Università degli Studi di Padova

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Tesi di laurea magistrale

Ottimizzazione dell'uplink di sistemi cellulari con cooperazione tra le base station

Laureando:
Federico Cauduro
Matricola 1015036

Relatore:
Prof. Stefano Tomasin

Anno Accademico 2011–2012

A mia mamma....
A mio papà...

Abbiamo la Terra non in eredità dai genitori, ma in affitto dai figli.
Proverbio Indiano

Ringraziamenti

Ringrazio prima di tutto i miei genitori Luigi e Giuliana, che mi hanno permesso di arrivare con serenità a questo importante traguardo che è la laurea, e mi hanno sempre dato la possibilità di scegliere la mia strada in piena libertà. Li ringrazio infinitamente per tutti i sacrifici che hanno fatto per permettermi di seguire le mie passioni.
Un ringraziamento particolare al professor Tomasin, che per l'intero periodo di tesi mi ha seguito in prima persona, dedicandomi molto tempo e mostrandosi sempre disponibile e propositivo.
Un grazie a tutti quelli che hanno hanno contribuito alla mia formazione, a partire dalla scuola elementare fino alla laurea magistrale. Grazie in particolar modo al professor Someda, che dopo essere stato il mio relatore per la laurea triennale, mi ha offerto la possibilità di continuare a collaborare con lui.
Ringrazio anche i parenti (in particolar modo chi non c'è più) che hanno fatto sentire il loro appoggio durante tutto il mio percorso di formazione, non li nomino tutti perchè sarebbero troppi, ma sono stati tutti importanti, in maniere diverse, per la mia crescita.
Grazie agli amici che conosco da una vita e mi sono sempre stati vicino: Marco, Diego, Polo, Sarto, R, Cita, Santi, Alessandro, Giulia, Cristina, Lavinia, Roberta, Tamara, Berto e Adriano con voi ho condiviso un sacco di esperienze, e mi auguro che le nostre strade continuino a restare unite a lungo.
Non posso omettere i miei vecchi coinquilini di via Nazareth : Panez, Alby, Enry, Bige, Wolver per fortuna le mura del nostro leggendario appartamento non possono raccontare tutto quello che hanno sentito per tra anni. Ragazzi, ciascuno di voi mi ha permesso di crescere come persona, spero di aver fatto altrettanto io con voi.
Grazie a chi ho incontrato per tre anni nei corridoi e nelle aule del dipartimento: Scar (che si laurea oggi come me), Kekko, Tony, Luca, Francesco, Nicola, Sergio, Vander, Salata, Alfred e tutti gli altri; non eravate proprio il meglio che ci si potesse augurare

di prima mattina, ma mi sono sempre accontentato.
L'esperienza dell'Erasmus a Cork che ho vissuto lo scorso anno è stata fondamentale per me, e senza di voi non sarebbe stata uguale. Grazie Giorgio, Davide, Nicola, Paola, Tamara, Lovro, Flolent, Des, Pavan, Dunch, John e Seth.
Grazie anche ad alcune persone che ho preferito non nominare, che sono state comunque al mio fianco per periodi più o meno lunghi.

Indice

RINGRAZIAMENTI **VII**

INTRODUZIONE **XIII**

1 MODELLO DI SISTEMA **1**

1.1 Isolated Cell 2

2 SCHEDULING PER RETI COOPERATIVE **5**

2.1 Algoritmi di scheduling distribuiti 5

2.2 Tecniche di scheduling per reti cooperative 6

2.2.1 Successive Interference Cancellation e Distributed Interference Subtraction 6

2.2.2 Sphere like e Genetic Algorithm 7

2.2.3 Opportunistic e Fixed BS Assignment: introduzione al problema delle risorse di backhaul 7

2.2.4 Il problema da un altro punto di vista 8

2.3 Algoritmi di scheduling centralizzati per reti cooperative 9

2.3.1 Joint Decoding 9

2.3.2 Soft Combining 10

2.4 Algoritmi di scheduling distribuiti per reti cooperative 11

2.4.1 Distributed Multicell Scheduling 11

2.4.2 Distributed Interference Cancellation 13

2.4.3 Distributed Iterative Detection 13

3 SMART RETRANSMISSION **15**

3.1 Analisi dell'efficienza spettrale 17

3.2 Analisi dell'utilizzo della rete di backhaul 18
3.2.1 Smart retransmission: 19

4 QUANTIZZAZIONE DELL'LLR CON SINGOLO UTENTE E SENZA CODIFICA 23

4.1 Il problema 23
4.2 Introduzione 24
4.3 Modulazione 4-QAM 24
4.3.1 Analisi per una modulazione 4-QAM 24
4.3.2 Cooperazione di più base station 25
4.3.3 Quantizzazione del logarithmic likelihood ratio 27
4.3.4 Ottimizzazione 29
4.4 Modulazione 16-QAM 31
4.4.1 Considerazioni ed analisi 31
4.4.2 Analisi del LSB 33
4.4.3 Analisi MSB 34
4.4.4 Analisi della P_{bit} complessiva 35
4.5 Risultati sperimentali 37
4.5.1 Modulazione 4-QAM 37
4.5.2 Modulazione 16-QAM 40

5 BACKHAUL SCHEDULING IN UN SISTEMA MULTI UTENTE CON CODIFICA 43

5.1 Introduzione 43
5.2 LLR quantizzato 44
5.2.1 Modulazione 4-QAM, singola BS 44
5.2.2 Cooperazione di due o più base station 45
5.2.3 Riscrittura della probability density function 46
5.2.4 Modulazione 16-QAM, Least Significant Bit 47
5.2.5 Modulazione 16-QAM, Most Significant Bit 48
5.2.6 Cooperazione di due o più base station 49
5.2.7 Grafici 50
5.3 Generalized Mutual Information 51

5.3.1 Simulazioni 51
5.4 Ottimizzazione con collegamento a bus 53
5.5 Algoritmo con collegamento a bus 55
5.5.1 Descrizione dell'algoritmo 56
5.5.2 Esempio 57
5.5.3 Risultati 59
5.6 Algoritmo con collegamento a bus versione revised 60
5.6.1 Descrizione dell'algoritmo 60
5.6.2 Risultati 62
5.7 Ottimizzazione con collegamento a stella 63
5.8 Algoritmo con collegamento star 64
5.8.1 Descrizione dell'algoritmo 64
5.8.2 Esempio 65
5.8.3 Risultati 69
5.8.4 Fase di swap 71

Introduzione

Una rete cellulare è una rete distribuita che permette la comunicazione tra terminali mobili. Il territorio da essa coperto viene diviso in celle, ciascuna delle quali è servita da una o più base station. Ogni base station è costituita da almeno un trasmettitore, almeno un ricevitore ed una unità di controllo ed ha il compito di collegare tra loro i terminali mobili sfruttando un'infrastruttura fissa, che sarà chiamata spesso rete di backhaul. La configurazione dell'infrastruttura dipende dalla generazione di telefonia in questione.

Le prime reti cellulari, dette 1G, ovvero di prima generazione, si svilupparono nel nord America a partire dal 1976, grazie allo sviluppo dello standard AMPT. Si trattava di reti analogiche abbastanza primitive, che richiedevano l'utilizzo di dispositivi molto voluminosi, in grado di offrire scarsa sicurezza e la possibilità di trasferire dati in maniera piuttosto lenta.

Nonostante le notevoli debolezze, le reti di prima generazione vennero soppiantate solo nel 1991, con l'arrivo in Europa del primo standard di seconda generazione, il General System of Mobile (GSM). Il nuovo protocollo si basava su una tecnologia digitale, che a sua volta faceva leva sul circuit switching e permetteva di raggiungere bit rate e livelli di sicurezza più elevati rispetto a quelli offerti dai suoi predecessori.

Successivamente altri standard di seconda generazione furono sviluppati, tra i principali è bene citare il General Packet Radio Service (GPRS) e l'Enhanced Data rates for GSM Evolution (EDGE). Queste sono meglio note come tecnologie 2.5G, in quanto differiscono dal GSM per la progressiva sostituzione del circuit switching con il packet switching.

Si passò completamente all'uso del packet switching solo con i sistemi 3G. Questo cambio di rotta permise di sfruttare in maniera più efficiente le risorse a disposizione e di raggiungere bit rate sempre più elevati.

Tutte queste tecnologie, così distanti tra di loro nel tempo, hanno permesso alle reti cellulari di svilupparsi enormemente, offrendo agli utenti notevoli miglioramenti nella qualità e nella quantità dei servizi offerti. Tutti i passi fatti nella strada che porta dal 1976 ad oggi sono figli dell'incremento esponenziale dei data rate supportabili dai vari standard adottati nel corso degli anni, oltre che ovviamente, dall'evoluzione dei dispositivi mobili stessi.
Una cosa che accomuna tutti i sistemi citati in precedenza è il fatto che la comunicazione avviene one-to-one: ogni terminale mobile comunica solamente con la base station responsabile della cella in cui si trova.
Nelle reti 4G, o di quarta generazione, si sta studiando il modo migliore per far cooperare le base station appartenenti a celle adiacenti, in modo da incrementare ulteriormente la capacità di sistema, servire un numero maggiore di utenti ed offrire un servizio di buona qualità anche ai terminali che si trovano vicino al confine immaginario che divide due celle adiacenti, ovvero quelli che secondo il modello classico ricevono il servizio più scadente.
Per raggiungere questo obiettivo fondamentale sono stati proposti vari algoritmi atti a coordinare le interazioni tra le base station. Tali algoritmi presentano spesso due punti deboli comuni:

- non viene presa in considerazione l'occupazione di banda nell'infrastruttura alle spalle delle base station;
- sono centralizzati, vale a dire che prevedono l'esistenza di un'unità centrale a conoscenza di ogni dettaglio riguardante la rete, che decide come organizzare tutte le interazioni.

Il fatto di non considerare l'occupazione di banda nella rete di backhaul implica l'assunzione di avere a disposizione una quantità di risorse illimitata, il che è ovviamente non realistico.
Dall'altro lato avere un'entità centrale in grado di controllare tutto è possibile se si considera una rete di dimensioni contenute, ma non è una soluzione scalabile con le complesse reti cellulari presenti sul territorio.
Lo scopo di questa tesi è quello di proporre algoritmi di scheduling per reti cellulari cooperative che tengano in considerazione la disponibilità di risorse di infrastruttura e che siano parzialmente distribuiti, ovvero che non necessitino di una unità centrale che

coordini l'attività di tutte le base station, ma di alcune unità di controllo, dette Radio Network Controller o RNC, che organizzino l'attività di gruppi ristretti di base station.

Organizzazione della tesi

Nel primo capitolo sarà introdotto il modello di sistema, che sarà utilizzato nell'analisi di tutti i capitoli successivi.
Nel secondo verranno introdotti, spiegati ed analizzati alcuni algoritmi che sono stati proposti in passato per lo scheduling in reti cellulari. Si partirà dagli algoritmi più semplici, fino ad arrivare a quelli più complessi, che sono ancora oggi utilizzati.
Il terzo capitolo propone un algoritmo che utilizza il metodo Smart Retransmission, che ha come scopo quello di minimizzare il numero di messaggi che le base-station immettono sulla rete di backhaul.
Il quanrto capitolo sarà dedicato all'analisi delle prestazioni ottenibili in un sistema con singolo utente e senza codifica. Sarà considerato uno scenario in cui l'utente trasmette utilizzando una modulazione 4-QAM o 16-QAM. Le base station riceventi che cooperano nella decodifica trasmettono alla servente una versione quantizzata del logarithmic likelyhood ratio del messaggio ricevuto. Verrà proposto un algoritmo che punterà a minimizzare la probabilità di errore sul bit (P_{bit}), quando è fissata la quantità di risorse che si hanno a disposizione sulla rete di backhaul.
Nell'ultimo capitolo verrà invece analizzato un sistema multiutente con codifica. In questo caso gli algoritmi proposti saranno due: entrambi avranno l'obiettivo di massimizzare la mutua informazione generalizzata (GMI) di sistema se la quantità di risorse è prefissata. Il primo algoritmo prevede un collegamento tra le base station di tipo bus, mentre il secondo di tipo star.

Capitolo 1

Modello di sistema

Nella tesi in generale verrà considerato un sistema costituito da un insieme $\mathcal{K} = \{ \text{BS}_1, \cdots, \text{BS}_{N_R} \}$ di base station (BS), avente cordinalità pari ad N_R.
I mobile terminal (MT) invece apparterranno all'insieme $\mathcal{Z} = \{ \text{MT}_1, \cdots, \text{MT}_{N_T} \}$, che avrà cardinalità pari ad N_T.
La matrice $\mathbf{H}$, di dimensioni $[N_R \times N_T]$, rappresenterà il canale. Gli elementi $h_{i,j}$ di tale matrice sono i coefficienti che rappresentano il canale tra la i-esima BS e il j-esimo MT. Si assumerà sempre che, durante la trasmissione di un messaggio tra un MT ed una BS, il canale sia tempo invariante, ovvero che il coefficiente $h_{i,j}$ rimanga costante.
Ciascuno dei coefficienti $h_{i,j}$ è riscrivibile come $h_{i,j} = f_{i,j}\, p_{i,j}$, dove $f_{i,j}$ è la componente di fading, mentre $p_{i,j}$ rappresenta il path loss. Per il fading è stata scelta una variabile aleatoria (v.a.) gaussiana di media nulla e varianza unitaria, mentre per il path loss un coefficiente pari a 2.
Ciascun MT dovrà inviare una sequenza di bit c_j. Questi bit saranno mappati a gruppi di 2 o 4, a seconda che si usi una modulazione 4-QAM o 16-QAM, nei simboli x_j.
Il vettore $\mathbf{x}$, di dimensioni $[N_T \times 1]$, rappresenta i segnali trasmessi dai dispositivi mobili. In particolare x_j è il segnale trasmesso da j-esimo MT ed ha potenza unitaria.
Il vettore $\mathbf{y}$, di dimensioni $[N_R \times 1]$, rappresenta i segnali ricevuti dalle BS, y_i è il segnale ricevuto dalla i-esima BS.
Il vettore $\mathbf{w}$, di dimensioni $[N_R \times 1]$, rappresenta le componenti di rumore, che sono v.a. gaussiane, complesse, indipendenti, a media nulla e di varianza pari ad $N_0/2$ per dimensione.
Per quando detto fino ad ora, tra i segnali ricevuti e quelli trasmessi, sarà valida la

seguente uguaglianza:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\,\mathbf{x} + \mathbf{w}. \tag{1.1}$$

Sarà utile, in alcuni casi, avere anche dei riferimenti temporali: t_k rappresenterà un frame temporale, mentre $t_{k,f}$ denoterà uno slot, ovvero una frazione di un frame. Ciascuno dei frame verrà suddiviso in $\mathcal{F}$ slot.
La quantità $\Gamma_{i,j}$ rappresenterà, a seconda dei casi, il rapporto segnale rumore (SNR) o segnale rumore interferenza (SINR) relativo alla coppia i, j.
La quantità $\lambda_{i,j}|x_j$ invece sarà il logarithmic likelyhood ratio relativo al bit i-esimo contenuto nella parola di codice associata al simbolo trasmesso x_j.
L'LLR associato a ciascuno dei bit trasmessi sarà quantizzato con un numero di bit pari a $\mathrm{b}_{i,j}$, che sarà maggiore o uguale a 0 e minore o uguale a b_{max}, ovvero il massimo numero di bit che è possibile immettere sulla rete di backhaul.

1.1 Isolated Cell

Quello della Isolated Cell è il caso più semplice tra quelli che verrano presi in analisi. In questo sistema sono presenti un solo utente ed una sola cella, da cui appunto il nome Isolated Cell. La Others Cell Interference non è quindi presente ed il segnale ricevuto dall'unica base-station può essere riscritto, seguendo quanto appena detto, come:

$$\mathrm{y}_1 = h_{1,1}\mathrm{x}_1 + \mathrm{w}_1^2. \tag{1.2}$$

In fase di decodifica, il demodulatore si limiterà ad effettuare una decisione per determinare i simboli trasmessi, li demapperà ed in seguito determinerà i bit corrispondenti. L'efficienza spettrale che si ottiene in questo caso è data da:

$$\mathcal{C} = \log_2\left(1 + \frac{|h_{1,1}|^2}{N_0}\right) \tag{1.3}$$

ed il traffico sulla rete di backhaul è ovviamente nullo, dato che la cella stessa è identificabile con il sistema e quindi non è presente una infrastruttura che connette le varie BS.
Questo scenario non è realistico, perchè nessun sistema reale è costituito da una singola cella, ma risulterà utile nel confronto dei risultati che saranno ottenuti con alcuni fra

gli algoritmi cooperativi. La singola cella isolata infatti pone ad un upper bound alla capacità che si riesce ad ottenere se non si sfrutta la struttura e la diversità Multiple Input Multiple Output (MIMO).

Capitolo 2

Scheduling per reti cooperative

2.1 Algoritmi di scheduling distribuiti

Il problema di trovare algoritmi di scheduling distribuiti, anche in ambito diverso dalle reti cellulari è abbastanza datato. Lo dimostra [1], articolo del 1989, in cui vengono tracciati i principi del calcolo distribuito con limitazioni di tempo e risorse.
In questo primo articolo sono proposti vari tipi di algoritmi, che differiscono gli uni dagli altri per il modo in cui una richiesta dell'utente, che non può essere soddisfatta dal nodo che la riceve, viene passata ad uno degli altri nodi della rete.
In prima battuta è introdotto un algoritmo non cooperativo, secondo il quale se una task non può essere garantita localmente, viene semplicemente scartata.
La seconda proposta riguarda il cosiddetto Random Scheduling Algorithm, con il quale una task non soddisfabile localmente viene inviata in maniera casuale ad uno degli altri nodi della rete.
Si osservi che, per queste prime due proposte, ciascun nodo non necessita di alcuna informazione riguardante l'attività degli altri componenti della rete; per quel che riguarda le altre soluzioni, ciò non risulta più vero.
Con il Focused Algorithm la richiesta da soddisfare viene inviata ad un nodo che ha risorse sufficienti a garantirne il completo soddisfacimento prima della deadline.
Nel caso del Bidding algorithm invece i nodi di rete inviano al nodo che ha bisogno di aiuto delle offerte, esso valuta la proposta migliore ed invia al relativo nodo la task da soddisfare.
Per concludere viene descritto il Flexible Algorithm, che è una combinazione dei due

precedenti: esso sfrutta sia le offerte degli altri nodi, sia la conoscenza del loro livello di attività.

2.2 Tecniche di scheduling per reti cooperative

Il problema di trovare algoritmi di scheduling per reti cellulari cooperative è più recente, ed è stato affrontato da molti ricercatori negli ultimi anni, per cui le pubblicazioni a riguardo sono numerose.
La maggior parte delle soluzioni proposte riguarda algoritmi centralizzati, questo è il caso di [2], [3], [4] e [5].

2.2.1 Successive Interference Cancellation e Distributed Interference Subtraction

In [2] viene considerato un sistema molto semplice, composto di due celle e due terminali, per cui si ha $N_R = N_T = 2$.
Nella prima sezione si presentano alcune metodologie di detection per poi passare a algoritmi di scheduling che, utilizzando queste tecniche, puntano a trovare un buon trade-off tra capacità totale di sistema e utilizzo della rete di backhaul[1].
La parte più interessante dell'articolo, al fine della trattazione in questa tesi, riguarda le tecniche di detection presentate.
Inizialmente vengono introdotte due strategie non cooperative: nella prima ciascuna delle BS decodifica uno dei due terminali, in maniera indipendente dall'altra; nella seconda una delle due BS si occupa di entrambi i terminali, decodificandoli in successione, sfruttando la Successive Interference Cancellation e portando ad un incremento della capacità.
Si passa poi ad una strategia cooperativa, che sfrutta il principio della Distributed Interference Subtraction: una BS decodifica un terminale e invia all'altra il messaggio, che viene cancellato, infine la seconda BS decodifica l'altro segnale. Questo approccio

[1] Come si vedrà nel corso di tutta la tesi, probabilità di errore, capacità totale di rete ed utilizzo di risorse di backhaul sono i parametri guida nella valutazione dell'efficacia ed efficienza di un algoritmo.

porta ad un ulteriore aumento della capacità del sistema, ma richiede, a differenza degli altri, l'utilizzo di risorse della rete di backhaul per lo scambio dei messaggi.

2.2.2 Sphere like e Genetic Algorithm

In [3] viene considerata una Single Frequency Cellular Network che sfrutta una tecnologia V-MIMO al fine di sfruttare al meglio lo spettro disponibile in up-link, massimizzando la capacità e considerando il traffico dati che deve essere supportato dalla rete di backhaul.
Viene introdotta, per ciascun utente i, una matrice $\mathcal{S}_i$, che dichiara quali BS cooperano nella decodifica del messaggio x_i. Il problema di massimizzare la capacità è ricondotto al calcolo della suddetta matrice, che massimizza la capacità per ciascuno degli utenti. La soluzione ottima per ciascuno degli utenti porterà in seguito anche all'ottimo globale.
Successivamente gli autori osservano che, al fine di avere un algoritmo di scheduling ottimo, sarebbe sufficiente calcolare la capacità di sistema per tutti i modi in cui possono essere assegnate le BS a ciascuno dei terminali, ovvero per ogni matrice $\mathcal{S}_i$ possibile. Dato che la complessità del problema aumenta all'ingrandirsi del sistema, e diventa ingestibile per situazioni reali, la ricerca della soluzione ottima viene abbandonata, lasciando spazio a delle soluzioni sub-ottime.
Per raggiungere questo scopo sono proposti due algoritmi: il primo, chiamato Genetic Algorithm, utilizza tecniche ispirate da processi di evoluzione biologica; il secondo, detto Sphere like Algorithm invece parte da una soluzione ritenuta buona e cerca soluzioni migliori in un intorno di essa.

2.2.3 Opportunistic e Fixed BS Assignment: introduzione al problema delle risorse di backhaul

In [4] l'autore divide il problema dello scheduling in due sottoproblemi: la scelta delle BS che devono decodificare un determinato segnale e la quantità di risorse della rete di backhaul da assegnare a ciascuna di esse.
Il secondo problema è di centrale importanza in questa tesi e l'autore per risolverlo si

serve di due strategie.
La prima, chiamata opportunistic BS assignment (OBA), prevede l'assegnazione delle risorse dopo la trasmissione dei segnali da parte dei terminali; in questo scenario è possibile sfruttare completamente la conoscenza dei guadagni di canale. Nella seconda, detta fixed BS assignment (FBA), al contrario le suddette risorse vengono allocate prima della trasmissione da parte dei terminali.
Il problema dell'occupazione della rete di backhaul è centrale in questo articolo e viene analizzato nel dettaglio in quattro differenti tipi di scenario: topologia dei link a stella, con decodifica alla RNC oppure alla BS; topologia dei link ad anello, con decodifica alla Radio Network Controller (RNC) oppure alla BS.
Dopo la presentazione dei due algoritmi, viene fatto un confronto delle loro prestazioni: il FBA richiede circa il triplo dei messaggi sulla rete di backhaul, ma permette di spedire meno informazione riguardo le condizioni dei vari canali. Tra la topologia a stella e quella ad anello, la seconda risulta più flessibile e permette, a parità di capacità di link, di raggiungere rate più elevati nell'interfaccia wireless.

2.2.4 Il problema da un altro punto di vista

Un taglio diverso è dato al problema in [5]: qui gli autori puntano a minimizzare l'occupazione della rete di backhaul mantenendo la probabilità di outage sotto un predeterminato valore di soglia. Due sono gli scenari confrontati: una decodifica cooperativa (Joint Decoding), in cui alcune BS si scambiano informazioni soft e una decodifica locale (Local Decoding), in cui ciascuna BS decifra i messaggi in maniera indipendente. Il fine ultimo è quello di stabilire se l'utilizzo delle BS in maniera cooperativa è utile o meno, al fine di garantire un certo livello di qualità di servizio.
Il problema viene presentato come un problema di programmazione lineare intera, la cui soluzione richiede una ricerca esaustiva (exhaustive search. ES), la cui complessità aumenta esponenzialmente al crescere del numero di frame considerati. Gli autori si servono dunque di un algoritmo euristico di ricerca ricorsiva (recursive search, RS), che punta e ridurre il numero delle BS attive partendo da una soluzione valida e lo confrontano anche con un altro algoritmo detto Static Cooperation (SC).
I risultati interessanti ottenuti sono molti:

- con l'algoritmo JD, a parità di efficienza spettrale, si ottiene una copertura di cella molto più elevata rispetto all'algoritmo LD;

- il numero delle BS attive, in funzione della probabilità di interferenza, con gli algoritmi ES ed RS non differisce di molto; le prestazione di SC invece degenerano nettamente;

- il numero delle BS attive, con tutti e tre gli algoritmi, è più basso se si utilizza JD, per qualsiasi valore della probabilità di interferenza;

- il traffico necessario per la comunicazione nella rete di backhaul, in funzione della probabilità di interferenza se si utilizza la ricerca esaustiva non differisce molto da quello che si ottiene se si utilizza una ricerca ricorsiva; il degrado delle prestazioni è invece netto per quanto riguarda SC.

Si può concludere dicendo che gli autori hanno trovato un algoritmo ricorsivo molto più economico in termini di complessità computazionale, rispetto ad una ricerca esaustiva, quando si cerca di minimizzare l'utilizzo della rete di backhaul fissando una probabilità di outage di sistema.

2.3 Algoritmi di scheduling centralizzati per reti cooperative

2.3.1 Joint Decoding

L'algoritmo centralizzato Joint Decoding è descritto in maniera più approfondita in [7].
Con la tecnica di Joint Decoding le antenne di ciascuna BS sono trattate come un array virtuale: i messaggi ricevuti da ciascuna BS sono inviati ad una unità centrale dove sono processati e decodificati assieme.
Il vantaggio principale offerto da questa tecnica è l'efficienza spettrale che si può raggiungere, che è data da:

$$\mathcal{C} = \log_2 \det\left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{1}{N_T\, N_0} \mathbf{H}\, \mathbf{H}^H \right) \tag{2.1}$$

in cui $\mathbf{I}_{N_R}$ è la matrice identità di dimensione N_R.
Il valore ottenuto nella (2.1) rappresenterà un upper bound per quanto riguarda l'efficienza spettrale ottenibile con un sistema cellulare.
Questo algoritmo, ottimo dal punto di vista della capacità presenta due svantaggi principali:

1. se il numero di celle da gestire è molto grande, l'unità centrale di decodifica dovrà invertire una matrice di canale $\mathbf{H}$ di dimensione troppo elevata al fine di calcolare $\mathbf{H}^H$;

2. il traffico da trasmettere sulla rete di backhaul è elevatissimo: le BS devono trasmettere la Channel State Information ed il segnale ricevuto y_i, mentre la central unit deve ritrasmettere i segnali decodificati $\hat{x}_i$.

L'algoritmo Joint Decoding è dunque quello che massimizza la capacità di canale, ma offre le peggiori prestazioni per quanto riguarda l'occupazione della rete di backhaul.

2.3.2 Soft Combining

L'algoritmo di Soft Combining è presentato in [8].
Nella versione originale ognuna delle BS del sistema genera i logarithmic likelihood ratio (LLR) per tutti i dati ricevuti localmente. In seguito tali rapporti sono inviati ad una unità centrale. Tale dispositivo ricombina i LLRs e crea le sequenze stimate, che poi ritrasmette alle varie BS.
Questa tecnica sfrutta la diversity e quindi offre la possibilità di ottenere una capacità di canale migliorata rispetto all'Isolated Cell, ma inferiore in confronto al Joint Decoding.
L'occupazione della rete di backhaul è, nella forma originale dell'algoritmo, molto elevata, ma viene drasticamente ridotta[2] dagli autori. Viene osservato che la trasmissione di soft information è molto più dispendiosa rispetto a quella di hard information, quindi le trasmissioni sulla rete di backhaul vengono riorganizzate nel seguente modo:

1. le BS trasmettono i bit decodificati, in forma hard;

2. l'unità centrale analizza i messaggi ricevuti, individuando i bit decodificati con segno diverso;

[2] In [8] viene dichiarata una diminuzione dell'occupazione di backhaul di circa 7 volte

3. le BS trasmettono i LLRs solo per tali bit.

L'algoritmo Soft Combining è dunque a metà tra il JD e l'IC, per quanto riguarda la capacità di sistema raggiungibile, mentre surclassa nettamente il JD per quanto riguarda l'occupazione della rete di backhaul.

2.4 Algoritmi di scheduling distribuiti per reti cooperative

2.4.1 Distributed Multicell Scheduling

Un algoritmo distribuito di scheduling per reti cooperative è presentato in [6], e per questo l'articolo sarà illustrato con maggior dettaglio.
Nella prima sezione vengono presentati i principali problemi che si incontrano nel voler massimizzare la capacità di una rete. Il più importante tra questi è che il riutilizzo aggressivo delle frequenze porta ad un incremento dell'interferenza in tutta la rete: ciò ha portato all'utilizzo del multicell scheduling. Tra le varie soluzioni proposte prima dell'articolo, gli autori affermano che nessuna cerca di sfruttare al massimo tutti i gradi di libertà offerti dal problema.
Il risultato più interessante è espresso già nell'introduzione: la capacità massima può essere raggiunta utilizzando un algoritmo semplice e completamente distribuito, che si basa solamente sui guadagni di canale locali.

Modello di rete

Data una rete con N_T BS ed N_R MT che ricevono dati dalle BS, si supponga che nell'i-esima cella ci siano $N_{T,i}$ trasmettitori che utilizzano una stessa porzione di spettro. Il tempo viene diviso in frame, e ogni frame è composto da $\mathcal{F}$ slot o risorse. Il problema dello scheduling per la cella i-esima consiste nell' assegnare uno slot per ciascun frame, ad $\mathcal{F}$ tra i suoi $N_{T,i}$ ricevitori.

Sono in seguito fatte alcune considerzioni riguardanti il problema di Power Control, ovvero dei livelli di potenza dei segnali a cui ciascuna BS deve trasmettere.

Co-Channel user matching problem

Vengono introdotti alcuni concetti di base, che servono per lo sviluppo dell'algoritmo di scheduling vero e proprio:

- **SCHEDULING POLICY**: è una funzione biettiva che associa $\mathcal{F}$ tra gli $N_{T,i}$ utenti della cella i-esima, ciascuno ad una risorsa;
- **SCHEDULING VECTOR**, $\mathcal{I}^{(f)}$: contiene l'insieme degli utenti assegnati allo slot f, in ciascuna delle celle;
- **SCHEDULING MATRIX**, $\mathcal{S}$: è una matrice che contiene tutti gli scheduling vector di un frame, e quindi descrive completamente come vengono assegnate tutte le risorse del sistema durante un frame intero.

Fatte queste considerazioni, si può affermare che l'efficienza spettrale è data da:

$$\mathcal{C}(\mathcal{S}) = \frac{1}{\mathcal{F}\, N_T} \sum_{f=1}^{\mathcal{F}} \sum_{n=1}^{N_T} \log_2 \left(1 + \Gamma \left(\mathcal{I}^{(f)}, n \right) \right) \tag{2.2}$$

dove $\Gamma \left(\mathcal{I}^{(f)}, n \right)$ rappresenta il rapporto segnale rumore relativo all'n-esimo utente assegnato allo slot f-esimo.
L'obiettivo dell'algoritmo è calcolare:

$$\mathcal{S}^* = \text{argmax}_{\,\mathcal{S} \in S} \left\{ \mathcal{C}(\mathcal{S}) \right\} \tag{2.3}$$

ovvero la scheduling matrix che massimizza la capacità del sistema.

Risultati

Il risultato principale dell'articolo è che, se si assume di aver a che fare con una Interference Ideal Network, l'algoritmo di scheduling ottimale per ogni cella consiste nell'ordinare in modo decrescente di guadagno di canale i suoi utenti, ed assegnare ai migliori $\mathcal{F}$ utenti gli $\mathcal{F}$ slot disponibili, indipendentemente dai guadagni di canale nelle altre celle.
Come è facile vedere, dato che l'unico criterio per l'assegnazione delle risorse è il guadagno locale, l'algoritmo risulta totalmente distribuito.
I risultati ottenuti nel caso di downlink possono essere estesi con considerazioni abbastanza semplici anche al caso dell'uplink.

Un'osservazione importante da fare è che la regola per avere uno scheduling ottimo è dividere gli utenti tra buoni e cattivi, ad assegnare ai più buoni le risorse, in modo da massimizzare la capacità di canale. Questa distinzione introduce il problema di user fairness: avere una capacità massima porterà infatti anche ad avere un elevato numero di utenti non soddisfatti, dato che solo quelli con le condizioni di canale migliori potranno usufruire delle risorse. Per risolvere questo problema è importante calibrare in maniera accurata il valore di $\mathcal{F}$: avere $\mathcal{F} = 1$ si tradurrà nell'avere un solo utente soddisfatto, ma capacità massima; avere $\mathcal{F} = N_T$ farà diminuire notevolmente la capacità, ma fornirà un minimo di risorse a ciascun utente.
Si noti che l'algoritmo proposto dagli autori risulta effettivamente distribuito, ma non sfrutta minimamente la struttura MIMO delle reti 4G, e quindi non offre nessun miglioramento rispetto ad algoritmi già proposti per reti 1G, 2G e 3G.

2.4.2 Distributed Interference Cancellation

L'algoritmo Distributed Interference Cancellation (DIC) viene brevemente accennato in [8].
Una BS, se in grado di decodificare un messaggio (la possibilità di decodificare dipende dal SINR) invia tale messaggio alle BS adiacenti, che lo utilizzano per mitigare il livello di interferenza.
Questo algoritmo è quello che offre in assoluto la capacità di sistema più bassa, ma è anche in grado di utilizzare in maniera minima la rete di backhaul.

2.4.3 Distributed Iterative Detection

L'algoritmo Distributed Iterative Detection (DID) è stato introdotto in [9], mentre in [10] e [11] sono state proposte alcune modifiche per migliorarne le prestazioni, in particolare per quanto riguarda il numero di messaggi scambiati nella rete di backhaul.
La BS sceglie di decodificare, tra tutti i segnali ricevuti $x_1, \ldots, x_{N_T}$, solamente quello che presenta il SINR più elevato. I bit, decodificati in maniera hard, sono inviati a tutte le BS adiacenti. Nel frattempo vengono ricevuti tutti i segnali decodificati dalle altre BS, ed essi sono sottratti ad y_i, diminuendo così il livello di interferenza. A questo

punto il processo viene ripetuto iterativamente, rendendo la stima dei segnali x_i ad ogni passo sempre più realistica [3].
La capacità di sistema che si riesce a raggiungere con questo algoritmo è nettamente migliore di quella offerta dalla single user detection, anche se l'algoritmo a convergenza ha come upper bound IC.
L'occupazione della rete di backhaul dipende da che informazione le base station decidono di scambiare: è possibile inviare tutti i bit decodificati, oppure solo quelli la cui stima ha una certa affidabilità, e dal numero di iterazioni che l'algoritmo esegue.
La soluzione [11] cerca di migliorare la tecnica di DID, ma l'algoritmo, con le modifiche apportate perde la caratteristica di essere completamente distribuito, in quanto per alcuni dei MT viene utilizzato il metodo JD.

[3] Il numero di iterazioni dell'algoritmo dipende dal livello di SINR.

Capitolo 3

Smart Retransmission

Il primo algoritmo che viene proposto, per lo scheduling in reti cooperative, prende in considerazione un sistema costituito da sette celle con una BS ciascuna, dunque $N_R = 7$ ed un numero non precisato di utenti N_T, ed ha come obiettivo quello di massimizzare l'efficienza spettrale di sistema.
I MT trasmettono i loro messaggi in pacchetti di lunghezza fissa. Le BS decidono in modo cooperativo a chi e secondo quale ordine affidare la decodifica dei messaggi ricevuti, basandosi sui valori $\Gamma_{i,j}$. Una volta che un messaggio viene decifrato è spedito a tutte le altre BS, che possono così cancellarlo dal segnale ricevuto y_i. L'algoritmo viene iterato fino a che tutti i segnali trasmessi x_j vengono decifrati.
Successivamente viene proposta un'altra soluzione, chiamata smart retransmission, grazie alla quale si ha una notevole diminuzione del traffico sulla rete di backhaul con perdite trascurabili in termini di efficienza spettrale raggiungibile.
Per il momento l'algoritmo non tiene in considerazione il tipo di modulazione e di codifica utilizzate dal trasmettitore, questi problemi saranno infatti approfonditi nei capitoli successivi.

Si assuma, da questo punto in poi di analizzare solamente il lavoro svolto dalla BS numero 1, per le altre varrà un discorso analogo.
Il ricevitore in analisi come primo passo dovrà suddividere i coefficienti di canale $h_{1,j}$ in tre insiemi, secondo il seguente criterio:

1. $h_{1,j} \in \mathcal{A}_1 \iff |\, h_{1,j} \,|^2 > P_{th_{sup}}$

BS	**MT**	$\mathbf{\Gamma}_{max}$	**MT**	$\mathbf{\Gamma}_{i,j}$	etc
BS 1	MT 4	9.23	MT 12	2.23	$\cdots$
BS 2	MT 6	15.29	MT 11	1.02	$\cdots$
BS 3	MT 13	6.32	MT 7	0.34	$\cdots$
BS 4	MT 21	0.54	MT 3	0.43	$\cdots$
BS 5	MT 4	10.54	MT 4	4.33	$\cdots$
BS 6	MT 42	0.43	MT 1	0.11	$\cdots$
BS 7	MT 12	9.81	MT 9	0.72	$\cdots$

Tabella 3.1: Esempio delle entries che ogni BS deve registrare nel proprio dizionario. Ciascuna riga è associata ad una delle altre BS.

2. $h_{1,j} \in \mathcal{B}_1 \iff P_{th_{inf}} < |\, h_{1,j} \,|^2 < P_{th_{sup}}$

3. $h_{1,j} \in \mathcal{C}_1 \iff |\, h_{1,j} \,|^2 < P_{th_{inf}}$

dove i valori di $P_{th_{sup}}$ e $P_{th_{inf}}$ sono delle costanti da scegliere in maniera opportuna. [1] La BS ora dovrà calcolare il rapporto SINR per ciascuno dei valori $h_{1,j} \in \mathcal{A}_1$ e determinare:

$$\Gamma_{1,max} = \max \left\{ \Gamma_{1,j} = \frac{|\, h_{1,j} \,|^2}{\sum_{k=1,k\neq j}^{N_T} |\, h_{1,k} \,|^2 + \sigma_1^2} \right\} \qquad \forall\ h_{1,j} \in \mathcal{A}_1 \qquad (3.1)$$

ed ordinare i coefficienti $h_{1,j}$ in base ai rapporti SINR calcolati.
Ora la BS invierà alle celle adiacenti un messaggio contenente la sua identità, le identità dei MT che è in grado di decifrare (cioè quelli in $\mathcal{A}_1$), assieme al relativo rapporto SINR, che funge da criterio per ordinarli, e le identità dei MT che non è in grado di decifrare, ma a cui è interessata (cioè quelli in $\mathcal{B}_1$).
A questo punto ovviamente arriveranno messaggi corrispondenti anche dalle celle adiacenti; tali messaggi saranno salvati in un dizionario che avrà la struttura di tabella (3.1).

Si presentano in questo caso varie possibilità:

- Se vale che $\mathcal{A}_1 = \emptyset$ la BS aspetterà delle eventuali richieste di decodifica da parte delle altre stazioni;

[1] La scelta del valore di $\mathcal{P}_{th_{sup}}$ influenzerà l'attività delle BS stesse, mentre la scelta di $\mathcal{P}_{th_{inf}}$ sarà determinante per l'occupazione della rete di backhaul.

- Se c'è un'altra BS con un $\Gamma_{i,max}$ relativo allo stesso terminale mobile, tale che $\Gamma_{i,max} > \Gamma_{1,max}$, allora tale stazione si occuperà di decifrare il messaggio ricevuto x_j e la BS in questione aspetterà il prossimo turno di decodifica.
- Altrimenti la BS si occuperà di decifrare il messaggio x_j, ovvero quello relativo al coefficiente $h_{1,j}$ che aveva fornito il valore $\Gamma_{1,max}$, e di inviare tale messaggio a tutte le BS che hanno il coefficiente $h_{i,j}$ nel proprio insieme $\mathcal{A}_i$ o $\mathcal{B}_i$.

Successivamente la BS dovrà aggiornare il proprio vettore y_1 e la matrice $\mathbf{H}$ nel modo seguente:

$$\forall\ x_k \qquad \text{ricevuto o decifrato} \qquad y_1 = y_1 - h_{1,k}x_k, \quad h_{i,k} = 0 \tag{3.2}$$

A questo punto, allo scadere del mini time slot corrente, la BS provvederà a calcolare i nuovi valori di $\Gamma_{1,j}$ e ripeterà tutta la procedura, finchè non varrà che $\mathcal{A}_i = \emptyset$ per ogni BS.

3.1 Analisi dell'efficienza spettrale

Partendo dal presupposto che l'efficienza spettrale in un sistema single-input single-output è data da:

$$\mathcal{C}_{SISO} = \log_2 (1 + \Gamma) \tag{3.3}$$

dove Γ è il rapporto segnale rumore, nel nostro caso è possibile affermare che l'efficienza spettrale raggiunta decifrando un generico segnale x_n dalla BS k-esima è data da:

$$\mathcal{C}_{n,k} = \log_2 \left(1 + \frac{|h_{k,n}|^2}{\sum_{i=1, i\neq k, i_{nondec}}^{i=N_T} |h_{k,i}|^2 + N_0} \right) \tag{3.4}$$

quindi l'efficienza spettrale raggiunta in una singola BS è data da:

$$\mathcal{C}_k = \sum_{n\in\mathcal{M}(k)} \mathcal{C}_{n,k} = \sum_{n\in\mathcal{M}(k)} \log_2 \left(1 + \frac{|h_{k,n}|^2}{\sum_{i=1, i\neq k, i_{nondec}}^{i=N_T} |h_{k,i}|^2 + N_0} \right) \tag{3.5}$$

e quella di sistema sarà invece la somma dell'efficienza spettrale di tutte le BS:

$$\mathcal{C}_{sys} = \sum_{k\in\mathcal{K}} \mathcal{C}_k = \sum_{k\in\mathcal{K}} \sum_{n\in\mathcal{M}(k)} \log_2 \left(1 + \frac{|h_{k,n}|^2}{\sum_{i=1, i\neq k, i_{nondec}}^{i=N_T} |h_{k,i}|^2 + N_0} \right). \tag{3.6}$$

Questa espressione mostra che, per massimizzare la capacità di canale è possibile ottimizzare in due modi.
Il primo modo consiste nella scelta dell'ordine di decodifica dei messaggi ricevuti. In questo senso la scelta di decifrare per primo sempre quello a Γ_{max} sembra la migliore.
Il secondo invece è la scelta di se e come utilizzare le BS libere.
Nel caso in cui sia possibile decodificare tutti i terminali, senza servirsi delle BS ausiliarie, è opportuno evitare il loro coinvolgimento, in quanto il fatto di posticipare la decodifica permette di cancellare dal segnale ricevuto y_i alcuni segnali x_j e di azzerare i coefficienti $h_{i,j}$. Tale cancellazione permette di ottenere SINR più elevati, e quindi di aumentare la capacità totale del sistema.
In caso contrario, ovvero se la BS non è in grado di soddisfare tutte le richieste, l'intervento di una BS di supporto aiuterà ad aumentare la capacità della rete, in quanto il numero di messaggi decifrati sarà più elevato.

3.2 Analisi dell'utilizzo della rete di backhaul

Si assume di collegare ciascuna delle BS alle 6 che la circondano. Sia detto $\mathcal{L}_{i,j}$ il link che collega le BS i e j.
Si osservi per prima cosa che l'algoritmo presentato richiede l'utilizzo di due tipi di messaggi da inviare nella rete di backhaul:

- il primo serve a trasmettere messaggi ricevuti oppure decodificati e si assume di lunghezza fissa (e sarà chiamato pacchetto);
- il secondo serve a comunicare alle altre BS i valori calcolati di Γ e le identità dei terminali decifrabili e/o di interesse.

Si assuma che il secondo tipo di messaggio sia di lunghezza tracurabile rispetto al primo, e che quindi ai fini dell'occupazione della rete di backhaul non sia rilevante.
Nel caso in cui non venga utilizzato il metodo di smart retransmission[2], ogni volta che un messaggio viene decifrato esso è trasmesso a tutte le celle adiacenti.
Successivamente ciascuna delle BS dovrà anche ricevere, o trasmettere, un messaggio per ciascuno dei MT presenti.

[2]Il metodo sarà illustrato nel dettaglio in seguito

Assumendo che il numero di messaggi trasmessi siano distribuiti equamente nei link si ha che il traffico che passa in un generico link $\mathcal{L}_{i,j}$, espresso in numero di pacchetti è:

$$\mathcal{T}_{i,j} \simeq \frac{1}{N_R - 1} \left\{ \frac{N_T}{N_R}(N_R - 1) + N_T - \frac{N_T}{N_R} \right\} = 2\,\frac{N_T}{N_R\,(N_R - 1)}(N_R - 1) = 2\,\frac{N_T}{N_R}. \tag{3.7}$$

3.2.1 Smart retransmission:

L'utilizzo della smart retransmission prevede che un messaggio decifrato x_k sia trasmesso ad un'altra BS solamente nel caso in cui il coefficiente $h_{j,k} \in \mathcal{A}_j$ o $\mathcal{B}_j$.
Si noti che l'appartenenza o meno del coefficiente agli insiemi sopra citati dipende solamente da $|h_{j,k}|^2$ e tale quantità dipende a sua volta in gran parte dalla distanza del terminale k-esimo dalla BS j-esima. La scelta opportuna del valore $\mathcal{P}_{th_{inf}}$ permetterà dunque di restringere più o meno l'area in cui un terminale è di interesse per la BS j-esima.
Si consideri una cella avente lato $l = 10$ km e quindi apotema pari ad $a \simeq 8,7$ km. Si definisce spessore di penetrazione s_p la percentuale, rispetto all'apotema, per la quale la cella continua ad essere interessata ad i terminali oltre il suo confine[3]. La BS i-esima dovrà trasmettere il messaggio decifrato x_k alla BS j-esima se e solo se il terminale k-esimo si trova nell'area di interesse di j.
La tabella 3.2 riporta, in base allo spessore di penetrazione, la percentuale dei pacchetti che devono essere ritrasmessi. Si tenga in considerazione che, in questo caso si parla comunque di trasmettere il pacchetto solo su uno dei link, e non su tutti i sei link.

Con le considerazioni fatte, si può concludere che, in questo caso il numero di pacchetti trasmessi su un singolo link è dato da:

$$\mathcal{T}_{i,j} = \frac{1}{N_R - 1} \left\{ \frac{N_T}{N_R}\,P_{ritr} + \left(N_T - \frac{N_T}{N_R} \right) \frac{P_{ritr}}{N_T - 1} \right\} = 2\,\frac{N_T}{N_R}\,\frac{p}{N_R - 1}. \tag{3.8}$$

Confrontanto le due equazioni, si può concludere che, con il metodo smart retransmission si ha una occupazione nella rete di backhaul più bassa di un fattore:

$$\mathcal{G}_{sr} = \frac{N_R - 1}{p}. \tag{3.9}$$

[3] $s_p = 0.1$ significa che i terminali fino a 870 m oltre il confine della cella continuano ad essere di interesse.

Il valore dei guadagni ottenibili è riportato in tabella 3.2.

p_s	P_{ritr}	$\mathcal{G}_{sr}$	p_s	P_{ritr}	$\mathcal{G}_{sr}$
0.05	9,98%	60,1	0.30	59,61%	10,0
0.10	19,91%	30,1	0.35	68,85%	8,7
0.15	27,79%	26,3	0.40	78,50%	7,6
0.20	39,63%	15,1	0.45	88,11%	6,9
0.25	49,42%	12,1	0.50	97,66%	6,1

Tabella 3.2: Tabella che riporta i guadagni che si ottengono in base allo spessore di penetrazione.

Capitolo 4

Quantizzazione dell'LLR con singolo utente e senza codifica

4.1 Il problema

Negli algoritmi che saranno proposti in questo capitolo e nel successivo si avrà sempre a che fare con un sistema composto da 7 celle ed un numero variabile di utenti. Le varie BS avranno una conoscenza completa del canale tra esse ed i vari utenti, calcoleranno il valore $\Gamma_{i,j}$ e lo invieranno alla RNC.
La RNC, conoscendo i valori di $\Gamma_{i,j}$ relativi a ciscuna coppia BS-MT e la quantità di risorse b_{max} disponibili su ogni link, avrà l'incarico di decidere come assegnare le risorse.
Essa, una volta applicato l'algoritmo, comunicherà a ciascuna BS i quanti bit $b_{i,j}$ devono essere dedicati al segnale ricevuto dal MT j. La BS i utilizzarà i bit a disposizione per inviare la versione quantizzata dell'LLR relativo a ciascun mobile terminal. I valori di $b_{i,j}$ sono determinati al fine di massimizzare la GMI di sistema, nel caso in cui il problema consideri anche la codifica dei bit, o minimizzare la P_{bit}, in caso contrario. Ricevute le istruzioni ($b_{i,j}$) dalla RNC, ogni BS saprà precisamente quanti bit utilizzare per la quantizzazione dell'LLR relativo ai bit inviati da ciascun MT, calcolerà tale rapporto e lo quantizzerà come indicato dalla RNC. I risultati saranno raccolti dalla RNC o dalla BS servente, che decodificherà il messaggio, ricombinandoli opportunamente.

4.2 Introduzione

Il progetto dell'algoritmo di quantizzazione e scheduling del backhaul inizierà focalizzandosi su un sistema che non utilizza la codifica ed è costituito da un singolo utente ed N_T antenne riceventi. In questo caso il problema sarà la minimizzazione della probabilità di errore, tenendo conto di avere a disposizione un numero di bit massimo che si possono inviare sul backhaul pari a b_{max}.

4.3 Modulazione 4-QAM

Un insieme di N_R BS si rende disponibile a cooperare per la decodifica di un messaggio trasmesso da un terminale mobile. Il dispositivo mobile utilizza una modulazione 4-QAM per la trasmissione di tale messaggio.
L'obiettivo è minimizzare P_{bit}, ovvero la probabilità di errore sul singolo bit, del sistema complessivo, fissando a priori un utilizzo massimo della rete di backhaul.

4.3.1 Analisi per una modulazione 4-QAM

La modulazione 4-QAM può essere suddivisa in due modulazioni 2-PAM, una per la parte reale e l'altra per la parte immaginaria. Il segnale ricevuto può dunque essere riscritto come:

$$y = Re\,(\,x\,) + w_1 + j \cdot [\,Im\,(\,x\,) + w_2\,] \tag{4.1}$$

in cui w_1 ed $w_2 \in \mathcal{N}(\,0, N_0/2\,)$.
Da questo punto in poi l'analisi si concentrerà solamente su una delle due componenti, ma tutte le derivazioni fatte saranno valide anche per l'altra.
I simboli trasmessi, appartenenti ad una modulazione 2-PAM, saranno $x \in \mathcal{X}$, con $\mathcal{X} = \{\,-\Delta, \Delta\,\}$.
Il logarithmic likelihood-ratio (LLR) per l'unico bit c di ogni simbolo in questo caso è definito in [12] come:

$$\lambda = \log \frac{\Pr\{c=1|y\}}{\Pr\{c=0|y\}} = \log \frac{\exp\left(-\frac{|y-\Delta|^2}{N_0}\right)}{\exp\left(-\frac{|y+\Delta|^2}{N_0}\right)} = 4\,y\,\Delta\,\mu \tag{4.2}$$

e infine, posto che:

$$\beta = \frac{1}{4\Delta\mu} \tag{4.3}$$

si ha che:

$$\lambda = \frac{1}{\beta} \cdot y. \tag{4.4}$$

La (4.4) rappresenta la v.a. λ in funzione del campione osservato y.
E' opportuno a questo punto esprimere la probability density function (pdf) di suddetta v.a., condizionata dal simbolo trasmesso x:

$$\mathrm{p}(\,\lambda|x\,) = \frac{\delta}{\delta\lambda}\mathrm{P}(\,\lambda|x\,) = \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu\pi}}\ \exp(\,-\mu\,|\,\beta\lambda - x\,|^2\,) \tag{4.5}$$

in cui si riconosce una v.a. gaussiana con media $\mathrm{m}_{\lambda|x} = 4\,x\,\Delta\,\mu$ e varianza $\sigma^2_{\lambda|x} = 8\,\Delta^2\,\mu$.
Assumendo infine $\Delta = 1$ si ha che:

$$\lambda|x = -1 \qquad \in \qquad \mathcal{N}(\,-4\,\mu, 8\,\mu\,) \tag{4.6}$$

$$\lambda|x = 1 \qquad \in \qquad \mathcal{N}(\,4\,\mu, 8\,\mu\,). \tag{4.7}$$

4.3.2 Cooperazione di più base station

Ottenuta, nel caso di modulazione 4-QAM, l'espressione della pdf del LLR per una singola BS, si passa all'analisi di quello che succede quando varie BS cooperano nella decodifica del messaggio.
Anche in questo caso si assume la trasmissione di simboli 4-QAM. L'LLR ottenuto dai segnali y_i, vincolato dai simboli $\hat{x}$ trasmessi dal MT j-esimo è definito come:

$$(\,\lambda_j|x_j = \hat{x}\,) = \ s_{1,j} \cdot (\,\lambda_{1,j}|x_j = \hat{x}\,) + \cdots + s_{N_R,j} \cdot (\,\lambda_{N_R,j}|x_j = \hat{x}\,) \tag{4.8}$$

in cui $s_{i,j}$ è una variabile binaria, che vale 1 se l'i-esima BS coopera nella decodifica, e 0 in caso contrario.
La v.a. λ_j risulta essere la somma di v.a. gaussiane e sarà dunque a sua volta gaussiana, con media pari alla somma delle medie e varianza uguale alla somma delle varianze.
Per il resto del capitolo, dato che verrà analizzato un sistema con un singolo MT, il pedice che identifica tale dispositivo verrà omesso.

L'LLR condizionato alla trasmissione del simbolo $x = \hat{x}$ sarà caratterizzato dalle seguenti medie e varianze:

$$m_{\lambda|x=\hat{x}} = \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot m_{i_{\lambda_i|x=\hat{x}}} = \text{sgn}(\hat{x})\, 4 \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i \tag{4.9}$$

$$\sigma^2_{\lambda|x=\hat{x}} = \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \sigma^2_{i_{\lambda_i|x=\hat{x}}} = 8 \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i \tag{4.10}$$

in cui i valori m_i e σ_i sono quelli definiti in (4.6) e (4.7).
Grazie all'espressione della pdf, che è risultata essere gaussiana, è possibile esprimere la probabilità di errore, nel caso in cui uno specifico simbolo sia stato trasmesso.
Si assuma per il momento che il simbolo trasmesso sia $x = -1$, vale allora che:

$$\text{P}_{\text{bit},x=-1} = p(\,\lambda > 0 | x = -1\,) = 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{0 - m_{\lambda|x=-1}}{\sigma_{\lambda|x=-1}} \right) \tag{4.11}$$

dove $\mathcal{Q}$ e' la distribuzione complementare di una gaussiana a media nulla e varianza unitaria.
La probabilità complessiva di sbagliare un bit sarà data da:

$$\text{P}_{\text{bit}} = p(x = -1) \cdot p(\,\lambda > 0 | x = -1\,) + p(x = 1) \cdot p(\,\lambda < 0 | x = 1\,) \tag{4.12}$$

che risulta essere:

$$\text{P}_{\text{bit}} = \mathcal{Q}\left(\left(2 \cdot \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i \right)^{\frac{1}{2}} \right). \tag{4.13}$$

L'equazione (4.13) evidenzia che la P_{bit} del sistema dipende da due fattori:

- quali BS cooperano;
- il rapporto segnale rumore ad esse associato.

Come si vedrà in seguito, se i valori degli LLR vengono quantizzati, gli altri fattori che influenzano le prestazioni del sistema sono l'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione ed il valore di v_{sat}.

4.3.3 Quantizzazione del logarithmic likelihood ratio

In questa sezione si considera il problema la quantizzazione degli LLR, assumendo che:

- il quantizzatore sia uniforme;
- il valore di v_{sat} sia scelto in modo che l'errore di saturazione sia trascurabile rispetto a quello di quantizzazione;
- sia possibile impostare il numero di bit utilizzati per la quantizzazione ed il valore di v_{sat} ogni volta che si deve decifrare un messaggio.

Dato che tutte le risorse della rete di backhaul saranno a disposizione del singolo MT, le varie BS cooperanti potranno utilizzare un numero di bit molto elevato per la trasmissione dell'LLR e gli intervalli di quantizzazione risulteranno molto piccoli. Per questa ragione, per il momento non verrà calcolata la distribuzione di massa discreta dell'LLR, ma si continuerà ad utilizzare la sua pdf, sapendo di commettere un errore poco rilevante.
Trascurando per il momento il simbolo trasmesso e quello ricevuto, sia $\lambda_{q,i}$ la versione quantizzata di λ_i ed $\epsilon_{q,i}$ l'errore di quantizzazione, vale allora che:

$$\lambda_i = \lambda_{q,i} + \epsilon_{q,i}. \tag{4.14}$$

Si assume che l'errore di quantizzazione sia una v.a. uniforme, definita nell'intervallo $(\,-\Delta_{q,i}/2, \Delta_{q,i}/2\,)$ ed ha dunque:

$$\mathrm{m}_{\epsilon_{q,i}} = 0 \qquad\qquad \sigma^2_{\epsilon_{q,i}} = \frac{\Delta^2_{q,i}}{12}. \tag{4.15}$$

E' possibile esprimere il valore di λ complessivo e quantizzato nel modo seguente:

$$\lambda_q = \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \lambda_i - \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \epsilon_{q,i}. \tag{4.16}$$

Avvalendosi del teorema limite centrale, è possibile affermare che:

$$\sum_{i=0}^{N_R} s_i \cdot \epsilon_{q,i} \in \mathcal{N}\left(\, 0, \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \frac{\Delta^2_{q,i}}{12} \,\right) \tag{4.17}$$

se N_R è grande a sufficienza.
Per la v.a. $\lambda_q|x=\hat{x}$ si avrà quindi:

$$\lambda_q|x=\hat{x} \in \mathcal{N}\Bigg(4\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i\cdot \text{sgn}(x), 8\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\frac{\Delta_{q,i}^2}{12}\Bigg). \tag{4.18}$$

E' importante ribadire ancora una volta che λ_q è in realtà una v.a. discreta, ma vista l'elevata quantità di risorse a disposizione, è possibile approssimarla, commettendo un errore trascurabile, con la sua versione continua.
Per la P_{bit} varrà dunque che:

$$\text{P}_{\text{bit}} \simeq \mathcal{Q}\left[\frac{4\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i}{\left(8\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\frac{\Delta_{q,i}^2}{12}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]. \tag{4.19}$$

Scelta dei livelli di quantizzazione

Per assicurarsi che l'errore di saturazione sia trascurabile rispetto a quello di quantizzazione si sceglie di porre:

$$\begin{cases} v_{sat,i}^- = m_{\lambda_i|x=-1} - 2\,\sigma^2_{\lambda_i|x=-1} = -20\cdot\mu_i \\ v_{sat,i}^+ = m_{\lambda_i|x=1} - 2\,\sigma^2_{\lambda_i|x=1} = 20\cdot\mu_i. \end{cases} \tag{4.20}$$

Con questi valori si avrà che $|\lambda_{i|x=\hat{x}}|$ supererà v_{sat} con probabilità $\text{P}_{sat} = 0.023$, rendendo l'errore di saturazione trascurabile rispetto a quello di quantizzazione, come desiderato.
L'ampiezza dell'intervallo di osservazione è data da $v_{sat,i}^+ - v_{sat,i}^- = 40\,\mu_i$, da cui, detto b_i il numero di bit usati dall'i-esima BS per la quantizzazione del LLR, si deriva facilmente che:

$$\Delta_{q,i} = \frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}} \qquad \Longrightarrow \qquad \sigma^2_{\epsilon_q,i} = \frac{1}{12}\cdot\left(\frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}}\right)^2. \tag{4.21}$$

Grazie all'espressione (4.21) è possibile riscrivere la (4.19) come:

$$\text{P}_{\text{bit}} = \mathcal{Q}\left[\frac{4\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i}{\left(8\sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i\cdot\frac{1}{12}\cdot\left(\frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right] \tag{4.22}$$

evidenziando la dipendenza di P_{bit} anche dai valori di b_i e $v_{sat,i}$ (vale infatti che $40\,\mu_i = 2\,v_{sat,i}$).

4.3.4 Ottimizzazione

Facendo riferimento al problema descritto ad inizio capitolo, è ora possibile riscriverlo come un problema di programmazione lineare, con funzione obiettivo e vincoli relativi.

Funzione obiettivo:

$$\max_{\mathrm{b}_i} \left[\frac{4 \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i}{\left(8 \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \left(\frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right]. \tag{4.23}$$

Vincoli:

- $s_i = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathrm{b}_i \neq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
- $\sum_{i=1}^{N_R} \mathrm{b}_i \leq \mathrm{b}_{max}$.

Da un'analisi di complessità computazionale ci si rende subito conto che, con un approccio brute force, per trovare la soluzione ottima si devono analizzare $(\mathrm{b}_{max} + 1)^{N_T}$ possibili soluzioni. La complessità diventa insostenibile già quando il numero N_T delle BS è modesto.

Scelta dei bit da assegnare a ciascun quantizzatore

E' possibile riscrivere il problema ponendosi come obiettivo la minimizzazione dell'errore di quantizzazione, che è effettivamente l'unica quantità su cui è possibile agire.

Funzione obiettivo:

$$\min_{\mathrm{b}_i} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}_T} s_i \cdot \frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}} \tag{4.24}$$

i vincoli invece evidentemente restano gli stessi.
Per facilitare la soluzione viene rimosso il vincolo di interezza e si risolve il rilassamento continuo del problema attraverso un solver matematico.

Ottenuta la soluzione non intera sarà sufficiente testare le $2^{\mathrm{N}_{T,sel}}$ soluzioni intere che nel poliedro racchiudono il punto di ottimo trovato per ottenere la soluzione globale del problema.

Risultati ottenuti: In tutti i casi presi in esame, per la soluzione del rilassamento continuo,

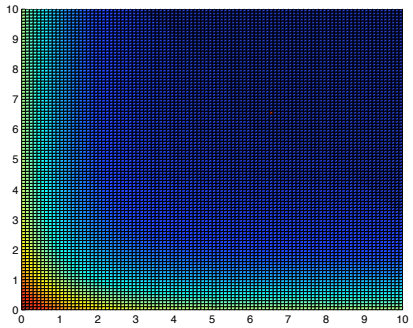
$$\frac{40\,\mu_i}{2^{\hat{\mathrm{b}}_{opt,i}}} = \mathrm{K} \qquad \forall i \in \{\,1,\ldots,\mathrm{N}_T\,\} : \mathrm{b}_i \neq 0 \tag{4.25}$$

Γ_1	Γ_2	Γ_3	Γ_4	**b1**	**b2**	**b3**	**b4**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**
10	10	X	X	5	5	X	X	0,312	0,312	X	X
10	7	X	X	5,257	4,743	X	X	0,262	0,261	X	X
10	10	10	X	3,3	3,3	3,3	X	1	1	1	X
15	10	5	X	4,057	3,472	2,472	X	0,901	0,901	0,901	X
3	12	18	X	1,805	3,805	4,389	X	0,858	0858	0,859	X
10	10	10	10	2,5	2,5	2,5	2,5	1,768	1,768	1,768	1,768
10	4	14	9	2,747	1,425	3,233	2,595	1,489	1,489	1,489	1,489
6	17	1	92	1,520	3,022	0	5,458	2,093	2,093	1	2,093

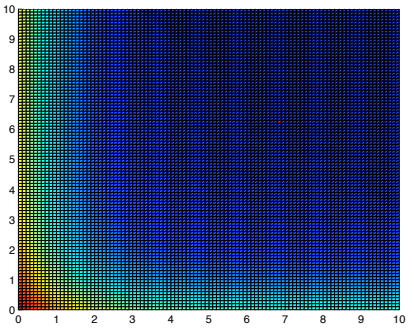
Tabella 4.1: Valori di b_i che risolvono il rilassamento continuo del problema in base agli SNR delle BS cooperanti. I valori di Γ sono riportati in scala lineare.

Come si osserva dalla tabella 4.1 i valori di K_i sono sempre uguali tra di loro, tranne nell'ultimo caso, ciò è dovuto al fatto che la BS 3 ha un valore $\Gamma_3 = 1$. Tale valore è troppo basso per far si che la BS fosse selezionata.
A prova di ciò si osservi che avere $b_3 = 0$ equivale a dire che vengono assegnati zero bit alla BS in questione, ovvero che essa non viene presa in considerazione.

Grafici: E' stato considerato il caso in cui le BS cooperative siano solamente due, per poter rappresentare i risultati ottenuti. Nelle figure 4.1 sono riportate delle curve di livello, che rappresentano il valore della funzione al variare di b_1 e b_2, il minimo trovato è stato evidenziato con un rettangolo di colore diverso.



(a) Curve di livello per la funzione da minimizzare con $\mu_1 = \mu_2 = 10$, $b_{max} = 13$.



(b) Curve di livello per la funzione da minimizzare con $\mu_1 = 10$, $\mu_1 = 7$,$b_{max} = 13$.

Figura 4.1: Curve di livello

4.4 Modulazione 16-QAM

Anche in questo caso N_R base-station si rendono disponibili a cooperare per la decodifica del messaggio relativo al terminale mobile MT. Il dispositivo mobile utilizza ora una modulazione 16-QAM per la trasmissione, mentre le BS ancora una volta il calcolo del logarithmic likelihood ratio quantizzato per la decodifica.
L'obiettivo rimane quello di minimizzare la P_{bit} del sistema complessivo, fissando a priori un utilizzo massimo della rete di backhaul.

4.4.1 Considerazioni ed analisi

Le considerazioni e l'analisi fatte nell'introduzione del capitolo rimangono valide, ad eccezione del fatto che questa volta la modulazione 16-QAM viene divisa in due modulazioni 4-PAM, ancora una volta una per la parte reale ed una per quella immaginaria.
I simboli trasmessi, in quanto appartenenti ad una modulazione 4-PAM, saranno $x \in \mathcal{X}$, dove questa volta $\mathcal{X} = \{ -3\Delta, -\Delta, \Delta, 3\Delta \}$.
La mappatura bit/simboli è riportata in tabella 4.2, che è quella tipica di un codice Gray.

Per la scrittura dell'LLR relativo al k-esimo bit della parola di codice associata al simbolo ricevuto y ci si serve ancora una volta di [12]. Da questo punto con $\lambda_{2,1}$ verrà

Simbolo $\mathcal{S}$	MSB	LSB
-3Δ	1	1
-Δ	1	0
Δ	0	0
3Δ	0	1

Tabella 4.2: Mappatura bit/simbolo nella modulazione 16-QAM.

indicato il logarithmic likelihood ratio relativo al Least Significan Bit (LSB), e con $\lambda_{2,2}$ quello del Most Significant Bit (MSB).
Questa volta il logarithmic likelihood ratio ha l'espressione seguente:

$$\lambda_{i,2,k} = \ln\frac{\Pr[\, c_k = 1|y_i \,]}{\Pr[\, c_k = 0|y_i \,]} = \ln\frac{\sum_{c\in C_1^k}\exp\Big(\, -\frac{|y_i - x|^2}{N_0}\,\Big)}{\sum_{c\in C_0^k}\exp\Big(\, -\frac{|y_i - x|^2}{N_0}\,\Big)} \tag{4.26}$$

in cui C_s^k è l'insieme delle parole di codice che hanno il k-esimo bit uguale a s.

Con considerazioni simili a quelle fatte il precedenza, ed approssimando la (4.26) è possibile ricavare i valori di $\lambda_{2,1}$ e $\lambda_{2,2}$ in funzione di y:

$$\lambda_{2,1} = \begin{cases} -\frac{1}{\beta}\, y - \frac{2\Delta}{\beta} & \text{se } y \le 0 \\ +\frac{1}{\beta}\, y - \frac{2\Delta}{\beta} & \text{se } y > 0 \end{cases} \tag{4.27}$$

$$\lambda_{2,2} = \begin{cases} -\frac{2}{\beta}\, y - \frac{2\Delta}{\beta} & \text{se } y \le -2\Delta \\ -\frac{1}{\beta} y & \text{se } -2\Delta \le y \le 2\Delta \\ -\frac{1}{\beta}\, y + \frac{2\Delta}{\beta} & \text{se } y > 2\Delta \end{cases} \tag{4.28}$$

e da questi passare alle espressioni delle pdf, che risultano essere:

$$\mathrm{p}_{2,1}(\, \lambda|x\,) = \begin{cases} \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu\pi}}\Big(\, \mathrm{e}^{-\mu|\beta\lambda + 2\Delta - x|^2} + \mathrm{e}^{-\mu|\beta\lambda + 2\Delta + x|^2}\,\Big) & \text{se } \lambda > -\frac{2\Delta}{\beta} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \tag{4.29}$$

$$\mathrm{p}_{2,2}(\, \lambda|x\,) = \begin{cases} \frac{1}{8\Delta\sqrt{\mu\pi}}\, \mathrm{e}^{-\mu|\frac{\beta}{2}\lambda + \Delta + x|^2} & \text{se } \lambda > \frac{2\Delta}{\beta} \\ \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu\pi}}\, \mathrm{e}^{-\mu|\beta\lambda + x|^2} & \text{se } -\frac{2\Delta}{\beta} < \lambda \le \frac{2\Delta}{\beta} \\ \frac{1}{8\Delta\sqrt{\mu\pi}}\, \mathrm{e}^{-\mu|\frac{\beta}{2}\lambda - \Delta + x|^2} & \text{se } \lambda \le -\frac{2\Delta}{\beta}. \end{cases} \tag{4.30}$$

s	m_1	m_2	$\sigma^2_{1,2}$
$x=-3$	-20μ	4μ	8μ
$x=-1$	-12μ	-4μ	8μ
$x=1$	-4μ	-12μ	8μ
$x=3$	4μ	-20μ	8μ

Tabella 4.3: Valori di media, e varianza delle gaussiane componenti l'LLR, al variare del simbolo trasmesso x.

4.4.2 Analisi del LSB

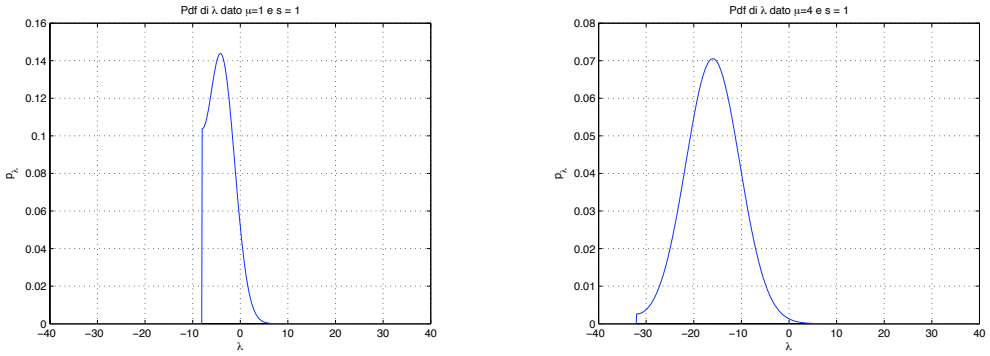
Posto ancora una volta $\Delta = 1$, la pdf del log likelihood ratio del least significant bit è composta da due distribuzioni gaussiane, aventi entrambe varianza $\sigma^2_{1,2} = 8\mu$ e medie $m_1 = (x-2)/\beta$ ed $m_2 = -(x+2)/\beta$, moltiplicate per la funzione gradino $1(\lambda + \sigma^2_{1,2})$.
Nella tabella 4.2 sono riportati i valori di $m_1,\ m_2$ e $\sigma^2_{1,2}$ per i vari valori che può assumere x.

Interpretando i dati in tabella ed i risultati ottenuti in Fig. 4.2 , si può assumere che, per valori di μ sufficientemente maggiori di 1, la funzione $\mathrm{p}_{2,1}(\lambda|x)$ sia approssimabile con una gaussiana avente $m = \max\{m_1, m_2\}$ e varianza $\sigma^2 = 8\mu$. In particolare:

$$|x| = 3 \Longrightarrow \mathrm{p}_{2,1}(\lambda|x) \in \mathcal{N}(4\mu, 8\mu) \tag{4.31}$$

$$|x| = 1 \Longrightarrow \mathrm{p}_{2,1}(\lambda|x) \in \mathcal{N}(-4\mu, 8\mu). \tag{4.32}$$

Basandosi sulla mappatura bit/simbolo, è possibile affermare che avere $|x| = 3$ equivale ad aver trasmesso 1, mentre avere $|x| = 1$ equivale ad aver tramesso 0. Fatte queste osservazioni è facile notare che (4.31) e (4.6) coincidono, così come (4.32) e (4.7).
Tutte le considerazioni fatte per la modulazione 2-PAM per quanto riguarda la $\mathrm{P_{bit}}$ quantizzata e non, l'impostazione dei valori di v^-_{sat} e v^+_{sat}, la scelta delle BS cooperanti e di quanti bit assegnare a ciascuna, rimangono valide.



(a) $\mathrm{p}_{\lambda|x=1}$ con $\mu = 1$ (b) $\mathrm{p}_{\lambda|x=1}$ con $\mu = 1$

Figura 4.2: $\mathrm{P}_{\mathrm{bit}}$ del LSB, condizionata alla trasmissione di x=1, con valori diversi di SNR.

s	m_1	m_2	m_3	$\sigma^2_{1,3}$	σ^2_2
$x = -3$	16μ	12μ	32μ	32μ	8μ
$x = -1$	0	4μ	16μ	32μ	8μ
$x = 1$	-16μ	-4μ	0	32μ	8μ
$x = 3$	-32μ	-12μ	-16μ	32μ	8μ

Tabella 4.4: Valori di media e varianza delle gaussiane componenti l'LLR, al variare del simbolo trasmesso x.

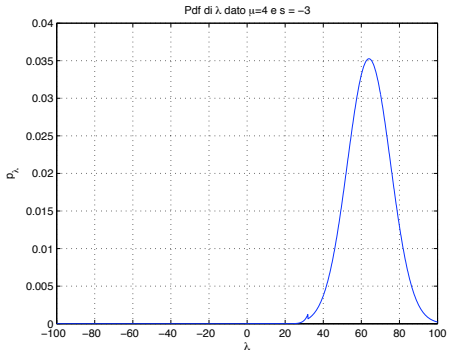
4.4.3 Analisi MSB

La pdf del LLR del MSB è costituita da tre distribuzioni gaussiane. In particolare vale che:

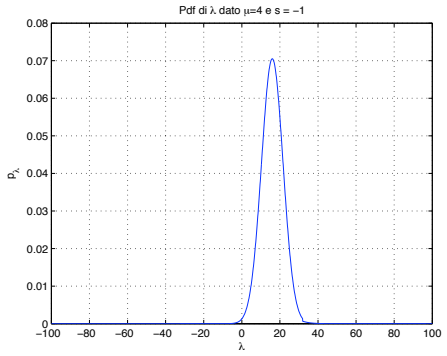
$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda|x\,) \in \begin{cases} \mathcal{N}\Big(\,-8\mu(\,x-1\,), 32\mu\,\Big) & \lambda < -8\mu \\ \mathcal{N}\Big(\,-4\mu\,x, 8\mu\,\Big) & -8\mu \leq \lambda < 8\mu \\ \mathcal{N}\Big(\,-8\mu(\,x+1\,), 32\mu\,\Big) & \lambda \leq 8\mu. \end{cases} \tag{4.33}$$

Nella tabella (4.4) sono riportati i valori di $m_1,\ m_2,\ m_3,\ \sigma^2_{1,3}$ e σ^2_2 al variare di x.

Anche questa volta, per μ sufficientemente maggiore di 1, una sola delle tre componenti risulta essere significativa, per cui è possibile approssimare, per ciascuno dei valori di x, l'equazione (4.28) con una distribuzione normale di varianza e media opportune.



(a) $\mathrm{p}_{\lambda|s=-3}$ con $\mu = 4$



(b) $\mathrm{p}_{\lambda|s=-1}$ con $\mu = 4$

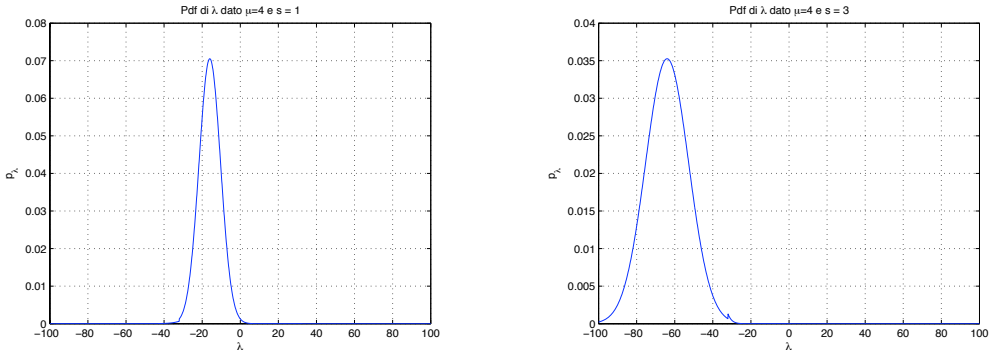
Figura 4.3

I risultati ottenuti tramite simulazioni, sono riportati nelle Fig. 4.2 e 4.3. Grazie ad essi si può affermare che:

- $$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda|x=-3\,) \in \mathcal{N}\big(\,16\mu, 32\mu\,\big) \tag{4.34}$$
- $$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda|x=-1\,) \in \mathcal{N}\big(\,4\mu, 8\mu\,\big) \tag{4.35}$$
- $$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda|x=1\,) \in \mathcal{N}\big(\,-4\mu, 8\mu\,\big) \tag{4.36}$$
- $$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda|x=3\,) \in \mathcal{N}\big(\,-16\mu, 32\mu\,\big). \tag{4.37}$$

4.4.4 Analisi della $\mathrm{P}_{\mathrm{bit}}$ complessiva

Come affermato in precedenza, per il least significant bit le assunzioni fatte nel caso 2-PAM sono valide, per cui la $\mathrm{P}_{\mathrm{bit}}$ avrà l'espressione (4.22).
Per quanto riguarda il MSB invece il valore di v_{sat}, utilizzando lo stesso criterio di prima, dovrà essere $v_{sat} = 80\mu_i$. Ciò implica avere un intervallo di quantizzazione quattro volte più ampio.
Dato che per ogni BS l'intervallo di quantizzazione aumenta in maniera uguale, sarà possibile assegnare a ciascuna di esse, per la quantizzazione del MSB, due bit



(a) $\mathrm{p}_{\lambda|s=1}$ con $\mu = 4$ (b) $\mathrm{p}_{\lambda|s=3}$ con $\mu = 4$

Figura 4.4

in più rispetto a quelli assegnati per il LSB. Operando in questa maniera l'errore di quantizzazione resta lo stesso e per la $\mathrm{P}_{\mathrm{bit}}$ valgono le seguenti espressioni:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{bit},MSB,|x|=3} = \mathcal{Q}\left[\frac{16\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i}{\left(32\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{4 \cdot 40\,\mu_i}{2^{b_i+2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right] \tag{4.38}$$

$$\mathrm{P}_{\mathrm{bit},MSB,|x|=1} = \mathcal{Q}\left[\frac{4\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i}{\left(8\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{4 \cdot 40\,\mu_i}{2^{b_i+2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]. \tag{4.39}$$

Per cui, mettendo assieme tutti i risultati si avrà che:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{bit}} = \mathrm{P}_{\mathrm{LSB}} \cdot \mathrm{P}_{\mathrm{bit,LSB}} + \mathrm{P}_{\mathrm{MSB}} \cdot \left[\mathrm{P}_{\mathrm{bit,MSB}||x|=1} + \mathrm{P}_{\mathrm{bit,MSB}||x|=3}\right] \tag{4.40}$$

da cui:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{bit}} \simeq \frac{3}{4}\mathcal{Q}\left[\frac{4\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i}{\left(8\sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \mu_i + \sum_{i=1}^{N_R} s_i \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{40\,\mu_i}{2^{b_i}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]. \tag{4.41}$$

4.5 Risultati sperimentali

In questa sezione vengono presentati i risultati ottenuti tramite delle simulazioni riguardo la teoria sviluppata precedentemente.
Come sarà possibile vedere, sia nel caso della modulazione 4-QAM che della 16-QAM, i risultati delle simulazioni supportano quelli teorici, nel caso in cui siano messe a disposizione sufficienti risorse sulla rete di backhaul.
In tutte le simulazioni di questo capitolo sono stati considerati canali con coefficiente unitario (h_i = 1).

4.5.1 Modulazione 4-QAM

Le espressioni della P_{bit} in (4.22) e in (4.41) evidenziano la dipendenza di tale quantità da μ_i, ovvero dalla varianza del rumore. Nel nostro caso risulta più interessante riscrivere tali espressioni per legare la P_{bit} al rapporto segnale rumore.
Per come sono definiti μ_i e Γ_i vale la seguente equazione:

$$\mu_i = \frac{\Gamma_i}{P_s} \tag{4.42}$$

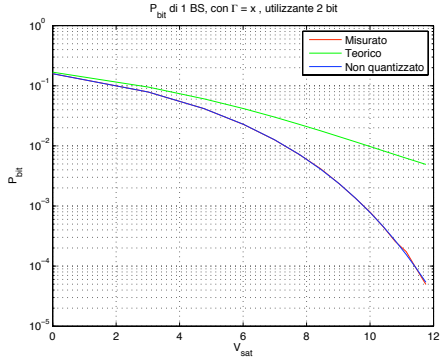
e nel nostro caso particolare P_s = 2. Andando a sostituire (4.42) nella (4.13), si ottiene:

$$\mathrm{P_{bit}} = \mathcal{Q}\left(\left(\sum_{i=1}^{N_T} s_i \ \Gamma_i \right)^{\frac{1}{2}} \right) \tag{4.43}$$

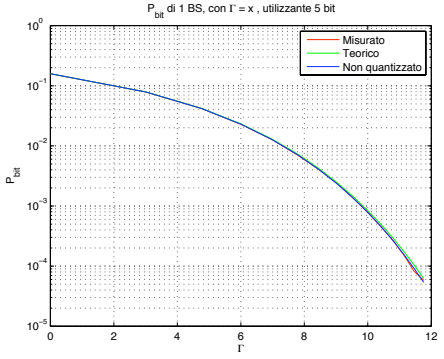
e questa primo risultato conferma la correttezza delle prime assunzioni fatte.

Risultati ottenuti: I risultati ottenuti tramite le simulazioni sono riportati in figura 3.5.
Come è possibile osservare il valore di P_{bit} ottenuto tramite le simulazioni è sempre molto vicino a quello massimo teorico ottenibile (ovvero quello non quantizzato). Il valore teorico invece varia a seconda del numero di bit utilizzati. Nel caso in cui il numero di bit usati sia troppo basso, l'errore di quantizzazione diventa notevole ed esso si allontana dal valore simulato.

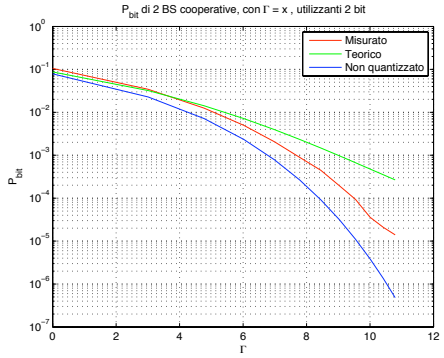
Si può concludere dicendo che, nel caso in cui si utilizzi un numero di bit sufficientemente elevato, c'è ottimo accordo tra i risultati teorici e le simulazioni ed inoltre il valore della P_{bit} ottenuto si avvicina molto al massimo teorico ottenibile.



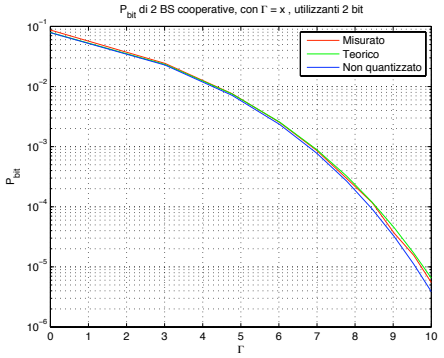
(a) P_{bit} di 1 BS con $\Gamma_1 = x$ e utilizzante 2 bit



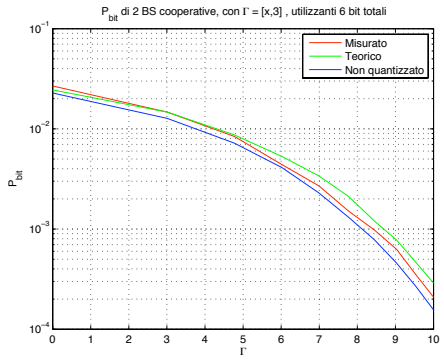
(b) P_{bit} di 1 BS con $\Gamma_1 = x$ e utilizzante 5 bit



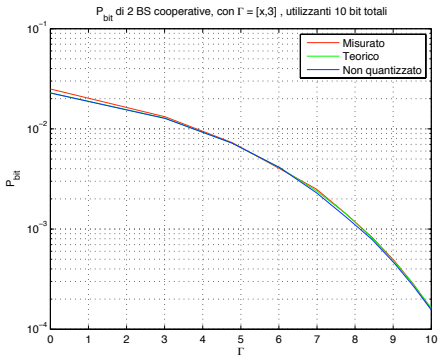
(c) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = x$ e utilizzanti 2 bit



(d) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = x$ e utilizzanti 4 bit



(e) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = x$, $\Gamma_2 = 3$ e utilizzanti 6 bit totali ottimizzati



(f) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = x$, $\Gamma_2 = 3$ e utilizzanti 10 bit totali ottimizzati

Figura 4.5

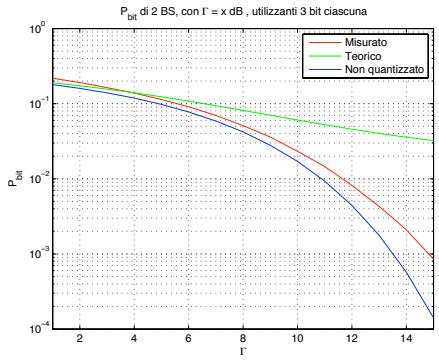
4.5.2 Modulazione 16-QAM

Nel caso della modulazione 16-QAM è stato utilizzato un segnale con potenza $P_s = 10\ W$, per cui utilizzando la (4.42) nella (4.13), si ottiene:

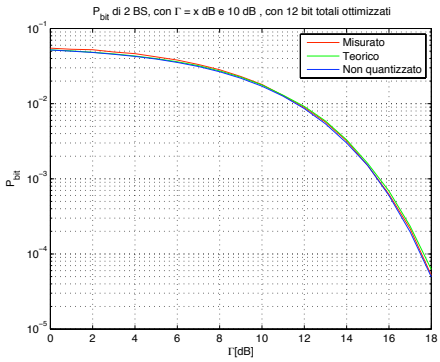
$$\mathrm{P_{bit}} = \frac{3}{4}\ \mathcal{Q}\Bigg(\Bigg(\sum_{i=1}^{N_T} s_i\ \frac{\Gamma_i}{5} \Bigg)^{\frac{1}{2}} \Bigg) \tag{4.44}$$

e questa risultato è ancora una volta in linea con risultati noti sulle modulazioni M-QAM.

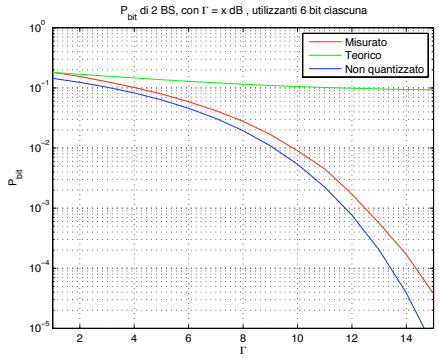
Risultati ottenuti: Come era successo per la modulazione 4-QAM, risultati teorici e simulati sono in ottimo accordo nel caso in cui il numero di bit impiegati per la rappresentazione dell'LLR sia sufficientemente elevato. Nel caso in cui vengano impiegati troppo pochi bit invece i risultati simulati tendono al limite tracciato dalla non quantizzazione, quelli teorici invece peggiorano notevolmente al crescere di Γ.
E' importante notare che nel caso della modulazione 16-QAM è necessario un numero superiore di bit per avere buon accordo tra teoria e simulazioni rispetto alla 4-QAM. Questo risultato era facilmente prevedibile, alla luce di quanto detto nelle sezione 3.3.4.



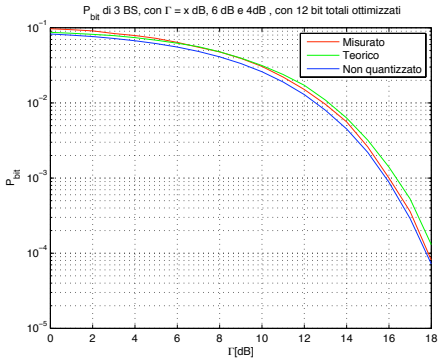
(a) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = x$ e utilizzanti 3 bit ciascuna



(b) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = x$, $\Gamma_2 = 10$ e utilizzanti 12 bit ottimizzati



(c) P_{bit} di 3 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = x$ e utilizzanti 2 bit ciascuna



(d) P_{bit} di 3 BS con $\Gamma_1 = x$, $\Gamma_2 = 6$, $\Gamma_3 = 4$ e utilizzanti 12 bit ottimizzati

Figura 4.6

Capitolo 5

Backhaul scheduling in un sistema multi utente con codifica

5.1 Introduzione

In questo capitolo il problema in analisi sarà del tutto analogo a quello affrontato nel capitolo precedente, con la differenza che in questo caso i terminali attivi saranno più di uno e quindi nascerà la necessità di ripartire tra di essi le risorse e si considera anche l'impatto della codifica nel sistema.
Alcune delle assunzioni fatte nel capitolo precedente non risultano valide nel caso in cui si consideri un sistema con più MT attivi e con codifica.
Si hanno infatti due principali conseguenze:

1. le risorse di backhaul vanno condivise, quindi ciascun utente avrà a disposizione un numero abbastanza limitato di bit a disposizione;

2. nella valutazione delle prestazioni del sistema complessivo non è più molto sensato utilizzare la P_{bit} . Sarà quindi necessario utilizzare un altro metro di misura, un unico parametro che sia in grado, da solo, di rappresentare le prestazioni del sistema.

La (1) fa nascere la necessità di scrivere in maniera analitica l'effettiva distribuzione di massa dell'LLR quantizzato, in modo da comprendere sia l'errore di quantizzazione che quello di saturazione, che in questa situazione avranno un peso molto maggiore.
La (2) d'altro implica il bisogno di trovare una nuova funzione obiettivo al problema

di ottimizzazione e di conseguenza un nuovo criterio di assegnazione dei bit alle varie BS.

5.2 LLR quantizzato

5.2.1 Modulazione 4-QAM, singola BS

L'espressione della pdf dell'LLR, condizionato alla trasmissione del simbolo x, non quantizzato, quando si utilizza una modulazione 4-QAM è data da:

$$p(\,\lambda_{i,j}|x_j\,) = \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu_{i,j}\pi}}\exp(\,-\mu_{i,j}\,|\beta_{i,j}\lambda_{i,j} - x_j\,|^2\,) \tag{5.1}$$

dove l'indice i rappresenta l'i-esima BS, mentre j il j-esimo MT.
Come è stato detto nel capitolo precedente, se il simbolo trasmesso è $x_j = -1$ si tratta di una gaussiana con media $m_{i,j} = -4\mu_{i,j} = -2\Gamma_{i,j}$ e varianza $\sigma_{i,j} = 8\mu_{i,j} = 4\Gamma_{i,j}$, altrimenti una gaussiana con media opposta e stessa varianza.
Per la quantizzazione, per il momento si stabilisce solamente di utilizzare un intervallo simmetrico rispetto allo zero, ovvero di porre:

$$v^+_{sat,i,j} = -v^-_{sat,i,j} = v_{sat,i,j}. \tag{5.2}$$

L'intervallo di quantizzazione è pertanto ampio:

$$A_{q,i,j} = v^+_{sat,i,j} - v^-_{sat,i,j} = 2\,v_{sat,i,j} \tag{5.3}$$

e dunque, assunto di quantizzare utilizzando $b_{i,j}$ bit, l'ampiezza di un singolo intervallo di quantizzazione è data da:

$$\Delta_{q,i,j} = \frac{2\,v_{sat,i,j}}{2^{b_{i,j}}}. \tag{5.4}$$

Fatte queste considerazioni preliminari, per definire completamente la v.a. discreta che rappresenta l'LLR quantizzato è necessario definire il suo alfabeto, e la sua distribuzione di massa.
La v.a. in questione è definita per i valori:

$$\lambda_{i,j}(\,n_{i,j}\,) = \left[\, v_{sat,i,j}\left(\,\frac{2n_{i,j}-1}{2^{b_{i,j}}} - 1\,\right)\right] \qquad \text{con } n_{i,j} \in [\,1,\ldots,2^{b_{i,j}}\,] \tag{5.5}$$

dove $\lambda_{i,j}(\, n_{i,j}\,)$ è evidentemente l'$n_{i,j}$-esimo valore che la v.a. $\lambda_{i,j}$ può assumere. La cardinalità dell'alfabeto risulta essere $2^{b_{i,j}}$.
Gli estremi degli intervalli di quantizzazione sono:

$$E_{k_{i,j}} = \left[v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,k_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) \right] \qquad \text{con } k_{i,j} \in [\,1, \ldots, 2^{b_{i,j}} - 1\,]. \tag{5.6}$$

La distribuzione di massa, condizionata dal simbolo trasmesso, ha la seguente espressione:

$$p(\lambda_{i,j}|x_j = 1) = \begin{cases} \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) - 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 1 \\ 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) - 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 2^{b_{i,j}} \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) - 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) - 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & \text{altrimenti} \end{cases} \tag{5.7}$$

$$p(\lambda_{i,j}|x_j = -1) = \begin{cases} 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 1 \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 2^{b_{i,j}} \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + 2\Gamma_{i,j}}{\sqrt{4\,\Gamma_{i,j}}} \right) & \text{altrimenti.} \end{cases} \tag{5.8}$$

5.2.2 Cooperazione di due o più base station

Nel caso in cui cooperino un numero N_T BS, la v.a. che rappresenta la somma degli LLR, riferiti allora stesso MT, è definita come:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{N_T} \lambda_{i,j}. \tag{5.9}$$

La distribuzione di massa della v.a. λ_j sarà quindi data dalla convoluzione delle distribuzioni di massa di $\lambda_{i,j}$.
Anche in questo caso è importante definite con cura l'alfabeto della nuova v.a. e la sua distribuzione di massa. La distribuzione di massa di λ_j è definita per i punti:

$$\lambda_j(\, n_{1,j}, \ldots, n_{N_T,j}\,) \in \left[\sum_{i=1}^{N_T} v_{sat,i,j}\left(\frac{2n_{i,j} - 1}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) \right] \qquad \forall\, n_{i,j} \in [1, \ldots, 2^{b_{i,j}}]. \tag{5.10}$$

In questo caso con $\lambda_j(\, n_{1,j}, \ldots, \, n_{N_T,j}\,)$ si intende il punto della v.a. λ_j che deriva dalla combinazione del $n_{1,j}$-esimo punto della v.a. $\lambda_{1,j}$, con $\ldots$, con il $n_{N_T,j}$-esimo punto della v.a. $\lambda_{N_T,j}$. Dato che λ_j è definita per tutte le possibili combinazioni del punti delle variabili aleatorie che la compongono, il suo alfabeto avrà cardinalità $2^{\sum_{i=1}^{N_T} b_{i,j}}$.
La distribuzione di massa, condizionata dal simbolo trasmesso è data da:

$$p(\lambda_j(\, n_{1,j}, \ldots, \, n_{N_T,j}\,)|x_j = 1) = \prod_{i=1}^{N_T} p(\lambda_{i,j}(\, n_{i,j}\,)|x_j = 1) \tag{5.11}$$

$$p(\lambda_j(\, n_{1,j}, \ldots, \, n_{N_T,j}\,)|x_j = 0) = \prod_{i=1}^{N_T} p(\lambda_{i,j}(\, n_{i,j}\,)|x_j = 0). \tag{5.12}$$

5.2.3 Riscrittura della probability density function

Come si nota nella sezione precedente, la scrittura della pdf di $\lambda_{i,j}$ risulta essere elaborata e dipendente da molti fattori.
In questa sezione si cercherà di riscriverla in maniera più compatta, in modo da avere un'unica espressione utilizzabile sempre.
Prendiamo la terza delle (4.7) e la riscriviamo in maniera più generica come:

$$p(\, \lambda_{i,j}|x_j = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat}(k_{n_{i,j}-1}) - m_{i,j,\hat{x}}}{\sigma_{i,j,\hat{x}}} \right) - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat}(k_{n_{i,j}}) - m_{i,j,\hat{x}}}{\sigma_{i,j,\hat{x}}} \right) \tag{5.13}$$

in cui:

- v_{sat} è il valore del livello di saturazione del quantizzatore;
- $k_{n_{i,j}}$ e $k_{n_{i,j}-1}$ valgono:

$$k_{n_{i,j}} = \begin{cases} 1 & se\ n = 0 \\ \frac{2n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 & se\ n \in (1, \ldots, 2^{b_{i,j}} - 1) \\ 0 & se\ n = 2^{b_{i,j}} \end{cases} \tag{5.14}$$

- $m_{i,j,\hat{x}}$ è la media dell'LLR, che dipenderà dal simbolo trasmesso e dal valore $\Gamma_{i,j}$;
- $\sigma_{i,j,\hat{x}}$ è la deviazione standard dell'LLR, che dipenderà dagli stessi fattori.

A questo punto è possibile riscrivere le media dell'LLR come:

$$m_{i,j,\hat{x}} = \text{sgn}(m_{i,j,\hat{x}}) \cdot |\, m_{i,j,\hat{x}}\,| \tag{5.15}$$

in cui vale che:

$$| m_{i,j,\hat{x}} | = \mathcal{K}_{\hat{x}} \cdot \Gamma_{i,j}. \tag{5.16}$$

Andando a sustituire la (5.15) e la (5.16) nella (5.13) si ottiene:

$$\begin{aligned} p(\,\lambda_{i,j}|x_j = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat}(k_{n_{i,j}-1}) - 2\,\Gamma_{i,j}\,\mathrm{sgn}(\,m_{i,j,\hat{x}}\,)}{\sigma_{i,j,\hat{x}}} \right) \\ - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat}(k_{n_{i,j}}) - 2\,\Gamma_{i,j}\,\mathrm{sgn}(\,m_{i,j,\hat{x}}\,)}{\sigma_{i,j,\hat{x}}} \right). \end{aligned} \tag{5.17}$$

5.2.4 Modulazione 16-QAM, Least Significant Bit

L'espressione della pdf dell'LLR condizionato alla trasmissione del simbolo x_j non quantizzato quando si utilizza una modulazione 16-QAM è si tratta il LSB, è data da:

$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda_{i,j}|x_j\,) = \begin{cases} \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu_{i,j}\,\pi}} \left(\mathrm{e}^{-\mu_{i,j}|\beta_{i,j}\lambda_{i,j}+2\Delta-x|^2} + \mathrm{e}^{-\mu_{i,j}|\beta_{i,j}\lambda_{i,j}+2\Delta+x|^2} \right) & \text{se } \lambda_{i,j} > -\frac{2\Delta}{\beta} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \tag{5.18}$$

Le considerazioni fatte in precedenza sull'intervallo di quantizzazione, sui livelli di quantizzazione ed i loro estremi e sull'alfabeto della distribuzione di massa rimangono tutte valide.

La distribuzione di massa, condizionata dal simbolo trasmesso avrà la seguente espressione:

$$p(\lambda_{i,j}||x_j| = 3) = \begin{cases} \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}}-1\right)-\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) + \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}}-1\right)+\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 1 \\ 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}}-1\right)-\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - & \\ -\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}}-1\right)+\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 2^{b_{i,j}} \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}}-1\right)-\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}}-1\right)-\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) + & \\ +\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}}-1\right)+\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - & \\ -\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}}-1\right)+\frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & \text{altrimenti} \end{cases} \tag{5.19}$$

mentre se il simbolo trasmesso è $|x_j| = 1$ si ha:

$$p(\lambda_{i,j}||x_j|=1) = \begin{cases} 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - & \\ -\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{6}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 1 \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) + & \\ +\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{6}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & n_{i,j} = 2^{b_{i,j}} \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{2}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) + & \\ +\mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,(n_{i,j}-1)}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{6}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) - & \\ \mathcal{Q}\left(\frac{v_{sat,i,j}\left(\frac{2\,n_{i,j}}{2^{b_{i,j}}} - 1 \right) + \frac{6}{5}\Gamma_{i,j}}{\sqrt{\frac{4}{5}\,\Gamma_{i,j}}} \right) & \text{altrimenti.} \end{cases} \tag{5.20}$$

5.2.5 Modulazione 16-QAM, Most Significant Bit

L'espressione della pdf dell'LLR condizionato alla trasmissione del simbolo x_j non quantizzato quando si utilizza una modulazione 16-QAM è si tratta il MSB, è data da:

$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda_{i,j}|x_{i,j}\,) = \begin{cases} \frac{1}{8\Delta\sqrt{\mu_{i,j}\pi}}\,\mathrm{e}^{-\mu_{i,j}|\frac{\beta_{i,j}}{2}\lambda_{i,j}+\Delta+x_{i,j}|^2} & \text{se } \lambda_{i,j} > \frac{2\Delta}{\beta_{i,j}} \\ \frac{1}{4\Delta\sqrt{\mu_{i,j}\pi}}\,\mathrm{e}^{-\mu_{i,j}|\beta_{i,j}\lambda_{i,j}+x_{i,j}|^2} & \text{se } -\frac{2\Delta}{\beta_{i,j}} < \lambda_{i,j} \leq \frac{2\Delta}{\beta_{i,j}} \\ \frac{1}{8\Delta\sqrt{\mu_{i,j}\pi}}\,\mathrm{e}^{-\mu_{i,j}|\frac{\beta_{i,j}}{2}\lambda_{i,j}-\Delta+x_{i,j}|^2} & \text{se } \lambda_{i,j} \leq -\frac{2\Delta}{\beta_{i,j}}. \end{cases} \tag{5.21}$$

Le considerazioni fatte in precedenza sull'intervallo di quantizzazione, sui livelli di quantizzazione ed i loro estremi e sull'alfabeto della distribuzione di massa rimangono tutte valide.

La distribuzione di massa questa volta dipende, oltre che dal simbolo trasmesso, anche dal valore assunto dalla v.a. $\lambda_{i,j}$, come si intuisce dalla pdf. Fortunatamente anche in questo caso è possibile esprimerla sempre come differenza di funzioni $\mathcal{Q}$.

Sia $\hat{\lambda}$ uno dei valori dell'alfabeto della v.a. λ, siano $e_{1,i,j}$ ed $e_{2,i,j}$ i due estremi che delimitano l'intervallo associato a $\hat{\lambda}$ e siano $s^- = -2\,\Delta/\beta_{i,j}$ ed $s^+ = 2\,\Delta/\beta_{i,j}$.

Se $e_{1,i,j} < s^-$ ed $e_{2,i,j} < s^-$:

$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) \tag{5.22}$$

se $|e_{1,i,j}| < s^+$ e $|e_{2,i,j}| < s^+$:

$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{2,i,j} - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) \tag{5.23}$$

se $e_{1,i,j} > s^+$ e $e_{2,i,j} > s^+$:

$$\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{2,i,j} - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big) \tag{5.24}$$

se $e_{1,i,j} < s^-$ e $|e_{2,i,j}| < s^+$:

$$\begin{aligned}\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{s^- - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) \\ + \mathcal{Q}\Big(\frac{s^- - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{2,i,j} - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big)\end{aligned} \tag{5.25}$$

se $|e_{1,i,j}| < s^+$ ed $e_{2,i,j} > s^+$:

$$\begin{aligned}\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{s^+ - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) \\ + \mathcal{Q}\Big(\frac{s^+ - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{2,i,j} - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big)\end{aligned} \tag{5.26}$$

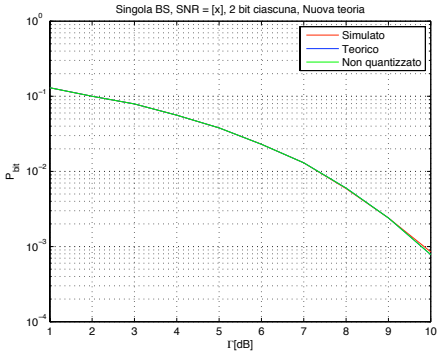
se $e_{1,i,j} < s^-$ ed $e_{2,i,j} > s^+$:

$$\begin{aligned}\mathrm{p}_{2,2}(\,\lambda = \hat{\lambda}|x_{i,j} = \hat{x}\,) = \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{1,i,j} - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{s^- - m_{1,\hat{x}}}{\sigma_1}\Big) \\ + \mathcal{Q}\Big(\frac{s^- - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{s^+ - m_{2,\hat{x}}}{\sigma_2}\Big) \\ + \mathcal{Q}\Big(\frac{s^+ - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big) - \mathcal{Q}\Big(\frac{e_{2,i,j} - m_{3,\hat{x}}}{\sigma_3}\Big).\end{aligned} \tag{5.27}$$

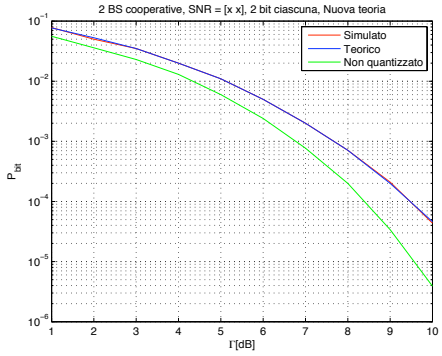
In cui i valori di $m_{i,\hat{x}}$ dipendono dall'intervallo i cui si trova l'estremo e dal valore del simbolo trasmesso $\hat{x}$ e si trovano in Tabella 4.4, mentre i valori di σ_i dipendono solamente dell'intervallo e sono a loro volta in Tabella 4.4.

5.2.6 Cooperazione di due o più base station

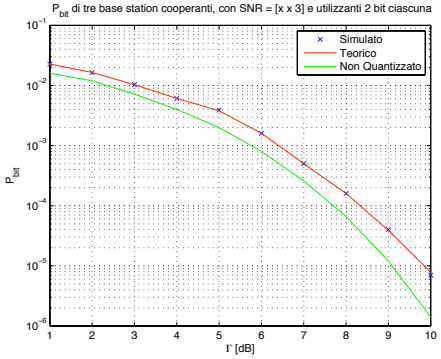
La considerazioni fatte per la modulazione 4-QAM sulla ricombinazione dell'alfabeto e della distribuzione di massa della v.a. somma rimangono valide sia per il LSB che per il MSB.



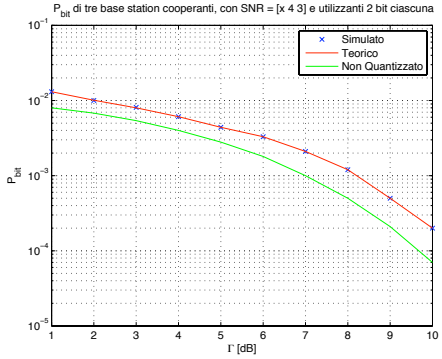
(a) P_{bit} di 1 BS con $\Gamma_1 = x$ e utilizzante 2 bit



(b) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = x$ e utilizzanti 2 bit



(c) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = \Gamma_2 = x,\ \Gamma_3 = 3$ e utilizzanti 2 bit ciascuna



(d) P_{bit} di 2 BS con $\Gamma_1 = x,\ \Gamma_2 = 4,\ \Gamma_3 = 3$ e utilizzanti 2 bit ciascuna

Figura 5.1

5.2.7 Grafici

Sono riportati nelle Figure 5.1 dei grafici che rappresentano la probabilità di errore in funzione del rapporto segnale rumore, quando si utilizza, per il calcolo del valore teorico, l'effettiva distribuzione di massa dell'LLR quantizzato.
Si noti che i grafici in questione riportano i risultati per i casi critici del capitolo precendente. Questa volta si riscontra un ottimo accordo tra la teoria e la pratica anche se le risorse utilizzate sono scarse. Questo era esattamente lo scopo si voleva raggiungere in questa sezione.

5.3 Generalized Mutual Information

La funzione obiettivo scritta in precedenza, quando si considera il problema di minimizzare la P_{bit} di un singolo terminale mobile, perde di significato se si vuole considerare la codifica.
In questo caso è necessario scegliere qualche altra quantità da minimizzare o massimizzare che sia più significativa quando si tratta con un sistema più complesso, e tale quantità nel caso in esame è la Generalized Mutual Information (GMI). La GMI, per un singolo MT, in una modulazione M-QAM è definita come:

$$\text{GMI}_j = \sum_{k=1}^{log_2 M} \text{BGMI}_{k,j} \tag{5.28}$$

in cui $\text{BGMI}_{k,j}$ è la binary GMI associata al k-esimo bit che ha contribuito alla formazione del simbolo trasmesso dal j-esimo terminale mobile, e vale:

$$\text{BGMI}_{k,j} = I(c_{k,j}, \lambda_{k,j}) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j})} \tag{5.29}$$

dove:

$$p(\lambda_{k,j}) = p(\, c_{k,j} = 0\,)\; p(\, \lambda_{k,j}|c_{k,j} = 0\,) + p(\, c_{k,j} = 1\,)\; p(\, \lambda_{k,j}|c_{k,j} = 1\,). \tag{5.30}$$

Da quanto detto segue che la GMI associata al j-esimo MT è riscrivibile come:

$$\text{GMI}_j = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\log_2 M} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j}).} \tag{5.31}$$

Per passare alla GMI del sistema complessivo è sufficiente sommare le GMI dei singoli MT:

$$\text{GMI}_{sys} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{\log_2 M} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j}).} \tag{5.32}$$

5.3.1 Simulazioni

Dato che la GMI e la distribuzione di massa dell'LLR sono state scritta in forma chiusa, sono state fatte alcune simulazioni preliminari su singolo utente.
Grazie al software Matlab è stata scritta la funzione quant. Tale funzione riceve come

parametri di ingresso il rapporto segnale rumore ($\Gamma_{i,j}$) ed il numero di bit da utilizzare nella quantizzazione ($b_{i,j}$), e restituisce:

- il valore di v_{sat} ottimo;
- il valore di GMI ottimo;
- il valore di GMI in funzione del valore di v_{sat};
- la distribuzione di massa dell'LLR nel caso in cui si abbia $v_{sat} = v_{sat,opt}$.

Le simulazioni riportano:

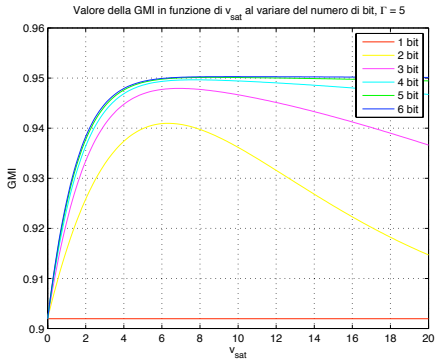
1. il valore della GMI al variare di v_{sat} e del numero di bit, se Γ è fissato;
2. il valore della GMI al variare di v_{sat} e di Γ, se il numero di bit è fissato;
3. il valore di $v_{sat,opt}$ al variare del numero di bit e di Γ;
4. il valore della GMI in funzione del numero di bit e di Γ se si assume $v_{sat} = v_{sat,opt}$.

Commento dei risultati I risultati più importanti che si hanno dai grafici sono i seguenti:

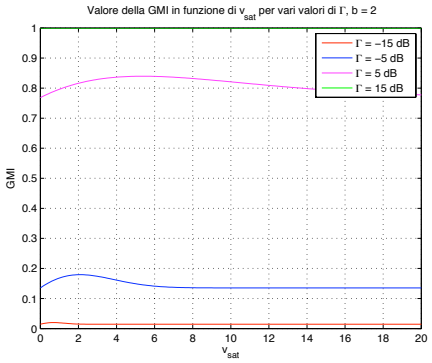
- a parità di Γ e bit utilizzati, con una modulazione 4-QAM si ottiene un valore di GMI più elevato rispetto ad una modulazione 16-QAM;
- fissato un certo Γ e posto $v_{sat} = v_{sat,opt}$ l'incremento di GMI che si ha incrementando il numero di bit dedicati alla quantizzazione dell'LLR diminuisce al crescere del numero di bit.

5.4 Ottimizzazione con collegamento a bus

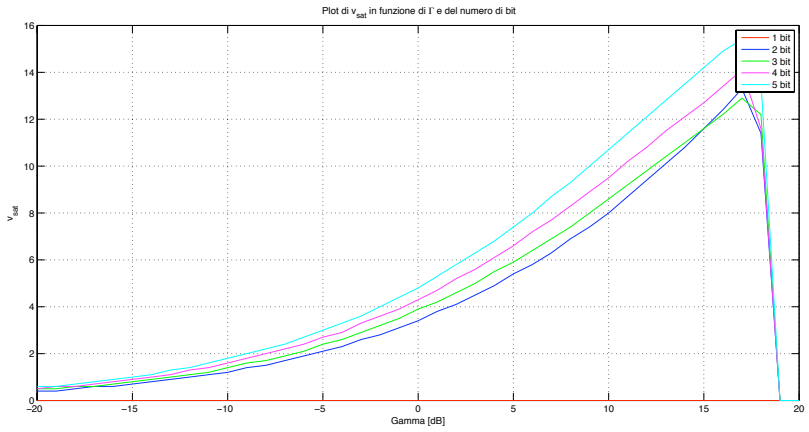
Ora che l'espressione dell'LLR quantizzato è stata scritta per esteso, ed è stata inserita nel calcolo della GMI, è possibile scrivere il problema di programmazione lineare in maniera esaustiva.
In questa sezione ci si limiterà a considerare il caso in cui tutte le BS siano collegate tramite un bus unico, sul quale vengono inviati tutti i dati.



(a) Valore della GMI al variare di v_{sat} e del numero di bit, se Γ è fissato.

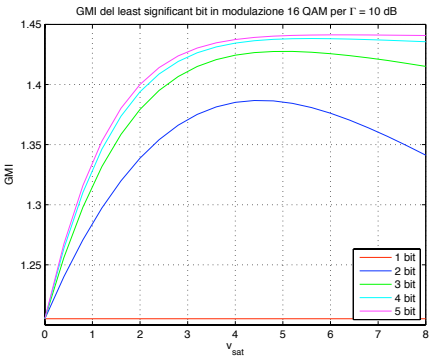


(b) Valore della GMI al variare di v_{sat} e di Γ, se il numero di bit è fissato.

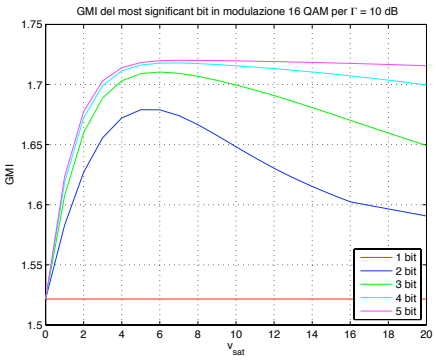


(c) Valore di $v_{sat,opt}$ al variare del numero di bit e di Γ.

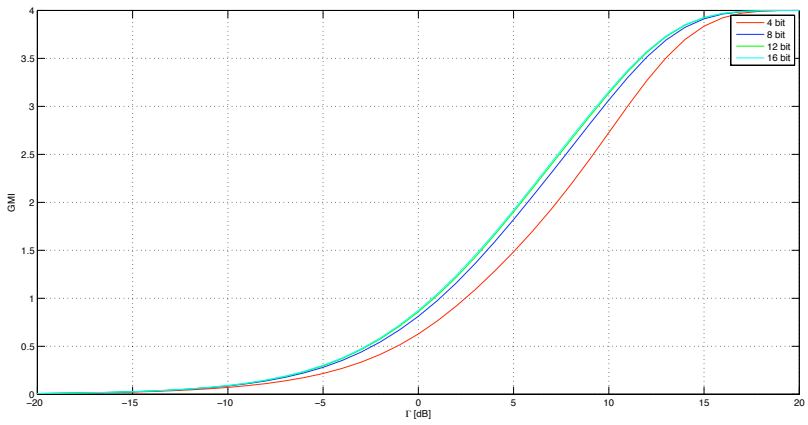
Figura 5.2: Simulazioni nel caso di modulazione 4-QAM.



(a) Valore della GMI del least significant bit al variare di v_{sat} e del numero di bit, se Γ è fissato.



(b) Valore della GMI del most significant bit al variare di v_{sat} e del numero di bit, se Γ è fissato.



(c) Valore della GMI al variare di Γ e del numero di bit, quando $v_{sat} = v_{sat,opt}$.

Figura 5.3: Simulazioni nel caso di modulazione 16-QAM.

Funzione obiettivo 4-QAM

$$\max_{\mathrm{b}_i} \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_T} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j})} \right]. \tag{5.33}$$

Funzione obiettivo 16-QAM

$$\max_{\mathrm{b}_{i,j.l},\mathrm{b}_{i,j.m}} \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{2} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j})} \right]. \tag{5.34}$$

Vincoli

$$\sum_{i=1}^{N_R} \sum_{j=1}^{N_T} \mathrm{b}_{i,j} = \mathrm{b}_{max}. \tag{5.35}$$

5.5 Algoritmo con collegamento a bus

Abbiamo a disposizione la funzione obiettivo da massimizzare ed il vincolo da rispettare. E' possibile pensare ad un algoritmo che, in tempi di calcolo ragionevoli, sia in grado di raggiungere l'ottimo, o per lo meno di avvicinarsi molto ad esso.
Come detto in precedenza il bus in questione è in grado di ammettere sulla linea b_{max} bit per ogni bit trasmesso dai MT.
Si ricordi inoltre che la quantità $\mathrm{b}_{i,j}$ rappresenta i bit che l'i-esima BS utilizza per cooperare nella decodifica del j-esimo MT, con $i \in \{ 1, \ldots, N_R \}$ e $j \in \{ 1, \ldots, N_T \}$.
Trovare l'ottimo del problema significa testare tutte le possibili combinazioni di $\mathrm{b}_{i,j}$ che soddisfano il vincolo (5.35) e scegliere tra di esse quella che offre la GMI maggiore.
Dato che il numero N_R di BS ed il numero N_T di utenti in un sistema cellulare è in genere estremamente alto, la ricerca esaustiva tra tutte le soluzioni possibili è impossibile.
Quello che viene proposto è un algoritmo di tipo greedy che converge in maniera più veloce ed offre risultati molto soddisfacenti.

5.5.1 Descrizione dell'algoritmo

Fase preliminare Nella fase preliminare le varie BS si scambiano a vicenda informazioni riguardanti al canale che c'è tra di esse ed i vari utenti. Il che equivale a dire che si spediscono i valori $\Gamma_{i,j}$.
Per ogni utente j la BS i che ha il valore $\Gamma_{i,j}$ massimo viene eletta BS servente, le altre vengono divise tra BS cooperanti e non cooperanti, a seconda che $\Gamma_{i,j}$ sia superiore o inferiore ad un determinato valore di soglia.

Inizializzazione Una volta scelte, per ognuno degli utenti, la BS servente e le BS cooperanti, è possibile inizializzare l'algoritmo.
In prima battuta si suppone una situazione di rete sovraccarica, ponendo:

$$\mathrm{b}_{i,j} = \begin{cases} \mathrm{b}_{max} & \text{se } i \text{ coopera nella decodifica di } j \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \tag{5.36}$$

Si noti che se la stazione i è la servente per il terminale j, essa non dovrà immettere nel bus alcun dato, ma si limiterà a ricevere dati dalle BS cooperanti. Allo stesso modo, se il valore $\Gamma_{i,j}$ è troppo basso ovvero sotto un valore di soglia predeterminato, non ha senso assumere $\mathrm{b}_{i,j} \neq 0$.
Inizializzati tutti i valori $\mathrm{b}_{i,j}$ l'algoritmo calcola la GMI complessiva del sistema e la memorizza.

Fase ciclica Dopo aver inizializzato tutte le variabili, i valori di $\mathrm{b}_{i,j}$ non nulli vengono decrementati uno per volta e viene calcolata $\mathrm{GMI}_{i,j}$, ovvero la GMI che si avrebbe assegnando all'i-esima BS un bit in meno per la decodifica del MT j-esimo.
Tra tutti i $\mathrm{b}_{i,j}$ testati viene effettivamente decrementato solo quello che porta la perdita di GMI minore.
In questo modo ad ogni step la rete risulta sovraccarica di un bit in meno rispetto al passo precedente.

Il processo viene ripetuto fino a quando il vincolo (5.35) non risulta essere rispettato, ovvero finchè la rete non risulta più essere sovraccarica.

Nel caso peggiore, ovvero quando tutte le BS, eccetto le serventi, cooperano nella decodifica di tutti gli utenti, il problema converge in al massimo $[(N_T - 1)N_R - 1] \cdot \mathrm{b}_{max}$ iterazioni.

5.5.2 Esempio

Si supponga di avere un sistema molto semplice, composto da tre BS e da due MT che utilizzano una modulazione 4-QAM: si ha dunque $N_T = 2,\ N_R = 3$. Il valore di b_{max} sia pari a 3.
Si supponga infine che :

- BS_1 sia servente per MT_1 e inattiva per MT_2 ($\Gamma_{1,1} = 2$ dB, $\Gamma_{1,2} = -25$ dB);
- BS_2 sia servente per MT_2 e inattiva per MT_1 ($\Gamma_{2,1} = -25$ dB, $\Gamma_{2,2} = 5$ dB);
- BS_3 sia cooperante per entrambi i MT ($\Gamma_{3,1} = -3$ dB, $\Gamma_{3,2} = -3$ dB);

Inizializzazione Con i dati a disposizione e le regole spiegate in precedenza è possibile inizializzare l'algoritmo, assegnando i valori corretti ai $\mathrm{b}_{i,j}$, come è stato fatto in tabella 5.1.

GMI = 1,6813	BS_1	BS_2	BS_3
MT_1	$\mathrm{b}_{1,1} = 0$	$\mathrm{b}_{2,1} = 0$	$\mathrm{b}_{3,1} = 3$
MT_2	$\mathrm{b}_{1,2} = 0$	$\mathrm{b}_{2,2} = 0$	$\mathrm{b}_{3,2} = 3$

Tabella 5.1: Inizializzazione dell'algoritmo.

Il valore di GMI ottenuto in questa situazione pari a 1,6813.

Step 1: A questo punto è possibile far partire l'algoritmo vero e proprio, nella prima iterazione fornisce i seguenti risultati:

1. Se $\mathrm{b}_{3,1}$ = 2 allora $\mathrm{GMI}_{3,1}$ = 1,6716 $\rightarrow$ Δ GMI = 0,0097;
2. Se $\mathrm{b}_{3,2}$ = 2 allora $\mathrm{GMI}_{3,2}$ = 1,6784 $\rightarrow$ Δ GMI = 0,0029;

Dato che porre $b_{3,2} = 2$ fa perdere meno in termini di GMI complessiva di sistema, nel primo step si decide di rimuovere un bit alla BS_3 per decodificare il MT_2 e si aggiorna il valore di GMI ponendolo uguale a $GMI_{3,2}$.
La situazione sarà la seguente quindi quella di tabella 5.2.

GMI = 1,6784	BS_1	BS_2	BS_3
MT_1	$b_{1,1} = 0$	$b_{2,1} = 0$	$b_{3,1} = 3$
MT_2	$b_{1,2} = 0$	$b_{2,2} = 0$	$b_{3,2} = 2$

Tabella 5.2: Primo step dell'algoritmo.

Dopo la prima iterazione si hanno 5 bit sul backhaul. Essendo $b_{max} = 3$, sono necessari altri 2 step.

Step 2: Iterando per la secondo volta l'algoritmo si ottengono i seguenti risultati:

1. Se $b_{3,1} = 2$ allora $GMI_{3,1} = 1{,}6732 \rightarrow \Delta\,GMI = 0{,}0052$;
2. Se $b_{3,2} = 1$ allora $GMI_{3,2} = 1{,}6686 \rightarrow \Delta\,GMI = 0{,}0098$;

Dato che stavolta porre $b_{3,1} = 2$ fa perdere meno in termini di GMI, nel secondo step si sceglie di rimuovere un bit alla BS_3 per decodificare il MT_1 e si aggiorna il valore di GMI ponendolo uguale a $GMI_{3,1}$.
La situazione sarà quella riportata in tabella 5.3.

GMI = 1,6732	BS_1	BS_2	BS_3
MT_1	$b_{1,1} = 0$	$b_{2,1} = 0$	$b_{3,1} = 2$
MT_2	$b_{1,2} = 0$	$b_{2,2} = 0$	$b_{3,2} = 2$

Tabella 5.3: Secondo step dell'algoritmo.

A questo punto si hanno 4 bit sul backhaul, ma essendo $b_{max} = 3$ è necessaria un'ulteriore iterazione.

Step 3: Iterando l'ultima volta l'algoritmo si ha:

1. Se $b_{3,1}$ = 1 allora $GMI_{3,1}$ = 1,6569 $\rightarrow$ Δ GMI = 0,0163;
2. Se $b_{3,2}$ = 1 allora $GMI_{3,2}$ = 1,6634 $\rightarrow$ Δ GMI = 0,0098;

Ponendo $b_{3,2}$ = 1 si ha la minima perdita di GMI. Stavolta è necessario rimuovere un bit alla BS_3 per decodificare il MT_2 ed aggiornare il valore di GMI ponendolo uguale a $GMI_{3,2}$.
La situazione sarà quella di tabella 5.4.

GMI = 1,6634	BS_1	BS_2	BS_3
MT_1	$b_{1,1} = 0$	$b_{2,1} = 0$	$b_{3,1} = 2$
MT_2	$b_{1,2} = 0$	$b_{2,2} = 0$	$b_{3,2} = 1$

Tabella 5.4: Ultimo step dell'algoritmo.

Ora i bit sul backhaul sono 3, ed essendo $b_{max} = 3$ l'algoritmo è terminato.
I tre bit a disposizione sono assegnati tutti alla BS_3, due per codificare il MT_1 ed uno per decodificare il MT_2.

5.5.3 Risultati

Le simulazioni sono fatte assumendo che:

- Il numero di celle sia 7, e ciascuna di esse abbia una BS al suo centro, per cui N_R = 7;
- le celle abbiano un lato di lunghezza $L = 500$ m;
- siano presenti N_T = 10 utenti, posizionati in maniera casuale, ma con almeno un MT per cella;
- il coefficiente di path loss sia pari a 2;
- i MT trasmettano ad una frequenza $f = 800$ MHz;
- il valore dell'SNR a bordo cella sia pari a -7 dB

- le BS serventi utilizzano 4 bit per la quantizzazione dell'LLR relativo al MT servito.

Le figure 5.4 riportano il valore della GMI in funzione del numero di bit totali immessi sul backhaul, ed il miglioramento percetuale che si ha utilizzando questo algoritmo per l'assegnazione delle risorse rispetto ad un algoritmo non cooperativo. Dai grafici si nota facilmente che, all'aumentare del numero dei bit utilizzati per la quantizzazione dell'LLR e inviati sul backhaul, l'incremento di GMI diminuisce progressivamente e ciò era un risultato previsto.
Il miglioramento percentuale si assesta attorno al 23% e questo è un buon risultato.

5.6 Algoritmo con collegamento a bus versione revised

L'algoritmo presentato presenta una complessità computazionale piuttosto onerosa al crescere del valore di b_{max}.
Per risolvere questo problema è stato pensato un altro algoritmo da applicare nello stesso scenario.
Il secondo algoritmo, nel caso di collegamento con bus e utilizzo di modulazione 4-QAM, prevede una fase di inizializzazione con rete completamente scarica, anzichè sovraccarica e si evolve nel modo descritto in seguito.

5.6.1 Descrizione dell'algoritmo

Fase preliminare Nella fase preliminare anche in questo caso le BS si scambiano i valori di $\Gamma_{i,j}$ e ancora una volta, per ogni utente j la BS che ha il valore $\Gamma_{i,j}$ massimo viene eletta a servente.
A differenza di quanto accadeva in precedenza, questa volta tutte le altre BS sono potenzialmente cooperanti.

Inizializzazione Scelta, per ognuno degli utenti, la BS servente è possibile inizializzare l'algoritmo.

Dato che questa volta la rete è completamente scarica, l'inizializzazione consiste nel porre semplicemente:

$$\mathrm{b}_{i,j} = 0 \qquad \forall\, i \in \{\, 1, \cdots, N_R \,\}\,, \forall j \in \{\, 1, \cdots, N_T \,\}. \tag{5.37}$$

Fase ciclica Dopo aver inizializzato tutte le variabili a zero, i valori di $\mathrm{b}_{i,j}$ vengono incrementati uno per volta e viene calcolata $\mathrm{GMI}_{i,j}$, ovvero la GMI che si avrebbe assegnando all'i-esima BS un bit in più per la decodifica del MT j-esimo.
Tra tutti i $\mathrm{b}_{i,j}$ testati viene incrementato solo quello che porta il più grande aumento di GMI.

Il processo viene iterato fino a che non si ha:

$$\sum_{i=1}^{N_R} \sum_{j=1}^{N_T} \mathrm{b}_{i,j} = \mathrm{b}_{max}. \tag{5.38}$$

In questo caso quindi il processo viene iterato sempre b_{max} volte.
Confrontando in numero di iterazioni dei due algoritmi proposti si ha che, detto $\mathcal{G}$ il guadagno:

$$\mathcal{G} = \frac{N_{iter,1}}{N_{iter,2}} = \frac{[(\, N_T - 1\,)N_R - 1] \cdot \mathrm{b}_{max}}{\mathrm{b}_{max}} = [(\, N_T - 1\,)N_R - 1] \tag{5.39}$$

si nota immediatamente che il secondo algoritmo surclassa nettamente il primo per complessità.
Il numero di iterazioni non cresce all'aumentare del numero di utenti o di BS, ma dipende solo dal valore di b_{max}.
Dato che ad ogni iterazione si devono eseguire $(\, N_T - 1\,) \times N_R$ prove, la complessità computazionale passa da $\mathcal{O}(\, \mathrm{b}_{max}\, N_T^2\, N_R^2\,)$ a $\mathcal{O}(\, \mathrm{b}_{max}\, N_T\, N_R\,)$.
Il risultato, già ottimo, è ancora più sorprendente se si pensa che i vettori con cui i due algoritmi devono lavorare sono estremamente lunghi con il primo algoritmo, mentre di dimensioni molto più contenute nel secondo caso.

5.6.2 Risultati

I risultati che si ottengono con questo algoritmo coincidono perfettamente con quelli in Figura 5.4.

5.7 Ottimizzazione con collegamento a stella

Nei casi studiati in precedenza si è sempre assunto che tutti i bit che si dovevano trasmettere fossero inviati sulla stessa linea di trasmissione, questo significa che si è assunto di avere un unico bus che collegava tutte le BS. Nel caso di bus la situazione è quella di Figura 5.5.

In questa sezione analizzeremo una configurazione diversa di collegamento tra le varie BS: ciascuna di esse infatti non sarà interfacciata direttamente con il bus comune, ma avrà un collegamento diretto con il Radio Nertwork Controller (RNC), come mostrato in Figura 5.6.

Come si intuisce dal grafico, in questo caso i bit non sono più inviati tutti lungo un unico collegamento, ma lungo un numero N_R di linee. Per questo motivo è opportuno riscrivere il problema visto nella sezione precedente, riadattandolo alla nuova configurazione di rete.
Questa volta inoltre verrà utilizzata una modulazione 16-QAM anzichè una 4-QAM.
E' facile intuire fin da subito che la funzione obiettivo rimarrà ovviamente inalterata, mentre a cambiare saranno i vincoli.

Funzione obiettivo 4-QAM

$$\max_{\mathrm{b}_{i,j}} \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_T} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j})} \right]. \tag{5.40}$$

Funzione obiettivo 16-QAM

$$\max_{\mathrm{b}_{i,j,l},\mathrm{b}_{i,j,m}} \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{2} \sum_{\lambda_{k,j}=1}^{2^{\sum b_{i,j}}} \sum_{c_{k,j}=0}^{1} p(\lambda_{k,j}|c_{k,j}) \log_2 \frac{p(\lambda_{k,j}|c_{k,j})}{p(\lambda_{k,j})} \right] \tag{5.41}$$

in cui $\mathrm{b}_{i,j,l}$ sono i bit utilizzati per quantizzare il least significant bit relativo alla coppia $i-j$, mentre $\mathrm{b}_{i,j,m}$ sono i bit che si usano per la quantizzazione del most significant bit.

Vincoli Si assume che ciascuno dei link che collegano le BS alla RNC abbiano una capacità prefissata pari a b_{max} e che la decodifica avvenga alla RNC.
In questo caso quindi, ciascuna delle BS trasmette i bit $b_{i,j,l}$ e $b_{i,j,m}$ sul collegamento tra essa e il radio network controller.
I vincoli da rispettare sono:

$$\sum_{j=1}^{N_T} b_{i,j,l} + \sum_{j=1}^{N_T} b_{i,j,m} = b_{max} \qquad \forall i \in \{1, \cdots, N_R\}. \tag{5.42}$$

Si passa dunque da un singolo vincolo ad un insieme di N_R condizioni da rispettare.

5.8 Algoritmo con collegamento star

Il problema di ottimizzazione è stato scritto nella forma canonica, come una funzione obiettivo da massimizzare ed una serie di vincoli da rispettare. Anche questa volta lo scopo è quello di trovare un metodo che, in tempi di calcolo ragionevoli, sia in grado di determinare tutti i valori delle variabili $b_{i,j,l}$ e $b_{i,j,m}$ per ogni coppia MT BS che, rispettando i vincoli, massimizzino il valore di GMI del sistema complessivo.
Trovare l'ottimo globale del problema significa testare per ogni link k tutte le possibili combinazioni di $b_{k,j,m}$ e $b_{k,j,l}$ che rispettano i vincoli (5.42) e scegliere tra di esse quella che offre, combinata assieme alle soluzioni relative agli altri $N_R - 1$ link, la GMI maggiore.
Ancora una volta, visto che il numero N_R di BS ed il numero N_T di utenti in un sistema cellulare è in genere estremamente alto, la ricerca esaustiva tra tutte le soluzioni possibili risulta impraticabile, dunque viene proposto un algoritmo greedy che fornisce risultati molto buoni in tempi notevolmente più brevi.

5.8.1 Descrizione dell'algoritmo

Fase preliminare Nella fase preliminare tutte le BS inviano alla RNC i valori $\Gamma_{i,j}$ relativi a tutti gli utenti j.
A differenza di quanto succede con il collegamento di tipo bus, dato che si decide di far avvenire la decodifica alla RNC, questa volta non è necessario eleggere una BS

servente.

Inizializzazione Come succedeva nell'ultimo algoritmo descritto, inizialmente si sceglie di avere la rete scarica, quindi di pone:

$$\mathrm{b}_{i,j,l} = \mathrm{b}_{i,j,m} = 0 \qquad \forall i \in \{\, 1, \cdots, N_R \,\}\ \forall j \in \{\, 1, \cdots, N_T \,\}. \quad (5.43)$$

Si noti che, non avendo scelto la BS servente per ciascun utente, e utilizzando due quantizzatori, uno per il LSB ed uno per il MSB, le variabili del problema sono esattamente $2\,N_T\,N_R$.

Fase ciclica Inizializzate tutte le variabili, per ciascun link k i valori di $\mathrm{b}_{k,j,l}$ sono incrementati uno per volta e $\mathrm{GMI}_{k,j,l}$ viene calcolato. Tale quantità rappresenta la GMI di sistema che si avrebbe assegnando alla k-esima BS un bit in più per la quantizzazione dell'LLR relativo al least significant bit del MT j-esimo. L'operazione viene ripetuta per ciascuna delle variabili $\mathrm{b}_{k,j,m}$.Tra tutti i $\mathrm{b}_{k,j,l}$ e $\mathrm{b}_{k,j,m}$ testati viene effettivamente incrementato solo quello che offre il maggior incremento di GMI. Agendo in questo modo, ad ogni iterazione dell'algoritmo viene aggiunto un bit su ciascun link.

Il processo viene ripetuto fino a quando tutti i vincoli del problema non risultano rispettati.
E' facile dedurre che l'algoritmo converge in un numero di iterazioni pari a b_{max}.

5.8.2 Esempio

In questo esempio si suppone di aver a che fare con un sistema semplice, con $N_T = 2$ ed $N_R = 3$: abbiamo quindi due utenti su tre celle. Si ponga $\mathrm{b}_{max} = 2$.
Durante la fase preliminare la BS comunicano alla RNC i seguenti rapporti segnale rumore:

Inizializzazione Nella fase di inizializzazione è sufficiente porre $\mathrm{b}_{i,j,l}$ = $\mathrm{b}_{i,j,m}$ = 0 per ogni valore di i e di j.

	MT_1	MT_2
BS_1	$\Gamma_{1,1} = 10$ dB	$\Gamma_{1,2} =$ -7dB
BS_2	$\Gamma_{2,1} =$ -10dB	$\Gamma_{2,2} = 4$ dB
BS_3	$\Gamma_{3,1} =$ -3 dB	$\Gamma_{3,2} = 1$ dB

Tabella 5.5: Fase preliminare dell'algoritmo

Step 1: A questo punto è possibile far partire l'algoritmo che, nella prima iterazione, fornisce i seguenti risultati:

1. Se $b_{1,1,l}$ = 1 allora $\Delta GMI_{1,1,l}$ = 0.60
2. Se $b_{1,1,m}$ = 1 allora $\Delta GMI_{1,1,m}$ = 0.76
3. Se $b_{1,2,l}$ = 1 allora $\Delta GMI_{1,2,l}$ = 0.0016
4. Se $b_{1,2,m}$ = 1 allora $\Delta GMI_{1,2,m}$ = 0.0682

Il primo bit sul primo link viene assegnato alla quantizzazione dell'LLR relativo al MSB della coppia 1-1.

1. Se $b_{2,1,l}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,1,l}$ = 0.0003
2. Se $b_{2,1,m}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,1,m}$ = 0.0062
3. Se $b_{2,2,l}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,2,l}$ = 0.1918
4. Se $b_{2,2,m}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,2,m}$ = 0.4471

Il primo bit sul secondo link viene assegnato alla quantizzazione dell'LLR relativo al MSB della coppia 2-2.

1. Se $b_{3,1,l}$ = 1 allora $GMI_{3,1,l}$ = 0.1533
2. Se $b_{3,1,m}$ = 1 allora $GMI_{3,1,m}$ = 0.0247
3. Se $b_{3,2,l}$ = 1 allora $GMI_{3,2,l}$ = 0.2612
4. Se $b_{3,2,m}$ = 1 allora $GMI_{3,2,m}$ = 0.1212

Il primo bit sul terzo link viene assegnato alla quantizzazione dell'LLR relativo al LSB della coppia 3-2.

La situazione, alla fine della prima iterazione è riportata in Tabella 5.6 e in Tabella 5.7.

	$\mathrm{MT}_{1,lsb}$	$\mathrm{MT}_{1,msb}$	$\mathrm{MT}_{2,lsb}$	$\mathrm{MT}_{2,msb}$
BS_1	$\mathrm{b}_{1,1,l} = 0$	$\mathrm{b}_{1,1,m} = 1$	$\mathrm{b}_{1,2,l} = 0$	$\mathrm{b}_{1,2,m} = 0$
BS_2	$\mathrm{b}_{2,1,l} = 0$	$\mathrm{b}_{2,1,m} = 0$	$\mathrm{b}_{2,2,l} = 0$	$\mathrm{b}_{2,2,m} = 1$
BS_3	$\mathrm{b}_{3,1,l} = 0$	$\mathrm{b}_{3,1,m} = 0$	$\mathrm{b}_{3,2,l} = 1$	$\mathrm{b}_{3,2,m} = 0$

Tabella 5.6: Assegnazione dei bit dopo la prima iterazione dell'algoritmo.

$\mathrm{GMI} = 1.4683$	LSB	MSB
MT_1	0	0.7600
MT_2	0.2612	0.4471

Tabella 5.7: Valore della GMI dopo la prima iterazione dell'algoritmo.

Dopo la prima iterazione rimane da assegnare ancora un bit su ciascun link, l'algoritmo quindi prosegue.

Step 2: Iterando per la secondo volta l'algoritmo si ottengono i seguenti risultati:

1. Se $\mathrm{b}_{1,1,l}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{1,1,l}$ = 0.6026
2. Se $\mathrm{b}_{1,1,m}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{1,1,m}$ = 0.0695
3. Se $\mathrm{b}_{1,2,l}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{1,2,l}$ = 0.0016
4. Se $\mathrm{b}_{1,2,m}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{1,2,m}$ = 0.0367

Il secondo bit sul primo link viene assegnato alla quantizzazione dell'LLR relativo al LSB della coppia 1-1.

1. Se $\mathrm{b}_{2,1,l}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{2,1,l}$ = 0.0001
2. Se $\mathrm{b}_{2,1,m}$ = 1 allora $\Delta\mathrm{GMI}_{2,1,m}$ = 0.0062

3. Se $b_{2,2,l}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,2,l}$ = 0.0575
4. Se $b_{2,2,m}$ = 1 allora $\Delta GMI_{2,2,m}$ = 0.2813

Il secondo bit sul secondo link viene assegnato ancora alla quantizzazione dell'LLR relativo al MSB della coppia 2-2.

1. Se $b_{3,1,l}$ = 1 allora $GMI_{3,1,l}$ = 0.0040
2. Se $b_{3,1,m}$ = 1 allora $GMI_{3,1,m}$ = 0.0247
3. Se $b_{3,2,l}$ = 1 allora $GMI_{3,2,l}$ = 0.0661
4. Se $b_{3,2,m}$ = 1 allora $GMI_{3,2,m}$ = 0.1024

Il secondo bit sul terzo link viene assegnato alla quantizzazione dell'LLR relativo al MSB della coppia 3-2.

La situazione, alla fine della seconda iterazione è riportata in Tabella 5.8 e in Tabella 5.9.

	$MT_{1,lsb}$	$MT_{1,msb}$	$MT_{2,lsb}$	$MT_{2,msb}$
BS_1	$b_{1,1,l} = 1$	$b_{1,1,m} = 1$	$b_{1,2,l} = 0$	$b_{1,2,m} = 0$
BS_2	$b_{2,1,l} = 0$	$b_{2,1,m} = 0$	$b_{2,2,l} = 0$	$b_{2,2,m} = 2$
BS_3	$b_{3,1,l} = 0$	$b_{3,1,m} = 0$	$b_{3,2,l} = 1$	$b_{3,2,m} = 1$

Tabella 5.8: Assegnazione dei bit dopo la seconda iterazione dell'algoritmo.

$GMI = 1.4546$	LSB	MSB
MT_1	0.6026	0.7600
MT_2	0.2612	0.8308

Tabella 5.9: Valore della GMI dopo la seconda iterazione dell'algoritmo.

A questo punto, su ogni link vengono inviati 2 bit, per cui la rete risulta satura e l'algoritmo può terminare.

5.8.3 Risultati

Le simulazioni sono state fatte assumendo che:

- Il numero di celle sia 7, e ciascuna di esse abbia una BS al suo centro, per cui N_R = 7;
- le celle abbiano un lato di lunghezza $L = 500$ m;
- per la prima simulazione siano presenti N_T = 7 utenti, posizionati in maniera casuale, ma uno per cella;
- per la seconda simulazione siano presenti N_T = 10 utenti, posizionati in maniera casuale, ma con almeno un MT per cella;
- per la terza simulazione siano presenti N_T = 14 utenti, posizionati in maniera casuale, con 2 MT per cella;
- il coefficiente di path loss sia pari a 2;
- il valore dell'SNR a bordo cella sia pari a 0 dB

I risultati relativi alla GMI media di sistema che si ottiene sono riportati in Figura 5.7

Commento dei risultati Il grafico mostra che il valore della GMI del sistema è proporzionale al numero di utenti se il numero di bit inviati su ogni link è sufficientemente elevato. Questo risultato era auspicabile, dato che nella rete in questione sono stati considerati terminali che trasmettono su bande differenti, e quindi i $\Gamma_{i,j}$ sono rapporti segnale rumore (SNR) e non segnale rumore interferenza (SINR).
Nel caso in cui si scelga di avere più utenti che trasmettono sulla stessa banda sarà necessario fare alcune considerazioni. I $\Gamma_{i,j}$ diventano rapporti segnale rumore interferenza. Supponiamo di avere due utenti s ed r, che trasmettono alla stessa frequenza, ricordando che il rapporto segnale rumore a bordo cella è di 0 dB, si ha che:

- se s ed r si trovano nella stessa cella è molto probabile che $|h_{i,k}|^2 >> N_0/2$ per cui:
$$\Gamma_{i,s} = \frac{|h_{i,s}|^2}{|h_{i,r}|^2 + N_0/2} << \frac{|h_{i,s}|^2}{N_0/2} \tag{5.44}$$
il che porta ad una perdita di GMI non trascurabile.

- se s ed r si trovano in due celle diverse è molto probabile che $|h_{i,k}|^2 << N_0/2$ per cui:
$$\Gamma_{i,s} = \frac{|h_{i,s}|^2}{|h_{i,r}|^2 + N_0/2} \simeq \frac{|h_{i,s}|^2}{N_0/2} \tag{5.45}$$
il che porta ad una perdita di GMI trascurabile.

E' quindi possibile affermare che, con la strategia di cooperazione utilizzata, se il rapporto segnale rumore a bordo cella è di 0 dB o meno, è possibile riutilizzare le frequenze in celle adiacenti senza perdite notevoli in termini di GMI. Se il riutilizzo di frequenza avviene tra utenti della stessa cella invece gli effetti sono notevoli.

Per avere un confronto valido con l'algoritmo nel caso bus 4-QAM, l'algoritmo star è stato simulato anche nel caso di modulazione 4-QAM: i risultati ottenuti, a parità di bit utilizzati in totale erano in ottimo accordo con quelli ottenuti in precedenza.
E' importante commentare la scelta di decodificare alla BS servente oppure alla RNC, sia nel caso di collegamento star, che con il bus.
Nel caso di algoritmo di tipo star:

- quando la decodifica avviene alla RNC, non c'è una BS servente, e quindi tutte le BS immettono gli LLR quantizzati sulla rete di backhaul, verso la RNC;
- se si opta per una decodifica alla BS servente, tutte le BS cooperative immettono i bit sul backhaul verso la RNC, che a sua volta invia i dati ricevuti alla BS servente.

Fatte queste osservazioni, ci si rendo conto facilmente che la scelta di decodificare alla RNC risulta migliore ai fini di sfruttare meglio le risorse di infrastruttura, con questa topologia di collegamento.

Nel caso di algoritmo con collegamento di tipo bus:

- se la decodifica avviene alla RNC, non essendoci una BS servente, tutte le BS immettono gli LLR quantizzati sulla rete di backhaul, verso la RNC;
- se si sceglie invece una decodifica alla BS servente, tutte e solo le BS cooperative immettono i bit sul backhaul.

In questo caso la strategia vincente è evidentemente quella di far avvenire la decodifica alla BS servente.

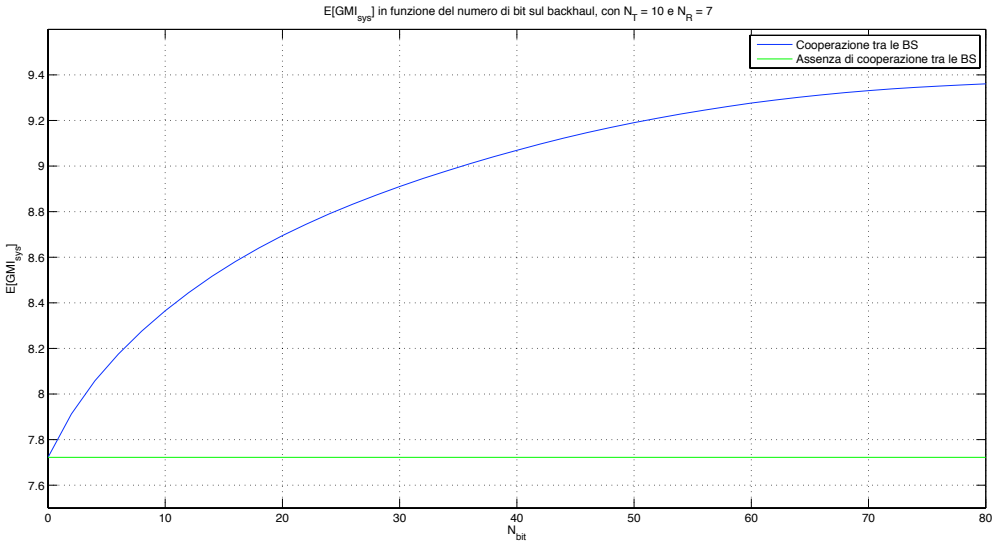
5.8.4 Fase di swap

E' possibile migliorare ulteriormente l'algoritmo, con quella che è stata chiamata la fase di swap.
Una volta che tutti i vincoli sono rispettati, per come sono stati assegnati i bit, non è necessariamente vero che quello che si è raggiunto sia il risultato migliore ottenibile.
Su ciascun link, per ciascuna variabile $b_{i,j}$ non nulla, si decrementa il valore di tale variabile e si calcola il valore di $GMI_{i,j}$, ovvero il valore di GMI che si avrebbe assegnando un bit in meno alla quantizzazione dell'LLR relativo alla coppia BS i-esima, MT j-esimo. Si definisce Δ_1 la differenza di GMI che si ha rispetto alla soluzione precedente. Poichè si utilizza un bit in meno la quantità Δ_1 è sempre negativa.
Successivamente il bit che è stato tolto alla coppia analizzata in precedenza viene assegnato ad un'altra coppia sullo stesso link, il che equivale a dire che viene calcolata $GM_{i,r}$, ovvero la GMI che si avrebbe assegnando un bit in più alla quantizzazione dell'LLR relativo alla coppia BS i-esima, MT r-esimo. Si definisce Δ_2 la differenza di GMI che si ha rispetto alla soluzione precedente. Poichè si utilizza un bit in più la quantità Δ_2 è sempre positiva.
Viene poi eseguita la somma $\Delta_1 + \Delta_2$:

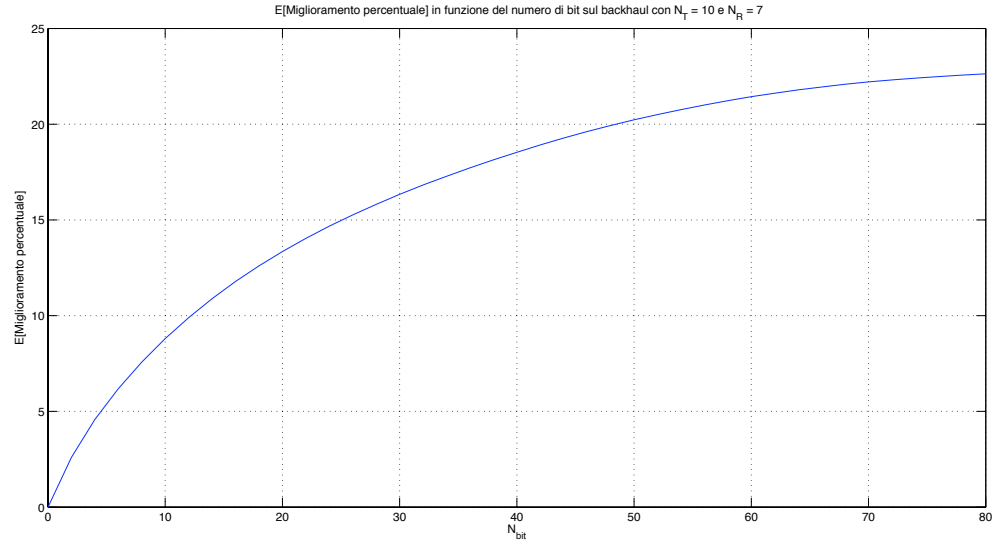
- se essa risulta maggiore di 0, significa che effettuando lo scambio di bit si ha un incremento di GMI e quindi si procede all'aggiornamento dei valori di $b_{i,j}$ e $b_{i,r}$;
- in caso contrario, significa che lo scambio porta ad un peggioramento, e quindi i valori delle variabili restano immutati e si passa ad analizzare un altro possibile scambio.

Il procedimento viene iterato fino a che, testando tutti i possibili scambi il valore di $\Delta_1 + \Delta_2$ risulta sempre negativo. Non è possibile predire a priori dopo quante iterazioni l'algoritmo si arresta.
Sono state fatte alcune simulazioni dell'algoritmo comprensivo di quest'ultima aggiunta. I risultati ottenuti hanno mostrato dei piccoli miglioramenti in alcuni casi.

L'utilizzo della fase di swap è stato però scartato perchè, a fronte di piccoli miglioramenti prestazionali, la complessità dell'algoritmo cresce notevolmente e con essa il suo costo computazionale.



(a) Aspettazione della GMI in funzione del numero di bit immessi sul backhaul, con collegamento di tipo bus e modulazione 4-QAM.



(b) Aspettazione del miglioramento percentuale rispetto ad un algoritmo non cooperativo, in funzione del numero di bit, con collegamento di tipo bus e modulazione 4-QAM.

Figura 5.4

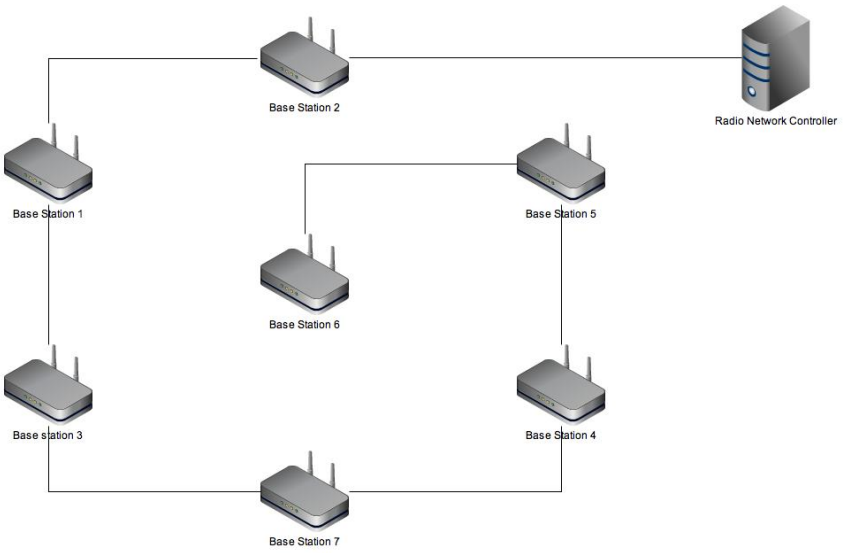


Figura 5.5: Collegamento di tipo bus.

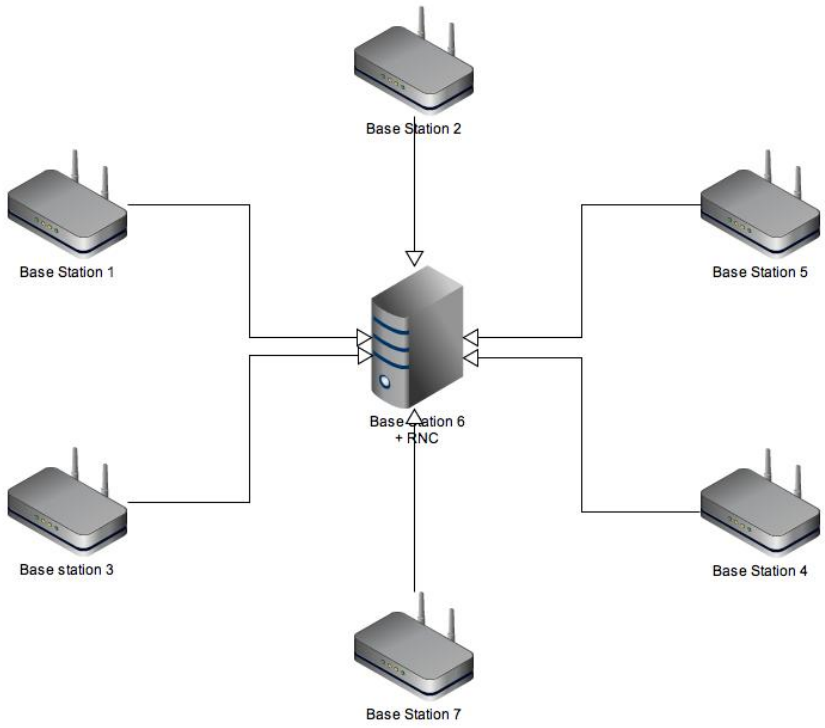


Figura 5.6: Collegamento di tipo star.

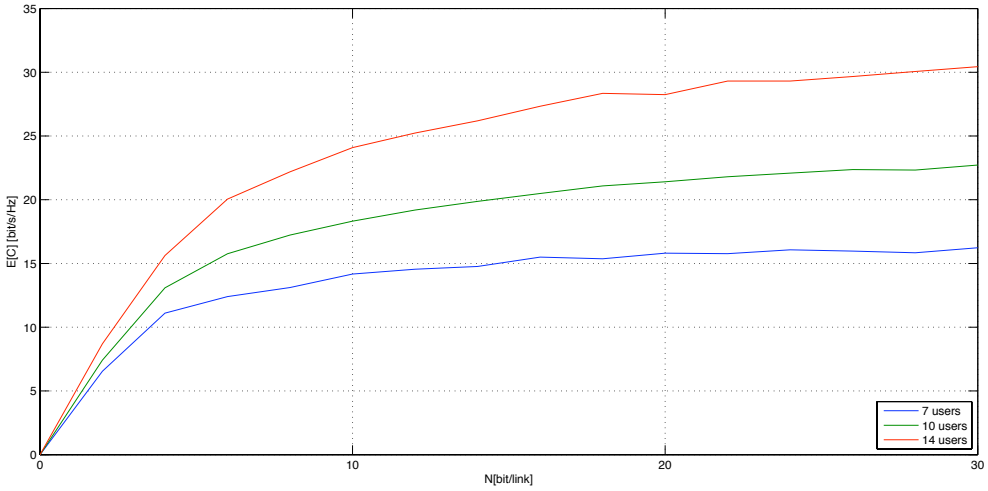


Figura 5.7: Aspettazione della GMI in funzione del numero di bit immessi sul backhaul con collegamento a stella e modulazione 16-QAM.

Conclusioni

Nella prima parte della tesi è stato presentato lo stato dell'arte per quanto riguarda gli algoritmi cooperativi in sistemi cellulari: sono stati introdotti alcuni algoritmi distribuiti, altri parzialmente distribuiti ed altri centralizzati. Successivamente sono stati presentati i tre algoritmi innovativi, che assieme costituiscono il nucleo della tesi.
Con Smart Retransmission l'obiettivo era, a prescindere dalla modulazione e dalla codifica utilizzata, quello di minimizzare il numero di messaggi o pacchetti inviati sulla rete di backhaul tra le BS, mantenendo un'efficienza spettrale prossima all'ottimo ottenibile utilizzando la tecnica Distributed Interference Cancellation. In questo caso il guadagno in termini di occupazione della rete di backhaul ottenuto è stato pari a $\mathcal{G}_{sr} = (\, N_R - 1\,)/p$.
Sono state analizzate in seguito le pdf e le ddm degli LLR relativi ai bit delle modulazioni 4-QAM e 16-QAM al fine di utilizzare le espressioni ottenute per introdurle nel calcolo della GMI di sistema.
Il secondo algoritmo proposto aveva come scopo quello di massimizzare la GMI di sistema nel caso in cui i MT avessero utilizzato una modulazione 4-QAM e le BS fossero collegate da un unico bus. Le prestazioni dell'algoritmo sono riportate nelle Figure 5.4. Come è possibile capire dai grafici, l'approccio cooperativo ha portato ad un miglioramento delle prestazioni, in termini di GMI di sistema, pari al 23%.
Il terzo ed ultimo algoritmo proposto aveva lo stesso obiettivo del secondo, ma è stato calato in un contesto differente: i terminali infatti utilizzavano una modulazione 16-QAM e le BS era connesse alla RNC da dei collegamenti a stella. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 5.7: in ciascuno dei tre casi analizzati l'efficienza spettrale ottenuta è pari al 55% circa del massimo teorico ottenibile utilizzando una modulazione 16-QAM.
E' facile notare che il problema di ottimizzazione proposto nel primo caso aveva come

obiettivo quello di minimazzare il traffico sul backhaul, mantenendo delle determinate prestazioni, mentre negli altri due casi il problema era il duale, ovvero ottimizzare le prestazioni avendo a disposizione una quantità prefissata di risorse.
A prescindere dall'obiettivo di partenza, è possibile affermare che tutti e tre gli algoritmi hanno dimostrato che l'approccio cooperativo nell'ottimizzazione dell'uplink in sistemi cellulari può portare a dei miglioramenti.

Bibliografia

[1] Ramamritham Krithi, Stankovic John A. and Zhao Wei, Distributed Scheduling of Tasks with Deadlines and Resource Requirements, IEEE Trans. on Computers, vol. 38, No.8, Aug. 1989.

[2] Diehm Fabian, Marsch Patrick, Fettweis Gerhard and Ramamurthi Bhaskar, A Low-Complexity Algorithm for Uplink Scheduling in Cooperative Cellular Networks with a Capacity-Constrained Backhaul Infrastracture, IEEE Communications Society, 2009.

[3] Kamoun Mohamed and Mazet Laurent, Base-Station Selection in Cooperative Single Frequency Cellular Network, IEEE Communications Society, 2007.

[4] Tomasin Stefano, Resource Allocation for Network MIMO Systems with HARQ and Partial Channel Knowledge, Oct. 2011.

[5] Zennaro Davide, Tomasin Stefano and Vangelista Lorenzo, Base Station Selection in Uplink Macro Diversity Cellular Systems with Hybrid ARQ, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 29, NO. 6, Jun. 2011.

[6] Kiani Saad G. and Gesbert David, Optimal Distributed Scheduling for Multicell Capacity Maximization,IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 7, No.1, Jan. 2008.

[7] Verdu Sergio, Multiuser detection, Cambridge University Press (1998).

[8] Wu Keying and Guo Xiaoyong, Uplink Multi-BS MIMO with Limited Backhaul Bandwidth, Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 2011.

[9] Khattak Shahid and Fettweis Gerhard, Distributed Iterative Detection in an Interference Limited Cellular Network, Vehicular Technology Conference, 2007.

[10] Khattak Shahid and Fettweis Gerhard, Low Backhaul Distributed Detection Strategies for an Interference Limited Uplink Cellular System, Vehicular Technology Conference, 2008.

[11] Li Peng and De Lamare Rodrigo, Parallel Multiple Candidate Interference cancellation with Distributed Iterative Multi-cell Detection and Base Station Cooperation, International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA), 2012.

[12] Benjillali Mustapha, Szczecinski Leszek and Aissa Sonia, Probability density function of Logarithmic Likelihood Ratios in Rectangular QAM, 23rd Biennial Symposium on Communications, 2006.

[13] Sanderovich Amichai, Somerkh Oren and Shamai Shlomo, Uplink Macro Diversity with Limited Backhaul Capacity, IEEE, Jun.2007.

[14] Soo Cho Yong, Jaekwon Kim, Young Yang Won and Kang Chung-Gu, MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB, John Wiley and Sons (2010).