



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA
ELETTRONICA

Analisi Polarimetrica di un cavo in fibra ottica per il monitoraggio della temperatura

Laureando:
Piero LOVATO

Relatore:
Ch.mo Prof. Marco
SANTAGIUSTINA

Anno accademico 2011/2012

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare il Professor Marco Santagiustina per l'attenzione e la fiducia dedicatemi durante lo svolgimento di questo lavoro. Ringrazio sinceramente anche il Professor Carlo Someda per essere stato il primo promotore di questo mio progetto di tesi e per la sua genuina disponibilità. Un doveroso ringraziamento spetta al Professor Luca Palmieri, che mi ha seguito personalmente durante ciascuna fase di questa lunga attività. Allo stesso modo intendo ricordare l'Ingegnere Elena Autizi ed in generale l'intero gruppo di fotonica per avermi accolto e supportato sia materialmente che intellettualmente. Un sentito grazie a Marco Dianin e Matteo Vigolo di ARPAV per la gentile concessione dei dati meteorologici.

Da un punto di vista più personale, vorrei ricordare tutte le persone che mi hanno seguito fino a questo traguardo, offrendomi supporto sia morale che economico. Grazie dunque alla mia famiglia per il caparbio sostegno, a Francesco, Paolo, Anna, Dimitri e Cristina per avermi garantito ottimi vitto e alloggio.

Grazie specialmente a Laura, motore di una motivazione e di un entusiasmo senza eguali.

Grazie a Luca, Lorenzo, Andrea, Valentina e Francesco per essermi stati sempre a fianco nelle lunghe notti udinesi e grazie al progetto Cellar Door per aver incanalato la mia pulsione costruttiva in qualcosa di funzionante.

Grazie ad Adriana, Toni, Bepi e Gioia perché per qualche motivo sono ancora proni a spendere del tempo con me.

Grazie alla squadra di Ingegneria dell'Informazione e ai compagni di corso della magistrale per avermi aiutato con le domande di tutti i giorni, non tanto dandone risposta, quanto spingendomi a pormi quelle giuste.

Un sentito e speciale ringraziamento per l'Ingegnere Bruno Griffoni, il quale ha saputo trovare un posto per me anche nel mondo reale.

Infine un ringraziamento va a tutti coloro che anche se non direttamente citati hanno contribuito a rendermi una persona migliore. È impossibile quantificare il valore di ciò che ciascuno ci dà ogni giorno ma si può nondimeno esserne profondamente grati.

*A Tristan
per avermi insegnato
ad affrontare tutto
con un po' d'Arte*

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Il sensore BLESS	9
1.2	L'analisi polarimetrica	11
2	Tecnica OTDR	13
2.1	Principi di funzionamento	13
2.2	Segnali OTDR	13
2.3	Specifiche OTDR	15
2.3.1	Dinamica	16
2.3.2	Zona morta	17
2.3.3	Risoluzione Spaziale	18
3	Polarizzazione	19
3.1	Definizione	19
3.2	L'ellisse di polarizzazione	19
3.3	Rappresentazione della polarizzazione	23
3.3.1	Rappresentazione matriciale di Jones	24
3.3.2	Rappresentazione vettoriale di Stokes	26
3.3.3	La sfera di Poincaré	31
4	Birifrangenza	33
4.1	Birifrangenza in fibre ottiche	34
4.2	Teoria dei modi accoppiati	36
4.3	Notazione di Jones	38
4.4	Notazione di Müller	39
4.5	Fibre a birifrangenza costante	41
5	Strumentazione	43
5.1	OTDR	45
5.2	Generatore d'impulsi	46
5.3	Controllore di polarizzazione	47

5.4	Analizzatore di polarizzazione	49
5.5	Laser	50
5.6	EDFA	51
5.7	AOM	51
5.8	Fotodiodo	53
5.9	Circolatore	54
6	Realizzazione dell'esperimento	57
6.1	Posizionamento della fibra ottica	57
6.2	Assemblaggio del sistema	59
6.3	Gestione dei dati	60
6.3.1	elabPOTDR	61
6.3.2	esse3	68
7	Analisi dei dati	73
7.1	Stato di polarizzazione in funzione del tempo e della distanza .	73
7.2	Trasformate Fourier dei segnali retrodiffusi	75
7.3	Analisi mediante esse3	79
8	Conclusioni	83
A	File parametri.m	85
B	Dati sulla temperatura	87

1

Introduzione

Questo lavoro di tesi nasce dall'intenzione di caratterizzare un cavo in fibra ottica commerciale, comprensivo di copertura, in modo da valutarne la possibilità di applicazione in un sensore per il monitoraggio di temperatura denominato BLESS. Le specifiche del progetto richiedono una certa resistenza dagli agenti fisici e da sollecitazioni quali trazione e piegamento, senza compromettere la sensibilità alla temperatura della fibra ottica all'interno del cavo. La tecnica prescelta per l'analisi è stata la POTDR, acronimo di Polarization sensible Optical Time Domain Reflectometry, per motivi legati sia alla sua alta sensibilità alle più piccole sollecitazioni subite dalla fibra, tra cui quelle causate dalla variazione di temperatura, sia per la disponibilità di una profonda conoscenza sia teorica che pratica di questa tecnologia da parte del gruppo di fotonica del Dipartimento Ingegneria dell'Informazione presso il quale si è svolto questo lavoro.

1.1 Il sensore BLESS

Il sensore BLESS, acronimo di Bed LEvel Seeking System, è uno strumento brevettato dal Politecnico di Milano e messo a punto in una collaborazione con la GHT Photonics di Padova. È basato su una serie di reticoli di Bragg scritti su fibra ottica (FBG) e finalizzato alla misurazione della posizione dell'interfaccia terra-acqua nel letto di un fiume. Per questa applicazione, i reticoli di Bragg vengono isolati dagli stress meccanici in modo da rispondere solo alle variazioni di temperatura, tipicamente venendo fissati all'interno di package di metallo senza essere messi in tensione. Fornendo dall'esterno tramite una serie di resistenze una certa quantità di calore uguale per tutti i reticoli di Bragg, si può studiare la modifica dello spettro di riflessione e nella fattispecie il suo andamento nel tempo. Si realizza in questo modo un sensore

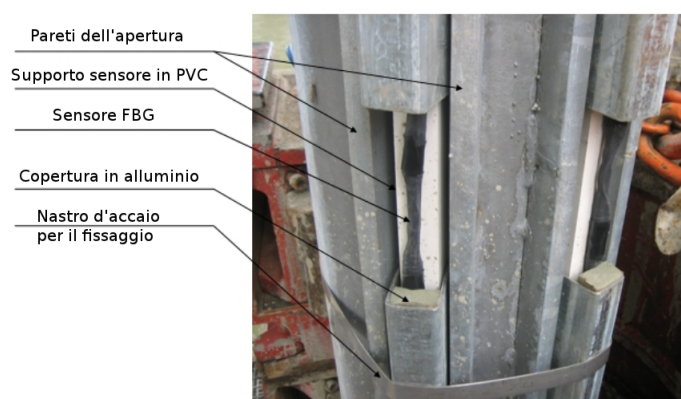


Figura 1.1: Una foto scattata durante la posa del primo sensore BLESS. Si noti la posizione del cavo all'interno del tubo in acciaio che gli fa da involucro

di temperatura, ovvero dispersione termica. L'andamento della temperatura dipenderà dalla capacità di disperdere calore del mezzo circostante il sensore e quindi dal materiale di cui è costituito. Grazie alla differenza tra i coefficienti di conduzione termica di acqua e terra, è in particolare facile distinguere quali sensori si trovino sopra o sotto al livello del letto di un fiume.

BLESS è utile soprattutto per il monitoraggio della quota del fondo in concomitanza ad eventi di piena, durante i quali la particolare torbidità e turbolenza dell'acqua, nonché la presenza di corpi massivi trascinati dalla corrente, fanno sì che altri metodi, basati sull'indagine visiva, su sonar o galleggianti, non possano garantire l'attendibilità dei risultati. Per questo motivo è necessario che il sensore sia montato in modo da essere ben protetto da urti o altre sollecitazioni fisiche. Una copertura ideale potrebbe sia prevenire il danneggiamento e la rimozione dello strumento sia sostituire lo speciale package per l'insensibilizzazione degli FBG agli strain tensili. Allo stesso tempo la protezione non deve prevenire un buon contatto termico tra il sensore e l'ambiente circostante, in modo da permettere al sensore di raggiungere le migliori prestazioni sia in termini di precisione della misura sia in risoluzione spaziale e temporale.

La prima versione di BLESS è stata composta artigianalmente a partire dai singoli reticoli di Bragg preparati per la misura di temperatura e da opportuni cavi a resistenza variabile per l'apporto di calore. La funzione di protezione è stata assolta da un tubo d'acciaio, con un'apertura verso il lato opposto a quello della corrente per permettere il contatto diretto del sensore con l'ambiente circostante (si veda la figura 1.1). Dati i costi in termini monetari e temporali legati a questa particolare realizzazione, l'individuazione

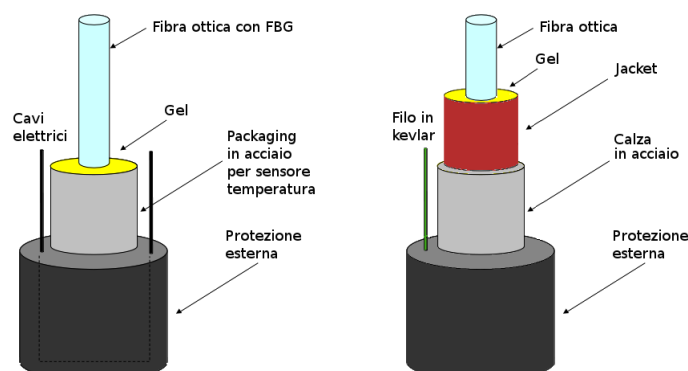


Figura 1.2: A sinistra, schema della sezione di un possibile sviluppo del sensore BLESS. A destra, schema della sezione del cavo industriale in esame

di un metodo di produzione più semplice e possibilmente industrializzabile darebbe un buon apporto allo sviluppo del progetto. Tra le possibili alternative ci sarebbe quella di usare un cavo per fibra ottica con un'opportuna protezione, nel quale inserire le fibre ottiche con reticolo di Bragg già inciso ed i cavi a resistenza variabile, come mostrato a sinistra della figura 1.2. È a questo fine che si è proceduto all'analisi di un particolare cavo di produzione industriale, contenente due fibre ottiche annegate in un gel circondato a sua volta da uno strato di poliammide, una calza in acciaio ed uno strato più esterno in gomma, tuttavia privo di caratteristiche specifiche del sensore BLESS come i cavi elettrici a resistenza variabile e reticoli FBG. Uno schema della sezione di tale cavo è riportata a destra della figura 1.2 e consente di notare la somiglianza con la configurazione teorica.

1.2 L'analisi polarimetrica

La metodologia di misura prescelta è stata basata sulla POTDR, ovvero Polarization sensitive Optical Time Domain Reflectometry. Questa tecnica offre infatti una particolare sensibilità alle più piccole sollecitazioni subite dalla fibra sotto test, come vibrazioni e variazioni di temperatura. Dunque, fissando in modo opportuno la fibra per evitare qualsiasi interferenza di forze meccaniche e modificando invece la sua temperatura, sarebbe teoricamente possibile associare l'evoluzione del segnale registrato dallo strumento POTDR al comportamento della fibra in relazione alle variazioni di temperatura. Ciò consentirebbe di dimostrare la sensibilità della fibra a tale grandezza e di conseguenza l'applicabilità nel progetto BLESS, dando al contempo un'in-

dicazione della risoluzione spaziale che questa potrebbe raggiungere come sensore.

La tecnica POTDR è inoltre stata ben sviluppata all'interno del gruppo di fotonica dell'Università di Padova, perciò è stato possibile usufruire di un profondo supporto sia teorico che pratico che strumentale per lo svolgimento di questa analisi. Una volta preparati opportunamente il benco di misura e la fibra da caratterizzare, sono state eseguite diverse serie di misure, in seguito elaborate ed incrociate con i dati relativi agli andamenti di temperatura, in modo da dimostrare l'esistenza di relazione con i dati provenienti dall'analisi POTDR.

2

Tecnica OTDR

2.1 Principi di funzionamento

La POTDR può essere vista come uno sviluppo della tecnica OTDR, ovvero Optical Time Domain Reflectometry. Quest'ultima permette di ricavare delle informazioni sulla fibra ottica sotto test dalla retrodiffusione di un segnale, impiegando una sorgente ottica (generalmente un laser), un fotoricevitore, un generatore di impulsi, un accoppiatore direzionale ed un'interfaccia utente, come evidenziato nella figura 2.1.

Il generatore di impulsi attiva la sorgente laser che in questo modo genera stimoli appunto impulsivi, con caratteristiche dipendenti dalle specifiche della misura. Una durata breve corrisponderà ad esempio ad una maggiore risoluzione spaziale, mentre una durata lunga veicolerà più energia e sarà consigliabile per l'analisi di lunghi tratti di fibra. L'accoppiatore direzionale serve invece ad incanalare il segnale di stimolo dal laser verso la fibra ottica e quello retrodiffuso dalla fibra ottica al fotorilevatore. È infatti importante che non esistano accoppiamenti diretti tra sorgente e fotorilevatore in quanto provocherebbero la saturazione o anche il danneggiamento di quest'ultimo. La visualizzazione del dato necessita di un'opportuna elaborazione del segnale ricevuto dal fotorilevatore, in modo che la sua evoluzione temporale possa essere tradotta in informazioni spaziali relative alla fibra, inoltre si usa effettuare la conversione in decibel.

2.2 Segnali OTDR

Il segnale retrodiffuso è prodotto lungo tutta la fibra da piccole imperfezioni, generalmente omogenee e caratteristiche di una certa fibra, che innescano il fenomeno di diffusione Rayleigh, o dalle interfacce aria-vetro che riflettono

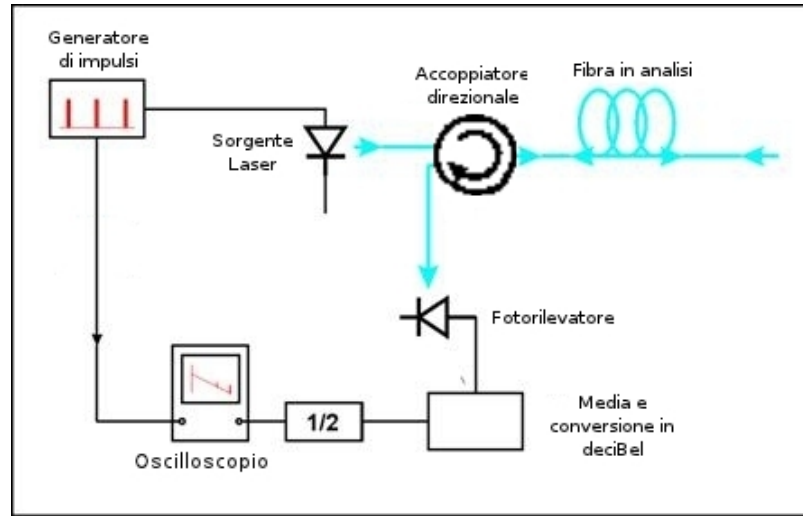


Figura 2.1: Schema di uno strumento per OTDR

parte del segnale di stimolo. A seconda dell'andamento dell'intensità della retrodiffusione è dunque possibile identificare la dispersione tipica della fibra oltre ad eventuali giunti a fusione o meccanici, rotture e terminazioni. Matematicamente, se la potenza dell'impulso ottico in entrata è P_0 , ne si può prevedere l'andamento lungo la fibra, considerando che questo subisca un'attenuazione esponenziale per effetto Rayleigh:

$$P(z) = P_0 e^{-\alpha z}$$

Dove siano z la coordinata spaziale ed α un coefficiente di attenuazione tipico della fibra, che consideriamo in prima approssimazione indipendente dalla coordinata z e da altre grandezze al contorno. Quando l'impulso ottico incontra un'imperfezione della fibra, si genera un effetto di diffusione Rayleigh e parte della radiazione isodirezionale prodotta in seguito ad esso viene reincanalata nella fibra in direzione opposta rispetto a quella dell'impulso di stimolo. Tale segnale contropropagante verrà dunque veicolato fino al capo d'entrata della fibra ottica, uscendo con una potenza di:

$$\rho P_0 e^{-2\alpha z}$$

Dove il coefficiente ρ tiene conto della proporzionalità tra potenza incidente e retrodiffusa ed ha valori attorno ai $10^{-4} - 10^{-5}$, dipendenti sia della frequenza del fenomeno di diffusione Rayleigh sia dalla particolare distribuzione spaziale della radiazione diffusa, per la quale solo una parte della luce

viene rimessa nel verso opposto allo stimolo e all'interno dell'angolo di accettazione della fibra. Si nota inoltre che esponente va raddoppiato in quanto il percorso totale del segnale è la somma delle tratte di andata e ritorno.

Utilizzando la velocità di gruppo v_g del segnale di stimolo durante la propagazione nella fibra ottica, è possibile associare al tempo d'arrivo del segnale retrodiffuso la posizione spaziale dell'evento che l'ha generato, come distanza dal capo d'entrata. La relazione è semplicemente:

$$t = \frac{2z}{v_g}$$

Sfruttando questo rapporto si può risalire alle proprietà spaziali della fibra a partire da un segnale nel tempo.

Una volta effettuato il passaggio dal dominio del tempo a quello della posizione spaziale lineare, si adatta anche i valori di corrente in uscita dal fotorilevatore tramite una trasformazione in decibel. Quest'ultima è la scala ideale per questo tipo di misura, in quanto come visto finora gli andamenti del segnale retrodiffuso hanno sempre dipendenza esponenziale inversa dalla lunghezza della fibra. La stessa scala torna molto utile quando si desidera visualizzare assieme sia i fenomeni di diffusione Rayleigh sia quelli di riflessione causati da interfacce aria-vetro, ad esempio in corrispondenza di un giunto meccanico. Tali fenomeni hanno grandezze molto diverse e sarebbero difficilmente rapportabili in scala lineare.

In figura 2.2 è riportato una traccia esemplificativa prodotta da analisi OTDR di un collegamento tra diverse fibre, nel quale siano presenti sia giunti a fusione che meccanici che piegamenti.

2.3 Specifiche OTDR

La tecnica OTDR ha dei vantaggi che sono specialmente adatti all'applicazione di nostro interesse in quanto si estendono alla POTDR. Essa permette infatti di interrogare un'intera fibra avendo a disposizione un solo capo, anche quando, come nel nostro caso, questa sia già stata installata e non vada manomessa. Inoltre la OTDR fornisce delle informazioni locali sulle caratteristiche della fibra. Se questo significa soprattutto poter disporre di indicazioni riguardanti l'attenuazione nel caso non ci sia sensibilità alla polarizzazione, per la POTDR la stessa proprietà offre dati riguardanti la polarizzazione del segnale all'interno della fibra, risolti sia spazialmente che temporalmente. Ovviamente la retrodiffusione del segnale influisce pesantemente sullo stato di polarizzazione letto a livello di fotorilevatore, il che rende i dati disponibili essenzialmente relativi ma comunque utilizzabili. Esistono inoltre tecniche

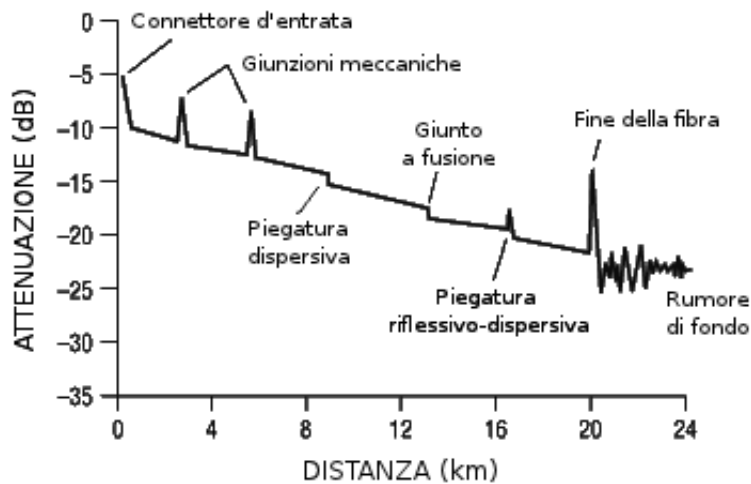


Figura 2.2: Traccia OTDR di collegamento tra diverse fibre ottiche, in evidenza gli eventi generati da diversi tipi di connessioni ed anomalie lungo il percorso

in grado di estrapolare la matrice di Muller relativa ad uno specifico tratto di fibra a partire dalle indicazioni ottenute dall'interazione del segnale con la fibra durante il viaggio di andata e ritorno.

La relativa bassa sensibilità del metodo OTDR, dipendente dal debole segnale prodotto dalla diffusione Rayleigh e dalle perdite della fibra, non si presenta nel nostro caso come un problema grave in quanto la fibra sotto esame ha una lunghezza di circa 500 m ed è dunque molto corta rispetto alle potenzialità del sistema.

Passiamo ora in rassegna alcune delle principali specifiche tecniche dei sistemi OTDR.

2.3.1 Dinamica

Come è intuitivo, il parametro di dinamica indica la massima attenuazione prodotta da una fibra o insieme di fibre che consenta ad un certo strumento OTDR di eseguire una misura corretta. Poiché l'imprecisione dipendente da segnali deboli si compensa aumentando il numero di misure e dunque il tempo di media, la stessa dinamica riguarda anche il tempo di misura necessario per eseguire una buona misura data una certa attenuazione della fibra. Il parametro è definito come la differenza tra il livello di retrodiffusione

iniziale ed il livello di rumore dopo tre minuti di misurazione, espressa in dB di attenuazione in andata.

Un parametro correlato ma diverso è l'intervallo di misura, altresì detto range. Esso indica la massima attenuazione che può essere introdotta tra lo strumento OTDR ed un particolare evento, generalmente esemplificato da un giunto a fusione con attenuazione 0,5dB, perché quest'ultimo possa essere identificato.

2.3.2 Zona morta

La zona morta è definita come l'intervallo spaziale corrispondente al tempo necessario al fotorilevatore per tornare a funzionare in modo corretto dopo la verifica di un particolare evento che ne abbia provocato la saturazione. Tutti gli strumenti OTDR soffrono di saturazione indotta dalla riflessione all'entrata della fibra, ma anche rotture o altre interfacce presenti lungo la fibra possono generare un picco di riflessione che superi il range di funzionamento del sensore.

La lunghezza di zona morta dipende anche dall'estensione e dall'energia contenuta nell'impulso di eccitazione ed è uso dei costruttori dare come specifica la minore possibile, associata all'impulso più corto. Per permettere l'analisi accurata di un'intera fibra occorre che essa si trovi interamente fuori dalla zona morta. Per questo si usa precedere la fibra sotto test da una cosiddetta fibra di lancio, entro la quale si esaurisca la zona morta, giunta a fusione con quella d'interesse.

Nel nostro specifico caso la zona morta rimane un problema critico, in quanto la fibra sotto test è piuttosto corta, eccitata da un impulso e non preceduta da una fibra di lancio.

Per quanto riguarda la definizione di un valore di lunghezza della zona morta, ne esistono in pratica due.

Zona morta per evento

Viene definita come lo spazio oltre il quale è possibile rilevare un altro evento di saturazione. Matematicamente, si tratta della distanza tra l'inizio della riflessione ed il punto a $-1,5\text{ dB}$ dal picco di riflessione o dal tratto di saturazione.

Zona morta per attenuazione

È definita come lo spazio necessario per il recupero del normale funzionamento dell'OTDR, ovvero il ritorno della traccia entro un intervallo di $\pm 0,5\text{ dB}$

dalla base identificata dal livello di retrodiffusione La zona morta per attenuazione ha sempre una dimensione maggiore rispetto a quella per evento ed è in genere definibile in modo meno semplice, in quando il livello di retrodiffusione è una grandezza affetta da un certo errore.

2.3.3 Risoluzione Spaziale

Il parametro di risoluzione spaziale indica la minima distanza necessaria a distinguere due eventi vicini. Dipendendo come la dinamica dalla lunghezza della durata dell'impulso ma in modo inverso, impone un compromesso tra le due. Un impulso a durata più lunga possiede infatti più energia e permette di ottenere retrodiffusioni da eventi più lontani, peggiorando però nel contempo la risoluzione.

Una possibile soluzione per migliorare entrambi i parametri sarebbe quella di aumentare la potenza dell'impulso, ovvero l'energia portata senza che sia modificata l'estensione. Ciò porterebbe tuttavia ad una serie di problemi legati al costo della sorgente, alla sua affidabilità, alla sicurezza e ad eventuali effetti nonlineari indotti nella fibra dall'alta densità di potenza.

3

Polarizzazione

3.1 Definizione

La polarizzazione è una delle proprietà di un'onda elettromagnetica, determinata dall'andamento nel tempo e nello spazio della direzione di oscillazione del campo elettrico $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$. Nel caso di un mezzo omogeneo, il piano sul quale giace il vettore di polarizzazione, detto appunto piano di polarizzazione, è tangente al fronte d'onda. Inoltre, se la radiazione è monocromatica, il vettore complesso campo elettrico può essere descritto punto per punto dalla somma di due sue componenti che seguono una variazione sinusoidale nel tempo sul piano di polarizzazione. In generale le ampiezze e le fasi sono diverse per le dette due componenti, sicché l'evoluzione temporale della punta del vettore campo elettrico sul piano di polarizzazione traccia un'ellisse, propriamente detto ellisse di polarizzazione. Se un'onda elettromagnetica può avere fronti d'onda con orientamenti diversi a seconda della posizione, rendendo pure le grandezze identificative degli ellissi di polarizzazione variabili spazialmente, un caso molto più semplice è offerto dalle onde piane. Queste hanno sempre fronti d'onda su piani paralleli trasversi, dunque i piani di polarizzazione hanno ovunque la stessa direzione e l'onda può essere associata ad un singolo ellisse di polarizzazione.

3.2 L'ellisse di polarizzazione

Consideriamo il caso semplificato di un'onda piana monocromatica avente frequenza ν e velocità angolare $\omega = 2\pi\nu$ propagantesi lungo la direzione z con velocità c . In questo caso il campo elettrico giace sul piano xy e può

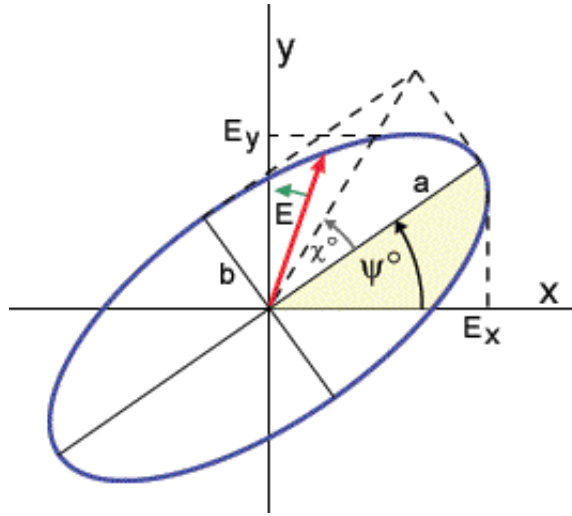


Figura 3.1: Un generico ellisse di polarizzazione, in evidenza gli assi maggiore (a) e minore (b) e gli angoli ψ e χ

essere descritto da:

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{A} \exp \left[j\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\}$$

Dove \mathbf{A} è detto inviluppo complesso ed è un vettore a componenti complessi A_x e A_y , tale che valga

$$\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{x}} + A_y \hat{\mathbf{y}}$$

A loro volta, A_x e A_y possono essere espressi, in quanto complessi, in termini di fase e ampiezza:

$$A_x = a_x \exp(j\phi_x)$$

$$A_y = a_y \exp(j\phi_y)$$

e sostituendo queste espressioni in quella del campo elettrico, lo si può pure scindere nelle componenti lungo x ed y :

$$\mathcal{E}_x = a_x \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_x \right]$$

$$\mathcal{E}_y = a_y \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_y \right]$$

Si può notare come queste due componenti del campo elettrico siano funzioni periodiche di $t - z/c$, oscillanti con frequenza ν . Le si può anche vedere come le equazioni parametriche dell'ellisse

$$\frac{\mathcal{E}_x^2}{a_x^2} + \frac{\mathcal{E}_y^2}{a_y^2} - 2 \cos \phi \frac{\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y}{a_x a_y} = \sin^2 \phi$$

Dove si è indicato con ϕ la differenza di fase tra le due componenti $\phi = \phi_y - \phi_x$. Dunque, fissata la posizione z , la punta del vettore campo elettrico tratterà il suscritto ellisse con la sua evoluzione temporale, mentre tenendo fisso il tempo la stessa formerà una traiettoria elicoidale regolare sulla superficie di un cilindro a sezione ellittica, ripetendo lo stesso periodo di lunghezza $\lambda = c/\nu$. L'ellisse può essere anche descritto più semplicemente dai suoi caratteristici orientamento ed ellitticità e nella fattispecie dall'angolo ψ , indicante la direzione dell'asse maggiore, e χ , dipendente dal rapporto tra asse minore b e maggiore a e dunque dipendente dall'ellitticità. Una visualizzazione di questi parametri è offerta dalla figura 3.1. I due angoli sono collegati direttamente al rapporto tra le ampiezze $R = a_y/a_x$ e alla differenza di fase $\phi = \phi_y - \phi_x$ delle sinusoidi \mathcal{E}_x e \mathcal{E}_y , tramite le relazioni:

$$\tan 2\psi = \frac{2R}{1 - R^2} \cos \phi$$

$$\sin 2\chi = \frac{2R}{1 + R^2} \sin \phi$$

Un altro parametro di interesse è la dimensione dell'ellisse, indicatrice dell'intensità dell'onda elettromagnetica e dunque proporzionale al valore $a_x^2 + a_y^2$.

Se sussistono alcune particolari condizioni che legano la differenza di fase e l'ampiezza delle componenti sinusoidali del campo elettrico lungo le direzioni x ed y possiamo trovare alcune forme caratteristiche ed interessanti dell'ellisse di polarizzazione. Un caso generico di onda elettromagnetica con polarizzazione ellittica è invece schematizzato in figura 3.2.

Polarizzazione lineare

Si parla di polarizzazione lineare quando la differenza di fase ϕ tra le componenti del campo elettrico sia $\phi = \pi$ o $\phi = 0$. Sotto queste condizioni infatti si ottiene l'uguaglianza

$$\mathcal{E}_y = \pm \frac{a_y}{a_x} \mathcal{E}_x$$

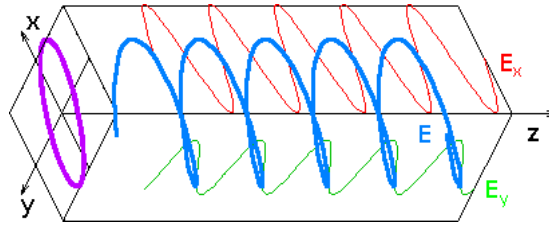


Figura 3.2: Schema di onda elettromagnetica con polarizzazione ellittica formata da due componenti con sfasamento ed ampiezza arbitrarie

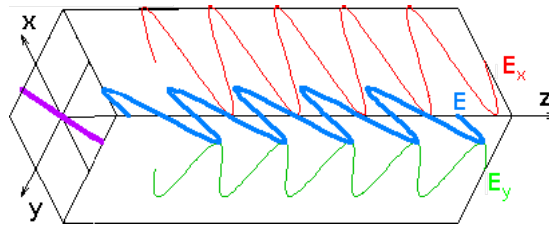


Figura 3.3: Schema di onda elettromagnetica con polarizzazione lineare formata da due componenti con sfasamento $\phi = 0$

Il che significa che l'ellisse collassa ad un segmento con pendenza $\pm a_y/a_x$. Il segno + è associato al caso $\phi = 0$ ed il segno - al caso $\phi = \pi$.

Casi specifici di polarizzazione lineare si ottengono anche per $a_x = 0$ o $a_y = 0$, che corrispondono ad ellissi collassati a segmenti rispettivamente giacenti sull'asse y o x .

Un'onda piana con polarizzazione lineare è schematizzata in figura 3.3.

Polarizzazione circolare

La polarizzazione circolare si ottiene quando siano contemporaneamente verificate le condizioni:

$$\begin{cases} a_x = a_y = a \\ \phi = \pm\pi/2 \end{cases}$$

Da queste seguono le relazioni

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &= a \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_x \right] \\ \mathcal{E}_y &= \mp a \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_x \right] \end{aligned}$$

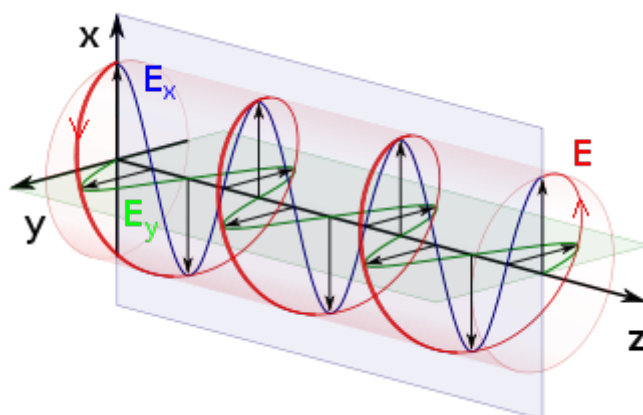


Figura 3.4: Schema di onda elettromagnetica con polarizzazione circolare destrorsa formata da due componenti con uguale ampiezza e sfasamento $\phi = +\pi/2$

come anche

$$e_x^2 + e_y^2 = a^2$$

Il che significa che in questo caso l'ellisse assume la forma specifica d un cerchio. Più nello specifico, se lo sfasamento $\phi = +\pi/2$ il vettore campo elettrico ruota in senso orario se guardato lungo l'asse di propagazione dell'onda. Se invece $\phi = -\pi/2$ la rotazione dallo stesso punto di vista appare in senso antiorario. Nel primo caso si parla di polarizzazione circolare destrorsa e nel secondo di polarizzazione circolare sinistrorsa.

Per la visualizzazione di un'onda elettromagnetica con polarizzazione circolare, si rimanda alla figura 3.4.

3.3 Rappresentazione della polarizzazione

Si è visto come lo specifico stato di polarizzazione di un'onda elettromagnetica possa essere rappresentato da due valori, ovvero mediante gli angoli ψ e χ o dal rapporto di ampiezze $R = a_y/a_x$ assieme alla differenza di fase $\phi = \phi_y - \phi_x$. In quest'ultimo caso, si possono anche riassumere entrambi i valori nell'unico numero complesso $R \exp(j\phi)$. Esistono tuttavia altri utili e diversi metodi di raffigurazione degli stati di polarizzazione.

3.3.1 Rappresentazione matriciale di Jones

Più che basarsi direttamente sui parametri di polarizzazione, la rappresentazione di Jones utilizza gli involucri complessi delle due componenti ortogonali del campo elettrico, le già definite A_x e A_y . Queste possono essere semplicemente radunate in una matrice colonna, riportante quindi 2 numeri complessi per un totale di quattro gradi di libertà.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \exp(j\phi_x) \\ a_y \exp(j\phi_y) \end{bmatrix}$$

È possibile estrarre direttamente dalla forma matriciale di Jones i parametri di polarizzazione, usando le definizioni di R come rapporto delle ampiezze e ϕ come differenza di fase tra le componenti. Inoltre, si può anche risalire all'intensità della radiazione, sommando i quadrati dei moduli delle due componenti: $I = |A_x|^2 + |A_y|^2$. Poiché quindi la matrice di Jones permette di ricostruire esattamente l'ellisse di polarizzazione, inclusa la sua dimensione, è detta una rappresentazione completa dello stato di polarizzazione.

La rappresentazione di Jones è molto usata per le sue potenzialità nel calcolo. Ad ogni sistema ottico lineare si può infatti associare una matrice di trasformazione 2x2 a parametri complessi, che mappa un vettore di Jones in entrata \bar{E}_{in} in uno uscente \bar{E}_{out} , a patto che le polarizzazioni di entrata ed uscita risiedano su piani di polarizzazione paralleli. L'interazione di un'onda elettromagnetica con uno o più sistemi di questo tipo è dunque facilmente valutabile utilizzando gli strumenti del calcolo matriciale, infatti per calcolare gli apporti del passaggio per diversi dispositivi basta eseguire un'operazione di moltiplicazione matriciale, aggiungendo i nuovi fattori a sinistra dei precedenti. Ad esempio, per un vettore \bar{E}_{in} immesso in un sistema costituito di tre elementi consecutivi associati alle matrici di Jones \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 e \mathbf{A}_3 , il vettore d'uscita si potrà calcolare mediante:

$$\bar{E}_{out} = \mathbf{A}_3 (\mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1 \bar{E}_{in})) = \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1 \bar{E}_{in}$$

Un'altra interessante caratteristica delle matrici di Jones è la semplicità di simulare la rotazione degli elementi ottici: basta infatti applicare alla matrice d'interesse una trasformazione delle coordinate del sistema di riferimento che corrisponda alla rotazione dell'angolo desiderato. Ad esempio, la matrice $\mathbf{J}(\alpha)$ rappresentativa di un elemento \mathbf{J} ruotato di un angolo α si calcola:

$$\mathbf{J}(\alpha) = \mathbf{J}_R(-\alpha) \mathbf{J} \mathbf{J}_R(\alpha), \quad \mathbf{J}_R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Di seguito sono riportate le matrici di Jones relative ad alcuni dei dispositivi ottici più utilizzati per la trattazione con questo metodo:

$$\begin{array}{ll}
 \text{polarizzatore lineare asse x} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{polarizzatore lineare asse y} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \text{polarizzatore circolare destro} & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{pmatrix} \\
 \text{polarizzatore circolare sinistro} & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \\
 \text{lamina quarto d'onda} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{pmatrix} \\
 \text{lamina mezz'onda} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 \text{lamina di ritardo generica} & \begin{pmatrix} \exp j\frac{\phi}{2} & 0 \\ 0 & \exp -j\frac{\phi}{2} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Applicando le matrici di rotazione, è possibile a partire da queste rappresentazioni ottenere qualsiasi lamina di ritardo o polarizzatore, a patto che all'atto pratico queste abbiano superfici parallele al piano di polarizzazione, che altrimenti modificherebbero.

È interessante notare che tra le proprietà delle matrici di Jones di dispositivi ottici non dicroici c'è quella di assumere la particolare forma:

$$\mathbf{J} = e^{\gamma + j\kappa} \mathbf{U} \quad (3.1)$$

Con γ e κ opportuni valori reali e \mathbf{U} matrice unitaria, ovvero tale da soddisfare la proprietà $\mathbf{U}\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^*\mathbf{U} = \mathbf{I}_n$, con \mathbf{I}_n matrice identità di ordine n pari a quello di \mathbf{U} . La forma è interessante in quanto tra le proprietà della matrice unitaria c'è quella di effettuare trasformazioni che preservano il modulo dei vettori. La dimostrazione parte dall'ipotesi di assenza di dicroismo, poiché ciò significa che ogni stato di polarizzazione subisce la stessa attenuazione, questa può essere raccolta nello scalare e^γ . Il restante fattore $e^{j\kappa}\mathbf{U}$ rappresenta quindi un dispositivo senza perdite e scegliendo un opportuno sfasamento κ si può ottenere una matrice \mathbf{U} avente forma:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ -u_2^* & u_1^* \end{pmatrix} \quad |u_1|^2 + |u_2|^2 = 1$$

Il che dimostra la tesi.

3.3.2 Rappresentazione vettoriale di Stokes

La rappresentazione vettoriale di Stokes è un'equivalente di quella di Jones, che utilizza quattro parametri reali al posto di due complessi. Si tratta dunque di una rappresentazione completa dello stato di polarizzazione, per certi versi più intuitiva in quanto rende più facile discernere il significato dei singoli parametri.

I parametri di Stokes sono quattro numeri reali, dei quali il primo è legato all'intensità dell'onda elettromagnetica, mentre i successivi sono coordinate di un punto su una superficie sferica, definite a partire dagli angoli caratteristici dell'ellisse di polarizzazione:

$$\begin{cases} S_0 = a_x^2 + a_y^2 \\ S_1 = S_0 \cos(2\chi) \cos(2\psi) \\ S_2 = S_0 \cos(2\chi) \sin(2\psi) \\ S_3 = S_0 \sin(2\chi) \end{cases}$$

Il parametro S_0 sotto le ipotesi di onda monocromatica e coerente può essere omesso, dato che è dipendente dagli altri tre secondo la relazione $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_0^2$, sicché i parametri S_1 , S_2 e S_3 bastano a dare una rappresentazione completa dello stato di polarizzazione. Diversamente, quando la polarizzazione sia solo parziale, i parametri di Stokes possono essere ridefiniti come valori medi e vale invece $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \leq S_0^2$. In questo caso S_0 non è più dipendente dalle altre grandezze e non può essere omesso, mentre lo si può usare per definire il grado di polarizzazione (DOP) della radiazione, mediante il rapporto:

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (3.2)$$

Il quale chiaramente indica il rapporto tra l'intensità del segnale polarizzato e l'intensità totale.

Si definisce anche il caso generale dello stato di polarizzazione (SOP) come vettore tridimensionale, nel seguente modo:

$$\begin{aligned} SOP &= [s_1, s_2, s_3] \\ &= \left[\frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}, \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}, \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ognuno dei componenti di questo vettore indica il valore relativo di un certo parametro di Stokes rispetto all'intensità della parte polarizzata del segnale.

Interessante è rapportare i parametri di Stokes ad altre rappresentazioni degli stati di polarizzazione, dandogli quindi particolari significati. In termini di involucri complessi, scindendo rispettivamente l'onda elettromagnetica nelle due componenti xy , nelle componenti jk (lungo due assi ruotate di $\pi/4$ rispetto alle precedenti xy) e nelle componenti circolare destrorsa e sinistrorsa rl , si ottengono:

Parametro Stokes	Componenti xy	Componenti jk	Componenti lr
S_0	$ A_x ^2 + A_y ^2$	$ A_j ^2 + A_k ^2$	$ A_l ^2 + A_r ^2$
S_1	$ A_x ^2 - A_y ^2$	$-2\Re(A_j^* A_k)$	$2\Re(A_l^* A_r)$
S_2	$2\Re(A_x^* A_y)$	$ A_j ^2 - A_k ^2$	$-2\Im(A_l^* A_r)$
S_3	$2\Im(A_x^* A_y)$	$2\Im(A_j^* A_k)$	$ A_l ^2 - A_r ^2$

Se S_0 indica in tutti i casi l'intensità totale del segnale, si nota come i parametri S_1 , S_2 ed S_3 possano essere associati al grado di somiglianza con un particolare stato di polarizzazione. Ad esempio, S_1 varrà $|A_x|^2$ per un'onda polarizzata linearmente lungo l'asse x e $-|A_y|^2$ per un'onda polarizzata linearmente lungo l'asse y . Normalizzando il valore tramite la divisione per l'intensità S_0 , si ottiene $S_1 = 1$ nel primo caso e $S_1 = -1$ nel secondo, dacché si capisce come S_1 possa essere associato al grado e alla direzione di polarizzazione lineare nel sistema di riferimento xy . Allo stesso modo, S_2 è associabile al grado di polarizzazione lineare nel sistema di riferimento jk mentre S_3 al grado di polarizzazione circolare.

La seguente relazione mette invece in relazione i parametri di Stokes con i valori di ampiezza a_x ed a_y e con lo sfasamento ϕ associati alle componenti dell'onda elettromagnetica:

$$\begin{cases} S_0 = a_x^2 + a_y^2 \\ S_1 = a_x^2 - a_y^2 \\ S_2 = 2a_x a_y \cos \phi \\ S_3 = 2a_x a_y \sin \phi \end{cases}$$

Così come nel caso dei vettori di Jones, anche nel simbolismo dei vettori di Stokes è possibile introdurre delle matrici di trasformazione che simulino sistemi ottici. In altre parole, l'interazione con un dispositivo ottico può essere matematicamente descritta:

$$\bar{S}_{out} = \mathbf{M}\bar{S}_{in}$$

Si nota che la matrice \mathbf{M} deve essere di dimensioni 4x4 e gli si dà il nome di Matrice di Müller. Diversamente dalle matrici 2x2 di Jones, quelle di Müller contengono solo valori reali, in quanto i vettori di Stokes hanno componenti con valori nello stesso insieme. Esse consentono al contempo di portare più informazione, tanto che possono essere usate anche in casi in cui il segnale non sia completamente polarizzato, ovvero quando il parametro S_0 non sia ridondante. Altrimenti, è possibile ridurre le dimensioni sia dei vettori da 4 a 3 elementi, prendendo le normalizzazioni di S_1, S_2 ed S_3 rispetto ad S_0 , sia delle matrici da 4x4 a 3x3. Si parla in tal caso di versori di Stokes, anche perché il loro modulo è per definizione unitario. In questa trattazione ci atterremo comunque in modo generale alla notazione più completa, considerando anche la presenza di S_0 .

Come succede per le matrici di Jones, anche le matrici di Müller possono essere concatenate per il calcolo di sistemi complessi, ad esempio il passaggio di un segnale rappresentato da \bar{S}_{in} nell'ordine attraverso gli elementi ottici \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 e \mathbf{M}_3 si può calcolare:

$$\bar{S}_{out} = \mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_2 (\mathbf{M}_1 \bar{E}_{in})) = \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \bar{S}_{in}$$

È anche possibile effettuare delle trasformazioni di coordinate delle matrici di Müller in modo da effettuare una rotazione. Per ottenere quindi la rotazione di un angolo α della matrice di Müller \mathbf{M}_0 si effettua la moltiplicazione:

$$\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{M}_R(-\alpha)\mathbf{M}_0\mathbf{M}_R(\alpha), \quad \mathbf{M}_R(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ai sistemi ottici d'uso più comune corrispondono le seguenti matrici di Müller:

$$\begin{array}{l}
\text{polarizzatore lineare asse x} \\
\text{polarizzatore lineare asse y} \\
\text{polarizzatore circolare destro} \\
\text{polarizzatore circolare sinistro} \\
\text{lamina di ritardo generica}
\end{array}
\begin{array}{l}
\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}
\end{array}$$

Così come succede per la notazione di Jones, anche quella di Müller offre una forma particolare per la rappresentazione dei sistemi non dicroici. Per questi infatti si può sempre scrivere:

$$\mathbf{M} = e^{\gamma} \mathbf{R} \quad (3.4)$$

Dove, come si è già visto per le matrici di Jones, il fattore moltiplicativo e^{γ} tiene conto delle perdite subite uniformemente da tutti gli stati di polarizzazione e \mathbf{R} ha tutte le proprietà di una matrice unitaria, inoltre avendo solo elementi reali gode dell'appartenenza all'insieme delle matrici ortogonali.

Si consideri ora la classe di dispositivi ottici privi di perdite, che si può vedere come caso specifico di quelli non dicroici, e si analizzi la sua interazione con una radiazione elettromagnetica completamente polarizzata. In questo caso il parametro S_0 perde la sua importanza e si può passare alla trattazione mediante versori anziché vettori di Stokes. Poiché i versori hanno sempre per definizione modulo unitario, tutte le trasformazioni tra di loro passeranno per matrici ortogonali, inoltre per l'ipotesi di assenza di perdite nella forma 3.4

l'esponente γ varrà 0. Ogni trasformazione può dunque essere vista come una rotazione nello spazio dei versori di Stokes, per il semplice motivo che in assenza di perdite ci si muove sempre sulla superficie di una sfera con uguale raggio e quindi esiste un'operazione di rotazione che mappi allo stesso modo il punto di partenza con quello di arrivo. A sua volta, una rotazione può essere vista come la composizione delle rotazioni elementari rispetto agli assi s_1 , s_2 ed s_3 corrispondenti alle matrici:

$$\mathbf{R}_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_2(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Una generica rotazione di angolo γ attorno ad un asse arbitrario, con angolo di zenith ϕ e di azimuth θ può anche essere scritta:

$$\mathbf{R}(\gamma, \phi, \theta) = \mathbf{R}_3(\theta)\mathbf{R}_2(-\phi)\mathbf{R}_1(\gamma)\mathbf{R}_2(\phi)\mathbf{R}_3(-\theta)$$

Per la corrispondenza tra le notazioni di Müller e Jones, è possibile stabilire anche in questo caso le matrici relative alle rotazioni elementari, nonostante il simbolismo di Jones non permetta un'interpretazione altrettanto semplice dell'operazione. Le rispettive corrispondenti alle matrici ortogonali di Müller \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 ed \mathbf{R}_3 sono le matrici unitarie:

$$\mathbf{U}_1(\theta) = \begin{pmatrix} \exp(-j\theta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\theta/2) \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_2(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta/2 & -j \sin \theta/2 \\ -j \sin \theta/2 & \cos \theta/2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{U}_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta/2 & -\sin \theta/2 \\ \sin \theta/2 & \cos \theta/2 \end{pmatrix}$$

Analogamente la composizione arbitraria delle rotazioni dà come risultato la matrice unitaria:

$$\mathbf{U}(\gamma, \phi, \theta) = \mathbf{U}_3(\theta)\mathbf{U}_2(-\phi)\mathbf{U}_1(\gamma)\mathbf{U}_2(\phi)\mathbf{U}_3(-\theta)$$

3.3.3 La sfera di Poincaré

La sfera di Poincaré è un'utile strumento per la visualizzazione dello stato di polarizzazione di un'onda elettromagnetica. Basandosi sui parametri angolari ϕ e χ , essa associa ad ogni possibile stato di polarizzazione un punto su una sfera di raggio unitario, tramite la trasformazione in coordinate polari:

$$\begin{cases} \theta = 2\chi \\ \phi = 2\psi \end{cases}$$

Si osserva che gli angoli χ e ψ appaiono raddoppiati in quanto la loro definizione sull'ellisse di polarizzazione li delimita all'intervallo $-\pi/2 < \chi, \psi < \pi/2$. Inoltre, il raggio della sfera non appare nel sistema, rimanendo fisso a 1. Ciò significa anche che la rappresentazione ha 2 soli gradi di libertà e non può dunque dirsi completa, non portando informazioni relative all'ampiezza dell'onda elettromagnetica.

Una definizione alternativa si dà a partire dal vettore dello stato di polarizzazione ricavato dalla 3.3, il quale identifica le coordinate cartesiane del corrispondente punto sulla superficie sferica.

La sfera di Poincaré rimane di grande interesse per la sua proprietà di visualizzare velocemente ed in modo intuitivo uno stato di polarizzazione e si rivela particolarmente utile per studiarne l'evoluzione nello spazio o nel tempo come percorso sulla sua superficie.

A partire dalla definizione si può notare come alcune zone della sfera corrispondano a particolari stati di polarizzazione. Fissando l'angolo di elevazione $\theta = 0$ e individuando quindi l'equatore, si può notare che su di esso sono mappati tutti gli ellissi di polarizzazione con $\chi = 0$, corrispondenti a polarizzazione lineare. Per $\phi = \pi$ e $\phi = 0$ si trovano in particolare la polarizzazione lineare lungo l'asse y e quella lungo x . I poli della sfera corrispondono invece all'elevazione massima $\theta = \pi/2$ e minima $\theta = -\pi/2$, alle quali corrispondono gli angoli $\chi = \pi/4$ e $\chi = -\pi/4$, rispettivamente caratteristici della polarizzazione circolare destrorsa e sinistrorsa.

Si può infine notare, anche alla luce del significato dei singoli punti sulla superficie della sfera, come le coordinate possano essere associate rispettivamente allo sfasamento tra le due componenti dell'onda (angolo di elevazione θ) e al rapporto tra le loro ampiezze (angolo di azimuth χ).

Una visualizzazione della sfera di Poincaré con alcune indicazioni per la sua lettura è riportata in figura 3.5.

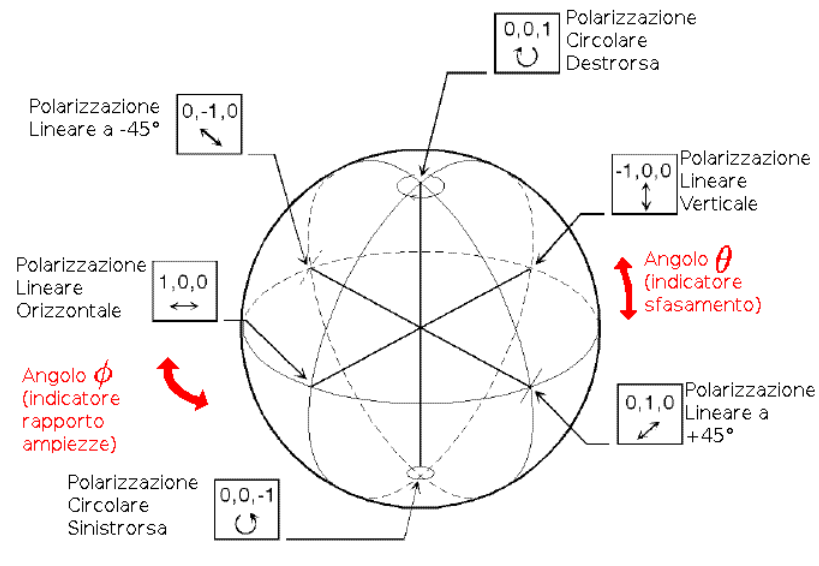


Figura 3.5: La sfera di Poincaré con segnati i parametri e le polarizzazioni particolari

4

Birifrangenza

La birifrangenza è il fenomeno per il quale diversi stati di polarizzazione di una stessa onda elettromagnetica possono viaggiare in un mezzo mantenendo velocità di fase diverse, come accade ad esempio nelle lamine di ritardo di cui si sono già trattate le proprietà ottiche. Il fenomeno è dovuto essenzialmente all'anisotropia di un mezzo, ovvero dal variare delle proprietà ottiche a seconda della direzione presa in considerazione. L'anisotropia può essere causata sia dalla struttura interna del mezzo, come accade nei cristalli, sia dalla forma fisica che questo abbia, ammesso che le dimensioni siano rapportabili con la lunghezza d'onda della radiazione in considerazione, cosa resa possibile dalle moderne tecnologie anche per mezzi artificiali. Le componenti di polarizzazione lungo due assi ortogonali di un'onda elettromagnetica all'interno di un mezzo anisotropo incontreranno due indici di rifrazione diversi e dunque saranno diversamente diffratte. Se il piano di polarizzazione è parallelo alla superficie d'entrata nel mezzo, si ottiene un semplice sfasamento tra i due stati di polarizzazione, se invece l'angolo d'entrata non è ortogonale, i due angoli di rifrazione saranno diversi per la legge di Snell e le due componenti seguiranno percorsi spazialmente distinti.

L'andamento della birifrangenza, ovvero il variare dell'indice di rifrazione a seconda dell'angolo di polarizzazione, ha un andamento generalmente ellittico. Poiché saranno di nostro interesse soprattutto i ritardi che questo fenomeno causerà alla propagazione di due onde con polarizzazione diversa, si può matematicamente trattare l'effetto mediante un solo parametro numerico definito in questo modo:

$$\Delta\beta = \beta_x - \beta_y = \omega(n_x - n_y)/c$$

Dove n_x ed n_y sono rispettivamente gli indici di rifrazione rispetto a due assi ortogonali x ed y , che corrispondano all'asse maggiore e minore dell'ellisse della birifrangenza. Si noti anche che $\Delta\beta$ è anche funzione della pulsazione ω .

4.1 Birifrangenza in fibre ottiche

La birifrangenza delle fibre ottiche è un caso piuttosto particolare. Poiché la silice della quale queste sono costituite è amorfa, esse non esibiscono una birifrangenza dovuta intrinsecamente al materiale, tuttavia sussistono diversi motivi per i quali una fibra ottica possa mostrare questa caratteristica.

Il caso è di interesse, soprattutto per quanto riguarda le fibre ottiche per le telecomunicazioni, dove qualunque effetto che possa produrre uno sfasamento tra i modi d'entrata e dunque un deterioramento del segnale si traduce in una perdita della velocità di trasmissione. Se i problemi della dispersione cromatica e modale sono stati da tempo risolti selezionando fibre monomodali ed eccitandole con una sola precisa lunghezza d'onda, quello relativo alla dispersione dei modi di polarizzazione si pone tuttora e limita la maggior parte dei collegamenti ottici ad oggi disponibili ad una frequenza di circa 10 Gbit/s . I canali allo stato dell'arte che arrivano a 40 Gbit/s o addirittura 100 Gbit/s devono invece implementare sistemi di correzione della dispersione dei modi di polarizzazione, il che permette di risolvere meglio i segnali iniziati e dunque aumentarne la frequenza.

Nonostante le fibre utilizzate per telecomunicazioni operino tutte in regime monomodale per segnali di lunghezza d'onda di 1550 nm nella terza finestra, a causa della simmetria radiale della fibra l'orientamento del modo assume caratteristiche di aleatorietà. L'orientamento può effettivamente venire imposto regolando precisamente le condizioni di eccitazione della fibra ma fintanto che questo non accade si deve matematicamente analizzare il sistema considerando la compresenza di due modi degeneri, con caratteristiche identiche ma orientati lungo le assi ortogonali tra loro e parallele alla sezione della fibra x e y , nominalmente HE_{11}^x e HE_{11}^y . Questi modi hanno ancora una forma ben definita e diversa, non vanno quindi considerati come due diversi stati di polarizzazione. Ciò si può fare solo sotto l'ipotesi di guida lieve, entro la quale le forme delle linee di campo possono approssimarsi a lineari ed i modi HE_{11}^x e HE_{11}^y possono essere sostituiti con i modi LP_{01}^x ed LP_{01}^y , rappresentanti appunto campi a polarizzazione rettilinea. Il profilo del campo elettrico dei modi HE_{11} ed LP_{01} è visualizzato nell'immagine 4.1.

In condizioni di perfetta simmetria radiale del mezzo, i modi HE_{11}^x e HE_{11}^y sono modi degeneri, cioè hanno uguale costante di propagazione ad

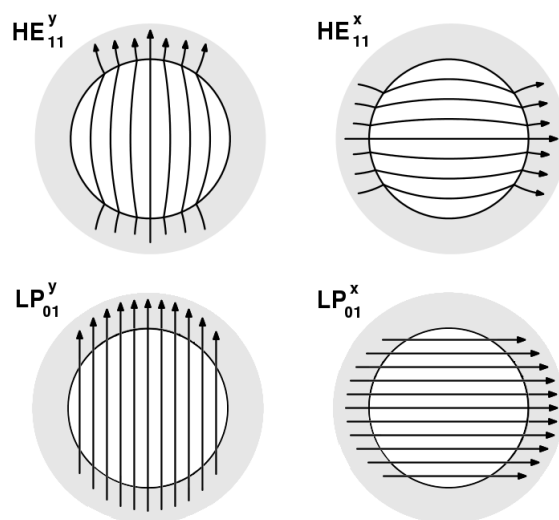


Figura 4.1: Linee del campo elettrico nei modi HE_{11}^y , HE_{11}^x , LP_{01}^y ed LP_{01}^x . La distorsione dei modi HE_{11} è molto accentuata rispetto al caso di una normale fibra ottica per telecomunicazioni.

ogni frequenza e non accumulano ritardi mutui e dunque dispersione. Tuttavia una simmetria perfetta è all'atto pratico irrealizzabile e molteplici sono i motivi per i quali questa viene violata, complice anche la particolare lunghezza e flessibilità del sistema ottico rappresentato dalla fibra. Dal punto di vista della fabbricazione, è impossibile garantire la costante circolarità del core, dacché questo assumerà verosimilmente una forma ellittica, peraltro variabile lungo la fibra. Sempre in fase di costruzione, la fibra può anche subire degli sforzi che, pur mantenendone inalterata la forma, modificano la struttura interna del cristallo al momento della solidificazione, immettendo lievi anisotropicità nel sistema. Queste due cause di birifrangenza sono dette intrinseche alla fibra, in quanto sono proprietà tipiche della fibra stessa. Diverse sono le cause estrinseche di birifrangenza, dovute essenzialmente agli stress fisici subiti dalla fibra quando viene cablata e posata, o comunque dalla particolare posizione che questa assume. Tra queste possiamo trovare le curvature, le pressioni laterali e le torsioni, nonché i gradienti termici. Si noti che queste sollecitazioni possono variare sia nello spazio che nel tempo, a differenza delle cause di anisotropia intrinseche.

4.2 Teoria dei modi accoppiati

La teoria dei modi accoppiati fornisce una semplice e illustrativa alternativa allo studio delle soluzioni delle equazioni delle onde guidate, che sarebbe lo strumento più opportuno, ma molto complesso, per l'analisi della propagazione all'interno delle fibre birifrangenti.

Il metodo dei modi accoppiati prende in esame la propagazione di un campo monocromatico all'interno di una fibra ottica ideale, trattandola come la coposizione di due modi fondamentali, associati rispettivamente al modo HE_{11}^x e HE_{11}^y . Utilizzando la notazione complessa di Steinmetz, si può dunque scrivere per l'onda in esame:

$$\bar{E}(x, y, z) = \left[a_x \bar{\mathcal{E}}^x(x, y) + a_y \bar{\mathcal{E}}^y(x, y) \right] e^{-j\kappa z} \quad (4.1)$$

Nella quale, $\bar{\mathcal{E}}^x$ e $\bar{\mathcal{E}}^y$ rappresentano rispettivamente i campi elettrici del modo HE_{11}^x e HE_{11}^y , mentre κ è la costante di propagazione e i parametri a_x e a_y sono quantità complesse costanti.

Per simulare l'interazione dell'onda $\bar{E}(x, y, z)$ all'interno della fibra ottica, la teoria dei modi accoppiati suppone l'azione di piccole perturbazioni che si riduce alla modifica dei coefficienti di combinazione lineare a_x e a_y , i quali diventano quindi funzione della posizione z . Non si prendono invece in considerazione modifiche della struttura modale della fibra. Dunque, il campo elettromagnetico della 4.1 si propaga lungo la fibra ottica seguendo l'andamento:

$$\bar{E}(x, y, z) = \left[a_x(z) \bar{\mathcal{E}}^x(x, y) + a_y(z) \bar{\mathcal{E}}^y(x, y) \right] e^{-j\kappa z} \quad (4.2)$$

Trattandosi di un'onda elettromagnetica all'interno di un mezzo che possiamo generalmente considerare disomogeneo ed affetto da anisotropia, la 4.2 deve anche essere soluzione dell'equazione di Maxwell:

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu (\epsilon + \tilde{\epsilon}) \bar{E} - \nabla(\nabla \cdot \bar{E}) = 0$$

Avendo ω , ϵ e μ i tipici significati di pulsazione del campo, permeabilità elettrica e magnetica del mezzo, mentre $\tilde{\epsilon}$ è una matrice 3x3 funzione delle tre coordinate spaziali che tiene conto delle perturbazioni alla permeabilità elettrica intrinseche od estrinseche.

Eseguendo la trattazione matematica, si considera che tutte le perturbazioni siano infinitesime, quindi tenendo conto solo di quelle di primo ordine si perviene al sistema differenziale lineare:

$$\begin{cases} \frac{da_x}{dz} = -j [k_{xx}a_x(z) + k_{xy}a_y(z)] \\ \frac{da_y}{dz} = -j [k_{yx}a_x(z) + k_{yy}a_y(z)] \end{cases} \quad (4.3)$$

Dove le incognite sono i coefficienti a_x e a_y mentre i parametri k di qualsivoglia indice sono legati ai campi $\overline{\mathcal{E}}^x$ e $\overline{\mathcal{E}}^y$, nonché alla perturbazione della permeabilità elettrica $\tilde{\epsilon}$. Tali parametri hanno un interessante significato. Nella fattispecie, considerando il caso in cui sia $k_{xx} \neq k_{yy}$ notiamo come si otterrebbero due diverse costanti di propagazione per i due modi, il che significherebbe la caduta dell'ipotesi sulla loro degenerazione. I coefficienti k_{xy} e k_{yx} indicano invece il passaggio di energia tra i modi HE_{11}^x e HE_{11}^y ; sotto le condizioni di assenza di perdite che si sono prese per ipotesi, poiché tale energia deve anche conservarsi nel suo complesso risulta $k_{xy} = k_{yx}^*$, ovvero le due grandezze sono complesse coniugate.

Il sistema lineare 4.3 può essere visto come la sovrapposizione di due sistemi, dei quali il primo abbia $k_{xx} \neq k_{yy}$ e $k_{xy} = k_{yx} = 0$ e rappresenti un fenomeno di battimento tra i modi, mentre per il secondo varrebbero le $k_{xx} = k_{yy}$ e $k_{xy}, k_{yx} \neq 0$ per un risultato che veda il vicendevole scambio di potenza tra i modi. La soluzione complessiva sarebbe ovviamente una somma lineare delle due particolari. Si nota comunque che queste considerazioni dipendono solo dalla specifica scelta delle orientazioni dei modi HE_{11}^x e HE_{11}^y , quindi della base $[\overline{\mathcal{E}}^x, \overline{\mathcal{E}}^y]$ scelta per la rappresentazione dell'onda. Effettuando un cambio di base, si potrebbe ottenere situazioni di puro battimento a partire da casi in cui ci sia solo scambio di energia.

Riguardo al significato di $a_x(z)$ e $a_y(z)$, essi sono già stati presentati come coefficienti della combinazione lineare tra $\overline{\mathcal{E}}^x$ e $\overline{\mathcal{E}}^y$, tuttavia sotto le ipotesi di guida lieve, entro le quali i modi HE_{11}^x e HE_{11}^y possono approssimarsi con gli LP_{01}^x e LP_{01}^y , questi possono essere visti come rappresentanti delle condizioni di polarizzazione del campo. In questo caso il campo all'interno della fibra rappresentato dalla 4.2 può essere sostituito dalla forma:

$$\overline{E}(x, y, z) = (a_x x + a_y y) e^{-j\kappa z}$$

o dall'alternativa compatta

$$\overline{E} = (a_x, a_y)$$

Ciò offre un collegamento immediato dei fenomeni di interferenza dei modi quali battimento o trasferimento di energia con i loro effetti sulla polarizzazione del campo elettromagnetico.

4.3 Notazione di Jones

La relazione tra un campo elettromagnetico monocromatico \bar{E}_0 entrante in una fibra ottica ed il suo valore $\bar{E}(z)$ in una posizione arbitraria al suo interno può essere calcolata tramite un'opportuna matrice di Jones, in quanto il mezzo in esame è lineare. Usando la notazione 3.1 si ottiene:

$$\bar{E}(z) = \mathbf{T}(z)\bar{E}_0 = e^{\gamma(z)+j\kappa(z)}\mathbf{U}(z)\bar{E}_0$$

Si noti la dipendenza da z di tutti i fattori dell'equazione, dovuta al fatto che per ogni lunghezza z lo stesso elemento fibra ottica può avere comportamenti diversi. Per quanto riguarda il significato dei singoli simboli, γ è legato all'attenuazione indotta all'intero segnale (si suppone infatti il mezzo non sia dicroico) mentre κ è un indicatore dello sfasamento totale. La matrice $\mathbf{U}(z)$ ha la proprietà di essere unitaria.

Supponiamo per semplicità che il campo di ingresso abbia ampiezza unitaria¹ in modo da poter usare l'uguaglianza per il passaggio alla forma versoriale $\bar{E}_0 = \hat{e}_0$ valida nel caso di modulo unitario del primo vettore. Definiamo allo stesso tempo il versore $\hat{e}(z) = e^{-[\gamma(z)+j\kappa(z)]}\bar{E}(z) = \mathbf{U}(z)\bar{E}_0$, appunto versore in quanto il secondo membro ha il modulo unitario di \bar{E}_0 , mantenuto identico dalla moltiplicazione per proprietà della matrice unitaria $\mathbf{U}(z)$. Questi nuovi simboli sono ovviamente legati dalla relazione:

$$\hat{e}(z) = \mathbf{U}(z)\hat{e}_0$$

Derivando la quale rispetto alla lunghezza z si ottiene:

$$\frac{d\hat{e}}{dz} = \frac{d\mathbf{U}}{dz}\hat{e}_0 = \frac{d\mathbf{U}}{dz}\mathbf{U}^{-1}(z)\hat{e}(z) = -j\mathbf{B}(z)\hat{e}(z) \quad (4.4)$$

Dove la seconda uguaglianza è valida per definizione della matrice $\mathbf{B}(z)$. L'equazione 4.4 è solo una scrittura alternativa della 4.3, dove i parametri k_{ij} sono sostituiti dai quattro elementi della matrice $\mathbf{B}(z)$ ed i coefficienti a_x e a_y sono le componenti di $\hat{e}(z)$.

Come diretta conseguenza della sua definizione e per l'unitarietà di \mathbf{U} la matrice $\mathbf{B}(z)$ risulta inoltre poter esser scritta nella forma:

$$\mathbf{B}(z) = \begin{pmatrix} b_1 & b_2^* \\ b_2 & -b_1^* \end{pmatrix}$$

¹Ci si può in generale riportare a questo caso normalizzando entrambi i membri per il modulo del vettore \bar{E}_0 .

Imponendo l'uguaglianza dei moduli di $\hat{\epsilon}(z)$ e $\hat{\epsilon}_0$ si può inoltre dimostrare che deve valere $b_2^* = b_2$. Normalmente la matrice $\mathbf{B}(z)$ viene descritta con la notazione:

$$\mathbf{B}(z) = \begin{pmatrix} \Delta\beta/2 & K^* \\ K & -\Delta\beta/2 \end{pmatrix} \quad \Delta\beta \in \mathbb{R} \quad (4.5)$$

La matrice $\mathbf{B}(z)$ porta l'indicazione della birifrangenza della fibra fino alla sezione di distanza z , dunque conoscerla significa avere una descrizione completa del sistema fibra ottica, almeno sotto le condizioni di approssimazione dei modi accoppiati e le ipotesi di segnale monocromatico e fibra monomodale.

4.4 Notazione di Müller

Sotto le stesse ipotesi considerate nella sezione precedente, avvaliamoci questa volta della notazione di Müller. Per motivi di semplicità supponiamo di agire all'interno di un mezzo senza perdite e con radiazione completamente polarizzata, in modo da poter sostituire i quattro parametri dei vettori di Stokes con la più semplice forma versoriale. Siano dunque \hat{s}_0 il versore corrispondente al campo all'inizio della fibra e $\hat{s}(z)$ quello corrispondente al campo elettromagnetico indotto da \hat{s}_0 alla posizione z . Recuperando la notazione 3.4 nel caso banale in cui sia $\gamma = 0$ si ottiene che i versori possono essere collegati mediante l'espressione:

$$\hat{s}(z) = \mathbf{R}\hat{s}_0$$

Con \mathbf{R} matrice ortogonale. Come già fatto con la notazione di Jones, possiamo proseguire l'analisi derivando entrambi i membri dell'equazione rispetto a z :

$$\frac{d\hat{s}(z)}{dz} = \frac{d\mathbf{R}}{dz}\hat{s}_0 = \frac{d\mathbf{R}}{dz}\mathbf{R}^{-1}(z)\hat{s}(z) = j\beta(z)\hat{s}(z) \quad (4.6)$$

Il significato della matrice $\beta(z)$ è del tutto identico a quello della già considerata $\mathbf{B}(z)$, tuttavia nel caso dei versori di Stokes si può proseguire la trattazione sfruttando la corrispondenza logica trattata nella sottosezione 3.3.2 tra la moltiplicazione per una matrice ortogonale di Müller ed una rotazione sulla sfera di Poincaré. Visto che per qualunque \mathbf{R} che può moltiplicare \hat{s}_0 si otterrà un $\hat{s}(z)$ ancora sulla superficie della sfera di raggio unitario, questo significa che la derivata di $\hat{s}(z)$ deve sempre essere ortogonale allo stesso

versore, in quanto altrimenti il suo modulo cambierebbe. Per questo esiste necessariamente un vettore $\hat{\beta}(z)$ per il quale valga:

$$\frac{d\hat{s}(z)}{dz} = \hat{\beta}(z) \times \hat{s}(z) \quad (4.7)$$

Il vettore $\hat{\beta}(z)$ è detto di birifrangenza locale, in quanto tiene conto gli effetti della birifrangenza sull'evoluzione dello stato di polarizzazione del campo elettromagnetico. Si nota peraltro che sia l'equazione 4.6 che la 4.7 sono identiche alla 4.3. La loro importanza risiede soprattutto nel fatto che pongono un elemento in grado di dare una descrizione geometricamente intuitiva e facilmente utilizzabile dell'evoluzione dello stato di polarizzazione causata dalla birifrangenza.

Nel caso di birifrangenza costante, il vettore $\bar{\beta}$ ha una direzione fissa ed indipendente da z , quindi il versore $\hat{s}(z)$ descriverà sulla sfera di Poincaré delle circonferenze con centro $\bar{\beta}$ passanti per \hat{s}_0 , che impone le condizioni iniziali di polarizzazione. In particolare, se $\bar{\beta} = \hat{s}_0$, si ottiene una circonferenza collassata ad un punto e quindi la polarizzazione viene mantenuta indipendentemente da z . Questa condizione si verifica in realtà anche per un altro stato di polarizzazione iniziale \hat{s}_0^\perp , ortogonale a $\bar{\beta}$, che sulla sfera di Poincaré si trova quindi ai suoi antipodi. Per una fibra ottica tale da avere $\bar{\beta}$ e per un segnale monocromatico con una data lunghezza d'onda esistono dunque due stati iniziali ortogonali tra di loro che non subiscono variazioni dipendenti dalla birifrangenza, i quali sono denominati autostati della fibra. Tutti gli altri stati iniziali subiscono invece evoluzioni periodiche attorno a $\bar{\beta}$. Due casi di particolare interesse si hanno quando $\bar{\beta}$ giaccia sull'equatore della sfera e quando invece passi per uno dei due poli, si dice rispettivamente che la fibra esibisce birifrangenza rettilinea o birifrangenza circolare. Si nota che la maggior parte dei difetti di fabbricazione o stimoli esterni che agiscono sulla fibra sono cause di birifrangenza rettilinea, mentre quella circolare è indotta solo dalla torsione.

Più in generale, quando il vettore di birifrangenza locale è funzione della coordinata z i suddetti autostati non esistono ed il movimento di $\hat{s}(z)$ sulla superficie della sfera di Poincaré segue un'evoluzione complessa, che risulta dalla composizione dei moti di $\hat{s}(z)$ attorno alla punta di $\bar{\beta}(z)$ e dal movimento di quest'ultimo

Una grandezza che definisce la velocità di rotazione di \hat{s}_0 è il modulo del vettore $\bar{\beta}(z)$, che coincide di fatto con quello della derivata di $\hat{s}(z)$ fatta rispetto a z . Si definisce a partire da esso la grandezza di lunghezza di battimento:

$$L_B(z) = \frac{2\pi}{|\bar{\beta}(z)|}$$

Il suo significato è più chiaro nel caso di fibra a birifrangenza costante, dove L_B coincide con il periodo spaziale dell'evoluzione dello stato di polarizzazione. Al contrario, nelle fibre in cui il vettore di birifrangenza cambia velocemente posizione in funzione di z la lunghezza L_B continua sì ad indicare la frequenza di rotazione di $\hat{s}(z)$ attorno a $\bar{\beta}(z)$ ma in questo caso l'andamento di $\hat{s}(z)$ non è più periodico, in quanto durante la propagazione del segnale per una distanza L_B il centro di rotazione si sarà mosso di molto. In questi casi l'evoluzione dello stato di polarizzazione sulla sfera di Poincaré è molto irregolare e la fibra viene detta disordinata.

4.5 Fibre a birifrangenza costante

La produzione di fibre a birifrangenza costante, dette anche a mantenimento di polarizzazione per la loro potenzialità di trasmettere il segnale in entrata senza alternarne la polarizzazione, è tecnicamente possibile e si realizza lavorando sulle cause di birifrangenza intrinseche della fibra. Di fatto, un nucleo con ellitticità particolarmente pronunciata o l'imposizione di forze tensili al momento della produzione provocano alti gradi di birifrangenza, rispetto ai quali quelli dipendenti da cause estrinseche diventano trascurabili. Si può dunque associare ad una fibra a mantenimento di polarizzazione un vettore $\bar{\beta}$ indipendente da z e avente un valore del modulo molto maggiore di quello dei $\bar{\beta}(z)$ corrispondenti alle cause di birifrangenza estrinseche. Si capisce che in questo caso la L_B assume valori molto piccoli². Le fibre a mantenimento di polarizzazione hanno come contro il costo di produzione e sono ancora realizzabili per lunghezze piuttosto limitate. Trovano tuttavia grazie alle loro caratteristiche largo impiego all'interno di strumentazione di misura che richieda il mantenimento della polarizzazione, come nel caso del nostro sistema per l'analisi POTDR.

²Attorno al millimetro, grandezza da confrontare col caso di fibre standard per telecomunicazioni che possono avere L_B di qualche metro.

5

Strumentazione

Dal punto di vista teorico, l'analisi riflettometrica sensibile alla polarizzazione (POTDR) necessita soltanto dell'applicazione di un polarizzatore controllato nella catena di ricezione del segnale di un normale OTDR, in modo da selezionare di volta in volta un particolare stato di polarizzazione al posto dell'intera radiazione elettromagnetica. Se in questo modo si implementa la vera e propria sensibilità alla polarizzazione, in genere per aumentare le potenzialità analitiche del POTDR si include anche un controllo di polarizzazione per la sorgente di stimolo e quindi un grado di libertà in più per le condizioni di interrogazione della fibra. Lo schema di un banco per POTDR è riportato in figura 5.1, da confrontarsi con lo schema dell'OTDR già visto in figura 2.1.

All'atto pratico sorgono tuttavia un insieme di problemi che finiscono per richiedere una strumentazione ben più complessa ed articolata. Gli OTDR commerciali sono infatti progettati per funzionare in collegamento diretto con la fibra ottica e non consentono quindi l'accesso a parametri necessari per l'interfaccia corretta con strumenti esterni. Per questo motivo, lo schema della strumentazione sperimentale realmente utilizzata, presentato in figura 5.2 diverge considerevolmente da quello teorico, in particolare si può notare che tutti gli elementi interni all'OTDR a parte l'oscilloscopio vengono ripetuti all'interno di un'altra struttura che permette l'accesso da parte dell'utente a un insieme di parametri significativi. Questi sono ad esempio quelli che regolano le caratteristiche degli impulsi, la potenza del laser e la finestra di funzionamento del fotodiode.

Passiamo ora in rassegna le singole componenti del sistema di misura.

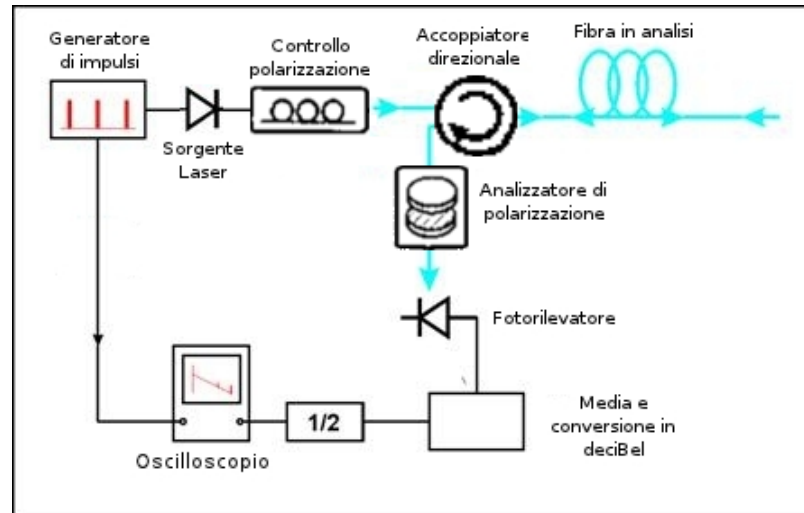


Figura 5.1: Schema di uno strumento per POTDR

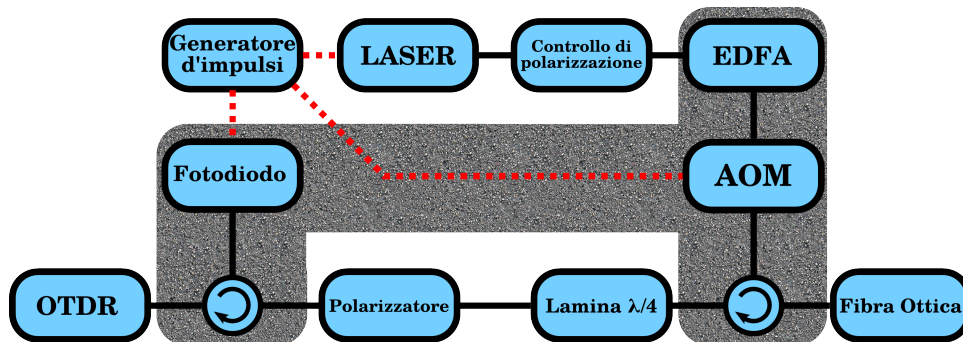


Figura 5.2: Schema della strumentazione POTDR utilizzata per l'esperimento. Le connessioni ottiche sono indicate con una linea nera continua, quelle elettriche con una linea tratteggiata rossa. Evidenziati con sfondo grigio sono gli elementi integrati nello strumento P-OTDR assemblato dal gruppo di fotonica dell'Università di Padova

5.1 OTDR

L'OTDR di cui si è fatto uso è un Wavetek Helios SI 7920. Si tratta di uno strumento finalizzato all'analisi di tratti più lunghi di fibra ottica rispetto a quello di nostro interesse, infatti permette di adattare l'asse orizzontale a lunghezze da 5 km fino a 200 km. La lunghezza dell'impulso invece può essere variata a salti da 5 ns a 10 μ s passando per 20 ns , 100 ns , 300 ns , 1 μ s e 3 μ s.

Lo schermo ha una risoluzione verticale massima di 0,001 dB ed orizzontale fino a 0,01 m, sovrabbondante rispetto allo strettamente necessario, dato che l'impulso minimo ha un'estensione spaziale di 16 cm e che comunque la massima accuratezza di misura della posizione è specificata $\pm 0,5$ m.

Il campionamento spaziale, dipendente dal tipo di impulso selezionato, viene eseguito da ogni 16 cm a ogni 40 m. Lo strumento permette anche di modificare l'indice di gruppo della fibra in uso all'interno del range tra 1,3 e 1,7 in modo da ottenere una mappa più accurata tra le misure di tempo e posizione.

Il laser, comunque fuori dal nostro interesse diretto in quanto nel setting POTDR funziona fondamentalmente da trigger, ha un'emissione centrata nei 1550 nm con un errore di ± 20 nm.

Le specifiche dichiarano inoltre un errore per le misure di attenuazione di $\pm 0,05$ dB ed un errore per le misure di riflessione di ± 2 dB. Le dead zone sono rispettivamente di 1 m per l'event dead zone e di 8 m per l'attenuation dead zone (valori validi per l'impulso a 10 ns senza saturazione). Dalle misure sperimentali invece la dead zone dal picco di riflessione in entrata risulta avere una lunghezza di circa 30 m. Questo valore piuttosto alto risulta problematico in quanto implica che da un decimo circa della lunghezza della fibra non sarà possibile ricavare dati.

Per l'OTDR è stata preparata un'interfaccia MATLAB piuttosto completa, capace di passare i valori di lunghezza dell'impulso, il tempo di media e la distanza tra le misure, nonché la sincronizzazione con gli altri strumenti, di fatto automatizzando completamente il processo di misura. L'interfaccia GPIB è stata anche usata per il trasferimento dati, in modo che questi fossero salvati direttamente sul computer anziché sulla limitata memoria interna.

Poiché alcuni dei parametri dell'OTDR come il periodo di funzionamento del fotodiodo ed il numero di punti di campionamento rimangono inaccessibili e variabili solo in funzione della lunghezza temporale dell'emissione del laser, si è deciso di equiparare quella impostata per il laser interno a quella del laser esterno. In questo modo lo strumento è risultato ottimizzato per la ricezione.

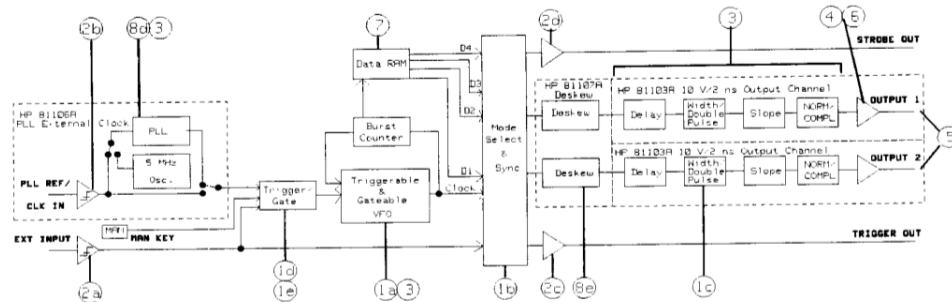


Figura 5.3: Schema funzionale del generatore d'impulsi HW 8110A

5.2 Generatore d'impulsi

Il generatore d'impulsi, componente funzionante da clock per l'intero sistema, è uno strumento della Hewlett-Packard, modello 8110A. Esso è stato collegato attraverso cavi coassiali al fotodiodo dello strumento P-OTDR dal quale riceve l'input, alla sorgente laser alla quale fornisce il segnale di triggering e al modulatore acusto-ottico, per imporne il periodo di attivazione. I due segnali diretti rispettivamente a laser e AOM devono dunque essere attivati dallo stesso input ma hanno andamenti diversi e devono essere gestiti da due canali separati, che lo strumento mette a disposizione.

La presenza di un generatore esterno è necessaria in quanto quello interno all'OTDR regola automaticamente l'attivazione della sorgente laser interna e del periodo di attivazione del fotodiodo a seconda dei parametri impostati per l'analisi, quali la durata dell'impulso e la lunghezza spaziale della fibra in analisi. Non è dunque reso disponibile all'utente alcun controllo che consenta di introdurre ad esempio ritardi o un controllo più preciso della potenza del laser, i quali sono necessari per l'analisi POTDR.

Nella fattispecie, il periodo di apertura dell'AOM va modulato precisamente ad hoc per ogni singola realizzazione del sistema di misura. Deve essere ben sintonizzato con i ritardi introdotti nella propagazione del segnale dal tempo di attivazione del fotodiodo, dalla trasmissione elettrica in entrata ed in uscita dal generatore d'impulsi, dunque dal tempo di attivazione del laser e dalla propagazione del nuovo segnale ottico attraverso il controllo di polarizzazione verso l'EDFA e infine allo stesso AOM. Il tutto deve ovviamente essere in sincrono coi tempi di lettura dell'OTDR. Una regolazione precisa si ottiene nel modo più semplice modificando la finestra di funzionamento ed il ritardo in attivazione agendo sugli opportuni parametri durante il funzionamento dell'intero sistema con l'OTDR in modalità preview.

L'AOM è necessario ad isolare il segnale utile da quello introdotto dall'EDFA, il quale mentre non funziona da amplificatore ha un'emissione continua di rumore. Una corretta regolazione dei tempi di funzionamento dell'AOM permette quindi di distinguere il segnale utile dal rumore di fondo.

Più semplice è la regolazione dei parametri del canale associato all'attivazione del laser esterno, che deve semplicemente essere il più possibile contemporanea a quella della sorgente luminosa integrata nell'OTDR. In effetti, se anche l'utilizzo di una sorgente esterna garantisce una migliore qualità del fascio ed un maggiore range di potenze di funzionamento, le specifiche di temporizzazione rimangono identiche a quelle del laser dell'OTDR. Il trigger dovrebbe dunque partire in concomitanza con l'attivazione del fotodiode, che si attiva leggendo appunto il segnale ottico in uscita dall'OTDR. All'atto pratico tuttavia l'attivazione e la propagazione del laser esterno richiedono più tempo rispetto alla controparte integrata nell'OTDR e questo ritardo si nota anche dalle tracce registrate dall'oscilloscopio. Il picco di riflessione iniziale appare infatti a circa 120 m dall'inizio vero e proprio del grafico. Considerando la velocità stimata dall'OTDR della propagazione dell'impulso all'interno della fibra (circa due terzi della velocità della luce nel vuoto), si ricava un ritardo totale di approssimativamente 600 ns.

Per il generatore d'impulsi non è stata preparata un'interfaccia MATLAB che consenta l'accesso ai parametri di funzionamento, dato anche che questi sono supposti rimanere costanti durante tutta la sessione di misura. Il collegamento GPIB è comunque necessario alla sincronizzazione dell'accensione e spegnimento dei canali.

5.3 Controllore di polarizzazione

Il controllore di polarizzazione è uno strumento che rende possibile trasformare uno stato di polarizzazione fisso in uno arbitrario. Non va confuso con l'analizzatore di polarizzazione, il cui compito è invece selezionare una particolare polarizzazione e che è pure presente nel setting sperimentale per POTDR. Se la finalità del primo dispositivo è quella di imporre un particolare stato di polarizzazione alla radiazione di stimolo della fibra senza variarne sensibilmente l'intensità, il secondo è invece impiegato subito prima del sensore dell'OTDR e richiede proprio di poter distinguere le potenze associate ai singoli stati di polarizzazione in analisi.

Il controllore di polarizzazione usato in questo esperimento è di marca Agilent, modello 11896A. In linea di principio, funziona con una serie di quattro piccoli avvolgimenti di fibra ottica, aventi lunghezza e raggio di piegatura tali da introdurre un ritardo di $\lambda/4$ al segnale in entrata. Ruotando

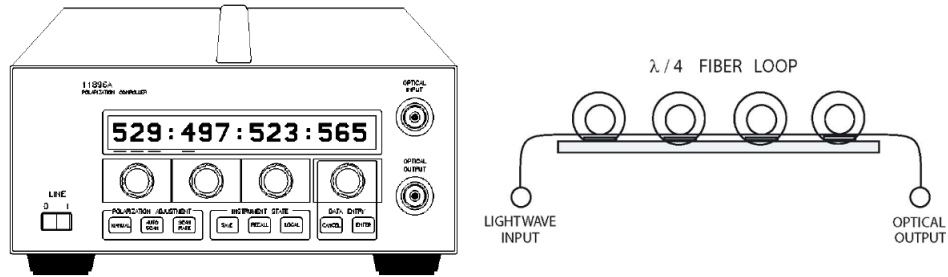


Figura 5.4: Schema dell'aspetto esterno (a sinistra) e diagramma funzionale (a destra) del controllore di polarizzazione Agilent 11896A

l'avvolgimento si introduce infatti una birifrangenza modificando le velocità di propagazione dei modi principali secondo la formula:

$$\Delta_n = n_x - n_y = -C \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

Essendo $n_{x,y}$ gli indici di rifrazione lungo l'asse indicato dal pedice, r il raggio esterno del nucleo della fibra ottica, R il raggio dell'avvolgimento, C una costante tipica della specifica fibra ottica usata. Alla birifrangenza così stabilita corrisponde un ritardo di fase che segue la funzione:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta_n 2\pi RN$$

Dove $\Delta\phi$ è lo sfasamento indotto tra le componenti x e y , λ_0 è la lunghezza d'onda della radiazione ottica in entrata ed N il numero di avvolgimenti. Tipicamente si ottiene il ritardo di una lamina quarto d'onda utilizzando singoli avvolgimenti del raggio di circa uno o due centimetri, in fibra ottica singolo modo per telecomunicazioni.

Girando un avvolgimento attorno al perno al quale è fissato si ottiene la rotazione fisica degli assi ottici veloce e lento, mantenendo inalterato il piano di polarizzazione. È lo stesso effetto che si avrebbe ruotando una lamina quarto d'onda. I quattro gradi di libertà offerti dalle possibili rotazioni dei quattro avvolgimenti permettono in pratica di trasformare una qualsiasi polarizzazione in entrata in una qualsiasi polarizzazione in uscita.

Lo specifico strumento impiegato in questo setting permette la rotazione dei singoli avvolgimenti di un angolo compreso tra 0° e 180° , con controllo manuale o attraverso un motore passo-passo a 1000 passi controllato via GPIB, il che implica una risoluzione di circa $0,18^\circ$. Il posizionamento richiede un tempo massimo di 1 s. Per il controllore di polarizzazione è stata

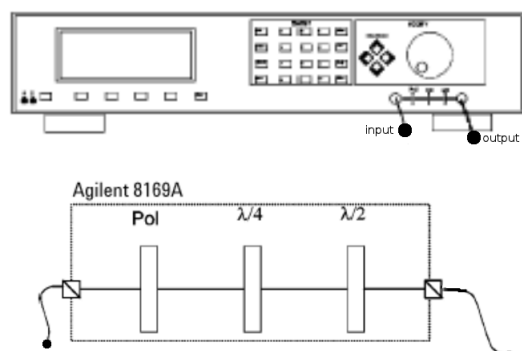


Figura 5.5: Schema dell'aspetto esterno (in alto) e diagramma funzionale (in basso) dell'analizzatore di polarizzazione HP 8169A

resa disponibile un'interfaccia MATLAB in grado di passare i parametri di funzionamento durante l'esperimento, in sincrono con il funzionamento delle altre componenti, in modo da automatizzarne completamente le operazioni.

Il range di funzionamento in lunghezze d'onda dello strumento va dai 1250 nm ai 1800 nm . Le perdite per inserzione si attestano attorno ai $2,0\text{ dB}$ valore abbastanza basso da essere accettabile per l'applicazione di imposizione dello stato di polarizzazione del laser. Anche la variazione della perdita per inserzione dipendente dalla posizione angolare degli avvolgimenti è molto bassa, ovvero $\pm 0,02\text{ dB}$. Il controllore di polarizzazione consentirà dunque di ottenere in uscita un impulso di buona intensità, la quale al contempo sarà pressoché indipendente dalla particolare posizione degli avvolgimenti e dunque dallo stato di polarizzazione.

5.4 Analizzatore di polarizzazione

L'analizzatore di polarizzazione permette di estrarre da una certa onda elettromagnetica la sola componente avente un particolare stato di polarizzazione. Diversamente dal controllore quindi, non modifica ma seleziona, tramite la rimozione delle componenti non d'interesse.

Lo strumento impiegato nel setting POTDR è un prodotto della Hewlett-Packard, modello HP8169A. Questo contiene al suo interno una serie di sistemi ottici, nella fattispecie una lamina quarto d'onda, una lamina mezz'onda ed un polarizzatore lineare. Ruotando opportunamente le lamine, che forniscono due gradi di libertà, è possibile modificare la polarizzazione da ellittica a lineare, qualunque sia il suo stato iniziale, fornendola infine in entrata al

polarizzatore lineare, che funziona da selettore. Dunque, la componente della radiazione avente l'ellisse di polarizzazione prescelto viene opportunamente modificata in modo da essere mappata in una polarizzazione rettilinea che passerà attraverso il polarizzatore. La componente ortogonale invece subendo la stessa mappatura acquisirà una polarizzazione finale ortogonale a quella selezionata dal polarizzatore, che la bloccherà.

Le specifiche dello strumento prevedono una perdita per inserzione di circa $1,5\text{ dB}$ ed un intervallo di funzionamento in lunghezze d'onda che va da 1470 nm a 1570 nm . La potenza massima accettata in entrata è di 23 dBm . La posizione delle lamine e del polarizzatore è controllata da altrettanti motori passo-passo, a 1000 passi, che permettono una risoluzione di $0,18^\circ$, mentre l'accuratezza di posizionamento è di $0,20^\circ$. Il tempo di posizionamento delle lamine è di circa 200 ms .

L'analizzatore accetta sia comandi forniti per via elettronica attraverso la porta GPIB sia manuali, inoltre si può decidere se codificare i dati come posizione angolare delle lamine o come punto selezionato sulla sfera di Poincaré. Nel caso del setting POTDR, all'analizzatore vengono fornite per ogni misura cinque diverse posizioni delle lamine¹, in modo da poter ottenere un'indicazione per ciascuno dei parametri di Stokes, più uno per la validazione dei dati.

5.5 Laser

Il laser esterno serve a generare l'impulso di eccitazione da convogliare nella fibra ottica per studiarne il comportamento. È necessario che abbia buone caratteristiche di coerenza ed un'ottima stabilità della lunghezza d'onda nel tempo, visto che le misure richiedono periodi di tempo nell'ordine delle giornate.

Per questo progetto è stato utilizzato un laser TUNICS-PR della Photonetics. Si tratta di un dispositivo formato da due parti, una funge da alimentatore e controllo del laser, mentre l'altra, la testa, contiene la sola parte ottica ovvero il diodo laser ed i dispositivi per la sintonizzazione e selezione dei modi. L'alimentatore offre un pannello di controllo dal quale si possono modificare parametri quali la corrente in entrata nel diodo e la lunghezza d'onda selezionata, con un'accuratezza di $\pm 0,2\text{ nm}$. La presenza sulla parte posteriore di un connettore GPIB offre comunque la possibilità di un controllo da remoto via PC.

Il diodo laser appartiene alla classe IIIb, in quanto emette al massimo 20 mW in un intervallo di lunghezze d'onda tra i 1480 nm ed i 1580 nm . È

¹All'atto pratico viene modificata la sola posizione della lamina quarto d'onda.

studiato per l'uso con una fibra ottica a singolo modo. La divergenza specificata è di $0,18\text{ rad}$ e la stabilità della potenza in uscita è data a $\pm 0,01\text{ dB}$ all'ora. La modulazione di intensità può essere effettuata con una frequenza massima di 1 GHz , mentre la larghezza spettrale risulta da datasheet di 150 kHz . Tutte queste specifiche sono in linea con le richieste di progetto.

5.6 EDFA

Tra i possibili amplificatori di segnali ottici, quello a fibra ottica drogata con Erblio offre diversi vantaggi per l'applicazione di nostro interesse. Innanzitutto attraverso la selezione dei modi attuata dalla fibra, esso permette di ottenere un segnale amplificato a singolo modo, inoltre tra i diversi droganti possibili l'Erblio è l'unico a garantire l'amplificazione per la lunghezza d'onda di emissione del laser, visto che possiede una banda di transizione tra 1530 nm e 1560 nm , pur mantenendo la compatibilità con la silice della quale è principalmente costituita la fibra drogata. Ciò si traduce anche in una bassa perdita per inserzione, appunto per le caratteristiche ottiche della fibra in silice. Fondamentale è anche notare che l'amplificazione non dipende dallo stato di polarizzazione del segnale in entrata e che questo in ogni caso viene preservato dalle proprietà tipiche degli amplificatori ad emissione stimolata.

In particolare, le specifiche dello strumento utilizzato indicano un intervallo di funzionamento da 1529 nm a 1562 nm per quanto riguarda la lunghezza d'onda e da -28 dBm a 1 dBm per la potenza della radiazione in entrata, mentre l'uscita ha una potenza di 21 dBm , con un'accuratezza di $\pm 0,25\text{ dBm}$. La figura di rumore si attesta a 6. Il pompaggio ottico è fornito da un diodo laser con emissione attorno ai 980 nm .

Il package di piccole dimensioni dell'amplificatore ne ha permesso l'integrazione diretta all'interno dello strumento P-OTDR, dal quale è collegato con una linea di alimentazione ed una seriale per la comunicazione dati.

5.7 AOM

Il modulatore acusto-ottico è stato integrato all'interno dello strumento P-OTDR. Si tratta di un prodotto marca Gootch & Housego, specifico per il collegamento in fibra ottica con amplificatori di potenza e laser pulsati ad alta frequenza. Un'altra caratteristica fondamentale è la sua capacità di mantenere la polarizzazione del segnale.

Il cuore dello strumento è un cristallo in biossido di tellurio, opportunamente tagliato e lucidato lungo uno specifico piano cristallino. Tale materiale

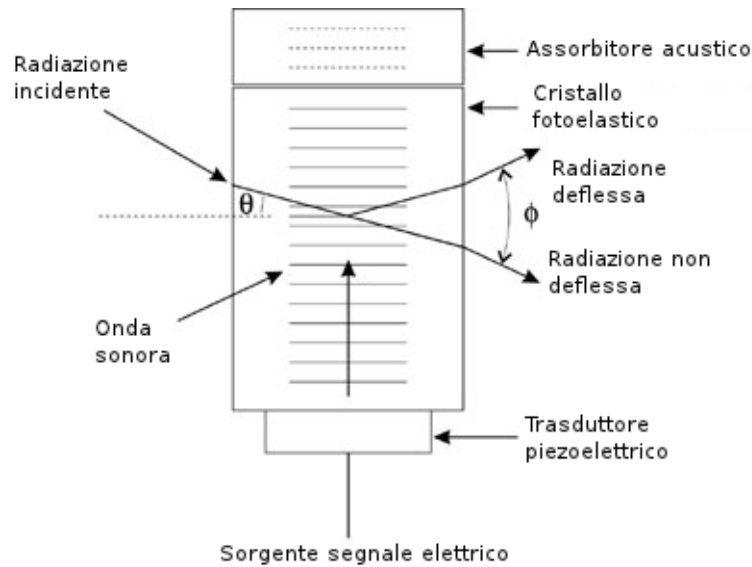


Figura 5.6: Schema di funzionamento di un modulatore acusto-ottico

risulta trasparente nell'intervallo di lunghezze d'onda tra 1530 nm e 1550 nm , gode inoltre della proprietà di fotoelasticità, per la quale il suo indice di diffrazione dipende dalla compressione (o trazione) meccanica esercitata su di esso. Normalmente questo effetto viene stimolato mediante un'onda acustica all'interno del mezzo, in modo che si venga a formare un andamento dell'indice di rifrazione periodico, avente andamento:

$$n(z, t) = n + \Delta n \cos(\omega t - kz)$$

Dove n è l'indice di diffrazione del materiale in condizioni di riposo, ω e k sono la velocità angolare ed il numero d'onde dell'onda acustica. A sua volta Δn dipende da n e dalle proprietà del mezzo:

$$\Delta n = -\frac{1}{2}n^3B$$

Dove B è un parametro dipendente dal vettore di eccitazione meccanica e dal tensore fotoelastico tipico del materiale.

Il controllo dell'onda acustica all'interno del mezzo può essere effettuato per via elettrica utilizzando un trasduttore piezo-elettrico. Mediante un'opportuna regolazione dello stimolo, è possibile ottenere una struttura operante in regime di Bragg, per la quale varrà:

$$\sin \Theta = \left(\frac{m\lambda}{2\Lambda} \right)$$

Dove λ è la lunghezza d'onda del segnale ottico, Λ quella dell'onda acustica, m l'ordine di diffrazione, che per i singoli strati cristallini può assumere valori $+1$, 0 o -1 .

L'intensità dell'onda ottica diffratta lungo i modi $m = \pm 1$ dipenderà da quella dell'onda acustica, per questo si usa mantenere la frequenza dello stimolo costante in modo da incontrare le condizioni di Bragg e modificarne l'intensità, ottenendo così un modulatore ad effetto rapido.

Alcuni limiti dello strumento sono la potenza media massima accettata in entrata, da specifiche $1 W$ e l'energia massima contenuta in un impulso ($100 \mu J$ per una durata di $10 ns$). Le perdite per inserzione, tutto sommato basse per questo genere di strumento, sono di $6 dB$. Il tempo di salita e di discesa del segnale, definiti come i tempi necessari per passare da una trasmissione del segnale ottico del 10% al 90% e viceversa, sono di $10 ns$. La frequenza dell'onda acustica è di $200 MHz$. Interessante infine è notare che la potenza elettrica richiesta per l'induzione dell'onda acustica tramite il piezoelettrico è di $3 W$.

5.8 Fotodiode

Un fotodiode si ottiene da una comune giunzione p-n o p-i-n polarizzata tramite una tensione inversa applicata ai terminali. L'incidenza di un fotone avente una particolare energia può provocare entro tale struttura la produzione di una coppia elettrone-lacuna e dunque una corrente. Nonostante si tratti dunque di un componente molto semplice dal punto di vista costitutivo, all'atto pratico per incontrare le specifiche richieste da un sistema per riflettometria sono necessari alcuni accorgimenti. Innanzitutto, perché il fotodiode possa funzionare per le lunghezze d'onda di nostro interesse, occorre che sia costruito in arseniuro di indio e gallio, allo stato dell'arte il materiale semiconduttore che garantisce il maggior rendimento attorno ai $1550 nm$ ad un costo accettabile. Oltre alla sensibilità è fondamentale che il fotodiode abbia una bassa corrente di buio ed una rapida velocità di risposta, dalla quale dipende direttamente la risoluzione spaziale dello strumento OTDR. A sua volta questa specifica dipende dalla capacità parassita alla giunzione e dalla resistenza di carico. Valgono nella fattispecie:

$$C_j = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{L} \quad \tau = RC_j$$

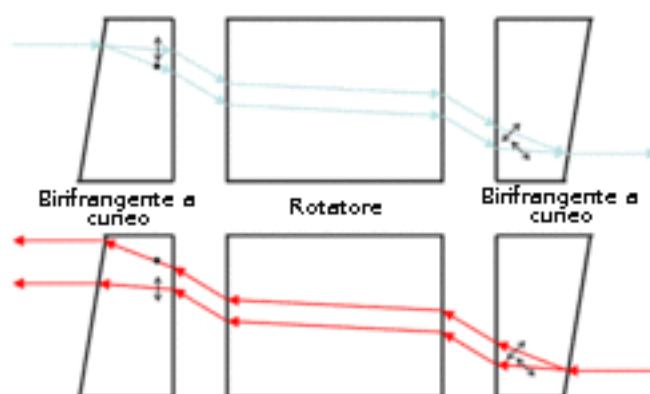


Figura 5.7: Schema del funzionamento di un isolatore a mantenimento di polarizzazione, componente fondamentale del circolatore

Dove C_j è la capacità alla giunzione del fotodiode, A l'area dell'interfaccia e L la lunghezza della zona di svuotamento. τ è la costante temporale associata al funzionamento del fotodiode ed R la resistenza di carico.

Si capisce che è necessario modulare opportunamente la tensione applicata al fotodiode in modo da diminuire la capacità parassita ed aumentare al massimo la probabilità di assorbimento del fotone all'interno dell'area di svuotamento senza d'altra parte arrivare a correnti di buio troppo alte. Per quanto riguarda l'area della giunzione invece, questa dovrà essere la minima possibile. Tipicamente la tensione inversa viene mantenuta vicino ai valori di breakdown, che possono andare tra 50 V e 100 V mentre l'area viene ridotta al minimo, con valori attorno ai $500\ \mu\text{m}^2$, eventualmente anteposendo al sensore una lente per aumentare l'intensità di radiazione sul sensore. Sotto queste condizioni le correnti di buio hanno valori di qualche $n\text{A}$ e le frequenze di funzionamento arrivano all'ordine dei GHz , più che sufficiente per l'applicazione di nostro interesse.

5.9 Circolatore

I circolatori presenti all'interno dello strumento P-OTDR sono in pratica due, entrambi a tre canali. Se anche le potenze in gioco nei due casi sono piuttosto diverse, un solo dispositivo può risolvere le specifiche di entrambe le applicazioni. Si tratta di uno strumento della Photonic Technologies, codice HALO-1550-Q3-0110.

Il principio di funzionamento del circolatore si basa sulla rotazione di Faraday, ovvero un effetto magneto-ottico che induce una rotazione del piano di polarizzazione della radiazione passante per un particolare mezzo immerso in un campo magnetico. La rotazione dipende quindi sia dal campo magnetico che dalle proprietà del mezzo:

$$\beta = \nu B d$$

Dove β è l'angolo di rotazione all'uscita dal mezzo, ν è una costante detta di Verdet tipica del mezzo e d è la lunghezza del cammino ottico all'interno del mezzo.

Poiché la rotazione di Faraday ha lo stesso verso indipendentemente dalla direzione della luce in entrata, si può usare il suo effetto per realizzare dispositivi non reciproci come isolatori o circolatori, basati sulla trasmissione della luce diretta in una certa direzione ed il blocco di quella con verso opposto. Basta infatti immettere dei polarizzatori lineari prima e dopo il rotatore. In tal caso, il segnale con la direzione in cui vogliamo ci sia trasmissione incontrerà per prima cosa un polarizzatore che gli imporrà ad esempio una polarizzazione lineare verticale. Questa verrà poi propagata all'interno di un rotatore appositamente progettato per imporre una rotazione di 45° . All'uscita dal rotatore, un secondo polarizzatore lineare con asse appunto a 45° lascerà passare l'intero segnale. Al contrario, un segnale proveniente dalla direzione opposta incontrerà prima il polarizzatore a 45° , dunque il rotatore che aggiungerà un angolo di 45° , per un totale di 90° . Il segnale avrà quindi polarizzazione lineare orizzontale e sarà del tutto fermato dal polarizzatore verticale.

Lo strumento appena descritto ha lo svantaggio di imporre alla radiazione in entrata una certa polarizzazione, mentre per il setting sperimentale di nostro interesse è assolutamente necessario che venga mantenuta la polarizzazione originale. Ciò si può ottenere mediante l'uso di un sistema più complesso, dove delle lamine birifrangenti a cuneo sostituiscono i polarizzatori. All'atto pratico, la prima lamina scompone il raggio in entrata in due componenti con polarizzazione ortogonale, il raggio ordinario e quello straordinario, spazialmente separati. Entrambi entrano nel rotatore dove subiscono una rotazione di 45° , dopodiché entreranno nella seconda lamina birifrangente, nella quale asse veloce e lento sono posizionati in modo da far collimare nuovamente i raggi ordinario e straordinario in un unico fascio in uscita, polarimetricamente identico a quello entrante, che sarà poi focalizzato in una fibra d'uscita. Le componenti di un raggio proveniente dalla direzione da bloccare incontreranno per prima la seconda lamina, che ne dividerà spazialmente le componenti polarimetriche per poi introdurle nel rotatore.

All'uscita, tuttavia, le rotazioni subite dalle due componenti non permetteranno all'altra lamina di ricomporre un raggio collimato, infatti queste non avranno più l'orientamento relativo necessario con gli assi veloce e lento del cristallo. Il raggio in uscita non potrà dunque essere rifocalizzato in fibra. Ci si riferisca allo schema in figura 5.7 per una visualizzazione del funzionamento di questo dispositivo.

Un circolatore come quello utilizzato può essere costituito da tre diversi isolatori, che accoppiano i canali uno a uno in una sola direzione. Esistono tuttavia disparate tecnologie diverse che consentono di ottenere uno strumento di questo tipo.

Le specifiche del datasheet dello strumento in considerazione riportano sia i valori garantiti sia quelli effettivamente misurati sul singolo strumento, che viene caratterizzato prima della vendita. Di seguito sono riportati i soli valori di serie, in quanto più significativi per il modello. Se anche il circolatore possiede tre canali, di serie questi sono supposti avere caratteristiche identiche.

I dati assicurano che la perdita per inserzione sia minore di $0,6 dB$, che l'isolamento tra i canali sia maggiore di $55 dB$ nel caso ideale di $\lambda = 1550 nm$ e $T = 25^\circ$ e maggiore di $50 dB$ al variare di una delle due grandezze tra λ e T . Caratteristica d'interesse è anche la bassa perdita per polarizzazione, specificata minore di $0,07 dB$ peculiare di questo strumento pensato soprattutto per i sistemi con la necessità di mantenere gli stati di polarizzazione. La perdita in ritorno è specificata come d'uso con lo stesso valore dell'isolamento in caso non ideale, tuttavia si nota dalle misure che essa risulta in pratica maggiore di $55 dB$.

6

Realizzazione dell'esperimento

Dopo aver considerato le basi teoriche che sottendono all'esperimento d'interesse per questa tesi, questa sezione presenta alcuni accorgimenti pratici per la realizzazione vera e propria del setup. Si proseguirà poi ad esporre le condizioni di misura, il tipo di dati estratti e la loro elaborazione.

6.1 Posizionamento della fibra ottica

Il posizionamento corretto della fibra ottica è stato una fase critica durante questo lavoro di tesi. Le specifiche sono derivate direttamente dalla finalità, ovvero quella di rilevare il cambiamento del comportamento della fibra ottica al variare della temperatura. Per questo è stato innanzitutto necessario fissare la fibra ottica in modo che non potesse essere oggetto di azioni meccaniche, quali vibrazioni, tensioni o deformazioni in genere. In secondo luogo occorre sistemare la bobina in una posizione in cui potesse subire delle variazioni termiche rilevanti, perché il loro apporto fosse dominante tra le sollecitazioni subite dalla fibra.

Alcune complicazioni sono sorte dalla forma fisica della bobina: essa aveva innanzitutto peso e dimensioni non indifferenti, incompatibili con gli ambienti a temperatura controllata a disposizione, inoltre il tipo di avvolgimento rendeva non solo un capo irraggiungibile (in quanto coperto da più strati di cavo) ma preveniva anche l'opportuno svolgimento della fibra. Per questo si è deciso di posizionare l'intera fibra avvolta in bobina all'esterno, al riparo dalla luce solare diretta e dal passaggio di persone, nonché dalla pioggia. Il capo raggiungibile è stato poi portato all'interno del laboratorio nel quale sono state effettuate le misure, attraverso il condotto atto al condizionamento della camera. Il tratto di fibra svolto per questo proposito, di lunghezza circa 20 m non è stato oggetto dell'analisi in quanto interno alla zona morta



Figura 6.1: La bobina del cavo in fibra ottica in analisi opportunamente fissata

prodotta dall'evento di riflessione prodotto dal connettore iniziale. Finito il posizionamento, la fibra è stata lasciata a riposare per circa una settimana durante la messa a punto del sistema di misura, in modo da lasciare che tutte le deformazioni fisiche indotte in precedenza lungo il cavo di protezione si stabilizzassero, prevenendo quindi assestamenti che avrebbero potuto invalidare le misure. Per il collegamento con il sistema di misura, il cavo è stato tagliato e le due fibre interne liberate e giunte a fusione con bretelle connettorizzate.

Il particolare posizionamento della fibra ha permesso di ottenere una variazione consistente ancorché casuale delle temperature alle quali la fibra è stata esposta, comunque registrato con tempo di campionamento uguale alla distanza tra le misure dalla stazione ARPAV sita presso il giardino botanico di Padova. Al contempo si è garantito un accettabile isolamento dagli interventi di forze meccaniche. Dall'impossibilità di svolgere la fibra e di raggiungere il secondo capo è dipesa la mancanza di migliori indicazioni sulla temperatura della fibra punto per punto (e dunque sulla risoluzione spaziale possibile) e dell'esecuzione di misure per trasmissione o lungo il verso opposto.

L'immagine 6.1 ritrae una fotografia della fibra, nel suo posizionamento al momento delle misure.

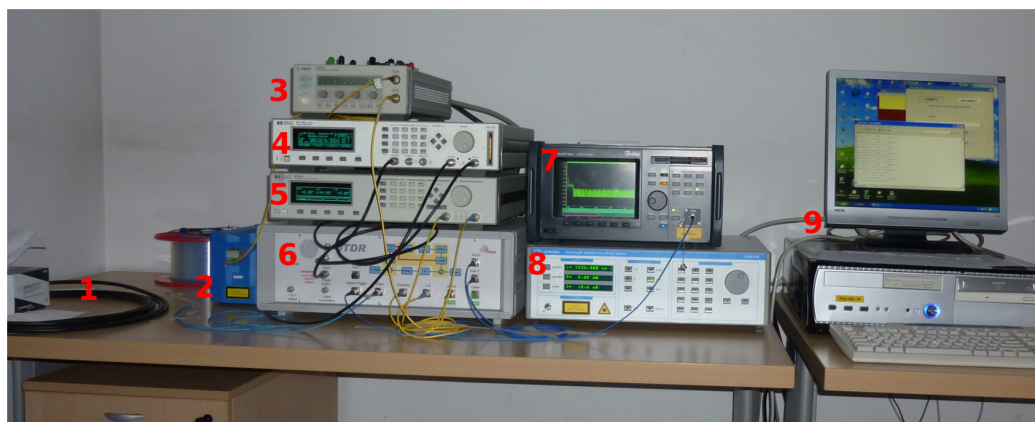


Figura 6.2: Il sistema di analisi POTDR al momento delle misure. Si notino: 1) Parte iniziale del cavo in fibra da analizzare; 2) Testa del laser esterno; 3) Controllore di polarizzazione; 4) Generatore di impulsi; 5) Analizzatore di polarizzazione; 6) Strumento integrato P-OTDR; 7) OTDR; 8) Alimentatore del laser esterno; 9) Computer

6.2 Assemblaggio del sistema

Una volta raccolti i vari strumenti che dovevano costituire il sistema, l'assemblaggio è stato piuttosto semplice. Tutti i dispositivi possedevano connettori per fibre ottiche o, nel caso del generatore d'impulsi, per i cavi coassiali. Sono stati dunque effettuati gli opportuni collegamenti in modo da realizzare lo schema di figura 5.2, allo stesso tempo cablando gli strumenti tramite le GPIB disponibili sul retro, tra di loro e con il computer destinato al salvataggio e analisi dei dati.

Le fibre ottiche sono state opportunamente fissate al tavolo con del nastro adesivo, in modo da non subire movimenti durante le misure. Ciò è stato anche reso possibile dalla pressoché completa automatizzazione del sistema, che non ha quasi mai richiesto l'accesso ai pannelli frontali degli strumenti, spesso coperti dalle fibre.

Il sistema completo, inclusa una parte del cavo in analisi ed il computer, è mostrato in figura 6.2

Fondamentale è stata la disponibilità di un software MATLAB opportunamente strutturato per il controllo di tutti i dispositivi del setting POTDR. Alla già presente suite capace di passare i parametri all'OTDR, al controllore e all'analizzatore di polarizzazione, è stata aggiunta una GUI per il controllo del laser esterno. Quest'ultimo è stato infatti utilizzato nel setting per il guasto del laser interno al sistema P-OTDR, che l'avrebbe altrimenti

sostituito.

La maggior parte dei parametri di funzionamento, quali la durata dell'impulso, la finestra spaziale necessaria per l'analisi della fibra, il numero ed il tipo di posizionamenti degli avvolgimenti del controllore di polarizzazione per l'imposizione dello stato di polarizzazione del laser in entrata, il numero ed il tipo di posizionamenti dell'analizzatore di polarizzazione del segnale ricevuto, nonché la temporizzazione delle misure, sono stati impostati agendo direttamente sul file `parametri.mat`. La GUI per il laser esterno è stata invece impostata ad un'opportuna amplificazione che desse un segnale abbastanza alto prevenendo allo stesso tempo i problemi di saturazione e mantenuta costante per tutta la durata dell'esperimento. La lunghezza d'onda del laser è stata infine impostata direttamente dal pannello frontale dell'alimentatore, cosiccome la forma dei segnali in uscita dal generatore di impulsi.

In sunto, i parametri passati al sistema per via elettronica dal PC sono stati:

- Durata del tempo di media per la raccolta di una singola traccia: 15 s
- Durata dell'impulso del pulse generator: 100 ns
- Numero degli angoli della lamina quarto d'onda dell'analizzatore: 5
- Numero dei diversi stati di polarizzazione di lancio: 2
- Posizioni delle lamine del controllore di polarizzazione per il lancio: [500 500 500 500] e [280 365 500 500]
- Tempo tra l'inizio di una misura e della seguente: 30 min
- Durata dell'impulso per l'OTDR: 100 ns

Un listato esatto del programma utilizzato per l'input dei parametri è riportato nell'appendice A.

6.3 Gestione dei dati

Il processo di memorizzazione e visualizzazione dei dati parte dai file di dati grezzi trasmessi dallo strumento OTDR al PC. Di fatto, ogni singola misura OTDR è salvata sul PC in un particolare file tramite l'interfaccia MATLAB per l'acquisizione dei dati. Il nome completo del file è `RADICE.xxxx.yy.z`, dove `RADICE` è una stringa impostata tramite il file `parametri.mat` come nome base del file ed `xxxx`, `yy` e `z` sono contatori che indicano rispettivamente il

numero progressivo della misura all'interno della stessa sessione (il padding è pure impostabile), il numero associato allo stato di polarizzazione selezionato dall'analizzatore di polarizzazione precedente il fotodiodo ed il numero associato allo stato di polarizzazione del segnale lanciato, corrispondente ad una particolare posizione dei loop del controllore di polarizzazione posto subito dopo la sorgente laser.

Nel caso della nostra analisi, il contatore `xxxx` ha assunto valori compresi tra 2 e 194, coprenti un periodo di quattro giorni esatti durante i quali è stata eseguita una misura ogni mezz'ora. Il contatore `yy` ha assunto solo i valori 1 e 2, corrispondenti relativamente al posizionamento degli avvolgimenti del controllore di polarizzazione agli angoli [500 500 500 500] e [280 365 500 500]¹ mentre il contatore `z` ha assunto valori compresi tra 1 e 5, in quanto numero minimo per ottenere un'indicazione abbastanza accurata dei quattro parametri di Stokes. Ad ogni misura, cioè ad ogni valore di `xxxx`, corrisponde anche un file denominato `RADICE.xxxx_info.m`, riportante i parametri usati per la misura, nonché la data ed ora di inizio e fine dell'acquisizione.

Per la visualizzazione e le prime elaborazioni dei dati, è stato usato il programma `elabPOTDR`, già messo a punto per questo setting di misura.

6.3.1 `elabPOTDR`

Il programma `elabPOTDR` è in grado di raccogliere i singoli file di dati relativi alla stessa misura e di elaborarli. A partire dalla singole tracce OTDR per ciascun stato di polarizzazione in entrata ed uscita, `elabPOTDR` può compiere diverse operazioni, ognuna delle quali è selezionabile dal menu a tendina visibile nell'immagine 6.3. Dalla stessa immagine si possono anche notare la lista delle misure disponibili, la presenza di parte del file informativo associato ad ogni misura, la visualizzazione di una traccia OTDR² e la possibilità di imporre un insieme di cursori per la selezione delle parti d'interesse del segnale, nonché alcune caselle per l'immissione di eventuali parametri per l'esecuzione di una funzione ed i pulsanti per far partire l'analisi e per chiudere le finestre evocate.

Si noti che l'intervallo spaziale selezionato, come nell'esempio in figura 6.3 va sempre da 150 m a 450 m. La distanza dall'origine è scelta per evitare l'intervallo iniziale mancante di segnale utile dovuto al ritardo di accensione del laser esterno rispetto a quello dell'OTDR, oltre alla zona morta conse-

¹L'indicazione dei posizionamenti degli avvolgimenti segue la codifica del motore passo-passo, che mappa linearmente gli angoli tra 0° e 180° a partire da un intervallo da 0 a 1000 conteggi. Le sequenze sono di quattro numeri in quanto ognuno è diretto al posizionamento del corrispondente avvolgimento.

²Quella relativa alla prima posizione del controllore e dell'analizzatore di polarizzazione

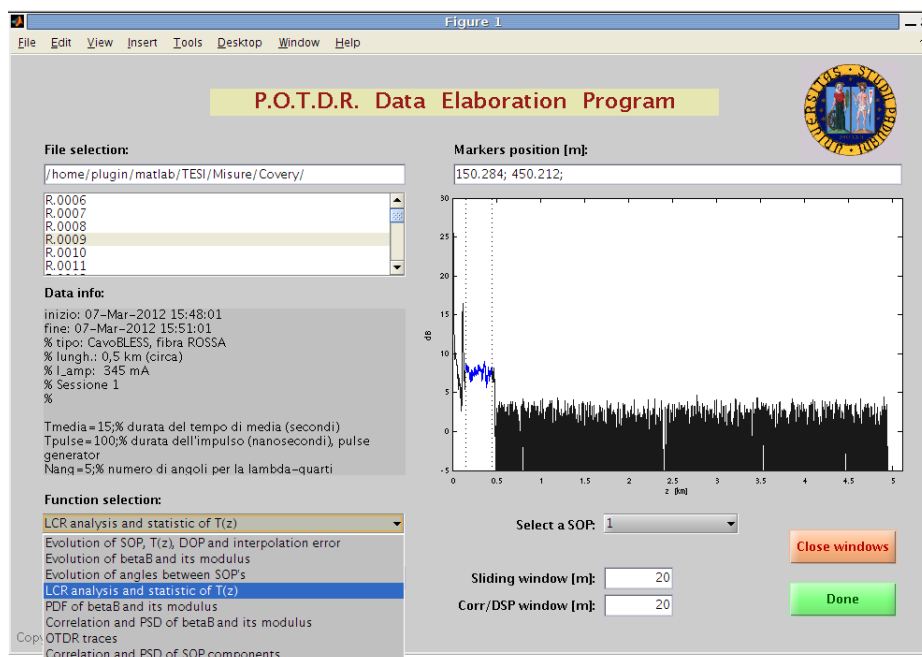


Figura 6.3: Schermata principale del software eLabPOTDR

guente al picco iniziale. Lo stop a 450 m dipende invece dall'intenzione di rimuovere il picco di uscita dalle elaborazioni seguenti. La distanza totale di 300 m comprende quasi l'intera bobina, esclusa la parte che collega la stessa al laboratorio di misura. È quindi sufficiente allo scopo della nostra indagine.

Ogni funzione di eLabPOTDR viene eseguita su una misura (un valore di xxxx), alcune prendono in entrata parametri quali gli stati di polarizzazione d'entrata o la larghezza delle finestre sulle quali eseguire misure statistiche. Per quanto riguarda invece gli stati di polarizzazione selezionati dall'analizzatore di polarizzazione, essi vengono sempre caricati tutti assieme, in quanto solo nella loro totalità possono dare un'indicazione precisa dello stato di polarizzazione del segnale associato ad una certa posizione all'interno della fibra.³

Solo alcune delle funzioni sono risultate utili per l'applicazione di nostro interesse, mentre altre sono state evitate in quanto superflue o caratterizzate

³Per questo motivo, gli stati di polarizzazione imposti dal controllore, che appaiono talvolta come parametri delle funzioni, sono semplicemente identificati dal programma con la parola SOP. La possibile ambiguità con gli stati di polarizzazione selezionati dall'analizzatore è risolta dall'assenza di metodi che li richiedano esplicitamente come entrate.

da andamenti che ne hanno decretato l'inservibilità. Passiamo ora in rassegna quelle che sono state utili nella prima fase di elaborazione dei dati.

Evoluzione di SOP, DOP ed errore di interpolazione

Questa funzione richiede come input una misura e la specificazione di uno solo degli stati di polarizzazione in entrata⁴. L'output sono due finestre, una delle quali riassume alcuni valori medi, mentre la seconda contiene i grafici di stato del SOP, del DOP⁵ e dell'errore di interpolazione in percentuale, tutti fatti rispetto alla variabile indipendente posizione, misurata in chilometri.

Si tratta dello strumento maggiormente usato per la nostra elaborazione, che si basa soprattutto sull'andamento dei tre stati di polarizzazione. La funzione è eseguita dal file `evolutionSOP.m` che a sua volta chiama `preCalcola.m` per il calcolo dei valori dati in output da questa funzione. Tali valori fanno infatti da base per altri e diversi tipi di analisi offerti dal programma `elabPOTDR`.

All'atto pratico, i calcoli vengono eseguiti tramite l'analisi di Fourier, che in caso di inclinazioni della lamina quarto d'onda uniformi tra 0° e 180° dà risultati identici a quella ai minimi quadrati. Poiché il nostro setting sperimentale impone appunto 5 diverse posizioni della lamina, ognuna di 36°, ci troviamo appunto in queste condizioni.

Ci avvarremo ora della rappresentazione di Müller dei vari sistemi interni all'analizzatore di polarizzazione per dimostrare il funzionamento del metodo di analisi di Fourier per l'estrapolazione dei parametri di Stokes. Innanzitutto, siamo di fronte a tre diversi dispositivi, i quali vengono attraversati dalla luce retrodiffusa dalla fibra ottica nell'ordine: lamina quarto d'onda, lamina mezz'onda e polarizzatore lineare. Le rispettive matrici di Müller sono:

$$\mathbf{M}_{\lambda/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Lamina quarto d'onda}$$

$$\mathbf{M}_{\lambda/2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{Lamina mezz'onda}$$

⁴Una particolare configurazione del controllore di polarizzazione.

⁵Si vedano le definizioni di queste grandezze date dalle equazioni 3.3 e 3.2

$$\mathbf{M}_{\text{pol}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Polarizzatore lineare asse x}$$

Si osserva che la lamina quarto d'onda sarà l'unica ad essere ruotata durante l'analisi, il che matematicamente corrisponde alla moltiplicazione a sinistra e a destra per una matrice di cambiamento di base corrispondente ad una rotazione di angolo θ . Le altre lamine manterranno invece una posizione fissa e l'angolo tra i loro assi principali sarà nullo. La funzione tra uscita ed entrata dell'analizzatore risponderà dunque alla:

$$\bar{S}_{out} = \mathbf{M}_{\text{pol}} \mathbf{M}_{\lambda/2} \mathbf{M}_{\mathbf{R}}(-\theta) \mathbf{M}_{\lambda/4} \mathbf{M}_{\mathbf{R}}(\theta) \bar{S}_{in}$$

Per la proprietà associativa della moltiplicazione tra matrici, possiamo già calcolare $\mathbf{M}_{\lambda/4}^\theta = \mathbf{M}_{\mathbf{R}}(-\theta) \mathbf{M}_{\lambda/4} \mathbf{M}_{\mathbf{R}}(\theta)$ per poi immetterlo tra i fattori rappresentanti il sistema dell'analizzatore, alla posizione opportuna. In seguito ai necessari calcoli, risulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\lambda/4}^\theta &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \\ 0 & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin^2 2\alpha & -\cos 2\alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Allo stesso modo, si può risolvere il prodotto $\mathbf{M}_{\text{pol}} \mathbf{M}_{\lambda/2}$. In questo caso entrambi i componenti hanno l'asse principale lungo x e non subiscono sfasamenti reciproci. dal calcolo si ottiene:

$$\mathbf{M}_{\text{pol}} \mathbf{M}_{\lambda/2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La lamina mezz'onda non dà dunque alcun contributo al sistema, poiché la componente che questa ritarda viene in seguito bloccata completamente

dal polarizzatore. La soluzione si ottiene dunque dal prodotto della matrice di Müller del polarizzatore e della lamina quarto d'onda ruotata:

$$\begin{aligned}\bar{S}_{out} &= \mathbf{M}_{\text{pol}} \mathbf{M}_{\lambda/4}^\theta \bar{S}_{in} \\ \bar{S}_{out} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \\ 0 & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin^2 2\alpha & -\cos 2\alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \bar{S}_{in} \\ \bar{S}_{out} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ 1 & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{S}_{in}\end{aligned}$$

Si ha dunque un'espressione che lega la potenza in uscita, associata al valore S_0^{out} , ai quattro parametri di Stokes dell'onda elettromagnetica entrante nell'analizzatore:

$$S_0^{out} = \frac{1}{2} S_0^{in} + \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha S_1^{in} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha S_2^{in} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha S_3^{in} \quad (6.1)$$

Facendo uso delle identità trigonometriche:

$$2 \sin x \cos x = \sin 2x \quad \text{e} \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Si ottiene infine

$$S_0^{out} = \frac{1}{4} (2S_0^{in} + S_1^{in}) + \frac{1}{4} S_1^{in} \cos 4\alpha + \frac{1}{4} S_2^{in} \sin 4\alpha + \frac{1}{2} S_3^{in} \sin 2\alpha$$

Gli addendi di questa espressione dipendono da α secondo sinusoidi a diverse frequenze o aventi diversi sfasamenti. Ciò permette di isolare ciascuno di essi mediante un'opportuna trasformazione di Fourier del parametro S_0^{out} al variare dell'angolo α , ovvero del segnale in corrente generato dal fotodiodo alla ricezione del segnale di potenza S_0^{out} . Le trasformazioni di nostro interesse sono nella fattispecie:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi S_0^{out}(\alpha) d\alpha = \frac{1}{4} (2S_0^{in} + S_1^{in}) \quad \frac{1}{\pi} \int_0^\pi S_0^{out}(\alpha) \cos 4\alpha d\alpha = \frac{1}{8} S_1^{in}$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi S_0^{out}(\alpha) \sin 4\alpha d\alpha = \frac{1}{8} S_2 \quad \frac{1}{\pi} \int_0^\pi S_0^{out}(\alpha) \sin 2\alpha d\alpha = \frac{1}{4} S_3$$

I risultati rimangono identici se al dominio continuo di α se ne sostituisce uno discreto, con salti omogenei di frazioni esatte di π , in numero almeno maggiore ai parametri incogniti, ovvero quattro. In tal caso agli integrali va sostituito il segno di sommatoria. Scegliendo infatti angoli $\alpha_n = \pi n/N$, per N e n naturali, tali che $N > 4$ e $n = 0, 1, \dots, N-1$, vale la seguente:

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{jM\alpha_n} = \frac{1 - e^{jM\pi}}{1 - e^{jM\pi/N}} = 0 \quad \forall M \text{ intero pari}$$

Su questi risultati si basa l'elaborazione dalla quale si ricava l'evoluzione dei SOP, la funzione $\mathbf{T}(\mathbf{Z})$, il DOP e l'errore di interpolazione. Il programma calcola infatti i coefficienti delle sommatorie in modo da trovare singolarmente i quattro parametri di Stokes, dopo aver analizzato i dati provenienti dalla rotazione della lamina quarto d'onda secondo cinque diverse orientazioni, aggiungendo di volta in volta un angolo di 36° . Da questi si ricava il coefficiente di normalizzazione:

$$P_{pol} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$$

che tiene conto dell'intensità della parte polarizzata della radiazione. Dividendo per P_{pol} i parametri S_1 , S_2 ed S_3 si trovano immediatamente le coordinate della polarizzazione secondo la notazione di Poincaré, che saranno quelle utilizzate per la visualizzazione dei SOP. Si nota che da questa tripletta di valori non è possibile risalire direttamente al grado di polarizzazione della luce, che viene invece calcolato a parte mediante il rapporto:

$$DOP = \frac{P_{pol}}{S_0}$$

I valori di questa funzione saranno visualizzati in un grafico apposito, appunto quello del grado di polarizzazione. Nel caso delle misure in analisi, si nota che il grado di polarizzazione è piuttosto piccolo, ma non nullo nè costante.

Infine, il programma calcola l'errore di interpolazione e si basa per questo di nuovo sull'equazione 6.1. Si sfrutta la teoria che immettendo i valori dei parametri S_0^{in} , S_1^{in} , S_2^{in} ed S_3^{in} calcolati in precedenza al variare dell'angolo α sia possibile ricostruire il valore S_0^{out} , di cui si ha una misura. L'errore viene dunque calcolato per ogni α come la distanza tra gli S_0^{out} ricostruiti e

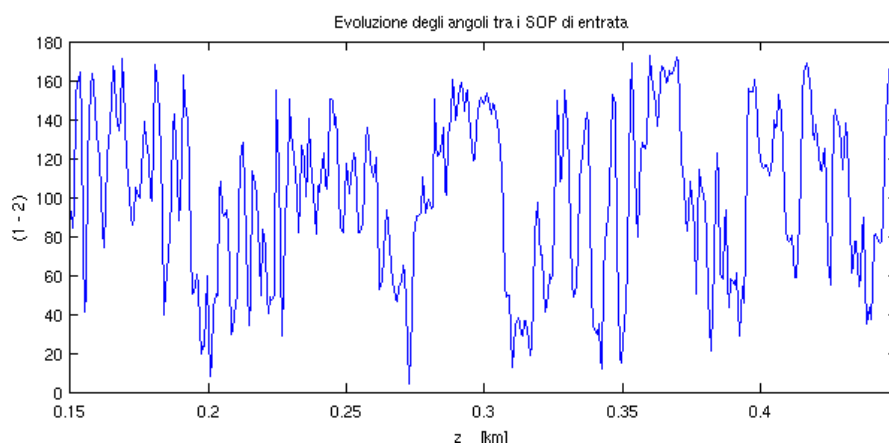


Figura 6.4: Grafico dell'evoluzione degli angoli tra gli stati di polarizzazione, calcolata a partire dalla misura numero 11, eseguita tra le 16.48 e le 16.51 del 7 Marzo, rappresentativa del caso generale.

quelli effettivamente misurati e poi trasformato in una percentuale rispetto ai valori ricostruiti.

Evoluzione degli angoli tra SOP

La funzione per la visualizzazione degli angoli tra i SOP è risultata utile per determinare il grado di validità dei dati raccolti dallo strumento. Essa si effettua su tutti i dati di una misura e dà in uscita un insieme di grafici, ognuno dei quali mostra l'angolo sotteso tra due diversi SOP di entrata, per un totale quindi di $n \cdot (n - 2)/2$, essendo n il numero dei diversi SOP disponibili per una data misura. Nel caso delle nostre misure, $n = 2$ e viene visualizzato un solo grafico.

In condizioni normali, gli angoli sottesi tra gli stati di polarizzazione generati punto per punto da segnali in entrata con polarizzazioni diverse ma ben definite dovrebbero essere pressoché costanti, in quanto ogni effetto della birifrangenza delle fibre dovrebbe ruotare ugualmente tutti i SOP. Ciò non succede invece con la fibra in esame, com'è reso evidente dall'immagine 6.4. Gli angoli in questo caso variano fortemente, senza nemmeno individuare un valore medio. Ciò significa che la birifrangenza della fibra varia molto velocemente nel tempo, impedendo di stabilire un confronto anche su due misure prese a pochi minuti di distanza. Per questo motivo si è deciso di focalizzare l'attenzione sugli andamenti lungo z e nel tempo dei singoli stati di polarizzazione in uscita dalla fibra, rinunciando ad un loro confronto. Si

è altresì optato per l'aumento dell'estensione temporale dell'impulso in entrata, in modo da ottenere andamenti meno ripidi e maggiormente mediati, almeno spazialmente.

Tracce OTDR

Questa funzione visualizza semplicemente le cinque tracce OTDR raccolte per ogni misura e per ogni SOP del segnale lanciato. Risulta utile in quanto la schermata principale del programma `e1abPOTDR` visualizza di standard la sola traccia ottenuta immettendo in entrata il primo SOP e scegliendo per l'analisi dell'uscita la prima posizione della lamina quarto d'onda dell'analizzatore di polarizzazione. La visualizzazione di tutte le tracce ha reso possibile l'individuazione di alcuni errori che sono apparsi solo in concomitanza con particolari posizionamenti di controllore ed analizzatore di polarizzazione. Si è trattato ad esempio di fenomeni di saturazione, evidentemente causati dalla scarsa attenuazione provocata dall'analizzatore durante la lettura di alcune tracce.

6.3.2 `esse3`

`esse3` è un ulteriore strumento di elaborazione, che implementa una tecnica per studiare una sezione di fibra indipendentemente dal comportamento delle precedenti. In effetti, `e1abPOTDR` funziona prendendo in considerazione i dati letti dal fotodiodo dell'OTDR, riportanti informazioni relative agli stati di polarizzazione retrodiffusi dalla fibra ottica. Questi tuttavia non dipendono solo dalle caratteristiche della fibra nella sezione in cui avviene la diffusione Rayleigh che genera l'onda retrodiffusa, ma anche da tutta la catena di elementi ottici frapposta tra il laser ed il tratto di fibra in esame, nonché da quella che la radiazione prodotta dalla diffusione deve attraversare per arrivare finalmente all'analizzatore. Questi percorsi possono modificare le proprietà polarimetriche del segnale, tuttavia un'apposita tecnica permette di tener conto del loro contributo e dunque ottenere l'andamento di una delle componenti dello stato di polarizzazione in relazione al solo contributo del tratto di fibra in esame.

Il metodo è stato originalmente definito per lo studio di collegamenti in fibra ottica con brevi tratti che immettessero forti modificazioni dello stato di polarizzazione, definiti cardini. Si dimostra infatti che la maggior parte delle connessioni reali possono essere modellizzate come sequenze di sezioni a PMD quasi costante intervallati da simili cardini, ad apporto di PMD pressoché nullo ma capaci di modificare sensibilmente la polarizzazione del

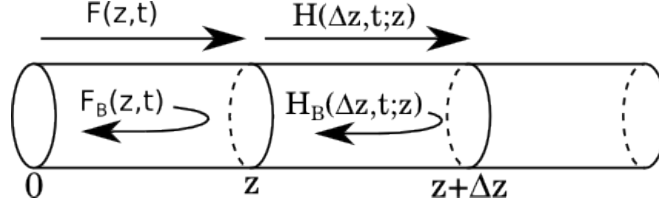


Figura 6.5: Rappresentazioni del significato delle matrici $\mathbf{F}(z, t)$ e $\mathbf{H}(\Delta z, t; z)$, relative alla propagazione del segnale dal punto 0 a z e da z a $z + \Delta z$. $\mathbf{F}_B(z, t)$ e $\mathbf{H}_B(\Delta z, t; z)$ sono invece le matrici di andata e ritorno.

segnale, sia diretto che retrodiffuso. Nel caso della fibra in esame, il metodo è stato applicato definendo come cardini le singole sezioni della fibra.

La trattazione matematica si basa sulla notazione matriciale di Müller per segnali completamente polarizzati, dunque con vettori a tre componenti. Considerando inoltre valida l'ipotesi di assenza di perdite, tutte le matrici di Müller avranno forma ortogonale e potranno essere viste come rotazioni sulla sfera di Poincaré. Si parte calcolando la matrice di andata e ritorno corrispondente all'intera propagazione del segnale dalla fonte laser fino al punto z della fibra e poi di nuovo all'analizzatore tramite:

$$\mathbf{F}_B(z, t) = \mathbf{F}_{2,3}(t)\mathbf{M}\mathbf{F}^T(z, t)\mathbf{M}\mathbf{F}(z, t)\mathbf{F}_{1,2}(t) \quad (6.2)$$

Dove $\mathbf{F}(z, t)$ rappresenta la propagazione diretta attraverso la fibra fino al punto z , $\mathbf{F}_{1,2}(t)$ la propagazione dalla sorgente all'inizio della fibra e $\mathbf{F}_{2,3}(t)$ quella dall'inizio della fibra all'analizzatore del sistema POTDR. La matrice \mathbf{M} è diagonale a valori $(1, 1, -1)$ ed esegue la trasformazione necessaria per il calcolo con la radiazione retrodiffusa. Essa non appare in forma inversa perché è invariante rispetto a tale operazione. È importante notare che esiste una dipendenza delle matrici suscritte dalla variabile tempo, poiché ogni modificazione del sistema potrebbe indurre il loro cambiamento. Questo si verifica certamente nel caso della fibra ottica in analisi, sia per i lunghi tempi durante i quali si è svolta la misura, sia per le variazioni di temperatura subite dalla bobina esterna.

Si calcola ora la matrice di Müller associata alla propagazione dal punto z al punto $z + \Delta z$:

$$\mathbf{F}(z + \Delta z, t) = \mathbf{H}(\Delta z, t; z)\mathbf{F}(z, t) \quad (6.3)$$

Prefissate le definizioni delle altre matrici, $\mathbf{H}(\Delta z, t; z)$ rappresenta la sezione di fibra contenente il cardine, che è nostro scopo analizzare. Il calcolo dell'andata e ritorno attraverso il cardine si ottiene mediante l'equazione:

$$\mathbf{H}_B(\Delta z, t; t) = \mathbf{M}\mathbf{H}^T(\Delta z, t; t)\mathbf{M}\mathbf{H}(\Delta z, t; t) \quad (6.4)$$

Si definisca ora, utilizzando gli stessi simboli di cui si è fatto uso finora la matrice $\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(\Delta z, t; t) &= \mathbf{F}_B^T(z, t)\mathbf{F}_B(z + \Delta z, t) \\ &= [\mathbf{F}(z, t)\mathbf{F}_{1,2}(t)]^T \mathbf{H}_B(\Delta z, t; z)\mathbf{F}(z, t)\mathbf{F}_{1,2}(t) \end{aligned} \quad (6.5)$$

È importante notare che $\mathbf{F}_B^T(z, t)$ è la quantità effettivamente misurata dal fotodiodo ed associata al punto z dacché la matrice $\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)$ ha la proprietà di poter essere direttamente calcolata a partire dai dati sperimentali.

Sotto le ipotesi fatte all'inizio di questa trattazione, le matrici di Müller possono essere riscritte come composizione di rotazioni attorno agli assi di Stokes. Nella fattispecie, varrà per la matrice \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_3(\alpha)\mathbf{R}_2(\beta)\mathbf{R}_1(\gamma)$$

Dove \mathbf{R}_i indica la matrice di rotazione rispetto all'asse di Stokes \hat{s}_i e α , β e γ sono i rispettivi angoli di rotazione. Immettendo questa nuova scrittura di \mathbf{H} nell'equazione per il calcolo della matrice di andata e ritorno 6.4 si ottiene il risultato:

$$\mathbf{H}_B = \mathbf{R}_3^T(\gamma)\mathbf{R}_1(2\beta)\mathbf{R}_3(\gamma)$$

Utilizzando questi nuovi valori all'interno dell'equazione 6.5, assieme alla definizione $\mathbf{G} = \mathbf{R}_3(\gamma)\mathbf{F}\mathbf{F}_{1,2}$ si ha:

$$\mathbf{Q}(\Delta z, t; z) = \mathbf{G}^T(z, t)\mathbf{R}_1(2\beta)\mathbf{G}(z, t) \quad (6.6)$$

Dove è interessante notare che l'angolo β è funzione di Δz , t e z . Lo stesso vale per l'angolo γ , tuttavia più che il valore esatto della matrice \mathbf{G} nella 6.6 sono importanti le sue proprietà. Nella fattispecie, essendo il risultato di una moltiplicazione tra matrici ortogonali, la stessa \mathbf{G} è ortogonale e gode della proprietà $\mathbf{G}^T = \mathbf{G}^{-1}$. Da questo segue per definizione che la matrice \mathbf{Q} è

simile alla $\mathbf{R}_1(2\beta)$, dunque le due hanno stessa traccia e stessi autovalori. Richiamando la struttura di $\mathbf{R}_1(2\beta)$:

$$\mathbf{R}_1(2\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\beta & \sin 2\beta \\ 0 & -\sin 2\beta & \cos 2\beta \end{pmatrix}$$

Ne si ricava che gli autovalori sono $1, e^{j2\beta}, e^{-2j\beta}$ mentre la traccia vale $1 + 2 \cos 2\beta$. Alla luce di questo si stabilisce la relazione tra l'incognita β e la grandezza derivata da misurazione $\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)$:

$$\cos 2\beta = \frac{\text{tr}[\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)] - 1}{2} \quad (6.7)$$

Dove il simbolo tr indica la traccia.

Si può dimostrare che $\cos \beta$ è esattamente la terza componente del SOP trasmesso dal tratto di fibra di interesse, compreso tra i punti z e Δz ,⁶. Sfruttando l'uguaglianza $s_3 = \cos \beta$ si può legare direttamente l'andamento di uno degli stati di polarizzazione della radiazione retrodiffusa della particolare sezione della fibra tra z e Δz ai valori effettivamente letti dal fotodiode mediante:

$$s_3(t) = \pm \cos \left\{ \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{\text{tr}(\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)) - 1}{2} \right] \right\} \quad (6.8)$$

Le due osservazioni fondamentali da fare sulla 6.8 sono che il risultato è indipendente da \mathbf{G} e che c'è un'ambiguità di segno per il valore di s_3 . Il primo fatto implica che non è necessario conoscere l'andamento temporale del comportamento delle sezioni precedenti a quella sotto esame, poiché \mathbf{G} manterrà in ogni caso la sua ortogonalità e quindi \mathbf{Q} sarà simile a $\mathbf{R}_1(2\beta)$, dalle quali condizioni seguono la 6.7 e la 6.8. Il secondo fatto richiede invece un ulteriore metodo che consenta perlomeno di preservare la continuità del segno al momento dell'estrazione di s_3 , visto che la procedura illustrata permette di ricavarne solo il valore assoluto.

Per rispondere a questa esigenza, si compara misure della matrice $\mathbf{Q}(\Delta z, t; z)$ fatte a breve distanza temporale. Si definisce quindi la matrice $\mathbf{S} = (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T)/2$ e $\mathbf{D} = (\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T)/2$. Utilizzando la 6.6 assieme alla definizione di \mathbf{S} si ha il risultato:

$$\mathbf{S} = \mathbf{G}^T [\mathbf{R}_1(2\beta) + \mathbf{R}_1(-2\beta)] \mathbf{G} / 2 \\ \mathbf{G}^T \text{diag}(1, \cos 2\beta, \cos 2\beta) \mathbf{G}$$

⁶Si ottiene il risultato dal prodotto $\hat{s}_3^T \mathbf{H}(\Delta z, t; z) \hat{s}_3$ con \hat{s}_3 terzo versore di Stokes.

Dal quale si capisce che 1 è sempre autovalore della matrice \mathbf{S} e che il corrispondente autovettore unitario è:

$$\hat{v}(t) = \pm \hat{g}_1(t) \quad (6.9)$$

Dove \hat{g}_1 è la prima colonna di \mathbf{G} . L'ambiguità del segno si propone nuovamente nella 6.9 tuttavia in questo caso la dipendenza da t suggerisce che il problema possa essere risolto campionando con la corretta frequenza i dati. Nella fattispecie, va scelto un quanto temporale abbastanza breve da garantire che tra due misure successive gli angoli di $\hat{g}_1(t)$ non varino di più di $\pi/2$. In questo caso si può decidere il segno da attribuire all'ultima misura di $\hat{v}(t_j)$ in modo che sia rispettato il legame con la precedente: $\hat{v}(t_{j-1}) \cdot \hat{v}(t_j) > 0$. Ciò garantisce la continuità del segno, anche se il valore da dare alla prima misura di $\hat{v}(t_0)$ rimane arbitrario.

La stessa equazione 6.6 può essere utilizzata assieme alla definizione della matrice \mathbf{D} per arrivare alla:

$$\mathbf{D} = \mathbf{G}^T [\mathbf{R}_1(2\beta) - \mathbf{R}_1(-2\beta)] \mathbf{G}/2$$

È di nostro interesse notare che la prima colonna di \mathbf{D} , detta $\bar{d}(t)$ può essere scritta $\bar{d}(t) = (\sin 2\beta)\hat{g}_1(t)$ dalla quale si ottiene direttamente $\sin 2\beta = \bar{d}(t) \cdot \hat{v}(t)$. Assieme a quanto già visto durante l'analisi della matrice \mathbf{S} , ciò significa che si possono ricavare dalle misure sia i valori di $\sin 2\beta$ che quelli di $\cos 2\beta$ e dunque dell'angolo β entro l'intervallo $[0, 2\pi]$. Sfruttando il metodo per la continuità del segno, si può infine trovare l'esatto valore di $s_3(t)$, indipendentemente dal comportamento dei tratti di fibra precedenti entro i quali il segnale si trasmette prima di raggiungere l'analizzatore di polarizzazione.

7

Analisi dei dati

7.1 Stato di polarizzazione in funzione del tempo e della distanza

L'elaborazione dei dati richiede per prima cosa una loro visualizzazione, in modo da poter stabilire quale sia la tecnica analitica opportuna per una trattazione adeguata. Il problema non è trascurabile quando si tratti di voler confrontare in modo diretto tutte le evoluzioni dei SOP, ovvero un totale di 192 segnali composti ciascuno da tre componenti evolventesi lungo l'intera fibra, circa 300 metri mappati in 470 punti. Il metodo utilizzato è stato quello di codificare ogni segnale in una singola riga, dove i gradi di libertà corrispondenti alle tre componenti fossero associati a tre diversi colori, rispettivamente rosso per il primo parametro di Stokes, verde per il secondo e blu per il terzo. La codifica è stata eseguita da MATLAB mediante i comandi:

```
Rcod=(udA{i} {SOP+1}.SOP(:,1)+1)/2;  
Gcod=(udA{i} {SOP+1}.SOP(:,2)+1)/2;  
Bcod=(udA{i} {SOP+1}.SOP(:,3)+1)/2;
```

Questa trasformazione non solo porta tramite una trasformazione lineare i valori dei dati dall'intervallo $[-1, 1]$ di variazione dei SOP retrodiffusi all'intervallo $[0, 1]$ che MATLAB usa per la codifica truecolor ma permette anche di estrarre i dati dalla forma di struttura a celle¹ in forma di matrice a tre dimensioni, con la prima dimensione associata al numero della misura, la seconda alla posizione z e la terza al valore delle singole componenti del SOP relative alla corrispondente misura e posizione.

¹Ovvero la struttura tipica dei dati estratti mediante il metodo Evoluzione di SOP, DOP ed errore di interpolazione del programma e1abPOTDR.

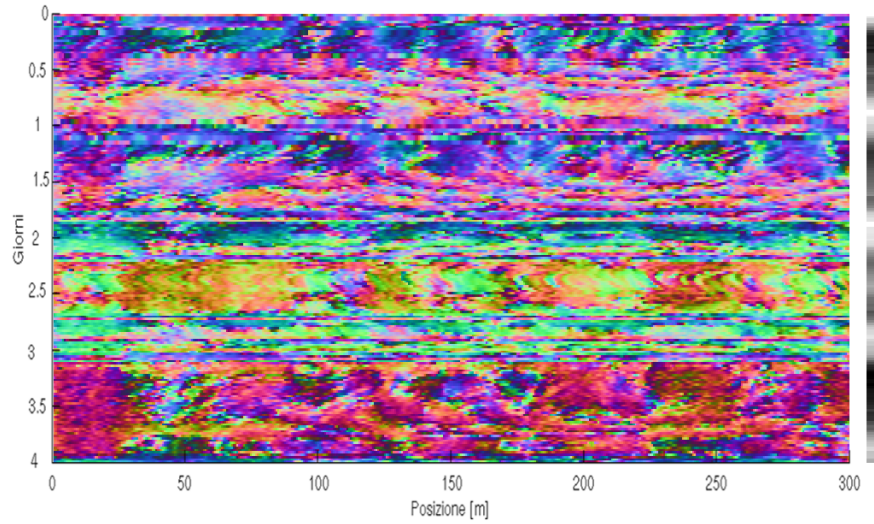


Figura 7.1: Rappresentazione RGB dei dati relativi all'intera serie di misure, per il primo stato di polarizzazione associato all'entrata.

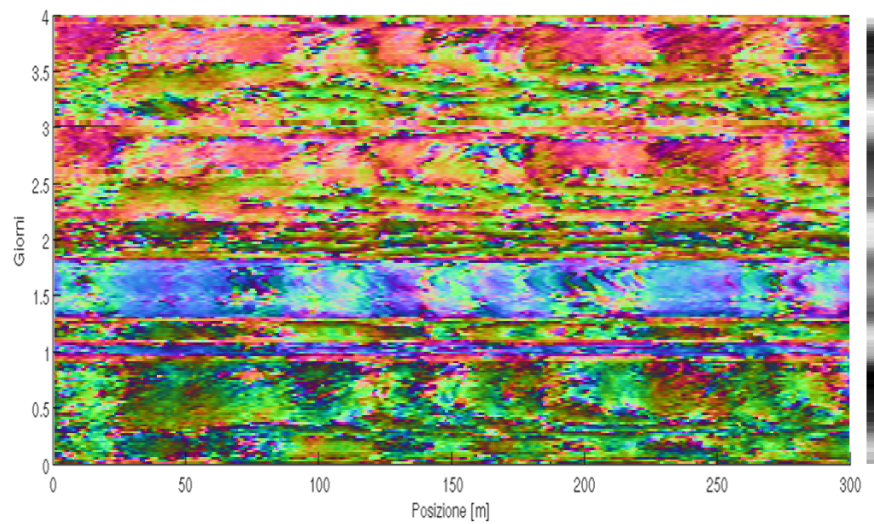


Figura 7.2: Rappresentazione RGB dei dati relativi all'intera serie di misure, per il secondo stato di polarizzazione associato all'entrata.

L'utilizzo di questa codifica permette una visualizzazione diretta delle matrici generate, riportata nelle figure 7.1 e 7.2, fatte rispettivamente per il primo ed il secondo SOP associato all'eccitazione. Si noti a fianco delle immagini la barra indicatrice dell'andamento della temperatura (i dati esatti sono riportati nell'appendice B), nella quale un colore più chiaro indica una temperatura più alta ed un colore più scuro una temperatura più bassa. La temperatura è variata in quattro giorni tra un minimo di $2,9^{\circ}\text{C}$ ad un massimo di $14,9^{\circ}\text{C}$, per un'escursione di 12°C . Se anche queste immagini non forniscono alcun dato analiticamente rilevante rispetto alle tracce, a vista si può notare che l'andamento della temperatura è collegato al pattern dei colori associati alle misure, nella fattispecie si può vedere aree dove la modifica dei colori rispetto all'asse y è più rapida, il che pare accadere soprattutto per le ore più calde. Questo suggerisce l'applicazione di un metodo basato sulle trasformate di Fourier, il quale consentirebbe di verificare l'esistenza di una correlazione tra la periodicità della temperatura e quella dell'evoluzione dei componenti del SOP retrodiffuso nel tempo.

7.2 Trasformate Fourier dei segnali retrodiffusi

Utilizzando un processo simile a quello già illustrato, si è visualizzato il valore assoluto delle trasformate Fourier dei segnali ottenuti dallo studio nel tempo dell'andamento dei SOP retrodiffusi associati ad un punto fissato della fibra. I valori ottenuti sono stati mediati rispetto ai tre componenti dei SOP. L'immagine 7.3 riporta i risultati di questa operazione. L'asse x indica le distanze in metri dall'inizio della sezione di interesse, l'asse y la frequenza in volte/giorno ed il colore dei pixel è legato al valore della funzione in un dato punto. Il colore rosso scuro indica i valori più alti. Un'indicazione dell'andamento della trasformata Fourier del segnale delle temperature è reso disponibile a fianco dell'immagine principale.

Si può distintamente notare come nell'immagine 7.3 siano presenti picchi distribuiti pressoché uniformemente per tutta la lunghezza della fibra, soprattutto attorno alle basse frequenze. Questo è un andamento piuttosto logico, ci aspettiamo infatti che la trasformata Fourier esibisca un picco attorno alla frequenza giornaliera, come succede per la temperatura alla quale il suo comportamento è legato. La relativa omogeneità dei valori delle trasformate Fourier associate ad ogni lunghezza incoraggia un'analisi mediata nello spazio, che riassume in un solo segnale il comportamento in frequenza dell'intera fibra, in modo anche da poterlo confrontare immediatamente con quello della temperatura. Il risultato di questa elaborazione è riportato nella figura 7.4, dalla quale si nota che entrambe le funzioni hanno un picco

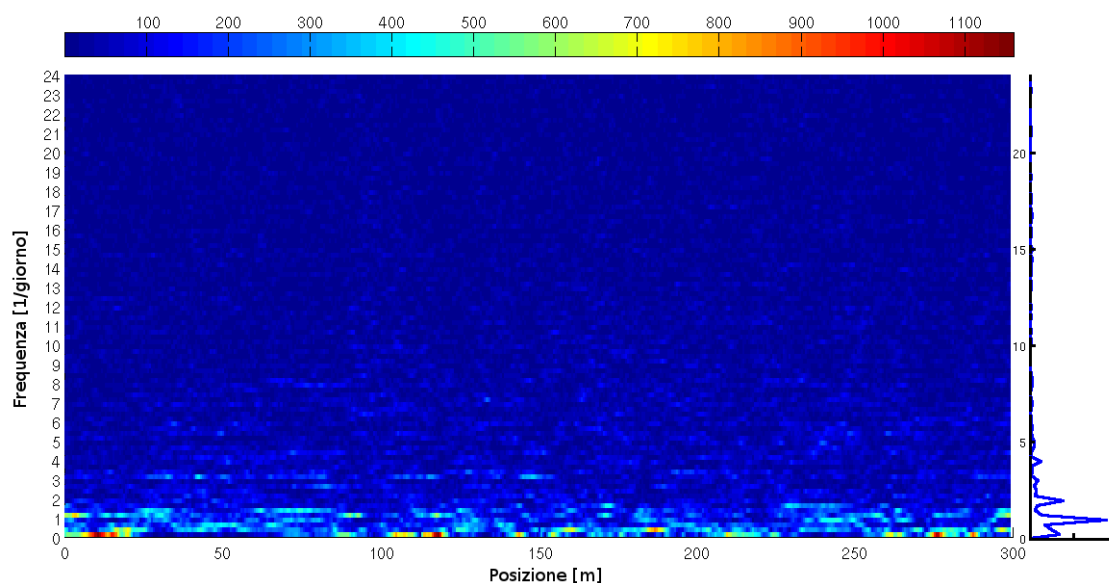


Figura 7.3: Rappresentazione RGB delle trasformate Fourier associate alla variazione temporale dei segnali, fatte punto per punto lungo la fibra. A destra, trasformata Fourier della temperatura

corrispondente alla frequenza giornaliera ed un andamento sostanzialmente simile, nonostante sia notevole la mancanza del picco alla frequenza 2/giorno per il segnale associato al comportamento della fibra.

L'informazione trattata finora è relativa all'intera estensione della fibra ed è mediata anche rispetto ai singoli componenti del SOP retrodiffuso, sicché può essere d'interesse approfondire lo studio dei comportamenti di singole sezioni della fibra e di singoli componenti del SOP. A questo fine, si realizza i grafici delle trasformate di Fourier mediate su sezioni di diverse lunghezze della fibra, mantenendo separati i contributi dei componenti SOP. I grafici così ottenuti sono rispettivamente riportati nelle figure 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8.

Si osserva che non ci sono particolari differenze tra le forme dei picchi e la loro posizione in frequenza al variare della dimensione delle sezioni, nonostante a sezioni di minore lunghezza corrisponda una variabilità maggiore. Questi invece dipendono evidentemente dal SOP della radiazione di eccitazione. È anche interessante notare come ogni traccia abbia un picco dominante in bassa frequenza ma questo non corrisponda sempre al periodo giornaliero, nonostante ciò valga per la media fatta rispetto alle componenti del SOP retrodiffuso.

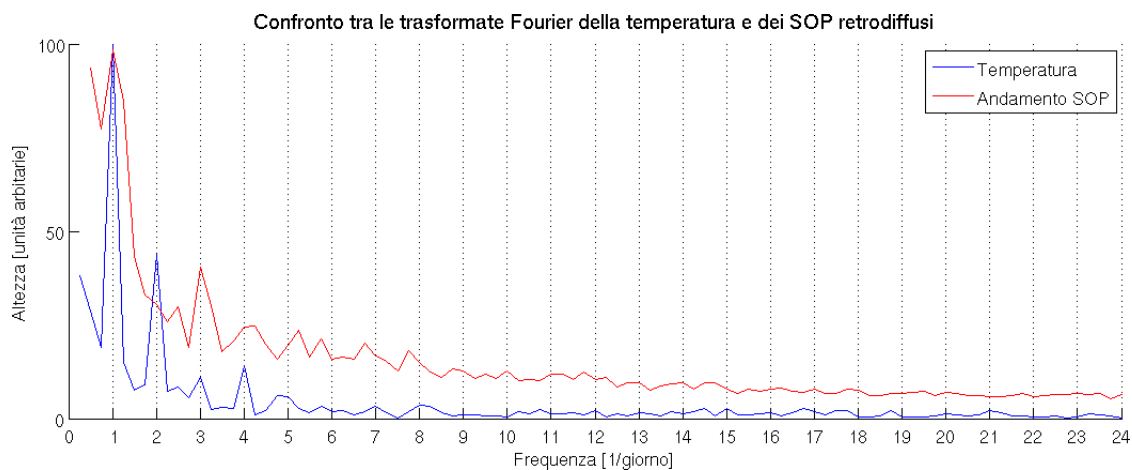


Figura 7.4: Confronto tra le trasformate Fourier della temperatura e della media tra le componenti dei SOP retrodiffusi, entrambe normalizzate.

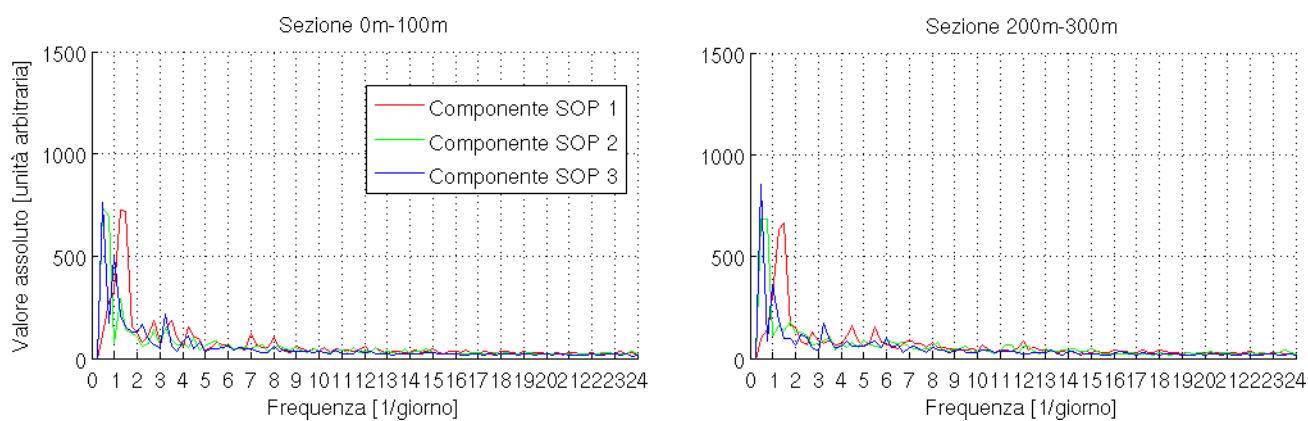


Figura 7.5: Sezioni da 100 m, primo SOP di entrata

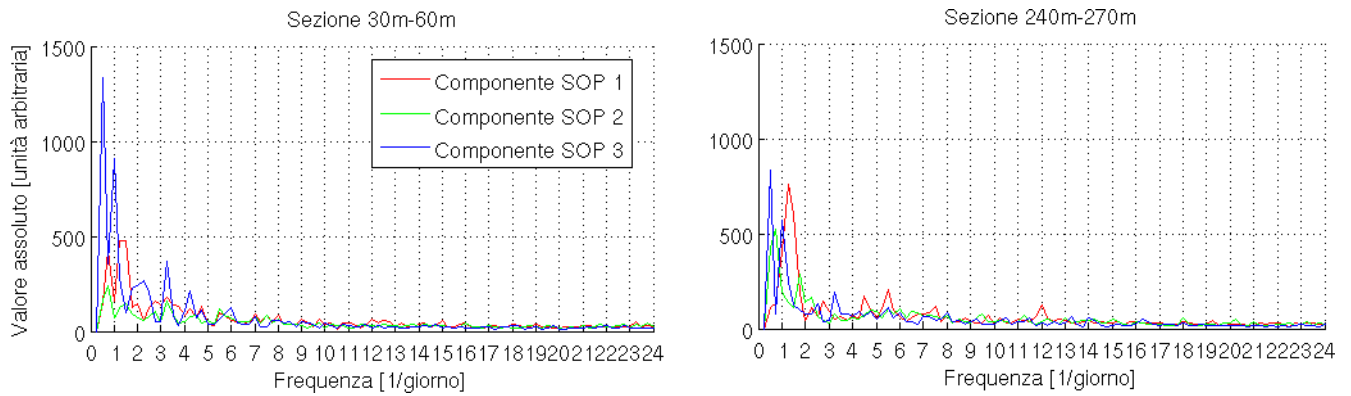


Figura 7.6: Sezioni da 30 m, primo SOP di entrata

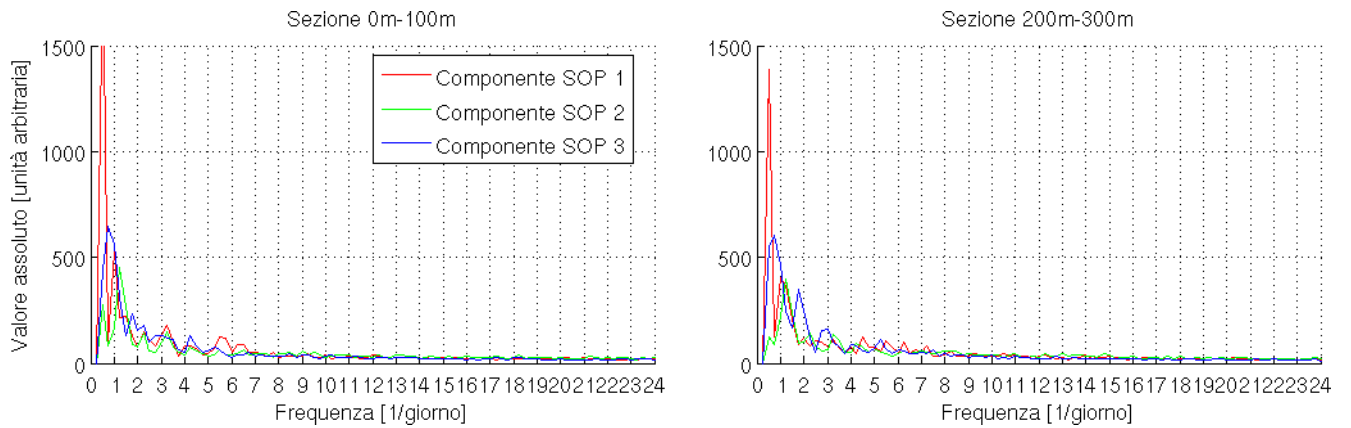


Figura 7.7: Sezioni da 100 m, secondo SOP di entrata

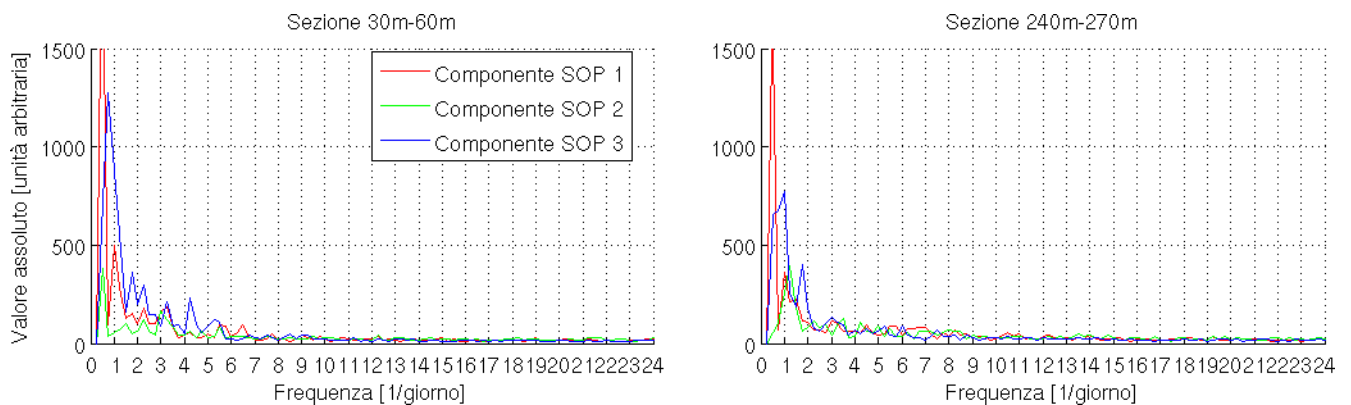


Figura 7.8: Sezioni da 30 m, secondo SOP di entrata

7.3 Analisi mediante esse3

Nonostante le considerazioni fatte finora, non si può dire con sicurezza che le sezioni della fibra abbiano ciascuna un comportamento simile in relazione all'andamento della temperatura. Infatti il metodo Evoluzione di SOP, DOP ed errore di interpolazione di `e1abPOTDR` non tiene conto che i dati rilevati dipendono non solo dal comportamento della sezione alla quale sono attribuiti, ma anche dall'interazione della retrodiffusione con l'intero tratto di fibra interposto tra la sezione e l'analizzatore di polarizzazione. Dunque per studiare il comportamento delle singole sezioni si utilizza l'elaborazione dei dati offerta dal programma `esse3`.

Una volta ottenuto l'andamento del singolo componente dello stato di polarizzazione s_3 all'interno di una certa sezione, è possibile studiarlo e metterlo a confronto con gli s_3 ricavati da altre sezioni, in modo da estrarre un'indicazione della sensibilità delle singole sezioni ai cambiamenti di temperatura. Si usa dunque il programma `esse3` calcolando l'evoluzione della terza componente dello stato di polarizzazione all'interno di diverse sezioni.

Ricordiamo che la corretta funzionalità di `esse3` è tuttavia dipendente dal rispetto di alcune ipotesi², soprattutto per quanto riguarda la possibilità di ricostruzione corretta del segno di s_3 . A causa del periodo temporale piuttosto lungo (30 *min*) con il quale sono state prese le misure, è necessario considerare se ci si trovi realmente nella condizione di rispetto di tali ipotesi. Non avendo accesso ai dati che consentirebbero di stabilire direttamente la validità delle ipotesi, resta la possibilità di studiare due andamenti degli s_3 ricostruiti relativi a sezioni molto simili, per osservare eventuali discordanze di segno. Seguendo questo ragionamento, si è realizzato un confronto tra gli s_3 relativi rispettivamente alla sezione della fibra tra 75 *m* e 225 *m* e la sezione tra 74 *m* e 76 *m* e 226 *m*. Il grafico 7.9 riporta i risultati ottenuti.

Da quest'immagine si nota la presenza di diverse discontinuità del segno, per le quali possiamo supporre le ipotesi per la ricostruzione esatta non siano di fatto soddisfatte. Gli errori di attribuzione del segno modificano molto la forma dei due segnali, altrimenti molto simili. Il confronto tra le trasformate di Fourier dimostra anche che questi errori causano spostamenti dei picchi e modifiche della loro forma. Per questo motivo il confronto tra gli s_3 di diverse sezioni non potrà essere effettuato direttamente ma si utilizzerà un'elaborazione più complessa, volta a dimostrare che la sensibilità della fibra non varia particolarmente a seconda della sezione presa in considerazione.

Innanzitutto, si è lanciato il programma `esse3local` specificando una divisione della fibra in 8 sezioni, al centro di ognuna si sono presi tre intervalli

²Si veda la sezione 6.3.2 e nella fattispecie il commento all'equazione 6.9.

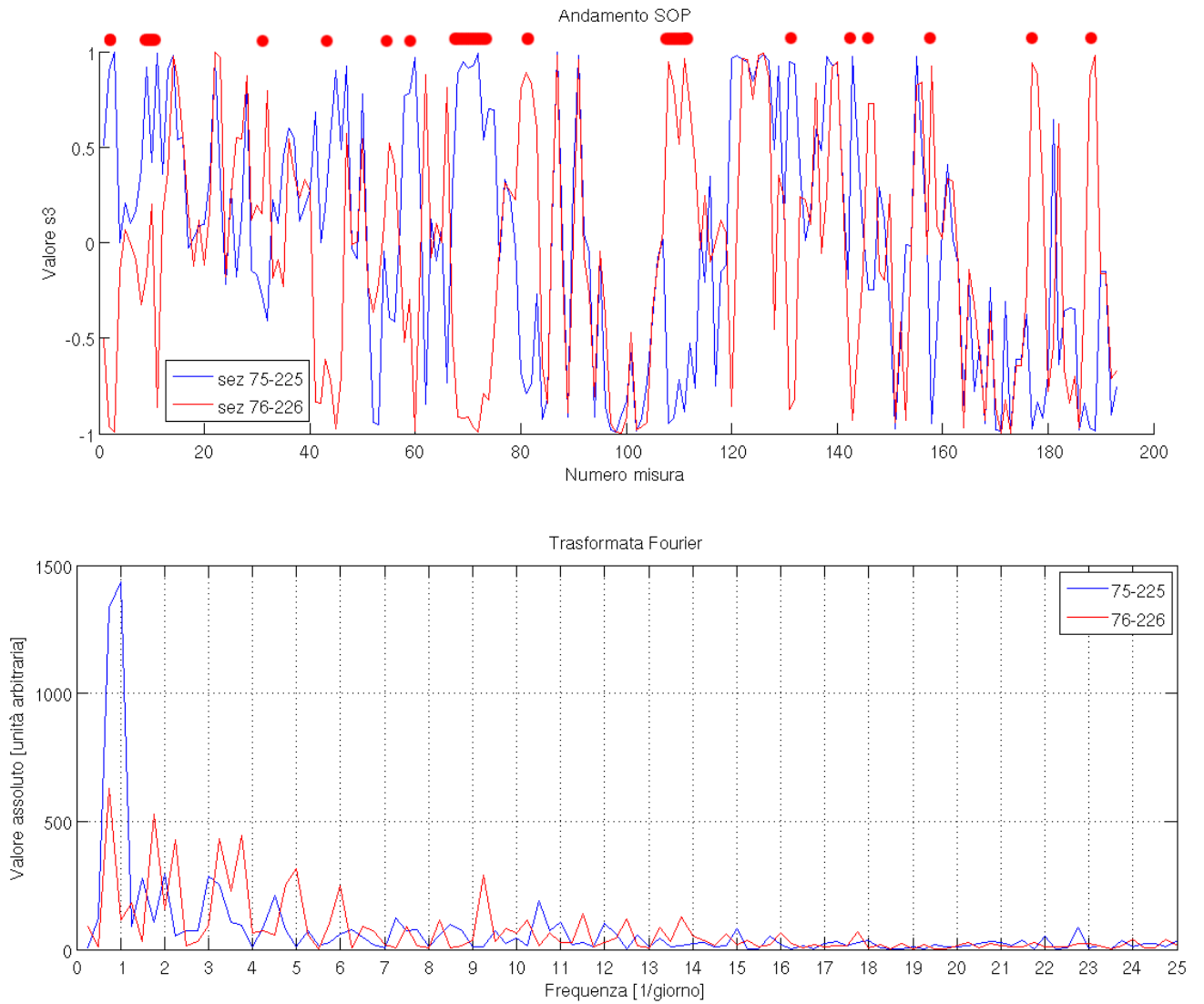


Figura 7.9: Confronto diretto tra gli s_3 ricostruiti da due sezioni molto simili e, sotto, loro trasformata Fourier. Sono notate in rosso le zone in cui è evidente la presenza di una discontinuità del segno.

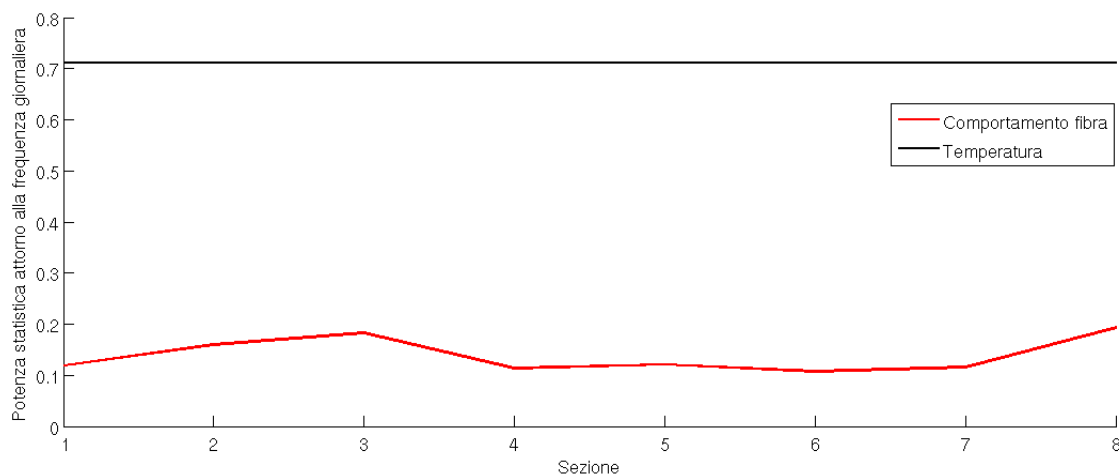


Figura 7.10: Confronto delle potenze spettrali relative del picco giornaliero, ottenute a partire dalla temperatura e dagli andamenti di s_3 in otto sezioni equispaziate della fibra.

spaziali crescenti di 4, 5 e 6 m rispetto ai quali si sono effettuati i calcoli di s_3 . È stata poi estratta la densità di potenza spettrale delle singole rappresentazioni di s_3 , dopo averne sottratto la media onde rimuovere il picco nello zero. Queste sono poi state mediate con le PSD ottenute dai segnali relativi alla stessa sezione ma su intervalli spaziali diversi, operazione necessaria a causa della variabilità dei segnali indotta dagli errori di segno. Si giunge dunque ad ottenere una sola traccia indicante la densità di potenza spettrale associata alle variazioni subite da s_3 lungo un certo tratto di fibra. Da tale funzione è di nostro interesse ricavare la potenza spettrale relativa al picco corrispondente al periodo giornaliero visto che, dalla precedente analisi, si ha ragione di ritenere che questa possa essere indicativa della sensibilità della sezione di fibra dalle variazioni di temperatura. All'atto pratico, questo valore si è ottenuto dividendo la sommatoria³ delle potenze spettrali nell'intervallo di frequenze tra $0,75 \frac{\text{volte}}{\text{giorno}}$ e $1,25 \frac{\text{volte}}{\text{giorno}}$ per la potenza spettrale totale del segnale. Lo stesso procedimento è stato effettuato per la potenza spettrale della temperatura, in modo da ottenere una grandezza di riferimento. Il risultato dell'elaborazione è riportato nella figura 7.10.

Si osserva che la sensibilità alle variazioni di temperatura giornaliera risulta piuttosto costante lungo tutta la fibra, ovvero non si notano particolari

³Teoricamente dovrebbe trattarsi di un integrale, ma per un segnale discreto come quello in analisi le due operazioni coincidono.

discontinuità. Questa è un'informazione interessante, soprattutto per il fatto che all'aumentare del numero di sezione ci si muove sempre di più all'interno della bobina, dove la fibra ottica è coperta da più strati di cavo di protezione. Il fatto che questo non influenzi la sensibilità dà ragione di ritenere che la conducibilità termica della copertura sia soddisfacente per gli scopi di utilizzo.

8

Conclusioni

Il lavoro svolto in questa tesi ha utilizzato i principi e le modalità di funzionamento di uno schema per misure polarimetriche, applicandolo nella fattispecie alla caratterizzazione di un cavo in fibra ottica realizzato per fungere da sensore di temperatura. A partire dalle misure è stato possibile attraverso processi di elaborazione dei dati (tramite il programma `e1abPOTDR`) visualizzare gli stati di polarizzazione della radiazione retrodiffusa e (tramite il programma `esse3`) estrarre le evoluzioni del componente s_3 all'interno di singole sezioni della fibra, indipendentemente dal comportamento dei tratti precedenti e dai collegamenti con l'analizzatore. I dati sono poi stati usati per verificare la sensibilità della fibra alle variazioni di temperatura, in particolare la correlazione con le variazioni giornaliere. Non è stato invece possibile riconoscere eventuali dipendenze da fluttuazioni rapide, che si sono confuse con il rumore di fondo sovrapposto alle misure. Tramite l'analisi effettuata dal programma `esse3` è stato infine possibile osservare come non risultano discontinuità nella sensibilità della fibra al variare della posizione, sebbene questa sia direttamente collegata ad una maggiore profondità all'interno della bobina. Per questo si può dire che il cavo di protezione è risultato sufficientemente termoconduttivo da permettere alla fibra al suo interno di funzionare da sensore di temperatura, ovvero per l'applicazione richiesta all'interno del sensore BLESS.

Appendice A

File parametri.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%% PARAMETRI PER IL BANCO DI MISURA
%% DEL betaB DEL CAMPO RETRODIFFUSO
%% (lavora ad un'unica frequenza)
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%
%% Parametri fondamentali della misura
%%

% I dati compresi tra i due delimitatori verranno registrati
% sul file *.info
% NON MODIFICARE I DELIMITATORI

% ---++ INIZIO
% tipo: CavoBLESS, fibra ROSSA
% lung.: 0,5 km (circa)
% I_amp: 345 mA
% Sessione 1
%

Tmedia=15;           % durata del tempo di media (secondi)
Tpulse=100;         % durata dell'impulso (nanosecondi), pulse gen.
Nang=5;             % numero di angoli per la lambda-quarti
Nsop=2;            % numero di SOP iniziali
range='R5km';      % range di misura
lambda=1536.4;     % lunghezza d'onda (nanometri)... per ricordo!
Trep=30;           % intervallo di tempo tra una misura
                   % e la successiva (minuti)
                   % se inf fa solo una misura

% ---++ FINE

nomefile='R';
% nome dei file, massimo 7 caratteri
directory='C:\users\lovato\misure\8Mar\';
% directory nella quale salvare i file
Nmis=2;
% numero della misura da cui iniziare
```

```
%%
%% Altri parametri
%%

%% indirizzo primario della scheda GPIB
board=0;

%% Configurazione LASER
%LASERaddr=10;          % indirizzo primario

%% Configurazione ANALIZZATORE DI POLARIZZAZIONE
ANLZaddr=24;           % indirizzo primario

%% Configurazione OTDR
OTDRaddr=2;           % indirizzo primario
pulseWidth='P100ns'; % durata impulso (NON E' QUELLA EFFETTIVA)
smooth='OFF';         % smoothing
otdrlambda='L1550';  % lunghezza d'onda
memory='SRAM';        % memorizza nella memoria interna
                     % prima di scaricare

%% Configurazione CONTROLLORE DI POLARIZZAZIONE HP
CTRLaddr=11;          % indirizzo primario
% posizioni delle orecchie del controllore
orecchie=[500 500 500 500
           280 365 500 500;
           450 200 430 700];

%% Configurazione GENERATORE DI IMPULSI
% N.B. attualmente questo strumento e' controllato solo per verifica
PULSGENaddr=1;        % indirizzo primario
canale='1';           % canale che pilota il laser
Vmin=0.500;           % tensione minima del canale del laser (volt)
Vmax=4.500;           % tensione massima del canale del laser (volt)
% 690;                % ritardo del laser rispetto al MAO [ns]
% 60;                  % tempo di apertura del MAO [V]
% 2.5;                 % tensione massima per il MAO [V]
% 0;                   % tensione minima per il MAO [V]
```

Appendice B

Dati sulla temperatura

Si riportano i dati, gentilmente concessi dall'ARPAV, presi presso la stazione metereologica sita all'orto botanico di Padova nel periodo temporale corrispondente a quello delle misure polarimetriche.

Data e ora	T (°C)	Data e ora	T (°C)	Data e ora	T (°C)	Data e ora	T (°C)
07/03 12.00	11,8	08/03 12.00	11,3	09/03 12.00	13,8	10/03 12.00	13,2
07/03 12.30	10,9	08/03 12.30	11,3	09/03 12.30	13,3	10/03 12.30	12,9
07/03 13.00	11,4	08/03 13.00	12,5	09/03 13.00	14,2	10/03 13.00	13,4
07/03 13.30	12,1	08/03 13.30	12,7	09/03 13.30	13,8	10/03 13.30	13,2
07/03 14.00	12	08/03 14.00	12,8	09/03 14.00	13,9	10/03 14.00	13,3
07/03 14.30	12,9	08/03 14.30	13,6	09/03 14.30	14,6	10/03 14.30	14
07/03 15.00	12,8	08/03 15.00	14,2	09/03 15.00	13,8	10/03 15.00	14,4
07/03 15.30	12,5	08/03 15.30	13	09/03 15.30	13,8	10/03 15.30	14,5
07/03 16.00	12,5	08/03 16.00	13,2	09/03 16.00	13,6	10/03 16.00	13,6
07/03 16.30	11,5	08/03 16.30	12,7	09/03 16.30	13,3	10/03 16.30	13,1
07/03 17.00	11	08/03 17.00	11,9	09/03 17.00	13	10/03 17.00	12,8
07/03 17.30	10,4	08/03 17.30	11,2	09/03 17.30	12,2	10/03 17.30	12
07/03 18.00	9,9	08/03 18.00	9,9	09/03 18.00	10,8	10/03 18.00	10,9
07/03 18.30	9,1	08/03 18.30	8,7	09/03 18.30	9,6	10/03 18.30	9,7
07/03 19.00	7,6	08/03 19.00	8	09/03 19.00	8,7	10/03 19.00	9
07/03 19.30	7,9	08/03 19.30	7,6	09/03 19.30	8,3	10/03 19.30	8,2
07/03 20.00	7,2	08/03 20.00	6,9	09/03 20.00	7,9	10/03 20.00	7,8
07/03 20.30	6,2	08/03 20.30	7,3	09/03 20.30	7,4	10/03 20.30	7,7
07/03 21.00	5,8	08/03 21.00	8,2	09/03 21.00	8,7	10/03 21.00	7,6
07/03 21.30	5,1	08/03 21.30	7,8	09/03 21.30	9,5	10/03 21.30	6,9
07/03 22.00	5,3	08/03 22.00	8	09/03 22.00	9,1	10/03 22.00	6,9
07/03 22.30	5	08/03 22.30	8,3	09/03 22.30	8,4	10/03 22.30	6,6
07/03 23.00	5,6	08/03 23.00	8,2	09/03 23.00	8,1	10/03 23.00	7,6
07/03 23.30	5,3	08/03 23.30	8,6	09/03 23.30	7,9	10/03 23.30	7,6
08/03 0.00	4,9	09/03 0.00	10,2	10/03 0.00	7,9	11/03 0.00	7,7
08/03 0.30	4,7	09/03 0.30	10,1	10/03 0.30	7,7	11/03 0.30	6,7
08/03 1.00	4,2	09/03 1.00	10,4	10/03 1.00	7,3	11/03 1.00	6,1
08/03 1.30	4,1	09/03 1.30	10,9	10/03 1.30	7,3	11/03 1.30	6
08/03 2.00	4,3	09/03 2.00	10,8	10/03 2.00	7,5	11/03 2.00	5,7
08/03 2.30	3,9	09/03 2.30	10,4	10/03 2.30	7	11/03 2.30	5,7
08/03 3.00	4,1	09/03 3.00	10	10/03 3.00	6,5	11/03 3.00	5,7
08/03 3.30	3,7	09/03 3.30	9,7	10/03 3.30	6,2	11/03 3.30	5,1
08/03 4.00	3,6	09/03 4.00	9,7	10/03 4.00	6	11/03 4.00	4,2
08/03 4.30	3,1	09/03 4.30	9,5	10/03 4.30	5,8	11/03 4.30	4,9
08/03 5.00	3,1	09/03 5.00	8,8	10/03 5.00	5,8	11/03 5.00	4,5
08/03 5.30	3,7	09/03 5.30	8,4	10/03 5.30	5,7	11/03 5.30	3,9
08/03 6.00	3,2	09/03 6.00	8	10/03 6.00	5,7	11/03 6.00	4,3
08/03 6.30	2,9	09/03 6.30	8	10/03 6.30	5	11/03 6.30	4,6
08/03 7.00	3	09/03 7.00	8	10/03 7.00	5,6	11/03 7.00	4,1
08/03 7.30	3,4	09/03 7.30	8,3	10/03 7.30	6,1	11/03 7.30	4,7
08/03 8.00	4,3	09/03 8.00	9	10/03 8.00	6,9	11/03 8.00	5,7
08/03 8.30	4,4	09/03 8.30	9,5	10/03 8.30	7,5	11/03 8.30	7,3
08/03 9.00	5,7	09/03 9.00	10	10/03 9.00	8,6	11/03 9.00	9,2
08/03 9.30	6,8	09/03 9.30	10,8	10/03 9.30	9,4	11/03 9.30	9,9
08/03 10.00	8	09/03 10.00	11,6	10/03 10.00	9,9	11/03 10.00	11,4
08/03 10.30	9,3	09/03 10.30	12,3	10/03 10.30	11,2	11/03 10.30	13,5
08/03 11.00	9,9	09/03 11.00	12,6	10/03 11.00	12,1	11/03 11.00	13
08/03 11.30	10,4	09/03 11.30	13,1	10/03 11.30	12,4	11/03 11.30	14,1

Bibliografia

- [1] G. Cariolaro. *Segnali e sistemi*. McGraw-Hill, 2005.
- [2] G. Cariolaro and G. Pierobon. *Processi aleatori*. CLEUP, 2008.
- [3] A. Cigada, F. Ballio, and F. Inzoli. Hydraulic monitoring unit, application for international patent n. pct/ep2008/059075. *Tutto Misure*, 2008.
- [4] E. Collett. *Polarized light, fundamentals and applications*. Dekker, 1993.
- [5] L. Di Agostino. *Luce, alcuni esperimenti*. BXR, 2011.
- [6] A. Galtarossa, D. Grosso, L. Palmieri, and L. Schenato. Location and temporal characterization of hinges in optical fiber links. *European Conference of Optical Community*, IV:103–104, 2007.
- [7] A. Galtarossa, D. Grosso, L. Palmieri, and L. Schenato. Reflectometric characterization of hinges in optical fiber links. *IEEE photonics technology letters*, 20:854–856, 2008.
- [8] A. Galtarossa and C. Menyuk. *Polarization mode dispersion*. Springer, 2004.
- [9] A. Galtarossa and L. Palmieri. Spatially resolved pmd measurements. *Journal of Lightwave technology*, 22:1103–1115, 2004.
- [10] B. Griffoni, G.C. Someda, G. Crotti, and S. Manzoni. Il monitoraggio strutturale mediante tecniche ottiche. *Tutto Misure*, 2, 2009.
- [11] S. Huard. *Polarization of light*. Wiley, 1996.
- [12] D. Kliger and W. Lewis. *Polarized light in optics and spectroscopy*. Academic Press, 1990.
- [13] S. Kozel, V. Listvin, and S. Shatalin. Determination of birefringence in single-mode fibers. *Optical Spectroscopy*, 58:709–710, 1985.

- [14] D. Marcuse. Coupled-mode theory for anisotropic optical waveguides. *Bell system technology journal*, 54:985–995, 1975.
- [15] T. Okoshi and K. Kikuchi. *Coherent optical fiber communications*. Springer, 1988.
- [16] B. Saleh and M. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley, 2007.
- [17] G.C. Someda. *Electromagnetic waves*. Chapman & Hall, 1998.