEEE negli Stati Uniti e dalla Comunità Europea, abbiamo illustrato quello che è lo stato dell'arte e la vision in ambito Smart Grid in particolari contesti a livello globale.

Nel Capitolo 2 viene presentato un modello matematico approssimato per la rete di distribuzione sviluppato a partire dalle equazioni di Kirchhoff: tale modello ci permetterà di poter descrivere il comportamento delle principali grandezze fisiche della rete e sarà il mattone fondamentale per l'implementazione dei meccanismi di controllo ed ottimizzazione della distribuzione dell'energia stessa.

Nel Capitolo 3 si inquadra il problema di ottimizzazione della rete: data una rete di distribuzione dell'energia elettrica in cui sono presenti più fonti (rinnovabili e non) qual'è il modo più intelligente di distribuire l'energia stessa dato il profilo dei costi energetici e le richieste dei diversi attori della rete? Da tale domanda scaturisce naturalmente la definizione di una funzione di costo che dovrà essere ottimizzata secondo precisi vincoli scritti in base ai requisiti fisici dei componenti di rete e ai vincoli sulla qualità della fornitura che andiamo ad inserire. Definito il problema, con lo scopo di trovare una soluzione ottima andiamo ad adattare al contesto distribuzione dell'energia tecniche di ricerca operativa utilizzate finora in campi completamente estranei al nostro (aeronautica e bioingegneria ad esempio) che prendono il nome di SemiDefinite Relaxation.

Nel Capitolo 4 viene svolta un'analisi topologica della rete di distribu-

zione dell'energia, analisi che ha lo scopo di cogliere le principali caratteristiche per poi andare a definire un modello, che prende il nome di *RT-nestedSmallworld*, che ci permetterà di costruire una piattaforma di simulazione atta a generare reti di test in ambito Smart Grid. Lo stato dell'arte prevede attualmente solo la presenza di database dai quali possono essere prelevati dati delle reti reali ma non c'era effettivamente un metodo per poter produrre una rete al calcolatore ed avere a disposizione una piattaforma di test piuttosto ampia per quanto riguarda i meccanismi di ottimizzazione studiati. Nel capitolo 3.

Nel Capitolo 5 infine vengono presentati alcuni risultati chiave delle simulazioni svolte per quanto riguarda l'ottimizzazione presentata nel Capitolo 3 ed il modello per la generazione delle reti di test analizzata nel Capitolo 4.

Indice

1	Introduzione alle Smart grids	9
1.1	Definizione	9
1.2	Quadro concettuale	11
1.2.1	Modello N.I.S.T.	11
1.2.2	Modello I.E.E.E.	17
1.2.3	Modello E.E.R.A.	18
1.3	Situazione Internazionale	21
1.3.1	U.S.A.	21
1.3.2	Paesi U.E.	24
1.3.3	Italia	25
1.3.4	Cina	27
1.3.5	Tailandia	28
1.3.6	Corea del Sud	29
2	Modello del Sistema	33
2.1	Introduzione	33
2.2	Parametri caratterizzanti	34
2.3	Primo esempio di calcolo	35
2.4	Modello matriciale del sistema	37
2.4.1	Rete con punto di accoppiamento singolo	38
2.4.2	Rete con punto di accoppiamento singolo in retroazione	40
2.4.3	Rete con punto di accoppiamento multiplo	44
3	Ottimizzazione Vincolata delle Sorgenti Locali	51
3.1	Introduzione	51
3.2	Modello Economico e definizione del problema	52
3.3	Forma quadratica	55
3.4	Convessità e complessità computazionale	57
3.5	SemiDefinite Relaxation	59
3.6	Linearizzazione	61
3.7	Estrazione della soluzione ottima	64

4	Generazione statistica di Topologie di Rete	67
4.1	Introduzione	67
4.2	Caratteristiche topologiche	68
4.2.1	Connettività	70
4.2.2	Statistica del grado di connettività	71
4.2.3	Spettro del grafo e connettività algebrica	73
4.3	Caratteristiche elettriche	74
4.4	Modello RT-nested-Smallworld	77
4.4.1	Generazione aleatoria di reti di test	78
5	Simulazioni e risultati	81
5.1	Ottimizzazione vincolata delle sorgenti locali	81
5.1.1	Rete residenziale	82
5.1.2	Rete meshed	89
5.1.3	Conclusioni	102
5.2	Generazione statistica di topologie di rete	104
5.2.1	Generatore RT-nestedSmallworld	104
5.2.2	Conclusioni	108
A	Caratteristiche elettriche dei cavi nelle reti di distribuzione	109

Notazione:

- vettori e matrici sono indicati in grassetto;
- x_m è l' m -esimo elemento del vettore $\mathbf{x}$;
- T operatore di trasposizione;
- H operatore hermitiano (coniugio + trasposizione);
- $\Re[x]$ parte reale di $x \in \mathbb{C}$;
- $\Im[x]$ parte immaginaria di $x \in \mathbb{C}$;
- x^* indica il complesso coniugato di $x \in \mathbb{C}$;

Capitolo 1

Introduzione alle Smart grids

Con l'arrivo del ventunesimo secolo e l'avvento di eventi quali la recessione economica del 2008, l'aumento vertiginoso del costo del petrolio, il presentarsi sempre più frequente di eventi atmosferici devastanti dovuti ai profondi cambiamenti climatici in atto nel pianeta terra, le istituzioni e la comunità scientifica internazionale hanno unito le loro forze per pensare (o meglio ripensare) ad un piano di sviluppo a lungo termine per i prossimi decenni. Il punto cardine sta nella dipendenza di tutte le economie mondiali dal petrolio e dai suoi derivati: oltre che essere una fonte dannosa per l'ambiente comunque la si usi e sempre più costosa, non è più possibile dipendere solo ed esclusivamente da una fonte di energia che per quanto grande, è pur sempre limitata. Diventa quindi necessario trovare un'alternativa. Tale necessità emerge chiaramente anche dalle parole di Barack Obama (estratto del discorso [1]), attuale Presidente degli Stati Uniti d'America, forse colui che più rappresenta l'immagine della necessità di cambiamento di questi primi anni del ventunesimo secolo:

“Just imagine what transportation was like in this country back in the 1920s and 1930s before the Interstate Highway System was built. It was a tangled maze of poorly maintained back roads that were rarely the fastest or the most efficient way to get from point A to point B. Fortunately, President Eisenhower made an investment that revolutionized the way we travel, an investment that made our lives easier and our economy grow.

Now, it's time to make the same kind of investment in the way our energy travels, to build a clean energy superhighway that can take the renewable power generated in places like DeSoto and deliver it directly to the American people in the most affordable and efficient way possible.”

1.1 Definizione

L'idea che sta alla base delle cosiddette Smart Grids (letteralmente Reti Intelligenti) può essere estrapolata direttamente dalle parole di Obama, ovvero

portare energia pulita al consumatore nella maniera più affidabile ed efficiente possibile. Non si può parlare quindi di una rivoluzione del sistema di distribuzione dell'energia, ma più correttamente di un'evoluzione dello stesso: evoluzione che parte da un sistema di distribuzione di tipo Broadcast per arrivare idealmente ad un sistema controllato di tipo Multicast.

La rete di distribuzione dell'energia elettrica in uso finora può essere vista come un sistema di tipo broadcast in cui sono presenti nodi produttori (nello specifico centrali elettriche alimentate in maniera classica - carbone, idroelettriche, nucleari) che immettono energia nella rete la quale la consegna a nodi utilizzatori (case ed edifici in genere). In tutto questo sistema non è previsto alcun controllo del flusso, della qualità e delle eventuali perdite dell'energia in gioco e tantomeno non è previsto alcun meccanismo di ottimizzazione del flusso di potenza all'interno della rete. La chiave di volta introdotta dalle Smart Grids è proprio questa: affiancare all'attuale sistema di distribuzione le tecnologie di controllo e comunicazione digitale per distribuire in modo intelligente l'energia elettrica, salvaguardare il risparmio energetico, ridurre i costi dell'energia stessa ed aumentare l'affidabilità e la trasparenza della fornitura.

	CURRENT GRID	SMART GRID
COMMUNICATION	assente o one-way	two-way
INTERAZIONE CON L'UTENZA	assente o rara	indispensabile
STRUMENTAZIONE	analogica	numerica
GESTIONE	manuale	controllo remoto
CONTROLLO DI FLUSSO	limitato o assente	universale
AFFIDABILITA'	tendenza al malfunzionamento ed interruzione del servizio	protezione adattativa e capacità di funzionamento autonomo
RIPRISTINO DEL SERVIZIO	manuale	automatico
TOPOLOGIA	radiale	reticolare

Tabella 1.1: Confronto tra principali caratteristiche di una rete attuale per la distribuzione dell'energia elettrica e Smart Grid, [2].

Essendo allo stato attuale un mercato in piena fase di fermento, ed essendo ampiamente aperto lo scenario per quanto riguarda gli standard e le tecnologie adottate, non esiste una definizione univoca e formale per una rete Smart Grid. Possiamo tuttavia individuare una serie di caratteristiche comuni [3] che portano una rete di distribuzione dell'energia ad essere Smart:

1. *intelligenza*, ovvero la capacità di monitorare l'intero sistema accorgendosi dei sovraccarichi ed evitando le interruzioni di servizio attraverso

- il reinstradamento controllato della potenza lungo la rete;
2. *efficienza*, ovvero la capacità di venire incontro alla richiesta dei consumatori senza (o meglio limitando) l'aggiunta di componenti all'infrastruttura attuale;
 3. *orientamento alla qualità del servizio*, nel senso che la rete è in grado di fornire la potenza necessaria con determinati standard di qualità, assenza di buchi nel servizio, picchi di potenza, e disturbi;
 4. *accoglienza*, ovvero la capacità di accettare ed iniettare in rete energia elettrica prodotta da qualsiasi fonte, rinnovabile e non;
 5. *"Green"*, nel senso che lo sviluppo di una rete Smart visto in un contesto di Green Economy [4] [5] rallenta l'avanzata del cambiamento climatico globale ed offre un autentico cammino verso significativi miglioramenti ambientali (per rendere un'idea, a livello mondiale circa il 40 % della produzione di diossido di carbonio è dovuta alla combustione nelle centrali per la produzione di energia elettrica, [3]);
 6. *motivazione*, nel senso che la comunicazione in tempo reale tra il consumatore e la rete faccia sì che gli utenti possano personalizzare il loro consumo di energia sulla base delle preferenze individuali (prezzo, sensibilità ai problemi ambientali, etc . . .): il consumatore diventa attivo, non più mero sfruttatore di una risorsa;
 7. *resistenza* agli attacchi ed alle calamità naturali attuando la distribuzione delle risorse ed implementando protocolli di sicurezza ad-hoc;
 8. ultima, ma non di certo meno importante, la creazione di nuove *opportunità* di lavoro ed apertura di nuovi mercati, mediante la possibilità di capitalizzare idee ed innovazione.

1.2 Quadro concettuale

Una tra le motivazioni per cui non esiste una definizione univoca per le Smart Grids è il fatto che trattandosi di un'evoluzione, ogni singolo paese nel contesto globale parte da punti di partenza differenti: ogni rete elettrica ha la sua storia, le sue caratteristiche e le sue diverse problematiche e la convergenza verso gli otto punti descritti nel Paragrafo 1.1 ha un percorso diverso in ogni paese. Verrà illustrato di seguito il modello proposto negli Stati Uniti, pionieri nell'ambito Smart Grids.

1.2.1 Modello N.I.S.T.

Negli Stati Uniti il National Institute of Standards and Technology (N.I.S.T.) ha sviluppato un modello concettuale [6] [7] che fornisce un quadro di alto

livello per una rete Smart grid. All'interno della rete possono essere definiti sette domini funzionali principali:

1. generazione dell'energia (bulk generation);
2. trasmissione (transmission);
3. distribuzione (distribution);
4. clientela (customers);
5. operazioni (operations);
6. mercati (markets);
7. fornitori (service providers).

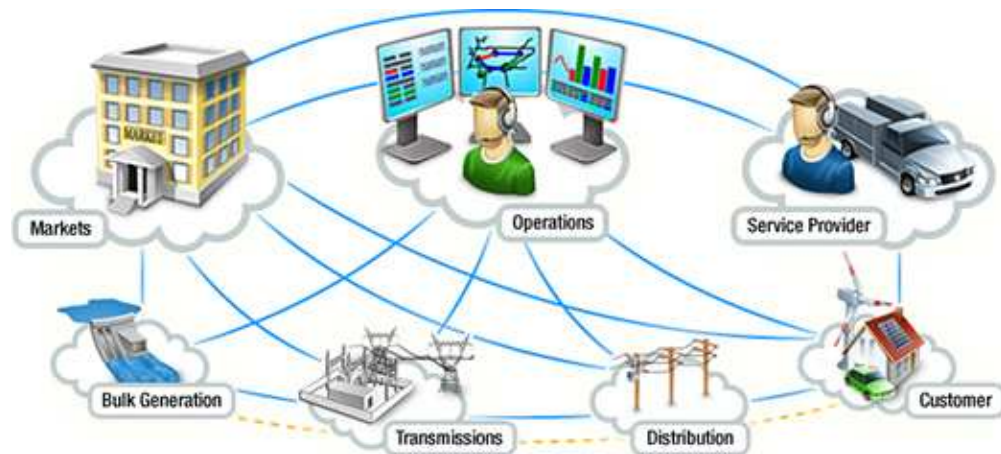


Figura 1.1: Modello proposto dal N.I.S.T. per Smart Grids.

In Figura 1.1 il modello evidenzia il legame tra i diversi domini del sistema: ogni dominio è a sua volta costituito da elementi di rete intelligenti collegati tra loro attraverso una comunicazione bidirezionale che avviene seguendo gli stessi percorsi dell'energia elettrica. La rete intelligente genera intrinsecamente una grande mole di dati, ed affinché questi possano essere gestiti, immagazzinati ed analizzati l'intera architettura deve essere pensata e sviluppata come un sistema ad elevata integrazione.

Bulk generation

Nel dominio di generazione dell'energia (Figura 1.2) si produce in gran quantità energia proveniente da fonti rinnovabili variabili (solare, eolico),

rinnovabili non variabili (idroelettrico, biomasse, geotermico) e non rinnovabili (nucleare, carbone). Anche l'energia immagazzinata e distribuita successivamente è compresa in questo dominio.

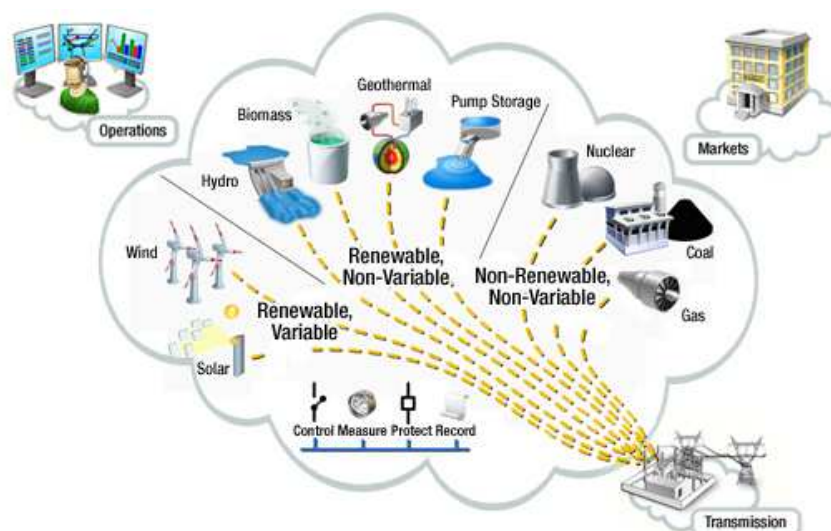


Figura 1.2: Dominio di generazione.

Transmission

Il dominio di trasmissione comprende la rete classica di trasmissione dell'energia su lunghe e medie distanze.

Distribution

Nel dominio di distribuzione (Figura 1.3) l'energia elettrica viene prelevata dalla trasmissione, portata a destinazione ma anche prelevata dai clienti che sono al tempo stesso produttori (chiamati in gergo *prosumer*, termine che nasce dalla contrazione delle parole *producer* e *consumer*) in maniera intelligente. La rete di distribuzione connette gli strumenti di misura installati e tutti i dispositivi utilizzati nella distribuzione tramite una rete cablata oppure senza fili a seconda delle esigenze.

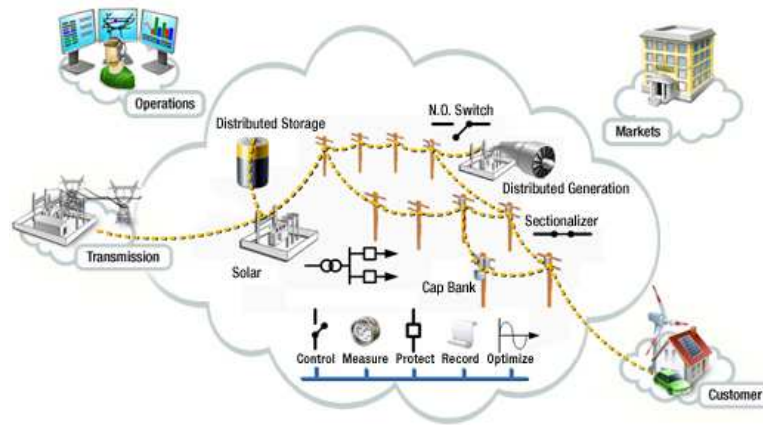


Figura 1.3: Dominio di distribuzione.

Customer

Il dominio cliente (Figura 1.4) in una Smart Grid è dove gli utenti finali (case, edifici commerciali o industriali) sono connessi alla rete attraverso degli strumenti di misura: si parla di *Advanced Metering Infrastructure* (AMI) poichè tali strumenti regolano il flusso di energia elettrica da e per il cliente e raccolgono allo stesso tempo informazioni riguardanti l'utilizzo della stessa (vedi [10], sistema di telecontrollo installato nel dominio clienti della rete di distribuzione italiana da E.N.E.L. s.p.a.).



Figura 1.4: Dominio cliente.

Operations

Il dominio delle operazioni (Figura 1.5) gestisce e controlla tutti gli altri domini della rete. Sfrutta una rete di comunicazione a due vie (nella quale la comunicazione avviene con tecniche di Power Line Communication, vedi [11]) per supervisionare, controllare ed eseguire il reporting dello stato dei processi in gioco nel sistema. Tale dominio è di supporto ai meccanismi di gestione del business e delle decisioni che vengono intrapresi dalle compagnie che gestiscono le rete, e più in generale il mercato dell'energia.

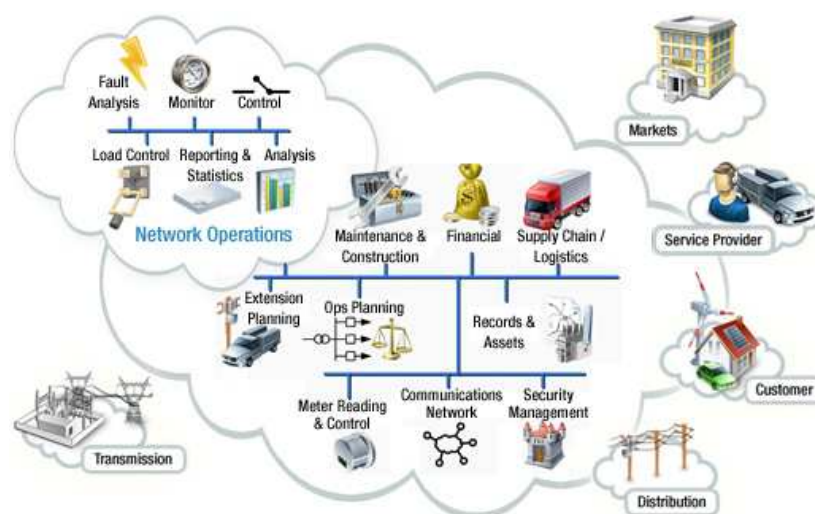


Figura 1.5: Dominio delle operazioni.

Markets

Il dominio del mercato (Figura 1.6) coordina tutti i soggetti in gioco nel mercato dell'energia che ruota attorno alla Smart Grids. Esso prevede la gestione del mercato all'ingrosso, del commercio al dettaglio e gli scambi di servizi energetici. Le interfacce del dominio del mercato con tutti gli altri domini fanno in modo che tutti siano coordinati in un contesto di mercato libero e concorrenziale: un esempio di operazioni svolte in questo dominio è il roaming dei dati per la fatturazione dei servizi di fornitura.

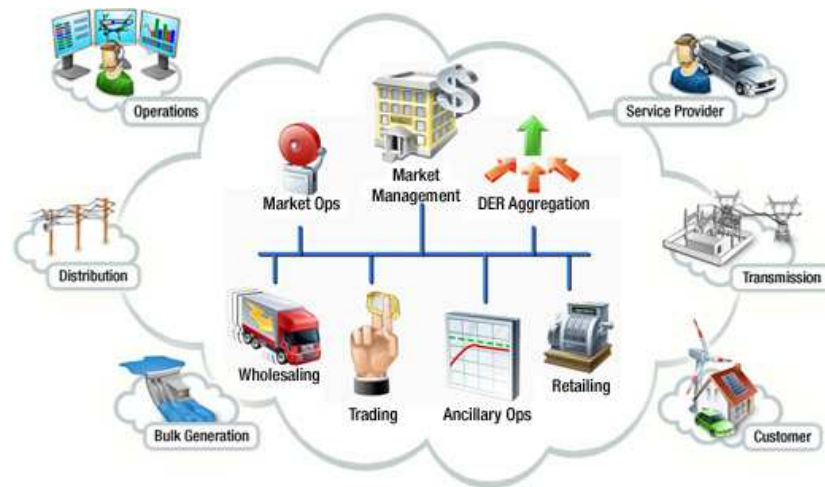


Figura 1.6: Dominio dei mercati.

Service providers

Il dominio dei fornitori di servizio (Figura 1.7) della rete gestisce tutte le operazioni svolte da terze parti tra i domini. Queste potrebbero includere portali web che forniscono servizi di gestione di efficienza energetica a clienti finali, lo scambio di dati tra i clienti relativi alla gestione energetica e per quanto riguarda l'elettricità fornita a case ed edifici. Si possono anche gestire altri processi per le utenze, quali i programmi di risposta alla domanda, gestione delle interruzioni e dei servizi sul campo.



Figura 1.7: Dominio dei servizi.

1.2.2 Modello I.E.E.E.

Il modello IEEE P2030 proposto da IEEE [8] vede la rete intelligente come un grande “sistema di sistemi” in cui ogni dominio descritto dal modello N.I.S.T. viene espanso in tre strati fondamentali:

1. Power & Energy Layer;
2. Communication Layer;
3. Information Technologies Layer.

IEEE P2030 è il primo modello Smart Grid di riferimento per l'interoperabilità (Smart Grid interoperability reference model, SGIRM) il quale identifica e definisce *interfacce* generiche tra i domini funzionali N.I.S.T. secondo la classificazione di cui sopra. Essendo molto vasto il numero di componenti fisici, domini e tecnologie in gioco il concetto di interfaccia diventa fondamentale per poter garantire interoperabilità, sincronismo, affidabilità, sicurezza e scalabilità. Le interfacce possono essere viste come connessioni logiche tra due o più entità che supportano uno o più flussi di dati implementati sul Communication Layer.

Il riferimento utilizzato in IEEE P2030 è il modello ISO/OSI [9] (Figura 1.8): il modello SGRIM si interessa principalmente dello scambio di informazioni sopra lo strato 4 (trasporto) per garantire interoperabilità a livello di Information Technologies Layer, mentre si focalizza sugli strati 1-3 per garantire interoperabilità a livello di Communication Layer.

In figura Figura 1.9 si possono osservare i diversi domini definiti nel modello N.I.S.T. completi delle interfacce descritte in IEEE P2030.

Ad esempio, mettendosi nel dominio cliente, l'entità principale è il Customer Point of Interface utilizzata per comunicare con le altre entità nei diversi domini. Il Customer Point of Interface comunica attraverso interfacce con altre entità nella rete, ad esempio con la Distribution protection and control per il controllo e la sicurezza dei dispositivi, e con la Distribution substation per le informazioni di protezione del cliente.

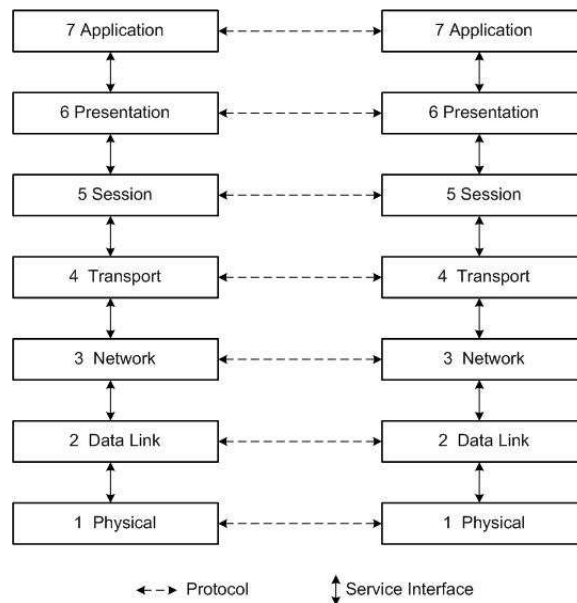


Figura 1.8: Modello ISO-OSI.

1.2.3 Modello E.E.R.A.

Come la storia ci insegna, spesso gli standard europei sono diversi per concezione rispetto a quelli Statunitensi: anche nel caso delle Smart Grids la *European Energy Research Alliance* propone uno standard diverso rispetto a quello pensato da I.E.E.E. e N.I.S.T.. Secondo la E.E.R.A. una Smart Grids può essere interpretata come una rete elettrica che può integrare in maniera intelligente le azioni di tutti gli attori connessi alla stessa con lo scopo di ottenere una fornitura di energia che sia efficiente, sicura, economica ed ecosostenibile. La Figura 1.10 mostra uno schema del modello pensato da E.E.R.A.:

1. il livello 0 comprende il sistema di generazione dell'energia centralizzato già esistente, ovvero tutte le centrali e gli spot di generazione dell'energia (comprese le fonti rinnovabili) connessi alla rete di distribuzione europea;
2. il livello 1 comprende tutte le problematiche legate alla trasmissione dell'energia di competenza degli operatori del settore europei (indicati con TSO, acronimo di Transmission System Operators);
3. il livello 2 comprende tutte le problematiche e le questioni di esclusiva competenza dei DSO (Distribution System Operators);

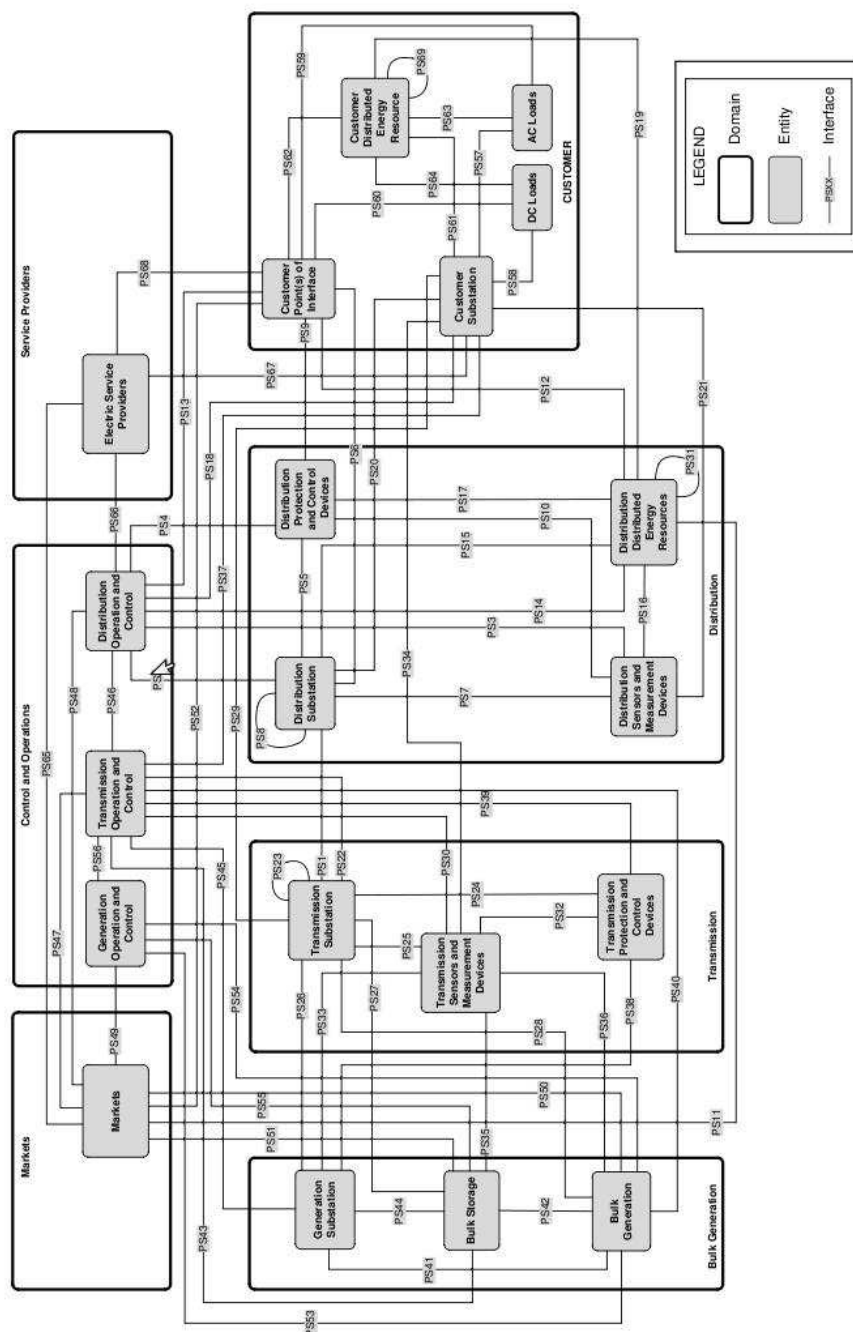


Figura 1.9: Interoperabilità tra le diverse interfacce del modello IEEE P2030.

4. i livelli dal 3 al 5 ricoprono le questioni che riguardano i DSO, gli utenti della rete collegati alla rete di distribuzione (come i diversi punti di generazione e i clienti finali) e gli operatori del libero mercato (come i venditori al dettaglio).

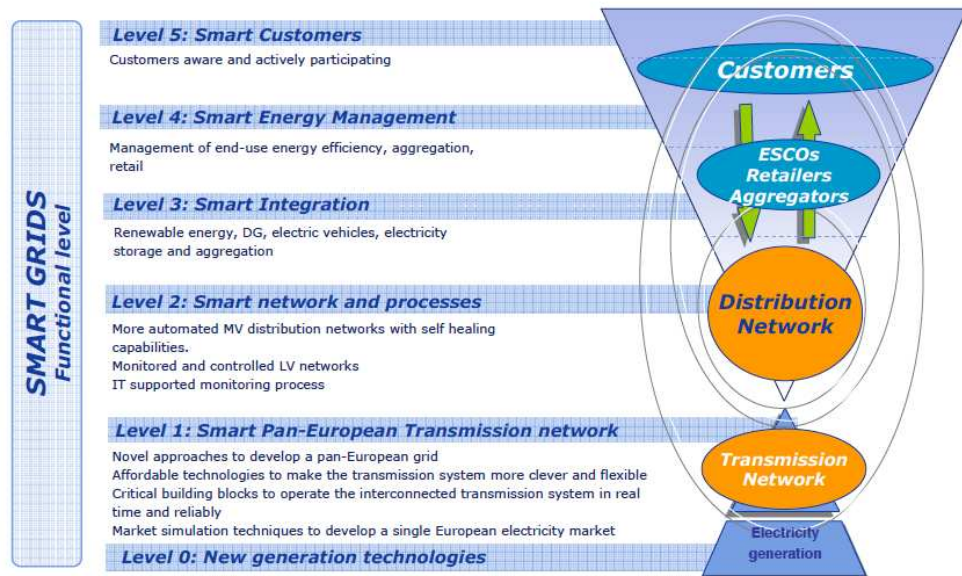


Figura 1.10: Modello sviluppato dalla E.E.R.A. nell'Unione Europea per Smart Grids.

1.3 Situazione Internazionale

Analizzando in breve il contesto internazionale è evidente come le Smart Grid siano tra gli obiettivi prioritari di sviluppo per le maggiori potenze economiche, ma come già accennato nel Paragrafo 1.2 gli obiettivi nel campo Smart Grid e le basi di partenza hanno differenze sostanziali nei diversi paesi ed aree geografiche.

I primi passi sono stati mossi dagli Stati Uniti d'America e dai paesi della comunità Europea, seguiti a ruota da Cina, Canada, Australia e Corea del Sud. Esistono in tutti questi paesi dei fattori comuni che hanno portato allo sviluppo della ricerca in ambito Smart Grid:

1. aggravarsi delle condizioni ambientali con tutte le conseguenze che questo può portare;
2. necessità di aumento della sicurezza e della qualità delle forniture energetiche;
3. apertura e liberalizzazione del mercato di distribuzione dell'energia.

Nei successi sottoparagrafi analizzeremo in breve la situazione per aree geografiche.

1.3.1 U.S.A.

L'evoluzione delle reti di distribuzione dell'energia elettrica ha mosso i primi passi a partire dal sud della California [12]: proprio da qui partono alla fine degli anni 80 i primi studi sulle energie rinnovabili (solare in particolare) e su come adattare la rete di distribuzione al fine di sfruttare in modo intelligente l'energia ricavata. Da allora molti sono stati i passi in avanti compiuti negli Stati Uniti: nel 2001 l'Istituto Nazionale per la Ricerca sull'Energia Elettrica ha creato una compagnia che si dedica esclusivamente alla ricerca e gli studi in ambito Smart Grid. Nel 2003 il D.O.E. (U. S. Department of Energy) presenta "*Grid2030*", il primo piano di sviluppo a lungo termine per le reti di distribuzione del futuro. Nel 2004 vengono lanciati la *National transmission technology roadmap* ed il progetto *GridWise*. Nel 2007 gli Stati Uniti stipulano l'atto per la sicurezza e l'indipendenza energetica per promuovere lo sviluppo della ricerca nell'ambito delle energie rinnovabili e delle Smart Grids in particolare. Nel 2009 il governo americano annuncia [1] un cospicuo piano di investimenti per lo sviluppo delle Smart Grid e sempre nello stesso anno viene pubblicato lo studio "*IEEE P2030*" in cui per la prima volta sono pubblicati principi di standardizzazione ed interoperabilità (Paragrafo 1.2) con lo scopo di far partire l'implementazione delle Smart Grids.

Molto interessante è il modello di sviluppo di progetti che viene promosso negli Stati Uniti: un coniugio perfetto tra politica, istituzioni, comunità

scientifica e mondo dell'industria che si uniscono con lo scopo di trarre benefici (non solo economici) da quello che viene visto inizialmente come un problema ma che viene subito trasformato in opportunità. In [13] in particolare viene presentato un progetto di laurea per lo sfruttamento di fonti di energia elettrica tra loro isolate, da inserire all'interno di un sistema di distribuzione dell'energia intelligente per servire i villaggi e le comunità più isolate dell'Alaska. In questo esempio concreto emergono chiaramente quelli che sono gli obiettivi di una Smart Grid e quello su cui il governo e le istituzioni americane puntano:

1. utilizzare al meglio le infrastrutture già presenti sul campo ed eventualmente migliorarle;
2. ottimizzare le performance di sistema in base al profilo di carico che la rete deve sostenere;
3. trovare la soluzione più economica in termini di costo di installazione, manutenzione e durata nel tempo della Smart Grid;
4. minimizzare l'impatto ambientale dell'installazione sfruttando al meglio le fonti di energia rinnovabili distribuite (in maniera anche molto vasta) nel territorio.

In Figura 1.11 viene riportata la prima release della struttura degli standard pubblicata dal NIST nell'ambito di interoperabilità per Smart Grids.

Standard	Application
AMI-SEC System Security Requirements	Advanced metering infrastructure (AMI) and Smart Grid end-to-end security
ANSI C12.19/MC1219	Revenue metering information model
BACnet ANSI ASHRAE 135-2008/ISO 16484-5	Building automation
DNP3	Substation and feeder device automation
IEC 60870-6 / TASE.2	Inter-control center communications
IEC 61850	Substation automation and protection
IEC 61968/61970	Application level energy management system interfaces
IEC 62351 Parts 1-8	Information security for power system control operations
IEEE C37.118	Phasor measurement unit (PMU) communications
IEEE 1547	Physical and electrical interconnections between utility and distributed generation (DG)
IEEE 1686-2007	Security for intelligent electronic devices (IEDs)
NERC CIP 002-009	Cyber security standards for bulk power system
NIST Special Publication (SP) 800-53, NIST SP 800-82	Cyber security standards and guidelines for federal information systems, including those for the bulk power system
Open Automated Demand Response (Open ADR)	Price responsive and direct load control
OpenHAN	Home Area Network device communication, measurement, and control
ZigBee/HomePlug Smart Energy Profile	Home Area Network (HAN) Device Communications and Information Model

Figura 1.11: NIST Smart Grid Interoperability Standards Framework, Release 1.0.

1.3.2 Paesi U.E.

Anche la Comunità Europea è inserita in una posizione predominante all'interno dello scenario mondiale per le Smart Grids. A differenza dei progetti made in U.S.A. in cui la chiave predominante è il miglioramento dell'infrastruttura già presente oltre all'implementazione del controllo di rete, l'Unione Europea punta direttamente allo sviluppo delle fonti distribuite e rinnovabili con una forte vocazione verso le problematiche ambientali. Infatti gli obiettivi fissati dalla U.E. nel pacchetto per la politica energetica e climatica sono stati uno dei maggiori impulsi che ha portato alla nascita della *European Energy Research Alliance* e successivamente della *European Electricity Grid Initiative* (EEGI). Entro il 2020 infatti, il pacchetto sul clima varato dalla comunità europea verso la fine del 2008 si pone i seguenti obiettivi (noti con l'acronimo di 20/20/20):

1. riduzione del 20 % (rispetto al 1990) per quanto riguarda l'emissione di gas a effetto serra;
2. aumento al 20 % (rispetto al 6.5 % del 2006) della fetta di energia prodotta sul totale tramite fonti rinnovabili;
3. riduzione del 20 % (cioè il 13 % rispetto i dati del 2006) dei consumi energetici dovuti alle perdite di energia in rete;

Alla luce di questi obiettivi (2. e 3. in particolare) la *European Electricity Grid Initiative* propone [13] [14] una Road Map della durata di 9 anni (dall'inizio del 2010 fino alla fine del 2018) indicando, a seconda delle diverse funzionalità che la Smart Grid del futuro dovrà avere, i progetti già in atto e da avviare con relative tempistiche ed investimenti destinati agli stessi (Figura 1.12). In sintesi, lo sviluppo della Smart Grid europea sarà progressivo partendo dal 2010 fino al 2030 e si avranno secondo la E.E.G.I. i seguenti risultati:

- aumento esponenziale della capacità di generazione e stoccaggio dell'energia da fonti rinnovabili ed ampiamente distribuite nel territorio dell'intera comunità;
- elevato livello di qualità della fornitura in tutti i paesi dell'unione;
- integrazione totale delle singole reti nazionali nella Smart Grid europea;
- partecipazione attiva dell'utenza nel mercato dell'energia;

Per maggiore chiarezza viene riportata in Figura 1.13 una tabella riassuntiva in cui sono indicati benefici ed indicatori delle prestazioni chiave (K.P.I.s) che saranno controllati durante lo sviluppo dei progetti riportati in Figura 1.12.

Smart Grids Functionalities	Project	YEAR											Costs (M€)
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	
Pan-European Grid Architectures(R&D)	T1		A tool box for new network architecture assessment										19
	T2	REALISEGRID	Tools to analyze the pan European network expansion options										21
Power Technologies (Demonstration)	T3				Demonstrations of Power technologies for more network flexibility								80
	T4				Demonstrations of Power technologies for new architectures								120
	T5	SAFEWIND, WINGRID, IS-POWERS, TWENTIES			Demonstration of renewable integration (cf'd)								130
Network management and control (R&D)	T6	PEGASE			Tools for a Pan European network observability								12
	T7		Tools for coordinated operations with stability margin evaluation										24
	T8				Improved training tools for improved coordination								25
	T9		Tools for Pan European network reliability assessment										
New market design options (R&D)	T10				Tools for Pan European balancing markets								18
	T11				Advanced tools for congestion management								21
	T12	OPTIMATE			Tools for renewable market integration								14
	T13				Tools to study market integration of active demand								12
Pan-European Grid Architectures(R&D)	T14	Innovative approaches to improve the public acceptance of overhead lines											50
Total													560

Figura 1.12: EEGI Road Map 2010 - 2018.

1.3.3 Italia

L'Italia, con il progetto "Telegestore" completato da ENEL S.p.a. nel 2005, è il primo esempio in Europa di sistema Smart Grid (in particolare qui parliamo di Smart Metering) installato e funzionante [16]. A livello mondiale viene visto sì come un sistema all'avanguardia dal punto di vista del controllo di rete, ma allo stesso tempo troppo chiuso essendo stato sviluppato in proprio da ENEL, scelta valutata non molto consona in un mercato aperto come è quello dell'energia. Ad ogni modo il progetto Telegestore è ritenuto in assoluto il primo sistema Smart Grid su scala commerciale, progetto costato complessivamente 2.1 miliardi di € ma che permette di risparmiare circa 500 milioni di € l'anno.

Benefit	Potential KPIs
1. Increased sustainability	Quantified reduction in CO2 emission
2. Adequate transmission/ distribution grid capacity to bring the electricity generated from all sources to consumers	Hosting capacity of DER
	Reduction in DER cut-off due to congestion
	Allowable maximum injection of power without congestion risks
3. Harmonization and standardization of grid connection procedures giving access to any type of grid users	Reduction in time to connect new user
	Uniform grid connection rules
4. Higher security and quality of supply	Reduction peak demand ratio
	Increased share of renewables
	Reduction in interruptions per customer
	Increased voltage quality performance
	Increase in coordinated operation between TSOs and DSOs
	Increased efficiency in preventive and emergency control
	Coordinated restoration after emergency
5. Enhanced efficiency and better service in electricity supply and grid operation	Reduction in network losses
	Increased Demand side participation
	Enabling energy efficiency by end users
	Hosting capacity of EV
	Increased availability of network components
	Actual availability of network capacity
6. Effective support of pan-European electricity markets by load-flow control to alleviate loop-flows and increased interconnection capacities	Availability of ancillary services across transmission and distribution grids
	Increase of cross-border interconnection capacity
7. Coordinated grid planning and development involving joint European, regional and local grid processes optimizing the transmission grid infrastructure	
8. Cost efficiency of the deployed solutions (capex + opex)	
9. Enabling of new business models and the development of innovative products and services	

Figura 1.13: Benefici ed indicatori relativi individuati dalla E.E.G.I. per la Road map 2010 - 2018.

1.3.4 Cina

Le prospettive di crescita esponenziale dell'economia cinese hanno portato ad una conseguente sempre maggiore richiesta di energia, richiesta affiancata dalla necessità di limitare le emissioni di gas serra di cui la Cina è uno dei maggiori produttori a livello mondiale [17] [18]. Il "China EPRI" (China Electric Power Research Institute) in collaborazione con la CEPT (China Electric Power Transmission company) ed il Governo cinese hanno sviluppato e lanciato un piano di sviluppo della durata di cinque anni denominato "SG186" [19] (Figura 1.14). Il progetto "SG186" prevede entro il

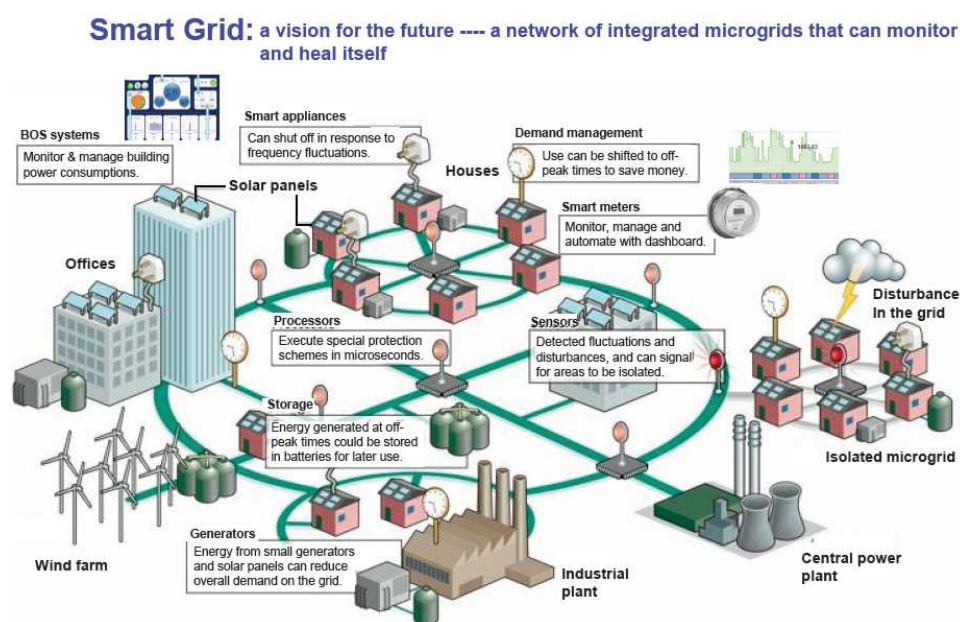


Figura 1.14: Concezione della Smart Grid cinese secondo il progetto "SG186".

2012 la realizzazione di un sistema di monitoraggio ad ampia scala (Wide Area Monitoring System) in cui ogni generatore nella rete (comprese le fonti rinnovabili) ed ogni sottostazione del sistema di distribuzione viene dotato di sensori per il monitoraggio del flusso di energia elettrica. Generazione e trasmissione viene controllata dagli enti statali predisposti che regolano in maniera abbastanza rigida il mercato e forniscono direttive alle compagnie che controllano la vendita al dettaglio dell'energia nelle diverse regioni della Cina. Tutte le comunicazioni all'interno della rete avvengono, a differenza di quanto si pensa di fare in Europa e USA dove si utilizzano tecniche di Power Line Communication, tramite l'utilizzo di reti private in fibra ottica rendendo quasi nullo il ritardo nel traffico dati tra le varie centrali di controllo.

1.3.5 Tailandia

I paesi asiatici sono tra i più ricchi al mondo di risorse naturali (combustibili fossili ed acqua) ma tali risorse non sono state sfruttate equamente nel corso degli anni. In particolare ci sono paesi che hanno prodotto più energia del necessario ed altri (ad esempio India ed Indonesia) che dipendono direttamente dai produttori. La situazione attuale [20] vede:

- risorse naturali abbondanti un pò in tutti i paesi della zona eurasiatica, in particolare combustibili fossili ed acqua;
- elevati (spesso insostenibili) costi di sfruttamento dei combustibili fossili i cui giacimenti si trovano in luoghi impervi e spesso irraggiungibili;
- elevato costo dell'energia importata dai paesi produttori;
- previsioni al raddoppio delle necessità energetiche di paesi in forte sviluppo come Tailandia, Malesia, Indonesia e Vietnam;

Vista la situazione e le prospettive di crescita i governi dei paesi eurasiatici ed asiatici (Cina esclusa) si sono riuniti promuovendo l'iniziativa "Asian Power Grid" [21] in cui le Smart grids sono promosse come soluzione principe per lo sviluppo di una rete energetica intelligente e che riesca a sfruttare al meglio e capitalizzare tutte le risorse presenti nei paesi che hanno aderito all'iniziativa. Le linee guida del progetto "Asian Power Grid" sono:

- integrazione nella rete di centrali geotermiche ed idroelettriche;
- costruzione di una rete in fibra ottica per la trasmissione dei dati di controllo nella Smart Grid;

A differenza di quanto visto nell'unione europea non c'è traccia di alcun piano per lo sviluppo delle Micro Grids (reti degli utenti residenziali o piccole aziende) all'interno della rete di distribuzione: per il momento si punta allo sviluppo della rete per la distribuzione inter stati. Così come non si vede alcun piano per rendere il cliente finale attore nella rete anche attraverso la produzione e l'utilizzo intelligente ed ottimizzato dell'energia.

Nello scenario "Asian Power Grid" la Tailandia si distingue poichè grazie all' Electricity Generating Authority of Thailand (E.G.A.T.) si sono sviluppati numerosi progetti paralleli che porteranno verso una vera e propria Road Map tecnologica (Figura 1.15) sull'esempio della comunità europea. I progetti avviati dall'E.G.A.T. si focalizzano sui seguenti obiettivi:

- rimpiazzare componenti e strumenti obsoleti presenti nell'attuale rete di distribuzione puntando all'adozione di strumentazione digitale;
- ridurre i picchi di richiesta energetica attraverso l'ottimizzazione dei costi al cliente finale ed aumentare l'efficienza e la qualità delle forniture;

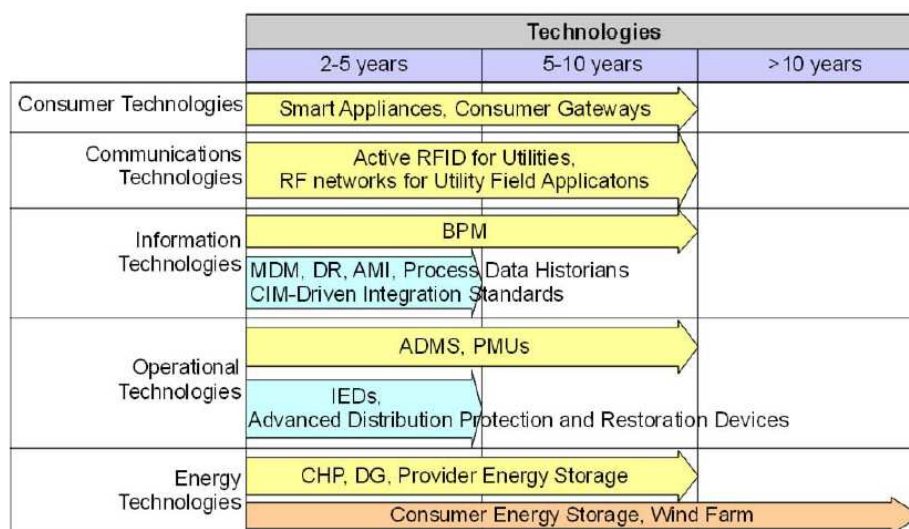


Figura 1.15: Technology Road Map Tailandese.

- sviluppo e miglioramento dell'utilizzo delle energie rinnovabili;
- combinare al meglio fonti di energia distribuite in siti geograficamente molto distanti;
- aumentare l'efficienza della rete in termini di disturbi e tempi di ripristino nel caso di eventuali black-out.

1.3.6 Corea del Sud

Rimanendo sempre in Asia, anche il governo sudcoreano ha lanciato nel 2004 l'iniziativa "K-GRID" per la nascita e lo sviluppo della Korean Smart Grid Network [22]. La rete sudcoreana si differenzia rispetto quelle presenti in gran parte dei paesi industrializzati essendo il mercato stesso dell'energia sotto regime monopolistico: non essendoci alcun tipo di competizione il controllo della rete di trasmissione e distribuzione dell'energia è fortemente centralizzato e per lo sviluppo futuro non ci si può dunque riferire direttamente ai modelli proposti in Europa o negli USA ma è stato possibile un confronto dello stato dell'arte in diversi ambiti proprio con la Smart Grid statunitense (Figura 1.16). Ad ogni modo la T.E.L.C.O., maggior compagnia telefonica sudcoreana, ha sviluppato e sta mettendo sul campo una serie di soluzioni per lo sviluppo della Smart Grid sudcoreana [23]. In particolare ha affrontato il problema suddividendo la Smart Grid in tre diversi strati:

- livello "Physical power" comprendente la rete di trasmissione e distribuzione;

	US
System Environment	• Inefficiency due to the aging power grid • Continuous growth of electricity demand • Continuous/Proactive introduction of distributed generation
Operating Environment	• Flexible operating environment through retail competition and introduction of DR • Inadequate hardware backup • Focus on linkage between regional utilities
Goal	• Short-term: Stimulating economic recovery • Long-term: Environment-friendly, highly reliable, highly efficient energy system
Current Status	• Leading standardization centered on high-level architecture • Pursuing grant-based distribution projects
Approach	• Accelerating system introduction through a Smart Grid-related act
	ROK
System Environment	• Preparing for an aging power system • Demand for power at saturation point • Initial stage of introducing distributed generation
Operating Environment	• Approach centering on hardware infrastructure on the management side • Low level of flexibility in the operating environment • Stable operation of a single utility system
Goal	• Short-term: Strengthening industrial competitiveness • Long-term: Aiming for a new growth engine
Current Status	• Digitizing the existing power system along with a terminal-centered setup • R&D-centered approach
Approach	• Integrating the challenges of the Korean Smart Grid system • Preparing a Smart Grid roadmap

Figura 1.16: Confronto tra stato dell'arte della Smart Grid statunitense e sudcoreana.

- livello “Data transport and control” che comprende la rete di comunicazione a due vie tra utenti, operatore di rete e tutti gli altri attori della stessa;
- livello “Application” che funge da base per le applicazioni di monitoraggio, generazione ed immagazzinamento distribuito dell'energia, gestione del business e del rapporto con i clienti.

La soluzione applicativa di T.E.L.C.O. prende il nome di “Smart Grid Service” ed è composto, lato utente finale dai seguenti componenti:

- uno o più Smart Tag, il quale controlla all'interno di un edificio il consumo di potenza di ogni dispositivo utilizzato;

- uno o più Smart Box il quale raccoglie i dati che arrivano dallo Smart Tag (attraverso tecniche di PLC o utilizzando ZigBee) e funge da gateway verso l'esterno dell'edificio;
- uno Smart Meter per ogni edificio il quale misura il consumo complessivo di elettricità all'interno dell'edificio stesso e comunica con lo gli Smart Tags presenti o verso l'esterno tramite Smart Box;
- uno Smart Green Center (S.G.C.) il quale raccoglie i dati in arrivo dai diversi Smart Box nella rete con cadenza a piacere (oraria, giornaliera, settimanale, etc...). I dati memorizzati dall'SGC sono accessibili non solo dall'operatore di rete ma anche dagli utenti attraverso qualsiasi dispositivo dotato di connessione internet ed opportune applicazioni (si veda Figura 1.17).



Figura 1.17: Esempio di applicazione T.E.L.C.O. sviluppata su iPhone per l'accesso ai dati memorizzati nello Smart Green Center.

Molto interessante è la tecnica implementativa adottata da T.E.L.C.O. : come mostrato in Figura 1.18 l'inizializzazione del sistema avviene tramite una richiesta di registrazione che parte da una Smart Tag e viene ricevuta dall' SGC passando attraverso il Box che funge da Gateway, a ritroso viene restituita la conferma della registrazione (fase 1). Periodicamente le misurazioni effettuate direttamente sugli apparecchi attivi lato cliente sono inviate tramite Box all'SGC il quale le memorizza. Il cliente che accede da remoto all'SGC ha accesso agli ultimi aggiornamenti dei dati (fase 2) e può intervenire sull'andamento del sistema tramite comandi che partono dall'applicazione lato cliente, vengono registrati dall'SGC ed inviati direttamente allo Smart Tag (e quindi al dispositivo da controllare) tramite Smart Box.

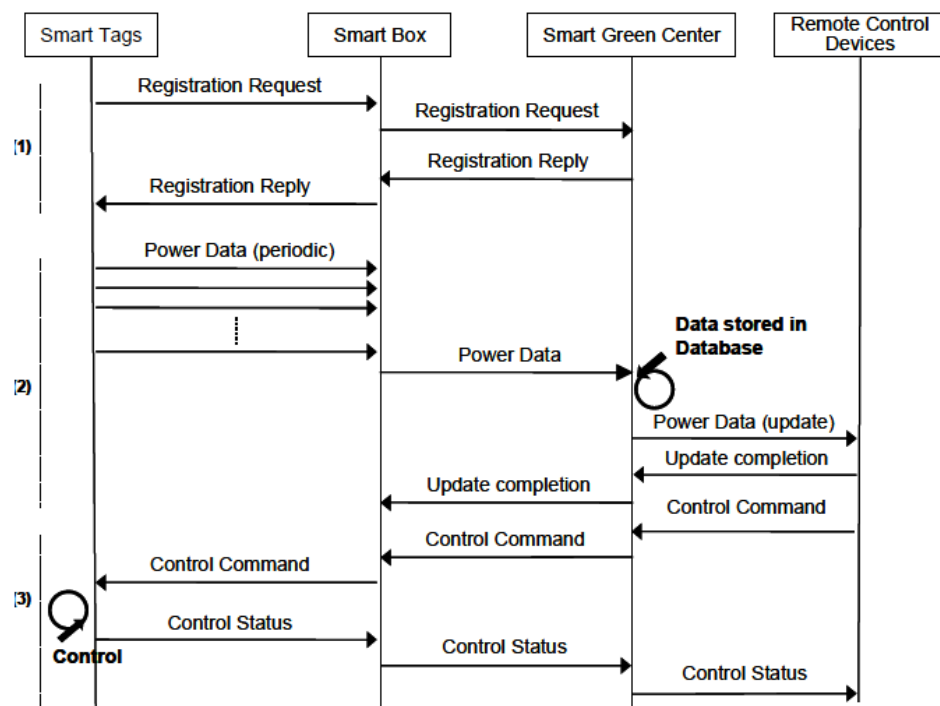


Figura 1.18: Esempio di interazione tra i componenti del sistema T.E.L.C.O. implementata tramite Message Passing.

Capitolo 2

Modello del Sistema

2.1 Introduzione

In questo capitolo andremo a definire un modello per una rete elettrica lineare che ci permetterà, attraverso le equazioni di Kirchoff, di poter caratterizzare e modellare una Smart Grid con l'utilizzo di quattro parametri riassuntivi [24].

Consideriamo una rete elettrica lineare. Grazie a questa assunzione possiamo pensare alle diverse quantità elettriche come rappresentate nel dominio della frequenza da una collezione di K componenti armoniche indicizzate da $k = 1, \dots, K$ (si suppone assenza di componente continua, $k \neq 0$). Per la k -esima armonica, la relazione che intercorre tra tensioni e correnti sarà lineare. Immaginiamo la rete come composta da due tipologie di sorgenti:

1. una serie di sorgenti di energia rinnovabile (LSs o PEIs) indicizzate da $m = 1, \dots, M$;
2. una sorgente principale (MS), indicizzata da $m = 0$, che si allaccia alla rete in un punto che chiameremo punto di accoppiamento comune (PCC, point of common coupling).

Modelliamo ciascuna LS come un generatore reale di corrente, ovvero come il parallelo di un generatore ideale di corrente $I_m^{(k)}$ e di un'impedenza caratteristica $Z_m^{(k)}$. Raccogliamo inoltre le correnti dei generatori ideali delle diverse sorgenti in un vettore $\mathbf{I}^{(k)}$ di dimensione $M \times 1$

$$\mathbf{I}^{(k)} = \left[I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, \dots, I_M^{(k)} \right]^T = \left[I_m^{(k)} \right]_{m=1, \dots, M}^T \in \mathbb{C}^M, \quad (2.1)$$

considerando anche la matrice di tutte le correnti generate localmente ad ogni frequenza k

$$\mathbf{I} = \left[\mathbf{I}^{(1)T}, \mathbf{I}^{(2)T}, \dots, \mathbf{I}^{(K)T} \right]^T \in \mathbb{C}^{MK}.$$

La MS viene modellata come un generatore reale di tensione, ovvero come la serie di un generatore ideale di tensione $V_0^{(k)}$ e di un'impedenza caratteristica $Z_0^{(k)}$.

Insieme alle LSs e MS sono presenti dei carichi (LOADs) che modelleremo come generatori reali di corrente, costituiti cioè dal parallelo di un generatore ideale di corrente $I_\ell^{(k)}$, $\ell = 1, \dots, L$, e di un'impedenza caratteristica $Z_\ell^{(k)}$. Raccogliamo le correnti dei generatori ideali dei diversi carichi in un vettore $\mathbf{I}_L^{(k)}$ di dimensione $M \times 1$

$$\mathbf{I}_L^{(k)} = [I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, \dots, I_L^{(k)}]^T = [I_\ell^{(k)}]_{\ell=1, \dots, L}^T \in \mathbb{C}^L, \quad (2.2)$$

La rete è inoltre caratterizzata da perdite lungo le linee di trasmissione, perdite di cui si tiene conto attraverso le impedenze di linea $Z_{L_i}^{(k)}$.

2.2 Parametri caratterizzanti

Definite le quantità in gioco nel sistema, siamo interessati ad ottimizzare l'utilizzo delle LSs scegliendo la quantità di corrente (e quindi la potenza attiva) da iniettare in rete in modo tale da minimizzare una funzione di costo che sarà strettamente legata al fattore di potenza¹. Da questo punto di vista lo scopo è quello di ottenere prestazioni ottime nel senso di portare il fattore di potenza il più possibile vicino ad uno, ovvero quello di avere in gioco soltanto potenza attiva. Chiaramente ciascuna LS sarà legata ad un costo operativo per la fornitura di potenza e lo scopo in questo caso sarà quello di ottenere prestazioni ottime nel senso di minimizzare il costo totale per garantire la fornitura della potenza necessaria ai carichi della rete.

In tal senso cerchiamo di definire un modello che sarà conveniente per la costruzione della funzione di costo e che ci permetterà di riassumere le caratteristiche della rete in analisi con quattro parametri caratterizzanti le incognite del sistema stesso. Per i nostri obiettivi conviene considerare come incognite di sistema:

- $I_0^{(k)}$ corrente della MS;
- $V_m^{(k)}$ tensione ai capi dell' m -esima LS.

In generale, essendo la rete lineare possiamo pensare di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti ottenendo le relazioni

$$\begin{cases} I_0^{(k)} &= \mathbf{a}^{(k)} \mathbf{I}^{(k)} + \alpha^{(k)} \\ V_m^{(k)} &= \mathbf{b}_m^{(k)} \mathbf{I}^{(k)} + \beta_m^{(k)} \end{cases}, \quad m > 0 \quad (2.3)$$

¹Fattore di potenza o $\cos(\phi)$ è il coseno dell'angolo di sfasamento ϕ tra la corrente e la tensione in un sistema elettrico in corrente alternata. Equivale al rapporto tra la potenza attiva e la potenza apparente in gioco nel sistema stesso.

dove $\mathbf{a}^{(k)}$ e $\mathbf{b}_m^{(k)}$ sono vettori riga di dimensione $1 \times M$ dipendenti dai carichi $Z_\ell^{(k)}$, dalle impedenze di linea $Z_{L_i}^{(k)}$ e dalla topologia della rete. Le costanti $\alpha^{(k)}$ e $\beta_m^{(k)}$ dipendono inoltre dalle correnti $I_\ell^{(k)}$ dei carichi e dalla tensione $V_0^{(k)}$ della MS. Per quanto riguarda le unità di misura, gli elementi del vettore $\mathbf{a}^{(k)}$ sono adimensionali mentre quelli del vettore $\mathbf{b}_m^{(k)}$ sono espressi in Ω , la costante $\alpha^{(k)}$ si misura in A mentre la costante $\beta_m^{(k)}$ si misura in V.

Possiamo esprimere la potenza attiva generata da ogni LS alla frequenza k -esima come funzione di (2.1), ovvero

$$P_m^{(k)} = 2\Re[V_m^{(k)} I_m^{(k)*}] = \mathbf{I}^{(k)H} \mathbf{R}_m^{(k)} \mathbf{I}^{(k)} + \mathbf{I}^{(k)H} \mathbf{p}_m^{(k)} + \mathbf{p}_m^{(k)H} \mathbf{I}^{(k)} + d_m^{(k)} \quad (2.4)$$

in cui la matrice $\mathbf{R}_m^{(k)}$ di dimensione $M \times M$, il vettore $\mathbf{p}_m^{(k)}$ di dimensione $1 \times M$ ed il coefficiente $d_m^{(k)}$ sono legati ai parametri del sistema (2.3) dalle relazioni

$$\mathbf{R}_m^{(k)} = \begin{cases} \mathbf{0} & m = 0 \\ \mathbf{e}_m^T \mathbf{b}_m^{(k)} + \mathbf{b}_m^{(k)H} \mathbf{e}_m & m > 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{p}_m^{(k)} = \begin{cases} \mathbf{a}^{(k)H} V_0^{(k)} & m = 0 \\ \mathbf{e}_m^T \beta_m^{(k)} & m > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

$$d_m^{(k)} = \begin{cases} 2\Re[\alpha^{(k)*} V_0^{(k)}] & m = 0 \\ 0 & m > 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

dove $\mathbf{e}_m$ è il vettore $1 \times M$ in cui l' m -esima componente è unitaria e le rimanenti $m - 1$ sono nulle.

Da (2.4) possiamo calcolare la potenza attiva totale generata per ogni LS sommando le componenti alle diverse frequenze

$$P_m = \sum_{k=1}^K P_m^{(k)}, \quad (2.8)$$

per $m = 1, 2, \dots, M$. La potenza attiva prodotta dalla MS viene indicata dal simbolo P_0 .

Osserviamo dunque come sia possibile caratterizzare completamente la rete tramite il sistema (2.3) partendo dalla conoscenza dei vettori $\mathbf{a}^{(k)}$, $\mathbf{b}_m^{(k)}$ e dalle costanti $\alpha^{(k)}$, $\beta_m^{(k)}$.

2.3 Primo esempio di calcolo

Come primo esempio didattico di calcolo consideriamo una semplice rete composta da una sorgente principale ($m = 0$) a cui vengono collegati un

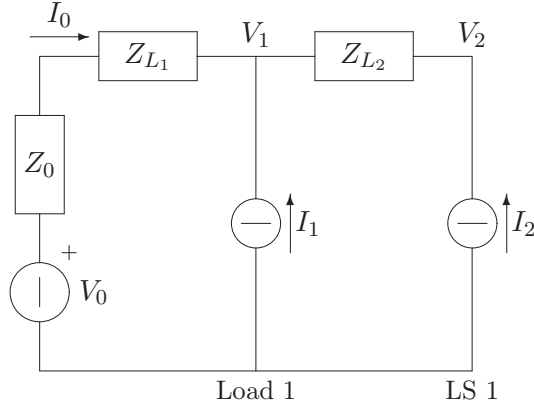


Figura 2.1: Primo esempio con $M = 1$ sorgente locale ed $L = 1$ carico.

carico LOAD1 ($\ell = 1$) ed una sorgente locale LS1($m = 1$). Il vettore (2.1) sarà composto da una sola componente

$$\mathbf{I}^{(k)} = \begin{bmatrix} I_2^{(k)} \end{bmatrix}$$

Applicando il metodo della sovrapposizione degli effetti al circuito di Fig. 2.1 si arriva al sistema (2.3) di due equazioni nelle due incognite $I_0^{(k)}$ (corrente iniettata in rete dalla sorgente principale) e $V_2^{(k)}$ (tensione ai capi della sorgente locale), ovvero

$$\begin{cases} I_0^{(k)} &= -I_2^{(k)} - I_1^{(k)} \\ V_2^{(k)} &= I_2^{(k)}(Z_0^{(k)} + Z_{L1}^{(k)} + Z_{L2}^{(k)}) + V_0^{(k)} + I_1^{(k)}(Z_0^{(k)} + Z_{L1}^{(k)}) \end{cases} \quad (2.9)$$

Da (2.9) per ispezione si ricavano i parametri del modello (2.3)

- $a^{(k)} = -1$;
- $\alpha^{(k)} = -I_1^{(k)}$;
- $b_1^{(k)} = (Z_0^{(k)} + Z_{L1}^{(k)} + Z_{L2}^{(k)})$;
- $\beta_1^{(k)} = V_0^{(k)} + I_1^{(k)}(Z_0^{(k)} + Z_{L1}^{(k)})$.

Inserendo (2.5) (2.6) (2.7) in (2.4) si ricavano la potenza attiva $P_0^{(k)}$ della sorgente principale e la potenza attiva $P_2^{(k)}$ della sorgente locale

$$\mathbf{R}_m^{(k)} = \begin{cases} 0 & m = 0 \\ 2\Re \left[Z_0^{(k)} + Z_{L1}^{(k)} + Z_{L2}^{(k)} \right] & m = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{p}_m^{(k)} = \begin{cases} -V_0^{(k)} & m = 0 \\ V_0^{(k)} + I_1^{(k)}(Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)}) & m = 1 \end{cases}$$

$$d_m^{(k)} = \begin{cases} -2\Re \left[I_1^{(k)*} V_0^{(k)} \right] & m = 0 \\ 0 & m = 1 \end{cases}$$

$$P_0^{(k)} = 2 V_0^{(k)} I_2^{(k)} + 2 V_0^{(k)} \Re \left[I_1^{(k)} \right]$$

$$P_1^{(k)} = 2 \left| I_2^{(k)} \right|^2 \Re \left[Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)} + Z_{L_2}^{(k)} \right] + 2\Re \left[I_1^{(k)*} \left(V_0^{(k)} + I_1^{(k)} \left(Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)} \right) \right) \right]$$

La potenza attiva generata complessivamente dalla sorgente principale e dalla sorgente locale saranno rispettivamente

$$P_0 = \sum_{k=1}^K P_0^{(k)} \quad P_1 = \sum_{k=1}^K P_1^{(k)}$$

2.4 Modello matriciale del sistema

Vogliamo ora cercare un'espressione matriciale per poter descrivere in maniera più compatta il sistema (2.3) e poter ricavare i parametri che lo caratterizzano in modo più agevole. In particolare si vuole arrivare ad una rappresentazione del tipo

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.10)$$

in cui $\mathbf{v}$ sarà il vettore contenente le incognite del sistema mentre $\mathbf{u}$ conterrà i termini noti.

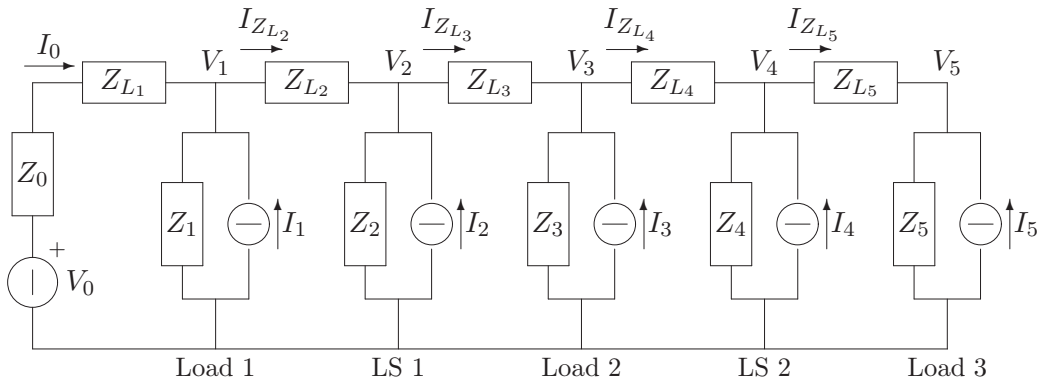


Figura 2.2: Rete con un PCC, $M = 2$ sorgenti locali ed $L = 3$ carichi.

2.4.1 Rete con punto di accoppiamento singolo

Consideriamo l'esempio in Fig. 2.2 di una rete avente un solo PCC, $m = M$ sorgenti locali ed $l = L$ carichi. Scrivendo le equazioni di Kirchoff per le correnti ai nodi del circuito, in ordine da sinistra verso destra si ottiene

$$\begin{cases} -I_0^{(k)} + I_{Z_{L_2}}^{(k)} + \frac{V_1^{(k)}}{Z_1^{(k)}} = I_1^{(k)} \\ -I_{Z_{L_2}}^{(k)} + I_{Z_{L_3}}^{(k)} + \frac{V_2^{(k)}}{Z_2^{(k)}} = I_2^{(k)} \\ -I_{Z_{L_3}}^{(k)} + I_{Z_{L_4}}^{(k)} + \frac{V_3^{(k)}}{Z_3^{(k)}} = I_3^{(k)} \\ -I_{Z_{L_4}}^{(k)} + I_{Z_{L_5}}^{(k)} + \frac{V_4^{(k)}}{Z_4^{(k)}} = I_4^{(k)} \\ -I_{Z_{L_5}}^{(k)} + \frac{V_5^{(k)}}{Z_5^{(k)}} = I_5^{(k)} \end{cases} \quad (2.11)$$

Per quanto riguarda le maglie, scrivendo le equazioni di Kirchoff per le tensioni, sempre in ordine da sinistra verso destra si ottiene

$$\begin{cases} I_0^{(k)} (Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)}) + V_1^{(k)} = V_0^{(k)} \\ I_{Z_{L_2}}^{(k)} Z_{L_2}^{(k)} - V_1^{(k)} + V_2^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_3}}^{(k)} Z_{L_3}^{(k)} - V_2^{(k)} + V_3^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_4}}^{(k)} Z_{L_4}^{(k)} - V_3^{(k)} + V_4^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_5}}^{(k)} Z_{L_5}^{(k)} - V_4^{(k)} + V_5^{(k)} = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Abbiamo ottenuto un sistema di $2(M + L) = 10$ equazioni in $2(M + L) = 10$ incognite. Raccogliamo le incognite nel vettore colonna $\mathbf{v}$ di dimensione $2(M + L) \times 1$ righe

$$\mathbf{v} = \left[I_0^{(k)}, I_{Z_{L_2}}^{(k)}, I_{Z_{L_3}}^{(k)}, I_{Z_{L_4}}^{(k)}, I_{Z_{L_5}}^{(k)}, V_1^{(k)}, V_2^{(k)}, V_3^{(k)}, V_4^{(k)}, V_5^{(k)} \right]^T \quad (2.13)$$

ed i termini noti nel vettore $\mathbf{u}$ di dimensione $(M + L + 1) \times 1$ righe

$$\mathbf{u} = \left[I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, I_3^{(k)}, I_4^{(k)}, I_5^{(k)}, V_0^{(k)} \right]^T \quad (2.14)$$

Osservando (2.11) e (2.12) possiamo costruire il sistema (2.10), in particolare si avrà che la matrice $\mathbf{A}$ sarà di dimensione $2(M + L) \times 2(M + L)$ (nel caso specifico 10×10)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_1^{(k)}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_2^{(k)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_3^{(k)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_4^{(k)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_5^{(k)}} \\ Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{L_2}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{L_3}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{L_4}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{L_5}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

mentre la matrice $\mathbf{B}$ sarà la matrice di dimensione $2(M+L) \times (M+L+1)$ (nel caso specifico 10×6)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La struttura di $\mathbf{A}$ è molto regolare ed in generale è possibile suddividere la stessa in sottomatrici nel seguente modo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{Y}^{(k)} \\ \mathbf{Z}_L^{(k)} & -\mathbf{A}_1^T \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

in cui le sottomatrici $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{Z}_L$ hanno dimensione $(M+L) \times (M+L)$ e dipendono rispettivamente da termini costanti, impedenze dei carichi sorgenti locali e dalle impedenze di linea

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & \\ & -1 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}^{(k)} = \text{diag} \left(\frac{1}{Z_1^{(k)}}, \dots, \frac{1}{Z_{M+L}^{(k)}} \right)$$

$$\mathbf{Z}_L^{(k)} = \text{diag} \left(Z_0^{(k)} + Z_{L_1}^{(k)}, Z_{L_2}^{(k)}, \dots, Z_{L_{M+L}}^{(k)} \right)$$

La risoluzione del sistema (2.10) richiede l'operazione di inversione della matrice $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}$$

Definiamo la matrice inversa di $\mathbf{A}$ come

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{Y}^{(k)} \\ \mathbf{Z}_L^{(k)} & -\mathbf{A}_1^T \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.17)$$

Se esiste $\tilde{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{A}^{-1}$ è dunque possibile trovare una soluzione al sistema (2.10) e ricavare i parametri caratteristici (2.3) direttamente. Definendo $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{B}$ possiamo calcolare (2.3) secondo le formule

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(k)} &= \left[\Gamma_{1,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\ \alpha^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_\ell^{(k)} \Gamma_{1,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{1,M+L+1}^{(k)} \\ \mathbf{b}_m^{(k)} &= \left[\Gamma_{M+L+m,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\ \beta_m^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_\ell^{(k)} \Gamma_{M+L+m,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{M+L+m,M+L+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

L'indice n copre gli stessi valori di m ed indica gli elementi appartenenti alle sorgenti locali.

2.4.2 Rete con punto di accoppiamento singolo in retroazione

Analizziamo ora il caso in cui la topologia della rete presenti una retroazione (Fig. 2.3). Consideriamo il modello matriciale (2.10) e scriviamo le equazioni di Kirchoff per le correnti ai nodi del circuito, in ordine da sinistra verso destra

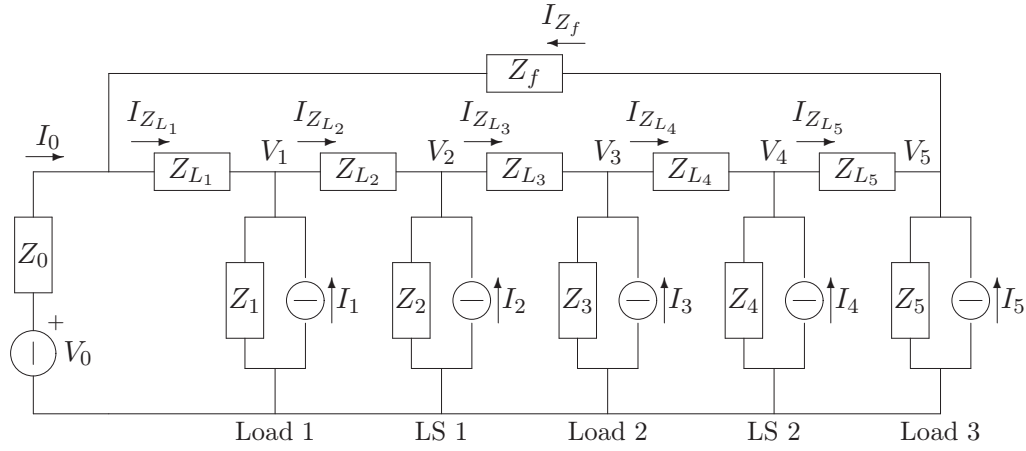


Figura 2.3: Rete elettrica con retroazione contenente $M = 2$ sorgenti locali ed $L = 3$ carichi.

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_0^{(k)} + I_{Z_{L_1}}^{(k)} - I_{Z_{f_1}}^{(k)} = 0 \\ -I_{Z_{L_1}}^{(k)} + I_{Z_{L_2}}^{(k)} + \frac{V_1^{(k)}}{Z_1^{(k)}} = I_1^{(k)} \\ -I_{Z_{L_2}}^{(k)} + I_{Z_{L_3}}^{(k)} + \frac{V_2^{(k)}}{Z_2^{(k)}} = I_2^{(k)} \\ -I_{Z_{L_3}}^{(k)} + I_{Z_{L_4}}^{(k)} + \frac{V_3^{(k)}}{Z_3^{(k)}} = I_3^{(k)} \\ -I_{Z_{L_4}}^{(k)} + I_{Z_{L_5}}^{(k)} + \frac{V_4^{(k)}}{Z_4^{(k)}} = I_4^{(k)} \\ -I_{Z_{L_5}}^{(k)} + I_{Z_{f_1}}^{(k)} + \frac{V_5^{(k)}}{Z_5^{(k)}} = I_5^{(k)} \end{array} \right. \quad (2.19)$$

Per quante riguarda le maglie, scrivendo le equazioni di Kirchoff per le tensioni, sempre in ordine da sinistra verso destra e considerando anche la maglia che parte dall'ultimo elemento a destra della rete e si chiude sul primo elemento dopo il PCC si ottiene

$$\left\{ \begin{array}{l} I_0^{(k)} Z_0^{(k)} + I_{Z_{L_1}}^{(k)} Z_{L_1}^{(k)} + V_1^{(k)} = V_0^{(k)} \\ I_{Z_{L_2}}^{(k)} Z_{L_2}^{(k)} - V_1^{(k)} + V_2^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_3}}^{(k)} Z_{L_3}^{(k)} - V_2^{(k)} + V_3^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_4}}^{(k)} Z_{L_4}^{(k)} - V_3^{(k)} + V_4^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{L_5}}^{(k)} Z_{L_5}^{(k)} - V_4^{(k)} + V_5^{(k)} = 0 \\ I_{Z_{f_1}}^{(k)} Z_{f_1}^{(k)} + I_{Z_{L_1}}^{(k)} Z_{L_1}^{(k)} - V_5^{(k)} + V_1^{(k)} = 0 \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Abbiamo ottenuto un sistema di $2(M + L) + 2 = 12$ equazioni in $2(M + L) + 2 = 12$ incognite. Raccogliamo le incognite nel vettore colonna $\mathbf{v}$ di

dimensione $2(M + L) + 2 \times 1$

$$\mathbf{v}^{(k)} = \left[I_0^{(k)}, I_{Z_{L_1}}^{(k)}, I_{Z_{L_2}}^{(k)}, I_{Z_{L_3}}^{(k)}, I_{Z_{L_4}}^{(k)}, I_{Z_{L_5}}^{(k)}, I_{Z_{f_1}}^{(k)}, V_1^{(k)}, V_2^{(k)}, V_3^{(k)}, V_4^{(k)}, V_5^{(k)} \right]^T \quad (2.21)$$

ed i termini noti nel vettore $\mathbf{u}^{(k)}$ di dimensione $(M + L + 1) \times 1$

$$\mathbf{u}^{(k)} = \left[I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, I_3^{(k)}, I_4^{(k)}, I_5^{(k)}, V_0^{(k)} \right]^T \quad (2.22)$$

Osservando (2.19) e (2.20) possiamo costruire il sistema (2.10): la matrice $\mathbf{A}$ sarà di dimensione $2(M + L) + 2 \times 2(M + L) + 2$ (nel caso specifico 12×12)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_1^{(k)}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_2^{(k)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_3^{(k)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_4^{(k)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_5^{(k)}} \\ Z_0^{(k)} & Z_{L_1}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{L_2}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{L_3}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{L_4}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{L_5}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & Z_{L_1}^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{f_1}^{(k)} & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

mentre la matrice $\mathbf{B}$ sarà la matrice di dimensione $(2N + 2) \times (N + 1)$ (nel caso specifico 12×6 con $N = M + L$)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1,N+1} \\ \mathbf{I}_{N+1,N+1} \\ \mathbf{0}_{N,N+1} \end{bmatrix}$$

dove $\mathbf{I}_{N+1,N+1}$ è la matrice identità di dimensione $(N + 1) \times (N + 1)$ e $\mathbf{0}_{i,j}$ è la matrice di zeri di dimensione $i \times j$. La struttura di $\mathbf{A}$ anche in questo caso è molto regolare ed è possibile suddividere la stessa nel seguente modo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & \mathbf{e}_1 & 1 & \mathbf{Y}^{(k)} \\ & \mathbf{A}_1 & \mathbf{e}_{M+L}^T & \\ Z_0^{(k)} \mathbf{e}_1^T & \mathbf{Z}_L^{(k)} & & -\mathbf{A}_1^T \\ & Z_{L_1}^{(k)} \mathbf{e}_1 & Z_{f_1}^{(k)} & \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_{M+L} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Anche in questo caso la risoluzione del sistema (2.10) richiede l'operazione di inversione della matrice $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}\mathbf{v}^{(k)} = \mathbf{B}\mathbf{u}^{(k)} \Rightarrow \mathbf{v}^{(k)} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}^{(k)} = \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}^{(k)} \quad (2.25)$$

Può essere comodo suddividere anche il secondo membro di (2.10) in modo tale da poter separare i contributi ai termini noti delle correnti degli elementi del circuito dal contributo ai termini noti dato dalla tensione V_0 della MS. Definiamo

$$\mathbf{u}_I^{(k)} = \left[I_1^{(k)}, I_2^{(k)}, I_3^{(k)}, I_4^{(k)}, I_5^{(k)} \right]^T \quad (2.26)$$

come il vettore di dimensione $(M+L) \times 1$ contenente le correnti degli elementi a sinistra del PCC (ovvero tutti i valori delle correnti (2.1), (2.2) indicizzati da ℓ o da m a seconda che si tratti di carichi o sorgenti locali). Suddividiamo anche la matrice $\mathbf{B}$ in due parti $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$ di dimensione rispettivamente $(2N+2) \times N$, $(2N+2) \times 1$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1,N} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0}_{N,N} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{M+L+2}^T \\ \mathbf{0}_{N,1} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Riscrivendo (2.10) secondo la suddivisione in (2.26), (2.27), (2.28) si ottiene

$$\mathbf{A}\mathbf{v}^{(k)} = \mathbf{B}_1\mathbf{u}_I^{(k)} + \mathbf{B}_2V_0^{(k)} \quad (2.29)$$

che ha come soluzione

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{(k)} &= (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_1)\mathbf{u}_I^{(k)} + (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_2)V_0^{(k)} \\ &= \mathbf{\Gamma}_1\mathbf{u}_I^{(k)} + \mathbf{\Gamma}_2V_0^{(k)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

In ognuno dei due casi possiamo calcolare i parametri caratteristici; in particolare nel caso (2.25) si ha

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(k)} &= \left[\Gamma_{1,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\ \alpha^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_\ell^{(k)} \Gamma_{1,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{1,M+L+1}^{(k)} \\ \mathbf{b}_m^{(k)} &= \left[\Gamma_{M+L+2+m,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\ \beta_m^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_\ell^{(k)} \Gamma_{M+L+m+2,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{M+L+2+m,M+L+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

mentre nel caso (4.28)

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^{(k)} &= \left[\Gamma_{11,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\
\alpha^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_{I_\ell}^{(k)} \Gamma_{11,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{21}^{(k)} \\
\mathbf{b}_m^{(k)} &= \left[\Gamma_{1M+L+2+m,n}^{(k)} \right]_{n=1,\dots,M} \\
\beta_m^{(k)} &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{u}_{I_\ell}^{(k)} \Gamma_{1M+L+m+2,\ell}^{(k)} + V_0^{(k)} \Gamma_{2M+L+m+2}^{(k)}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

2.4.3 Rete con punto di accoppiamento multiplo

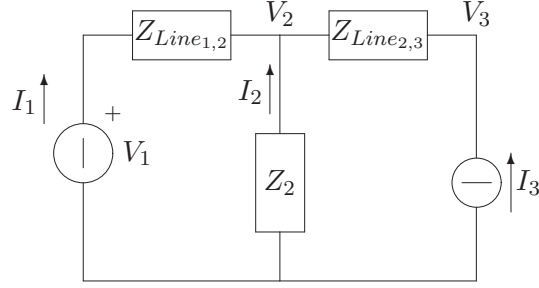
Consideriamo il caso più generale [26] in cui la rete intelligente abbia più di un punto di accoppiamento comune. Indichiamo con:

- $n = 1, \dots, N_{CC}$ il numero di punti di accoppiamento comune;
- $n = 1, \dots, N_{EI}$ il numero di sorgenti locali;
- $n = 1, \dots, N_L$ il numero di carichi.

Raccogliamo gli indici degli elementi di rete in tre diversi insiemi chiamati $\mathcal{I}_{CC}$ per i punti di accoppiamento comune, $\mathcal{I}_{EI}$ per le sorgenti locali e $\mathcal{I}_L$ per i carichi. Complessivamente la rete sarà composta dunque da $N = N_{CC} + N_{EI} + N_L$ nodi. Diversamente da quanto fatto in (2.1) consideriamo le quantità in gioco come composte da una singola armonica in frequenza ($K = 1$) omettendo dunque l'apice $^{(k)}$. Modelliamo

- ciascuna sorgente locale come un generatore ideale di corrente, avente corrente di corto circuito $I_{0,n}$, $n \in \mathcal{I}_{EI}$;
- ciascun punto di accoppiamento comune come un generatore ideale di tensione avente tensione a vuoto $V_{0,n}$, $n \in \mathcal{I}_{CC}$;
- ciascun carico come un'impedenza Z_n , $n \in \mathcal{I}_L$;
- le impedenze di linea associate alla connessione tra l' i -esimo ed il j -esimo nodo della rete come un'impedenza $Z_{Line_{i,j}}$, $i, j \in \{1, \dots, N\}$.

Assumiamo come note le tensioni a vuoto $V_{0,n}$ e consideriamo come incognite di sistema le correnti I_n uscenti da ogni nodo della rete e le tensioni V_n dei nodi stessi. In particolare si dovranno imporre le correnti $I_{0,n}$ con lo scopo di ottimizzare l'utilizzo delle sorgenti locali di potenza secondo vincoli che saranno analizzati nel Capitolo 3. Un esempio di possibile topologia di rete contenente gli elementi elencati sopra è riportato in Fig. 2.4.



Nodo 1 : PCC Nodo 2 : Load Nodo 3 : PEI

Figura 2.4: Esempio di topologia di rete con N=3 nodi.

Con lo scopo di arrivare ad una descrizione analitica della rete, pensiamo alla rete stessa come se fosse un grafo orientato. Supponendo che la rete abbia N nodi e L connessioni si può definire una *matrice di incidenza connessioni-nodi* $\mathbf{A}$ come la matrice di dimensione $L \times N$ contenente gli elementi

$$\mathbf{A} : \begin{cases} \mathbf{A}(t, i) = 1 & i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{L}; \\ \mathbf{A}(t, j) = -1 & j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{L}; \\ \mathbf{A}(t, k) = 0 & k \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{L} \quad k \neq i, k \neq j, \end{cases} \quad (2.33)$$

se $\mathcal{N}$ e $\mathcal{L}$ rappresentano gli insiemi contenenti rispettivamente gli indici dei nodi e delle connessioni se la t -esima connessione va dal nodo i al nodo j (Fig. 2.5).

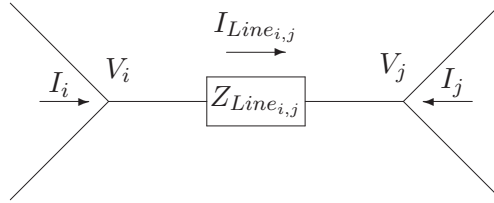


Figura 2.5: t -esimo link di una rete dal nodo i al nodo j .

Scriviamo ora le equazioni di kirchhoff delle correnti ai nodi del grafo e delle tensioni nei collegamenti tra i nodi ottenendo

$$\begin{aligned} LKC : I_i &= \sum_{i=1}^N I_{Line_{i,j}} \quad \forall i, j \in \mathcal{N} \\ LKT : V_i - V_j &= Z_{Line_{i,j}} I_{i,j} \quad \forall i, j \in \mathcal{N}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Organizzando in forma matriciale (2.34) otteniamo

$$\begin{aligned} LKC : \mathbf{I}_N &= \mathbf{A}^T \mathbf{I}_{Line} \\ LKT : \mathbf{Z}_{Line} \mathbf{I}_{Line} &= \mathbf{A} \mathbf{V}_N \end{aligned} \quad (2.35)$$

in cui con il pedice N indichiamo tensioni, correnti ed impedenze dei nodi. La matrice $\mathbf{Z}_{Line}$ è costruita come

$$\mathbf{Z}_{Line} = \text{diag} (Z_{Line_{i,j}}) \quad \forall i, j \in N \quad (2.36)$$

Da LKT in (2.35) ricaviamo

$$\mathbf{I}_{Line} = \mathbf{Z}_{Line}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V}_N$$

e sostituendo in LKC in (2.35) si ha

$$\mathbf{I}_N = (\mathbf{A}^T \mathbf{Z}_{Line}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{V}_N \quad (2.37)$$

In modo del tutto analogo, definendo la matrice

$$\mathbf{Y}_{Line} = \text{diag} \left(\frac{1}{Z_{Line_{i,j}}} \right) \quad \forall i, j \in N \quad (2.38)$$

si arriva al sistema di equazioni

$$\mathbf{I}_N = (\mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{Line} \mathbf{A}) \mathbf{V}_N \quad (2.39)$$

Dall'equazione (2.39) (ed analogamente da (2.37)) possiamo definire la *matrice di ammettenza* di dimensione $L \times L$ come

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{Line} \mathbf{A} = \mathbf{A}^T \mathbf{Z}_{Line}^{-1} \mathbf{A} \quad (2.40)$$

essendo $\mathbf{Y}_{Line} = \mathbf{Z}_{Line}^{-1}$ per costruzione. In modo del tutto generale possiamo pensare alla rete come descritta da un'equazione del tipo

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \mathbf{V} \quad (2.41)$$

in cui il vettore $\mathbf{I}$ contiene le correnti suddivise per righe tra correnti nei punti di accoppiamento comune e correnti delle sorgenti locali

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{CC} &= [I_n]_{n \in \mathcal{I}_{CC}}, \\ \mathbf{I}_{0,EI} &= [I_n]_{n \in \mathcal{I}_{EI}}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

mentre il vettore $\mathbf{V}$ contiene le tensioni dei vari nodi della rete suddivise tra punti di accoppiamento comune, sorgenti locali e carichi

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{0,CC} &= [V_{0,n}]_{n \in \mathcal{I}_{CC}}, \\ \mathbf{V}_{EI} &= [V_n]_{n \in \mathcal{I}_{EI}}, \\ \mathbf{V}_L &= [V_n]_{n \in \mathcal{I}_L} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Organizziamo inoltre le impedenze dei carichi nella matrice

$$\mathbf{Y}_L = \text{diag} \left(\left[\frac{1}{Z_n} \right]_{n \in \mathcal{I}_L} \right) \quad (2.44)$$

e suddividiamo le componenti della matrice di ammettenza tra

$$\mathbf{Y}_{S,X} = [Y_{i,j}]_{i \in \mathcal{I}_S, j \in \mathcal{I}_X} \quad (2.45)$$

dove S ed X indicano punti di accoppiamento (CC), sorgenti locali (EI) oppure carichi (L).

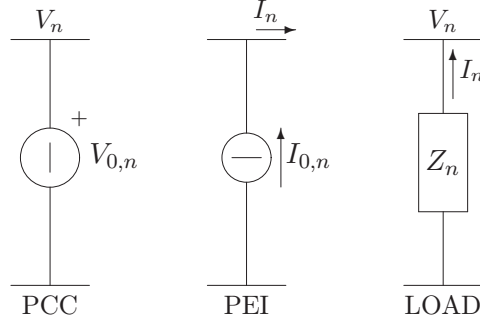


Figura 2.6: Equazioni di Kirchhoff per punti di accoppiamento comune, sorgenti locali e carichi.

Osservando la Fig. 2.6 possiamo scrivere le equazioni di kirchhoff per tutte le tipologie di nodi della rete

$$\begin{aligned} PCC : \quad & V_n = V_{0,n}, \\ PEI : \quad & I_n = I_{0,n}, \\ LOAD : \quad & V_n = -\frac{I_n}{Y_n} = -I_n Y_n \end{aligned} \quad (2.46)$$

Sostituendo (2.46) in (2.41) otteniamo il sistema

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{CC} \\ \mathbf{I}_{0,EI} \\ -\mathbf{Y}_L \mathbf{V}_L \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{0,CC} \\ \mathbf{V}_{EI} \\ \mathbf{V}_L \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

che può essere riscritto nella forma

$$\mathbf{M}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{CC} \\ \mathbf{V}_{EI} \\ \mathbf{V}_L \end{bmatrix} = \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{0,CC} \\ \mathbf{I}_{0,EI} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

dove

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{E}_{N_{CC}} & \mathbf{Y}_{CC,EI} & \mathbf{Y}_{CC,L} \\ \mathbf{Y}_{EI,EI} & \mathbf{Y}_{EI,L} \\ \mathbf{Y}_{L,EI} & \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_{EI,L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_{CC,CC} & \mathbf{E}_{N_{EI}} \\ -\mathbf{Y}_{EI,CC} & \\ -\mathbf{Y}_{L,CC} & \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

in cui si è indicata con $\mathbf{E}_N$ la matrice identità di dimensione $N \times N$. Esplicitando le incognite in (2.47) si ricava

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{CC} \\ \mathbf{V}_{EI} \\ V_L \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{0,CC} \\ \mathbf{I}_{0,EI} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{0,CC} \\ \mathbf{I}_{0,EI} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{CC,CC} & \mathbf{M}_{CC,EI} \\ \mathbf{M}_{EI,CC} & \mathbf{M}_{EI,EI} \\ \mathbf{M}_{L,CC} & \mathbf{M}_{L,EI} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{CC} = \mathbf{M}_{CC,EI} \mathbf{I}_{0,EI} + (\mathbf{M}_{CC,CC} \mathbf{V}_{0,CC}) \\ \mathbf{V}_{EI} = \mathbf{M}_{EI,EI} \mathbf{I}_{0,EI} + (\mathbf{M}_{EI,CC} \mathbf{V}_{0,CC}) \end{cases} \quad (2.52)$$

Anche in questo caso generico siamo arrivati ad un sistema di equazioni del tipo (2.3)

$$\begin{cases} \mathbf{I}_n = \mathbf{a}_n \mathbf{I}_{0,EI} + \alpha_n & n \in \mathcal{I}_{CC} \\ \mathbf{V}_n = \mathbf{b}_n \mathbf{I}_{0,EI} + \beta_n & n \in \mathcal{I}_{EI} \end{cases} \quad (2.53)$$

e possiamo dunque pensare di caratterizzare la rete con i quattro parametri ricavati anche nei paragrafi (2.4.1) e (2.4.2), in particolare da (2.52) e (2.53) ricaviamo per ispezione

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n &= [\mathbf{M}_{n,EI}]_{n \in \mathcal{I}_{CC}} \\ \alpha_n &= \sum_{m=1}^{N_{CC}} \mathbf{M}_{n,m} \mathbf{V}_{0,m} \\ \mathbf{b}_n &= [\mathbf{M}_{n,EI}]_{n \in \mathcal{I}_{EI}} \\ \beta_n &= \sum_{m=1}^{N_{EI}} \mathbf{M}_{m,n} \mathbf{V}_{0,n} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Con lo scopo di simulare la rete elettrica ed ottimizzare le correnti iniettate nella stessa dalle sorgenti locali è risultato comodo riordinare gli elementi della matrice di ammettanza $\mathbf{Y}$ (2.40) suddividendola in quattro parti dipendenti da PCCs, PEIs o Carichi

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{CC,CC} & \mathbf{Y}_{CC,EI+L} \\ \mathbf{Y}_{EI+L,CC} & \mathbf{Y}_{EI+L,EI+L} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

in cui le singole sottomatrici $\mathbf{Y}_{S,X}$ hanno dimensione $N_S \times N_X$. Partendo sempre dall'equazione (2.47) con gli elementi di $\mathbf{Y}$ riordinati secondo (2.55) si arriva ad esplicitare le equazioni di Kirchhoff in forma matriciale

$$\begin{cases} \mathbf{I} = \mathbf{A} \mathbf{I}_{0,EI} + \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{V} = \mathbf{B} \mathbf{I}_{0,EI} + \boldsymbol{\beta} \end{cases} \quad (2.56)$$

in cui

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{CC}, N_{EI}} \\ \mathbf{U} \hat{\mathbf{B}} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N_{EI}} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

$$\mathbf{U} = \left(\mathbf{Y}_{EI+L, EI+L} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{EI}, N_{EI}} & \mathbf{0}_{N_{EI}, N_L} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (2.58)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N_{CC}} \\ -\mathbf{U} \mathbf{Y}_{EI+L, CC} \end{bmatrix} \mathbf{V}_{0, CC} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y} \mathbf{B} \quad \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{Y} \boldsymbol{\beta} \quad (2.60)$$

in cui $\mathbf{E}_{N_{CC}}$ indica la matrice identità di dimensioni $N_{CC} \times N_{CC}$. Dalla forma riordinata (2.56) è immediato risalire ai parametri (2.54) dato che $\forall n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}$ valgono

$$\begin{cases} \mathbf{I}_n = \mathbf{a}_n^T \mathbf{I}_{0, EI} + \alpha_n \\ \mathbf{V}_n = \mathbf{b}_n^T \mathbf{I}_{0, EI} + \beta_n \end{cases} \quad (2.61)$$

Infatti grazie al riordinamento, da (2.57), (2.59) e (2.60) si osserva che è possibile ricavare $\mathbf{a}_n$, $\mathbf{b}_n$, α_n , β_n estraendo semplicemente righe dalle rispettive matrici o elementi dai rispettivi vettori

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n^T &= [\mathbf{A}_{n,:}]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}} \\ \alpha_n &= [\boldsymbol{\alpha}_n]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}} \\ \mathbf{b}_n^T &= [\mathbf{B}_{n,:}]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}} \\ \beta_n &= [\boldsymbol{\beta}_n]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}} \end{aligned} \quad (2.62)$$

ed in particolare, nei nodi PEIs e PCCs si hanno le seguenti semplificazioni:

$$\begin{aligned} \text{PEI: } \mathbf{I}_n &= \mathbf{I}_{0, n} \rightarrow \alpha_n = 0 \\ \text{PCC: } \mathbf{V}_n &= \mathbf{V}_{0, n} \rightarrow \mathbf{b}_n = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Un caso particolare che è utile analizzare è quello in cui la richiesta di potenza dei carichi presenti all'interno della rete sia sostenuta interamente da sorgenti locali senza l'intervento di alcuna sorgente principale: tale modalità di funzionamento prende il nome di ISLANDED MODE. Il problema in questo caso si semplifica dal punto di vista delle equazioni, partendo infatti da (2.47)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0, EI} \\ -\mathbf{Y}_L \mathbf{V}_L \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{EI} \\ \mathbf{V}_L \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

si può notare come diventino nulle le componenti $\mathbf{I}_{CC}$ e $\mathbf{V}_{0, CC}$. Inoltre la matrice di ammettenza avrà ora componenti che dipendono soltanto da sorgenti locali e carichi

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{CC, CC} & \mathbf{0}_{CC, EI+L} \\ \mathbf{0}_{EI+L, CC} & \mathbf{Y}_{EI+L, EI+L} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{EI+L, EI+L}. \quad (2.65)$$

Si arriva anche in questo caso ad esplicitare le equazioni di Kirchhoff in forma matriciale che saranno

$$\begin{cases} \mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{I}_{0,EI} \\ \mathbf{V} = \mathbf{B}\mathbf{I}_{0,EI} \end{cases} \quad (2.66)$$

essendo ora

$$\mathbf{B} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N_{EI}} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}, \quad (2.67)$$

$$\mathbf{U} = \left(\mathbf{Y}_{EI+L, EI+L} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{EI}, N_{EI}} & \mathbf{0}_{N_{EI}, N_L} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} & \mathbf{Y}_{EI+L, EI+L} \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (2.68)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y} \mathbf{B} \quad \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{Y}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}. \quad (2.69)$$

Anche in questo caso è possibile ricavare $\mathbf{a}_n$, $\mathbf{b}_n$ estraendo semplicemente righe dalle rispettive matrici

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n^T &= [\mathbf{A}_{n,:}]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}} \\ \mathbf{b}_n^T &= [\mathbf{B}_{n,:}]_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \cup \mathcal{I}_L\}}, \end{aligned} \quad (2.70)$$

si annullano invece gli scalari α_n e β_n .

Capitolo 3

Ottimizzazione Vincolata delle Sorgenti Locali

3.1 Introduzione

Consideriamo una rete lineare il cui modello è stato presentato nel Capitolo 2 ed immaginiamo uno scenario Smart Grid. In tale contesto, la rete viene alimentata da:

- una o più sorgenti principali (collegate alla rete tramite PCC) che avranno un determinato costo a seconda del fornitore del servizio;
- sorgenti locali (PEIs) di energia rinnovabile (energia solare, eolica, etc ...) che hanno in prima approssimazione costo nullo, nel senso che la fonte di alimentazione è sempre disponibile a costo nullo;
- PEIs di energia che hanno un costo dipendente dalle caratteristiche della sorgente stessa (tipologia di carburante utilizzato, costo di immagazzinamento dell'energia, etc ...).

L' m -esima fonte di energia ha un limite massimo P_{max_m} di potenza attiva che può fornire alla rete ed inoltre vogliamo limitare la quantità di potenza reattiva scambiata con la sorgente principale portando il fattore di potenza il più possibile vicino all'unità. Dal punto di vista dell'utente di rete, si vorrebbe che il costo per l'utilizzo della potenza attiva fornita dalla stessa fosse il più basso possibile, considerando anche il fatto che in alcuni casi l'utente potrebbe diventare a sua volta un produttore di energia se in possesso di fonti di energia rinnovabili.

Tali necessità portano alla ricerca ed allo sviluppo di un metodo che ci permetta di ottimizzare (ovvero minimizzare) il costo della potenza attiva che viene consumata dai carichi collegati alla rete tenendo conto anche della qualità della potenza fornita e della necessità di sfruttare al meglio le sorgenti locali per diminuire il più possibile l'utilizzo delle sorgenti principali fino ad

arrivare, nel caso più estremo, alla modalità di funzionamento ISLANDED, in cui la rete è in grado di sostenere autonomamente la richiesta di potenza senza ricorrere all'utilizzo delle sorgenti principali. In questo capitolo si andrà dunque a definire una funzione di costo [25] per la potenza attiva e si cercherà una soluzione al problema di ricerca operativa che ne scaturisce.

3.2 Modello Economico e definizione del problema

Per poter associare una funzione di costo alla rete lineare associamo ad ogni nodo sorgente (PEI o PCC) un costo c_m per unità di potenza che misuriamo in [€/ W]. In questo modo, secondo (2.4) ogni LSs avrà un costo di $c_m P_m$ €. In generale il costo maggiore sarà quello associato alle sorgenti principali, ovvero per i PCCs si ha che $c_i < c_m, \forall m \in \mathcal{I}_{CC}, \forall i \in \mathcal{I}_{EI}$. Le sorgenti locali hanno costi per unità di potenza in generale inferiori ai PCCs, addirittura $c_i = 0$ nel caso in cui i indicizzi una sorgente di energia rinnovabile (energia solare, eolica) che è sempre disponibile a costo nullo poichè nel nostro problema non si terrà conto dei costi di ammortamento e di manutenzione delle apparecchiature. Supponiamo inoltre per semplicità che i costi c_m siano lineari e tempo-invarianti.

Note le tensioni $V_{0,CC}$ ai capi dei PCCs e la struttura della rete descritta in (2.38) (2.40), le variabili in gioco nel problema sono le correnti $\mathbf{I}_{0,EI}$ di ogni PEI ed in questo senso si avrà una funzione obiettivo del tipo

$$f(\mathbf{I}_{0,EI}) = \sum_{m \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_m P_m. \quad (3.1)$$

L'ottimizzazione della rete, ovvero i valori di $\mathbf{I}_{0,EI}$ per cui $f(\mathbf{I}_{0,EI})$ sarà minima, dovrà sottostare a vincoli che garantiscano una fornitura di potenza attiva efficiente coerentemente con i limiti fisici del sistema. In particolare avremo:

- C1. **Vincoli sulla quantità di potenza attiva:** dal punto di vista fisico ogni generatore della rete avrà un limite massimo di potenza attiva erogabile, ed al contrario una quantità minima di potenza attiva disponibile, e dunque se P_m è la potenza dell' m -esimo nodo generatore

$$P_{\min,m} \leq P_m \leq P_{\max,m}, \quad m \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \quad (3.2)$$

dove $P_{\max,m}$ è la massima potenza attiva che un nodo generatore (PCC o PEI) può erogare e $P_{\min,m}$ è la minima potenza disponibile. Mentre sicuramente $P_{\max,m} > 0$, potrebbe accadere che $P_{\min,m} < 0$: in tal caso il nodo è in grado di assorbire potenza attiva, il che vuol dire che nel caso si tratti di un PCC l'operatore di rete può acquistare la potenza in eccesso presente nella stessa, mentre nel caso si tratti di un PEI, quest'ultimo potrebbe essere un accumulatore di potenza.

- C2. Vincoli sulla qualità della potenza attiva ai PCCs:** oltre ai limiti fisici, vorremmo imporre una certa qualità nella fornitura di potenza, cioè vorremmo che la quantità di potenza reattiva scambiata tra i PCCs e la rete fosse minima, o in altri termini vorremmo che il fattore di potenza (Paragrafo 2.2) fosse il più vicino possibile all'unità. Indicando con λ_m il fattore di potenza dell' m -esimo PCC abbiamo

$$\lambda_m = \frac{P_m^2}{P_m^2 + Q_m^2} \geq 1 - \epsilon \quad m \in \mathcal{I}_{CC}, \quad (3.3)$$

dove Q_m indica la quantità di potenza reattiva in gioco ed ϵ un numero piccolo a piacere. In altri termini possiamo riscrivere il vincolo (3.3) come

$$Q_m^2 \leq \xi P_m^2 \quad \xi = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \quad m \in \mathcal{I}_{CC}, \quad (3.4)$$

forma numericamente più stabile nel caso in cui la potenza attiva sia $P_m \simeq 0$.

- C3. Vincoli sulla qualità delle tensioni ai capi dei PEIs:** sempre con l'obiettivo di ottenere una fornitura di qualità, i valori ottimali di corrente $\mathbf{I}_{0,EI}$ dovranno essere accompagnati da valori altrettanto stabili di tensione $\mathbf{V}_{0,EI}$ ai capi dei generatori stessi. Idealmente per tutti i nodi generatori della rete sarebbe necessario imporre un valore fisso di tensione (pari a $V_{0,\text{ref}} = 220V$ nel caso si tratti di una rete di distribuzione europea) indipendentemente dalla corrente erogata. Tuttavia essendo le sorgenti locali soggette ad ottimizzazione delle correnti erogate è più ragionevole imporre che la tensione del nodo generatore rimanga attorno al valore di riferimento entro una certa tolleranza ν , ovvero

$$(1 - \nu) \leq \frac{|V_n|^2}{V_{0,\text{ref}}^2} \leq (1 + \nu) \quad n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \quad (3.5)$$

essendo ν un numero piccolo a piacere che esprime la tolleranza accettata rispetto al quadrato della tensione del nodo considerato. Tale vincolo è molto importante nel caso in cui la rete lavori in ISLANDED MODE, modalità in cui non essendoci sostegno da parte dei PCCs, le sorgenti locali devono assicurare una certa fornitura di potenza ottimizzando le correnti iniettate e mantenendo il più possibile stabili le tensioni garantendo così una certa qualità e stabilità della fornitura stessa.

- C4. Vincoli sulle perdite di linea:** la scelta della funzione obiettivo (3.1) porta a minimizzare il costo della potenza complessivamente erogata nella rete ed è dunque importante limitare la potenza dispersa lungo le linee di trasmissione della stessa per limitare gli sprechi, prevenire delle probabili interruzioni di servizio nella fornitura ed anche per garantire

una vita più longeva alla Smart Grid. Per il generico collegamento tra l' n -esimo e l' m -esimo nodo della rete avremo

$$P_{n,m} = |V_n - V_m|^2 \frac{R_{\text{Line}, \ell(n,m)}}{|Z_{\text{Line}, \ell(n,m)}|^2} \leq P_{\max, n, m} \quad (3.6)$$

dove $\ell(n, m)$ è il numero di link tra il nodo n ed m e $P_{\max, n, m}$ è la massima potenza dispersa che imponiamo a seconda della tipologia di cavo utilizzato nel link $\ell(n, m)$ (appendice A). Riscrivendo il vincolo (3.6) in termini di tensione abbiamo

$$|V_n - V_m|^2 \leq V_{\max, n, m}^2 = \frac{P_{\max, n, m} |Z_{\text{Line}, \ell(n,m)}|^2}{R_{\text{Line}, \ell(n,m)}} \quad (3.7)$$

C5. Vincoli sulle correnti erogate dai PEIs: per rispettare i limiti fisici della circuiteria con cui sono costruite le sorgenti locali imponiamo anche un vincolo sulla massima corrente erogabile $I_{\max, n}$, ovvero

$$|I_n|^2 \leq I_{\max, n}^2, \quad n \in \mathcal{I}_{EI} \quad (3.8)$$

In pratica tale vincolo limita la potenza reattiva iniettata in rete dai PEIs.

Riassumendo abbiamo il seguente problema di ottimizzazione vincolata:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{I}_{0, EI}) = \sum_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_n P_n \\ \text{rispetto a } & \mathbf{I}_{0, EI} \\ \text{soggetto a: } & \text{C1) } P_{\min, n} \leq P_n \leq P_{\max, n}, \quad n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\ & \text{C2) } Q_n^2 \leq \xi P_n^2, \quad n \in \mathcal{I}_{CC} \\ & \text{C3) } ||V_n|^2 - V_{0, \text{ref}}^2| < \nu V_{0, \text{ref}}^2, \quad n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\ & \text{C4) } |V_n - V_m|^2 \leq V_{\max, n, m}^2 \\ & \text{C5) } |I_n|^2 \leq I_{\max, n}^2, \quad n \in \mathcal{I}_{EI} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Per comodità possiamo pensare di riscrivere i vincoli (3.2) e (3.5) come

$$P_{\min, n} \leq P_n \leq P_{\max, n} \Rightarrow \begin{cases} P_n - P_{\max, n} \leq 0 & n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\ P_{\min, n} - P_n \leq 0 & n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$(1-\nu) \leq \frac{|V_n|^2}{V_{0, \text{ref}}^2} \leq (1+\nu) \Rightarrow \begin{cases} |V_n|^2 - (1+\nu)V_{0, \text{ref}}^2 \leq 0 & n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\ (1-\nu)V_{0, \text{ref}}^2 - |V_n|^2 \leq 0 & n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \end{cases} \quad (3.11)$$

ottenendo quindi il problema

$$\begin{aligned}
 \min f(\mathbf{I}_{0,\text{EI}}) &= \sum_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_n P_n \\
 \text{rispetto a } \mathbf{I}_{0,\text{EI}} \\
 \text{soggetto a: C1) } P_n - P_{\max,n} &\leq 0, \text{ e} \\
 &P_{\min,n} - P_n \leq 0, n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\
 \text{C2) } Q_n^2 &\leq \xi P_n^2, n \in \mathcal{I}_{CC} \\
 \text{C3) } |V_n|^2 - (1 + \nu) V_{0,\text{ref}}^2 &\leq 0, \text{ e} \\
 &(1 - \nu) V_{0,\text{ref}}^2 - |V_n|^2 \leq 0, n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\} \\
 \text{C4) } |V_n - V_m|^2 &\leq V_{\max,n,m}^2 \\
 \text{C5) } |I_n|^2 &\leq I_{\max,n}^2, n \in \mathcal{I}_{EI}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

3.3 Forma quadratica

Sfruttando il modello lineare sviluppato nel Paragrafo 2.4.3 è possibile porre il problema (3.9) in forma quadratica.

C1) Vincoli sulla quantità di potenza attiva

Partendo dalle equazioni di Kirchhoff (2.61), definendo la potenza complessa come $P_n + iQ_n = I_n^* V_n$ si arriva a scrivere la potenza attiva nella forma

$$P_n = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{P}_n \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{p}_n + \mathbf{p}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \pi_n \tag{3.13}$$

dove

$$\begin{cases} \mathbf{P}_n &= \frac{1}{2} (\mathbf{a}_n^* \mathbf{b}_n^T + \mathbf{b}_n^* \mathbf{a}_n^T) \\ \mathbf{p}_n &= \frac{1}{2} (\beta_n \mathbf{a}_n^* + \alpha_n \mathbf{b}_n^*) \\ \pi_n &= \Re[\alpha_n^* \beta_n] \end{cases} \tag{3.14}$$

Notiamo che la matrice $\mathbf{P}_n$ è a simmetria Hermitiana ($\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_n^H$) ed inoltre, da (2.64), abbiamo le seguenti semplificazioni

$$\begin{aligned}
 \text{PEI: } \pi_n &= 0 \\
 \text{PCC: } \mathbf{P}_n &= \mathbf{0} .
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Funzione di costo

La scrittura della funzione di costo segue direttamente da (3.13), infatti

$$f = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{F} \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{f}_n + \mathbf{f}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \phi_n \tag{3.16}$$

dove

$$\begin{cases} \mathbf{F} &= \sum_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_n \mathbf{P}_n \\ \mathbf{f} &= \sum_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_n \mathbf{p}_n \\ \phi &= \sum_{n \in \{\mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}\}} c_n \pi_n \end{cases} \tag{3.17}$$

C2) Vincoli sulla qualità della potenza attiva ai PCCs

Seguendo la filosofia del procedimento utilizzato per ricavare (3.13) scriviamo anche la potenza reattiva in forma quadratica, ottenendo

$$Q_n = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{Q}_n \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{q}_n + \mathbf{q}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \chi_n \quad (3.18)$$

dove

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_n &= \frac{1}{2j} (\mathbf{a}_n^* \mathbf{b}_n^T - \mathbf{b}_n^* \mathbf{a}_n^T) \\ \mathbf{q}_n &= -\frac{1}{2j} (\alpha_n \mathbf{b}_n^* - \beta_n \mathbf{a}_n^*) \\ \chi_n &= \Im[\alpha_n^* \beta_n] \end{cases} \quad (3.19)$$

Notiamo anche qui che la matrice $\mathbf{Q}_n$ è a simmetria Hermitiana ($\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_n^H$) ed inoltre, sempre da (2.64), abbiamo le seguenti semplificazioni per i diversi nodi sorgente:

$$\begin{aligned} \text{PEI: } \mathbf{q}_n &= j\mathbf{p}_n, \chi_n = 0 \\ \text{PCC: } \mathbf{Q}_n &= \mathbf{0}, \mathbf{q}_n = j\mathbf{p}_n. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Sfruttando (3.18) riscriviamo il vincolo sulla qualità della fornitura dei PCCs ottenendo l'equazione

$$Q_n^2 = (\mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{q}_n + \mathbf{q}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \chi_n)^2 \leq \xi P_n^2 = \xi (\mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{p}_n + \mathbf{p}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \pi_n)^2 \quad (3.21)$$

che però non può essere riscritta in forma quadratica standard (cioè come (3.18)). Possiamo tuttavia ottenere una forma quadratica utilizzando quantità reali, ovvero sfruttando il funzionale $\cdot$ definito [25] come

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \Re[\mathbf{x}] \\ \Im[\mathbf{x}] \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Applicando il funzionale $\cdot$ al vincolo (3.21) otteniamo ora la forma quadratica

$$\dot{\mathbf{I}}^T \mathbf{R}_n \dot{\mathbf{I}} + \dot{\mathbf{I}}^T \mathbf{r}_n + \mathbf{r}_n^T \dot{\mathbf{I}} + \rho_n \leq 0 \quad (3.23)$$

in cui

$$\begin{cases} \mathbf{R}_n &= 4(\dot{\mathbf{q}}_n \dot{\mathbf{q}}_n^T - \xi \dot{\mathbf{p}}_n \dot{\mathbf{p}}_n^T) \\ \mathbf{r}_n &= 2(\chi_n \dot{\mathbf{q}}_n - \xi \pi_n \dot{\mathbf{p}}_n) \\ \rho_n &= \chi_n^2 - \xi \pi_n^2 \end{cases} \quad (3.24)$$

Nello specifico, essendo per i PCCs $\mathbf{b}_n = \mathbf{0}$ (vedi (2.63)), abbiamo $\mathbf{p}_n = \frac{1}{2j} (\beta_n \mathbf{a}_n^*)$ e $\mathbf{q}_n = -j\mathbf{p}_n$.

C3) Vincoli sulla qualità delle tensioni ai capi dei PEIs

Utilizzando le equazioni di Kirchhoff alle tensioni in (2.61) otteniamo direttamente la forma

$$|V_n|^2 = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{S}_n \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{s}_n - \mathbf{s}_n^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \sigma_n \quad (3.25)$$

dove

$$\begin{cases} \mathbf{S}_n &= \mathbf{b}_n^* \mathbf{b}_n^T \\ \mathbf{s}_n &= \beta_n \mathbf{b}_n^* \\ \sigma_n &= |\beta_n|^2 \end{cases} \quad (3.26)$$

Notiamo che anche in questo caso la matrice $\mathbf{S}_n$ è a simmetria Hermitiana.

C4) Vincoli sulle perdite di linea

Analogamente a quanto fatto per il vincolo sulle tensioni ai capi dei PEIs è possibile ottenere il modulo della differenza di tensione sul link $\ell(n, m)$ scrivendo

$$|V_n - V_m|^2 = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{T}_{n,m} \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{t}_{n,m} - \mathbf{t}_{n,m}^H \mathbf{I}_{0,\text{EI}} + \tau_{n,m} \quad (3.27)$$

dove

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{n,m} &= (\mathbf{b}_n - \mathbf{b}_m)^* (\mathbf{b}_n - \mathbf{b}_m)^T \\ \mathbf{t}_{n,m} &= (\beta_n - \beta_m) (\mathbf{b}_n - \mathbf{b}_m)^* \\ \tau_{n,m} &= |\beta_n - \beta_m|^2 \end{cases} \quad (3.28)$$

C5) Vincoli sulle correnti erogate dai PEIs

Per l'ultimo vincolo, dalle equazioni di Kirchhoff alle correnti (2.61) si ricava

$$|I_n|^2 = \mathbf{I}_{0,\text{EI}}^H \mathbf{U}_n \mathbf{I}_{0,\text{EI}} \quad (3.29)$$

in cui

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{a}_n^* \mathbf{a}_n^T$$

3.4 Convessità e complessità computazionale

Mettendo insieme tutti i vincoli è ora possibile esprimere il problema in forma quadratica, in particolare possiamo pensare di semplificarci un pò la vita lavorando con valori reali, ovvero sfruttando il funzionale $\Re$, simile a $\cdot$ ma operante su matrici:

$$\ddot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \Re[\mathbf{x}] & -\Im[\mathbf{X}] \\ \Im[\mathbf{x}] & \Re[\mathbf{X}] \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Impostiamo dunque il problema definendo la nuova variabile $\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0,\text{EI}}^T, 1]$ e sfruttando le definizioni

$$\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \sum_{n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}} c_n \mathbf{C}_n^{(1)} \\
\mathbf{C}_n^{(0)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_n & \dot{\mathbf{q}}_n \\ \dot{\mathbf{q}}_n^T & \xi_n \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(1)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{P}}_n & \dot{\mathbf{p}}_n \\ \dot{\mathbf{p}}_n^T & \pi_n \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(1a)} &= \mathbf{C}_n^{(1)} - P_{\max,n} \mathbf{D}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{2N_{EI}} & \\ & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(1b)} &= P_{\min,n} \mathbf{D} - \mathbf{C}_n^{(1)} \\
\mathbf{C}_n^{(2)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n & \mathbf{r}_n \\ \mathbf{r}_n^T & \rho_n \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(3)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{S}}_n & \dot{\mathbf{s}}_n \\ \dot{\mathbf{s}}_n^T & \sigma_n \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(3a)} &= \mathbf{C}_n^{(3)} - (1 + \nu) V_{0,\text{ref}}^2 \mathbf{D} \\
\mathbf{C}_n^{(3b)} &= (1 - \nu) V_{0,\text{ref}}^2 \mathbf{D} - \mathbf{C}_n^{(3)} \\
\mathbf{C}_{n,m}^{(4)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{T}}_{n,m} & \dot{\mathbf{t}}_{n,m} \\ \dot{\mathbf{t}}_{n,m}^T & \tau_{n,m} - V_{\max,n,m}^2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_n^{(5)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_n & \\ & -I_{\max,n}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

che ci permettono di avere tutte matrici contenenti valori reali e dunque facilmente maneggiabili. Il problema di ottimizzazione, scritto in forma

quadratica e rivisto secondo le definizioni (3.31) è dunque

$$\begin{aligned}
& \min f(\mathbf{I}_{0,EI}) = \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x} \\
& \text{rispetto a } \mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0,EI}^T, 1] \\
& \text{soggetto a: C1) } \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(1a)} \mathbf{x} \leq 0, \text{ e} \\
& \quad \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(1b)} \mathbf{x} \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\
& \text{C2) } \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(2)} \mathbf{x} \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \\
& \text{C3) } \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(3a)} \mathbf{x} \leq 0, \text{ e} \\
& \quad \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(3b)} \mathbf{x} \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\
& \text{C4) } \mathbf{x}^T \mathbf{C}_{n,m}^{(4)} \mathbf{x} \leq 0 \\
& \text{C5) } \mathbf{x}^T \mathbf{C}_n^{(5)} \mathbf{x} \leq 0, n \in \mathcal{I}_{EI}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Il problema (3.32) è stato ricavato nell'ipotesi di partenza di essere in una rete di tipo lineare. Tale ipotesi è una forte approssimazione in quanto sappiamo che le reti di distribuzione dell'energia elettrica lavorano in regime sinusoidale. Dunque lavorando con i valori efficaci piuttosto che con grandezze sinusoidali è comodo dal punto di vista analitico ma ora ci si trova davanti ad una funzione obiettivo di tipo quadratico, con dei vincoli che sono a sua volta quadratici ma espressi da funzioni non convesse. Dal punto di vista della Ricerca Operativa stiamo dunque operando nel campo dei problemi QCQP (Quadratically Constrained Quadratic Problem) con vincoli non convessi. Dal punto di vista della complessità computazionale il problema è NP difficile e per poterlo risolvere con un tempo di calcolo polinomiale nella dimensione del problema e nel numero di vincoli, e con un buon grado di approssimazione, ricorriamo al metodo SDR [27] (SemiDefinite Relaxation).

3.5 SemiDefinite Relaxation

Il nostro problema (3.32) è dunque un QCQP non convesso. Come investigato in [28], per tale classe di problemi pur essendo NP-hard, esistono una serie di algoritmi molto efficienti che portano ad ottenere sia dei bound dell'ottimo per la minimizzazione che dei punti ammissibili (in gergo feasible) per la soluzione cercata, ovvero punti che sono una soluzione ottima del problema e che appartengono effettivamente alla funzione obiettivo e sono un minimo locale per la stessa.

In particolare abbiamo scelto di applicare il metodo SemiDefinite Relaxation il quale sfrutta le proprietà della traccia di una matrice ed il fatto che le matrici in gioco sono simmetriche, e nel nostro caso questo è vero per costruzione. Osserviamo che, considerata la matrice $\mathbf{C}$ del tipo (3.31),

valgono le seguenti uguaglianze

$$\mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x} = \text{Tr}(\mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x}) = \text{Tr}(\mathbf{C} \mathbf{x} \mathbf{x}^T); \quad (3.33)$$

sia la funzione obiettivo che i vincoli del problema sono lineari rispetto alla matrice $\mathbf{x} \mathbf{x}^T$ essendo la traccia di una matrice un operatore lineare. Possiamo dunque introdurre la nuova variabile

$$\mathbf{X} = \mathbf{x} \mathbf{x}^T \quad (3.34)$$

per modellare il problema, notando che $\mathbf{X}$ è una matrice simmetrica, semidefinita positiva ($\mathbf{X} \geq 0$, da cui il termine SemiDefinite) ed inoltre ha rango unitario ($\text{rank}(\mathbf{X}) = 1$). Nella descrizione dei vincoli, sfruttiamo la definizione di $\mathbf{x}$ e le proprietà della traccia scrivendo

$$\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}, 1]^T \Rightarrow \mathbf{D} \mathbf{X} = 1 \Rightarrow \text{Tr}(\mathbf{D} \mathbf{X}) = 1. \quad (3.35)$$

dove la matrice $\mathbf{D}$ è stata definita in (3.31).

Il problema di ottimizzazione (3.32) può essere riscritto sfruttando la proprietà (3.33) per funzione obiettivo e vincoli ottenendo

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{I}_{0, \text{EI}}} f(\mathbf{I}_{0, \text{EI}}) &= \text{Tr}(\mathbf{C} \mathbf{X}) \\ \text{rispetto a } \mathbf{X} &= \mathbf{x} \mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}, 1]^T [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}^T, 1] \\ \text{soggetto a: } \mathbf{X} &\geq 0, \text{ e} \\ \text{rank}(\mathbf{X}) &= 1, \text{ e} \\ \text{Tr}(\mathbf{D} \mathbf{X}) &= 1 \\ \text{C1) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1a)} \mathbf{X}) &\leq 0, \text{ e} \\ \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1b)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\ \text{C2) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(2)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \\ \text{C3) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(3a)} \mathbf{X}) &\leq 0, \text{ e} \\ \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(3b)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\ \text{C4) } \text{Tr}(\mathbf{C}_{n, m}^{(4)} \mathbf{X}) &\leq 0 \\ \text{C5) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(5)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{EI} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Osservando i vincoli, è chiaro come questi siano tutti lineari nella variabile $\mathbf{X}$ tranne il vincolo sul rango di $\mathbf{X}$ il quale rende l'insieme delle soluzioni del problema un insieme non convesso. Il metodo SDR risolve la NP difficoltà e la non convessità del problema attuando un rilassamento dei vincoli (da cui

il termine Relaxation), in particolare eliminando il vincolo $\text{rank}(\mathbf{X}) = 1$. Il problema nella sua versione SDR risulta

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{I}_{0,EI}} f(\mathbf{I}_{0,EI}) = \text{Tr}(\mathbf{C}\mathbf{X}) \\
& \text{rispetto a } \mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0,EI}, 1]^T [\dot{\mathbf{I}}_{0,EI}^T, 1] \\
& \text{soggetto a: } \mathbf{X} \geq 0, \text{ e} \\
& \quad \text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{X}) = 1 \\
& \quad \text{C1) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1a)}\mathbf{X}) \leq 0, \text{ e} \\
& \quad \quad \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1b)}\mathbf{X}) \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\
& \quad \text{C2) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(2)}\mathbf{X}) \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \\
& \quad \text{C3) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(3a)}\mathbf{X}) \leq 0, \text{ e} \\
& \quad \quad \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(3b)}\mathbf{X}) \leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\
& \quad \text{C4) } \text{Tr}(\mathbf{C}_{n,m}^{(4)}\mathbf{X}) \leq 0 \\
& \quad \text{C5) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(5)}\mathbf{X}) \leq 0, n \in \mathcal{I}_{EI}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Il problema (3.37) viene chiamato versione “rilassamento SDP” del problema originale QCQP non convesso (3.32). In particolare la soluzione di (3.37) viene ottenuta con tecniche di SemiDefinite Programming e tale soluzione rappresenta un lower bound per la soluzione ottima del problema originale non convesso di complessità NP-hard. Nel caso peggiore il problema (3.37) può essere risolto con una complessità del tipo $\mathcal{O}(\max\{m, n\}^4 n^{\frac{1}{2}} \log(\frac{1}{\epsilon}))$, dove n indica la dimensione del problema, m il numero complessivo di vincoli imposti ed ϵ l'accuratezza della soluzione trovata: la complessità computazionale è dunque polinomiale nella dimensione del problema e nel numero di vincoli, mentre è logaritmica rispetto all'accuratezza desiderata.

3.6 Linearizzazione

La tecnica di rilassamento dei vincoli scelta nel Paragrafo 3.5 produce un bound per il valore ottimo della funzione obiettivo ma non è detto che i punti trovati siano soluzioni ammissibili del problema originale. Ora per trovare delle soluzioni ammissibili al problema originale (3.32) abbiamo scelto di adottare la tecnica di linearizzazione proposta da Boyd e D'Aspremont in [28].

L'idea è quella di risolvere il problema tramite SemiDefinite Relaxation, partendo dal bound trovato risolvendo (3.37), lasciando invariati i vincoli convessi del problema ed andando a linearizzare quelli non convessi attorno

ad un punto soluzione ammissibile $x_{(0)}$ trovato con la procedura descritta nel Paragrafo 3.5. A titolo di esempio consideriamo il vincolo generico non convesso

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \alpha \leq 0$$

e decomponiamo la matrice $\mathbf{A}$ nella somma della sua parte semidefinita positiva e semidefinita negativa

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^+ - \mathbf{A}^- \quad \mathbf{A}^+, \mathbf{A}^- \geq 0$$

Possiamo riscrivere il vincolo originale come

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A}^+ \mathbf{x} + \mathbf{a}_0^T \mathbf{x} + \alpha_0 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{A}^- \mathbf{x} \quad (3.38)$$

ottenendo una disequaglianza nella quale ambo i membri sono espressioni quadratiche non convesse. Linearizziamo ora il membro di destra della disequaglianza (3.48) attorno al punto $x_{(0)}$ ottenendo.

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A}^+ \mathbf{x} + \mathbf{a}_0^T \mathbf{x} + \alpha_0 \leq \mathbf{x}_{(0)}^T \mathbf{A}^- \mathbf{x}_{(0)} + 2\mathbf{x}_{(0)}^T \mathbf{A}^- (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{(0)}) \quad (3.39)$$

A questo punto il membro di destra di (3.39) è una trasformazione affine del lower bound della funzione originale $\mathbf{x}^T \mathbf{A}^- \mathbf{x}$: il vincolo risultante è dunque convesso e più ristretto dell'originale essendo l'insieme dei punti soluzione ammissibili un sottoinsieme convesso dell'insieme dei punti originali trovati avendo ottenuto il bound inferiore. Operando così, ovvero linearizzando tutte le parti non convesse dei vincoli in gioco, otteniamo un insieme di vincoli convessi, ovvero una restrizione convessa del problema che una volta risolto (tramite SDR) ci darà un'insieme di punti soluzione ammissibili per il problema originale.

Analizzando le espressioni che compongono il problema (3.37) vediamo che questo non è convesso: essendo la matrice $\mathbf{P}_n$ ($n \in \mathcal{I}_{EI}$), la funzione di costo ed $\mathbf{R}_n$ non semidefinite positive le espressioni C1) e C2) risultano non convesse, mentre le matrici $\mathbf{S}_n$, $\mathbf{T}_{n,m}$, $\mathbf{U}_n$ sono semidefinite positive per costruzione e gli unici vincoli convessi sono le espressioni C3), C4), C5). Questo ci suggerisce che, una volta trovato un limite inferiore tramite SDP, è possibile arrivare ad una soluzione ammissibile applicando il metodo della linearizzazione: procediamo dunque decomponendo le matrici di interesse nelle loro parti semidefinite positive e semidefinite negative. La decomposizione

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_n^+ - \mathbf{R}_n^- \quad (3.40)$$

dove

$$\mathbf{R}_n^+ = 4\dot{\mathbf{q}}_n \dot{\mathbf{q}}_n^T, \quad \mathbf{R}_n^- = 4\xi \dot{\mathbf{p}}_n \dot{\mathbf{p}}_n^T, \quad (3.41)$$

è immediata essendo $\mathbf{q}_n = -j\mathbf{p}_n$, cioè $\dot{\mathbf{q}}_n$ e $\dot{\mathbf{p}}_n$ sono tra loro ortogonali. Anche per $\mathbf{P}_n$ ($n \in \mathcal{I}_{EI}$) vale

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_n^+ - \mathbf{P}_n^-. \quad (3.42)$$

Non essendoci stavolta alcuna relazione evidente di ortogonalità tra le componenti di $\mathbf{P}_n$ procediamo calcolando autovalori ed autovettori ed ottenendo parte semidefinita positiva e parte semidefinita negativa tramite la decomposizione:

$$\mathbf{P}_n^+ = \lambda_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H, \quad \mathbf{P}_n^- = (-\lambda_2) \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2^H. \quad (3.43)$$

Essendo $\mathbf{P}_n$ di rango due, si avranno due autovalori non nulli. Sapendo che la matrice $\mathbf{P}_n$ è del tipo $\mathbf{P}_n = \frac{1}{2}(\mathbf{a}^* \mathbf{b}^T + \mathbf{b}^* \mathbf{a}^T)$, e che gli autovettori $\mathbf{v}_{1,2}$ di $\mathbf{P}_n$ saranno del tipo $\mathbf{v}_{1,2} = c\mathbf{a}^* + d\mathbf{b}^*$, mettendo a sistema le precedenti relazioni otteniamo gli unici autovalori non nulli che saranno

$$\lambda_{1,2} = \frac{\Re[\varphi_n] \pm \sqrt{\|\mathbf{b}_n\|^2 - \Im[\varphi_n]^2}}{2}, \quad \varphi_n = [\mathbf{b}_n]_{n-N_{CC}}, \quad (3.44)$$

ed i rispettivi autovettori

$$\mathbf{v}_{1,2} = \frac{(\mathbf{b}_n - \varphi_n \mathbf{a}_n)^* + 2\lambda_{1,2} \mathbf{a}_n}{\sqrt{4\lambda_{1,2}^2 + \|\mathbf{b}_n\|^2 - |\varphi_n|^2}} \quad (3.45)$$

Ora andiamo ad ottenere una restrizione convessa dei vincoli andando a linearizzare C1) e C2) attorno alla soluzione $x_{(0)}$ ottenuta dall' SDP: in particolare, eliminando le parti quadratiche dipendenti da $\mathbf{P}_n^-$ ed $\mathbf{R}_n^-$ otteniamo le matrici:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_n^{(1)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{P}}_n^+ & \dot{\mathbf{p}}_n - \ddot{\mathbf{P}}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref} \\ (\dot{\mathbf{p}}_n - \ddot{\mathbf{P}}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref})^T & \pi_n + \dot{\mathbf{I}}_{ref}^T \ddot{\mathbf{P}}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{C}}_n^{(1a)} &= \tilde{\mathbf{C}}_n^{(1)} - P_{\max,n} \mathbf{D} \\ \tilde{\mathbf{C}}_n^{(1b)} &= \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{P}}_n^- & -(\dot{\mathbf{p}}_n + \ddot{\mathbf{P}}_n^+ \dot{\mathbf{I}}_{ref}) \\ -(\dot{\mathbf{p}}_n + \ddot{\mathbf{P}}_n^+ \dot{\mathbf{I}}_{ref})^T & P_{\min,n} - \pi_n + \dot{\mathbf{I}}_{ref}^T \ddot{\mathbf{P}}_n^+ \dot{\mathbf{I}}_{ref} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{C}}_n^{(2)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^+ & \mathbf{r}_n - \mathbf{R}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref} \\ (\mathbf{r}_n - \mathbf{R}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref})^T & \rho_n + \dot{\mathbf{I}}_{ref}^T \mathbf{R}_n^- \dot{\mathbf{I}}_{ref} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Oltre a quanto ricavato finora, le simulazioni svolte hanno dimostrato che anche il vincolo $C3^{(a)}$ (limite inferiore per le tensioni) è non convesso, e dunque operiamo una linearizzazione anche per il vincolo $C3^{(a)}$ dipendente dalla matrice $\mathbf{S}_n = \mathbf{S}_n^+ - \mathbf{S}_n^-$. Si ottiene in particolare:

$$\tilde{\mathbf{C}}_n^{(3b)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -(\mathbf{s}_n - \mathbf{S}_n \dot{\mathbf{I}}_{ref}) \\ -(\mathbf{s}_n - \mathbf{S}_n \dot{\mathbf{I}}_{ref})^T & (1 - \nu) - \mathbf{s}_n + \dot{\mathbf{I}}_{ref}^T \mathbf{S}_n \dot{\mathbf{I}}_{ref} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Riassumendo, data la soluzione SDP che ci da un limite inferiore per l'ottimo cercato, possiamo ora ottenere delle soluzioni ammissibili al problema originale (3.12) andando a risolvere tramite metodi di SemiDefinite Programming l'approssimazione convessa data da

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{I}_{0, \text{EI}}} f(\mathbf{I}_{0, \text{EI}}) &= \text{Tr}(\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{X}) = \text{Tr}\left(\sum_{n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI}} c_n \tilde{\mathbf{C}}_n^{(1)} \mathbf{X}\right) \\
\text{rispetto a } \mathbf{X} &= \mathbf{x}\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}, 1]^T [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}^T, 1] \\
\text{soggetto a: } \mathbf{X} &\geq 0, \text{ e} \\
\text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{X}) &= 1 \\
\text{C1) } \text{Tr}(\tilde{\mathbf{C}}_n^{(1a)} \mathbf{X}) &\leq 0, \text{ e} \\
\text{Tr}(\tilde{\mathbf{C}}_n^{(1b)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{EI}, \\
\text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1a)} \mathbf{X}) &\leq 0, \text{ e} \\
\text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(1b)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \\
\text{C2) } \text{Tr}(\tilde{\mathbf{C}}_n^{(2)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \\
\text{C3) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(3a)} \mathbf{X}) &\leq 0, \text{ e} \\
\text{Tr}(\tilde{\mathbf{C}}_n^{(3b)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{CC} \cup \mathcal{I}_{EI} \\
\text{C4) } \text{Tr}(\mathbf{C}_{n, m}^{(4)} \mathbf{X}) &\leq 0 \\
\text{C5) } \text{Tr}(\mathbf{C}_n^{(5)} \mathbf{X}) &\leq 0, n \in \mathcal{I}_{EI}.
\end{aligned} \tag{3.48}$$

3.7 Estrazione della soluzione ottima

Ottenuta la soluzione ottima globale, che chiameremo $\hat{\mathbf{X}}$, per la versione SDR (3.37) del problema e la sua linearizzazione (3.48) dobbiamo ora riuscire ad estrapolare la soluzione ottima $\hat{\mathbf{x}}$ (ovvero le correnti $\mathbf{I}_{0, \text{EI}}$ ottime, ricordiamo infatti che $\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{I}}_{0, \text{EI}}^T, 1]$) per il problema originale (3.32) che ricordiamo essere QCQP.

Se $\text{rank}(\hat{\mathbf{X}}) = r$, $r \neq 1$ possiamo pensare di approssimare la soluzione globale come una matrice a rango uno, ovvero costruire la decomposizione autovalori-autovettori [27]

$$\hat{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^r \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T$$

in cui $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, \dots, r$ sono gli autovettori e $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \dots, r$ gli autovettori di $\hat{\mathbf{X}}$. La migliore approssimazione $\hat{\mathbf{X}}_{(1)}$ a rango uno della

soluzione $\hat{\mathbf{X}}$ è data da

$$\hat{\mathbf{X}}_{(1)} = \lambda_1 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_1^T$$

e possiamo dunque definire

$$\tilde{\mathbf{x}} = \sqrt{\lambda_1} \mathbf{q}_1$$

come soluzione del problema originale (3.32).

Se $\text{rank}(\hat{\mathbf{X}}) = 1$ abbiamo la soluzione $\hat{\mathbf{x}}$ a portata di mano nel senso che $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{x}} \hat{\mathbf{x}}^T = \hat{\mathbf{X}}_{(1)}$ e dunque $\hat{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}$.

L'approssimazione (3.7) e la conseguente estrazione della soluzione $\tilde{\mathbf{x}}$ per il problema QCQP originale vanno rivisitate nel caso in cui la rete si trovi a lavorare in Islanded Mode: non essendoci alcun PCCs, la soluzione $\hat{\mathbf{X}}$ avrà infatti la struttura

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

in cui $\mathbf{0}$ è un vettore colonna di zeri. La struttura (3.49) porta la matrice $\hat{\mathbf{X}}$ ad avere un autovalore λ_1 pari ad uno, ed i rimanenti λ_i autovalori di molteplicità diversa da uno, e dunque simili in modulo. Dunque in questo caso, per ottenere una buona approssimazione a rango uno conviene considerare la parte di soluzione $\bar{\mathbf{X}}$, andando ad estrarre da questa la soluzione ottima come visto in precedenza.

Capitolo 4

Generazione statistica di Topologie di Rete

4.1 Introduzione

Dopo aver modellato la rete ed impostato un possibile metodo di ottimizzazione della stessa ci siamo focalizzati nel comprendere le caratteristiche topologiche di una rete di distribuzione dell'energia. L'analisi della topologia è fondamentale in primo luogo ai fini dell'applicazione dei metodi di ottimizzazione vincolati della rete poichè è proprio la topologia di rete ad influenzare la dinamica delle grandezze in gioco. Inoltre come nell'ambito telefonico ed in genere sempre nelle telecomunicazioni moderne è fondamentale anzitutto capire la natura (e quindi la topologia e le caratteristiche di base) della sorgente informativa e la tipologia di traffico che essa genera. Secondariamente la conoscenza delle caratteristiche topologiche e statistiche della rete porta direttamente ad essere in grado di produrre una piattaforma di simulazione in grado di generare un'infinità di casistiche di rete per le applicazioni. Infine, una profonda conoscenza delle caratteristiche topologiche è di base per poter capire la tecnologia da implementare per mettere in piedi una Smart Grid in un modo che sia il più intelligente possibile: recenti studi [30] hanno infatti dimostrato come sia possibile implementare meccanismi di Power Line Communication (P.L.C.) a supporto della Smart Grid [31] partendo proprio dall'analisi topologica della rete e sapendo soprattutto di avere già in piedi l'infrastruttura dove poter far viaggiare informazione.

Come mostrato anche in Appendice A, è possibile in prima analisi suddividere dal punto di vista strutturale la rete in tre diversi settori a seconda delle tensioni in gioco:

- Alta Tensione (High Voltage - HV; 132 - 220 kV), che comprende la parte di trasmissione su lunga distanza, ovvero le lunghe dorsali presenti tra la generazione e la rete di distribuzione;

- Media Tensione (Medium Voltage - MV; 5.3 - 30 kV), che comprende la parte della rete di distribuzione tra le dorsali e l'utenza finale;
- Bassa Tensione (Low Voltage - LV; 220 - 380 V), che comprende la parte della rete di distribuzione lato utente finale.

In maniera del tutto generale, all'interno della rete di distribuzione (MV + LV) possiamo trovare topologie radiali, ad anello, interconnesse o ad albero. Reti (o parti di rete) tipicamente radiali si incontrano in particolare in ambito rurale in cui ci sono lunghe linee con zone di carico isolate e distanti tra loro: questa topologia è decisamente la peggiore in termini di PLC poichè il numero di passi (nodi da attraversare) da compiere da un nodo per raggiungerne un altro è direttamente proporzionale al numero di nodi della rete stessa. Diverso è il caso delle zone urbane ed in genere ad alta densità abitativa in cui le topologie sono ad anello e interconnesse. La topologia ad albero è invece classica della parte LV terminale della distribuzione in cui l'energia raggiunge i punti finali (foglie dell'albero) di utilizzo lato utente.

Ci si focalizzerà in particolare sullo studio della Media tensione [29] essendo quest'ultima oggetto di molti recenti studi in particolare nel nord America dove, a differenza dell'europa, la media tensione viene portata quasi fino all'ingresso di casa e trasformata solo in quel punto in bassa tensione.

4.2 Caratteristiche topologiche

Dal punto di vista topologico possiamo vedere la rete di distribuzione dell'energia in media tensione come se fosse un grafo non orientato avente m link ed N nodi. In particolare, partendo dalla definizione (2.33) di matrice $\mathbf{A}$ di incidenza link-nodi possiamo ottenere una rappresentazione matriciale del grafo calcolando la sua *matrice Laplaciana* $\mathbf{L}$ come

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} , \quad (4.1)$$

ovvero

$$\mathbf{L} : \begin{cases} L(i, j) = -1 & \text{se esiste il link } i - j, \text{ ed } i \neq j; \\ L(i, j) = k & k = \sum_{i \neq j} L(i, j), \text{ ed } i = j; \\ L(i, j) = 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (4.2)$$

con $i, j = 1, \dots, N$. La matrice $\mathbf{L}$ è di fondamentale importanza poichè da quest'ultima è possibile ricavare le metriche fondamentali per l'analisi, in particolare:

- il *numero di link* m della rete può essere ricavato da $\mathbf{L}$ secondo

$$m = \frac{1}{2} \sum_i L(i, i) ; \quad (4.3)$$

- il *grado medio dei nodi* $\langle k \rangle$ della rete, dove per grado di un nodo si intende il numero di lati connessi al nodo stesso (e quindi di altri nodi connessi a quello considerato), si calcola in modo molto simile ad m secondo

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_i L(i, i) \quad (4.4)$$

- nota $\mathbf{L}$ è possibile calcolare la *matrice di adiacenza* $\mathbf{M}_{adj}$ come

$$\mathbf{M}_{adj} = -\mathbf{L} + \text{diag}(\underline{k}) \quad (4.5)$$

in cui

$$\underline{k} = \text{diag}(\mathbf{L}) = [k_1, \dots, k_N]; \quad (4.6)$$

- nota $\mathbf{M}_{adj}$ è possibile calcolare (ad esempio tramite l'algoritmo di Dijkstra [32]) il *cammino minimo medio* $\langle l \rangle$ espresso in numero di salti (ovvero numero di nodi visitati nel cammino) come

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{(i,j)} l(i, j) \quad (4.7)$$

in cui $l(i, j)$, $i, j = 1, \dots, N$, è il cammino minimo tra ogni coppia di nodi della rete calcolato applicando Dijkstra a partire dalla matrice $\mathbf{M}_{adj}$.

- la *densità spettrale* $\rho(\lambda)$ del grafo

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\lambda - \lambda_i) \quad (4.8)$$

in cui $\{\lambda_i, i = 1, \dots, N\}$ rappresenta lo *spettro del grafo*, ovvero l'insieme degli autovalori della sua matrice di adiacenza $\mathbf{M}_{adj}$;

- la *connettività algebrica* $\lambda_2(\mathbf{L})$ del grafo, ovvero il secondo più piccolo autovalore della matrice $\mathbf{L}$.

Altre metriche topologiche che saranno prese in considerazione sono:

- il *grado medio* $\bar{k}$ di un nodo *selezionato a caso* nella rete come

$$\bar{k} = \frac{1}{2m} \sum_{(i,j)} (k_i + k_j) = \frac{1}{2m} \sum_{(i)} k_i^2 \quad (4.9)$$

- il rapporto $r\{k > \bar{k}\}$, ovvero il rapporto tra il numero di nodi con grado superiore a $\bar{k}$ ed il numero N di nodi della rete come

$$r\{k > \bar{k}\} = \frac{\|\{k_i : k_i > \bar{k}\}\|_\infty}{N} \quad (4.10)$$

- il *coefficiente di Pearson* ρ [33] che rappresenta una misura della correlazione esistente tra i gradi dei diversi nodi della rete

$$\rho = \frac{\sum_{(i,j)} (k_i - \bar{k})(k_j - \bar{k})}{\sqrt{\sum_{(i,j)} (k_i - \bar{k})^2 (k_j - \bar{k})^2}} \quad (4.11)$$

4.2.1 Connettività

L'analisi svolta in [29] prende in considerazione reti di distribuzione reali prese dall'archivio "Power System test case" [36] : essendo reti reali è possibile generalizzare i risultati ottenuti e riportati in Figura 4.1, nel senso che reti reali delle stesse dimensioni di quelle considerate potranno essere analizzate prendendo i valori di Figura 4.1 come riferimenti.

	(N, m)	$\langle l \rangle$	$\langle k \rangle$	ρ	$r\{k > \bar{k}\}$
IEEE-30	(30,41)	3.31	2.73	-0.0868	0.2333
IEEE-57	(57,78)	4.95	2.74	0.2432	0.2105
IEEE-118	(118,179)	6.31	3.03	-0.1526	0.3051
IEEE-300	(300, 409)	9.94	2.73	-0.2206	0.2367
NYISO	(2935,6567)	16.43	4.47	0.4593	0.1428
WSCC	(4941, 6594)	18.70	2.67	0.0035	0.2022

Figura 4.1: Caratteristiche topologiche di reti reali del mid-west degli Stati Uniti (IEEE-30, 57 , 118), new England (IEEE 300), New York (NYISO) ed ovest degli United States (WSCC).

Dall'analisi dei valori riportati emergono due caratteristiche topologiche fondamentali:

- le reti di distribuzione sono dei *grafi sparsi*: infatti osservando i valori di $\langle k \rangle$ si nota come questi non siano direttamente proporzionali alle dimensioni della rete stessa. Più che dalle dimensioni della rete analizzata il grado di connettività medio dipende strettamente dalla particolare area geografica in cui opera la rete in analisi: ad esempio vediamo come la rete IEEE-300 (300 nodi, 409 links) nel New England abbia grado medio inferiore rispetto alla rete IEEE-118 (118 nodi, 179 links) nel mid-west pur avendo dimensioni più che doppie;
- le reti di distribuzione hanno *migliore connettività e scalabilità rispetto al modello Small-World*: fino allo studio [29] si era ipotizzato che le reti di distribuzione dell'energia potessero essere modellate tramite un grafo Small-World [35] ed effettivamente (Figura 4.2), le reti reali hanno gran

parte dei link che sembrano appartenere ad un reticolo regolare mentre ce ne sono alcuni (cross-links) che connettono tra loro nodi che sono in posizioni (logiche seguendo la numerazione data ai nodi nel modello ma anche geografiche nel caso di reti reali) diverse da quelle del vicinato, spesso opposte nel grafo.

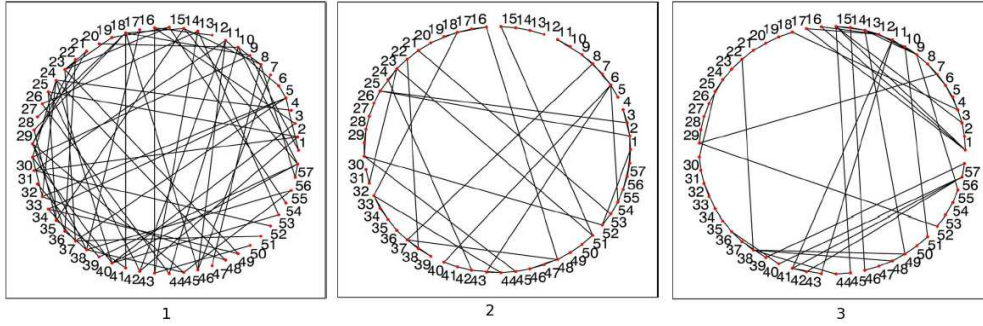


Figura 4.2: Confronto tra topologie di rete casuale (1, modello Erdos-Rényi [34]), Small World (2, modello Watts-Stogatz [35]) e rete reale IEEE-57(3).

Diversamente da quanto osservato in [35], in cui il grado di connettività medio viene legato alla dimensione della rete dalla relazione esponenziale $\langle k \rangle \ll N \ll e^{\langle k \rangle}$, nelle reti reali $\langle k \rangle$ è indipendente da N . Questa differenza sostanziale nell'andamento di $\langle k \rangle$ è intuibile direttamente anche dalla Figura 4.2: mentre nel caso Small World i nodi collegati dai cross link sembrano essere scelti più o meno a caso, nella rete IEEE-57 i nodi collegati dai cross-links sembrano essere scelti in cluster. Questa più sottile differenza della topologia deriva dal fatto che spesso le lunghe connessioni di una rete reale, richiedendo molto spazio per le apparecchiature e la posa dei cavi stessi, vengono il più possibile “affasciate” proprio per risparmiare spazio e denaro, e questo inevitabilmente modifica la struttura topologica della rete stessa rendendola diversa da quella proposta da Watts e Strogatz nel modello Small-World.

4.2.2 Statistica del grado di connettività

Dall'analisi svolta in [29] risulta evidente come la distribuzione statistica del grado di connettività k sia approssimato molto bene dalla variabile $\mathcal{K}$ data dalla somma di due variabili aleatorie indipendenti tra loro

$$\mathcal{K} = \mathcal{G} + \mathcal{D} \quad (4.12)$$

in cui $\mathcal{G}$ è una variabile aleatoria geometrica troncata al valore di soglia k_{max}

$$P[\mathcal{G} = k] = \frac{(1-p)^k p}{\sum_{i=0}^{k_{max}} (1-p)^i p} = \frac{(1-p)^k p}{1 - (1-p)^{k_{max}+1}}, \quad k = 0, \dots, k_{max} \quad (4.13)$$

ed avente funzione generatrice della probabilità data da

$$G_{\mathcal{G}}(z) = \frac{\sum_{k=0}^{k_{max}} (1-p)^k p z^k}{1 - (1-p)^{k_{max}+1}} = \frac{p(1 - ((1-p)z)^{k_{max}+1})}{(1 - (1-p)^{k_{max}+1})(1 - (1-p)z)}, \quad (4.14)$$

mentre $\mathcal{D}$ è una variabile aleatoria discreta irregolare

$$P[\mathcal{D} = k] = p_k, \quad k = 0, \dots, k_t \quad (4.15)$$

che assume valori nell'insieme $p_1, p_2, \dots, p_{k_t}$ ed ha funzione generatrice della probabilità data da

$$G_{\mathcal{D}}(z) = p_1 z + p_2 z^2 + p_3 z^3 + \dots + p_{k_t} z^{k_t}. \quad (4.16)$$

Grazie all'indipendenza di $\mathcal{G}$ e $\mathcal{D}$ possiamo calcolare la densità di $\mathcal{K}$ dal prodotto di convoluzione

$$P[\mathcal{K} = k] = P[\mathcal{G} = k] \otimes P[\mathcal{D} = k], \quad (4.17)$$

o equivalentemente calcolare la sua funzione generatrice della probabilità dal prodotto

$$G_{\mathcal{K}}(z) = G_{\mathcal{G}}(z)G_{\mathcal{D}}(z) = \frac{p(1 - (1-p)^{k_{max}+1}) \sum_{i=0}^{k_t} p_i z^i}{(1 - (1-p)^{k_{max}+1})(1 - (1-p)z)}. \quad (4.18)$$

Da (4.18) possiamo osservare come $G_{\mathcal{K}}(z)$ abbia k_{max} zeri (introdotti dal troncamento di $\mathcal{G}$) distribuiti attorno al cerchio di raggio $\frac{1}{(1-p)}$ e k_t zeri introdotti dalla variabile irregolare $\mathcal{D}$. In particolare, andando a visualizzare l'andamento di $G_{\mathcal{K}}(z)$ sul piano di Gauss (Figura 4.3) emergono le seguenti caratteristiche:

- è sempre presente un numero pari di zeri distribuiti attorno ad un cerchio il che indica la presenza di una componente geometrica troncata;
- esiste un numero limitato di zeri al di fuori del cerchio di riferimento il che indica la presenza di una componente irregolare discreta nella variabile aleatoria;
- considerando gruppi diversi di nodi ed andando a visualizzare $G_{\mathcal{K}}(z)$ si nota come ogni gruppo abbia gli zeri in posizioni diverse anche se con un pattern molto simile nei diversi casi: questo implica che ogni gruppo di nodi avrà una distribuzione simile per k ma con diversi coefficienti (Figura 4.4).

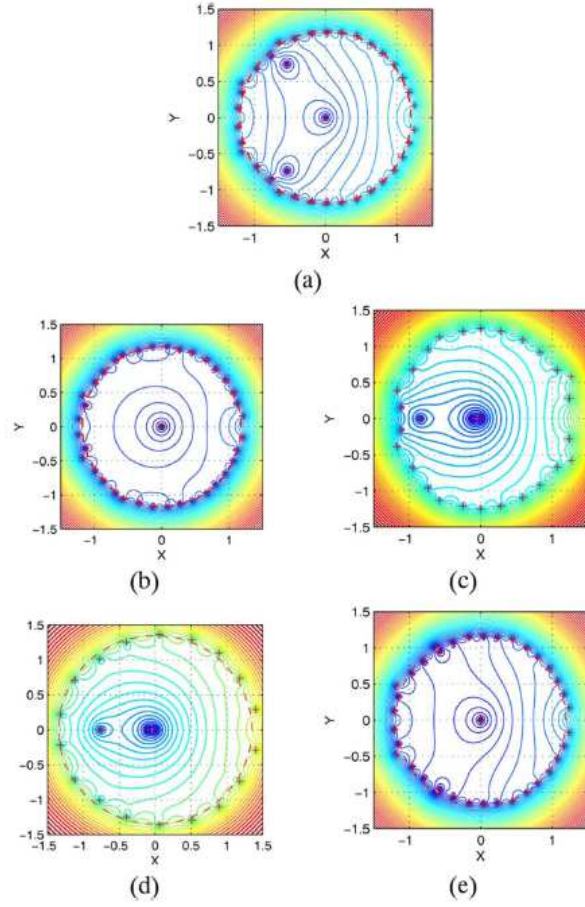


Figura 4.3: $G_K(z)$ per rete NYISO comprendente diversi gruppi di nodi e link: tutti (a), generatori(b), carichi(c), connessioni generiche(d), generatori e carichi(e). Gli zeri sono evidenziati dal simbolo rosso +.

4.2.3 Spettro del grafo e connettività algebrica

Come dimostrato in [37], la densità spettrale di un grafo (4.8) ha dei pattern differenti e caratteristici a seconda della rete rappresentata. Ad esempio, in [34] viene mostrato come un grafo di tipo random abbia una densità spettrale che segue la *legge del semicerchio di Wigner*, cioè

$$\rho(\lambda) \begin{cases} = \frac{\sqrt{4 - (\frac{\lambda}{\lambda_0})^2}}{2\pi\lambda_0} & \text{se } |\lambda| \leq 2\lambda_0; \\ = 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.19)$$

node groups	$\max(\underline{k})$	p	k_{max}	k_t	$\{p_1, p_2, \dots, p_{k_t}\}$
All	37	0.2269	34	3	0.4875, 0.2700, 0.2425
Gen	37	0.1863	36	1	1.000
Load	29	0.2423	26	3	0.0455, 0.4675, 0.4870
Conn	21	0.4006	18	3	0.0393, 0.4442, 0.5165
Gen+Load	37	0.2227	34	3	0.4645, 0.3385, 0.1970
All-WSCC	19	0.4084	16	3	0.3545, 0.4499, 0.1956

Figura 4.4: Stima dei coefficienti di $\mathcal{G}$ e $\mathcal{D}$ per $\mathcal{K}$ nella rete NYISO e WSCC

dove $\lambda_0 = \sqrt{Np(1-p)}$ e $p = \frac{\langle k \rangle}{(N-1)}$. Normalizzando lo spettro rispetto a λ_0

$$\tilde{\rho}(\lambda) = 2\pi\lambda_0\rho(\lambda) = \sqrt{4 - \tilde{\lambda}^2} \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad (4.20)$$

è possibile visualizzarlo andandolo a confrontare proprio con la legge di Wigner per diverse tipologie di rete (Figura 4.5). Osserviamo come la rete di distribuzione abbia un pattern per $\tilde{\rho}(\lambda)$ decisamente distinto da quello che si ha in una rete casuale, ed in particolare quella generata dal modello proposto in [29] produce un pattern molto simile a quello delle reti reali NYISO e WSCC.

Un'altra importante misura per la connettività e la scalabilità di una rete è la sua *connettività algebrica* $\lambda_2(\mathbf{L})$: meglio nota come autovalore di Fiedler, la connettività algebrica è una misura della qualità della connessione dei diversi nodi in una rete e di quanto velocemente i dati possono essere condivisi tra i nodi della rete stessa. In particolare

$$\lambda_2(\mathbf{L}) : \begin{cases} \lambda_2(\mathbf{L}) > 0 & \text{se il grafo è connesso;} \\ \lambda_2(\mathbf{L}) \simeq 0 & \text{se il grafo è disconnesso;} \\ \frac{\lambda_2(\mathbf{L})}{N} \simeq 1 & \text{se il grafo è completo.} \end{cases} \quad (4.21)$$

Quindi possiamo riferirci a $\lambda_2(\mathbf{L})$ per valutare la qualità della connessione di una rete, avendo come riferimento i valori calcolati nelle reti reali riportati in Figura 4.5.

4.3 Caratteristiche elettriche

Le caratteristiche elettriche di una rete di distribuzione sono in stretto legame con le caratteristiche topologiche della stessa. Ragionando a spanne per quanto riguarda le impedenze di linea (e dunque la dispersione della potenza in rete) sappiamo che queste dipendono strettamente dalla lunghezza dei

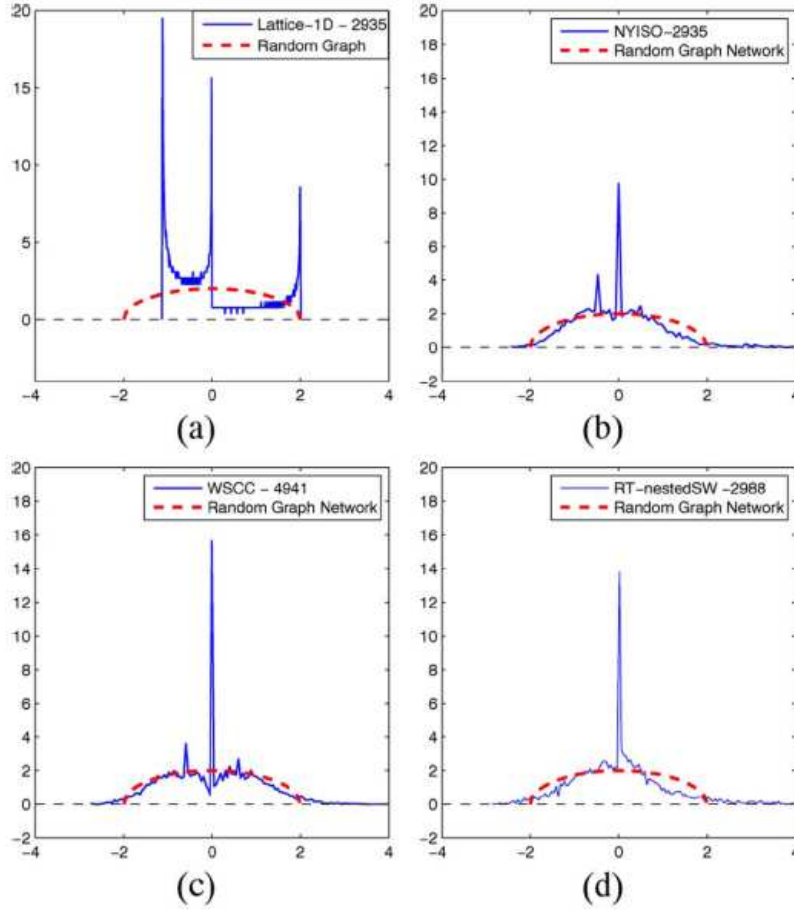


Figura 4.5: Densità spettrale normalizzata $\tilde{\rho}(\lambda)$ rispetto a $\tilde{\lambda}$ per diverse reti: reticolo regolare (a), NYISO (b), WSCC (c), modello proposto per reti di distribuzione (d). La linea tratteggiata rappresenta la legge di Wigner.

link, ed in particolare i valori di impedenza aumenteranno all'aumentare della distanza coperta dai link.

Da un punto di vista statistico, se si volesse pensare di riprodurre la distribuzione dei valori di Z_{Line} per una rete reale, visto anche quanto osservato nel Paragrafo 4.2.1, ci troveremo davanti a numerosi link aventi lunghezza (e quindi impedenza di linea) simile tra loro, ed alcuni link (cross links) aventi lunghezza maggiore (anche di molto) rispetto ai precedenti. Se volessimo generare dunque questi valori è ragionevole aspettarsi che le relative distribuzioni di probabilità abbiano dei picchi (link di impedenza simile che rappresentano la maggioranza) seguiti da lunghe code (cross links in numero molto minore rispetto ai precedenti ma di lunghezza maggiore).

	$\lambda_2(L)$
IEEE-30	0.21213
IEEE-57	0.088223
IEEE-118	0.027132
IEEE-300	0.0093838
NYISO-2935	0.0014215
WSCC-4941	0.00075921

Figura 4.6: Connettività algebrica delle reti reali.

Risulta inoltre ragionevole pensare che esista una lunghezza massima per i cross links nella rete, ovvero che le code delle distribuzioni di probabilità siano interrotte ad un certo valore. Dal punto di vista statistico questo equivale ad implementare un meccanismo di *clipping*: se $Y \sim f_Y$ è la distribuzione originale dell'impedenza, allora i dati

$$X = Z_{max} \left(1 - e^{-\frac{Y}{Z_{max}}} \right) \quad (4.22)$$

risultano troncati al valore massimo Z_{max} . Invertendo (4.22)

$$Y = -Z_{max} \log \left(1 - \frac{X}{Z_{max}} \right) \quad (4.23)$$

otteniamo la distribuzione “clipped”

$$X \sim f_X(x) = Y'(x) f_Y(Y_x) . \quad (4.24)$$

Ai fini della simulazione e per comprendere quali distribuzioni statistiche meglio approssimano le impedenze di linea delle reti reali [36], in [29] è stata fatta una stima tramite Maximum Likelihood per i parametri delle distribuzioni candidate, e successivamente è stato usato il test di Kolmogorov-Smirnov (K-S) per verificare se le distribuzioni scelte per la stima ML seguivano effettivamente l'andamento dei dati reali. Elenchiamo di seguito le distribuzioni scelte che hanno ottenuto il “fitting” migliore:

Gamma

$$\Gamma(x|a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{(a-1)} e^{-\frac{x}{b}}; \quad (4.25)$$

Generalized Pareto

$$GP(x|k, \sigma, \theta) = \left(\frac{1}{\sigma} \right) \left(1 + k \frac{(x - \theta)}{\sigma} \right)^{-1 - \frac{1}{k}} \quad (4.26)$$

Lognormal

$$\log n(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.27)$$

Double Pareto LogNormal

$$\begin{aligned} DPLN(x|\alpha, \beta, \mu, \sigma) = & \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} \left[A(\alpha, \mu, \sigma) x^{(-\alpha-1)} \Phi\left(\frac{\log x - \mu - \alpha\sigma^2}{\sigma}\right) + \right. \\ & \left. + A(-\beta, \mu, \sigma) x^{(\beta-1)} \Phi^c\left(\frac{\log x - \mu + \beta\sigma^2}{\sigma}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.28)$$

dove

$$A(\theta, \mu, \sigma) = e^{\left(\theta\mu + \frac{\theta^2\sigma^2}{2}\right)} \quad (4.29)$$

Lognormal clipped

$$\begin{aligned} \log n_{clipped}(x|\mu, \sigma, Z_{max}) = \\ = \frac{Z_{max}}{Z_{max} - x} \log n\left(-Z_{max} \log\left(1 - \frac{X}{Z_{max}}\right) | \mu, \sigma\right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Double Pareto LogNormal clipped

$$\begin{aligned} DPLN_{clipped}(x|\alpha, \beta, \mu, \sigma, Z_{max}) = \\ = \frac{Z_{max}}{Z_{max} - x} DPLN\left(-Z_{max} \log\left(1 - \frac{X}{Z_{max}}\right) | \alpha, \beta, \mu, \sigma\right) \end{aligned} \quad (4.31)$$

Riportiamo in particolare le distribuzioni scelte per le diverse reti in base al test K-S ed i relativi parametri stimati tramite ML nelle reti reali come riferimento per le simulazioni, Figura 4.7

4.4 Modello RT-nested-Smallworld

Come già visto nella Sezione 4.2.1 il modello proposto da Watts e Strogatz [35] non è del tutto veritiero nel caso lo si utilizzi per reti di distribuzione dell'energia. Per questo in [29] viene proposto un nuovo modello chiamato *RT-nested-Smallworld* che utilizza come base di partenza proprio il modello Watts-Strogatz.

L'idea è quella di partire da sottoreti di tipo Small-World di dimensione tale da produrre tanti grafi con topologia connessa e con valori realistici di grado di connessione k dei diversi nodi, ed unire tutte le sottoreti create in modo da formare un anello di sottoreti avente una connettività algebrica $\lambda_2(L)$ il più possibile simile a quella di una rete reale. Una volta ottenuta la topologia cercata, si generano dei valori Z_{Line} di impedenza di linea secondo una delle distribuzioni in Figura 4.7 e li si assegnano ai link della rete, ottenendo in questo modo sia una topologia che delle caratteristiche elettriche il più possibile realistiche.

System	Fitting Distribution	ML Parameter Estimates ($\alpha=0.05$)
IEEE-30	$\Gamma(x a, b)$	$a = 2.14687$ $b = 0.10191$
IEEE-118	$\Gamma(x a, b)$	$a = 1.88734$ $b = 0.05856$
IEEE-57	$gp(x k, \sigma, \theta)$	$k = 0.33941$ $\sigma = 0.16963$ $\theta = 0.16963,$
IEEE-300	$gp(x k, \sigma, \theta)$	$k = 0.45019$ $\sigma = 0.07486$ $\theta = 0.00046,$
NYISO-2935	$logn_{clip}(x \mu, \sigma, Z_{max})$	$\mu = -2.37419$ $\sigma = 2.08285$ $Z_{max} = 1.9977$
	$dPlN_{clip}(x \alpha, \beta, \mu, \sigma, Z_{max})$	$\alpha = 44.25000$ $\beta = 44.30000$ $\mu = -2.37420$ $\sigma = 2.082600$ $Z_{max} = 1.9977$

Figura 4.7: Distribuzioni e parametri nelle reti reali.

4.4.1 Generazione aleatoria di reti di test

Abbiamo scelto il modello RT-nested-Smallworld come base per poter generare una rete di test da poter utilizzare in ambiente Smart Grid poichè questo modello ci garantisce di poter avere a disposizione un set di infinite topologie di rete da poter utilizzare, scelta decisamente più variegata rispetto alle poche reti reali messe a disposizione in [36].

Per poter arrivare ad un simulatore veloce ed affidabile è importante sfruttare la gerarchicità del modello proposto: le reti reali anche di dimensioni notevoli sono costituite tutte da sottosistemi di dimensione inferiore, connessi tra loro in modo sparso e con link di dimensioni decisamente maggiori rispetto a quelli presenti nei sottosistemi. Il modello dunque genera la rete seguendo tre passi fondamentali: generazione dei sottosistemi chiamati *cluster-Smallworld*, *connessioni a reticolo* dei cluster-Smallworld, *generazione ed assegnazione* delle impedenze di linea ai link della rete.

Cluster-Smallworld La generazione dei cluster-Smallworld è una versione rivisitata del modello Watts-Strogatz per generare reti Small-world e si compone di due fasi: *link selection* e *link rewiring*.

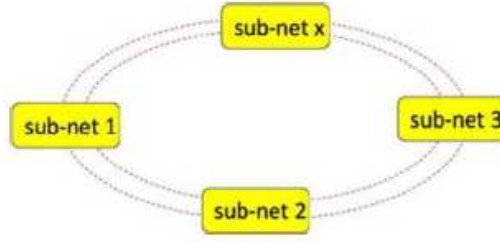


Figura 4.8: Concetto del modello RT-nested-Smallworld.

La fase di link selection parte dal selezionare la dimensione delle sottoreti che si andranno a creare, ovvero il numero di nodi N in ogni sottorete. Successivamente, immaginando i nodi distribuiti in un cerchio come in Figura 4.2 e numerati in modo sequenziale (la numerazione logica rispecchia la distanza fisica dei nodi sulla rete: ad esempio se ci sono $N=30$ nodi, i nodi 12 e 13 saranno adiacenti mentre i nodi 2 e 18 saranno molto distanti tra loro), definiamo una distanza di soglia d_0 e di conseguenza un vicinato N_{d_0} : il j -esimo nodo apparterrà al vicinato $N_{d_0}^{(i)}$ dell' i -esimo nodo se e soltanto se $|j - i| < d_0$.

Ora considerando tutti i vicini uno alla volta (uno per ogni nodo), andiamo a creare k link tra i nodi di un vicinato, dove k è un numero estratto da una variabile aleatoria geometrica avente media $\langle k \rangle$ se consideriamo il grafo orientato, oppure $\langle k \rangle/2$ se non orientato: così facendo si otterranno cluster con nodi aventi il grado di connettività medio $\langle k \rangle$ selezionato.

La fase di link rewiring è volta alla creazione dei cross-link all'interno dei cluster. In particolare il meccanismo di rewiring prevede l'utilizzo di una catena di Markov a due stati (Figura 4.9) la quale compie tanti passi quanti sono i nodi all'interno del cluster: all' n -esimo ogni nodo sarà assegnato lo stato equivalente a quello in cui si trova la catena all' n -esimo passo. La probabilità di transizione β della catena di Markov è scelta in base alla dimensione media dei gruppi K_{clst} di nodi nello stato "1" che si vuole avere, infatti $\beta = \frac{1}{K_{clst}}$, mentre la probabilità di transizione α viene scelta in base alla probabilità asintotica p_1 , infatti $\alpha = \frac{\beta p_1}{1 - p_1}$. In particolare si avranno gruppi di nodi nello stato "1" seguiti da gruppi di nodi nello stato "0". I link connessi ai nodi nello stato "0" rimangono invariati, mentre i link dei nodi nello stato "1" vengono selezionati con una certa probabilità di rewiring q_{rw} : il link che dovesse essere selezionato viene scollegato dalla destinazione e ricollegato ad un'altro nodo appartenente ad un'altro gruppo di nodi sempre nello stato "1".

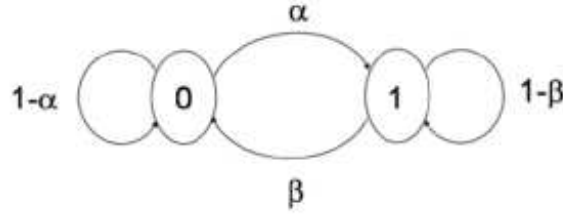


Figura 4.9: Catena di Markov per link rewiring avente probabilità asintotiche $p_0 = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$ e $p_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$.

Connessioni a reticolo Dopo aver creato i diversi cluster, gli stessi sono collegati a reticolo come in Figura 4.8 selezionando a caso tra sottoreti vicine i nodi da collegare tra loro. Il numero di link creati viene scelto come un numero intero vicino a $\langle k \rangle$.

Generazione ed assegnazione delle impedenze Scegliamo una delle distribuzioni elencate in Figura 4.7 e generiamo m valori di impedenza di linea. Ora i link della rete dovranno avere valori di impedenza crescenti a seconda che si tratti di link appartenenti ai singoli cluster non coinvolti nel processo di rewiring (che saranno i più corti e quindi quelli di impedenza minore), link appartenenti ai singoli cluster coinvolti nel processo di rewiring (cross-link di lunghezza intermedia), e link di connessione tra cluster (che saranno i più lunghi e quindi quelli di impedenza maggiore). Riordinati dunque in ordine crescente i valori di impedenza generati, questi vengono assegnati ai rispettivi link a seconda del gruppo di appartenenza.

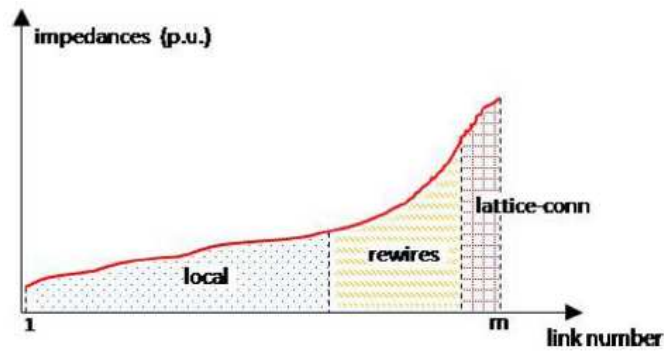


Figura 4.10: Impedenze di linea riordinate in valore a seconda della tipologia del link a cui sono assegnate.

Capitolo 5

Simulazioni e risultati

Analizziamo ora alcuni casi ed i relativi risultati ottenuti per quanto riguarda l'ottimizzazione vincolata delle sorgenti e la generazione statistica di topologie di rete.

5.1 Ottimizzazione vincolata delle sorgenti locali

Per quanto riguarda la parte di ottimizzazione abbiamo scelto di analizzare due casistiche il più possibile aderenti alla realtà della distribuzione dell'energia in ambito Smart Grids. In particolare ci focalizziamo prima nell'ambito Smart Micro Grids, ovvero Smart Grids per reti di distribuzione in bassa tensione (in particolare 220 V) che nel contesto italiano ed europeo ricoprono la gran parte delle forniture residenziali e commerciali di piccola/media dimensione. Successivamente analizzeremo una situazione di rete che si potrebbe presentare in un contesto un pò più ampio rispetto a quello residenziale, prendendo in esame una rete a maglie che ben si presta a modellare la situazione di un piccolo agglomerato di edifici collegati tra loro come potrebbe essere ad esempio una zona universitaria con diversi edifici, oppure un piccolo distretto sanitario o dirigenziale di un'azienda.

Tutti i risultati sono stati ottenuti utilizzando programmi Matlab che implementano il modello del sistema Smart Grid presentato nel Capitolo 1, in particolare la versione riordinata presentata nel Paragrafo 2.4.3; per la parte di ottimizzazione ci siamo serviti del software CVX [38], un pacchetto basato su Matlab per la soluzione di problemi di ottimizzazione convessa e più in generale di Ricerca Operativa che ci permette di scrivere facilmente il nostro problema (3.37) (3.48) ed ottenere una soluzione sfruttando il solutore SEDUMI ed il meccanismo di estrazione presentato nel Paragrafo 3.7. Per dare stabilità numerica al solutore SEDUMI, abbiamo inoltre scelto di normalizzare tutte le quantità in gioco (potenze, tensioni, correnti ed impedenze) rispetto a dei valori di riferimento (indicati dal pedice $_{ref}$) diversi a seconda della situazione trattata.

5.1.1 Rete residenziale

Come visto in precedenza nel Capitolo 4, la parte terminale di una rete di distribuzione ha una topologia tipicamente ad albero [30]. Facendo riferimento alla Figura 5.1, prendiamo in esame un esempio di rete residenziale in cui abbiamo

- due piani rappresentati dai sottoalberi destro e sinistro a partire dalla radice;
- un punto di accoppiamento comune (PCC 1, che è proprio la radice) attraverso il quale l'edificio è collegato ad un fornitore di energia;
- due sorgenti locali (PEI 3, PEI 10) collegate alla rete nei due diversi piani (con un pò di immaginazione possiamo pensare ad esempio di avere una piccola pala eolica in giardino ed un pannello fotovoltaico installato sul tetto);
- diversi carichi connessi alla rete di modo tale da formare una rete ad albero (linee continue in Figura 5.1).

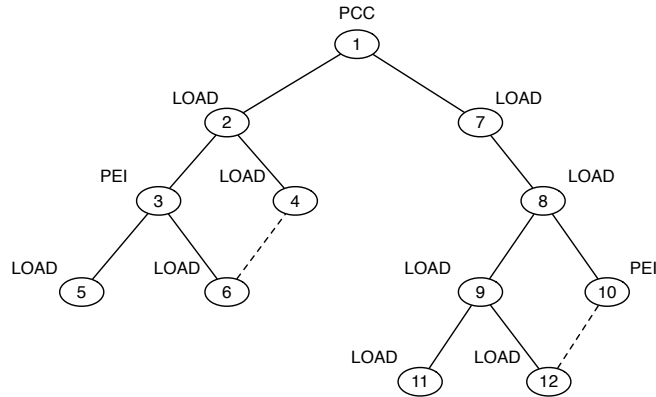


Figura 5.1: Esempio di rete residenziale con topologia ad albero.

Rete ad albero

Come primo esempio di ottimizzazione consideriamo la topologia ad albero evidenziata dai collegamenti con linee continue di Figura 5.1. Supponiamo

- di prendere come valori di riferimento $P_{ref} = 3$ kW (valore massimo di potenza per una fornitura residenziale standard) e $V_{ref} = 220$ V (tensione di lavoro della gran parte di dispositivi elettronici ed elettrici ad uso domestico). La corrente di riferimento sarà dunque $I_{ref} =$

$P_{ref}/V_{ref} = 13.64$ A e l'impedenza di riferimento $Z_{ref} = V_{ref}/I_{ref} = 16.13 \Omega$;

- di avere dei collegamenti di lunghezza fissa ($l = 20\text{mt}$) e di utilizzare i cavi di Categoria 1 e Sezione 2 mm^2 (Appendice A, Tabella A.2 e A.4). Le impedenze di linea mostrate dai diversi collegamenti saranno dunque pari a $Z_{Line} = 0.1428 + j0.0022 \Omega$;
- di imporre ai carichi di consumare una potenza pari a circa 0.2 kW ;
- di imporre al PCC costo unitario ed ai PEI un costo pari a $c_3 = 0.1$ e $c_{10} = 0.2$;
- impostare la potenza massima delle sorgenti a $P_{PCC_{max}} = 3 \text{ kW}$, $P_{PEI_{3,max}} = 1 \text{ kW}$, $P_{PEI_{10,max}} = 1 \text{ kW}$, e la minima a zero per tutte le sorgenti;
- imporre i vincoli sul range di potenza fornita (C1), sulla qualità della fornitura (C2) impostando $\epsilon = 0.005$ (ovvero la potenza reattiva iniettata in rete dal PCC sarà circa il 7 % di quella attiva), ed il vincolo sulla massima corrente erogabile dai PEI limitandola a 6A per entrambe le sorgenti;

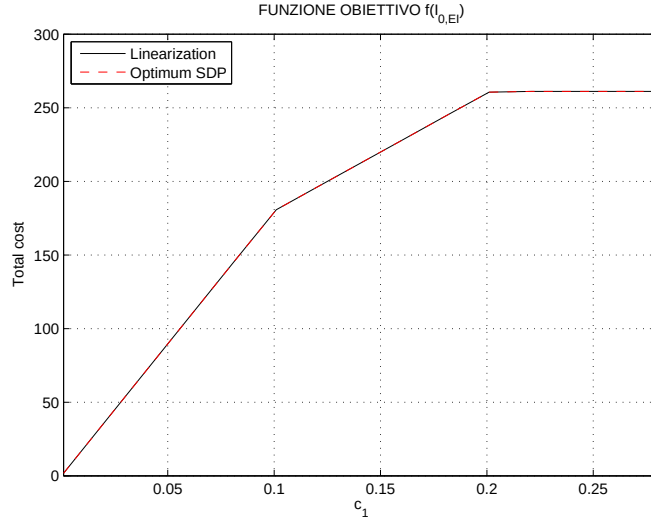


Figura 5.2: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC.

Analizziamo i risultati ottenuti per comprendere il funzionamento dell'algoritmo di ottimizzazione. La funzione obiettivo (3.1) è stata ottimizzata al variare del costo della fornitura da parte del gestore di rete a cui siamo

collegati, questo per riflettere quello che in realtà accade, immaginando una situazione reale di funzionamento abbiamo infatti che la nostra tariffa varierà a seconda delle fasce orarie di funzionamento. Il risultato per quanto

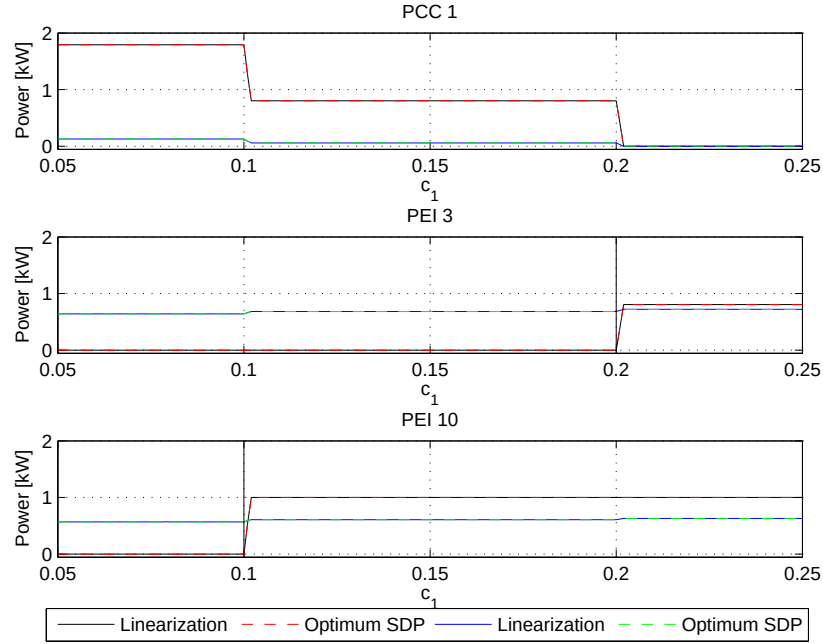


Figura 5.3: Andamento della potenza attiva (rosso, nero) e reattiva (verde e blu) delle sorgenti al variare del costo del PCC.

riguarda $f(\mathbf{I}_{0.EI})$ è riportato in Figura 5.2: supponendo che il consumo dei carichi sia costante e pari a 0.2 kW per ognuno, vediamo che la funzione è una spezzata con valori crescenti nell'intervallo $c_1 \in [0 : 0.2]$, e una costante per $c_1 > 0.2$. Dunque, facendo anche riferimento all'andamento delle potenze in Figura 5.3, vediamo che finché conviene, ovvero finché il costo del PCC rimane abbastanza basso ($c_1 < 0.1$) ed inferiore a quello delle sorgenti locali la rete viene alimentata dalla potenza prelevata dall'operatore di rete. Nel momento in cui $c_1 > c_3$ l'algoritmo prevede la diminuzione della quota di potenza prelevata dal PCC, andando a prendere la potenza mancante e necessaria al sostegno del consumo dei carichi dalla sorgente locale PEI_3 che ha un costo inferiore rispetto al PCC. Analogamente, nel momento in cui $c_1 > c_{10} > c_3$ l'algoritmo va a prelevare potenza anche dalla seconda sorgente locale che ha costo inferiore rispetto al PCC. In questo caso in particolare la somma della potenza fornita dalle due sorgenti locali è sufficiente ad alimentare la rete e dunque la funzione obiettivo si stabilizza attorno ad un valore costante (nello specifico il costo totale risulta intorno ai 260, che

potremmo misurare come centesimi di $[\text{€}/\text{W}]$) e non viene prelevata potenza dal gestore della rete di distribuzione (infatti in Figura 5.3 notiamo che per $c_1 > 0.2$ la potenza del PCC si annulla).

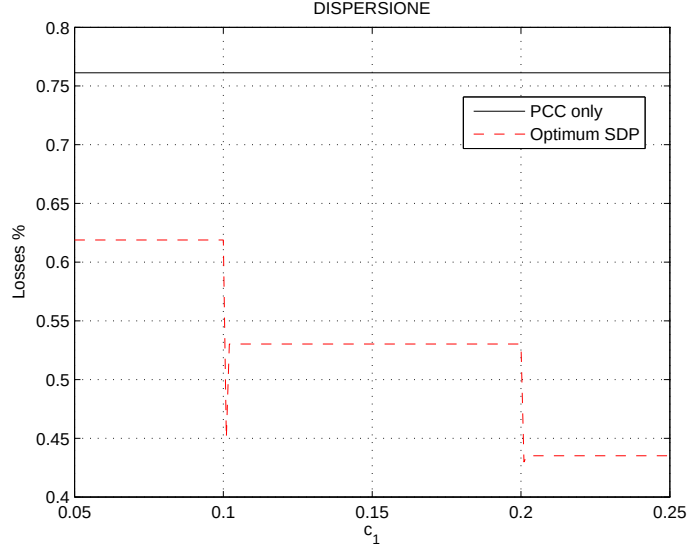


Figura 5.4: Andamento della potenza dispersa nelle linee di trasmissione al variare del costo del PCC in percentuale rispetto al totale della potenza erogata dalle sorgenti della rete. La linea nera è un'indicazione della dispersione che si avrebbe in rete se non si utilizzassero le sorgenti locali.

Capito il funzionamento dell'algoritmo, osserviamo in Figura 5.2 che in questo caso, la soluzione ottenuta dalla versione SDR del problema (ovvero il lower bound, curva rossa) coincide con quella che si ha dopo la linearizzazione dei vincoli non convessi (curva nera): quindi nel caso in cui la rete presenti bassa dispersione di potenza lungo le sue linee di trasmissione (Figura 5.4) i vincoli descritti nel Paragrafo 3.6 sono leggermente non convessi e di fatto la soluzione ottenuta tramite SemiDefinite Relaxation del problema originale è già ammissibile (infatti le curve in Figura 5.2 sono praticamente sovrapposte).

Sempre dalla Figura 5.3 osserviamo come siano stati rispettati i vincoli imposti sulla massima potenza erogabile (che entra in funzione solo per la sorgente locale PEI_3) e sulla qualità della fornitura (per il PCC infatti la potenza reattiva -verde per SDR e blu per Linearizzazione - è pari al 7 % di quella attiva erogata). Risultano invece superflui i vincoli imposti sulla massima corrente erogata dalle sorgenti locali poichè il valore massimo non viene raggiunto nemmeno all'ottimo (Figura 5.5). In questo caso semplice e ed in genere quando si ha a che fare con reti a bassa dispersione non ha

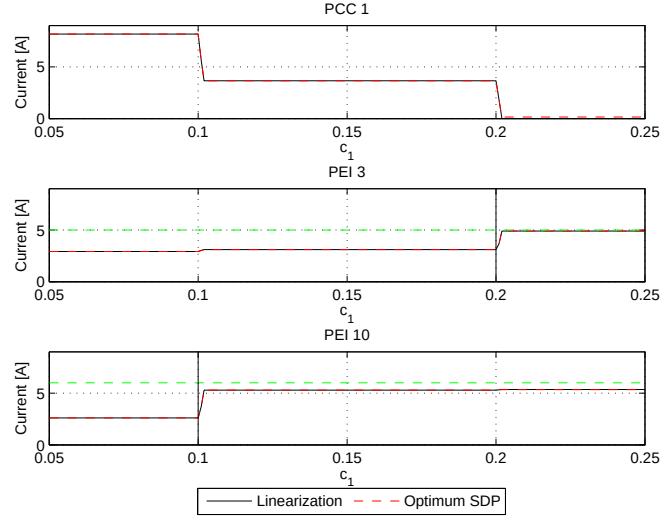


Figura 5.5: Andamento delle correnti delle sorgenti (3.29) al variare del costo del PCC. La linea tratteggiata verde indica la massima corrente imposta dal vincolo.

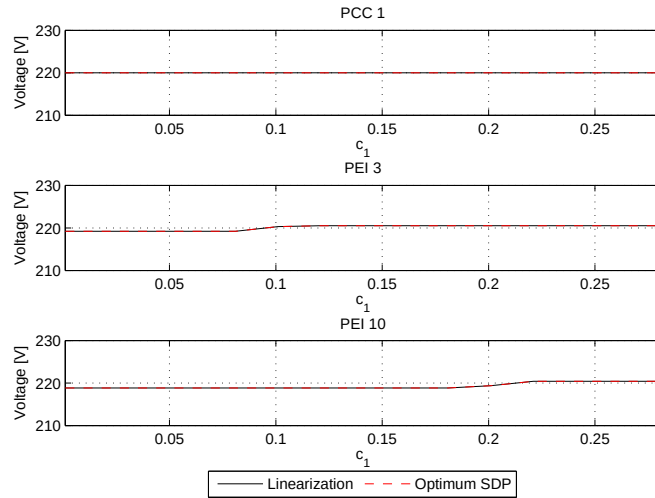


Figura 5.6: Andamento delle tensioni delle sorgenti (3.25) al variare del costo del PCC.

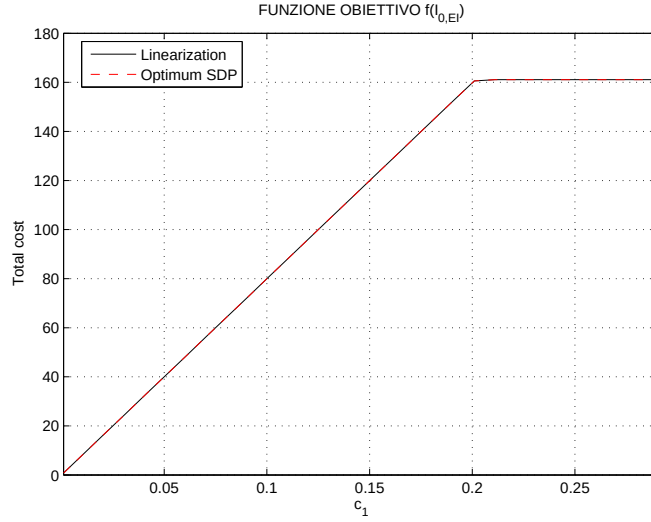


Figura 5.7: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC nel caso $c_3 = 0$.

senso andare ad applicare vincoli sulle tensioni delle sorgenti locali poichè, come si vede dalla figura Figura 5.6, le stesse sono comprese in un intorno molto stretto della tensione di lavoro ottimale e i rispettivi vincoli che si andrebbero ad imporre risulterebbero superflui ed appesantirebbero soltanto il calcolo del minimo senza dare miglioramenti sensibili alla soluzione.

Rete ad albero con sorgenti a costo nullo

Interessante è andare ad analizzare il comportamento dell'algoritmo di ottimizzazione nel caso in cui una delle due sorgenti locali abbia costo nullo: poniamo ad esempio $c_3 = 0$ mantenendo invariati gli altri vincoli inseriti per la simulazione precedente.

L'algoritmo di ottimizzazione lavora egregiamente anche in presenza di sorgenti a costo nullo (senza considerare eventuali ammortamenti o costi di manutenzione) poichè la potenza che andiamo ad assorbire da queste porta di fatto ad un risparmio nel senso che non andiamo a prelevarla dal gestore di rete: come si vede dalla Figura 5.7 il valore massimo del costo è circa 160, decisamente inferiore rispetto al caso in cui venga assegnato un costo, seppur basso, alla sorgente locale PEI_3 (Figura 5.2, costo massimo circa 260). Essendo la sorgente PEI_3 a costo nullo, l'algoritmo già dalla prima iterazione ottimizza il costo complessivo andando a prendere tutta la potenza disponibile da questa sorgente (Figura 5.8), che di fatto è gratuita, ed andando poi ad accendere anche la seconda sorgente locale soltanto quando $c_1 > c_2$.

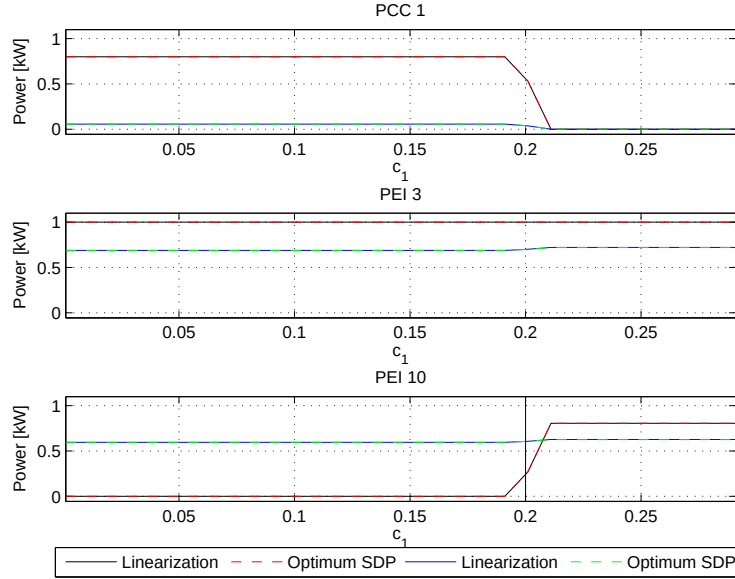


Figura 5.8: Andamento della potenza attiva (rosso, nero) e reattiva (verde e blu) delle sorgenti al variare del costo del PCC.

Rete ad albero con cicli

Una prova interessante è stata fatta inserendo all'interno del grafo due collegamenti (di lunghezza fissa ($l = 70\text{mt}$) con cavi di Categoria 1 e Sezione 2 mm^2 (Appendice A, Tabella A.2 e A.4)) che di fatto vanno a creare dei cicli all'interno dello stesso (Figura 5.1, linee continue e linee tratteggiate). Ripetendo la procedura di soluzione del problema con questa topologia modificata si è ottenuta la funzione di costo di Figura 5.9 che è identica a quella di Figura 5.2 ottenuta con la stessa topologia ma senza cicli.

Questo risultato se vogliamo è anche un pò banale ma dimostra come questo algoritmo di ottimizzazione, in casi di bassa dispersione all'interno della rete, sia molto robusto a piccole perturbazioni della topologia che possono creare delle strutture topologiche spesso scomode come possono essere i cicli. Andando più in là con l'immaginazione possiamo pensare quindi che se la dispersione della rete è bassa (una rete reale non ha quasi mai più del 5 - 6 % di potenza dispersa in linea) questo algoritmo potrebbe essere implementato e fatto funzionare con ottimi risultati su topologie di rete già esistenti e che di certo non sono state pensate ed installate sul campo per supportare questo tipo di meccanismi di controllo.

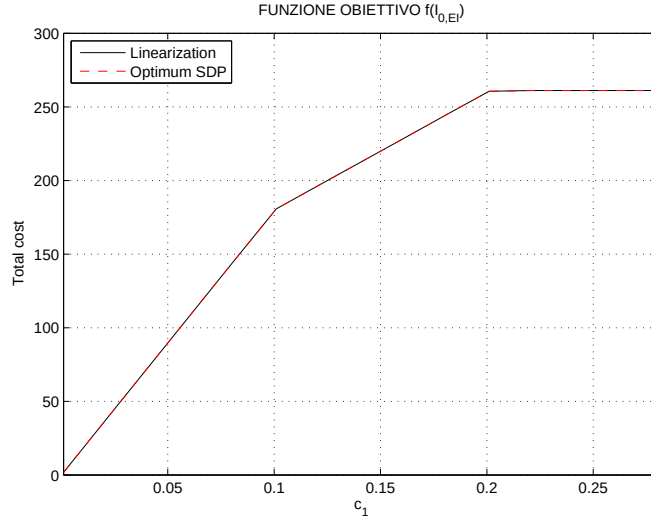


Figura 5.9: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC nel caso di topologia con cicli.

5.1.2 Rete meshed

Come secondo esempio di rete consideriamo la topologia a maglia evidenziata dai collegamenti con linee continue di Figura 5.10. Questa rete potrebbe essere ad esempio quella presente in un distretto universitario in cui ci sono più edifici vicini tra loro collegati (i vari carichi della rete che potrebbero essere aule, laboratori e strutture dipartimentali in genere) ed alcune sorgenti locali (ad esempio pannelli fotovoltaici installati sui tetti degli edifici stessi). Supponiamo

- di prendere come valori di riferimento $P_{ref} = 200$ kW e $V_{ref} = 220$ V (tensione di lavoro della gran parte di dispositivi elettronici ed elettrici). La corrente di riferimento sarà dunque $I_{ref} = P_{ref}/V_{ref} = 909.1$ A e l'impedenza di riferimento $Z_{ref} = V_{ref}/I_{ref} = 0.24$ Ω ;
- di avere dei collegamenti di lunghezza fissa ($l = 20$ mt) e di utilizzare i cavi di Categoria 1 e Sezione 10 mm^2 (Appendice A, Tabella A.2 e A.4) viste le potenze in gioco. Le impedenze di linea mostrate dai diversi collegamenti saranno dunque pari a $Z_{Line} = 0.0588 + 0.0017i$ Ω ;
- di imporre ai carichi di consumare una potenza pari a circa 20 kW ciascuno;
- di imporre al PCC costo unitario e ai PEI un costo pari a $c_3 = 0$, $c_5 = 0.5$, $c_7 = 0$, $c_{10} = 1$, $c_{13} = 0.1$;

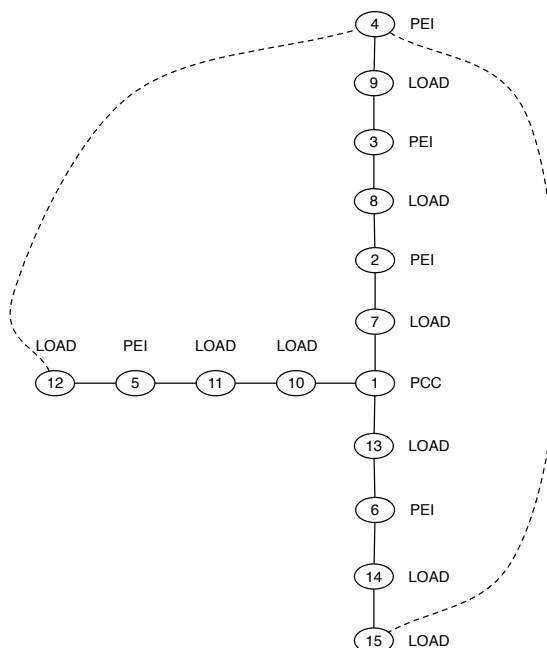


Figura 5.10: Rete con topologia a maglie.

- impostare la potenza massima delle sorgenti a $P_{PCC} = 300$ kW, $P_{PEI_3} = 30$ kW, $P_{PEI_5} = 55$ kW, $P_{PEI_7} = 40$ kW, $P_{PEI_{10}} = 50$ kW, $P_{PEI_{13}} = 65$ kW e la minima a zero per tutte le sorgenti;
- imporre i vincoli sul range di potenza fornita ($C1$), sulla qualità della fornitura ($C2$) impostando $\epsilon = 0.005$ (ovvero la potenza reattiva iniettata in rete dal PCC sarà circa il 7 % di quella attiva), ed il vincolo sulla massima corrente erogabile dai PEI limitandola a $I_{PEI_3} = 150$ A, $I_{PEI_5} = 300$ A, $I_{PEI_7} = 200$ A, $I_{PEI_{10}} = 200$ A, $I_{PEI_{13}} = 350$ A;

La funzione obiettivo (3.1) è stata ottimizzata anche in questo caso al variare del costo c_1 della fornitura da parte del gestore di rete a cui siamo collegati. Il risultato per quanto riguarda $f(\mathbf{I}_{0,EI})$, andamento della potenza delle sorgenti e qualità della fornitura è riportato rispettivamente in Figura 5.11, Figura 5.12, Figura 5.13.

L'algoritmo di ottimizzazione, con i vincoli imposti funziona molto bene nel senso che, le sorgenti locali di costo nullo (PEI_3 e PEI_7) lavorano sempre alla massima potenza possibile, e le altre si accendono progressivamente a seconda dei loro costi, arrivando alla fine allo spegnimento del PCC: si nota infatti in Figura 5.11 che per $c_1 > 1.2$ si ha $P_{PCC} = 0$. Anche il vincolo C2) è ampiamente rispettato, lo si può osservare sia dalla potenza del PCC

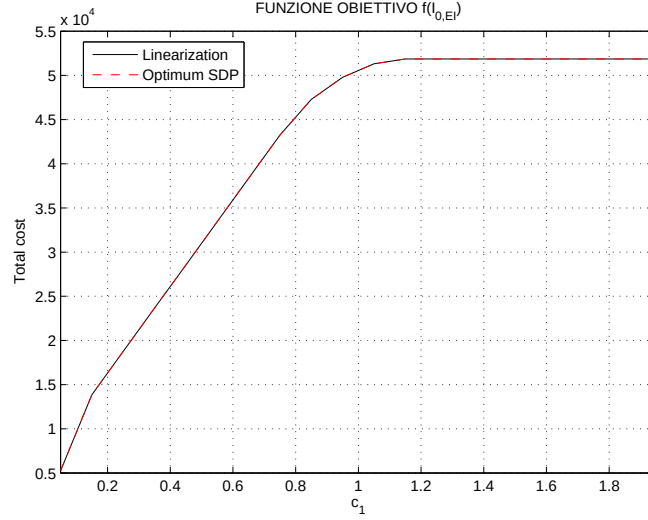


Figura 5.11: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC, rete a maglie con vincoli C1), C2), C5).

($Q_{PCC} \simeq 7\%P_{PCC}$) ma anche dall'andamento del fattore di qualità (3.23) il quale risulta praticamente nullo.

Anche in questo caso, la soluzione ottenuta dalla versione SDR del problema (ovvero il lower bound, curva rossa) coincide con quella che si ha dopo la linearizzazione dei vincoli non convessi (curva nera), ma a differenza della rete ad albero, qui si ha molta più dispersione (Figura 5.14) rispetto all'esempio precedente della rete residenziale.

L'aumento della dispersione provoca una decisa oscillazione dei valori di tensione ai capi dei carichi (Figura 5.15) e di fatto si rende necessario di risolvere il problema imponendo anche il vincolo C3) sulle tensioni per migliorare la qualità della fornitura nel senso di ottenere una soluzione ottima fisicamente migliore.

Rete meshed con vincolo sulle tensioni

Supponiamo dunque di risolvere il problema precedente aggiungendo il vincolo sulle tensioni (3.5), scegliamo in particolare $\nu = 0.1$, il che vuol dire che la tensione potrà avere un'oscillazione intorno a quella di lavoro ottimale (che nel nostro esempio coincide con quella di riferimento $V_{ref} = 220V$) di circa il 5% rispetto alla stessa (ovvero tra 209 V e 231 V, tolleranza che rispecchia quella della gran parte dispositivi di rete collegati alla stessa). Ricordiamo a scanso di equivoci che il parametro ν impone un bound inferiore e superiore rispetto a $|V_n|^2$.

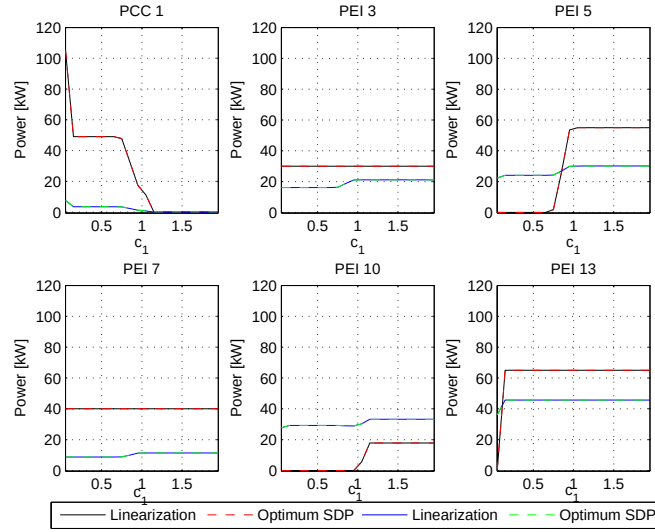


Figura 5.12: Andamento della potenza attiva (rosso, nero) e reattiva (verde e blu) delle sorgenti al variare del costo del PCC, rete a maglie con vincoli C1), C2), C5).

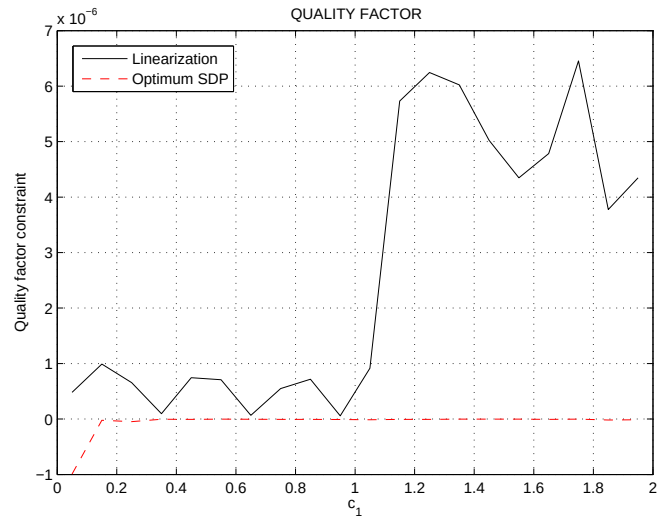


Figura 5.13: Fattore di qualità della rete a maglie ottimizzata (3.23) con vincoli C1), C2), C5).

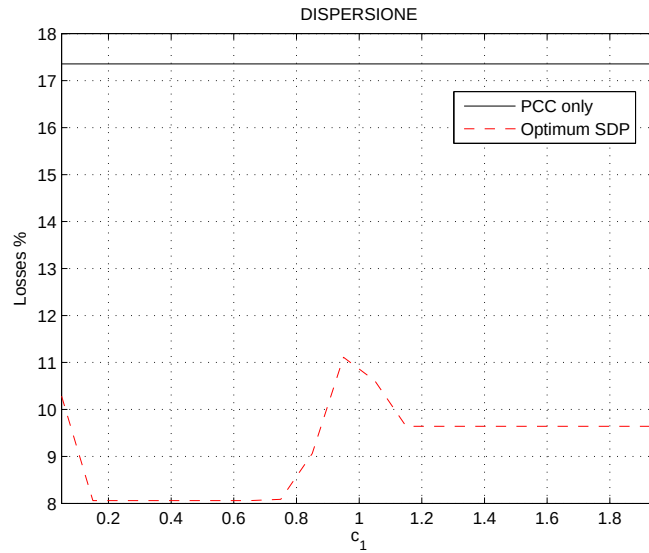


Figura 5.14: Andamento della potenza dispersa nelle linee di trasmissione al variare del costo del PCC in percentuale rispetto al totale della potenza erogata dalle sorgenti della rete. La linea nera è un'indicazione della dispersione che si avrebbe in rete se non si utilizzassero le sorgenti locali.

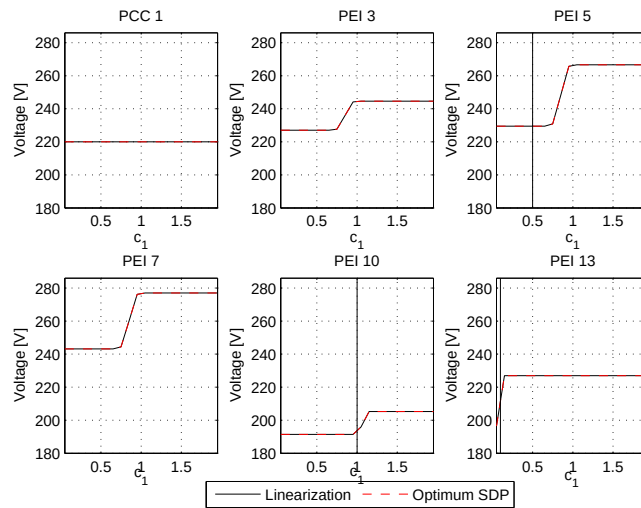


Figura 5.15: Andamento delle tensioni delle sorgenti (3.25) al variare del costo del PCC.

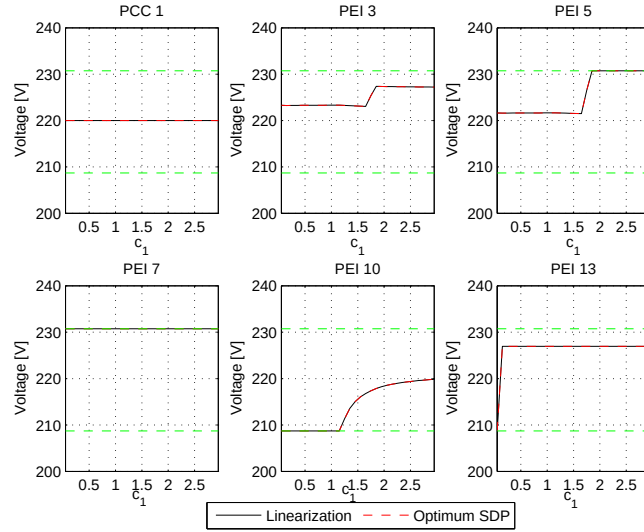


Figura 5.16: Andamento delle tensioni delle sorgenti (3.25) al variare del costo del PCC con vincolo imposto.

Come possiamo osservare chiaramente dalla Figura 5.16, confrontandola con il caso precedente di Figura 5.15, il vincolo imposto sul valore delle tensioni porta il solutore ad ottenere un ottimo che ha tensioni alle sorgenti decisamente più stabili, imponendo dunque una fornitura di energia che segue in pieno i requisiti fisici dei dispositivi collegati alla rete. Naturalmente, questa forzatura necessaria del valore delle tensioni non è gratuita ed osservando la curva del costo (Figura 5.17) notiamo come il valore di partenza ed i successivi costi complessivi siano decisamente maggiori rispetto a quelli della soluzione ottima trovata senza imporre alcun vincolo (Figura 5.11) sui valori di tensione delle sorgenti (ad esempio, per $c_1 = 1.5$ si passa da $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 52500$ a $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 80000$). Con questo trade-off paghiamo un maggiore costo complessivo dell'ottimo (ed abbiamo anche una funzione di costo sempre crescente) ma come contropartita otteniamo una soluzione molto stabile dal punto di vista numerico e decisamente migliore dal punto di vista fisico poichè i valori di tensione in gioco sono molto più stabili e questo giova a favore all'integrità della rete e dei dispositivi ad essa collegati e più in generale alla durata nel tempo della Smart Grid. Inoltre la stabilità imposta ai valori di tensione porta ad una sensibile diminuzione dei valori di dispersione (Figura 5.18) rispetto al caso precedente (Figura 5.14).

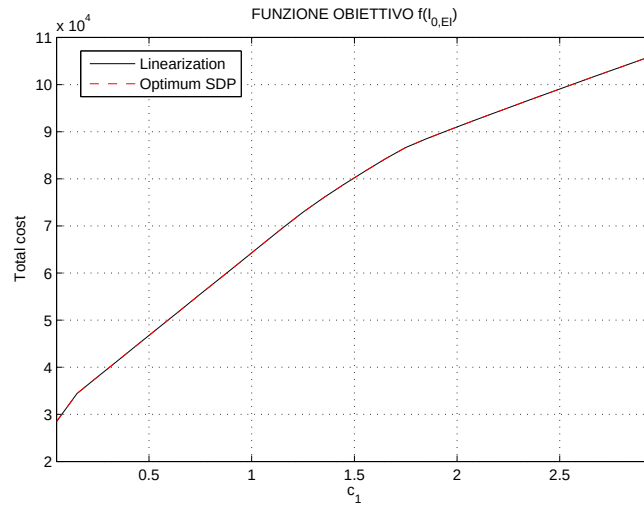


Figura 5.17: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC, rete a maglie con vincoli C1), C2), C3), C5).

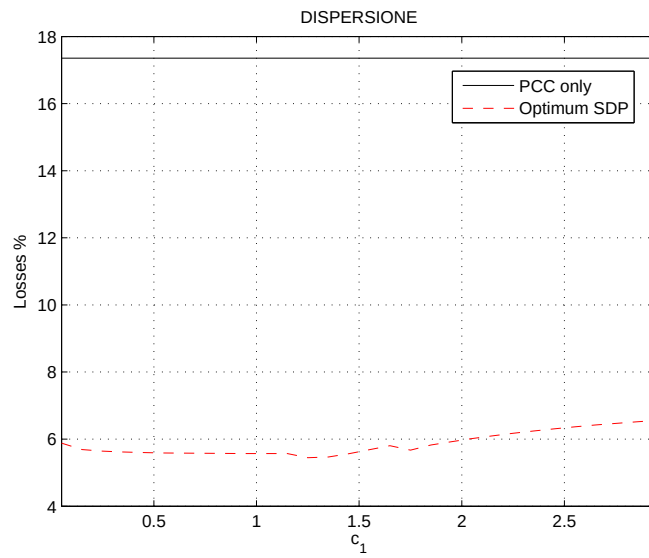


Figura 5.18: Andamento della potenza dispersa nelle linee di trasmissione al variare del costo del PCC in percentuale rispetto al totale della potenza erogata dalle sorgenti della rete a maglie con vincoli C1), C2), C3), C5).

Rete meshed con retroazione

Anche in questo caso abbiamo provato a modificare la rete inserendo all'interno del grafo due collegamenti (di lunghezza fissa ($l = 70\text{mt}$) con cavi di Categoria 1 e Sezione 10 mm^2 (Appendice A, Tabella A.2 e A.4)) che di fatto vanno a creare due cicli all'interno dello stesso (Figura 5.10, linee continue e linee tratteggiate). Mantenendo sempre i vincoli sulle tensioni delle sorgenti e ripetendo la procedura di soluzione del problema con gli stessi vincoli del caso in assenza di retroazione, con questa topologia modificata si è ottenuta la funzione di costo di Figura 5.19.

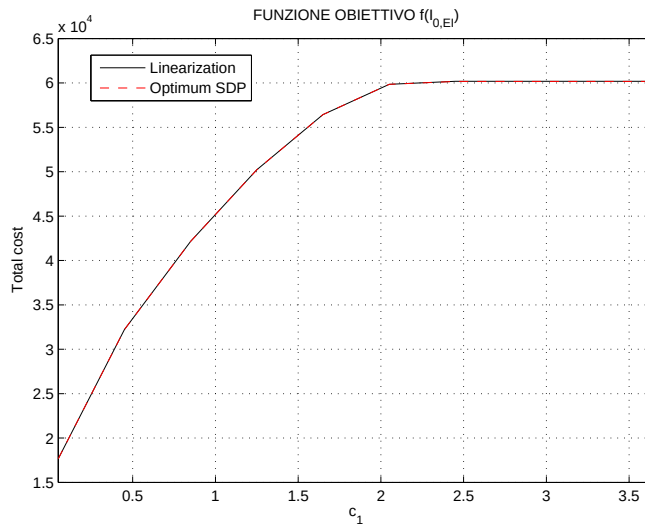


Figura 5.19: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC, rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C5).

Dal punto di vista della funzione obiettivo, confrontando il caso senza retroazione (Figura 5.19) e quello con (Figura 5.17) notiamo chiaramente come la retroazione introduca guadagno nel senso che la curva di costo è più bassa nel caso con retroazione, oltre ad essere anche costante per $c_1 > 2.5$: tenendo sempre come riferimento $c_1 = 1.5$, se prima pagavamo $f(I_{0,EI}) = 80000$, ora con questi due collegamenti in più che aggiungono retroazione al sistema paghiamo circa $f(I_{0,EI}) = 54000$ (che è poco più di quanto pagavamo senza retroazione e con le tensioni non vincolate, notiamo infatti da Figura 5.21 che le tensioni sono ora dentro il range voluto).

Osservando con attenzione la Figura 5.19, notiamo come la linearizzazione raggiunga il bound dato da SDP fino a circa $c_1 = 2.4$, dopo di che si ha una leggera differenza (Figura 5.20) tra il lower bound e la soluzione della linearizzazione: questo significa che la soluzione ottima trovata rilassando i vincoli non convessi, per $c_1 > 2.4$ non è ammissibile e dunque linearizzando

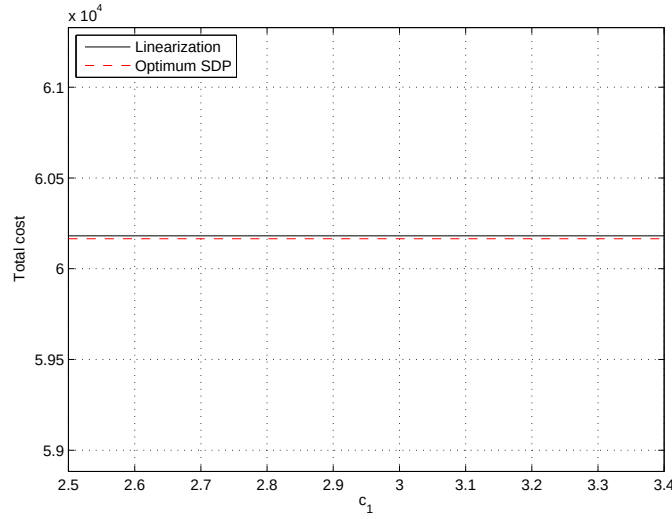


Figura 5.20: Scostamento della soluzione ottima trovata da SDP rispetto a quella ammissibile ottenuta tramite linearizzazione.

i vincoli del problema riusciamo a raggiungere comunque una soluzione ammissibile. La differenza nelle due soluzioni la possiamo notare osservando la corrente erogata dal PCC (Figura 5.22): mentre per la soluzione SDP questa è leggermente superiore allo zero, applicando la linearizzazione la corrente si annulla, ovvero il PCC si spegne completamente e la rete può essere dunque alimentata soltanto dalla potenza erogata dalle sorgenti locali.

Sempre facendo riferimento alla figura Figura 5.22 relativa alle correnti, possiamo osservare come la soluzione ottima trovata non rispetti le caratteristiche fisiche reali dei cavi utilizzati (Appendice A, Tabella A.3) in quanto nel link di retroazione tra i nodi 7 e 11 scorre una corrente di gran lunga superiore al limite fisico che è di 75 A. Per tale motivo, ripetiamo la procedura di ottimizzazione vincolando (vincolo C4), (3.6) la corrente dei link di retroazione a non essere superiori ai 75 A (il vincolo è espresso in termini di potenza dispersa ma può essere facilmente convertito in termini di corrente dato che siamo a conoscenza del valore di impedenza del collegamento stesso). Otteniamo la funzione obiettivo di Figura 5.24, e i relativi andamenti di corrente di Figura 5.23. Da tale Figura emerge chiaramente come vincolare la dispersione nei link di retroazione faccia aumentare la pendenza della curva di costo, e soprattutto come porti il PCC a non spegnersi mai. Il vincolo sui link è dunque tanto necessario quanto costoso: ad esempio per $c_1 = 1.5$ passiamo infatti da $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 54000$ a $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 74000$, che è il prezzo da pagare per avere una soluzione ottima che è totalmente compatibile con i vincoli imposti al sistema e con la realtà fisica dei componenti dello stesso.

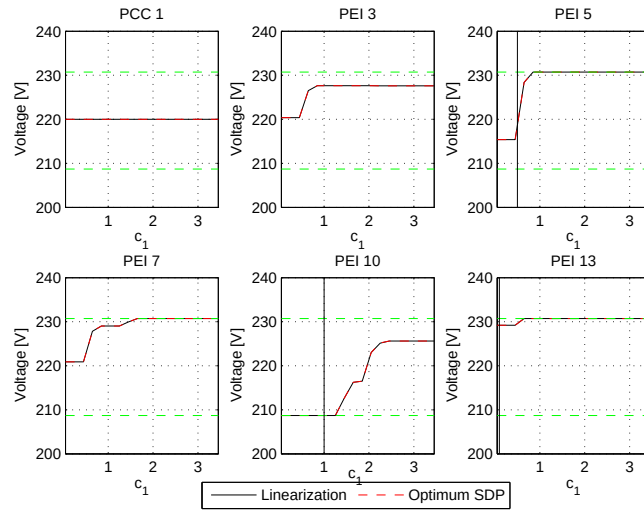


Figura 5.21: Andamento delle tensioni delle sorgenti (3.25) al variare del costo del PCC, rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C5).

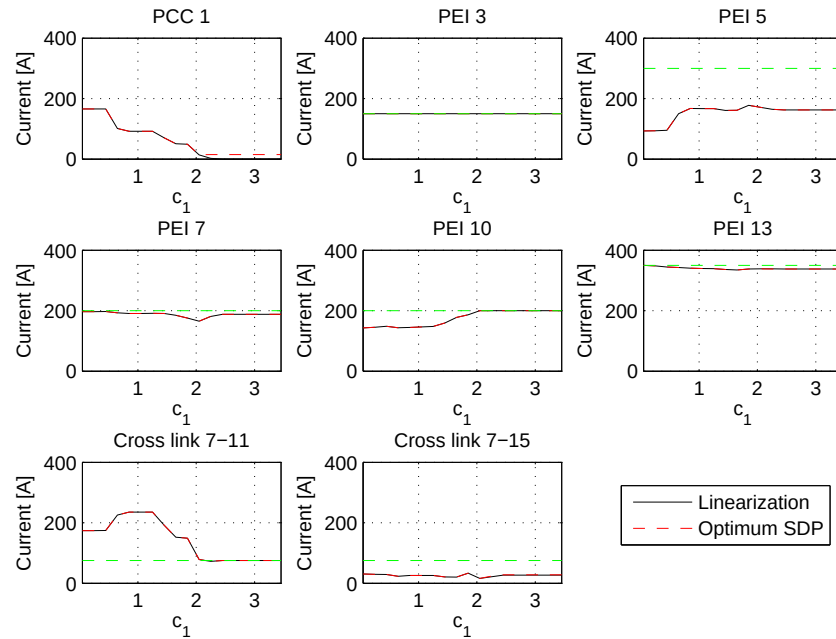


Figura 5.22: Andamento delle correnti delle sorgenti (3.8) al variare del costo del PCC, rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C5).

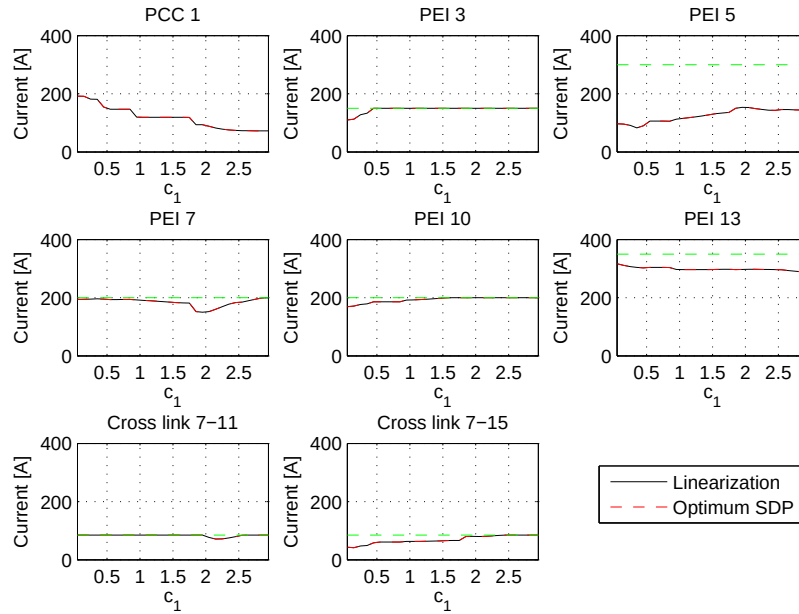


Figura 5.23: Andamento delle correnti delle sorgenti (3.8) al variare del costo del PCC, rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C4), C5).

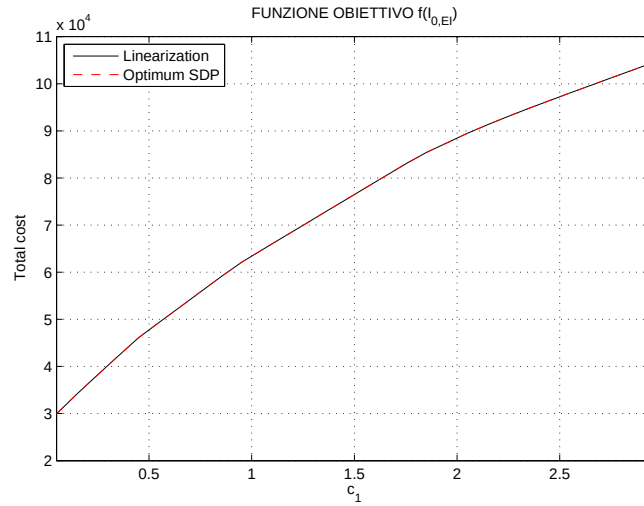


Figura 5.24: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PCC, rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C4), C5).

Rete meshed Islanded Mode

Come ultimo caso analizziamo quello in cui la rete a maglie e con retroazione (Figura 5.10, linee continue e linee tratteggiate) lavori in regime di Islanded Mode: il riferimento per la simulazione Matlab è il modello (2.64), in cui si utilizza sempre SDR per arrivare al lower bound e successivamente la Linearizzazione per ottenere una soluzione ammissibile. Ricordiamo che in questo caso particolare bisogna porre attenzione alla fase di estrazione della soluzione descritta nel Paragrafo 3.7, andando a considerare soltanto la parte $\bar{\mathbf{X}}$ della soluzione (3.49).

Considerando la rete di Figura 5.10, per poter simulare l'Islanded Mode immaginiamo di eleggere il PCC a generatore di corrente, andando ad imporre un limite massimo di corrente e potenza erogata: così facendo la rete si trova a lavorare avendo come alimentazione tutte sorgenti che sono modellate come sorgenti locali e non come PCC. Lasciando invariati i vincoli $C1) \dots C5)$ del caso precedente, facendo variare il costo del PEI_1 (ex PCC_1) ed imponendo $I_{PEI_1,max} = I_{PEI_3,max} = 150 \text{ A}$ e $P_{PEI_1,max} = P_{PEI_3,max} = 30 \text{ kW}$ otteniamo i risultati in Figura 5.25, Figura 5.26, Figura 5.27, Figura 5.28.

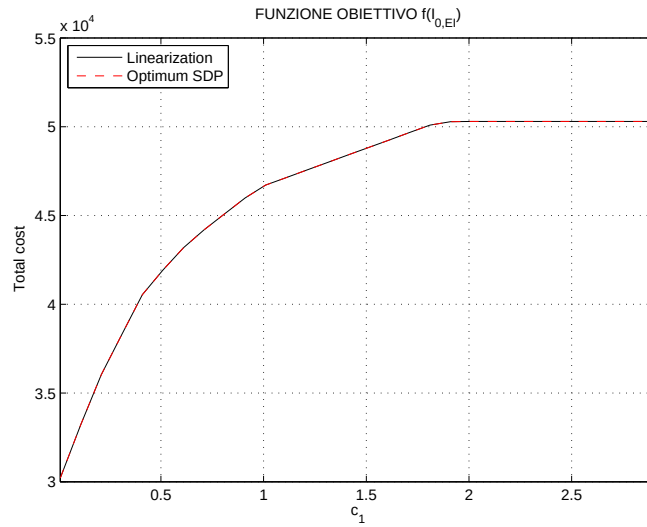


Figura 5.25: Andamento della funzione obiettivo (3.1) al variare del costo del PEI_1 , rete a maglie in retroazione in Islanded Mode con vincoli $C1)$, $C2)$, $C3)$, $C4)$, $C5)$.

Per quanto riguarda la funzione obiettivo osserviamo in Figura 5.25 un netto calo del costo complessivo rispetto al caso in cui la rete funzionava con PCC collegato: prendendo sempre come esempio $c_1 = 1.5$ si parte da un costo di $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 74000$ per arrivare a parità di vincoli imposti ad un costo pari a $f(\mathbf{I}_{0,EI}) = 38500$ in Islanded mode. Il funzionamento in Islanded mode

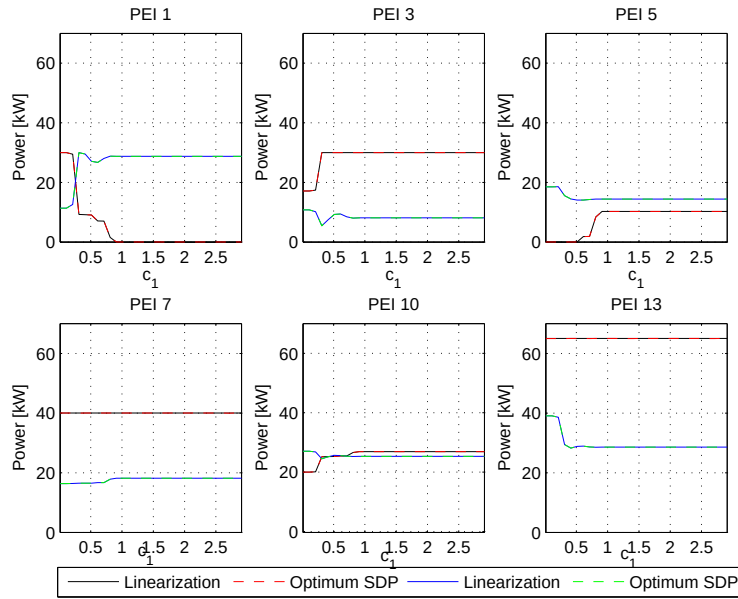


Figura 5.26: Andamento della potenza attiva (rosso, nero) e reattiva (verde e blu) delle sorgenti al variare del costo del PEI_1 , rete a maglie in retroazione in Islanded Mode con vincoli C1), C2), C3), C4) C5).

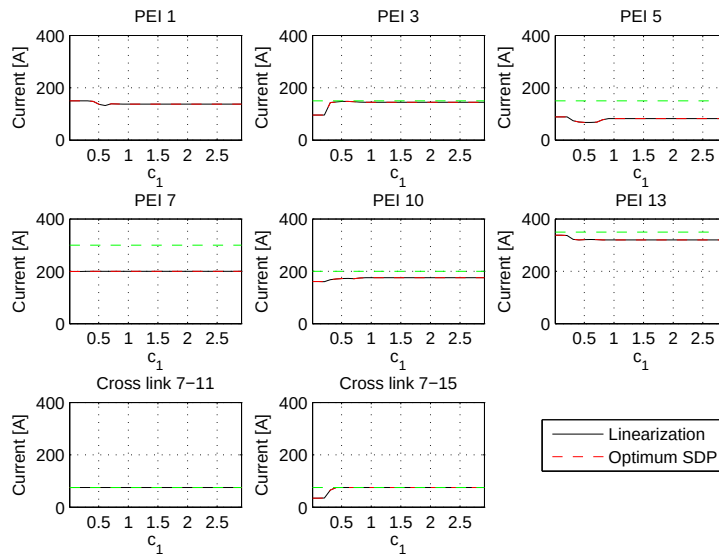


Figura 5.27: Andamento delle correnti delle sorgenti (3.8) al variare del costo del PEI_1 , rete a maglie in retroazione con vincoli C1), C2), C3) C4), C5).

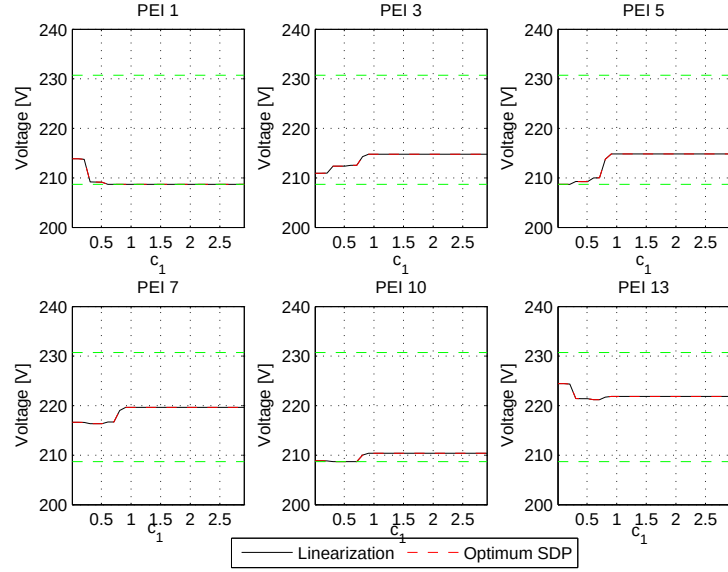


Figura 5.28: Andamento delle tensioni delle sorgenti (3.8) al variare del costo del PEI_1 , rete a maglie in retroazione con vincoli $C1)$, $C2)$, $C3)$ $C4)$, $C5)$.

porta dunque ad un notevole risparmio, ma ricordiamo che nella simulazione il PCC non è scomparso all'improvviso ma è stato trasformato in una sorgente locale con costo variabile come quello che prima aveva la fornitura del gestore di rete: osserviamo infatti dalla Figura 5.26 come il PEI_1 sia il primo a spegnersi all'aumentare del suo costo.

5.1.3 Conclusioni

Presentate le diverse casistiche possiamo arrivare alle seguenti conclusioni:

- il modello di rete presentato nel Capitolo 2 è adatto, pur essendo una forte approssimazione, a mimare i comportamenti di una Smart Grid, soprattutto nella sua forma riordinata (2.47) si presta ad una facile seppur delicata implementazione;
- i limiti del modello approssimato sono colmati egregiamente dalle tecniche di SDR e Linearizzazione, che se adattate correttamente al contesto Smart Grid portano nella quasi totalità dei casi utilizzati ad avere delle soluzioni ammissibile;
- in presenza di bassa dispersione all'interno della rete (di fatto < 1 % per la definizione vista in precedenza), possiamo osservare come la soluzione trovata tramite SDR sia già ammissibile essendo molto

debole il rilassamento che si effettua nei vincoli poichè leggermente non convessi;

- al contrario in presenza di elevata dispersione all'interno della rete la soluzione trovata tramite SDR è non ammissibile ed è dunque necessario ricorrere alla linearizzazione dei vincoli attorno alla soluzione del rilassamento;
- i vincoli $C1), \dots, C5)$ sono necessari ai fini di poter garantire coerenza tra il modello e la realtà fisica dei componenti in gioco, ovvero ci permettono di modellare situazioni realistiche ma soprattutto ci permettono di ottenere una soluzione ottima ammissibile e teoricamente raggiungibile in un sistema reale;
- retroazione ed Islanded mode sono due accorgimenti che, come visto negli ultimi esempi, se utilizzati correttamente possono portare ad una sensibile diminuzione del costo della fornitura e ad un generale miglioramento del comportamento della rete in termini di dispersione e stabilità delle grandezze elettriche in gioco.

5.2 Generazione statistica di topologie di rete

Analizziamo ora alcuni risultati ottenuti dall'implementazione Matlab del modello “*RT-nestedSmallworld*” presentato nel Paragrafo 4.4.1. Tutti i risultati sono stati visualizzati mediante il tool Matlab *Kirk Graph* [39], strumento che, generata la rete come una lista di collegamenti, permette di visualizzarla, contare i cicli presenti e ridurre la rete stessa ad un grafo aciclico.

5.2.1 Generatore RT-nestedSmallworld

Per testare il funzionamento del simulatore Matlab sviluppato andiamo a generare una rete secondo il modello del Paragrafo 4.4.1 avente due cluster, il primo contenente $N_1 = 20$ nodi ed il secondo contenente $N_2 = 30$ nodi. Complessivamente la rete sarà composta da $N = 50$ nodi ed imponiamo un grado di connettività medio $\langle k \rangle = 3$, cioè al termine della generazione ogni nodo dovrà avere mediamente 3 link ad esso collegati. Scegliamo inoltre una distanza di soglia $d_0 = 3$. Analizziamo passo passo i risultati ottenuti dal simulatore:

- per quanto riguarda la fase di *link selection* si ottiene, considerando ad esempio il primo cluster, la rete di Figura 5.29. Essendo $d_0 = 3$ ogni nodo avrà un vicinato composto da altri quattro nodi: ad esempio il nodo 5 avrà come vicinato i nodi 3, 4, 6, 7 ed i possibili collegamenti che si andranno a creare saranno selezionati proprio tra quelli del grafo completo composto dai nodi 3, 4, 5, 6, 7. Osserviamo come la selezione

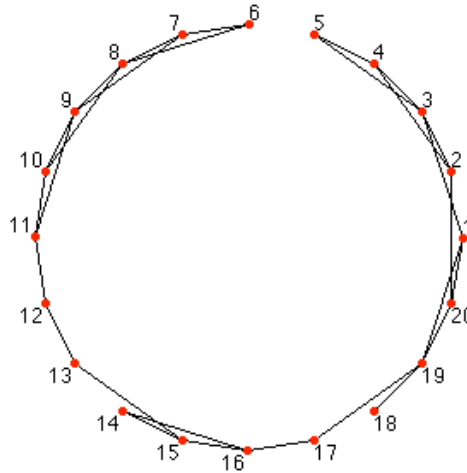


Figura 5.29: Cluster 1 dopo la fase di Link Selection.

dei link sia casuale: ricordiamo che il numero di link che si creano è

estratto da una variabile aleatoria geometrica avente media $\langle k \rangle / 2$ (differenza fondamentale tra il modello RT-nestedSmallworld ed il modello SmallWorld di Watts-Strogatz [35] in cui si considera il grafo completo di ogni vicinato): in questo modo mediamente ogni nodo avrà tre link connessi a se stesso poichè consideriamo gli archi del grafo come non direzionali.

- Successivamente si passa alla fase di *link rewiring*. Dai cluster ottenuti in precedenza, implementiamo il meccanismo della catena di Markov presentato nel del Paragrafo 4.4.1 per scegliere quali link andare a ricollegare, in particolare scegliamo di avere una dimensione media dei cluster di nodi da ricollegare pari a $K_{clst} = \langle k \rangle = 3$, una probabilità di rewiring dato che al nodo è stato stato attribuito lo stato 1 pari a $q_{rw} = 0.24$ e una probabilità asintotica $p_1 = 0.43$. Calcolando $\beta = \frac{1}{K_{clst}}$ e $\alpha = \frac{\beta p_1}{1 - p_1}$ possiamo far partire il meccanismo di rewiring, ottenendo ad esempio per il cluster 1 il grafo di Figura 5.30. Osserviamo come in questo caso siano stati coinvolti i nodi 2, 4 e 6, 9 appartenenti a due cluster diversi di potenziali nodi ricollegabili. Il numero di link ricreati è vincolato a $\langle k \rangle$ essendo $K_{clst} = \langle k \rangle$ e $\beta = \frac{1}{K_{clst}}$, e questo processo di rewiring in particolare non modifica la statistica del grado di connettività poichè rimane invariato il grado medio di connettività dei nodi impostato nella selezione dei link.

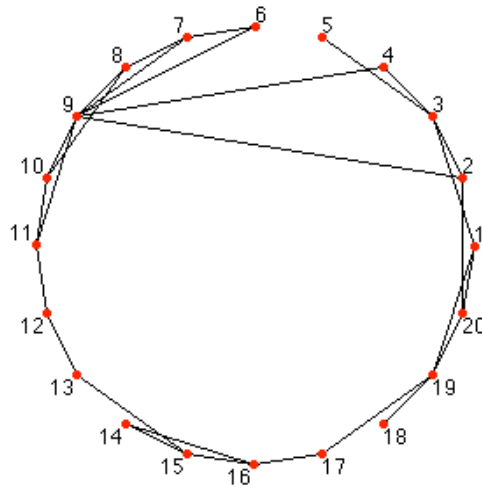


Figura 5.30: Cluster 1 dopo la fase di Link Rewiring.

- Passiamo ora alla fase di connessione dei cluster. Dati i due cluster affiancati (Figura 5.31) creiamo un numero di link pari a $\lceil \langle k \rangle \rceil$ per

creare la topologia finale (Figura 5.32) ed ottenere così la topologia secondo il modello RT-nestedSmallworld.

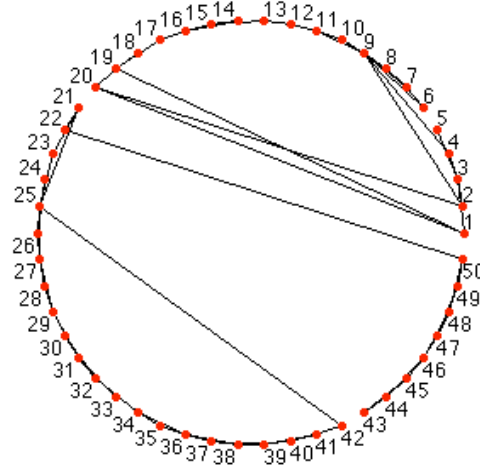


Figura 5.31: Cluster 1 e Cluster 2 prima della fase di creazione del reticolo finale.

- Completata la realizzazione della topologia andiamo ora a generare i valori di impedenza da assegnare ai vari link: scegliamo, in virtù dei risultati di Figura 4.7, di generare $N = 50$ valori di impedenza partendo da una distribuzione *generalized Pareto* di parametri $k = 0.33941$, $\sigma = \theta = 0.16963$ ed assegnarli secondo i criteri di Figura 4.10 ai link della rete.

Al di là del colpo d'occhio dato dalle immagini che si ottengono con *Kirk Graph*, il simulatore sviluppato calcola le principali metriche topologiche della rete, rendendo in questo modo possibile un confronto con i dati estratti dalle reti di test IEEE [36]: in particolare, nota la dimensione della rete che andiamo a generare possiamo prendere come riferimento i dati di Figura 4.1 e Figura 4.6. Per l'esempio esaminato si ottiene

- $m = 77$;
- $\langle k \rangle = 3.08$;
- $\rho = 0.1151$;
- $\langle l \rangle = 4.9224$;
- $r\{k > \bar{k}\} = 0.24$;
- $\lambda_2(L) = 0.0520$;

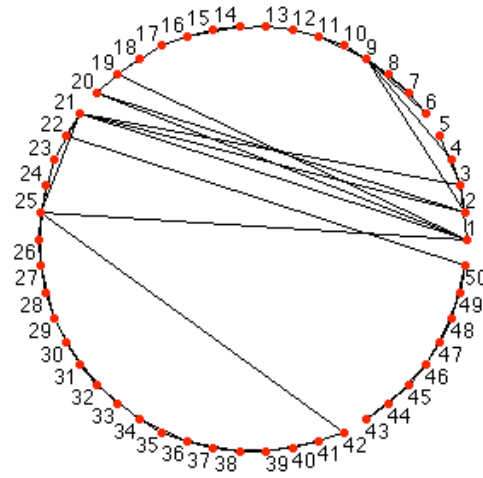


Figura 5.32: Cluster 1 e Cluster 2 la creazione del reticolo finale.

Chiaramente un confronto con i numeri ottenuti da una singola realizzazione non ha molto senso anche se gli ordini di grandezza sono perfettamente coincidenti. Per esser sicuri della correttezza del nostro simulatore siamo andati ad effettuare una simulazione generando mille reti del tipo IEEE-57. In particolare si sono utilizzati 3 cluster da $N_1 = 20$, $N_2 = 20$, $N_3 = 17$ nodi per avere complessivamente una rete di $N = 57$ nodi e si è impostato un grado $\langle k \rangle = 2.74$ di connettività medio. Gli altri parametri sono identici a quelli presentati nell'esempio precedente essendo l'ordine di grandezza della rete simile a quello della IEEE-57. Ad ogni modo, i parametri per reti di dimensione a piacere possono essere estrapolati da quelli reperibili all'indirizzo [http : //www.ece.ucdavis.edu/scaglione/lab/research/experiments.html](http://www.ece.ucdavis.edu/scaglione/lab/research/experiments.html) dove si possono trovare tutti i parametri delle reti IEEE di Figura 4.1 che valgono come riferimento (almeno negli ordini di grandezza) per generare una rete di distribuzione a piacere. Dopo mille realizzazioni (il risultato di una delle mille è presentato in Figura 5.33) possiamo pensare di avere un riscontro statistico accettabile e valutando i diversi parametri, facendo cioè la media degli stessi sulle mille realizzazioni, abbiamo ottenuto

- $m_{mean} = 82$;
- $\langle k \rangle_{mean} = 2.901$;
- $\rho_{mean} = 0.1151$;
- $\langle l \rangle_{mean} = 5.8503$;
- $r\{k > \bar{k}\}_{mean} = 0.2891$;

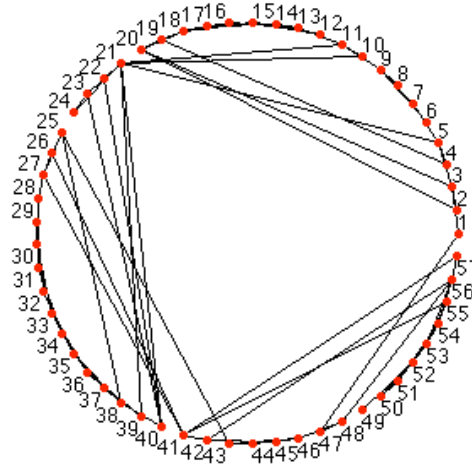


Figura 5.33: Singola realizzazione della rete IEEE-57 creata con il simulatore RT-nestedSmallworld.

- $\lambda_2(\mathbf{L})_{mean} = 0.0529;$

in particolare per il coefficiente di Pearson è stato considerato il valore assoluto dato che quest'ultimo può essere sia positivo che negativo. Al di là del confronto visivo dei risultati (vedi Figura 4.2 e Figura 5.33), la media statistica delle metriche calcolate (vedi Figura 4.1) conferma la stretta similitudine tra le reti reali e quelle generate dal modello proposto in [29] soprattutto per quanto riguarda la connettività e la lunghezza $\langle l \rangle$ del cammino minimo tra due nodi della rete.

5.2.2 Conclusioni

Il modello RT-nestedSmallworld proposto in [29] si adatta perfettamente a produrre topologie di rete di distribuzione nell'ambito dei sistemi in media tensione, poichè questi sono rappresentate da grafi sparsi come quelli Smallworld, ma che hanno tuttavia una migliore connettività dovuta all'affasciamento dei cross-link, caratteristica che può essere efficacemente simulata sfruttando il meccanismo della catena di markov del Paragrafo 4.4.1. I risultati ottenuti dalle simulazioni sono strettamente aderenti alle caratteristiche delle reti reali.

Appendice A

Caratteristiche elettriche dei cavi nelle reti di distribuzione

Nell'ambito italiano la regolamentazione delle reti di distribuzione e dei sistemi elettrici in generale cominciò con la legge numero 1634 del dicembre 1962 e con il decreto del Presidente della Repubblica del 18 marzo 1965. Con queste leggi si attua una prima suddivisione per quanto riguarda i sistemi di distribuzione, in particolare, a seconda delle tensioni e potenze in gioco si hanno le seguenti distinzioni:

	Tensione [kV]	Potenza massima [kW]
Low Voltage (BT)	0.22 - 0.38	100
Medium Voltage (MT)	5,3-6-10-15-20-30	5000
High Voltage (AT)	132-150-220	> 5000

Tabella A.1: Categorie di sistemi di distribuzione dell'energia elettrica.

I sistemi elettrici sono invece suddivisi in quattro differenti categorie a seconda della tensione nominale presente tra le fasi di corrente del sistema stesso, in particolare abbiamo

Categoria	Tensione [V]
0	24-48
1	220-380
2	20000
3	132000-150000

Tabella A.2: Categorie di sistemi elettrici.

La suddetta classificazione è tuttora valida. Per quanto riguarda le caratteristiche elettriche dei cavi utilizzati per l'implementazione e la messa in opera dei sistemi elettrici e delle reti di distribuzione possiamo invece fare riferimento alle seguenti normative, valide a livello europeo

- BS 6007: 1983;
- BS 638 p. 4:1986;
- BS 6500: 1990;
- BS 6195:1993;
- VDE 0250 p. 812;
- VDE 0250 p. 602;
- UNE 21-150;
- IEC 60502;
- CEI 20-13;

le quali regolano anche il processo produttivo dei cavi stessi.

Nell'ambito delle Smart Micro Grids (smart grid per sistemi di fornitura a livello residenziale) solitamente abbiamo livelli di tensione compresi nella categoria numero 1. Solitamente per questo tipo di sistemi si utilizzano cavi di sezione compresa tra 1.5 e 10 mm^2 .

Sezione [mm^2]	Peso [Kg/Km]	Corrente (posa in aria) [A]	Corrente (posa a terra) [A]
1.5	50	25	27
2.5	60	33	34
4	80	45	44
6	100	55	55
10	150	76	73

Tabella A.3: Corrente massima e peso per cavi in bassa tensione.

In ambito europeo ed italiano in particolare solitamente vengono utilizzati cavi in rame posati a terra (a differenza degli Stati Uniti dove ad esempio la maggior parte dei cavi viene installato in aria)

Sezione [mm^2]	Resistenza [Ω /Km]	Induttanza [mH/Km]
1.5	11.9	0.376
2.5	7.14	0.347
4	4.47	0.322
6	2.97	0.304
10	2.94	0.274

Tabella A.4: Resistenza ed Induttanza per cavi in bassa tensione.

Per quanto riguarda i sistemi a media tensione invece abbiamo valori di tensione compresi nella seconda categoria. In questa categoria di sistemi i cavi devono essere in grado di sostenere i collegamenti tra le dorsali in alta tensione e le stazioni di media tensione ed anche i collegamenti tra la griglia di media tensione e le sottostazioni in bassa tensione. Per questa tipologia di cavi possiamo fare riferimento alle seguenti caratteristiche elettriche valide per una tensione di lavoro di 50 Hz:

Sezione [mm^2]	Peso [Kg/Km]	Corrente (posa in aria) [A]	Corrente (posa a terra) [A]
25	750	155	155
50	1050	220	220
95	1580	335	310
150	2200	440	410
240	3150	610	540
300	3690	700	610

Tabella A.5: Corrente massima e peso per cavi da 6 kV

Sezione [mm^2]	Peso [Kg/Km]	Corrente (posa in aria) [A]	Corrente (posa a terra) [A]
25	800	155	155
50	1100	220	220
95	1630	340	320
150	2230	445	405
240	3230	610	540
300	3900	700	605

Tabella A.6: Corrente massima e peso per cavi da 10 kV

Sezione [mm^2]	Peso [Kg/Km]	Corrente (posa in aria) [A]	Corrente (posa a terra) [A]
25	1020	155	150
50	1330	230	215
95	2000	345	305
150	2540	450	400
240	3570	615	530
300	4250	705	595

Tabella A.7: Corrente massima e peso per cavi da 20 kV

Sezione [mm^2]	Peso [Kg/Km]	Corrente (posa in aria) [A]	Corrente (posa a terra) [A]
35	1480	190	180
70	1960	285	265
120	2600	400	360
185	2960	520	455
240	4040	615	525
300	4750	705	595

Tabella A.8: Corrente massima e peso per cavi da 30 kV.

Sezione [mm^2]	Resistenza [Ω/Km]	Reattanza [Ω/Km]
25	0.935	0.130
50	0.498	0.110
95	0.248	0.100
150	0.159	0.097
240	0.097	0.091
300	0.077	0.079

Tabella A.9: Resistenza e Reattanza per cavi da 6 kV.

Sezione [mm^2]	Resistenza [Ω/Km]	Reattanza [Ω/Km]
25	0.935	0.140
50	0.498	0.120
95	0.248	0.110
150	0.159	0.100
240	0.097	0.095
300	0.077	0.093

Tabella A.10: Resistenza e Reattanza per cavi da 10 kV.

Sezione [mm^2]	Resistenza [Ω/Km]	Reattanza [Ω/Km]
25	0.935	0.140
50	0.498	0.130
95	0.248	0.120
150	0.159	0.110
240	0.097	0.100
300	0.077	0.099

Tabella A.11: Resistenza e Reattanza per cavi da 20 kV.

Sezione [mm^2]	Resistenza [Ω/Km]	Reattanza [Ω/Km]
35	0.674	0.160
70	0.344	0.140
120	0.196	0.130
185	0.127	0.120
240	0.097	0.110
300	0.077	0.107

Tabella A.12: Resistenza e Reattanza per cavi da 30 kV.

Bibliografia

- [1] “Obama’s Speech on Smart Grid Technology”, Barack Obama , DeSoto Next Generation Solar Energy Center, October 27, 2009, Arcadia, Florida, available at [http :
//www.realclearpolitics.com/articles/2009/10/27/
obamas_speech_on_smart_grid_technology_98895.html](http://www.realclearpolitics.com/articles/2009/10/27/obamas_speech_on_smart_grid_technology_98895.html);
- [2] Zhou Xue-song; Cui Li-qiang; Ma You-jie; , ‘ *Research on smart grid technology*, Computer Application and System Modeling (ICCASM), 2010 International Conference on , vol.3, no., pp.V3-599-V3-603, 22-24 Oct. 2010;
- [3] US DEPARTMENT OF ENERGY, [http :
//www.oe.energy.gov/DocumentsandMedia/
DOE_SG_Book_Single_Pages\(1\).pdf](http://www.oe.energy.gov/DocumentsandMedia/DOE_SG_Book_Single_Pages(1).pdf);
- [4] Martin I. Hoffert, Ken Caldeira, Gregory Benford, David R. Criswell, Christopher Green, Howard Herzog, Atul K. Jain, Haroon S. Khesgi, Klaus S. Lackner, John S. Lewis, H. Douglas Lightfoot, Wallace Manheimer, John C. Mankins, Michael E. Mauel, L. John Perkins, Michael E. Schlesinger, Tyler Volk, and Tom M. L. Wigley, “*Advanced Technology Paths to Global Climate Stability: Energy for a Greenhouse Planet*”, Science 1 November 2002: 298 (5595), 981-987. [DOI:10.1126/science.1072357];
- [5] David Pearce, “*Green Economics*”, Environmental Values, Volume 1, Number 1, February 1992 , pp. 3-13(11);
- [6] Nelson, T.L.; FitzPatrick, G.J.; , “*NIST role in the interoperable Smart Grid*”, Power and Energy Society General Meeting, 2010 IEEE , vol., no., pp.1-3, 25-29 July 2010, doi: 10.1109/PES.2010.5589733;
- [7] <http://smartgrid.ieee.org/smart-grid-framework-diagram>;
- [8] IEEE P2030/D5.0, “Draft Guide for Smart Grid Interoperability of Energy Technology and Information Technology and Information Technology Operation With the Electric Power System (EPS), and End-Use Applications and Loads” , IEEE SA Standards Board, February 2011;

- [9] J. D. Day and H. Zimmermann, "The OSI Reference Model", Proceedings of the IEEE, vol. 71, no. 12, pp. 1331-1333, December 1983;
- [10] European Patent Application EP0877257: WO/1995/033184A1 MEASUREMENT SYSTEM AND METHOD, 5548527: Programmable electrical energy meter utilizing a non-volatile memory;
- [11] Bumiller, G.; Lampe, L.; Hrasnica, H., "Power line communication networks for large-scale control and automation systems, Communications Magazine, IEEE , vol.48, no.4, pp.106-113, April 2010, doi: 10.1109/MCOM.2010.5439083;
- [12] Johnson, A.P., "The history of the Smart Grid evolution at Southern California Edison", Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2010 , vol., no., pp.1-3, 19-21 Jan. 2010 doi: 10.1109/ISGT.2010.5434757;
- [13] Wies, R.W.; Johnson, R.A.; Aspnes, J., "Design of an energy-efficient standalone distributed generation system employing renewable energy sources and smart grid technology as a student design project", Power and Energy Society General Meeting, 2010 IEEE , vol., no., pp.1-8, 25-29 July 2010 doi: 10.1109/PES.2010.5590089;
- [14] "Communication from the commission to the european parliament, the council, the european economic and social committee and the committee of the regions on Investing in the Development of Low Carbon Technologies: SET-Plan , A TECHNOLOGY ROADMAP", Brussels, 7.10.2009, SEC(2009) 1295, available at: http://ec.europa.eu/energy/technology/set_plan/doc/2009_comm_investing_development_low_carbon_technologies_en.pdf;
- [15] "The European Electricity Grid Initiative (EEGI) Roadmap 2010-18 and Detailed Implementation Plan 2010-12", May 25th 2010, Version V2, aivable at: http://www.smartgrids.eu/documents/EEGI/EEGI_Implementation_plan_May%202010.pdf;
- [16] "TELEGESTORE PROJECT Progress & Results", available at <http://www.ieee-isplc.org/2007/docs/keynotes/rogai.pdf>;
- [17] Sun, D.-Q., Zheng, J.-W., Zhang, T., Zhang, Z.-J., Liu, H.-T., Zhao, F., & Qiu, Z.-J, "The Utilization and Development Strategies of Smart Grid and New Energy", 2010 AsiaPacific Power and Energy Engineering Conference (pp. 1-4). IEEE. Retrieved from http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=5448336;
- [18] Haochi Guo; Mingming Zhang; Lo, K.L., "Long Term Energy Scenario for China" Power and Energy Engineering Conference (AP-

- PEEC), 2010 Asia-Pacific , vol., no., pp.1-7, 28-31 March 2010, doi: 10.1109/APPEEC.2010.5448591;
- [19] CEPT, *China Smart Grid Strategy*, available at: <http://www.ceptchina.com/UserFiles/File/1247447637955;>
- [20] Jirapornanan, A., “*Study of smart grid for Thailand and identification of the required research and development*”, Technology Management for Global Economic Growth (PICMET), 2010 Proceedings of PICMET '10: , vol., no., pp.1-6, 18-22 July 2010;
- [21] “*ASiAN POWER GRID*”, Retrieved 28/01/10 World Wide Web, available at: http://www2.egat.co.th/apg/index_thai.html;
- [22] Sung-Yong Son; Beom-Jin Chung, “*A Korean Smart Grid architecture design for a field test based on power IT*”, Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific, 2009 , vol., no., pp.1-4, 26-30 Oct. 2009, doi: 10.1109/TD-ASIA.2009.5356842;
- [23] Jisun Lee; Dae-Kyo Jung; Yoonkee Kim; Young-Woo Lee; Young-Myuong Kim; “*Smart Grid solutions, services, and business models focused on Telco*”, Network Operations and Management Symposium Workshops (NOMS Wksp), 2010 IEEE/IFIP , vol., no., pp.323-326, 19-23 April 2010 doi: 10.1109/NOMSW.2010.5486554;
- [24] Daniele Forner; Tomaso Erseghe, Stefano Tomasin and Paolo Tenti, “*On Efficient Use of Local Sources in Smart Grids with Power Quality Constraints*”;
- [25] Stefano Tomasin and Tomaso Erseghe, “*Constrained Optimization of Local Sources Generation in Smart Grids by SDP Approximation*”;
- [26] T. Erseghe, S. Tomasin, P. Tenti, “*Efficient management of locally generated powers in micro grids*” (Invited), in Communication and Security in Smart Grids, Prof. Yang Xiao Editor, Auerbach Publications, Taylor & Francis Group, CRC, scheduled for 2011;
- [27] Zhi-quan Luo; Wing-kin Ma; So, A.M.-C.; Yinyu Ye; Shuzhong Zhang; , *Semidefinite Relaxation of Quadratic Optimization Problems*, Signal Processing Magazine, IEEE , vol.27, no.3, pp.20-34, May 2010 doi: 10.1109/MSP.2010.93601;
- [28] Alexandre d’Aspremont and Stephen Boyd, “*Relaxations and Randomized Methods for Nonconvex QCQPs*” <http://www.stanford.edu/class/ee392o/relaxations.pdf>;
- [29] Zhifang Wang; Scaglione, A.; Thomas, R.J.; , “*Generating Statistically Correct Random Topologies for Testing Smart Grid Communication*

- and Control Networks* Smart Grid, IEEE Transactions on , vol.1, no.1, pp.28-39, June 2010 doi: 10.1109/TSG.2010.2044814;
- [30] Galli, S.; Scaglione, A.; Zhifang Wang; , “*For the Grid and Through the Grid: The Role of Power Line Communications in the Smart Grid* ”, eprint arXiv:1010.1973 , 10/2010;
- [31] Galli, S.; Scaglione, A.; Zhifang Wang; , “*Power Line Communications and the Smart Grid*”, Smart Grid Communications (SmartGridComm), 2010 First IEEE International Conference on , vol., no., pp.303-308, 4-6 Oct. 2010, doi: 10.1109/SMARTGRID.2010.562206;
- [32] E. W. Dijkstra, “*A note on two problems in connexion with graphs*”, Numerische Mathematik, vol. 1, pp. 269–271, 1959;
- [33] J. L. Rodgers and W. A. Nicewander, “*Thirteen ways to look at the correlation coefficient*”, Amer. Statist., vol. 42, no. 1, pp. 59–66, 1988;
- [34] P. Erdős and A. Rényi, “*On random graphs I*”, Publ. Math., vol. 6, pp. 290–297, 1959;
- [35] D. J. Watts and S. H. Strogatz, “*Collective dynamics of ‘small-world’ networks*”, Nature, vol. 393, pp. 393–440, 1998;
- [36] Power systems test case archive [Online]. Available: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>;
- [37] R. Albert and A. Barabási, “*Statistical mechanics of complex networks*”, Rev. Mod. Phys., vol. 74, no. 1, pp. 47–97, 2002;
- [38] CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, available at: <http://cvxr.com/cvx>;
- [39] E. J. Kirk, Count loops in a graph 2007 [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/10722>;