



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

ANALISI E PROGETTO DI UN CARICABATTERIE CON RADDRIZZATORE TRIFASE A PWM

LAUREANDO: LUCA SCANDOLA

RELATORE: LEOPOLDO ROSSETTO

24 APRILE 2012
ANNO ACCADEMICO 2011/2012

LUCA SCANDOLA: *Analisi e Progetto Di Un Caricabatterie Con Raddrizzatore Trifase a PWM*, Tesi di laurea magistrale in ingegneria elettronica, .

ABSTRACT

Questa tesi di laurea propone il progetto di un caricabatterie reversibile trifase. La topologia utilizzata è quella del raddrizzatore trifase di tipo boost. Le elevate correnti di ingresso rendono necessaria una analisi approfondita di alcune problematiche fra le quali la scelta dei componenti, la stima delle induttanze parassite lungo i percorsi critici della corrente ed il calcolo delle perdite dei mosfet in presenza di induttanze parassite. Inoltre, in questa tesi, viene proposto un possibile layout del sistema che è risultato di considerazioni elettriche, magnetiche, termiche e meccaniche. Viene infine proposta una tecnica di controllo digitale che unisce i vantaggi del controllo diretto della potenza di ingresso, modulazione vettoriale e controllo predittivo focalizzando l'attenzione sul ruolo del ritardo introdotto dall'unità che esegue l'algoritmo.

INDICE

I	STUDIO DEL PROBLEMA	1
1	INTRODUZIONE	3
2	RADDRIZZATORE TRIFASE	7
2.1	Funzionamento	7
2.2	Vettori spaziali	10
2.3	Trasformata di Park: sistema di riferimento rotante	11
2.4	Schema Simulink	12
3	TECNICHE DI CONTROLLO	15
3.1	VOC e DPC	15
3.2	Implementazione dei vettori spaziali	16
3.3	Calcolo andamento del duty-cycle	17
II	PROGETTO	25
4	DESCRIZIONE DEL PROGETTO E DEFINIZIONE DELLE SPECIFICHE	27
5	STADIO DI POTENZA	29
5.1	Stress di tensione e corrente dei componenti	29
5.2	Calcolo valore componenti passivi	31
5.3	Induttanza dispersa del trasformatore trifase	34
5.4	Scelta componenti silicio	34
5.5	Aspetti termici	35
5.5.1	Perdite di conduzione dei mosfet	35
5.5.2	Perdite di commutazione dei mosfet	37
5.5.3	Progetto del dissipatore di calore dei mosfet	47
5.5.4	Dissipazione di calore sul circuito stampato	51
5.6	Calcolo dei tempi morti	56
6	LAYOUT	61
6.1	introduzione	61
6.2	Disposizione dei condensatori	61
6.3	Considerazioni magnetiche: stima induttanze dei percorsi di corrente	62
6.4	Layout del sistema	67

7	CONTROLLO	75
7.1	Modello del convertitore e reazione dello stato	75
7.2	Anello di corrente	80
7.3	Anello di tensione	82
7.4	Tecnica di controllo DPC predittivo	82
7.5	Studio stabilità e progetto regolatore	87
7.6	Anello di tensione del metodo di controllo DPC predittivo	93
7.7	Scelta dei parametri del regolatore PI	96
7.8	Approssimazione di Taylor e approssimazione di Padè	101
A	MODELLO DINAMICO DELLO STADIO INTERRUTTORI	113
A.1	Modello dinamico dello stadio interruttori	113
A.1.1	Stato 100	114
A.1.2	Stato 101	115
A.1.3	Stato 111	116
A.1.4	Cambio di base	117
A.1.5	Media sul periodo di commutazione	119
A.1.6	Funzioni di trasferimento	120
B	SIMULAZIONI	121
C	CODICE MATHEMATICA USATO PER IL CALCOLO DELLE INDUTTANZE PARASSITE	129
D	SCHEMA SIMULINK	133
	BIBLIOGRAFIA	135

Parte I

STUDIO DEL PROBLEMA

1

INTRODUZIONE

Negli ultimi anni la ricerca nel settore dei raddrizzatori trifase controllati tramite PWM ha fatto molti progressi. Il motivo per cui ci si è mossi in questa direzione è la vasta quantità di vantaggi che esso offre tra i quali la bidirezionalità del flusso di potenza, la possibilità di controllo della corrente di ingresso, e controllo della tensione DC di uscita. Essi sono impiegati in diverse applicazioni come ad esempio filtri attivi di potenza, sistemi flessibili di trasmissione AC (FACTS), inverter per l'azionamento di motori elettrici. Ci sono due tipi

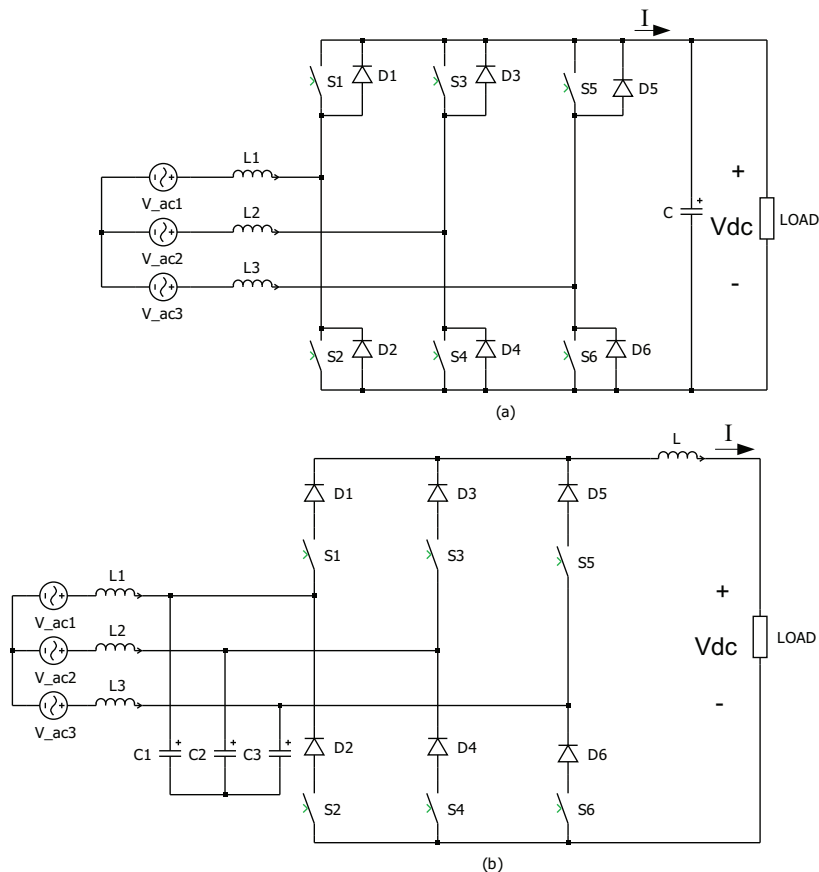


Figura 1.0.1: Schemi base dei raddrizzatori trifase PWM

convertitori che possono essere utilizzati. La prima versione è di tipo BOOST ed è mostrata in figura 1.0.1(a) mentre la seconda è di tipo BUCK mostrato in 1.0.1(b). Il convertitore di tipo BOOST ha la caratteristica di lavorare con una

tensione DC di polarità fissata mentre la corrente di uscita può essere sia positiva che negativa. Nel convertitore di tipo BUCK invece la corrente di uscita è unidirezionale mentre la tensione lato DC può essere sia positiva che negativa. Una delle caratteristiche che hanno reso popolare questo tipo di convertitore è la possibilità di controllare la corrente di ingresso. Questa caratteristica permette di controllare un parametro molto importante per i sistemi di potenza ossia il Fattore di Potenza (PF). Questo parametro è definito come il rapporto tra la potenza media P entrante nel convertitore e la potenza apparente S .

$$PF = \frac{P}{S} \quad (1.1)$$

La potenza apparente è data dal prodotto fra i valori efficaci della tensione e della corrente entrante nel convertitore mentre la potenza media è data dal prodotto interno tra forma d'onda di tensione e quella di corrente

$$P = \langle v, i \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v(t)i(t)dt \quad (1.2)$$

Se la tensione è sinusoidale questa relazione si semplifica e diventa

$$P = V_{rms} I_{1rms} \cos(\phi_1) \quad (1.3)$$

dove I_{1rms} è il valore efficace della prima armonica di corrente mentre ϕ_1 è lo sfasamento tra la tensione e la prima armonica di corrente. In queste condizioni il fattore di potenza può essere scritto in funzione delle componenti di corrente come segue

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{V_{rms} I_{1rms} \cos(\phi_1)}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{I_{1rms}}{I_{rms}} \cos(\phi_1) \quad (1.4)$$

Un altro parametro importante è la Distorsione Armonica Totale definita come segue

$$THD = \frac{\sqrt{I_{rms}^2 - I_{1rms}^2}}{I_{1rms}} \quad (1.5)$$

Inserendo l'equazione (1.5) nell'equazione (1.4) si ottiene

$$PF = \frac{1}{\sqrt{1 + THD^2}} \cos(\phi_1) \quad (1.6)$$

Dalla relazione 1.6 è evidente che per avere un fattore di potenza unitario bisogna annullare lo sfasamento ϕ_1 e la distorsione THD. Annullare lo sfasamento ϕ_1 ha l'importante beneficio di imporre all'ingresso la corrente di minor valore efficace che garantisce lo stesso apporto di potenza all'uscita. Minimizzare la distorsione di corrente è importante per ragioni di compatibilità con gli altri

apparecchi ed è regolamentato da delle norme che variano in base alle applicazioni e all'ambiente di lavoro (domestico, industriale ecc..). A questo proposito, scegliere una realizzazione PWM ha il grande vantaggio di portare le armoniche di corrente a frequenze alte semplificando il progetto del filtro di ingresso.

In questo caso il raddrizzatore trifase verrà utilizzato per realizzare un carica-batterie per applicazioni industriali. Nel settore industriale, ed in particolare in quello ferroviario, sono ancora molto usate le batterie al piombo; spesso queste batterie rimangono cariche per molto tempo; per evitare fenomeni chimici che possono compromettere il funzionamento, esse vengono periodicamente scaricate e ricaricate seguendo delle opportune curve di carica e scarica. La possibilità di recuperare l'energia contenuta nella batteria (reversibilità), è importante non solo per ragioni economiche, ma anche per semplificare la struttura in cui vengono utilizzati questi caricabatterie. Essi vengono impiegati in sale contenenti decine di batterie. Se l'energia contenuta nelle batterie fosse dispersa nell'ambiente sotto forma di calore si dovrebbero predisporre degli impianti di condizionamento.

Il lavoro di tesi, svolto presso l'azienda Irmie Impianti, si divide in due parti. Nella prima parte (capitoli 2 e 3) si analizza il funzionamento della topologia del raddrizzatore utilizzato, la modulazione vettoriale e come questa viene realizzata. Nella seconda parte si descrive il progetto del caricabatterie; il capitolo 5 descrive lo stadio di potenza, ossia il dimensionamento dei componenti passivi, la scelta dei componenti attivi (mosfet) e il progetto del sistema di smaltimento del calore. Nel capitolo 6 si descrive il layout del sistema ed il metodo utilizzato per la stima delle induttanze parassite. Il capitolo 7 descrive la tecnica di controllo utilizzata e lo studio della stabilità del sistema. In appendice sono riportate le simulazioni Simulink e i passaggi che portano al calcolo delle funzioni di trasferimento del sistema usando il metodo del Space State Averaging.

2 | RADDRIZZATORE TRIFASE

INDICE

2.1	Funzionamento	7
2.2	Vettori spaziali	10
2.3	Trasformata di Park: sistema di riferimento rotante	11
2.4	Schema Simulink	12

2.1 FUNZIONAMENTO

Lo schema del convertitore utilizzato è mostrato in figura 2.1.1. Il controllo del-

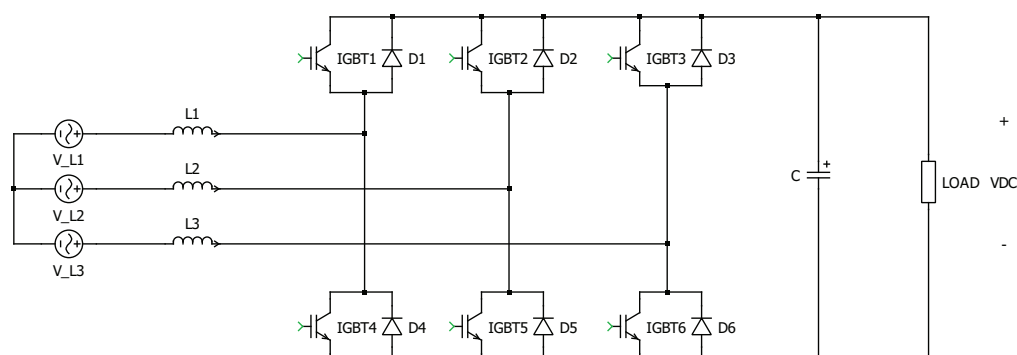


Figura 2.1.1: Schema del raddrizzatore trifase

la tensione di uscita viene fatto tramite una retroazione: la tensione di uscita viene confrontata con il riferimento e l'errore viene processato da un blocco di controllo che comanda gli interruptori. Se la tensione di uscita è minore del riferimento gli interruptori verranno comandati in modo da richiamare ulteriore corrente dalla linea e caricare il condensatore. Se, al contrario, la tensione di uscita è maggiore del riferimento la corrente lato DC diventerà negativa allo scopo di scaricare il condensatore. Il controllo PWM, oltre che a controllare la potenza attiva prelevata dalla linea può gestire anche la potenza reattiva controllando la corrente di ingresso. La modulazione consiste nell'accensione/-spegnimento degli interruptori in modo da applicare ai capi delle induttanze una tensione la cui armonica fondamentale sia sinusoidale e di frequenza pari alla frequenza di linea. A seconda dell'ampiezza e fase della tensione applicata a ciascuna induttanza la corrente di ingresso può essere in fase alla tensione

di linea (PFC con flusso di potenza verso il carico), in opposizione di fase nei confronti della tensione di uscita (PFC con flusso di potenza dal carico alla linea), in quadratura in anticipo (funzionamento capacitivo) o in quadratura in ritardo (funzionamento induttivo). Definendo V_L la generica tensione di linea riferita al centro stella e V_O la tensione di ingresso allo stadio interruttori (sempre riferita al centro stella della terna di tensioni di ingresso), con riferimento al circuito di figura 2.1.2 le diverse modalità di funzionamento sono illustrate tramite diagrammi fasoriali in figura 2.1.3.

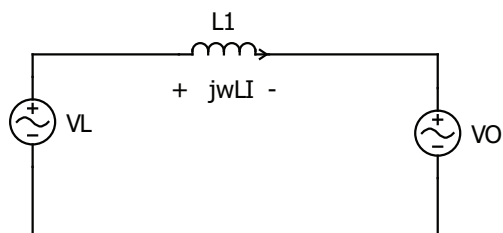
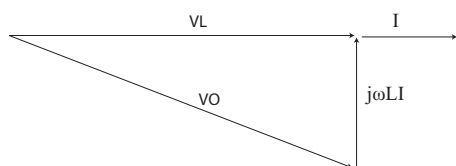
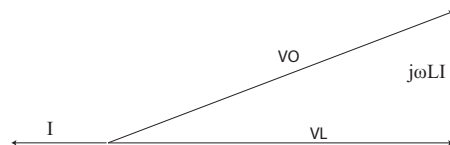


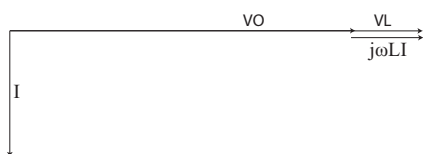
Figura 2.1.2: Schema equivalente di ogni linea del sistema trifase



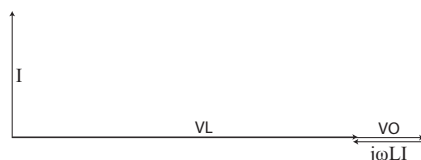
(a) Funzionamento da raddrizzatore con fattore di potenza unitario



(b) Funzionamento da inverter con fattore di potenza unitario



(c) Funzionamento con corrente in quadratura in ritardo (induttivo)



(d) Funzionamento con corrente in quadratura in anticipo (capacitivo)

Figura 2.1.3: Diagrammi fasoriali delle diverse modalità di funzionamento

Per analizzare il funzionamento del circuito si procede in modo analogo al caso dei convertitori DC-DC. Si prenda ad esempio lo schema di figura 2.1.4. Se la corrente di linea è positiva, essa può passare solo attraverso l'interruttore IGBT5 oppure in D2; quindi esattamente come nel caso di un convertitore DC-DC tipo BOOST la corrente dell'induttanza aumenta durante l'intervallo di tempo in cui l'interruttore è chiuso. La corrente si richiude attraverso una delle altre gambe del raddrizzatore. Allo spegnimento di IGBT5 la corrente dell'induttanza forza in conduzione il diodo D2 caricando il condensatore. Quando

la corrente di linea è negativa vale lo stesso discorso con l'interruttore IGBT2 ed il diodo D5.

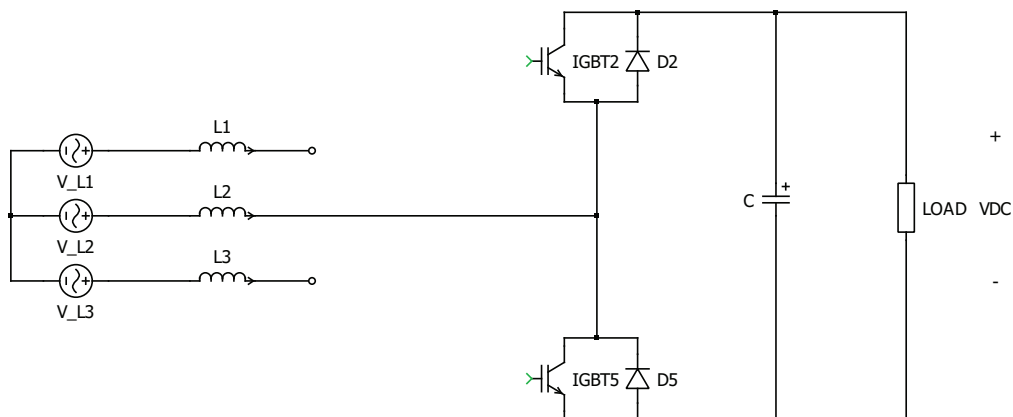


Figura 2.1.4: Schema che mette in evidenza il funzionamento del circuito

Ricordando che con V_O si indica il valore istantaneo della tensione all'ingresso dello stadio a interruttori prendendo come riferimento il centro stella delle tensioni di linea, detti S_1, S_2, S_3 gli stati di ciascuna gamba del raddrizzatore, essi assumono il valore $S_i=1$ se l'interruttore superiore della gamba i -esima è chiuso e $S_i=0$ se l'interruttore inferiore della gamba i -esima è chiuso; la terna delle tensioni V_O è data da:

$$\begin{cases} V_{O1} = \frac{V_{DC}}{3}(2S_1 - S_2 - S_3) \\ V_{O2} = \frac{V_{DC}}{3}(2S_2 - S_3 - S_1) \\ V_{O3} = \frac{V_{DC}}{3}(2S_3 - S_2 - S_1) \end{cases}$$

Il numero degli stati possibili è pari a $2^3 = 8$ e sono riassunti in tabella 1.

S_1	S_2	S_3	V_{O1}	V_{O2}	V_{O3}
0	0	0	0	0	0
1	0	0	$\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$
1	1	0	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$
0	1	0	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$
0	1	1	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$
0	0	1	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$
0	1	1	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$
1	1	1	0	0	0

Tabella 1: Valori delle tensioni V_O in funzione dello stato degli interruttori

2.2 VETTORI SPAZIALI

Il vettore spaziale è uno strumento matematico simbolico che permette di studiare il comportamento, anche dinamico, dei sistemi trifase applicando alle terne di grandezze una trasformazione che permette di semplificare significativamente le equazioni in gioco. Se le grandezze del sistema trifase sono bilanciate allora vale sempre la condizione

$$g_o(t) = \frac{g_a(t) + g_b(t) + g_c(t)}{3} = 0 \quad (2.1)$$

Questa condizione si esprime dicendo che la componente omopolare g_o della terna g_a, g_b, g_c è nulla. La conseguenza di questo fatto è che il sistema può essere rappresentato usando solo due gradi di libertà poichè noto il valore di due grandezze del sistema trifase la terza è ricavabile dalla condizione 2.1. Si definisce vettore spaziale la funzione complessa:

$$g(t) = \frac{2}{3}[g_a(t) + g_b(t)e^{j2\pi/3} + g_c(t)e^{j4\pi/3}]$$

E' possibile esplicitare la parte reale e immaginaria del vettore spaziale:

$$\text{Re}[g(t)] = g_\alpha(t) = \frac{2}{3}[g_a(t) - \frac{g_b(t)}{2} - \frac{g_c(t)}{2}]$$

$$\text{Im}[g(t)] = g_\beta(t) = \frac{2}{3}[g_b(t)\frac{\sqrt{3}}{2} - g_c(t)\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

Applicando la trasformazione alla terna delle tensioni di linea

$$\begin{cases} V_{L1} = V \sin \omega t \\ V_{L2} = V \sin (\omega t - 2\pi/3) \\ V_{L3} = V \sin (\omega t - 4\pi/3) \end{cases}$$

si ottiene

$$\begin{cases} V_{L\alpha} = V \sin \omega t \\ V_{L\beta} = -V \cos \omega t \end{cases}$$

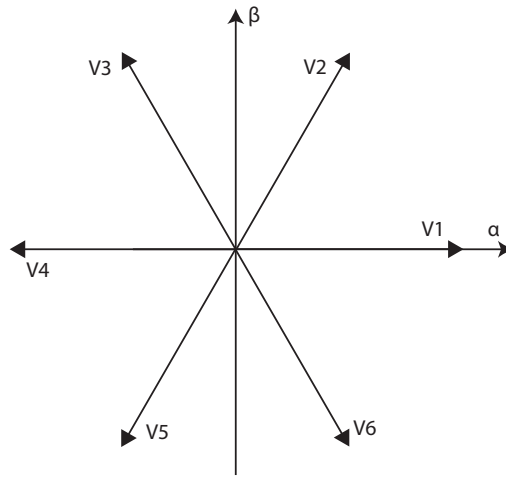
Il vettore spaziale associato alla terna delle tensioni di linea è un vettore rotante con velocità angolare ω e di ampiezza V .

Applicando la trasformazione alla terna delle tensioni V_o otteniamo i valori di tabella 2

I vettori spaziali sono illustrati in un sistema di riferimento α/β in figura 2.2.1. Lo spazio delimitato da due vettori spaziali fondamentali adiacenti è chiamato sestante e per convenzione sono numerati seguendo il senso antiorario partendo da quello delimitato dai vettori V_1 e V_2 .

v_i	S_1	S_2	S_3	V_{O1}	V_{O2}	V_{O3}	V_α	V_β
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	$\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$	0
2	1	1	0	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$
3	0	1	0	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$
4	0	1	1	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	0
5	0	0	1	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$
6	0	1	1	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$
7	1	1	1	0	0	0	0	0

Tabella 2: Valori delle tensioni VO in funzione dello stato degli interruttori

Figura 2.2.1: Vettori spaziali della terna delle tensioni VO nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$

2.3 TRASFORMATA DI PARK: SISTEMA DI RIFERIMENTO ROTANTE

In molti casi è interessante rappresentare il vettore spaziale in un sistema di riferimento non stazionario ma rotante con velocità angolare ω . Nel paragrafo precedente si è visto che se il sistema è sinusoidale trifase allora il vettore spaziale risulta di modulo costante, rotante con velocità costante pari alla pulsazione della terna sinusoidale. Quindi, se il sistema di riferimento è rotante con velocità ω pari a quella delle sinusoidi, il vettore spaziale risultante avrà ancora lo stesso modulo, ma anche la sua posizione risulterà costante. Matematicamente ciò si esprime scrivendo

$$g_{\alpha\beta}(t) = g_{dq}(t)e^{j\theta_{dq}(t)} \quad (2.2)$$

dove $g_{\alpha\beta}$ è il vettore spaziale nel sistema di riferimento stazionario, g_{dq} è il vettore spaziale nel sistema di riferimento rotante e θ_{dq} è la posizione istantanea del sistema di riferimento rotante rispetto a quello stazionario α - β .

2.4 SCHEMA SIMULINK

In questo paragrafo verrà illustrato lo schema utilizzato per fare le simulazioni Simulink. Per costruire lo schema a blocchi del raddrizzatore trifase di figura 2.1.1 si parte dalle equazioni che descrivono il circuito. La corrente di ogni induttanza segue la legge

$$\frac{di_i(t)}{dt} = L(v_{Li} - v_{Oi})$$

mentre la tensione del condensatore segue la legge

$$\frac{dv_{DC}(t)}{dt} = \frac{1}{C}(S1 \cdot i1 + S2 \cdot i2 + S3 \cdot i3 - i_{LOAD})$$

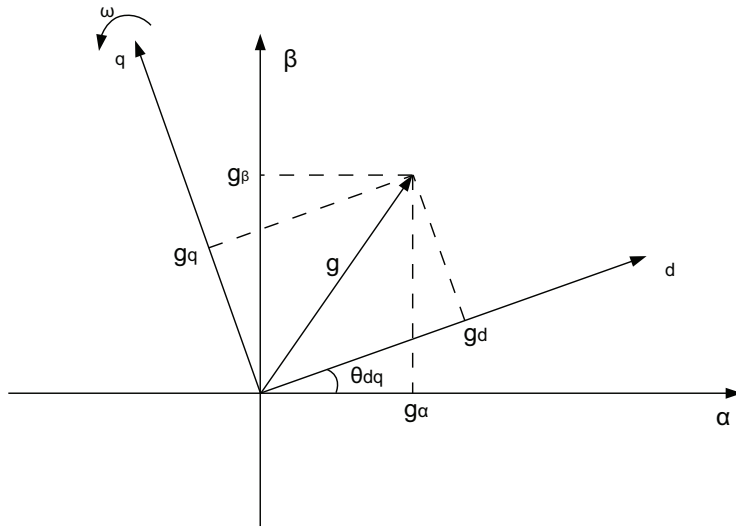


Figura 2.4.1: Vettore spaziale in un sistema di riferimento rotante d-q

Lo schema a blocchi del circuito è mostrato in figura 2.4.2

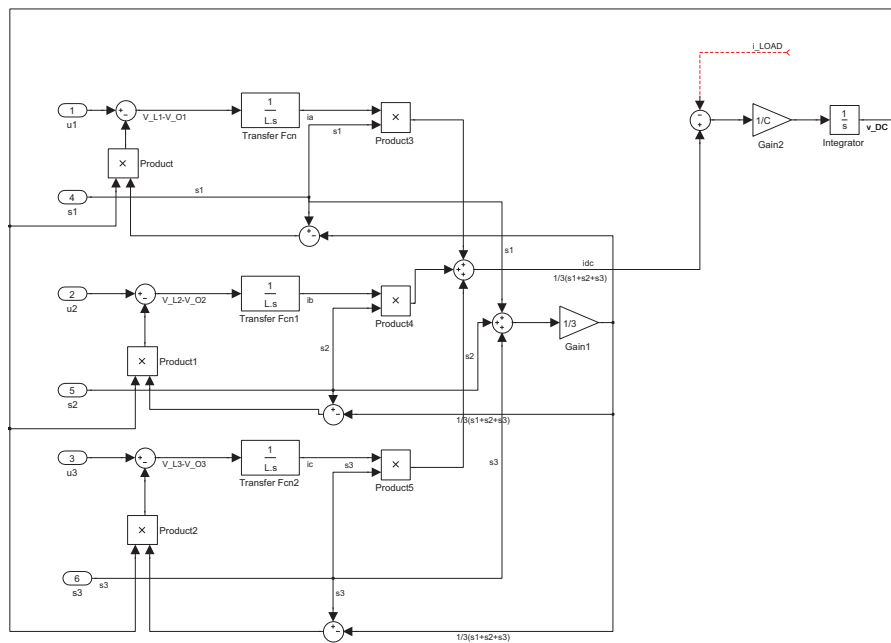


Figura 2.4.2: Schema a blocchi del raddrizzatore trifase

3

TECNICHE DI CONTROLLO

INDICE

3.1	VOC e DPC	15
3.2	Implementazione dei vettori spaziali	16
3.3	Calcolo andamento del duty-cycle	17

3.1 VOC E DPC

Nel corso degli ultimi anni sono state sviluppate molte strategie di controllo per i raddrizzatori sincroni trifase. Per molte di queste tecniche, gli obiettivi che si vogliono raggiungere sono gli stessi, ossia fattore di potenza elevato e corrente assorbita sinusoidale; i principi attraverso i quali si raggiungono questi obiettivi possono però differire molto fra loro. Possiamo dividere queste tecniche di controllo in due categorie : Voltage Oriented Control (VOC) e (Direct Power Control) DPC.

Le tecniche VOC, garantiscono una elevata dinamica e prestazioni statiche grazie ad un controllo multianello. Esiste un anello di corrente interno la cui banda deve essere molto elevata ed un anello di tensione esterno. La funzione dell'anello di tensione è quella di fornire un riferimento di corrente a quello più interno in modo da ottenere la tensione di uscita richiesta. Le prestazioni dipendono molto dalla velocità dell'anello di corrente interno. La tecnica di controllo DPC è basata sul controllo della potenza attiva e reattiva istantanea. In questa tecnica non è previsto il progetto di un anello di corrente interno, nè un modulatore PWM, perchè gli stati degli interruttori sono selezionati per mezzo di una tabella di switching sulla base dell'errore istantaneo di potenza attiva e reattiva. Perciò, il punto cruciale per l'implementazione di questo sistema è una stima corretta e veloce della potenza attiva e reattiva della linea di potenza. Come si vede da figura 3.1.1 gli errori istantanei di potenza attiva e reattiva entrano in ingresso a dei comparatori con isteresi. Quando uno di questi errori cambia di segno e supera il livello di isteresi viene selezionata una nuova configurazione degli interruttori. Per questo motivo la frequenza di switching risulta variabile, il che costituisce uno svantaggio di questa tecnica perchè complica il progetto del filtro di ingresso al convertitore. Una variante della tecnica DPC mostrata in figura 3.1.1 è il Predictive DPC (P-DPC) che permette di utilizzare una frequenza di commutazione costante. La tecnica P-DPC

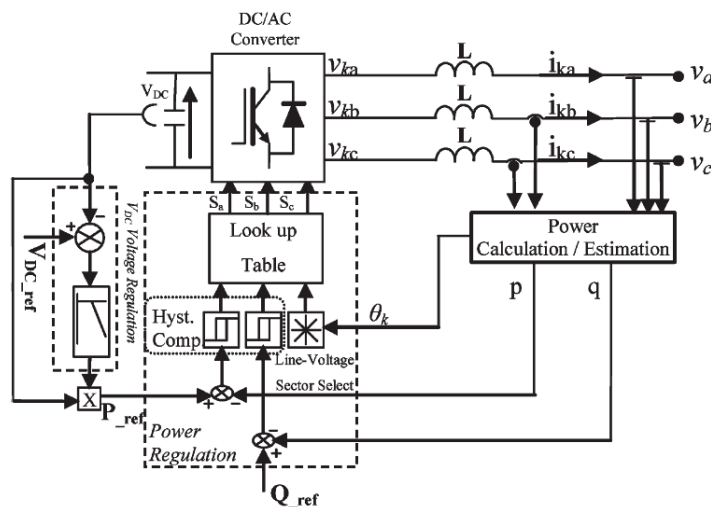


Figura 3.1.1: Schema di principio del controllo DPC

prevede che si scelgano tre vettori spaziali (due attivi ed uno nullo), e che si calcoli per quanto tempo ognuno di questi deve essere applicato all'ingresso dello stadio ad interruptori per minimizzare l'errore di una funzione di costo al ciclo successivo. Il controllo verrà approfondito al capitolo 7.

3.2 IMPLEMENTAZIONE DEI VETTORI SPAZIALI

Nei paragrafi precedenti si è visto che il controllo del raddrizzatore trifase avviene agendo applicando alle tre induttanze di linea delle tensioni tali da produrre delle correnti in fase con le tensioni di linea. I vettori spaziali che si possono riprodurre all'ingresso dello stadio ad interruptori sono mostrati in tabella 2 e sono solo otto. Per poter applicare un vettore spaziale diverso da questi si procede con la modulazione PWM. Questo tipo di modulazione consiste nel suddividere la scala dei tempi in intervalli T_s sufficientemente piccoli da poter ritenere che in questi intervalli le grandezze in gioco non subiscano variazioni rilevanti. Se in uno di questi intervalli applichiamo una successione di K vettori spaziali fondamentali $V_i(k)$ ognuno per un tempo t_k , mediamente il vettore spaziale applicato sarà

$$V = \frac{1}{T_s} \sum V_i(k) \cdot t_k$$

dove $V_i(k)$ può assumere un valore qualunque fra quelli indicati in tabella 2 e $\sum t_k = T_s$. Tutti i vettori che si possono ottenere con questa tecnica sono contenuti nell'esagono di figura 3.2.1. Per verificare questo fatto calcoliamo i vettori

che si possono ottenere usando solo i vettori fondamentali $V_1 = [\frac{2}{3}V_{DC}, 0]^T$ e $V_2 = [\frac{1}{3}V_{DC}, \frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}]^T$. I vettori che si possono riprodurre sono:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} &= a \begin{bmatrix} \frac{2}{3}V_{DC} \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \frac{1}{3}V_{DC} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC} \end{bmatrix} = \\ &= a \begin{bmatrix} \frac{2}{3}V_{DC} \\ 0 \end{bmatrix} + (1-a) \begin{bmatrix} \frac{1}{3}V_{DC} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3}V_{DC} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC} \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} \frac{1}{3}V_{DC} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$

dove $a + b = 1$. Si riconosce nella equazione 3.1 la retta che passa per i punti definiti dai vettori V_1 e V_2 . In modo del tutto analogo si calcolano tutte le altre rette che formano i lati dell'esagono. Esistono diversi criteri di scelta dei vettori spaziali da applicare per ottenere il vettore desiderato. Gli obiettivi sono quelli di minimizzare il numero di commutazioni per ogni periodo, evitare la commutazione contemporanea degli interruttori e ridurre il contenuto armonico delle forme d'onda prodotte. Il metodo adottato in questo caso è il seguente: dato il vettore V da riprodurre, si scelgono tre vettori fondamentali di cui due attivi (si scelgono quelli che racchiudono il sestante in cui si trova V) ed uno nullo. Per produrre un vettore che si trova nel primo sestante, si possono usare i vettori V_1 , V_2 e V_0 oppure i vettori V_1 , V_2 e V_7 , rispettivamente per un tempo t_1 , t_2 e t_3 . Le successioni degli stati degli interruttori nei due casi sono $000 \rightarrow 100 \rightarrow 110 \rightarrow 100 \rightarrow 000$ oppure $100 \rightarrow 110 \rightarrow 111 \rightarrow 110 \rightarrow 100$. Si nota che in entrambi i casi commuta solo una gamba del raddrizzatore durante il passaggio da un vettore spaziale fondamentale e l'altro. Inoltre il vettore spaziale di partenza coincide con quello di arrivo quindi in ogni periodo ci sono quattro commutazioni. Si può scegliere di abolire sempre lo stesso stato nullo ma la soluzione migliore è quella di fare una abolizione alternata dello stato nullo. A tal fine si divide ogni sestante in due settori ottenendo così 12 settori in totale come mostrato in figura 3.2.1. A questo punto si sceglie di iniziare ogni periodo di commutazione col vettore spaziale più vicino al vettore V da riprodurre. Nel primo settore la sequenza dei vettori usata è $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_7 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$ mentre nel secondo settore la sequenza è $V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_0 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2$. In tabella 3 sono mostrate tutte le sequenze possibili.

3.3 CALCOLO ANDAMENTO DEL DUTY-CYCLE

In questo paragrafo si ricava l'andamento del duty-cycle in funzione della posizione del vettore spaziale della tensione V_O da riprodurre tramite la modulazione vettoriale. Come spiegato in precedenza, a seconda del settore in cui

Settore	Sequenza
1	$V1 \rightarrow V2 \rightarrow V7 \rightarrow V2 \rightarrow V1$
2	$V2 \rightarrow V1 \rightarrow V0 \rightarrow V1 \rightarrow V2$
3	$V2 \rightarrow V3 \rightarrow V0 \rightarrow V3 \rightarrow V2$
4	$V3 \rightarrow V2 \rightarrow V7 \rightarrow V2 \rightarrow V3$
5	$V3 \rightarrow V4 \rightarrow V7 \rightarrow V4 \rightarrow V3$
6	$V4 \rightarrow V3 \rightarrow V0 \rightarrow V3 \rightarrow V4$
7	$V4 \rightarrow V5 \rightarrow V0 \rightarrow V5 \rightarrow V4$
8	$V5 \rightarrow V4 \rightarrow V7 \rightarrow V4 \rightarrow V5$
9	$V5 \rightarrow V6 \rightarrow V7 \rightarrow V6 \rightarrow V5$
10	$V6 \rightarrow V5 \rightarrow V0 \rightarrow V5 \rightarrow V6$
11	$V6 \rightarrow V1 \rightarrow V0 \rightarrow V1 \rightarrow V6$
12	$V1 \rightarrow V6 \rightarrow V7 \rightarrow V6 \rightarrow V1$

Tabella 3: Sequenze dei vettori applicati in ogni settore

si trova il vettore V_0 , cambiano i vettori fondamentali utilizzati. Ad esempio nel settore 1 i vettori attivi utilizzati sono $V_1 = 100$ e $V_2 = 110$ mentre lo stato nullo è $V_3 = 111$. La sequenza dei vettori applicati è quindi $100 \rightarrow 110 \rightarrow 111 \rightarrow 110 \rightarrow 100$ ognuno per un tempo $\delta_2 T_s, \delta_3 T_s, \delta_4 T_s, \delta_5 T_s, \delta_6 T_s$ rispettivamente ($\delta_1 T_s$ e $\delta_7 T_s$ sono gli intervalli di tempo in cui viene applicato il vettore spaziale nullo abolito per cui risulta $\delta_1 T_s = \delta_7 T_s = 0$). La situazione è illustrata in figura 3.3.1

Definendo con δ_{s_i} il duty-cycle dell'interruttore i -esimo, da figura 3.3.2 si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \delta_{s1} = 1 \\ \delta_{s2} = \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 = 1 - \delta_2 - \delta_6 \\ \delta_{s3} = \delta_4 = 1 - \delta_2 - \delta_3 - \delta_5 - \delta_6 \end{cases} \quad (3.2)$$

Con riferimento a figura 3.3.1 il valore delle proiezioni v_i di V_0 sui vettori attivi fondamentali V_i sono:

$$\begin{cases} v_1 = V_0 \cos(\vartheta) - \frac{1}{\sqrt{3}} V_0 \sin(\vartheta) \\ v_2 = \frac{V_0 \sin(\vartheta)}{\cos(\frac{\pi}{6})} = \frac{2}{\sqrt{3}} V_0 \sin(\vartheta) \end{cases}$$

mentre sempre da figura 3.3.1 si ottengono le seguenti relazioni

$$\begin{cases} \frac{v_1}{\frac{2}{3} V_{DC}} = \delta_2 + \delta_6 \\ \frac{v_2}{\frac{2}{3} V_{DC}} = \delta_3 + \delta_5 \end{cases}$$

dalle quali si ottengono gli andamenti dei duty-cycle nel primo settore:

$$\begin{cases} \delta_{s1}(t) = 1 \\ \delta_{s2}(t) = 1 - \frac{V_0 \cos(\omega t) - \frac{1}{\sqrt{3}} V_0 \sin(\omega t)}{\frac{2}{3} V_{DC}} \\ \delta_{s3}(t) = 1 - \frac{V_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{\sqrt{3}} V_0 \sin(\omega t)}{\frac{2}{3} V_{DC}} \end{cases}$$

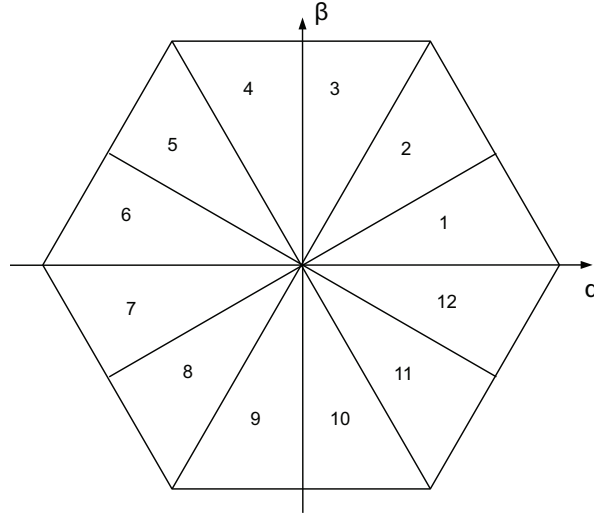


Figura 3.2.1: Divisione in settori dello spazio α - β

In modo analogo si possono calcolare gli andamenti in tutti gli altri settori. In tabella 4 si trovano gli andamenti del duty-cycle mentre in figura 3.3.3 sono stati plottati gli andamenti.

In questo modo abbiamo calcolato gli andamenti dei duty-cycle che torneranno utili nei prossimi capitoli per la valutazione degli stress di corrente sul condensatore di uscita. Si nota che tali andamenti dipendono dalla tensione V_{DC} e dal modulo del vettore spaziale V_O (o meglio dal loro rapporto).

A questo punto risulta immediato ricavare l'andamento delle correnti sui dispositivi. Nel seguito si indicherà con i_{si} la corrente dell'interruttore i -esimo, mentre si indicherà con i_{di} la corrente del diodo di freewheeling in parallelo all'interruttore i -esimo. Inoltre si userà il pedice "up" ad indicare l'interruttore superiore ed il pedice "down" ad indicare l'interruttore inferiore. Prendendo in esame una gamba del raddrizzatore trifase illustrato in 3.3.4, dove i_{Li} è la corrente di linea si ottiene:

$$i_{siup} = \begin{cases} i_{Li}, & \text{se } i_{Li} < 0 \wedge s_i(t) = 1, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

$$i_{Diu} = \begin{cases} i_{Li}, & \text{se } i_{Li} > 0 \wedge s_i(t) = 1, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

$$i_{sidown} = \begin{cases} i_{Li}, & \text{se } i_{Li} > 0 \wedge s_i(t) = 0, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

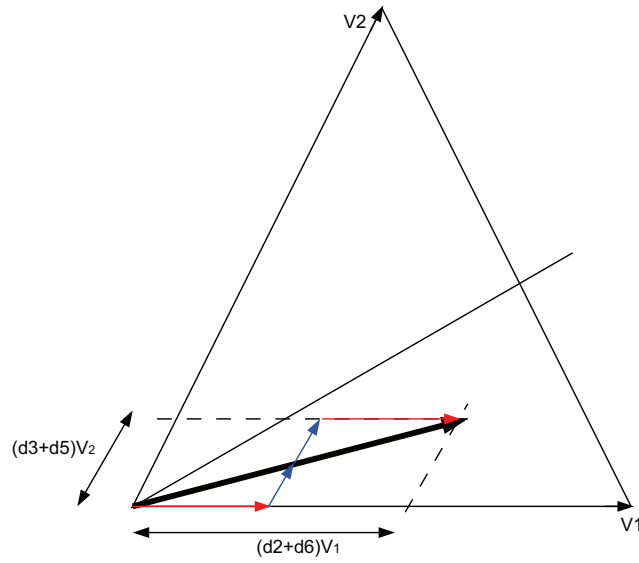


Figura 3.3.1: Rappresentazione vettoriale della modulazione del vettore V_O nel primo settore

$$i_{Di\downarrow} = \begin{cases} i_{Li}, & \text{se } i_{Li} < 0 \wedge s_i(t) = 0, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Le forme d'onda delle correnti degli interruttori e dei diodi della gamba 1 del raddrizzatore sono illustrate in Figura 3.3.5

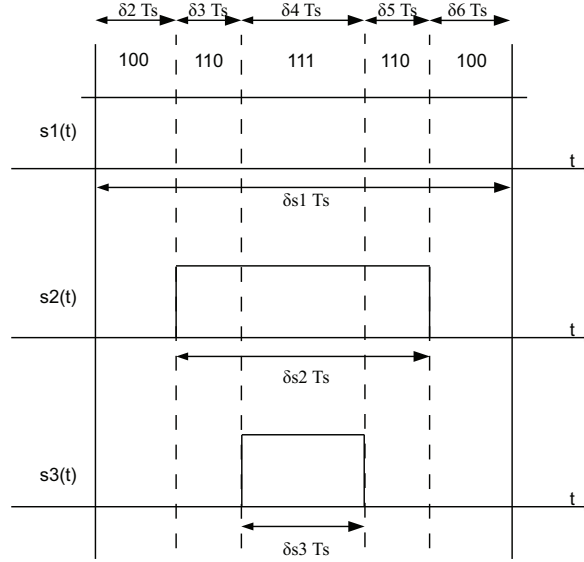


Figura 3.3.2: Segnali di comando per produrre un vettore nel primo settore

setteore	$s1(t)$	$s2(t)$	$s3(t)$
1	1	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$
2	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t)}{V_{DC}}$	0
3	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t)}{V_{DC}}$	0
4	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	1	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t)}{V_{DC}}$
5	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	1	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t)}{V_{DC}}$
6	0	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$
7	0	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$
8	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \pi)}{V_{DC}}$	1
9	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \pi)}{V_{DC}}$	1
10	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{4}{3}\pi)}{V_{DC}}$	0	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \pi)}{V_{DC}}$
11	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \frac{4}{3}\pi)}{V_{DC}}$	0	$\frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t - \pi)}{V_{DC}}$
12	1	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})}{V_{DC}}$	$1 - \frac{\sqrt{3}V_O \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}{V_{DC}}$

Tabella 4: Andamenti dei duty-cycle degli interruttori superiori in funzione della posizione del vettore V_O

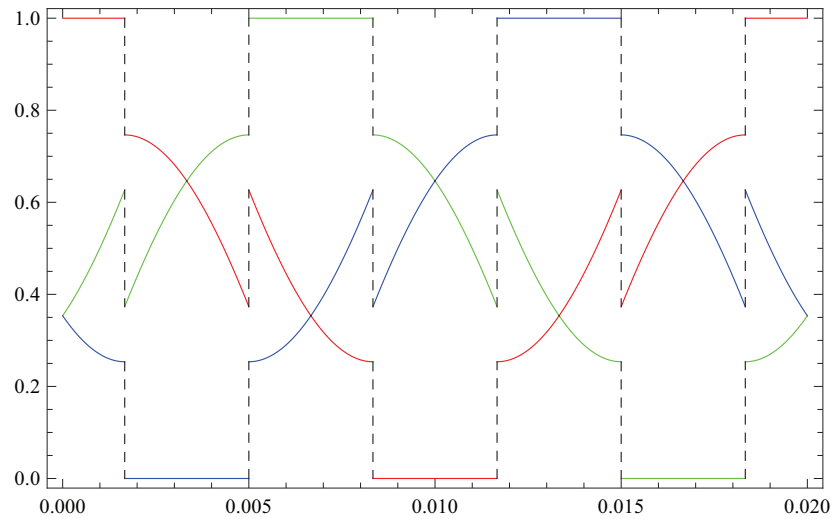


Figura 3.3.3: Andamento del duty-cycle dei diversi interruttori: $\delta_{s1}(t)$, $\delta_{s2}(t)$, $\delta_{s3}(t)$

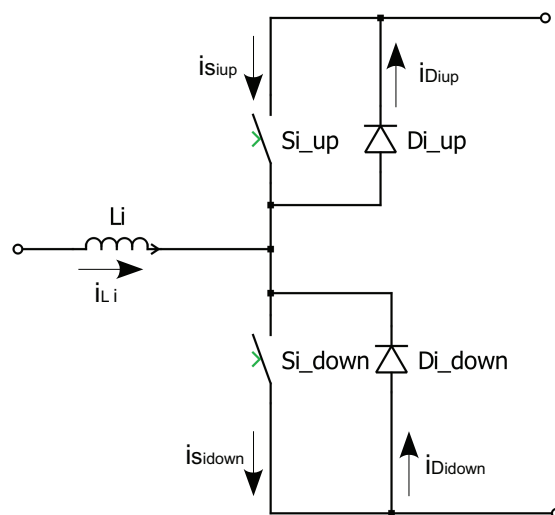


Figura 3.3.4: Gamba del raddrizzatore trifase

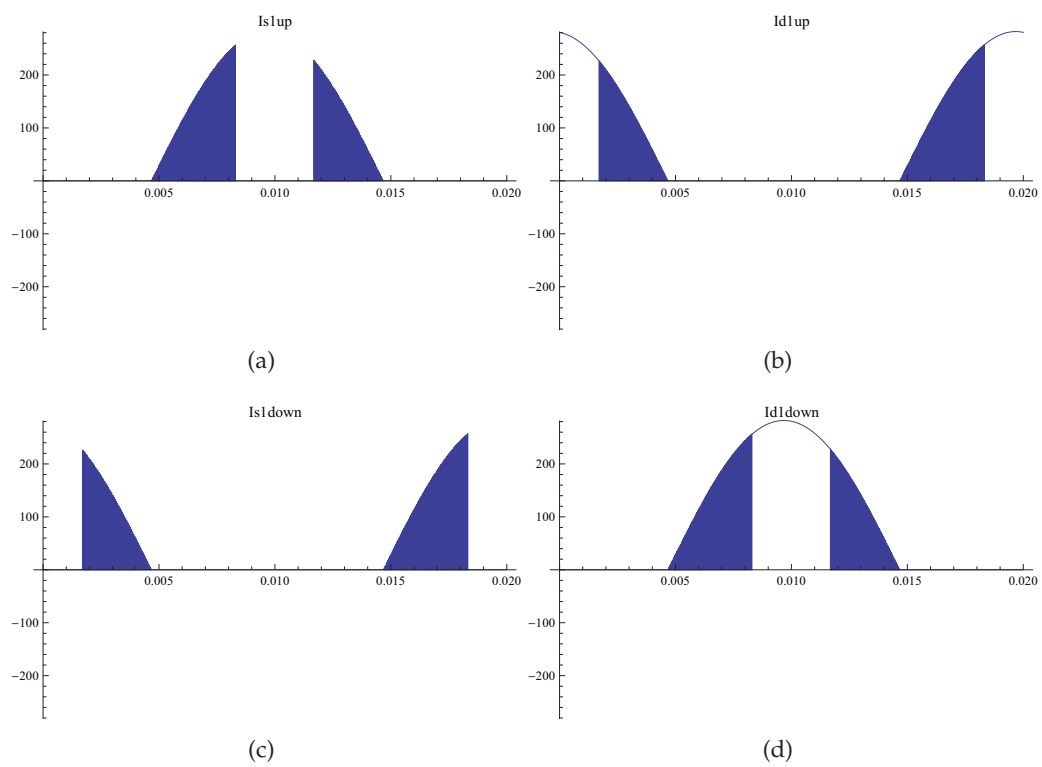


Figura 3.3.5: Forme d'onda delle correnti sui dispositivi attivi

Parte II

PROGETTO

4

DESCRIZIONE DEL PROGETTO E DEFINIZIONE DELLE SPECIFICHE

Il caricabatterie da progettare viene utilizzato per caricare e scaricare batterie industriali di tipo piombo-gel con capacità di 900Ah. Batterie di questo tipo devono essere caricate con correnti massime pari a circa "un quinto della loro capacità"; per queste batterie la corrente di carica deve essere quindi di 180A. Inoltre è prevista una uscita DC "servizi" che può essere usata per alimentare circuiti di altro tipo. Per questo motivo il ripple della tensione di uscita deve essere minimizzata per evitare che tali disturbi si propaghino nei circuiti alimentati. Il dimensionamento verrà fatto in modo che la specifica sul ripple sia rispettato con un carico rappresentato da un generatore di corrente ideale di valore 200A. La linea a disposizione nelle sale in cui verrà utilizzato il caricabatterie, è trifase 400V quindi per utilizzare la topologia del raddrizzatore di tipo boost sarà necessario ridurre tale tensione ad un valore sufficiente a permettere il funzionamento del convertitore. Le specifiche del progetto sono riassunte in tabella 5

Tensione Ingresso	400Vca 50Hz	$\pm 10\%$	
Tensione nominale Uscita	48V		
V Trasformatore	In: 400V		
P Trasformatore	11KVA		
Batteria	48V _{cc}	24el.Pb	2V el. 900Ah
Carica Tampone V ₁	54,4V _{cc}	2,27Vel	
Carica Rapida V ₂	57,6V _{cc}	2,4Vel	
Passaggio carica I ₁	90V	V ₂ → V ₁	C10
Passaggio carica I ₂	135V	V ₁ → V ₂	C15
Variazione tensione uscita	ΔV_{OUT}	$\pm 0,5\%$	Statica
Variazione tensione uscita	ΔV_{OUT}	$\pm 5\%$	Dinamico con recupero entro 100ms
ripple tensione	rv	< 1%	
ripple corrente	ri	< 4 – 5%	

Tabella 5: Specifiche del progetto

5

STADIO DI POTENZA

INDICE

5.1	Stress di tensione e corrente dei componenti	29
5.2	Calcolo valore componenti passivi	31
5.3	Induttanza dispersa del trasformatore trifase	34
5.4	Scelta componenti silicio	34
5.5	Aspetti termici	35
5.5.1	Perdite di conduzione dei mosfet	35
5.5.2	Perdite di commutazione dei mosfet	37
5.5.3	Progetto del dissipatore di calore dei mosfet	47
5.5.4	Dissipazione di calore sul circuito stampato	51
5.6	Calcolo dei tempi morti	56

5.1 STRESS DI TENSIONE E CORRENTE DEI COMPONENTI

Una delle prime cose da dimensionare è il rapporto spire del trasformatore. Da questo dato dipende il valore della tensione di ingresso al raddrizzatore trifase. L'obiettivo è di applicare all'induttanza di linea una tensione sinusoidale in quadratura in anticipo rispetto alla tensione di linea come mostrato in figura 2.1.3 (a). Per raggiungere questo obiettivo bisogna però garantire che quando un generico interruttore è acceso, il diodo che fa parte dell'altro interruttore della stessa gamba si trovi in polarizzato inversamente. L'analogia col convertitore DC-DC boost è già stata evidenziata nel capitolo 2. La tensione che alimenta i circuiti DC-DC boost equivalenti è la tensione concatenata di linea, quindi si può dire che per il corretto funzionamento del convertitore si dovrà imporre

$$V_{DC} > \sqrt{3}\hat{V}_L \quad (5.1)$$

dove $\hat{V}_L$ è la tensione di picco di linea.

Si può arrivare a questo risultato anche in un altro modo: per quanto detto nel paragrafo 2.2 il modulo del vettore spaziale della terna delle tensioni di ingresso è pari all'ampiezza V_L delle tensioni di linea. Utilizzando la tecnica della modulazione vettoriale è possibile applicare all'ingresso del ponte trifase qualunque vettore contenuto nella regione di spazio esagonale delimitata dai vettori fondamentali di figura 2.2.1. Inoltre, la massima ampiezza della tensione sinusoidale che è possibile ottenere tramite modulazione vettoriale (senza

ricorrere alla sovramodulazione) è pari al raggio della circonferenza inscritta all'esagono

$$\hat{V}_{\sin_{\max}} = \frac{2}{3} V_{DC} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} \quad (5.2)$$

Nel diagramma vettoriale di figura 5.2.2 si vede che per imporre un funzionamento PFC (correnti in fase con le tensioni) il vettore spaziale della terna delle tensioni di linea V_L , il vettore spaziale delle tensioni sulle induttanze $j\omega L$ ed il vettore spaziale V_O della terna di tensione prodotte tramite la PWM formano un triangolo rettangolo. Risulta quindi semplice scrivere la seguente condizione

$$V_L < \sqrt{\frac{V_{DC}^2}{3} - \left(\omega L I_{L\max}\right)^2} \quad (5.3)$$

Scegliendo una configurazione stella-stella del trasformatore si ottengono delle tensioni di linea di ampiezza

$$\hat{V}_L = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 400 n_{21} \quad (5.4)$$

dove n_{21} è il rapporto spire del trasformatore. Scegliamo una tensione di linea pari a $V_L = 26V$. Da un semplice bilancio energetico calcoliamo la massima corrente che si può avere a regime

$$\frac{26}{\sqrt{2}} I_{RMS} = \frac{11KW}{3}$$

e otteniamo $I_{RMS} = 200A$ e quindi una corrente sinusoidale di ampiezza $\hat{I} = 282A$. La presenza di una resistenza parassita negli avvolgimenti causa una diminuzione della tensione di secondario quando la corrente è maggiore di zero. Questo aspetto deve essere tenuto presente quando si esegue il controllo perchè causa uno sfasamento tra le correnti di linea e le rispettive tensioni. Dal punto di vista del funzionamento, questo fatto non causa problemi perchè non esiste un limite minimo della tensione che può assumere la tensione al secondario ma solo un limite massimo dato dalla (5.3) che in presenza di una resistenze parassite diventa

$$V_L < \sqrt{\frac{V_{DC}^2}{3} - \left(\omega L I_{L\max}\right)^2} + R \cdot I \quad (5.5)$$

che è una condizione meno forte della (5.3). A questo punto verifichiamo che l'ampiezza del vettore V_O sia sufficiente a garantire la massima corrente. Dalla (5.3) si ottiene:

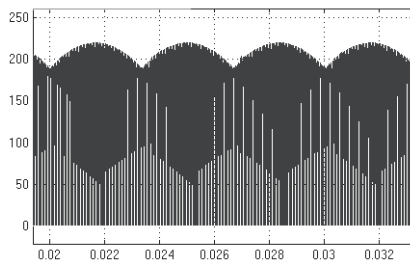
$$(\omega L \hat{I})^2 + \hat{V}_L^2 = 26,18 < V_{O\max} = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} = 27,7V$$

mentre dalla (5.5) si trova:

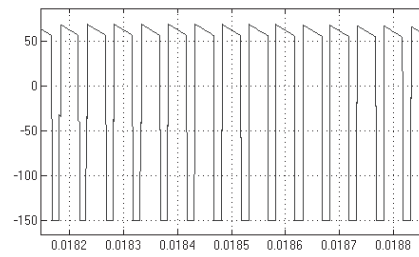
$$(\omega L \hat{I})^2 + (\hat{V}_L - R \cdot I)^2 = 25,85 < V_{O\max} = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} = 27,7V$$

5.2 CALCOLO VALORE COMPONENTI PASSIVI

Il dimensionamento del condensatore di uscita è uno degli aspetti critici di questo progetto. Come si può vedere dallo schema a blocchi di figura 2.4.2 la corrente entrante nel condensatore è la somma delle correnti uscenti dagli interruttori superiori privata del suo valor medio (situazione di regime). L'involuppo di tale corrente non è altro che il valore assoluto della massima corrente presente sulla linea mentre la forma d'onda istantanea è paragonabile ad un'onda quadra (figura 5.2.1). L'ondulazione di tensione sul condensatore si può cal-



(a) Corrente lato DC



(b) Corrente entrante nel condensatore di uscita

Figura 5.2.1: Forma d'onda della corrente di uscita

colare come nel caso di un convertitore DC-DC BOOST integrando la corrente entrante

$$\Delta U_{DC} = \frac{1}{C} \int_0^{t_{on}} i_c(t) dt = \frac{1}{C} \int_0^{t_{on}} I_o dt = \frac{I_o \delta}{f_s C}$$

Visto che in questo caso, a differenza del convertitore DC-DC boost, ogni periodo di commutazione è diviso in cinque parti (figura 3.3.2), risulta più difficile fare questo calcolo. Osservando figura 3.3.3 si vede però che esistono due si-

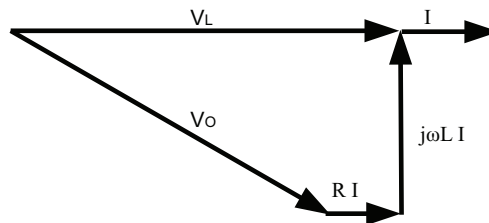


Figura 5.2.2: Diagramma vettoriale che mostra la dipendenza tra V_O e I

tuzioni in cui viene applicato un solo vettore fondamentale. Si può sfruttare questo fatto e calcolare il ripple in quel punto riconducendosi al caso semplice del convertitore DC-DC. Prendiamo ad esempio in considerazione gli intervalli

di tempo in prossimità del picco della corrente di linea della prima fase. In questo punto i duty-cycle degli interruttori s_1 e s_2 sono uguali quindi possiamo affermare che verrà prodotto un solo vettore spaziale attivo ed uno stato nullo. Il ripple di tensione risulterà perciò triangolare con il lato con pendenza negativa dovuta alla corrente di carico. Al paragrafo 3.3 abbiamo calcolato l'andamento dei duty-cycle in funzione del rapporto $\frac{V_O}{V_{DC}}$. A rigore, il valore di V_O dipende anche dalla corrente di carico e quindi dalla corrente di linea come mostrato in figura 5.2.2. In realtà questa dipendenza è molto debole se l'induttanza di linea e la relativa resistenza parassita sono basse. Ad esempio, una corrente di carico di 200A equivale ad una corrente di ingresso di ampiezza di circa 300A; se l'induttanza vale 30μH e la resistenza parassita vale 1mΩ, otteniamo

$$V_O = \sqrt{(V_L - R_L I)^2 + (\omega L I)^2} = 25.85V$$

e quindi il rapporto $\frac{V_O}{V_{DC}} = 0,539$ mentre a vuoto (corrente nulla) vale $\frac{V_O}{V_{DC}} = 0,542$ con un errore del 0.6%. Poiché durante il tempo in cui viene applicato lo stato nullo la corrente nel condensatore è uscente verso il carico si può scrivere

$$\Delta V_{DC} = \frac{I_{LOAD} T_S \cdot \delta_{s3}}{C} \quad (5.6)$$

Il caso peggiore è costituito dalla situazione in cui si ha la massima potenza di ingresso e la minima corrente di uscita. Le specifiche richiedono una ondulazione di tensione di 0,48Vrms. Essendo il ripple di uscita di forma triangolare, il valore picco picco del ripple sarà

$$\Delta V_{DC} = 0,48 \cdot 2\sqrt{3} = 1,66V \quad (5.7)$$

con una frequenza di switching $f_s = 20\text{KHz}$ basta scegliere un condensatore con capacità di valore

$$C = \frac{0.3 T_S \cdot I_{LOAD}}{\Delta V_{DC}} = 1800\mu F \quad (5.8)$$

Una simulazione in matlab conferma i risultati ottenuti (figura 5.2.3). I condensatori di potenza attualmente in commercio pongono dei limiti al valore efficace della corrente da esso assorbita ed il comportamento dell'impedenza in frequenza è tutt'altro che ideale. Il valore della capacità del condensatore di uscita è molto elevata. I condensatori elettrolitici sono quelli che possiedono il maggior rapporto tra valore della capacità e dimensione; d'altra parte essi hanno la caratteristica di avere una resistenza serie equivalente (ESR) molto grande, tale da causare un surriscaldamento non trascurabile. Per questo motivo, questo tipo di condensatore è in grado di assorbire una corrente con valore efficace relativamente basso, nell'ordine di qualche Ampere fino a poche decine di Ampere in condensatori di elevata capacità. In questa applicazione la

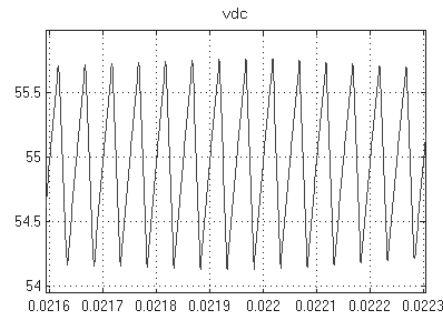


Figura 5.2.3: Andamento del ripple della tensione di uscita

corrente entrante nel condensatore un valore efficace di circa 240A nel caso peggiore. Non esistono condensatori elettrolitici in grado di assorbire tali correnti. Per applicazioni ad alta tensione esistono dei condensatori progettati con un particolare film di poliestere metallizzato, i quali possono assorbire correnti di valore efficace molto più elevato avendo una ESR molto bassa (meno di $5\text{m}\Omega$). Il difetto di questi condensatori è di avere una induttanza serie (ESL) elevata (decine di nH). La frequenza di spezzamento $\frac{1}{2\pi\sqrt{L_{\text{ESL}}C}}$ per questi condensatori sta nell'intervallo 10KHz – 40KHz in base al valore del condensatore scelto. Ciò comporta l'impossibilità di avere una soppressione delle armoniche ad alta frequenza. E' possibile inserire un condensatore in poliestere in parallelo al condensatore principale per l'eliminazione delle armoniche ad alta frequenza, ma questi condensatori possono assorbire una corrente solo di bassa entità e quindi bisogna scegliere il valore con cura in modo da renderli operativi solo a frequenze alle quali è associato un contenuto energetico delle armoniche di corrente molto basso. Facendo una simulazione ipotizzando che la corrente sul condensatore sia un'onda quadra di ampiezza 240A e che in uscita ci sia solo un condensatore con elevata induttanza serie otteniamo la forma d'onda del ripple della tensione mostrato in figura 5.2.4. In figura 5.2.4 si nota un ripple caratteriz-

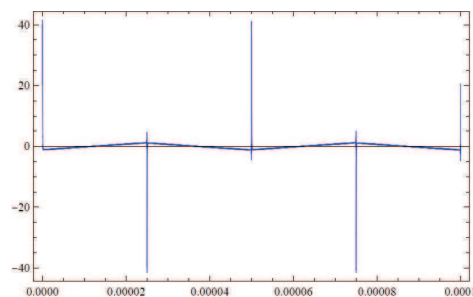


Figura 5.2.4: Andamento del ripple della tensione di uscita

zato da degli impulsi di elevato valore (spike) di tensione in corrispondenza dei fronti di corrente. Bisogna tenere conto del fatto che questa simulazione è puramente teorica e non tiene conto della massima $\frac{di}{dt}$ caratteristica degli interruttori di potenza. E' quindi necessario avere delle informazioni riguardanti il layout e la geometria del circuito in modo da conoscere, l'ordine di grandezza delle induttanze parassite delle piste. La scelta del condensatore di uscita è ricaduta su un banco di condensatori in polipropilene metallizzato. Ogni condensatore di questo tipo ha un valore di capacità massimo di $100\mu\text{F}$ e può assorbire una corrente con valore efficace di 26A . Si possono usare 18 di questi condensatori per rientrare nelle specifiche richieste. L'induttanza interna è trascurabile ($< 1\text{nH}$) ma, date le dimensioni di questi condensatori ($(38 \times 57,5)\text{mm}$) bisogna studiare bene la geometria del circuito per ridurre l'induttanza dovuta al percorso di corrente. La resistenza serie di ognuno di questi condensatori è di circa $3\text{m}\Omega$ e quindi $0,16\text{m}\Omega$ in totale. Il contributo dato da questa resistenza, a pieno carico, è circa di $I \cdot \text{ESR} = 0,03\text{V}$ e quindi trascurabile.

5.3 INDUTTANZA DISPERSA DEL TRASFORMATORE TRIFASE

L'induttanza di dispersione del trasformatore, va scelta in funzione del massimo ripple di corrente accettabile. Le specifiche richiedono il ripple della corrente sia minore del 5%. Quindi, come è stato fatto per il dimensionamento dei condensatori, si impone che il valore efficace del ripple di corrente sia dato da

$$\Delta I_{\text{RMS}} = \frac{\Delta I_{\text{PP}}}{2\sqrt{3}} = 200 \cdot 0.05 = 10\text{A} \quad (5.9)$$

Anche il ripple di corrente non è costante ma dipende dal settore in cui ci si trova quindi è difficile trovare una formula generale. Quindi anche in questo caso conviene fare il calcolo per un caso semplice. Prendendo ancora una volta come riferimento l'intervallo di tempo in cui una tensione di linea raggiunge il valore di picco, (figura 3.3.3), si vede che per il 35% di un periodo la tensione V_0 è nulla, mentre per il restante intervallo di tempo viene applicata la tensione $V_0 = 36,6\text{V}$. Il ripple è dato quindi da

$$\Delta I_{\text{PP}} = \frac{26}{L} 0,35 \cdot \frac{T_s}{2} \quad (5.10)$$

da cui si ricava $L > 23\mu\text{H}$. Per questo progetto si è scelto per L un valore di $30\mu\text{H}$

5.4 SCELTA COMPONENTI SILICIO

La scelta degli interruttori di potenza è fatta sulla base degli stress di tensione e corrente che esso deve sopportare, oltre che alle prestazioni che si vogliono raggiungere. Le due tipologie di semiconduttori utilizzabili sono gli IGBT ed i MOSFET. Gli IGBT sono interruttori di potenza progettati per lavorare a tensioni medio-alte quindi risultano sprecati per una applicazione come questa. Inoltre le loro prestazioni sono di solito inferiori a quelle dei MOSFET. La corrente che ogni interruttore di potenza deve essere in grado di sopportare è dell'ordine dei 200Arms. I mosfet in commercio oggi, tranne in casi particolari, non sono in grado di portare una tale corrente. E' comunque possibile inserire più MOSFET in parallelo in modo da risolvere questo problema. Dal punto di vista economico questo non risulta un problema poichè normalmente il prezzo di un componente è circa proporzionale alla potenza limite caratteristica definita come il prodotto tra tensione limite sopportabile e corrente limite ($P_T = V_T \cdot I_T$). Per tutti questi motivi la scelta dell'interruttore è ricaduta sul MOSFET IRFP4110PbF. Questo mosfet è in grado di sopportare una tensione massima $V_{DSS} = 100V$ ed una corrente massima $I_D = 120A$, quindi ne sono necessari almeno tre in parallelo per avere un certo margine di sicurezza. L'interruttore così realizzato è in grado di portare una corrente di 360A. Altre caratteristiche importanti di questo MOSFET sono la resistenza di canale, tempi di commutazione e aspetti termici che verranno trattati in seguito.

5.5 ASPETTI TERMICI

Uno degli aspetti più importanti di cui tenere conto nel progetto dei convertitori di potenza è la dissipazione di calore. Le cause più importanti di perdite sono:

- resistenza di canale dei mosfet;
- dissipazione durante le commutazioni degli interruttori;
- perdite negli induttori e nei trasformatori;
- resistenza serie dei condensatori;

In questa sezione verrà approfondita ognuna di queste cause di perdite del circuito

5.5.1 Perdite di conduzione dei mosfet

Un interruttore di potenza ideale è un bipolo non lineare che presenta due stati possibili: stato ON e stato OFF. Durante lo stato di accensione (chiusura) esso è un cortocircuito, mentre durante lo stato di spegnimento (apertura) esso è un

contatto aperto. Gli interruttori reali sono caratterizzati dalla presenza di una resistenza parassita non nulla durante lo stato di accensione e di una resistenza non infinita durante lo stato di spegnimento. La presenza di una resistenza non nulla durante lo stato di accensione è causa di perdite. La potenza istantanea dissipata dal mosfet durante lo stato di accensione ($p_{\text{ConductionMosfet}}$) è:

$$p_{\text{CM}}(t) = R_{\text{DSon}} \cdot i_{\text{D}}^2(t)$$

La potenza media dissipata in un periodo di commutazione è

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} p_{\text{CM}}(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{\delta T_s} R_{\text{DSon}} \cdot i_{\text{DS}}^2(t) dt = R_{\text{DSon}} I_{\text{DSrms}}^2$$

dove R_{DSon} è la resistenza di canale del mosfet e I_{DS} è la corrente di drain supposta costante durante il periodo di commutazione. Le perdite associate alla conduzione del diodo intrinseco in antiparallelo al mosfet possono essere stimate approssimandolo alla serie di un generatore di tensione DC di valore U_{D0} e di una resistenza R_{D} (parametri presenti nel datasheet del dispositivo). La potenza istantanea dissipata nel diodo vale

$$p_{\text{CD}}(t) = u_{\text{D0}} i_{\text{F}}(t) + R_{\text{D}} i_{\text{F}}^2(t)$$

Definendo I_{Fav} la corrente media sul diodo e I_{Frms} il valore efficace della stessa otteniamo la potenza dissipata integrando su un periodo di commutazione:

$$P_{\text{CD}} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} p_{\text{CD}}(t) dt = u_{\text{D0}} \cdot I_{\text{Fav}} + R_{\text{D}} \cdot I_{\text{Frms}}^2$$

Quando la corrente di un interruttore diventa negativa il diodo si accende naturalmente senza bisogno di un comando apposito. Purtroppo la caduta in conduzione del diodo intrinseco è molto maggiore di quella causata dalla resistenza di canale del mosfet per cui le perdite di conduzione quando i diodi sono accesi è molto elevata. Per questo motivo è conveniente sfruttare la bidirezionalità del mosfet ed accenderlo anche quando la corrente che lo attraversa è negativa. La corrente, a questo punto, passa preferibilmente attraverso il canale abbattendo notevolmente la dissipazione di potenza in conduzione. Se si considerano solo le perdite dovute alla resistenza R_{DSon} si ottiene che ogni gamba dell'inverter dissipa una potenza pari a

$$P'_{\text{disscond}} = \frac{R_{\text{DSon}}}{3} \cdot I_{\text{Lrms}}^2 = 60\text{W}$$

dove si è diviso per tre la resistenza di canale perchè i mosfet sono in parallelo. Poichè metà potenza è dissipata dall'interruttore superiore e metà da quello inferiore si ottiene che ogni interruttore dissipa

$$P_{\text{disscond}} = \frac{P'_{\text{disscond}}}{2} = 30\text{W}$$

All'aumentare della temperatura, aumenta anche la resistenza $R_{DS(on)}$ e di conseguenza aumenta la potenza dissipata. Quindi, una volta eseguito questo calcolo bisogna vedere a che temperatura si porta la giunzione. Dal grafico di figura 5.5.1 si trova la nuova resistenza $R_{DS(on)}$ e si procede a rifare il calcolo. Si procede così per via ricorsiva fino a trovare il punto di equilibrio. Per fare questo bisogna però conoscere il contributo della potenza dissipata dovuta alle commutazioni ed il sistema di dissipazione.

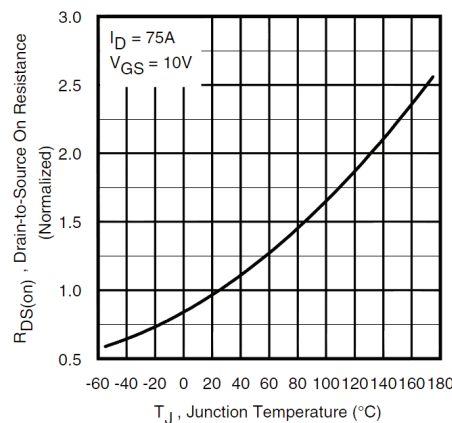


Figura 5.5.1: Resistenza di accensione del mosfet vs temperatura

5.5.2 Perdite di commutazione dei mosfet

Una delle cause più importanti di perdite dei mosfet è il fatto che durante la commutazione le tensioni e le correnti in gioco hanno un valore alto, dell'ordine di quelle che si hanno nello stato di ON (per la corrente) e nello stato di OFF (per la tensione). La potenza istantanea dissipata dai mosfet è quindi molto più alta che nel caso della conduzione ma, in generale, le durate di questi intervalli sono molto limitate. Si hanno perdite di commutazione quando si passa dallo stato OFF allo stato ON e viceversa. Chiaramente tali perdite dipendono dal numero di commutazioni nell'unità di tempo ossia dalla frequenza di commutazione. Gli andamenti della tensione v_{DS} e della corrente durante le commutazioni dipendono sia dalle caratteristiche del mosfet, che dalla topologia del circuito in cui esso è inserito. In seguito si assumerà che ai capi di ogni coppia di morsetti del mosfet sia presente una capacità (C_{GS}, C_{GD}, C_{DS}). In figura 5.5.2 si mostra la struttura di un mosfet di potenza. Si possono fare delle osservazioni riguardo all'andamento di queste capacità in funzione delle tensioni applicate. La capacità C_{GS} è formata da tre contributi:

- Capacità C_{OXm} dovute alle metalizzazioni di gate e source e source separate dall'ossido. Questa capacità è costante perchè la geometria delle

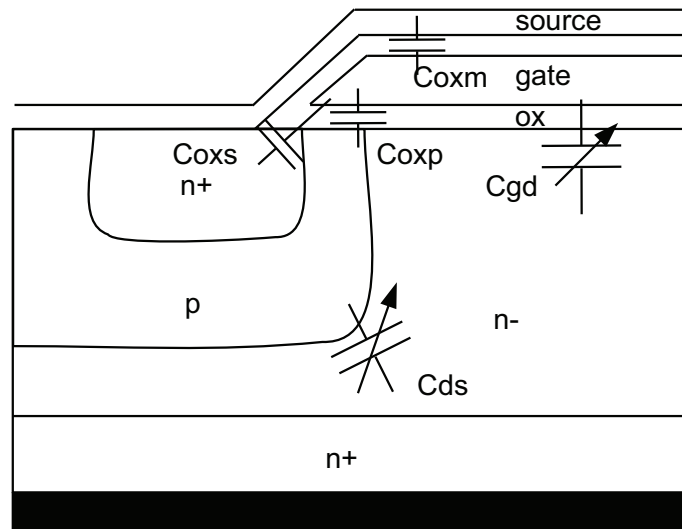


Figura 5.5.2: Capacità all'interno di un mosfet di potenza

metallizzazioni non cambia in funzione della polarizzazione;

- Capacità C_{OXs} dovuta alla separazione tra la regione n^+ di source e la metallizzazione di gate tramite l'ossido;
- Capacità C_{OXp} è la capacità tra la metallizzazione di gate e la regione p. All'accensione del mosfet, la parte della regione p più vicina al gate, subisce una forte inversione e diventa di tipo n^+ (canale del mosfet). Il canale cortocircuita il source con il drain e quindi può essere considerato parte del source.

La capacità C_{CG} è quindi formata da due contributi costanti ed uno variabile dovuto al canale. La maggior parte di questa capacità è costante e pari al valore $C_{OXm} + C_{OXs}$.

La capacità C_{GD} è la capacità tra il gate ed il drain. Quando si applica una tensione positiva tra il drain ed il gate, si forma una regione di carica spaziale quindi la regione isolante tra il drain e il gate si allarga riducendo la capacità. La capacità C_{GD} è quindi molto influenzata dalla polarizzazione.

La capacità C_{DS} ha caratteristiche simili a quelle di C_{GD} essendo influenzata dalla dimensione della regione di carica spaziale. Il modello elettrico usato per studiare le commutazioni del mosfet è mostrato in figura 5.5.3. In figura 5.5.8 è mostrato l'andamento delle capacità del mosfet in funzione della tensione v_{DS} . Il significato di queste capacità sono:

C_{iss} è la capacità totale vista al gate $C_{GS} + C_{GD}$ cortocircuitando C_{DS} . La misura viene fatta ad una frequenza di 1MHz inserendo una capacità di grandi dimensioni ai capi di C_{DS} 5.5.4

C_{rss} è la capacità tra il gate ed il drain.

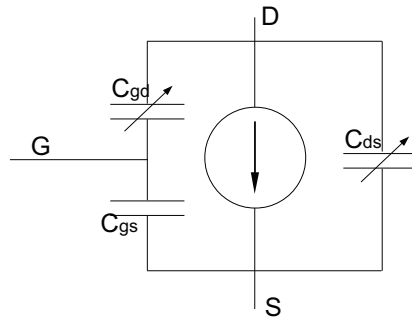


Figura 5.5.3: Modello elettrico usato per lo studio del comportamento dinamico

C_{oss} è la capacità tra il source e il drain con C_{gs} cortocircuitato $C_{oss} = C_{DS} + C_{GD}$

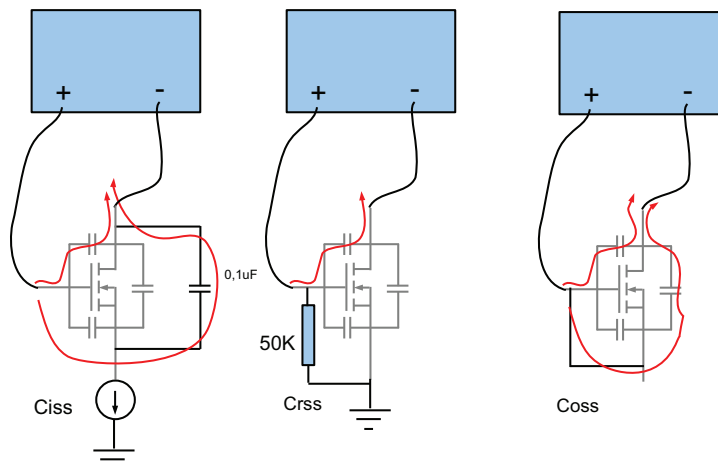


Figura 5.5.4: Schemi di principio dei sistemi di misura delle capacità parassite del mosfet.

Ora si analizzano gli andamenti delle tensioni e delle correnti durante le commutazioni. Una analisi dettagliata è molto importante per stimare la potenza dissipata dal mosfet. Oltre che alle caratteristiche del mosfet bisogna considerare la topologia del circuito in cui esso è inserito. Le forme d'onda delle commutazioni cambiano molto a seconda del tipo di carico usato. Per i circuiti di tipo boost si può fare riferimento al circuito di figura 5.5.5, in cui il generatore di corrente rappresenta le induttanze di linea del convertitore, il diodo rappresenta il diodo intrinseco del mosfet complementare posto nella gamba del mosfet in esame e la tensione V_{DC} è la tensione di uscita del convertitore. Il mosfet viene acceso in tensione tramite un driver con resistenza di uscita R_G . La forma d'onda della tensione a vuoto del driver è rettangolare con valore

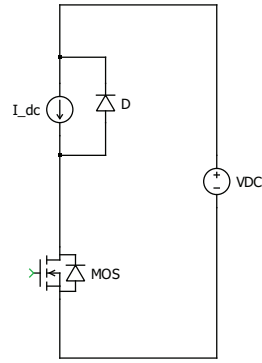


Figura 5.5.5: Schema equivalente durante le commutazioni

dello stato alto V_{DR} e dello stato basso pari a zero (oppure negativo per uno spegnimento più rapido). Le forme d'onda sono mostrate in figura 5.5.6. Al-

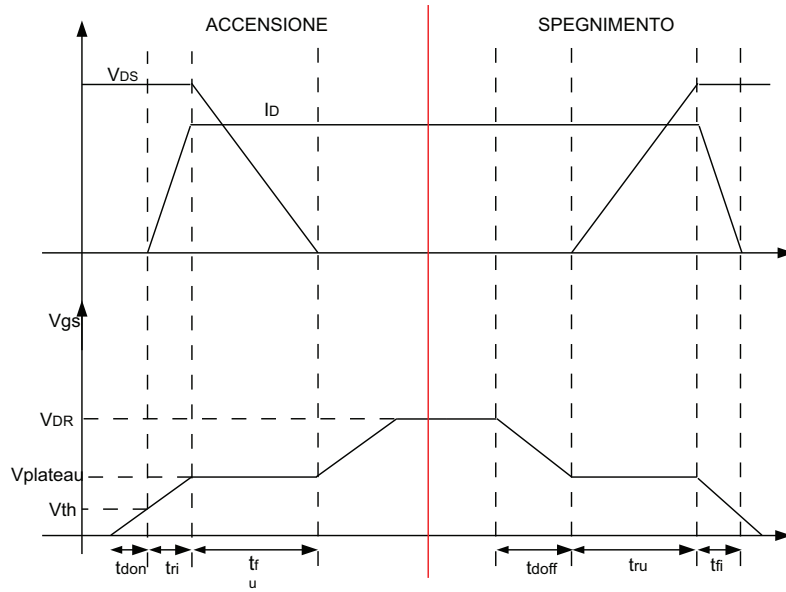


Figura 5.5.6: Andamento delle tensioni e delle correnti durante le commutazioni

l'accensione la tensione del driver si porta alla tensione V_{DR} , provocando una corrente che carica la capacità di gate del mosfet ovvero C_{ISS} causando un aumento della tensione V_{GS} . In questa fase infatti le due capacità C_{GS} e C_{GD} sono dinamicamente in parallelo. Inoltre la capacità C_{GS} è molto maggiore di C_{DS} quindi tutta la corrente di gate entra in C_{GS} . La tensione di gate aumenta con andamento esponenziale

$$v_{GS} = V_{DR}(1 - e^{-\frac{t}{RC_{iss}}}) \quad (5.11)$$

Quando la tensione di gate raggiunge la tensione di soglia v_{TH} la corrente può salire al valore di regime. Il mosfet si trova in zona di saturazione per cui la corrente vale

$$i_{DS} = \frac{k_p}{2}(v_{gs} - v_{TH})^2 \quad (5.12)$$

con v_{gs} che in questo intervallo continua ad aumentare con l'andamento descritto da 5.11. In questa fase il diodo di ricircolo è acceso quindi ai capi del mosfet la tensione è costante e pari a V_{DC} . Quando la corrente nel diodo si annulla, la tensione ai capi di v_{DS} può iniziare a scendere. Per capire come si distribuisce la corrente di gate in questa fase si scrivono le seguenti equazioni:

$$i_G = i_{GS} + i_{GD} \quad (5.13a)$$

$$i_{GS} = C_{GS} \frac{\partial v_{GS}}{\partial t} \quad (5.13b)$$

$$i_{GD} = C_{GD} \frac{\partial v_{GD}}{\partial t} \quad (5.13c)$$

Le correnti non dipendono solo dal valore della capacità ma anche dalla derivata rispetto al tempo di v_{GS} e v_{GD} . Poichè la tensione v_{GD} scende velocemente gran parte della corrente di gate scarica la capacità C_{GD} . Quindi in questa fase la tensione al gate e la corrente di gate sono circa costanti. La tensione costante a cui si porta la tensione v_{GS} è detta tensione di plateau e dipende dalla corrente di drain. Se la corrente di gate è elevata, una parte di essa entra anche nella capacità C_{GS} che quindi continua a caricarsi. In questo caso la tensione di gate non rimane costante ma aumenta con rapidità che dipende dalla corrente di gate. Una volta che la tensione v_{DS} raggiunge il valore di regime, rimane costante e la tensione di gate può aumentare al valore V_{DR} aumentando la conducibilità del canale. Quanto detto in precedenza si può vedere anche analizzando figura 5.5.7 in cui si mostra la traiettoria del punto di lavoro (v_{DS}, i_D). Per applicare quanto detto finora al nostro caso bisogna prima analizzare le caratteristiche del mosfet usato. In figura 5.5.9 si riportano le caratteristiche i_D - v_{DS} indicate sul datasheet mentre in figura 5.5.10 sono riproposte in scala lineare. La difficoltà nella stima dei tempi di commutazione sta nel fatto che, oltre alla dipendenza non lineare tra le capacità del mosfet ed il punto di lavoro, molti parametri dipendono fortemente dalla temperatura. Per quel che riguarda le caratteristiche I-V, il datasheet indica gli andamenti solo per le due temperature limite di 25°C e 175°C mentre la dipendenza della tensione di soglia dalla temperatura è mostrata in figura 5.5.11 per alcuni valori della corrente di carico. Mentre la tensione V_{DC} ai capi dei mosfet è costante a regime, la corrente è quella di linea e quindi sinusoidale. Per questo motivo ogni commutazione all'interno di un periodo di linea dà un contributo diverso. Si nota a questo proposito che la scelta della modulazione flat top permette di non fare commutare i mosfet quando la corrente di linea corrispondente raggiunge il picco della sinusoide, riducendo così le perdite rispetto agli altri tipi

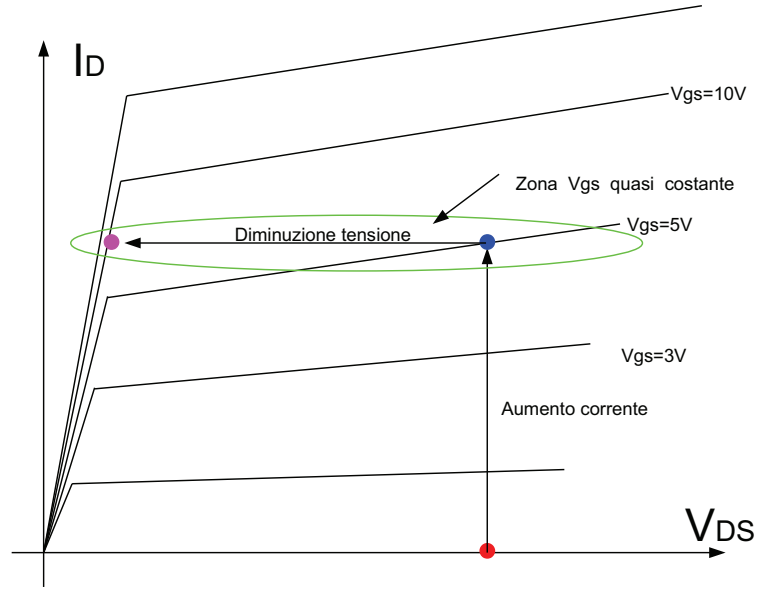


Figura 5.5.7: Traiettorie del punto di lavoro durante l'accensione del mosfet

di modulazione. Per quanto detto la tensione di plateau può essere letta da figura 5.5.9 (punto blu di figura 5.5.7 leggendo il valore di v_{GS} corrispondente, parametro utile per stimare il tempo di ritardo t_{Don} mentre il tempo di discesa della tensione può essere stimato calcolando il tempo necessario a scaricare la capacità C_{rss} . Come detto in precedenza, questa capacità varia molto durante questa fase quindi risulta difficile fare un calcolo a mano. Aiutandosi con un programma come Matlab oppure Mathematica si può tenere conto di questa variazione di C_{rss} suddividendo la tensione V_{DC} in N parti e calcolando quanto tempo ci vuole a scaricare ogni parte usando l'effettivo valore della capacità. In figura 5.5.12 è mostrato un esempio. In alternativa si può considerare il grafico di figura 5.5.13 riportato sul datasheet. Da questo grafico si vede l'andamento della tensione v_{GS} in funzione della carica immagazzinata al gate. Nella situazione riportata in questo grafico si vede che la tensione di plateau è circa di 5V mentre la carica contenuta in C_{rss} è circa 75nC. Quindi nota la tensione del driver V_{DR} e la resistenza R_{ON} si può calcolare il tempo di scarica senza tenere conto dell'andamento di C_{rss} . Il tempo di salita della corrente, di solito molto minore del tempo di discesa della tensione (se non sono presenti induttanze parassite lungo il percorso di corrente), può essere stimato calcolando il tempo impiegato per caricare la capacità di gate dalla tensione di soglia v_{TH} alla tensione di plateau

$$t_{ri} = t_{plateau} - t_{don} = -R_{on}C_{iss}\ln\left(1 - \frac{V_{plateau}}{V_{DR}}\right) + R_{on}C_{iss}\ln\left(1 - \frac{V_{th}}{V_{DR}}\right) \quad (5.14)$$

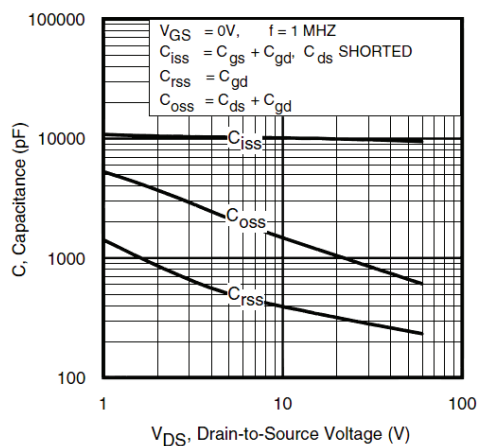


Figura 5.5.8: Andamenti delle capacità parassite del mosfet rispetto a V_{DS}

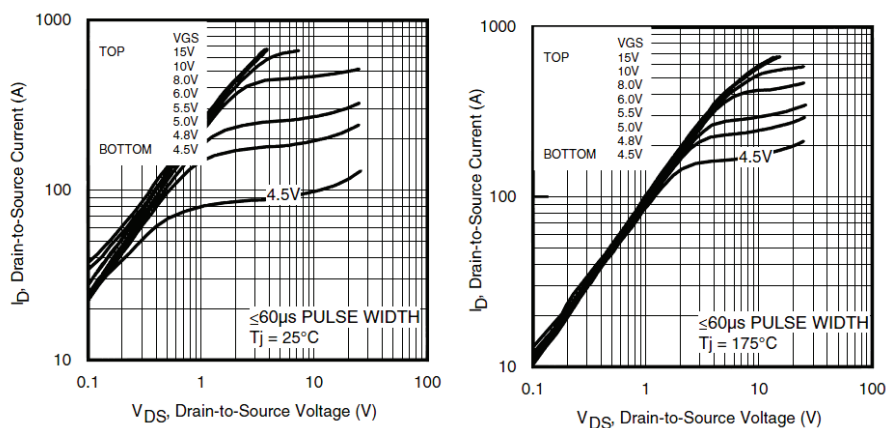


Figura 5.5.9: Caratteristiche I-V presenti nel datasheet per diverse temperature.

Noti i tempi di salita della corrente e discesa della tensione si può calcolare la potenza dissipata dalla commutazione

$$P_{\text{diss on}} = \frac{1}{2}(t_{fu} + t_{ri})I_D V_{DC} \quad (5.15)$$

Per quel che riguarda lo spegnimento le considerazioni da fare sono analoghe. Per il calcolo della potenza consumata per commutazione si procede sommando tutti i 400 contributi dati dalle singole commutazioni in un periodo di linea, considerando per ciascuna il corretto valore della corrente. In figura 5.5.14 sono mostrati gli intervalli all'interno di un periodo di linea in cui sono presenti delle commutazioni.

Tutte queste considerazioni sono corrette ma si riferiscono ad un circuito (figura 5.5.5) che non presenta induttanze parassite. In realtà per il convertitore che si sta progettando, l'effetto di queste induttanze non è trascurabile (paragra-

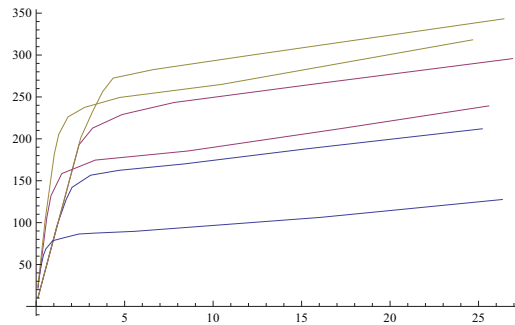


Figura 5.5.10: Caratteristiche I-V presenti nel datasheet riproposte in scala lineare. Le curve di colore uguale si riferiscono alla stessa tensione di gate (4,5 4,8 e 5V)

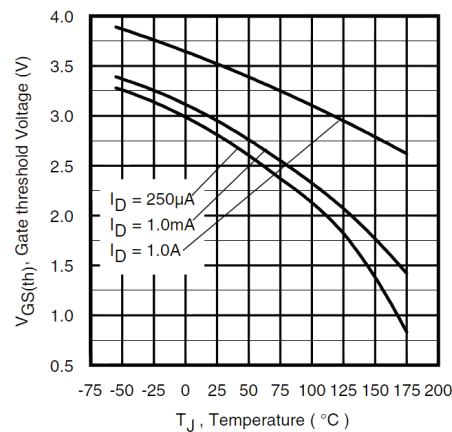


Figura 5.5.11: Andamento della tensione di soglia al variare della temperatura

fo 6.3) e possono modificare sensibilmente le forme d'onda delle commutazioni. Tali parassiti sono dovuti sia alla geometria del sistema che all'induttanza serie dei condensatori. Lo schema da considerare è quello di figura 5.5.15. Si consideri la fase di accensione. Contrariamente a quanto accadeva in precedenza, la tensione ai capi del mosfet non è più vincolata alla tensione V_{DC} fino allo spegnimento del diodo D. La legge di Kirchhoff ora è

$$V_{DS} = V_{DC} - L_{par} \frac{di}{dt}$$

Le forme d'onda durante le commutazioni sono mostrate in figura 5.5.16. La tensione V_{DS} può scendere da subito in un tempo t_r al valore $R_{Don} I_{Don}$; nel frattempo ai capi dell'induttanza parassita è presente una tensione $V_{Lpar} = V_{DC} - V_{DS}$ crescente. La corrente cresce con legge approssimativamente parabolica fino a quando la tensione V_{DS} non raggiunge il valore $R_{Don} I_{Don}$. Dopo questa fase, ai capi dell'induttanza parassita è presente tutta la tensione V_{DC} quindi la corrente si porta al valore di regime con andamento rettilineo

```

t = 0; (*inizializzo il tempo di scarica*)
Δv = .01; (*passo di calcolo*)
VDC = 60; (*inizializzo la tensione Vdc*)
i = (10 - 4.2) / 3.9; (*Calcolo corrente di scarica: (tensione driver - tensione plateau)/Rg*)
For [v = VDC, v > 0, (*Il ciclo si ripete finchè v>0 partendo da una tensione di 60V*)
  t += (f[v] 10-12) / i Δv; (*calcolo tempo per scaricare la capacità di Δv col valore della capacità Crss alla tensione v*)
  v = v - Δv;
]

```

Figura 5.5.12: Codice per il calcolo del tempo di scarica della capacità Crss

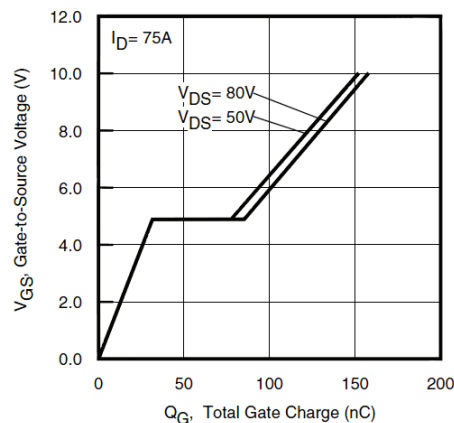


Figura 5.5.13: Tensione di gate in funzione della carica immagazzinata

di pendenza $\frac{di}{dt} = \frac{V_{DC}}{L_{par}}$. Il tempo di salita della corrente è quindi limitato dall'induttanza parassita.

Si considera ora la fase di spegnimento, le cui forme d'onda sono mostrate in figura 5.5.19. Come nel caso in cui si è trascurato l'effetto dell'induttanza parassita, la corrente che scorre nell'interruttore non può scendere finché la tensione sul diodo rimane negativa. La tensione V_{DS} si porta quindi al valore V_{DC} in un tempo t_f indicato sul data-sheet del componente. Dopo questa fase il diodo viene polarizzato direttamente e si accende; la corrente sull'interruttore può così diminuire limitata solo dalle caratteristiche del componente e non dal sistema come succedeva in fase di accensione. Questo fatto provoca un impulso di tensione ai capi dell'induttanza parassita $v_{Lpar} = L_{par} \frac{di}{dt}$ che può essere limitato solo minimizzando l'induttanza parassita oppure con l'aiuto di uno snubber in grado di limitare la pendenza della corrente. Il fatto che la corrente può commutare molto velocemente causa un aumento della tensione molto rapido. La massima $\frac{dv}{dt}$ che un mosfet può sopportare è indicato sul datasheet ed è dovuto al fatto che per tali pendenze della tensione il transistor bipolare parassita del mosfet si accende impedendo lo spegnimento. Si rende così necessario un progetto molto accurato del driver. Tale driver limita la derivata della tensione quindi è utile avere un'indicazione seppur approssimata dei tempi di commu-

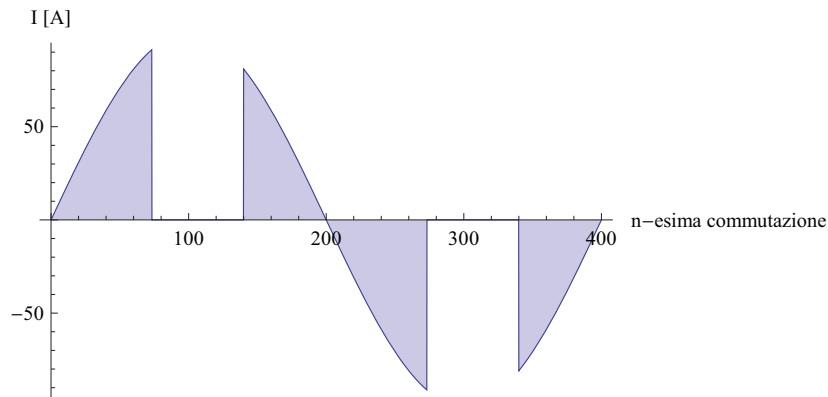


Figura 5.5.14: Intervalli in cui sono presenti commutazioni (aree azzurre)

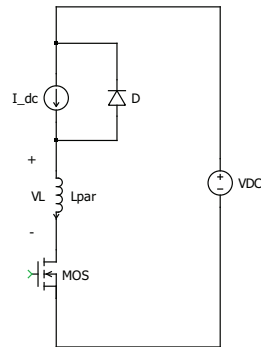


Figura 5.5.15: Schema equivalente durante le commutazioni

tazione e delle perdite allo spegnimento in funzione della massima derivata di tensione. Si fa quindi l'ipotesi che la tensione sale con la massima pendenza permessa dal driver e che essa non possa superare la tensione di zener del diodo intrinseco, che per i mosfet scelti è 100V. Con queste ipotesi, sommando tutti i contributi delle commutazioni in un periodo a pieno carico, si ottiene il grafico di figura 5.5.17. In questo grafico si può leggere qual è la potenza dissipata in funzione della massima $\frac{dv}{dt}$, in particolare si legge che per pendenze di tensione maggiori di 1V/ns non si ha alcun vantaggio; ciò è dovuto al fatto che la tensione ai capi del mosfet raggiunge i 100V molto velocemente per cui la pendenza della corrente è limitata dalla tensione di zener del diodo intrinseco del mosfet. Per pendenze minori la potenza dissipata aumenta sensibilmente a causa della lentezza della commutazione. In figura 5.5.18 si mostra invece l'andamento del tempo impiegato per la commutazione allo spegnimento, all'interno di un semiperiodo di linea. Questi andamenti si riferiscono ad un valore dell'induttanza parassita di circa 100nH. Tale valore sarà giustificato al paragrafo .

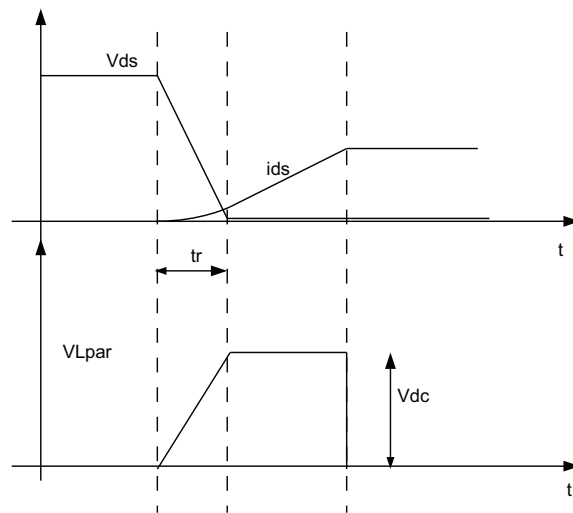


Figura 5.5.16: Andamenti delle tensioni e delle correnti in presenza di induttanze parassite durante l'accensione

5.5.3 Progetto del dissipatore di calore dei mosfet

Le prestazioni che un transistor può raggiungere dipendono fortemente dalla temperatura alla quale esso si trova ad operare. Quasi sempre il package in cui è contenuto il dispositivo, non è in grado di estrarre il calore prodotto e disperderlo nell'ambiente a causa dell'elevata resistenza termica. Si rende quindi necessario il progetto di un dissipatore di calore. Nota la potenza dissipata dai mosfet è possibile progettare il dissipatore. Il punto in cui i mosfet vengono posti a contatto con il dissipatore è al potenziale di drain, quindi si rende necessario usare dissipatori diversi per gli interruttori. Come detto in precedenza, ogni interruttore è implementato mettendo in parallelo quattro mosfet. Dal datasheet del mosfet scelto si ottengono informazioni importanti per il progetto del dissipatore:

T_{jmax} massima temperatura di giunzione;

$P_{max}@25^{\circ}C$ massima potenza che il contenitore è in grado di smaltire se tenuto alla temperatura di $25^{\circ}C$;

R_{thjc} resistenza termica tra giunzione e contenitore;

Con questi dati si ricava la curva di derating mostrata in figura 5.5.21; La retta di derating si calcola in modo immediato essendo la retta che passa per i punti $(25^{\circ}C, 370W)$ e $(175^{\circ}C, 0)$. Si trova così la seguente relazione

$$P_{DISS} = 431.66 - 2.466T \quad (5.16)$$

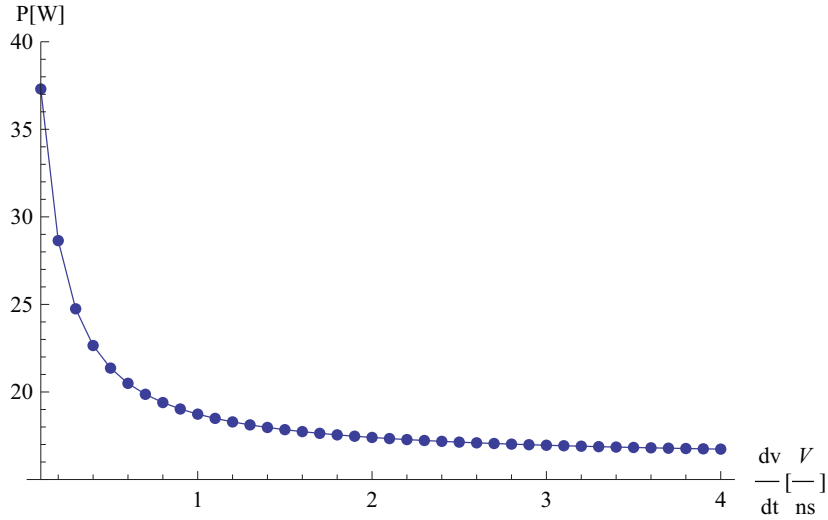


Figura 5.5.17: Potenza dissipata allo spegnimento in funzione della massima $\frac{dv}{dt}$ consentita.

Dalla potenza massima dissipata (17W) si ricava la massima temperatura che può raggiungere il contenitore:

$$17W = 431.66W - 2.466T_{cmax} \rightarrow T_{cmax} = 168^{\circ}C \quad (5.17)$$

oppure, nota la resistenza R_{jc}

$$P_{dissmax} = \frac{T_{jmax} - T_{cmax}}{R_{jc}} \rightarrow T_{cmax} = T_{jmax} - P_{dissmax}R_{jc} = 168^{\circ}C$$

Il grafico di figura 5.5.22 preso dal data-sheet del mosfet mostra però che con una temperatura del contenitore di $168^{\circ}C$ la corrente massima che può portare un mosfet si riduce a meno di 30A. Conviene quindi progettare il dissipatore in modo che la temperatura del contenitore non superi i $110^{\circ}C$ per sfruttare al meglio le caratteristiche del mosfet. A questo punto è semplice calcolare la massima temperatura alla quale si può portare il dissipatore

$$T_{DISS} = T_{cmax} - P_{DISS}R_{cd} = 110 - 0.24 \cdot 17 = 106^{\circ}C \quad (5.18)$$

La massima potenza dissipata dai tre mosfet è pari ad $3P_{DISS} = 51W$ quindi la temperatura del dissipatore è dato da

$$T_{DISS} = T_A + 3P_{DISS}R_{DA} = 106^{\circ}C \quad (5.19)$$

A questo punto bisogna fare delle ipotesi sulle condizioni ambientali in cui il convertitore dovrà lavorare. In realtà la temperatura ambiente T_A alla quale si fa riferimento nelle precedenti formule non è la temperatura dell'ambiente in cui opera il convertitore, bensì la temperatura interna del contenitore del

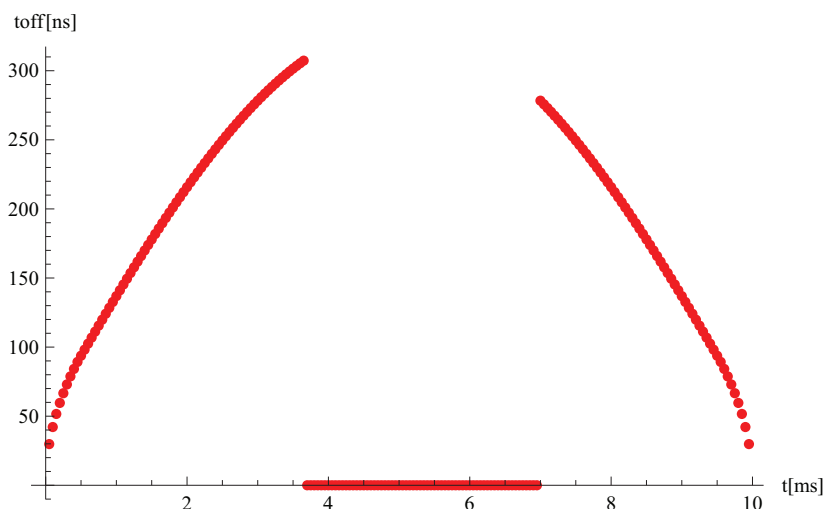


Figura 5.5.18: Tempo impiegato per lo spegnimento dei mosfet all'interno di un periodo di linea con $\frac{dv}{dt} = 1V/ns$.

convertitore. Questa temperatura può essere sensibilmente maggiore della temperatura esterna e dipende dalla bontà del sistema di smaltimento del calore di cui si parlerà al prossimo paragrafo. Per il momento prendiamo $T_A = 60^\circ C$ ed otteniamo così che sarà necessario un dissipatore con resistenza termica pari a $R_{DA} = 0.9^\circ C/W$. Quando abbiamo parlato delle perdite di conduzione del mosfet è stato detto che la resistenza di canale del mosfet aumenta all'aumentare della temperatura. Per vedere se questo può portare ad instabilità termica grafichiamo l'andamento della temperatura di giunzione in funzione di $R_{DS(on)}$ con la curva fornita dal datasheet. La relazione tra la temperatura di giunzione e la resistenza $R_{DS(on)}$ è

$$T_j = T_A + 3(P_{D_{cond}} + P_{D_{sw}})R_{DA} + (P_{D_{cond}} + P_{D_{sw}})(R_{DC} + R_{CJ}) =$$

$$= T_A + 3\left(\frac{1}{2}R_{on}\left(\frac{I}{3}\right)^2 + P_{D_{sw}}\right)R_{DA} + \left(\frac{1}{2}R_{on}\left(\frac{I}{3}\right)^2 + P_{D_{sw}}\right)(R_{DC} + R_{CJ}) \quad (5.20)$$

In figura 5.5.24 si vede che a regime la resistenza di canale aumenta incrementando le perdite di conduzione rispetto al caso ideale del 50%. Il sistema è termicamente stabile e la temperatura di giunzione è intorno ai $90^\circ C$ quindi rispetta le condizioni scritte sopra. In questi casi la scelta del dissipatore viene fatta anche sulla base di considerazioni meccaniche. Infatti oltre che la funzione di dissipare il calore, questo dispositivo ha funzione di sostegno della scheda elettronica alla quale è collegato. Poichè il peso di questi dissipatori è elevato, se fossero sostenuti dalla scheda elettronica lo stress meccanico sottoposto sarebbe eccessivo soprattutto in ambito industriale dove sono presenti vibrazioni.

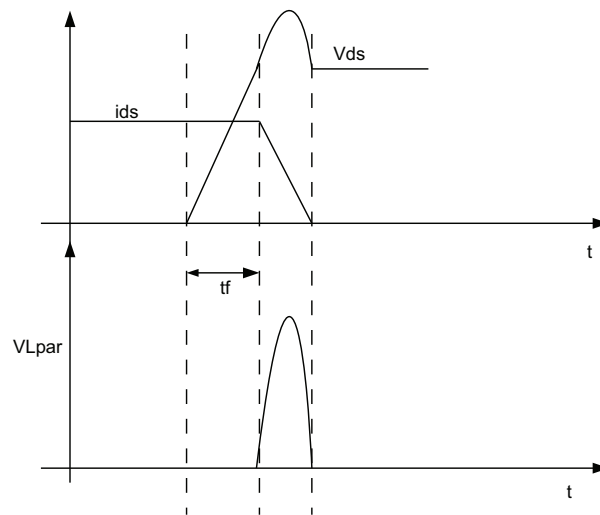


Figura 5.5.19: Andamenti delle tensioni e delle correnti in presenza di induttanze parassite durante lo spegnimento

Poichè questi dissipatori sono dei buoni conduttori elettrici, si è scelto di sfruttarli anche per il trasporto della corrente. Il collegamento elettrico tra il dissipatore e la scheda viene fatto con delle "torrette" di collegamento. Il layout del sistema sarà illustrato nel dettaglio nel prossimo capitolo ma si può anticipare uno dei criteri di disposizione dei componenti. Per permettere un funzionamento ottimale dei dissipatori, essi vengono orientati tutti nella stessa direzione formando una sorta di camino all'interno del quale passa l'aria soffiata dai ventilatori. Inoltre si sceglie di inserire il ventilatore all'ingresso dell'aria; questa scelta comporta i seguenti vantaggi:

- l'aria viene spinta all'interno del contenitore rendendolo così un ambiente pressurizzato. In questo modo si impedisce alla polvere e ad altri agenti contaminanti di entrare nel contenitore. Questo è importante perchè la polvere è un cattivo conduttore di calore e quindi ostacola la dissipazione del calore della scheda aumentandone la temperatura.
- un ventilatore posto all'ingresso aspira aria più fredda e di conseguenza più densa. In questo modo si aumenta la portata massica dell'aria.

5.5.4 Dissipazione di calore sul circuito stampato

Nel paragrafo precedente si è visto come dimensionare un dissipatore per smaltire il calore generato dai mosfet. Il progetto è risultato piuttosto semplice poichè i produttori di dissipatori forniscono in modo dettagliato le caratteristiche

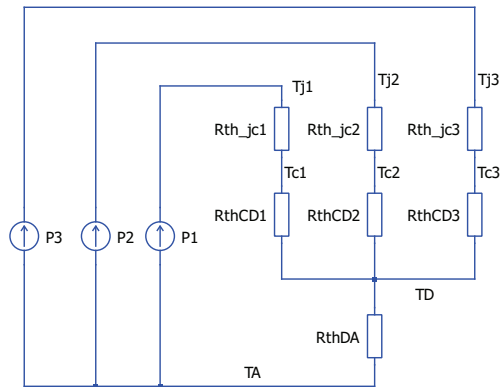


Figura 5.5.20: Schema termico di ogni interruttore

di questi dispositivi fornendo la resistenza termica. Tale parametro consente di modellizzare il problema in modo lineare e quindi di immediata risoluzione. Non bisogna dimenticare, tuttavia, che le dinamiche in gioco sono molto complesse e dipendono fortemente dalla geometria dei dispositivi. Se avessimo dovuto stimare le prestazioni del dissipatore nota la geometria, materiali utilizzati e condizioni ambientali il problema sarebbe stato di difficile risoluzione. Tuttavia, non è sempre possibile disporre di modelli affidabili specialmente nel caso in cui si voglia stimare la potenza che le piste sono in grado di dissipare. Benchè la potenza dissipata dalle piste sia di bassa entità, e comunque non sufficiente a compromettere l'efficienza del sistema, può generare dei surriscaldamenti e causare guasti. Per questo motivo è necessario uno studio per stimare almeno l'ordine di grandezza di tali potenze e quindi dimensionare le piste in modo tale che l'aumento di temperatura causato dalla corrente sia entro i limiti di sicurezza. La massima corrente che un conduttore è in grado di sopportare è chiamata portata di corrente (ampacity). Il calore si può trasferire in tre modi diversi:

- Conduzione: si basa sulla diffusione di calore attraverso solidi, liquidi o gas per effetto di interazioni molecolari, senza che si verifichino scambi di massa. La legge fenomenologica che regola la conduzione del calore è la legge di Fourier. Se dS è un elemento di una superficie isoterma, dT/dn il modulo del gradiente di temperatura ortogonale a dS e diretto nel verso delle temperature crescenti, il calore che passa attraverso dS nel tempo dt è dato da

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dn} dS dt$$

dove λ è la conducibilità termica tipica del materiale.

- Convezione: si basa sui moti dei fluidi dovuti a differenze di densità conseguenti a differenze di temperatura. Quando un fluido viene riscaldato, si espande e diviene meno denso, per cui risente della spinta di Archimede verso l'alto; l'aria più fredda si trova quindi a contatto con la superficie

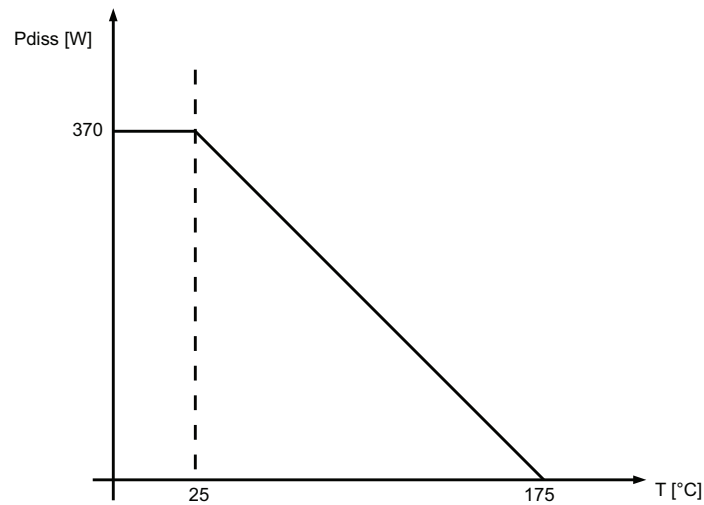


Figura 5.5.21: Curva di derating dei mosfet

che genera calore ed il ciclo si ripete. Questo fenomeno è detto convezione naturale.

- Irraggiamento: un corpo alla temperatura T emette energia sottoforma di onde elettromagnetiche, che si propagano nello spazio circostante, anche se vuoto. Il potere emissivo del corpo ϵ che ha il significato di energia emessa per unità di tempo e per unità di superficie è dato dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$\epsilon = \sigma e T^4$$

dove $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ J/m}^2 \text{ s K}^4$ ed e è l'emissività tipica del materiale. La potenza termica scambiata per irraggiamento tra un corpo alla temperatura T_s ed un corpo alla temperatura T_{circ} che la circonda completamente può essere espresso nella forma

$$P = eA\sigma(T_s^4 - T_{\text{circ}}^4)$$

Nel progetto in questione questo fenomeno sarà ignorato poichè le schede utilizzate sono circondate da pareti che si trovano circa alla stessa temperatura e non hanno vista diretta su superfici fredde.

I fenomeni da sfruttare per la dissipazione del calore della scheda di potenza sono di conseguenza la conduzione termica e la convezione. Per quel che riguarda la convezione termica è possibile accelerare il fenomeno con l'ausilio di ventole. Questo si rende necessario soprattutto per le apparecchiature chiuse, nelle quali lo spostamento dell'aria è ostacolato da pareti e dove l'unica via di fuga per l'aria sono delle fessure che, per ragioni di sicurezza, non possono

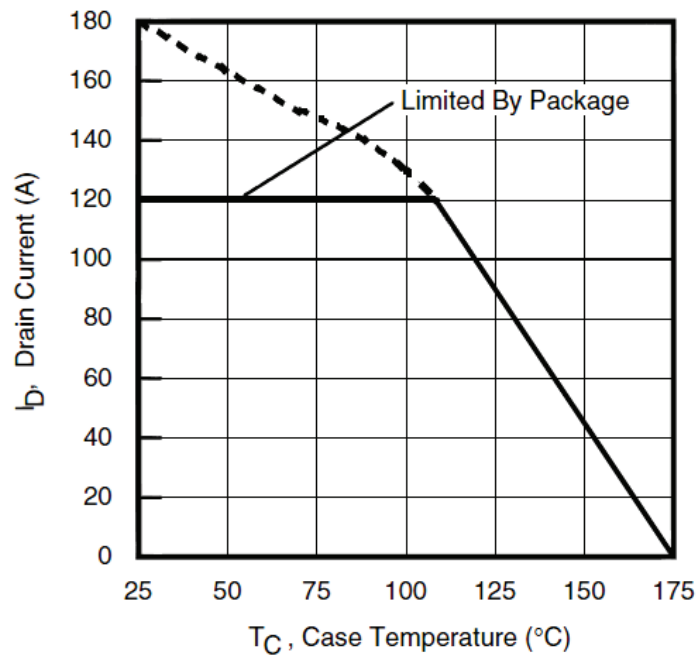


Figura 5.5.22: Curva I_D vs T_C del mosfet usato

essere molto larghe. Si ricorda che l'aria è un cattivo conduttore di calore e quindi l'unico modo per trasferire il calore è il trasporto di massa. Ipotizzando che lo scambio termico tra contenitore e ambiente circostante (per convezione naturale) sia trascurabile, la potenza termica assorbita dall'aria in moto forzato dal ventilatore è dato da

$$P = \dot{m} c_p (T_{out} - T_{in}) \quad (5.21)$$

dove $\dot{m}$ è la portata massica di aria in circolazione espressa in $[\frac{Kg}{s}]$, c_p è il calore specifico dell'aria e T_{in} e T_{out} sono rispettivamente le temperature di ingresso ed uscita dell'aria. Il flusso dell'aria può essere laminare o turbolento. Nel caso di flusso turbolento il coefficiente di scambio termico è maggiore rispetto al caso di flusso laminare. La tendenza di un flusso a diventare turbolento aumenta all'aumentare della velocità del flusso, all'aumentare delle dimensioni dei condotti e diminuisce all'aumentare della viscosità. Tutte queste informazioni sono contenute nel numero di Reynolds:

$$Re = \frac{wD}{\nu}$$

dove w è la velocità del fluido, D è la dimensione caratteristica della geometria e ν è la viscosità del fluido. Nel caso di flussi interni si verifica che il flusso

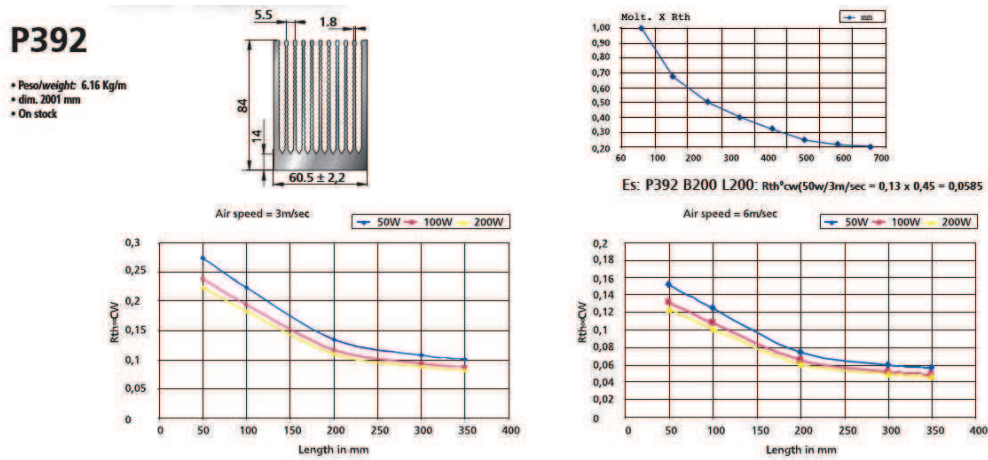


Figura 5.5.23: Dissipatore usato

diventa turbolento per valori di Re di circa 2300. Un altro parametro utile è il diametro equivalente definito come

$$D_n = \frac{4A_c}{p}$$

dove A è l'area del passaggio del flusso e p è la circonferenza. La potenza trasmessa per convezione è data dalla legge di Newton per la convezione

$$P = hA(T_s - T_f)$$

dove si definiscono i seguenti parametri:

- h : coefficiente di scambio termico convettivo [W/m^2];
- A : area della superficie di scambio termico [m^2];
- T_s : temperatura della superficie [°];
- T_f : temperatura del fluido;

Il coefficiente di scambio termico convettivo h vale

$$h = \frac{\lambda \cdot Nu}{D}$$

dove D è il diametro equivalente definito sopra e Nu è il numero di Nusselt. Il numero di Nusselt può essere espresso tramite relazioni empiriche nella forma

$$Nu = \alpha Re^\beta Pr^\gamma$$

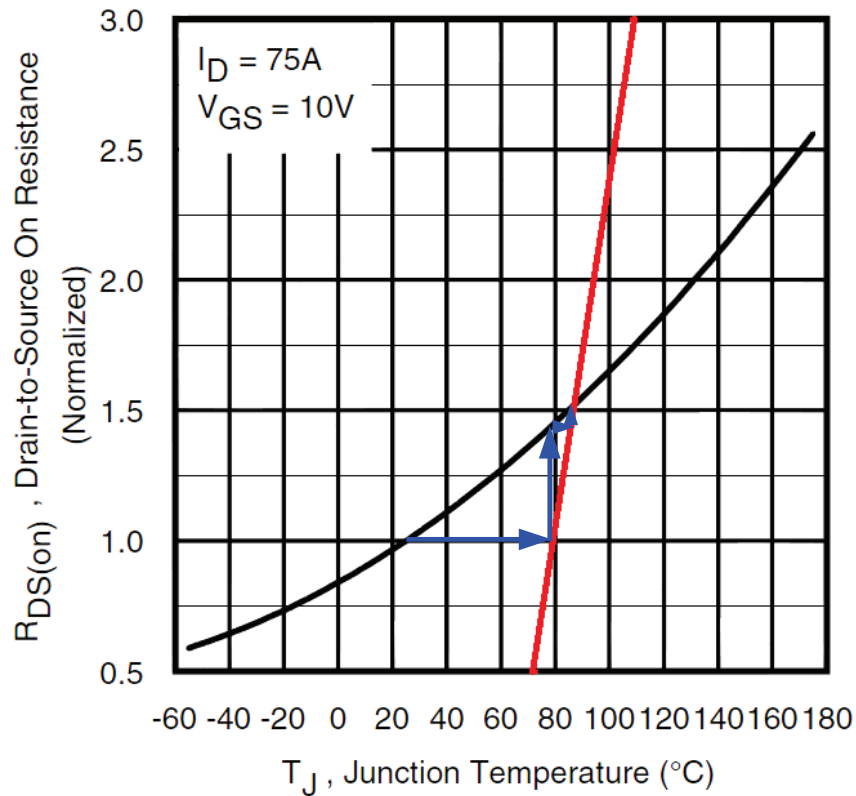


Figura 5.5.24: Grafico della relazione tra $R_{DS(on)}$ del mosfet con la temperatura messa a confronto con l'andamento della temperatura che raggiunge la giunzione in funzione della resistenza $R_{DS(on)}$ nel sistema di smaltimento del calore progettato

dove i coefficienti α , β e γ dipendono dalla geometria e dal tipo di flusso (laminare o turbolento, interno o esterno) e Pr è il numero di Prandtl caratteristico del fluido che per l'aria vale circa 0,7. Per flussi interni turbolenti il numero di Nusselt dipende poco dalla geometria e vale circa

$$Nu = 0,023Re^{0.8}Pr^{0.4}$$

A questo punto è possibile stimare l'aumento di temperatura delle piste di potenza nota la geometria del sistema e note le caratteristiche del flusso di aria. La larghezza minima delle piste è imposta dalla dimensione dei mosfet e dai collegamenti (si veda paragrafo 6.4) e vale circa 7,5cm. La lunghezza totale è di 20cm quindi supponendo che la corrente sia distribuita uniformemente, si può stimare la potenza dissipata nelle condizioni di caso peggiore (corrente di

ingresso massima con valore efficace pari a 200A). La resistenza delle piste si calcola con la relazione

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

dove ρ è la resistività che per il rame vale circa $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Il processo di fabbricazione del circuito stampato permette spessori massimi di $150 \mu m$ e perciò una resistenza delle piste di $R = \rho \frac{0,2}{0,07 \cdot 150 \mu m} = 0,3 m\Omega$ e quindi una potenza dissipata di $R \cdot 200^2 = 12W$ per ogni fase (36W totali). Ricapitolando, l'aumento della temperatura delle piste si ricava dall'equazione

$$P = hA(T_s - T_f) \quad (5.22)$$

in cui l'unica incognita è il coefficiente di scambio termico convettivo h che vale

$$h = \frac{\lambda Nu}{D} \quad (5.23)$$

dove la conducibilità termica dell'aria vale $\lambda = 0,026$ ed il numero di Nusselt vale

$$Nu = \alpha Re^\beta Pr^\gamma \quad (5.24)$$

Per la geometria della scheda progettata (geometria a piastra verticale), i coefficienti hanno i seguenti valori:

- $\alpha = 0,228$
- $\beta = 0,731$
- $\gamma = \frac{1}{3}$

mentre il numero di Reynolds vale

$$Re = \frac{wD}{\nu} \quad (5.25)$$

dove $\nu = 2,06 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$ quindi rimangono da definire solo il diametro equivalente D e la velocità del flusso d'aria w . La velocità del flusso d'aria è scelta pari a $3m/s$ come per i dissipatori mentre il diametro equivalente è definito come

$$D = \frac{4S}{P} \quad (5.26)$$

dove S è la sezione del flusso mentre P è il perimetro. Scegliendo uno spessore del tubo di flusso di $2cm$, dato che la scheda è larga $24cm$ si ricava $D = 0,037m$ e quindi inserendo questi valori nelle equazioni scritte sopra si ottiene un aumento medio della temperatura delle piste di circa $10^\circ C$.

5.6 CALCOLO DEI TEMPI MORTI

Nel paragrafo 5.5.2 sono state studiate le forme d'onda delle tensioni e delle correnti durante le commutazioni evidenziando i ritardi con cui avvengono le varie fasi. Per il progetto dello stadio che implementa la modulazione PWM è fondamentale tenere conto di queste non idealità. In particolare bisogna garantire che durante le commutazioni, i due interruttori della stessa gamba del raddrizzatore non siano contemporaneamente accesi. Se questo accadesse si verificherebbero, seppur per brevi istanti, delle condizioni di cortocircuito ai capi dei condensatori di uscita e la corrente sarebbe limitata solo dalle resistenze parassite (resistenze di canale dei mosfet, resistenza serie condensatori ecc.). Questo comporterebbe degli stress di corrente molto pericolosi sui componenti. In questo paragrafo si indicherà con il termine "interruttore" il parallelo tra il mosfet ed il diodo intrinseco, mentre con il solo termine "mosfet" si ignora l'esistenza del diodo. Questa assunzione non ha un significato fisico (il diodo intrinseco, come tale, è parte del mosfet) ma tornerà utile per la descrizione che segue. Si danno inoltre le seguenti definizioni:

- t_{con} , t_{coff} : tempo di ritardo all'accensione/spegnimento dovuto ai driver;
- t_{don} , t_{doff} : tempo che intercorre tra la ricezione del segnale di comando ai mosfet e l'inizio della commutazione;
- t_{ron} : tempo che intercorre dall'inizio della commutazione di accensione al completamento dello stesso;
- t_{roff} : tempo che intercorre dall'inizio della commutazione di spegnimento al completamento dello stesso;

Si assuma che la corrente di linea sia positiva (entrante nello stadio interruttori), si possono distinguere due diverse casistiche:

1. Si spegne l'interruttore inferiore e si accende quello superiore;
2. Si spegne l'interruttore superiore e si accende quello inferiore;

Le forme d'onda nel primo caso sono mostrati in figura 5.6.1. All'istante t_1 lo stadio di controllo ordina una commutazione al sistema; dopo un tempo $t_{coff} + t_{doff}$ (istante t_2), inizia la commutazione di spegnimento dell'interruttore inferiore. Onde evitare corto circuiti il segnale di comando del mosfet superiore non viene trasmesso. Una volta che la tensione ai capi dell'interruttore ha raggiunto il valore finale, la corrente può passare dall'interruttore inferiore al diodo dell'interruttore superiore. Questo processo avviene senza che il mosfet dell'interruttore superiore venga acceso quindi il processo di commutazione potrebbe essere considerato terminato. La caduta di tensione ai capi del diodo

risulta però molto maggiore (anche il triplo) della caduta sulla resistenza di canale del mosfet, quindi conviene accendere il mosfet superiore riducendo così le perdite di conduzione. L'inizio della fase di accensione del mosfet superiore deve avvenire solo dopo che la tensione ai capi dell'interruttore inferiore ha raggiunto il valore finale pari a V_{DC} . Il minimo tempo di ritardo $t_{DEADmin}$ che deve intercorrere tra l'istante t_1 in cui lo stadio di controllo trasmette il segnale di spegnimento dell'interruttore inferiore e l'istante t_3 in cui viene trasmesso il segnale di accensione dell'interruttore superiore vale

$$t_{DEADmin} = t_{coff} + t_{doff} + t_{foff} - t_{con} - t_{don} \quad (5.27)$$

Nella pratica, per avere un certo margine di affidabilità, si scelgono dei tempi morti sensibilmente maggiori del minimo imposto dalla (5.27)

$$t_{DEAD} > t_{DEADmin}$$

Per la commutazione inversa, (si spegne l'interruttore superiore e si accende quello inferiore), le forme d'onda sono mostrate in figura 5.6.2. Anche in questo caso, prima di accendere l'interruttore inferiore bisogna assicurarsi che il mosfet superiore sia spento e che la corrente scorra solo sul diodo intrinseco. Le forme d'onda sono le stesse discusse in paragrafo 5.5.2. Come si vede da figura 5.6.2 il tempo morto minimo da imporre vale

$$t_{DEADmin} = t_{coff} + t_{doff} - t_{con} - t_{don} \quad (5.28)$$

che risulta in genere minore di quello calcolato in (5.27) poichè in questo caso lo spegnimento del mosfet superiore non fa altro che deviare la corrente dal canale del mosfet al diodo intrinseco.

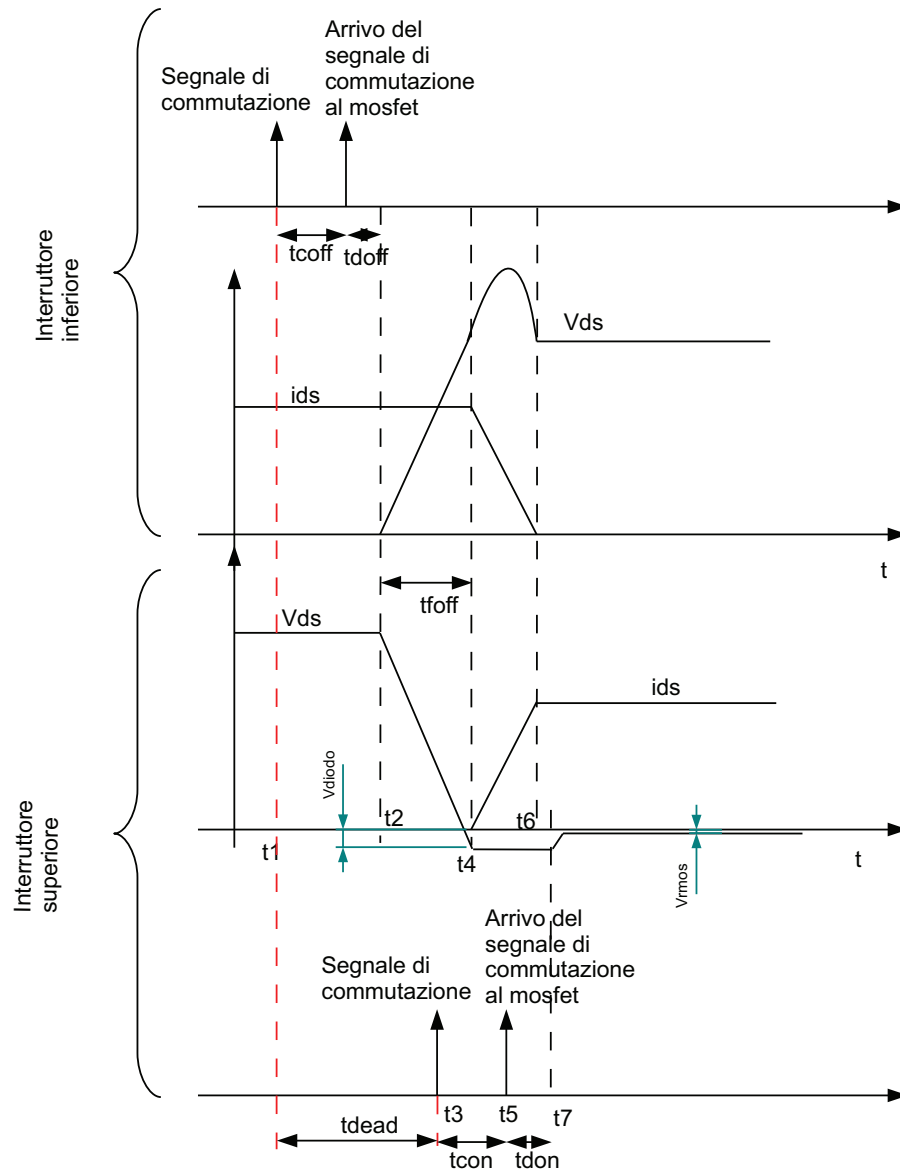


Figura 5.6.1: Forme d'onda delle tensioni e correnti durante la commutazione dall'interruttore inferiore a quello superiore

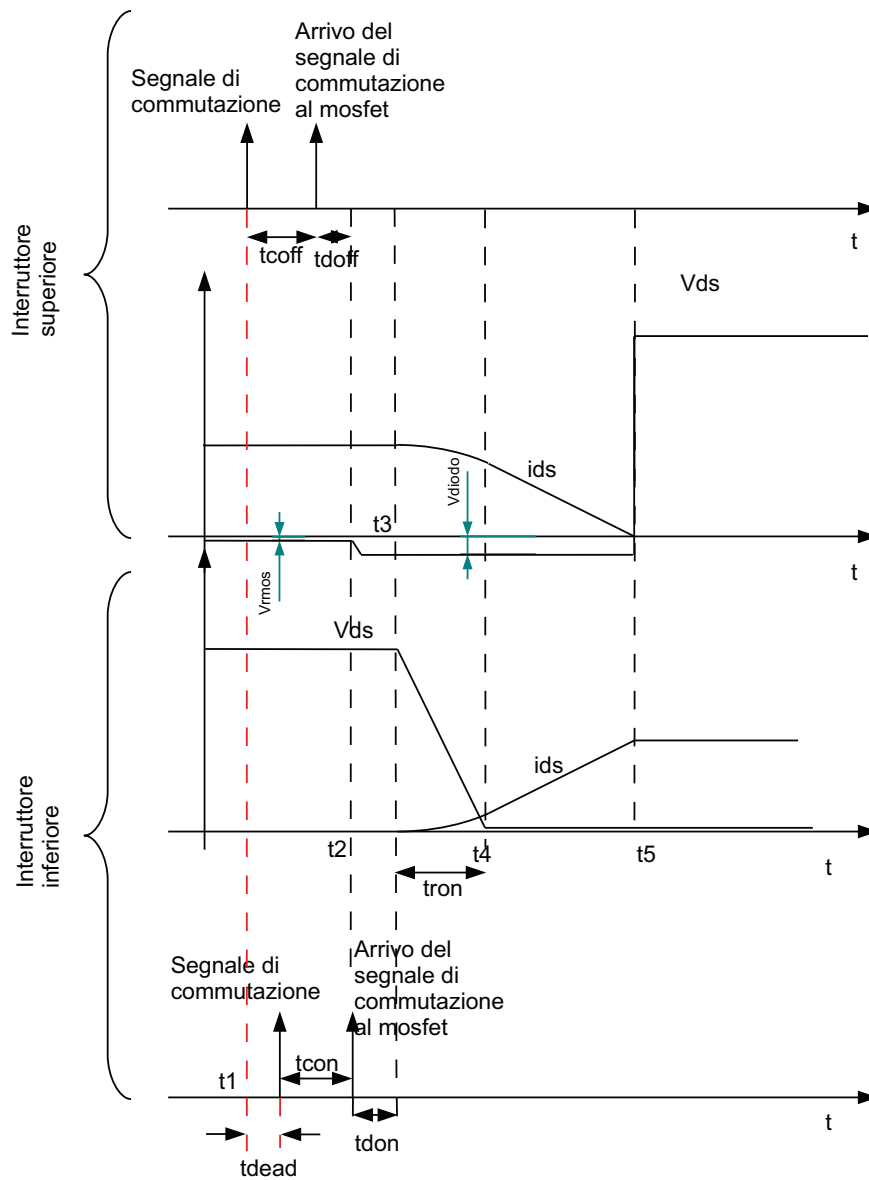


Figura 5.6.2: Forme d'onda delle tensioni e correnti durante la commutazione dall'interruttore superiore a quello inferiore

6 | LAYOUT

INDICE

6.1	introduzione	61
6.2	Disposizione dei condensatori	61
6.3	Considerazioni magnetiche: stima induttanze dei percorsi di correnti	62
6.4	Layout del sistema	67

6.1 INTRODUZIONE

Quando si progetta un circuito di potenza, si deve prestare particolare attenzione al layout, ossia alla disposizione dei componenti nello spazio. Le distanze reciproche e le orientazioni fra i componenti giocano un ruolo fondamentale nell'ottimizzazione delle caratteristiche termiche, elettriche e magnetiche del sistema. Nel capitolo precedente si è visto come molti parametri di natura geometrica, come ad esempio l'induttanza dei percorsi di corrente, sia importante per il calcolo dei tempi di commutazione dei mosfet, quindi è importante tenere conto del layout già dalle prime fasi di progetto. Inoltre, molte soluzioni molto performanti dal punto di vista elettrico possono risultare meccanicamente irrealizzabili, per esempio per l'impossibilità di avvitare i componenti o perchè i cavi sono troppo ingombranti e poco flessibili. I principali punti su cui ci si è soffermati in questo progetto sono:

- Disposizione dei condensatori;
- Considerazioni termiche;
- Considerazioni magnetiche;
- Considerazioni meccaniche.

In questo capitolo verranno approfonditi questi aspetti.

6.2 DISPOSIZIONE DEI CONDENSATORI

Nel capitolo precedente sono stati illustrati i motivi che hanno portato alla scelta dei condensatori di uscita. La scelta è ricaduta sui condensatori costruiti

con la tecnologia a film di polipropilene metalizzato. Questi condensatori hanno una capacità massima di $100\mu\text{F}$ ed hanno una dimensione di $57,5\text{mm}$ di lunghezza e 38mm di larghezza. Dal momento che, in totale, la capacità di uscita deve essere di $1800\mu\text{F}$ servono 18 di questi condensatori. È evidente che il banco di condensatori che si può realizzare non avrà le caratteristiche di un condensatore singolo poichè la distanza tra due condensatori in parallelo può essere molto elevata. Questo comporta che il collegamento tra due condensatori lontani ha caratteristiche induttive come mostrato in figura 6.2.1 il che può causare una distribuzione non uniforme della corrente nei condensatori. Si faccia riferimento a figura 6.2.2. In questa configurazione, le sorgenti del-

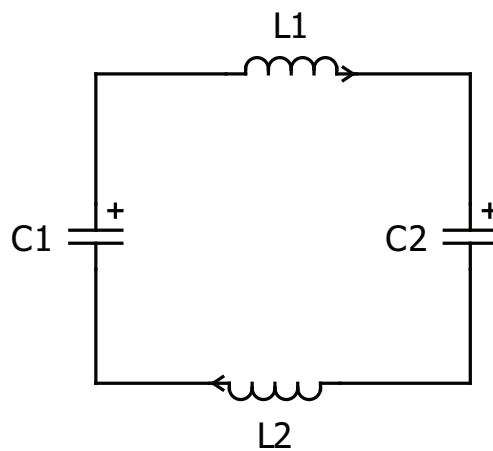


Figura 6.2.1: Modello di un collegamento fra condensatori lontani

la corrente entrante nei condensatori (drain dei mosfet superiori e source dei mosfet inferiori) si trovano su un lato del banco di condensatori che forma un quadrato di 30 cm di lato. L'induttanza del percorso di corrente associato ai condensatori più esterni è molto più elevata di quella associata ai percorsi di corrente che interessa i condensatori più vicini alla sorgente. La corrente scorre preferibilmente nei percorsi a minore induttanza quindi il circuito è di fatto formato da un banco di condensatori meno numeroso di quanto si è preventivato con ripercussioni sia dal punto di vista funzionale che da quello degli stress di corrente. Per questi motivi è importante trovare un criterio di disposizione dei condensatori in modo tale che la corrente si distribuisca nel modo più uniforme possibile in tutti i 18 condensatori formando percorsi a bassa induttanza.

6.3 CONSIDERAZIONI MAGNETICHE: STIMA INDUTTANZE DEI PERCORSI DI CORRENTE

Nello studio dei sistemi di elettronica di potenza è fondamentale analizzare i percorsi critici della corrente. I percorsi critici in sistemi di questo tipo sono

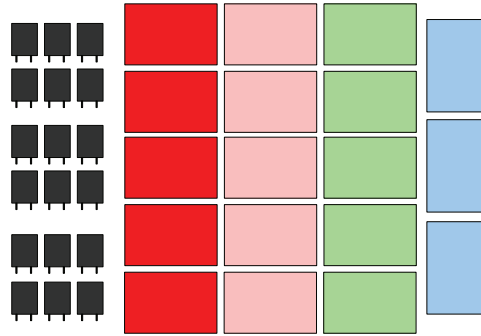


Figura 6.2.2: Disposizione errata dei condensatori. I più vicini agli interruttori assorbono una corrente molto maggiore di quelli più lontani

quelli percorsi da correnti ad alto contenuto armonico, poichè possono essere soggetti a degli spike di tensione causati dalle induttanze parassite. Nel circuito che si vuole progettare ci sono tre percorsi critici formati ognuno da una gamba del raddrizzatore e dal condensatore del filtro di uscita (figura 6.3.1). Infatti, la corrente commuta da un interruttore all'altro in tempi molto rapidi causando delle derivate di corrente molto elevate. Sulle induttanze parassite si verificano perciò degli impulsi di tensione $v_L(t) = L_{\text{parassita}} \frac{di}{dt}$ direttamente proporzionali all'induttanza del percorso di corrente e alla derivata di corrente.

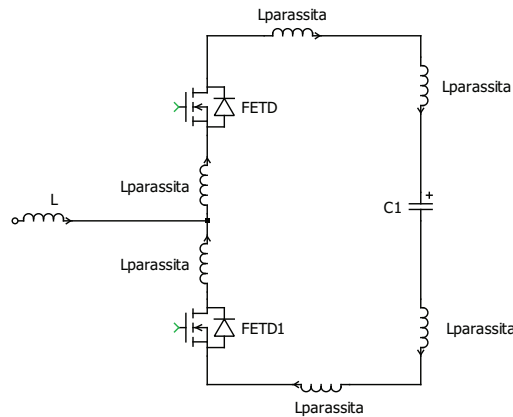


Figura 6.3.1: Percorso critico

E' quindi evidente che in fase di realizzazione è importante trovare degli accorgimenti per minimizzare queste induttanze e trovare un criterio per poterle stimare. A questo proposito si ricorda che un circuito di forma qualunque percorso da corrente I , produce un campo magnetico; il flusso Φ di questo campo

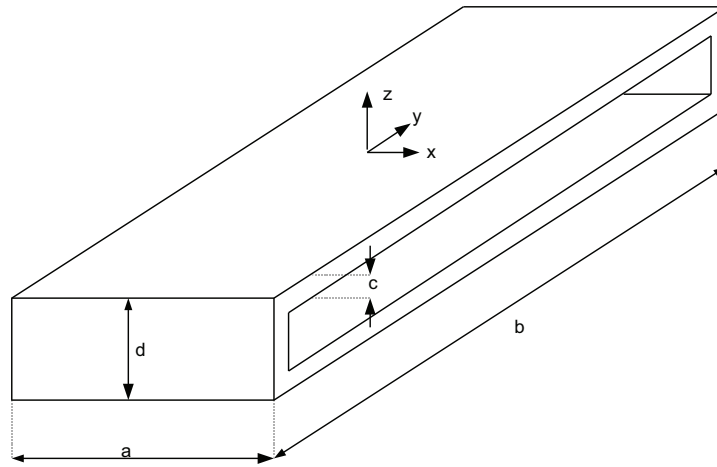


Figura 6.3.2: Forma del circuito

concatenato col circuito stesso è detto autoflusso. L'induttanza del circuito è data dal rapporto flusso e corrente appena definiti:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (6.1)$$

Per minimizzare l'induttanza di questi percorsi è quindi necessario ridurre al massimo la superficie attraverso la quale si concatena il campo magnetico. Oltre a questo è molto utile poter stimare l'induttanza di tali percorsi, infatti questo parametro viene utilizzato per il calcolo dei tempi di commutazione dei mosfet. Come accennato in precedenza l'induttanza di un circuito dipende fortemente dalla geometria, quindi è necessario conoscere come viene realizzato il sistema. Il progetto viene implementato su PCB e vengono utilizzate delle barre di sezione rettangolare per fare alcuni collegamenti. Visto che la corrente scorre attraverso dei conduttori di sezione rettangolare (piste o barre per i collegamenti) calcoliamo l'induttanza di un circuito la cui forma è mostrata in figura 6.3.2. Si procede con un esempio pratico nel modo seguente:

- si scrive la legge di Laplace che esprime il campo magnetico prodotto da un tratto infinitesimo di filo nel punto $P(x_p, y_p, z_p)$;
- si integra tale legge nel volume delle barre che formano il circuito;
- si calcola il flusso del campo magnetico concatenato col circuito;
- si calcola l'induttanza con la formula $L = \frac{\Phi}{I}$

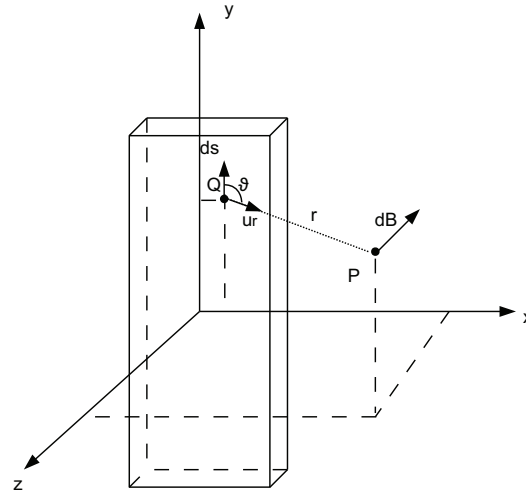


Figura 6.3.3: barra percorsa da corrente

Si faccia riferimento a figura 6.3.3, la legge di Laplace che esprime il campo magnetico nel punto P prodotto dal tratto di corrente i infinitesimo posto nel punto Q vale:

$$d\mathbf{B}(x_p, y_p, z_p) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{u}_r}{r^2}$$

Osserviamo che la distanza r tra il punto P ed il punto Q può essere scritto come

$$r = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2}$$

il versore $\mathbf{u}_r$ non è altro che la differenza normalizzata fra il vettore P ed il vettore Q e si può scrivere nel seguente modo:

$$\mathbf{u}_r = \frac{\vec{P} - \vec{Q}}{|\vec{P} - \vec{Q}|} = \frac{1}{|\vec{P} - \vec{Q}|} \begin{bmatrix} x_p - x_q \\ y_p - y_q \\ z_p - z_q \end{bmatrix}$$

mentre il versore che dà la direzione e verso al tratto infinitesimo ds , nel sistema di riferimento scelto, è dato da

$$\mathbf{u}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La legge di Laplace diventa pertanto

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{B}(x_p, y_p, z_p) &= \frac{\mu_0 i}{4\pi\sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2}} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{((x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2)} \begin{bmatrix} x_p - x_q \\ y_p - y_q \\ z_p - z_q \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} ds = \\
 &= \frac{\mu_0 i}{4\pi\sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2}} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{((x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2)} \begin{bmatrix} -z_p + z_q \\ 0 \\ x_p - x_q \end{bmatrix} ds
 \end{aligned}$$

Si fa inoltre l'ipotesi che la corrente sia distribuita uniformemente sull'area del conduttore

$$i = j dx dz$$

dove j è la densità di corrente mentre ds coincide, nel sistema di riferimento scelto, con dy . La legge di Laplace diventa quindi

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{B}(x_p, y_p, z_p) &= \frac{\mu_0 j}{4\pi\sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2}} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{((x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2)} \begin{bmatrix} -z_p + z_q \\ 0 \\ x_p - x_q \end{bmatrix} dx_Q dy_Q dz_Q \quad (6.2)
 \end{aligned}$$

espressione da integrare nel volume del conduttore. Data la difficoltà di calcolare questo integrale in forma chiusa, si procede per via numerica. In figura 6.3.4 sono state raffigurate alcune linee di forza del campo magnetico prodotto dalla barra calcolato tramite integrazione numerica. Sfruttando la linearità del mezzo in cui si propaga il campo magnetico prodotto, si può calcolare il campo prodotto da un circuito formato da più barre opportunamente disposte come la somma dei campi prodotti dalle singole barre. In figura 6.3.5 è mostrato il campo magnetico prodotto da due barre percorse da correnti di ugual valore ma verso opposto. E' evidente che per minimizzare il flusso del campo concatenato si deve avvicinare il più possibile i due conduttori.

Facendo riferimento a figura 6.3.2, si calcola il flusso del campo magnetico sulla superficie delimitata dal circuito sul piano $x = 0$. La formula che dà il flusso è

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_n d\Sigma = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_x d\Sigma = \int B_x d\Sigma \quad (6.3)$$

Poichè $\mathbf{u}_n$ coincide con $\mathbf{u}_x$ si considera solo la prima componente dell'equazio-

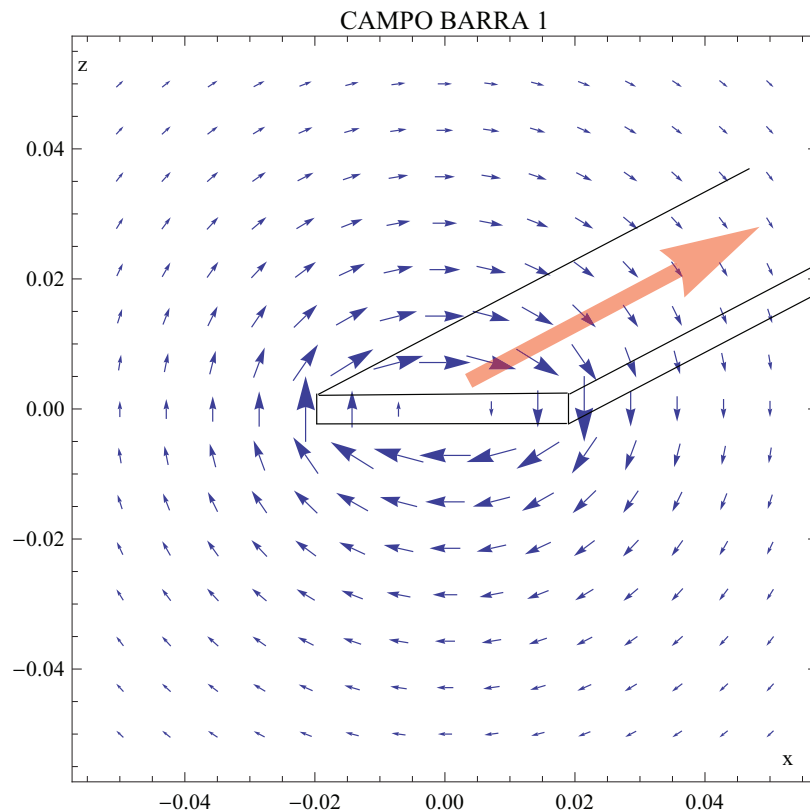


Figura 6.3.4: Campo prodotto dalla corrente (freccia rossa) in una barra di sezione rettangolare

ne 6.2. Infine, noto il valore del flusso si può calcolare l'induttanza del circuito usando la (6.1) In figura 6.3.6 è mostrato l'andamento della componente x del campo magnetico sulla superficie delimitata dal circuito mentre in appendice C si riporta il codice Mathematica usato per eseguire questi calcoli.

Per testare questo codice si calcola l'induttanza dovuta ad un metro di conduttore. Il risultato ottenuto è $L = 0,97\mu\text{H}$ in accordo con la prassi di considerare una induttanza di $1\mu\text{H}$ per ogni metro. A seconda di quanto si riesce ad avvicinare i conduttori che formano il circuito critico è possibile ridurre l'induttanza di una percentuale molto alta (circa 70%). D'altra parte bisogna considerare che per ragioni di isolamento ci deve essere una certa distanza tra un conduttore e l'altro per cui, al solito, bisogna trovare un compromesso.

6.4 LAYOUT DEL SISTEMA

In questo paragrafo verrà mostrato il layout del sistema. Come detto nei precedenti paragrafi, la scelta della posizione dei componenti è stata fatta sulla base di molti criteri, tra i quali i più importanti sono:

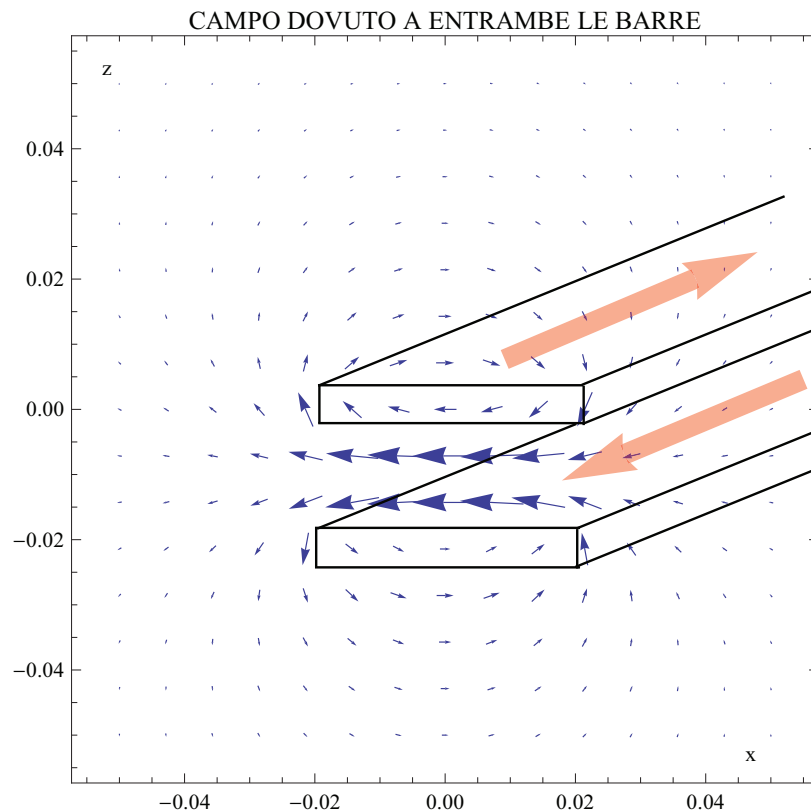


Figura 6.3.5: campo dovuto alle due barre

- Caratteristiche elettriche;
- Caratteristiche magnetiche;
- Caratteristiche termiche;
- Caratteristiche meccaniche;

Benchè siano tutti aspetti importanti, spesso non è stato possibile ottimizzare al massimo ognuna di queste caratteristiche poichè questo avrebbe compromesso le altre caratteristiche. Si è quindi dovuto trovare un compromesso fra diverse esigenze tra di loro contrastanti. La prima soluzione presa seriamente in considerazione è mostrata in figura 6.4.2. Si possono distinguere una scheda principale che implementa lo stadio a interruttori e due banchi di condensatori posti ortogonalmente sui lati della stessa. La scelta di questa disposizione della scheda permette di formare una sorta di camino all'interno del quale sono contenuti i dissipatori di calore. Analizziamo in dettaglio la scheda che contiene gli interruttori. La scheda è posta in verticale con i dissipatori orientati in modo da favorire il passaggio dell'aria dal basso (dove sono poste le ventole), verso l'alto. La posizione degli interruttori si evince dalla serigrafia disegnata sulla scheda. Essi sono avvitati ai dissipatori al drain, quindi i dissipatori posti a

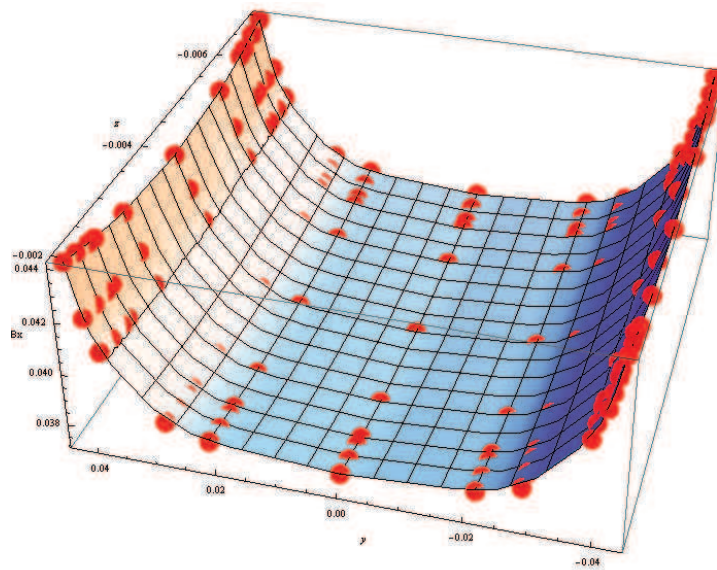


Figura 6.3.6: Andamento del campo magnetico sulla superficie delimitata dal circuito. I punti rossi indicano i valori calcolati.

sinistra (dove ci sono i mosfet superiori) si trovano al potenziale V_{DC} , mentre quelli di destra sono al potenziale delle tensioni di linea. Visto che i dissipatori sono al potenziale di drain dei rispettivi mosfet, si è scelto di tagliare il morsetto centrale degli interruttori per permettere alla corrente di source di distribuirsi su una superficie più ampia riducendo così surriscaldamenti localizzati ai terminali peraltro comunque presenti. Il collegamento tra il drain e la scheda viene fatto tramite delle torrette di rame. In questo caso, poichè i banchi di condensatori sono posti ai lati della scheda distanti fra di loro, è necessario fare dei collegamenti da una parte all'altra della scheda usando delle barre di rame. Visto che in entrambi i lati serve sia la tensione V_+ che la tensione V_- sono necessarie due barre (in giallo in figura), che sono ripetute per ogni fase al fine di minimizzare l'area dei percorsi di corrente, e così l'induttanza. In figura 6.4.2 le scritte in rosso fanno riferimento al livello top, mentre le scritte in blu al retro della scheda. Dal punto di vista magnetico, questa non è la miglior soluzione possibile, infatti i due banchi di condensatori sono collegati da un percorso con caratteristiche induttive, che può causare risonanze. Un altro difetto di questa soluzione è dovuto al fatto che le due barre che collegano i due lati della scheda si affacciano tra loro su una superficie molto ristretta. Poichè ad alta frequenza la corrente si distribuisce prevalentemente dove il campo magnetico è maggiore, essa si distribuirà ai bordi causando surriscaldamenti. Uno schema elettrico rappresentativo di questa situazione è mostrato in figura

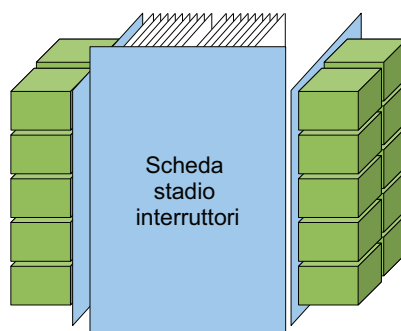


Figura 6.4.1: Disposizione delle schede

6.4.3 in cui sono state messe in evidenza le induttanze del percorso di corrente. Si può notare che, benchè esista il problema della risonanza, la distribuzione della corrente è ottimale infatti ogni condensatore assorbe circa la stessa quantità di corrente. I collegamenti delle fasi possono essere fatti in due modi. Il primo prevede dei connettori sulla scheda vicino alle barre che collegano i due banchi di condensatori. Questa posizione è molto scomoda perchè i cavi sono piuttosto ingombranti e poco flessibili. L'alternativa è di collegare le alimentazioni direttamente sui dissipatori sul lato destro. Questa soluzione ha però il difetto di ridurre lo spazio utile per l'inserimento dei condensatori rendendo il sistema asimmetrico. La seconda soluzione è mostrata in figura 6.4.5. In questo caso le tensioni DC sono state portate al centro mentre le fasi vengono sdoppiate e portate ai lati. Il collegamento fra le singole fasi si rende necessario per minimizzare l'induttanza del percorso delle correnti ad alta frequenza. Senza questi collegamenti il percorso critico di figura 6.3.1 avrebbe un'area molto grande perchè la corrente si deve richiudere al trasformatore (figura 6.4.4). Se vengono alimentati entrambi i lati della scheda, si può assumere che la corrente su ognuno dei cavi della stessa fase porti metà corrente. La corrente ad alta frequenza passa invece sul percorso a bassa induttanza illustrato in figura 6.4.4. In figura 6.4.6 si mostra la corrente che attraversa le barre inserite. Se l'alimentazione viene fatta su entrambi i lati della scheda, il valore efficace della corrente sulla barra è di 100A circa, il che permette di scegliere una barra con una larghezza di circa 1,5cm e 3mm di spessore (se la corrente si distribuisce uniformemente sul conduttore). Conviene però scegliere la larghezza di questa barra più grande possibile per minimizzare l'induttanza. In questa soluzione i banchi di condensatori non sono più inseriti sui lati della scheda ma devono essere inseriti al centro, o davanti alla scheda o dietro ai dissipatori. Dal punto di vista elettrico-magnetico, sarebbe preferibile posizionare questi banchi davanti alla scheda interruttori, in modo da ridurre la lunghezza del percorso della corrente. Esiste però un problema di tipo meccanico perchè lo spazio occupato da tali collegamenti coincide con quello occupato dalle barre che collegano le fasi. Conviene quindi portare i condensatori dietro i dissipatori. Anche se il percor-

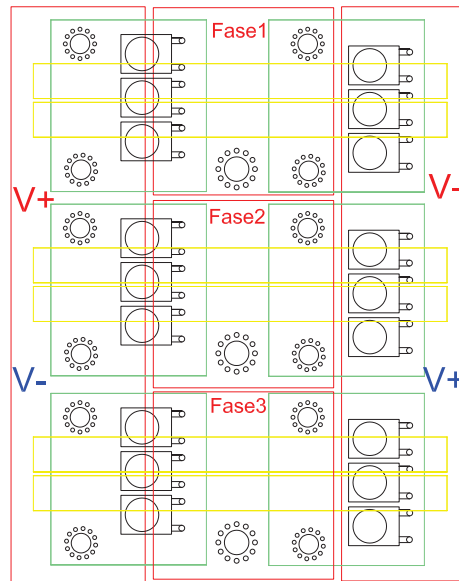


Figura 6.4.2: Layout dello stadio interruttori della prima soluzione.

so che deve fare la corrente è più lungo, l'induttanza può essere molto ridotta facendo dei collegamenti tramite delle barre molto larghe, soluzione possibile poichè non sono presenti ostacoli. Questa soluzione è mostrata in figura 6.4.7. Le due soluzioni presentate prevedono che i dissipatori siano disposti a gruppi di tre. Ogni gruppo è formato da dissipatori orientati allo stesso modo in maniera tale che l'aria soffiata dai ventilatori possa attraversarli dal basso verso l'alto. Ovviamente i dissipatori posti in basso vicino alle ventole sono più efficienti dal momento che l'aria che li attraversa è più fredda. Per questo motivo sarebbe stato preferibile disporre i dissipatori a coppie piuttosto che a gruppi di tre ruotandoli di 90° . Questa soluzione sarebbe stata preferibile dal punto di vista termico ma sarebbero sorti diversi problemi meccanici. Ad esempio la coppia centrale avrebbe avuto entrambe le facce piane inaccessibili per il fissaggio. Inoltre, anche se si fosse usata una tipologia di dissipatori diversa con la faccia superiore chiusa (quella in cui sono presenti le alette), non sarebbe stato possibile disporre i condensatori come mostrato in figura 6.4.7 dal momento che le barre di collegamento avrebbero occupato lo spazio del flusso d'aria.

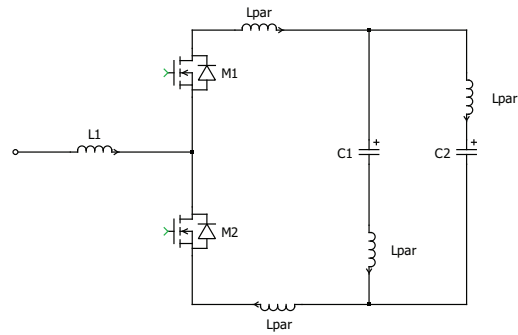


Figura 6.4.3: Schema elettrico della prima soluzione.

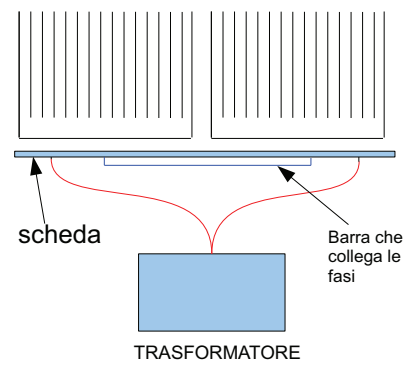
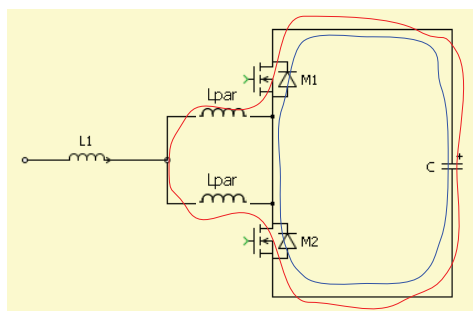


Figura 6.4.4: Schema elettrico della soluzione adottata. In rosso il percorso con grande induttanza parassita, in blu il percorso a bassa induttanza

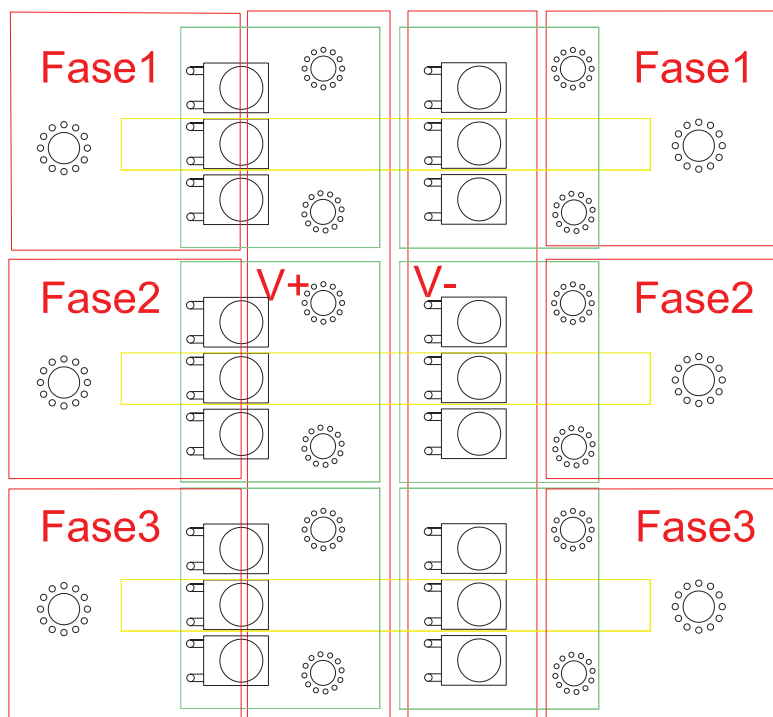


Figura 6.4.5: Layout dello stadio interruttori della seconda soluzione.

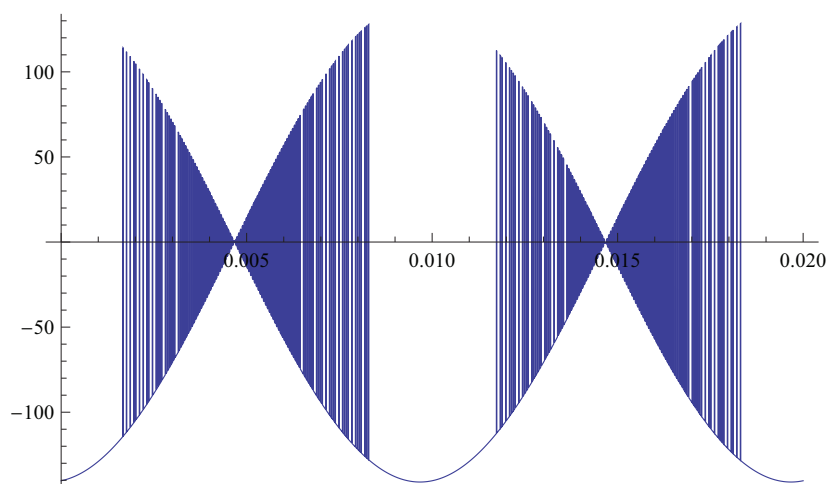


Figura 6.4.6: Corrente che attraversa le barre del percorso a bassa induttanza.

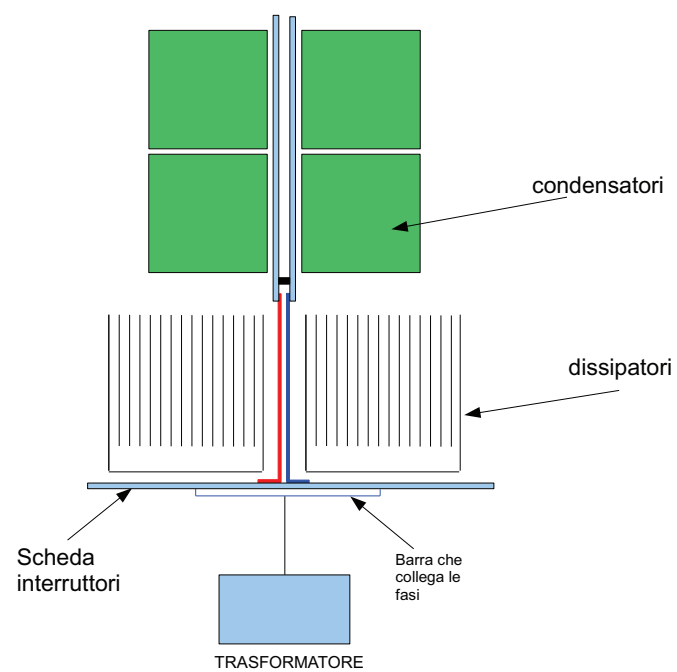


Figura 6.4.7: Vista dall'alto del convertitore in cui si vede la disposizione dei condensatori.

7 | CONTROLLO

INDICE

7.1	Modello del convertitore e reazione dello stato	75
7.2	Anello di corrente	80
7.3	Anello di tensione	82
7.4	Tecnica di controllo DPC predittivo	82
7.5	Studio stabilità e progetto regolatore	87
7.6	Anello di tensione del metodo di controllo DPC predittivo	93
7.7	Scelta dei parametri del regolatore PI	96
7.8	Approssimazione di Taylor e approssimazione di Padè	101

7.1 MODELLO DEL CONVERTITORE E REAZIONE DELLO STATO

Nei capitoli precedenti è stato presentato il funzionamento del raddrizzatore trifase ponendo molta attenzione agli andamenti istantanei delle tensioni e delle correnti. Si è visto che il sistema è non lineare e tempo variante poichè ad ogni commutazione degli interruttori la topologia del sistema cambia. Quando si progetta il sistema di controllo l'informazione contenuta alle alte frequenze (ripple delle forme d'onda) non è di interesse poichè interessano solo gli andamenti medi delle grandezze. Infatti la dinamica del convertitore è data dalle costanti di tempo del sistema che dipendono dai valori dei condensatori e delle induttanze che formano il sistema. Le frequenze date da queste costanti di tempo risultano molto minori della frequenza di commutazione. Si considera lo schema equivalente del convertitore alle grandezze medie mostrato in figura 7.1.1. Le equazioni che governano il sistema sono:

$$\begin{cases} v_{L1}(t) - R \cdot i_1(t) - L \frac{\partial i_1}{\partial t} - v_{o1}(t) = 0 \\ v_{L2}(t) - R \cdot i_2(t) - L \frac{\partial i_2}{\partial t} - v_{o2}(t) = 0 \\ v_{L3}(t) - R \cdot i_3(t) - L \frac{\partial i_3}{\partial t} - v_{o3}(t) = 0 \\ p(t) = v_{o1}(t)i_1(t) + v_{o2}(t)i_2(t) + v_{o3}(t)i_3(t) = i_c(t)v_{DC}(t) + i_o(t)v_{DC}(t) \end{cases} \quad (7.1)$$

dove le prime tre sono equazioni di maglia mentre la quarta è un bilancio energetico tra potenza di ingresso allo stadio ad interruttori e la potenza verso il lato DC. In questa fase si trascurano le perdite dovute agli interruttori e

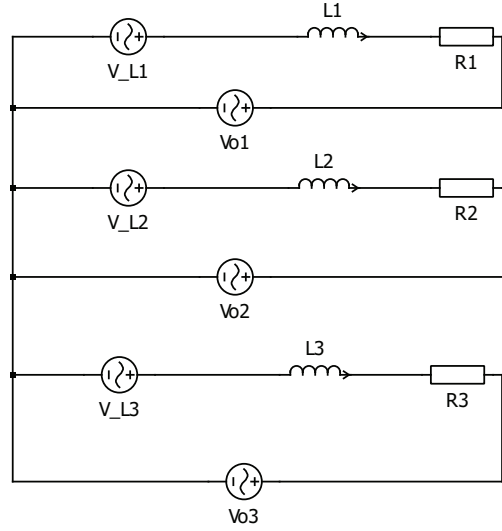


Figura 7.1.1: Schema elettrico del convertitore ai valori medi

collegamenti. Le equazioni scritte in questo modo sono difficilmente trattabili quindi si passa alla rappresentazione tramite vettori spaziali applicando la trasformata di Park:

$$\begin{cases} L \frac{\partial \bar{i}}{\partial t} = \bar{v}_L - \bar{v}_O - \bar{i}(j\omega L + R) \\ p(t) = \frac{3}{2}(v_{OD}i_D + v_{OQ}i_Q) = i_c(t)v_{DC}(t) + i_o(t)v_{DC}(t) \end{cases} \quad (7.2)$$

Il riferimento scelto per fare questa trasformazione è la terna delle tensioni di ingresso per cui risulta sempre $V_{LQ} = 0$. Separando la parte reale e immaginaria dalla prima equazione in 7.2 e sostituendo $i_C = C \frac{\partial v_{DC}(t)}{\partial t}$ nella seconda si ottiene:

$$\begin{cases} L \frac{\partial i_D}{\partial t} = v_{LD} - v_{OD} - Ri_D + \omega Li_Q \\ L \frac{\partial i_Q}{\partial t} = v_{LQ} - v_{OQ} - Ri_Q - \omega Li_D \\ \frac{\partial v_{DC}}{\partial t} = \frac{1}{C}(\frac{3}{2}(v_{OD}i_D + v_{OQ}i_Q)\frac{1}{v_{DC}} - i_o) = f \end{cases} \quad (7.3)$$

A questo punto è utile scrivere le matrici del sistema lineare ma prima bisogna definire in modo formale quali sono gli ingressi, gli stati e le uscite del sistema. Per quel che riguarda gli stati la scelta immediata poichè le variabili di stato sono le tensioni ai capi dei condensatori e le correnti sulle induttanze. Le uscite, ossia le grandezze che vogliamo controllare sono la tensione di uscita e le correnti di ingresso quindi coincidono con gli stati. Gli ingressi del sistema sono le tensioni di ingresso, la corrente di uscita e le tensioni prodotte tramite PWM. A questo proposito si nota che gli unici ingressi su cui si può agire per eseguire il controllo sono le tensioni prodotte tramite PWM (v_{OD} e v_{OQ}) mentre gli altri servono solo per informare il sistema le condizioni di lavoro ed agiscono come

disturbo. Si osserva inoltre che le prime due equazioni in (7.3) sono lineari mentre la terza non lo è per la presenza di prodotti tra ingressi e stati del sistema e necessita quindi di linearizzazione. Per eseguire la linearizzazione si considera il primo termine dello sviluppo in serie di Taylor:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{DC}}{\partial t} = & \frac{\partial f(V_{OD})}{\partial v_{OD}} \cdot \hat{v}_{OD} + \frac{\partial f(V_{OQ})}{\partial v_{OQ}} \cdot \hat{v}_{OQ} + \frac{\partial f(I_O)}{\partial i_O} \cdot \hat{i}_o + \\ & + \frac{\partial f(V_{LD})}{\partial v_{LD}} \cdot \hat{v}_{LD} + \frac{\partial f(V_{LQ})}{\partial v_{LQ}} \cdot \hat{v}_{LQ} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Dove si considera che la generica grandezza $a = A + \hat{a}$ si possa esprimere come somma del suo valore di regime A più un termine $\hat{a}$ che rappresenta la perturbazione. Il modello medio allo spazio di stato valido ai piccoli segnali risulta:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = F\hat{x} + G\hat{u} \\ \hat{y} = H\hat{x} + J\hat{u} \end{cases} \quad (7.5)$$

dove:

$$\begin{aligned} \hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{OD} \\ \hat{v}_{OQ} \\ \hat{i}_o \\ \hat{v}_{LD} \\ \hat{v}_{LQ} \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{i}_D \\ \hat{i}_Q \\ \hat{v}_{DC} \end{bmatrix} \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{i}_D \\ \hat{i}_Q \\ \hat{v}_{DC} \end{bmatrix} \\ F = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & 0 \\ -\omega & \frac{R}{L} & 0 \\ \frac{3V_{OD}}{2C \cdot V_{DC}} & \frac{3V_{OQ}}{2C \cdot V_{DC}} & -\frac{P}{C \cdot V_{DC}^2} \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{3}{2CV_{DC}} & \frac{3I_Q}{2CV_{DC}} & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J = 0 \end{aligned}$$

Si nota che $J = 0$ dal momento che non esiste un legame diretto tra ingresso e uscita (il sistema è strettamente proprio). Noto il sistema linearizzato si possono calcolare i modi del sistema e le funzioni di trasferimento. Gli autovalori si calcolano trovando le radici del polinomio caratteristico $\det(\lambda I - F) = 0$ dove I è la matrice identità. Dato che la matrice F è triangolare a blocchi il calcolo risulta semplice e si ottiene:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{R}{L} + j\omega \\ \lambda_2 = -\frac{R}{L} - j\omega \\ \lambda_3 = -\frac{P}{C \cdot V_{DC}^2} \end{cases} \quad (7.6)$$

Si possono fare alcune osservazioni sugli autovalori ottenuti: i primi due non dipendono dal punto di lavoro del sistema ed hanno parte reale sempre negativa quindi i modi associati sono sempre stabili. Il terzo autovalore invece dipende dal punto di lavoro poichè compare la potenza di ingresso P e la tensione di uscita V_{DC} . Inoltre trattandosi di un carica/scarica batterie la potenza P può assumere sia valori positivi che negativi per cui si avrà instabilità durante la fase di scarica.

La matrice di trasferimento si calcola usando la formula m.d.t. = $H(sI - F)^{-1}G$ ed è della forma

$$\text{m.d.t.} = \begin{bmatrix} G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_D} & G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_D} & * & * & * \\ G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_Q} & G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_Q} & * & * & * \\ G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{V}_{DC}} & G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{V}_{DC}} & * & * & * \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

dove

$$\begin{aligned} G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_D} &= G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_Q} = -\frac{R}{R^2 + L^2 \omega^2} \frac{1 + \frac{L}{R}s}{1 + \frac{2LR}{R^2 + L^2 \omega^2}s + \frac{L^2}{R^2 + L^2 \omega^2}s^2} \\ G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_D} &= -G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_Q} = \frac{\omega L}{L^2 \omega^2 + R^2} \frac{1}{1 + \frac{2LR}{L^2 \omega^2 + R^2}s + \frac{L^2}{L^2 \omega^2 + R^2}s^2} \\ G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{V}_{DC}} &= \frac{3V_{DC}(-V_{OD}R + I_D R^2 + V_{OD}L\omega + I_D L^2 \omega^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} \cdot \\ &\cdot \frac{1 + \frac{(-V_{OD}L + 2I_D LR)s}{-V_{OD}R + I_D R^2 + V_{OD}L\omega + I_D L^2 \omega^2} + \frac{I_D L^2 s^2}{-V_{OD}R + I_D R^2 + V_{OD}L\omega + I_D L^2 \omega^2}}{1 + \frac{2CL^2 s^3 V_{DC}^2}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} + \frac{s^2(2L^2 P + 4CoLRV_{DC}^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} + \frac{s(4LPR + 2CR^2 V_{DC}^2 + 2CL^2 V_{DC}^2 \omega^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2}} \\ G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{V}_{DC}} &= \frac{3V_{DC}(-V_{OD}R + I_Q R^2 + V_{OD}L\omega + I_Q L^2 \omega^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} \cdot \\ &\cdot \frac{1 + \frac{(-V_{OD}L + 2I_Q LR)s}{-V_{OD}R + I_Q R^2 + V_{OD}L\omega + I_Q L^2 \omega^2} + \frac{I_Q L^2 s^2}{-V_{OD}R + I_Q R^2 + V_{OD}L\omega + I_Q L^2 \omega^2}}{1 + \frac{2CL^2 s^3 V_{DC}^2}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} + \frac{s^2(2L^2 P + 4CoLRV_{DC}^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2} + \frac{s(4LPR + 2CR^2 V_{DC}^2 + 2CL^2 V_{DC}^2 \omega^2)}{2PR^2 + 2L^2 P \omega^2}} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Come si può vedere sono state scritte solo le funzioni di trasferimento legate agli ingressi V_{OD} e V_{OQ} , mentre al posto degli altri sono stati scritti solo degli asterischi; questo perchè le (7.8) sono le uniche funzioni utili per studiare il sistema di controllo dal momento che non si può agire sugli altri ingressi. Si osserva che entrambi gli ingressi causano una modifica di tutte le uscite. La situazione ideale sarebbe quella nella quale ogni ingresso può essere usato per controllare una sola uscita. Dal momento che le uscite sono in numero maggiore rispetto agli ingressi si intuisce già che non si può arrivare a questa situazione quindi si procede nel seguente modo:

- Calcoliamo la matrice di raggiungibilità del sistema;

- Se possibile si riallocano gli autovalori in modo da eliminare il legame tra V_{OD} e I_Q e tra V_{OQ} e I_D ; Si nota che non è però possibile eliminare i legami tra ingressi e l'uscita V_{DC} perchè le funzioni di trasferimento dipendono dal punto di lavoro.
- Si adotta un sistema di controllo multianello in cui è presente un anello interno di corrente ed uno esterno di tensione. Il regolatore di tensione avrà il compito di fornire il riferimento di corrente I_{Dref} corretto per estrarre dalla rete la potenza adatta per avere la tensione d'uscita desiderata. Si intuisce già che la banda dell'anello di corrente dovrà essere molto più elevata della banda dell'anello di tensione.

Definiamo il sottosistema SYS2 composto solo dagli stati i_d i_q e gli ingressi V_{OD} V_{OQ} .

$$F_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega \\ -\omega & \frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Il sistema (7.9) è ovviamente raggiungibile (G_2 ha rango 2) quindi possiamo riallocare gli autovalori dove vogliamo. Si vede facilmente che il sistema è raggiungibile anche con uno solo dei due ingressi infatti se chiamiamo g_i la colonna i -esima di G possiamo calcolare le matrici $[g_i \ F_2 \cdot g_i]$ che hanno rango due. Scegliere di fare una reazione dello stato usando un solo ingresso non porterebbe comunque ad alcun beneficio, anzi al contrario si renderebbero asimmetrici i controlli degli stati. Chiamiamo K_2 la matrice di reazione dello stato del sottosistema (7.9), la matrice F_{2ret} del sistema retroazionato è

$$F_{2ret} = F_2 + G_2 K_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R+k_{11}}{L} & \omega - \frac{k_{12}}{L} \\ -\omega - \frac{k_{21}}{L} & -\frac{R+k_{22}}{L} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Se scegliamo $k_{12} = -k_{21} = \omega L$ si elimina il legame fra V_{OD} e I_Q e fra V_{OQ} e I_D . Inoltre, con la scelta di questi valori di k_{12} e k_{21} gli autovalori del sistema diventano

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{R+k_{11}}{L} \\ \lambda_2 = -\frac{R+k_{22}}{L} \end{cases} \quad (7.11)$$

Poichè non c'è motivo di preferire che il controllo di una componente del vettore spaziale della terna delle correnti sia più veloce dell'altra si pone $k_{11} = k_{22}$. Lo schema a blocchi del sistema è mostrato in figura 7.1.2. Il sistema totale risultante sarà chiamato SYS3. Le nuove funzioni di trasferimento sono

$$G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_D} = G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_Q} = -\frac{1}{k_{11} + R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L}{R+k_{11}}s}$$

$$G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_Q} = G_{\hat{V}_{OQ} \rightarrow \hat{I}_D} = 0 \quad (7.12)$$

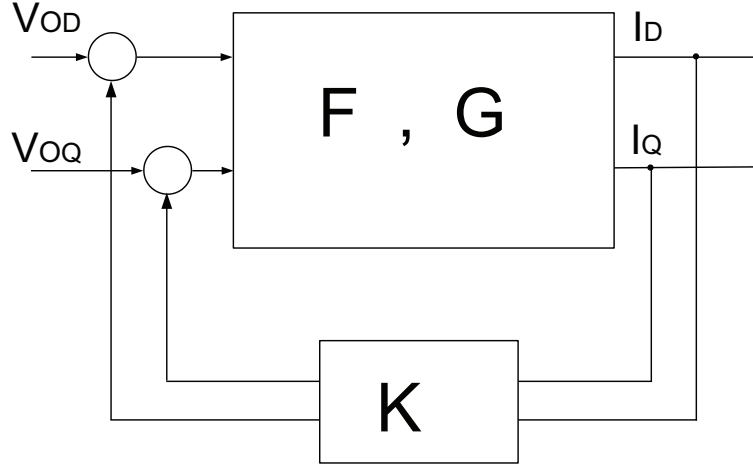


Figura 7.1.2: Schema a blocchi del sistema con reazione dello stato

7.2 ANELLO DI CORRENTE

In questa sezione verrà mostrato il progetto dell'anello di controllo della corrente. Visto che l'effetto della reazione dello stato è principalmente quello di eliminare il legame mutuo tra ingressi e le componenti di corrente, si può studiare un anello per volta. La prima cosa da fare è costruire lo schema a blocchi ma prima bisogna riscrivere la 7.3 adattata al caso con retroazione dello stato. Le equazioni che descrivono il sistema sono:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{i}}_D \\ \dot{\hat{i}}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R+k_{11}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R+k_{22}}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_D \\ \hat{i}_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{OD} \\ \hat{v}_{OQ} \\ \hat{i}_O \\ \hat{v}_{LD} \\ \hat{v}_{LQ} \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

Mettendosi in condizioni di regime (si annullano le derivate di corrente) otteniamo

$$\begin{cases} \hat{v}_{OD} = -(R + k_{11})\hat{i}_D + \hat{v}_{LD} \\ \hat{v}_{OQ} = -(R + k_{22})\hat{i}_Q + \hat{v}_{LQ} \end{cases} \quad (7.14)$$

Nello schema a blocchi di figura 7.2.1, si distingue il blocco SYS3 che rappresenta il sistema con retroazione dello stato, il blocco Gc che rappresenta il trasduttore di corrente ed il blocco regolatore R. La dinamica del blocco Gc potrebbe essere trascurata poichè si assume che i poli introdotti siano a frequenze

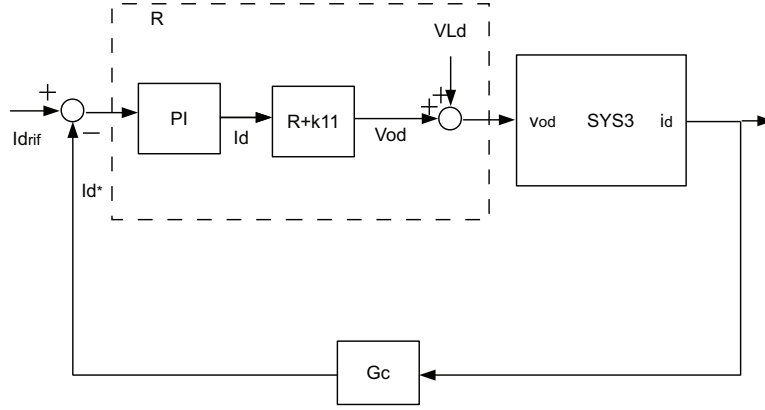


Figura 7.2.1: Schema a blocchi dell'anello di corrente

molto alte rispetto a quelli degli altri blocchi, ma dato che le equazioni risultano semplici, per il momento lo modelliamo come un sistema del primo ordine con costante di tempo τ_c . Le f.d.t. sono le seguenti:

$$G_c = K_c \frac{1}{1 + s\tau_c}$$

$$G_R = (k_{11} + R)k_i \frac{1 + \frac{k_p}{k_i}s}{s}$$

$$G_{\hat{V}_{OD} \rightarrow \hat{I}_D} = -\frac{1}{k_{11} + R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L}{R+k_{11}}s} \quad (7.15)$$

dove k_p e k_i sono i guadagni proporzionale e integrale del regolatore PI. Il guadagno d'anello di conseguenza risulta

$$T(s) = K_c K_i \frac{1 + \frac{k_p}{k_i}s}{s(1 + \frac{L}{R+k_{11}}s)(1 + s\tau_c)} \quad (7.16)$$

Un criterio di scelta dei parametri k_p e k_i è l'eliminazione del polo introdotto dal sistema con retroazione dello stato SYS_3 .

$$\tau_{PI} = \frac{k_p}{k_i} = \frac{L}{R + k_{11}} \quad (7.17)$$

Mettendo assieme la (7.16) e la (7.17) si ottiene

$$T(s) = K_c K_i \frac{1}{s(1 + s\tau_c)} \quad (7.18)$$

A questo punto, dato il valore del rapporto tra k_p e k_i risulta semplice calcolare il valore di k_i (e di conseguenza di k_p) per avere il margine di fase desiderato. Da notare che da (7.18) sembrerebbe che la dinamica dell'anello di corrente sia limitato dal trasduttore di corrente. Tuttavia, non bisogna dimenticare che il modello che si sta utilizzando è stato ricavato tramite un'operazione di media mobile eliminando l'informazione relativa allo switching degli interruttori. Per questo motivo, avvicinandosi alla frequenza di commutazione i modelli usati non possono più essere validi.

Calcoliamo ora la funzione di trasferimento W_i tra il riferimento di corrente i_{dref} ed i_d

$$W_i(s) = \frac{I_D}{I_{Dref}} = \frac{1}{G_c} \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{1}{K_c} \frac{1+s\tau_c}{1+\frac{s}{K_i K_c} + \frac{\tau_c}{K_i K_c} s^2} \quad (7.19)$$

Tenendo conto delle considerazioni fatte riguardo alla validità del modello, possiamo calcolare K_i in modo che i poli della (7.19) siano reali coincidenti

$$\frac{1}{(K_i K_c)^2} - 4 \frac{\tau_c}{k_i k_c} = 0 \rightarrow k_i = \frac{1}{4\tau_c}$$

$$1 + \frac{s}{K_i K_c} + \frac{\tau_c}{K_i K_c} s^2 = 0 \rightarrow \omega_{p1} = \omega_{p2} = \frac{1}{2\tau_c} \quad (7.20)$$

A questo punto si può ovviare al problema dovuto al fatto che i poli si trovano a frequenze molto alte aggiungendo un polo dominante in serie al regolatore PI per ottenere la banda desiderata (una buona scelta è circa un decimo della frequenza di commutazione).

7.3 ANELLO DI TENSIONE

I due anelli di corrente spiegati al paragrafo precedente implementano la funzione PFC e portano la corrente di linea al valore del riferimento. Tale riferimento deve essere calcolato sulla base della tensione di uscita richiesta. Si rende necessario progettare un anello di tensione esterno; questo anello deve essere sufficientemente più lento di quello di corrente per evitare che il riferimento di corrente vari troppo velocemente per gli anelli interni. Lo schema a blocchi è mostrato in figura 7.3.1. I criteri di scelta dei parametri del regolatore sono identici a quelli che saranno proposti per l'anello di tensione per il metodo DPC predittivo al paragrafo 7.7.

7.4 TECNICA DI CONTROLLO DPC PREDITTIVO

La tecnica di controllo illustrata nei paragrafi precedenti si presta sia ad una realizzazione analogica che ad una digitale. Tuttavia, le realizzazioni digitali

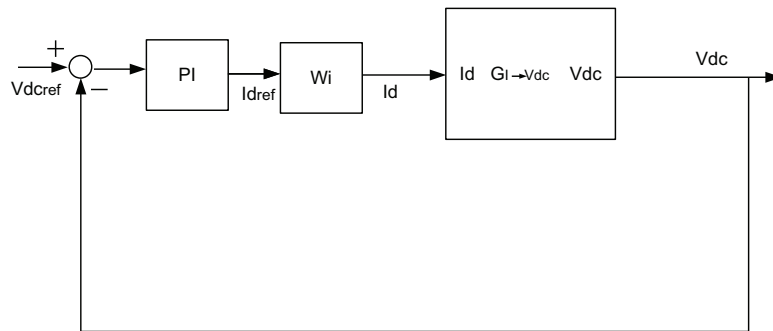


Figura 7.3.1: Schema a blocchi dell'anello di tensione

consentono di adottare delle soluzioni più sofisticate. In questa sezione verrà illustrata la tecnica DPC predittivo. Al contrario del caso precedente non esiste un anello di corrente interno; la soluzione si basa sul controllo istantaneo della potenza attiva e reattiva di ingresso. Lo schema a blocchi di principio è mostrato in figura 7.4.1. Il metodo prevede la stima della potenza attiva di ingresso P e reattiva Q . Dati due riferimenti di potenza P_{ref} e Q_{ref} si definiscono gli errori di potenza attiva $e_p = P_{ref} - P$ e reattiva $e_q = Q_{ref} - Q$. Il riferimento di potenza reattiva sarà posto a zero per realizzare il funzionamento PFC. Il riferimento di potenza attiva sarà invece ricavato per mezzo di un regolatore PI al cui ingresso c'è l'errore di tensione. L'uscita del regolatore è un riferimento di corrente necessario a ricavare il riferimento di potenza tramite il prodotto $V_{DC} * I_{ref}$. Il blocco che implementa l'algoritmo predittivo calcola la

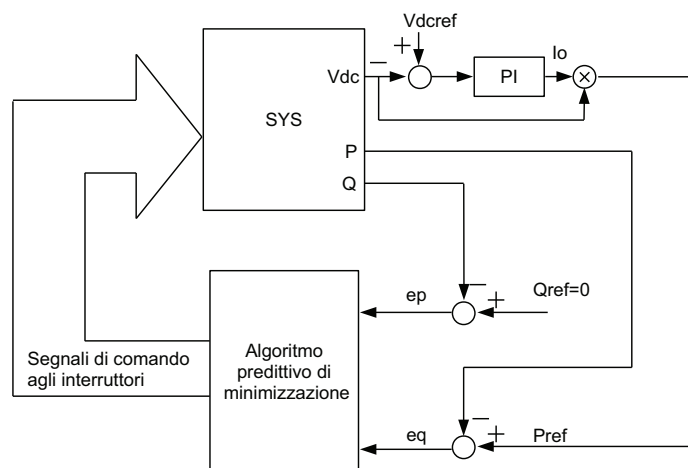


Figura 7.4.1: Schema a blocchi del sistema di controllo DPC predittivo

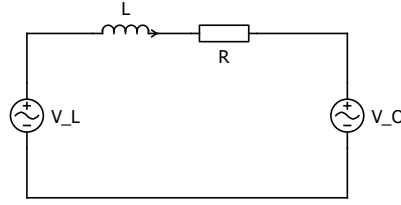


Figura 7.4.2: Schema elettrico equivalente del convertitore trifase

configurazione degli ingressi che minimizza la funzione di costo

$$J = e_p^2 + e_q^2 \quad (7.21)$$

Come nel caso precedente si fa riferimento a figura 7.1.1. Si procede quindi con la trasformazione nel dominio dei vettori spaziali ricavando il modello semplificato di figura 7.4.2. L'equazione di maglia si può esprimere nel seguente modo

$$\bar{V}_L = \bar{V}_O + L \frac{d\bar{I}}{dt} + R \cdot \bar{I} \quad (7.22)$$

La potenza istantanea entrante nel convertitore vale

$$\bar{P} = P + jQ = \frac{3}{2} \bar{V}_L \times \bar{I}^* \quad (7.23)$$

dove

$$P = \frac{3}{2} (v_{L\alpha} i_\alpha + v_{L\beta} i_\beta) \quad (7.24a)$$

$$Q = \frac{3}{2} (v_{L\beta} i_\alpha - v_{L\alpha} i_\beta) \quad (7.24b)$$

Per poter fare una previsione del valore delle potenze P e Q nel tempo, bisogna conoscere qual'è la variazione di queste grandezze rispetto al tempo al variare degli ingressi, quindi si calcolano le derivate di P e Q

$$\frac{dP}{dt} = \frac{3}{2} \left(\frac{dv_{L\alpha}}{dt} \cdot i_\alpha + \frac{di_\alpha}{dt} \cdot v_{L\alpha} + \frac{dv_{L\beta}}{dt} \cdot i_\beta + \frac{di_\beta}{dt} \cdot v_{L\beta} \right) \quad (7.25a)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{3}{2} \left(\frac{dv_{L\beta}}{dt} \cdot i_\alpha + \frac{di_\alpha}{dt} \cdot v_{L\beta} - \frac{dv_{L\alpha}}{dt} \cdot i_\beta - \frac{di_\beta}{dt} \cdot v_{L\alpha} \right) \quad (7.25b)$$

A questo punto ipotizzando che le tensioni di linea siano sinusoidali si ottiene:

$$u_{L\alpha} = V_L \sin(\omega t) \quad (7.26a)$$

$$u_{L\beta} = -V_L \cos(\omega t) \quad (7.26b)$$

Ora si scrivono le derivate di corrente e di tensione in funzione delle grandezze note

$$\frac{dv_{L\alpha}}{dt} = \omega V_L \cos(\omega t) = -\omega v_{L\beta} \quad (7.27a)$$

$$\frac{dv_{L\beta}}{dt} = \omega V_L \sin(\omega t) = \omega v_{L\alpha} \quad (7.27b)$$

$$\frac{di_\alpha}{dt} = \frac{v_{L\alpha} - R \cdot i_\alpha - v_{O\alpha}}{L} \quad (7.27c)$$

$$\frac{di_\beta}{dt} = \frac{v_{L\beta} - R \cdot i_\beta - v_{O\beta}}{L} \quad (7.27d)$$

Sostituendo le (7.27) nelle (7.25) si ottengono le seguenti equazioni:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{3}{2L} [(v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2) - (v_{L\alpha}v_{O\alpha} + v_{L\beta}v_{O\beta})] - \frac{R}{L}P - \omega Q \quad (7.28a)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{3}{2L} [-(v_{L\beta}v_{O\alpha} - v_{L\alpha}v_{O\beta})] - \frac{R}{L}Q + \omega P \quad (7.28b)$$

Facciamo delle osservazioni sulle equazioni 7.28

- Le derivate di potenza attiva e reattiva calcolate dipendono linearmente dai valori istantanei di potenza attiva e reattiva ed in modo non lineare dai valori istantanei di tensione di linea e tensioni prodotte tramite gli interruttori;
- anche in questo caso gli unici ingressi di controllo sono $v_{O\alpha}$ e $v_{O\beta}$

La tecnica di controllo, come è stato anticipato in precedenza, consiste nella minimizzazione di una funzione di costo. Se all'istante KT_s (T_s è il periodo di commutazione) le potenze attiva e reattiva valgono rispettivamente $P(k)$ e $Q(k)$, sotto l'ipotesi che in un periodo di commutazione la variazione delle potenze sia lineare rispetto al tempo, si possono scrivere le potenze all'istante $(K+1)T_s$

$$P(k+1) = P(k) + \frac{dP}{dt}(v_{O\alpha}, v_{O\beta})T_s \quad (7.29a)$$

$$Q(k+1) = Q(k) + \frac{dQ}{dt}(v_{O\alpha}, v_{O\beta})T_s \quad (7.29b)$$

Dati due riferimenti di potenza attiva e reattiva P_{ref} e Q_{ref} , gli errori che troviamo all'istante $(k+1)T_s$ sono:

$$e_p(k+1) = P_{ref} - P(k) - \frac{dP}{dt}(v_{O\alpha}, v_{O\beta})T_s \quad (7.30a)$$

$$e_q(k+1) = Q_{ref} - Q(k) - \frac{dQ}{dt}(v_{O\alpha}, v_{O\beta})T_s \quad (7.30b)$$

Si definisce la funzione di costo

$$J = e_p(k+1)^2 + e_q(k+1)^2 \quad (7.31)$$

A questo punto bisogna trovare gli ingressi $v_{o\alpha}$ e $v_{o\beta}$ che minimizzano la (7.31); per fare ciò si calcolano le derivate parziali rispetto a $v_{o\alpha}$ e $v_{o\beta}$ e si trova per quali valori si annullano entrambe

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial v_{o\alpha}} J = 0 \\ \frac{\partial}{\partial v_{o\beta}} J = 0 \end{cases} \quad (7.32)$$

Una volta noti i valori corretti degli ingressi $v_{o\alpha}$ e $v_{o\beta}$, e quindi del vettore spaziale $\bar{V}_o$ da applicare, si calcola la sequenza dei vettori spaziali da applicare secondo il criterio illustrato al paragrafo 3.2. Di seguito si riporta la soluzione del sistema di equazioni 7.32

$$v_{o\alpha} = -\frac{3e_p L v_{L\alpha} + 3e_q L v_{L\beta} + 3LQ T_s v_{L\alpha} \omega - 3LQ T_s v_{L\beta} \omega}{4,5T_s(v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2)} + \frac{3PRT_s v_{L\alpha} + 3QRT_s v_{L\beta} - 4,5T_s v_{L\alpha}^3 - 4,5T_s v_{L\alpha} v_{L\beta}^2}{4,5T_s(v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2)} \quad (7.33a)$$

$$v_{o\beta} = \frac{-3e_p L v_{L\beta} + 3e_q L v_{L\alpha} - 3LQ T_s v_{L\beta} \omega + 3LQ T_s v_{L\alpha} \omega}{4,5T_s(v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2)} + \frac{-3PRT_s v_{L\beta} + 3QRT_s v_{L\alpha} + 4,5T_s v_{L\beta}^3 + 4,5T_s v_{L\alpha} v_{L\beta}^2}{4,5T_s(v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2)} \quad (7.33b)$$

Quindi, dati i due vettori fondamentali attivi V_a e V_b che si possono usare

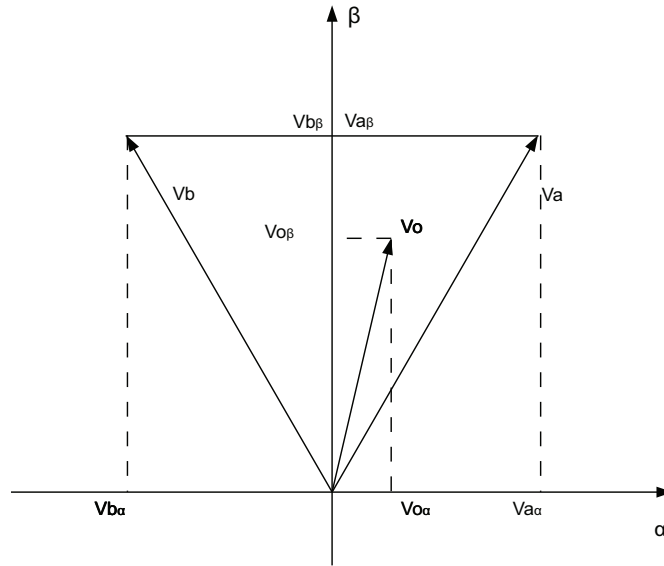


Figura 7.4.3: Vettori spaziali nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$.

per generare $V_o = v_{o\alpha} + jv_{o\beta}$, si calcola il tempo con cui questi devono essere applicati all'interno di un periodo di commutazione. Facendo riferimento a figura 7.4.3, il tempo t_a con cui viene applicato V_a ed il tempo t_b con cui viene applicato V_b valgono:

$$\begin{cases} \frac{t_a v_{a\alpha} + t_b v_{b\alpha}}{T_s} = v_{o\alpha} \\ \frac{t_a v_{a\beta} + t_b v_{b\beta}}{T_s} = v_{o\beta} \end{cases} \quad (7.34)$$

che dà come risultato

$$\begin{aligned} t_a &= -\frac{v_{b\beta}v_{o\alpha} - v_{b\alpha}v_{o\beta}}{v_{a\beta}v_{b\alpha} - v_{a\alpha}v_{b\beta}} T_s \\ t_b &= -\frac{-v_{a\beta}v_{o\alpha} + v_{a\alpha}v_{o\beta}}{v_{a\beta}v_{b\alpha} - v_{a\alpha}v_{b\beta}} T_s \end{aligned} \quad (7.35a)$$

7.5 STUDIO STABILITÀ E PROGETTO REGOLATORE

Per studiare la stabilità del sistema è necessario calcolare la funzione di trasferimento di ciascuno dei blocchi che vanno a formare gli anelli di controllo. Da figura 7.4.1, si vede che ci sono tre anelli di controllo come nel caso della tecnica di controllo VOC. Esistono due anelli di potenza (attiva e reattiva) ed un anello di tensione esterno che ha il compito di calcolare il riferimento di potenza attiva. Le equazioni che descrivono il sistema sono le equazioni (7.28); possiamo riscrivere queste equazioni in forma matriciale ed otteniamo

$$\dot{x} = Fx + Gu + \text{off} \quad (7.36)$$

dove

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\omega \\ \omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad G = \frac{3}{2L} \begin{bmatrix} -v_{L\alpha} & -v_{L\beta} \\ -v_{L\beta} & v_{L\alpha} \end{bmatrix} \quad \text{off} = \frac{3}{2L} \begin{bmatrix} v_{L\alpha}^2 + v_{L\beta}^2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ x &= \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} v_{o\alpha} \\ v_{o\beta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Il sistema scritto secondo il sistema di riferimento stazionario α - β si presta poco a semplici interpretazioni, poichè le matrici non contengono numeri bensì funzioni sinusoidali (v_α e v_β) e, come tali, sono variabili nel tempo anche in condizioni di regime. Risulta molto più semplice studiare la stabilità secondo un sistema di riferimento rotante solidale al vettore spaziale dato da v_α e v_β . Rifacendo tutto il procedimento già fatto per il sistema di riferimento stazionario otteniamo

$$\dot{x} = Fx + Gu + \text{off} + \text{dis} \quad (7.38)$$

dove

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\omega \\ \omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad G = \frac{3}{2L} \begin{bmatrix} -v_{LD} & -v_{LQ} \\ -v_{LQ} & v_{LD} \end{bmatrix} \quad \text{off} = \frac{3}{2L} \begin{bmatrix} v_{LD}^2 + v_{LQ}^2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{dis} &= \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \dot{v}_{LD}i_D + \dot{v}_{LQ}i_Q \\ \dot{v}_{LQ}i_D - \dot{v}_{LD}i_Q \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} v_{oD} \\ v_{oQ} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

A questo punto possiamo fare delle semplici osservazioni: le equazioni ottenute sono identiche alle (7.36) con la sola sostituzione della lettera α con la

lettera D e della lettera β con la lettera Q. Inoltre si individua in dis una componente dovuta alla distorsione delle tensioni di linea. Poichè le equazioni sono state scritte in un sistema di riferimento rotante, le grandezze contenute nelle matrici F, G sono delle costanti (almeno a regime) quindi risulta semplice fare le considerazioni fatte per la tecnica di controllo VOC. Gli autovalori del sistema sono

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm j\omega \quad (7.40)$$

mentre le funzioni di trasferimento sono

$$\begin{aligned} G_{V_{OD} \rightarrow P} &= -G_{V_{OQ} \rightarrow Q} = \\ &= -\frac{3}{2} \frac{V_{LD} R}{R^2 + (L\omega)^2} \cdot \frac{1 + \frac{L}{R}s}{1 + \frac{2LR}{R^2 + (L\omega)^2}s + \frac{L^2}{R^2 + (L\omega)^2}s^2} \end{aligned} \quad (7.41a)$$

$$\begin{aligned} G_{V_{OQ} \rightarrow P} &= -G_{V_{OD} \rightarrow Q} = \\ &= \frac{3\omega V_{LQ}}{2L[\omega^2 + (\frac{R}{L})^2]} \frac{1}{1 + \frac{2R}{L[\omega^2 + (\frac{R}{L})^2]}s + \frac{1}{[\omega^2 + (\frac{R}{L})^2]}s^2} \end{aligned} \quad (7.41b)$$

Le funzioni di trasferimento $G_{V_{OD} \rightarrow P}$ e $G_{V_{OQ} \rightarrow Q}$ possono essere considerate nulle visto che $V_{LQ} = 0$.

A questo punto bisogna capire come si comporta il blocco che implementa l'algoritmo predittivo, cioè i legami $G_{ep \rightarrow V_{OD}}$, $G_{ep \rightarrow V_{OQ}}$, $G_{eq \rightarrow V_{OD}}$ e $G_{eq \rightarrow V_{OQ}}$. Nel paragrafo precedente, sono stati calcolati gli ingressi $v_{o\alpha}$ e $v_{o\beta}$ che minimizza la funzione di costo (equazioni 7.33). Visto che, come detto in precedenza, le equazioni scritte secondo un sistema di riferimento stazionario sono identiche a quelle scritte nel sistema rotante (si trascura il contributo dato dalla distorsione delle tensioni di linea), possiamo scrivere le (7.33) nel seguente modo:

$$\begin{aligned} v_{oD} &= -\frac{3e_p L v_{LD} + 3e_q L v_{LQ} + 3LQ T_s v_{LD} \omega - 3LQ T_s v_{LQ} \omega}{4,5T_s(v_{LD}^2 + v_{LQ}^2)} + \\ &\quad - \frac{3PRT_s v_{LD} + 3QRT_s v_{LQ} - 4,5T_s v_D^3 - 4,5T_s v_{LD} v_{LQ}}{4,5T_s(v_{LD}^2 + v_{LQ}^2)} \end{aligned} \quad (7.42a)$$

$$\begin{aligned} v_{oQ} &= \frac{-3e_p L v_{LQ} + 3e_q L v_{LD} - 3LQ T_s v_{LQ} \omega + 3LQ T_s v_{LD} \omega}{4,5T_s(v_{LD}^2 + v_{LQ}^2)} + \\ &\quad + \frac{-3PRT_s v_{LQ} + 3QRT_s v_{LD} + 4,5T_s v_{LD}^2 + 4,5T_s v_{LQ}^3}{4,5T_s(v_{LD}^2 + v_{LQ}^2)} \end{aligned} \quad (7.42b)$$

Dalle equazioni 7.41 e 7.42 si può disegnare il diagramma a blocchi dell'anello di controllo (figura 7.5.1). I coefficienti $k_1, k_2, \dots, k_8$ sono quelli che mol-

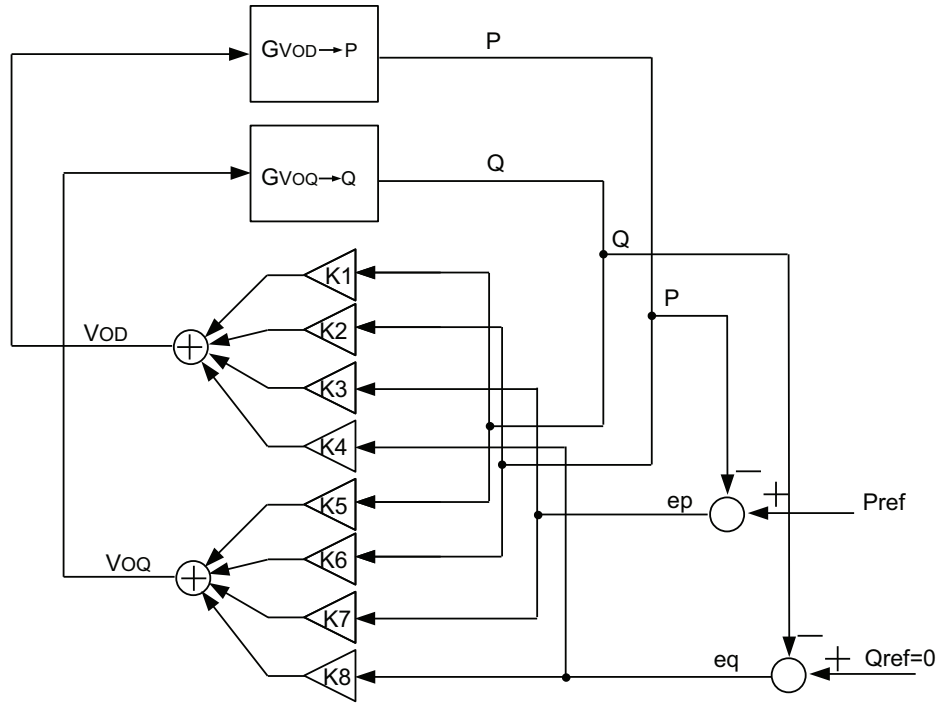


Figura 7.5.1: Anelli di controllo di potenza attiva e reattiva

tiplicano P , Q , e_p ed e_q nelle equazioni (7.42). Sapendo che $e_p = P_{ref} - P$ e $e_q = Q_{ref} - Q$, si possono calcolare i vari guadagni

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial P} V_{OD} &= k_2 - k_3 = \frac{2}{3T_s} \frac{LV_{LD} - RT_s V_{LD} + LT_s \omega V_{LQ}}{V_{LD}^2 + V_{LQ}^2} \\ \frac{\partial}{\partial Q} V_{OQ} &= k_5 - k_8 = \frac{2}{3T_s} \frac{LV_{LQ} - RT_s V_{LQ} + LT_s \omega V_{LD}}{V_{LD}^2 + V_{LQ}^2} \\ \frac{\partial}{\partial Q} V_{OD} &= k_1 - k_4 = \frac{2}{3T_s} \frac{LV_{LQ} - RT_s V_{LQ} + LT_s \omega V_{LD}}{V_{LD}^2 + V_{LQ}^2} \\ \frac{\partial}{\partial P} V_{OQ} &= k_6 - k_7 = -\frac{2}{3T_s} \frac{LV_{LD} - RT_s V_{LD} + LT_s \omega V_{LQ}}{V_{LD}^2 + V_{LQ}^2} \end{aligned}$$

Il sistema può quindi essere schematizzato come in figura 7.5.2. Da figura 7.5.2 si vede che esistono due anelli, uno di potenza attiva ed uno di potenza reattiva. Le perturbazioni della potenza reattiva entrano nell'anello di potenza attiva e vengono attenuate del guadagno d'anello e viceversa. I due guadagni d'anello sono:

$$\begin{aligned} T_P &= G_{V_{OD} \rightarrow P} \cdot \frac{\partial}{\partial P} V_{OD} \\ T_Q &= G_{V_{OQ} \rightarrow Q} \cdot \frac{\partial}{\partial Q} V_{OQ} \end{aligned}$$

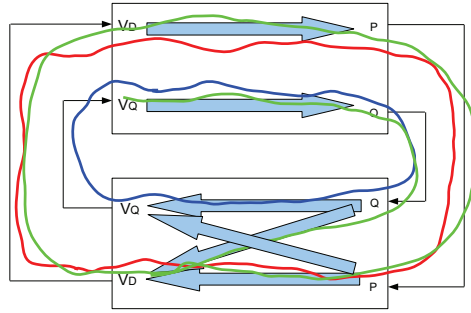


Figura 7.5.2: Interazione fra gli anelli di controllo

In figura 7.5.3 e 7.5.4 sono riportati i diagrammi di Bode degli anelli di poten-

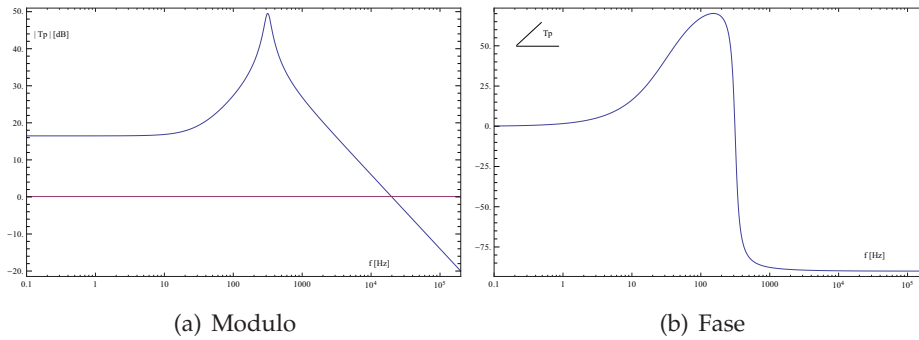


Figura 7.5.3: Diagrammi di Bode dell'anello di potenza attiva

za attiva e reattiva; tali anelli appaiono molto stabili e presentano una banda pari alla frequenza di commutazione divisa per 2π . In figura 7.5.5 si riporta la simulazione della risposta a gradino della potenza attiva, dalla quale si può osservare che la potenza si porta al valore di regime in un solo periodo di commutazione. In questa trattazione si è trascurato un fatto molto importante: l'unità di calcolo che esegue l'algoritmo impiega un tempo non nullo per fornire la nuova configurazione degli ingressi. Per questo motivo, se all'istante $K \cdot T_s$ vengono acquisite le misure ed eseguito il codice dell'algoritmo, i risultati possono essere resi disponibili solo al ciclo successivo. Per questo motivo possiamo assumere che sia sempre presente un ritardo costante pari a T_s che può essere conteggiato nel calcolo del guadagno d'anello usando l'approssimazione di Padè.

$$G_{\text{Padè}}(s) = \frac{1 - \frac{T_s}{2}s}{1 + \frac{T_s}{2}s} \quad (7.45)$$

In figura 7.5.6 si mostra il diagramma di Bode risultante. Il margine di fase si è molto ridotto e sono apparse delle oscillazioni a regime della grandezza

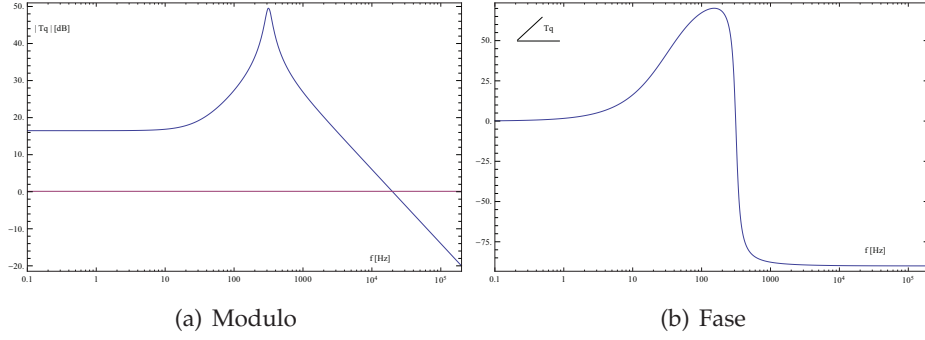


Figura 7.5.4: Diagrammi di Bode dell'anello di potenza reattiva

controllata (7.5.7) che sono causate dall'algoritmo digitale e non possono essere previste tramite i diagrammi di Bode (in analogia con l'instabilità statica dei convertitori DC-DC). Possiamo ovviare a questo problema inserendo un regolatore PI che ha il compito di ridurre la banda del sistema. Questa soluzione appare però essere una sorta di rimedio ad un errore di fondo commesso quando sono state scritte le equazioni 7.29. Il problema sarebbe stato posto in modo migliore se all'istante $K \cdot T_s$, data la configurazione degli ingressi nell'intervallo $[K \cdot T_s \ (K+1)T_s]$, si fosse calcolata la configurazione degli ingressi da assegnare nell'intervallo di tempo $[(K+1) \cdot T_s \ (K+2)T_s]$ per minimizzare la funzione di costo all'istante $(K+2)T_s$ (figura 7.5.8). In questo modo, a seguito di una perturbazione, il sistema interviene ancora con un periodo di ritardo ma, almeno a regime questo ritardo non si vede. Matematicamente, ciò si traduce nella sostituzione delle (7.29) con le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} e_p(k+2) &= P_{ref} - P(k+1) - \left. \frac{dP}{dt}(k+1) \right|_{v_{o_{k+1}}} T_s = \\ &= P_{ref} - P(k) - \left. \frac{dP}{dt}(k) \right|_{v_{o_k}} T_s - \left. \frac{dP}{dt}(k+1) \right|_{v_{o_{k+1}}} T_s \end{aligned} \quad (7.46a)$$

$$\begin{aligned} e_q(k+2) &= Q_{ref} - Q(k+1) - \left. \frac{dQ}{dt}(k+1) \right|_{v_{o_{k+1}}} T_s = \\ &= Q_{ref} - Q(k) - \left. \frac{dQ}{dt}(k) \right|_{v_{o_k}} T_s - \left. \frac{dQ}{dt}(k+1) \right|_{v_{o_{k+1}}} T_s \end{aligned} \quad (7.46b)$$

dove con $\left. \frac{dP}{dt}(k) \right|_{v_{o_k}}$ si indica la derivata rispetto al tempo della potenza attiva nell'intervallo k -esimo con gli ingressi $v_o(k) = v_{oD}(k) + jv_{oQ}(k)$. La nuova funzione di costo è

$$J = e_p(k+2)^2 + e_q(k+2)^2 \quad (7.47)$$

Derivando la funzione di costo rispetto a $v_{oD}(k+1)$ e $v_{oQ}(k+1)$, e uguagliando a zero tali derivate, si calcola la configurazione degli ingressi da imporre

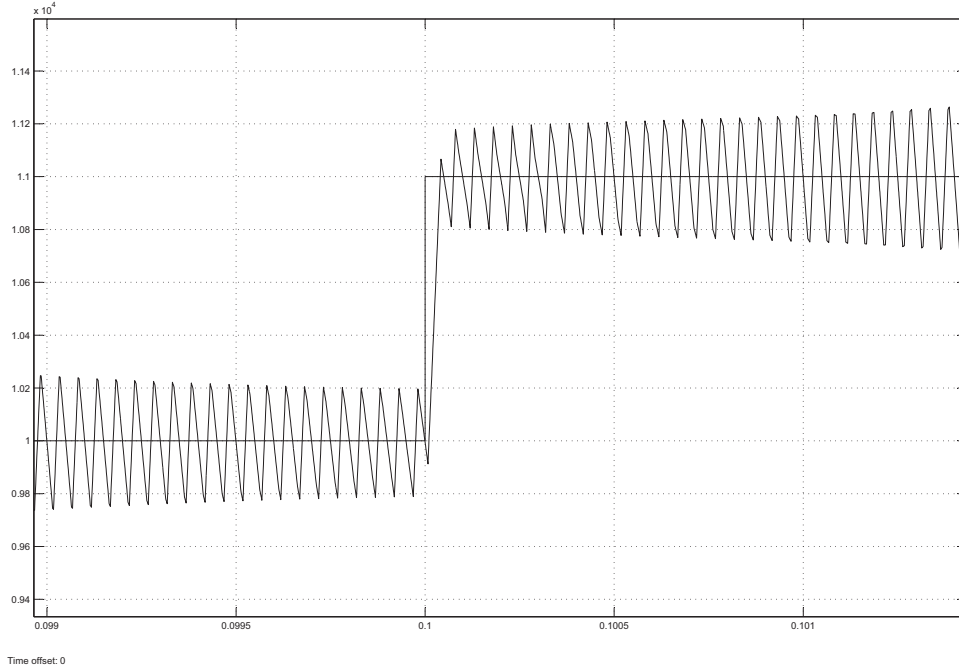


Figura 7.5.5: Risposta a gradino della potenza attiva

all'istante $(k+1)T_s$ per minimizzare la funzione di costo all'istante $(k+2)T_s$. Il risultato è

$$v_{OD}(k+1) = k_3 e_p + k_2 P + k_1 Q + k_9 v_{OD}(k) + \text{off}_1 \quad (7.48a)$$

$$v_{OQ}(k+1) = k_8 e_q + k_6 P + k_5 Q + k_{10} v_{OQ}(K) + \text{off}_2 \quad (7.48b)$$

dove i valori di k sono in accordo con figura 7.5.9 e valgono:

$$\begin{aligned} k_3 &= -\frac{2L}{3T_s v_{LD}} & k_2 &= \frac{2}{3} \frac{-2LRT_s + R^2 T_s^2 - L^2 T_s^2 \omega^2}{LT_s v_{LD}} \\ k_1 &= \frac{-4L^2 T_s \omega + 4LRT_s^2 \omega}{3T_s v_{LD}} & k_8 &= -k_3 & k_6 &= k_1 & k_5 &= -k_2 \end{aligned} \quad (7.49)$$

In figura 7.5.10 si mostra la risposta al gradino della potenza attiva. Come si può vedere si è introdotto un ritardo pari ad un periodo di commutazione senza intaccare la dinamica del sistema che risulta la stessa di quella di figura 7.5.5 dove però si era assunto che i risultati potessero essere calcolati in un tempo nullo.

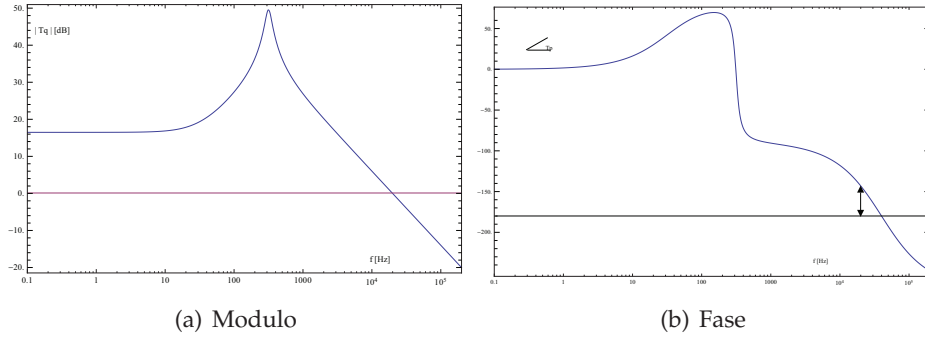


Figura 7.5.6: Diagrammi di Bode dell'anello di potenza attiva e reattiva con ingressi ritardati di un periodo di commutazione

7.6 ANELLO DI TENSIONE DEL METODO DI CONTROLLO DPC PREDITTIVO

Nel paragrafo precedente è stato illustrato come vengono implementati gli anelli di controllo della potenza attiva e reattiva. In realtà, per questa applicazione non interessa controllare la potenza attiva, quanto invece controllare la tensione di uscita. Per questo motivo è necessario costruire un sistema che calcola il riferimento di potenza attiva corretta per avere la tensione di uscita desiderata. In questo paragrafo si farà riferimento all'ultima soluzione adottata per il controllo della potenza, ossia a quella che tiene conto del fatto che i risultati possono essere aggiornati con un ritardo di un periodo di commutazione. Lo schema a blocchi che descrive il sistema totale è mostrato in figura 7.6.1. La potenza uscente dallo stadio di potenza va ad alimentare il carico (P_{LOAD} in figura) ed a caricare il condensatore di filtro. L'integrale della potenza entrante nel condensatore di uscita non è altro che l'energia in esso immagazzinata, che è legata alla tensione di uscita dalla relazione:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot V_{DC}^2 \quad (7.50)$$

A questo punto, nota V_{DC} si può calcolare l'errore di tensione e processarlo tramite un regolatore PI che ha la funzione di calcolare la corrente I_{ref} . Infine si moltiplica la corrente calcolata con la tensione di uscita per ottenere il riferimento di potenza attiva da fornire al controllo di potenza. Per lo studio della stabilità, bisogna calcolare la funzione di trasferimento di ogni blocco che costituisce l'anello. In figura 7.6.2, il blocco che rappresenta lo stadio di potenza retroazionato è stato sostituito con un blocco con funzione di trasferimento $W_P(s)$. Allo scopo di calcolare la funzione di trasferimento $W_P(s)$ conviene ridisegnare lo schema di figura 7.5.9 come mostrato in figura 7.6.3. In questo schema si è trascurato il disturbo introdotto dall'anello di potenza reattiva e si è indicato il ritardo causato dal calcolatore tramite un blocco z^{-1} la cui funzione

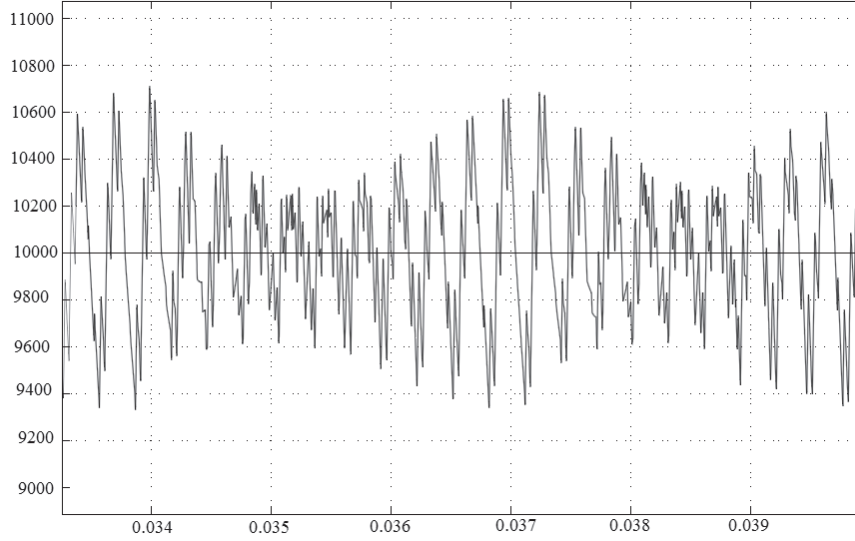


Figura 7.5.7: Andamento della potenza attiva in presenza con gli ingressi in ritardo di un periodo di commutazione

di trasferimento approssimata è ancora quella di Padè (equazione 7.45). Ridisegnando lo schema come indicato dalla freccia azzurra di figura 7.6.3 si arriva ad uno schema la cui funzione di trasferimento è molto semplice da calcolare. Il sistema trovato è formato da tre anelli. Le funzioni di trasferimento sono scritte di seguito:

$$G_1(s) = \frac{G_{\text{Padè}}}{1 - G_{\text{Padè}}(s)k_9} \quad (7.51)$$

$$G_2(s) = \frac{G_1(s)}{1 - k_2 G_{\text{camp}} G_{V_{\text{OD}} \rightarrow P}(s) G_1(s)} \quad (7.52)$$

$$G_{P \rightarrow V_{\text{OD}}}(s) = \frac{k_3 G_2(s)}{1 + G_{V_{\text{OD}} \rightarrow P}(s) G_{\text{camp}} k_3 G_2(s)} \quad (7.53)$$

dove G_{camp} è la funzione di trasferimento del campionatore che può essere approssimato ad una funzione che ritarda il segnale di ingresso di mezzo periodo di commutazione. Per il calcolo del guadagno dell'anello di tensione totale si fa riferimento allo schema di figura 7.6.2. La funzione di trasferimento che descrive il legame fra la potenza di uscita e la tensione di uscita dipende dal carico.

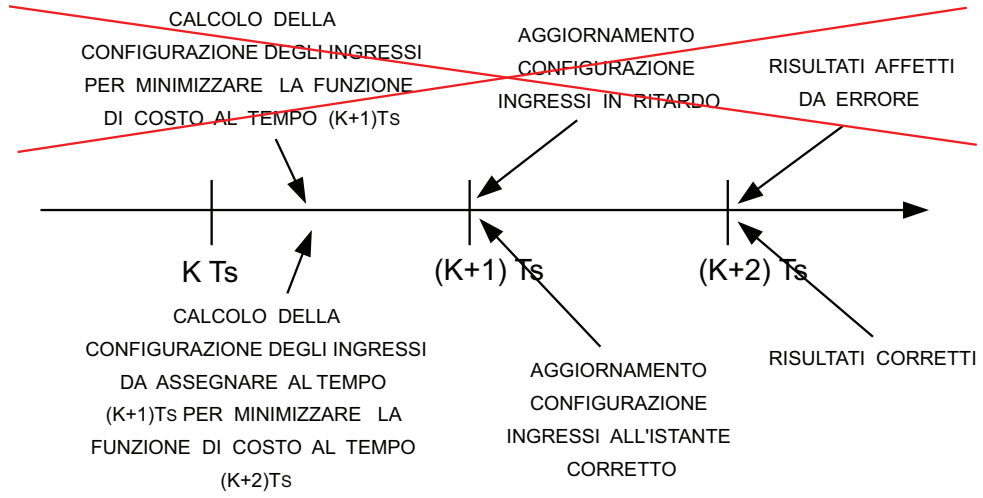


Figura 7.5.8: Confronto tra due tecniche di predizione

Ipotizzando che la corrente di carico sia costante (ipotesi realistica trattandosi della corrente di carica della batteria) si ottiene come potenza di carico

$$P_{\text{LOAD}} = V_{\text{DC}} \cdot I_{\text{LOAD}} \quad (7.54)$$

che introduce una retroazione sullo schema di figura 7.6.2. Il legame tra la potenza entrante nel condensatore e l'energia è di tipo integrativo quindi ricordando l'equazione 7.50 si può scrivere la funzione di trasferimento tra la potenza entrante nel condensatore e la tensione di uscita:

$$G_{P_{\text{cond}} \rightarrow V_{\text{DC}}} = \frac{1}{s} \frac{2}{C} \quad (7.55)$$

Linearizzando il blocco che implementa la radice quadrata scrivendo lo sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo termine

$$V_{\text{DC}}^2 = \frac{1}{2V_{\text{DC}}} + o(V_{\text{DC}}^2) \quad (7.56)$$

si ottiene

$$G_{P_{\text{cond}} \rightarrow V_{\text{DC}}} = \frac{1}{s} \frac{2}{C} \frac{1}{2V_{\text{DC}}} \quad (7.57)$$

La funzione di trasferimento fra potenza di uscita dallo stadio ad interruttori e la tensione di uscita, con corrente di carico costante I_O vale

$$G_{P_{\text{OUT}} \rightarrow V_{\text{DC}}} = \frac{\frac{1}{s} \frac{2}{C} \frac{1}{2V_{\text{DC}}}}{1 + I_O \frac{1}{s} \frac{2}{C} \frac{1}{2V_{\text{DC}}}} \quad (7.58)$$

Lo schema a cui fare riferimento, a questo punto, è quello di figura 7.6.4(a). Manca il calcolo della funzione di trasferimento del regolatore. Come anticipato

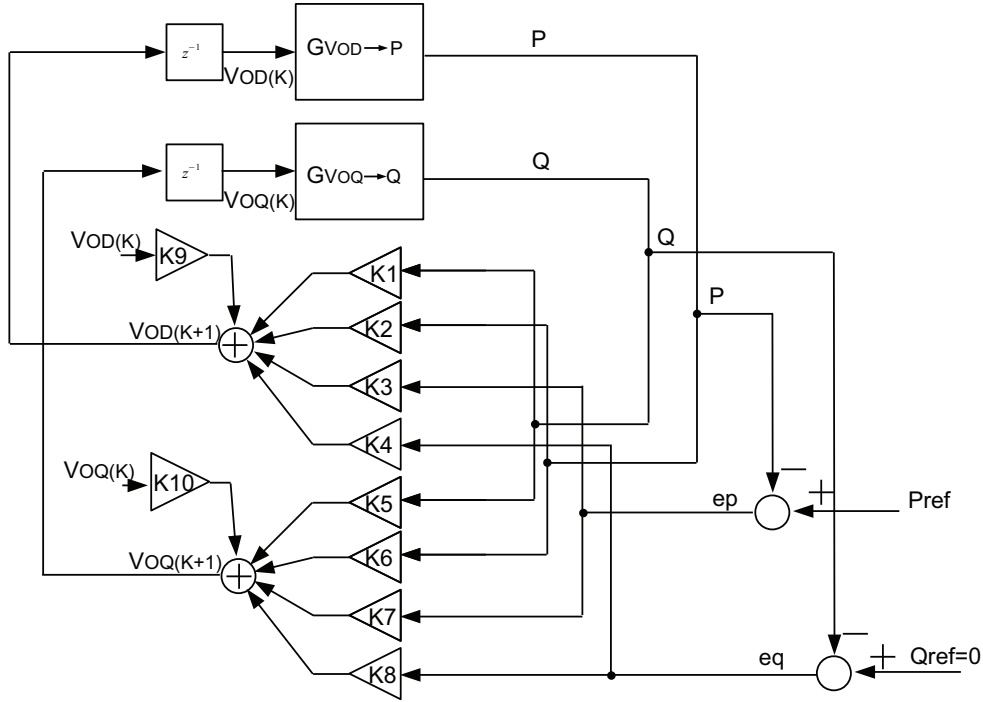


Figura 7.5.9: Schema a blocchi dell'anello di controllo predittivo con orrizzonte di previsione pari a due.

esso è formato da un regolatore PI e da un blocco che esegue il prodotto. Per linearizzare questo blocco nel modo corretto conviene ridisegnare lo schema come mostrato in figura 7.6.4(b). Da questo schema è evidente che il blocco che esegue il prodotto introduce una retroazione allo stadio di potenza con controllo predittivo interno. Linearizzando questo sistema si ottiene quello di figura 7.6.4(c). Il guadagno dell'anello di tensione risulta quindi

$$T_V = V_{DC} \cdot \left(k_P + \frac{k_I}{s} \right) \frac{G_{P \rightarrow V_{OD}}(s) G_{V_{OD} \rightarrow P_{OUT}}(s) G_{P_{OUT} \rightarrow V_{DC}}}{1 - I_{REF} \cdot G_{P \rightarrow V_{OD}}(s) G_{V_{OD} \rightarrow P_{OUT}}(s) G_{P_{OUT} \rightarrow V_{DC}}} \quad (7.59)$$

dove i V_{DC} e I_{REF} sono i valori della tensione e corrente di uscita nel punto di lavoro.

7.7 SCELTA DEI PARAMETRI DEL REGOLATORE PI

Nel paragrafo precedente è stato calcolato il guadagno d'anello del sistema. Gli unici parametri che non sono ancora noti sono quelli del regolatore PI. Questi parametri vanno scelti in modo da garantire la stabilità del sistema massimizzando la banda ed il margine di fase. Come si è visto, il modello lineare è stato calcolato linearizzando un sistema non lineare. La conseguenza di ciò è che il

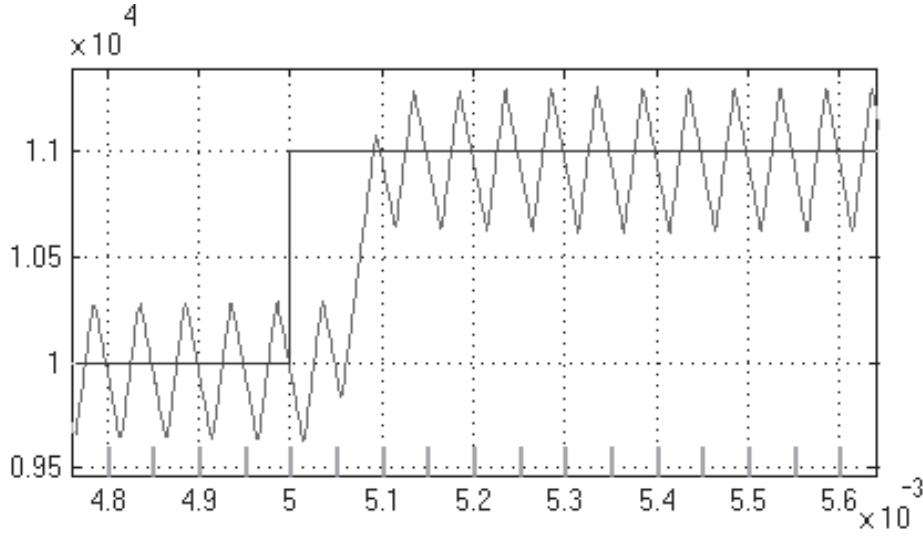


Figura 7.5.10: Risposta a gradino della potenza attiva

modello lineare dipende dal punto di lavoro. Dal punto di vista della banda del sistema si può osservare che, trattandosi di un convertitore di tipo boost, un limite è rappresentato dallo zero a parte reale positiva. Infatti oltre la frequenza di questo zero, un attraversamento dei 0dB con pendenza -20dB/decade coincide con un valore della fase approssimativamente di -180° ; è evidente che il margine di fase risulterebbe nel migliore dei casi molto basso causando molte oscillazioni transitorie, mentre basta l'influenza di un polo a frequenze elevate per rendere il sistema instabile. Per questo motivo è importante analizzare l'influenza del punto di lavoro sullo zero a parte reale positiva. La formula di tale zero è

$$z = \frac{-2R \cdot i_D + v_{OD} + \sqrt{v_{OD}^2 - 4i_D L \omega (v_{OQ} + i_D L \omega)}}{2i_D} \quad (7.60)$$

Ricordando che a regime v_{OD} e v_{OQ} dipendono dalla corrente i_D secondo le relazioni

$$\begin{cases} v_{OD} = v_{LD} - R \cdot i_D \\ v_{OQ} = -\omega \cdot L \cdot i_D \end{cases} \quad (7.61)$$

e assegnando a v_{LD} , R ed L i valori calcolati quando si è progettato lo stadio di potenza, l'equazione (7.60) può essere scritta come segue

$$z = -66.667 + \frac{866667}{i_D} \quad (7.62)$$

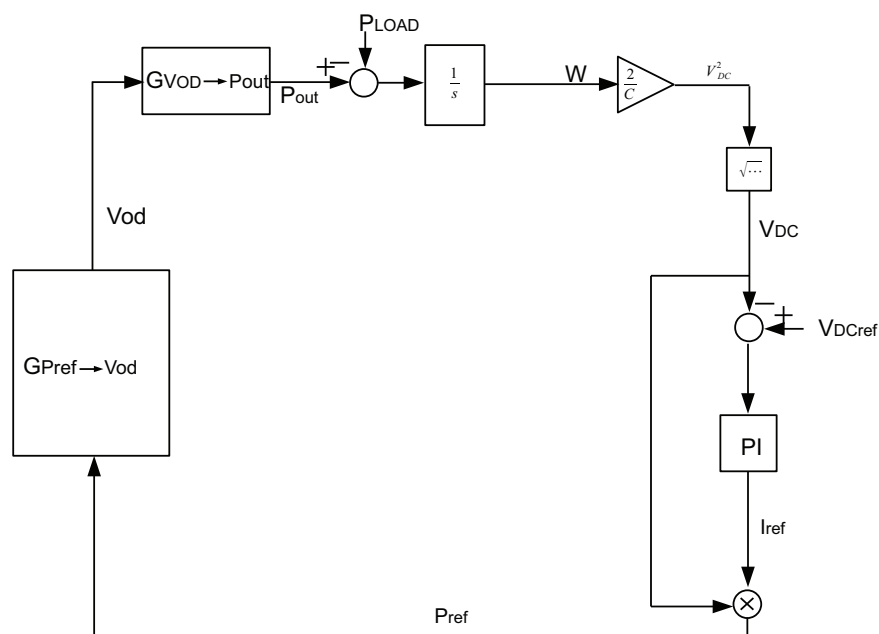


Figura 7.6.2: Schema a blocchi del sistema di controllo DPC predittivo

della corrente di ingresso. Essi diventano reali coincidenti ad una corrente di circa $i_D = 5,5A$ mentre per correnti superiori diventano complessi coniugati. Il luogo è stato tracciato facendo variare la corrente di ingresso da $0A$ fino a $\sqrt{2}200A$. Visto che il controllo è di tipo digitale si può pensare di compensare questa variazione tramite un filtro digitale i cui parametri sono funzioni della corrente di ingresso. Inoltre, da figura 7.7.2 si vede che esiste un polo ad alta frequenza reale negativo che a vuoto vale circa $p_H = -10000$ mentre per correnti superiori si allontana. Questo polo pone un limite alla banda del sistema come nel caso dello zero a parte reale positiva. Il grafico di figura 7.7.4 mostra l'andamento del polo (traccia rossa) e dello zero (traccia blu) ad alta frequenza e dà un'indicazione sulle prestazioni potenziali (in termini di banda) che può avere il sistema al variare della corrente (traccia verde solo indicativa e non calcolata). In particolare si evince che, come già detto in precedenza, a pieno carico la banda è limitata dallo zero a parte reale positiva, mentre a vuoto è limitata dal polo ad alta frequenza p_H . Per correnti di circa $80A$ la banda è limitata da entrambi ed il limite delle prestazioni massime è più lontano dalle altre curve perchè la caduta di fase risulta doppia.

A questo punto possiamo dimensionare il regolatore nella situazione di caso

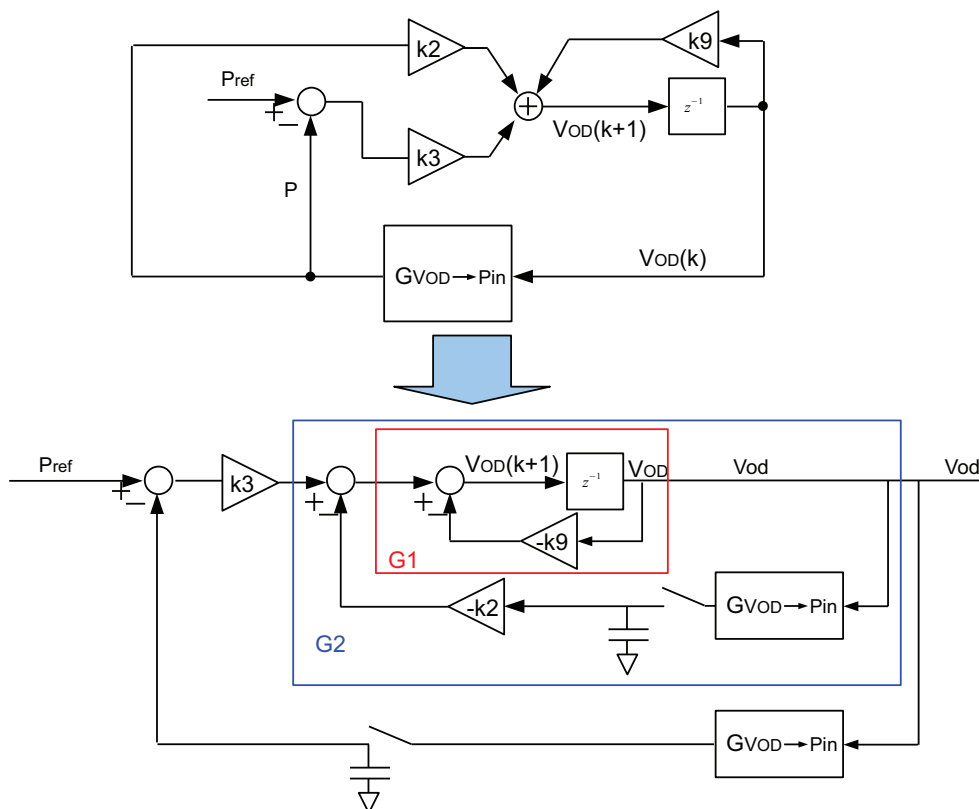


Figura 7.6.3: Schema a blocchi del blocco interno di potenza attiva W_p

peggiore ossia per corrente di ingresso massima. Il valore dei poli del guadagno d'anello in assenza del regolatore sono:

$$\begin{aligned}
 p_H &= -20000 & \rightarrow & \omega_{p_z} = 20000 \text{ rad/s} \\
 p_1 &= -31.28 + j105.8 & \rightarrow & \omega_{p_1} = 110 \text{ rad/s} \\
 p_2 &= -31.28 - j105.8 & \rightarrow & \omega_{p_2} = 110 \text{ rad/s}
 \end{aligned} \tag{7.63}$$

mentre per gli zeri

$$\begin{aligned}
 z_1 &= -33 & \rightarrow & \omega_{z_1} = 33 \text{ rad/s} \\
 z_p &= 2997 & \rightarrow & \omega_{z_p} = 2997 \text{ rad/s}
 \end{aligned} \tag{7.64}$$

Una possibile scelta è quella di mettere lo zero del regolatore ad una frequenza sufficientemente più bassa di quella dell'attraversamento in modo che il contributo di fase introdotto sia quasi 90° , facendo in modo anche di massimizzare il guadagno in banda. Scegliendo

$$\frac{k_i}{k_p} = 315 \text{ rad/sec} \tag{7.65}$$

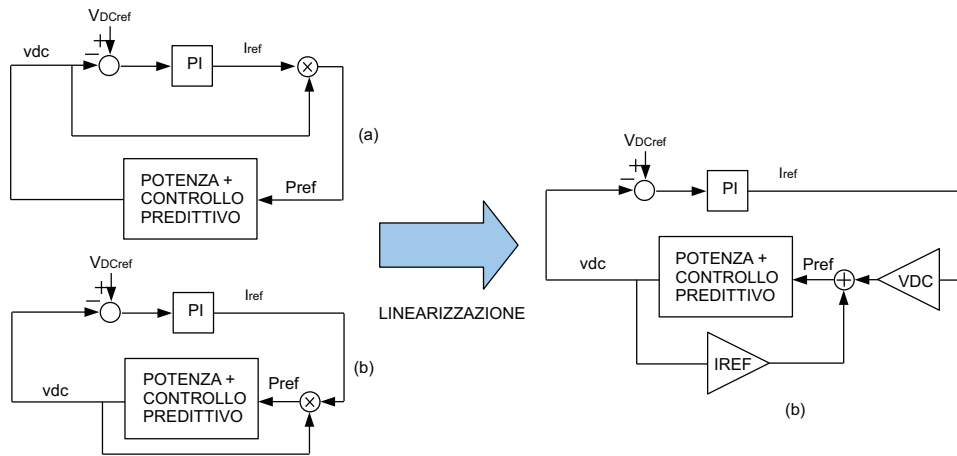


Figura 7.6.4: Linearizzazione del blocco prodotto

il guadagno d'anello in banda ha il comportamento di un integratore tranne che per un picco dove sono presenti i poli complessi. Il parametro k_i (guadagno di bode del regolatore) si sceglie in modo da ottenere l'attraversamento in un punto dove c'è il margine di fase scelto, per esempio 50° . Scegliendo $k_i = 1500$ e di conseguenza $k_p = 4.76$ si ottiene il diagramma di Bode di figura 7.7.5 mentre in figura 7.8.7 si mostra la risposta della tensione di uscita a seguito di una variazione a gradino del riferimento.

In alternativa, se le prestazioni del DSP lo consentono, si può progettare un regolatore con i coefficienti variabili in funzione della corrente di ingresso. Questo regolatore avrà due zeri posti alle frequenze dei poli di figura 7.7.3 e due poli fissi, uno nell'origine per avere guadagno in banda ed uno che compensa lo zero fisso alla pulsazione ω_{z1} . In questo modo si sfruttano al meglio le prestazioni del convertitore in ogni suo punto di lavoro.

7.8 APPROSSIMAZIONE DI TAYLOR E APPROSSIMAZIONE DI PADÈ

Nei paragrafi precedenti è stata studiata la stabilità del sistema. Per tenere conto del ritardo introdotto dall'unità di calcolo è stata utilizzata l'approssimazione di padè. Una traslazione nel tempo di un segnale si traduce nel dominio di Laplace in una moltiplicazione per $e^{-sT_{delay}}$ dove T_{delay} è il tempo di ritardo. Ovviamente questo termine non può essere scritto in forma polinomiale quindi bisogna ricorrere a delle approssimazioni. Esistono diversi modi per approssimare delle funzioni usando delle espressioni polinomiali. La più sem-

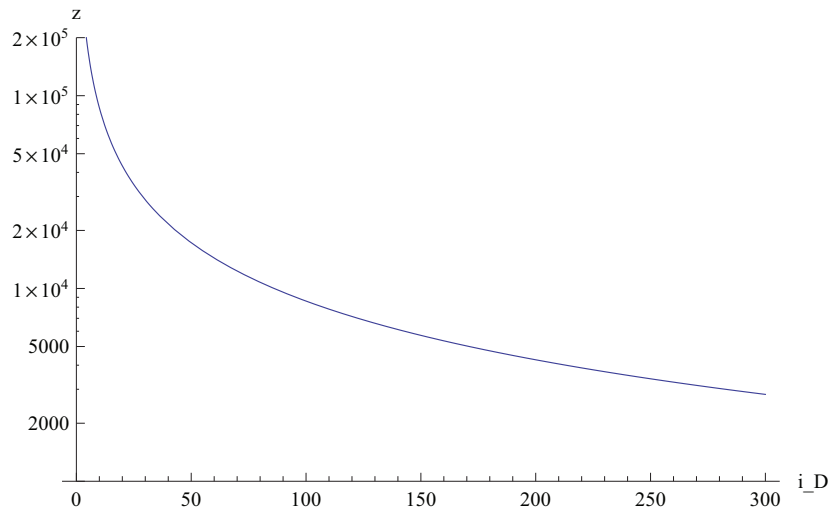


Figura 7.7.1: Andamento dello zero a parte reale positiva in funzione della corrente di ingresso

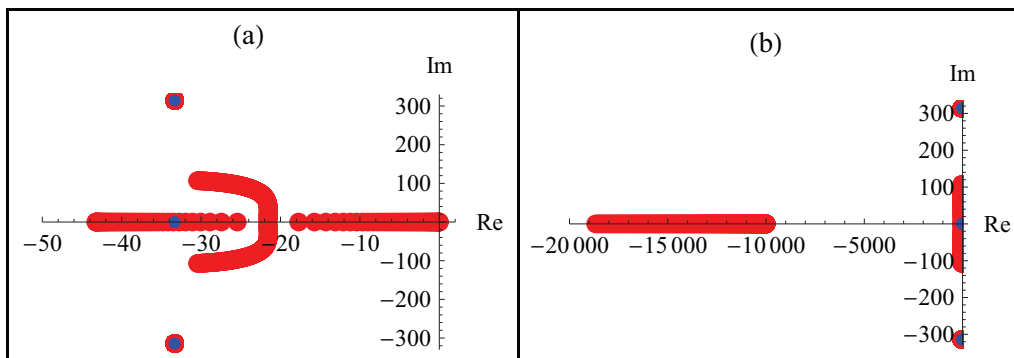


Figura 7.7.2: Luogo delle radici

plice è la scomposizione in serie di Taylor che però ha il difetto di generare funzioni di trasferimento composto solo da zeri. Infatti la serie

$$e^{-T_s s} = 1 - T_s s + \frac{T_s^2}{2} s^2 + \frac{T_s^3}{3!} s^3 + \dots + \frac{T_s^n}{n!} s^n + \dots \quad (7.66)$$

approssimata al primo ordine restituisce $G(s) = (1 - T_s s)$ ossia uno zero positivo alla pulsazione $\frac{1}{T_s}$ mentre una approssimazione del secondo ordine restituisce $G(s) = (1 - \frac{T_s}{2}(1+j)s)(1 - \frac{T_s}{2}(1-j)s)$ ossia due zeri a parte reale positiva; Approssimazioni di ordine superiore generano zeri a parte reale positiva a frequenze maggiori. Quando funzioni di questo tipo entrano nel calcolo delle funzioni di trasferimento di sistemi retroazionati si generano dei poli a parte reale positiva. Questo fatto non deve preoccupare nello studio della stabilità infatti questi poli servono solo a dare il giusto contributo di fase nel range di frequenza in cui il modello può essere considerato valido. In figura 7.8.1 si

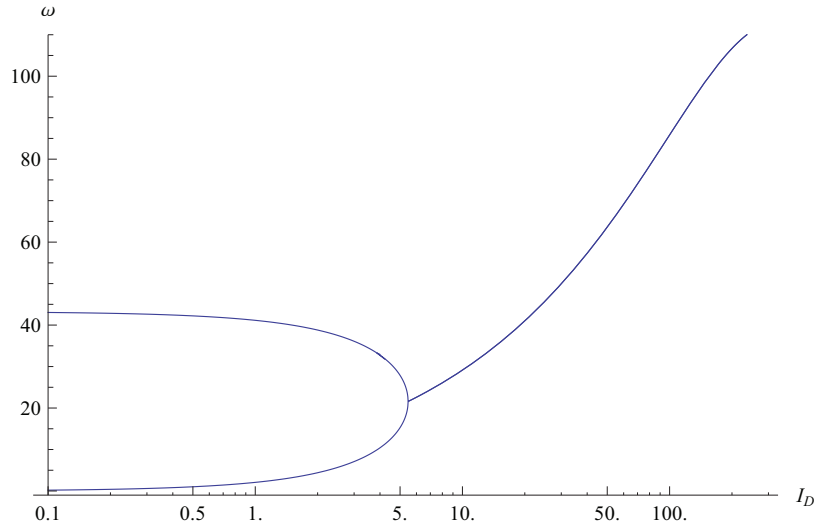


Figura 7.7.3: Variazione della pulsazione dei poli a bassa frequenza in funzione della corrente di ingresso

mostra il diagramma di Bode dell'anello di tensione in cui sono state utilizzate le approssimazioni di Taylor. Si nota che ad alta frequenza sono presenti dei picchi. Questi sono causati dai poli e zeri introdotti dall'approssimazione di Taylor. Come detto in precedenza, alle frequenze in cui sono presenti questi poli il modello non è più valido quindi le informazioni di modulo e fase non sono attendibili. Per avere un'idea della validità del modello si può considerare il grafico di figura 7.8.2. Da questo grafico si vede che il modello utilizzato può essere considerato valido fino a pulsazioni dell'ordine di 10^4 rad/s .

Un'altra approssimazione usata è quella di Padè. Questa approssimazione produce delle funzioni di trasferimento con numero di zeri e poli scelti a piacere. Di seguito si riportano le approssimazioni della funzione $e^{-T_s s}$ per i primi tre ordini di approssimazione.

$$\begin{aligned}
 G_{\text{pad1}} &= \frac{1 - s \frac{T_s}{2}}{1 + s \frac{T_s}{2}} \\
 G_{\text{pad2}} &= \frac{1 - s \frac{T_s}{2} + s^2 \frac{T_s^2}{12}}{1 + s \frac{T_s}{2} + s^2 \frac{T_s^2}{12}} \\
 G_{\text{pad3}} &= \frac{1 - s \frac{T_s}{2} + s^2 \frac{T_s^2}{12} - s^3 \frac{T_s^3}{120}}{1 + s \frac{T_s}{2} + s^2 \frac{T_s^2}{12} + s^3 \frac{T_s^3}{120}}
 \end{aligned} \tag{7.67}$$

In figura 7.8.3 si mostra come si dispongono i poli e gli zeri dell'approssimazione di Padè della funzione $e^{-T_s s}$ per i primi quindici gradi di approssimazione. In figura 7.8.4 si confronta l'andamento reale della fase e quello approssimato scegliendo un numero di poli uguale a quello degli zeri. La accuratezza è decisamente migliore rispetto all'approssimazione in serie di Taylor. La scelta

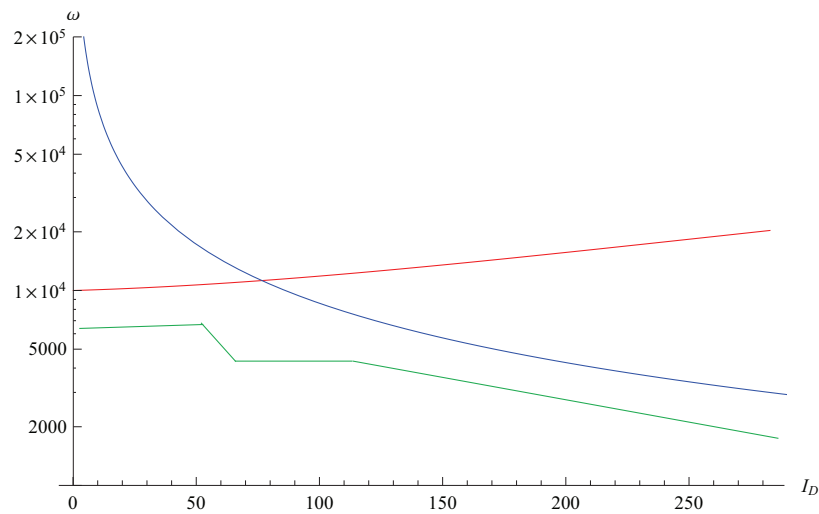


Figura 7.7.4: Andamento delle pulsazioni del polo (rosso) e dello zero (in blu) in funzione della corrente di ingresso. In verde una indicazione della massima banda ottenibile in funzione della corrente

dell'ordine dell'approssimazione va fatta in base all'accuratezza voluta mentre per quel che riguarda la scelta della differenza di grado tra numeratore e denominatore si osserva sperimentalmente che tenendo il numeratore di un grado inferiore rispetto al denominatore l'andamento temporale risulta migliore (non sono presenti gradini al tempo t_0) ma questo non aggiunge informazione per lo studio della stabilità. In figura 7.8.5 si mostra un confronto fra il diagramma di Bode del guadagno d'anello di tensione con e senza approssimazione di Padè mentre in figura 7.8.6 si mostra il diagramma di Nyquist.

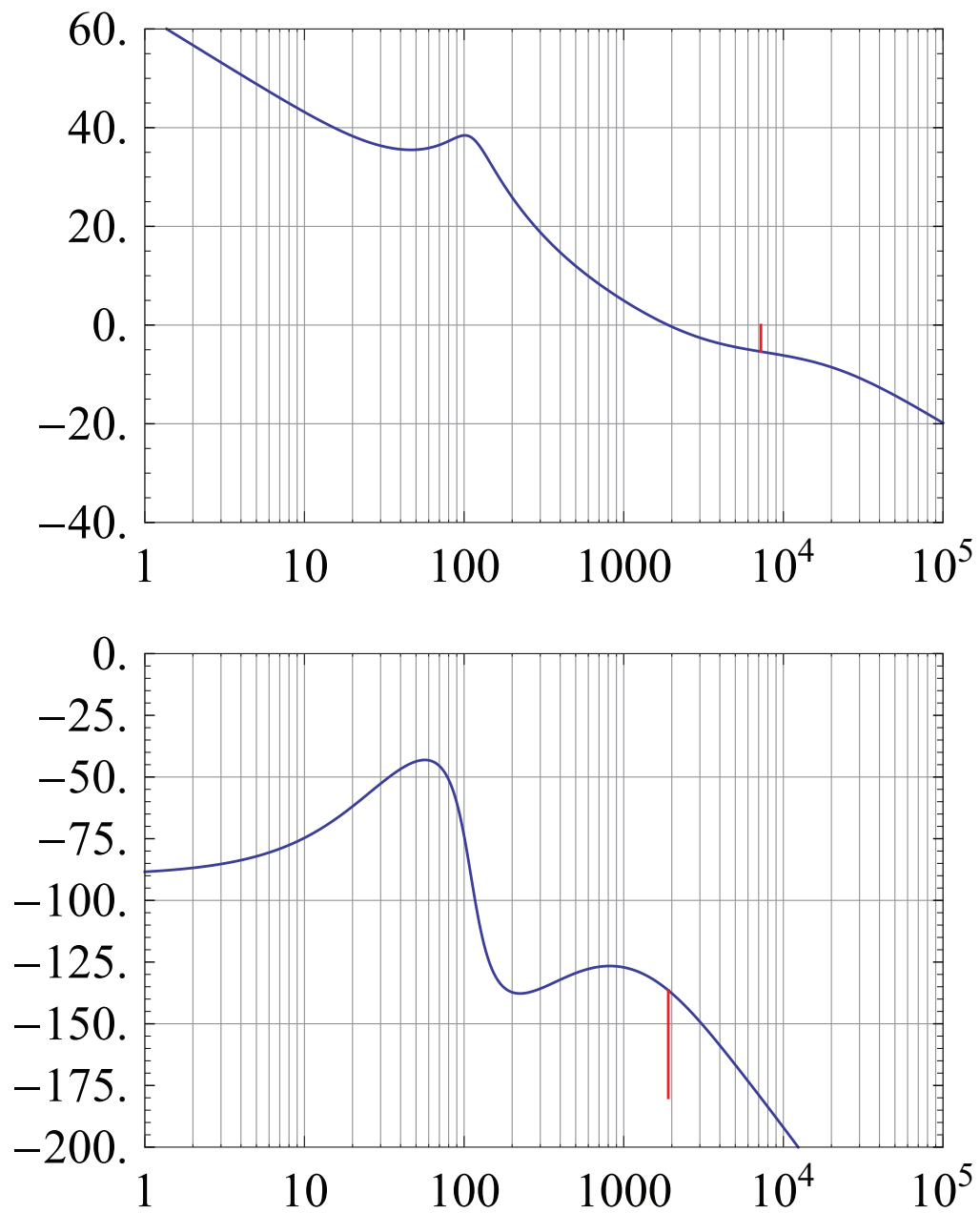


Figura 7.7.5: Diagramma di Bode del guadagno d'anello di tensione

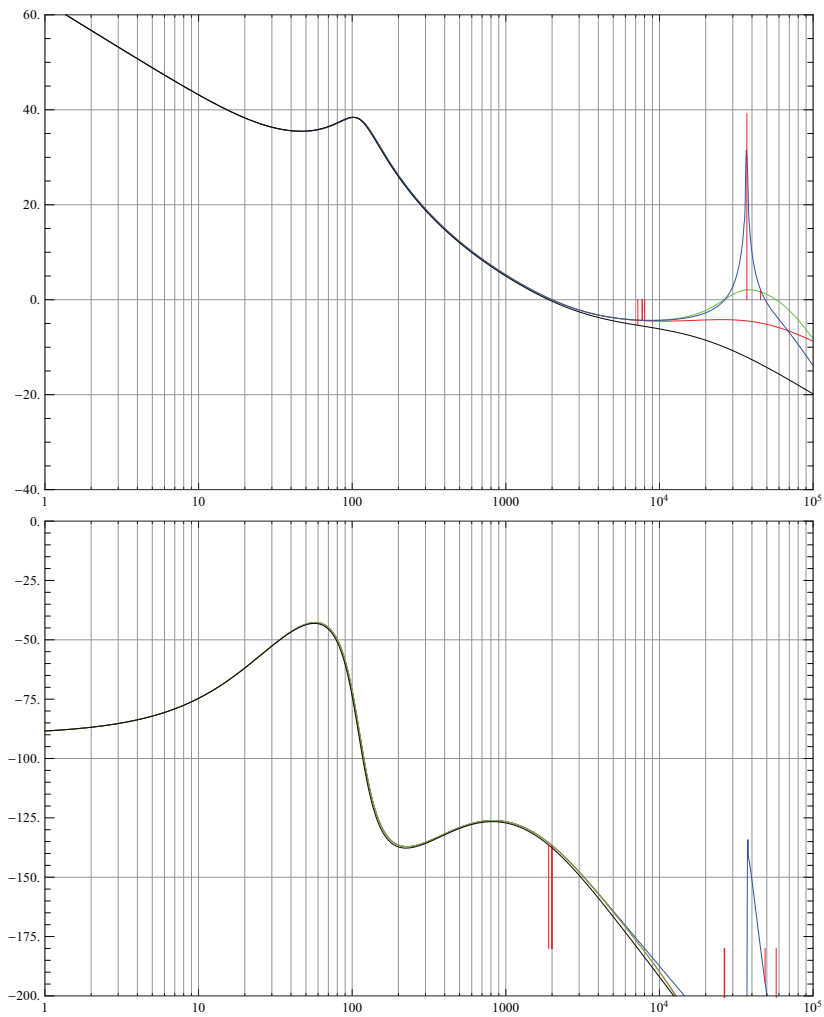


Figura 7.8.1: Diagrammi di Bode del guadagno d'anello di tensione. In nero il grafico originale, in rosso l'approssimazione di Taylor del primo ordine, in verde del secondo ordine ed in blu del terzo ordine.

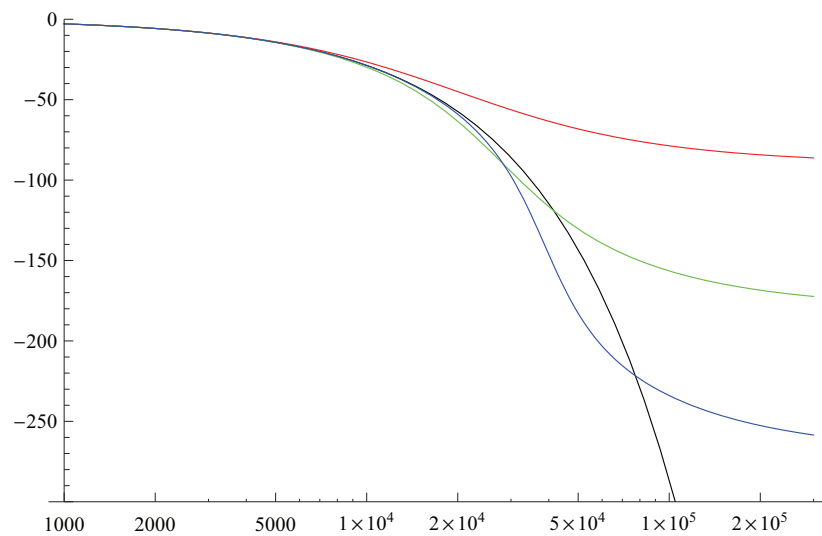


Figura 7.8.2: Confronto fra andamento reale della fase del termine $e^{-T_s s}$ (nero) e approssimazione di Taylor del primo ordine (rosso), secondo (verde) e terzo (blu)

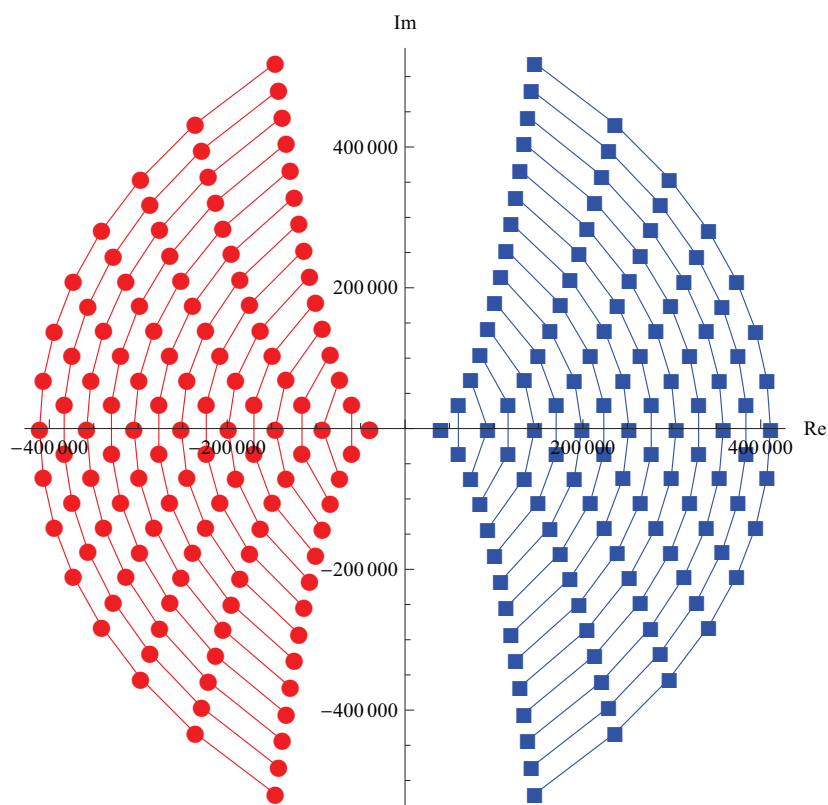


Figura 7.8.3: Disposizione dei poli (rosso) e degli zeri (blu) della funzione di Padè che approssima la funzione $e^{-T_s s}$ per i primi quindici gradi di approssimazione. I poli e gli zeri che fanno parte dello stesso grado di approssimazione sono collegati da una linea.

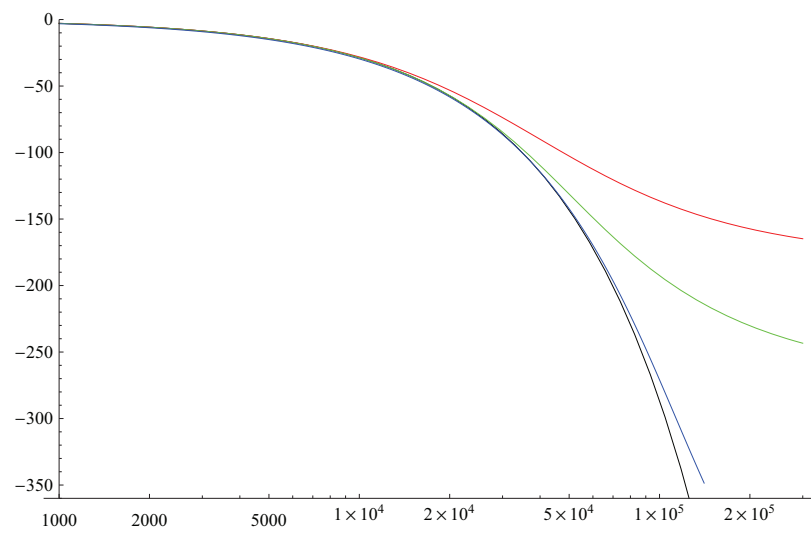


Figura 7.8.4: Confronto fra andamento reale della fase del termine $e^{-T_s s}$ (nero) e approssimazione di Padé del primo ordine (rosso), secondo (verde) e terzo (blu)

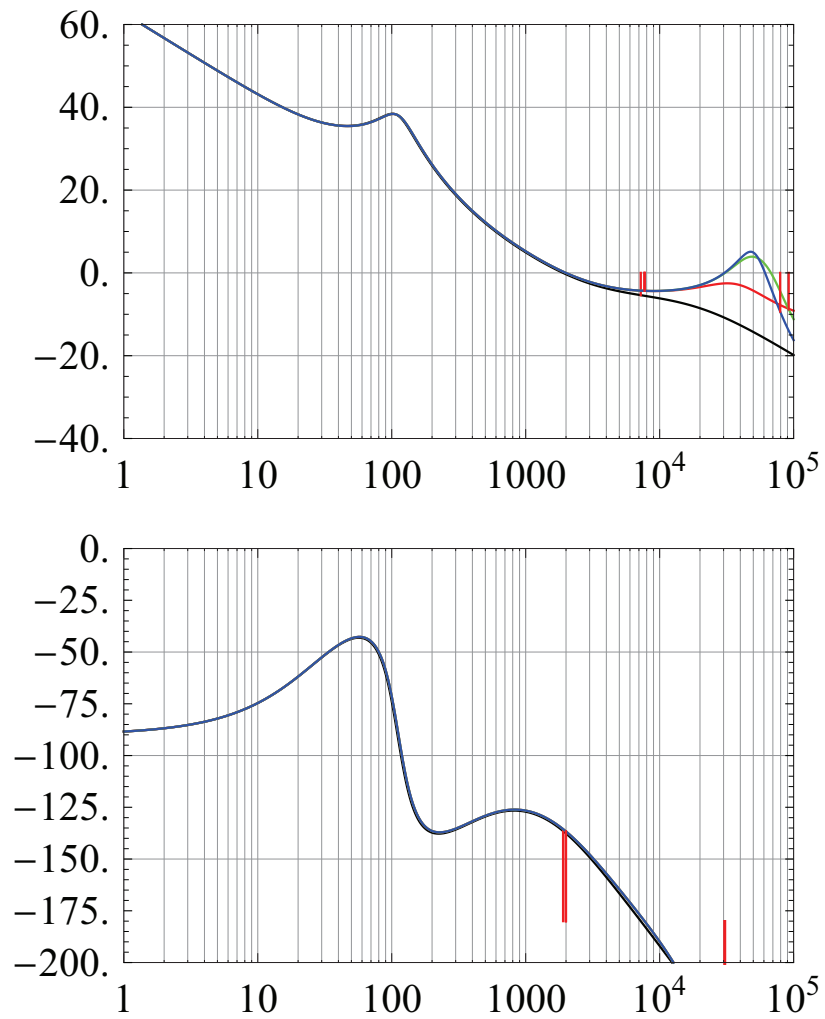


Figura 7.8.5: Diagrammi di Bode del guadagno d'anello di tensione. In nero il grafico originale, in rosso l'approssimazione di Padè del primo ordine, in verde del secondo ordine ed in blu del terzo ordine

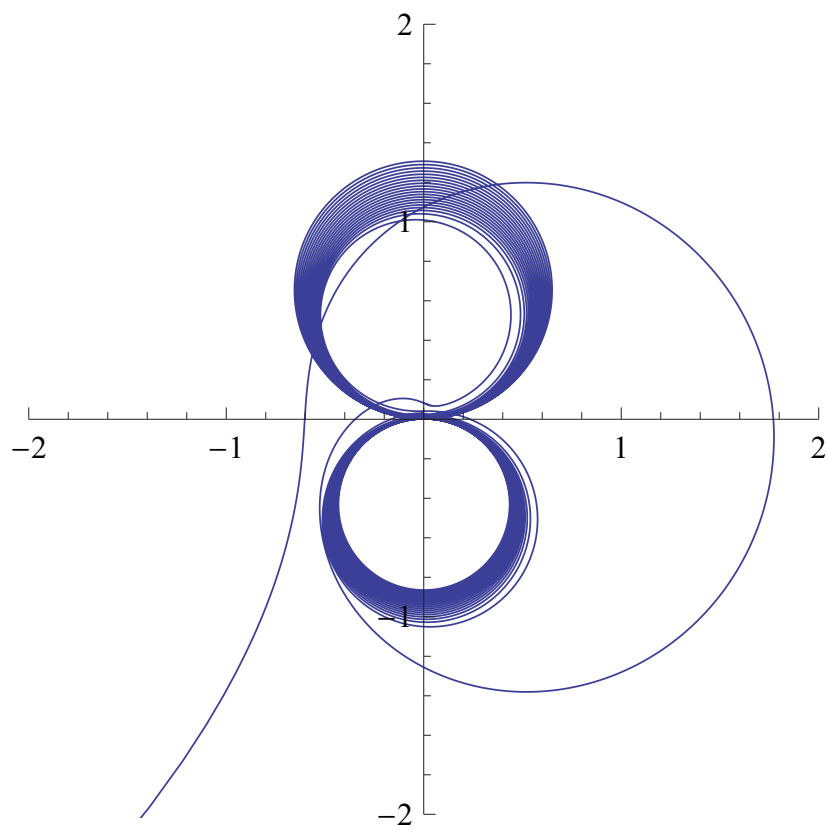
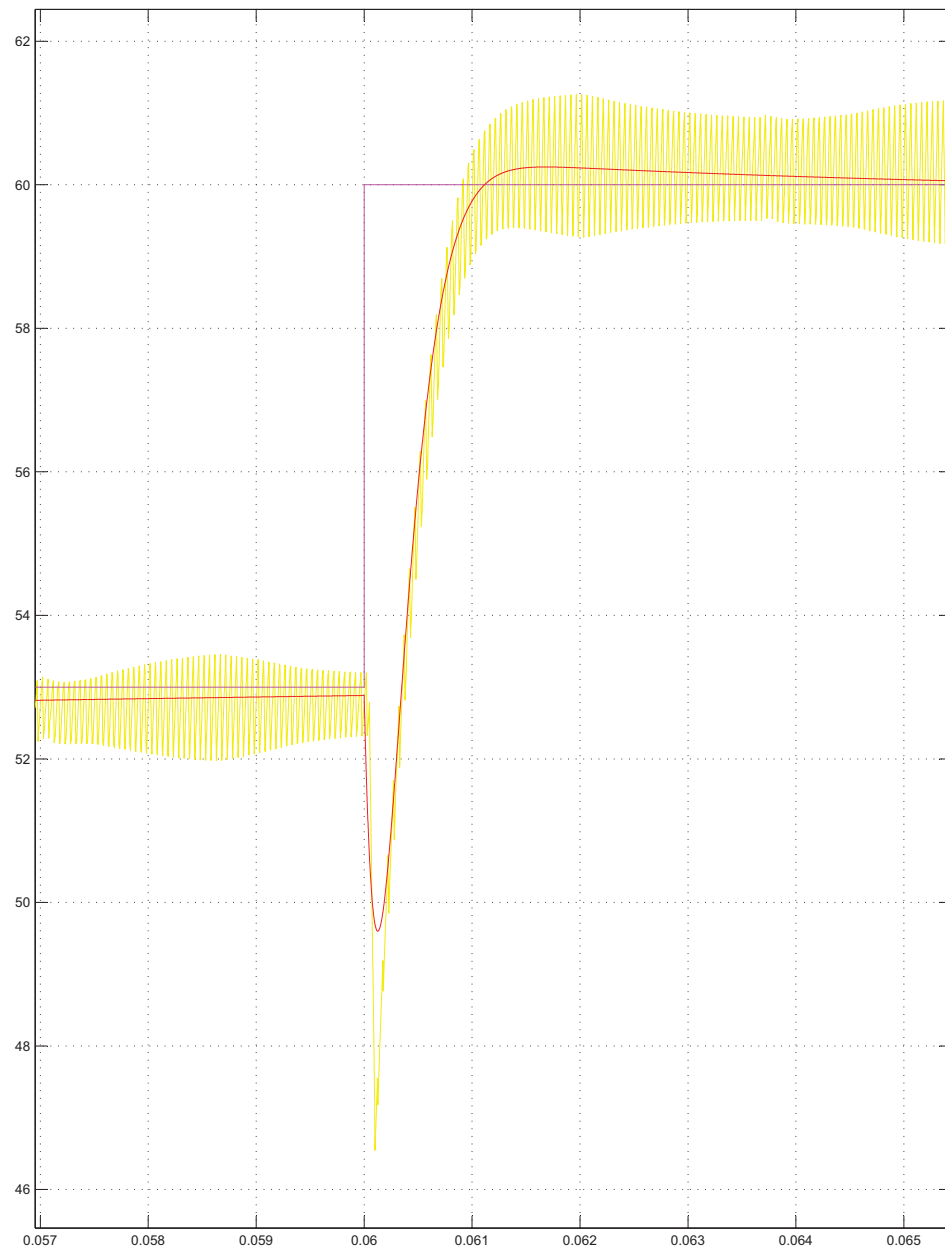


Figura 7.8.6: Diagramma di Nyquist del guadagno d'anello di tensione



Time offset: 0

Figura 7.8.7: Confronto fra andamento simulato e andamento calcolato



MODELLO DINAMICO DELLO STADIO INTERRUTTORI

INDICE

A.1	Modello dinamico dello stadio interruttori	113
A.1.1	Stato 100	114
A.1.2	Stato 101	115
A.1.3	Stato 111	116
A.1.4	Cambio di base	117
A.1.5	Media sul periodo di commutazione	119
A.1.6	Funzioni di trasferimento	120

A.1 MODELLO DINAMICO DELLO STADIO INTERRUTTORI

Nei paragrafi precedenti si è studiato la stabilità del sistema. Il modello utilizzato per lo stadio interruttori è quello descritto dalle equazioni (7.1). In questo paragrafo si utilizzerà la tecnica dello State Space Averaging per ottenere lo stesso modello. Anche se più laboriosa, questa tecnica permette di tenere conto di altri fattori di solito trascurati (parassiti) in modo più semplice. Questa tecnica si presta bene ad una realizzazione automatica perchè una volta individuati i sistemi fondamentali, il procedimento è lo stesso per tutti i sistemi. Il sistema in questione è non lineare e tempo variante per cui verranno eseguite delle operazioni di media mobile e linearizzazione. Per il momento si calcolano le matrici che descrivono il sistema utilizzando come ingressi e stati delle tensioni e correnti reali; per ottenere delle equazioni compatibili con quelle che fanno uso dei vettori spaziali si procederà con un cambio di base. Infatti si può osservare che le terne di grandezze usate sono linearmente dipendenti ed hanno rango pari a due, il che significa che ad esempio, prese due correnti di linea, la terza è univocamente identificata; analogo discorso per le tensioni di ingresso. Si possono quindi scegliere due grandezze a piacere linearmente indipendenti per formare una base dello spazio vettoriale e da queste procedere con un cambio di base per ottenerne una formata da vettori ortogonali (ossia i vettori spaziali).

Per motivi che saranno più chiari in avanti, si eseguono questi calcoli nel settore 12. Ovviamente, questo non fa perdere di generalità in quanto l'unica differenza fra un settore e l'altro è il ruolo giocato dagli interruttori. Gli stati presenti nel settore 12 sono 100,101 e 111. Si analizzano ora ciascuno di questi tre stati

A.1.1 Stato 100

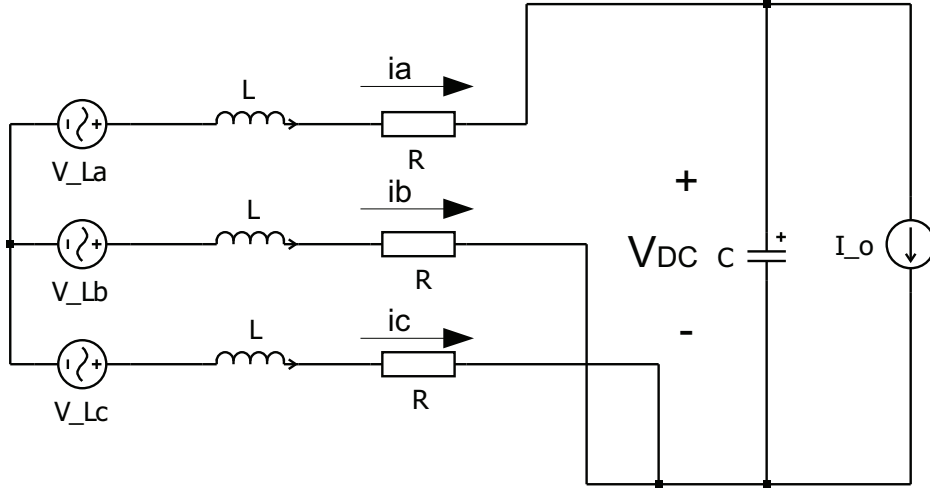


Figura A.1.1: Schema equivalente del sistema nello stato 100

Lo schema equivalente è mostrato in figura A.1.1. Come anticipato, si prendono come stati del sistema la tensione di uscita e due correnti delle induttanze a piacere (la terza non è una variabile di stato in quanto combinazione lineare delle altre due). Per quel che riguarda la tensione di uscita si ottiene:

$$C \frac{d}{dt} v_{DC} = i_a - i_o \quad (A.1)$$

mentre per le correnti si scrivono le seguenti equazioni di Kirchhoff

$$v_b - L \frac{di_b}{dt} - Ri_b + Ri_c + L \frac{di_c}{dt} - v_c = 0 \quad (A.2a)$$

$$v_a - L \frac{di_a}{dt} - Ri_a - v_{DC} + Ri_c + L \frac{di_c}{dt} - v_c = 0 \quad (A.2b)$$

Sommando le equazioni del sistema A.2 si ottiene

$$\frac{d}{dt} i_c = \frac{1}{3L} (v_{dc} + 3v_{Lc} - 3Ri_c) \quad (A.3)$$

e, per la simmetria del circuito, si ottiene anche l'equazione

$$\frac{d}{dt} i_b = \frac{1}{3L} (v_{dc} + 3v_{Lb} - 3Ri_b) \quad (A.4)$$

Ricordando che $i_a + i_b + i_c = 0$ si ricava l'equazione della corrente i_a

$$\frac{d}{dt} i_a = \frac{1}{3L} (-2v_{dc} + 3v_{La} - 3Ri_a) \quad (A.5)$$

A questo punto bisogna scegliere gli stati del sistema. Si sceglie la tensione v_{DC} e le due correnti i_b ed i_c mentre per gli ingressi la corrente i_o e le tensioni di ingresso v_b e v_c .

$$x = \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \\ v_{DC} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} i_o \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

Le equazioni di stato sono quindi le equazioni (A.1), (A.3) e (A.4). Riscrivendo queste equazioni in forma matriciale si ottiene

$$\dot{x} = F_1 x + G_1 u \quad (A.7)$$

dove

$$F_1 = \frac{1}{3L} \begin{bmatrix} -3R & 0 & 1 \\ 0 & -3R & 1 \\ -\frac{3L}{C} & -\frac{3L}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad G_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

A.1.2 Stato 101

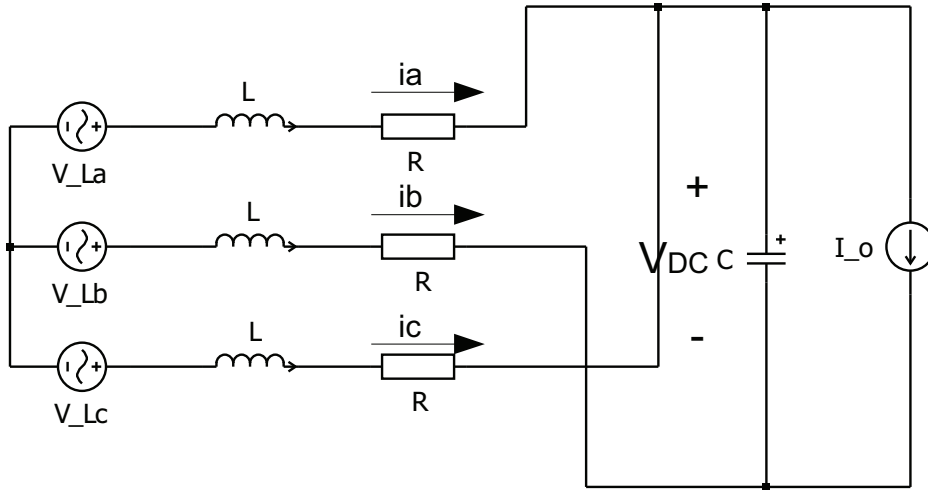


Figura A.1.2: Schema equivalente del sistema nello stato 101

Lo schema equivalente è mostrato in figura A.1.2. L'equazione di stato che descrive la dinamica della tensione sul condensatore è

$$C \frac{d}{dt} v_{DC} = -i_b - i_o \quad (A.9)$$

mentre in modo analogo a quanto fatto al paragrafo precedente si ricavano le equazioni delle correnti sulle induttanze

$$\frac{d}{dt}i_a = \frac{1}{3L}(-v_{dc} + 3v_{La} - 3Ri_a) \quad (A.10a)$$

$$\frac{d}{dt}i_c = \frac{1}{3L}(-v_{dc} + 3v_{Lc} - 3Ri_c) \quad (A.10b)$$

$$\frac{d}{dt}i_b = \frac{1}{3L}(2v_{dc} + 3v_{Lb} - 3Ri_b) \quad (A.10c)$$

Prendendo gli stessi ingressi e stati del paragrafo precedente si ricavano le matrici di stato

$$F_2 = \frac{1}{3L} \begin{bmatrix} -3R & 0 & 2 \\ 0 & -3R & -1 \\ -\frac{3L}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.11)$$

A.1.3 Stato 111

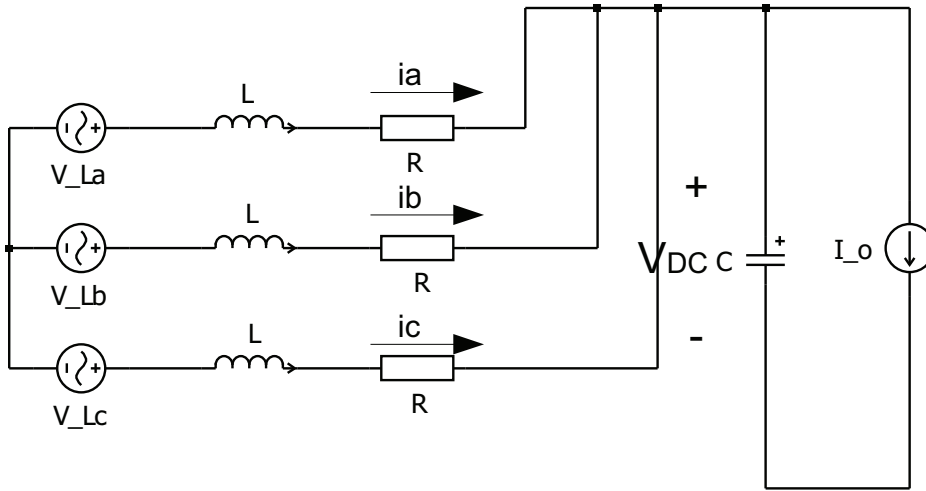


Figura A.1.3: Schema equivalente del sistema nello stato 111

Lo schema equivalente è mostrato in figura A.1.3. L'equazione di stato che descrive la dinamica della tensione sul condensatore è

$$C \frac{d}{dt}v_{DC} = -i_o \quad (A.12)$$

mentre in modo analogo a quanto fatto al paragrafo precedente si ricavano le equazioni delle correnti sulle induttanze

$$\frac{d}{dt}i_a = \frac{1}{3L}(3v_{La} - 3Ri_a) \quad (A.13a)$$

$$\frac{d}{dt}i_c = \frac{1}{3L}(3v_{Lc} - 3Ri_c) \quad (A.13b)$$

$$\frac{d}{dt}i_b = \frac{1}{3L}(3v_{Lb} - 3Ri_b) \quad (A.13c)$$

Prendendo gli stessi ingressi e stati dei paragrafi precedenti si ricavano le matrici di stato

$$F_3 = \frac{1}{3L} \begin{bmatrix} -3R & 0 & 0 \\ 0 & -3R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.14)$$

A.1.4 Cambio di base

Per il calcolo delle matrici F_1 , F_2 , F_3 e delle matrici G_1 , G_2 , G_3 , sono stati usati come stati del sistema la tensione di uscita v_{DC} e le correnti i_b ed i_c . Per poter utilizzare i risultati prodotti da questa trattazione bisogna innanzitutto eseguire un cambio di base per descrivere il sistema secondo un sistema di riferimento ortonormale α - β . In questo modo si ottengono delle funzioni di trasferimento che possono essere inserite nella formula del guadagno d'anello (7.59). Inoltre se calcoliamo le funzioni di trasferimento nel punto di lavoro caratterizzato da $v_{L\alpha} = 26\cos(\omega \cdot 0) = 26$ e $v_{L\beta} = 0$ si ottengono delle funzioni di trasferimento compatibili con il sistema di riferimento rotante usato per lo studio della stabilità della tecnica DPC. Questo è il motivo per cui sono state calcolate le matrici F_i e G_i nelle configurazioni presenti nel settore 12. Infatti in questo punto di lavoro tutte le grandezze considerate sono contenute in questo settore. La matrice di cambio di base dalle coordinate $[i_a \ i_b \ i_c]^T$ alle coordinate $[i_\alpha \ i_\beta \ i_{om}]^T$ (i_{om} è la componente omopolare) è

$$T_{abc \rightarrow \alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (A.15)$$

Partendo da questa matrice e ricordando che le correnti hanno somma nulla si arriva facilmente alla matrice di cambio di base dalle correnti i_b i_c usate come stati nei paragrafi precedenti al vettore spaziale $[i_\alpha \ i_\beta]^T$

$$T_{bc \rightarrow \alpha\beta} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \quad (A.16)$$

Infine la matrice di cambio di base dalle coordinate $[i_a \ i_b \ v_{DC}]^T$ alle coordinate $[i_\alpha \ i_\beta \ v_{DC}]^T$ è

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A.17)$$

Lo stesso ragionamento può essere usato per il calcolo della matrice di cambio di base dagli ingressi $[i_o \ v_b \ v_c]^T$ agli ingressi $[i_o \ v_{L\alpha} \ v_{L\beta}]^T$ ottenendo la matrice W

$$u_{\alpha\beta} = W \cdot u$$

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix}$$

A questo punto è possibile scrivere ognuno dei sistemi calcolati ai paragrafi precedenti nella nuova base

$$\dot{x} = F \cdot x + G \cdot u =$$

$$T^{-1} \dot{x}_{\alpha\beta} = FT^{-1} x_{\alpha\beta} + G \cdot W^{-1} u_{\alpha\beta}$$

e quindi

$$\dot{x}_{\alpha\beta} = (T \cdot F \cdot T^{-1}) x_{\alpha\beta} + (T \cdot G \cdot W^{-1}) u_{\alpha\beta} \quad (A.20)$$

Dall'equazione (A.20) si possono scrivere le nuove matrici di stato nella base degli ingressi e stati scelti

$$\dot{x}_{\alpha\beta} = F_{i\alpha\beta} x_{\alpha\beta} + G_{i\alpha\beta} u_{\alpha\beta} \quad i = 1, 2, 3 \quad (A.21)$$

$$\begin{aligned} F_{1\alpha\beta} &= T \cdot F_1 \cdot T^{-1} & G_{1\alpha\beta} &= T \cdot G_1 \cdot W^{-1} \\ F_{2\alpha\beta} &= T \cdot F_2 \cdot T^{-1} & G_{2\alpha\beta} &= T \cdot G_2 \cdot W^{-1} \\ F_{3\alpha\beta} &= T \cdot F_3 \cdot T^{-1} & G_{3\alpha\beta} &= T \cdot G_3 \cdot W^{-1} \end{aligned}$$

Infine, per il cambio del sistema di riferimento da stazionario a rotante basta ricordare che

$$\frac{d}{dt}(i_{\alpha\beta})e^{j\omega t} = \frac{d}{dt}i_{DQ} - j\omega i_{DQ} \quad (A.23)$$

per cui tutte le matrici del sistema rotante sono uguali a quelle del sistema stazionario tranne che per la matrice F_{DQ} che vale

$$F_{DQ} = F_{\alpha\beta} + \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.24)$$

A.1.5 Media sul periodo di commutazione

Nei paragrafi precedenti sono state calcolate le matrici che descrivono il sistema nelle diverse configurazioni degli interruttori. Ognuno di questi sistemi è lineare e tempo invariante, quindi il calcolo è risultato molto semplice. Il sistema complessivo è invece rappresentato dalla media pesata in un periodo di questi tre sistemi. Ognuno dei tre sistemi si presenta in intervalli di tempo di durata t_i ($i = 1, 2, 3$); ovviamente è sempre soddisfatta la condizione $t_1 + t_2 + t_3 = T_s$. L'equazione di stato si può scrivere nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{DQ} = & \delta_1(t)(F_{DQ1}x_{DQ}(t) + G_{DQ1}u_{DQ}(t)) + \delta_2(t)(F_{DQ2}x_{DQ}(t) + G_{DQ2}u_{DQ}(t)) + \\ & + \delta_3(t)(F_{DQ3}x_{DQ}(t) + G_{DQ3}u_{DQ}(t)) \end{aligned} \quad (A.25)$$

dove le funzioni $\delta_i(t)$ sono delle funzioni di commutazione. Per costruzione queste funzioni sono caratterizzate dal fatto che in ogni istante una ed una sola di queste vale 1. Facendo l'ipotesi di ripple lineare delle grandezze istantanee si ottiene l'importante risultato che la media del prodotto tra una funzione di commutazione e grandezza istantanea è data dal prodotto dei valori medi ossia $\overline{x(t)\delta(t)} = \bar{x}(t)\bar{\delta}(t)$ quindi integrando la A.25 si ottiene

$$\dot{\bar{x}} = \bar{F}\bar{x} + \bar{G}\bar{u} \quad (A.26)$$

dove

$$\bar{F} = \frac{t_1}{T_s}F_{DQ1} + \frac{t_2}{T_s}F_{DQ2} + \frac{t_3}{T_s}F_{DQ3} \quad (A.27a)$$

$$\bar{G} = \frac{t_1}{T_s}G_{DQ1} + \frac{t_2}{T_s}G_{DQ2} + \frac{t_3}{T_s}G_{DQ3} \quad (A.27b)$$

Come è stato spiegato al capitolo 3, il legame tra i tempi t_i e i vettori spaziali medi prodotti è

$$\begin{cases} V_{OD} = \frac{t_1}{T_s}\frac{2}{3}V_{DC} + \frac{t_2}{T_s}\frac{1}{3}V_{DC} \\ V_{OQ} = -\frac{t_2}{T_s}\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC} \end{cases} \quad (A.28)$$

risolvendo nelle variabili t_1 e t_2 si ottiene

$$\begin{cases} t_1 = \frac{3}{2}\frac{V_{OD}}{V_{DC}}T_s + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{V_{OQ}}{V_{DC}} \\ t_2 = -\sqrt{3}\frac{V_{OQ}}{V_{DC}} \end{cases} \quad (A.29)$$

A questo punto è evidente che l'equazione (A.26) rappresenta un sistema non lineare poichè le matrici $\bar{F}$ e $\bar{G}$ contengono gli ingressi di controllo. Se si scrive l'equazione (A.26) in forma estesa si possono definire le seguenti funzioni

$$\begin{cases} \dot{i}_D = f(i_D, i_Q, v_{DC}, i_o, v_{LD}, v_{LQ}, v_{OD}, v_{OQ}) \\ \dot{i}_Q = g(i_D, i_Q, v_{DC}, i_o, v_{LD}, v_{LQ}, v_{OD}, v_{OQ}) \\ \dot{v}_{DC} = h(i_D, i_Q, v_{DC}, i_o, v_{LD}, v_{LQ}, v_{OD}, v_{OQ}) \end{cases} \quad (A.30)$$

Adesso si possono calcolare le matrici definitive F e G linearizzando le funzioni f, g, h .

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial i_D} & \frac{\partial f}{\partial i_Q} & \frac{\partial f}{\partial v_{DC}} \\ \frac{\partial g}{\partial i_D} & \frac{\partial g}{\partial i_Q} & \frac{\partial g}{\partial v_{DC}} \\ \frac{\partial h}{\partial i_D} & \frac{\partial h}{\partial i_Q} & \frac{\partial h}{\partial v_{DC}} \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial i_o} & \frac{\partial f}{\partial v_{LD}} & \frac{\partial f}{\partial v_{LQ}} & \frac{\partial f}{\partial v_{OD}} & \frac{\partial f}{\partial v_{OQ}} \\ \frac{\partial g}{\partial i_o} & \frac{\partial g}{\partial v_{LD}} & \frac{\partial g}{\partial v_{LQ}} & \frac{\partial g}{\partial v_{OD}} & \frac{\partial g}{\partial v_{OQ}} \\ \frac{\partial h}{\partial i_o} & \frac{\partial h}{\partial v_{LD}} & \frac{\partial h}{\partial v_{LQ}} & \frac{\partial h}{\partial v_{OD}} & \frac{\partial h}{\partial v_{OQ}} \end{bmatrix} \quad (A.31)$$

A.1.6 Funzioni di trasferimento

Per il calcolo delle funzioni di trasferimento bisogna definire quali sono le uscite del sistema. In questo caso, oltre agli stati, esistono altre due uscite che possono essere utili ossia la potenza di ingresso al convertitore e di uscita dallo stadio a interruptori. Le equazioni sono mostrate di seguito:

$$\begin{cases} p_{IN}(t) = \frac{2}{3}(v_{LD} \cdot i_D + v_{LQ} \cdot i_Q) \\ p_{OUT}(t) = \frac{2}{3}(v_{OD} \cdot i_D + v_{OQ} \cdot i_Q) \end{cases} \quad (A.32)$$

Queste equazioni sono non lineari perchè sono dati dal prodotto fra ingressi e stati del sistema. Linearizzando si ottiene

$$\begin{cases} \hat{p}_{IN}(t) = \frac{2}{3}(V_{LD} \cdot \hat{i}_D + I_D \cdot \hat{v}_{LD} + V_{LQ} \cdot \hat{i}_Q + I_Q \cdot \hat{v}_{LQ}) \\ \hat{p}_{OUT}(t) = \frac{2}{3}(V_{OD} \cdot \hat{i}_D + I_D \cdot \hat{v}_{OD} + V_{OQ} \cdot \hat{i}_Q + I_Q \cdot \hat{v}_{OQ}) \end{cases} \quad (A.33)$$

dove le grandezze scritte in maiuscolo indicano il punto di lavoro mentre le grandezze con il simbolo $\hat{}$ indica la perturbazione. La funzione di uscita vale

$$y = H \cdot x + J \cdot u$$

dove

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{3}{2}V_{LD} & \frac{3}{2}V_{LQ} & 0 \\ \frac{3}{2}V_{OD} & \frac{3}{2}V_{OQ} & 0 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}I_D & \frac{3}{2}I_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2}I_D & \frac{3}{2}I_Q \end{bmatrix} \quad (A.34)$$

Infine la formula che dà la matrice di trasferimento è

$$MDT = H(sI - F)^{-1}G + J \quad (A.35)$$

in cui sono contenute tutte le funzioni di trasferimento usate per lo studio della stabilità nel capitolo 7.

B | SIMULAZIONI

In questa appendice sono mostrate le simulazioni Matlab Simulink. La tensione di uscita è mostrata in figura B.o.4. Il valore del ripple di tensione di uscita non è costante come è stato spiegato al paragrafo 5.2 ma dipende dalla posizione del vettore spaziale V_O all'interno di un sestante. Questo andamento è periodico con periodo pari ad un sesto del periodo di linea.

In figura B.o.5 si mostra l'andamento della tensione di uscita al variare del carico. Il carico è dato da un generatore di corrente che passa a gradino da 150A a 200A. Le specifiche richiedono che la variazione dinamica della tensione di uscita sia del 5% con recupero entro 100ms. Da questa simulazione si evince che la risposta del caricabatterie è molto veloce.

In figura B.o.6 sono mostrate le tensioni e le correnti di linea nella fase di carica. Le correnti sono perfettamente in fase con le tensioni. Con una variazione del carico a gradino (generatore di corrente che passa da 150A a 200A) gli andamenti sono riportati in figura B.o.7.

Una variazione del riferimento di tensione causa un gradino del riferimento di potenza attiva (traccia rossa di figura B.o.9). L'algoritmo predittivo interviene con un periodo di ritardo portando la potenza attiva all'ingresso del convertitore al valore del riferimento senza però perturbare sensibilmente la potenza reattiva (figure e B.o.10). Questo ha come conseguenza che le correnti di linea si portano al valore corretto in un solo periodo di commutazione.

In figura B.o.11 sono mostrate le forme d'onda di tensione e di corrente durante la scarica. Le correnti sono in opposizione di fase rispetto alle tensioni di linea mentre in figura B.o.12 si mostra l'andamento della corrente a vuoto.

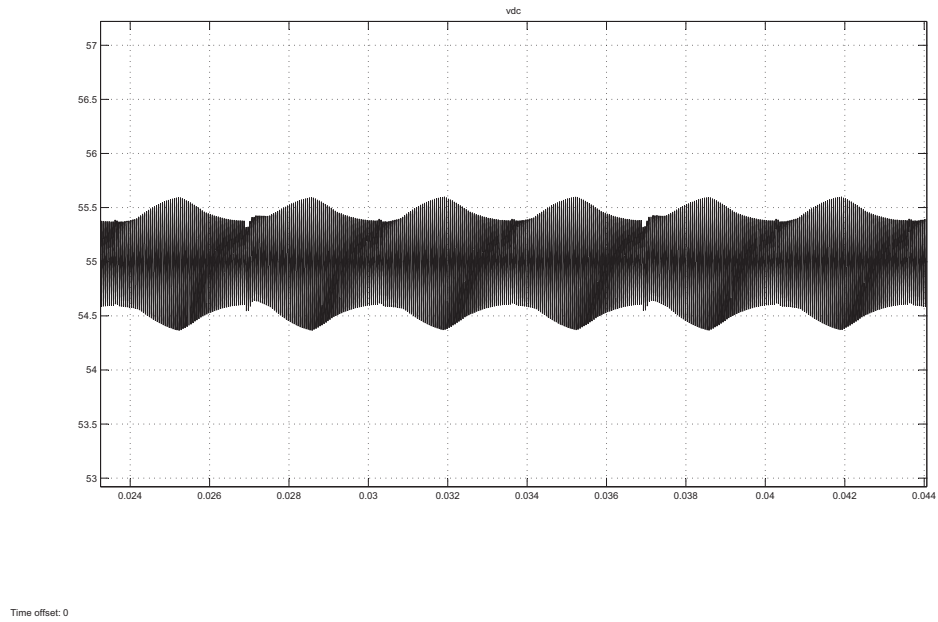


Figura B.0.4: Andamento della tensione di uscita a regime

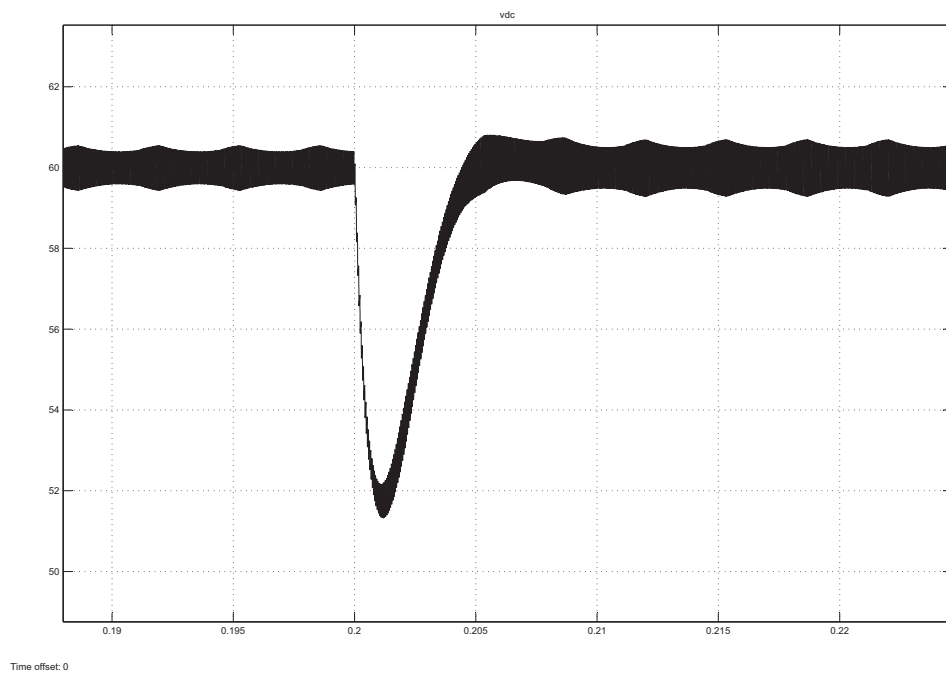
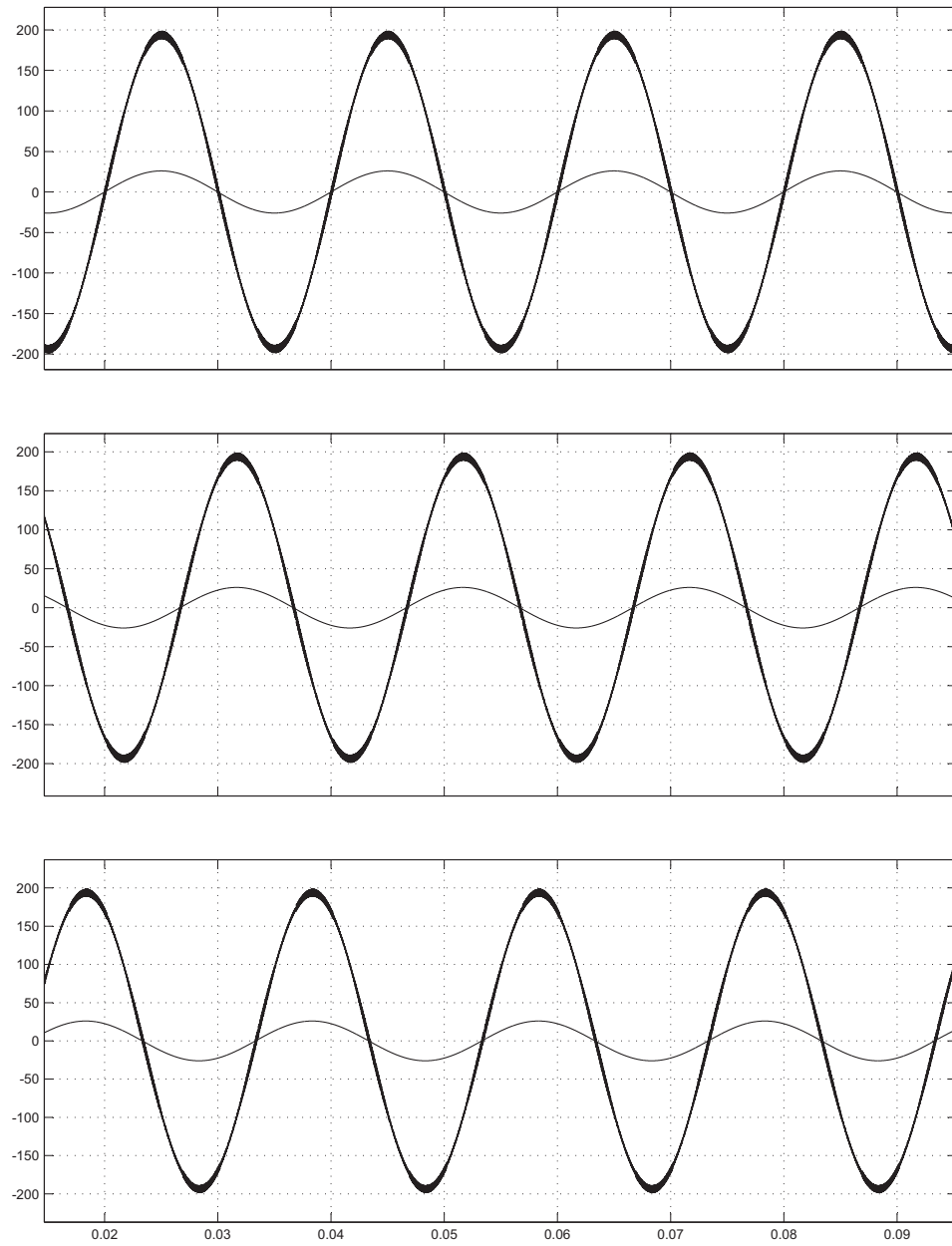


Figura B.0.5: Andamento della tensione di uscita a seguito di una variazione del carico



Time offset: 0

Figura B.0.6: Andamento delle tensioni e delle correnti di linea a regime

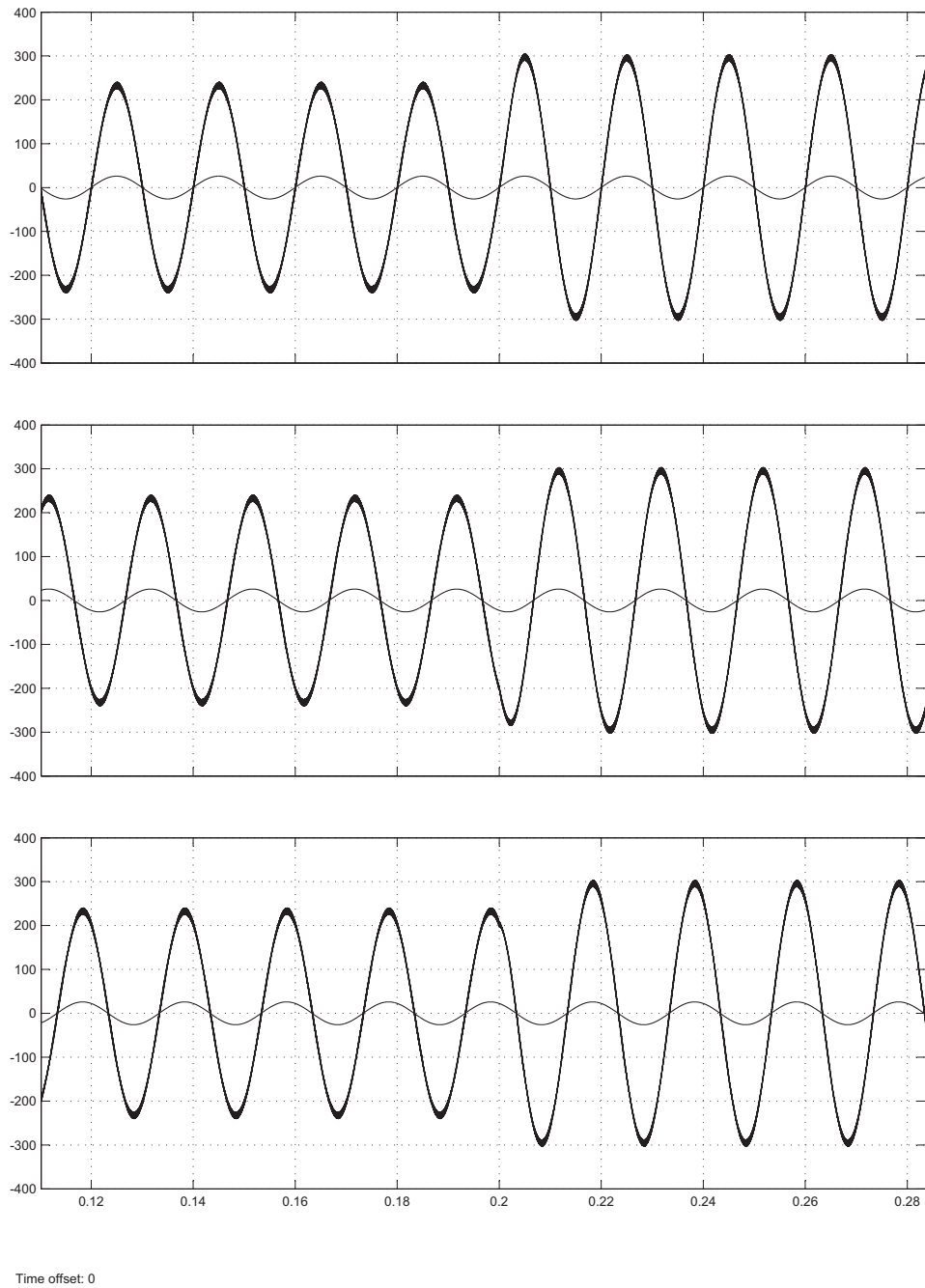


Figura B.0.7: Andamento delle tensioni e delle correnti di linea a seguito di una variazione del carico

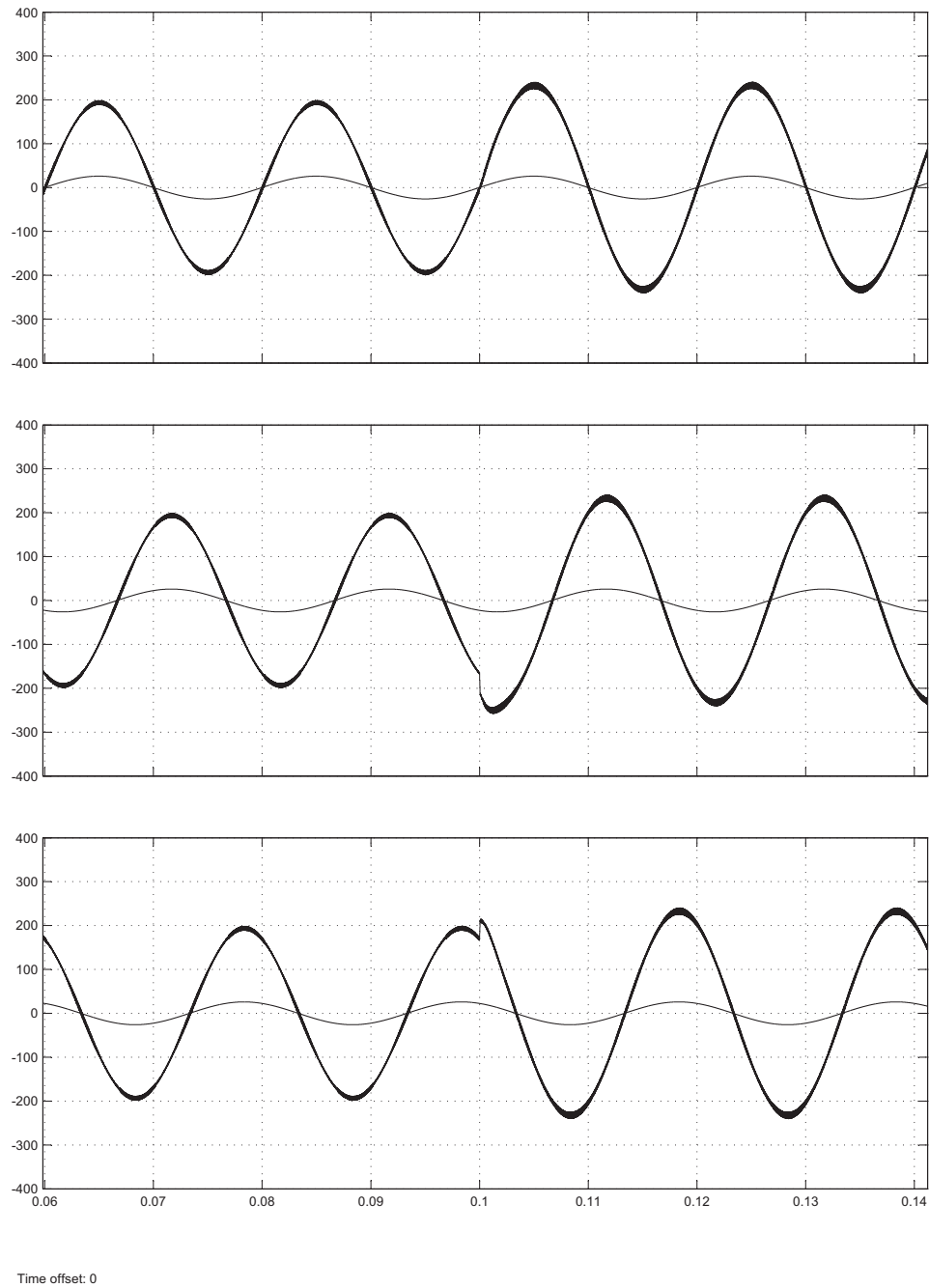


Figura B.0.8: Andamento delle tensioni e delle correnti di linea a seguito di una variazione del riferimento

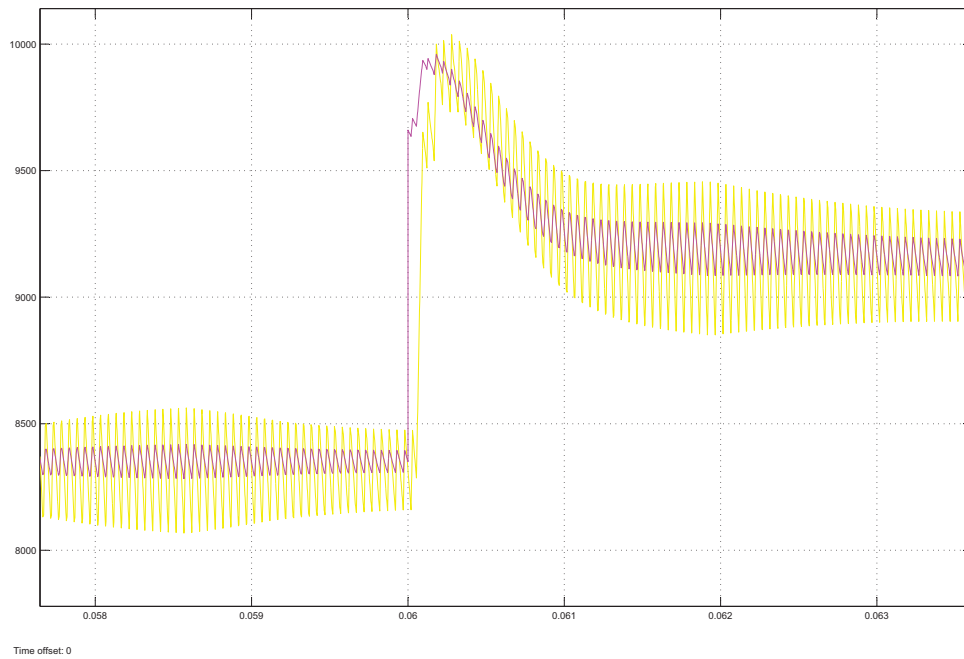


Figura B.0.9: Andamento della potenza attiva istantanea entrante nel convertitore a seguito di una variazione del riferimento V_{DCref}

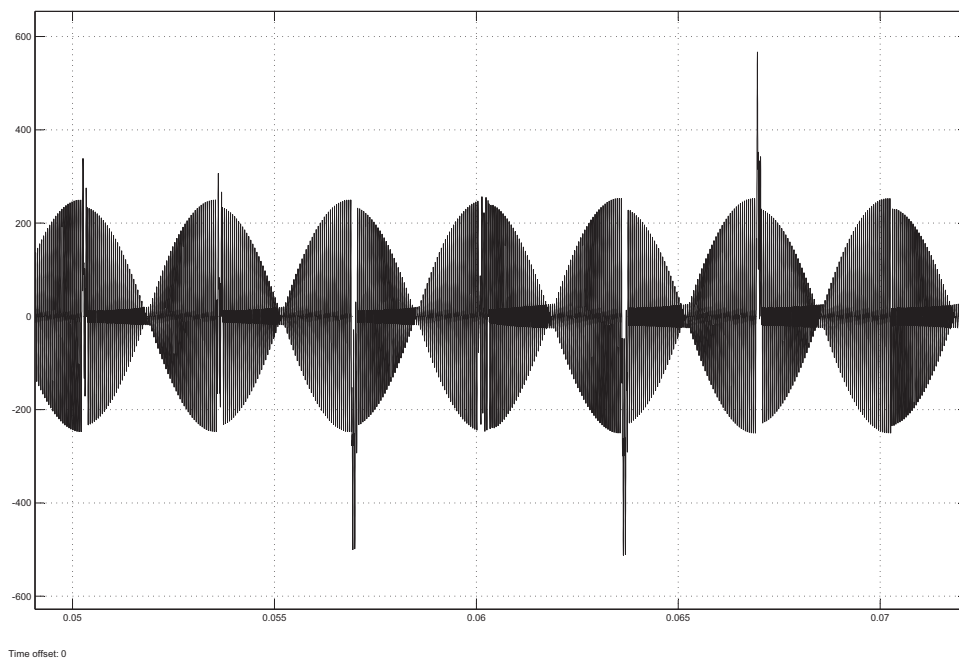


Figura B.0.10: Andamento della potenza reattiva istantanea

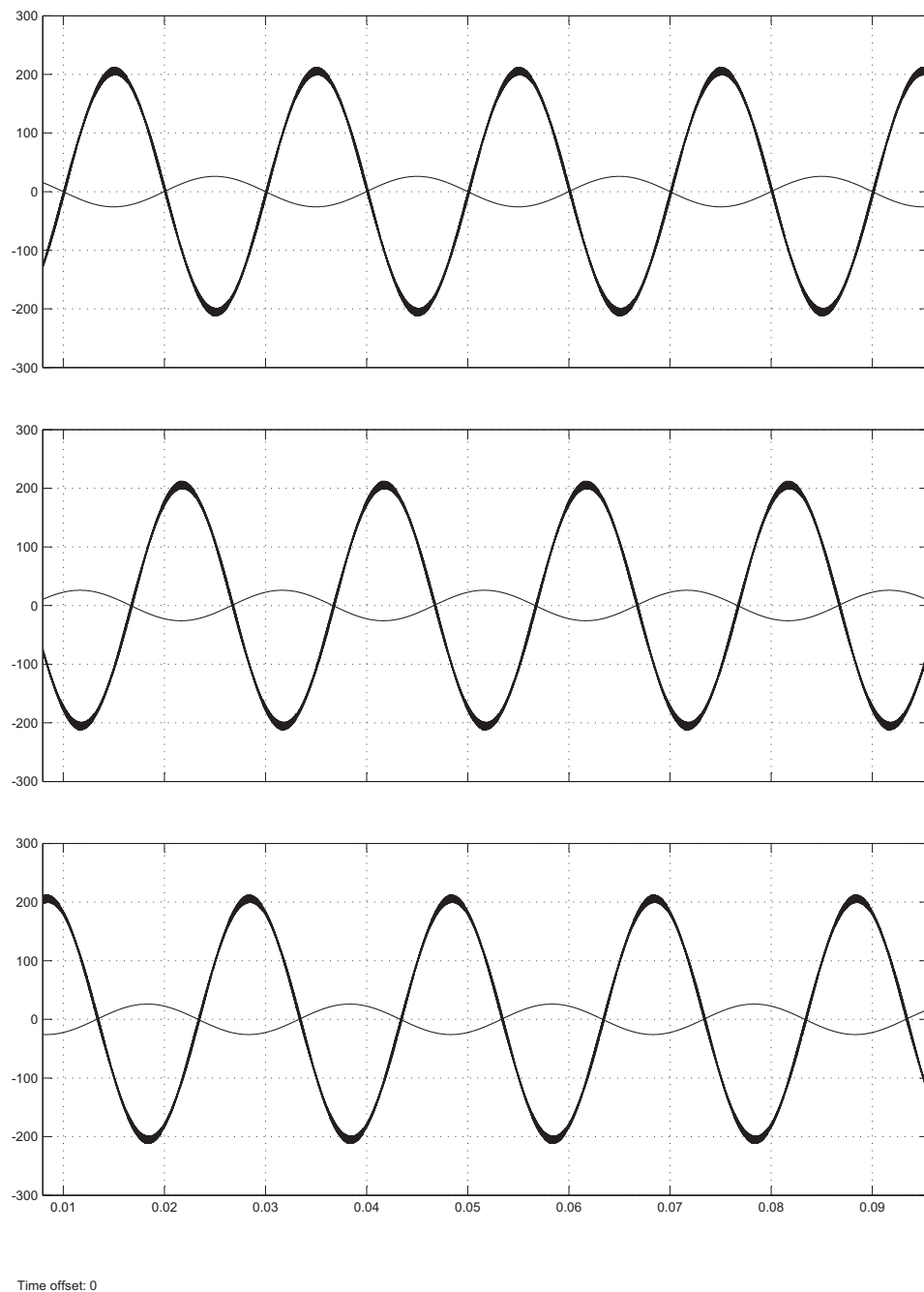


Figura B.0.11: Andamento delle tensioni e delle correnti di linea durante la scarica

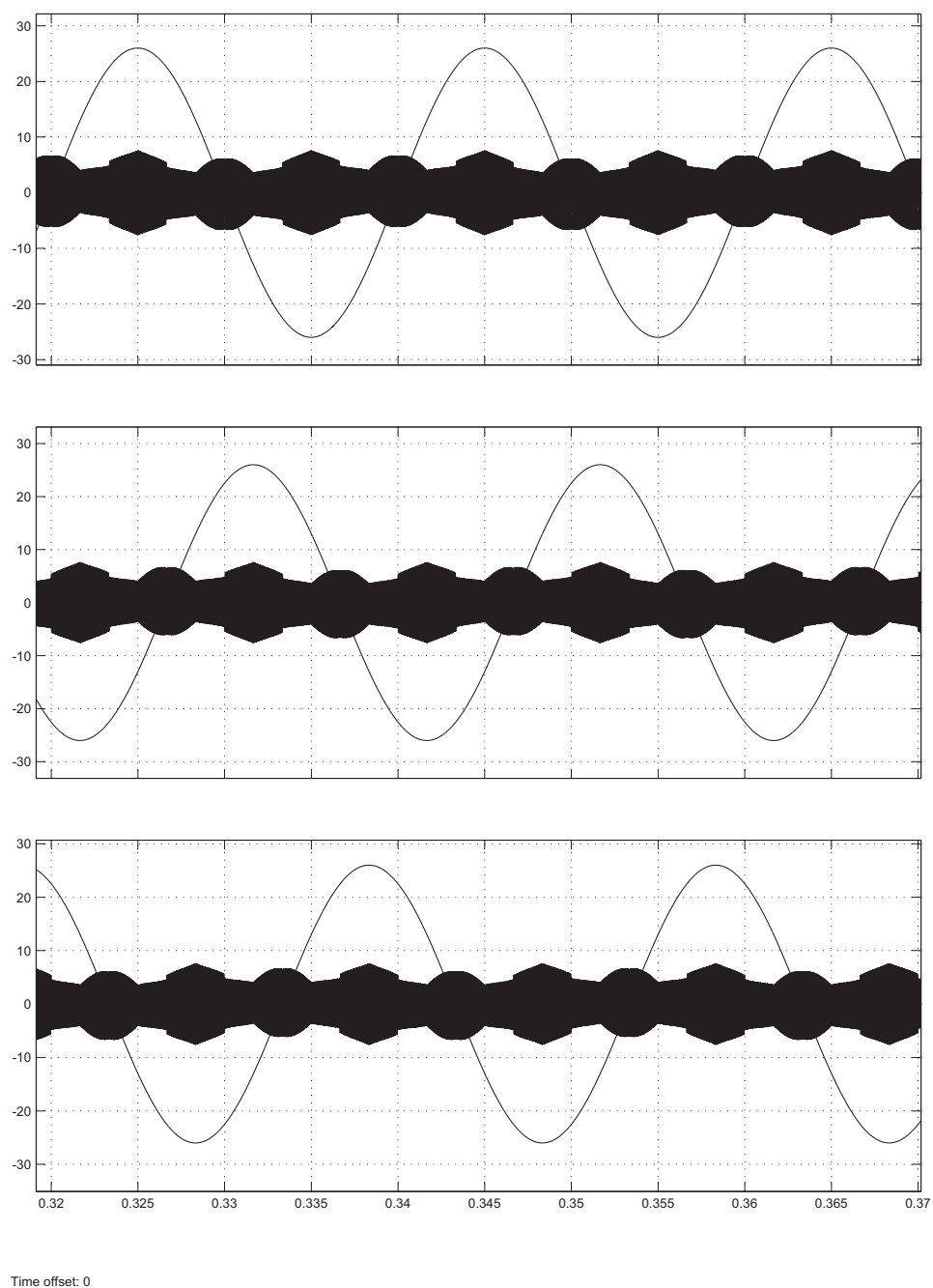


Figura B.0.12: Andamento delle correnti di linea vuoto

C | CODICE MATHEMATICA USATO PER IL CALCOLO DELLE INDUTTANZE PARASSITE

Di seguito si riporta il codice Mathematica utilizzato per la stima delle induttanze parassite dei percorsi critici di corrente. Il calcolo viene fatto per un circuito formato da barre di forma rettangolare come quello di figura 6.3.2.

```

m = 1;
cm = 0.01;
mm = 0.001;
(*
ASSE X → LARGHEZZA BARRA;
ASSE Y → LUNGHEZZA BARRA;
ASSE Z → SPESSORE BARRA;
*)
(*barra1*)
Clear[yp]
xp = 0; (*calcolo il flusso sul piano x=0*)
a = 1 cm; (* larghezza barra 0.01*2=2cm *)
b = 4.5 cm; (* lunghezza barra 4.5*2=9cm *)
c = 0.002; (* spessore barra 0.002*2=4mm *)
d = 5 mm; (*distanza fra le barre*)
M = 10; (*numero di punti calcolati (per ogni riga e colonna)*)
punti = {-c, -c -  $\frac{d}{20}$ , -c -  $\frac{d}{10}$ , -c -  $\frac{d}{8}$ , -c -  $\frac{d}{4}$ ,
          -c -  $\frac{d}{2}$ , -c - d +  $\frac{d}{4}$ , -c - d +  $\frac{d}{8}$ , -c - d +  $\frac{d}{10}$ , -c - d +  $\frac{d}{20}$ , -c - d};

d = d + 2 c;
punti2 = {-b + c, -b + c +  $\frac{b - c}{20}$ , -b + c +  $\frac{b - c}{10}$ , -b + c +  $\frac{b - c}{3}$ ,
          -b + c +  $\frac{b - c}{2}$ , 0, b - c -  $\frac{b - c}{2}$ , b - c -  $\frac{b - c}{3}$ , b - c -  $\frac{b - c}{10}$ , b - c -  $\frac{b - c}{20}$ , b - c};
(*calcolo del campo dovuto alla barra numero 1*)
campo1 = Table[{ $\frac{yp}{4}$ ,  $\frac{zp}{4}$ , NIntegrate[-(zp - zq) /
      ( ((xp - xq)2 + (yp - yq)2 + (zp - zq)2)  $\sqrt{(xp - xq)^2 + (yp - yq)^2 + (zp - zq)^2}$  ), {xq, -a, a},
      {yq, -b, b}, {zq, -c, c}, WorkingPrecision → 10]}], {yp, punti2}, {zp, punti}];
(*barra2*)
(*calcolo del campo dovuto alla barra numero 2*)
campo2 = Table[{ $\frac{yp}{4}$ ,  $\frac{zp}{4}$ , NIntegrate[(zp - zq + d) /
      ( ((xp - xq)2 + (yp - yq)2 + (zp - zq + d)2)  $\sqrt{(xp - xq)^2 + (yp - yq)^2 + (zp - zq + d)^2}$  ),
      {xq, -a, a}, {yq, -b, b}, {zq, -c, c}, WorkingPrecision → 10]}],
      {yp, punti2}, {zp, punti}];
(*barra3*)
(*calcolo del campo dovuto alla barra numero 3*)
campo3 = Table[{ $\frac{yp}{4}$ ,  $\frac{zp}{4}$ , -NIntegrate[
      -(yp - yq) / ( ((xp - xq)2 + (yp - yq)2 + (zp - zq)2)  $\sqrt{(xp - xq)^2 + (yp - yq)^2 + (zp - zq)^2}$  ),
      {xq, -a, a}, {yq, -b - c, -b + c}, {zq, -d, 0},
      WorkingPrecision → 10]}], {yp, punti2}, {zp, punti}];
(*barra4*)
(*calcolo del campo dovuto alla barra numero 4*)
campo4 = Table[{ $\frac{yp}{4}$ ,  $\frac{zp}{4}$ , -NIntegrate[(yp - yq) /

```

```

      
$$\left( \left( (x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2 \right) \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 + (z_p - z_q)^2} \right), \{x_q, -a, a\},$$

      {yq, b - c, b + c}, {zq, -d, 0}, WorkingPrecision → 10]], {yp, punti2}, {zp, punti}];

(*calcolo del campo complessivo*)
campo = campo1 + campo2 + campo3 + campo4;
d = d - 2 c;
plot = Table[{campo[[n]][[1]][[3]], campo[[n]][[2]][[3]], campo[[n]][[3]][[3]],
  campo[[n]][[4]][[3]], campo[[n]][[5]][[3]], campo[[n]][[6]][[3]],
  campo[[n]][[7]][[3]], campo[[n]][[8]][[3]], campo[[n]][[9]][[3]],
  campo[[n]][[10]][[3]], campo[[n]][[11]][[3]]}, {n, 1, 11}];
(*interpolazione dei punti calcolati*)
f = ListInterpolation[plot, {punti2, punti}, InterpolationOrder → 1];
g = Plot3D[f[y, z], {y, -b + c, b - c}, {z, -d - c, -c},
  PlotRange → All, AxesLabel → {y, z, Bx}, PlotPoints → 100];

(*Calcolo induttanza=  $\frac{\text{flusso}}{\text{corrente}}$  *)

$$\frac{\frac{1.256637 \times 10^{-6}}{4 \pi} \int_{-b+c}^{b-c} \int_{-c-d}^{-c} f[y, z] \, dz \, dy}{4 a c} * 10^9$$

(*grafico i risultati*)
Table[Point[{campo[[x]][[y]][[1]], campo[[x]][[y]][[2]], campo[[x]][[y]][[3]]}],
  {x, 1, 11}, {y, 1, 11}];
Graphics3D[{Red, PointSize[0.03], %}];
Show[{g, %}]

```


D | SCHEMA SIMULINK

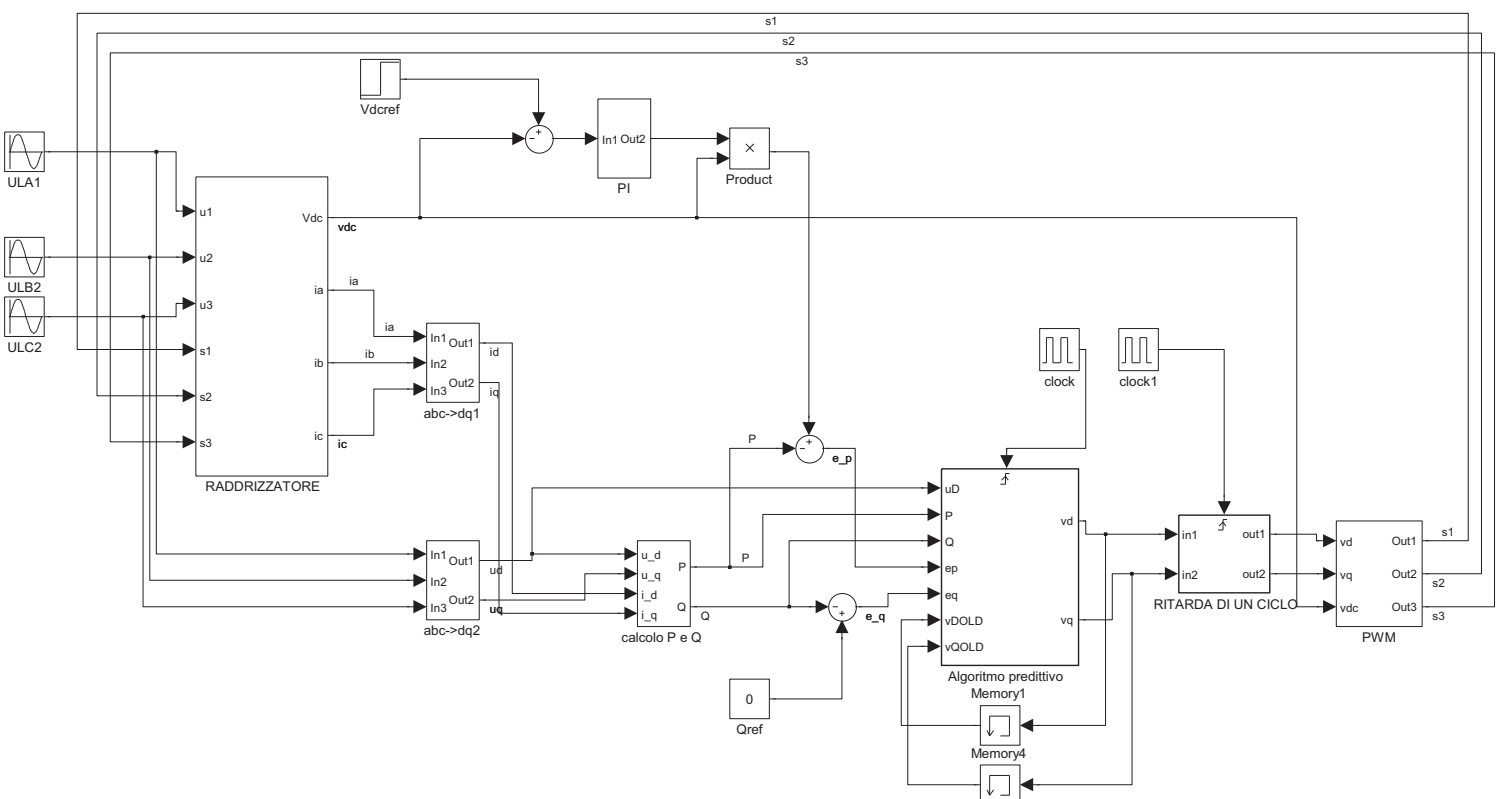


Figura D.0.13: Schema Simulink utilizzato per eseguire le simulazioni.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P. ANTONIEWICZ e M.P. KAZMIERKOWSKI. «Predictive direct power control of three-phase boost rectifier». In: *BULLETIN OF THE POLISH ACADEMY OF SCIENCES TECHNICAL SCIENCES* 54.3 (2006).
- [2] Yunus A. Cengel. *Termodinamica e Trasmissione del calore*. Milano: McGraw-Hill, 1998.
- [3] Juan W. Dixon. *Power Electronics Handbook*. Santiago, Chile: M. H. Rashid, 2011.
- [4] Mariusz Malinowski e M. P. KAZMIERKOWSKI. «Direct Power Control of Three-phase PWM Rectifier Using Space Vector Modulation - Simulation Study». In: *IEEE TRANSACTION ON POWER ELECTRONICS* (2002).
- [5] H. Mao, D. Boroyevich e F. C. Y. Lee. «Novel Reduced-Order Small-Signal Model of a Three-Phase PWM Rectifier and Its Application in Control Design and System Analysis». In: *IEEE TRANSACTION ON POWER ELECTRONICS* 13.3 (1998).
- [6] Robert Perret. *Power Electronics Semiconductor Devices*. Hoboken: Wiley, 2009.
- [7] N. Mohan — T. M. Undeland — W. P. Robbins. *Elettronica di potenza*. Milano: Hoepli, 2005.
- [8] Giorgio Spiazzi. *Appunti dalle Lezioni di ELETTRONICA DI POTENZA*. Padova: Libreria Progetto, 2010.
- [9] Giorgio Spiazzi. *Slide delle Lezioni di ELETTRONICA PER L'ENERGIA*. Padova, 2009.
- [10] Dawei Zhi, Lie Xu e Barry W. Williams. «Improved Direct Power Control of Three-Phase PWM Converters». In: *IEEE TRANSACTION ON POWER ELECTRONICS* (2008).