



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA**

**Università degli Studi di Padova**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**Simulazione agli elementi finiti del processo di foratura per  
la determinazione delle tensioni residue mediante il  
metodo del foro**

Relatori:

**Prof. Mauro Ricotta  
Ing. Fabiano Maggio**

Correlatore:

**Ing. Mario Saraceni**

Laureando:

**Enrico Reffo**

**Anno Accademico 2014-2015**



*Alla mia famiglia e a tutti i miei cari.*



# Indice

<b>Abstract</b>	<b>1</b>
<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>1 Stato dell'arte</b>	<b>5</b>
1.1 Normativa ASTM E837-13a . . . . .	5
1.1.1 Rosette estensimetriche standardizzate . . . . .	5
1.1.2 Procedura di esecuzione del foro . . . . .	7
1.1.3 Calcolo delle tensioni residue . . . . .	10
1.1.3.1 Componenti sottili con profilo di tensioni residue uniforme . . . . .	10
1.1.3.2 Componenti spessi con profilo di tensioni residue uniforme . . . . .	13
1.1.3.3 Componenti spessi con profilo di tensioni residue variabile . . . . .	14
1.2 Soluzione analitica per il caso di componenti sottili . . . . .	21
1.3 Determinazione dei coefficienti di influenza per componenti sottili . . . . .	24
1.3.1 Determinazione per via teorica . . . . .	24
1.3.2 Determinazione per via sperimentale . . . . .	25
1.3.3 Determinazione attraverso gli elementi finiti . . . . .	26
1.4 Determinazione dei coefficienti di influenza per componenti spessi . . . . .	27
1.5 Altri metodi per il calcolo delle tensioni residue variabili . . . . .	27
1.5.1 Metodo incrementale (Incremental Strain Method) . . . . .	27
1.5.2 Metodo della tensione media equivalente (Average Stress Method) . . . . .	28
1.5.3 Metodo delle serie di potenze (Power Series Method) . . . . .	28
1.5.4 Metodo integrale (Integral Method), caso ideale . . . . .	29
1.5.4.1 Determinazione delle funzioni di influenza . . . . .	30
1.5.4.2 Determinazione della distribuzione delle tensioni residue . . . . .	32
1.5.5 Metodo integrale, caso generale . . . . .	33
1.6 Effetto della plasticizzazione locale . . . . .	34
<b>2 Determinazione dei coefficienti di influenza attraverso FEM</b>	<b>37</b>
2.1 Componenti sottili . . . . .	37
2.1.1 Modello agli elementi finiti . . . . .	38
2.1.2 Risultati delle analisi . . . . .	44
2.1.3 Validazione del modello FEM . . . . .	49
2.2 Componenti spessi con profilo di tensione uniforme . . . . .	51
2.2.1 Modello agli elementi finiti . . . . .	51
2.2.2 Risultati delle analisi . . . . .	52
2.2.3 Validazione del modello FEM . . . . .	52

2.3	Componenti spessi con profilo di tensione variabile . . . . .	55
2.3.1	Modello agli elementi finiti . . . . .	56
2.3.2	Risultati delle analisi . . . . .	56
2.3.3	Validazione del modello FEM . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Simulazione agli elementi finiti del processo di foratura</b>	<b>63</b>
3.1	Definizione degli approcci di simulazione . . . . .	63
3.2	Modelli agli elementi finiti . . . . .	64
3.3	Validazione FEM degli approcci di simulazione della foratura . . . . .	65
3.4	Esempi di calcolo delle tensioni residue . . . . .	67
3.5	Scelta del migliore approccio di simulazione . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Effetto dell'errore di zero</b>	<b>77</b>
4.1	DOE per l'errore di zero . . . . .	77
4.2	Risultati delle analisi . . . . .	79
4.3	Proposta di una procedura di correzione . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Effetto dell'errore di inclinazione dell'asse del foro</b>	<b>95</b>
5.1	Modelli agli elementi finiti . . . . .	96
5.2	Risultati delle analisi . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Analisi di robustezza</b>	<b>101</b>
6.1	Misure sperimentali . . . . .	101
6.1.1	Prima fase: setup del banco prova . . . . .	102
6.1.2	Seconda fase: esecuzione della misura delle tensioni residue . . . . .	106
6.1.3	Terza fase: verifiche ed elaborazione dei dati . . . . .	107
6.2	Risultati delle prove . . . . .	107
6.3	Analisi di robustezza . . . . .	111
	<b>Conclusioni</b>	<b>117</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Script APDL per la determinazione dei coefficienti di influenza</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Algoritmi per il calcolo delle tensioni residue</b>	<b>132</b>
<b>C</b>	<b>Script APDL per la simulazione della foratura al FEM</b>	<b>141</b>
<b>D</b>	<b>Script per DOE sull'errore di zero</b>	<b>145</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>151</b>

# Abstract

Viene eseguita una disamina completa del metodo del foro per la misura di tensioni residue. Si perfezionano nuovi coefficienti di influenza. Viene definito un metodo FEM di simulazione della foratura, sfruttato per studiare l'errore di zero e di inclinazione dell'asse. A partire da dati sperimentali, un'analisi di robustezza tramite Reverse Engineering ha evidenziato l'instabilità del metodo a piccole variazioni degli input. I risultati del metodo si devono interpretare solo qualitativamente.



# Introduzione

Le tensioni residue in un componente meccanico sono tensioni che sono presenti al suo interno in condizioni di equilibrio termico e meccanico. I processi produttivi rappresentano la principale causa di tensioni residue: tutti i processi produttivi e di fabbricazione (fusione, saldatura, lavorazioni alle macchine utensili, trattamenti termici, ecc) inducono delle tensioni residue nel pezzo lavorato. Talvolta le tensioni residue possono essere generate da processi di manutenzione o di riparazione oppure da sovraccarichi accidentali che possono avvenire all'interno del ciclo di vita del prodotto. Gli effetti della presenza delle tensioni residue possono essere benefici oppure dannosi a seconda della loro distribuzione. Le tensioni residue di compressione sulle superfici dei componenti sono in genere vantaggiose, in quanto determinano un aumento della vita a fatica dei componenti. Molto spesso, però, nelle applicazioni reali i loro effetti sono dannosi, in quanto la presenza di tensioni residue costituisce uno dei principali fattori che determinano la riduzione della resistenza a fatica e a sollecitazioni statiche: ad esempio, la superficie di un componente con elevate tensioni residue di trazione potrà sopportare tensioni ulteriori di minore entità per carichi esterni applicati rispetto al medesimo componente senza tensioni residue. L'aspetto più insidioso delle tensioni residue è dato dal fatto che la loro presenza in genere resta nascosta fintantoché non si manifesta un malfunzionamento o, nel peggiore dei casi, un cedimento del pezzo. Perciò, la loro misura e quantificazione sono di notevole importanza ai fini del corretto utilizzo del componente. Nel corso degli anni sono stati sviluppati diversi metodi per misurare le tensioni residue all'interno di un componente: tra questi vi sono il metodo del sezionamento, il metodo della rimozione di strati, il metodo di Sachs, il metodo della cava anulare e il metodo del foro, oltre ad altre tecniche di tipo ottico, che si basano sui principi dell'interferometria, della diffrattometria ai raggi x e della digitalizzazione delle immagini (si cita la tecnica "ESPI"), e altre che si fondano sulla fotoelasticità. Tra tutti il più diffuso in ambito industriale è il metodo del foro, ed è proprio questo metodo che verrà preso in esame in questa tesi.

Il metodo del foro consente di determinare le tensioni residue presenti in prossimità della superficie di un componente costituito da materiale omogeneo, isotropo a comportamento lineare elastico. Il metodo consiste nel praticare nel componente un foro di piccole dimensioni (in genere dell'ordine di 1 mm), trascurabili rispetto alle effettive dimensioni del pezzo, e registrare le deformazioni rilassate mediante una rosetta di estensimetri opportunamente incollata sulla superficie del pezzo: l'andamento delle tensioni residue che erano presenti all'interno del materiale rimosso viene ricostruito a partire dalle deformazioni rilassate registrate dagli estensimetri utilizzando opportune equazioni. Il metodo è considerato "semi-distruttivo" in quanto la porzione di materiale rimossa è trascurabile rispetto alle dimensioni complessive del componente, quindi il danno localizzato apportato al componente può essere trascurato.

Il metodo del foro è descritto in modo dettagliato nella normativa ASTM E837-13a, in cui vengono definite minuziosamente tutte le fasi per la corretta applicazione del metodo, a partire dalla scelta dello strumento per la foratura fino alla elaborazione dei dati rilevati, e quindi alla ricostruzione del profilo delle tensioni residue originariamente presenti nel pezzo.

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivi la disamina completa del metodo del foro e la ricerca di una metodologia di simulazione agli elementi finiti che permetta di replicare il processo di foratura, ovvero la risposta di un componente alla rimozione del materiale. Una volta perfezionata la procedura di calcolo delle

tensioni residue, è stato possibile studiare in modo approfondito gli effetti introdotti da alcune tipiche fonti di errore, quali ad esempio l'errore di inclinazione dell'asse e l'errore dovuto ad una errata scelta dello zero.

Nella fase finale del lavoro sono state realizzate alcune prove pratiche in condizioni di laboratorio, durante le quali sono emersi alcuni aspetti tanto interessanti quanto eloquenti riguardanti le capacità di previsione dello stato tensionale originariamente presente nel componente da parte del metodo del foro. Esso risulta troppo sensibile a piccole variazioni dei parametri di ingresso. Pertanto il suo utilizzo fornisce informazioni che non devono essere interpretate da un punto di vista quantitativo, bensì unicamente da un punto di vista qualitativo.

# Capitolo 1

## Stato dell'arte

In questo capitolo verrà presentata la procedura d'esecuzione del metodo del foro per la determinazione delle tensioni residue fornita dalla normativa ASTM E837-13a [3], attualmente in vigore. Inoltre saranno illustrati i diversi metodi che nel corso degli anni sono stati sviluppati allo scopo di mettere in relazione le deformazioni rilassate misurate in superficie con le tensioni residue presenti all'interno del pezzo, in modo tale da fornire una panoramica sullo stato dell'arte attuale.

### 1.1 Normativa ASTM E837-13a

La normativa [3] distingue tra i seguenti possibili casi: distribuzione di tensione uniforme lungo lo spessore e distribuzione di tensione variabile lungo lo spessore. Per quanto riguarda i componenti soggetti alla misura, essi vengono suddivisi in componenti sottili, in cui lo spessore del componente è molto inferiore al diametro del foro ( $s \ll D_0$ ) e componenti spessi, il cui spessore è molto maggiore del diametro del foro ( $s \gg D_0$ ). Per i componenti sottili il foro eseguito è un foro passante e il profilo delle tensioni non può che essere uniforme lungo lo spessore (vista appunto l'esiguità dello spessore), mentre per i componenti spessi il foro è cieco e il profilo di tensione può essere uniforme oppure variabile.

Il metodo proposto nella normativa risulta valido sotto le seguenti ipotesi:

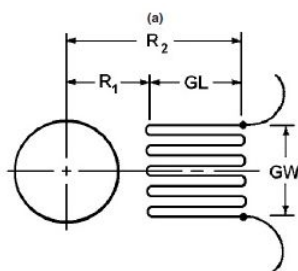
- Materiale omogeneo, isotropo, lineare, elastico
- La zona di esecuzione della misura deve essere piana e sufficientemente lontana dalle estremità del pezzo o da qualsiasi altra irregolarità geometrica
- Stato di tensione piano
- La massima tensione residua principale, risultante dall'applicazione del metodo del foro, non deve superare il valore limite di  $\sigma_{lim} = 0.5\sigma_{sn}$  o di  $\sigma_{lim} = 0.8\sigma_{sn}$  rispettivamente per i componenti sottili o per i componenti ad alto spessore.

#### 1.1.1 Rosette estensimetriche standardizzate

Il metodo del foro richiede l'utilizzo di speciali tipologie di rosette estensimetriche, il cui design è ottimizzato e standardizzato per questo tipo di applicazioni. Le rosette estensimetriche devono essere costituite da almeno tre estensimetri disposti lungo tre diverse direzioni radiali e lungo una circonferenza in modo tale da risultare equidistanti rispetto al centro della rosetta. A seconda che l'enumerazione degli estensimetri sulla rosetta sia in senso orario oppure antiorario si distingue tra rosette CW (clockwise) e rosette CCW (counterclockwise): nonostante le prime siano le più diffuse, è importante controllare il tipo di rosetta che si utilizza

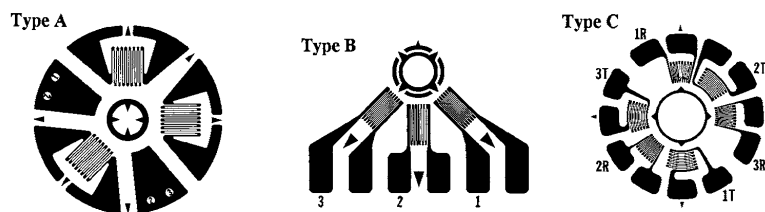
**Tabella 1.1:** Dimensioni rosette standard [3].

Tipo	D [mm]	GL [mm]	GW [mm]	R1 [mm]	R2 [mm]
<b>Tipo A</b>					
1/32 in. nominali	2.57	0.79	0.79	0.89	1.68
1/16 in. nominali	5.13	1.57	1.57	1.78	3.35
1/8 in. nominali	10.26	3.18	3.18	3.54	6.72
<b>Tipo B</b>					
1/16 in. nominali	5.13	1.57	1.14	1.78	3.35
<b>Tipo C</b>					
1/16 in. nominali	4.32	0.76	30°	1.78	2.54

**Figura 1.1:** Geometria del singolo estensimetro [3].

per non commettere errori nella soluzione delle equazioni che legano le tensioni principali alle deformazioni rilasciate misurate. Si prenda come riferimento la direzione dell'estensimetro 1: rispetto ad essa, la direzione dell'estensimetro 2 deve essere inclinata di  $45^\circ$  mentre quella dell'estensimetro 3 di  $90^\circ$ . Per la successiva elaborazione dei dati, l'asse  $x$  sia coincidente con la direzione dell'estensimetro 1, mentre l'asse  $y$  sia angolato di  $90^\circ$  in senso antiorario rispetto a  $x$  (Figura 1.4).

Al fine di semplificare il calcolo delle tensioni residue è consigliabile utilizzare rosette standard. Le principali tipologie sono tre: tipo A, tipo B e tipo C (vedi Figura 1.2). La rosetta di tipo A è costituita da tre estensimetri che coprono l'intera circonferenza attorno al foro, mentre la rosetta di tipo B ha gli estensimetri solo da un lato: quest'ultima tipologia consente di effettuare la misura anche in prossimità di un ostacolo (ad esempio in vicinanza di un cordone di saldatura). La rosetta di tipo C è un tipo speciale di rosetta, composta da sei estensimetri, di cui tre hanno le griglie dirette in senso radiale, mentre gli altri tre in senso tangenziale. Le dimensioni standardizzate secondo la normativa ASTM E837-08 sono riassunte in Tabella 1.1<sup>1</sup> (in cui si fa riferimento alla Figura 1.1).

**Figura 1.2:** Tipologie di rosette secondo [3].

Le tensioni residue originariamente esistenti prima dell'esecuzione del foro sono valutate a partire dalle deformazioni rilasciate, sfruttando opportune relazioni matematiche basate sulla teoria dell'elasticità lineare.

<sup>1</sup>Le dimensioni in mm che sono riportate in [3], e nella versione precedente [15], per le rosette da 1/16in. sono state convertite in maniera erronca dai corrispondenti valori in unità anglosassoni: nella Tabella 1.1 si utilizzano i giusti valori.

Nel caso di tensioni residue uniformi lungo lo spessore la deformazione rilassata in superficie in seguito alla foratura e misurata dal singolo estensimetro è:

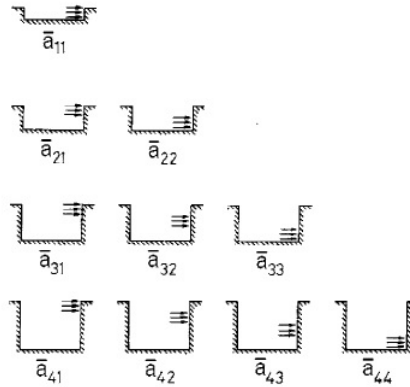
$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \bar{a} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{E} \bar{b} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{E} \bar{b} \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (1.1)$$

Le costanti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  rappresentano le deformazioni rilassate corrispondenti a tensioni di valore unitario applicate lungo l'intera profondità del foro. Tali costanti sono adimensionali e il loro valore, che non dipende dalle proprietà del materiale, è diverso a seconda che il componente sia sottile oppure spesso (in quest'ultimo caso il foro è cieco). Il valore di tali costanti è stato determinato attraverso un cospicuo numero di analisi agli elementi finiti per le tipologie di rosette standardizzate.

Nel caso di tensioni residue variabili lungo lo spessore, la deformazione  $\varepsilon_j$  misurata sulla superficie dopo aver completato  $j$  incrementi di profondità del foro, dipende anche dalle tensioni residue originariamente contenute nel materiale asportato in ognuno dei  $k$  incrementi di profondità già effettuati (con  $1 \leq k \leq j$ ).

$$\varepsilon_j = \frac{1}{E} \left\{ (1 + \nu) \sum_{k=1}^j \bar{a}_{jk} \left[ \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right]_k + \sum_{k=1}^j \bar{b}_{jk} \left[ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right]_k \cos 2\theta + \sum_{k=1}^j \bar{b}_{jk} (\tau_{xy})_k \sin 2\theta \right\} \quad (1.2)$$

In questo caso, le costanti  $\bar{a}_{jk}$  e  $\bar{b}_{jk}$  corrispondono alle deformazioni rilassate quando il foro è profondo  $j$  incrementi di profondità, mentre una tensione unitaria è applicata solamente all'interno del  $k$ -esimo incremento di profondità: i loro valori sono stati determinati attraverso analisi agli elementi finiti.



**Figura 1.3:** Interpretazione fisica dei coefficienti di influenza  $\bar{a}_{jk}$  [3].

La Figura 1.3 mostra le sezioni di un foro relative all'esecuzione del metodo: il foro è stato generato in quattro incrementi di profondità. Si può osservare che ogni coefficiente  $\bar{a}_{jk}$  corrisponde a una situazione intermedia in cui il foro ha raggiunto profondità  $j$  e la tensione è applicata in corrispondenza dell'incremento  $k$  (con  $1 \leq k \leq j$ ). Le variabili da determinare sono  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , perciò risultano necessarie tre equazioni del tipo 1.2: utilizzando rosette aventi tre estensimetri ciascuno posto a un angolo diverso ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  rispettivamente) rispetto a una direzione di riferimento (ad esempio, l'asse  $x$ ) è possibile scrivere tre equazioni del tipo 1.2 linearmente indipendenti e determinare le tensioni  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  in ciascun incremento di profondità. Infine, una volta note  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , è possibile risalire alle tensioni principali  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  e alla loro orientazione  $\beta$  in ciascun incremento di profondità.

### 1.1.2 Procedura di esecuzione del foro

Per eseguire correttamente la misura bisogna, innanzitutto, disporre di un apparato in grado di effettuare la foratura in maniera controllata. Lo strumento deve garantire le seguenti prestazioni:

**Tabella 1.2:** Spessori del pezzo e diametri del foro secondo [3].

Tipo rosetta	$D$ [mm]	Caso sottile	Caso spesso	Profilo uniforme		Profilo variabile	
		Spessore max [mm]	Spessore min [mm]	$D_{0min}$ [mm]	$D_{0max}$ [mm]	$D_{0min}$ [mm]	$D_{0max}$ [mm]
<b>Tipo A</b>							
Nominale	$D$	$0.2D$	$D$	$0.6D_{0max}$	$D_{0max}$	$D_{0min}$	$D_{0max}$
1/32 in.	2.57	0.51	2.57	0.61	1.01	0.93	1.00
1/16 in.	5.13	1.03	5.13	1.52	2.54	1.88	2.12
1/8 in.	10.26	2.06	10.26	3.35	5.59	3.75	4.25
<b>Tipo B</b>							
Nominale	$D$	$0.2D$	$D$	$0.6D_{0max}$	$D_{0max}$	$D_{0min}$	$D_{0max}$
1/16 in.	5.13	1.03	5.13	1.52	2.54	1.88	2.12
<b>Tipo C</b>							
Nominale	$D$	$0.24D$	$D$	$0.6D_{0max}$	$D_{0max}$	$D_{0min}$	$D_{0max}$
1/16 in.	4.32	1.04	5.18	1.52	2.54	1.88	2.12

- rispetto al diametro  $D$  della rosetta estensimetrica, il foro deve soddisfare una tolleranza di concentricità pari a  $\pm 0.004D$
- lo strumento deve essere in grado di controllare l'avanzamento della punta perforatrice con una risoluzione al limite pari a  $\pm 0.004D$

Diverse tecnologie sono state sviluppate per l'esecuzione della foratura: la più diffusa consiste nell'utilizzo di frese in metallo duro messe in rotazione da una turbina ad aria ad alta velocità oppure da un motore elettrico aventi velocità di rotazione comprese tra 20000 e 400000 rpm. Tale strumentazione si adatta molto bene a tutti i metalli, eccetto quelli aventi durezza molto elevata. L'utilizzo di trapani a mano o a colonna, aventi basse velocità di rotazione della punta, è sconsigliato dalla normativa, in quanto essi inducono tensioni residue sulla superficie laterale del foro durante l'esecuzione della foratura, che andrebbero a influenzare la corretta esecuzione del metodo del foro[57]. Per materiali ad elevata durezza, conviene far ricorso a tecniche di lavorazione con getto abrasivo[64], che consistono nel convogliare, attraverso un ugello di piccole dimensioni, un getto d'aria ad alta velocità contenente fini particelle di materiale abrasivo contro la superficie del pezzo da forare. Tale tecnica offre buoni risultati quando il materiale del pezzo ha elevata durezza. Viceversa, utilizzando tale tecnologia con materiali di bassa durezza, risulta più complicato il controllo della geometria e della profondità del foro.

Per quanto riguarda la scelta della fresa, la normativa consiglia l'uso di frese a codolo conico. È importante verificare che il processo di foratura non induca ulteriori tensioni residue rispetto a quelle che già sono presenti nel componente: in tal senso, la normativa suggerisce di praticare un foro di prova in un componente dello stesso materiale del pezzo da esaminare, sottoposto in precedenza ad un trattamento termico di ricottura (così da eliminare le tensioni residue interne al componente di prova)[34]. Se le deformazioni registrate dagli estensimetri nel componente di prova sono tali da poter essere trascurate, allora si può ritenere che il processo di foratura non influisca in maniera sensibile nell'esecuzione del metodo: tipicamente sono accettabili valori che rientrino nel range  $\pm 8\mu\epsilon$ . Qualora la verifica non andasse a buon fine, o perché nel test si riscontrano deformazioni rilassate troppo elevate o perché il materiale risulta difficile da perforare, è possibile ricorrere all'uso di lubrificanti, a patto che non siano elettricamente conduttori: se lo fossero e il lubrificante entrasse in contatto con i terminali elettrici della rosetta, si rischia che esso interferisca con i segnali degli estensimetri.

L'utensile viene fatto avanzare in direzione assiale e con asse di rotazione concentrico con l'asse del foro, oppure con movimento orbitante, in cui l'asse di rotazione dell'utensile risulta eccentrico rispetto all'asse del

foro: in quest'ultimo caso si ha la possibilità di creare un foro di qualsiasi diametro agendo unicamente sul valore dell'eccentricità, nonostante il controllo sia più complicato rispetto al primo.

A seconda del tipo di rosetta che si utilizza, il diametro nominale  $D_0$  del foro deve rientrare all'interno di determinati range, che variano a seconda che il profilo di tensioni residue sia uniforme o meno lungo lo spessore (vedi Tabella 1.2).

La foratura deve avvenire a temperatura costante, perciò qualora ci fossero fluttuazioni di temperatura durante il processo conviene stoppare l'utensile al termine di ogni step di profondità, consentendo la stabilizzazione di tali fluttuazioni di temperatura.

La procedura di esecuzione del metodo del foro si diversifica a seconda che i componenti siano sottili oppure spessi e, in quest'ultimo caso, a seconda che il profilo delle tensioni sia uniforme o variabile.

Per componenti sottili le operazioni da eseguire sono esposte di seguito (si assume che le rosette estensimetriche siano state già incollate e la verifica dello strumento abbia fornito esito positivo):

- Prima di iniziare la foratura, registrare una lettura iniziale degli estensimetri (azzeramento)
- Forare completamente il componente, avanzando lentamente l'utensile
- Fermare e retrarre l'utensile
- Misurare le deformazioni rilassate
- Misurare il diametro del foro e verificare che ricada nel range di valori ammissibili specificati nella Tabella 1.2
- Verificare che la concentricità del foro rispetto al diametro della rosetta  $D$  soddisfi la tolleranza desiderata
- Calcolare le tensioni residue seguendo il procedimento descritto in seguito

Per componenti spessi in cui si ipotizza che il profilo di tensioni residue sia uniforme lungo lo spessore, la procedura da seguire, invece, è la seguente:

- Registrare una prima lettura degli estensimetri prima di iniziare la foratura
- Avanzare l'utensile fino a forare completamente lo strato di materiale di supporto della rosetta: l'utensile dovrebbe sfiorare la superficie del pezzo senza, però, danneggiarla
- Fermare l'utensile in tale posizione e registrare una seconda lettura degli estensimetri
- Verificare che la seconda lettura non sia significativamente diversa dalla prima: la seconda lettura rappresenterà lo "zero"
- Eseguire il primo incremento di profondità, fermare l'utensile senza retrainarlo e registrare le deformazioni dagli estensimetri
- In modo analogo eseguire in successione tutti gli altri incrementi e misurare di volta in volta le corrispondenti deformazioni
- Raggiunta la profondità desiderata, fermare e retrainare l'utensile
- Come in precedenza, misurare diametro e concentricità del foro, verificando che soddisfino le corrispondenti tolleranze
- Calcolare le tensioni residue seguendo il procedimento descritto in seguito

**Tabella 1.3:** Incrementi di profondità secondo [3].

Tipo	$D$	Profilo uniforme	Profilo variabile
rosetta	[mm]	Ampiezza incrementi [mm]	
<b>Tipo A</b>			
Nominale	$D$	$0.02D$	$0.01D$
1/32 in.	2.57	0.05	0.025
1/16 in.	5.13	0.10	0.050
1/8 in.	10.26	0.20	0.100
<b>Tipo B</b>			
Nominale	$D$	$0.02D$	$0.01D$
1/16 in.	5.13	0.10	0.050
<b>Tipo C</b>			
Nominale	$D$	$0.024D$	$0.0115D$
1/16 in.	4.32	0.10	0.050

Per componenti ad alto spessore con profilo di tensioni residue variabile lungo lo spessore, la procedura è la medesima del caso di componenti spessi con profilo di tensioni uniforme lungo lo spessore, ma rispetto a quest'ultimo, il numero di step di profondità da eseguire è maggiore (a parità di profondità finale del foro). L'ampiezza degli incrementi di profondità da utilizzare varia a seconda del tipo di rosetta (A,B o C): si riportano in Tabella 1.3 i valori che la normativa impone.

### 1.1.3 Calcolo delle tensioni residue

In questo paragrafo sono descritti i procedimenti di calcolo delle tensioni residue da applicare a seconda che il componente sia sottile o ad alto spessore, e, in quest'ultimo caso, a seconda che l'andamento delle tensioni residue lungo lo spessore sia supposto uniforme oppure variabile.

#### 1.1.3.1 Componenti sottili con profilo di tensioni residue uniforme

Come già detto in precedenza, per i componenti sottili il profilo di tensione non può che essere uniforme lungo lo spessore del componente. Poiché ci si trova in campo lineare elastico, è possibile sfruttare il principio della sovrapposizione degli effetti. Pertanto conviene scomporre tensioni e deformazioni nelle rispettive componenti idrostatiche, deviatoriche e di taglio puro.

Per comodità, conviene allineare l'estensimetro 1 con la direzione  $x$  (perciò  $\theta_1 = 0$ ). In tale configurazione, le deformazioni idrostatiche, deviatoriche e di taglio puro (rispettivamente  $p$ ,  $q$  e  $t$ ) sono legate alle deformazioni misurate dagli estensimetri  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2$  ed  $\varepsilon_3)$ <sup>2</sup> secondo le relazioni:

$$p = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_1}{2} \quad (1.3a)$$

$$q = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{2} \quad (1.3b)$$

$$t = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2}{2} \quad (1.3c)$$

In base al diametro del foro  $D_0$  e al tipo di rosetta estensimetrica utilizzata, da ASTM E837-13a si determinano i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$ , riportati in Tabella 1.4 (foro passante). Conoscendo il modulo di Young  $E$  e il coefficiente di Poisson  $\nu$  del materiale, è possibile determinare le tensioni idrostatiche, deviatoriche e di taglio

<sup>2</sup>I pedici non si riferiscono alle direzioni principali, ma alla numerazione degli estensimetri.

**Tabella 1.4:** Coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  per profili di tensione uniformi secondo [3].

<b>Rosette Tipo A</b>										
Depth [mm]	$\bar{a}$					$\bar{b}$				
Foro cieco	$D_0[mm]$					$D_0[mm]$				
	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
.10	.008	.011	.015	.021	.026	.016	.021	.028	.037	.045
.20	.019	.027	.036	.047	.059	.037	.050	.066	.084	.103
.30	.032	.044	.059	.076	.097	.062	.084	.110	.137	.171
.40	.045	.062	.083	.106	.136	.088	.119	.155	.193	.241
.50	.057	.078	.104	.134	.170	.115	.154	.200	.248	.307
.60	.068	.093	.124	.158	.199	.140	.187	.242	.299	.367
.70	.078	.106	.140	.178	.222	.164	.218	.280	.345	.418
.80	.082	.117	.154	.195	.241	.185	.246	.314	.385	.463
.90	.093	.126	.165	.208	.256	.204	.270	.343	.419	.501
1.0	.098	.133	.173	.218	.267	.221	.291	.370	.449	.533
passante	.088	.120	.157	.199	.244	.283	.371	.463	.554	.642

<b>Rosette Tipo B</b>										
Depth [mm]	$\bar{a}$					$\bar{b}$				
Foro cieco	$D_0[mm]$					$D_0[mm]$				
	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
.10	.009	.012	.016	.022	.027	.018	.024	.032	.041	.050
.20	.021	.029	.039	.051	.063	.042	.057	.074	.093	.115
.30	.034	.047	.064	.082	.105	.070	.094	.123	.153	.191
.40	.048	.066	.089	.114	.146	.100	.134	.175	.216	.270
.50	.061	.084	.112	.143	.183	.130	.174	.225	.278	.343
.60	.073	.100	.132	.169	.213	.159	.211	.272	.335	.409
.70	.083	.114	.150	.190	.237	.185	.246	.314	.385	.466
.80	.092	.125	.164	.207	.256	.209	.277	.352	.430	.515
.90	.099	.134	.175	.221	.271	.231	.305	.385	.468	.557
1.0	.105	.142	.184	.231	.282	.249	.328	.413	.500	.592
passante	.094	.128	.167	.212	.260	.322	.421	.523	.621	.716

<b>Rosette Tipo C</b>										
Depth [mm]	$\bar{a}$					$\bar{b}$				
Foro cieco	$D_0[mm]$					$D_0[mm]$				
	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
.10	.019	.027	.038	.050	.061	.032	.043	.056	.070	.082
.20	.046	.064	.086	.111	.139	.076	.103	.132	.161	.193
.30	.076	.105	.141	.182	.235	.128	.172	.221	.269	.333
.40	.106	.147	.197	.253	.324	.184	.246	.315	.383	.468
.50	.134	.186	.248	.316	.400	.240	.320	.407	.490	.589
.60	.160	.221	.292	.371	.464	.293	.389	.491	.587	.695
.70	.182	.250	.330	.416	.515	.343	.452	.566	.673	.784
.80	.201	.275	.361	.453	.556	.387	.507	.631	.745	.858
.90	.217	.296	.386	.482	.588	.427	.556	.687	.806	.918
1.0	.230	.312	.405	.505	.613	.461	.597	.734	.856	.968
passante	.246	.335	.437	.553	.681	.519	.648	.758	.831	.860

puro (rispettivamente  $P$ ,  $Q$  e  $T$ ) secondo le relazioni:

$$P = -\frac{E p}{\bar{a}(1 + \nu)} \quad (1.4a)$$

$$Q = -\frac{E q}{b} \quad (1.4b)$$

$$T = -\frac{E t}{b} \quad (1.4c)$$

Avendo allineato l'estensimetro 1 alla direzione  $x$ , per definizione si ha:

$$P = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \quad (1.5a)$$

$$Q = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \quad (1.5b)$$

$$T = \tau_{xy} \quad (1.5c)$$

A questo punto, è possibile determinare le tensioni residue originariamente presenti nel pezzo, ovvero:

$$\sigma_x = P - Q \quad (1.6a)$$

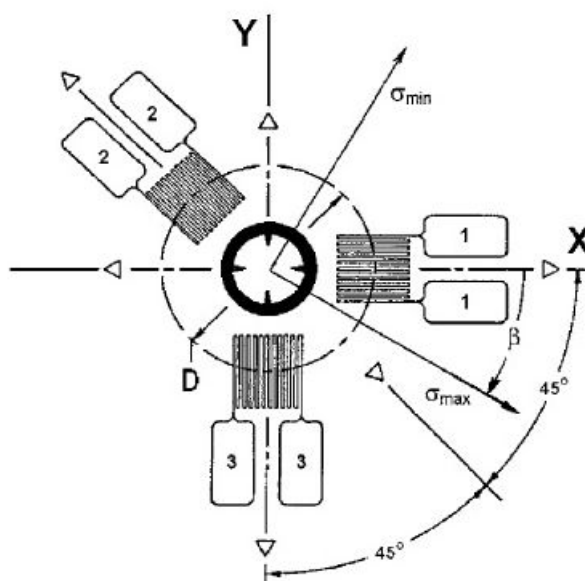
$$\sigma_y = P + Q \quad (1.6b)$$

$$\tau_{xy} = T \quad (1.6c)$$

Dunque, si possono determinare le componenti principali delle tensioni residue, che, trattandosi di un caso di tensione piana, sono:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = P + \sqrt{Q^2 + T^2} \quad (1.7a)$$

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = P - \sqrt{Q^2 + T^2} \quad (1.7b)$$



**Figura 1.4:** Schema di riferimento per il calcolo delle tensioni principali [3].

La tensione principale massima  $\sigma_{max}$  è inclinata di un angolo  $\beta$  rispetto alla direzione dell'estensimetro 1 (che equivale alla direzione  $x$ , visto che per comodità si è imposto  $\theta_1 = 0$ ), con  $\beta$  misurato in senso orario a partire dalla direzione  $x$  (Figura 1.4). In maniera analoga, la tensione  $\sigma_{min}$  risulterà inclinata dello stesso angolo  $\beta$  rispetto alla direzione dell'estensimetro 3, misurato stavolta a partire dalla direzione 3 (che equivale alla direzione  $y$ ) in senso orario. Tale angolo risulta:

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{-T}{-Q} \right) \quad (1.8)$$

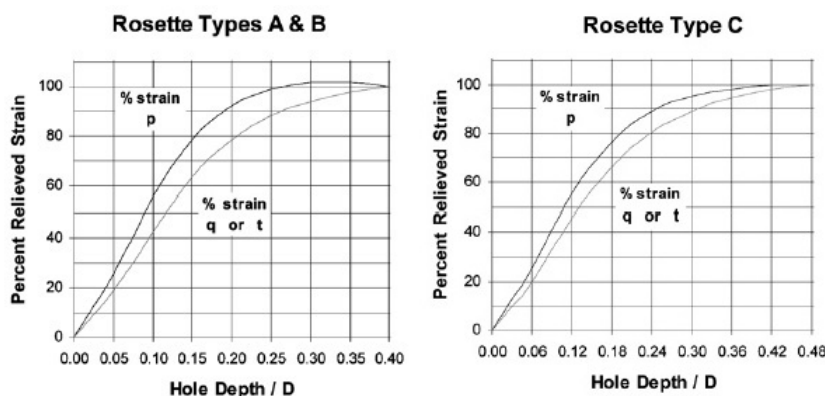
Per determinare univocamente l'angolo  $\beta$  è necessario tener conto dei segni delle tensioni  $Q$  e  $T$ . A tal scopo, si può utilizzare la funzione arcotangente a 2 argomenti, che in molti linguaggi di programmazione viene fornita dal comando atan2, oppure bisogna sommare o sottrarre  $90^\circ$  al valore fornito dalla Formula 1.8 affinché  $\beta$  ricada nel giusto range di valori (si veda la Tabella 1.5)

**Tabella 1.5:** Correzione angolo  $\beta$ .

	$Q > 0$	$Q = 0$	$Q < 0$
$T < 0$	$45^\circ < \beta < 90^\circ$	$45^\circ$	$0^\circ < \beta < 45^\circ$
$T = 0$	$90^\circ$	indefinito	$0^\circ$
$T > 0$	$-90^\circ < \beta < -45^\circ$	$-45^\circ$	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$

### 1.1.3.2 Componenti spessi con profilo di tensioni residue uniforme

Prima di procedere con il calcolo delle tensioni residue, conviene eseguire un controllo sui dati rilevati. In particolare, è necessario verificare che l'andamento delle deformazioni registrate dagli estensimetri  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  ed  $\varepsilon_3$  in funzione della profondità del foro non presenti irregolarità evidenti e che non vi siano valori anomali: la presenza di tali anomalie potrebbe indicare che la prova non è stata eseguita correttamente. Appurato che i dati registrati sono affidabili, è necessario verificare uniformità delle tensioni residue. Per ogni  $i$ -esimo incremento di profondità, si determinano le deformazioni  $p_i$ ,  $q_i$  e  $t_i$  a partire dai corrispondenti set di deformazioni  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)_i$  in modo analogo a quanto descritto in precedenza per il caso di componenti sottili (le equazioni da usare sono formalmente simili alle equazioni 1.10, basta sostituire il pedice  $j$  con  $i$ ). Successivamente, si costruiscono i grafici che mettono in relazione le deformazioni  $p$  e la maggiore in valore assoluto tra  $q$  e  $t$  con la profondità del foro (le deformazioni vanno espresse in valore percentuale rispetto al valore calcolato alla massima profondità del foro): lo scopo è quello di verificare che le funzioni così costruite abbiano andamenti che non si discostino di molto da quelli della Figura 1.5.



**Figura 1.5:** Andamenti tipici deformazioni vs. profondità [15].

Se gli andamenti che si ottengono si discostano da quelli di riferimento (secondo ASTM E837-08 la tolleranza è del  $\pm 3\%$ ), ciò significa che la rilevazione delle deformazioni non è stata eseguita correttamente oppure che il profilo delle tensioni residue non è uniforme lungo lo spessore: in quest'ultimo caso è necessario adottare una diversa procedura di calcolo, descritta in seguito. Se, invece, il test di uniformità dà esito positivo, allora le tensioni residue possono essere considerate uniformi lungo lo spessore. Per ogni  $i$ -esimo step di profondità, dalla Tabella 1.4 è possibile determinare i coefficienti  $\bar{a}_i$  e  $\bar{b}_i$ , corrispondenti al diametro e alla  $i$ -esima profondità del foro in esame. A questo punto, si possono calcolare le tensioni residue  $P$ ,  $Q$  e  $T$  utilizzando le seguenti relazioni:

$$P = -\frac{E}{1+\nu} \frac{\sum_{i=1}^{n_{step}} (\bar{a}_i p_i)}{\sum_{i=1}^{n_{step}} \bar{a}_i^2} \quad Q = -E \frac{\sum_{i=1}^{n_{step}} (\bar{b}_i q_i)}{\sum_{i=1}^{n_{step}} \bar{b}_i^2} \quad T = -E \frac{\sum_{i=1}^{n_{step}} (\bar{b}_i t_i)}{\sum_{i=1}^{n_{step}} \bar{b}_i^2} \quad (1.9)$$

Qualora si volesse effettuare una rapida stima delle tensioni  $P$ ,  $Q$ ,  $T$ , anziché utilizzare tale formulazione, derivata dal metodo della tensione media equivalente (descritto in seguito), è possibile sfruttare le equazioni 1.3 e 1.4 inserendo come input i valori delle deformazioni  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  ed  $\varepsilon_3$  misurate dagli estensimetri quando il foro ha raggiunto la massima profondità del foro. Tuttavia, per eseguire un calcolo più accurato è preferibile utilizzare le equazioni 1.9, che permettono di sfruttare tutti i dati rilevati e consente di ridurre gli errori casuali derivanti dalle operazioni di misurazione.

Una volta determinate  $P$ ,  $Q$  e  $T$ , è possibile computare le tensioni residue originariamente presenti nel componente secondo le relazioni 1.6 e, di conseguenza, anche le tensioni principali e la loro orientazione, rispettivamente con le equazioni 1.7 e 1.8.

### 1.1.3.3 Componenti spessi con profilo di tensioni residue variabile

La prima cosa da fare è eseguire un rapido controllo sull'andamento delle deformazioni  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  rispetto alla profondità del foro, in modo tale da verificare l'assenza di irregolarità e outliers evidenti. Si procede con la determinazione delle deformazioni idrostatiche, deviatoriche e di taglio corrispondenti a ciascun incremento  $j$ -esimo di profondità:

$$p_j = \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)_j}{2} \quad (1.10a)$$

$$q_j = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)_j}{2} \quad (1.10b)$$

$$t_j = \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)_j}{2} \quad (1.10c)$$

Successivamente, è necessario utilizzare i coefficienti  $\bar{a}_{jk}$  e  $\bar{b}_{jk}$  forniti da ASTM E837-13a (vedi Tabelle 1.6 1.7 1.8), a seconda del tipo di rosetta e del diametro del foro, per formare le matrici  $[\bar{\mathbf{a}}]$  e  $[\bar{\mathbf{b}}]$  da utilizzare per il calcolo delle tensioni. I valori riportati dalla normativa fanno riferimento a fori aventi diametro pari a 2mm, perciò se si praticano fori di diverso diametro, è necessario modificare i coefficienti forniti dalla normativa moltiplicandoli per il quadrato del rapporto tra il diametro effettivamente utilizzato e il valore a cui fa riferimento la norma (ovvero per  $(D_{effettivo}/2mm)^2$ ).

Il metodo proposto dalla normativa per il calcolo delle tensioni residue consiste nel metodo integrale, in cui il profilo delle tensioni residue viene approssimato da una distribuzione di tensione costante a tratti (ogni tratto corrisponde ad uno step di profondità, come mostrato in Figura 1.6).

La deformazione rilassata che si misura ad ogni step di profondità dipende dalle tensioni originariamente presenti nei layers di materiale precedentemente rimossi e ciascuna di esse (supposta costante all'interno del corrispondente layer) contribuisce in base a un certo peso (rappresentato dai coefficienti  $\bar{a}_{jk}$  e  $\bar{b}_{jk}$ ). Si consideri,

**Tabella 1.6:** Matrici dei coefficienti di influenza  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  per profili di tensione variabile, rosette tipo A, fori di diametro pari a 2mm, secondo [3].

Hole depth [mm]		Coefficients of influence $\bar{a}_{j,k}$																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-0.0679																				
0.10	-0.0815	-0.0714																			
0.15	-0.0937	-0.0844	-0.0734																		
0.20	-0.1046	-0.0960	-0.0858	-0.0739																	
0.25	-0.1141	-0.1063	-0.0968	-0.0856	-0.0728																
0.30	-0.1223	-0.1152	-0.1064	-0.0960	-0.0839	-0.0701															
0.35	-0.1291	-0.1227	-0.1147	-0.1050	-0.0936	-0.0806	-0.0659														
0.40	-0.1360	-0.1287	-0.1207	-0.1132	-0.1015	-0.0893	-0.0759	-0.0615													
0.45	-0.1416	-0.1344	-0.1264	-0.1184	-0.1082	-0.0970	-0.0846	-0.0712	-0.0567												
0.50	-0.1463	-0.1392	-0.1312	-0.1223	-0.1134	-0.1031	-0.0917	-0.0793	-0.0657	-0.0511											
0.55	-0.1508	-0.1434	-0.1354	-0.1270	-0.1173	-0.1072	-0.0957	-0.0834	-0.0730	-0.0600	-0.0464										
0.60	-0.1545	-0.1471	-0.1391	-0.1306	-0.1211	-0.1113	-0.0996	-0.0906	-0.0791	-0.0670	-0.0543	-0.0411									
0.65	-0.1578	-0.1503	-0.1422	-0.1340	-0.1243	-0.1146	-0.1049	-0.0938	-0.0842	-0.0722	-0.0604	-0.0485	-0.0364								
0.70	-0.1606	-0.1531	-0.1450	-0.1366	-0.1271	-0.1175	-0.1078	-0.0970	-0.0869	-0.0765	-0.0655	-0.0544	-0.0431	-0.0316							
0.75	-0.1629	-0.1554	-0.1473	-0.1390	-0.1294	-0.1199	-0.1102	-0.0996	-0.0892	-0.0795	-0.0693	-0.0589	-0.0484	-0.0378	-0.0270						
0.80	-0.1649	-0.1574	-0.1493	-0.1410	-0.1313	-0.1217	-0.1123	-0.1018	-0.0919	-0.0815	-0.0716	-0.0624	-0.0524	-0.0425	-0.0328	-0.0231					
0.85	-0.1665	-0.1590	-0.1510	-0.1426	-0.1330	-0.1234	-0.1138	-0.1036	-0.0938	-0.0836	-0.0738	-0.0644	-0.0555	-0.0464	-0.0373	-0.0283	-0.0195				
0.90	-0.1679	-0.1604	-0.1523	-0.1441	-0.1344	-0.1248	-0.1151	-0.1049	-0.0955	-0.0852	-0.0755	-0.0665	-0.0574	-0.0492	-0.0406	-0.0323	-0.0241	-0.0162			
0.95	-0.1692	-0.1617	-0.1536	-0.1452	-0.1357	-0.1261	-0.1164	-0.1063	-0.0967	-0.0866	-0.0770	-0.0679	-0.0592	-0.0508	-0.0432	-0.0353	-0.0277	-0.0203	-0.0131		
1.00	-0.1704	-0.1628	-0.1548	-0.1465	-0.1368	-0.1272	-0.1176	-0.1074	-0.0978	-0.0877	-0.0781	-0.0690	-0.0605	-0.0521	-0.0448	-0.0374	-0.0303	-0.0234	-0.0167	-0.0098	-0.0030

Hole depth [mm]		Coefficients of influence $\bar{b}_{j,k}$																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-0.1264																				
0.10	-0.1470	-0.1352																			
0.15	-0.1656	-0.1554	-0.1414																		
0.20	-0.1821	-0.1735	-0.1611	-0.1449																	
0.25	-0.1967	-0.1897	-0.1789	-0.1642	-0.1488																
0.30	-0.2092	-0.2038	-0.1946	-0.1815	-0.1647	-0.1439															
0.35	-0.2197	-0.2159	-0.2083	-0.1968	-0.1815	-0.1624	-0.1395														
0.40	-0.2308	-0.2256	-0.2182	-0.2112	-0.1952	-0.1778	-0.1576	-0.1348													
0.45	-0.2400	-0.2351	-0.2280	-0.2202	-0.2072	-0.1917	-0.1735	-0.1525	-0.1289												
0.50	-0.2481	-0.2434	-0.2366	-0.2273	-0.2167	-0.2031	-0.1868	-0.1678	-0.1460	-0.1216											
0.55	-0.2554	-0.2507	-0.2440	-0.2362	-0.2235	-0.2103	-0.1981	-0.1793	-0.1599	-0.1386	-0.1156										
0.60	-0.2616	-0.2571	-0.2505	-0.2428	-0.2305	-0.2177	-0.2045	-0.1890	-0.1715	-0.1522	-0.1310	-0.1081									
0.65	-0.2668	-0.2625	-0.2561	-0.2487	-0.2364	-0.2239	-0.2109	-0.1949	-0.1813	-0.1623	-0.1430	-0.1226	-0.1013								
0.70	-0.2715	-0.2671	-0.2611	-0.2536	-0.2417	-0.2294	-0.2164	-0.2012	-0.1866	-0.1708	-0.1531	-0.1345	-0.1149	-0.0944							
0.75	-0.2753	-0.2713	-0.2663	-0.2582	-0.2463	-0.2341	-0.2213	-0.2064	-0.1911	-0.1767	-0.1608	-0.1439	-0.1260	-0.1073	-0.0875						
0.80	-0.2789	-0.2749	-0.2699	-0.2620	-0.2502	-0.2382	-0.2256	-0.2108	-0.1968	-0.1807	-0.1652	-0.1511	-0.1344	-0.1172	-0.0995	-0.0812					
0.85	-0.2821	-0.2781	-0.2731	-0.2652	-0.2536	-0.2417	-0.2292	-0.2146	-0.2007	-0.1850	-0.1698	-0.1549	-0.1408	-0.1251	-0.1089	-0.0921	-0.0747				
0.90	-0.2848	-0.2809	-0.2759	-0.2682	-0.2565	-0.2447	-0.2324	-0.2176	-0.2041	-0.1885	-0.1736	-0.1590	-0.1441	-0.1312	-0.1159	-0.1004	-0.0847	-0.0688			
0.95	-0.2871	-0.2832	-0.2782	-0.2706	-0.2589	-0.2473	-0.2350	-0.2204	-0.2067	-0.1916	-0.1769	-0.1624	-0.1480	-0.1340	-0.1213	-0.1072	-0.0928	-0.0781	-0.0632		
1.00	-0.2889	-0.2851	-0.2794	-0.2727	-0.2612	-0.2495	-0.2373	-0.2227	-0.2089	-0.1940	-0.1796	-0.1655	-0.1511	-0.1367	-0.1249	-0.1121	-0.0989	-0.0856	-0.0719	-0.0581	

**Tabella 1.7:** Matrici dei coefficienti di influenza  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  per profili di tensione variabile, rosette tipo B, fori di diametro pari a 2mm, secondo [3].

Hole depth [mm]		Coefficienti di influenza $\bar{a}_{j,k}$																				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
0.05	-0.00726																					
0.10	-0.00878	-0.00766																				
0.15	-0.01013	-0.00909	-0.00788																			
0.20	-0.01133	-0.01037	-0.00924	-0.00793																		
0.25	-0.01237	-0.01149	-0.01043	-0.00921	-0.00781																	
0.30	-0.01325	-0.01245	-0.01147	-0.01033	-0.00901	-0.00751																
0.35	-0.01397	-0.01325	-0.01235	-0.01129	-0.1004	-0.00863	-0.00704															
0.40	-0.01471	-0.01388	-0.01297	-0.01214	-0.01088	-0.00956	-0.00811	-0.00654														
0.45	-0.01533	-0.01450	-0.01360	-0.01268	-0.01161	-0.01039	-0.00904	-0.00758	-0.00599													
0.50	-0.01587	-0.01504	-0.01414	-0.01313	-0.01217	-0.01105	-0.00981	-0.00845	-0.00696	-0.00536												
0.55	-0.01634	-0.01550	-0.01460	-0.01367	-0.01257	-0.01147	-0.01046	-0.00909	-0.00774	-0.00633	-0.00486											
0.60	-0.01672	-0.01589	-0.01500	-0.01406	-0.01299	-0.01190	-0.01082	-0.00964	-0.00839	-0.00708	-0.00572	-0.00430										
0.65	-0.01705	-0.01621	-0.01532	-0.01441	-0.01332	-0.01225	-0.01118	-0.00997	-0.00892	-0.00764	-0.00637	-0.00509	-0.00379									
0.70	-0.01735	-0.01651	-0.01561	-0.01468	-0.01362	-0.01255	-0.01148	-0.01031	-0.00921	-0.00810	-0.00691	-0.00571	-0.00450	-0.00327								
0.75	-0.01759	-0.01675	-0.01586	-0.01493	-0.01387	-0.01280	-0.01174	-0.01059	-0.00945	-0.00830	-0.00719	-0.00606	-0.00492	-0.00377	-0.00277							
0.80	-0.01781	-0.01697	-0.01607	-0.01515	-0.01408	-0.01302	-0.01196	-0.01080	-0.00974	-0.00860	-0.00753	-0.00655	-0.00549	-0.00443	-0.00339	-0.00234						
0.85	-0.01799	-0.01715	-0.01625	-0.01533	-0.01426	-0.01320	-0.01213	-0.01099	-0.00992	-0.00881	-0.00775	-0.00674	-0.00581	-0.00484	-0.00387	-0.00291	-0.00195					
0.90	-0.01814	-0.01730	-0.01640	-0.01550	-0.01441	-0.01334	-0.01229	-0.01114	-0.01008	-0.00897	-0.00793	-0.00695	-0.00598	-0.00514	-0.00423	-0.00333	-0.00246	-0.00162				
0.95	-0.01829	-0.01744	-0.01654	-0.01561	-0.01454	-0.01347	-0.01242	-0.01129	-0.01021	-0.00912	-0.00809	-0.00710	-0.00617	-0.00528	-0.00449	-0.00366	-0.00285	-0.00207	-0.00131			
1.00	-0.01843	-0.01757	-0.01666	-0.01573	-0.01465	-0.01358	-0.01253	-0.01140	-0.01035	-0.00925	-0.00822	-0.00724	-0.00632	-0.00541	-0.00466	-0.00389	-0.00314	-0.00242	-0.00172	-0.00104		

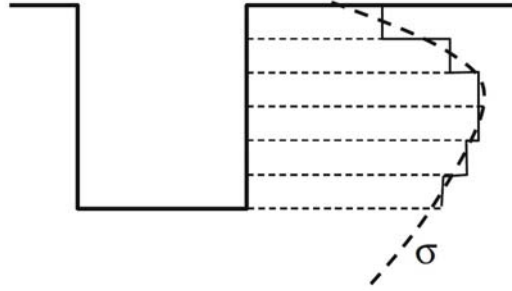
Hole depth [mm]		Coefficienti di influenza $\bar{b}_{j,k}$																				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	
0.05	-0.01417																					
0.10	-0.01653	-0.01516																				
0.15	-0.01866	-0.01746	-0.01585																			
0.20	-0.02055	-0.01953	-0.01810	-0.01624																		
0.25	-0.02222	-0.02138	-0.02012	-0.01844	-0.01634																	
0.30	-0.02365	-0.02299	-0.02190	-0.02040	-0.01848	-0.01614																
0.35	-0.02485	-0.02437	-0.02346	-0.02214	-0.02039	-0.01823	-0.01564															
0.40	-0.02610	-0.02547	-0.02459	-0.02375	-0.02195	-0.01997	-0.01769	-0.01510														
0.45	-0.02715	-0.02656	-0.02571	-0.02479	-0.02331	-0.02154	-0.01947	-0.01709	-0.01440													
0.50	-0.02806	-0.02750	-0.02670	-0.02561	-0.02440	-0.02283	-0.02097	-0.01879	-0.01631	-0.01353												
0.55	-0.02888	-0.02833	-0.02755	-0.02664	-0.02517	-0.02365	-0.02225	-0.02008	-0.01787	-0.01546	-0.01285											
0.60	-0.02958	-0.02906	-0.02830	-0.02740	-0.02598	-0.02450	-0.02298	-0.02119	-0.01919	-0.01699	-0.01460	-0.01202										
0.65	-0.03019	-0.02968	-0.02894	-0.02808	-0.02666	-0.02521	-0.02370	-0.02186	-0.02030	-0.01816	-0.01596	-0.01367	-0.01126									
0.70	-0.03072	-0.03023	-0.02950	-0.02864	-0.02727	-0.02584	-0.02435	-0.02257	-0.02089	-0.01910	-0.01710	-0.01499	-0.01278	-0.01046								
0.75	-0.03116	-0.03068	-0.02998	-0.02914	-0.02778	-0.02638	-0.02491	-0.02316	-0.02139	-0.01976	-0.01795	-0.01603	-0.01401	-0.01188	-0.00964							
0.80	-0.03158	-0.03108	-0.03038	-0.02956	-0.02822	-0.02684	-0.02539	-0.02366	-0.02202	-0.02022	-0.01846	-0.01685	-0.01493	-0.01299	-0.01100	-0.00895						
0.85	-0.03192	-0.03143	-0.03073	-0.02990	-0.02859	-0.02723	-0.02580	-0.02410	-0.02247	-0.02071	-0.01899	-0.01729	-0.01567	-0.01390	-0.01207	-0.01019	-0.00825					
0.90	-0.03221	-0.03173	-0.03104	-0.03022	-0.02891	-0.02756	-0.02616	-0.02444	-0.02287	-0.02112	-0.01942	-0.01779	-0.01608	-0.01459	-0.01288	-0.01115	-0.00940	-0.00762				
0.95	-0.03247	-0.03200	-0.03131	-0.03048	-0.02919	-0.02785	-0.02645	-0.02475	-0.02317	-0.02146	-0.01979	-0.01817	-0.01650	-0.01493	-0.01349	-0.01191	-0.01030	-0.00866	-0.00700			
1.00	-0.03268	-0.03222	-0.03154	-0.03074	-0.02944	-0.02810	-0.02671	-0.02501	-0.02342	-0.02173	-0.02008	-0.01848	-0.01684	-0.01521	-0.01389	-0.01245	-0.01098	-0.00948	-0.00796	-0.00641		

Tabella 1.8: Matrici dei coefficienti di influenza  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  per profili di tensione variabile, rosette tipo C, fori di diametro pari a 2mm, secondo [3].

Hole depth [mm]		Coefficients di influenza $\bar{a}_{j,k}$																									
		Stress depth [mm]																									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	
0.05	-0.1704																										
0.10	-0.0209	-0.1741																									
0.15	-0.0285	-0.2043	-0.1749																								
0.20	-0.0253	-0.2315	-0.2047	-0.1730																							
0.25	-0.0248	-0.2557	-0.2316	-0.2024	-0.1681																						
0.30	-0.0245	-0.2757	-0.2547	-0.2210	-0.1885	-0.1523																					
0.35	-0.0248	-0.2938	-0.2730	-0.2310	-0.1885	-0.1775	-0.1417																				
0.40	-0.0282	-0.3092	-0.2886	-0.2468	-0.2042	-0.1775	-0.1867	-0.1659																			
0.45	-0.0342	-0.3230	-0.3023	-0.2606	-0.2549	-0.2422	-0.2148	-0.1867	-0.1659																		
0.50	-0.0345	-0.3347	-0.3137	-0.2921	-0.2669	-0.2422	-0.2269	-0.2012	-0.1867	-0.1659																	
0.55	-0.0349	-0.3451	-0.3241	-0.3020	-0.2774	-0.2530	-0.2448	-0.2212	-0.2012	-0.1824	-0.1546																
0.60	-0.0375	-0.3509	-0.3324	-0.3108	-0.2865	-0.2621	-0.2501	-0.2268	-0.2012	-0.1824	-0.1546	-0.1243															
0.65	-0.0380	-0.3609	-0.3399	-0.3178	-0.2942	-0.2700	-0.2580	-0.2348	-0.2092	-0.1904	-0.1626	-0.1348	-0.1110														
0.70	-0.0372	-0.3672	-0.3461	-0.3231	-0.3006	-0.2764	-0.2644	-0.2412	-0.2156	-0.1968	-0.1690	-0.1412	-0.1134	-0.0835													
0.75	-0.0397	-0.3727	-0.3516	-0.3286	-0.3061	-0.2819	-0.2699	-0.2467	-0.2211	-0.2023	-0.1745	-0.1467	-0.1189	-0.0890	-0.0630												
0.80	-0.0392	-0.3772	-0.3561	-0.3331	-0.3106	-0.2864	-0.2744	-0.2512	-0.2256	-0.2068	-0.1790	-0.1512	-0.1234	-0.0956	-0.0670	-0.0456											
0.85	-0.0401	-0.3811	-0.3600	-0.3370	-0.3145	-0.2903	-0.2783	-0.2551	-0.2295	-0.2107	-0.1829	-0.1551	-0.1273	-0.1000	-0.0722	-0.0500	-0.0381										
0.90	-0.0408	-0.3845	-0.3634	-0.3403	-0.3178	-0.2936	-0.2816	-0.2584	-0.2328	-0.2140	-0.1862	-0.1584	-0.1306	-0.1028	-0.0750	-0.0528	-0.0409	-0.0381									
0.95	-0.0410	-0.3889	-0.3678	-0.3446	-0.3221	-0.2979	-0.2859	-0.2627	-0.2371	-0.2183	-0.1905	-0.1627	-0.1349	-0.1071	-0.0793	-0.0571	-0.0452	-0.0409	-0.0381								
1.00	-0.0410	-0.3920	-0.3720	-0.3489	-0.3264	-0.3012	-0.2892	-0.2660	-0.2404	-0.2216	-0.1938	-0.1660	-0.1382	-0.1104	-0.0826	-0.0604	-0.0485	-0.0409	-0.0381								
1.05	-0.0413	-0.3920	-0.3720	-0.3489	-0.3264	-0.3012	-0.2892	-0.2660	-0.2404	-0.2216	-0.1938	-0.1660	-0.1382	-0.1104	-0.0826	-0.0604	-0.0485	-0.0409	-0.0381								
1.10	-0.0414	-0.3920	-0.3720	-0.3489	-0.3264	-0.3012	-0.2892	-0.2660	-0.2404	-0.2216	-0.1938	-0.1660	-0.1382	-0.1104	-0.0826	-0.0604	-0.0485	-0.0409	-0.0381								
1.15	-0.0416	-0.3932	-0.3734	-0.3509	-0.3275	-0.3023	-0.2903	-0.2671	-0.2415	-0.2227	-0.1949	-0.1671	-0.1393	-0.1115	-0.0837	-0.0615	-0.0496	-0.0409	-0.0381								
1.20	-0.0417	-0.3965	-0.3748	-0.3521	-0.3287	-0.3035	-0.2915	-0.2683	-0.2427	-0.2239	-0.1961	-0.1683	-0.1405	-0.1127	-0.0849	-0.0627	-0.0508	-0.0409	-0.0381								
1.25	-0.0418	-0.3977	-0.3759	-0.3535	-0.3298	-0.3043	-0.2923	-0.2691	-0.2435	-0.2247	-0.1969	-0.1691	-0.1413	-0.1135	-0.0857	-0.0635	-0.0516	-0.0409	-0.0381								

Hole depth [mm]		Coefficients di influenza $\bar{b}_{j,k}$																									
		Stress depth [mm]																									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	
0.05	-0.02533																										
0.10	-0.0258	-0.0275																									
0.15	-0.0345	-0.03109	-0.0267																								
0.20	-0.0365	-0.03504	-0.03209	-0.02808																							
0.25	-0.0404	-0.03862	-0.03614	-0.03259	-0.02798																						
0.30	-0.0429	-0.04164	-0.03970	-0.03704	-0.03244	-0.02744																					
0.35	-0.0455	-0.04439	-0.04258	-0.04060	-0.03641	-0.03194	-0.02714																				
0.40	-0.0470	-0.04676	-0.0451	-0.04328	-0.04211	-0.03909	-0.03607	-0.03296																			
0.45	-0.0506	-0.04902	-0.04728	-0.04526	-0.04419	-0.04115	-0.03813	-0.03511	-0.03200																		
0.50	-0.0536	-0.05253	-0.05074	-0.04881	-0.04699	-0.04507	-0.04315	-0.04123	-0.03931	-0.03739	-0.03547	-0.03355	-0.03163	-0.02971	-0.02779	-0.02587	-0.02395	-0.02203	-0.02011								
0.55	-0.0549	-0.05383	-0.05202	-0.05009	-0.04817	-0.04625	-0.04433	-0.04241	-0.04049	-0.03857	-0.03665	-0.03473	-0.03281	-0.03089	-0.02897	-0.02705	-0.02513	-0.02321	-0.02129	-0.01937							
0.60	-0.0549	-0.05383	-0.05202	-0.05009	-0.04817	-0.04625	-0.04433	-0.04241	-0.04049	-0.03857	-0.03665	-0.03473	-0.03281	-0.03089	-0.02897	-0.02705	-0.02513	-0.02321	-0.02129	-0.01937							
0.65	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.70	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.75	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.80	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.85	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.90	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
0.95	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.00	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.05	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.10	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.15	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.20	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							
1.25	-0.0541	-0.05303	-0.05122	-0.04930	-0.04738	-0.04546	-0.04354	-0.04162	-0.03970	-0.03778	-0.03586	-0.03394	-0.03202	-0.03010	-0.02818	-0.02626	-0.02434	-0.02242	-0.02050	-0.01858							



**Figura 1.6:** Approssimazione di una generica distribuzione di tensioni residue con un profilo costante a tratti[7].

per semplicità, solo il caso idrostatico. Se il foro è stato eseguito in  $j$  incrementi di profondità, le deformazioni registrate dagli estensimetri di volta in volta saranno date da:

$$\begin{aligned}
 \frac{E}{1+\nu} p_1 &= \bar{a}_{11} P_1 \\
 \frac{E}{1+\nu} p_2 &= \bar{a}_{21} P_1 + \bar{a}_{22} P_2 \\
 \frac{E}{1+\nu} p_3 &= \bar{a}_{31} P_1 + \bar{a}_{32} P_2 + \bar{a}_{33} P_3 \\
 &\vdots \\
 \frac{E}{1+\nu} p_j &= \bar{a}_{j1} P_1 + \bar{a}_{j2} P_2 + \bar{a}_{j3} P_3 + \cdots + \bar{a}_{jj} P_j
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Tale sistema di equazioni può essere espresso anche in forma matriciale, come:

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \bar{a}_{31} & \bar{a}_{32} & \bar{a}_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{j1} & \bar{a}_{j2} & \bar{a}_{j3} & \dots & \bar{a}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_j \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_j \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

Ogni singola  $j$ -esima equazione di tale sistema può essere espressa come:

$$\sum_{k=1}^j \bar{a}_{jk} P_k = \frac{E}{1+\nu} p_j \tag{1.13}$$

In definitiva, utilizzando una notazione matriciale compatta, si ottiene:

$$[\bar{\mathbf{a}}] \mathbf{P} = \frac{E}{1+\nu} \mathbf{p} \tag{1.14a}$$

$$[\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{Q} = E \mathbf{q} \tag{1.14b}$$

$$[\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{T} = E \mathbf{t} \tag{1.14c}$$

in cui le equazioni 1.14b e 1.14c per le sollecitazioni di taglio possono essere ricavate con ragionamento analogo. Da osservare che le matrici di coefficienti  $[\bar{\mathbf{a}}]$  e  $[\bar{\mathbf{b}}]$  sono triangolari inferiori in quanto ciascuna deformazione rilassata che viene registrata dipende unicamente dalle tensioni corrispondenti ai layer di materiale rimossi fino a tale profondità.

I profili di tensione lungo lo spessore si ottengono risolvendo ciascuno dei sistemi di equazioni 1.14. Purtroppo, a causa dell'elevato numero di step di profondità che solitamente viene adottato per l'applicazione del

metodo<sup>3</sup>, le matrici di coefficienti sopra descritte diventano numericamente mal condizionate: ciò significa che piccoli errori nella misurazione delle deformazioni rischiano di generare grossi errori nella valutazione delle tensioni. Per semplificare la risoluzione di tali sistemi di equazioni, si può ricorrere alla regolarizzazione di Tikhonov di secondo ordine, definendo la seguente matrice tridiagonale  $[\mathbf{c}]$ :

$$[\mathbf{c}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & -1 & 2 & -1 & \\ & & & & 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

in cui il numero di righe è pari al numero di incrementi di profondità adottati, la prima e l'ultima riga sono nulle, mentre le rimanenti contengono il vettore  $[-1 \quad 2 \quad -1]$  centrato sulla diagonale. Si ottiene:

$$([\bar{\mathbf{a}}]^T [\bar{\mathbf{a}}] + \alpha_P [\mathbf{c}]^T [\mathbf{c}]) \mathbf{P} = \frac{E}{1 + \nu} [\bar{\mathbf{a}}]^T \mathbf{p} \quad (1.16a)$$

$$([\bar{\mathbf{b}}]^T [\bar{\mathbf{b}}] + \alpha_Q [\mathbf{c}]^T [\mathbf{c}]) \mathbf{Q} = E [\bar{\mathbf{b}}]^T \mathbf{q} \quad (1.16b)$$

$$([\bar{\mathbf{b}}]^T [\bar{\mathbf{b}}] + \alpha_T [\mathbf{c}]^T [\mathbf{c}]) \mathbf{T} = E [\bar{\mathbf{b}}]^T \mathbf{t} \quad (1.16c)$$

I fattori di regolarizzazione  $\alpha_P$ ,  $\alpha_Q$  e  $\alpha_T$  permettono di controllare il grado di regolarizzazione utilizzato, che cresce all'aumentare di tali coefficienti. Si tenga presente che più la regolarizzazione è accentuata, più le tensioni risultanti saranno distorte dagli effetti della regolarizzazione. Tuttavia, se il grado di regolarizzazione è insufficiente, le tensioni calcolate rischiano di essere influenzate dagli errori casuali che caratterizzano questo tipo di misurazione (per la natura del problema piccoli errori nelle deformazioni possono causare grandi errori nelle tensioni). Pertanto è necessario adottare una procedura iterativa che consenta di ottimizzare il grado di regolarizzazione. A partire dalle equazioni 1.10 si stimino gli errori standard relativi alle deformazioni  $p$ ,  $q$ ,  $t$  come segue:

$$p_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(p_j - 3p_{j+1} + 3p_{j+2} - p_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (1.17a)$$

$$q_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(q_j - 3q_{j+1} + 3q_{j+2} - q_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (1.17b)$$

$$t_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(t_j - 3t_{j+1} + 3t_{j+2} - t_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (1.17c)$$

in cui  $n$  è il numero di set di deformazioni disponibili ai vari incrementi di foratura.

A questo punto, si scelgano dei valori di  $\alpha_P$ ,  $\alpha_Q$  e  $\alpha_T$  di primo tentativo: tipicamente vengono adottati valori compresi tra  $10^{-4}$  e  $10^{-6}$ [27]. Si risolva ciascuno dei sistemi 1.16, determinando le tensioni  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{T}$ . A causa della regolarizzazione, a tali tensioni ("regolarizzate") corrispondono deformazioni  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{t}$  diverse da quelle effettive derivanti dalle misurazioni sperimentali. Perciò, si definiscono i seguenti vettori di misfit:

<sup>3</sup>Secondo normativa: 20 step per rosette tipo A e B, 25 step per rosette tipo C.

$$\mathbf{p}_{mis} = \mathbf{p} - \frac{1 + \nu}{E} [\bar{\mathbf{a}}] \mathbf{P} \quad (1.18a)$$

$$\mathbf{q}_{mis} = \mathbf{q} - \frac{1}{E} [\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{Q} \quad (1.18b)$$

$$\mathbf{t}_{mis} = \mathbf{t} - \frac{1}{E} [\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{T} \quad (1.18c)$$

in cui  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{T}$  siano le tensioni derivanti dalla soluzione dei sistemi 1.16. Si computi la deviazione standard dei vettori di misfit:

$$p_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (p_{mis})_j^2 \quad (1.19a)$$

$$q_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (q_{mis})_j^2 \quad (1.19b)$$

$$t_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (t_{mis})_j^2 \quad (1.19c)$$

Se la differenza tra  $p_{rms}^2$ ,  $q_{rms}^2$ ,  $t_{rms}^2$  e i corrispondenti errori standard calcolati con le equazioni 1.17 è inferiore al 5% degli errori standard, allora le tensioni  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{T}$  determinate con la regolarizzazione possono essere accettate. In caso contrario, è necessario iterare la procedura adottando dei nuovi fattori di regolarizzazione:

$$(\alpha_P)_{new} = \frac{p_{std}^2}{p_{rms}^2} (\alpha_P)_{old} \quad (1.20a)$$

$$(\alpha_Q)_{new} = \frac{q_{std}^2}{q_{rms}^2} (\alpha_Q)_{old} \quad (1.20b)$$

$$(\alpha_T)_{new} = \frac{t_{std}^2}{t_{rms}^2} (\alpha_T)_{old} \quad (1.20c)$$

Il calcolo iterativo potrà essere interrotto non appena il criterio del 5% viene soddisfatto. Determinati i valori finali di  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{T}$ , si possono finalmente calcolare le tensioni residue originariamente presenti in ciascun layer di materiale:

$$(\sigma_x)_k = P_k - Q_k \quad (1.21a)$$

$$(\sigma_y)_k = P_k + Q_k \quad (1.21b)$$

$$(\tau_{xy})_k = T_k \quad (1.21c)$$

Infine, in maniera analoga ai casi precedenti, si determinano le tensioni principali e la loro orientazione rispetto all'estensimetro 1 della rosetta per ciascuno step di profondità:

$$(\sigma_{max})_k = P_k + \sqrt{Q_k^2 + T_k^2} \quad (1.22a)$$

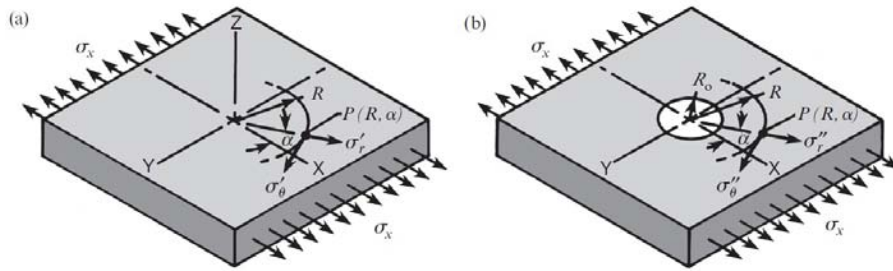
$$(\sigma_{min})_k = P_k - \sqrt{Q_k^2 + T_k^2} \quad (1.22b)$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{-T_k}{-Q_k} \right) \quad (1.23)$$

Per determinare in maniera univoca l'angolo  $\beta_k$  si può, al solito, ricorrere alla funzione arcotangente a due argomenti oppure alla Tabella 1.5.

## 1.2 Soluzione analitica per il caso di componenti sottili

Per il caso di componenti sottili, nell'ipotesi di materiale omogeneo, isotropo, a comportamento lineare elastico, è disponibile la soluzione analitica che mette in relazione le tensioni residue con le deformazioni rilassate dopo l'esecuzione del foro [21, 67]. Si consideri una lastra piana sottile, soggetta a un campo di tensioni residue  $\sigma_x$ , dirette lungo  $x$  e uniformi lungo lo spessore, come mostrato in Figura 1.7.



**Figura 1.7:** Condizione di carico monoassiale, prima (a) e dopo (b) la foratura [21].

In un generico punto  $P(R, \alpha)$  lo stato di tensione prima della foratura è (in coordinate cilindriche):

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_x}{2}(1 + \cos 2\alpha) \quad (1.24a)$$

$$\sigma'_\theta = \frac{\sigma_x}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad (1.24b)$$

$$\tau'_{r\theta} = -\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha \quad (1.24c)$$

Posto  $r = R/R_0$ , in cui  $R_0$  sia il raggio del foro, dopo l'esecuzione del foro lo stato di tensione nel generico punto  $P(R, \alpha)$ <sup>4</sup> diventa:

$$\sigma''_r = \frac{\sigma_x}{2} \left[ 1 - \frac{1}{r^2} + \left( 1 + \frac{3}{r^4} - \frac{4}{r^2} \right) \cos 2\alpha \right] \quad (1.25a)$$

$$\sigma''_\theta = \frac{\sigma_x}{2} \left[ 1 + \frac{1}{r^2} - \left( 1 + \frac{3}{r^4} \right) \cos 2\alpha \right] \quad (1.25b)$$

$$\tau''_{r\theta} = -\frac{\sigma_x}{2} \left( 1 - \frac{3}{r^4} + \frac{2}{r^2} \right) \sin 2\alpha \quad (1.25c)$$

Per la sovrapposizione degli effetti, sottraendo lo stato di tensione iniziale (prima della foratura) da quello finale (dopo l'esecuzione del foro) si ottengono le tensioni rilassate in seguito alla foratura:

$$\Delta\sigma_r = \sigma''_r - \sigma'_r \quad (1.26a)$$

$$\Delta\sigma_\theta = \sigma''_\theta - \sigma'_\theta \quad (1.26b)$$

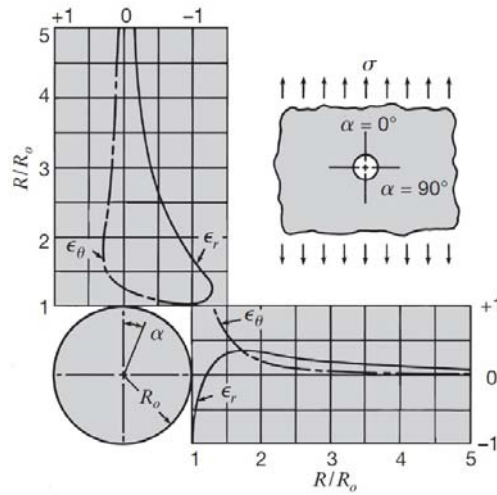
$$\Delta\tau_{r\theta} = \tau''_{r\theta} - \tau'_{r\theta} \quad (1.26c)$$

Le deformazioni rilassate, per la legge di Hooke, sono ripetivamente:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_r - \nu\Delta\sigma_\theta) \quad (1.27a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_\theta - \nu\Delta\sigma_r) \quad (1.27b)$$

<sup>4</sup>Soluzione teorica sviluppata da G.Kirsch nel 1898.



**Figura 1.8:** Andamento delle deformazioni radiali e tangenziali rilassate in funzione della distanza dal centro del foro, per  $\alpha = 0^\circ$  (sopra) e  $\alpha = 90^\circ$  (a lato) - Sollecitazione 1D [21].

Sostituendo le espressioni 1.26 nelle 1.27, si ottiene:

$$\varepsilon_r = -\frac{\sigma_x(1+\nu)}{2E} \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \cos 2\alpha + \frac{4}{r^2(1+\nu)} \cos 2\alpha \right] \quad (1.28a)$$

$$\varepsilon_\theta = -\frac{\sigma_x(1+\nu)}{2E} \left[ -\frac{1}{r^2} + \frac{3}{r^4} \cos 2\alpha - \frac{4\nu}{r^2(1+\nu)} \cos 2\alpha \right] \quad (1.28b)$$

Definendo opportuni coefficienti di influenza  $A$ ,  $B$ ,  $C$  come:

$$A = -\frac{1+\nu}{2E} \left( \frac{1}{r^2} \right) \quad (1.29a)$$

$$B = -\frac{1+\nu}{2E} \left[ -\frac{3}{r^4} + \frac{4}{r^2(1+\nu)} \right] \quad (1.29b)$$

$$C = -\frac{1+\nu}{2E} \left[ \frac{3}{r^4} - \frac{4\nu}{r^2(1+\nu)} \right] \quad (1.29c)$$

le espressioni 1.28 possono essere scritte in forma più compatta:

$$\varepsilon_r = \sigma_x(A + B \cos 2\alpha) \quad (1.30a)$$

$$\varepsilon_\theta = \sigma_x(-A + C \cos 2\alpha) \quad (1.30b)$$

L'andamento delle deformazioni rilassate in funzione della distanza dal centro del foro è mostrato in Figura 1.8. Si osserva che all'aumentare della distanza dal centro del foro (cioè all'aumentare di  $R$ ) le deformazioni rilassate decrescono, perciò conviene misurare le deformazioni in prossimità del bordo del foro in modo tale da amplificare il più possibile il segnale d'uscita degli estensimetri. Tuttavia, avvicinandosi al bordo del foro aumentano gli effetti di disturbo legati all'irregolarità del foro: sulla base di queste considerazioni sono stati messi in atto numerosi studi, sia teorici che sperimentali[48, 55, 56, 58, 60, 61], i quali hanno dimostrato che si ottiene un buon compromesso quando gli estensimetri sono posti a una distanza tale per cui  $0.3 \leq r_m \leq 0.45$  ( $r_m = R_m/R_0$  è il raggio medio della rosetta, adimensionalizzato rispetto il raggio del foro). È da notare il fatto che la componente radiale della deformazione, lungo la direzione dello sforzo, è notevolmente superiore in modulo alla deformazione tangenziale: è per questo che gli estensimetri sono disposti in modo tale che le

griglie siano orientate in direzione radiale. Inoltre, si osserva che lungo la direzione del carico la deformazione rilassata è di segno opposto rispetto al segno del carico stesso: se il carico è di trazione, la deformazione rilassata avrà segno negativo e viceversa.

Infine, dalle espressioni 1.30 è evidente che lungo una circonferenza di raggio  $R$ , il cui centro coincide con quello del foro, il campo delle deformazioni rilassate ha un andamento di tipo sinusoidale[65].

Il caso appena trattato rappresenta la condizione di carico più semplice, in cui le tensioni residue sono monoassiali. Nella realtà, molto più frequentemente le tensioni residue costituiscono un campo di tensioni biassiale, avente due tensioni principali non nulle. Si consideri il caso in cui agisca solo  $\sigma_y$  diretta lungo  $y$ : in questo caso, la trattazione sviluppata finora rimane valida, a patto di sostituire  $\alpha$  con  $(\alpha + 90^\circ)$ . Pertanto, la deformazione rilassata in direzione radiale nel punto generico  $P(R, \alpha)$  risulta:

$$\varepsilon_r^y = \sigma_y [A + B \cos 2(\alpha + 90^\circ)] = \sigma_y (A - B \cos 2\alpha) \quad (1.31)$$

Per il principio di sovrapposizione degli effetti, la deformazione radiale rilassata nel generico punto  $P(R, \alpha)$ , quando agiscono sia  $\sigma_x$  sia  $\sigma_y$  è:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_r^x + \varepsilon_r^y = \sigma_x (A + B \cos 2\alpha) + \sigma_y (A - B \cos 2\alpha) \\ &= A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (1.32)$$

Per determinare le tensioni residue principali e la loro orientazione occorrono tre equazioni del tipo 1.32 linearmente indipendenti: ciò è possibile utilizzando rosette a tre estensimetri, tra loro diversamente orientati. Se si utilizzano rosette tipo A (che sono le più comunemente adottate), posto  $\alpha_1 = \alpha$ , si ha che  $\alpha_2 = \alpha + 45^\circ$  e  $\alpha_3 = \alpha + 90^\circ$ . Pertanto le equazioni:

$$\varepsilon_1 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha \quad (1.33a)$$

$$\varepsilon_2 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2(\alpha + 45^\circ) \quad (1.33b)$$

$$\varepsilon_3 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2(\alpha + 90^\circ) \quad (1.33c)$$

costituiscono tre equazioni linearmente indipendenti, necessarie per risalire alle tensioni residue principali e alla loro orientazione. Rispettivamente, le tensioni residue principali sono:

$$\sigma_{max} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{4A} - \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)^2} \quad (1.34a)$$

$$\sigma_{min} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{4A} + \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)^2} \quad (1.34b)$$

mentre la loro direzione è data da:

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} \quad (1.35)$$

Rispetto a prima,  $\beta$  rappresenta, in questo caso, l'angolo tra la direzione dell'estensimetro 1 e la direzione principale ad essa più vicina. In particolare, si ha che:

- se  $\varepsilon_3 > \varepsilon_1$ , allora  $\beta$  fa riferimento alla  $\sigma_{max}$
- se  $\varepsilon_3 < \varepsilon_1$ , allora  $\beta$  fa riferimento alla  $\sigma_{min}$
- se  $\varepsilon_3 = \varepsilon_1$  ed  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$  allora  $\sigma_{max}$  si trova a  $\beta = 45^\circ$
- se  $\varepsilon_3 = \varepsilon_1$  ed  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$  allora  $\sigma_{max}$  si trova a  $\beta = -45^\circ$ .

### 1.3 Determinazione dei coefficienti di influenza per componenti sottili

Nella normativa[3] viene suggerito di incollare la rosetta estensimetrica in modo tale che la direzione dell'estensimetro 1 coincida con la direzione dell'asse  $x$ , ponendo  $\theta_1 = 0$ . In conformità con la notazione utilizzata nel paragrafo 1.2, ciò equivale a porre  $\alpha = 0$ . Pertanto, le equazioni 1.33 diventano:

$$\varepsilon_1 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \quad (1.36a)$$

$$\varepsilon_2 = A(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.36b)$$

$$\varepsilon_3 = A(\sigma_x + \sigma_y) - B(\sigma_x - \sigma_y) \quad (1.36c)$$

Sostituendo le espressioni 1.36a e 1.36c appena ricavate nelle equazioni 1.3a e 1.3b si ha che:

$$p = A(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.37a)$$

$$q = B(\sigma_y - \sigma_x) \quad (1.37b)$$

Inserendo le relazioni appena trovate e le espressioni 1.5a e 1.5b, rispettivamente nelle relazioni 1.4a e 1.4b e operando le opportune manipolazioni si ottiene:

$$\bar{a} = -\frac{2AE}{1 + \nu} \quad (1.38a)$$

$$\bar{b} = -2EB \quad (1.38b)$$

Tali relazioni sarebbero effettivamente valide se le deformazioni indicate dagli estensimetri fossero relative ad un unico punto. Nella realtà, però, le deformazioni registrate dagli estensimetri derivano da una misurazione effettuata su un'area finita e mai puntuale, per quanto piccole possano essere le dimensioni degli estensimetri. Perciò è più corretto fare riferimento a dei coefficienti  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ , analoghi a quelli precedentemente descritti, ma computati a partire da deformazioni relative all'effettiva area degli estensimetri, in modo tale che siano valide le relazioni seguenti:

$$\bar{a} = -\frac{2\bar{A}E}{1 + \nu} \quad (1.39a)$$

$$\bar{b} = -2E\bar{B} \quad (1.39b)$$

Vi sono tre modi per determinare i coefficienti  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$ : per via teorica[4, 13, 21, 48, 60], nel caso di componenti sottili, altrimenti per via sperimentale[21] oppure attraverso analisi agli elementi finiti[48, 55, 56, 60].

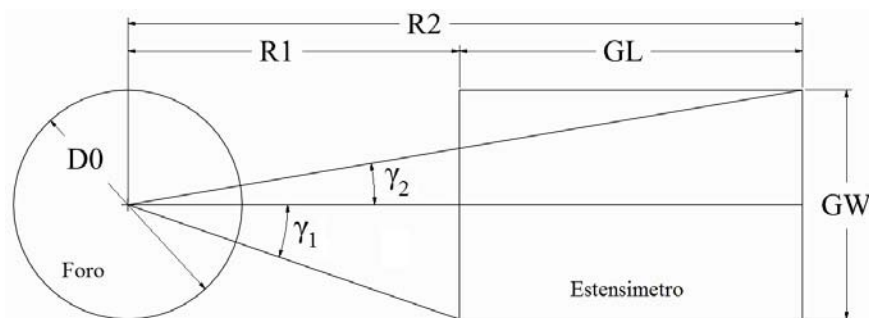
#### 1.3.1 Determinazione per via teorica

Innanzitutto si determinano  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  nel modo seguente. Si definiscono gli angoli  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , facendo riferimento alla Figura 1.9:

$$\gamma_1 = \arctan\left(\frac{G_W}{2R_1}\right) \quad (1.40a)$$

$$\gamma_2 = \arctan\left(\frac{G_W}{2R_2}\right) \quad (1.40b)$$

$$(1.40c)$$



**Figura 1.9:** Posizione relativa dell'estensimetro rispetto al foro.

Tenendo conto della geometria dell'estensimetro, i coefficienti  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  diventano:

$$\bar{A} = \frac{R_0^2 (1 + \nu)}{E G_L G_W} (\gamma_2 - \gamma_1) \quad (1.41a)$$

$$\begin{aligned} \bar{B} = \frac{R_0^2 (1 + \nu)}{E G_L G_W} & \left[ \frac{2(1 - \nu)}{1 + \nu} (\gamma_2 - \gamma_1) + \sin 2\gamma_2 - \sin 2\gamma_1 \right. \\ & - \frac{1}{8} \left( \frac{R_0}{R_2} \right)^2 (2 \sin 2\gamma_2 + \sin 4\gamma_2) \\ & \left. + \frac{1}{8} \left( \frac{R_0}{R_1} \right)^2 (2 \sin 2\gamma_1 + \sin 4\gamma_1) \right] \quad (1.41b) \end{aligned}$$

Nella Tabella 1.9 vengono messi a confronto i coefficienti  $A$  e  $B$ , calcolati con le relazioni 1.29a e 1.29b senza tener conto dell'effetto di averaging legato alla superficie di misura, con i coefficienti  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  derivati dalle relazioni 1.41, che invece prendono in considerazione l'effetto di averaging, per rosette tipo A.

**Tabella 1.9:** Confronto tra coefficienti:  $A$  vs.  $\bar{A}$ ,  $B$  vs.  $\bar{B}$  per rosette tipo A. I valori riportati vanno moltiplicati per  $10^{-6}$ .

$D_0$ [mm]	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
$A$	-0.2770	-0.3799	-0.4941	-0.6288	-0.7735
$\bar{A}$	-0.2738	-0.3755	-0.4884	-0.6216	-0.7647
$\Delta$ [%]	-1.15	-1.15	-1.15	-1.15	-1.15
$B$	-0.7794	-1.0317	-1.2882	-1.5588	-1.8112
$\bar{B}$	-0.6626	-0.8744	-1.0877	-1.3100	-1.5134
$\Delta$ [%]	-14.99	-15.25	-15.56	-15.96	-16.44

Si osserva che i valori di  $\bar{A}$  sono praticamente gli stessi di quelli derivanti dall'equazione 1.29a, mentre i valori di  $\bar{B}$  sono inferiori a quelli corrispondenti all'equazione 1.29b di circa il 15%[60]. A partire dai coefficienti  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  appena calcolati, si determinano i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  utilizzando le equazioni 1.39.

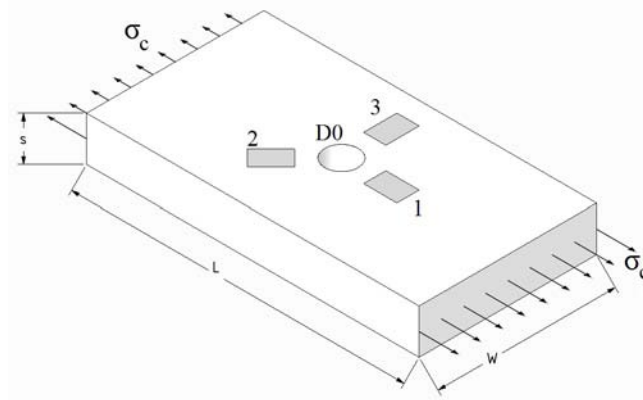
### 1.3.2 Determinazione per via sperimentale

In questo caso si sottopone un provino, costituito dallo stesso materiale del componente su cui si andrà ad applicare il metodo del foro, ad una sollecitazione monoassiale in cui la distribuzione delle tensioni sia uniforme sulla sezione trasversale (Figura 1.10).

La rosetta estensimetrica deve essere incollata in modo tale che la direzione 1 corrisponda alla direzione del carico applicato al provino, mentre la direzione 3 sia ad esso trasversale.

Le dimensioni del provino devono rispettare i seguenti parametri:

- $W \geq 10D_0$



**Figura 1.10:** Dimensioni provino per la determinazione sperimentale dei coefficienti di influenza.

- $L \geq 5W$
- lo spessore  $s$  del provino deve essere pari allo spessore del componente.

La procedura sperimentale consiste nelle seguenti operazioni:

- Applicare il carico in modo da ottenere la tensione di taratura  $\sigma_c$  voluta (ad esempio 1 MPa): verificare che  $\sigma_{cmax} \leq 0.5\sigma_{sn}$ , altrimenti ridurre il carico
- Misurare le deformazioni  $\varepsilon'_1$  ed  $\varepsilon'_3$  prima della foratura (conoscendo a priori le direzioni principali, è sufficiente rilevare le deformazioni ad esse corrispondenti)
- Scaricare il provino ed eseguire la foratura
- Riapplicare il carico iniziale
- Misurare le deformazioni  $\varepsilon''_1$  ed  $\varepsilon''_3$  dopo la foratura

Le deformazioni rilasciate sono:

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon''_1 - \varepsilon'_1 \quad (1.42a)$$

$$\varepsilon_{c3} = \varepsilon''_3 - \varepsilon'_3 \quad (1.42b)$$

Per il caso in esame, le equazioni 1.33a e 1.33c diventano:

$$\varepsilon_{c1} = (\bar{A} + \bar{B})\sigma_c \quad (1.43a)$$

$$\varepsilon_{c3} = (\bar{A} - \bar{B})\sigma_c \quad (1.43b)$$

da cui è possibile risalire alle seguenti costanti:

$$\bar{A} = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c3}}{2\sigma_c} \quad (1.44a)$$

$$\bar{B} = \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c3}}{2\sigma_c} \quad (1.44b)$$

Quest'ultime consentono di determinare i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  attraverso le relazioni 1.39.

### 1.3.3 Determinazione attraverso gli elementi finiti

Mentre la procedura sperimentale prevede di calcolare il rilassamento delle tensioni residue come differenza tra deformazione misurata prima della foratura e deformazione misurata dopo la foratura, nelle analisi al FEM, per

il principio di sovrapposizione degli effetti[55, 56, 60], è sufficiente simulare un carico unitario applicato sulla superficie laterale del foro e computare la corrispondente deformazione in superficie: ciò equivale a simulare la presenza di una tensione residua unitaria nel componente. Per poter correlare le tensioni residue con le deformazioni misurate dagli estensimetri quando si effettua la misura "sul campo", è necessario tener conto anche nel FEM che la misurazione viene eseguita su un'area di dimensioni finite[28], e non su un punto. Si rimanda il lettore al capitolo 2 per una trattazione più approfondita a riguardo.

## 1.4 Determinazione dei coefficienti di influenza per componenti spessi

Quando si ha a che fare con componenti spessi non è possibile legare analiticamente le deformazioni rilassate alle tensioni residue: pertanto, i coefficienti di influenza vanno determinati o per via sperimentale o attraverso analisi agli elementi finiti[1, 2, 25, 48, 55, 56, 59, 60]. Tuttavia è possibile utilizzare le relazioni analitiche 1.41 per eseguire una rapida stima dei coefficienti di influenza: chiaramente in tal modo si fa è un'approssimazione, ma in linea teorica, al crescere del diametro del foro i valori che esse forniscono si dovrebbero avvicinare a quelli ricavati sperimentalmente o con analisi FEM[3].

Per quanto riguarda la procedura sperimentale (vedi[21]), essa è identica a quella descritta nel paragrafo 1.3.2 per il caso di componenti sottili. L'unica differenza sta nel fatto che lo spessore del provino da utilizzare è  $s \geq 5D_0$ .

Si rimanda anche in questo caso al capitolo 2 per una trattazione più approfondita sulla determinazione dei coefficienti di influenza con le analisi agli elementi finiti.

## 1.5 Altri metodi per il calcolo delle tensioni residue variabili

Si tratta di metodi per risolvere il cosiddetto "Problema inverso"[53], ossia il problema di mettere in relazione le tensioni residue interne al componente con le deformazioni misurate dagli estensimetri sulla superficie. Per il caso di componenti ad alto spessore con profili di tensione variabile non è disponibile una soluzione esatta, nemmeno nel campo di elasticità lineare. Negli anni sono state sviluppate diverse metodologie per risolvere questo tipo di problema: di seguito viene proposta una breve panoramica dei metodi che si sono adottati nel corso degli anni, mentre verranno approfonditi quei metodi che rappresentano lo stato dell'arte attuale sull'argomento[8, 9, 12, 16, 30, 37, 43, 55, 56, 60, 65, 68].

### 1.5.1 Metodo incrementale (Incremental Strain Method)

Il foro viene eseguito attraverso diversi incrementi di profondità, rimuovendo un sottile strato di materiale ad ogni incremento. Ad ogni incremento viene misurata la deformazione rilassata ad esso corrispondente.

Lo stato di tensione originariamente esistente all'interno di ogni layer rimosso viene determinato assumendo che il rilascio di deformazione ad ogni incremento di profondità sia causato unicamente dallo stato di tensione originariamente presente in corrispondenza di quello stesso layer di materiale rimosso. Perciò, per ciascuno degli step di profondità che si eseguono, sarà necessario adottare dei diversi coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$ , che sono da determinare per via sperimentale.

Alcuni studi[55, 59, 60] nel corso degli anni hanno provato che l'assunzione alla base di questo metodo non è valida. Infatti, ad ogni step di profondità, la deformazione rilassata e misurata in superficie dalle rosette dipende sì dallo stato di tensione esistente nel corrispondente strato di materiale rimosso, ma dipende anche dalle tensioni presenti nel materiale degli strati già rimossi in precedenza. Infatti, la geometria del problema cambia ad ogni step.

### 1.5.2 Metodo della tensione media equivalente (Average Stress Method)

Tale metodo sfrutta il concetto di tensione uniforme equivalente, definita come la tensione uniforme che, se applicata lungo tutta la profondità del foro ( $h_{max}$ ), permette di ottenere lo stesso rilascio finale di deformazione dovuto all'attuale distribuzione non uniforme di tensioni residue[60]. La tensione uniforme equivalente viene determinata utilizzando i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  relativi al caso di distribuzione di tensione uniforme lungo lo spessore.

Si ipotizza che la tensione uniforme equivalente  $\sigma_{z+\Delta z}$ , relativa alla profondità  $z + \Delta z$  sia pari alla media pesata tra la tensione uniforme equivalente corrispondente alla profondità  $z$  (ovvero determinata prima dell'esecuzione dello step di profondità) e la tensione agente all'interno dello strato che sta rimuovendo  $\Delta z$ :

$$(z + \Delta z) \cdot \sigma_{z+\Delta z} = z \cdot \sigma_z + \Delta z \cdot \sigma_{\Delta z} \quad (1.45)$$

Sfruttando la definizione di tensione uniforme equivalente, si possono calcolare i termini  $\sigma_{z+\Delta z}$  e  $\sigma_z$  necessari per determinare la tensione corrispondente al singolo incremento, cioè:

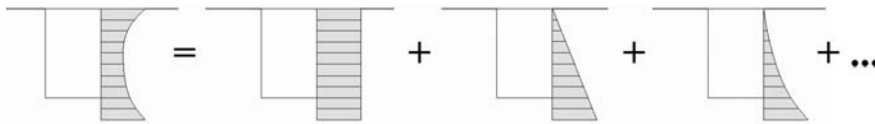
$$\sigma_{\Delta z} = \frac{(z + \Delta z) \cdot \sigma_{z+\Delta z} - z \cdot \sigma_z}{\Delta z} \quad (1.46)$$

Ripetendo tale calcolo ad ogni incremento si può ricostruire tratto per tratto la distribuzione delle tensioni residue lungo lo spessore. Purtroppo, il metodo della tensione media equivalente presenta un importante limite: infatti, l'ipotesi che la tensione equivalente sia data dalla tensione media lungo tutta la profondità del foro è valida solo se, definita la massima profondità del foro, le tensioni all'interno di ciascun layer di ampiezza  $\Delta z$  danno uguali contributi alla deformazione rilassata in superficie. Ciò, nella realtà, non avviene in quanto la maggior parte del rilassamento è causato prevalentemente dalle tensioni residue presenti negli strati di materiale più prossimi alla superficie.

### 1.5.3 Metodo delle serie di potenze (Power Series Method)

Una generica distribuzione di tensioni, nell'ipotesi di comportamento lineare elastico del materiale, può essere espansa in una serie di potenze del tipo (Figura 1.11)[55]:

$$P(h) = {}^0k + {}^1kh + {}^2kh^2 + \dots \quad (1.47)$$



**Figura 1.11:** Decomposizione di una generica distribuzione di tensione in una serie di distribuzioni elementari

Per semplicità, si consideri solo la componente idrostatica delle tensioni residue  $P(h)$ . Sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti, la distribuzione delle tensioni viene vista come somma di distribuzioni di tensione elementari, ciascuno moltiplicato per un opportuno peso. I coefficienti  ${}^i k$  sono da determinare con il metodo dei minimi quadrati, come segue. Note le  $\varepsilon$  rilevate dagli estensimetri ad ogni profondità  $h$  del foro, è possibile determinare la componente idrostatica delle deformazioni:

$$p(h) = \frac{\varepsilon_1(h) + \varepsilon_3(h)}{2} \quad (1.48)$$

Attraverso gli elementi finiti, è possibile determinare le serie di coefficienti  ${}^0\bar{a}(h), {}^1\bar{a}(h), {}^2\bar{a}(h) \dots$  che rappresentano la deformazione che si verifica quando sono applicati, rispettivamente, i profili elementari di tensione  ${}^0\sigma(h) = 1, {}^1\sigma(h) = h, {}^2\sigma(h) = h^2 \dots$

Tali vettori di coefficienti di influenza si sfruttano per determinare i pesi  ${}^ik$  con il metodo dei minimi quadrati[23]:

$$\begin{bmatrix} \sum {}^0\bar{a}(h) {}^0\bar{a}(h) & \sum {}^0\bar{a}(h) {}^1\bar{a}(h) \\ \sum {}^1\bar{a}(h) {}^0\bar{a}(h) & \sum {}^1\bar{a}(h) {}^1\bar{a}(h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0k \\ {}^1k \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \sum {}^0\bar{a}(h) \cdot p(h) \\ \sum {}^1\bar{a}(h) \cdot p(h) \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

Solitamente si considerano solo i primi due termini dell'espansione, dato che così facendo si ottengono risultati migliori.

La stessa procedura è applicabile alle componenti deviatoriche ( $Q(h)$  e  $q(h)$ ) e di taglio ( $T(h)$  e  $t(h)$ ), a patto di sostituire i coefficienti di influenza  ${}^i\bar{a}(h)$  con  ${}^i\bar{b}(h)$  e di trascurare il termine  $1 + \nu$ .

Un vantaggio del metodo delle serie di potenze è dato dal fatto che, applicando il metodo dei minimi quadrati, si ottiene una compensazione degli errori casuali che caratterizzano questo tipo di misurazione. Il metodo, tuttavia, presenta alcune limitazioni, in quanto si ottengono risultati accurati prendendo in considerazione solo i primi due termini dell'espansione in serie: è per questo motivo che la validità del metodo è ristretta a fori aventi massima profondità al limite pari a metà del raggio della rosetta ( $h_{max} \leq 0.5R$ ). Il metodo delle serie di potenze si presta bene a rilevare tensioni residue aventi un andamento abbastanza regolare e uniforme, perciò se ne sconsiglia l'applicazione quando la distribuzione delle tensioni residue risulta contenere forti gradienti, picchi di tensione, ecc.

#### 1.5.4 Metodo integrale (Integral Method), caso ideale

La relazione che lega le tensioni residue alle deformazioni rilassate, misurate in superficie dagli estensimetri quando il foro ha profondità  $h$ , è del tipo[8, 9]:

$$\varepsilon(h) = \int_0^h I(E, \nu, R, D_0, e_x, e_y, G_W, G_L, K_t, z, h) \cdot \sigma(z) dz \quad (1.50)$$

in cui  $I$  costituisce la funzione di influenza (Influence Function), talvolta detta anche kernel. Se  $\varepsilon(h)$  e  $I$  fossero note, allora la relazione 1.50 rappresenta un'equazione integrale di Volterra del primo tipo nell'incognita  $\sigma(z)$ [8, 11, 16]. La risoluzione di tale equazione costituisce il cosiddetto "problema inverso"[24, 30, 31, 38, 41] e richiede di determinare a priori la IF, che dipende dai seguenti parametri:

- proprietà del materiale:  $E, \nu$
- caratteristiche geometriche e fisiche della rosetta estensimetrica:  $R, G_W, G_L, K_t$  (quest'ultimo parametro rappresenta il fattore di sensibilità trasversale dell'estensimetro)
- geometria del foro, in particolare diametro  $D_0$  ed eccentricità  $e_x, e_y$
- variabili geometriche:  $z, h$ .

Spesso molte di queste quantità sono note oppure possono essere misurate; di conseguenza possono essere ritenute parametri caratteristici della prova. Inoltre, la IF può essere resa adimensionale, assumendo come parametri di riferimento il modulo elastico  $E$  per le tensioni ed il raggio della rosetta  $R$  per i parametri geometrici, perciò si ha:

$$I = \frac{1}{ER} \int_0^h \bar{I}(\bar{\nu}, \bar{D}_0, \bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{G}_W, \bar{G}_L, \bar{K}_t, z, h) = \frac{1}{ER} \int_0^h A(z, h) \quad (1.51)$$

in cui i parametri soprassedati sono parametri noti. Quindi l'equazione di Volterra 1.50 diventa:

$$\varepsilon(h) = \frac{1}{ER} \int_0^h A(z, h) \cdot \sigma(z) dz \quad (1.52)$$

Se il foro non presenta eccentricità ( $e_x = e_y = 0$ , situazione ideale), per il principio di sovrapposizione degli effetti è conveniente scomporre sia tensioni che deformazioni nelle loro componenti idrostatiche, deviatoriche e di taglio, rispettivamente  $P(z), Q(z), T(z)$  e  $p(h), q(h), t(h)$ . Il problema della determinazione delle tensioni residue si riduce, così, alla risoluzione delle seguenti tre equazioni integrali di Volterra del primo tipo, tra di loro disaccoppiate:

$$p(h) = \frac{1}{ER} \int_0^h A(z, h) \cdot P(z) dz \quad (1.53a)$$

$$q(h) = \frac{1}{ER} \int_0^h B(z, h) \cdot Q(z) dz \quad (1.53b)$$

$$t(h) = \frac{1}{ER} \int_0^h B(z, h) \cdot T(z) dz \quad (1.53c)$$

#### 1.5.4.1 Determinazione delle funzioni di influenza

La risoluzione delle equazioni di Volterra richiede la conoscenza delle funzioni di influenza[8]. Per semplicità si consideri solo la componente idrostatica. Assumendo che  $P(z)$  sia data dalla funzione di Dirac, avente cioè valore unitario solo all'altezza  $z'$ , l'equazione 1.53a diventa:

$$p(h) = \frac{1}{ER} \int_0^h A(z, h) \cdot \delta(z', h) dz = \frac{1}{ER} A(z', h) \quad (1.54)$$

Pertanto, per un foro di profondità  $h$  in cui è applicato un carico idrostatico unitario solo all'altezza  $z'$ ,  $A(z', h)$  è numericamente equivalente alla deformazione misurata in superficie in tale condizione di carico. La determinazione delle IF non può che avvenire attraverso analisi elementi finiti.

Vista la complessità delle analisi richieste (per determinare la influence function  $A(z, h)$  servirebbero, infatti, un numero infinito di analisi, ciascuna con una distribuzione tipo delta di Dirac applicata ad altezze  $z'$  via via diverse), conviene agire in maniera diversa. Se fossero note le deformazioni rilassate a seguito di una serie infinite di distribuzioni elementari di tensione  $\sigma(z)$ , descrivibili con equazioni linearmente indipendenti note a priori, allora l'equazione integrale di Volterra del primo tipo potrebbe essere risolta in maniera esatta. Nella pratica, però, questo approccio generale non è realizzabile: si può raggiungere una soluzione approssimata, ipotizzando che le IF siano rappresentate da espansioni in serie di determinate funzioni, troncate ad un opportuno ordine  $n_k$ . In questo modo, i coefficienti da determinare sono un numero finito e non più infinito: è necessario un numero di distribuzioni di tensioni residue linearmente indipendenti equivalente al numero di coefficienti da determinare. Se il numero delle distribuzioni è superiore al numero di coefficienti, quest'ultimi possono essere determinati con il metodo dei minimi quadrati, ottenendo un miglioramento della soluzione in termini di accuratezza, visto che verrebbe a ridursi il peso degli errori numerici.

Si supponga che le IF siano rappresentate da una doppia espansione in serie:

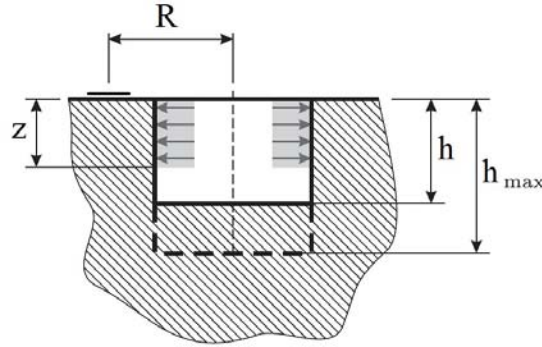
$$A(Z, H) = \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{m_k} a_{fg}(Z)^{f-1} (H)^{g-1} \quad (1.55a)$$

$$B(Z, H) = \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{m_k} b_{fg}(Z)^{f-1} (H)^{g-1} \quad (1.55b)$$

in cui  $Z = z/R$  ed  $H = h/R$ . Integrando tali equazioni tra 0 e  $Z$ , si ottengono le IF cumulative:

$$\hat{A}(Z, H) = \int_0^Z A(Z, H) dZ = \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{m_k} \frac{a_{fg}}{f} (Z)^f (H)^{g-1} \quad (1.56a)$$

$$\hat{B}(Z, H) = \int_0^Z B(Z, H) dZ = \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{m_k} \frac{b_{fg}}{f} (Z)^f (H)^{g-1} \quad (1.56b)$$



**Figura 1.12:** Schema di una generica condizione di carico[8].

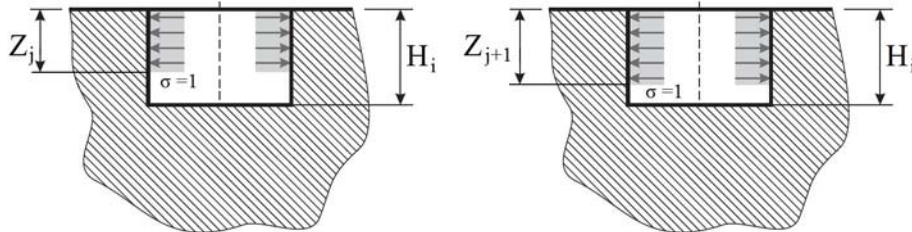
Avendo adimensionalizzato  $z$  ed  $h$  rispetto al raggio medio della rosetta  $R$  (vedi Figura 1.12), si ha che:

$$dZ = d\left(\frac{z}{R}\right) = \frac{1}{R} dz \quad (1.57)$$

Inoltre, si osserva che, ponendo  $\sigma(Z) = 1$  MPa, si ha che la IF cumulativa  $\hat{A}(Z, H)$  è pari (a meno di  $E$ ) alla deformazione rilassata in superficie quando una distribuzione unitaria uniforme è applicata tra 0 e  $Z$ . Si ha<sup>5</sup>:

$$\varepsilon(H) = \frac{1}{E} \int_0^H A(Z, H) \cdot \sigma(Z) dZ = \frac{1}{E} \int_0^Z A(Z, H) dZ = \frac{1}{E} \hat{A}(Z, H) \quad (1.58)$$

Per ogni  $i$ -esimo foro di profondità  $H_i$  (con  $i = 1, \dots, N_H$  essendo  $N_H$  il numero totale di fori simulati, ciascuno avente profondità massima diversa) si applica la tensione uniforme unitaria tra  $0 \leq Z \leq Z_j$ , in cui  $0 < Z_j \leq H_i$  (con  $i = 1, \dots, N_Z$ , impostando  $j = N_Z$  quando  $Z_{N_Z} = H_i$ ), come illustrato in Figura 1.13.



**Figura 1.13:** Schema di due generiche condizioni di carico relative a due incrementi successivi.

Limitando la trattazione al caso idrostatico, per ogni situazione di carico definita da una particolare coppia di valori  $(H_i, Z_j)$  si ottiene una deformazione  $p_{ij}$  e, dunque, per ogni coppia  $(H_i, Z_j)$  è possibile scrivere una equazione del tipo:

$$p_{ij} = \frac{1}{E} \hat{A}(Z_j, H_i) \quad (1.59)$$

<sup>5</sup>Il cambio di estremi di integrazione è dovuto al fatto che tra  $Z$  e  $H$  la tensione è nulla, perciò l'integrale tra questi estremi è nullo.

che ha come incognite gli  $n_k \cdot m_k$  coefficienti  $a_{fg}$ . Posto  $n_k = m_k$ , per determinare gli  $n_k^2$  coefficienti  $a_{fg}$  sono necessarie almeno  $n_e = n_k^2$  equazioni linearmente indipendenti, ovvero  $n_e = n_k^2$  situazioni di carico diverse. Nel caso in cui  $n_e > n_k^2$ , il sistema risulterà sovradeterminato (mal-condizionamento) e in tal caso si dovrà utilizzare il metodo dei minimi quadrati per ottenere la migliore stima dei coefficienti cercati.

La determinazione dei coefficienti  $b_{fg}$  avviene applicando un carico unitario  $Q(Z)$  pari a 1 e utilizzando medesime considerazioni. In[8, 37] è stato dimostrato che scegliendo  $n_k$  pari a 6 si ottiene un buon compromesso tra risoluzione spaziale delle IF e stabilità del calcolo numerico.

#### 1.5.4.2 Determinazione della distribuzione delle tensioni residue

Si tratta di risolvere le equazioni integrali di Volterra, una volta note le IF e le  $\varepsilon$  (si ipotizza, per semplicità, che non vi sia eccentricità del foro). Un tipico metodo di risolverle consiste in quanto segue: si assume che il profilo delle tensioni residue (la nostra incognita) sia della forma seguente:

$$P(Z) = \sum_{l=1}^L c_l \cdot \psi_l(Z) \quad (1.60a)$$

$$Q(Z) = \sum_{k=1}^K c_k \cdot \zeta_k(Z) \quad (1.60b)$$

$$T(Z) = \sum_{m=1}^M c_m \cdot \chi_m(Z) \quad (1.60c)$$

$\psi_l(Z)$ ,  $\zeta_k(Z)$ ,  $\chi_m(Z)$  sono le funzioni elementari e rappresentano dei profili di tensione semplici attraverso cui si può ricostruire il profilo effettivo. Una volta scelte le funzioni elementari, il problema si riduce alla determinazione dei rispettivi coefficienti moltiplicativi  $c_l$ ,  $c_k$ ,  $c_m$ .

Sia che la misura venga eseguita "sul campo", sia che venga simulata attraverso analisi agli elementi finiti, alla profondità  $H_s$  (con  $s = 1, \dots, S$ ) si registra la deformazione  $p(H_s)$  (ci si limita al caso idrostatico, per semplicità). Si ottiene, perciò, un sistema di  $S$  equazioni del tipo:

$$p(H_s) = \frac{1}{E} \sum_{l=1}^L c_l \int_0^{H_s} A(Z, H_s) \cdot \psi_l(Z) dZ \quad (1.61)$$

aventi come variabili gli  $L$  coefficienti  $c_l$ . Tale integrale può essere risolto analiticamente se la forma delle equazioni elementari  $\psi_l(Z)$  viene scelta in modo conveniente. Si possono adottare: funzioni a gradino[3, 30], espansioni in serie di potenze (Power Series Method)[12, 37], espansioni in serie di Fourier[46, 51], splines[43], polinomi di Legendre[22], wavelets[45], ecc.

Il metodo delle serie di potenze costituisce un caso particolare del metodo integrale. Infatti, scegliendo  $\psi_l(Z) = Z^{l-1}$ , si ha:

$$\begin{aligned} p(H_s) &= \frac{1}{E} \sum_{l=1}^L c_l \int_0^{H_s} A(Z, H_s) \cdot Z^{l-1} dZ \\ &= \frac{1}{E} \sum_{l=1}^L c_l \int_0^{H_s} \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{n_k} a_{fg}(Z)^{f+l-2} (H_s)^{g-1} dZ \\ &= \frac{1}{E} \sum_{l=1}^L c_l \left[ \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{n_k} a_{fg} \frac{1}{f+l-2+1} (Z)^{f+l-2+1} (H_s)^{g-1} \right]_0^{H_s} \\ &= \sum_{l=1}^L c_l \left[ \frac{1}{E} \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{n_k} a_{fg} \frac{1}{f+l-1} (H_s)^{f+l+g-2} \right] \end{aligned} \quad (1.62)$$

In questa fase, i coefficienti  $a_{fg}$  sono noti, in quanto la IF è già stata determinata in precedenza. In forma compatta, si ottiene:

$$p(H_s) = \sum_{l=1}^L c_l \cdot d_{sl} \quad (1.63)$$

L'equazione 1.63 rappresenta una delle  $S$  equazioni del sistema ad  $L$  incognite  $c_l$  seguente (in forma matriciale):

$$[\mathbf{d}] \mathbf{c} = \mathbf{p} \quad (1.64)$$

in cui la matrice  $[\mathbf{d}]$  ha dimensioni  $S \times L$ . Se il sistema risulta sovradeterminato ( $S > L$ ), si possono determinare i coefficienti  $c_l$  sfruttando il metodo delle equazioni normali (o dei minimi quadrati):

$$\mathbf{c} = \left( [\mathbf{d}]^T [\mathbf{d}] \right)^{-1} \cdot \left( [\mathbf{d}]^T \mathbf{p} \right) \quad (1.65)$$

Se si vuole ottenere una soluzione ancora più accurata, è possibile implementare anche la regolarizzazione di Tikhonov.

### 1.5.5 Metodo integrale, caso generale

Si consideri il caso generico in cui il foro non sia perfettamente centrato (eccentricità non nulla) e si usino rosette con  $n_G \geq 3$  estensimetri. In questo caso non è più possibile sfruttare la simmetria, perciò non è più possibile disaccoppiare tensioni e deformazioni nelle loro componenti idrostatiche, deviatoriche e di taglio puro: si adotta un approccio generale[1, 8, 16]. Si definiscono il vettore delle deformazioni rilassate misurate dagli  $n_G$  estensimetri e il vettore delle tensioni, applicate tra 0 e  $z$ , rispettivamente:

$$\bar{\varepsilon}(h) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(h) \\ \varepsilon_2(h) \\ \vdots \\ \varepsilon_v(h) \\ \vdots \\ \varepsilon_{n_G}(h) \end{bmatrix} \quad \bar{\sigma}(z) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(z) \\ \sigma_{yy}(z) \\ \sigma_{xy}(z) \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

in cui  $v = 1, \dots, n_G$ . Si è ipotizzato che in ogni substrato lo stato di tensione sia biassiale: le componenti di tensione lungo  $z$  sono ritenute nulle. Si ottiene, adimensionalizzando rispetto al raggio  $R$  della rosetta:

$$\bar{\varepsilon}(H) = \frac{1}{ER} \int_0^H \bar{\mathbf{A}}(Z, H) \cdot \bar{\sigma}(Z) dZ \quad (1.67)$$

In questo caso, la matrice  $\bar{\mathbf{A}}(Z, H)$  è costruita come segue:

$$\bar{\mathbf{A}}(Z, H) = \begin{bmatrix} A_{1,xx}(Z, H) & A_{1,yy}(Z, H) & A_{1,xy}(Z, H) \\ A_{2,xx}(Z, H) & A_{2,yy}(Z, H) & A_{2,xy}(Z, H) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ & A_{v,w}(Z, H) & \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n_G,xx}(Z, H) & A_{n_G,yy}(Z, H) & A_{n_G,xy}(Z, H) \end{bmatrix} \quad (1.68)$$

Ogni elemento  $A_{v,w}(Z, H)$  di tale matrice identifica una particolare funzione di influenza, corrispondente alla deformazione rilassata e misurata in superficie dal  $v$ -esimo estensimetro quando è applicata la  $w$ -esima componente di tensione (essendo  $v = 1, \dots, n_G$  e  $w = xx, yy, xy$ ).

Nella maggior parte delle applicazioni pratiche si utilizzano rosette a tre estensimetri, perciò si ha:

$$\bar{\mathbf{A}}(Z, H) = \begin{bmatrix} A_{1,xx}(Z, H) & A_{1,yy}(Z, H) & A_{1,xy}(Z, H) \\ A_{2,xx}(Z, H) & A_{2,yy}(Z, H) & A_{2,xy}(Z, H) \\ A_{3,xx}(Z, H) & A_{3,yy}(Z, H) & A_{3,xy}(Z, H) \end{bmatrix} \quad (1.69)$$

Ad esempio, il vettore delle deformazioni misurate dall'estensimetro 1 è:

$$\varepsilon_1(H) = \frac{1}{ER} \left[ \int_0^H A_{1,xx}(Z, H) \sigma_{xx}(Z) dZ + \int_0^H A_{1,yy}(Z, H) \sigma_{yy}(Z) dZ + \int_0^H A_{1,xy}(Z, H) \sigma_{xy}(Z) dZ \right] \quad (1.70)$$

Ipotizzando che le singole IF siano rappresentate da una doppia espansione in serie del tipo:

$$A_{v,w}(Z, H) = \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{n_k} a_{fg}^{(v,w)}(Z)^{f-1} (H)^{g-1} \quad (1.71)$$

si ottiene un sistema di equazioni del tipo:

$$\varepsilon_{vw,ij} = \frac{1}{E} \hat{A}_{v,w}(Z_j, H_i) = \frac{1}{E} \sum_{f=1}^{n_k} \sum_{g=1}^{n_k} \frac{1}{f} a_{fg}^{(v,w)}(Z_j)^f (H_i)^{g-1} \quad (1.72)$$

dal quale è possibile ricavare i coefficienti  $a_{fg}^{(v,w)}$  in modo analogo a quanto fatto nel Paragrafo 1.5.4.

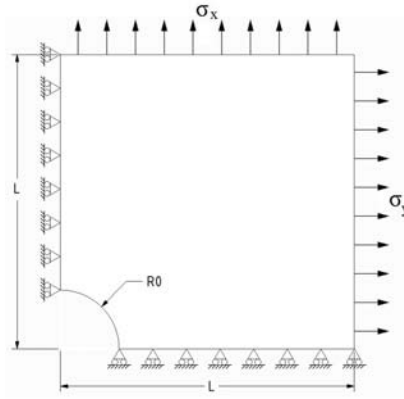
## 1.6 Effetto della plasticizzazione locale

Uno dei limiti della procedura proposta dalla normativa ASTM E837-08 sta nel fatto che risulta applicabile solo se le tensioni non superano il valore limite  $\sigma_{lim} = 0.5 \cdot \sigma_{sn}$ . Talvolta, però, a causa della concentrazione degli sforzi indotta dalla presenza del foro, è possibile che localmente tale limite venga superato, per cui c'è il rischio di plasticizzazione locale. In tali condizioni non è più valida l'ipotesi di regime elastico. Non essendoci soluzione analitica, sia per il foro passante che per il foro cieco, in presenza di plasticizzazione, è necessario utilizzare gli elementi finiti [10, 14, 42, 50]. Si consideri il caso di sollecitazione biassiale schematizzato in Figura 1.14.

$\sigma_x$  e  $\sigma_y$  siano le tensioni principali preesistenti prima della foratura. Siano  $L \geq 30R_0$  e lo spessore  $s \geq 5h_{max}$  per il foro cieco.

Nell'analisi vengono esaminati l'influenza dei seguenti parametri:

- Intensità delle tensioni residue
- Rapporto di biassialità  $\Omega = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$
- Coefficiente di incrudimento  $r = \frac{E_p}{E}$ , in cui  $E_p$  indica il modulo di Young in regime plastico
- Angolo  $\beta$  che definisce l'orientazione delle tensioni principali rispetto agli estensimetri



**Figura 1.14:** Modello sollecitazione biassiale.

Quando  $\Omega = 0, 1, -1$  la condizione di carico è rispettivamente monoassiale, idrostatica, di taglio puro. Vengono scelti svariati valori di  $\Omega$  compresi tra 1 e -1, per ciascuno dei quali si adottano diverse coppie di  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  tali da analizzare le diverse situazioni comprese tra l'incipiente plasticizzazione e la plasticizzazione completa attorno al foro. In ogni analisi vengono simulate le letture degli estensimetri, misure che vengono successivamente utilizzate nell'applicazione della procedura ASTM. Applicare la procedura ASTM, trascurando la plasticizzazione, comporta una sovrastima delle tensioni residue (circa 60-70% nelle condizioni più sfavorevoli). Per ottenere una stima più accurata, si può adottare questa procedura, che fa riferimento a[15]:

1. Determinare le tensioni residue  $\sigma_{x,ASTM}$  e  $\sigma_{y,ASTM}$ , nonché l'angolo  $\beta$  secondo la procedura ASTM, cioè ipotizzando di stare in regime elastico.
2. Determinare il rapporto di biassialità. Sono possibili due situazioni: se le direzioni principali delle tensioni residue sono note, allora l'estensimetro 1 va allineato lungo la direzione principale  $x$  (dove la  $\sigma$  è massima), mentre l'estensimetro 3 lungo  $y$ , così sarà possibile misurare le deformazioni  $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ . Il rapporto di biassialità risulta:

$$\Omega = \frac{(A - B) - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}(A + B)}{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}(A - B) - (A + B)} \quad (1.73)$$

in cui  $A$  e  $B$  sono i coefficienti forniti dalla normativa.

Altrimenti, qualora le direzioni principali non fossero note a priori si ha:

$$\Omega = \frac{\sigma_{y,ASTM}}{\sigma_{x,ASTM}} \quad (1.74)$$

3. Calcolare la tensione residua equivalente di Von Mises ad incipiente plasticizzazione:

$$\sigma_{eq,i} = \sigma_{sn} \frac{\sqrt{1 - \Omega - \Omega^2}}{3 - \Omega} \quad (1.75)$$

4. Calcolare il fattore di intensità di carico:

$$f_{ASTM} = \frac{\sigma_{eq,ASTM} - \sigma_{eq,i}}{\sigma_{sn} - \sigma_{eq,i}} \quad (1.76)$$

in cui:

$$\sigma_{eq,ASTM} = \sqrt{\sigma_{x,ASTM}^2 + \sigma_{y,ASTM}^2 - \sigma_{x,ASTM} \cdot \sigma_{y,ASTM}} \quad (1.77)$$

5. Calcolare il fattore di intensità di carico stimato:

$$f_{es} = \frac{\sqrt{1 + 4Cf_{ASTM} - 1}}{2C} \quad (1.78)$$

in cui:

$$C = 0.793(1 - r)^{2.167} [0.6495 \sin(2\gamma) + 1] \quad \text{per foro passante} \quad (1.79a)$$

$$C = (0.167 - 0.281r) [\sin(2\gamma) + 0.299 - 0.39r] \quad \text{per foro cieco} \quad (1.79b)$$

$$\gamma = \arctan \beta \quad (1.79c)$$

6. Determinare le tensioni residue corrette:

$$\sigma_{x,es} = \sigma_{sn} \left[ f_{es} \left( \frac{1}{\sqrt{\Omega^2 - \Omega + 1}} - \frac{1}{3 - \Omega} \right) + \frac{1}{3 - \Omega} \right] \quad (1.80a)$$

$$\sigma_{y,es} = \Omega \cdot \sigma_{x,es} \quad (1.80b)$$

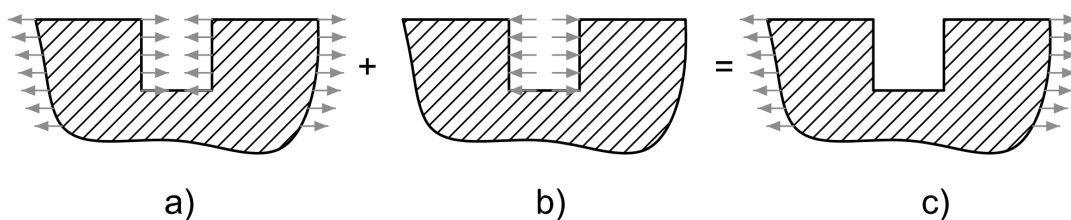
Tale procedura fornisce risultati accettabili fintantoché è verificata la condizione  $\sigma_{eq} \leq 0.9 \cdot \sigma_{sn}$ : pertanto, la si può considerare come un'estensione della normativa ai casi in cui vi è plasticizzazione locale.

Quando le direzioni principali sono ignote,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e l'angolo  $\beta$  vanno determinati in base alle deformazioni misurate dagli estensimetri  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ . In campo elastico, le deformazioni registrate dagli estensimetri variano in modo sinusoidale rispetto all'orientazione dell'estensimetro, a parità di distanza dal centro del foro: perciò sono sufficienti tre estensimetri. In campo elasto-plastico, tale andamento sinusoidale non sussiste più, perciò l'adozione di rosette con soli tre estensimetri introduce un'approssimazione nei risultati finali[15]. Conviene utilizzare rosette aventi più di tre estensimetri, tipo quelle studiate da[9, 42, 52]

## Capitolo 2

# Determinazione dei coefficienti di influenza attraverso FEM

Gli elementi finiti costituiscono uno dei possibili modi per determinare i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$ . Mentre nella procedura sperimentale il rilassamento delle tensioni residue viene determinato come differenza tra le deformazioni misurate prima e dopo la foratura, nelle analisi al FEM basta simulare un carico unitario applicato sulla superficie laterale del foro: in tal modo si simula la presenza di una tensione residua unitaria. Facendo riferimento alla Figura 2.1, per via sperimentale si esegue la differenza tra il caso post-foratura (c) e il caso pre-foratura (a), mentre le analisi al FEM riproducono il caso (b).



**Figura 2.1:** Sovrapposizione degli effetti per isolare il rilassamento delle tensioni residue. Condizioni di carico: pre-foratura (a), rilassamento delle tensioni residue (b), post-foratura (c).

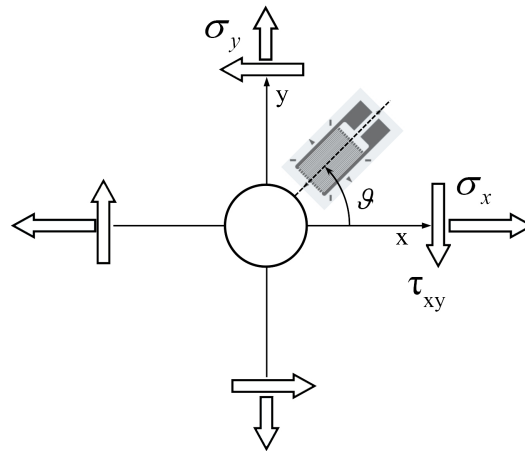
Da ciascuna simulazione si ottengono le deformazioni rilassate, tenendo conto anche della superficie dell'estensimetro. Da queste, essendo noto a priori il carico applicato, si ricavano i coefficienti di influenza cercati. Questo metodo può essere utilizzato sia per componenti sottili, sia per componenti ad alto spessore, con tensione uniforme oppure variabile. In questo capitolo si descrive in maniera approfondita la procedura di calcolo dei coefficienti di influenza, dapprima per il caso dei componenti sottili. Successivamente, la si estende al caso dei componenti ad alto spessore secondo opportune considerazioni.

### 2.1 Componenti sottili

Il profilo delle tensioni residue nei componenti sottili non può che essere uniforme lungo il loro spessore. In questo caso, la relazione che lega le tensioni residue alla deformazione misurata in superficie da un singolo estensimetro è data dall'equazione 1.1, che si riporta qui di seguito[3]:

$$\varepsilon = \underbrace{\frac{1+\nu}{E} \bar{a} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}}_{I \text{ contributo}} + \underbrace{\frac{1}{E} \bar{b} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{E} \bar{b} \tau_{xy} \sin 2\theta}_{II \text{ contributo}} \quad (2.1)$$

in cui si ricorda che  $\theta$  definisce l'angolo a cui è posto l'estensimetro rispetto alla direzione di riferimento  $x$  (si veda la Figura 2.2).



**Figura 2.2:** Generica condizione di carico.

Si osserva che la deformazione è data da due contributi, uno dipendente da  $\bar{a}$  e corrispondente ad una condizione di carico idrostatico, l'altro dipendente da  $\bar{b}$  e corrispondente ad una condizione di carico di taglio. Infatti, chiamando:

$$P = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (2.2a)$$

$$Q = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) \quad (2.2b)$$

$$T = \tau_{xy} \sin(2\theta) \quad (2.2c)$$

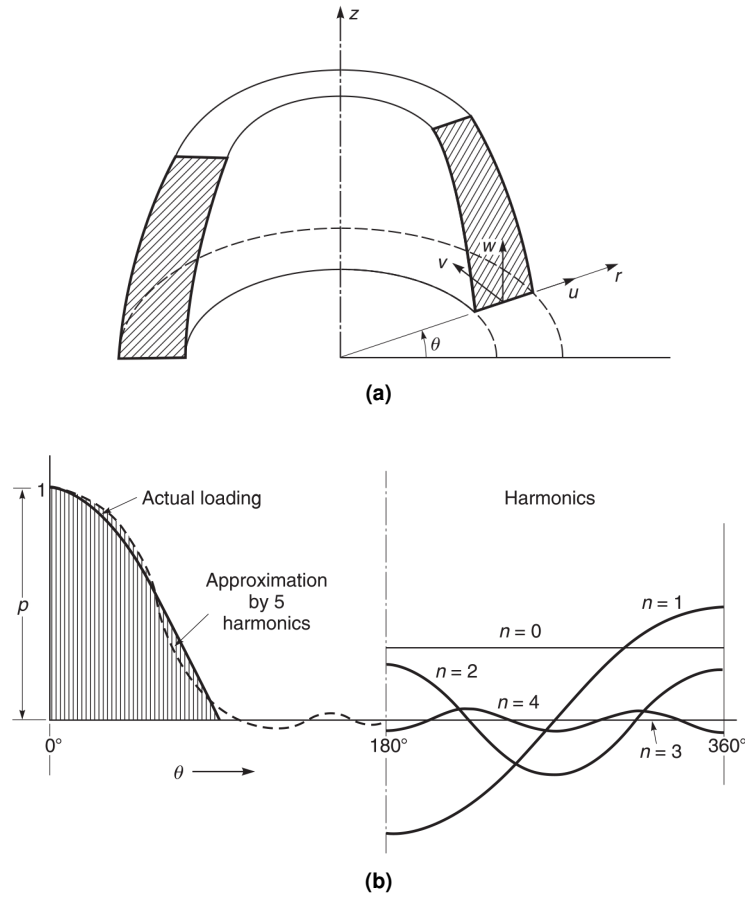
rispettivamente i carichi idrostatico, deviatorico e di taglio puro, l'equazione 2.1 diventa:

$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \bar{a}P + \frac{1}{E} \bar{b}Q + \frac{1}{E} \bar{b}T \quad (2.3)$$

Pertanto, per determinare  $\bar{a}$  bisognerà simulare una condizione di carico tale per cui compaia solo il primo contributo alla deformazione, mentre il secondo sia nullo e viceversa per  $\bar{b}$ .

### 2.1.1 Modello agli elementi finiti

Per modellare un componente sottile infinitamente esteso, dato che la geometria del foro è assialsimmetrica, si è preferito considerare per l'analisi un disco di raggio esterno molto maggiore rispetto al raggio del foro, riducendo un problema tridimensionale ad uno bidimensionale: infatti, sfruttando l'assialsimmetria della geometria, è sufficiente condurre l'analisi solo di una sezione meridiana. Tutte le simulazioni descritte in questo capitolo sono state svolte utilizzando il software ANSYS® *Mechanical APDL Release 16.0*. Sono stati utilizzati elementi PLANE25, i quali consentono di simulare una geometria assialsimmetrica, soggetta a carichi sia assialsimmetrici sia non assialsimmetrici. La loro formulazione, infatti, segue un approccio semi-analitico basato sulle serie di Fourier[5, 40, 54]. Si prenda in considerazione la Figura 2.3a, in cui è schematizzata una generica struttura assialsimmetrica rispetto all'asse  $z$  di un sistema di coordinate cilindriche  $(r, \theta, z)$ . Una generica condizione di carico applicata sulla struttura, rispetto alla coordinata  $\theta$ , avrà un andamento rappresentabile da una certa funzione  $f(\theta)$ . Vista l'assialsimmetria della struttura, tale funzione è periodica di periodo  $2\pi$  e, quindi, può essere approssimata attraverso una serie di Fourier, ovvero mediante una combinazione lineare di funzio-



**Figura 2.3:** Sopra: schema di una generica struttura assialsimmetrica. Sotto: andamento di una generica condizione di carico (ad esempio una pressure sulla superficie laterale della struttura mostrata sopra) al variare di  $\theta$  ed espansione in serie di Fourier di tale carico[40].

ni sinusoidali fondamentali (Figura 2.3b). Ciascun termine della serie rappresenta una condizione di carico nota e indipendente dagli altri termini, perciò andrà simulata separatamente. La soluzione viene determinata attraverso la sovrapposizione degli effetti, sommando i risultati corrispondenti a ciascun termine della serie.

I carichi che si possono approssimare in tal modo possono essere carichi concentrati, distribuiti, termici, ecc. Per esempio, dei carichi concentrati ai nodi possono essere sviluppati in serie di Fourier come segue[47, 66]:

$$R(r, \theta, z) = \bar{R}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{R}_n(r, z) \cos(n\theta) + \bar{\bar{R}}_n(r, z) \sin(n\theta) \right] \quad (2.4a)$$

$$T(r, \theta, z) = \bar{T}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{T}_n(r, z) \sin(n\theta) - \bar{\bar{T}}_n(r, z) \cos(n\theta) \right] \quad (2.4b)$$

$$Z(r, \theta, z) = \bar{Z}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{Z}_n(r, z) \cos(n\theta) + \bar{\bar{Z}}_n(r, z) \sin(n\theta) \right] \quad (2.4c)$$

in cui  $R$ ,  $T$ ,  $Z$  indicano rispettivamente le componenti radiale, tangenziale ed assiale del carico. I termini soprasssegnati una sola volta rappresentano le componenti del carico che sono simmetriche rispetto al piano  $\theta = 0^\circ$ , mentre i termini soprasssegnati due volte indicano le componenti anti-simmetriche[40]. È stato dimostrato [54] che, nell'ipotesi di elasticità lineare, ai carichi sviluppati in serie di Fourier (equazioni 2.4)

corrispondono degli spostamenti a loro volta descritti da espansioni in serie di Fourier:

$$u(r, \theta, z) = \bar{u}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{u}_n \cos(n\theta) + \bar{\bar{u}}_n \sin(n\theta) \right] \quad (2.5a)$$

$$v(r, \theta, z) = \bar{v}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{v}_n \sin(n\theta) - \bar{\bar{v}}_n \cos(n\theta) \right] \quad (2.5b)$$

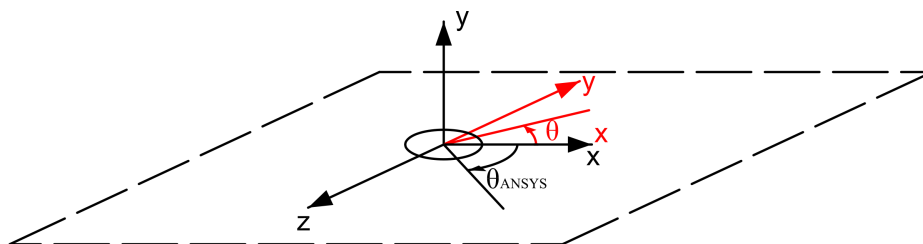
$$w(r, \theta, z) = \bar{w}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{w}_n \cos(n\theta) + \bar{\bar{w}}_n \sin(n\theta) \right] \quad (2.5c)$$

Ogni  $n$ -esimo termine di spostamento dipende unicamente dall' $n$ -esimo termine della serie che rappresenta il corrispondente carico. La soluzione finale si ottiene, come anticipato, mediante sovrapposizione degli effetti (valida nell'ipotesi di linearità), sommando le soluzioni dipendenti da ciascuna armonica.

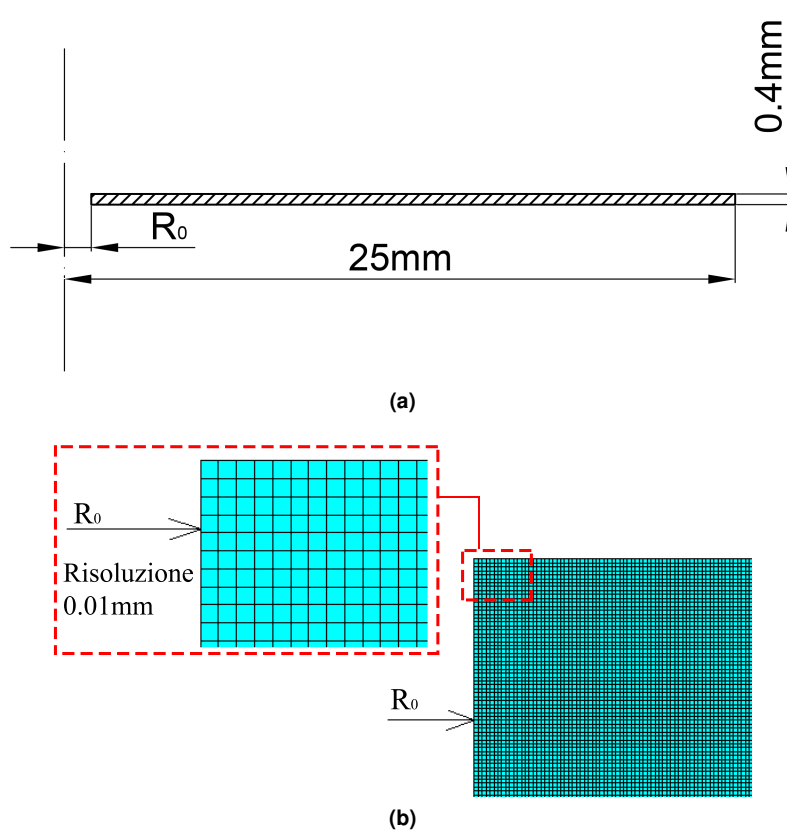
L'implementazione del problema con gli elementi PLANE25 richiede l'adozione di alcuni accorgimenti, riassunti qui di seguito:

- Tali elementi richiedono di modellare la geometria utilizzando l'asse  $y$  come asse di assialsimmetria: infatti, il sistema di coordinate  $(x, y, z)$  nei PLANE25 è un sistema di coordinate cilindriche, in cui  $x$  indica la direzione radiale,  $y$  quella assiale e  $z$  quella tangenziale.
- I modelli vanno realizzati nel semipiano  $x$  positivo.
- I PLANE25 possiedono anche il grado di libertà in direzione ortogonale al piano, lungo  $z$ , perciò nelle simulazioni è necessario bloccare il moto rigido lungo tale direzione, qualora servisse.
- I carichi da assegnare in ingresso al modello sono i valori delle costanti della serie di Fourier ( $R_n, T_n$  oppure  $Z_n$  a seconda del tipo di sollecitazione), cioè la massima ampiezza che il carico può raggiungere, fissata la distanza dall'asse di assialsimmetria.
- Quando le forze da applicare sono forze concentrate ai nodi, il valore da fornire in input dovrà essere moltiplicato per  $2\pi r$  (in cui  $r$  indica la distanza del nodo a cui va applicata la forza dall'asse di assialsimmetria), poiché la forza che ANSYS® applicata effettivamente sul nodo è scalata di  $2\pi r$ .
- La coordinata angolare  $\theta_{ANSYS}$  è positiva quando è antioraria, cioè nel senso opposto rispetto alla convenzione fin qui adottata (Figura 2.4). Alla luce di ciò, sarà necessario correggere opportunamente i valori di input dei carichi da inserire nelle simulazioni.

Il modello utilizzato per il caso dei componenti sottili è schematizzato in Figura 2.5a. Esso rappresenta la sezione meridiana di un disco di spessore pari a  $s = 0.4\text{mm}$  avente raggio esterno molto maggiore del raggio del foro ( $R_{ext} = 25\text{mm}$ ). Vengono simulate le condizioni di carico previste dalla normativa[3]: 5 fori di raggio diverso (vedi Tabella 1.4) per due condizioni di carico ciascuno, una equibiassiale (per il calcolo di  $\bar{a}$ ) e una di taglio (per  $\bar{b}$ ), considerando rosette tipo A e B, da 1/16in.. Nella Figura 2.5b viene mostrata la mesh che viene utilizzata, con dettaglio della zona in prossimità del foro.

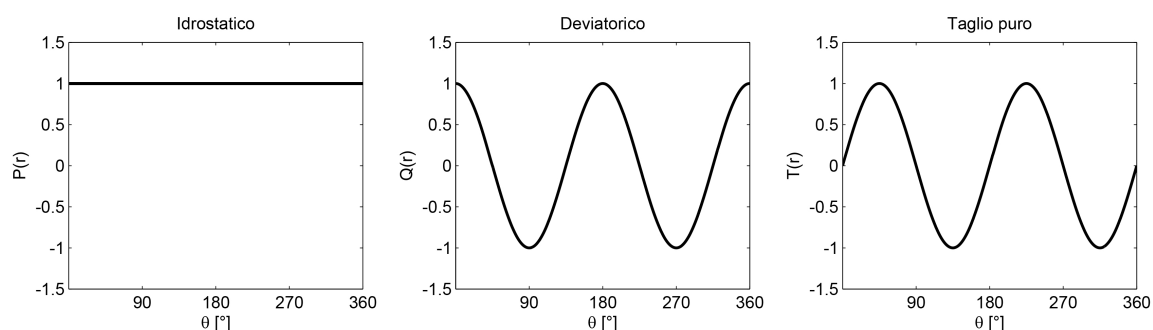


**Figura 2.4:** Differenza tra il sistema di riferimento definito in ANSYS (nero) e la convenzione fin qui utilizzata (rosso).



**Figura 2.5:** Sopra: schema della sezione meridianica di un componente sottile. Sotto: dettagli della mesh nella zona del foro.

Confrontando le equazioni 2.2 con le equazioni 2.4 si può dedurre che, quando si applica il carico equibiasiale bisogna tener conto dei soli termini costanti delle serie di Fourier ( $n = 0$ ,  $P$  non dipende da  $\theta$ ), mentre per i carichi di taglio occorre considerare solo i termini dell'armonica di ordine  $n = 2$  ( $Q$  e  $T$  dipendono da  $2\theta$ ), come mostrato in Figura 2.6: quindi, nei casi in esame, non è necessario utilizzare la sovrapposizione degli effetti, dato che essi dipendono ciascuno da una sola particolare armonica. Infine, si osserva che i carichi sono simmetrici rispetto al piano  $\theta = 0^\circ$ , pertanto si deve tener conto solo dei termini soprasssegnati una sola volta nelle equazioni 2.4 e 2.5<sup>1</sup>.



**Figura 2.6:** Andamento dei carichi in funzione dell'angolo  $\theta$ , fissata la distanza  $r$  dall'asse di assialsimmetria.

Per determinare i coefficienti di influenza  $\bar{a}$ , come anticipato, è necessario applicare una condizione di

<sup>1</sup>Il carico di taglio puro  $T$  sembra non essere simmetrico rispetto a  $\theta = 0^\circ$ , ma ciò soltanto in apparenza: per osservare la suddetta simmetria occorre sfasare  $T(\theta)$  di  $90^\circ$ .

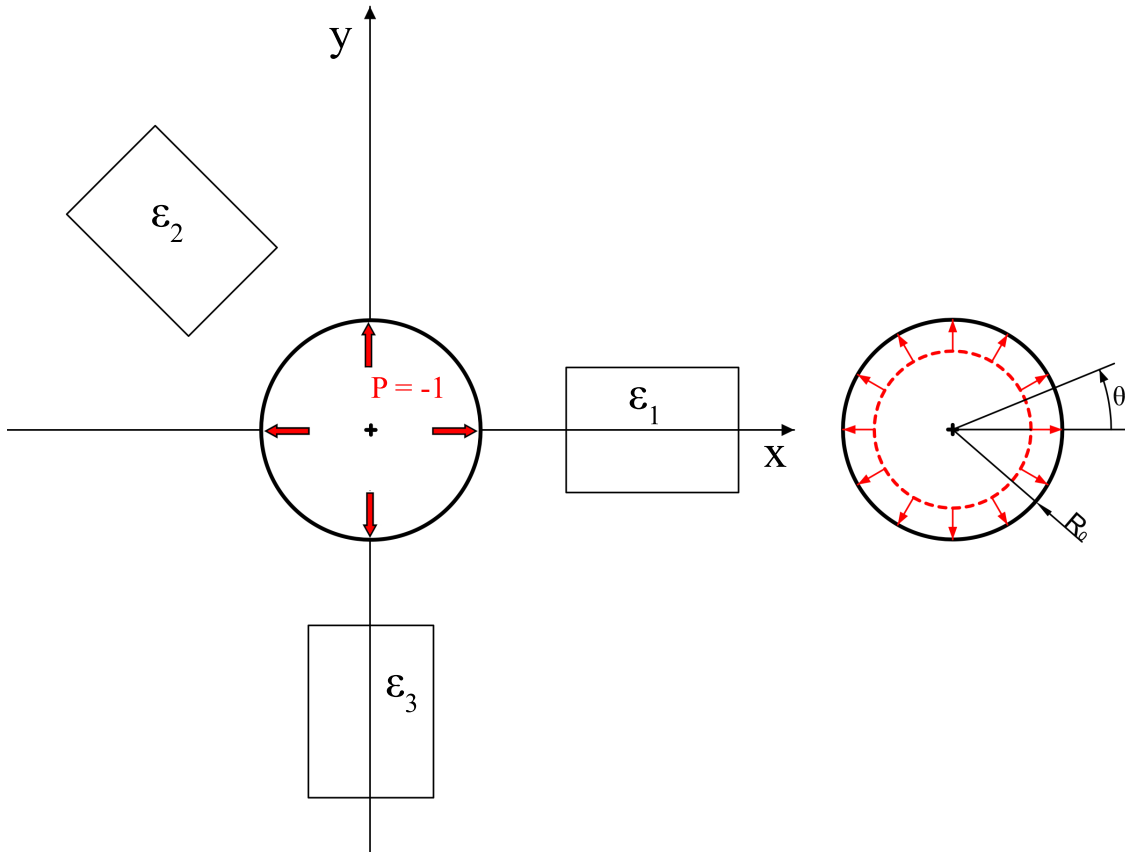
carico tale per cui sia nullo il secondo contributo della equazione 2.1. Ciò si fa applicando i seguenti carichi<sup>2</sup>:

$$\sigma_x = \sigma_y = -1 \text{ MPa} \quad \tau_{xy} = 0 \tag{2.6}$$

da cui si ottiene:

$$P = -1 \text{ MPa} \quad Q = T = 0 \tag{2.7}$$

La condizione di carico appena descritta è rappresentata in Figura 2.7.



**Figura 2.7:** Schema della condizione di carico idrostatica per determinare i coefficienti di influenza  $\bar{a}$ : la curva tratteggiata indica l'intensità della sollecitazione, in questo caso costante rispetto a  $\theta$ .

Per determinare i coefficienti di influenza  $\bar{b}$ , invece, è necessario annullare il primo contributo alla deformazione (equazione 2.1), perciò si impone la seguente condizione di carico<sup>3</sup>:

$$\sigma_x = -1 \text{ MPa} \quad \sigma_y = 1 \text{ MPa} \quad \tau_{xy} = 1 \text{ MPa} \tag{2.8}$$

da cui si ottiene:

$$P = 0 \quad Q = -1 \cos(2\theta) \quad T = 1 \sin(2\theta) \tag{2.9}$$

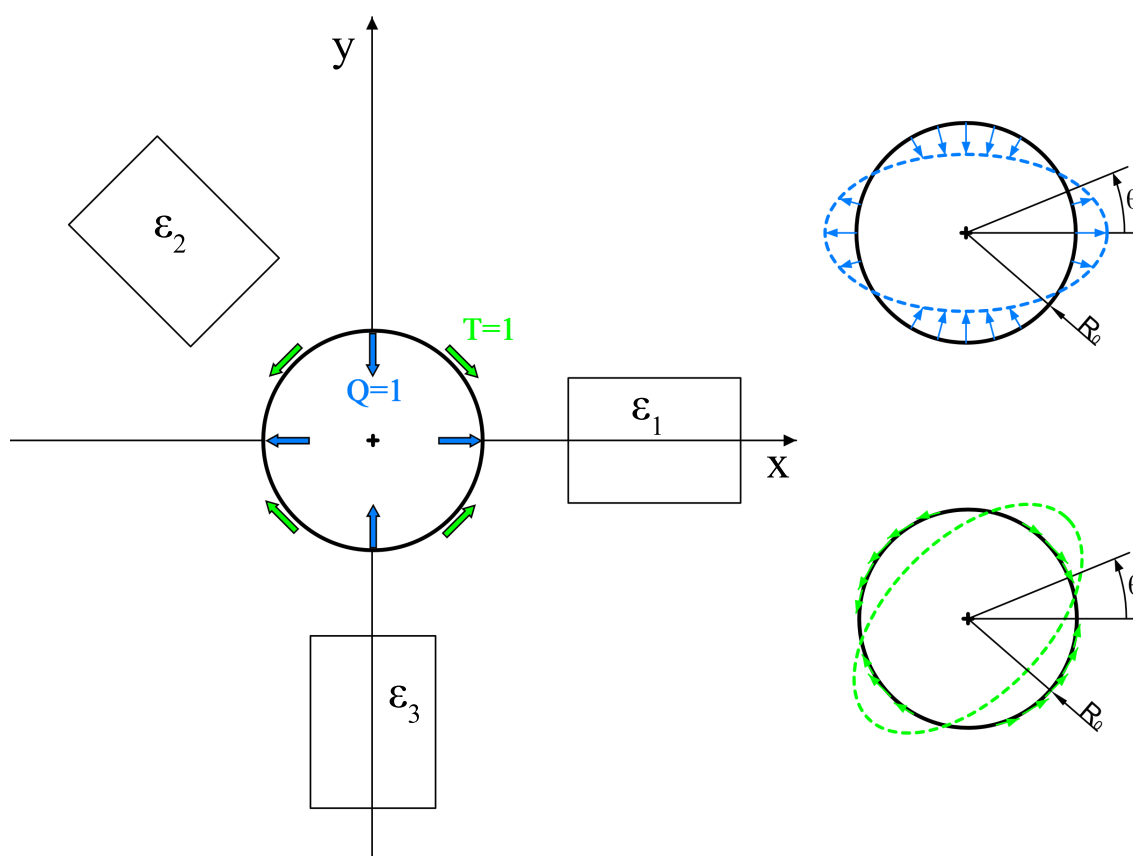
Lo sforzo di taglio  $\tau_{xy}$  va dato in input al modello assieme a  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , in quanto esso dipende da  $\theta$  secondo una legge sinusoidale; perciò, se si fossero inseriti solo  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  (che dipendono da una legge di tipo cosinusoidale), la simulazione non sarebbe stata corretta dato che non si sarebbe tenuto conto degli spostamenti che dipendono da  $\theta$  con leggi in seno. La soluzione non sarebbe stata attendibile. Questo fatto si deve unicamente

<sup>2</sup>Il segno negativo indica che sono sollecitazioni di compressione.

<sup>3</sup>Il segno positivo indica una sollecitazione di trazione, negativo di compressione. Per la  $\tau$ , il segno è positivo se corrisponde ad una rotazione in senso orario.

alla particolare formulazione dell'elemento PLANE25: se si utilizzassero elementi tridimensionali, per ottenere la condizione di taglio basta caricare la struttura con  $\sigma_x = 1\text{MPa}$  e  $\sigma_y = -1\text{MPa}$ .

Le sollecitazioni con cui caricare il modello sono rappresentate schematicamente in Figura 2.8, nella quale si nota che il carico deviatorico presenta il valore massimo quando  $\theta = 0^\circ$ , mentre quello di puro taglio a  $\theta = 45^\circ$ , alla luce della dipendenza rispettivamente da  $\cos(2\theta)$  e  $\sin(2\theta)$  (Figura 2.6).



**Figura 2.8:** Schema della condizione di carico di taglio per determinare i coefficienti di influenza  $\bar{b}$ : le curve tratteggiate indicano l'intensità delle sollecitazioni, che varia a seconda di  $\theta$ .

Ricordando la differenza tra il sistema di riferimento utilizzato e quello definito in ANSYS® (Figura 2.4), posto  $\theta_{ANSYS} = 2\pi - \theta$ , le equazioni 2.9 diventano:

$$P = 0 \quad Q = -1 \cos(2\theta_{ANSYS}) \quad T = -1 \sin(2\theta_{ANSYS}) \quad (2.10)$$

Per il caso dei componenti sottili, ciascuna condizione di carico deve essere applicata lungo tutta la superficie laterale del foro, visto che il foro è passante ed è eseguito in un unico passaggio. Per simulare la condizione di carico di puro taglio, è necessario introdurre un carico diretto ortogonalmente rispetto al piano del modello ma, nonostante siano permesse traslazioni nella direzione  $z$  uscente dal piano del modello, lungo tale direzione non è possibile applicare un carico distribuito, bensì solamente forze concentrate. Per ovviare a questo problema, si decompone il carico distribuito in forze equivalenti concentrate ai nodi. Noti il carico uniformemente distribuito (ad esempio  $P$ , vedi Figura 2.9) e la lunghezza  $L$  degli elementi (per semplicità si usano elementi di

uguale lunghezza) su cui è applicato, le forze equivalenti ai nodi sono:

$$F_{eq1} = \frac{PL}{2} \quad \text{per i nodi di estremità} \quad (2.11a)$$

$$F_{eq2} = PL \quad \text{per i nodi intermedi} \quad (2.11b)$$

In definitiva, siccome il modello richiede in input il massimo valore del carico (cioè  $P = 1$ ), moltiplicato per  $2\pi r$ , i valori da fornire in ingresso saranno:

$$P_{input1} = 2\pi R_0 \frac{L}{2} \quad \text{per i nodi di estremità} \quad (2.12a)$$

$$P_{input2} = 2\pi R_0 L \quad \text{per i nodi intermedi} \quad (2.12b)$$

per il caso idrostatico (determinazione dei coefficienti  $\bar{a}$ ), mentre per la condizione di taglio (determinazione dei coefficienti  $\bar{b}$ ) si ottengono in maniera analoga:

$$Q_{input1} = 2\pi R_0 \frac{L}{2} \quad \text{per i nodi di estremità} \quad (2.13a)$$

$$Q_{input2} = 2\pi R_0 L \quad \text{per i nodi intermedi} \quad (2.13b)$$

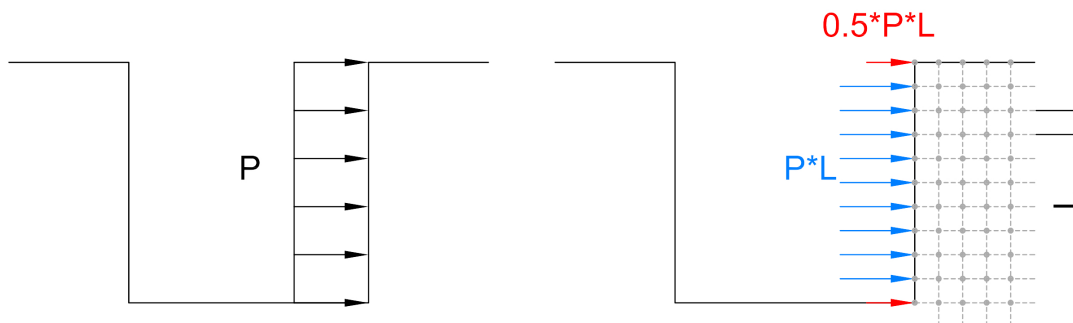
$$T_{input1} = -2\pi R_0 \frac{L}{2} \quad \text{per i nodi di estremità} \quad (2.13c)$$

$$T_{input2} = -2\pi R_0 L \quad \text{per i nodi intermedi} \quad (2.13d)$$

In entrambi i casi  $r = R_0$  poiché i carichi sono applicati sulla superficie laterale del foro (Figure 2.7 e 2.8), mentre il segno negativo nelle 2.13c e 2.13d dipende dall'orientazione del sistema di riferimento ANSYS.

## 2.1.2 Risultati delle analisi

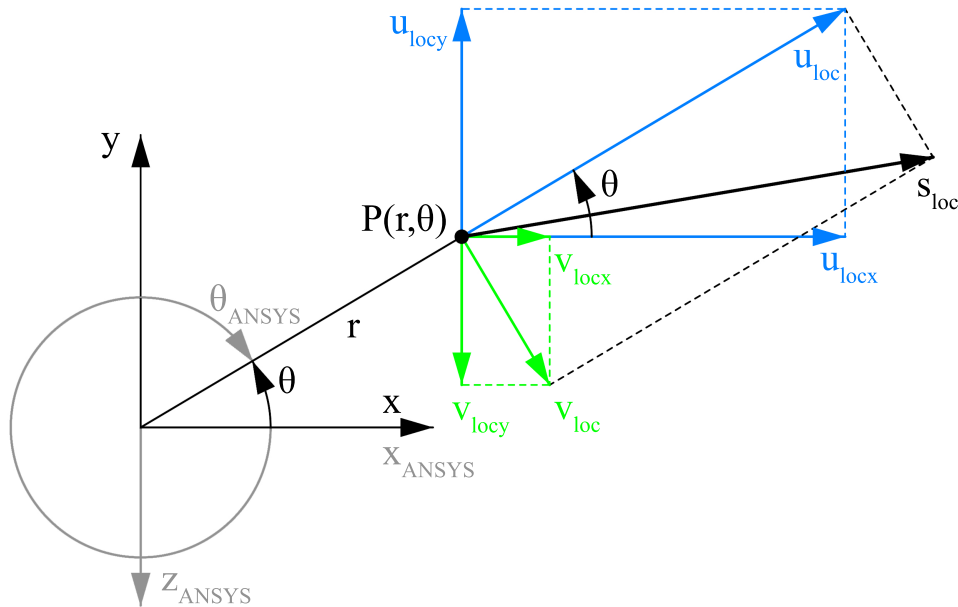
In questo paragrafo verranno descritte le operazioni eseguite per ricavare i coefficienti di influenza a partire dai risultati delle simulazioni. In ciascun modello, in corrispondenza della superficie del pezzo, a partire dalla distanza  $R_0$  verso l'esterno, è stato definito un path sui nodi della struttura (così da ottenere risultati senza interpolazione e, dunque, più accurati), sul quale sono stati mappati gli spostamenti lungo i tre gradi di libertà ( $x, y, z$ ) ammessi dal PLANE25. Grazie alla formulazione semi-analitica dell'elemento PLANE25, a partire da essi è stato ricostruito l'intero campo degli spostamenti della superficie del componente. Nella fase di lettura dei risultati sono state utilizzate le impostazioni di default del PLANE25. Tali impostazioni consentono di prelevare il valore che ciascuna variabile di output assume quando la funzione trigonometrica da cui essa



**Figura 2.9:** Semplificazione del carico distribuito  $P$  (a sinistra) con una condizione di carico equivalente con forze concentrate sui nodi (a destra).

dipende (ad esempio, il coseno per gli spostamenti radiali oppure il seno per quelli tangenziali) assume valore massimo (cioè unitario). Poiché ogni simulazione è associata ad una particolare armonica, è possibile calcolare il valore di ciascuna variabile di output al variare di  $\theta$  adattando al caso in esame le relazioni 2.5.

In ANSYS® è possibile "interrogare" il modello in modo da ottenere i risultati ai valori di  $\theta$  che si desiderano. Tuttavia, visto il cospicuo numero di simulazioni eseguite, la fase di elaborazione dei risultati è stata svolta utilizzando il software Matlab®. Sono stati creati degli algoritmi che consentono di ricostruire il campo degli spostamenti nella maniera sopra descritta, leggendo i risultati dei path salvati precedentemente in appositi file di testo. Per ogni punto della superficie  $P(r, \theta)$  bisogna, innanzitutto, determinarne gli spostamenti locali in direzione radiale e in direzione tangenziale<sup>4</sup>. Nel caso idrostatico, per sua stessa natura, la componente di spostamento tangenziale è nulla, pertanto gli spostamenti locali sono solo radiali. Nella condizione di taglio, invece, sono presenti anche le componenti tangenziali degli spostamenti. Di seguito si riportano i passaggi necessari per ricostruire il campo degli spostamenti sulla superficie del pezzo nella condizione di carico di taglio: per il caso idrostatico i passaggi sono formalmente identici, ma più semplici, visto quanto detto in precedenza. Si prenda come riferimento la Figura 2.10.



**Figura 2.10:** Determinazione dello spostamento del generico punto  $P(r, \theta)$  sulla superficie del campione.

Siano  $u_{path}(r)$  e  $v_{path}(r)$  gli spostamenti rispettivamente in direzione radiale e tangenziale prelevati dal path a distanza  $r$  dall'asse di assialsimmetria, utilizzando le impostazioni di default del PLANE25 sopra descritte. Visto che la condizione di carico di taglio dipende da  $2\theta$  ed è di tipo simmetrico rispetto al piano  $\theta = 0^\circ$  (equazioni 2.9), gli spostamenti che da essa derivano possiedono le medesime proprietà. Perciò, lungo una circonferenza di raggio  $r$ , gli spostamenti locali radiali e tangenziali variano rispetto a  $\theta$  secondo le equazioni:

$$u_{loc}(r, \theta) = u_{path}(r) \cos(2\theta_{ANSYS}) = u_{path}(r) \cos(2\theta) \quad (2.14a)$$

$$v_{loc}(r, \theta) = v_{path}(r) \sin(2\theta_{ANSYS}) = -v_{path}(r) \sin(2\theta) \quad (2.14b)$$

in cui è stata operata la sostituzione  $\theta_{ANSYS} = 2\pi - \theta$  per passare dalla notazione ANSYS a quella cartesiana

<sup>4</sup>Si ipotizza che gli spostamenti paralleli all'asse di assialsimmetria siano trascurabili.

utilizzata in [15]. Proiettando  $u_{loc}(r, \theta)$  e  $v_{loc}(r, \theta)$  lungo le direzioni  $x$  e  $y$ , si ottiene:

$$u_{locx}(r, \theta) = u_{loc}(r, \theta) \cos(\theta) \quad (2.15a)$$

$$u_{locy}(r, \theta) = u_{loc}(r, \theta) \sin(\theta) \quad (2.15b)$$

$$v_{locx}(r, \theta) = v_{loc}(r, \theta) \cos(\theta) \quad (2.15c)$$

$$v_{locy}(r, \theta) = v_{loc}(r, \theta) \sin(\theta) \quad (2.15d)$$

Pertanto, le componenti del vettore spostamento locale  $s_{loc}(r, \theta)$  lungo le direzioni  $x$  e  $y$  si ricavano con la seguente somma vettoriale:

$$s_{locx}(r, \theta) = u_{locx}(r, \theta) + v_{locx}(r, \theta) \quad (2.16a)$$

$$s_{locy}(r, \theta) = u_{locy}(r, \theta) + v_{locy}(r, \theta) \quad (2.16b)$$

Quest'ultime, a loro volta sommate vettorialmente, forniscono il vettore spostamento locale:

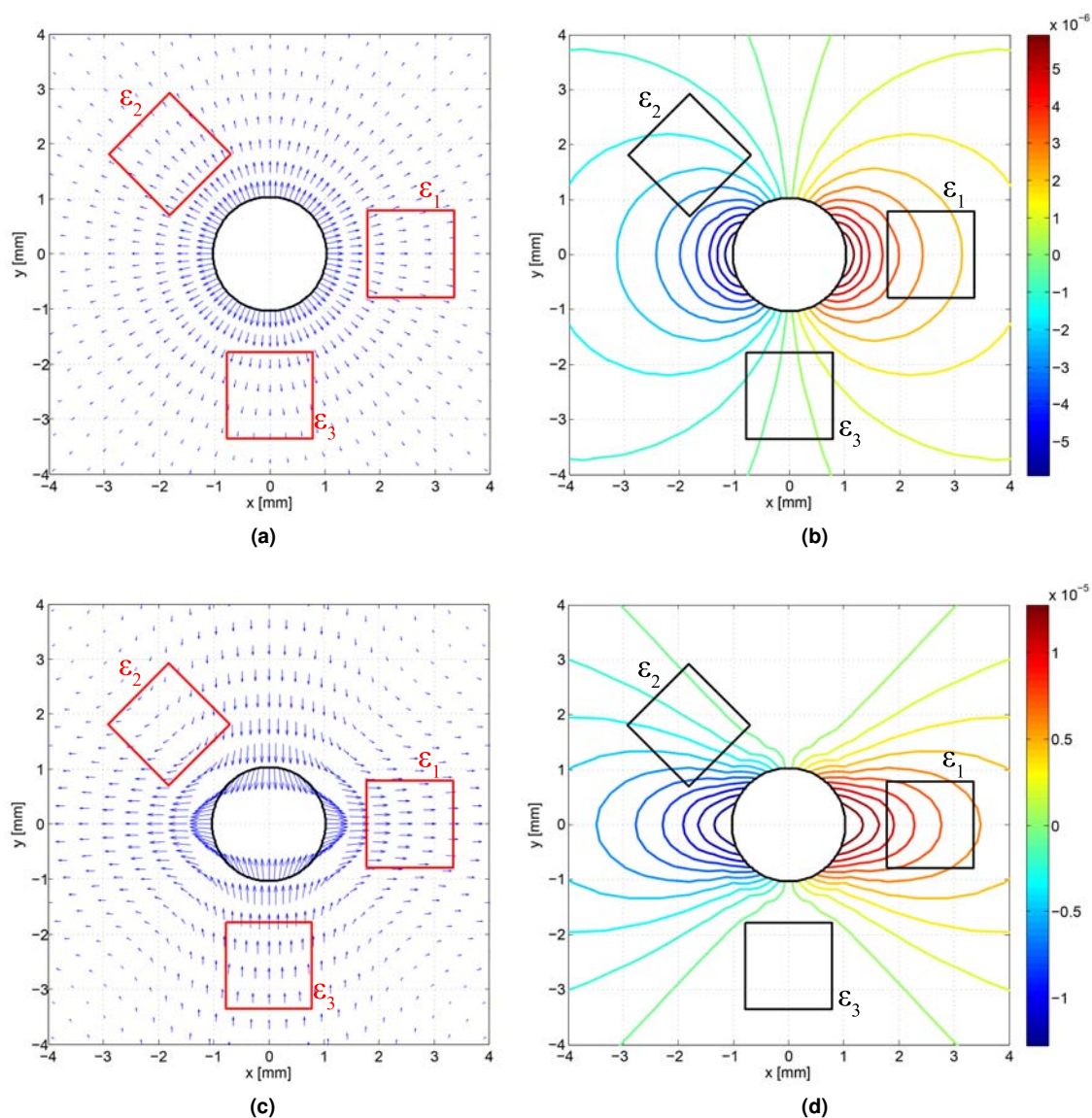
$$s_{loc}(r, \theta) = s_{locx}(r, \theta) + s_{locy}(r, \theta) \quad (2.17)$$

Attraverso i passaggi appena descritti è possibile determinare lo spostamento locale  $s_{loc}(r, \theta)$  a qualsiasi valore di  $\theta$ , una volta noti  $u_{path}(r)$  e  $v_{path}(r)$  ad una determinata distanza  $r$  dall'asse di assialsimmetria. Ciò può essere ripetuto per diversi valori di  $r$ , in modo tale da ricostruire l'intero campo di spostamenti della superficie nella zona vicino al foro. La risoluzione del campo di spostamenti dipende dalla fittezza della mesh: tanto più fitta è la mesh nella zona attorno al foro, tanto migliore sarà la risoluzione con cui si ricostruisce il campo degli spostamenti.

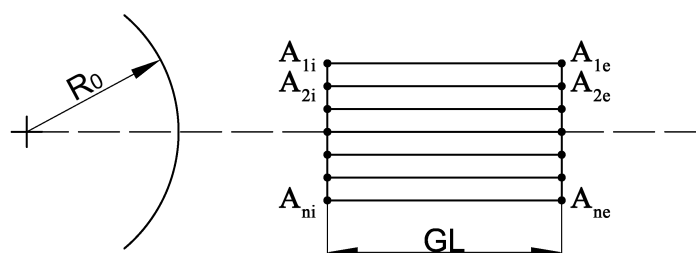
Nel caso idrostatico, visto che la condizione di carico non dipende da  $\theta$ , pure gli spostamenti saranno indipendenti da  $\theta$ . Inoltre, dato che la sollecitazione avviene in direzione radiale, risultano nulle tutte le componenti tangenziali degli spostamenti ( $v_{path} = 0$ ). Alla luce di ciò, lo spostamento locale  $s_{loc}(r, \theta)$  di ciascun punto su una circonferenza di raggio  $r$ , derivante da tale condizione di carico, è diretto radialmente ed è pari al valore  $u_{path}(r)$  prelevato dal path alla distanza  $r$ .

In Figura 2.11a e in Figura 2.11c vengono visualizzati gli spostamenti della superficie del campione, ricostruiti per la configurazione  $D = 2.03\text{mm}$  secondo la procedura descritta in precedenza nel caso idrostatico e in quello di taglio rispettivamente, mentre nelle Figure 2.11b e 2.11d si riportano i corrispondenti contour plot degli spostamenti lungo la direzione  $x$  per entrambe le condizioni di carico: la risoluzione in direzione radiale è stata ridotta per facilitare l'interpretazione dei risultati. Osservando l'andamento degli spostamenti in tali immagini, è possibile notare che essi sono conformi ai risultati che ci si aspettava, in particolare dalla Figura 2.11a si vede che gli spostamenti sono puramente radiali. Nella Figura 2.11c, si può osservare sulla traccia del foro (ma anche su qualsiasi altra circonferenza concentrica al foro) che per  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  la componente tangenziale dello spostamento è nulla, mentre si annulla lo spostamento in direzione radiale quando  $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ , come previsto.

Dai campi degli spostamenti occorre estrapolare la deformazione media che gli estensimetri rilevano. Si assume che gli estensimetri siano sensibili unicamente alla deformazione longitudinale. Nella fase di determinazione dei coefficienti di influenza, essendo noti a priori i carichi applicati, è sufficiente ricavare la deformazione media di un solo estensimetro: per semplicità si considera l'estensimetro 1, che è diretto lungo l'asse  $x$ . Si chiami "lato interno" il lato trasversale dell'estensimetro più vicino all'asse del foro e "lato esterno" quello più lontano (Figura 2.12). Su ciascun di essi si considerino  $n$  punti tra loro equidistanti: è importante che a ogni punto del lato interno sia associato un punto del lato esterno situato alla medesima quota trasversale. Infatti, l'idea è quella di simulare l'estensimetro come se fosse costituito da  $n$  aste dirette longitudinalmente e



**Figura 2.11:** Ricostruzione del campo di spostamenti sulla superficie per la configurazione  $D = 2.03\text{mm}$ . A sinistra: campo degli spostamenti per il caso idrostatico (a) e il caso di taglio (c). A destra: contour plot degli spostamenti lungo  $x$  per il caso idrostatico (b) e il caso di taglio (d). Valori in [mm]. Si riportano in ciascuna immagine la traccia del foro e le posizioni delle griglie estensimetriche di una rosetta tipo A.



**Figura 2.12:** Discretizzazione dell'area di misura di un singolo estensimetro in  $n$  aste parallele lunghe  $G_L$ .

di lunghezza pari a quella dell'estensimetro ( $GL$ ), le quali si allungano e si accorciano a seconda della risposta del campione alle sollecitazioni[4, 37]. A partire dei risultati del path sulla superficie descritto in precedenza, si ricostruiscono gli spostamenti nelle coordinate locali polari di ciascun nodo  $A_{ni}$  sul lato interno e  $A_{ne}$  su quello esterno dell'estensimetro. Successivamente, si proiettano gli spostamenti lungo la direzione longitudinale e trasversale dell'estensimetro e si calcola la lunghezza finale delle aste deformate. La deformazione media letta dall'estensimetro è data media degli allungamenti o accorciamenti subiti dalle aste con cui è stata discretizzata l'area dell'estensimetro. È stato sviluppato un algoritmo in Matlab che restituisce la deformazione media letta dall'estensimetro secondo il modello appena descritto: si riporta in Appendice B il codice dell'algoritmo.

Dalla deformazione rilassata, si determinano i coefficienti di influenza invertendo l'equazione 2.3. A  $\theta = 0^\circ$ , i coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  diventano, rispettivamente:

$$\bar{a} = \frac{Ep}{P(1 + \nu)} \quad (2.18a)$$

$$\bar{b} = \frac{Eq}{Q} \quad (2.18b)$$

Sono stati calcolati i coefficienti di influenza per rosette tipo A e tipo B. Nella Tabella 2.1 si riporta il confronto tra i risultati ottenuti e quelli proposti dalla normativa[3]. In aggiunta si confrontano i coefficienti di influenza determinati attraverso il FEM con quelli calcolati per via teorica (Paragrafo 1.3.1), visto che per componenti sottili è disponibile la soluzione esatta (equazioni 1.39 e 1.41).

**Tabella 2.1:** Coefficienti di influenza  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  per componenti sottili determinati attraverso FEM: confronto con quelli proposti dalla normativa e quelli calcolati per via teorica.

	Coefficienti di influenza $\bar{a}$					Coefficienti di influenza $\bar{b}$				
<b>Rosetta Tipo A</b>										
$D_0$ [mm]	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
FEM	0.086	0.118	0.154	0.196	0.241	0.269	0.355	0.442	0.534	0.617
ASTM	0.088	0.120	0.157	0.199	0.244	0.283	0.371	0.463	0.554	0.642
$\Delta$ [%]	-2.06	-1.47	-2.08	-1.64	-1.20	-4.91	-4.18	-4.43	-3.69	-3.82
FEM	0.086	0.118	0.154	0.196	0.241	0.269	0.355	0.442	0.534	0.617
TEORIA	0.087	0.119	0.155	0.197	0.242	0.273	0.360	0.448	0.540	0.624
$\Delta$ [%]	-0.69	-0.65	-0.68	-0.64	-0.52	-1.42	-1.32	-1.26	-1.13	-0.97
<b>Rosetta Tipo B</b>										
$D_0$ [mm]	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
FEM	0.091	0.124	0.162	0.206	0.254	0.301	0.397	0.492	0.590	0.679
ASTM	0.094	0.128	0.167	0.212	0.260	0.322	0.421	0.523	0.621	0.716
$\Delta$ [%]	-3.48	-2.76	-3.11	-2.83	-2.40	-6.45	-5.77	-5.95	-4.96	-5.17
FEM	0.091	0.124	0.162	0.206	0.254	0.301	0.397	0.492	0.590	0.679
TEORIA	0.091	0.125	0.163	0.207	0.255	0.304	0.400	0.496	0.595	0.683
$\Delta$ [%]	-0.57	-0.54	-0.58	-0.54	-0.40	-1.01	-0.90	-0.86	-0.73	-0.55

Dall'esame dei dati si osserva che i coefficienti determinati attraverso FEM sono compatibili con i valori teorici e, rispetto alla normativa, si avvicinano maggiormente ad essi, pertanto possono essere ritenuti affidabili. Inoltre, i valori risultanti dal FEM sono inferiori in modulo rispetto a quelli proposti dalla normativa. Tuttavia, ciò è in favore di sicurezza in quanto si andrà a sovrastimare le tensioni residue nel componente: infatti, a parità di deformazione rilevata, al diminuire dei coefficienti di influenza, crescono in modulo le tensioni residue stimate.

Si osserva, infine, che per i coefficienti di influenza  $\bar{a}$ , manipolando opportunamente le relazioni 1.38a

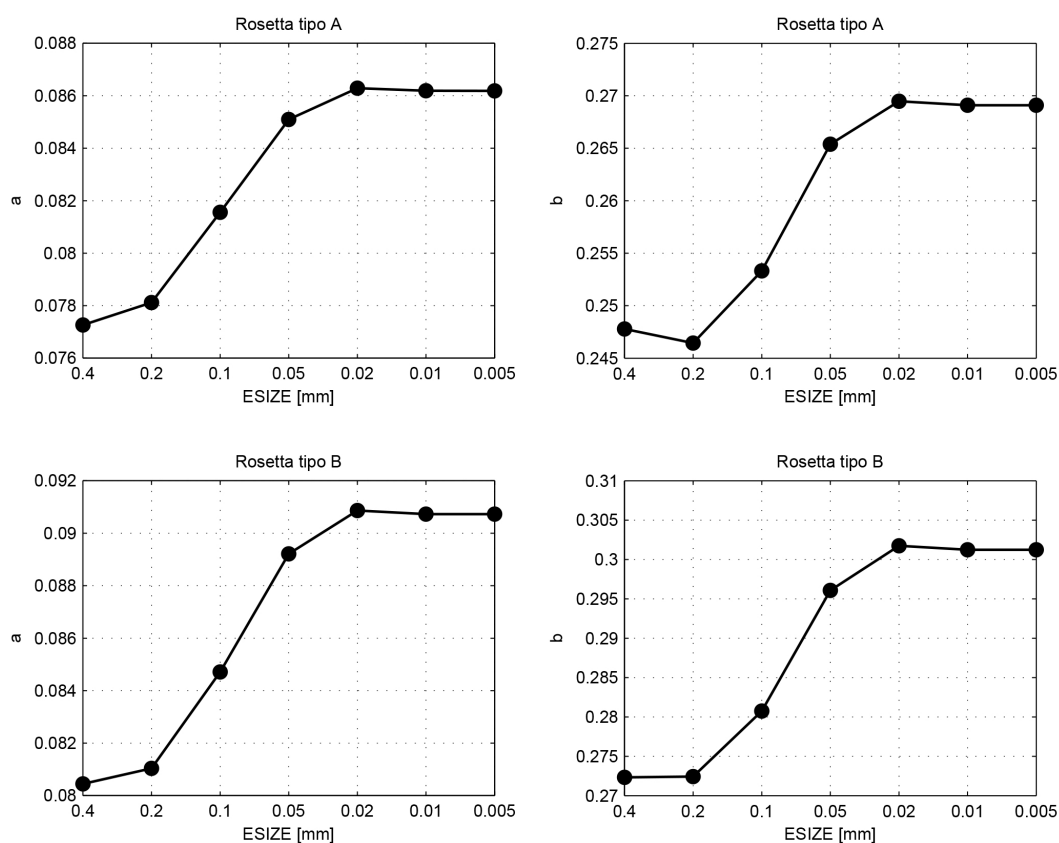
e 1.41a, si ottiene:

$$\bar{a}(R_0) = \bar{a}(R_{0_{noto}}) \left( \frac{R_0}{R_{0_{noto}}} \right)^2 \quad (2.19)$$

Pertanto, è possibile calcolare a priori il coefficiente di influenza teorico  $\bar{a}$  a diversi raggi del foro con una semplice relazione.

### 2.1.3 Validazione del modello FEM

Il modello agli elementi finiti descritto nel Paragrafo 2.1.1 è stato sottoposto a diverse verifiche per valutare l'affidabilità dei risultati e la loro indipendenza dal modello FEM. Prima di tutto è stata condotta un'analisi di convergenza della mesh, studiando l'influenza della dimensione degli elementi sui coefficienti di influenza. Successivamente, si sono messi a confronto i risultati del modello con quelli disponibili dalla soluzione analitica 1.2. È stata scelta la geometria che presentava la maggiore differenza tra i coefficienti di influenza derivanti dal FEM e i corrispondenti valori attesi (Tabella 2.1). In particolare, è stato sottoposto a verifica il modello avente diametro foro pari a  $D_0 = 1.52\text{mm}$ . Sono stati presi in esame i seguenti valori di element size: 0.4, 0.2, 0.1, 0.05, 0.02, 0.01, 0.005mm. In Figura 2.13 si riportano i risultati ottenuti per sollecitazioni equibiaxiali e di taglio.

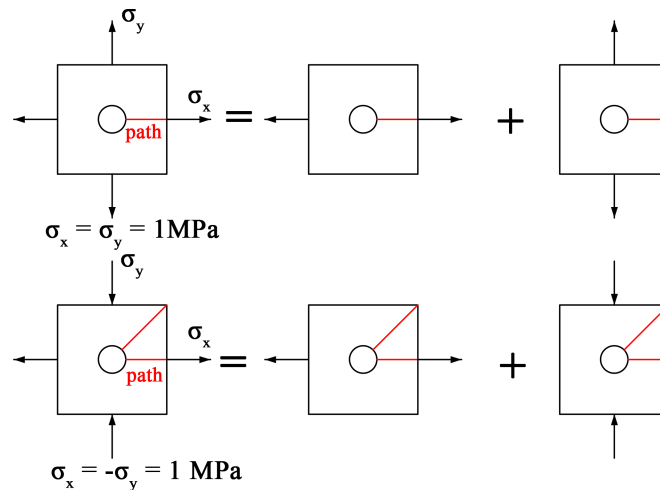


**Figura 2.13:** Analisi di convergenza della mesh al variare della dimensione degli elementi. A sinistra: coefficienti di influenza  $\bar{a}$ . A destra: coefficienti di influenza  $\bar{b}$ .

Analizzando gli andamenti delle curve di convergenza, si osserva che la dimensione degli elementi utilizzata per il calcolo dei coefficienti di influenza ( $\text{ESIZE} = 0.01\text{mm}$ ) garantisce l'indipendenza del risultato finale dalla risoluzione della mesh, per tutte le casistiche prese in esame, in quanto tutti i coefficienti corrispondenti a  $\text{ESIZE} = 0.01\text{mm}$  cadono sul plateau delle curve.

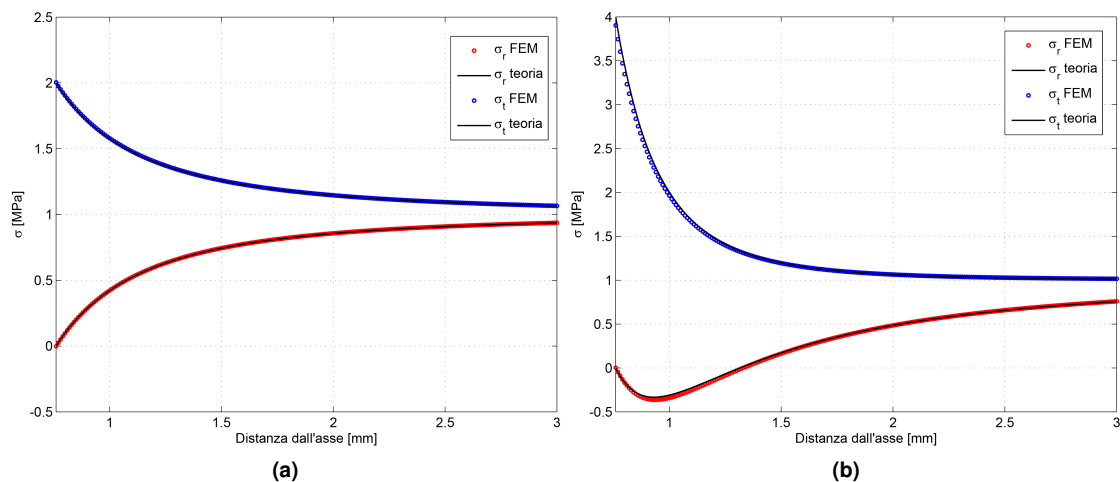
Appurata l'indipendenza dei risultati dalla mesh, si sono raffrontati gli andamenti assunti dalle tensioni radiali e tangenziali in presenza del foro, sotto carico unitario equibiassiale e sotto carico unitario di taglio, lungo i path sulla superficie del componente mostrati in Figura 2.14<sup>5</sup>. Gli andamenti teorici si ricavano dalle equazioni 1.25, mediante sovrapposizione degli effetti:

- Caso equibiassiale: si ottiene come sovrapposizione di uno stato di trazione monoassiale lungo  $x$  (si pone  $\alpha = 0^\circ$ ) e uno di analoga entità lungo  $y$  ( $\alpha = 90^\circ$ ).
- Caso di taglio: si ottiene dalla sovrapposizione di uno stato di trazione monoassiale lungo  $x$  e uno stato di compressione monoassiale lungo  $y$ .



**Figura 2.14:** Schema configurazioni di carico per il confronto. Sopra: caso equibiassiale. Sotto: caso taglio.

Si riportano in Figura 2.15 gli andamenti ricavati dal modello FEM confrontati con i risultati teorici.



**Figura 2.15:** Confronto tra gli andamenti delle tensioni ottenuti dal FEM e i valori attesi. A sinistra: caso equibiassiale. A destra: caso taglio.

Si osserva che i risultati del modello FEM riproducono fedelmente gli andamenti teorici: infatti le curve sono praticamente sovrapposte. Alla luce delle verifiche eseguite, si ritiene che i modelli funzionano bene e i risultati che da essi si estraggono sono affidabili.

<sup>5</sup>Nel caso di sollecitazione di taglio i path sono due in quanto la massima tensione radiale si ha a  $\theta = 0^\circ$ , mentre la massima tensione tangenziale si ha a  $\theta = 45^\circ$ .

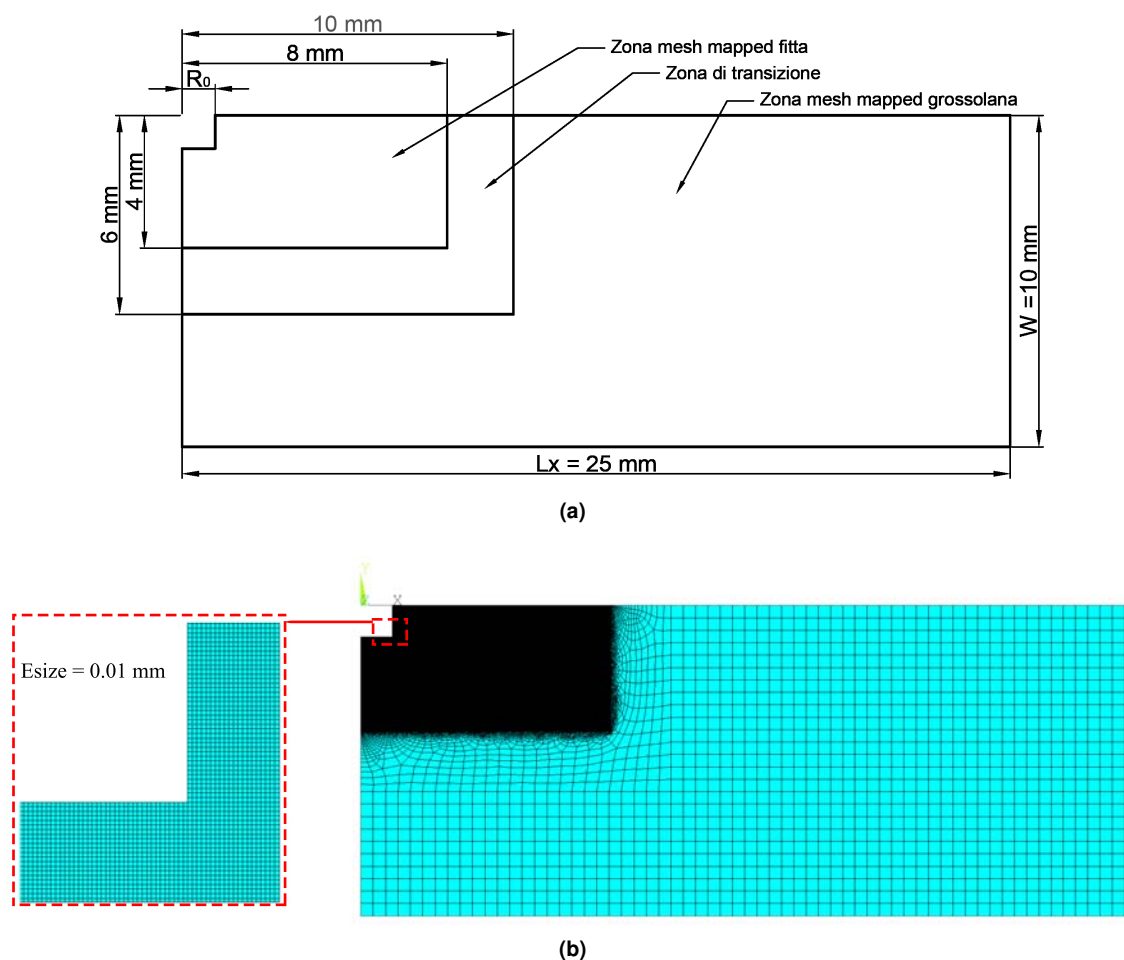
## 2.2 Componenti spessi con profilo di tensione uniforme

Il calcolo dei coefficienti di influenza per i componenti spessi segue una procedura simile a quella descritta per i componenti sottili. Tuttavia, in questo caso la normativa prevede di eseguire il foro in più step, perciò va determinato un coefficiente di influenza per ciascuno step di profondità: serve un numero maggiore di analisi agli elementi finiti.

Secondo le ipotesi della normativa, la relazione tra la deformazione letta da uno degli estensimetri e le tensioni residue è la stessa del caso dei componenti sottili (equazione 2.1). Analogamente a quanto visto nel Paragrafo 2.1, anche per i componenti spessi la determinazione dei coefficienti di influenza avviene studiando separatamente la risposta del campione a due particolari condizioni di carico: una idrostatica e una di taglio. In questo caso le sollecitazioni vanno applicate a partire da quota zero (cioè all'altezza della superficie del componente) fino all'altezza del fondo del foro, in pratica per tutta la sua profondità. Dai dati delle simulazioni si determinano i coefficienti di influenza in modo analogo a quanto fatto per i componenti sottili.

### 2.2.1 Modello agli elementi finiti

Si utilizzano elementi PLANE25, per la cui implementazione si rimanda al Paragrafo 2.1. Sono state condotte diverse analisi, variando diametro e profondità del foro: i diametri e i passi di foratura sono normati (Tabella 1.4). Il modello agli elementi finiti prevede di modellare una zona di mesh altamente fine nelle vicinanze del foro, mentre una mesh più rada nelle zone più lontane dal foro (Figura 2.16a).



**Figura 2.16:** Sopra: dimensioni caratteristiche del modello per componenti ad alto spessore. Sotto: mesh utilizzata, con dettaglio della zona foro.

Conviene utilizzare, dove possibile, una mesh di tipo mapped. Purtroppo, a causa della geometria del modello, ciò non è possibile, pertanto è stata creata una zona di transizione per passare dalla zona a mesh mapped fitta a quella di mesh mapped rada. Si riporta in Figura 2.16b la mesh utilizzata per le simulazioni in esame: essa consiste di circa 330000 elementi PLANE25 e altrettanti nodi.

Il calcolo dei coefficienti di influenza anche in questo caso deve essere eseguito studiando separatamente il contributo di un carico unitario equibiassiale e quello di un carico unitario di taglio, applicati ciascuno su tutta la superficie laterale del foro e aventi andamento uniforme lungo la profondità, come per il caso dei componenti sottili (vedi Paragrafo 2.1.1). L'unica differenza sta nel fatto che il foro non è più passante ma è cieco. Per ogni passo di foratura si applicano separatamente la condizione di carico unitaria equibiassiale descritta dalla Figura 2.7 e la condizione di taglio mostrata in Figura 2.8. Allo scopo è stato sviluppato uno script in linguaggio APDL per poter simulare tutti i diversi scenari necessari a calcolare i coefficienti di influenza definiti dalla normativa[3]. In particolare, occorre cambiare la geometria del foro per ciascun coefficiente di influenza: in un primo loop si cambia la profondità del foro a parità di diametro  $D_0$ , successivamente si varia il diametro del foro e si ripete il primo loop sulla profondità. I due cicli di variazione della geometria vengono ripetuti per entrambe le condizioni di carico. Per ulteriori informazioni sui modelli, si rimanda il lettore all'Appendice A, in cui si riporta per intero lo script ADPL utilizzato in questa fase.

## 2.2.2 Risultati delle analisi

Da ciascun run di simulazione corrispondente ad una specifica configurazione geometrica, attraverso lo script APDL (vedi Appendice C) è stato creato un path sulla superficie del provino a partire dal bordo del foro verso l'esterno del campione. Esso consente di prelevare gli spostamenti dei nodi del path, grazie ai quali si può ricostruire il campo di spostamenti sulla superficie del campione attraverso la formulazione semi-analitica dei PLANE25. Successivamente si rielaborano i dati prelevati dal path per calcolare la deformazione media rilevata su ciascuna superficie estensimetrica: il procedimento è analogo a quello descritto nel Paragrafo 2.1.2 per campioni sottili. Per ciascun passo di foratura, noto il carico applicato, si risale al coefficiente di influenza dall'inversione dell'equazione 2.3. A parità di diametro  $D_0$ , ad ogni  $i$ -esimo passo di foratura si ha:

$$\bar{a}_i = \frac{E p_i}{P(1 + \nu)} \quad (2.20a)$$

$$\bar{b}_i = \frac{E q_i}{Q} \quad (2.20b)$$

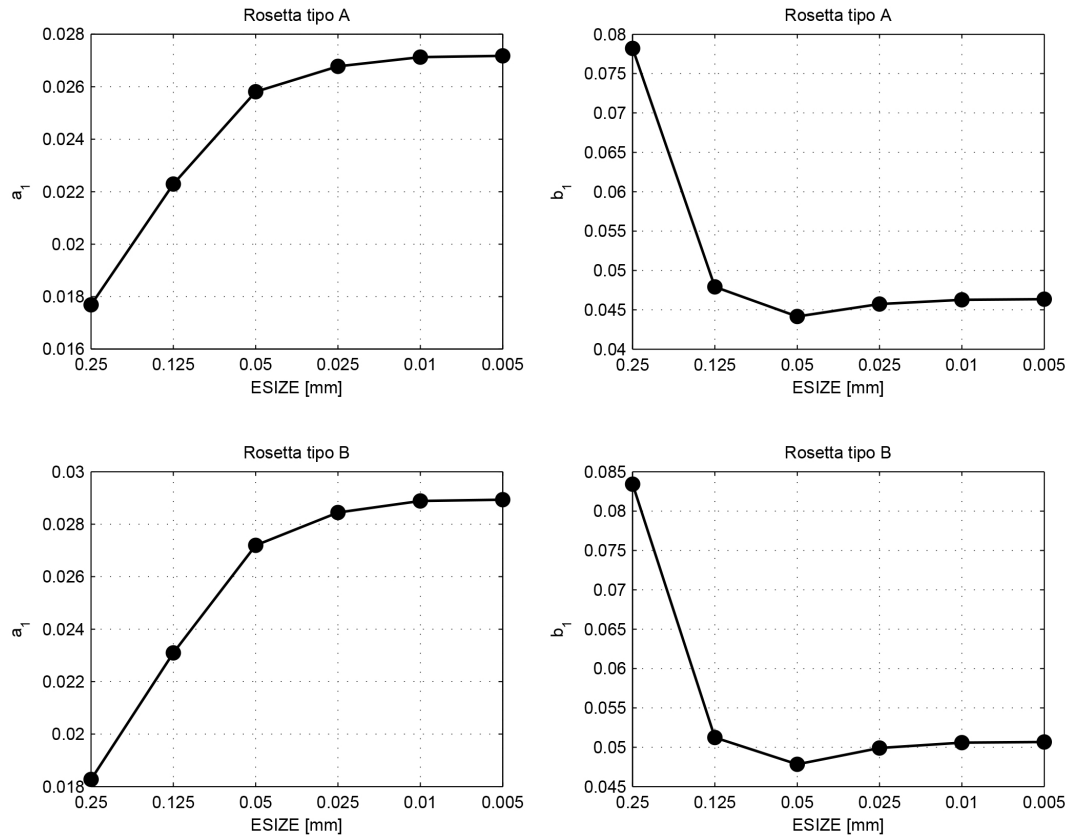
Sono stati calcolati i coefficienti di influenza per rosette tipo A e tipo B. I risultati sono riportati nella Tabella 2.2, in cui si mostrano anche le differenze relative in percentuale tra i risultati delle simulazioni e i valori proposti secondo normativa[3]. Si può osservare che le differenze relative rispetto alla normativa sono comprese nel range  $-5.89\% \leq \Delta \leq 6.97\%$ . Nella maggioranza dei casi studiati tali differenze hanno segno negativo, il che significa che i coefficienti calcolati mediante gli elementi finiti sono in modulo inferiori a quelli proposti dalla normativa. Pertanto, con l'adozione dei nuovi coefficienti le tensioni residue stimate saranno in valore assoluto maggiori rispetto a quelle che si stimerebbero con i coefficienti da normativa: tuttavia, ciò è in favore di sicurezza, visto che a parità di deformazione rilassata, minore è il coefficiente di influenza, maggiore è la tensione residua calcolata.

## 2.2.3 Validazione del modello FEM

Al contrario di quanto visto nel Paragrafo 2.1.1, per i componenti ad alto spessore non è disponibile una soluzione analitica da utilizzare come riferimento per giudicare la bontà dei risultati. In ogni caso, per testare

**Tabella 2.2:** Coefficienti di influenza  $\bar{a}_i$  e  $\bar{b}_i$  per componenti spessi con profili di tensione uniformi, calcolati dalle simulazioni agli elementi finiti. Confronto con coefficienti secondo[3]

Coefficients of influence $\bar{a}_i$										
Rosette tipo A						Rosette tipo B				
Depth [mm]	$D_0$ [mm]					$D_0$ [mm]				
	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
0.1	0.0082	0.0115	0.0153	0.0205	0.0271	0.0087	0.0121	0.0162	0.0218	0.0289
0.2	0.0194	0.0269	0.0359	0.0479	0.0631	0.0205	0.0285	0.0380	0.0508	0.0671
0.3	0.0318	0.0441	0.0587	0.0779	0.1017	0.0336	0.0466	0.0621	0.0826	0.1080
0.4	0.0444	0.0614	0.0815	0.1075	0.1387	0.0468	0.0649	0.0861	0.1137	0.1470
0.5	0.0563	0.0778	0.1028	0.1346	0.1717	0.0593	0.0821	0.1085	0.1421	0.1815
0.6	0.0671	0.0925	0.1218	0.1582	0.1997	0.0707	0.0975	0.1283	0.1667	0.2105
0.7	0.0765	0.1053	0.1380	0.1780	0.2226	0.0806	0.1108	0.1452	0.1873	0.2342
0.8	0.0846	0.1160	0.1514	0.1940	0.2408	0.0889	0.1220	0.1591	0.2038	0.2528
0.9	0.0912	0.1248	0.1622	0.2067	0.2548	0.0958	0.1310	0.1702	0.2169	0.2672
1.0	0.0965	0.1317	0.1706	0.2164	0.2654	0.1012	0.1382	0.1789	0.2268	0.2780
Differenze rispetto alla normativa $\Delta\bar{a}_i$ [%]										
0.1	2.8749	4.1056	2.2461	-2.2591	4.3397	-3.3451	0.9728	1.5240	-0.9902	6.9713
0.2	2.2026	-0.2972	-0.1953	1.9489	6.8972	-2.2723	-1.7918	-2.4369	-0.3173	6.5290
0.3	-0.5432	0.1993	-0.5045	2.5129	4.8363	-1.1144	-0.8143	-2.9391	0.6923	2.8671
0.4	-1.4412	-0.9810	-1.8191	1.3734	2.0112	-2.4582	-1.7329	-3.2226	-0.2720	0.6767
0.5	-1.3093	-0.3167	-1.1478	0.4199	1.0290	-2.7329	-2.3209	-3.1163	-0.6297	-0.8258
0.6	-1.3738	-0.5372	-1.7973	0.1172	0.3686	-3.1945	-2.5039	-2.7750	-1.3438	-1.1521
0.7	-1.8794	-0.6690	-1.4356	-0.0118	0.2733	-2.9355	-2.7692	-3.1859	-1.4403	-1.1972
0.8	3.1271	-0.8349	-1.6842	-0.4920	-0.0967	-3.3391	-2.3999	-2.9700	-1.5221	-1.2406
0.9	-1.9637	-0.9846	-1.7119	-0.6239	-0.4648	-3.2435	-2.2033	-2.7155	-1.8690	-1.4031
1.0	-1.5792	-1.0089	-1.4083	-0.7351	-0.6090	-3.5730	-2.7011	-2.7855	-1.8175	-1.4273
Coefficients of influence $\bar{b}_i$										
Rosette tipo A						Rosette tipo B				
Depth [mm]	$D_0$ [mm]					$D_0$ [mm]				
	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54	1.52	1.78	2.03	2.29	2.54
0.1	0.0156	0.0213	0.0278	0.0362	0.0463	0.0171	0.0234	0.0305	0.0396	0.0506
0.2	0.0364	0.0495	0.0647	0.0838	0.1069	0.0402	0.0546	0.0711	0.0920	0.1171
0.3	0.0603	0.0819	0.1065	0.1374	0.1739	0.0666	0.0903	0.1171	0.1509	0.1906
0.4	0.0857	0.1159	0.1501	0.1923	0.2409	0.0947	0.1278	0.1652	0.2112	0.2639
0.5	0.1110	0.1497	0.1929	0.2454	0.3038	0.1227	0.1652	0.2124	0.2694	0.3325
0.6	0.1353	0.1819	0.2333	0.2943	0.3605	0.1496	0.2008	0.2568	0.3230	0.3942
0.7	0.1579	0.2116	0.2700	0.3382	0.4102	0.1747	0.2336	0.2972	0.3709	0.4481
0.8	0.1785	0.2384	0.3027	0.3765	0.4528	0.1974	0.2631	0.3331	0.4129	0.4944
0.9	0.1967	0.2619	0.3312	0.4095	0.4889	0.2176	0.2891	0.3645	0.4489	0.5336
1.0	0.2126	0.2823	0.3557	0.4375	0.5192	0.2352	0.3116	0.3914	0.4795	0.5665
Differenze rispetto alla normativa $\Delta\bar{b}_i$ [%]										
0.1	-2.7686	1.2589	-0.5564	-2.1561	2.8317	-4.8195	-2.5929	-4.5485	-3.3362	1.1725
0.2	-1.5694	-0.9126	-2.0348	-0.1790	3.8053	-4.3433	-4.2639	-3.9566	-1.0805	1.8627
0.3	-2.6624	-2.5524	-3.2191	0.2787	1.6705	-4.7888	-3.9774	-4.7566	-1.3947	-0.2288
0.4	-2.6625	-2.6363	-3.1894	-0.3478	-0.0591	-5.3377	-4.5985	-5.5996	-2.2071	-2.2730
0.5	-3.4932	-2.8095	-3.5412	-1.0678	-1.0424	-5.6146	-5.0639	-5.5984	-3.0984	-3.0580
0.6	-3.3527	-2.7299	-3.6092	-1.5636	-1.7709	-5.8945	-4.8497	-5.5898	-3.5800	-3.6211
0.7	-3.6991	-2.9267	-3.5599	-1.9818	-1.8754	-5.5810	-5.0510	-5.3454	-3.6509	-3.8379
0.8	-3.5384	-3.1091	-3.5942	-2.2045	-2.2001	-5.5535	-5.0272	-5.3603	-3.9871	-3.9999
0.9	-3.5878	-2.9968	-3.4368	-2.2695	-2.4087	-5.8087	-5.2196	-5.3354	-4.0797	-4.1985
1.0	-3.8044	-2.9808	-3.8693	-2.5677	-2.5916	-5.5327	-4.9874	-5.2329	-4.0935	-4.3050



**Figura 2.17:** Analisi di convergenza della mesh al variare della dimensione degli elementi. A sinistra: coefficiente di influenza  $\bar{a}_1$ . A destra: coefficiente di influenza  $\bar{b}_1$ . Diametro del foro  $D_0 = 2.54\text{mm}$ .

l'affidabilità dei modelli FEM è stata analizzata l'influenza della dimensione degli elementi e delle dimensioni del campione sui risultati.

È stata presa in esame la configurazione a cui corrispondeva la maggior differenza relativa rispetto alla norma: diametro del foro pari a 1.53mm, profondità del foro pari a 0.1mm. Sono stati analizzati diversi valori di element size (0.25, 0.125, 0.05, 0.025, 0.01, 0.005 mm) e per ciascuno di essi sono stati calcolati i coefficienti di influenza  $\bar{a}_1$  e  $\bar{b}_1$ , considerando sia rosette tipo A sia rosette tipo B. In Figura 2.17 si riportano i risultati ottenuti.

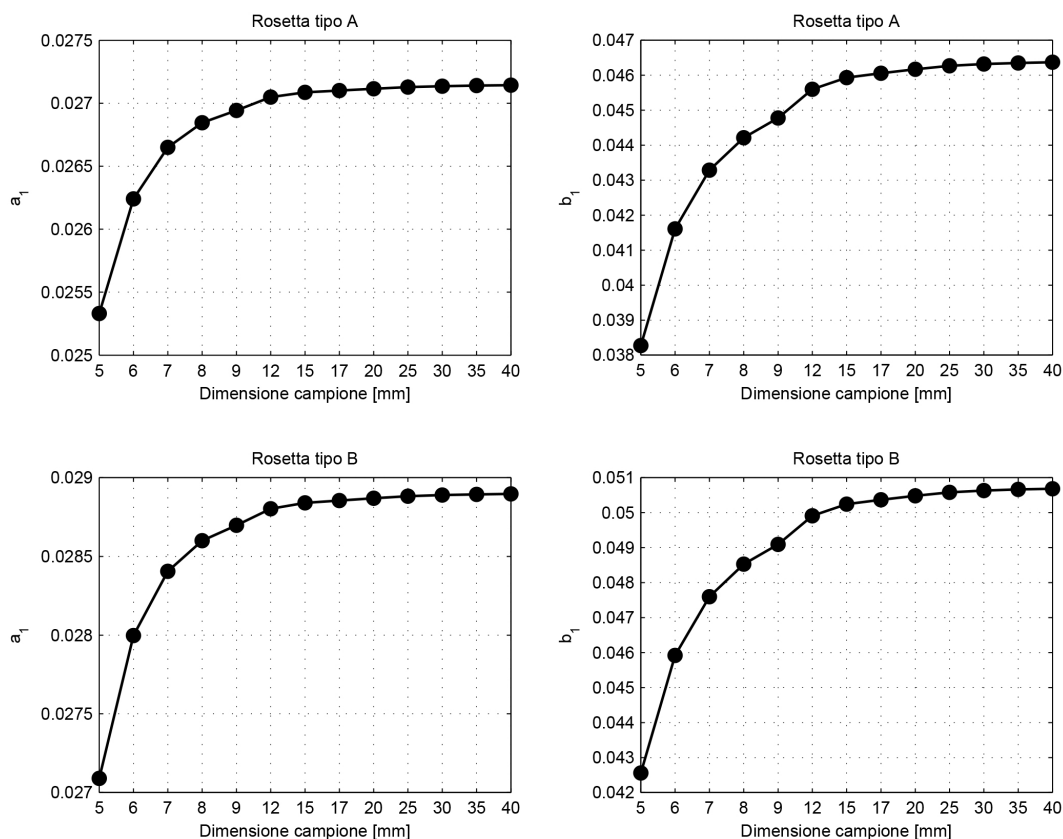
Anche in questo caso, si osserva che la dimensione degli elementi che si è scelto di utilizzare, cioè 0.01mm, fornisce risultati che cadono all'interno del plateau delle curve di convergenza: ciò vuol dire che i risultati sono indipendenti dall'element size scelto.

Successivamente, è stato studiato l'effetto della dimensione esterna del campione sui risultati. In particolare, per il medesimo caso critico individuato in precedenza, è stata condotta un'analisi di convergenza dei risultati adottando le seguenti dimensioni esterne:  $L_x = 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15, 17, 20, 25, 30, 35, 40\text{mm}$ , sia nel caso di sollecitazione equibiaassiale (per la determinazione di  $\bar{a}_1$ ), sia nel caso di sollecitazione di taglio (per la determinazione di  $\bar{b}_1$ ). Si riportano i risultati dell'analisi nella Figura 2.18.

La dimensione del campione che è stata scelta per la creazione dei modelli è  $L_x = 25\text{mm}$ . Osservando la forma delle curve di convergenza, si nota che essa garantisce l'indipendenza dei risultati del calcolo dalla dimensione del campione, visto che, per tutte le casistiche critiche individuate, il punto rappresentativo ricade all'interno della zona pianeggiante.

I risultati plottati in Figura 2.18 si riferiscono a un diametro del foro pari a  $D_0 = 2.54\text{mm}$ , che è quello di dimensioni maggiori tra quelli previsti da[3]. Dato che per gli altri diametri il rapporto tra diametro del foro e dimensione esterna è inferiore rispetto al caso studiato, si può dire che i risultati ottenuti per  $D_0 = 2.54\text{mm}$

siano validi anche per i rimanenti diametri del foro previsti dalla normativa.



**Figura 2.18:** Analisi di convergenza della mesh al variare della dimensione del campione  $L_x$ . A sinistra: coefficiente di influenza  $\bar{a}_1$ . A destra: coefficiente di influenza  $\bar{b}_1$ . Diametro del foro  $D_0 = 2.54\text{mm}$ .

In base ai test effettuati, si ritiene che i risultati derivanti dai modelli aventi element size pari a  $0.01\text{mm}$  e dimensione esterna del campione  $L_x = 25\text{mm}$  sono affidabili e sicuri.

## 2.3 Componenti spessi con profilo di tensione variabile

I coefficienti di influenza da adottare per componenti ad alto spessore in cui il profilo di tensione è variabile lungo lo spessore, vanno calcolati seguendo una procedura che presenta alcune differenze rispetto alle precedenti casistiche. Innanzitutto, è diverso il numero di passi di foratura: infatti, gli step in questo caso sono 20 ed hanno ampiezza pari a  $0.05\text{mm}$  (si raggiunge una profondità finale del foro pari a  $1\text{mm}$ ). La principale differenza, però, sta in quanto segue. Come suggerisce la normativa, i coefficienti  $\bar{a}_{jk}$  e  $\bar{b}_{jk}$  rappresentano la deformazione rilassata e misurata in superficie quando agisce una tensione unitaria uniforme all'interno del  $k$ -esimo strato di materiale, raggiunta la profondità  $j$ -esima del foro (vedi Figura 1.3). Occorre precisare che le deformazioni vengono sempre rilevate sulla superficie del componente e non ad altezza dello strato di materiale su cui agiscono le tensioni: perciò tra il layer in cui agiscono le tensioni e la superficie vi è del materiale che offre una certa resistenza alla deformazione. Per tener conto di questo fatto, ciascun coefficiente di influenza deve derivare dalla sovrapposizione degli effetti mostrata in Figura 2.19. Il coefficiente  $\bar{a}_{jk}$  va calcolato come differenza tra i coefficienti cumulativi  $\bar{a}_{(jk)cum}$  e  $\bar{a}_{(j(k-1))cum}$  che rappresentano la deformazione che si rilassa quando è applicato un carico unitario uniforme equibiassiale sulla superficie laterale del foro, a partire da quota 0 (cioè dalla superficie) fino all'altezza del  $k$ -esimo e del  $(k-1)$ -esimo passo di foratura rispettivamente. I

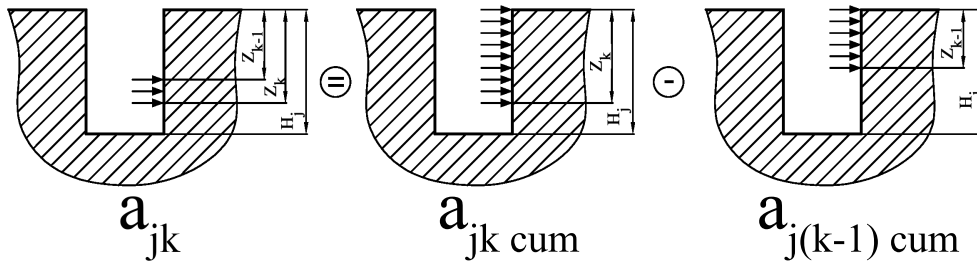


Figura 2.19: Sovrapposizione degli effetti per il calcolo dei coefficienti di influenza.

coefficienti  $\bar{b}_{jk}$  si ricavano secondo un ragionamento analogo, ma applicando una condizione di carico di taglio anziché equibiassiale.

### 2.3.1 Modello agli elementi finiti

Il modello agli elementi finiti è lo stesso utilizzato per i componenti spessi con profili di tensione variabile, pertanto si rimanda alla Figura 2.16 per ulteriori dettagli. La geometria utilizzata è la stessa, eccetto alcune differenze: cambiano il diametro del foro, il numero di passi di foratura e la modalità di applicazione del carico. Il diametro utilizzato è  $D_0 = 2\text{mm}$ . Inoltre, se in precedenza il carico distribuito viene applicato dalla superficie fino al fondo del foro, in questa fase non è necessario arrivare fino al fondo, ma ci si ferma alla profondità in esame ( $Z_k$ ). In base a quanto detto in precedenza, per ciascun coefficiente di influenza ( $\bar{a}_{jk}$  e  $\bar{b}_{jk}$ ) è necessario eseguire 2 simulazioni, una in cui il carico viene applicato dalla superficie fino alla profondità attuale ( $k$ ) e una con il carico applicato fino alla profondità ( $k - 1$ ), a parità di profondità  $H_j$  del foro (Figura 2.19). Si osserva che ciascuna simulazione caratterizzata dalla coppia di indici  $j, k$  rappresenta la simulazione  $j, (k - 1)$  per la simulazione relativa al passo di foratura successivo ( $k + 1$ ). Il numero complessivo di simulazioni da eseguire per determinare completamente le matrici dei coefficienti di influenza (tipo Tabelle 1.6 e 1.7) sono 420, cioè 210 per ciascuna matrice. Le simulazioni sono state realizzate attraverso uno script in linguaggio APDL (riportato in Appendice A), nel quale vengono fatte variare in maniera iterativa la condizione di carico (a parità di profondità del foro  $H_j$ ) e successivamente la profondità del foro stessa: in questo modo vengono create in maniera automatica tutte le geometrie e tutte le condizioni di carico necessarie.

### 2.3.2 Risultati delle analisi

Al solito, si mappano spostamenti e tensioni sui punti di un path, opportunamente creato sui nodi della superficie del campione, e si salvano i risultati in files di testo a ciascuna iterazione. Successivamente si elaborano tali files all'interno di un algoritmo in Matlab per determinare le deformazioni rilevate dagli estensimetri a ciascun passo di foratura e a ciascuna profondità del foro ( $\varepsilon_{1,jk}, \varepsilon_{2,jk}, \varepsilon_{3,jk}$ ). Tali deformazioni vengono rielaborate per ottenere le componenti di deformazione equibiassiali, deviatoriche e di puro taglio (rispettivamente  $p_{jk}, q_{jk}, t_{jk}$ ), secondo relazioni simili alle 1.10. Ogni singolo coefficiente di influenza (ad esempio  $\bar{a}_{jk}$ ) viene calcolato tramite la sovrapposizione degli effetti illustrata in Figura 2.19. Si ricavano dapprima i coefficienti cumulativi  $\bar{a}_{(jk)cum}$  e  $\bar{a}_{(j(k-1))cum}$  attraverso le equazioni:

$$\bar{a}_{(jk)cum} = \frac{E p_{jk}}{P(1 + \nu)} \quad (2.21a)$$

$$\bar{a}_{(j(k-1))cum} = \frac{E p_{j(k-1)}}{P(1 + \nu)} \quad (2.21b)$$

nelle quali  $P = 1\text{MPa}$ . In seguito, si determina il coefficiente di influenza in esame:

$$\bar{a}_{jk} = \bar{a}_{(jk)cum} - \bar{a}_{(j(k-1))cum} \quad (2.22)$$

Lo stesso procedimento si applica ai coefficienti  $\bar{b}_{jk}$ , utilizzando relazioni del tipo 2.20b.

Mediante il procedimento appena descritto sono state determinate le matrici  $[\bar{a}]$  e  $[\bar{b}]$  dei coefficienti di influenza, sia per rosette estensimetriche tipo A sia per rosette tipo B. Le nuove matrici vengono riportate di seguito nelle Tabelle 2.3 e 2.4. Invece, nelle Tabelle 2.5 e 2.6 si riportano le differenze percentuali rispetto ai medesimi valori proposti da[3]. In generale, le differenze rispetto alla normativa sono comprese in un range di  $-9.9\% \leq \Delta\% \leq 7.14\%$ . Si osserva che nella quasi totalità dei casi, tali differenze hanno segno negativo: ciò significa che, utilizzando i nuovi coefficienti di influenza, il metodo del foro darà come risultato finale delle tensioni residue che saranno sovrastimate rispetto a quelle che si avrebbero adottando i coefficienti proposti da[3] (vedi Tabelle 1.6 e 1.7). Per verificare quanto appena affermato, si rimanda il lettore al Paragrafo 3.4, in cui sono presentati diversi esempi di applicazione del metodo del foro che mettono in luce i vantaggi dell'utilizzo dei nuovi coefficienti di influenza. Nelle successive applicazioni del metodo del foro, eccetto alcuni casi particolari, in questo elaborato verranno adottati sempre i nuovi coefficienti di influenza.

### 2.3.3 Validazione del modello FEM

Al fine di verificare l'affidabilità del modello FEM, viene eseguita l'analisi di convergenza sulle dimensioni degli elementi e sulle dimensioni del campione. Analogamente a quanto fatto in precedenza, è stata presa in esame la configurazione che presenta le differenze percentuali maggiori in termini di coefficienti di influenza rispetto alla normativa. Analizzando le Tabelle 2.5 e 2.6 è stato individuato come caso critico quello in cui la profondità del foro (Hole Depth) è pari a 1.00mm ( $j = 20$ ) e il carico viene applicato al primo passo di foratura (Stress Depth pari a 0.05mm, cioè  $k = 1$ ): in tale configurazione, la profondità del foro è quella massima, mentre il carico è applicato sullo strato più vicino agli estensimetri, pertanto la resistenza offerta dal campione è minima, mentre le deformazioni rilevate sono le massime tra tutte le configurazioni da studiare.

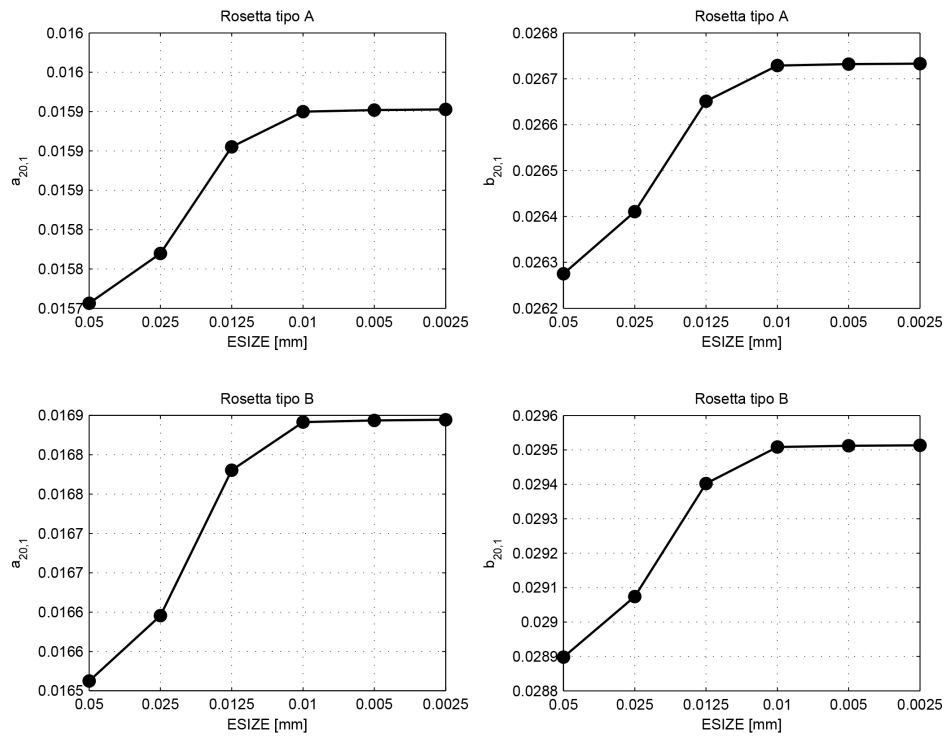
Sono stati presi in esame diversi valori di element size da assegnare agli elementi nella zona in prossimità del foro. Essi sono: 0.05, 0.025, 0.0125, 0.01, 0.005, 0.0025mm. Per ciascuna analisi sono stati calcolati i coefficienti di influenza  $\bar{a}_{20,1}$  e  $\bar{b}_{20,1}$ , sia per rosette tipo A sia per rosette tipo B. Il loro andamento al variare dell'element size viene mostrato in Figura 2.20.

Dall'esame dei grafici di convergenza delle dimensioni degli elementi, si osserva che l'element size utilizzato nei modelli, ossia  $ESIZE = 0.01\text{mm}$ , si trova nel plateau delle curve di convergenza, perciò i risultati dei modelli possono essere ritenuti indipendenti dalla risoluzione della mesh utilizzata.

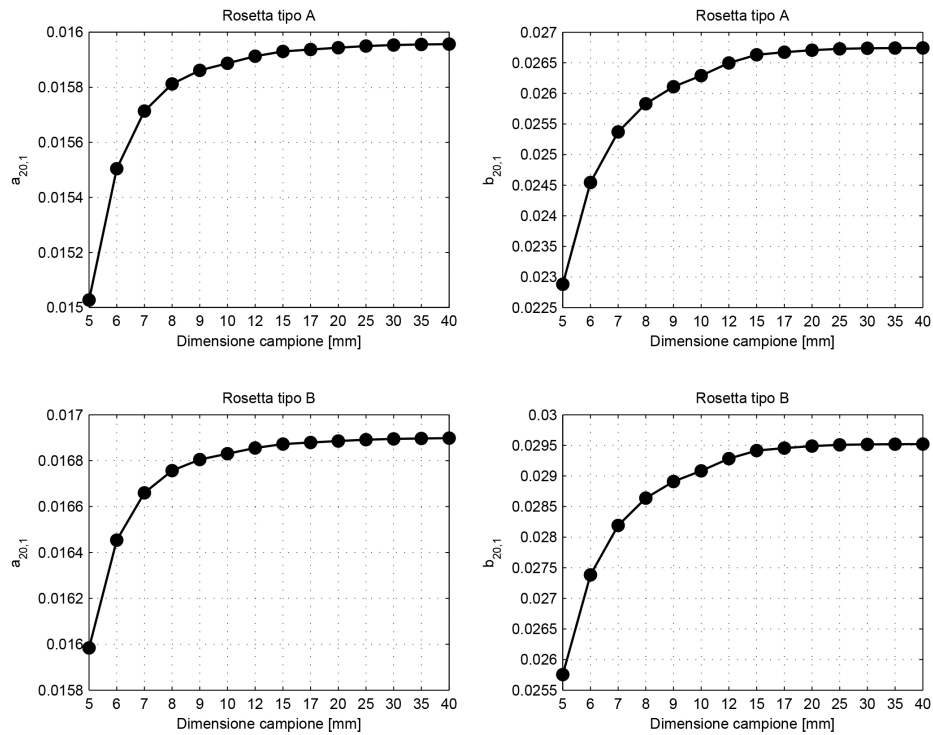
La seconda analisi di convergenza riguarda gli effetti che le dimensioni del campione hanno sui risultati del modello. Al solito, sono stati calcolati i coefficienti di influenza corrispondenti al caso critico individuato, facendo variare le dimensioni del campione. Sono stati presi in esame i seguenti 14 valori:  $L_x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 17, 20, 25, 30, 35, 40\text{mm}$ . Si riportano i risultati di tale analisi nella Figura 2.21.

Nei grafici di convergenza in Figura 2.21 il punto corrispondente alla dimensione utilizzata nei modelli, cioè  $L_x = 25\text{mm}$ , cade all'interno della zona pianeggiante delle curve. Ciò implica che i risultati dei modelli, in tutti i casi analizzati, sono indipendenti da tale valore di  $L_x$ , il quale può essere utilizzato nei successivi modelli senza compromettere la bontà dei risultati.

Alla luce dei test effettuati si ritiene che i risultati derivanti dai modelli aventi element size pari a 0.01mm e dimensione esterna del campione  $L_x = 25\text{mm}$  sono affidabili e sicuri.



**Figura 2.20:** Analisi di convergenza della mesh al variare della dimensione degli elementi. A sinistra: coefficiente di influenza  $\bar{a}_{20,1}$ . A destra: coefficiente di influenza  $\bar{b}_{20,1}$ . Diametro del foro  $D_0 = 2\text{mm}$ .



**Figura 2.21:** Analisi di convergenza della mesh al variare della dimensione del campione  $L_x$ . A sinistra: coefficiente di influenza  $\bar{a}_{20,1}$ . A destra: coefficiente di influenza  $\bar{b}_{20,1}$ . Diametro del foro  $D_0 = 2\text{mm}$ .



**Tabella 2.4:** Matrici dei coefficienti di influenza  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  per profili di tensione variabile, rosette tipo B, fori di diametro pari a 2mm, calcolate attraverso le analisi agli elementi finiti.

Hole depth [mm]		Coefficienti di influenza $\bar{a}_{j,k}$																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-0.0691																				
0.10	-0.0830	-0.0742																			
0.15	-0.0946	-0.0874	-0.0762																		
0.20	-0.1049	-0.0980	-0.0893	-0.0761																	
0.25	-0.1140	-0.1071	-0.0991	-0.0891	-0.0744																
0.30	-0.1221	-0.1152	-0.1074	-0.0983	-0.0871	-0.0714															
0.35	-0.1293	-0.1222	-0.1146	-0.1059	-0.0958	-0.0838	-0.0675														
0.40	-0.1355	-0.1284	-0.1208	-0.1124	-0.1028	-0.0920	-0.0795	-0.0630													
0.45	-0.1410	-0.1338	-0.1262	-0.1179	-0.1087	-0.0985	-0.0872	-0.0745	-0.0581												
0.50	-0.1458	-0.1385	-0.1309	-0.1227	-0.1136	-0.1038	-0.0932	-0.0817	-0.0689	-0.0529											
0.55	-0.1499	-0.1426	-0.1350	-0.1268	-0.1178	-0.1082	-0.0980	-0.0871	-0.0756	-0.0632	-0.0476										
0.60	-0.1535	-0.1462	-0.1385	-0.1303	-0.1214	-0.1119	-0.1019	-0.0915	-0.0806	-0.0693	-0.0573	-0.0425									
0.65	-0.1566	-0.1492	-0.1415	-0.1333	-0.1245	-0.1151	-0.1052	-0.0950	-0.0846	-0.0739	-0.0630	-0.0514	-0.0375								
0.70	-0.1592	-0.1518	-0.1441	-0.1359	-0.1271	-0.1178	-0.1080	-0.0980	-0.0878	-0.0775	-0.0671	-0.0567	-0.0458	-0.0327							
0.75	-0.1615	-0.1541	-0.1464	-0.1381	-0.1293	-0.1200	-0.1104	-0.1004	-0.0904	-0.0803	-0.0704	-0.0605	-0.0506	-0.0404	-0.0282						
0.80	-0.1635	-0.1560	-0.1483	-0.1400	-0.1313	-0.1220	-0.1123	-0.1025	-0.0926	-0.0827	-0.0729	-0.0634	-0.0540	-0.0447	-0.0353	-0.0240					
0.85	-0.1652	-0.1577	-0.1499	-0.1417	-0.1329	-0.1236	-0.1140	-0.1042	-0.0944	-0.0846	-0.0750	-0.0656	-0.0566	-0.0478	-0.0392	-0.0305	-0.0202				
0.90	-0.1666	-0.1591	-0.1514	-0.1431	-0.1343	-0.1250	-0.1154	-0.1057	-0.0959	-0.0862	-0.0767	-0.0675	-0.0586	-0.0501	-0.0420	-0.0340	-0.0260	-0.0166			
0.95	-0.1678	-0.1604	-0.1526	-0.1443	-0.1355	-0.1262	-0.1166	-0.1069	-0.0971	-0.0875	-0.0781	-0.0690	-0.0603	-0.0520	-0.0441	-0.0365	-0.0292	-0.0220	-0.0134		
1.00	-0.1689	-0.1614	-0.1536	-0.1453	-0.1365	-0.1272	-0.1176	-0.1079	-0.0982	-0.0886	-0.0792	-0.0702	-0.0616	-0.0534	-0.0457	-0.0384	-0.0315	-0.0248	-0.0182	-0.0105	

Hole depth [mm]		Coefficienti di influenza $\bar{b}_{j,k}$																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-0.1326																				
0.10	-0.1532	-0.1434																			
0.15	-0.1708	-0.1640	-0.1495																		
0.20	-0.1866	-0.1807	-0.1706	-0.1523																	
0.25	-0.2010	-0.1956	-0.1868	-0.1738	-0.1526																
0.30	-0.2139	-0.2089	-0.2009	-0.1896	-0.1742	-0.1507															
0.35	-0.2256	-0.2208	-0.2133	-0.2030	-0.1895	-0.1722	-0.1472														
0.40	-0.2360	-0.2314	-0.2243	-0.2146	-0.2022	-0.1870	-0.1683	-0.1423													
0.45	-0.2452	-0.2409	-0.2340	-0.2247	-0.2130	-0.1989	-0.1824	-0.1629	-0.1423												
0.50	-0.2534	-0.2492	-0.2426	-0.2336	-0.2223	-0.2090	-0.1937	-0.1763	-0.1629	-0.1423											
0.55	-0.2605	-0.2566	-0.2501	-0.2413	-0.2304	-0.2176	-0.2031	-0.1869	-0.1729	-0.1565	-0.1299										
0.60	-0.2668	-0.2630	-0.2567	-0.2481	-0.2374	-0.2250	-0.2110	-0.1955	-0.1789	-0.1650	-0.1489	-0.1229									
0.65	-0.2722	-0.2686	-0.2624	-0.2540	-0.2435	-0.2314	-0.2177	-0.2028	-0.1869	-0.1700	-0.1522	-0.1327	-0.1084								
0.70	-0.2770	-0.2735	-0.2674	-0.2591	-0.2488	-0.2368	-0.2234	-0.2089	-0.1935	-0.1774	-0.1606	-0.1432	-0.1243	-0.1011							
0.75	-0.2811	-0.2777	-0.2717	-0.2635	-0.2534	-0.2416	-0.2284	-0.2141	-0.1991	-0.1835	-0.1674	-0.1510	-0.1341	-0.1160	-0.0940						
0.80	-0.2846	-0.2814	-0.2755	-0.2674	-0.2573	-0.2456	-0.2326	-0.2186	-0.2038	-0.1885	-0.1730	-0.1572	-0.1413	-0.1250	-0.1079	-0.0872					
0.85	-0.2877	-0.2845	-0.2787	-0.2707	-0.2607	-0.2492	-0.2363	-0.2224	-0.2078	-0.1928	-0.1776	-0.1623	-0.1470	-0.1317	-0.1162	-0.1000	-0.0806				
0.90	-0.2903	-0.2872	-0.2815	-0.2736	-0.2637	-0.2522	-0.2394	-0.2256	-0.2112	-0.1964	-0.1814	-0.1664	-0.1514	-0.1401	-0.1223	-0.1077	-0.0925	-0.0743			
0.95	-0.2926	-0.2896	-0.2839	-0.2760	-0.2662	-0.2548	-0.2421	-0.2284	-0.2141	-0.1994	-0.1847	-0.1699	-0.1554	-0.1411	-0.1271	-0.1133	-0.1009	-0.0995	-0.0853	-0.0684	
1.00	-0.2945	-0.2916	-0.2860	-0.2781	-0.2684	-0.2570	-0.2444	-0.2308	-0.2166	-0.2020	-0.1874	-0.1728	-0.1585	-0.1445	-0.1309	-0.1176	-0.1046	-0.0917	-0.0785	-0.0628	

**Tabella 2.5:** Differenze percentuali tra i nuovi coefficienti di influenze  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  e i medesimi proposti dal[3] per rosette tipo A.

Hole		$\Delta \bar{a}_{j,k} [\%]$																			
depth		Stress depth [mm]																			
[mm]		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-3.880																				
0.10	-3.939	-1.836																			
0.15	-4.762	-2.213	-1.823																		
0.20	-5.439	-3.716	-1.681	-2.512																	
0.25	-5.787	-4.949	-3.315	-1.619	-3.141																
0.30	-5.885	-5.721	-4.691	-3.209	-1.683	-3.251															
0.35	-5.640	-6.054	-5.689	-4.667	-3.084	-1.356	-2.494														
0.40	-6.086	-5.890	-5.501	-6.182	-4.102	-2.278	-0.442	-2.327													
0.45	-6.149	-6.073	-5.709	-5.876	-4.926	-3.731	-2.061	-0.392	-2.163												
0.50	-6.082	-6.106	-5.765	-5.185	-5.150	-4.550	-3.493	-1.960	0.164	-0.875											
0.55	-6.284	-6.152	-5.837	-5.628	-4.895	-4.275	-4.740	-2.883	-1.142	0.706	-1.388										
0.60	-6.329	-6.227	-5.940	-5.662	-5.056	-4.610	-4.393	-3.873	-2.740	-1.015	1.167	-0.480									
0.65	-6.425	-6.290	-5.963	-5.901	-5.147	-4.728	-4.660	-3.528	-4.155	-2.100	-0.037	2.004	-0.591								
0.70	-6.476	-6.367	-6.065	-5.876	-5.267	-4.902	-4.758	-3.807	-3.618	-3.141	-1.740	0.141	2.419								
0.75	-6.455	-6.363	-6.080	-5.969	-5.297	-4.989	-4.795	-3.957	-3.288	-3.346	-2.675	-1.358	0.672	1.495							
0.80	-6.448	-6.373	-6.107	-6.007	-5.272	-4.872	-4.885	-4.096	-3.866	-2.974	-2.367	-2.430	-0.742	1.652	1.372						
0.85	-6.375	-6.311	-6.120	-5.963	-5.306	-4.903	-4.726	-4.161	-3.965	-3.208	-2.579	-2.042	-1.774	-0.489	1.782	4.634					
0.90	-6.328	-6.274	-6.032	-6.011	-5.298	-4.893	-4.618	-4.017	-4.156	-3.236	-2.615	-2.473	-1.598	-1.584	0.104	2.320	1.159	0.838			
0.95	-6.341	-6.299	-6.072	-5.932	-5.363	-4.966	-4.689	-4.171	-4.087	-3.335	-2.770	-2.563	-1.934	-1.231	-1.263	0.439	2.808	5.767	1.100		
1.00	-6.398	-6.312	-6.157	-6.096	-5.410	-5.021	-4.827	-4.225	-4.121	-3.340	-2.718	-2.210	-1.940	-1.020	-1.307	-0.399	1.095	3.667	7.146	1.385	

Hole		$\Delta \bar{b}_{j,k} [\%]$																			
depth		Stress depth [mm]																			
[mm]		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-4.261																				
0.10	-5.073	-3.381																			
0.15	-6.196	-3.996	-3.734																		
0.20	-6.875	-5.342	-3.727	-4.286																	
0.25	-7.231	-6.396	-5.142	-3.790	-4.704																
0.30	-7.208	-7.005	-6.303	-5.128	-3.867	-4.581															
0.35	-6.880	-7.254	-7.113	-6.404	-5.170	-3.585	-3.832														
0.40	-7.310	-7.002	-6.801	-7.853	-5.990	-4.460	-2.854	-3.704													
0.45	-7.405	-7.145	-6.974	-7.480	-6.739	-5.768	-4.417	-2.785	-3.368												
0.50	-7.473	-7.225	-7.097	-6.857	-6.947	-6.592	-5.791	-4.423	-2.495	-2.415											
0.55	-7.593	-7.289	-7.138	-7.407	-6.514	-6.106	-6.909	-5.245	-2.816	-2.089	-2.816										
0.60	-7.626	-7.344	-7.178	-7.409	-6.604	-6.237	-6.337	-5.973	-3.793	-1.873	-1.873	-2.140									
0.65	-7.582	-7.324	-7.185	-7.467	-6.608	-6.268	-6.298	-5.461	-2.495	-2.126	-2.126	-2.140									
0.70	-7.607	-7.343	-7.237	-7.431	-6.683	-6.356	-6.356	-5.670	-3.028	-1.992	-1.992	-1.992	-1.981								
0.75	-7.536	-7.303	-7.231	-7.527	-6.751	-6.411	-6.335	-5.765	-5.292	-4.631	-3.028	-2.944	-1.223								
0.80	-7.580	-7.316	-7.249	-7.545	-6.779	-6.476	-6.423	-5.826	-5.870	-5.195	-4.673	-5.195	-2.635								
0.85	-7.649	-7.357	-7.266	-7.531	-6.816	-6.519	-6.459	-5.898	-5.209	-4.673	-4.673	-4.673	-2.635	-1.319							
0.90	-7.688	-7.407	-7.294	-7.602	-6.837	-6.551	-6.534	-5.844	-5.898	-5.244	-4.887	-4.840	-3.981	-2.778	-1.319						
0.95	-7.715	-7.413	-7.314	-7.601	-6.893	-6.586	-6.539	-5.903	-5.875	-5.339	-5.007	-4.721	-4.350	-2.108	-0.279	-1.231					
1.00	-7.682	-7.394	-7.311	-7.612	-6.892	-6.604	-6.572	-5.911	-5.798	-5.304	-5.061	-4.917	-4.439	-3.663	-2.269	-1.119	-0.309	-2.269	-3.541	-0.425	-1.301

**Tabella 2.6:** Differenze percentuali tra i nuovi coefficienti di influenza  $\bar{a}_{j,k}$  e  $\bar{b}_{j,k}$  e i medesimi proposti dal[3] per rosette tipo B.

Hole depth [mm]		$\Delta \bar{a}_{j,k}$ [%]																			
		Stress depth [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-4.794																				
0.10	-5.495	-3.123																			
0.15	-6.590	-3.802	-3.251																		
0.20	-7.399	-5.525	-3.342	-3.995																	
0.25	-7.803	-6.773	-4.966	-3.298	-4.731																
0.30	-7.826	-7.505	-6.348	-4.842	-3.315	-4.876															
0.35	-7.474	-7.756	-7.214	-6.194	-4.555	-2.871	-4.051														
0.40	-7.874	-7.479	-6.845	-7.443	-5.485	-3.737	-1.958	-3.658													
0.45	-8.031	-7.702	-7.178	-7.017	-6.395	-5.213	-3.530	-1.757	-3.087												
0.50	-8.158	-7.883	-7.400	-6.577	-6.639	-5.044	-5.044	-3.364	-0.945	-1.354	-1.976										
0.55	-8.269	-7.980	-7.532	-7.269	-6.262	-5.659	-6.349	-4.162	-2.291	-0.234											
0.60	-8.214	-8.013	-7.656	-7.334	-6.529	-5.933	-5.796	-5.109	-3.900	-2.066	0.127	-1.226									
0.65	-8.179	-7.947	-7.610	-7.483	-6.542	-6.044	-5.866	-4.679	-5.185	-3.264	-1.142	1.079	-1.134								
0.70	-8.233	-8.028	-7.658	-7.415	-6.677	-6.156	-5.904	-4.966	-4.704	-4.354	-2.846	-0.739	1.753	0.004							
0.75	-8.185	-7.997	-7.704	-7.474	-6.746	-6.213	-5.992	-5.161	-4.353	-4.364	-3.628	-2.333	-0.066	2.991	1.851						
0.80	-8.215	-8.046	-7.717	-7.560	-6.780	-6.314	-6.067	-5.103	-4.976	-3.881	-3.173	-3.279	-1.664	0.952	3.997	2.706					
0.85	-8.195	-8.041	-7.727	-7.581	-6.814	-6.347	-6.004	-5.175	-4.883	-4.000	-3.251	-2.612	-2.603	-1.224	1.290	4.711	3.472				
0.90	-8.155	-8.013	-7.712	-7.712	-6.819	-6.283	-6.075	-5.149	-4.900	-3.947	-3.317	-2.912	-1.960	-2.455	-0.768	2.208	5.850	2.759			
0.95	-8.229	-8.050	-7.764	-7.581	-6.837	-6.303	-6.093	-5.326	-4.876	-4.085	-3.511	-2.863	-2.341	-1.603	-1.876	-0.205	2.627	6.111	2.582		
1.00	-8.348	-8.133	-7.809	-7.638	-6.846	-6.320	-6.106	-5.334	-5.141	-4.249	-3.639	-3.056	-2.579	-1.304	-1.995	-1.336	0.236	2.665	6.077	1.345	

Hole depth [mm]		$\Delta \bar{b}_{j,k}$ [%]																			
		Stress depth [mm]																			
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.05	-6.403																				
0.10	-7.324	-5.441																			
0.15	-8.488	-6.080	-5.694																		
0.20	-9.191	-7.465	-5.751	-6.202																	
0.25	-9.552	-8.528	-7.134	-5.748	-6.617																
0.30	-9.538	-9.143	-8.262	-7.049	-5.749	-6.605															
0.35	-9.220	-9.394	-9.074	-8.321	-7.056	-5.545	-5.882														
0.40	-9.584	-9.129	-8.785	-9.659	-7.892	-6.374	-4.871	-5.734													
0.45	-9.682	-9.301	-8.980	-9.363	-8.628	-7.641	-6.300	-4.708	-5.213												
0.50	-9.708	-9.366	-9.147	-8.801	-8.883	-8.450	-7.630	-6.164	-4.184	-3.958											
0.55	-9.793	-9.431	-9.220	-9.415	-8.454	-7.989	-8.740	-6.934	-5.422	-3.704	-4.321										
0.60	-9.812	-9.495	-9.300	-9.456	-8.603	-8.166	-8.201	-7.720	-6.792	-5.324	-3.471	-3.739									
0.65	-9.828	-9.497	-9.322	-9.549	-8.648	-8.228	-8.148	-7.231	-7.946	-6.376	-4.667	-2.933									
0.70	-9.841	-9.532	-9.351	-9.529	-8.754	-8.342	-8.235	-7.433	-7.366	-7.122	-6.055	-4.502	-3.740								
0.75	-9.797	-9.482	-9.358	-9.558	-8.785	-8.426	-8.315	-7.540	-6.924	-6.726	-5.801	-4.311	-3.318								
0.80	-9.874	-9.471	-9.318	-9.544	-8.809	-8.477	-8.379	-7.616	-7.446	-6.756	-6.298	-5.363	-3.741	-2.318	-2.462						
0.85	-9.875	-9.476	-9.298	-9.463	-8.799	-8.499	-8.426	-7.727	-7.519	-6.905	-6.491	-6.144	-6.199	-5.260	-3.715	-2.340					
0.90	-9.869	-9.475	-9.305	-9.476	-8.794	-8.500	-8.493	-7.682	-7.649	-7.008	-6.579	-6.436	-6.144	-5.260	-3.715	-1.826	-2.340				
0.95	-9.893	-9.508	-9.321	-9.442	-8.805	-8.522	-8.485	-7.717	-7.593	-7.060	-6.690	-6.480	-6.480	-5.508	-5.036	-3.426	-1.615	-2.491			
1.00	-9.877	-9.502	-9.328	-9.520	-8.843	-8.543	-8.517	-7.727	-7.524	-7.023	-6.676	-6.473	-5.874	-5.556	-5.788	-4.997	-4.742	-3.260	-1.421	-2.325	-2.040

## Capitolo 3

# Simulazione agli elementi finiti del processo di foratura

In questo Capitolo si presenta quanto fatto per simulare l'esecuzione della foratura secondo la procedura prevista dalla normativa[3] per la determinazione delle tensioni residue. Lo scopo è quello di mettere a punto una procedura di costruzione di modelli agli elementi finiti che consenta di replicare il processo di foratura a più step nella maniera più accurata possibile. Il principale vantaggio che si può trarre da questo studio consiste nel fatto che, una volta perfezionato l'approccio con cui si simula la foratura al FEM, quest'ultimo può essere riprodotto in altri modelli FEM per analizzare gli effetti delle problematiche di misura del metodo del foro in maniera approfondita e senza ricorrere a onerose campagne di test in laboratorio. Infatti, dalle prove pratiche è molto difficile isolare una fonte di errore e studiarne l'influenza sui risultati finali in modo accurato: sono molteplici i fattori che intervengono durante l'esecuzione della foratura e molto spesso essi si manifestano simultaneamente. Inoltre, dato che il metodo del foro è un metodo semi-distruttivo, una volta portata a termine, la foratura non può più essere ripetuta nello stesso componente con le stesse condizioni al contorno, in quanto è stato rimosso del materiale. Con gli elementi finiti questo inconveniente viene meno e pertanto si possono eseguire campagne di simulazioni facendo variare il parametro di interesse, mantenendo fissate tutte le altre condizioni al contorno. Questo è possibile solo dopo aver definito in maniera rigorosa l'approccio di simulazione del processo di foratura che più si avvicina alla realtà.

Di seguito si presentano i modelli utilizzati e i risultati ottenuti. Infine, si esegue un confronto tra i diversi approcci presi in esame per stabilire, a valle di tutte le prove, quale approccio fornisce la migliore previsione dello stato tensionale.

### 3.1 Definizione degli approcci di simulazione

La foratura è una lavorazione meccanica durante cui una parte del materiale viene rimossa dal componente. Per quanto riguarda il metodo del foro, la foratura può avvenire in due modi: in un'unica passata, per componenti sottili, oppure in più passate avanzando l'utensile a passi costanti, per componenti spessi. Pertanto, l'approccio di simulazione deve essere in grado di:

- replicare la risposta del componente a seguito della rimozione del materiale
- simulare uno o più passi di foratura, a seconda dell'applicazione.

Di questi requisiti, il primo punto rappresenta l'aspetto cruciale. Sono stati individuati tre possibili approcci con cui simulare la foratura agli elementi finiti.

Il primo metodo si basa sulla capability "Element Birth and Death" disponibile all'interno del software ANSYS® per diverse tipologie di elemento. Essa consente di "disattivare" elementi precedentemente selezionati, pre-moltiplicando gli elementi della matrice di rigidezza che corrispondono agli elementi del modello da disattivare per un coefficiente molto piccolo tendente a zero. In questo modo, agli elementi selezionati viene assegnata una rigidezza di diversi ordini di grandezza inferiore a quella degli altri elementi, perciò il loro contributo agli spostamenti diventa trascurabile: nonostante essi siano presenti all'interno del modello, è come se non ci fossero più.<sup>1</sup> Il primo approccio, pertanto, consiste nel disattivare tramite EKILL gli elementi che stanno all'interno del foro e che rappresentano il materiale che va rimosso. Per i componenti sottili occorre disattivare tutti gli elementi che servono allo stesso istante, mentre per i componenti ad alto spessore si selezionano e si disattivano, uno strato alla volta in sequenza, gli elementi del modello che costituiscono lo strato da rimuovere: così facendo, nel primo caso si simula la foratura in un'unica passata, nel secondo in più passi.

Il secondo metodo preso in esame consiste nella sostituzione del materiale degli elementi all'interno del foro: ad essi viene assegnato un materiale aventi proprietà elastiche tendenti a zero, in modo tale che i risultati del modello non risentano più della loro presenza. Analogamente al primo metodo, ciò viene fatto in un unico istante se si tratta di componenti sottili, oppure in istanti diversi se si tratta di componenti ad alto spessore, partendo dalla superficie e avanzando in profondità, per simulare la foratura in una unica passata o in più step rispettivamente.

Il terzo ed ultimo metodo esaminato prevede di modellare la geometria in modo tale per cui il materiale del foro sia inizialmente "incollato" al resto del componente mediante dei contatti MPC (Multi-Point Constraint), che bloccano tutti i gradi di libertà delle superfici a contatto. In questo caso, la foratura viene simulata rimuovendo in sequenza (o in un unico istante se il componente è sottile) i contatti tra le superfici del volume da rimuovere e il volume da mantenere: in questo modo si simula il distacco fisico del materiale dal foro dal componente.

Ciascun metodo viene testato sia per componenti sottili, sia per componenti ad alto spessore, con tensione uniforme e variabile lungo lo spessore. Inizialmente, il test prevede di introdurre uno stato tensionale noto all'interno del materiale. Successivamente si simula il processo di foratura seguendo le indicazioni della normativa (vedi Capitolo 1) e si rilevano le deformazioni rilassate ad ogni passo di foratura. Infine, si elaborano i dati applicando la procedura del metodo del foro e si calcolano le tensioni residue derivanti dalle deformazioni rilassate "simulate". Poiché lo stato di tensione è imposto, si possono mettere a confronto i risultati ottenuti con i valori attesi. Tale confronto permetterà di stabilire, a valle di tutte le prove, quale approccio FEM restituisce la migliore previsione dello stress.

## 3.2 Modelli agli elementi finiti

Per sfruttare l'assialsimmetria della geometria, visto che il foro da realizzare è anch'esso perfettamente assialsimmetrico, si è deciso di utilizzare gli elementi PLANE25, come fatto nel Capitolo 2 per la determinazione dei coefficienti di influenza. Tale scelta è conveniente in quanto permette di ridurre le analisi 3D in analisi 2D, e di conseguenza è possibile adottare mesh più accurate con un onere computazionale complessivamente minore rispetto al caso tridimensionale. I modelli utilizzati sono del tutto simili a quelli per la determinazione dei coefficienti di influenza, eccetto alcune differenze. Innanzitutto, il foro ha le seguenti caratteristiche: diametro  $D_0 = 2\text{mm}$  e, per componenti spessi, profondità massima  $H_{max} = 1\text{mm}$ . Gli ingombri esterni e le zone caratteristiche della mesh sono le stesse utilizzate nel Capitolo 2: per i componenti sottili si rimanda il lettore alla Figura 2.5, mentre per componenti ad alto spessore si fa riferimento alla mesh mostrata in Fig-

<sup>1</sup>L'opzione "Element Birth and Death" funziona anche al contrario, ovvero è possibile riattivare elementi che sono stati disattivati in precedenza, ma ciò non serve ai fini delle analisi del presente elaborato.

ra 2.16. I modelli vengono realizzati attraverso degli script in linguaggio APDL, nei quali vengono implementate le seguenti operazioni:

- Nella fase di modellazione della geometria, si preparano preventivamente le aree che corrispondono agli strati del materiale del foro da rimuovere.
- Prima di procedere con la foratura, si applica il carico per generare lo stato tensionale noto e si esegue una prima simulazione. Si rilevano gli spostamenti sul path in superficie (creato alla stessa maniera vista nel Capitolo 2) e le tensioni lungo un path diretto parallelamente all'asse di assialsimmetria, posto ad una distanza pari a  $0.04\text{mm}^2$ : tali tensioni saranno utilizzate come riferimento, in quanto sono state indotte prima dell'esecuzione della foratura, cioè a campione intatto.
- Per ogni passo di foratura (che sia unico o più di uno) va impostata un'analisi in un Load Step dedicato, dato che di volta in volta vanno modificate o le proprietà degli elementi o le condizioni al contorno. La numerazione dei Load Step deve rispettare l'ordine di rimozione del materiale, nel senso che la sequenza con cui vengono risolti i Load Step deve rispecchiare la sequenza degli strati da rimuovere (al primo passo di foratura corrisponderà il secondo Load Step, al secondo passo il terzo Load Step, e così via<sup>3</sup>).
- All'interno di ciascun Load Step si selezionano gli elementi corrispondenti al materiale da rimuovere e si applicano i metodi di simulazione della foratura. Con l'Element Kill si disattivano tali elementi, con il metodo di sostituzione del materiale si cambiano, appunto, le proprietà del materiale, mentre con il metodo di rimozione dei contatti si disattivano i contatti tra gli elementi da rimuovere e la superficie del materiale che non va rimosso. Successivamente si lancia la soluzione. Dopodiché si prelevano i risultati attraverso il solito path sulla superficie, i quali vengono salvati in files di testo opportunamente rinominati.

Pertanto la simulazione completa della foratura richiede la soluzione di tanti Load Step quanti sono i passi di foratura, più un Load Step per la generazione dello stato tensionale noto. Queste appena descritte sono le linee generali con le quali sono state eseguite le simulazioni, ma per ulteriori dettagli riguardo la costruzione dei modelli si rimanda il lettore all'Appendice C, nella quale sono riportati gli script APDL adoperati. Tali linee guida si possono utilizzare anche per la realizzazione dei medesimi modelli in 3D, ma in questa fase dell'elaborato ci si è limitati all'utilizzo di modelli piani.

### 3.3 Validazione FEM degli approcci di simulazione della foratura

Si fa osservare che l'utilizzo di modelli piani con gli elementi PLANE25 comporta le seguenti restrizioni:

- L'approccio con l'Element Kill richiede l'attivazione delle "Large Deflections", ma questa proprietà non è implementabile con i PLANE25, in quanto non varrebbe più il principio di sovrapposizione degli effetti su cui si fonda la formulazione dei PLANE25. Tuttavia le "Large Deflections" sono necessarie solo se si prevede di riattivare elementi già disattivati in precedenza con l'Element Kill, pertanto nei casi esaminati si può tranquillamente implementare l'Element Kill con i PLANE25.
- Con i PLANE25 non è possibile adoperare elementi di contatto, in quanto con il loro utilizzo non è più applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti. Pertanto l'approccio di rimozione dei contatti non può essere studiato, avendo scelto di realizzare i modelli con i PLANE25. Ciò non preclude la possibilità di utilizzare tale approccio in analisi 3D.

<sup>2</sup>Tale path non viene creato sull'asse di assialsimmetria in quanto si vogliono evitare effetti di bordo indesiderati. È una misura preventiva.

<sup>3</sup>Il primo Load Step serve per generare lo stato tensionale interno

Alla luce delle osservazioni appena fatte, gli approcci di simulazione della foratura che sono stati analizzati sono i seguenti:

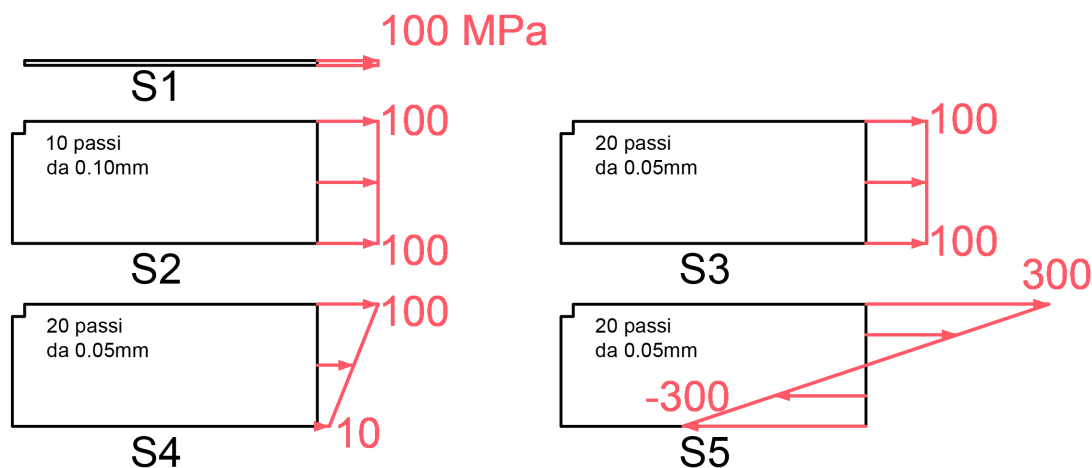
1. Approccio Element Kill (EK) con coefficiente di controllo pari al valore di default, cioè  $ESTIF = 10^{-6}$ .
2. Approccio Element Kill (EK2) con coefficiente di controllo ridotto di diversi ordini di grandezza rispetto al valore di default, cioè  $ESTIF = 10^{-10}$ .
3. Approccio Sostituzione del Materiale (SM), in cui agli elementi da rimuovere vengono assegnate le seguenti proprietà:  $E = 10^{-7}\text{MPa}$ ,  $\nu = 0.499$ .

Al fine di determinare quale metodo FEM fornisce la migliore previsione dello stato tensionale, è stato necessario impostare un Design of Experiment fattoriale completo. Si testa ciascuno dei tre approcci elencati su 10 diverse condizioni di carico, utilizzando per ognuna due tipi di elementi: i PLANE25 e i PLANE83, di formulazione analoga ai primi ma aventi un nodo intermedio su ciascun lato dell'elemento.

Le condizioni di carico studiate prevedono di applicare il carico lungo il lato esterno del campione. Ciascuna viene identificata con un codice, il cui significato è spiegato più avanti. Gli scenari studiati sono stati definiti in modo tale da analizzare le diverse casistiche a cui la normativa fa riferimento: si analizzano sia campioni sottili sia campioni ad alto spessore, in presenza di tensione sia uniforme sia variabile, in modo tale da applicare i tre metodi FEM in combinazione con le tre procedure di calcolo delle tensioni residue previste da[3] e descritte nel Capitolo 1. Gli scenari studiati sono riassunti di seguito:

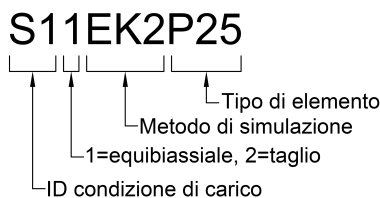
1. Campione sottile (foratura in un'unica passata)
  - Tensione uniforme 100MPa equibiassiale (S11)
  - Tensione uniforme 100MPa di taglio (S12)
2. Campione ad alto spessore (foratura in 10 passi da 0.10mm)
  - Tensione uniforme 100MPa equibiassiale (S21)
  - Tensione uniforme 100MPa di taglio (S22)
3. Campione ad alto spessore (foratura in 20 passi da 0.05mm)
  - Tensione uniforme 100MPa equibiassiale (S31)
  - Tensione uniforme 100MPa di taglio (S32)
4. Campione ad alto spessore (foratura in 20 passi da 0.05mm)
  - Tensione variabile equibiassiale: lungo lo spessore si passa da 100MPa (in superficie) a 10MPa (fondo del campione) (S41)
  - Tensione variabile di taglio: lungo lo spessore si passa da 100MPa (in superficie) a 10MPa (fondo del campione) (S42)
5. Campione ad alto spessore (foratura in 20 passi da 0.05mm)
  - Tensione variabile equibiassiale: lungo lo spessore si passa da 300MPa (in superficie) a -300MPa (fondo del campione) (S51)
  - Tensione variabile di taglio: lungo lo spessore si passa da 300MPa (in superficie) a -300MPa (fondo del campione) (S52)

Nella Figura 3.1 si rappresenta in maniera schematica l'andamento di ciascun carico applicato lungo lo spessore di ognuna degli scenari di carico sopracitate: vengono raffigurate le sezioni meridiane dei campioni. Per le condizioni di taglio, ai carichi diretti radialmente occorre aggiungere i carichi diretti nelle direzione uscente dal piano, i quali hanno il medesimo andamento.



**Figura 3.1:** Schema delle condizioni di carico studiate: andamento dei carichi distribuiti lungo lo spessore.

Tutti e tre i metodi FEM di simulazione della foratura vengono testati su ciascuna condizione di carico sopraelencata. Inoltre ciascun modello è stato costruito con elementi PLANE25 e con elementi PLANE83. Ad ogni condizione di carico particolare viene assegnato un codice identificativo, il cui significato è mostrato in Figura 3.2. Contando che va eseguita un'analisi per ciascun passo di foratura, il numero totale di analisi che sono state portate a termine sono 1872 simulazioni.



**Figura 3.2:** Interpretazione del codice identificativo delle condizioni di carico studiate.

### 3.4 Esempi di calcolo delle tensioni residue

In questo Paragrafo si illustra la procedura di elaborazione dei dati da seguire per calcolare le tensioni residue a partire dai dati prelevati dai modelli FEM. Si fa riferimento alle condizioni di carico S31EK2P25 ed S52EK2P25 ovvero una condizione di carico equibiaxiale in cui si applica un carico distribuito uniforme lungo lo spessore di entità pari a 100 MPa ed una di taglio in cui il carico varia tra 300MPa e -300MPa. I passi di foratura sono 20 ed hanno ampiezza pari a 0.05 mm. Si ipotizza di utilizzare una rosetta tipo A da 1/16in.

La prima cosa da fare è calcolare le deformazioni lette da ciascun estensimetro a ciascun passo di foratura. Ciò si fa leggendo gli spostamenti sulla superficie in corrispondenza dei lati esterni degli estensimetri, come spiegato nel Paragrafo 2.1.2. Visto l'elevato numero di dati che vengono prelevati dai path si utilizzano delle routine in Matlab® che permettono di elaborare i dati in maniera efficace e veloce. Pertanto si rimanda il lettore all'Appendice B, nella quale è riportato l'intero algoritmo per l'elaborazione dei dati ed il calcolo delle deformazioni corrispondenti ad un passo di foratura. Ripetendo l'esecuzione dello script, si determinano le

deformazioni lette da ciascun estensimetro al variare della profondità. Successivamente si applica il metodo del foro, calcolando le tensioni residue principali e la loro orientazione rispetto all'estensimetro di riferimento.

Il calcolo viene eseguito utilizzando sia i coefficienti di influenza da normativa[3] (vedi Tabella 1.6) sia i coefficienti determinati nella prima parte dell'elaborato (vedi Tabella 2.3). In questo modo si può validare quanto fatto nel precedente Capitolo.

Esaminando gli andamenti delle tensioni residue principali, si osserva che, a parità di input, ovvero a parità di deformazioni rilasciate, l'adozione dei nuovi coefficienti riduce l'errore relativo rispetto ai valori di riferimento: infatti si passa da un errore relativo compreso tra  $-2\%$  e  $-7\%$  a un valore compreso tra  $-0.5\%$  e  $+0.5\%$ . Questo fatto indica che i coefficienti determinati via FEM in questo elaborato conducono a valori di tensioni residue mediamente superiori a quelle che si otterrebbero utilizzando i vecchi coefficienti, e ciò è in favore di sicurezza. Inoltre si osserva che le tensioni residue così calcolate si avvicinano maggiormente ai valori attesi rispetto a quanto fa la normativa. Tra l'altro l'andamento delle tensioni regolarizzate con i vecchi coefficienti è oscillante, quando invece lo stato tensionale che esso dovrebbe rappresentare è lineare al variare dello spessore. Questo effetto con i nuovi coefficienti di influenza è notevolmente ridotto: infatti si vede che l'andamento delle tensioni si avvicina molto di più ad un andamento lineare. Alla luce delle osservazioni fatte, l'utilizzo dei nuovi coefficienti di influenza certamente porta dei miglioramenti sui risultati del metodo del foro rispetto a quelli che si avrebbero adottando i vecchi coefficienti.

A titolo di esempio, si riportano in Figura 3.7 e in Figura 3.8 la deformazione radiale rilasciata e il campo di tensioni radiali rilasciate per il caso S31EK2P25 all'avanzare della foratura.

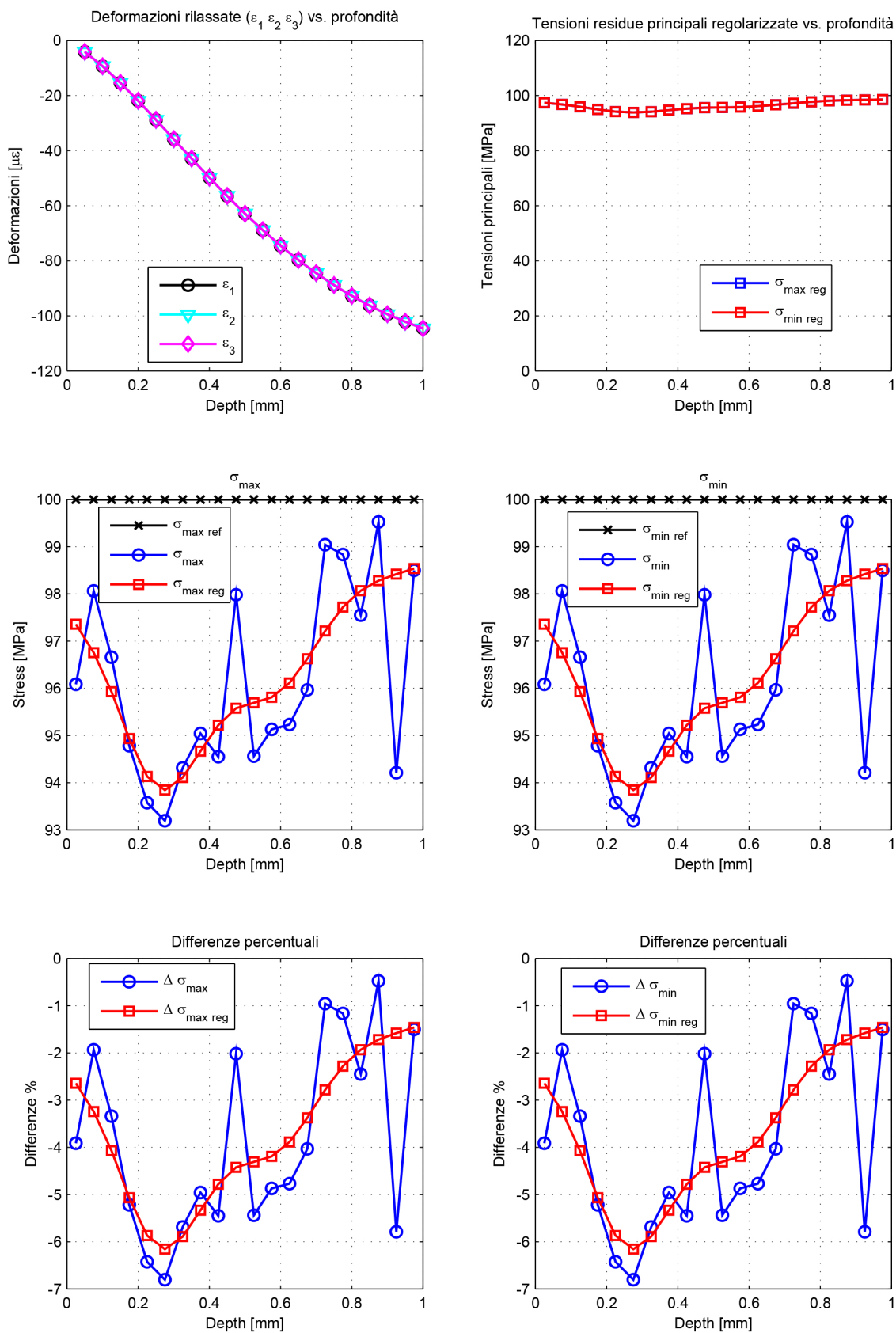


Figura 3.3: Tensioni residue calcolate in S31EK2P25 con coefficienti d'influenza secondo[3].

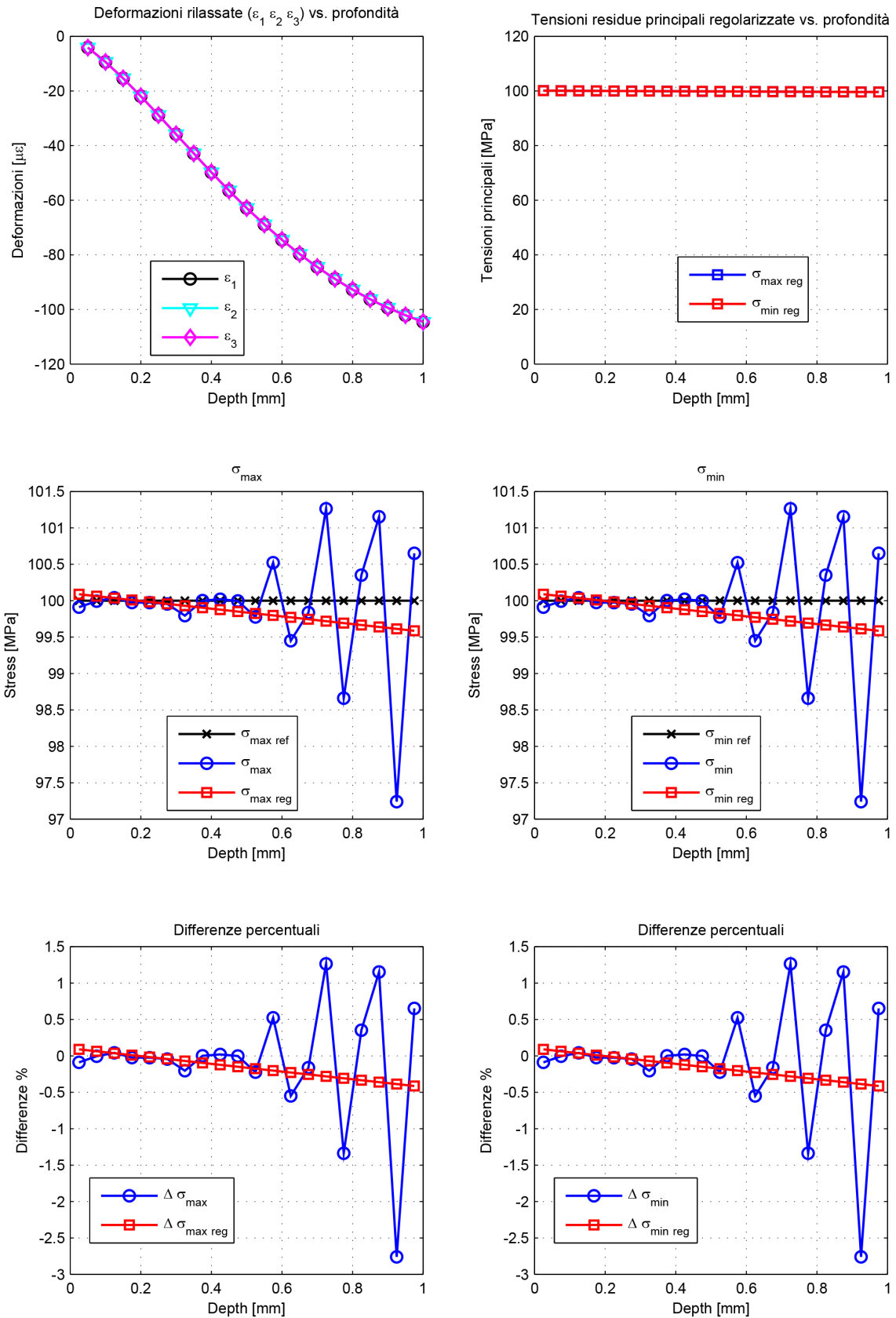


Figura 3.4: Tensioni residue calcolate in S31EK2P25 con i nuovi coefficienti d'influenza.

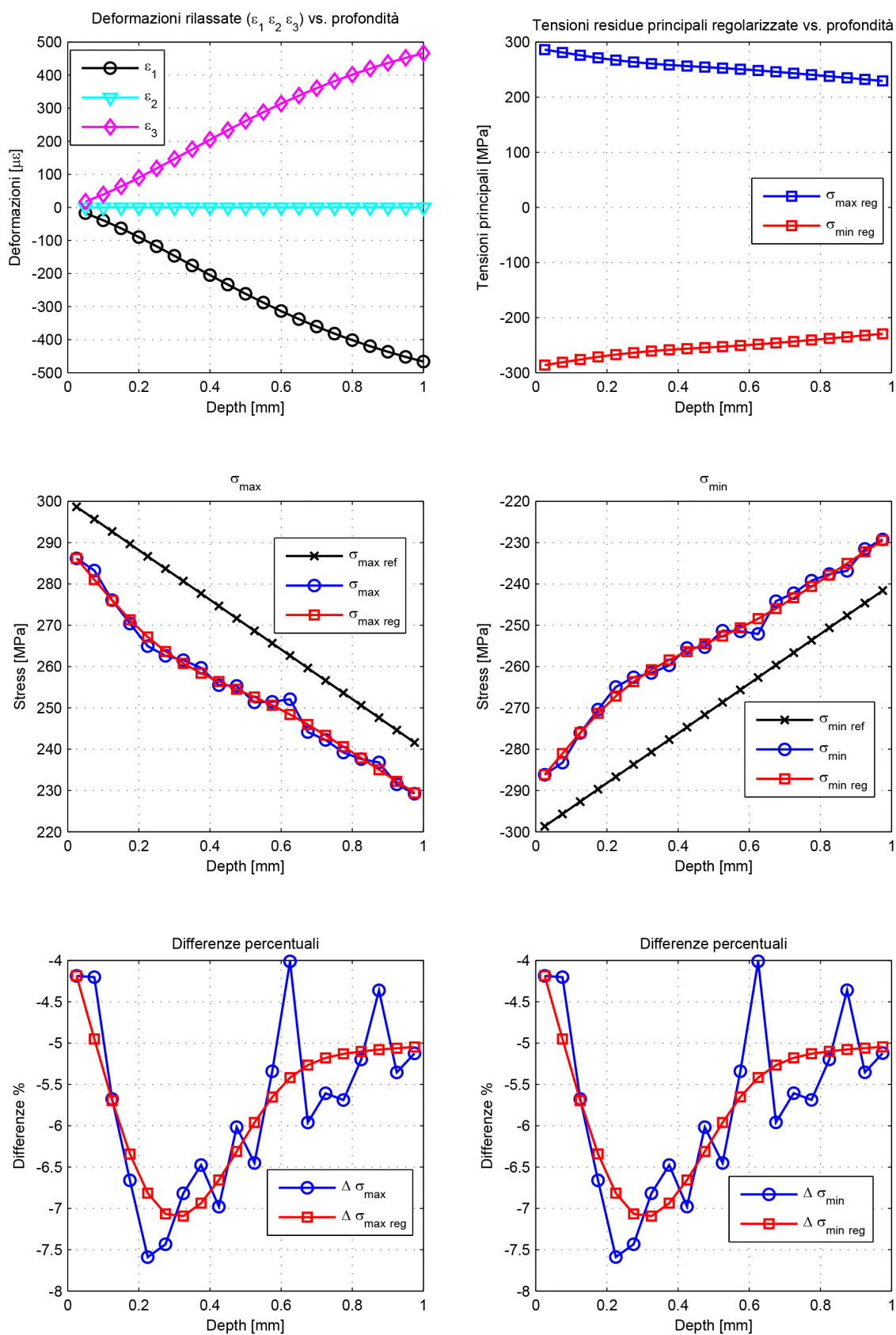


Figura 3.5: Tensioni residue calcolate in S52EK2P25 con coefficienti d'influenza secondo[3].

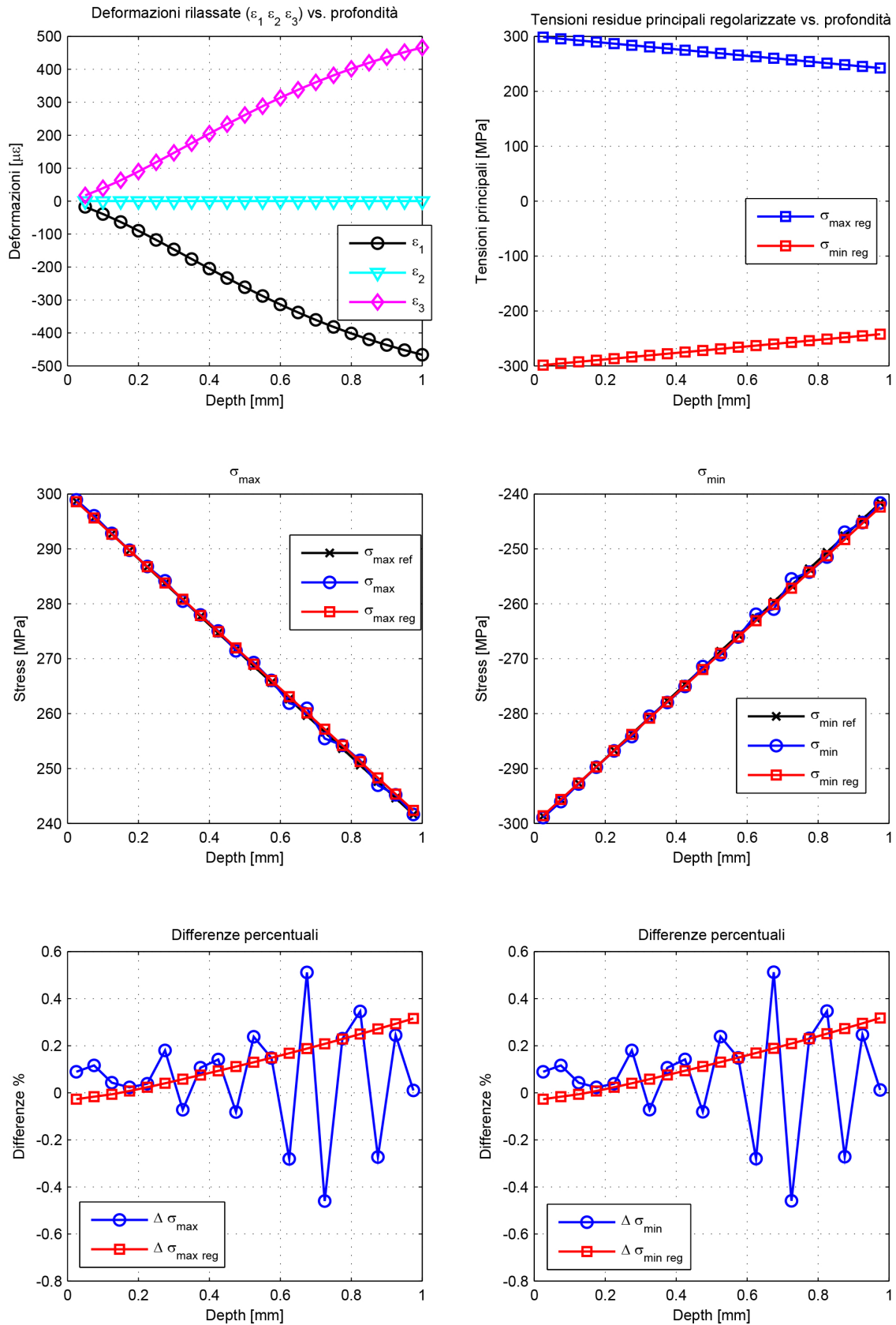


Figura 3.6: Tensioni residue calcolate in S52EK2P25 con i nuovi coefficienti d'influenza.

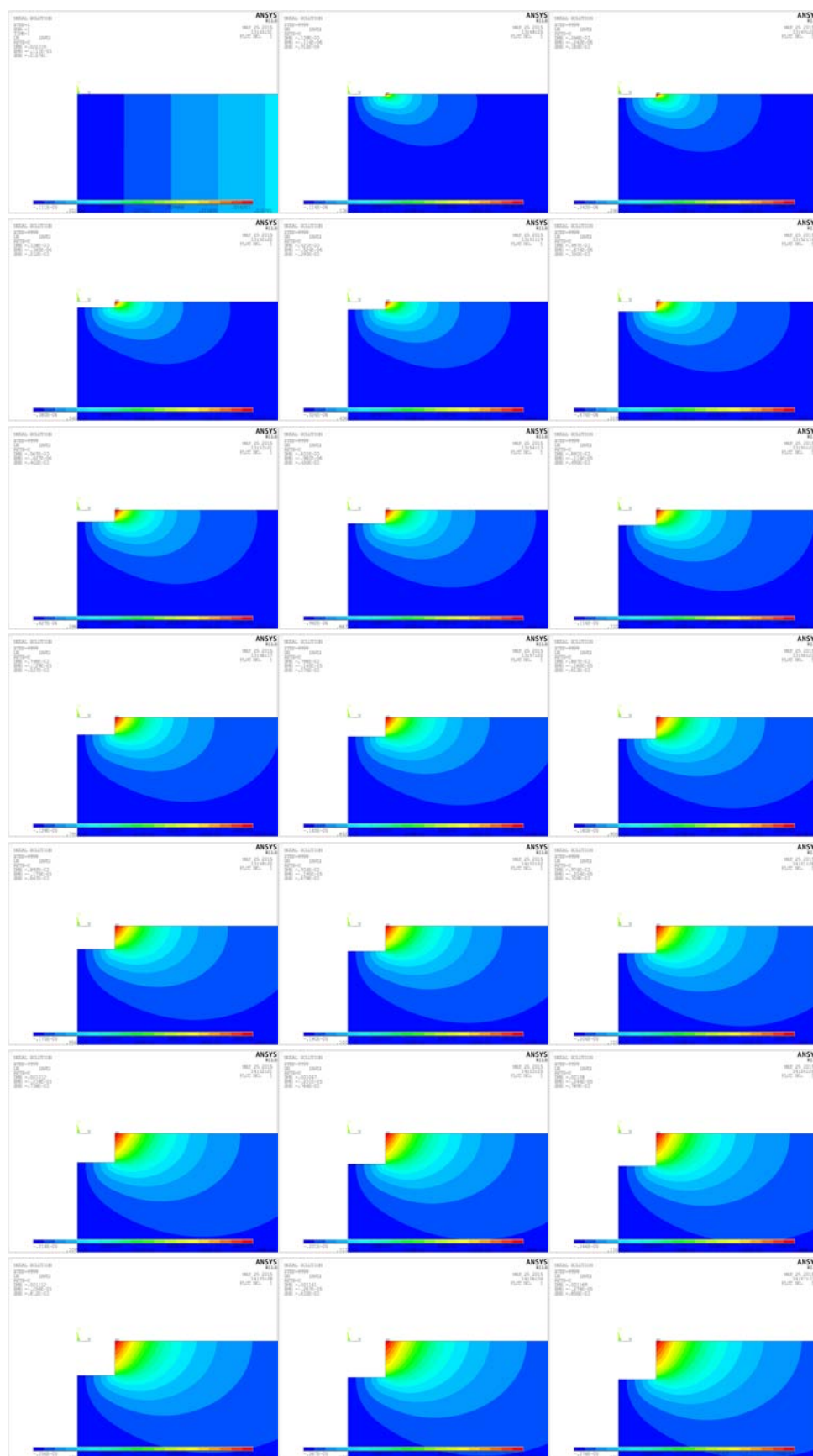


Figura 3.7: Deformazione radiale rilassata nel caso S31EK2P25 (Undeformed model).

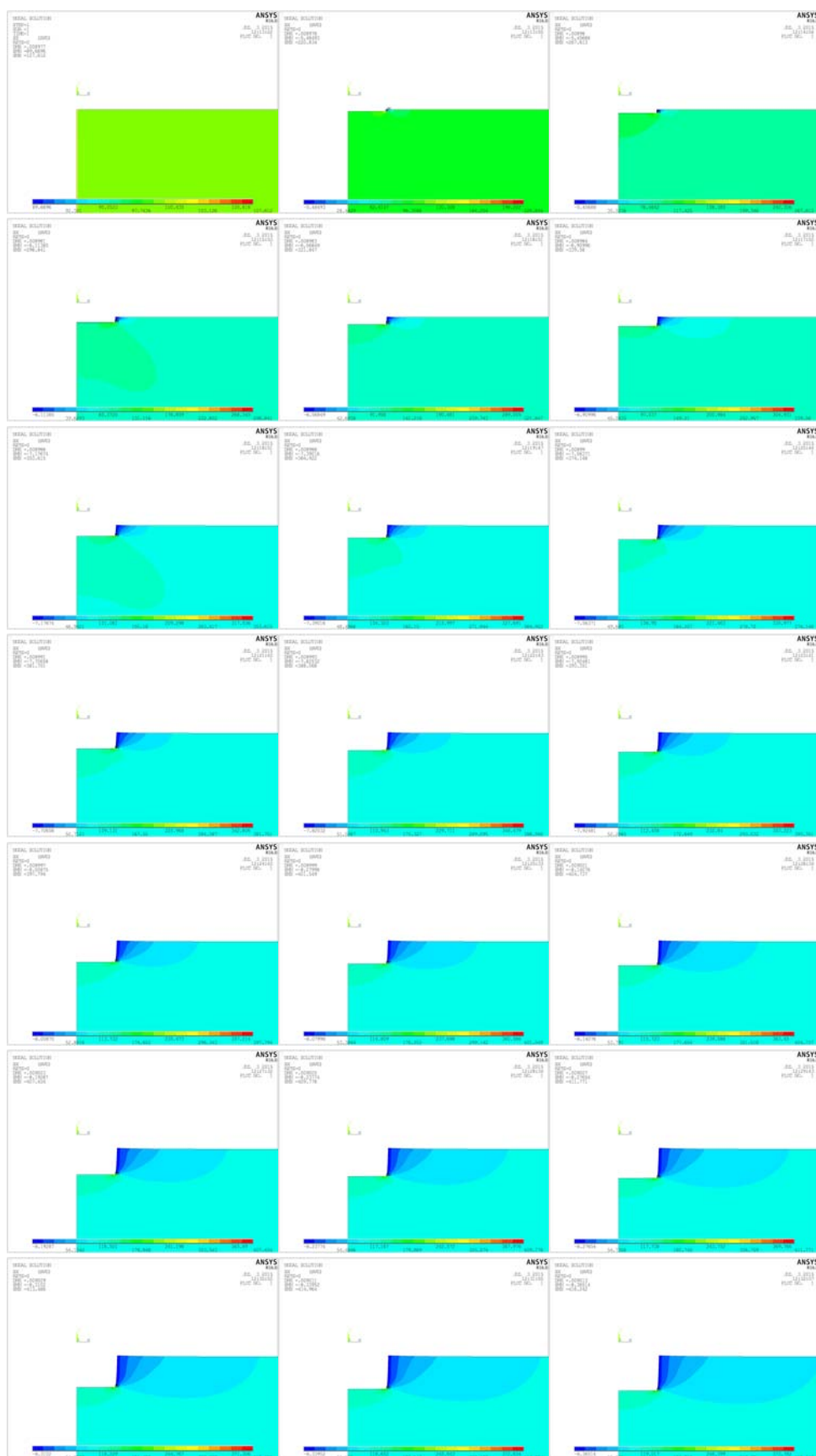


Figura 3.8: Tensione radiale rilassata nel caso S31EK2P25 (Autoscale).

### 3.5 Scelta del migliore approccio di simulazione

Andamenti analoghi a quelli presentati nel precedente Paragrafo si riscontrano anche negli altri scenari oggetto di studio. Pertanto per poter confrontare i diversi metodi di simulazione presi in esame occorre stabilire dei parametri di confronto rappresentativi della qualità dei risultati. Si calcolano, pertanto, l'errore relativo medio e la deviazione standard per ciascuna condizione di carico sia per entrambe le tensioni principali. Dato che per le casistiche riguardanti componenti sottili e componenti spessi con profili di tensioni uniformi il risultato non è un profilo il confronto per questi casi viene fatto sulla differenza relativa rispetto al valore nominale. Invece, per le simulazioni con 20 passi di foratura si considerano anche le tensioni principali regolarizzate. I dati raccolti sono stati riassunti nella Tabella 3.1.

In essa si osserva, innanzitutto, che i 3 metodi considerati offrono risultati molto simili, spesso identici, a parità di tipologia di elemento utilizzato. Le differenze rispetto ai valori nominali sono molto basse in tutte le casistiche prese in esame: gli errori relativi medi sono in generale inferiori all'1%. Questo deriva dal fatto che lo studio è stato condotto su una campagna di simulazioni agli elementi finiti, perciò sono escluse le fonti di errore che solitamente intervengono in questo tipo di misura. Infatti lo scopo di questa analisi è quella di determinare quale metodologia FEM restituisce la migliore previsione delle tensioni a parità di tutte le altre variabili, in modo tale che il metodo che verrà poi scelto possa rappresentare un valido supporto per studi futuri sulle fonti di errore e i loro effetti sulle misure.

La scelta del miglior metodo FEM, pertanto, si basa sulle seguenti considerazioni. Innanzitutto, viene scartato l'utilizzo degli elementi PLANE83, in quanto nella maggioranza dei casi gli errori relativi medi e le rispettive deviazioni standard sono superiori in valore assoluto a quelle con i PLANE25. Rispetto all'utilizzo dell'Element Kill, il metodo che prevede il cambio di materiale (SM) rischia di portare con sé errori di natura numerica, in quanto nella soluzione non vengono azzerate le variabili che dipendono dagli elementi a cui è stato cambiato il materiale, mentre con l'Element Kill ciò viene eseguito di default dal software. Nelle analisi fatte tale errore numerico risulta essere praticamente impercettibile, ma potrebbe diventare di entità non trascurabile nel caso in cui la mesh utilizzata non fosse sufficientemente raffinata: perciò tra il metodo SM ed i metodi Element Kill si preferiscono i secondi, in quanto sono meno sensibili al rumore numerico. Infine, analizzando i dati relativi ai due metodi che si basano sull'Element Kill si nota che il metodo EK2 produce risultati aventi errore medio e deviazione standard mediamente migliore rispetto al metodo EK.

Tenuto conto delle osservazioni appena fatte, il metodo EK2 applicato su elementi PLANE25 è stato individuato come il migliore metodo di simulazione della foratura agli elementi finiti che fornisce la migliore previsione dello stato tensionale residuo. Tale metodo può essere implementato non solo con i PLANE25, ma anche con tutti gli altri tipi di elemento che supportano la funzionalità "Element Birth and Death". Se ciò non fosse possibile, si potrebbe prendere in considerazione il metodo SM, visto che i risultati che offre sono comunque affidabili su mesh sufficientemente affinate.

**Tabella 3.1:** Confronto tra le performance dei diversi metodi di simulazione della foratura.

Parametro [%]	Condizioni di carico equibiaassiali										Condizioni di carico di taglio									
	S11EKP25	S11EKP83	S11EK2P25	S11EK2P83	S11SMP25	S11SMP83	S12EKP25	S12EKP83	S12EK2P25	S12EK2P83	S12SMP25	S12SMP83	S12EKP25	S12EKP83	S12EK2P25	S12EK2P83	S12SMP25	S12SMP83		
$\Delta\sigma_{max}$	0.209	0.213	0.209	0.213	0.209	0.213	0.034	0.036	0.034	0.036	0.034	0.036	0.034	0.036	0.034	0.036	0.034	0.036		
$\Delta\sigma_{min}$	0.209	0.213	0.209	0.213	0.209	0.213	0.035	0.037	0.035	0.037	0.035	0.037	0.035	0.037	0.035	0.037	0.035	0.037		
Parametro [%]	S21EKP25	S21EKP83	S21EK2P25	S21EK2P83	S21SMP25	S21SMP83	S22EKP25	S22EKP83	S22EK2P25	S22EK2P83	S22SMP25	S22SMP83	S22EKP25	S22EKP83	S22EK2P25	S22EK2P83	S22SMP25	S22SMP83		
$\Delta\sigma_{max}$	-1.416	0.057	-1.416	0.057	-1.416	0.057	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030		
$\Delta\sigma_{min}$	-1.416	0.057	-1.416	0.057	-1.416	0.057	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030	0.056	0.030		
Parametro [%]	S31EKP25	S31EKP83	S31EK2P25	S31EK2P83	S31SMP25	S31SMP83	S32EKP25	S32EKP83	S32EK2P25	S32EK2P83	S32SMP25	S32SMP83	S32EKP25	S32EKP83	S32EK2P25	S32EK2P83	S32SMP25	S32SMP83		
$\Delta\sigma_{max}$	-0.071	-0.072	-0.071	-0.072	-0.071	-0.072	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001		
std	0.843	0.855	0.843	0.855	0.843	0.855	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220		
$\Delta\sigma_{min}$	-0.071	-0.072	-0.071	-0.072	-0.071	-0.072	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001	0.063	-0.001		
std	0.843	0.855	0.843	0.855	0.843	0.855	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220	0.211	0.220		
$\Delta\sigma_{maxreg}$	-0.159	0.103	-0.162	-0.172	0.112	0.187	0.138	0.063	0.135	0.066	0.137	0.086	0.138	0.063	0.135	0.066	0.137	0.086		
std	0.169	0.074	0.156	0.274	0.187	0.285	0.106	0.033	0.102	0.035	0.105	0.179	0.138	0.064	0.136	0.066	0.138	0.085		
$\Delta\sigma_{minreg}$	-0.159	0.103	-0.162	-0.172	0.112	0.187	0.138	0.064	0.136	0.066	0.138	0.085	0.138	0.064	0.136	0.066	0.138	0.085		
std	0.169	0.074	0.156	0.274	0.187	0.285	0.107	0.033	0.102	0.035	0.105	0.179	0.138	0.064	0.136	0.066	0.138	0.085		
Parametro [%]	S41EKP25	S41EKP83	S41EK2P25	S41EK2P83	S41SMP25	S41SMP83	S42EKP25	S42EKP83	S42EK2P25	S42EK2P83	S42SMP25	S42SMP83	S42EKP25	S42EKP83	S42EK2P25	S42EK2P83	S42SMP25	S42SMP83		
$\Delta\sigma_{max}$	-0.041	-0.076	-0.041	-0.076	-0.041	-0.076	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001		
std	0.869	0.881	0.869	0.881	0.869	0.881	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226		
$\Delta\sigma_{min}$	-0.041	-0.076	-0.041	-0.076	-0.041	-0.076	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001	0.064	-0.001		
std	0.869	0.881	0.869	0.881	0.869	0.881	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226	0.216	0.226		
$\Delta\sigma_{maxreg}$	-0.146	0.106	-0.143	0.108	-0.140	0.112	0.145	0.066	0.144	0.066	0.144	0.093	0.145	0.067	0.145	0.067	0.145	0.093		
std	0.194	0.073	0.196	0.068	0.190	0.074	0.112	0.036	0.110	0.036	0.110	0.186	0.145	0.067	0.145	0.067	0.145	0.186		
$\Delta\sigma_{minreg}$	-0.146	0.106	-0.143	0.108	-0.140	0.112	0.145	0.067	0.145	0.067	0.145	0.093	0.145	0.067	0.145	0.067	0.145	0.093		
std	0.194	0.073	0.196	0.068	0.190	0.074	0.112	0.037	0.110	0.037	0.110	0.185	0.145	0.067	0.145	0.067	0.145	0.185		
Parametro [%]	S51EKP25	S51EKP83	S51EK2P25	S51EK2P83	S51SMP25	S51SMP83	S52EKP25	S52EKP83	S52EK2P25	S52EK2P83	S52SMP25	S52SMP83	S52EKP25	S52EKP83	S52EK2P25	S52EK2P83	S52SMP25	S52SMP83		
$\Delta\sigma_{max}$	-0.011	-0.084	-0.011	-0.084	-0.011	-0.084	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002		
std	0.907	0.921	0.907	0.921	0.907	0.921	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234		
$\Delta\sigma_{min}$	-0.011	-0.084	-0.011	-0.084	-0.011	-0.084	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002	0.065	-0.002		
std	0.907	0.921	0.907	0.921	0.907	0.921	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234	0.224	0.234		
$\Delta\sigma_{maxreg}$	0.207	-0.204	-0.121	-0.203	-0.116	-0.196	0.150	0.078	0.128	0.078	0.128	0.075	0.150	0.078	0.128	0.078	0.128	0.075		
std	0.196	0.312	0.213	0.312	0.207	0.293	0.124	0.045	0.109	0.045	0.109	0.041	0.124	0.045	0.109	0.045	0.109	0.041		
$\Delta\sigma_{minreg}$	0.207	-0.204	-0.121	-0.203	-0.116	-0.196	0.151	0.078	0.129	0.078	0.129	0.076	0.151	0.078	0.129	0.078	0.129	0.076		
std	0.196	0.312	0.213	0.312	0.207	0.293	0.124	0.046	0.110	0.046	0.110	0.041	0.124	0.046	0.110	0.046	0.110	0.041		

## Capitolo 4

# Effetto dell'errore di zero

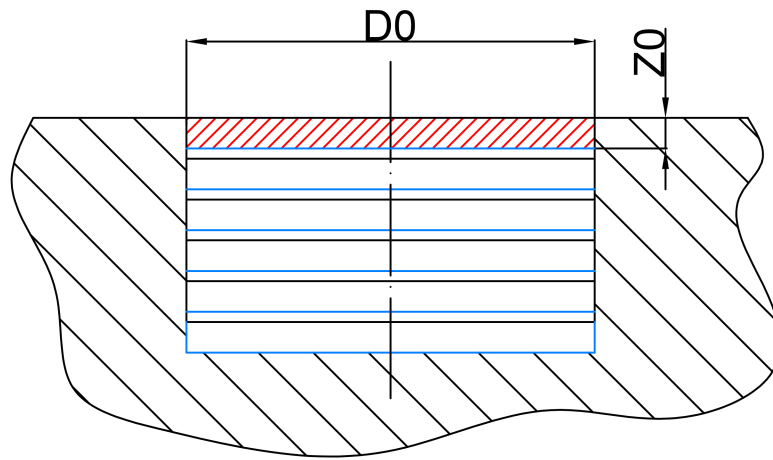
Le fonti di errore che intervengono durante l'applicazione del metodo del foro e possono influenzare l'affidabilità dei dati sono molteplici e di natura diversa[6, 18, 20, 35, 39, 49]. Tra di esse vi sono l'eccentricità del foro[1, 13, 16, 19, 44, 61–63], l'effetto della plasticizzazione locale indotta dalla concentrazione dello sforzo ai bordi del foro[10, 14, 42, 50, 52], la variazione locale di temperatura durante la foratura[33], la ricerca del primo contatto tra utensile e pezzo da forare, l'inclinazione del foro[36], la presenza di un certo raggio di raccordo alla base del foro[17, 26], l'incertezza di misura delle deformazioni, la non perfetta planarità della superficie del componente. In letteratura sono disponibili diversi studi su alcune delle fonti di incertezza sopraelencate, perciò si rimanda il lettore ai riferimenti citati per ulteriori approfondimenti.

Uno dei punti cruciali nell'applicazione del metodo e su cui ancora non sono stati svolti studi approfonditi[6] è costituito dalla ricerca del primo punto di contatto con il pezzo. Prima di arrivare al contatto occorre asportare il materiale di supporto della rosetta estensimetrica che copre la zona da forare: l'azzeramento degli estensimetri deve avvenire quando la fresa si appoggia sulla superficie del campione, ma è inevitabile che una frazione del materiale venga asportata al contatto, per quanto piccola possa essere. In questo Capitolo si esamina in modo approfondito l'effetto generato da un errore nella fase di posizionamento iniziale dell'utensile rispetto al componente. L'obiettivo è quello di studiare l'entità dell'errore generato dalla presenza di un determinato errore di posizionamento per poter, infine, proporre una procedura di correzione dei risultati che possa essere applicata in maniera efficace e affidabile.

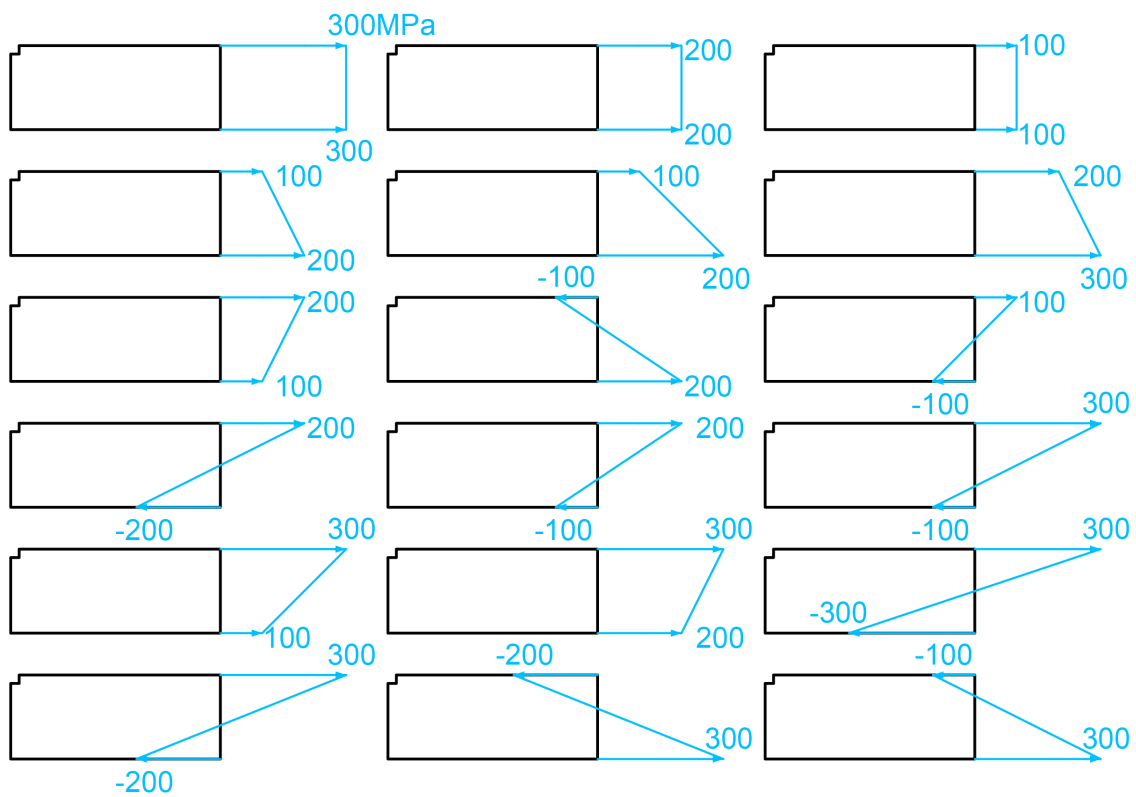
### 4.1 DOE per l'errore di zero

Si ipotizza di applicare la procedura di foratura a 20 passi in presenza di un errore di posizionamento derivato dall'aver rimosso una piccola porzione del materiale durante la ricerca del primo contatto. Le deformazioni rilassate a ciascun  $i$ -esimo passo di foratura vengono calcolate come differenza tra le strain lette all' $i$ -esimo passo e le strain lette in fase di azzeramento, che è affetta da errore. Nella realtà, infatti, chi esegue la misura è ignaro di aver commesso tale tipo di errore e perciò le deformazioni rilassate vengono determinate in questa maniera. Per isolare gli effetti legati all'errore di zero si ipotizza che i passi di foratura dopo l'azzeramento siano di ampiezza pari a quella nominale, ovvero 0.05mm. Si fa riferimento alla Figura 4.1.

Lo studio consiste in un Design of Experiment fattoriale nel quale vengono analizzati diversi valori di offset dello zero (indicato con  $Z_0$ ), spaziando uniformemente in un range compreso tra 0mm (condizione ideale, assenza di offset) e 0.10mm (condizione limite relativa ad un errore di posizionamento pari a due passi di foratura), e prendendo in considerazione diverse possibili condizioni di carico. Si considerano stati tensionali sia variabili che uniformi lungo lo spessore. Nel caso di tensioni variabili vengono analizzati diversi gradienti di tensione, per ottenere un quadro il più ampio possibile. Le tensioni massime vengono fatte variare all'interno



**Figura 4.1:** Schema del foro affetto da errore di zero. In azzurro la traccia del foro con offset. In rosso la frazione di materiale rimossa per errore.



**Figura 4.2:** Schema degli scenari analizzati.

di un range tale per cui non venga superato l'80% della tensione di snervamento di diversi materiali metallici. Si prende come riferimento la tensione di snervamento di un acciaio C45, che vale circa 510 MPa. Pertanto il limite massimo è stato scelto pari a 300MPa. All'interno del range che varia tra -300 e 300MPa si simulano 18 profili diversi di tensione, ciascuno dei quali viene impostato sia come condizione di carico equibiassiale sia come condizione di carico di taglio, per un totale di 36 scenari diversi. Essi sono schematizzati in Figura 4.2, in cui si riportano i 18 scenari di carico equibiassiale. Per i carichi di taglio gli andamenti sono simili, a differenza che vanno imposte anche le tensioni in direzione tangenziale. La geometria adottata è simile a quella usata nel Capitolo 2 e nel Capitolo 3 per componenti ad alto spessore e profili di tensione variabile. Ancora una volta le analisi possono essere ridotte ad analisi bidimensionali, vista l'assialsimmetria delle geometrie. Per simulare il processo di foratura si sfrutta il metodo FEM individuato nel Capitolo 3. Per ciascuna casistica vengono eseguite in successione:

- Una serie di analisi preliminari in condizioni nominali (in assenza di offset) per generare lo stato di tensione nominale, da utilizzare come target. In questo caso occorrono 21 simulazioni, una per introdurre lo stato tensionale voluto e 20 per simulare ciascun passo di foratura.
- Una seconda serie di analisi in cui si simula l'istante immediatamente successivo al contatto, avvenuto con errore di posizionamento pari all'offset  $Z_0$  in esame (una piccola porzione di materiale è stata rimossa) e successivamente i passi di foratura: in tutto si hanno 21 simulazioni. Questa seconda serie di analisi viene ripetuta per tutti i valori di offset da analizzare.

In definitiva, volendo esaminare 10 valori di offset, uniformemente ripartiti tra 0 e 0.10mm, serviranno in totale 8316 simulazioni. Vista l'enorme mole di simulazioni da mettere in funzione, tutti i modelli vengono creati mediante degli script in linguaggio APDL, riportati in Appendice D. Gli script per la creazione della geometria ed il lancio delle analisi sono 3: uno in cui si implementano le condizioni di carico equibiassili, uno con le condizioni di carico di taglio e uno script generale che richiama ed esegue i precedenti. In quest'ultimo, infatti, vengono fatti variare i parametri PRESSURE1 e PRESSURE2 (che indicano il valore del carico da applicare rispettivamente agli estremi superiore ed inferiore del provino, vedi Figura 4.2), e chiaramente il valore dell'offset (parametro OFFSET). Gli script con la costruzione delle geometrie ed il lancio delle analisi sono stati parametrizzati per ricevere in input i parametri sopracitati e restituire in output i dati prelevati dal path in superficie e dal path in prossimità dell'asse (vedi le analisi fatte nei Capitoli precedenti) per ciascuna simulazione.

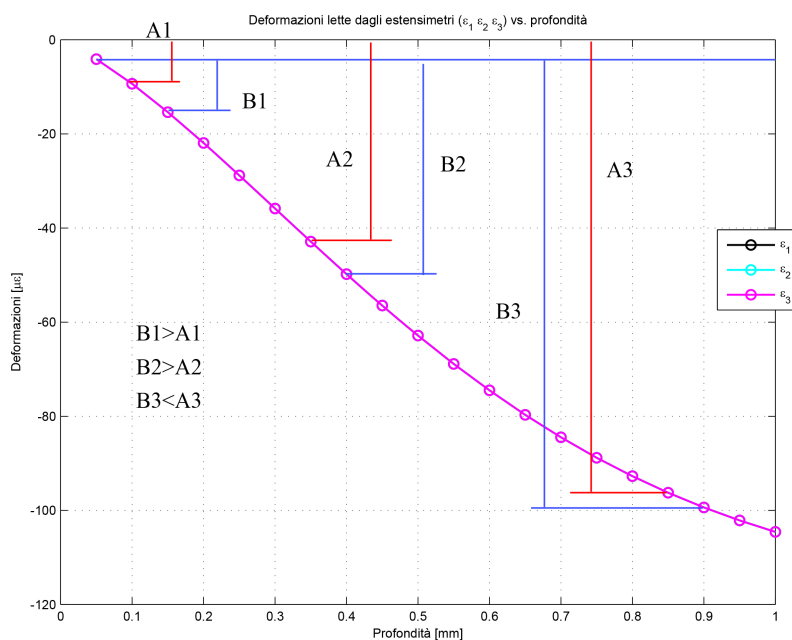
## 4.2 Risultati delle analisi

Le analisi sono state svolte su un computer di media potenza, avente 16GB di RAM, e 4 processori i5. Contando che sono richiesti circa 1.5 – 2 minuti per la risoluzione di una singola simulazione, sono occorsi circa 9 giorni di simulazione continuativa, 24/24h, per portare a termine tutte le simulazioni.

Sono stati sviluppati degli algoritmi in Matlab<sup>®</sup> che consentono l'elaborazione dei dati delle analisi. Si utilizzano innanzitutto gli script sviluppati in precedenza per la lettura delle deformazioni sulla rosetta (in questo caso si ipotizza di adottare rosette Tipo A) e per l'applicazione della procedura di calcolo delle tensioni residue. In questo modo, si ottengono i profili di deformazione e di tensione residua in assenza e in presenza di offset, per ciascun valore di offset e per ciascuna casistica analizzata.

Ci si aspetta che il profilo delle tensioni residue principali in presenza di offset abbia un andamento tale per cui nei pressi della superficie le tensioni residue risultino sovrastimate rispetto alle tensioni che si avrebbero eseguendo la misura in condizioni nominali, mentre risultino sottostimate a profondità maggiori rispetto ai valori in assenza di offset. Si osservi la curva delle deformazioni rilassate relativa, ad esempio, alla condizione di carico S31EK2P25 (grafico in alto a sinistra nella Figura 3.4). Si supponga di commettere un errore di zero pari

ad un intero passo di foratura di 0.05mm. In questo caso la deformazione letta alla quale a cui vengono azzerati gli estensimetri è data dalla deformazione corrispondente al primo passo di foratura nelle condizioni nominali. La deformazione letta al primo passo in presenza di offset sarà data dalla deformazione letta al secondo passo in assenza di offset, e così via. Le deformazioni rilassate a ciascun passo in presenza di offset si ottengono dalla differenza tra le deformazioni lette a ciascun passo e la deformazioni letta all'azzeramento. Dalla curva delle epsilon in assenza di offset è possibile visualizzare tale differenza a ciascun passo (vedi Figura 4.3). Poiché la curva delle epsilon rilassate in assenza di offset non è lineare nei confronti della profondità, le deformazioni rilassate in presenza di offset sono maggiori rispetto alle corrispondenti in assenza di offset quando ci si trova nei pressi della superficie, ma tale andamento di inverte a mano a mano che aumenta la profondità. Per questo motivo le tensioni residue avranno un comportamento analogo rispetto alle tensioni residue in assenza di offset. Questo fenomeno sarà tanto più marcato quanto maggiore è l'entità dell'errore di zero commesso.



**Figura 4.3:** Differenza tra le deformazioni rilassate in assenza (in rosso) e in presenza (in blu) dell'errore di zero.

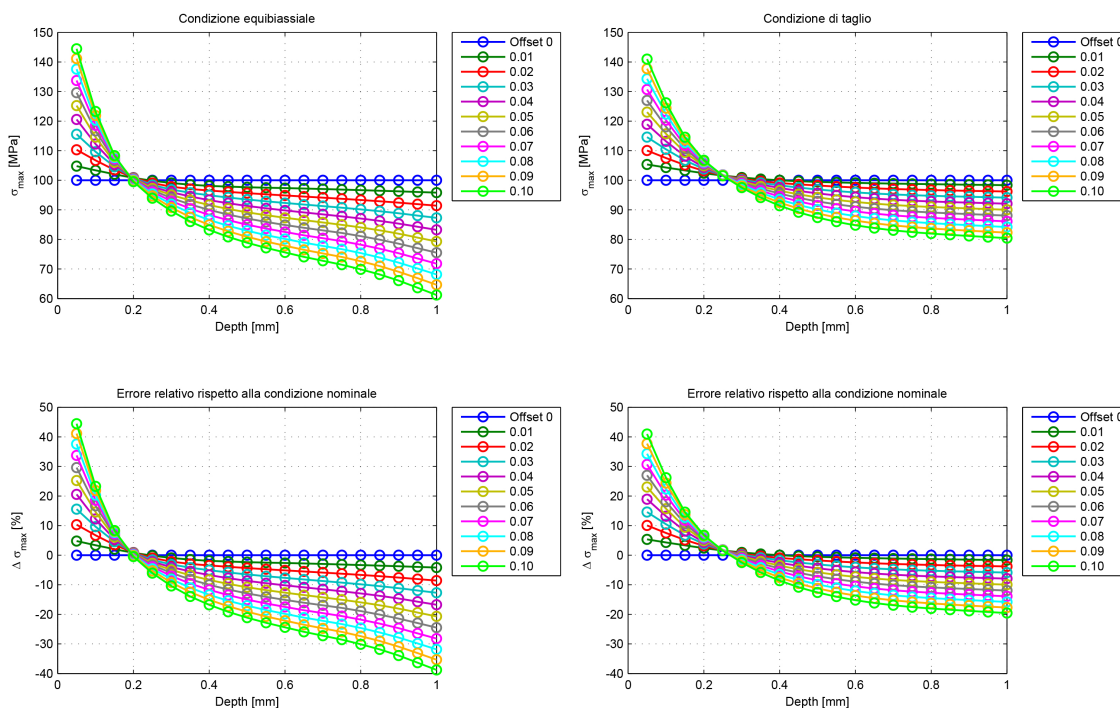
A titolo di esempio, in Figura 4.4 si riporta l'output delle tensioni residue massime al variare dell'errore di offset per due condizioni di carico a scelta tra quelle esaminate, una equibiassiale e una di taglio: si fa riferimento alle condizioni di carico aventi PRESSURE1 e PRESSURE2 pari a 100MPa (sono l'equivalente degli scenari S31EK2P25 ed S32EK2P25 trattati nel Capitolo 3).

Gli andamenti delle curve confermano quanto ci si aspettava, ovvero che alle basse profondità le tensioni sono sovrastimate, mentre a partire già da circa 0.20mm le tensioni vengono sottostimate. L'errore percentuale relativo è compreso tra  $-40\%$  e  $+40\%$  per la condizione equibiassiale, mentre tra  $-20\%$  e  $+40\%$  per la condizione di taglio. Andamenti molto simili si riscontrano in tutti gli scenari analizzati.

Ai fini della procedura di correzione dagli effetti dell'errore di zero è necessario ricavare gli andamenti degli errori relativi percentuali commessi sulle deformazioni disaccoppiate equibiassiali, deviatoriche e di taglio puro. I primi si ottengono dalle condizioni di carico equibiassiali, i secondi dalle condizioni di carico di taglio. Si riportano di seguito le curve ottenute. Ad esempio, l'errore percentuale relativo alla deformazione equibiassiale, ad una fissata profondità del foro e ad un fissato errore di zero, si ottiene dalla relazione:

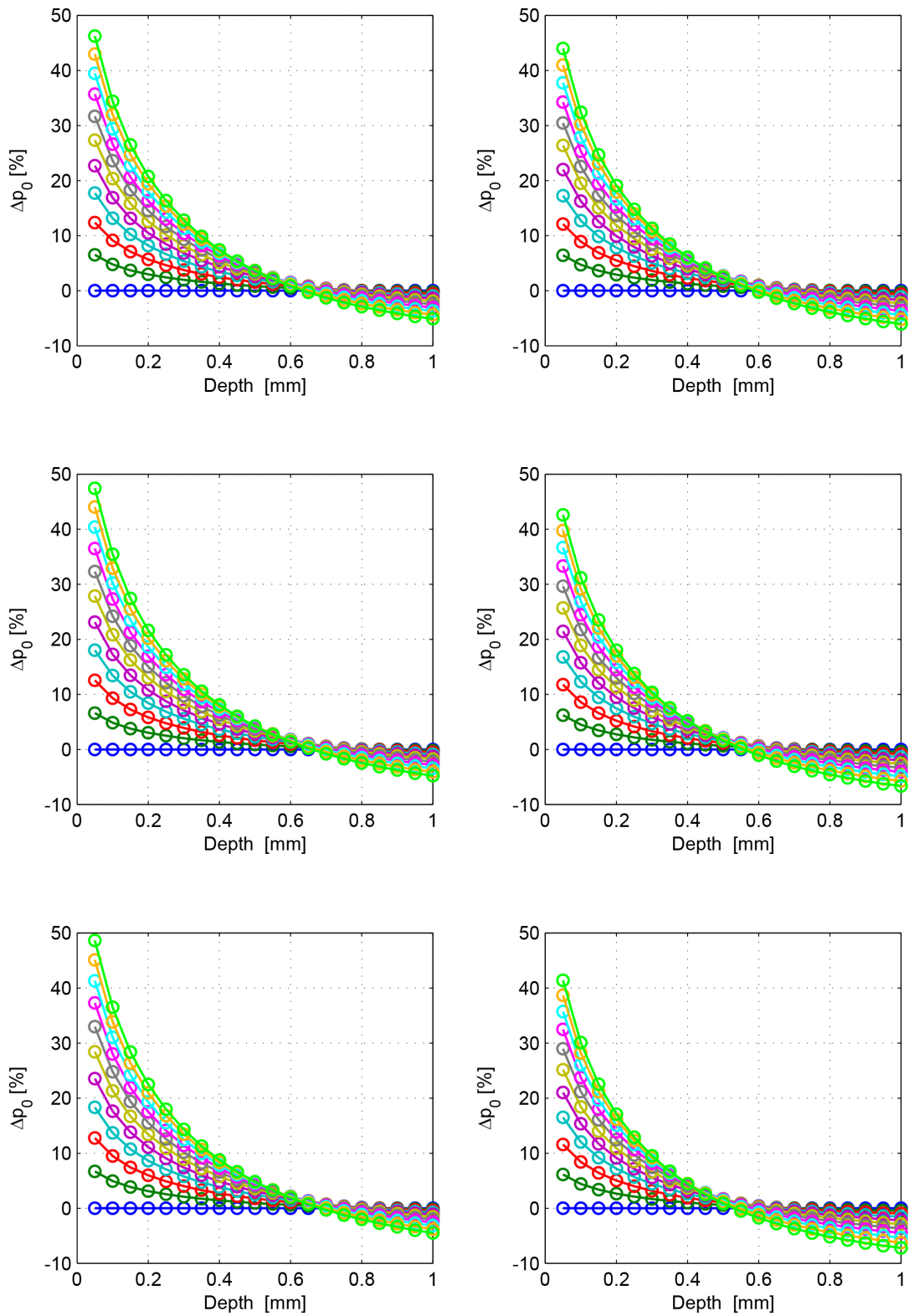
$$\Delta p_0 = 100 \frac{p_{err} - p_0}{p_0} \quad (4.1)$$

in cui  $p_{err}$  indica la deformazione rilassata in presenza di errore di zero, mentre  $p_0$  in assenza di errore. In

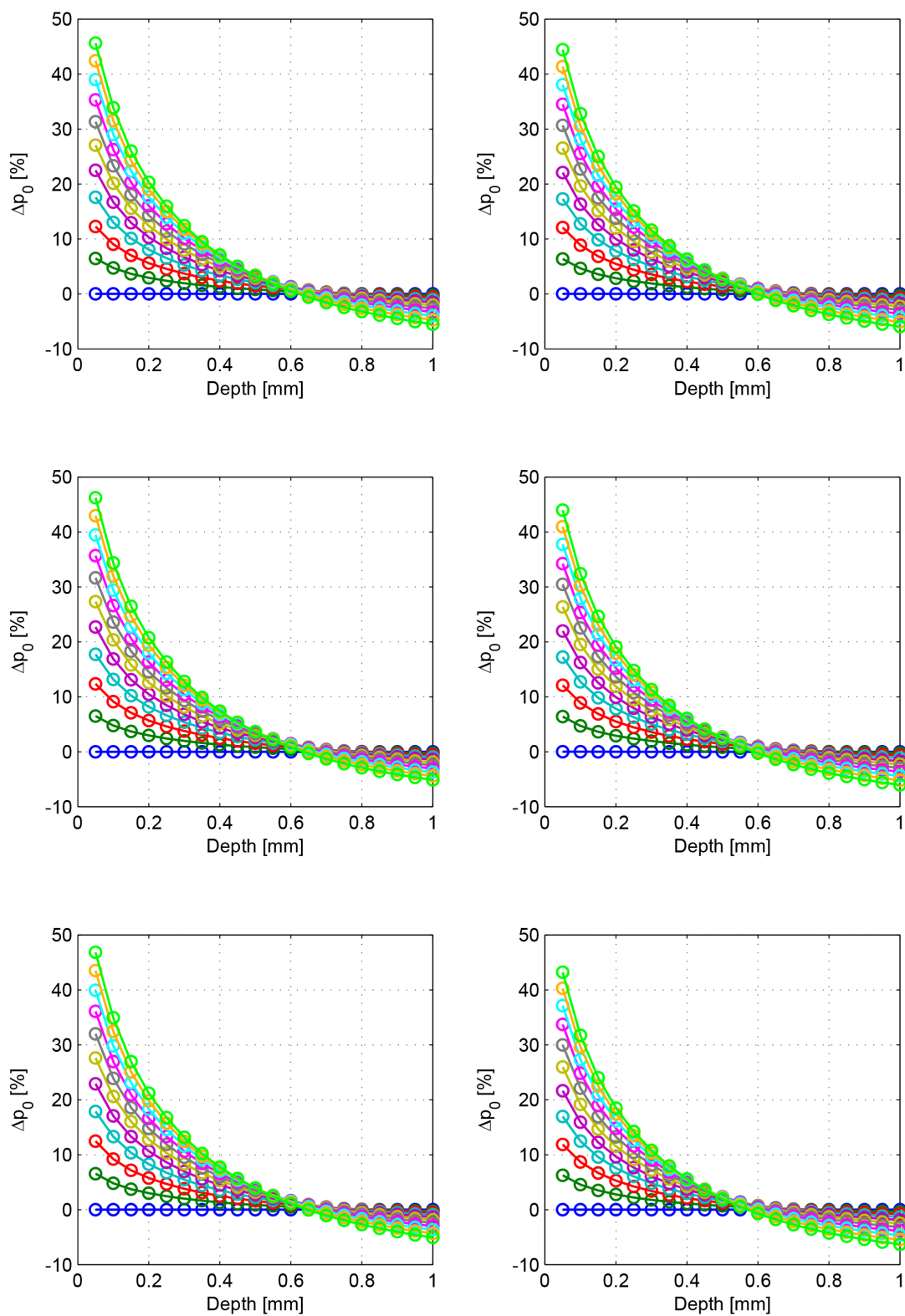


**Figura 4.4:** Sopra: influenza dell'errore di zero sulle tensioni residue massime, nelle due condizioni di carico scelte. Sotto: errori relativi percentuali rispetto alla condizione nominale.

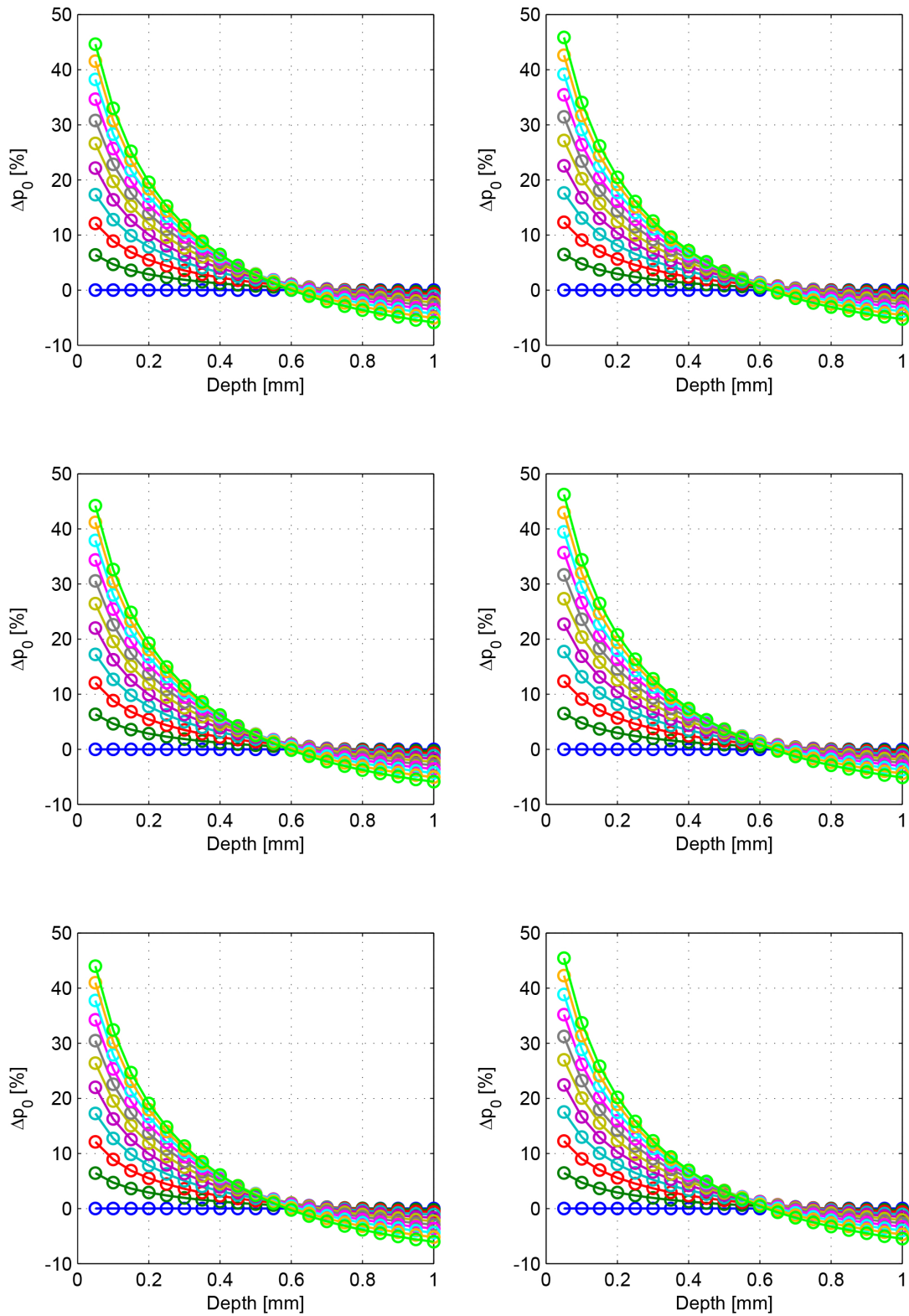
modo analogo si possono determinare gli errori  $\Delta q_0$  e  $\Delta t_0$ . Si riportano nelle Figure a fine di questo Capitolo gli andamenti degli errori percentuali al variare della profondità e dell'offset. Per la legenda si rimanda alla Figura 4.4. Le condizioni di carico sono identificate con (PRESSURE1,PRESSURE2) nelle didascalie.



**Figura 4.5:** Errori relativi percentuali sulla componente idrostatica delle deformazioni rilasciate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (100,100) (100,-100) (100,200) (-100,200) (100,300) (-100,300).

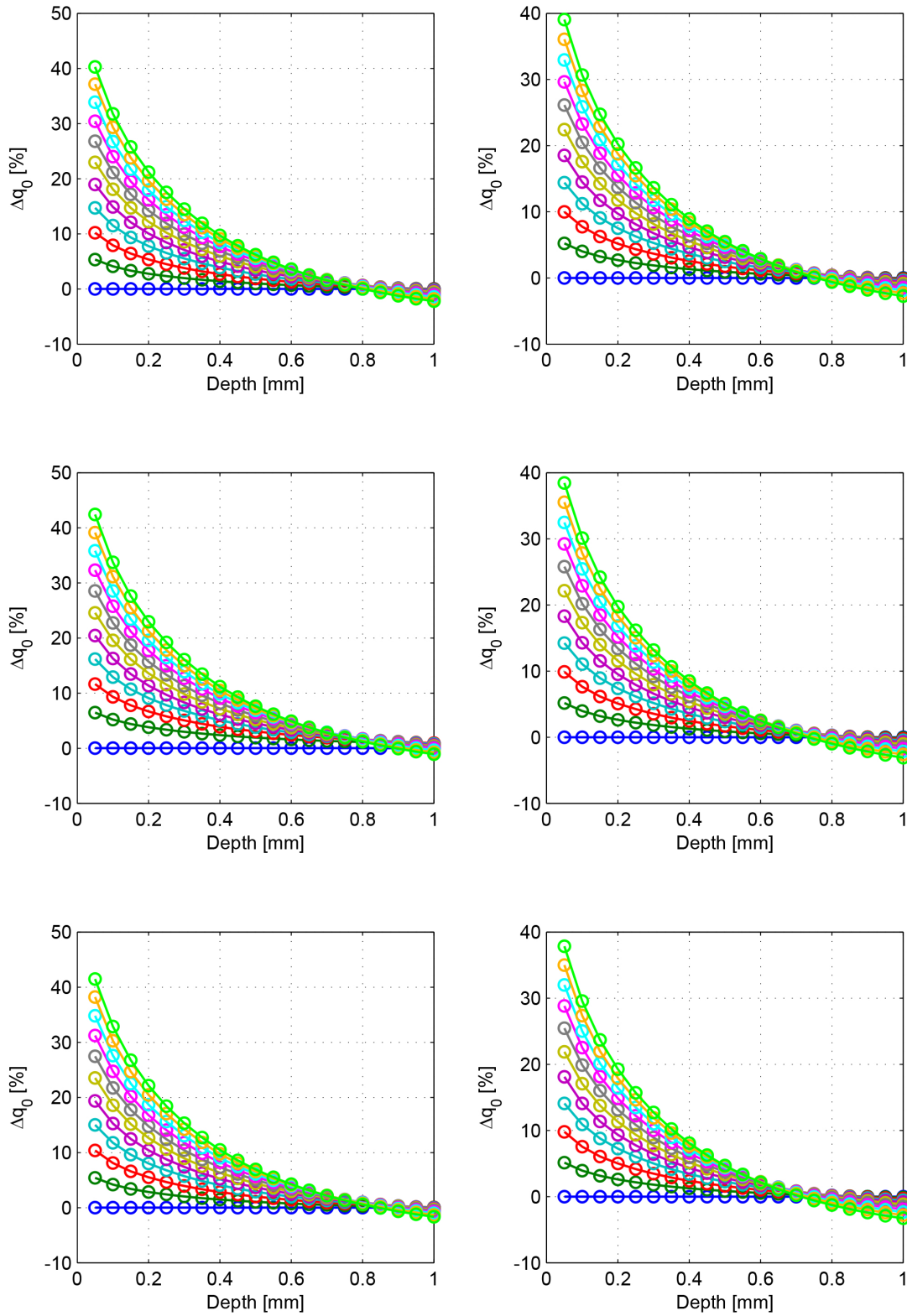


**Figura 4.6:** Errori relativi percentuali sulla componente idrostatica delle deformazioni rilasciate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (200,100) (200,-100) (200,200) (200,-200) (200,300) (-200,300).

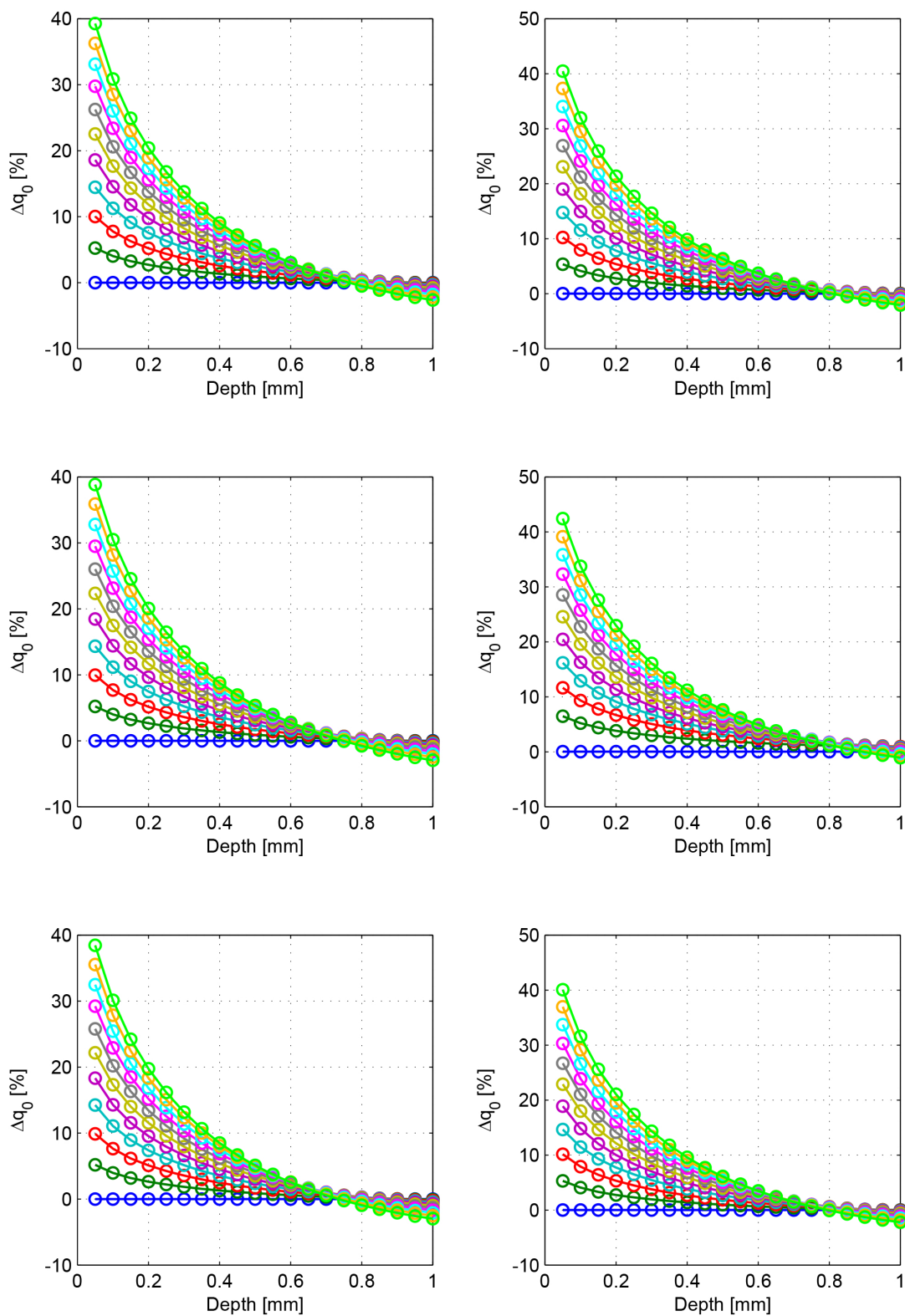


**Figura 4.7:** Errori relativi percentuali sulla componente idrostatica delle deformazioni rilassate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (300,-100) (300,200) (300,-200) (300,300) (300,-300) (300,100).

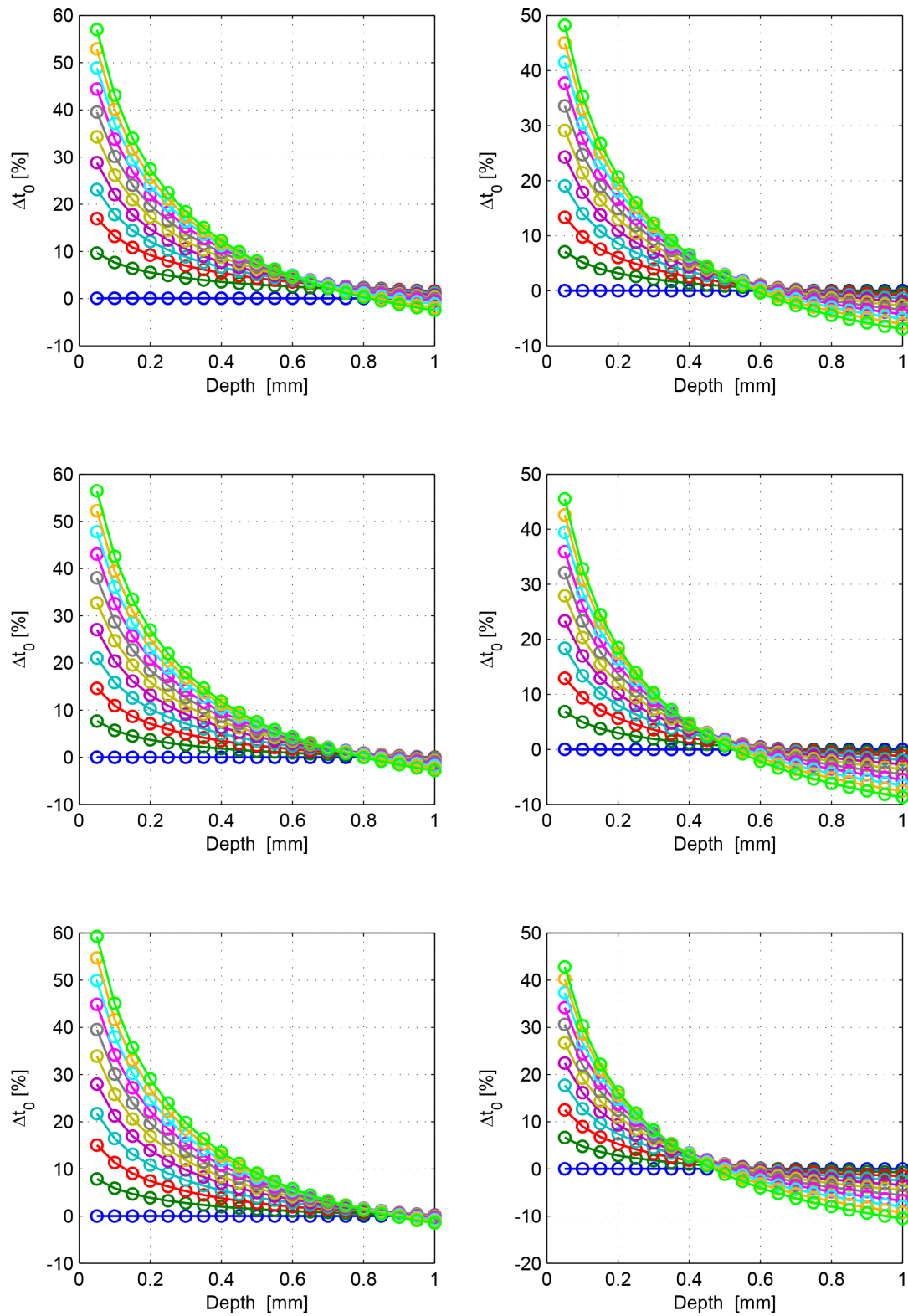




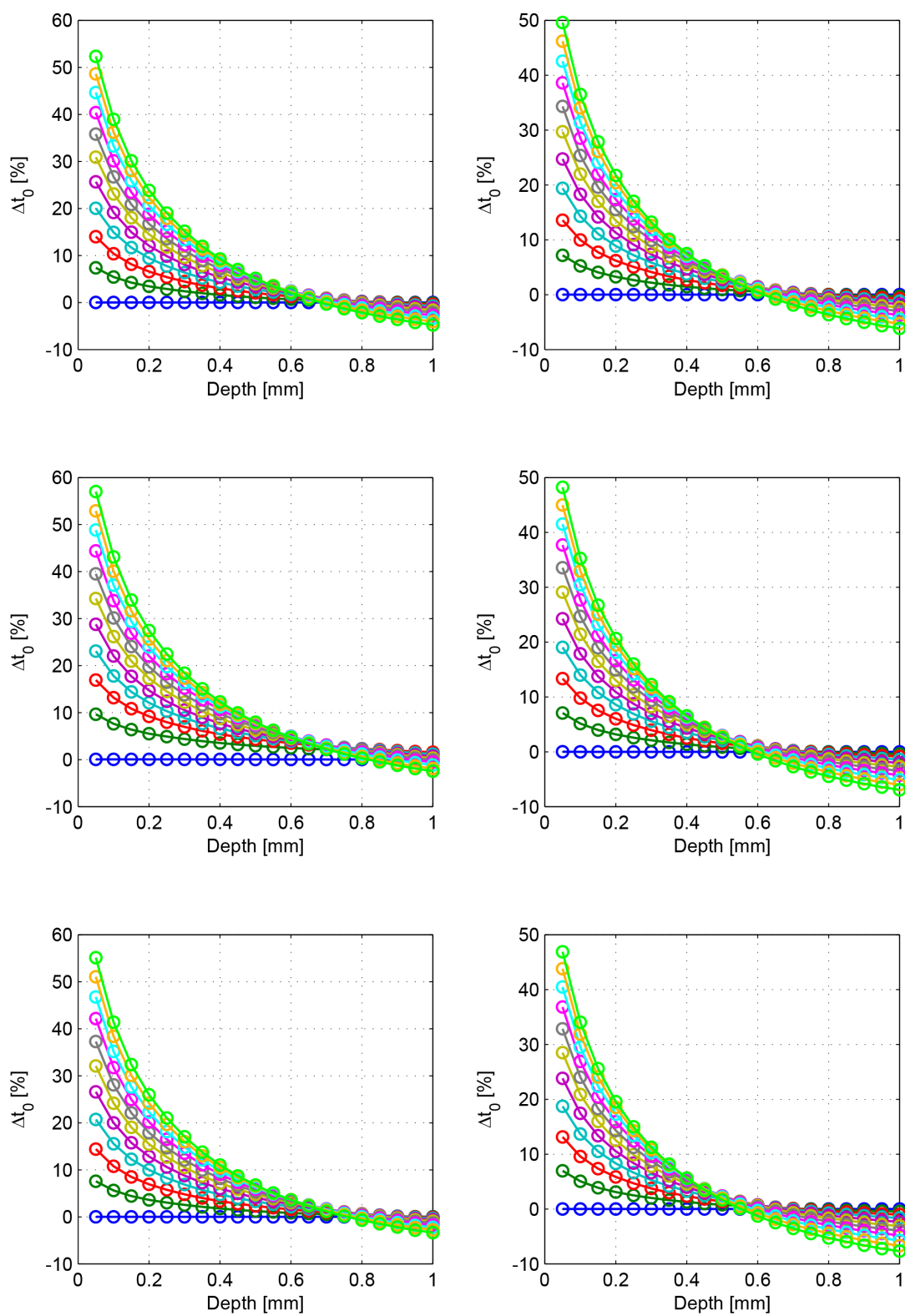
**Figura 4.9:** Errori relativi percentuali sulla componente deviatorica delle deformazioni rilassate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (200,100) (200,-100) (200,200) (200,-200) (200,300) (-200,300).



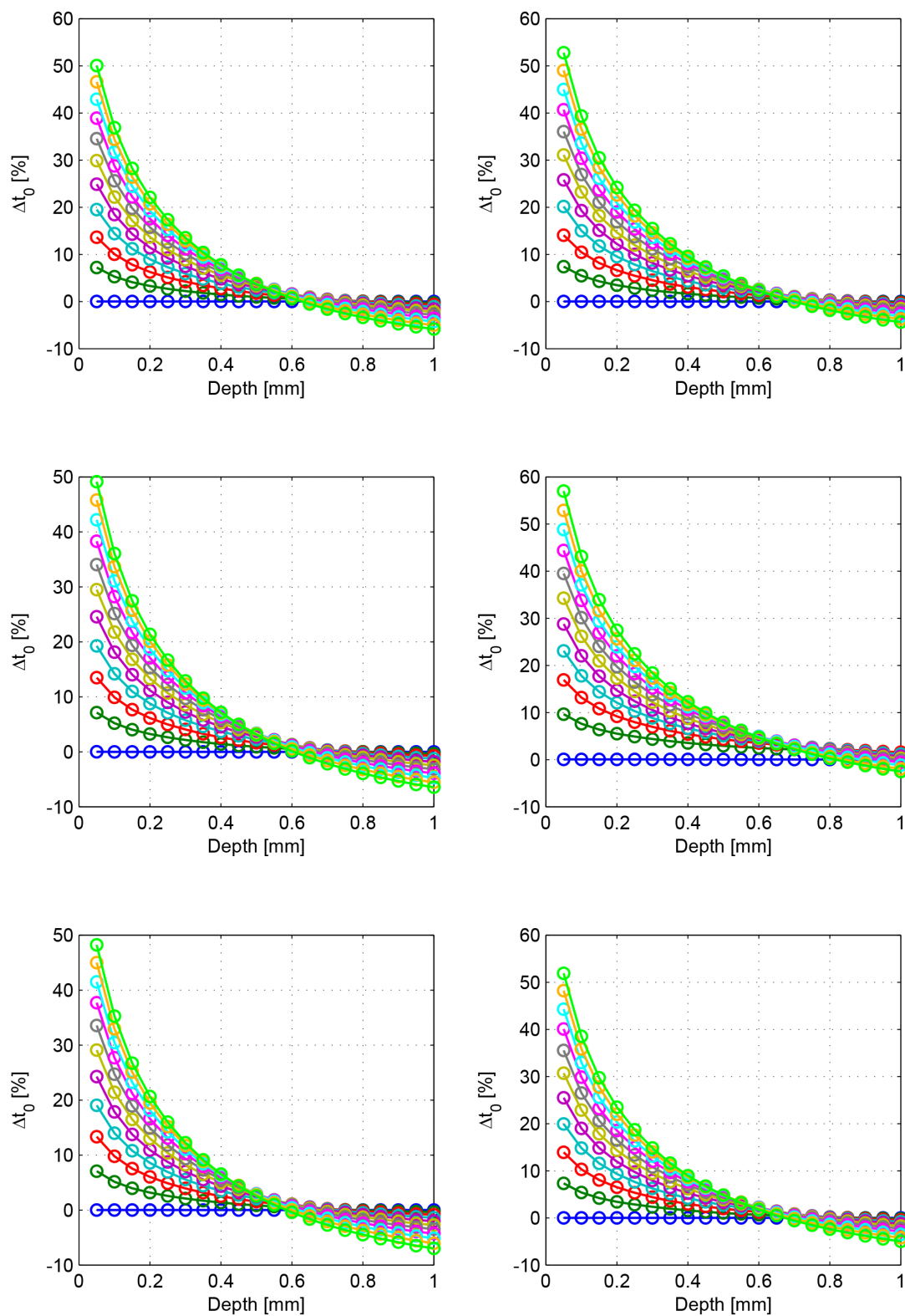
**Figura 4.10:** Errori relativi percentuali sulla componente deviatorica delle deformazioni rilassate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (300,-100) (300,200) (300,-200) (300,300) (300,-300) (300,100).



**Figura 4.11:** Errori relativi percentuali sulla componente di puro taglio delle deformazioni rilasciate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (100,100) (100,-100) (100,200) (-100,200) (100,300) (-100,300).



**Figura 4.12:** Errori relativi percentuali sulla componente di puro taglio delle deformazioni rilassate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (200,100) (200,-100) (200,200) (200,-200) (200,300) (-200,300).



**Figura 4.13:** Errori relativi percentuali sulla componente di puro taglio delle deformazioni rilasciate al variare dell'offset, per le condizioni di carico seguenti, in ordine da sinistra a destra e dall'alto verso il basso: (300,-100) (300,200) (300,-200) (300,300) (300,-300) (300,100).

### 4.3 Proposta di una procedura di correzione

Osservando le Figure riportate alla fine del precedente Paragrafo, si osserva che per ciascuna tipologia di deformazione (idrostatica, deviatorica, di puro taglio) gli andamenti degli errori percentuali rispetto alla condizione nominale sono molto simili. Pertanto si è pensato di parametrizzare tali curve in funzione della profondità e dell'entità dell'errore di zero. In questo modo si ottiene una superficie di risposta media che consente di stimare l'effetto dell'errore di zero una volta noto  $Z_0$ , su una qualsiasi distribuzione di tensioni residue, e successivamente di compensare tale effetto tramite la procedura di correzione proposta di seguito.

Mediante una analisi di regressione si è ottenuto che le curve degli errori percentuali sulle deformazioni disaccoppiate sono ben approssimate da una legge polinomiale del tipo (per comodità si prende in esame solo la componente idrostatica, ma la trattazione per le componenti deviatoriche e di taglio puro è del tutto simile):

$$\Delta p_0(Z) = c_0 + c_1 Z + c_2 Z^2 + c_3 Z^3 + c_4 Z^4 + c_5 Z^5 + c_6 Z^6 \quad (4.2)$$

dove  $Z$  indica la profondità del foro raggiunta (non è quella massima, ma quella corrispondente al passo di foratura attuale). È stato scelto di utilizzare un polinomio di grado  $n = 6$ , poiché dopo alcuni tentativi si è ritenuto che fosse quello per cui si ottiene un'approssimazione sufficientemente accurata delle curve esaminate. I coefficienti  $c_n$  sono stati resi dipendenti unicamente dal valore dell'errore di zero, chiamato  $Z_0$ , attraverso relazioni di tipo polinomiale di quinto grado:

$$c_n(Z_0) = (d_0)_n + (d_1)_n Z_0 + (d_2)_n Z_0^2 + (d_3)_n Z_0^3 + (d_4)_n Z_0^4 + (d_5)_n Z_0^5 \quad (4.3)$$

In questo modo la stima dell'errore percentuale sulla componente idrostatica della deformazione risulta dipendente unicamente dalla profondità attuale del foro e dall'errore di zero commesso. Una parametrizzazione analoga si ottiene anche per le altre due componenti della deformazione.

Per ciascuna curva di risposta si ottengono i polinomi interpolanti, attraverso delle analisi di regressione. La superficie di risposta media è stata ottenuta interpolando i polinomi sopracitati mediante approssimazione ai minimi quadrati. In tal modo sono stati ottenuti i coefficienti dei polinomi interpolanti medi, attraverso i quali si può descrivere la superficie di risposta media. Tutto questo viene eseguito per tutte e tre le componenti disaccoppiate della deformazioni. Nella Tabella 4.1 si riportano i coefficienti  $(d_m)_n$  per ciascuna superficie media (una per componente disaccoppiata), mentre in Figura 4.14 si riportano le superfici medie ottenute dall'analisi.

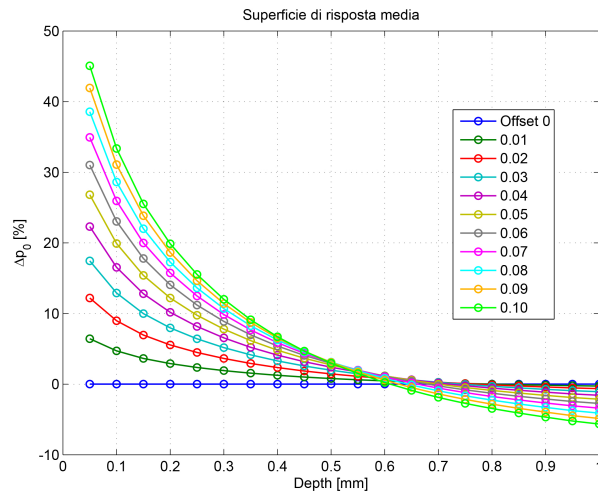
La procedura di correzione degli effetti legati all'errore di zero consiste in quanto segue. È necessario, prima di tutto, misurare oppure stimare l'offset  $Z_0$ <sup>1</sup>. Con le relazioni 4.2 e 4.3 si calcola l'errore percentuale commesso  $\Delta p_0(Z)$  (ci si limita per comodità alla componente idrostatica) ad ogni profondità  $Z$ . Nota la deformazione rilassata in presenza di offset  $p_{err}(Z)$  e l'errore percentuale, si risale alla deformazione rilassata corretta  $p_c(Z)$  che si sarebbe dovuta ottenere in assenza di offset:

$$p_c(Z) = \left( \frac{1}{1 + \frac{\Delta p_0(Z)}{100}} \right) p_{err}(Z) \quad (4.4)$$

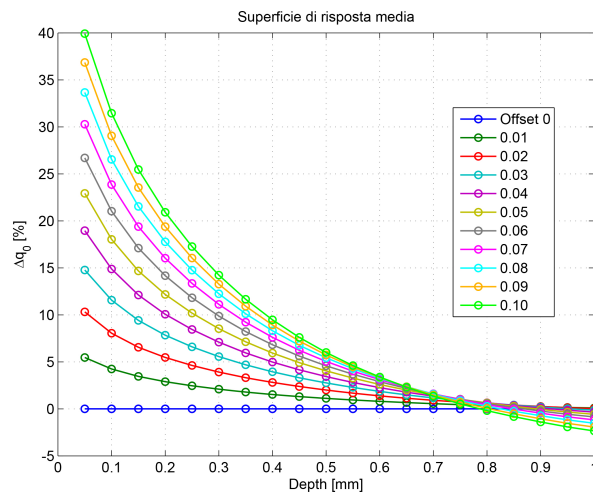
Ripetendo tale operazione a ciascun passo  $Z$  si ottiene la relazione che lega le deformazioni affette da errore e quelle corrette. In forma matriciale si ha:

$$\mathbf{P}_c = [\mathbf{R}_p] \mathbf{P}_{err} \quad (4.5)$$

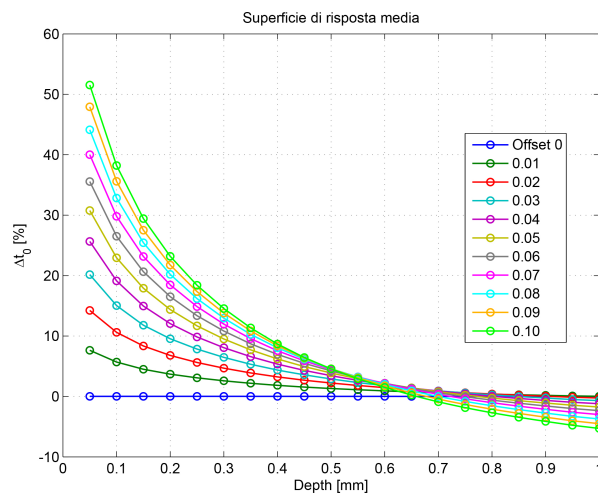
<sup>1</sup>Ipotizzando che i passi di foratura siano stati eseguiti ad ampiezza effettivamente costante, una stima di  $Z_0$  può derivare dalla misura della profondità massima del foro. La si può ottenere con dei comparatori millesimali aventi la punta dello stelo di diametro compatibile con quello del foro, oppure attraverso il microscopio (che in genere è in dotazione con la strumentazione) rilevando la regolazione relativa alla messa a fuoco del fondo del foro e della superficie del campione.



(a)



(b)



(c)

**Figura 4.14:** Polinomi interpolanti delle superfici di risposta medie. a) Componente equibiaxiale. b) Componente deviatorica. c) Componente di taglio puro.

**Tabella 4.1:** Coefficienti dei polinomi interpolanti riguardanti le superfici di risposta medie delle diverse componenti di deformazione.

Componente equibiassiale						
	$(d_0)_n$	$(d_1)_n$	$(d_2)_n$	$(d_3)_n$	$(d_4)_n$	$(d_5)_n$
$n = 0$	7.606421e+07	-2.458735e+07	3.205644e+06	-2.357881e+05	1.555307e+04	1.942444e-01
$n = 1$	-2.691621e+08	8.705420e+07	-1.136440e+07	8.394713e+05	-5.633333e+04	-6.864541e-01
$n = 2$	3.779507e+08	-1.223358e+08	1.599838e+07	-1.189090e+06	8.194624e+04	9.621057e-01
$n = 3$	-2.679337e+08	8.682529e+07	-1.138339e+07	8.543820e+05	-6.164560e+04	-6.801322e-01
$n = 4$	1.008547e+08	-3.273963e+07	4.308984e+06	-3.294007e+05	2.605983e+04	2.548407e-01
$n = 5$	-1.934088e+07	6.294884e+06	-8.338898e+05	6.676903e+04	-6.550434e+03	-4.844031e-02
$n = 6$	1.708994e+06	-5.538602e+05	7.394093e+04	-6.940690e+03	9.493888e+02	4.459593e-03
Componente deviatorica						
	$(d_0)_n$	$(d_1)_n$	$(d_2)_n$	$(d_3)_n$	$(d_4)_n$	$(d_5)_n$
$n = 0$	6.326015e+07	-2.022966e+07	2.595241e+06	-1.827878e+05	1.046211e+04	1.828072e-01
$n = 1$	-2.239657e+08	7.166471e+07	-9.206027e+06	6.505838e+05	-3.780449e+04	-6.464951e-01
$n = 2$	3.146989e+08	-1.007859e+08	1.297072e+07	-9.208883e+05	5.482105e+04	9.068360e-01
$n = 3$	-2.233215e+08	7.161474e+07	-9.240442e+06	6.605568e+05	-4.110909e+04	-6.417411e-01
$n = 4$	8.428977e+07	-2.708201e+07	3.506837e+06	-2.537035e+05	1.742300e+04	2.412966e-01
$n = 5$	-1.650704e+07	5.310130e+06	-6.893399e+05	5.131209e+04	-4.542502e+03	-4.761363e-02
$n = 6$	2.301823e+06	-7.097837e+05	8.656403e+04	-6.458352e+03	7.715090e+02	8.911336e-03
Componente di taglio puro						
	$(d_0)_n$	$(d_1)_n$	$(d_2)_n$	$(d_3)_n$	$(d_4)_n$	$(d_5)_n$
$n = 0$	9.498089e+07	-2.996021e+07	3.773902e+06	-2.671967e+05	1.800186e+04	3.057301e-01
$n = 1$	-3.362919e+08	1.061198e+08	-1.337958e+07	9.507240e+05	-6.512079e+04	-1.081717e+00
$n = 2$	4.726316e+08	-1.492272e+08	1.883848e+07	-1.345615e+06	9.454592e+04	1.518475e+00
$n = 3$	-3.356129e+08	1.060535e+08	-1.341225e+07	9.659007e+05	-7.088802e+04	-1.076131e+00
$n = 4$	1.269243e+08	-4.015520e+07	5.090953e+06	-3.722205e+05	2.977701e+04	4.058350e-01
$n = 5$	-2.514686e+07	7.954668e+06	-1.009700e+06	7.642823e+04	-7.422185e+03	-8.110909e-02
$n = 6$	3.972388e+06	-1.205847e+06	1.439868e+05	-1.062210e+04	1.130890e+03	1.661953e-02

in cui  $[\mathbf{R}_p]$  è una matrice diagonale di "ripristino" contenente i termini correttivi  $\left(\frac{1}{1+\frac{\Delta p_0(Z)}{100}}\right)$ .

I passaggi fatti si ripetono in maniera analoga per le componenti di deformazione deviatorica e di puro taglio, ottenendo i vettori delle deformazioni corrette  $\mathbf{q}_c$  e  $\mathbf{t}_c$ , e le rispettive matrici di compensazione  $[\mathbf{R}_q]$  e  $[\mathbf{R}_t]$ .

A questo punto, non rimane che applicare in toto il calcolo delle tensioni residue partendo, però, dalle deformazioni disaccoppiate corrette. Si tratta di risolvere, con la procedura esposta nel Capitolo 1, i sistemi di equazioni seguenti:

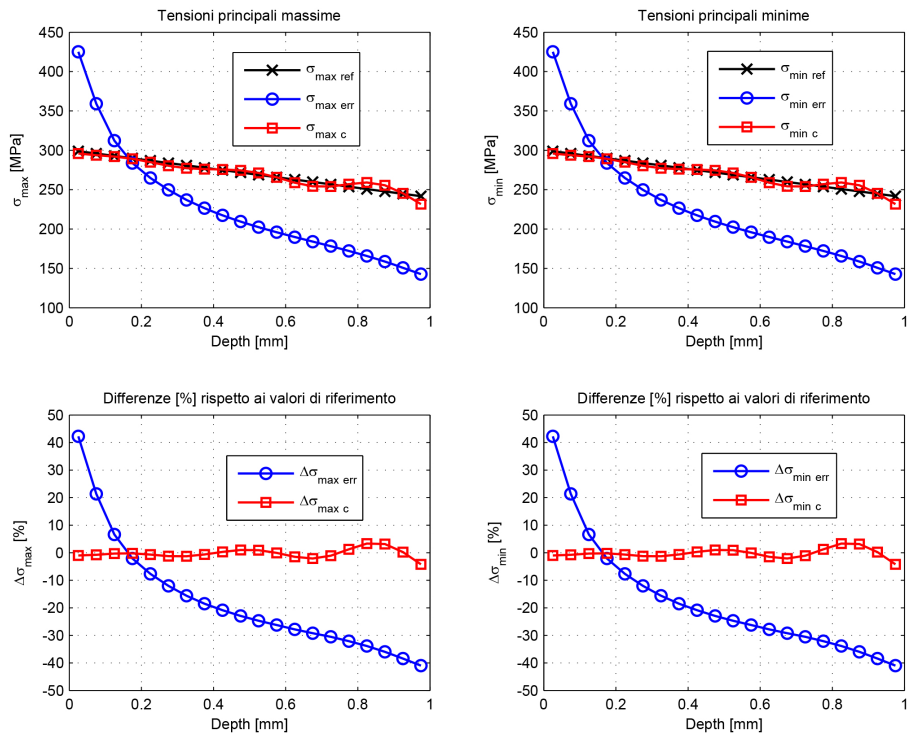
$$[\bar{\mathbf{a}}] \mathbf{P} = \frac{E}{1+\nu} [\mathbf{R}_p] \mathbf{P}_{err} \quad (4.6a)$$

$$[\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{Q} = E [\mathbf{R}_q] \mathbf{q}_{err} \quad (4.6b)$$

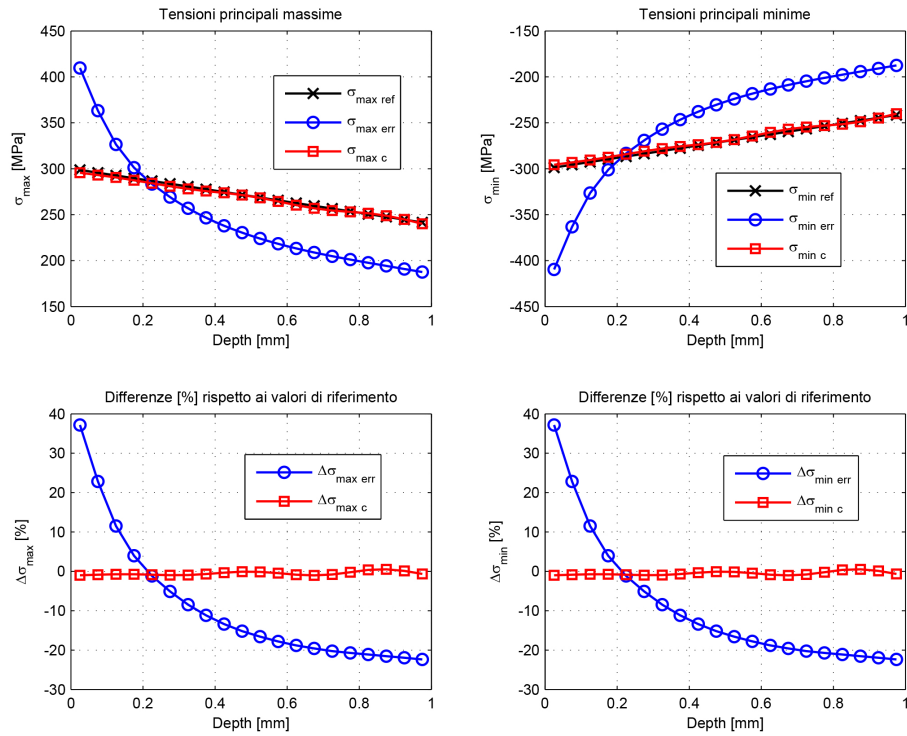
$$[\bar{\mathbf{b}}] \mathbf{T} = E [\mathbf{R}_t] \mathbf{t}_{err} \quad (4.6c)$$

analoghi ai sistemi di equazioni 1.14, nei quali, però, si utilizzano le deformazioni corrette.

Dei casi analizzati, è stato preso in esame quello caratterizzato dalla coppia di valori (PRESSURE1,PRESSURE2) pari a (300,-300), con modalità di applicazione del carico equibiassiale e di taglio, per simulare l'applicazione della procedura di correzione proposta. Si supponga che l'errore di zero commesso sia  $Z_0 = 0.10\text{mm}$ . Applicando la procedura di correzione i risultati che si ottengono sono mostrati in Figura 4.15. Si nota che l'errore percentuale rispetto all'andamento di riferimento è notevolmente diminuito rispetto al medesimo caso affetto dall'errore di zero, in entrambi i casi. Pertanto si ritiene che la procedura di correzione possa apportare effetti benefici anche in ambito pratico. Il punto cruciale per la buona riuscita della correzione sta nella qualità con cui viene stimato l'errore di zero, ma questo tema esula dagli scopi di questa trattazione.



(a)



(b)

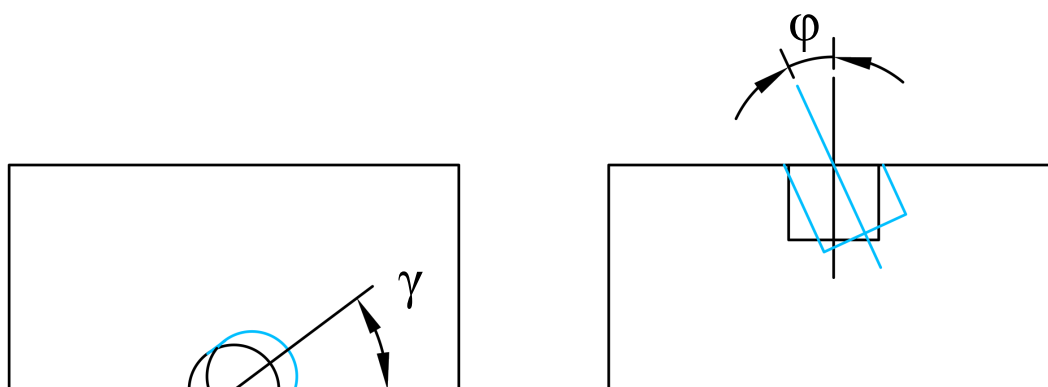
Figura 4.15: Effetti della procedura di correzione. a) Caso equibiaxiale. b) Caso di taglio.

## Capitolo 5

# Effetto dell'errore di inclinazione dell'asse del foro

In questo Capitolo viene esaminata un'altra fonte importante di errore che spesso viene trascurata in ambito pratico nell'applicazione del metodo. Si tratta dell'errore di inclinazione dell'asse. Spesso infatti le misure delle tensioni residue vengono eseguite in condizioni non ottimali, pertanto è relativamente facile eseguire fori aventi un'errore di perpendicolarità non trascurabile. In quest'ambito si analizzano gli effetti che la realizzazione di un foro inclinato piuttosto che in asse producono sui risultati del metodo del foro. Ancora una volta ci si avvale degli elementi finiti indagare sul fenomeno.

Facendo riferimento alla Figura 5.1, si definiscono gli angoli di inclinazione del foro.  $\gamma$  viene definito come l'angolo tra il piano di sezione contenente l'asse del foro inclinato e l'asse nominale e il piano di sezione contenente l'asse nominale e la direzione dell'estensimetro 1. Invece, l'angolo  $\phi$  è l'angolo di inclinazione del foro rispetto alle condizioni nominali, misurato sul piano di sezione inclinato di  $\gamma$ .



**Figura 5.1:** Definizione degli angoli di inclinazione.

Vengono prese in esame diverse combinazioni di tali angoli, nonché diverse condizioni di carico applicate. Esse sono:

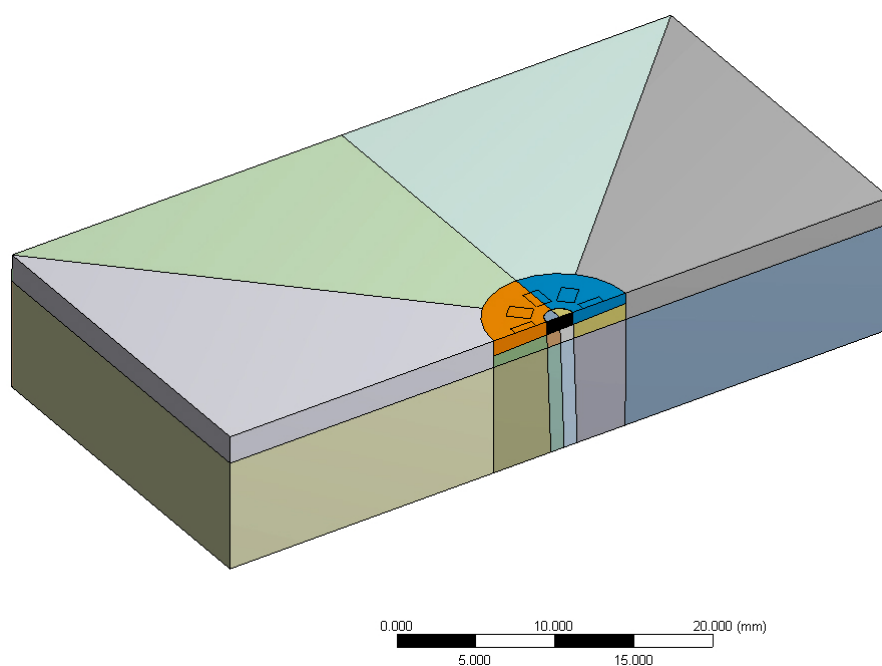
- $\gamma = 0^\circ$  e  $\varphi$  pari a  $1^\circ$ ,  $1.5^\circ$  e  $2^\circ$
- $\gamma = 90^\circ$  e  $\varphi$  pari a  $1^\circ$ ,  $1.5^\circ$  e  $2^\circ$

Ciascuna delle combinazioni sopraelencate viene sottoposta ad un carico equibiassiale di 100MPa di trazione e ad un carico di taglio di pari intensità. Chiaramente per quanto riguarda il carico equibiassiale, le combinazioni

di angoli che si vogliono indagare produrranno risultati identici, pertanto è sufficiente una sola di esse (ad esempio la prima). In analogia con quanto fatto nel precedente Capitolo, si simula la foratura a più passi con il metodo EK2, disattivando volta per volta gli elementi corrispondenti al materiale da rimuovere, fino ad una profondità massima di 1mm: ad ogni passo si rilevano le deformazioni rilassate e su di esse si applica il calcolo delle tensioni residue secondo[3]. Confrontando i risultati ottenuti con quelli attesi sarà possibile individuare gli effetti legati all'inclinazione del foro.

## 5.1 Modelli agli elementi finiti

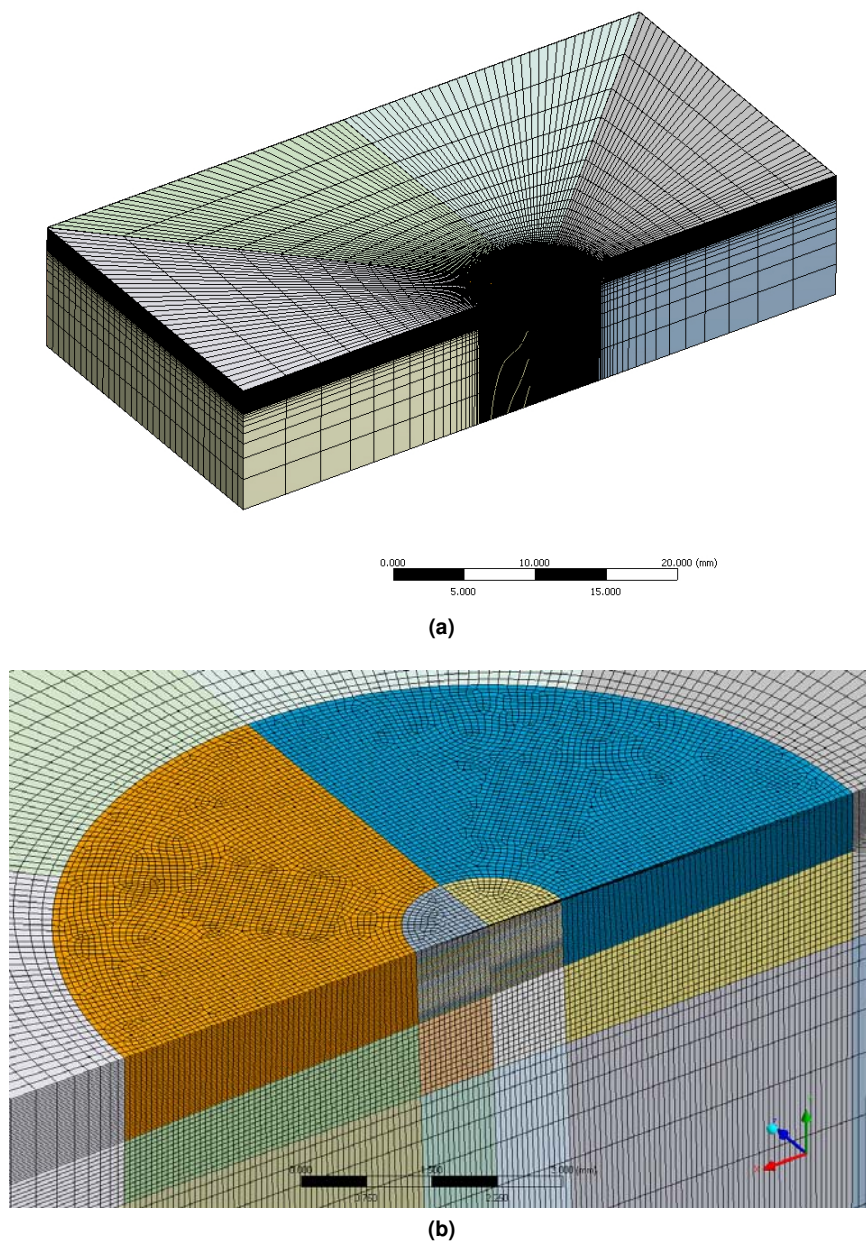
Data la presenza del foro inclinato, la geometria non è più assialsimmetrica, pertanto non è possibile ridurre il problema ad un problema bidimensionale come fatto in precedenza: i modelli da creare non possono che essere 3D. Si osserva, tuttavia, che le combinazioni di angoli di inclinazione che vengono studiate sono tali per cui è possibile sfruttare la simmetria lungo il piano di sezione contenente l'asse del foro. In questo modo risulta possibile costruire dei modelli con mesh più affinate, con le quali si riescono ad ottenere risultati più accurati. La geometria si basa su quelle utilizzate finora, nel senso che le dimensioni degli ingombri esterni sono le stesse adottate in tutti i modelli precedenti, nei quali si è visto che esse sono tali da non influenzare i risultati delle analisi, vedi i grafici di convergenza nel Capitolo 2.



**Figura 5.2:** Modello 3D per le analisi sugli effetti del foro inclinato.

In Figura 5.2 si mostra uno dei modelli realizzati. Sulla superficie del componente sono state imprimate 5 superfici rettangolari. Esse rappresentano le aree di rilevazione delle deformazioni e corrispondono a due rosette estensimetriche tipo B. La loro disposizione è studiata in modo tale da poter analizzare angoli di inclinazione  $\varphi$  sia positivi sia negativi, di pari modulo, con una unica analisi. Attraverso questo espediente si può raddoppiare la quantità di informazioni che si deduce da una singola analisi. Non è stato possibile simulare rosette tipo A, in quanto la loro geometria non consentiva di semplificare il problema mediante la simmetria. Viceversa, questo inconveniente non si presenta con le rosette della tipologia B, che si posizionano completamente da un lato del foro.

La Figura 5.3 mostra la mesh utilizzata e alcuni dettagli nella zona attorno al foro. A primo impatto, si può osservare che la mesh adottata non presenta lo stesso grado di affinazione raggiunto con i modelli bidimensionali, ma ciò è normale visto che si tratta di modelli tridimensionali. In ogni caso, il principio con cui essa viene relizzata rimane lo stesso: si cerca di ridurre il più possibile la dimensione degli elementi nella zona di interesse, ovvero in prossimità del foro, mentre la loro dimensione risulta maggiore nelle aree più lontane, di minore interesse nell'analisi.



**Figura 5.3:** a) Mesh del modello 3D. b) Dettaglio della zona foro.

In questo ambito, non dovendo utilizzare modelli con elementi PLANE25, le restrizioni descritte nel Capitolo 3 vengono meno; perciò sarebbe possibile simulare la foratura anche con metodi diversi da quelli analizzati (si veda per esempio il metodo di rimozione dei contatti, che era stato scartato precedentemente). Tuttavia, visto che la possibilità di implementare il metodo EK2 permane anche in ANSYS® *Workbench* e avendo appurato nelle precedenti fasi del lavoro che tale metodo fornisce risultati affidabili, non vi sono motivi per rinunciare ad esso. In questo caso, la sua implementazione è un po' più laboriosa rispetto a prima, in quanto è necessario

inserire a mano diverse Commands (una per ogni passo di foratura) all'interno dell'albero, ciascuna contenente i comandi di selezione e disattivazione degli elementi di interesse. Nonostante ciò, i comandi utilizzati rimangono gli stessi.

## 5.2 Risultati delle analisi

Per ogni simulazione sono state salvate in appositi files di testo le deformazioni elastiche di ciascun nodo sulle aree di misura degli estensimetri. In particolare, sono state isolate le componenti di deformazione dirette longitudinalmente al particolare estensimetro. Sono stati salvati tanti set di deformazione quanti sono i passi di foratura, più uno per generare lo stato tensionale interno target. In seguito, mediante degli script in Matlab® sono state ricavate le deformazioni rilassate in corrispondenza di ogni passo di foratura e di ogni estensimetro. Quest'ultime sono utilizzate per calcolare le tensioni residue in presenza di errore di perpendicolarità, secondo le ormai consolidate procedure di calcolo. Nelle Figure 5.4 e 5.5 si riportano i risultati corrispondenti ad un angolo di inclinazione  $\varphi = 2^\circ$ .

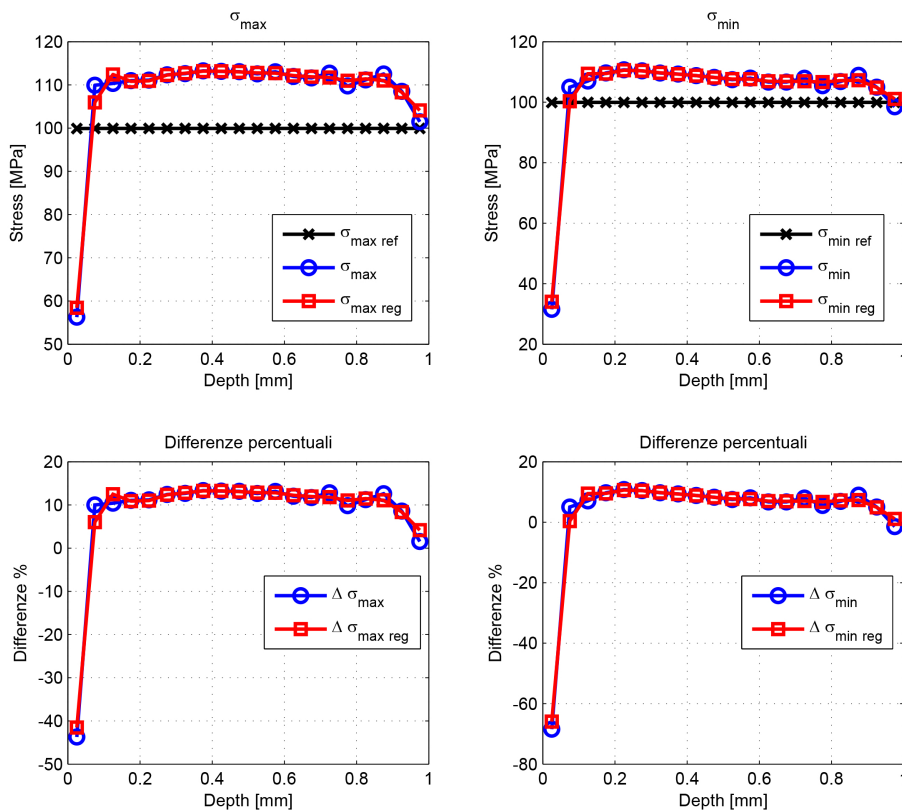
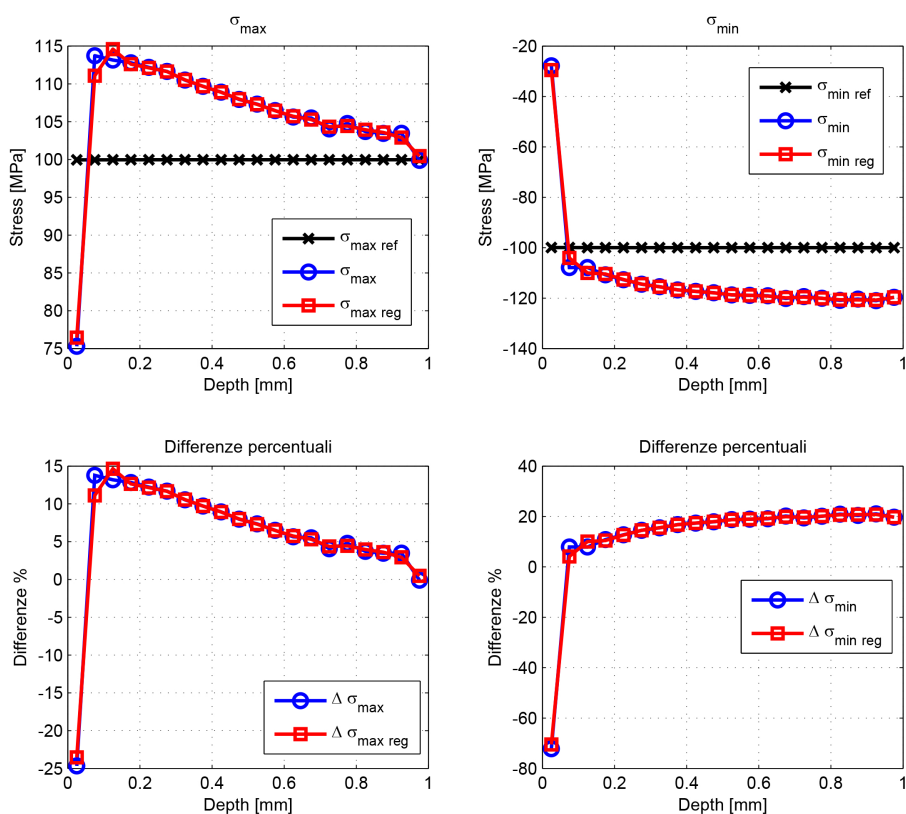
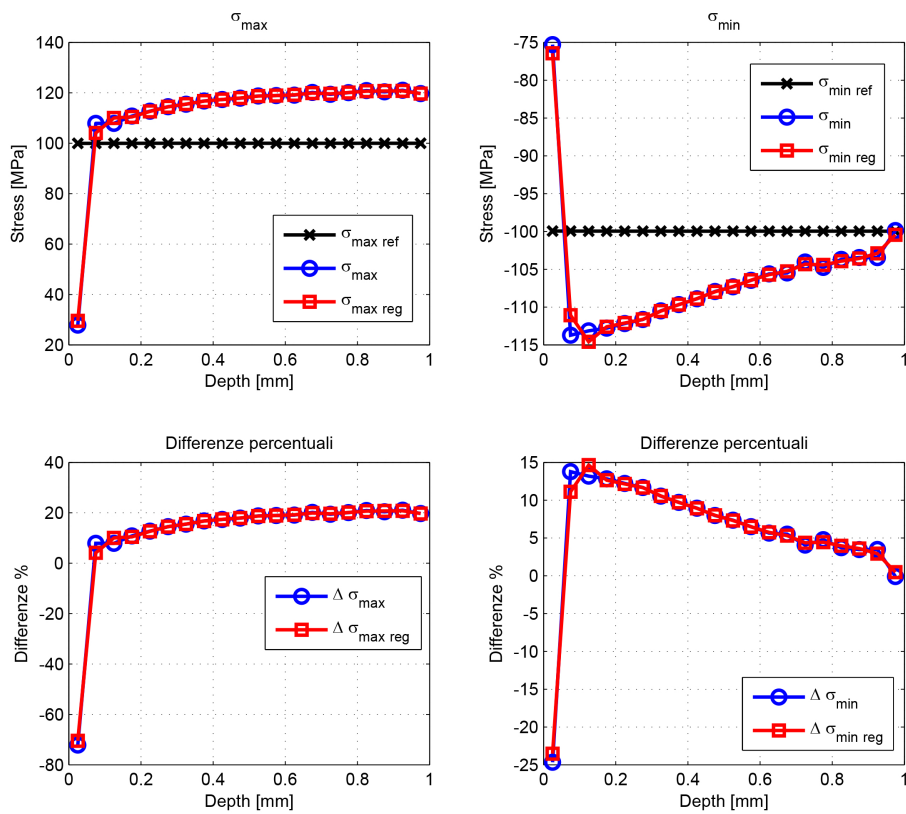


Figura 5.4: Risultati per la condizione di carico equibiaxiale.

Si osserva immediatamente che i valori delle tensioni principali si discostano in modo notevole dai valori attesi: si rilevano differenze percentuali che arrivano addirittura all'80% in corrispondenza dei primi step di foratura. Si nota, inoltre, che il disturbo sulle tensioni residue è maggiore lungo la direzione definita dall'angolo  $\gamma$ : infatti è proprio lungo tale direzione che il foro risulta essere inclinato. In aggiunta, le differenze percentuali osservate sono tali per cui la tensione calcolata in presenza di disallineamento è molto sottostimata rispetto al valore atteso ai primi passi, mentre risulta sovrastimata ai passi successivi. Questo fenomeno si spiega osservando cosa accade ai primi passi quando il foro risulta inclinato. In queste condizioni, l'utensile viene puntato verso il centro del mirino della rosetta, ma il primo contatto con il pezzo avviene quando lo spigolo del tagliente tocca il pezzo stesso. Poiché la configurazione al primo contatto risente del disallineamento, al primo



(a)



(b)

Figura 5.5: Risultati per la condizione di carico di taglio. a)  $\gamma = 0^\circ, \varphi = 2^\circ$ . b)  $\gamma = 90^\circ, \varphi = 2^\circ$ .

passo di foratura il volume di materiale rimosso è notevolmente inferiore a quello che si dovrebbe rimuovere in condizioni ottimali. Di conseguenza, la deformazione che si rileva sarà molto minore rispetto all'ottimale, in quanto c'è più materiale che resiste al rilascio della deformazione tra il bordo del foro e la superficie di rilevazione. L'errore sulle deformazioni si ripercuote sulle tensioni risultanti dal calcolo: infatti ai primi passi di foratura si nota che le tensioni residue sono notevolmente sottostimate. Tuttavia, alle maggiori profondità il trend si inverte, nel senso che le tensioni residue risultano sovrastimate. Il motivo di questo comportamento è intrinseco al calcolo delle tensioni residue, in quanto per la loro determinazione è necessario risolvere dei sistemi lineari caratterizzati da matrici di coefficienti che sono triangolari inferiori: in questo tipo di problemi la soluzione viene determinata in cascata, partendo dalla prima equazione e risolvendo le successive in sequenza. Perciò, un errore che subentra nelle prime equazioni viene trasportato in cascata nelle successive, ma mutato di segno. Ciò è dovuto al fatto che le variabili determinate nelle equazioni precedenti finiscono nei termini noti, dall'altra parte dell'uguale. Dal punto di vista fisico, commettere un errore evidente nei primi passi di foratura implica ripercussioni non sempre trascurabili nei passi successivi. Si osserva che l'entità della sovrastima delle tensioni è maggiore lungo la direzione definita dall'angolo  $\gamma$ , mentre è minore nella direzione trasversale, come è lecito aspettarsi. Infatti, lungo la prima direzione (longitudinale) la variazione geometrica generata dalla presenza del foro è più marcata rispetto alla direzione trasversale. Pertanto, lungo la direzione trasversale il componente offre maggiore resistenza al rilascio di deformazione rispetto alla direzione longitudinale. Gli effetti appena evidenziati si manifestano anche agli altri valori dei  $\varphi$ , ma si riducono al diminuire dell'angolo di inclinazione.

Di conseguenza, alla luce delle analisi eseguite, si sottolinea l'importanza di eseguire la misurazione cercando di fissare i supporti della fresa in modo tale per cui la foratura avvenga senza errori di inclinazione. Infatti, si è visto che gli errori che derivano da un set-up non ottimale sono di entità non trascurabile: si hanno escursioni tra  $-80\%$  a  $+20\%$ . Dato che gli errori si presentano in misura maggiore nei primi passi di foratura, si evidenzia ancora una volta l'importanza di eseguire con molta precisione i primi step di foratura, cosa che è tutt'altro che semplice.

## Capitolo 6

# Analisi di robustezza del metodo con approccio sperimentale e numerico

In questo Capitolo si presentano i risultati ottenuti nelle ultime fasi di lavoro. Al fine di validare il metodo FEM di simulazione della foratura agli elementi finiti, sono state eseguite alcune misure di tensioni residue, in condizioni di laboratorio, su un provino metallico caricato in maniera controllata[29, 32]. L'obiettivo delle misurazioni sperimentali consiste nel validare il metodo di simulazione della foratura agli elementi finiti. Si mettono a confronto i risultati derivanti dal modello agli elementi finiti della condizione di prova con i dati ottenuti dalle misure per capire in che misura il metodo agli elementi finiti approssima i dati sperimentali. Inoltre, qualora le condizioni di prova risultino riconducibili ad una condizione di carico analiticamente nota, diviene possibile mettere a confronto i risultati precedentemente ottenuti anche con i valori nominali.

La prova sperimentale consiste nel caricare a flessione una trave di sezione rettangolare di materiale metallico e praticare su di esso il foro per la misura delle tensioni residue secondo le indicazioni della normativa[3]: il fine è quello di ricostruire il campo di tensione legato al solo carico applicato, che è noto a priori. La procedura sperimentale, come sarà mostrato in seguito, presenta alcune varianti necessarie per separare il campo di tensione indotto dal solo carico applicato dalle componenti di tensione dovute al peso proprio del materiale e alle tensioni residue che inevitabilmente sono presenti all'interno del provino.

I risultati ottenuti si sono rivelati in contrasto con quanto atteso. Pertanto si è deciso di svolgere un'indagine approfondita sulle possibili cause degli errori riscontrati. Ad un primo impatto sembrava che la procedura di misura fosse stata influenzata da qualche errore grossolano, ma dopo aver appurato che la misura fosse stata eseguita nella corretta maniera, una disamina più profonda sul metodo del foro ha portato alla luce alcune debolezze intrinseche al metodo. Mediante il software modeFRONTIER<sup>®</sup>, ossia una potente piattaforma di integrazione per l'ottimizzazione multi-obiettivo e multidisciplinare, è stata sviluppata un'analisi di robustezza sul metodo del foro, che ha dimostrato quanto il metodo del foro risulti troppo sensibile a piccole variazioni dei parametri di ingresso. In particolare, tenendo conto delle condizioni di prova, il metodo della normativa non permette di giungere alla soluzione esatta.

### 6.1 Misure sperimentali

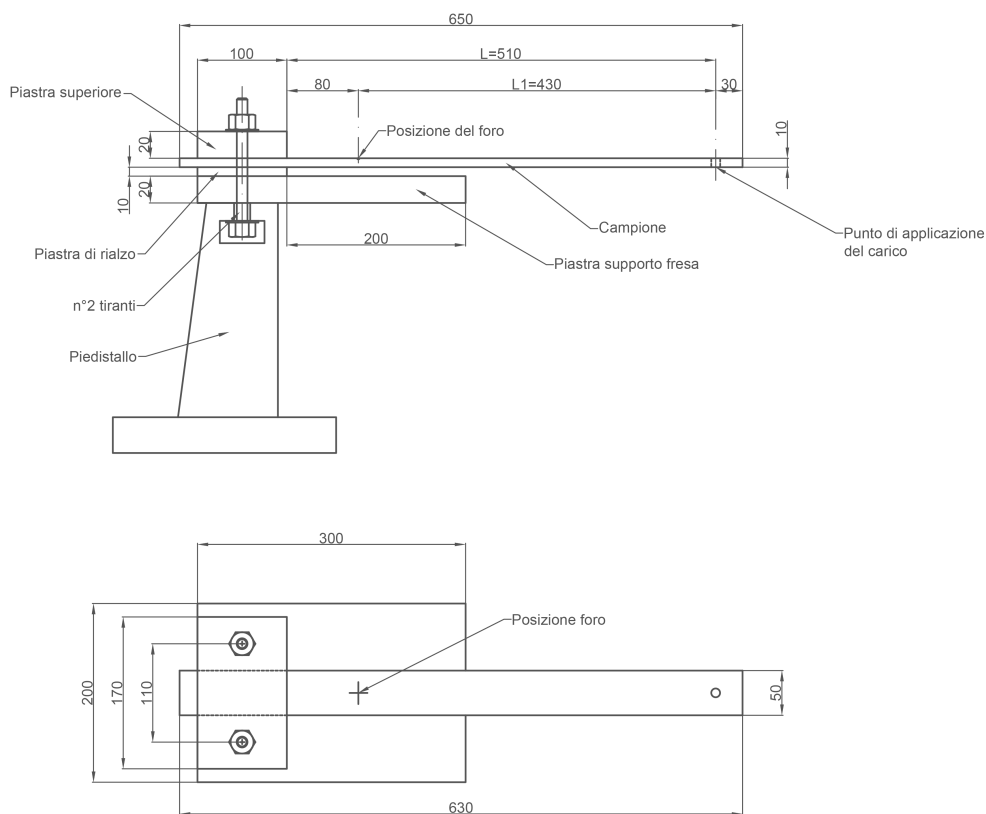
L'esecuzione delle misure sperimentali si suddivide in tre fasi:

1. Progettazione e setup del banco prova;
2. Esecuzione della misura delle tensioni residue;

## 3. Analisi dei dati.

**6.1.1 Prima fase: setup del banco prova**

Il layout del banco prova fa riferimento alla Figura 6.1, nella quale vengono riportate le grandezze caratteristiche per la sua messa in opera. Il banco consiste in una trave a mensola di sezione rettangolare piena, incastrata ad un'estremità e caricata all'estremità con dei pesi calibrati. La fresa viene installata sopra un supporto appositamente predisposto sotto la mensola ad una distanza tale da permettere la deformazione del provino a pieno carico. Il provino è costituito da una barra avente spessore nominale  $h = 10\text{mm}$  e larghezza nominale  $b = 50\text{mm}$ . Il materiale è acciaio C45, avente tensione di snervamento pari a  $\sigma_{sn} = 510\text{MPa}$  e tensione di rottura  $\sigma_R = 730\text{MPa}$ , (vedi UNI7670). Come illustrato in Figura 6.1, l'incastro è realizzato tramite due tiranti



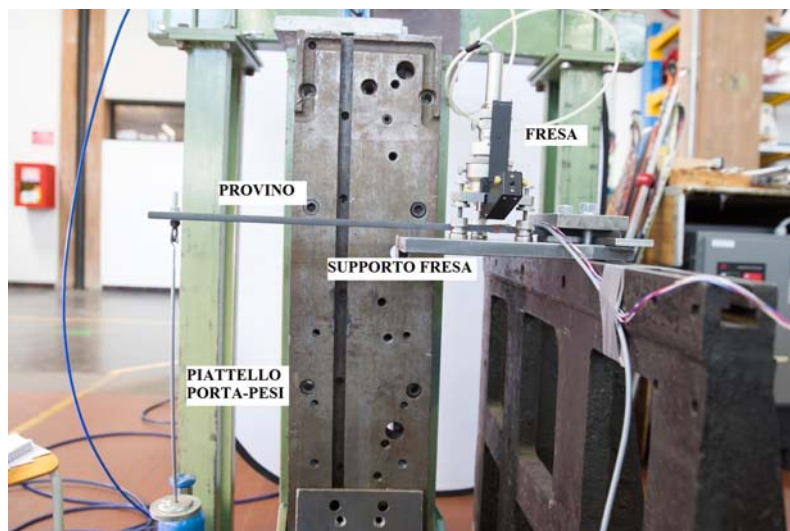
**Figura 6.1:** Layout del banco prova.

che stringono il provino, due piastre di appoggio (una inferiore e una superiore) e una piastra di rialzo. All'estremità libera i pesi calibrati vengono applicati mediante un piatto porta-pesi agganciato nel punto indicato in Figura 6.1. In Figura 6.2 si mostra il banco prova che è stato realizzato.

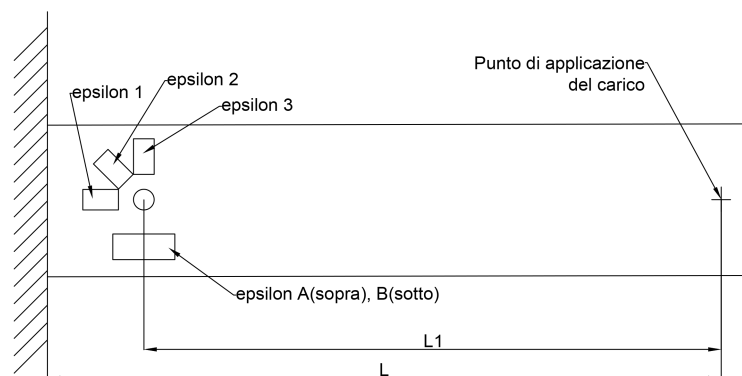
Sul provino vanno incollati la rosetta (tipo B secondo ASTM E837-13a) per la rilevazione delle deformazioni rilassate ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ) e due estensimetri per la rilevazione delle deformazioni dovute alla flessione ( $\varepsilon_A, \varepsilon_B$ ), quest'ultimi incollati alla stessa altezza del foro, uno sulla faccia superiore e uno su quella inferiore, così da compensare gli effetti termici. Lo schema delle loro disposizione è illustrato in Figura 6.3

L'incollaggio degli estensimetri è stato eseguito sotto la supervisione di un esperto. I passaggi eseguiti sono i seguenti e vengono mostrati nella Figura 6.4:

- a) Trattamento della superficie con carta abrasiva;
- b) Tracciamento della posizione dell'estensimetro;



**Figura 6.2:** Banco prova per la misura delle tensioni residue.



**Figura 6.3:** Schema disposizione estensimetri.

- c) Pulizia della superficie mediante solvente;
- d) Applicazione del neutralizer;
- e) Applicazione del catalizzatore;
- f) Posizionamento dell'estensimetro;
- g) Applicazione della colla cianoacrilita;
- h) Pressione sull'estensimetro per circa uno o due minuti;
- i) Ripetizione dei passaggi precedenti per gli altri estensimetri;
- j) Realizzazione dei collegamenti elettrici;
- k) Test dell'isolamento elettrico;
- l) Risultato finale.

Il sistema di acquisizione dei segnali è mostrato in Figura 6.5. Di seguito sono elencate le operazioni preliminari:

- Sono state misurate le dimensioni del provino ( $b$ =larghezza provino,  $h$ =spessore provino) e le distanze del punto di applicazione del carico dal centro del foro e dalla sezione incastrata (rispettivamente  $L_1$  ed  $L$ ). Sono state rilevate  $b$  ed  $h$  a diverse sezioni del provino e calcolarne i valori medi. Per eliminare lo strato superficiale molto duro (c'era il rischio di rompere la punta dell'utensile) è stato preventivamente fresata la superficie in cui viene fatta la misura, pertanto il provino ha sezione leggermente inferiore nella zona di misura.
- Sono stati pesati il gancio e il piattello porta-pesi. Se si prevede di effettuare l'azzeramento degli estensimetri in assenza del piatto e del gancio, le loro masse vanno a sommarsi a quelle dei pesi calibrati nei calcoli analitici ( $m = m_{\text{pesi}} + m_{\text{piatto}} + m_{\text{gancio}}$ ).
- È stata verificata la linearità di risposta del campione, applicando una rampa di carico e controllando che le deformazioni corrispondenti a ciascun peso avessero andamento lineare al crescere del peso.
- Sono state misurate indirettamente le proprietà del materiale. Misurando la freccia  $f$  nel punto di applicazione del peso tramite un comparatore centesimale, noto il peso imposto, si risale al modulo di Young tramite la relazione:

$$E = \frac{4mgL_1^3}{fbh^3} \quad (6.1)$$

Si determina il coefficiente di Poisson rilevando le deformazioni  $\varepsilon_1$  ed  $\varepsilon_3$ :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \quad (6.2)$$

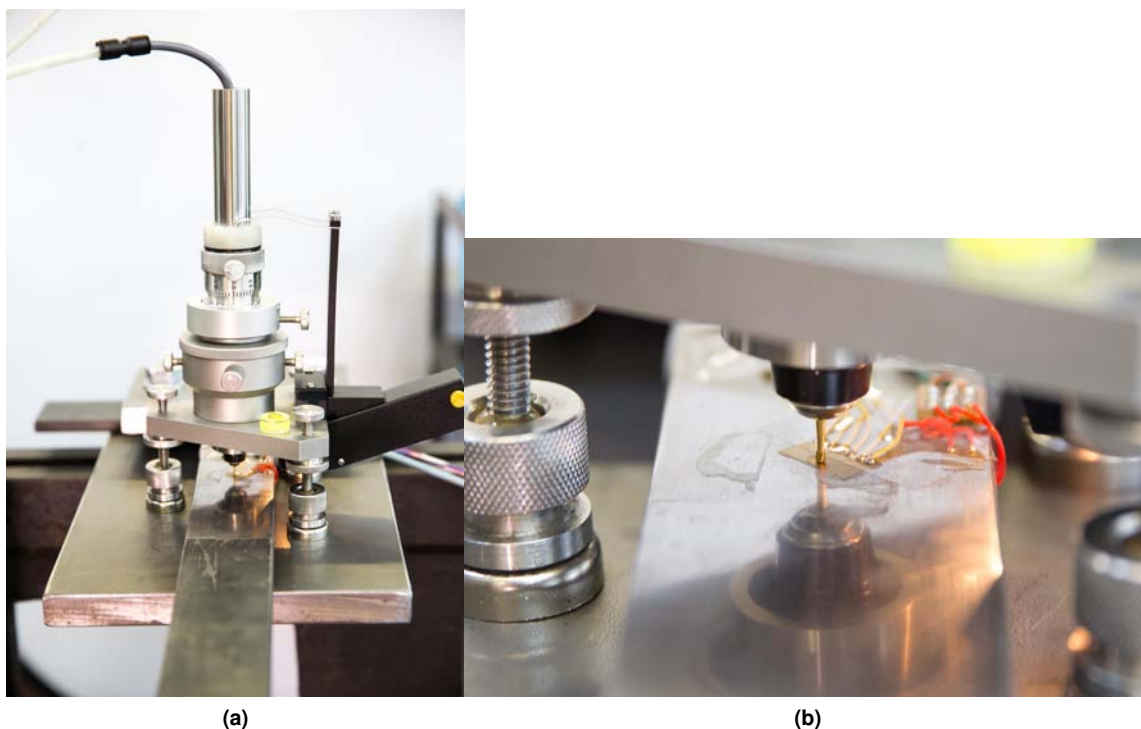
Infine, viene installata la fresa sul supporto (vedi Figura 6.6). Mediante i piedini magnetici essa è resa perfettamente solidale al supporto. La regolazione del centraggio della fresa sulla rosetta viene eseguita mediante il microscopio ottico di precisione in dotazione, mentre la regolazione dell'inclinazione della fresa viene eseguita a mano agendo sulle viti dei supporti.



**Figura 6.4:** Passaggi effettuati per l'incollaggio degli estensimetri.



**Figura 6.5:** Centralina P3 Vishay Micro-Measurements per l'acquisizione dei segnali.



**Figura 6.6:** Installazione della fresa.

### 6.1.2 Seconda fase: esecuzione della misura delle tensioni residue

Vanno eseguiti 20 passi di foratura di ampiezza pari a 0.05mm, seguendo la procedura descritta di seguito:

1. Controllare il corretto funzionamento della strumentazione: applicare il carico di prova e rilevare le deformazioni. Verificare che le tensioni flessionali misurate corrispondano al valore atteso.
2. Rimuovere il carico.
3. Forare il materiale di supporto della rosetta. Fermare l'utensile al contatto con il provino.
4. Rilevare il segnale dagli estensimetri  $\varepsilon_{1,0}^0$ ,  $\varepsilon_{2,0}^0$ ,  $\varepsilon_{3,0}^0$  (apice 0=in assenza di carico). Il valore rilevato va utilizzato come zero per le successive acquisizioni in assenza di carico.
5. Applicare il carico e rilevare le deformazioni  $\varepsilon_{1,0}^P$ ,  $\varepsilon_{2,0}^P$ ,  $\varepsilon_{3,0}^P$  (apice P = deformazioni lette in presenza del carico), da utilizzare come zero per le acquisizioni a provino caricato.
6. Rimuovere i pesi.
7. Eseguire un passo di foratura, in assenza di carico. Fermare l'utensile dopo 0.05mm di foratura.
8. Acquisire le strain  $\varepsilon_{1,1}^0$ ,  $\varepsilon_{2,1}^0$ ,  $\varepsilon_{3,1}^0$ , dopo il primo passo di foratura e in assenza di carico.
9. Applicare il carico.
10. Acquisire le strain  $\varepsilon_{1,1}^P$ ,  $\varepsilon_{2,1}^P$ ,  $\varepsilon_{3,1}^P$ , dopo il primo passo di foratura e in presenza di carico.
11. Rimuovere il carico.
12. Eseguire il secondo passo di foratura.
13. Ripetere i punti 3-12 fino ad eseguire tutti i passi di foratura.
14. Stappare l'utensile e rimuovere il carico.

### 6.1.3 Terza fase: verifiche ed elaborazione dei dati

Con l'ottica in dotazione si può misurare il diametro del foro e l'eccentricità tra centro del foro e centro della rosetta estensimetrica, al termine della prova. Attraverso il mirino si possono misurare le grandezze richieste, oppure si potrebbe utilizzare un micrometro per interni. Verificare, poi, che l'eccentricità sia inferiore al limite imposto dalla normativa  $e_{max} = \pm 0.004D_0$ .

La deformazione rilassata a ciascun passo di foratura si calcola come differenza tra deformazione letta a passo di foratura completato e deformazione letta nella fase di azzeramento. Per ogni profondità  $k$ -esima del foro, la deformazione rilassata (apice  $r$ ), rilevata da ciascun estensimetro, sarà data dalla somma di un contributo legato al carico flessionale imposto (quindi noto) e di un contributo legato alle tensioni residue interne al materiale (di entità ignota) e al peso proprio del provino. Per slegare tali contributi ed isolare la componente di deformazione rilassata  $\varepsilon_R^f$  (f=flessione) derivante unicamente dal carico applicato (noto) si sfrutta il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\varepsilon_{1,k}^{r,f} = \varepsilon_{1,k}^{r,P} - \varepsilon_{1,k}^{r,0} = (\varepsilon_{1,k}^P - \varepsilon_{1,0}^P) - (\varepsilon_{1,k}^0 - \varepsilon_{1,0}^0) \quad (6.3a)$$

$$\varepsilon_{2,k}^{r,f} = \varepsilon_{2,k}^{r,P} - \varepsilon_{2,k}^{r,0} = (\varepsilon_{2,k}^P - \varepsilon_{2,0}^P) - (\varepsilon_{2,k}^0 - \varepsilon_{2,0}^0) \quad (6.3b)$$

$$\varepsilon_{3,k}^{r,f} = \varepsilon_{3,k}^{r,P} - \varepsilon_{3,k}^{r,0} = (\varepsilon_{3,k}^P - \varepsilon_{3,0}^P) - (\varepsilon_{3,k}^0 - \varepsilon_{3,0}^0) \quad (6.3c)$$

- Apice  $r$  = deformazione rilassata
- Apice  $f$  = contributo dovuto al carico applicato
- Apice  $RS$  = contributo dovuto alle tensioni residue interne ignote
- Apice  $P$  = deformazione rilevata sotto carico
- Apice  $0$  = deformazione rilevata a provino scarico
- Pedice 1, 2, 3 = ID estensimetro
- Pedice  $k$  =  $k$ -esimo passo di foratura

Si applica il metodo del foro secondo ASTM E837-13a utilizzando come input le deformazioni rilassate  $\varepsilon_{1,k}^{r,f}, \varepsilon_{2,k}^{r,f}, \varepsilon_{3,k}^{r,f}$ .

## 6.2 Risultati delle prove

Sullo stesso campione sono state eseguite due prove. La prima fa riferimento al layout previsto dalla Figura 6.1, mentre la seconda prevede di eseguire il foro spostato di 30mm verso l'estremità libera. Poiché non si conosce l'entità delle tensioni residue che certamente sono presenti all'interno del provino, per evitare di plasticizzare il materiale con l'introduzione del foro, si sceglie di applicare un peso di 10kg nella prima prova. Dopo l'esecuzione della prima prova si è riscontrato che le tensioni interne al provino erano basse, perciò nella seconda prova il peso applicato è di 27kg. I valori teorici di tensione e deformazione si ricavano dalle formule seguenti:

$$\sigma = \frac{6mgL_1}{bh^2} \quad (6.4a)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (6.4b)$$

Una volta ottenuti i valori di altezza e larghezza nella zona di misura, e rilevate le proprietà del materiale è possibile risalire ai valori di tensione e deformazione attesi (vedi Tabella 6.1).

**Tabella 6.1:** Risultati delle operazioni preliminari.

	Prova 1	Prova 2
m [kg]	10	27
h [mm]	9.34	9.34
b [mm]	50.33	50.33
E [MPa]	211375	211375
$\nu$	0.27	0.27
$\sigma$ [MPa]	53.3	144.7
$\varepsilon$ [ $\mu\varepsilon$ ]	252	685

Si riportano in Tabella 6.2 le rilevazioni ottenute nelle due prove.

**Tabella 6.2:** Strain rilevate. 0=provino scarico, P=provino caricato. Valori in  $\mu\varepsilon$ .

passo $k$	depth [mm]	Prova 1						Prova 2					
		$\varepsilon_1^0$	$\varepsilon_1^P$	$\varepsilon_2^0$	$\varepsilon_2^P$	$\varepsilon_3^0$	$\varepsilon_3^P$	$\varepsilon_1^0$	$\varepsilon_1^P$	$\varepsilon_2^0$	$\varepsilon_2^P$	$\varepsilon_3^0$	$\varepsilon_3^P$
0	0.00	0	283	0	106	0	-70	0	681	0	219	0	-187
1	0.05	4	281	6	105	6	-70	1	679	1	219	1	-185
2	0.10	3	280	5	105	6	-70	2	676	2	217	3	-185
3	0.15	3	278	6	105	7	-69	-10	650	-8	203	-4	-187
4	0.20	3	274	6	104	7	-68	-10	646	-7	202	-2	-184
5	0.25	2	272	7	103	7	-67	-11	638	-9	197	-4	-185
6	0.30	1	268	6	102	6	-68	-13	624	-8	193	-2	-181
7	0.35	0	264	5	100	6	-68	-11	614	-6	190	-2	-178
8	0.40	-2	259	4	98	5	-68	-42	567	-29	162	-21	-191
9	0.45	-2	256	4	96	5	-67	-46	557	-33	156	-21	-190
10	0.50	-5	249	3	93	4	-67	-48	548	-36	150	-24	-192
11	0.55	-6	244	2	91	3	-67	-52	537	-43	141	-27	-193
12	0.60	-8	237	1	89	3	-65	-53	529	-44	139	-30	-194
13	0.65	-9	232	0	86	2	-65	-56	522	-46	134	-31	-194
14	0.70	-10	228	0	85	2	-64	-57	517	-48	131	-32	-193
15	0.75	-10	226	0	84	3	-63	-59	510	-53	125	-35	-195
16	0.80	-12	219	-1	82	2	-62	-66	497	-56	120	-38	-196
17	0.85	-14	215	-2	79	1	-62	-67	494	-59	116	-39	-197
18	0.90	-13	213	-2	78	1	-61	-69	486	-61	113	-42	-197
19	0.95	-13	210	-1	79	2	-59	-71	478	-63	111	-43	-197
20	1.00	-14	207	-2	77	2	-59	-75	470	-67	105	-48	-199

Elaborando i dati ottenuti in entrambe le prove secondo le equazioni 6.3, si ottengono le deformazioni rilassate generate unicamente dal carico applicato. Partendo da quest'ultime si applica la procedura di calcolo delle tensioni residue prevista dalla norma[3]. I risultati ottenuti si riportano nella Figura 6.7. Al termine della prova sono stati misurati i diametri del foro, che sono pari a 1.72mm e 1.64mm rispettivamente per la prima e la seconda prova.

Si osserva che i risultati sperimentali presentano differenze rispetto ai valori nominali troppo elevate in entrambe le prove. Le tensioni principali massime presentano picchi di errore pari a circa l'80% del valore nominale. Inoltre, anche l'andamento macroscopico della curva risulta affetto da errore: infatti, il profilo di tensione presenta un andamento globalmente crescente, mentre dovrebbe avere una tendenza opposta, visto che il carico è di tipo flessionale.

Alla luce di queste evidenti differenze, si è ritenuto opportuno effettuare un'indagine approfondita per stabilire se siano stati commessi errori grossolani durante l'esecuzione delle prove. Pertanto, dopo aver smontato la strumentazione, entrambi i fori sono stati osservati al microscopio per controllarne l'effettiva circolarità. Successivamente il provino è stato sezionato in corrispondenza del diametro massimo: dopo essere stato car-

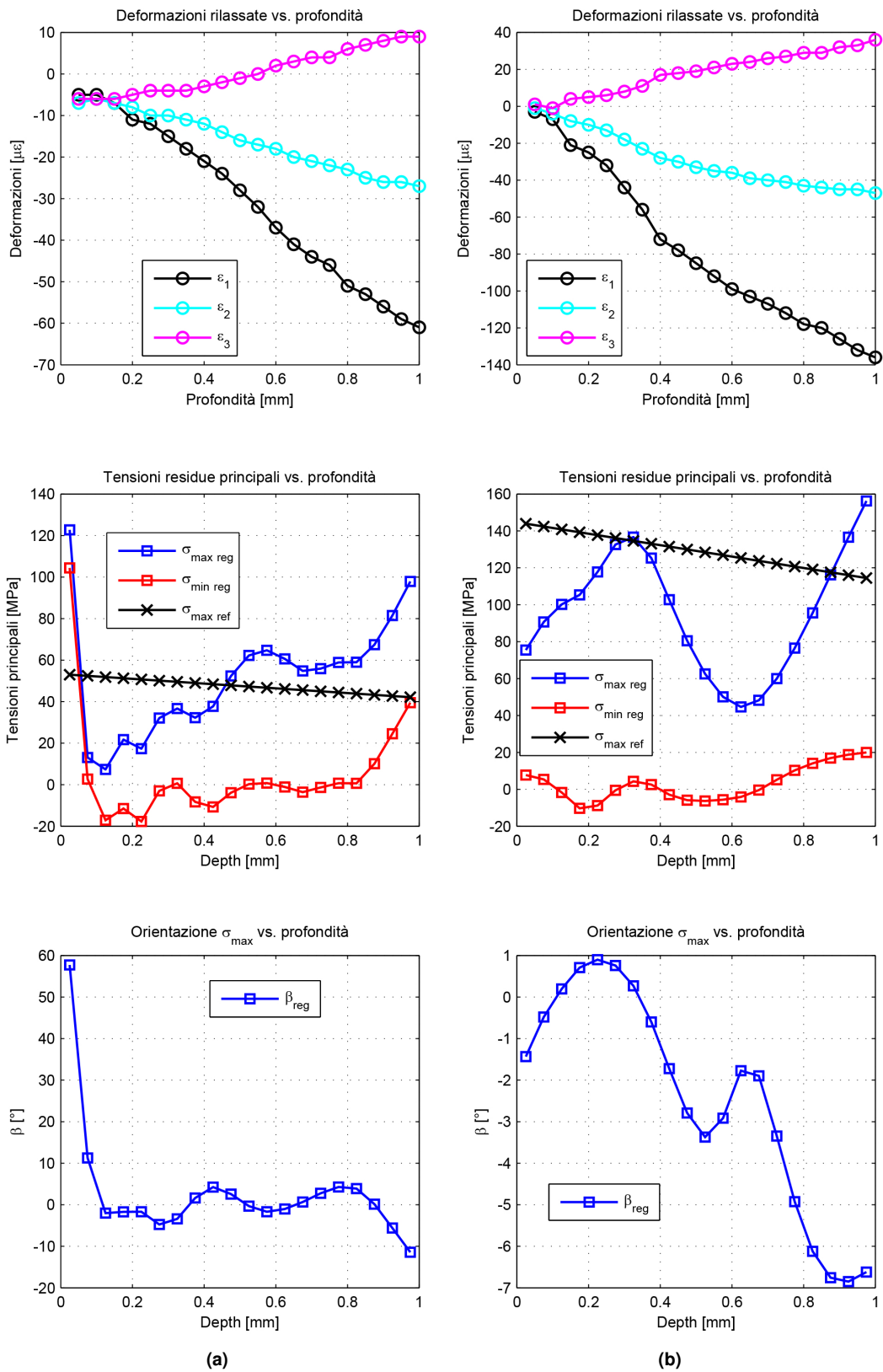
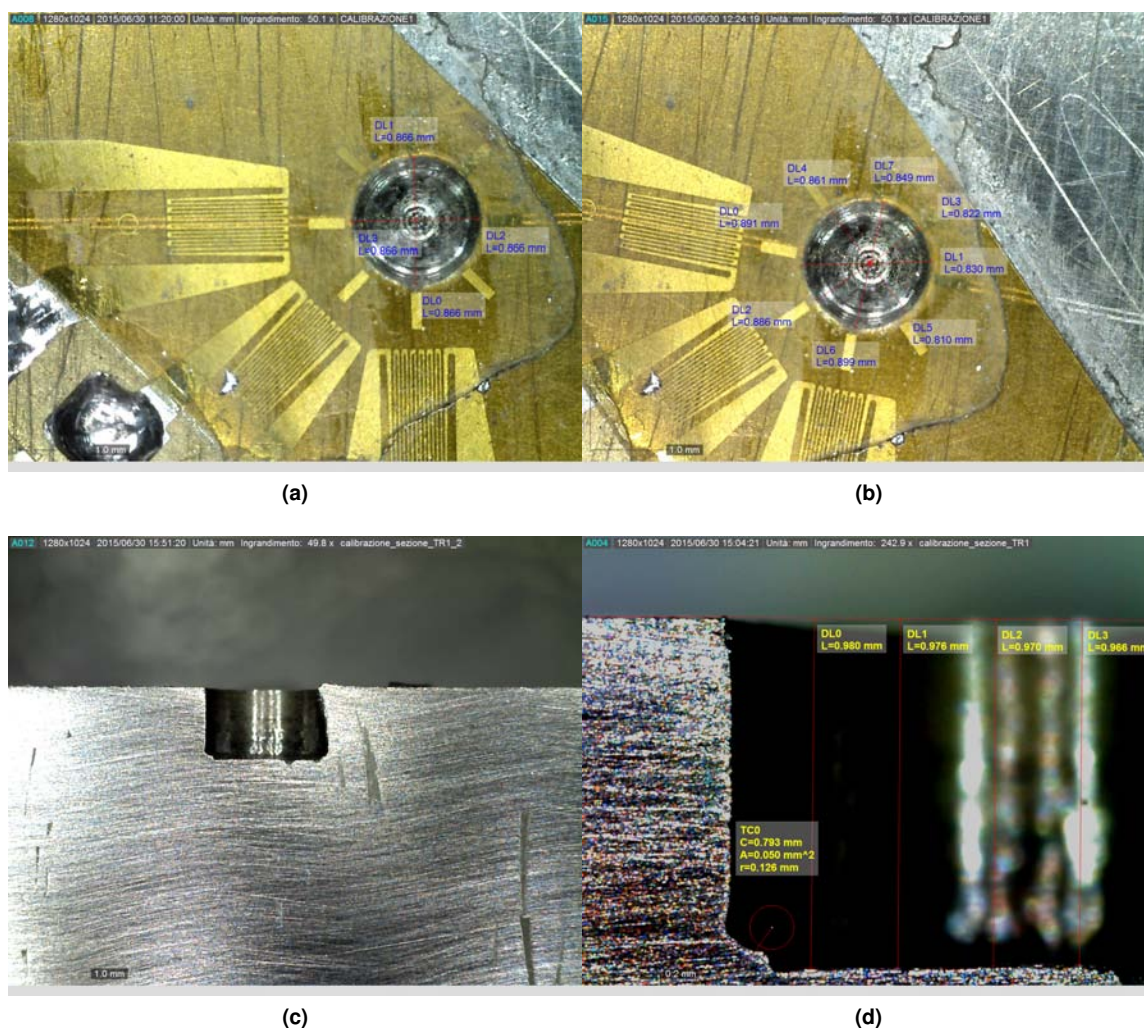


Figura 6.7: a) Risultati della Prova1. b) Risultati della Prova2



**Figura 6.8:** Controlli relativi alla prova 1.

teggiato e lucidato è stata rilevata la profondità del foro mediante misurazioni al microscopio. Si mostrano i risultati dei controlli nelle Figure 6.8 e 6.9.

Osservando gli ingrandimenti in pianta, si vede che il foro eseguito non presenta evidenti irregolarità geometriche, perlomeno in termini di circolarità e di eccentricità, in entrambe le prove. Invece, dalla disamina delle sezioni diametrali del provino relative alla prova 2, si nota che, nonostante la profondità raggiunta sia molto vicina alla profondità nominale di 1mm, la superficie laterale del foro presenta delle evidenti irregolarità in corrispondenza dei primi passi di foratura, cioè in prossimità della superficie del provino. Un non perfetto serraggio delle viti dei supporti della fresa potrebbe aver causato una vibrazione eccessiva dell'utensile durante la foratura, generando così le irregolarità evidenziate. Nella stessa sezione si osserva, inoltre, che il bordo del foro presenta una discontinuità a circa metà altezza: a questa profondità, durante l'esecuzione della misura si è sentito il rumore metallico tipico della rottura della punta della fresa. Infatti, esaminando l'utensile a fine prova, è emerso che uno dei taglienti si era spezzato di netto. Alla luce di queste rilevazioni, si ritiene che i dati della seconda prova producono risultati non attendibili.

Viceversa, i controlli effettuati sul foro della prova 1 mostrano che l'esecuzione della misura è avvenuta nel migliore dei modi. Infatti, tutti i parametri caratteristici sembrano non presentare errori madornali<sup>1</sup>. Si

<sup>1</sup>L'irregolarità del bordo laterale destro è legata alla formazione e al distacco di una bava generata dalla passata di fresa per il sezionamento.

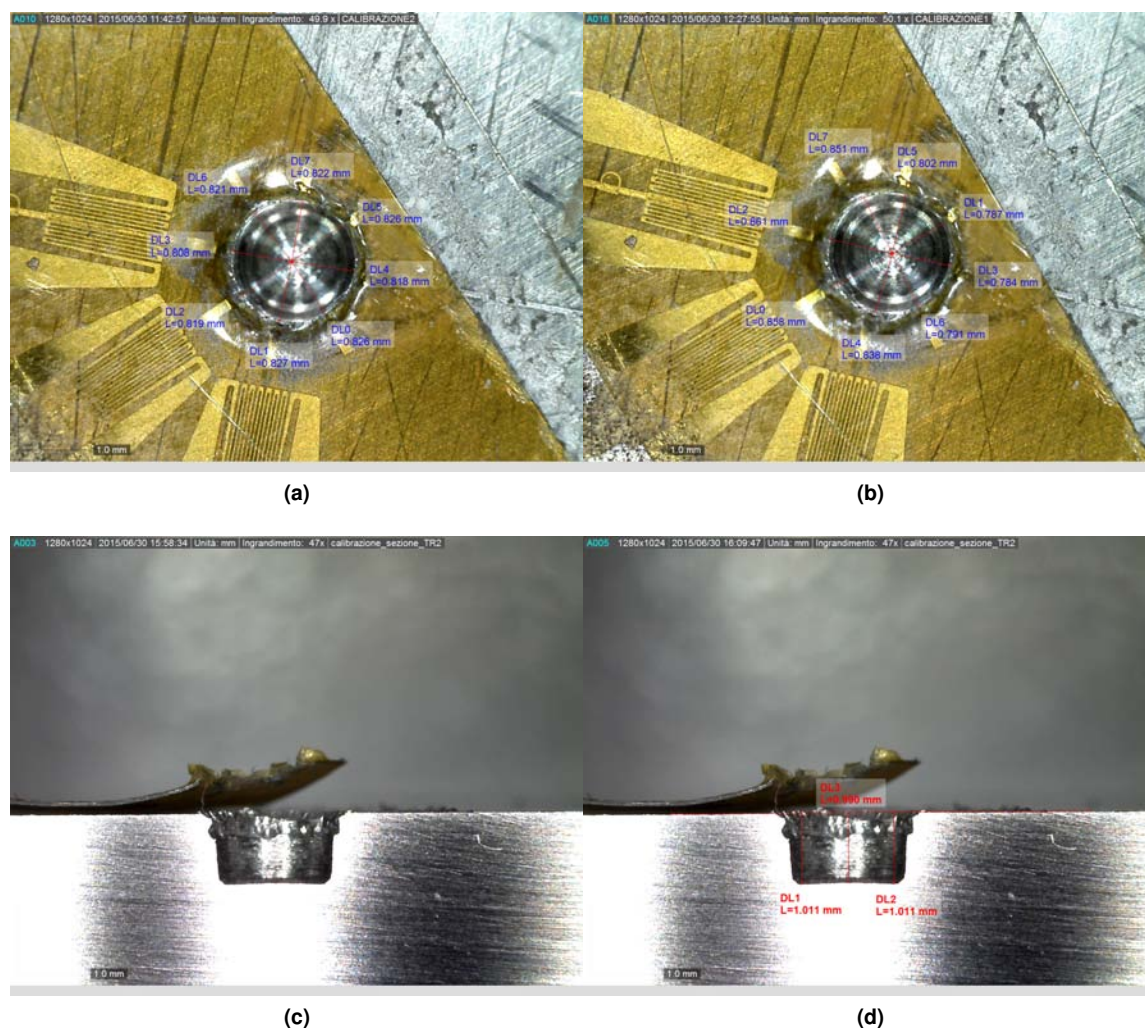


Figura 6.9: Controlli relativi alla prova 2.

osserva solamente che la profondità massima raggiunta è inferiore alla profondità nominale mediamente di circa 0.03mm: probabilmente le tensioni elevatissime rilevate al primo passo di foratura risentono di un errore nella ricerca del primo contatto tra utensile e pezzo. Inoltre, si fa notare che il fondo del foro presenta uno smusso non regolare in prossimità della superficie laterale: dalle rilevazioni effettuate non è possibile stabilire se la geometria di tale smusso si ripresenta ad ogni passo di foratura a causa della particolare geometria della fresa, oppure se si presenta solo agli ultimi passi quando la fresa presenta il grado di usura maggiore. I risultati prodotti dalla prima prova sono stati ritenuti attendibili, in quanto dalle rilevazioni fatte è emerso che la procedura di realizzazione del foro è stata eseguita nel migliore dei modi e in condizioni perfettamente controllate. I motivi che hanno causato le differenze rispetto ai valori attesi viste in precedenza, sono stati ricercati mediante l'analisi di robustezza descritta nel Paragrafo successivo.

### 6.3 Analisi di robustezza

Le prove sperimentali, svolte con la collaborazione e la supervisione costate da parte di personale tecnico esperto in tali misure, hanno prodotto risultati in contrasto con i valori attesi. Alla luce delle rilevazioni fatte, è emerso che tale discrepanza non è imputabile alle modalità di applicazione delle procedure sperimentali,

che per l'appunto si sono svolte in condizioni controllate. Di conseguenza, è stato necessario approfondire la ricerca delle fonti di errore con un approccio più spinto.

Seguendo un metodo numerico fondato sul Reverse Engineering, si è cercato di risalire alle deformazioni che dovrebbero essere rilevate in fase sperimentale per ottenere un particolare profilo di tensione target. In questo caso, avendo caricato a flessione una trave incastrata a sbalzo, l'andamento delle tensioni principali e la loro orientazione sono calcolabili analiticamente, come visto nel Paragrafo precedente: la  $\sigma_{max}$  dovrebbe avere il classico andamento a farfalla e deve essere diretta longitudinalmente al provino esaminato. In questa fase si sfrutta la potenza di calcolo di modeFRONTIER® abbinata allo script Matlab® che incorpora il calcolo delle tensioni residue (vedi Appendice B). Attraverso i più avanzati algoritmi genetici, modeFRONTIER® è in grado di ricercare la migliore combinazione di parametri di ingresso da fornire allo script in Matlab®, in modo tale che i suoi parametri di uscita soddisfino precisi criteri di ottimizzazione multi-obiettivo, nel rispetto dei vincoli imposti. In pratica, lo script Matlab® viene visto come una black box da parte di modeFRONTIER®, il quale modifica i parametri di ingresso all'interno di un determinato dominio fino al raggiungimento degli obiettivi. Nella presente analisi, i parametri di input sono le deformazioni rilassate, mentre le tensioni residue calcolate a partire da esse rappresentano i parametri di uscita. L'obiettivo è quello di minimizzare i massimi scostamenti in valore assoluto che i profili di tensione principale massima  $\sigma_{max}$  e l'angolo  $\beta$  presentano rispetto ai valori teorici. Dato che si tratta di un carico di flessione, la deformazione principale letta sull'estensimetro 1 deve essere quella massima ad ogni passo di foratura. Inoltre, la deformazione  $\varepsilon_3$  deve avere segno opposto alla  $\varepsilon_1$  dato che si trova in direzione trasversale: la deformazione  $\varepsilon_2$ , letta in una direzione intermedia, non può che assumere valori intermedi tra  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_3$ . Infine, si osserva che dal punto di vista pratico non è possibile misurare deformazioni con risoluzione inferiore a  $1\mu\varepsilon$ : pertanto, le strain misurate in  $\mu\varepsilon$  devono essere numeri interi. Tutte queste considerazioni si traducono in vincoli da assegnare a modeFRONTIER® per ridurre il dominio di ricerca. In Figura 6.10 si mostra il layout parziale (senza vincoli) del progetto all'interno di modeFRONTIER®.

Per ridurre gli input (20 passi di foratura per 3 estensimetri, in totale 60 parametri di ingresso), le deformazioni rilassate sono state discretizzate, prelevando un valore ogni 4 passi di foratura, così il numero di parametri di ingresso si riduce a 15. I rimanenti valori di deformazione vengono calcolati mediante interpolazione con legge cubica e arrotondati all'intero più vicino per rispettare i vincoli dettati dalla pratica. Si adotta l'algoritmo MOGA-II per generare le possibili combinazioni di ingresso. Al termine delle iterazioni fatte (circa 6000) si ottiene la cosiddetta frontiera di Pareto, riportata in Figura 6.11, dalla quale si sceglie la combinazione che soddisfa al meglio i criteri di minimizzazione imposti. La migliore combinazione di input viene cerchiata in rosso: essa è tale per cui il massimo errore sulle tensioni principali è pari a circa 10MPa, mentre l'angolo  $\beta$  si allontana dal riferimento al massimo di un angolo inferiore a  $5^\circ$ . Si fa notare che non esiste una combinazione di valori tali da minimizzare sia l'errore sulle tensioni massime, sia sulla loro orientazione, nel rispetto dei vincoli dettati dalla pratica. Tale risultato indica che con il metodo del foro non è possibile risalire allo stato tensionale residuo con una accuratezza migliore di quella appena trovata. Tale limite certamente è legato alla risoluzione  $\pm 1\mu\varepsilon$  degli strumenti di acquisizione dei segnali.

In Figura 6.12 si mettono in evidenza le differenze tra le deformazioni rilevate sperimentalmente e le deformazioni ottimali appena trovate.

Si nota che le deformazioni rilevate nelle prove sperimentali si scostano da quelle ottimali al massimo di  $10\mu\varepsilon$ : le differenze maggiori si riscontrano per le  $\varepsilon_1$  misurate in direzione longitudinale ai primi passi di foratura. Man mano che si scende in profondità le deformazioni tendono a recuperare tale gap.

A partire dal set di deformazioni ottimali, è stata condotta un'analisi di robustezza del metodo del foro, allo scopo di stabilire come delle piccole variazioni sulle deformazioni rilassate influiscono sui risultati del metodo. È stato impostato un DOE, all'interno di modeFRONTIER®, basato su campionamento statistico secondo il criterio di MonteCarlo: in particolare, si è ipotizzato che ciascuna lettura delle deformazioni possa variare

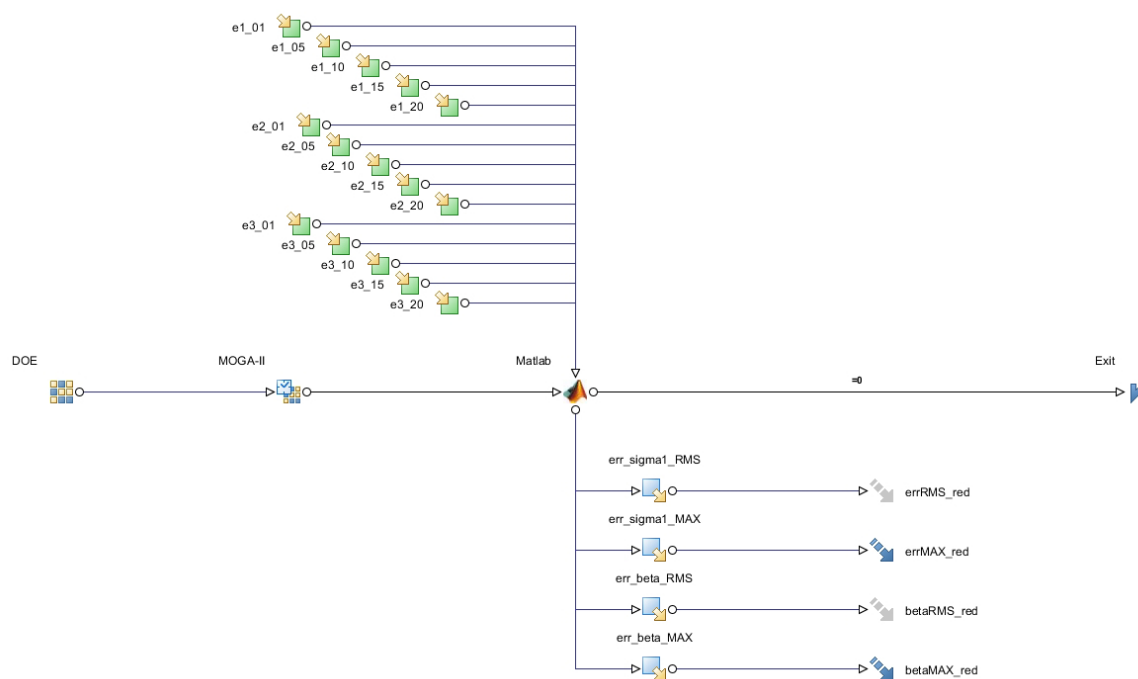


Figura 6.10: Workflow parziale (senza vincoli) del progetto modeFRONTIER®.

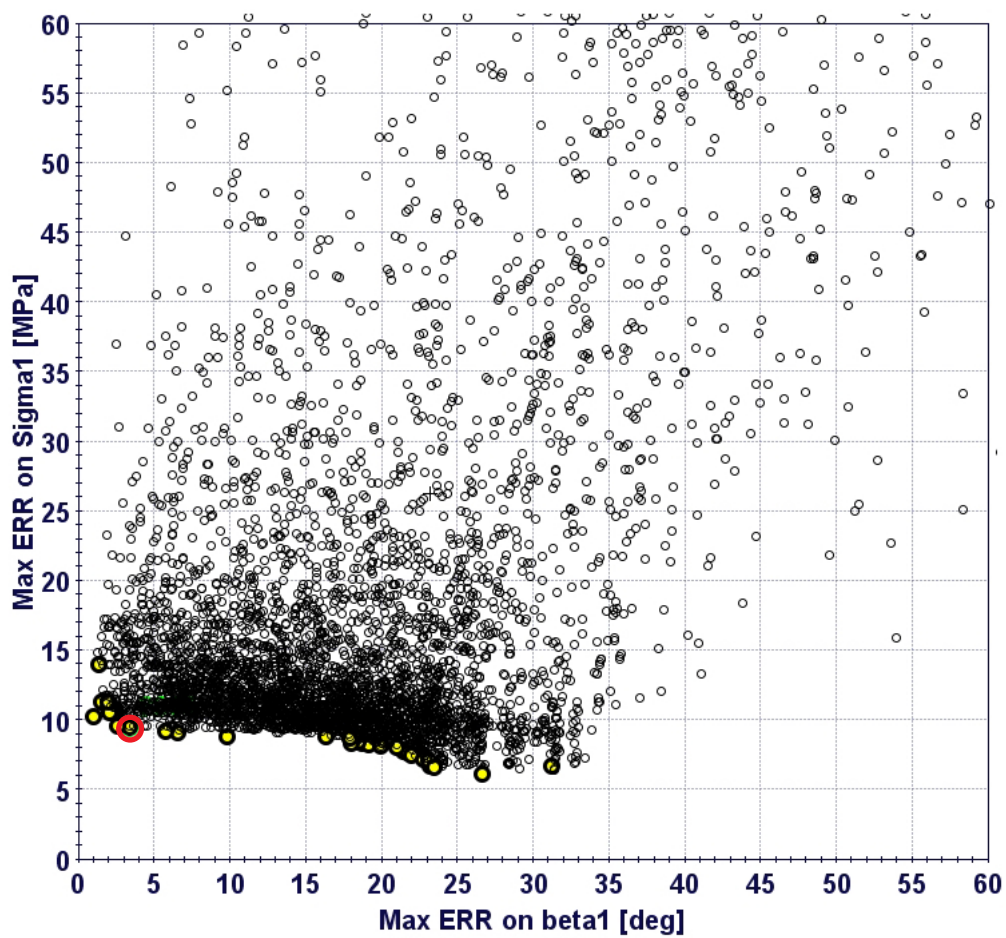
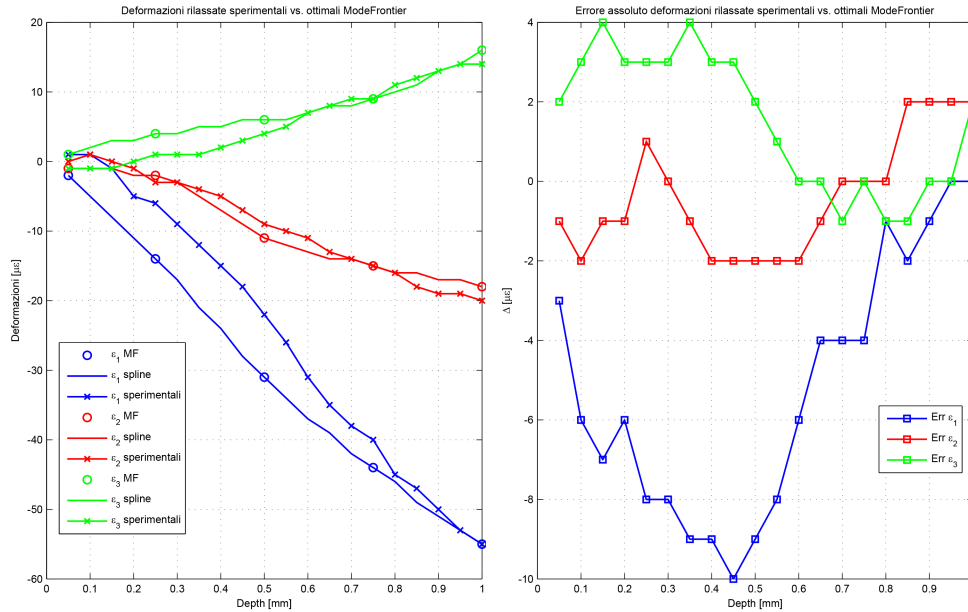


Figura 6.11: Frontier di Pareto. Viene cerchiata in rosso la configurazione ottimale.

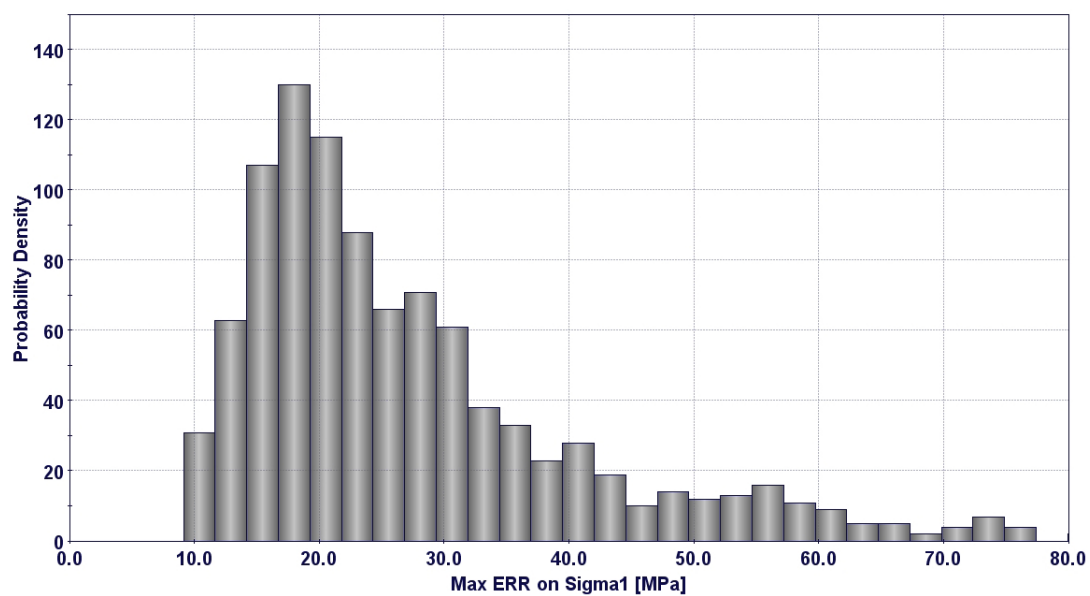


**Figura 6.12:** Confronto tra le deformazioni misurate sperimentalmente e i valori ottimali ottenuti con modeFRONTIER®. A sinistra: confronto tra gli andamenti. A destra: scostamenti assoluti.

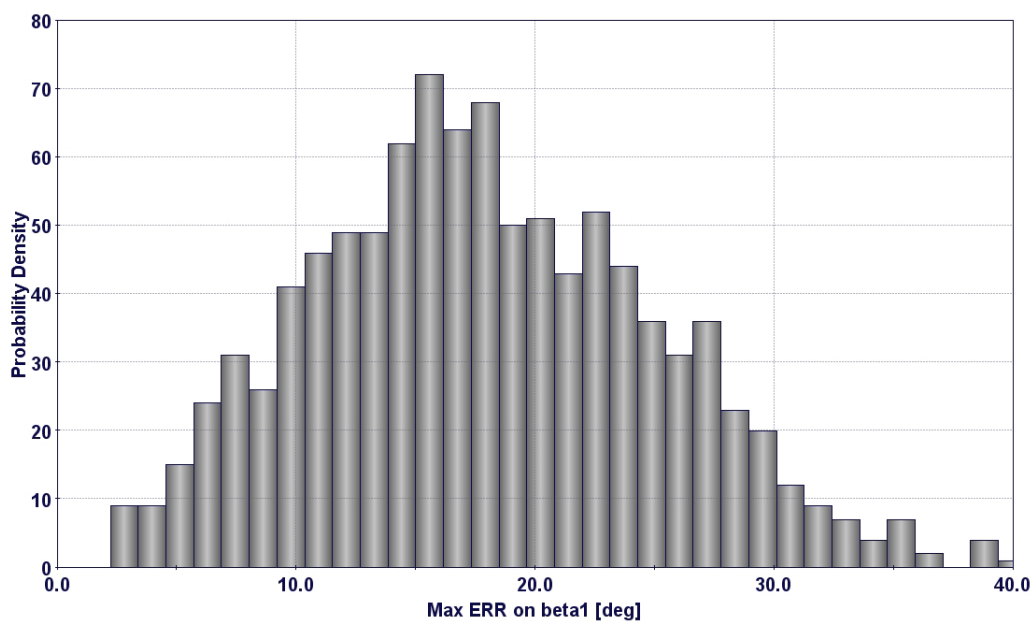
all'interno di un range di  $\pm 3\mu\epsilon$  e che tale variazione avvenga secondo una legge di distribuzione normale, caratterizzata da un valore medio definito dalla deformazione ottimale ricavata con il Reverse Engineering e da una deviazione standard pari a  $\pm 1\mu\epsilon$ . Successivamente sono stati generati 1000 esperimenti virtuali, caratterizzati da set di deformazioni compatibili con tali distribuzioni. Ciò equivale a ripetere la misura 1000 volte con valori di deformazioni variabili in modo casuale all'interno del range  $\pm 3\mu\epsilon$ . Per ciascuno di essi si applica il calcolo delle tensioni residue e si calcola la massima differenza sulla tensione residua principale massima e sulla sua orientazione rispetto ai valori teorici. I risultati sono sintetizzati con gli istogrammi di Figura 6.13.

I due istogrammi presentati mostrano che, per la popolazione studiata, il valore più probabile di errore è di circa 25MPa per quanto riguarda le tensioni massime, mentre è di circa  $1^\circ 8'$  per l'angolo *beta*. Tuttavia, l'analisi mostra che esistono combinazioni di deformazioni rilassate capaci di produrre un errore sulla tensione principale superiore ai 70MPa, e ciò avviene a fronte di una variazione delle  $\epsilon$  di al massimo  $\pm 3\mu\epsilon$ .

Questa analisi statistica mette in risalto la debolezza del metodo del foro. Piccole variazioni nella lettura delle deformazioni producono evidenti errori sulle tensioni risultanti dal calcolo. Purtroppo tali variazioni sono dello stesso ordine di grandezza della risoluzione degli strumenti di acquisizione dei segnali che sono disponibili al livello tecnologico attuale. Alla luce di quanto appena illustrato, i risultati derivanti dall'applicazione del metodo del foro non possono essere ritenuti validi dal punto di vista quantitativo, ma vanno interpretati solo ed unicamente dal punto di vista qualitativo: il metodo del foro può stabilire se all'interno di un componente c'è o meno della tensione residua interna e se è di trazione oppure di compressione, ma non può quantificarla, visto che i risultati che produce sono troppo sensibili a piccoli errori in fase di misura.



(a)



(b)

**Figura 6.13:** Risultati dell'analisi di robustezza. Densità di probabilità degli errori sulla tensione principale massima (a) e sull'angolo  $\beta$  (b).



# Conclusioni

Il presente elaborato, realizzato in collaborazione con EnginSoft S.p.A. ed EnginLAB s.r.l., tratta in modo approfondito il metodo del foro per la misurazione delle tensioni residue all'interno di un componente di materiale metallico. Il metodo consiste nel rilevare, mediante una rosetta estensimetrica appositamente progettata, le deformazioni che si rilassano in seguito alla creazione di un foro di piccole dimensioni al centro della rosetta. Dalle letture degli estensimetri si ricostruisce lo stato tensionale originariamente presente nel componente attraverso la procedura di calcolo ampiamente descritta nella normativa ASTM E837-13a.

Il lavoro svolto è articolato in una prima parte numerica di messa a punto del metodo e di studio di alcune fonti di errore, e in una seconda parte sperimentale, in cui sono state portate a termine alcune misure sperimentali e sono stati messi in luce alcuni punti deboli del metodo.

Nella prima parte del lavoro di tesi sono stati perfezionati dei nuovi coefficienti di influenza sfruttando le odierne potenzialità di calcolo offerte dal software ANSYS®. È stato dimostrato che la loro adozione riduce l'errore numerico derivante dall'utilizzo di coefficienti non ottimali.

Successivamente, è stato messo a punto un metodo FEM di simulazione del processo di foratura. Esso si fonda sull'utilizzo della feature "Element Birth and Death", che consente di disattivare in successione gli elementi corrispondenti alla porzione di materiale da rimuovere. In questo modo si simula la risposta di un componente pre-tensionato all'asportazione di materiale. Tale metodo costituisce una solida base, ad esempio, per lo studio degli effetti derivanti da diverse fonti di incertezza tipiche del metodo del foro. È stato possibile isolare e caratterizzare l'influenza che un errore commesso nella ricerca del primo contatto e un errore di inclinazione del foro hanno nei riguardi dei risultati del metodo. Si è visto che, in genere, l'asportazione di materiale per errore durante la ricerca dello zero provoca una eccessiva sovrastima delle tensioni residue nei pressi della superficie. Viceversa, alle maggiori profondità le tensioni vengono sottostimate e ciò è in sfavore di sicurezza. Sulla base di 36 casi di studio, è stata proposta una procedura di compensazione per tale effetto. Per quanto riguarda l'effetto di una foratura con asse inclinato, è stato dimostrato che le tensioni residue tendono ad essere sovrastimate lungo la direzione in cui l'asse del foro è inclinato, in quanto la resistenza offerta dal materiale adiacente al foro diminuisce. Inoltre, dato che l'utensile non si avvicina al pezzo correttamente, al primo passo di foratura il volume di materiale rimosso è minore di quanto ci si aspetta: ciò si traduce in una forte sottostima delle tensioni residue al primo passo di foratura.

Nella seconda parte del lavoro, sono state realizzate alcune prove sperimentali in laboratorio. I risultati ottenuti sono in contrasto con quanto ci si aspettava. Per controllare più approfonditamente le cause degli errori riscontrati, è stata sviluppata una completa analisi di robustezza del metodo. Mediante l'utilizzo di algoritmi genetici, combinando la potenza di calcolo del software modeFRONTIER® con uno script in Matlab®, sono state determinate le deformazioni ottimali che meglio approssimano lo stato di tensione target. Successivamente, sono stati simulati 1000 esperimenti virtuali, ciascuno caratterizzato da una diversa combinazione di deformazioni lette, oscillanti attorno ai valori ottimi determinati dal Reverse Engineering. Da tali analisi è emerso che il metodo del foro è intrinsecamente instabile, nel senso che il metodo risponde a piccole variazioni dei parametri di ingresso in maniera troppo sensibile. Pertanto, i risultati che si ottengono dalla sua applicazione non possono essere interpretati in maniera quantitativa, ma solamente qualitativa.



# Bibliografia

- [1] M. Barsanti, M. Beghini, and C. Santus. “Estensione del metodo integrale, considerando l’effetto di eccentricità, per la valutazione delle tensioni residue con i metodi del foro e della cava anulare”. In: *43° Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2014).
- [2] M. Barsanti et al. “Integral method coefficients and regularization procedure for the ring-core residual stress measueremen technique”. In: *Advanced Materials Research* 996 (2014), pp. 331–336.
- [3] ASTM E837-13a. *Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method*. ASTM International. West Conshohocken, PA, 2013. URL: [www.astm.org](http://www.astm.org).
- [4] A. Nau and B. Scholtes. “Evaluation of the High-Speed Drilling Technique for the Incremental Hole-Drilling Method”. In: *Experimental Mechanics* 53 (2013), pp. 531–542.
- [5] D. Benasciutti, F. De Bona, and M.G. Munteanu. “A semi-analytical finite element approach in machine design of axisymmetric structures”. In: *Numerical Analysis - Theory and Application*. InTech, 2011, pp. 71–95. URL: <http://www.intechopen.com/books/numerical-analysis-theory-and-application/a-semi-analytical-finite-elementapproach-in-machine-design-of-axisymmetric-structures>.
- [6] Error and uncertainty analysis of the residual stresses computed by using the hole drilling method. “Scafidi, M. and Valentini, E. and Zuccarello, B.” In: *Strain* 47.4 (Aug. 2011), pp. 301–312.
- [7] G.J. Schajer and T.J. Rickert. “Incremental computation technique for residual stress calculations using the integral method”. In: *Experimental Mechanics* 51.7 (Sept. 2011), pp. 1217–1222.
- [8] M. Beghini, L. Bertini, and L.F. Mori. “Evaluating non-uniform residual stress by the hole-drilling method with concentric and eccentric holes. Part I. Definition and validation of the influence functions”. In: *Strain* 46.4 (2010), pp. 324–336.
- [9] M. Beghini, L. Bertini, and L.F. Mori. “Evaluating non-uniform residual stress by the hole-drilling method with concentric and eccentric holes. Part II. Application of the influence functions to the inverse problem”. In: *Strain* 46.4 (2010), pp. 337–346.
- [10] M. Beghini, L. Bertini, and C. Santus. “A procedure for evaluating high residual stresses using the blind hole drilling method, including the effect of plasticity”. In: *The journal of strain Analysis for Engineering Design* 45 (2010), pp. 301–318.
- [11] G.S. Schajer. “Advances in hole-drilling residual stress measurements”. In: *Experimental Mechanics* 50.2 (Feb. 2010), pp. 159–168.
- [12] C. Trautner, M. McGinnis, and S. pessiki. “Application of the incremental core-drilling method to determine in-situ stresses in concrete structures”. In: *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 45.8 (Nov. 2010), pp. 647–658.
- [13] P. Barsanescu and P. Carlescu. “Correction of errors introduced by hole eccentricity in residual stress measurement by the hole-drilling strain-gage method”. In: *Measurement* 42.3 (Apr. 2009), pp. 474–477.

- [14] M. Beghini, L. Bertini, and C. Santus. “Valutazione di tensioni residue elevate con il metodo del foro, correzione dell’effetto della plasticità”. In: *XXXVIII Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2009).
- [15] ASTM E837-08. *Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method*. ASTM International. West Conshohocken, PA, 2008. URL: [www.astm.org](http://www.astm.org).
- [16] F.L. Mori, M. Beghini, and L. Bertini. “Metodo generale per il calcolo di tensioni residue non uniformi con il metodo del foro cieco per fori concentrici ed eccentrici”. In: *XXXVII Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2008).
- [17] M. Scafidi, E. Valentini, and B. Zuccarello. “Effect of the hole-bottom fillet radius on the residual stress analysis by the hole drilling method”. In: ed. by ICRS-8 conference proceedings. Denver, Aug. 2008, pp. 1–8.
- [18] M. Scafidi, E. Valentini, and B. zuccarello. “Analisi dell’incertezza del metodo della rosetta forata in presenza di tensioni uniformi”. In: *XXXVII Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2008).
- [19] E. Valentini and A. Benincasa. “Calcolo ottimizzato di tensioni residue con foro eccentrico”. In: *XXXVII Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2008).
- [20] E. Valentini et al. “Problematiche di misura delle tensioni residue con il metodo del foro nei pressi della superficie”. In: *XXXVII Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2008).
- [21] TechNote TN-503-6. *Measurement of Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gage Method*. Vishay Micro-Measurements. Raleigh, NC, 2007. URL: [www.vishaymg.com](http://www.vishaymg.com).
- [22] W. Cheng and I. Finnie. *Residual stress measurement and the slitting method*. Springer Science and Business Media, 2007.
- [23] G. Dahlquist and A. Bjork. *Numerical methods in scientific computing*. Vol. I. Courier Corporation, May 2007.
- [24] G. Dahlquist and A. Bjork. *Numerical methods in scientific computing*. Vol. II. Courier Corporation, May 2007.
- [25] C.H. Kim and J.R. Youn. “Determination of residual stresses in injection-moulded flat plate: simulation and experiments”. In: *Polymer Testing* 26 (May 2007), pp. 862–868.
- [26] M. Scafidi, E. Valentini, and B. Zuccarello. “Effetti del raggio di raccordo al fondo foro nella analisi delle tensioni residue con il metodo della rosetta forata”. In: *XXXVI Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2007).
- [27] G.S. Schajer. “Hole-Drilling Residual Stress Profiling With Automated Smoothing”. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 129.3 (Mar. 2007), pp. 440–445.
- [28] E.G. Sobolevski. *Residual Stress Analysis of Components with Real Geometries Using the Incremental Hole-Drilling Technique and a Differential Evaluation Method*. Kassel (Germany): Kassel University Press GmbH, July 2007.
- [29] E. Valentini et al. “Fine increment hole-drilling method for residual stress measurement, proposal of a calibrating apparatus”. In: *Experimental Analysis of Nano and Engineering Materials and Structures*. Ed. by E.E. Gdoutos. Proceedings of the 13th International Conference on Experimental Mechanics. Springer Netherlands, July 2007, pp. 945–946. URL: [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4020-6239-1\\_470](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4020-6239-1_470).
- [30] G.S. Schajer and M.B. Prime. “Use of Inverse Solutions for Residual Stress Measurements”. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 128.3 (June 2006), pp. 375–382.

- [31] D. Stefanescu, D.J. Truman C.E. and Smith, and P.S. Whitehead. "Improvements in residual stress measurement by the incremental centre hole drilling technique". In: *Experimental Mechanics* 46.4 (May 2006), pp. 417–427.
- [32] E. Valentini et al. "Banco prova a flessione per la determinazione delle incertezze associate alla misura delle tensioni residue con il metodo del foro". In: *XXXV Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2006).
- [33] P. Litos, M. Svantner, and M. Honner. "Simulation of strain gauge thermal effects during residual stress hole drilling measurements". In: *Journal of Strain Analysis* 40.7 (2005), pp. 611–619.
- [34] P.V. Grant, J.D. Lord, and P.S. Whitehead. *The measurement of residual stresses by the incremental hole drilling technique*. Measurements Good Practice Guide. Teddington (UK): National Physical Laboratory, Aug. 2002.
- [35] A. Ajovalasit et al. "Confronto tra analisi di misure di tensioni residue variabili nello spessore condotte con la tecnica della rosetta forata". In: *XXX Convegno Nazionale AIAS* (Sept. 2001), pp. 1627–1636.
- [36] C. Kim, W. Yang, and S.P. Heo. "Influence of inclined holes in measurement of residual stress by the hole drilling method". In: *KSME International Journal* 15.12 (2001), pp. 1647–1654.
- [37] M. Beghini and L. Bertini. "Analytical expression of the influence functions for accuracy and versatility improvement in the hole-drilling method". In: *Journal of Strain Analysis* 35 (2000), pp. 125–135.
- [38] M. Beghini, L. Bertini, and W. Rosellini. "Genetic algorithms for variable through thickness residual stress evaluation". In: *Materials Science Forum* 347-349 (2000), pp. 144–149.
- [39] R. Oettel. "The determination of uncertainties in residual stress measurement (using the hole drilling technique)". In: *Code of Practice* 15.1 (Sept. 2000).
- [40] O.C Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The finite element method*. 5th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [41] B. Zuccarello. "Optimal calculation steps for the evaluation of residual stress by the incremental hole-drilling method". In: *Experimental Mechanics* 39.2 (1999), pp. 117–124.
- [42] M. Beghini and L. Bertini. "Recent advances in the hole drilling method for residual stress measurement". In: *Journal of Materials Engineering and Performance* 7.2 (Apr. 1998), pp. 163–172.
- [43] G. Petrucci and B. Zuccarello. "A new calculation procedure for non-uniform residual stress analysis by the hole-drilling method". In: *Journal of Strain Analysis* 33.1 (1998), pp. 27–37.
- [44] D. Vangi. "Residual stress evaluation by the hole-drilling method with off-center hole: an extension of the integral method". In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 119.1 (Jan. 1997), pp. 79–84.
- [45] H. Wern. "A new approach to triaxial residual stress evaluation by the hole drilling method". In: *Strain* 33.4 (Nov. 1997), pp. 121–126.
- [46] H. Wern, R. Cavelius, and D. Schlafer. "A new method to determine triaxial non-uniform residual stresses from measurements using the hole drilling method". In: *Strain* 33.2 (May 1997), pp. 39–46.
- [47] K.J. Bathe. *Finite element procedures in engineering analysis*. New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1996.
- [48] J. Lu and Society for Experimental Mechanics (U.S.) *Handbook of Measurement of Residual Stresses*. Lilburn, GA: Fairmont Press, 1996. Chap. 2.
- [49] G.S. Schajer and E. Altus. "Stress calculation error analysis for incremental hole-drilling residual stress measurements". In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 118 (1996), pp. 120–126.
- [50] M. Beghini, L. Bertini, and P. Raffaelli. "An account of plasticity in the hole-drilling method of residual stress measurement". In: *Journal of Strain Analysis* 30.3 (1995), pp. 227–233.

- [51] H. Wern. "Finite-element solutions for mechanical drilling methods: a new integral formalism". In: *Journal of computational and applied mathematics* 63 (Nov. 1995), pp. 365–372.
- [52] M. Beghini, L. Bertini, and P. Raffaelli. "Numerical analysis of plasticity effects in the hole-drilling method of residual stress measurement". In: *Journal of Strain Analysis* 22.6 (1994), pp. 522–529.
- [53] D. Vangi. "Data management for the evaluation of residual stresses by the incremental hole-drilling method". In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 116.4 (Oct. 1994), pp. 561–566.
- [54] R.D. Cook, D.S. Malkus, and M.E. Plesha. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3rd ed. USA: Wiley and Sons, 1989.
- [55] G.S. Schajer. "Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole Drilling Method". In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 110.4 (1988). Part I, pp. 338–343.
- [56] G.S. Schajer. "Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole Drilling Method". In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 110.4 (1988). Part II, pp. 344–349.
- [57] M.T. Flaman and J.A. Herring. "SEM/ASTM round-robin residual stress measurement study - Phase 1, 304 stainless steel specimen". In: *Experimental Techniques* 10.5 (May 1986), pp. 567–572.
- [58] M.T. Flaman and H. Manning B. "Determination of residual stress variation with depth by the hole-drilling method". In: *Experimental Mechanics* 25.3 (1985), pp. 205–207.
- [59] A. Niku-Lari, J. Lu, and J.F. Flavenot. "Measurement of residual-stress distribution by the hole-drilling method". In: *Experimental Mechanics* 25.2 (1985), pp. 175–185.
- [60] G.S. Schajer. "Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements". In: *Journal of Engineering Materials and Technology*. Transactions 103 (Apr. 1981), pp. 157–163.
- [61] A. Ajovalasit. "Measurement of residual stresses by the hole-drilling method: influence of hole eccentricity". In: *Journl of Strain Analysis* 14.4 (1979), pp. 171–178.
- [62] H.P. Wang. "The alignment error of the hole-drilling method". In: *Experimental Mechanics* 19.1 (Jan. 1979), pp. 23–27.
- [63] J.P. Sandifer and G.E. Bowie. "Residual stress by blind-hole method with off-center hole". In: *Experimental Mechanics* 18 (May 1978), pp. 173–179.
- [64] E.M. Beaney. "Accurate measurement of residual stress on any steel using the centre hole method". In: *Strain, Journal BSSM* 12.3 (1976), pp. 99–106.
- [65] N.J. Rendler and I. Vigness. "Hole-drilling strain gage method of measuring residual stresses". In: ed. by SESA XXIII Proc. 2. 1966, pp. 577–586.
- [66] E.L. Wilson. "Structural Analysis of Axisymmetric Solids". In: *AIAA Journal* 3.12 (Dec. 1965), pp. 2269–2274.
- [67] S. Timoshenko and J.M. Goodier. *Theory of Elasticity*. New York: McGraw-Hill, 1951.
- [68] J. Mathar. "determination of initial stresses by measuring the deformation around drilled holes". In: *Trans. ASME* 56 (1934), pp. 249–254.

# Appendice A

## Script APDL per la determinazione dei coefficienti di influenza

Componenti sottili.

```
1 FINISH
2 /CLEAR,ALL !Cancellazione del database (opzionale)
3 !-----
4 !COMPONENTI SOTTILI - coeff a
5 !-----
6 /PREP7
7 /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF !Cancella intestazione dai file output
8 /FORMAT,,E,20,12 !Formato output
9 /PAGE,1000,,1000
10 /PNUM,AREA,1 !Abilita numerazione a video delle aree
11 /PNUM,LINE,1 !Abilita numerazione a video delle linee
12 /PNUM,KE,1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
13 /DSCALE,ALL,1 !True scale displacements
14 PI = ACOS(-1) !pi greco
15 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entita che mi servono
16 !-----
17 ET,1,PLANE25 !Tipo di elemento
18 MP,EX,1,206000 !E = 206000 MPa
19 MP,PRXY,1,0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
20 !-----
21 !Geometria
22 !-----
23 !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
24 !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
25 !Utilizzare il semipiano positivo +x
26 !-----
27 ARRAY,D0 = 1.52,1.78,2.03,2.29,2.54 ![mm] Diametri del foro esaminati
28 N,R0 = 5 !Nu di fori esaminati
29 *DO,K,1,N,R0,1 !Per ogni diametro del foro...
30 !K = 3 !Selezione manuale
31 DO = ARRAY_D0(K) ![mm] Diametro del foro in esame
32 R0 = 0.5*D0 ![mm] Raggio del foro in esame
33 LX = 25 ![mm] Lunghezza campione
34 W = 0.4 ![mm] Spessore campione
35 RECTNG,R0,LX,0,-W !Area del campione
36 RISOLUZIONE = 0.01 ![mm] Element size
37 LESIZE,ALL,RISOLUZIONE !Suddivisione delle linee
38 MSHKEY,1 !Mesh mapped
39 AMESH,ALL !Mesh di tutte le aree
40 APLOTT !Plot delle aree
41 !-----
42 ! Vincoli e carichi
43 !-----
44 !Si bloccano le traslazioni lungo y e z del nodo di coordinate (LX,-0.5*W).
45 !Carico: 1MPa di compressione sulla superficie laterale del foro.
46 !La condizione di carico e equibiaassiale, perciò non dipende da theta (armonica di ordine 0).
47 !-----
48 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL !Selezione del nodo
49 NSEL,R,LOC,Y,-0.5*W+TOL,-0.5*W-TOL !Selezione della linea su cui applicare il carico
50 D,ALL,UY,0 !Blocco traslazione lungo y
51 D,ALL,UZ,0 !Blocco traslazione lungo z
52 ALLSEL !Selezione di tutte le entita
53 FINISH
54 /SOLU
55 PRESSURE = 1 ![MPa] Carico
56 LSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL !Selezione della linea su cui applicare il carico
57 LSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-W+TOL
58 SFL,ALL,PRES,PRESSURE !Pressure on line
59 ALLSEL !Selezione di tutte le entita
60 MODE,0 !Modalita di applicazione del carico: equibiaassiale
61 SOLVE !Lancio della soluzione
62 FINISH
63 !-----
64 ! Post-processing
65 !-----
66 /POST1
67 !-----
68 !Per simulare la lettura dell'estensimetro, si definisce un path con i nodi compresi tra
69 !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
70 !gli spostamenti e le tensioni lungo i 2 gdl ammessi dal PLANE25. E' importante
71 !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati piu precisi.
72 !-----
73 LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
74 LIMITE2 = LX
75 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi coordinata y = 0
76 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Filtro: selezione dei nodi con LIMITE1 <= x <= LIMITE2
77 *GET,N,NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
78 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x in ordine crescente e poi li rizeleziona
79 *GET,XMAX,SORT,0,MAX !Assegno alla variabile XMAX il nodo avente x=xmax
80 *GET,XMIN,SORT,0,MIN !Assegno alla variabile XMIN il nodo avente x=xmin
81 PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi del path (check passo=risoluzione)
82 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1 !Definizione del path: nupunti=N_NODI, nuvariabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
83 *DO,T,1,N_NODI,1 !Definizione dei singoli punti del path
84 X = XMIN + PASSO*(T-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
85 Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
```

## 124 APPENDICE A. SCRIPT APDL PER LA DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI DI INFLUENZA

```

86          PPATH,T,,X,Y,0          !m-esimo punto del path
87      *ENDDO
88      !-----
89      !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path.
90      !si mappano: UX,UY,UZ, SX,SY, SZ
91      !-----
92      PDEF,x-disp,U,X
93      PDEF,y-disp,U,Y
94      PDEF,z-disp,U,Z
95      PDEF,sigmax,SX
96      PDEF,sigmay,SY
97      PDEF,sigmaz,SZ
98      PASET,DATA%K%,TABLE          !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "DATA%K%J%"
99      !-----
100     !Salvataggio dei dati mappati sul path
101     *COPEN,'Ris_spostore_sottile_tensione_uniforme_coef_f_a_D0%K%', 'txt'          !Apertura del file per i risultati
102     *VWRITE,DATA%K%(1,1),DATA%K%(1,2),DATA%K%(1,3),DATA%K%(1,5),DATA%K%(1,6),DATA%K%(1,7),DATA%K%(1,8),DATA%K%(1,9),DATA%K%(1,10) !Scrittura
        risultati
103 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)          !Formato di scrittura
104     *CFCLOSE          !Chiusura del file
105     *DEL,DATA%K%
106     FINISH          !Cancello il vettore "DATA%K%" per poterlo ricreare nell'iterazione successiva senza warnings
107     !-----
108     !Rimozione dei carichi
109     /SOLU
110     ALLSEL
111     SFDELE,ALL,ALL
112     FINISH
113     /PREP7
114     !-----
115     !Cancellazione della mesh e della geometria
116     ALLSEL
117     ACLEAR,ALL
118     ADELE,ALL
119     LDELE,ALL
120     KDELE,ALL
121     *ENDDO
122     *MSG,UI,'FINISH A'          !Apre una finestra con messaggio "Finish"
123     $C
124     FINISH
125     /CLEAR,ALL
126     !-----
127     !COMPONENTI SOTTILI - coeff b
128     !-----
129     /PREP7
130     /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF          !Cancella intestazione dai file output
131     /FORMAT,,E,20,12          !Formato output
132     /PAGE,1000,,1000
133     /PNUM,AREA,1          !Abilita numerazione a video delle aree
134     /PNUM,LINE,1          !Abilita numerazione a video delle linee
135     /PNUM,KP,1          !Abilita numerazione a video dei keypoints
136     /DSCALE,ALL,1          !True scale displacements
137     ET = ACOS(-1)          !pi greco
138     TOL = 0,00001          !Valore di tolleranza per selezionare le entita che mi servono
139     !-----
140     ET,1,PLANE25          !Tipo di elemento
141     MP,EX,1,206000          !E = 206000 MPa
142     MP,PRXY,1,0.3          !Coefficiente di Poisson = 0.3
143     !-----
144     !Geometria
145     !-----
146     !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
147     !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
148     !Utilizzare il semipiano positivo +x
149     !-----
150     ARRAY,DO = 1.52,1.78,2.03,2.29,2.54          ![mm] Diametri del foro esaminati
151     N,R0 = 5          !Nu di fori esaminati
152     *DO,K,1,N,R0,1          !Per ogni diametro del foro...
153     DO = ARRAY,DO(K)          ![mm] Diametro del foro in esame
154     RO = 0.5*DO          ![mm] Raggio del foro in esame
155     LX = 25          ![mm] Lunghezza campione
156     W = 0.4          ![mm] Spessore campione
157     RECTNG,R0,LX,0,-W          !Area del campione
158     RISOLUZIONE = 0.01          ![mm] Element size
159     LESIZE,ALL,RISOLUZIONE          !Suddivisione delle linee
160     MSHKEY,1          !Mesh mapped
161     AMESH,ALL          !Mesh di tutte le aree
162     APLOTT          !Plot delle aree
163     !-----
164     ! Vincoli e carichi
165     !-----
166     !Si blocca la traslazione lungo y del nodo di coordinate (LX,-0.5*W).
167     !Carico: 1MPa di taglio.
168     !La condizione di carico e di taglio, perciò dipende da 2*theta (armonica di ordine 2).
169     !-----
170     NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL          !Selezione del nodo da vincolare
171     NSEL,R,LOC,Y,-0.5*W+TOL,-0.5*W-TOL
172     D,ALL,UY,0          !Blocco traslazione lungo y
173     ALLSEL          !Selezione di tutte le entita
174     FINISH
175     /SOLU
176     PRESSURE = 1          ![MPa] Valore del carico distribuito da scomporre poi con metodo lumped
177     L = RISOLUZIONE          ![mm] Lunghezza del singolo elemento
178     FORZA_EQ_EFF = 0.5*PRESSURE*L          ![mm] Carico concentrato effettivo desiderato ai nodi che si trovano a x=R0
179     FORZA_EQ_INPUT = FORZA_EQ_EFF*2*PI*R0          !Carico concentrato da applicare al plane25
180     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
181     NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
182     F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
183     F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza radiale ai nodi estremi
184     ALLSEL
185     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
186     NSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
187     F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
188     F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza radiale ai nodi estremi
189     ALLSEL
190     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
191     NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-W+TOL
192     F,ALL,FZ,-2*FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza tangenziale ai nodi intermedi (=2Feq perche la scomposizione e lumped)
193     F,ALL,FX,2*FORZA_EQ_INPUT          !Applico la forza radiale ai nodi estremi
194     ALLSEL
195     MODE,2,1          !Modalita di applicazione del carico: 2=ordine armonica, 1=simmetria rispetto a theta=0u
196     SOLVE          !Lancio della soluzione
197     FINISH
198     !-----
199     ! Post-processing
200     !-----
201     /POST1
202     !-----
203     !Per simulare la lettura dell'estensimetro, si definisce un path con i nodi compresi tra
204     !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
205     !gli spostamenti e le tensioni lungo i 2 gdi ammessi dal PLANE25. E' importante
206     !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati piu precisi.
207     !-----
208     LIMITE1 = R0          !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
209     LIMITE2 = LX
210     NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL          !Selezione dei nodi aventi coordinata y = 0
211     NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2          !Filtro: selezione dei nodi con LIMITE1 <= x <= LIMITE2
212     *GET,N_NODI,MODE,0,COUNT          !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
213     NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT          !Ordina i nodi in base alla coordinata x in ordine crescente e poi li risSelected
214     *GET,XMAX,SORT,0,MAX          !Assegno alla variabile XMAX il nodo avente x=amax

```

```

215 *GET,XMIN, SORT, 0, MIN !Assegno alla variabile XMIN il nodo avente x=xmin
216 PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi del path (check passo=risoluzione)
217 PATH, ROSETTA, N_NODI, 30, 1 !Definizione del path: nupunti=N_NODI, nuvariabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
218 *DO, T, 1, N_NODI, 1 !Definizione dei singoli punti del path
219 X = XMIN + PASSO*(T-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
220 Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
221 PPATH, T, X, Y, 0 !m-esimo punto del path
222 *ENDDO
223 PDEF, x-disp, U, X
224 PDEF, y-disp, U, Y
225 PDEF, z-disp, U, Z
226 PDEF, sigma_x, SX
227 PDEF, sigma_y, SY
228 PDEF, sigma_z, SZ
229 PAGET, DATA%K%, TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "DATA%K%%J%"
230 !-----
231 !Salvataggio dei dati mappati sul path
232 *CFOPEN, 'Ris_spessore_sottile_tensione_uniforme_coeff_b_D0%K%', 'txt'
233 *VWRITE, DATA%K%(1,1), DATA%K%(1,2), DATA%K%(1,3), DATA%K%(1,5), DATA%K%(1,6), DATA%K%(1,7), DATA%K%(1,8), DATA%K%(1,9), DATA%K%(1,10)
234 (E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12)
235 *CFCLOSE
236 *DEL, DATA%K% !Cancellazione del vettore "DATA%K%" per poterlo ricreare nell'iterazione successiva senza warnings
237 FINISH
238 !-----
239 !Rimozione dei carichi
240 /SOLU
241 ALLSEL
242 FDELE, ALL, ALL !Cancellazione di tutte le forze su tutti i nodi
243 FINISH
244 !-----
245 !Cancellazione geometria e mesh
246 /PREP7
247 ACLEAR, ALL !Cancellazione mesh
248 ADELE, ALL !Cancellazione aree
249 LDELE, ALL !Cancellazione linee
250 KDELE, ALL !Cancellazione keypoints
251 *ENDDO
252 FINISH
253 *MSG, UI, 'FINISH' !Apri una finestra con messaggio "Finish" (e l'ultimo comando)
254 %C

```

## Componenti spessi con profilo di tensione uniforme.

```

1 FINISH
2 /CLEAR, ALL
3 !-----
4 !CASO CAMPIONE AD ALTO SPESSORE - TENSIONI UNIFORMI - a-jk
5 !-----
6 /PREP7
7 /HEADER, OFF, OFF, OFF, OFF, OFF, OFF !Cancella intestazione dai file output
8 /FORMAT, E, 20, 12 !Formato output
9 /PAGE, 1000, , 1000
10 /PNUM, AREA, 1 !Abilita numerazione a video delle aree
11 /PNUM, LINE, 1 !Abilita numerazione a video delle linee
12 /PNUM, KP, 1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
13 /DSCALE, ALL, 1 !True scale displacements
14 PI = ACOS(-1) !pi greco
15 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
16 !-----
17 ET, 1, PLANE25 !Tipo di elemento
18 MP, EX, 1, 206000 !E = 206000 MPa
19 MP, PRXY, 1, 0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
20 !-----
21 !Geometria
22 !-----
23 !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
24 !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
25 !Utilizzare il semipiano positivo +x
26 !-----
27 STEP = 0.1 ![mm] ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
28 N_STEP = 10 !N° incrementi di profondità
29 *DIM, ARRAY_HF, , N_STEP !Preallocazione vettore ARRAY_HF
30 ARRAY_DO = 1.52, 1.78, 2.03, 2.29, 2.54 !Vettore dei diametri dei fori
31 ARRAY_DOINDEX = 1, 2, 3, 4, 5 !Vettore degli indici dei diametri dei fori
32 ARRAY_HF(1) = .10, .20, .30, .40, .50, .60, .70, .80, .90, 1.00 !Vettore profondità HFORO
33 N_RO_TOT = 5 !N° di raggi del foro
34 !-----
35 *DO, K, 1, N_RO_TOT, 1 !Per ogni diametro del foro...
36 !K = 3 !Selezione manuale
37
38 DO = ARRAY_DO(K)
39 DOINDEX = ARRAY_DOINDEX(K)
40 RO = DO*0.5 ![mm] raggio del foro
41 *DO, J, 1, N_STEP, 1 !Per ogni profondità ...
42 !J = 7 !Selezione manuale
43 HACT = J*STEP ![mm] profondità in esame
44 HF = ARRAY_HF(J) !Rapporto tra profondità in esame e diametro rosetta
45 HWAX = N_STEP*STEP ![mm] massima profondità del foro esaminata
46 LX = 25 ![mm] massima lunghezza della piastra
47 W = 10 ![mm] massimo spessore della piastra
48 RECTNG, 0, LX, 0, -W !Area rettangolare (1) di dimensioni LX x W
49 RECTNG, 0, RO, 0, -HACT !Area rettangolare (2) di dimensioni RO x HACT
50 ASBA, 1, 2 !Booleana: sottrazione area 2 dalla area 1
51 !-----
52 !Mesh
53 !-----
54 !Si isola in vicinanza del foro una zona in cui eseguire una mesh mapped ad
55 !alta risoluzione.
56 !-----
57 LX1 = 8 !Linee e punti di supporto per la mesh
58 LY1 = 4
59 K, 102, 0, -LY1
60 K, 103, RO, -LY1
61 K, 104, LX1, -LY1
62 K, 106, LX1, -HACT
63 K, 108, LX1, 0
64 L, 102, 103
65 L, 103, 104
66 L, 103, 6
67 L, 6, 106
68 L, 104, 106
69 L, 106, 108
70 *DO, M, 1, J
71 K, 200+M, RO, -M*STEP
72 K, 300+M, LX1, -M*STEP
73 L, 200+M, 300+M
74 *ENDDO
75 LX3 = 10
76 LY3 = 6
77 K, 402, LX3, -W
78 K, 404, LX3, 0
79 K, 401, 0, -LY3
80 K, 403, LX, -LY3
81 L, 401, 403
82 L, 402, 404
83 ASBL, ALL, ALL
84 !-----
85 RISOLUZIONE = 0.01 ![mm] risoluzione target sulle superfici del foro
86 !-----
87 LSEL, S, LOC, X, 0-TOL, LX1+TOL

```

126 APPENDICE A. SCRIPT APDL PER LA DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI DI INFLUENZA

```

87      LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-LY1-TOL
88      LESIZE,ALL,RISOLUZIONE
89      ALLSEL
90      LSEL,S,LOC,Y,-LY1+TOL,-LY3+TOL
91      LSEL,R,LOC,X,0+TOL,0-TOL
92      LESIZE,ALL,,,30,35
93      ALLSEL
94      LSEL,S,LOC,X,LX1+TOL,LX3-TOL
95      LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
96      LESIZE,ALL,,,30,35
97      ALLSEL
98      LSEL,S,LOC,X,0,LX3-TOL
99      LSEL,R,LOC,Y,0,-LY3+TOL
100     LSEL,INVE
101     LESIZE,ALL,40*RISOLUZIONE
102     ALLSEL
103     MSHKEY,2                !Mesh mapped if possible
104     AMESH,ALL              !Mesh di tutte le aree
105     !-----
106     !Vincoli e carichi
107     !-----
108     !Si vincola il moto rigido lungo y e lungo z del keypoint di coordinate (LX,-W) e
109     !il moto in direzione radiale dei nodi sull'asse di assialsimmetria
110     !-----
111     KSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
112     KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
113     DK,ALL,UZ,0             !Blocco moto rigido traslazione lungo y
114     DK,ALL,UY,0             !Blocco moto rigido traslazione lungo z
115     ALLSEL
116     NSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi sull'asse di assialsimmetria
117     D,ALL,UX,0              !Blocco spostamento lungo x (direzione radiale)
118     ALLSEL                  !Selezione tutte le entità
119     /AUTO
120     APLLOT                  !Plot delle aree
121     FINISH
122     !-----
123     !Condizione di carico equibiassiale: P=1MPa compressione sulla superficie laterale
124     !del foro
125     !-----
126     /SOLU
127     LSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
128     LSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-HACT+TOL
129     SFL,ALL,PRES,1         !sigma = 1 MPa = compressione
130     ALLSEL
131     MODE,0                 !Carico P è costante al variare di theta
132     OUTRES,BASIC,LAST     !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base
133     SOLVE                  !Soluzione
134     FINISH
135     !-----
136     !Post-processing
137     !-----
138     !Plot dei risultati
139     /POST1
140     /SHOW,WIN32C          !Mostra i plot sullo schermo (opzionale)
141     /CLABEL,1,0
142     /CONTOUR,1,20,AUTO,, !Numero di bande di colori nei contour plot pari a 20
143     PLNSOL,U,X            !Plot nodal solution UX
144     !-----
145     !Per simulare la lettura dell'estensimetro, si definisce un path con i nodi compresi tra
146     !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
147     !gli spostamenti e le tensioni lungo i 2 gdi ammessi dal PLANE25. E' importante
148     !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati più precisi.
149     !-----
150     LIMITE1 = R0           !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
151     LIMITE2 = LX1
152     NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi coordinata y = 0
153     NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Filtro: selezione dei nodi con LIMITE1 <= x <= LIMITE2
154     *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
155     NSORT,LOC,X,1,0,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x in ordine crescente e poi li rilegna
156     *GET,XMAX,SORT,0,MAX    !Assegno alla variabile XMAX il nodo avente x=xmax
157     *GET,XMIN,SORT,0,MIN    !Assegno alla variabile XMIN il nodo avente x=xmin
158     PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi del path (check passo=risoluzione)
159     PATH,ROSETTASLSNO%,N_NODI,30,1 !Definizione del path: n°punti=N_NODI, n°variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
160     *DO,T,1,N_NODI,1        !Definizione dei singoli punti del path
161         X = XMIN + PASSO*(T-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
162         Y = 0                 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
163         PPATH,T,,X,Y,0       !m-esimo punto del path
164     *ENDDO
165     !-----
166     !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path.
167     !Si mappano: UX,UY,UZ, SX,SY,SZ
168     !-----
169     PDEF,x-disp,U,X
170     PDEF,y-disp,U,Y
171     PDEF,z-disp,U,Z
172     PDEF,sigmaX,SX
173     PDEF,sigmaY,SY
174     PDEF,sigmaZ,SZ
175     HF100 = HF*100
176     PAGET,DATA%K%J%,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "DATA%K%J%"
177     !-----
178     !Salvataggio dei dati mappati sul path
179     *CFOPEN,'Ris_alto_spessore_tensione_uniforme_ajk_D0%DOINDEX%_HF%HF100%','txt' !Apertura file
180     *VWRITE,DATA%K%J%(1,1),DATA%K%J%(1,2),DATA%K%J%(1,3),DATA%K%J%(1,5),DATA%K%J%(1,6),DATA%K%J%(1,7),DATA%K%J%(1,8),DATA%K%J%(1,9),DATA%K%J%(1,10)
181     (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12) !Formato di scrittura
182     *CFCLOSE              !Chiusura del file
183     *DEL,DATA%K%J%       !Cancellazione "DATA%K%J%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
184     FINISH
185     /PREP7
186     !-----
187     !Cancellazione della mesh e della geometria
188     ALLSEL
189     ACLEAR,ALL
190     ADELE,ALL
191     LDELE,ALL
192     KDELE,ALL
193     *ENDDO
194     *ENDDO
195     FINISH
196     *MSG,UI,'FINISH AJK' !Apre una finestra con messaggio "FINISH AJK"
197     &c
198     !/EOF                !Comando per il termine della simulazione (opzionale)
199     FINISH
200     /CLEAR,ALL
201     !-----
202     !CASO CAMPIONE AD ALTO SPESSORE - TENSIONI UNIFORMI - bjk
203     !-----
204     /PREP7
205     /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF !Cancella intestazione dai file output
206     /FORMAT,,E,20,12 !Formato output
207     /PAGE,1000,,1000
208     /PNUM,AREA,1 !Abilita numerazione a video delle aree
209     /PNUM,LINE,1 !Abilita numerazione a video delle linee
210     /PNUM,KP,1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
211     /DSCALE,ALL,1 !True scale displacements
212     PI = ACOS(-1) !pi greco
213     TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
214     !-----
215     ET,1,PLANE25 !Tipo di elemento

```

```

216 MP,EX,1,206000 !E = 206000 MPa
217 MP,PRXY,1,0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
218 !-----
219 !Geometria
220 !-----
221 !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
222 !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
223 !Utilizzare il semipiano positivo +x
224 !-----
225 STEP = 0.1 ![mm] ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
226 N_STEP = 10 !N° incrementi di profondità
227 *DIM,ARRAY_HF,,N_STEP !Preallocazione vettore ARRAY_HF
228 ARRAY_D0 = 1.52,1.78,2.03,2.29,2.54 !Vettore dei diametri dei fori
229 ARRAY_DOINDEX = 1,2,3,4,5 !Vettore degli indici dei diametri del foro
230 ARRAY_HF(1) = .10,.20,.30,.40,.50,.60,.70,.80,.90,1.00 !Vettore profondità HFORO
231 N_RO_TOT = 5 !N° di raggi del foro
232 !-----
233 *DO,K,1,N_RO_TOT,1 !Per ogni diametro del foro...
234 !K = 3 !Selezione manuale
235 DO = ARRAY_D0(K)
236 DOINDEX = ARRAY_DOINDEX(K)
237 RO = DO*0.5 ![mm] raggio del foro
238 *DO,J,1,N_STEP,1 !Per ogni profondità ...
239 !J = 7 !Selezione manuale
240 HACT = J*STEP ![mm] profondità in esame
241 HF = ARRAY_HF(J) !Rapporto tra profondità in esame e diametro rosetta
242 HMAX = N_STEP*STEP ![mm] massima profondità del foro esaminata
243 LX = 25 ![mm] massima lunghezza della piastra
244 W = 10 ![mm] massimo spessore della piastra
245 RECTNG,0,LX,0,-W !Area rettangolare (1) di dimensioni LX x W
246 RECTNG,0,RO,0,-HACT !Area rettangolare (2) di dimensioni RO x HACT
247 ASBA,1,2 !Booleana: sottrazione area 2 dalla area 1
248 !-----
249 !Mesh
250 !-----
251 !Si isola in vicinanza del foro una zona in cui eseguire una mesh mapped ad
252 !alta risoluzione.
253 !-----
254 LX1 = 8 !Linee e punti di supporto per la mesh
255 LY1 = 4
256 K,102,0,-LY1
257 K,103,RO,-LY1
258 K,104,LX1,-LY1
259 K,106,LX1,-HACT
260 K,108,LX1,0
261 L,102,103
262 L,103,104
263 L,103,6
264 L,6,106
265 L,104,106
266 L,106,108
267 *DO,M,1,J
268 K,200+M,RO,-M*STEP
269 K,300+M,LX1,-M*STEP
270 L,200+M,300+M
271 *ENDDO
272 LX3 = 10
273 LY3 = 6
274 K,402,LX3,-W
275 K,404,LX3,0
276 K,401,0,-LY3
277 K,403,LX,-LY3
278 L,401,403
279 L,402,404
280 ASBL,ALL,ALL
281 !-----
282 RISOLUZIONE = 0.01 ![mm] risoluzione target sulle superfici del foro
283 !-----
284 LSEL,S,LOC,X,0-TOL,LX1+TOL
285 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-LY1-TOL
286 LESTIZE,ALL,RISOLUZIONE
287 ALLSEL
288 LSEL,S,LOC,Y,-LY1+TOL,-LY3+TOL
289 LSEL,R,LOC,X,0+TOL,0-TOL
290 LESTIZE,ALL,,30,35
291 ALLSEL
292 LSEL,S,LOC,X,LX1+TOL,LX3-TOL
293 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
294 LESTIZE,ALL,,30,35
295 ALLSEL
296 LSEL,S,LOC,X,0,LX3-TOL
297 LSEL,R,LOC,Y,0,-LY3+TOL
298 LSEL,INVE
299 LESTIZE,ALL,40,RISOLUZIONE
300 ALLSEL
301 MSHKEY,2 !Mesh mapped if possible
302 AMESH,ALL !Mesh di tutto le aree
303 !-----
304 !Vincoli e carichi
305 !-----
306 !Si blocca il moto rigido lungo y del keypoint di coordinate (0,-W) e
307 !il moto in direzione radiale dei nodi sull'asse di assialsimmetria
308 !-----
309 KSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL
310 KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
311 DK,ALL,UY,0 !Blocco moto rigido traslazione lungo y
312 ALLSEL !Seleziona tutte le entità
313 NSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi sull'asse di assialsimmetria
314 D,ALL,UX,0 !Blocco spostamento lungo x (direzione radiale)
315 ALLSEL !Seleziona tutte le entità
316 /AUTO
317 APLOT !Plot delle aree
318 FINISH
319 !-----
320 !Condizione di carico di taglio: 1MPa sulla superficie laterale del foro
321 !-----
322 /SOLU
323 PRESSURE = 1 ![MPa] Valore del carico distribuito da scomporre poi con metodo lumped
324 L = RISOLUZIONE ![mm] Lunghezza del singolo elemento
325 FORZA_EQ_EFF = 0.5*PRESSURE*L !Carico concentrato effettivo desiderato ai nodi che si trovano a x=RO
326 FORZA_EQ_INPUT = FORZA_EQ_EFF*2*PI*RO !Carico concentrato da applicare al plane25
327 NSEL,S,LOC,X,RO-TOL,RO+TOL
328 NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
329 F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
330 F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza radiale ai nodi estremi
331 ALLSEL
332 NSEL,S,LOC,X,RO-TOL,RO+TOL
333 NSEL,R,LOC,Y,-HACT+TOL,-HACT-TOL
334 F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
335 F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza radiale ai nodi estremi
336 ALLSEL
337 NSEL,S,LOC,X,RO-TOL,RO+TOL
338 NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-HACT+TOL
339 F,ALL,FZ,-2*FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza tangenziale ai nodi intermedi (=2Feq perchè la scomposizione è lumped)
340 F,ALL,FX,2*FORZA_EQ_INPUT !Applico la forza radiale ai nodi intermedi
341 ALLSEL
342 MODE,2,1 !Modalità di applicazione del carico: 2=dipendenza da 2*theta, 1=condizione simmetrica rispetto
343 !theta=0°
344 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base
345 SOLVE !Soluzione

```

## 128 APPENDICE A. SCRIPT APDL PER LA DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI DI INFLUENZA

```

345 FINISH
346 !-----
347 !Post-processing
348 !-----
349 !Plot dei risultati
350 !-----
351 /POST1
352 /SHOW,WIN32C !Mostra i plot sullo schermo (opzionale)
353 /CLABEL,1,0
354 /CONTOUR,1,20,AUTO,, !Numero di bande di colori nei contour plot pari a 20
355 PLNSOL,U,X !Plot nodal solution UX
356 !-----
357 !Per simulare la lettura dell'estensimetro, si definisce un path con i nodi compresi tra
358 !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
359 !gli spostamenti e le tensioni lungo i 2 gdL ammessi dal PLANE25. E' importante
360 !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati più precisi.
361 !-----
362 LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
363 LIMITE2 = LX1
364 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi coordinata y = 0
365 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Filtro: selezione dei nodi con LIMITE1 <= X <= LIMITE2
366 *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
367 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata X in ordine crescente e poi li rizeleziona
368 *GET,XMAX,SORT,0,MAX !Assegno alla variabile XMAX il nodo avente x=xmax
369 *GET,XMIN,SORT,0,MIN !Assegno alla variabile XMIN il nodo avente x=xmin
370 PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi del path (check passo=risoluzione)
371 PATH,ROSETTA%LSNO%,N_NODI,30,1 !Definizione del path: n°punti=N_NODI, n°variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
372 *DO,T,1,N_NODI,1 !Definizione dei singoli punti del path
373 X = XMIN + PASSO*(T-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
374 Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
375 PPATH,T,,X,Y,0 !m-esimo punto del path
376 *ENDDO
377 !-----
378 !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path.
379 !Si mappano: UX,UY,UZ, SX,SY,SZ
380 !-----
381 PDEF,x-disp,U,X
382 PDEF,y-disp,U,Y
383 PDEF,z-disp,U,Z
384 PDEF,sigmax,SX
385 PDEF,sigmay,SY
386 PDEF,sigmaz,SZ
387 HF100 = HF*100
388 PGET,DATA%K%J%,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "DATA%K%J%"
389 !-----
390 !Salvataggio dei dati mappati sul path
391 *CPOEN,'Ris_alto_spessore_tensione_uniforme_bjk_D0%DOINDEX100%_HF%HF100%', 'txt'
392 *VWRITE,DATA%K%J%(1,1),DATA%K%J%(1,2),DATA%K%J%(1,3),DATA%K%J%(1,5),DATA%K%J%(1,6),DATA%K%J%(1,7),DATA%K%J%(1,8),DATA%K%J%(1,9),DATA%K%J%(1,10)
393 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
394 *CFCLOSE
395 *DEL,DATA%K%J% !Cancello "DATA%K%J%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
396 FINISH
397 /PREP7
398 !-----
399 !Cancello la mesh e la geometria
400 ALLSEL
401 ACLEAR,ALL
402 ADELE,ALL
403 LDELE,ALL
404 KDELE,ALL
405 *ENDDO
406 *ENDDO
407 FINISH
408 *MSG,UI,'FINISH BJK' !Apri una finestra con messaggio "FINISH BJK" (è l'ultimo comando)
409 %c

```

### Componenti spessi con profilo di tensione variabile.

```

1 FINISH
2 /CLEAR,ALL
3 !-----
4 !COMPONENTE ALTO SPESSORE - TENSIONI VARIABILI - bjk
5 !-----
6 /PREP7
7 /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF !Cancella intestazione dai file output
8 /FORMAT,,E,20,12 !Formato output
9 /PAGE,1000,,1000
10 /PNUM,AREA,1 !Abilita numerazione a video delle aree
11 /PNUM,LINE,1 !Abilita numerazione a video delle linee
12 /PNUM,KP,1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
13 /DSCALE,ALL,1 !True scale displacements
14 PI = ACOS(-1) !pi greco
15 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
16 !-----
17 ET,1,PLANE25
18 MP,EX,1,206000 !E = 206000 MPa
19 MP,PRXY,1,0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
20 !-----
21 !Geometria
22 !-----
23 !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
24 !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
25 !Utilizzare il semipiano positivo +x
26 STEP = 0.05 ![mm] ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
27 N_STEP = 20 !N° incrementi di profondità
28 *DIM,ARRAY_RHD,,N_STEP
29 ARRAY_D0 = 1.54,1.78,2.2,2.3,2.56
30 ARRAY_RD0D = 0.3,0.35,0.4,0.45,0.5
31 ARRAY_RHD(1) = .05,.1,.15,.2,.25,.3,.35,.4,.45,.50,.55,.60,.65,.70,.75
32 ARRAY_RHD(16) = .80,.85,.90,.95,1.00
33 N_RO_TOT = 5 !N° di raggi del foro
34 !-----
35 !*DO,I,1,N_RO_TOT,1
36 I = 3 !Scelgo un preciso valore del diametro del foro
37 DO = ARRAY_D0(I)
38 RD0D = ARRAY_RD0D(I)
39 RD0D100 = RD0D*100
40 RO = DO*0.5 ![mm] raggio del foro
41 !Caratteristiche geometriche della rosetta estensimetrica (tipo A -> ASTM E837-08)
42 D = 5.13 ![mm] diametro medio
43 RM = D/2 ![mm] raggio medio
44 GL = 1.57 ![mm] lunghezza (Diversa rispetto la normativa)
45 GW = 1.57 ![mm] larghezza (Diversa rispetto la normativa)
46 R1 = RM - GL/2 ![mm] distanza del lato interno dal centro del foro
47 R2 = RM + GL/2 ![mm] distanza del lato esterno dal centro del foro
48 *DO,J,1,N_STEP,1 !Ciclo do: varia la profondità del foro esaminata, step regolari
49 !J = 3 !Scelgo un preciso valore del rapporto H/D
50 HACT = J*STEP ![mm] profondità in esame
51 RHD = ARRAY_RHD(J) !Rapporto tra profondità in esame e diametro rosetta
52 HMAX = N_STEP*STEP ![mm] massima profondità del foro esaminata
53 LX = 25*RO ![mm] massima lunghezza della piastra
54 W = 10*HMAX ![mm] massimo spessore della piastra
55 RECTNG,0,LX,0,-W
56 RECTNG,0,RO,0,-HACT
57 ASBA,1,2
58 !-----
59 !Mesh
60 !-----
61 LX1 = 8*RO

```

```

62      !LX2 = 2*HACT
63      LX2 = 4*HMAX
64      K,102,0,-LX2
65      K,103,R0,-LX2
66      K,104,LX1,-LX2
67      K,106,LX1,-HACT
68      K,108,LX1,0
69      L,102,103
70      L,103,104
71      L,103,6
72      L,6,106
73      L,104,106
74      L,106,108
75      *DO,M,1,J
76          K,200+M,R0,-M*STEP
77          K,300+M,LX1,-M*STEP
78          L,200+M,300+M
79
80      *ENDDO
81      LX3 = 10*R0
82      LY3 = 6*HMAX
83      K,402,LX3,-W
84      K,404,LX3,0
85      K,401,0,-LY3
86      K,403,LX,-LY3
87      L,401,403
88      L,402,404
89      ASBL,ALL,ALL
90      RISOLUZIONE = 0.01      ![mm] risoluzione target sulle superfici del foro
91      LSEL,S,LOC,X,0-TOL,LX1+TOL
92      LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-LX2-TOL
93      LESIZE,ALL,RISOLUZIONE
94      ALLSEL
95      LSEL,S,LOC,Y,-LX2+TOL,-LY3+TOL
96      LSEL,R,LOC,X,0+TOL,0-TOL
97      LESIZE,ALL,,,30,35
98      ALLSEL
99      LSEL,S,LOC,X,LX1+TOL,LX3-TOL
100     LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
101     LESIZE,ALL,,,30,35
102     ALLSEL
103     LSEL,S,LOC,X,0,LX3-TOL
104     LSEL,R,LOC,Y,0,-LY3+TOL
105     LSEL,INVE
106     LESIZE,ALL,40*RISOLUZIONE
107     ALLSEL
108     MSHKEY,2
109     AMESH,ALL
110     !-----
111     !Vincoli
112     !-----
113     KSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
114     KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
115     DK,ALL,UZ,0      !Blocco moto rigido traslazione lungo y
116     ALLSEL
117     KSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL
118     KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
119     DK,ALL,UZ,0      !Blocco moto rigido traslazione lungo Z
120     ALLSEL
121     APLOT
122     FINISH
123     !-----
124     *DO,K,1,J
125     !K=J      !Selezione manuale
126
127     /AUTO
128     APLOT
129     HK1 = (K-1)*STEP
130     HK2 = (K)*STEP
131     /SOLU
132     OUTRES,BASIC,LAST      !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base in modo da alleggerire
133     !-----
134     !analisi
135     !-----
136     !Condizione di carico: Q+T
137     PRESSURE = 1      ![MPa] Valore del carico distribuito da scomporre poi con metodo lumped
138     L = RISOLUZIONE      ![mm] Lunghezza del singolo elemento
139     FORZA_EQ_EFF = 0.5*PRESSURE*L      !Carico concentrato effettivo desiderato ai nodi che si trovano a x=R0
140     FORZA_EQ_INPUT = FORZA_EQ_EFF*2*PI*R0      !Carico concentrato da applicare al plane25
141     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
142     NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
143     F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
144     F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza ai nodi estremi
145     ALLSEL
146     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
147     NSEL,R,LOC,Y,-HK2+TOL,-HK2-TOL
148     F,ALL,FZ,-FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza tangenziale ai nodi estremi (negativa = antioraria)
149     F,ALL,FX,FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza ai nodi estremi
150     ALLSEL
151     NSEL,S,LOC,X,R0-TOL,R0+TOL
152     NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-HK2+TOL
153     F,ALL,FZ,-2*FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza tangenziale ai nodi intermedi (=2Feq perchè la scomposizione è lumped)
154     F,ALL,FX,2*FORZA_EQ_INPUT      !Applico la forza ai nodi estremi
155     ALLSEL
156     MODE,2,1
157     LSWRITE,1
158     SOLVE      !Soluzione
159     FINISH
160     !-----
161     !Post-processing
162     !-----
163     /POST1
164     LSNO = 1
165     SET,%LSNO%,LAST,1,,,NONE      !In questo caso ho solo un'unico load step
166     !Read result LS = LSNO, ultimo substep, scale factor=1, angolo nessuno (così ho i valori
167     max)
168     !-----
169     !Per simulare la lettura dell'estensimetro, creo un path con i nodi compresi tra
170     !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
171     !gli spostamenti in direzione radiale (x) e tangenziale (z). E' importante
172     !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati
173     !più precisi.
174     LIMITE1 = R0
175     LIMITE2 = LX1
176     NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
177     NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2
178     *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT
179     NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT
180     *GET,XMAX,SORT,0,MAX
181     *GET,XMIN,SORT,0,MIN
182     PASSO = (XMAX - XMIN) / (N_NODI - 1)
183     PATH,ROSETT,%LSNO%,N_NODI,30,1
184     *DO,T,1,N_NODI,1
185         X = XMIN + PASSO*(T-1)
186         Y = 0
187         PPATH,T,X,Y,0
188     *ENDDO
189     !-----
190     !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path
191     PDEF,x-disp,U,X
192     PDEF,y-disp,U,Y
193     PDEF,z-disp,U,Z
194     PDEF,sigmax,SX
195     PDEF,sigmay,SY

```

# 130 APPENDICE A. SCRIPT APDL PER LA DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI DI INFLUENZA

```

190 PDEF, sigmaZ, SZ
191 RHD100 = RHD*100
192 PAGET, H$RHD100$, TABLE
193 !-----
194 !Salvataggio dei dati mappati sul path
195 *COPEN, 'Ris_alto_spesore_tensione_variabale_coef_bjk_DOD$RDOD100$_J$J$K$K$', 'txt'
196 *VWRITE, H$RHD100$(1,1), H$RHD100$(1,2), H$RHD100$(1,3), H$RHD100$(1,5), H$RHD100$(1,6), H$RHD100$(1,7), H$RHD100$(1,8), H$RHD100$(1,9), H$RHD100$(1,10)
197 (E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12)
198 *CFCLOSE
199 *DEL, H$RHD100% !Cancello "H$RHD100%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
200 FINISH
201 /SOLU
202 !-----
203 !rimozione dell'ultimo carico (forze concentrate) per riapplicare quello successivo
204 FDELE, ALL, ALL
205 FINISH
206 *ENDDO
207 FINISH
208 /PREP7
209 !-----
210 !Cancello la mesh e la geometria
211 ACLEAR, ALL
212 ADELE, ALL
213 LDELE, ALL
214 KDELE, ALL
215 /WAIT, 3
216 *ENDDO
217 !*ENDDO
218 FINISH
219 /CLEAR, ALL
220 !-----
221 !COMPONENTE ALTO SPESSORE - TENSIONI VARIABILI - ajk
222 !-----
223 /PREP7
224 /HEADER, OFF, OFF, OFF, OFF, OFF, OFF !Cancella intestazione dai file output
225 /FORMAT, , E, 20, 12 !Formato output
226 /PAGE, 1000, 1
227 /PNUM, AREA, 1 !Abilita numerazione a video delle aree
228 /PNUM, LINE, 1 !Abilita numerazione a video delle linee
229 /PNUM, KP, 1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
230 /DSCALE, ALL, 1 !True scale displacements
231 PI = ACOS(-1) !pi greco
232 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
233 !-----
234 ET, 1, PLANE25
235 MP, EX, 1, 206000 !E = 206000 Mpa
236 MP, PRXY, 1, 0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
237 !-----
238 !Geometria
239 !-----
240 !Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
241 !assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
242 !Utilizzare il semipiano positivo +x
243 STEP = 0.05 ![mm] ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
244 NSTEP = 20 !N° incrementi di profondità
245 *DIM, ARRAY_RHD, , N_STEP
246 ARRAY_D0 = 1.54, 1.78, 2, 2.3, 2.56
247 ARRAY_RDOD = 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5
248 ARRAY_RHD(1) = .05, .1, .15, .2, .25, .3, .35, .4, .45, .50, .55, .60, .65, .70, .75
249 ARRAY_RHD(16) = .80, .85, .90, .95, 1.00
250 N_RO_TOT = 5 !N° di raggi del foro
251 !-----
252 !*DO, I, 1, N_RO_TOT, 1
253 I = 3 !Scelgo un preciso valore del diametro del foro
254 D0 = ARRAY_D0(I)
255 RDOD = ARRAY_RDOD(I)
256 RDOD100 = RDOD*100
257 R0 = D0*0.5 ! [mm] raggio del foro
258 !Caratteristiche geometriche della rosetta estensimetrica (tipo A -> ASTM E837-08)
259 D = 5.13 ! [mm] diametro medio
260 RM = D/2 ! [mm] raggio medio
261 GL = 1.57 ! [mm] lunghezza (Diversa rispetto la normativa)
262 GW = 1.57 ! [mm] larghezza (Diversa rispetto la normativa)
263 R1 = RM - GL/2 ! [mm] distanza del lato interno dal centro del foro
264 R2 = RM + GL/2 ! [mm] distanza del lato esterno dal centro del foro
265 *DO, J, 1, N_STEP, 1 !Varia la profondità del foro esaminata
266 HACT = J*STEP ! [mm] profondità in esame
267 RHD = ARRAY_RHD(J) !Rapporto tra profondità in esame e diametro rosetta
268 HMAX = N_STEP*STEP ! [mm] massima profondità del foro esaminata
269 LX = 25*R0 ! [mm] massima lunghezza della piastra
270 W = 10*HMAX ! [mm] massimo spessore della piastra
271 RECTNG, 0, LX, 0, -W
272 RECTNG, 0, R0, 0, -HACT
273 ASBA, 1, 2
274 !-----
275 !Mesh
276 !-----
277 LX1 = 8*R0
278 LX2 = 4*HMAX
279 K, 102, 0, -LX2
280 K, 103, R0, -LX2
281 K, 104, LX1, -LX2
282 K, 106, LX1, -HACT
283 K, 108, LX1, 0
284 L, 102, 103
285 L, 103, 104
286 L, 103, 6
287 L, 6, 106
288 L, 104, 106
289 L, 106, 108
290 *DO, M, 1, J
291 K, 200+M, R0, -M*STEP
292 K, 300+M, LX1, -M*STEP
293 L, 200+M, 300+M
294 *ENDDO
295 LX3 = 10*R0
296 LY3 = 6*HMAX
297 K, 402, LX3, -W
298 K, 404, LX3, 0
299 K, 401, 0, -LY3
300 K, 403, LX, -LY3
301 L, 401, 403
302 L, 402, 404
303 ASBL, ALL, ALL
304 RISOLUZIONE = 0.01 ! [mm] risoluzione target sulle superfici del foro
305 LSEL, S, LOC, X, 0-TOL, LX1+TOL
306 LSEL, R, LOC, Y, 0+TOL, -LX2-TOL
307 LESIZE, ALL, RISOLUZIONE
308 ALLSEL
309 LSEL, S, LOC, Y, -LX2+TOL, -LY3+TOL
310 LSEL, R, LOC, X, 0+TOL, 0-TOL
311 LESIZE, ALL, , , 30, 35
312 ALLSEL
313 LSEL, S, LOC, X, LX1+TOL, LX3-TOL
314 LSEL, R, LOC, Y, 0+TOL, 0-TOL
315 LESIZE, ALL, , , 30, 35
316 ALLSEL
317 LSEL, S, LOC, X, 0, LX3-TOL
318 LSEL, R, LOC, Y, 0, -LY3+TOL
319 LSEL, INVE

```

```

320 LESIZE,ALL,40,RISOLUZIONE
321 ALLSEL
322 MSHKEY,2
323 AMESH,ALL
324 !-----
325 !Vincoli
326 !-----
327 KSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
328 KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
329 DK,ALL,UY,0 !Blocco moto rigido traslazione lungo y
330 DK,ALL,UZ,0 !Blocco moto rigido traslazione lungo Z
331 ALLSEL
332 APLOT
333 FINISH
334 *DO,K,1,J
335 /AUTO
336 APLOT
337 HK1 = (K-1)*STEP ! [mm] Step di profondità "precedente"
338 HK2 = K*STEP ! [mm] Step di profondità "attuale"
339 /SOLU
340 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione
341 !-----
342 !Condizione di carico: P
343 PRESSURE = 1 ! [MPa] Valore del carico distribuito
344 LSEL,S,LOC,X,RO-TOL,RO+TOL
345 LSEL,R,LOC,Y,0-TOL,-HK2+TOL
346 SFL,ALL,PRES,PRESSURE
347 ALLSEL
348 MODE,0 !P è costante rispetto a theta
349 SOLVE !Soluzione
350 FINISH
351 !-----
352 !Post-processing
353 !-----
354 /POST1
355 LSN0 = 1 !In questo caso ho solo un'unico load step
356 !-----
357 !Per simulare la lettura dell'estensimetro, creo un path con i nodi compresi tra
358 !LIMITE1 ed LIMITE2 (tali che sia compreso l'estensimetro) e su di essi vado a mappare
359 !gli spostamenti in direzione radiale (x) e tangenziale (z). E' importante
360 !che i punti del path corrispondano ai nodi, così si hanno risultati più precisi.
361 LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
362 LIMITE2 = LX1
363 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
364 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2
365 *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
366 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x in ordine crescente e poi li rifeleziona
367 *GET,XMAX,SORT,0,MAX
368 *GET,XMIN,SORT,0,MIN
369 PASSO = (XMAX - XMIN)/(N_NODI -1)
370 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1
371 *DO,T,1,N_NODI,1
372 X = XMIN + PASSO*(T-1)
373 Y = 0
374 PPATH,T,,X,Y,0
375 *ENDDO
376 !-----
377 !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path
378 PDEF,x-disp,U,X
379 PDEF,y-disp,U,Y
380 PDEF,z-disp,U,Z
381 PDEF,sigmax, SX
382 PDEF,sigmay, SY
383 PDEF,sigmaz, SZ
384 RHD100 = RHD*100
385 PAGET,H%RHD100%,TABLE
386 !-----
387 !Salvataggio dei dati mappati sul path
388 *CFOPEN,'Ris_alto_spessore_tensione_variabale_coef_f_a_jk_D0D%RD0D100%_J%J%_K%K%', 'txt'
389 *WRITE,H%RHD100%(1,1),H%RHD100%(1,2),H%RHD100%(1,3),H%RHD100%(1,5),H%RHD100%(1,6),H%RHD100%(1,7),H%RHD100%(1,8),H%RHD100%(1,9),H%RHD100%(1,10)
390 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
391 *FCLOSE
392 *DEL,H%RHD100% !Cancello "H%RHD100%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
393 FINISH
394 /SOLU
395 !-----
396 !Rimozione dell'ultimo carico (forze concentrate) per riapplicare quello successivo
397 ALLSEL
398 SFLDELE,ALL,ALL
399 FINISH
400 *ENDDO
401 FINISH
402 /PREP7
403 !-----
404 !Cancello la mesh e la geometria
405 ACLEAR,ALL
406 ADELE,ALL
407 LDELE,ALL
408 KDELE,ALL
409 /WAIT,3
410 *ENDDO
411 !*ENDDO
412 /EOF
413 *MSG,UI,'FINISH' !Aprire una finestra con messaggio "Finish" (è l'ultimo comando)
414 %C

```

## Appendice B

# Algoritmi per il calcolo delle tensioni residue

Calcolo degli spostamenti dai dati del path.

```
1 function[strain,storagei,storagee,storagei_sel,storagee_sel] = fun_strain_gauge(output_ANSYS,GL,GW,R1,R2,armonica,theta,n_aste);
2
3 % function[strain,storagei,storagee,storagei_sel,storagee_sel] = ...
4 %     FUN_STRAIN_GAUGE(output_ANSYS,GL,GW,R1,R2,armonica,theta,n_aste)
5 %
6 % Restituisce la deformazione media letta da un estensimetro collocato in
7 % direzione radiale rispetto al foro sulla superficie del campione
8 % sottoposto al metodo del foro per la misura delle tensioni residue.
9 % L'area di misura dell'estensimetro viene discretizzata in un certo numero
10 % di aste dirette longitudinalmente, i cui estremi si trovano sui lati
11 % trasversali dell'estensimetro. La deformazione media dell'estensimetro è
12 % data dalla media delle deformazioni delle aste.
13 %
14 % strain
15 % la deformazione media dell'estensimetro.
16 %
17 % storagei
18 % matrice di dati contenente coordinate e spostamenti relativi ai punti
19 % utilizzati per la ricostruzione degli spostamenti del lato interno
20 % dell'estensimetro. I dati seguenti sono archiviati in colonne:
21 % ri,gammai,u_pathi,v_pathi,u_loci,v_loci,u_loci_x,u_loci_y,v_loci_x,
22 % v_loci_y,s_loci_x,s_loci_y,s_loci_eta,s_loci_csi,etai,csii,xi,yi
23 %
24 % storagee
25 % matrice di dati contenente coordinate e spostamenti relativi ai punti
26 % utilizzati per la ricostruzione degli spostamenti del lato esterno
27 % dell'estensimetro.
28 %
29 % storagei_sel
30 % matrice di dati storagei ridotta ai punti appartenenti al lato interno
31 %
32 % storagee_sel
33 % matrice di dati storagee ridotta ai punti appartenenti al lato esterno
34 %
35 % output_ANSYS
36 % matrice di dati prelevata dal path in ANSYS. Contiene i seguenti
37 % parametri: x,y,z,UX,UY,UZ,SX,SY,SZ ordinati in colonne.
38 %
39 % GL
40 % lunghezza dell'area di misura dell'estensimetro (e delle aste).
41 %
42 % GW
43 % larghezza dell'area di misura dell'estensimetro.
44 %
45 % R1
46 % minima distanza del lato interno dell'estensimetro dal centro del foro.
47 %
48 % R2
49 % minima distanza del lato esterno dell'estensimetro dal centro del foro.
50 %
51 % armonica
52 % armonica da cui dipendono i termini del carico presi in considerazione
53 % nelle simulazioni.
54 %
55 % theta
56 % angolo tra la direzione longitudinale dell'estensimetro e la direzione di
57 % riferimento x.
58 %
59 % n_aste
60 % n° di aste con cui viene discretizzata l'area di misura
61 % dell'estensimetro.
62 %
63 %-----
64 % Lato interno - suffisso "i"
65 %-----
66 % Prelevo dalla matrice di output i valori dai punti del path che
67 % soddisfano la condizione ri >= R1.
68 output_sel = output_ANSYS(output_ANSYS(:,1)>=R1,:); % Ottengo una matrice di dimensioni n_pi x 9
69 n_pi = size(output_sel,1); % Numero di punti del path selezionati
70 ri = output_sel(:,1); % [mm] Vettore distanza dall'asse del foro: dim n_pi x 1
71 u_path = output_sel(:,4); % [mm] Spostamenti radiali massimi in modulo: dim n_pi x 1
72 v_path = output_sel(:,6); % [mm] Spostamenti tangenziali massimi in modulo: dim n_pi x 1
73
74 %-----
75 % Manipolazione output prelevati: per ciascun punto Pi(ri,gammai), tale che
76 % la proiezione di ri lungo la direzione longitudinale sia pari a R1,
77 % prelevo i dati ad esso corrispondenti e li archivio nella matrice
78 % "storagei". A ciascun punto corrisponde una riga della matrice.
79 ri_temp = ri; % dim n_pi x 1
80 ri_temp(1) = []; % dim (n_pi-1) x 1
81 gammai_pos = acosd(R1./ri_temp); % [°] dim (n_pi-1) x 1
82 gammai_neg = -flipud(gammai_pos); % [°] dim (n_pi-1) x 1
83 gammai = [gammai_neg;0;gammai_pos]; % [°] dim (n_pi-1+n_pi-1) x 1 = (2n_pi-1) x 1
84 ri = [flipud(ri_temp);R1;ri_temp]; % dim (2n_pi-1) x 1
85 u_path_temp = u_path; % dim n_pi x 1
```

```

86 u_path_temp(1) = []; % dim (n_pi-1) x 1
87 u_pathi = [flipud(u_path_temp);u_path]; % dim (2n_pi-1) x 1
88 v_path_temp = v_path; % dim n_pi x 1
89 v_path_temp(1) = []; % dim (n_pi-1) x 1
90 v_pathi = [flipud(v_path_temp);v_path]; % dim (2n_pi-1) x 1
91 storagei = zeros(2*n_pi-1,18); % Preallocazione della matrice "storagei"
92 storagei(:,1) = ri;
93 storagei(:,2) = gammai;
94 storagei(:,3) = u_pathi;
95 storagei(:,4) = v_pathi;
96
97 %-----
98 % Calcolo delle componenti di spostamento longitudinale e trasversale
99 % (rispettivamente lungo le coordinate locali eta e csi, definite dalla
100 % orientazione dell'estensimetro rispetto alla direzione di riferimento x)
101 % di ciascun punto Pi. Passaggi:
102 % 1) Ricostruzione dei vettori spostamento radiale e tangenziale u_loci e
103 % v_loci attraverso la formulazione del PLANE25.
104 % 2) Proiezione di u_loci e v_loci lungo x e y
105 % 3) Somma vettoriale di tali componenti
106 % 4) Rotazione dei vettori per passare da (x,y) a (eta,csi)
107
108 % 1)
109 u_loci = u_pathi.*cosd(armonica.*(theta+gammai)); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
110 v_loci = -v_pathi.*sind(armonica.*(theta+gammai)); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
111
112 % 2)
113 u_loci_x = u_loci.*cosd(theta+gammai); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
114 u_loci_y = u_loci.*sind(theta+gammai); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
115 v_loci_x = v_loci.*sind(theta+gammai); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
116 v_loci_y = v_loci.*cosd(theta+gammai); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
117
118 % 3)
119 s_loci_x = u_loci_x + v_loci_x; % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
120 s_loci_y = u_loci_y - v_loci_y; % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
121
122 % 4)
123 s_loci_eta = s_loci_x.*cosd(theta) + s_loci_y.*sind(theta); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
124 s_loci_csi = -s_loci_x.*sind(theta) + s_loci_y.*cosd(theta); % [mm] dim (2n_pi-1) x 1
125
126 %-----
127 % Calcolo delle coordinate locali (etai,csii) e assolute (xi,yi) dei punti
128 % Pi selezionati.
129 etai = 0; % [mm]
130 csii = r1.*sind(gammai); % [mm]
131 xi = etai.*cosd(theta)+csii.*sind(theta) + R1.*cosd(theta); % [mm]
132 yi = etai.*sind(theta)+csii.*cosd(theta) + R1.*sind(theta); % [mm]
133
134 %-----
135 % Archiviazione in "storagei" dei dati calcolati: dim (2n_pi-1) x 18
136 storagei(:,5) = u_loci;
137 storagei(:,6) = v_loci;
138 storagei(:,7) = u_loci_x;
139 storagei(:,8) = u_loci_y;
140 storagei(:,9) = v_loci_x;
141 storagei(:,10) = v_loci_y;
142 storagei(:,11) = s_loci_x;
143 storagei(:,12) = s_loci_y;
144 storagei(:,13) = s_loci_eta;
145 storagei(:,14) = s_loci_csi;
146 storagei(:,15) = etai;
147 storagei(:,16) = csii;
148 storagei(:,17) = xi;
149 storagei(:,18) = yi;
150
151 %-----
152 % Selezione dei risultati dei punti del lato interno
153 storagei_sel = storagei(storagei(:,16)>=-0.5*GW & storagei(:,16)<=0.5*GW,:);
154
155 %-----
156 % Lato esterno - suffisso "e"
157 %-----
158 % Prelevo dalla matrice di output i valori dai punti del path che
159 % soddisfano la condizione re >= R2.
160 output_sel = output_ANSYS(output_ANSYS(:,1)>=R2,:); % Ottengo una matrice di dimensioni n_pe x 9
161 n_pe = size(output_sel,1); % Numero di punti del path selezionati
162 re = output_sel(:,1); % [mm] Vettore distanza dall'asse del foro: dim n_pe x 1
163 u_path = output_sel(:,4); % [mm] Spostamenti radiali massimi in modulo: dim n_pe x 1
164 v_path = output_sel(:,6); % [mm] Spostamenti tangenziali massimi in modulo: dim n_pe x 1
165
166 %-----
167 % Manipolazione output prelevati: per ciascun punto Pe(re,gammae), tale che
168 % la proiezione di re lungo la direzione longitudinale sia pari a R2,
169 % prelevo i dati ad esso corrispondenti e li archivio nella matrice
170 % "storagee". A ciascun punto corrisponde una riga della matrice.
171 re_temp = re; % dim n_pe x 1
172 re_temp(1) = []; % dim (n_pe-1) x 1
173 gammae_pos = acosd(R2./re_temp); % [°] dim (n_pe-1) x 1
174 gammae_neg = -flipud(gammae_pos); % [°] dim (n_pe-1) x 1
175 gammae = [gammae_neg;0;gammae_pos]; % [°] dim (n_pe-1+1+n_pe-1) x 1 = ("n_pe-1) x 1
176 re = [flipud(re_temp);R2;re_temp]; % dim (2n_pe-1) x 1
177 u_path_temp = u_path; % dim n_pe x 1
178 u_path_temp(1) = []; % dim (n_pe-1) x 1
179 u_pathi = [flipud(u_path_temp);u_path]; % dim (2n_pe-1) x 1
180 v_path_temp = v_path; % dim n_pe x 1
181 v_path_temp(1) = []; % dim (n_pe-1) x 1
182 v_pathi = [flipud(v_path_temp);v_path]; % dim (2n_pe-1) x 1
183 storagee = zeros(2*n_pe-1,18); % Preallocazione della matrice "storagee"
184 storagee(:,1) = re;
185 storagee(:,2) = gammae;
186 storagee(:,3) = u_pathi;
187 storagee(:,4) = v_pathi;
188
189 %-----
190 % Calcolo delle componenti di spostamento longitudinale e trasversale
191 % (rispettivamente lungo le coordinate locali eta e csi, definite dalla
192 % orientazione dell'estensimetro rispetto alla direzione di riferimento x)
193 % di ciascun punto Pe. Passaggi:
194 % 1) Ricostruzione dei vettori spostamento radiale e tangenziale u_loce e
195 % v_loce attraverso la formulazione del PLANE25.
196 % 2) Proiezione di u_loce e v_loce lungo x e y
197 % 3) Somma vettoriale di tali componenti
198 % 4) Rotazione dei vettori per passare da (x,y) a (eta,csi)
199
200 % 1)
201 u_loce = u_pathi.*cosd(armonica.*(theta+gammae)); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
202 v_loce = -v_pathi.*sind(armonica.*(theta+gammae)); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
203
204 % 2)
205 u_loce_x = u_loce.*cosd(theta+gammae); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
206 u_loce_y = u_loce.*sind(theta+gammae); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
207 v_loce_x = v_loce.*sind(theta+gammae); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
208 v_loce_y = v_loce.*cosd(theta+gammae); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
209
210 % 3)
211 s_loce_x = u_loce_x + v_loce_x; % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
212 s_loce_y = u_loce_y - v_loce_y; % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
213
214 % 4)
215 s_loce_eta = s_loce_x.*cosd(theta) + s_loce_y.*sind(theta); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1

```

```

216 s_loce_csi = -s_loce_x.*sind(theta) + s_loce_y.*cosd(theta); % [mm] dim (2n_pe-1) x 1
217
218 %-----
219 % Calcolo delle coordinate locali (etae,csie) e assolute (xe,ye) dei punti
220 % Pe selezionati.
221 etae = GL; % [mm]
222 csie = re.*sind(gammae); % [mm]
223 xe = etae.*cosd(theta)-csie.*sind(theta) + Rl.*cosd(theta); % [mm]
224 ye = etae.*sind(theta)+csie.*cosd(theta) + Rl.*sind(theta); % [mm]
225
226 %-----
227 % Archiviazione in "storagee" dei dati calcolati: dim (2n_pe-1) x 18
228 storagee(:,5) = u_loce;
229 storagee(:,6) = v_loce;
230 storagee(:,7) = u_loce_x;
231 storagee(:,8) = u_loce_y;
232 storagee(:,9) = v_loce_x;
233 storagee(:,10) = v_loce_y;
234 storagee(:,11) = s_loce_x;
235 storagee(:,12) = s_loce_y;
236 storagee(:,13) = s_loce_eta;
237 storagee(:,14) = s_loce_csi;
238 storagee(:,15) = etae;
239 storagee(:,16) = csie;
240 storagee(:,17) = xe;
241 storagee(:,18) = ye;
242
243 %-----
244 % Selezione dei risultati dei punti del lato esterno
245 storagee_sel = storagee(storagee(:,16)>=-0.5*GW & storagee(:,16)<=0.5*GW,:);
246
247 % Fit degli spostamenti longitudinali e trasversali rispetto alle coordinate csii e csie
248 fit_s_loci_eta = fit(storagee(:,16),storagee(:,13),'cubicinterp'); % fit spostamenti longitudinali lato interno
249 fit_s_loce_eta = fit(storagee(:,16),storagee(:,13),'cubicinterp'); % fit spostamenti longitudinali lato esterno
250 fit_s_loci_csi = fit(storagee(:,16),storagee(:,14),'cubicinterp'); % fit spostamenti trasversale lato interno
251 fit_s_loce_csi = fit(storagee(:,16),storagee(:,14),'cubicinterp'); % fit spostamenti trasversale lato esterno
252
253 %-----
254 % Calcolo delle deformazioni delle aste
255 csiaste = linspace(-0.5*GW,0.5*GW,n_aste)'; % coordinate csi degli estremi delle aste, dim n_aste x 1
256 s_loc_eta_astei = fit_s_loci_eta(csiaste); % spostamento locale longitudinale degli estremi interni delle aste, dim n_aste x 1
257 s_loc_eta_astee = fit_s_loce_eta(csiaste); % spostamento locale longitudinale degli estremi esterni delle aste, dim n_aste x 1
258 s_loc_csi_astei = fit_s_loci_csi(csiaste); % spostamento locale trasversale degli estremi interni delle aste, dim n_aste x 1
259 s_loc_csi_astee = fit_s_loce_csi(csiaste); % spostamento locale trasversale degli estremi esterni delle aste, dim n_aste x 1
260 L_aste_fin_eta = GL + s_loc_eta_astee - s_loc_eta_astei; % componente della lunghezza finale lungo l'asse eta, dim n_aste x 1
261 L_aste_fin_csi = s_loc_csi_astee - s_loc_csi_astei; % componente della lunghezza finale lungo l'asse csi, dim n_aste x 1
262 L_aste_fin = (L_aste_fin_eta.^2 + L_aste_fin_csi.^2).^0.5; % Lunghezza finale delle aste, dim n_aste x 1
263 def_aste = (L_aste_fin - GL)./GL; % Deformazione delle singole aste
264
265 %-----
266 % Deformazione media dell'estensimetro
267 strain = mean(def_aste);

```

### Calcolo delle tensioni residue

```

1 function [output,alphaP,alphaQ,alphaT,matrice_confronto,p_perc_test,qt_perc_test] = ...
2   fun_calcolo_RS(e1,e2,e3,E,v,D0,D,step,n_step,index_coeff_influenza,alphaP0,alphaQ0,alphaT0,Sxref,Syref,Tauxyref)
3
4 %-----
5 function [output,alphaP,alphaQ,alphaT,matrice_confronto,p_perc_test,qt_perc_test] = ...
6   fun_calcolo_RS(e1,e2,e3,E,v,D0,D,step,n_step,index_coeff_influenza,alphaP0,alphaQ0,alphaT0,Sxref,Syref,Tauxyref)
7
8 % Implementazione del metodo del foro secondo ASTM E837-13a. Vengono
9 calcolate le tensioni residue partendo dalle deformazioni lette dagli
10 estensimetri della rosetta, senza e con regolarizzazione di Tikhonov.
11 Inserendo il profilo di tensione noto viene eseguito anche il confronto
12 tra tensioni calcolate e tensioni attese.
13
14 %-----
15 % PARAMETRI DI INPUT:
16 % - e1, e2, e3
17 %   deformazioni rilevate dagli estensimetri alle diverse profondità di
18 %   foratura [mm/mm]
19 % - E
20 %   modulo di Young [MPa]
21 % - v
22 %   coefficiente di Poisson
23 % - D0
24 %   diametro del foro [mm]
25 % - D
26 %   diametro medio della rosetta [mm]
27 % - step
28 %   ampiezza (costante) dei passi di foratura [mm]
29 % - n_step
30 %   n° degli step di foratura eseguiti
31 % - index_coeff_influenza
32 %   0 = coefficienti di influenza da analisi FEM
33 %   1 = coefficienti di influenza da ASTM E837-13a
34 %   2 = coefficienti di influenza da paper: Barsanti, Beghini, Santus,
35 %   "Estensione del metodo integrale, considerando l'effetto di
36 %   eccentricità, per la valutazione delle tensioni residue con i metodi
37 %   del foro e della cava anulare", XLII Congresso AIAS, Atti di
38 %   convegno, 2014.
39 % - alphaP0, alphaQ0, alphaT0
40 %   fattori di regolarizzazione iniziali per le tensioni P, Q, T
41 % - Sxref
42 %   tensione di riferimento sigma_x [MPa]
43 % - Syref
44 %   tensione di riferimento sigma_y [MPa]
45 % - Tauxyref
46 %   tensione di riferimento tau_xy [MPa]
47 %-----
48 % PARAMETRI DI OUTPUT:
49 % - output
50 %   matrice di risultati contenente nelle colonne, in ordine, i seguenti
51 %   parametri: depth,e1,e2,e3,p,q,L,P,Q,T,Sx,Sy,Tauxy,Smax,Smin,beta,
52 %   Preg,Qreg,Treg,Sxreg,Syreg,Tauxyreg,Smaxreg,Sminreg,betareg
53 %   (i parametri con il suffisso "reg" derivano dall'applicazione della
54 %   regolarizzazione di Tikhonov)
55 % - alphaP, alphaQ, alphaT
56 %   fattori di regolarizzazione finali per le tensioni P,Q,T
57 % - matrice_confronto
58 %   matrice contenente i risultati dell'esecuzione della function
59 %   "fun_confronto_risultati_TR" relativi al confronto tra tensioni
60 %   calcolate e tensioni attese
61 % - p_perc_test, qt_perc_test
62 %   matrici contenenti i risultati dell'esecuzione delle functions
63 %   "fun_test_uniformita_p" e "fun_test_uniformita_q" relativi ai test
64 %   di uniformità delle deformazioni p e q,t
65
66 %-----
67 % Caratteristiche del foro
68 R0 = 0.5*D0; % [mm] raggio del foro
69 depth = linspace(0,n_step*step,n_step+1)'; % [mm] Vettore profondità di foratura (valori ai punti più bassi degli step)
70 depth(1) = []; % Rimozione primo elemento del vettore
71 depth1 = depth-0.5*step; % [mm] Vettore profondità di foratura (valori al centro degli step)
72
73 %-----
74 % Deformazioni disaccoppiate (idrostatiche, deviatoriche e di taglio)
75 p = (e3 + e1)/2; % [mm/mm]

```



```

205 title('Deformazioni rilassate percentuali vs. profondità');
206 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('Deformazioni [%]');
207 legend('p','q','t','Location','Best');
208
209 %-----
210 % Test di uniformità
211 [p_perc_test] = fun_test_uniformita_p(p_perc,depth,D);
212 [q_perc_test] = fun_test_uniformita_qt(q_perc,depth,D);
213
214 %-----
215 % Display dei profili di tensione senza regolarizzazione
216 figure
217 hold on, grid on, box on,
218 plot(depthl,P,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
219 plot(depthl,Q,'-og','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
220 plot(depthl,T,'-or','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
221 title('Profili di tensione calcolati senza regolarizzazione');
222 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('Tensioni [MPa]');
223 legend('P','Q','T','Location','Best');
224
225 %-----
226 % Display dei profili di tensione con regolarizzazione
227 figure
228 hold on, grid on, box on,
229 plot(depthl,Preg,'-sb','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
230 plot(depthl,Qreg,'-sg','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
231 plot(depthl,Treg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
232 title('Profili di tensione calcolati con regolarizzazione');
233 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('Tensioni [MPa]');
234 legend('P','Q','T','Location','Best');
235
236 %-----
237 % Effetto della regolarizzazione
238 figure
239 hold on, grid on, box on, grid minor,
240 plot(depthl,Pref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
241 plot(depthl,Qref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
242 plot(depthl,Tref,'-or','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
243 title('Effetto della regolarizzazione di Tikhonov di 2° ordine');
244 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('P [MPa]');
245 legend('P_r_e_f','P','P_r_e_g','Location','Best');
246
247 figure
248 hold on, grid on, box on, grid minor,
249 plot(depthl,Qref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
250 plot(depthl,Q,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
251 plot(depthl,Qreg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
252 title('Effetto della regolarizzazione di Tikhonov di 2° ordine');
253 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('Q [MPa]');
254 legend('Q_r_e_f','Q','Q_r_e_g','Location','Best');
255
256 figure
257 hold on, grid on, box on, grid minor,
258 plot(depthl,Tref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
259 plot(depthl,T,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
260 plot(depthl,Treg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
261 title('Effetto della regolarizzazione di Tikhonov di 2° ordine');
262 xlabel('Profondità [mm]'), ylabel('T [MPa]');
263 legend('T_r_e_f','T','T_r_e_g','Location','Best');
264
265 %-----
266 % Tensioni residue principali vs. profondità
267 figure
268 hold on, grid on, box on,
269 plot(depthl,Smaxreg,'-sb','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
270 plot(depthl,Sminreg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
271 title('Tensioni residue principali vs. profondità');
272 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Tensioni principali [MPa]');
273 legend('sigma_m_a_x_r_e_g','sigma_m_i_n_r_e_g','Location','Best');
274
275 %-----
276 % Orientazione della tensione residua principale massima vs. profondità
277 figure
278 hold on, grid on, box on,
279 plot(depthl,betareg,'-sb','LineWidth',2,'MarkerSize',8);
280 title('Orientazione della sigma_m_a_x regolarizzata vs. profondità');
281 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('beta_r_e_g [°]');
282 legend('beta_r_e_g','Location','Best');
283
284 %-----
285 % Confronto risultati
286 [matrice_confronto] = fun_confronto_risultati_TR(depthl,P,Q,T,Smax,...
287 Smin,beta,Preg,Qreg,Treg,Smaxreg,Sminreg,betareg,...
288 Pref,Qref,Tref,sigmamaxref,sigminref,betaref,matriceref);
289
290 %-----
291 % Errori medi + deviazioni standard
292 medie = mean(matrice_confronto);
293 std_dev = std(matrice_confronto);
294
295 save WS_risultati;
296 toc % Fine cronometrazione

```

## Applicazione regolarizzazione di Tikhonov

```

1 function [P,Q,T,alphaP,alphaQ,alphaT] = fun_tikhonov(p,q,t,ajk,bjk,E,v,alphaP0,alphaQ0,alphaT0,itmax)
2
3 % function [P,Q,T,alphaP,alphaQ,alphaT] = ...
4 % FUN_TIKHONOV(p,q,t,ajk,bjk,E,v,alphaP0,alphaQ0,alphaT0)
5 % Implementazione della regolarizzazione di Tikhonov per la determinazione
6 % delle tensioni residue con il metodo del foro secondo ASTM E837-08.
7
8 % P Q T
9 % tensioni residue disaccoppiate.
10
11 % alphaP alphaQ alphaT
12 % fattori di regolarizzazione tali che il criterio del 5% sia soddisfatto.
13
14 % p q t
15 % deformazioni disaccoppiate.
16
17 % ajk bjk
18 % matrici dei coefficienti di influenza.
19
20 % E v
21 % proprietà del materiale, rispettivamente: modulo di Young e coefficiente
22 % di Poisson.
23
24 % alphaP0 alphaQ0 alphaT0
25 % fattori di regolarizzazione iniziali.
26
27 % itmax
28 % n° massimo di iterazioni concesse.
29
30 %-----
31 % Calcolo delle tensioni residue disaccoppiate, con regolarizzazione di
32 % Tikhonov di secondo ordine.
33 % Passaggi:
34

```

```

35 % a) Calcolo degli errori standard relativi alle deformazioni p q t
36 %
37 % b) Definizione della matrice tridiagonale [c], di dimensioni pari al
38 % numero di step di profondità, avente la prima e l'ultima riga nulle,
39 % mentre le restanti righe hanno tutti "2" nella diagonale principale e
40 % "-1" nelle diagonali immediatamente a fianco della principale.
41 %
42 % c) Applicazione della regolarizzazione: si variano i fattori di
43 % regolarizzazione alpha fino a soddisfare il criterio del 5%, ovvero fino
44 % a quando la differenza tra la deviazione standard dei vettori di misfit e
45 % gli errori standard differiscono al massimo del 5%.
46
47 n_step = size(p,1);
48
49 % a)
50
51 for j = 1:n_step-3
52     p2std_j = (p(j) - 3*p(j+1) + 3*p(j+2) - p(j+3))^2;
53     q2std_j = (q(j) - 3*q(j+1) + 3*q(j+2) - q(j+3))^2;
54     t2std_j = (t(j) - 3*t(j+1) + 3*t(j+2) - t(j+3))^2;
55     p2std_vector(j,1) = p2std_j;
56     q2std_vector(j,1) = q2std_j;
57     t2std_vector(j,1) = t2std_j;
58 end
59 p2std = (sum(p2std_vector))/(20*(n_step-3));
60 q2std = (sum(q2std_vector))/(20*(n_step-3));
61 t2std = (sum(t2std_vector))/(20*(n_step-3));
62
63 % b)
64
65 [c] = fun_tridiagonale(n_step,2,-1,-1);
66 c(1,:) = zeros; % Azzeramento della prima riga di [c]
67 c(end,:) = zeros; % Azzeramento dell'ultima riga di [c]
68
69 % c)
70
71 %-----
72 % Inizializzazione dei fattori di regolarizzazione
73 alphaP_new = alphaP0;
74 alphaQ_new = alphaQ0;
75 alphaT_new = alphaT0;
76
77 %-----
78 % Inizializzazione delle variabili necessarie ad entrare nei cicli
79 % successivi. I valori iniziali devono essere tali per cui valgano:
80 % abs(p2rms-p2std) > 0.05*p2std
81 % abs(q2rms-q2std) > 0.05*q2std
82 % abs(t2rms-t2std) > 0.05*t2std.
83 p2rms = 0.1*p2std+1;
84 q2rms = 0.1*q2std+1;
85 t2rms = 0.1*t2std+1;
86 iterP = 0;
87 iterQ = 0;
88 iterT = 0;
89
90 %-----
91 % Calcolo delle tensioni idrostatiche P
92 disp('---- Calcolo delle tensioni idrostatiche P ----');
93 while abs(p2rms-p2std) > 0.05*p2std;
94     iterP = iterP + 1;
95     alphaP = alphaP_new;
96
97     %-----
98     % Soluzione del sistema lineare del tipo A1*P=b1.
99     A1 = ajk'*ajk + alphaP*c'*c;
100     b1 = E/(1+v)*ajk'*p;
101     [P,RP] = linsolve(A1,b1);
102     %
103     P = A1\b1;
104
105     %-----
106     % Calcolo del vettore di misfit e della sua deviazione standard
107     pmis = p - (1+v)/E*ajk*P;
108     p2rms = 1/size(pmis,1)*sum(pmis.^2);
109
110     % Salvataggio di alcuni parametri per eventuali controlli a valle
111     p2rms_vector(iterP,1) = abs(p2rms-p2std);
112     alphaP_vector(iterP,1) = alphaP;
113     iterPP(iterP,1) = iterP;
114     limite(iterP,1) = 0.05*p2std;
115     RP(iterP,1) = RP;
116
117     %-----
118     % Verifica del criterio del 5%
119     if abs(p2rms-p2std) > 0.05*p2std
120         if iterP <= itmax;
121             alphaP_new = alphaP*p2std/p2rms;
122         else
123             beep;
124             disp('N° massimo di iterazioni raggiunte. Algoritmo interrotto: risultati per P non attendibili!!!');
125             break;
126         end
127     else
128         disp('Criterio del 5% verificato per le tensioni idrostatiche P');
129         break;
130     end
131 end
132
133 %-----
134 % Calcolo delle tensioni deviatoriche Q
135 disp('---- Calcolo delle tensioni deviatoriche Q ----');
136 while abs(q2rms-q2std) > 0.05*q2std;
137     iterQ = iterQ + 1;
138     alphaQ = alphaQ_new;
139
140     %-----
141     % Soluzione del sistema lineare del tipo A2*Q=b2.
142     A2 = bjk'*bjk + alphaQ*c'*c;
143     b2 = E*bjk'*q;
144     [Q,RQ] = linsolve(A2,b2);
145
146     %-----
147     % Calcolo del vettore di misfit e della sua deviazione standard
148     qmis = q - 1/E*bjk*Q;
149     q2rms = 1/size(qmis,1)*sum(qmis.^2);
150
151     %-----
152     % Salvataggio di alcuni parametri per eventuali controlli a valle
153     q2rms_vector(iterQ,1) = abs(q2rms-q2std);
154     alphaQ_vector(iterQ,1) = alphaQ;
155     iterQQ(iterQ,1) = iterQ;
156     limite(iterQ,1) = 0.05*q2std;
157     RQ(iterQ,1) = RQ;
158
159     %-----
160     % Verifica del criterio del 5%
161     if abs(q2rms-q2std) > 0.05*q2std
162         if iterQ <= itmax;
163             alphaQ_new = alphaQ*q2std/q2rms;
164         else

```

```

165         beep;
166         disp('N° massimo di iterazioni raggiunte. Algoritmo interrotto: risultati per Q non attendibili!');
167         break;
168     end
169 else
170     disp('Criterio del 5% verificato per le tensioni deviatoriche Q');
171     break;
172 end
173 end
174
175 %-----
176 % Calcolo delle tensioni di taglio T
177 disp('----- Calcolo delle tensioni di taglio T -----');
178 while abs(t2rms-t2std) > 0.05*t2std;
179     iterT = iterT + 1;
180     alphaT = alphaT_new;
181
182 %-----
183 % Soluzione del sistema lineare del tipo A3*T=b3.
184 A3 = bjk'*bjk + alphaT*c'*c;
185 b3 = E*bjk'*t;
186 [T,RT] = linsolve(A3,b3);
187
188 %-----
189 % Calcolo del vettore di misfit e della sua deviazione standard
190 tms = t - 1/E*bjk*T;
191 t2rms = 1/size(tms,1)*sum(tms.^2);
192
193 %-----
194 % Salvataggio di alcuni parametri per eventuali controlli a valle
195 t2rms_vector(iterT,1) = abs(t2rms-t2std);
196 alphaT_vector(iterT,1) = alphaT;
197 iterTT(iterT,1) = iterT;
198 limite(iterT,1) = 0.05*t2std;
199 RT(iterT,1) = RT;
200
201 %-----
202 % Verifica del criterio del 5%
203 if abs(t2rms-t2std) > 0.05*t2std;
204     if iterT <= itmax;
205         alphaT_new = alphaT*t2std/t2rms;
206     else
207         beep;
208         disp('N° massimo di iterazioni raggiunte. Algoritmo interrotto: risultati per T non attendibili!');
209         break;
210     end
211 else
212     disp('Criterio del 5% verificato per le tensioni di taglio T');
213     break;
214 end
215 end
216
217 save WS_Tikhonov_regularization;
218
219 %-----
220 % PLOT DI CONTROLLO OPZIONALI
221 % figure
222 % hold on,grid on, box on;
223 % plot(iterPP,p2rms_vector);
224 % plot(iterPP,limite,'-r');
225 % title('abs(p2rms-p2std)')
226 % figure
227 % plot(iterPP,alphaP_vector,'-o');
228 % grid on, box on;
229 % title('alphaP');
230 % figure
231 % plot(alphaP_vector,p2rms_vector,'-o');
232 % grid on, box on;
233 % title('alphaP');

```

### Definizione della matrice tridiagonale [c].

```

1 function matrice_tridiagonale=fun_tridiagonale(dim, valPrinc, valSup, valInf)
2
3 % function matrice_tridiagonale=fun_tridiagonale(dim, valPrinc, valSup, valInf)
4 % Funzione per generare matrici tridiagonali.
5 % "dim" è la dimensione della matrice.
6 % "valPrinc" è il valore sulla diagonale principale
7 % "valSup" è il valore sulla diagonale superiore
8 % "valInf" è il valore sulla diagonale inferiore
9
10 % diag(V,k)
11 % se V è un vettore di m componenti e k un intero, genera una
12 % matrice quadrata di ordine m+abs(k) con gli elementi di V sulla diagonale
13 % k-esima della matrice. A k=0 corrisponde la diagonale principale, per
14 % k>0 si hanno le diagonali sopra a quella principale, s k<0 si hanno
15 % le diagonali sotto quella principale.
16 %
17 % diag(V)
18 % restituisce una matrice quadrata delle stesse dimensioni del vettore V
19 % avente le componenti di V sulla diagonale principale (diag(V,0) dà lo
20 % stesso risultato).
21 %
22 % diag(A,k)
23 % se A è una matrice e k un intero, si estrae la k-esima diagonale.
24
25 matrice_tridiagonale=diag(valPrinc*ones(dim,1))+diag(valSup*ones(dim-1,1),1)...
26 +diag(valInf*ones(dim-1,1),-1);

```

### Test di uniformità.

```

1 function [p_perc_ref] = fun_test_uniformita_p(def_perc, depth, D)
2
3 % function [p_perc_ref] = FUN_TEST_UNIFORMITA_P(def_perc, depth, D)
4 % In ascissa vi è il rapporto tra la profondità del foro H e il diametro
5 % medio della rosetta D, in ordinata le deformazioni percentuali. La
6 % massima deviazione dall'andamento di riferimento è del 3%, secondo
7 % ASTM E837-08.
8
9 p_perc_ref = 100*[0; 0.052380186985990; 0.099217766347880; 0.149430850504607;
10 0.198786579294556; 0.253048491896500; 0.298878811487167; 0.398508971450843;
11 0.456345766652875; 0.497643417273036; 0.563618932288172; 0.602241108065708;
12 0.656633135711773; 0.702967085188051; 0.749149151323852; 0.783395983545449;
13 0.803037549084306; 0.850290695678371; 0.876983079615792; 0.902164573896378;
14 0.922726820755047; 0.949922834578079; 0.969011791564526; 0.989660616874606;
15 1.000681106277096; 1.011248923396805; 1.017796111909757; 1.017822332812185;
16 1.018835529391505; 1.018331899505893; 1.015325456946473; 1.007267378776686;
17 1];
18
19 x = [0; 0.010216012225790; 0.019442564352633; 0.029886642461583;
20 0.040128556784204; 0.05; 0.057377543835796; 0.074233443671292;
21 0.083272081055906; 0.089452546595418; 0.10; 0.108199413846047;
22 0.119103520950444; 0.129301289045239; 0.140493521200206; 0.15;
23 0.154532007211384; 0.169084905815750; 0.179503404868071; 0.190760681386469;
24 0.20; 0.216298091774380; 0.230720096833179; 0.25; 0.266456711941822;
25 0.284852740788260; 0.30; 0.321384583497003; 0.339166225004063;
26 0.35; 0.367311106210833; 0.380422522391085; 0.4];
27
28 qt_err_max = 0.03*p_perc_ref;

```

```

28
29 % Adimensionalizzo i risultati rispetto al valore che lo stress percentuale
30 % assume per H/D = 0.20, in quanto la massima profondità raggiunta è pari a
31 % lmm, quindi il massimo valore di H/D è proprio 0.20.
32 test = p_perc_ref./p_perc_ref(21)*100;
33 err_max = 0.03*test;
34
35 figure
36 hold on,
37 errorbar(x,test,err_max,'-x','LineWidth',2);
38 plot(depth/D,deF_perc,'-ok','LineWidth',2,'MarkerSize',5,'MarkerFaceColor','k');
39 title('Test uniformità deformazioni p%');
40 xlabel('H/D'), ylabel('p%');
41 grid on, box on;
42 legend('Riferimento','Attuale','Location','SouthEast');

```

```

1 function [qt_perc_ref] = fun_test_uniformita_qt(def_perc,depth,D)
2
3 % function [qt_perc_ref] = FUN_TEST_UNIFORMITA_QT(def_perc,depth,D)
4 % In ascissa vi è il rapporto tra la profondità del foro H e il diametro
5 % medio della rosetta D, in ordinata le deformazioni percentuali. La
6 % massima deviazione dall'andamento di riferimento è del 3%, secondo
7 % ASTM E837-08.
8
9 qt_perc_ref = 100*[0;0.046083803345120;0.098754834059051;0.145779366659313;
10 0.189594206368247;0.244976762911997;0.298580024258033;0.348296393758764;
11 0.398170732576380;0.427069882171634;0.496413004093062;0.586839375407244;
12 0.602960133596840;0.636115720271148;0.669176349508219;0.702331936182527;
13 0.743347741354583;0.766209123039657;0.785822286987839;0.802138148919978;
14 0.834826755500282;0.855339016036328;0.873064534150516;0.886606956876642;
15 0.901070495306513;0.923005715240453;0.939814704966705;0.951939214342327;
16 0.970121620455740;0.978050189959035;0.983158070903489;0.990637550844433;
17 1];
18 x = [0;0.012566295796568;0.027085708241103;0.03992747732206;0.05;
19 0.062952908922945;0.075153248546479;0.085523060772188;0.095101839815458;
20 0.10;0.116611984437098;0.137231566693400;0.141301094435079;0.15;
21 0.158632803610241;0.168329756825371;0.183159034338066;0.192088263370633;
22 0.20;0.207039374357976;0.221668193213234;0.232827256150499;
23 0.2435656093318972;0.25;0.260755638552391;0.281902899386988;0.30;
24 0.315571822602699;0.338386118031525;0.35;0.364285490900382;
25 0.380027668765386;0.4];
26
27 qt_err_max = 0.03*qt_perc_ref;
28
29 % Adimensionalizzo i risultati rispetto al valore che lo stress percentuale
30 % assume per H/D = 0.20, in quanto la massima profondità raggiunta è pari a
31 % lmm, quindi il massimo valore di H/D è proprio 0.20.
32 test = qt_perc_ref./qt_perc_ref(19)*100;
33 err_max = 0.03*test;
34
35 figure
36 hold on,
37 errorbar(x,test,err_max,'-x','LineWidth',2);
38 plot(depth/D,deF_perc,'-ok','LineWidth',2,'MarkerSize',5,'MarkerFaceColor','k');
39 title('Test uniformità deformazioni q% e t%');
40 xlabel('H/D'), ylabel('q% oppure t%');
41 grid on, box on;
42 legend('Riferimento','Attuale','Location','SouthEast');

```

## Confronto dei risultati con i valori attesi.

```

1 function [confronto] = fun_confronto_risultati_TR(depth,P,Q,T,sigmax,...
2 sigmin,beta,P_reg,Q_reg,T_reg,sigmax_reg,sigmin_reg,beta_reg,...
3 P_ref,Q_ref,T_ref,sigmax_ref,sigmin_ref,beta_ref,matrice_ref)
4
5 % function [confronto] = FUN_CONFRONTO_RISULTATI_TR(depth,P,Q,T,sigmax,...
6 sigmin,beta,P_reg,Q_reg,T_reg,sigmax_reg,sigmin_reg,beta_reg,...
7 P_ref,Q_ref,T_ref,sigmax_ref,sigmin_ref,beta_ref)
8
9 % Questa function determina le differenze tra le tensioni residue calcolate
10 % con il metodo ASTM e i valori attesi, noti in quanto si conosce a priori
11 % lo stato di tensione applicato. Si mettono a confronto i risultati
12 % ottenuti con i valori attesi. Inoltre si confrontano gli errori tra i
13 % risultati attesi e i valori calcolati con e senza regolarizzazione.
14 %
15 % [confronto]=[depthl,P_ref,Q_ref,T_ref,sigmax_ref,sigmin_ref,beta_ref,...
16 % delta_P,delta_Q,delta_T,delta_sigmax,delta_sigmin,delta_beta,...
17 % delta_P_reg,delta_Q_reg,delta_T_reg,delta_sigmax_reg,delta_sigmin_reg,delta_beta_reg]
18 %
19 % Tutti i delta sono in percentuale rispetto al valore di riferimento.
20
21 %-----
22 % Differenze tra stato di tensione calcolato senza regolarizzazione e stato di tensione noto
23 delta_P = 100*(P-P_ref)./P_ref;
24 delta_Q = 100*(Q-Q_ref)./Q_ref;
25 delta_T = 100*(T-T_ref)./T_ref;
26 delta_sigmax = 100*(sigmax-sigmax_ref)./sigmax_ref;
27 delta_sigmin = 100*(sigmin-sigmin_ref)./sigmin_ref;
28 delta_beta = 100*(beta-beta_ref)./beta_ref;
29 matrice_delta = [delta_P,delta_Q,delta_T,delta_sigmax,delta_sigmin,delta_beta];
30
31 %-----
32 % Differenze tra stato di tensione calcolato con regolarizzazione e stato di tensione noto
33 delta_P_reg = 100*(P_reg-P_ref)./P_ref;
34 delta_Q_reg = 100*(Q_reg-Q_ref)./Q_ref;
35 delta_T_reg = 100*(T_reg-T_ref)./T_ref;
36 delta_sigmax_reg = 100*(sigmax_reg-sigmax_ref)./sigmax_ref;
37 delta_sigmin_reg = 100*(sigmin_reg-sigmin_ref)./sigmin_ref;
38 delta_beta_reg = 100*(beta_reg-beta_ref)./beta_ref;
39 matrice_delta_reg = [delta_P_reg,delta_Q_reg,delta_T_reg,delta_sigmax_reg,delta_sigmin_reg,delta_beta_reg];
40
41 %-----
42 % Confronto risultati ottenuti vs. valori noti
43 confronto = [matrice_ref,matrice_delta,matrice_delta_reg];
44 fid = fopen('matrice_confronto_risultati.txt','wt');
45 intestazione = sprintf('Depth \t\t P_ref \t\t Q_ref \t\t T_ref \t\t sigmax_ref \t\t sigmin_ref \t\t beta_ref \t\t delta_P \t\t delta_Q \t\t delta_T
\t\t delta_sigmax \t\t delta_sigmin \t\t delta_beta \t\t delta_P_reg \t\t delta_Q_reg \t\t delta_T_reg \t\t delta_sigmax_reg \t\t delta_sigmin_reg
\t\t delta_beta_reg');
46 fprintf(fid,'%130s',intestazione);
47 fprintf(fid,'\n');
48 for h = 1:size(confronto,1)
49 fprintf(fid,'%5.6f \t',confronto(h,:));
50 fprintf(fid,'\n');
51 end
52 fclose(fid);
53
54 %-----
55 % Confronto grafico
56 scrsz = get(0,'ScreenSize');
57 figure('Position',[1 1 scrsz(3) scrsz(4)])
58
59 % P
60 subplot(2,3,1),
61 hold on, grid on, box on,
62 plot(depth,P_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
63 plot(depth,P_reg,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
64 plot(depth,Q_ref,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
65 title('P');

```

```

66 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Stress [MPa]');
67 legend('P_r_e_f','P','P_r_e_g','Location','Best');
68
69 % delta_P
70 subplot(2,3,4),
71 hold on, grid on, box on,
72 plot(depth,delta_P_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
73 plot(depth,delta_P_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
74 title('Differenze percentuali');
75 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
76 legend('\Delta P','\Delta P_r_e_g','Location','Best');
77
78 % Q
79 subplot(2,3,2),
80 hold on, grid on, box on,
81 plot(depth,Q_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
82 plot(depth,Q,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
83 plot(depth,Q_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
84 title('Q');
85 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Stress [MPa]');
86 legend('Q_r_e_f','Q','Q_r_e_g','Location','Best');
87
88 % delta_Q
89 subplot(2,3,5),
90 hold on, grid on, box on,
91 plot(depth,delta_Q_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
92 plot(depth,delta_Q_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
93 title('Differenze percentuali');
94 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
95 legend('\Delta Q','\Delta Q_r_e_g','Location','Best');
96
97 % T
98 subplot(2,3,3),
99 hold on, grid on, box on,
100 plot(depth,T_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
101 plot(depth,T,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
102 plot(depth,T_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
103 title('T');
104 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Stress [MPa]');
105 legend('T_r_e_f','Q','T_r_e_g','Location','Best');
106
107 % delta_T
108 subplot(2,3,6),
109 hold on, grid on, box on,
110 plot(depth,delta_T_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
111 plot(depth,delta_T_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
112 title('Differenze percentuali');
113 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
114 legend('\Delta T','\Delta T_r_e_g','Location','Best');
115
116
117 scrsz = get(0,'ScreenSize');
118 figure('Position',[1 1 scrsz(3) scrsz(4)])
119
120 % sigmamax
121 subplot(2,3,1),
122 hold on, grid on, box on,
123 plot(depth,sigmamax_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
124 plot(depth,sigmamax,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
125 plot(depth,sigmamax_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
126 title('\sigma_m_a_x');
127 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Stress [MPa]');
128 legend('\sigma_m_a_x_r_e_f','\sigma_m_a_x','\sigma_m_a_x_r_e_g','Location','Best');
129
130 % delta_sigmamax
131 subplot(2,3,4),
132 hold on, grid on, box on,
133 plot(depth,delta_sigmamax_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
134 plot(depth,delta_sigmamax_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
135 title('Differenze percentuali');
136 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
137 legend('\Delta \sigma_m_a_x','\Delta \sigma_m_a_x_r_e_g','Location','Best');
138
139 % sigmamin
140 subplot(2,3,2),
141 hold on, grid on, box on,
142 plot(depth,sigmamin_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
143 plot(depth,sigmamin,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
144 plot(depth,sigmamin_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
145 title('\sigma_m_i_n');
146 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Stress [MPa]');
147 legend('\sigma_m_i_n_r_e_f','\sigma_m_i_n','\sigma_m_i_n_r_e_g','Location','Best');
148
149 % delta_sigmamin
150 subplot(2,3,5),
151 hold on, grid on, box on,
152 plot(depth,delta_sigmamin_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
153 plot(depth,delta_sigmamin_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
154 title('Differenze percentuali');
155 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
156 legend('\Delta \sigma_m_i_n','\Delta \sigma_m_i_n_r_e_g','Location','Best');
157
158 % beta
159 subplot(2,3,3),
160 hold on, grid on, box on,
161 plot(depth,beta_ref,'-xk','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
162 plot(depth,beta,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
163 plot(depth,beta_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
164 title('beta');
165 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('beta [°]');
166 legend('beta_r_e_f','beta','beta_r_e_g','Location','Best');
167
168 % delta_beta
169 subplot(2,3,6),
170 hold on, grid on, box on,
171 plot(depth,delta_beta_ref,'-ob','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
172 plot(depth,delta_beta_reg,'-sr','LineWidth',2,'MarkerSize',8)
173 title('Differenze percentuali');
174 xlabel('Depth [mm]'), ylabel('Differenze %');
175 legend('\Delta beta','\Delta beta_r_e_g','Location','Best');

```

## Appendice C

# Script APDL per la simulazione della foratura al FEM

Script relativo allo scenario S32EK2P25.

```
1 FINISH
2 /CLEAR,ALL
3 !
4 !-----
5 ! S3_2 Modello EK2 plane25
6 !-----
7 ! Impostazioni preliminari
8 !-----
9 /PREP7 !Apri il pre-processor
10 /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF !Disabilita l'intestazione dai file output
11 /FORMAT,,E,20,12 !Formato output
12 /PAGE,1000,1000
13 /PNUM,AREA,1 !Abilita numerazione a video delle aree
14 /PNUM,LINE,1 !Abilita numerazione a video delle linee
15 /PNUM,KP,1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
16 /DSCALE,ALL,1 !True scale displacements
17 PI = ACOS(-1) !pi greco
18 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
19 !-----
20 ! Tipo di elemento e proprietà del materiale
21 ET,1,PLANE25 !Elemento utilizzato
22 MP,EX,1,206000 ![MPa] Modulo di Young
23 MP,PRXY,1,0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
24 !-----
25 ! Caratteristiche della rosetta estensimetrica: Tipo A secondo ASTM E837-08
26 !-----
27 D = 5.13 ![mm] Diametro medio
28 RM = 0.5*D ![mm] Raggio medio
29 GL = 1.57 ![mm] Lunghezza estensimetro
30 GW = 1.57 ![mm] Larghezza estensimetro
31 R1 = RM - GL*0.5 ![mm] Distanza del lato interno dall'asse del foro
32 R2 = RM + GL*0.5 ![mm] Distanza del lato esterno dall'asse del foro
33 !-----
34 ! Modello
35 !-----
36 ! Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
37 ! assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
38 ! Si utilizza il semipiano positivo +x.
39 STEP = 0.05 ![mm] Ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
40 N_STEP = 20 !N° incrementi di profondità
41 *DIM,ARRAY_RHD,,N_STEP !Pre-allocazione della dimensione dell'array ARRAY_RHD
42 ARRAY_RHD(1)=.05,.1,.15,.2,.25,.3,.35,.4,.45,.50,.55,.60,.65,.70,.75 !Va definito in due passaggi perchè non prende 20 elementi in un colpo
43 ARRAY_RHD(16)=.80,.85,.90,.95,1.00
44 DO = 2 ![mm] Diametro del foro
45 RO = DO/2 ![mm] Raggio del foro
46 !-----
47 J = 20 !Scelta del valore di hole depth
48 HDEPTH = J*STEP ![mm] Hole Depth in esame
49 HMAX = N_STEP*STEP ![mm] Massima profondità del foro
50 W = 10*HMAX ![mm] Spessore del campione
51 !-----
52 ! Geometria
53 !-----
54 LX = 25*RO
55 RECTNG,0,LX,0,-W !Area del campione
56 !RECTNG,0,RO,0,-HDEPTH !Area del foro
57 !ASBA,1,2 !Rimozione area del foro
58 LX1 = 8*RO !Estensione zona con mesh fitta (Zona 1)
59 LY1 = 4*HMAX
60 LX3 = 10*RO !Estensione zona di transizione (Zona 3)
61 LY3 = 6*HMAX
62 K,102,0,-LY1 !Creazione di linee e keypoint di supporto per una mesh mapped
63 K,103,RO,-LY1
64 K,104,LX1,-LY1
65 K,106,LX1,-HDEPTH
66 K,108,LX1,0
67 L,102,103
68 L,103,104
69 L,104,106
70 L,106,108
71 *DO,M,1,J
72 K,200+M,0,-M*STEP
73 K,300+M,LX1,-M*STEP
74 L,200+M,300+M
75 *ENDDO
76 K,402,LX3,-W
77 K,404,LX3,0
78 K,401,0,-LY3
79 K,403,LX,-LY3
80 L,401,403
81 L,402,404
82 K,501,RO,-HDEPTH
83 K,502,RO,0
84 L,501,502
85 L,103,501
```

```

86 ASBL,ALL,ALL          !Divisione dell'area in base alle linee create
87 !-----
88 ! Mesh
89 !-----
90 RISOLUZIONE = 0,01    ! [mm] Element size target nella zona 1
91 LSEL,S,LOC,X,0-TOL,LX1+TOL !Selezione delle linee aventi coordinata x compresa tra 0 ed LX1
92 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-LY1-TOL !Dalle linee selezionate, risSelectedione delle linee aventi coordinata y compresa tra 0 e -LY1
93 LESIZE,ALL,RISOLUZIONE !Suddivisione di tutte le linee selezionate, size = risoluzione
94 ALLSEL               !Riselezione tutto per procedere con le successive impostazioni
95 LSEL,S,LOC,Y,-LY1+TOL,-LY3+TOL
96 LSEL,R,LOC,X,0+TOL,0-TOL
97 LESIZE,ALL,,,30,35
98 ALLSEL
99 LSEL,S,LOC,X,LX1+TOL,LX3-TOL
100 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
101 LESIZE,ALL,,,30,35
102 ALLSEL
103 LSEL,S,LOC,X,0,LX3-TOL
104 LSEL,R,LOC,Y,0,-LY3+TOL
105 LSEL,INVE
106 LESIZE,ALL,0,40
107 ALLSEL
108 MSHKEY,2             !2 = Mapped if possible
109 AMESH,ALL           !Generazione della mesh
110 !-----
111 ! Vincoli e carichi
112 !-----
113 KSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL
114 KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
115 DK,ALL,UY,0         !Blocco moto rigido traslazione lungo y del keypoint selezionato
116 ALLSEL
117 APLOT               !Plot delle aree
118 FINISH
119 /SOLU
120 TIME,1
121 NROPT,FULL          !Full options per Newton Raphson
122 OUTRES,BASIC,LAST   !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base
123 !-----
124 ! CARICO
125 !-----
126 ! Caso generale: carico distribuito trapezoidale, avente valori estremi PRESSURE1 e PRESSURE2 rispettivamente
127 ! ad altezza y=0 e ad altezza y=W. Si considera un sistema di forze concentrate ai nodi ad esso equivalente.
128 PRESSURE1 = 100     ! [MPa] Valore del carico distribuito
129 PRESSURE2 = 100     ! [MPa] Valore del carico distribuito
130 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
131 NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-W-TOL
132 *GET,NN,NODE,0,COUNT !Conta il n° di nodi selezionati e assegna il valore alla variabile NN
133 NEL = NN-1
134 L = W/(NN-1)        !Passo tra i nodi selezionati (chiaramente i nodi devono essere equidistanti tra loro)
135 ALLSEL
136 *DO,K,1,NN-1,1
137   QK = (PRESSURE2-PRESSURE1)*K*L/W + PRESSURE1
138   QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K-1)*L/W + PRESSURE1
139   QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K+1)*L/W + PRESSURE1
140   FEQK = (QK_1 + 4*QK + QK_1)*L/6
141   FEQK_INPUT = FEQK*2*PI*LX
142   NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
143   NSEL,R,LOC,Y,-K*L-TOL,-K*L+TOL
144   F,ALL,FX,FEQK_INPUT
145   F,ALL,FZ,-FEQK_INPUT
146   ALLSEL
147 *ENDDO
148 FEQO_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(3*PRESSURE1+(PRESSURE2-PRESSURE1)*L/W)
149 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
150 NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
151 F,ALL,FX,FEQO_INPUT
152 F,ALL,FZ,-FEQO_INPUT
153 ALLSEL
154 FEQNN_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(2*PRESSURE2+(PRESSURE2-PRESSURE1)*(NN-1)*L/W+PRESSURE1)
155 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
156 NSEL,R,LOC,Y,-W-TOL,-W+TOL
157 F,ALL,FX,FEQNN_INPUT
158 F,ALL,FZ,-FEQNN_INPUT
159 ALLSEL
160 MODE,2,1            !Q dipende dal coseno di 2*theta
161 SOLVE               !Soluzione
162 FINISH
163 /POST1
164 SET,,1,,1,NONE     !Read results by time con TIME=1, FACT=1
165 LCNWRITE,1         !Salva i risultati attuali nel Load Case 1
166 !-----
167 !Creazione del path sulla superficie
168 !-----
169 LIMITE1 = R0        !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
170 LIMITE2 = LX1
171 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
172 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2
173 *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
174 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x, in ordine crescente e poi li risSelectedione
175 *GET,XXMAX, SORT,0,MAX
176 *GET,XXMIN, SORT,0,MIN
177 PASSO = (XXMAX - XXMIN)/(N_NODI - 1)
178 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1
179 *DO,M,1,N_NODI,1
180   X = XXMIN + PASSO*(M-1)
181   Y = 0
182   PPATH,M,,X,Y,0
183 *ENDDO
184 !-----
185 !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path
186 !-----
187 PDEF,x-disp,U,X
188 PDEF,y-disp,U,Y
189 PDEF,z-disp,U,Z
190 PDEF,sigmax,SX
191 PDEF,sigmay,SY
192 PDEF,sigmaz,SZ
193 PAGET,NOFORO,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "NOFORO"
194 !-----
195 !Salvataggio dei dati mappati sul path
196 !-----
197 *CPOpen,'Ris_validazione_FEM_S3_2_EK2_P25_pre_foratura','txt'
198 *VWRITE,NOFORO(1,1),NOFORO(1,2),NOFORO(1,3),NOFORO(1,5),NOFORO(1,6),NOFORO(1,7),NOFORO(1,8),NOFORO(1,9),NOFORO(1,10)
199 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
200 *CFCLOSE
201 *DEL,NOFORO
202 ALLSEL
203 FINISH
204 /POST1
205 !-----
206 ! Rilevazione delle tensioni residue originarie
207 !-----
208 ! Si intende ricavare le tensioni residue originariamente presenti nel componente.
209 ! Sono le tensioni che dipendono dal precarico imposto. Esse andrebbero prese nel centro del foro,
210 ! ma per evitare indesiderati effetti di bordo legati al modello,
211 ! il path viene costruito sui nodi che stanno a 0.2 mm dall'asse.
212 ! Si prelevano punti fino alla massima profondità del foro.
213 !-----
214 LIMITE3 = 0         !Estremi per la selezione (LIMITE3 > LIMITE4) risultati nella superficie del pezzo
215 LIMITE4 = -HMAX

```

```

216 NSEL,S,LOC,X,40,RISOLUZIONE-TOL,40,RISOLUZIONE+TOL
217 NSEL,R,LOC,Y,LIMITE3,LIMITE4
218 *GET,N_NODI2,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
219 NSORT,LOC,Y,0,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata y, in ordine decrescente e poi li rifeleziona
220 *GET,XMAX2,SORT,0,MAX !Prelevo il massimo valore della selezione e lo chiamo XMAX2
221 *GET,YMIN2,SORT,0,MIN !Prelevo il minimo valore della selezione e lo chiamo YMIN2
222 PASSO2 = (XMAX2 - YMIN2) / (N_NODI2 - 1) !Passo tra due nodi selezionati consecutivi
223 PATH,ASSE,N_NODI2,30,1 !Definizione del path "ASSE": n*punti=N_NODI2, n*variabili da mappare=30, n_div=1 (punti path == nodi)
224 *DO,M,1,N_NODI2,1 !Definizione dei punti del path per coordinate
225 X = 40-RISOLUZIONE
226 Y = YMAX2 - PASSO2*(M-1)
227 PPATH,M,,X,Y,0
228
229 *ENDDO
229 PDEF,sgmax,SX
230 PDEF,sgmay,SY
231 PDEF,sgmaz,SZ
232 PDEF,sgmaz,XY
233 PDEF,sgmaz,SYZ
234 PDEF,sgmaz,XYZ
235 PAGET,ASSE,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "ASSE"
236 !-----
237 !Salvataggio dei dati mappati sul path
238 !-----
239 *CFOPEN,'Ris_validatione_FEM_S3_2_EK2_P25_TR','txt'
240 *VWRITE,ASSE(1,1),ASSE(1,2),ASSE(1,3),ASSE(1,5),ASSE(1,6),ASSE(1,7),ASSE(1,8),ASSE(1,9),ASSE(1,10)
241 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
242 *CFCLOSE
243 ALLSEL
244 FINISH
245 *DO,T,1,N_STEP,1 !Per ogni step di profondita...
246 !-----
247 !Element Kill
248 !-----
249 /SOLU
250 ESTIF,1e-10
251 RHD=ARRAY,RHD(T) !Rapporto tra profondita raggiunta H e diametro medio rosetta D
252 TIME,T+1 !Ogni profondita del foro corrisponde ad uno step di simulazione, descritto dal parametro Time
253 ESEL,S,CENT,X,0,RO !Selezione degli elementi aventi la coordinata x del proprio centroide compresa tra 0 ed RO
254 ESEL,S,CENT,Y,0,-(T)*STEP !Riselezione degli elementi aventi la coordinata y del proprio centroide compresa tra 0 ed -T*STEP
255 EKILL,ALL !"Uccisione" degli elementi selezionati
256 ESEL,S,LIVE !Selezione degli elementi "vivi"
257 NSEL,S !Selezione dei nodi sugli elementi selezionati
258 NSEL,INVE !Inversione della selezione dei nodi, ovvero vengono selezionati i nodi sugli elementi morti
259 D,ALL,ALL,0 !Blocco di tutti i gdl dei nodi sugli elementi morti (opzionale)
260 ALLSEL !Selezione di tutte le entita prima di procedere
261 !-----
262 ! CARICO
263 !-----
264 *DO,K,1,NN-1,1
265 QK = (PRESSURE2-PRESSURE1)*K*L/W + PRESSURE1
266 QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K-1)*L/W + PRESSURE1
267 QK1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K+1)*L/W + PRESSURE1
268 FEQK = (QK_1 + 4*QK + QK1)*L/6
269 FEQK_INPUT = FEQK*2*PI*LX
270 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
271 NSEL,R,LOC,Y,-K*L-TOL,-K*L+TOL
272 F,ALL,FX,FEQK_INPUT
273 F,ALL,FZ,-FEQK_INPUT
274 ALLSEL
275 *ENDDO
276 FEQ0_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(3*PRESSURE1+(PRESSURE2-PRESSURE1)*L/W)
277 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
278 NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
279 F,ALL,FX,FEQ0_INPUT
280 F,ALL,FZ,-FEQ0_INPUT
281 ALLSEL
282 FEQN0_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(2*PRESSURE2+(PRESSURE2-PRESSURE1)*(NN-1)*L/W+PRESSURE1)
283 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
284 NSEL,R,LOC,Y,-W-TOL,-W+TOL
285 F,ALL,FX,FEQN0_INPUT
286 F,ALL,FZ,-FEQN0_INPUT
287 ALLSEL
288 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base
289 MODE,2,1
290 SOLVE
291 FINISH
292 /POST1
293 SET,,1,,T+1,NONE !Read results by Time = T+1, Fattore di scala Fact = 1
294 LCWRITE,T+1 !Salvataggio dei risultati nel Load Case T+1
295 LCASE,T+1 !Lettura del Load Case T+1
296 LCOOPER,SUB,1 !Sovrapposizione degli effetti: si sottraggono i risultati corrispondenti alla situazione pre-foratura (LoadCase1)
297 !-----
298 !Creazione del path sulla superficie
299 !-----
300 LIMITE1 = RO !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) risultati nella superficie del pezzo
301 LIMITE2 = LX1
302 NSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL
303 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2
304 *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
305 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x in ordine crescente e poi li rifeleziona
306 *GET,XMAX,SORT,0,MAX
307 *GET,XMIN,SORT,0,MIN
308 PASSO = (XMAX - XMIN) / (N_NODI - 1)
309 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1
310 *DO,M,1,N_NODI,1
311 X = XMIN + PASSO*(M-1)
312 Y = 0
313 PPATH,M,,X,Y,0
314 *ENDDO
315 PDEF,x-disp,U,X
316 PDEF,y-disp,U,Y
317 PDEF,z-disp,U,Z
318 PDEF,sgmax,SX
319 PDEF,sgmay,SY
320 PDEF,sgmaz,SZ
321 RHD100 = RHD*100
322 PAGET,T%T%RHD100%,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "T%T%RHD100%"
323 !-----
324 !Salvataggio dei dati mappati sul path
325 !-----
326 *CFOPEN,'Ris_validatione_FEM_S3_2_EK2_P25_time%T%','txt'
327 *VWRITE,T%T%RHD100%(1,1),T%T%RHD100%(1,2),T%T%RHD100%(1,3),T%T%RHD100%(1,5),T%T%RHD100%(1,6),T%T%RHD100%(1,7),T%T%RHD100%(1,8),T%T%RHD100%(1,9),T%T%RHD100%(1,10)
328 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
329 *CFCLOSE
330 *DEL,T%T%RHD100% !Cancello "T%T%RHD100%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
331 FINISH
332 *ENDDO
333 FINISH
334 /EOF

```

Gli altri scenari si ottengono adattando lo script precedente. Per componenti sottili si cambia la geometria, costruendola come fatto in precedenza. Per il metodo EK basta commentare le righe di codice in cui compare il comando ESTIF. Per il metodo SM occorre sostituire la seguente sequenza di comandi al posto di quella

corrispondente all'element kill.

```
1 FINISH
2 /PREP7
3 MP,EX,2,1e-7          ![MPa] Modulo di Young materiale del foro
4 MP,PRXY,2,0.499      !Coefficiente di Poisson = 0.499 materiale del foro
5 FINISH
6 *DO,T,1,N_STEP,1     !Per ogni step di profondità...
7   !-----
8   ! Sostituzione del Materiale
9   !-----
10  /PREP7
11  RHD=ARRAY_RHD(T)    !Rapporto tra profondità raggiunta H e diametro medio rosetta D
12  ESEL,S,CENT,X,0,R0  !Selezione degli elementi aventi la coordinata x del proprio centroide compresa tra 0 ed R0
13  ESEL,R,CENT,Y,0,-(T)*STEP !Riselezione degli elementi aventi la coordinata y del proprio centroide compresa tra 0 ed -(T)*STEP
14  MPCHG,2,ALL        !Assegna le proprietà del materiale n°2 a tutti gli elementi selezionati
15  ALLSEL             !Selezione di tutte le entità prima di procedere
16 FINISH
17 /SOLU
```

# Appendice D

## Script per DOE sull'errore di zero

Script generale: richiama lo script per le analisi e assegna i valori OFFSET, PRESSURE1, PRESSURE2 a seconda del caso esaminato. Esso contiene la sequenza di comandi seguente, ripetuta più volte a seconda delle necessità:

```
1 FINISH
2 /CLEAR,ALL
3 OFFSET = 1*0.01
4 PRESSURE1 = 200
5 PRESSURE2 = 200
6 !-----
7 /INPUT,nome_script_per_le_analisi.txt
```

Script per le analisi: si riferisce ai casi di taglio. Per quelli idrostatici basta cambiare i vincoli e la modalità di applicazione del carico (vedi Appendici precedenti) e adattare il nome dei files di output.

```
1 !-----
2 ! MODELLO PER LO STUDIO DELL'EFFETTO DELL'ERRORE DI ZERO NELL'ESECUZIONE DEL FORO
3 !-----
4 ! Si simula la foratura attraverso il metodo scelto nella Fase 1.
5 ! Si introduce un offset sugli step di profondità, così da simulare un errore di
6 ! azzeramento dell'utensile: l'esecuzione della foratura non parte dalla superficie, ma
7 ! un po' più in basso, come se l'azzeramento dell'utensile non fosse stato perfettamente eseguito.
8 ! Si simula dapprima la configurazione "nominale", dalla quale si prelevano le tensioni residue
9 ! originarie, da utilizzare come target. Successivamente si simula la condizione di "azzeramento con
10 ! offset" ed infine la condizione di "post-foratura". Il rilassamento delle tensioni residue viene
11 ! simulato sottraendo i risultati dell'azzeramento con offset" dai risultati "post-foratura",
12 ! ipotizzando che valga la sovrapposizione degli effetti.
13 !-----
14 ! Impostazioni preliminari
15 !-----
16 /PREP7 !Apri il pre-processor
17 /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF !Disabilita l'intestazione dai file output
18 /FORMAT,E,20,12 !Formato output
19 /PAGE,1000,1000 !Aumento n° di righe prima che si ripeta l'intestazione nei listati
20 /PNUM,AREA,1 !Abilita numerazione a video delle aree
21 /PNUM,LINE,1 !Abilita numerazione a video delle linee
22 /PNUM,KP,1 !Abilita numerazione a video dei keypoints
23 /DSCALE,ALL,1 !True scale displacements
24 PI = ACOS(-1) !pi greco
25 TOL = 0.00001 !Valore di tolleranza per selezionare le entità che mi servono
26 !-----
27 ! Tipo di elemento e proprietà del materiale
28 !-----
29 ET,1,PLANE25 !Elemento utilizzato
30 MP,EX,1,206000 ![MPa] Modulo di Young
31 MP,PRXY,1,0.3 !Coefficiente di Poisson = 0.3
32 !-----
33 ! Caratteristiche della rosetta estensimetrica: Tipo A secondo ASTM E837-08
34 !-----
35 D = 5.13 ![mm] Diametro medio
36 RM = 0.5*D ![mm] Raggio medio
37 GL = 1.57 ![mm] Lunghezza estensimetro
38 GW = 1.57 ![mm] Larghezza estensimetro
39 R1 = RM - GL*0.5 ![mm] Distanza del lato interno dall'asse del foro
40 R2 = RM + GL*0.5 ![mm] Distanza del lato esterno dall'asse del foro
41 !-----
42 ! Impostazioni preliminari del modello
43 !-----
44 ! Il modello va costruito nel piano (x,y), utilizzando l'asse y come asse di
45 ! assialsimmetria e l'asse x come direzione radiale.
46 ! Si utilizza il semipiano positivo +x.
47 !-----
48 STEP = 0.05 ![mm] Ampiezza incremento di profondità (Raccomandato da normativa)
49 N_STEP = 20 !N° incrementi di profondità
50 *DIM,ARRAY_RHD,,N_STEP !Pre-allocazione della dimensione dell'array ARRAY_RHD
51 ARRAY_RHD(1) = .05, .1, .15, .2, .25, .3, .35, .4, .45, .50, .55, .60, .65, .70, .75
52 ARRAY_RHD(16) = .80, .85, .90, .95, 1.00
53 DO = 2 ![mm] Diametro del foro
54 RO = DO/2 ![mm] Raggio del foro
55 HMAX = N_STEP*STEP ![mm] Massima profondità del foro
56 LX = 25*RO ![mm] Ingombro esterno del campione
57 W = 10*HMAX ![mm] Spessore del campione
58 LX1 = 8*RO !Estensione zona con mesh fitta (Zona 1)
59 LX1 = 4*HMAX
60 LX3 = 10*RO !Estensione zona di transizione (Zona 3)
61 LY3 = 6*HMAX
62 RISOLUZIONE = 0.01 ![mm] Element size target nella zona del foro
63 !-----
64 ! Condizione di carico "nominale"
65 !-----
66 ! Si applica il precarico sulla geometria intatta per poter ricavare le tensioni residue
67 ! originarie, da utilizzare successivamente come target.
68 !-----
```

```

69 ! Geometria
70 !-----
71 RECTNG,0,LX,0,-W !Area del campione
72 K,101,0,-LY1 !Keypoints di supporto per la zona con mesh fitta
73 K,102,LX1,-LY1
74 K,103,LX1,0
75 K,104,0,-LY3 !Keypoints di supporto per la zona con mesh rada
76 K,105,LX,-LY3
77 K,106,LX3,0
78 K,107,LX3,-W
79 L,101,102 !Linee di collegamento tra i keypoints di supporto
80 L,102,103
81 L,104,105
82 L,106,107
83 ASBL,ALL,ALL !Creazione delle aree dividendo l'area principale in base alle linee create
84 !-----
85 ! Mesh
86 !-----
87 LSEL,S,LOC,X,0-TOL,LX1+TOL !Selezione delle linee aventi coordinata x compresa tra 0 ed LX1
88 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-LY1-TOL !Riselezione delle linee aventi coordinata y compresa tra 0 e -LY1
89 LESIZE,ALL,RISOLUZIONE !Suddivisione di tutte le linee selezionate, size = risoluzione
90 ALLSEL !Riselezione tutto per procedere con le successive impostazioni
91 LSEL,S,LOC,Y,-LY1+TOL,-LY3+TOL
92 LSEL,R,LOC,X,0+TOL,0-TOL
93 LESIZE,ALL,,,30,35
94 ALLSEL
95 LSEL,S,LOC,X,LX1+TOL,LX3-TOL
96 LSEL,R,LOC,Y,0+TOL,0-TOL
97 LESIZE,ALL,,,30,35
98 ALLSEL
99 LSEL,S,LOC,X,0,LX3-TOL
100 LSEL,R,LOC,Y,0,-LY3+TOL
101 LSEL,INVE
102 LESIZE,ALL,0.40
103 ALLSEL
104 MSHKEY,2 !2 = Mapped if possible
105 AMESH,ALL !Generazione della mesh
106 !-----
107 ! Vincoli
108 !-----
109 ! Blocco i moti rigidi di traslazione lungo y e z del keypoint di coordinate (LX,-W)
110 !-----
111 KSEL,S,LOC,X,0-TOL,0+TOL
112 KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
113 DK,ALL,UY,0 !Blocco moto rigido traslazione lungo y del keypoint selezionato
114 ALLSEL
115 APLLOT !Plot delle aree
116 FINISH
117 /SOLU
118 TIME,1 !La condizione di carico "nominale" viene identificata con l'istante 1
119 NROPT,FULL !Full options per Newton Raphson
120 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione
121 !-----
122 ! Carico
123 !-----
124 ! Caso generale: carico distribuito trapezoidale, avente valori estremi PRESSURE1 e PRESSURE2 rispettivamente
125 ! ad altezza y=0 e ad altezza y=-W. Si considera un sistema di forze concentrate ai nodi ad esso equivalente.
126 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
127 NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-W-TOL
128 *GET,NN,NODE,0,COUNT !Conta il n° di nodi selezionati e assegna il valore alla variabile NN
129 NN = NN-1
130 L = W/(NN-1) !Passo tra i nodi selezionati (chiaramente i nodi devono essere equidistanti tra loro)
131 ALLSEL
132 *DO,K,1,NN-1,1
133 QK = (PRESSURE2-PRESSURE1)*K*L/W + PRESSURE1
134 QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K-1)*L/W + PRESSURE1
135 QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K+1)*L/W + PRESSURE1
136 FEQK = (QK_1 + 4*QK + QK_1)*L/6
137 FEQK_INPUT = FEQK*2*PI*LX
138 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
139 NSEL,R,LOC,Y,-K*L-TOL,-K*L+TOL
140 F,ALL,FX,FEQK_INPUT
141 F,ALL,FZ,-FEQK_INPUT
142 ALLSEL
143 *ENDDO
144 FEQ0_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(3*PRESSURE1+(PRESSURE2-PRESSURE1)*L/W)
145 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
146 NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
147 F,ALL,FX,FEQ0_INPUT
148 F,ALL,FZ,-FEQ0_INPUT
149 ALLSEL
150 FEQNN_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(2*PRESSURE2+(PRESSURE2-PRESSURE1)*(NN-1)*L/W+PRESSURE1)
151 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
152 NSEL,R,LOC,Y,-W-TOL,-W+TOL
153 F,ALL,FX,FEQNN_INPUT
154 F,ALL,FZ,-FEQNN_INPUT
155 ALLSEL
156 MODE,2,1 !Modalità di applicazione del carico: MODE,0 se è equibiassiale
157 SOLVE !Soluzione
158 FINISH
159 /POST1
160 SET,,,1,1,NONE !Lettura dei risultati all'istante TIME=1, fattore di scala FACT=1
161 LCWRITE,1 !Salva i risultati attuali nel Load Case 1
162 !-----
163 !Plot dei risultati
164 !-----
165 /SHOW,WIN32C !Personalizzazione dei plot, eventualmente da rimuovere
166 /CLABEL,1,0
167 /CONTOUR,1,20,AUTO,, !Cambia la gradazione dei colori dei contour plot, si usano 20 bande
168 !PLNSOL,U,X !Plot nodal solution UX
169 !-----
170 ! Rilevazione dello stato di tensione in superficie prima della foratura (da utilizzare come controllo dei risultati)
171 !-----
172 ! Si crea un path sui nodi sulla superficie del campione in prossimità della zona del foro.
173 ! Su di essi vengono mappati spostamenti e tensioni.
174 !-----
175 LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) dei nodi
176 LIMITE2 = LX1
177 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi y=0
178 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Tra i nodi selezionati si selezionano i nodi aventi LIMITE1<= X <= LIMITE2
179 *GET,N,NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
180 NSORT,LOC,X,1,0,,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x, in ordine crescente e poi li riseleziona
181 *GET,XMAX,SORT,0,MAX !Dalla selezione si preleva il valore massimo e lo si assegna alla variabile XMAX
182 *GET,XMIN,SORT,0,MIN !Dalla selezione si preleva il valore minimo e lo si assegna alla variabile XMIN
183 PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi selezionati (check: PASSO=RISOLUZIONE)
184 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1 !Definizione del path "ROSETTA": n°punti=N_NODI, n°variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
185 *DO,M,1,N_NODI,1 !Definizione dei singoli punti del path
186 X = XMIN + PASSO*(M-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
187 Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
188 PPATH,M,,X,Y,0 !m-esimo punto del path
189 *ENDDO
190 !-----
191 !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path
192 !-----
193 ! Si mappano: UX,UY,UZ,SX,SY,SZ
194 !-----
195 PDEF,x-disp,U,X
196 PDEF,y-disp,U,Y
197 PDEF,z-disp,U,Z
198 PDEF,sigmax,SX

```

```

199 PDEF, sigmay, SY
200 PDEF, sigmaz, SZ
201 PAGET, NOFORO, TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nelle colonne della matrice "NOFORO"
202 !-----
203 !Salvataggio su file dei dati mappati sul path
204 !-----
205 *CFOPEN, 'Ris$PRESSURE1$-$PRESSURE2$_errore_di_zero_deviatorico_offset$OFFSET+100$pre_foratura', 'txt' !Apertura del file
206 *WRITE, NOFORO(1,1), NOFORO(1,2), NOFORO(1,3), NOFORO(1,5), NOFORO(1,6), NOFORO(1,7), NOFORO(1,8), NOFORO(1,9), NOFORO(1,10) !Scrittura
207 (E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12) !Formato dei dati
208 *CFCLOSE !Chiusura del file con i risultati
209 *DEL, NOFORO !Cancellazione della matrice "NOFORO"
210 ALLSEL
211 FINISH
212 /POST1
213 !-----
214 ! Rilevazione delle tensioni residue originarie
215 !-----
216 ! Si intende ricavare le tensioni residue originariamente presenti nel componente.
217 ! Sono le tensioni che dipendono dal precarico imposto. Esse andrebbero prese nel centro del foro,
218 ! ma per evitare indesiderati effetti di bordo legatiale,
219 ! il path viene costruito sui nodi che stanno a 0.2 mm dall'asse.
220 ! Si prelevano punti fino alla massima profondità del foro.
221 !-----
222 LIMITE3 = 0 !Estremi per la selezione (LIMITE3 > LIMITE4)
223 LIMITE4 = -HMAX
224 NSEL, S, LOC, X, 20*RISOLUZIONE-TOL, 20*RISOLUZIONE+TOL !Selezione dei nodi aventi x=20*RISOLUZIONE
225 NSEL, R, LOC, Y, LIMITE3, LIMITE4 !Tra i nodi selezionati si selezionano i nodi aventi LIMITE4<= y <=LIMITE3
226 *GET, N_NODI2, NODE, 0, COUNT !Assegno alla variabile N_NODI2 il numero totale dei nodi selezionati
227 NSORT, LOC, Y, 0, 0, /SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata y, in ordine decrescente e poi li rilegiona
228 *GET, YMAX2, SORT, 0, MAX !Dalla selezione si preleva il valore minimo e lo si assegna alla variabile YMAX2
229 *GET, YMIN2, SORT, 0, MIN !Dalla selezione si preleva il valore minimo e lo si assegna alla variabile YMIN2
230 PASSO2 = (YMAX2 - YMIN2) / (N_NODI2 - 1) !Passo tra i nodi selezionati (check: PASSO2=RISOLUZIONE)
231 PATH, ASSE, N_NODI2, 30, 1 !Definizione del path "ASSE": n*punti=N_NODI2, n*variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
232 *DO, M, 1, N_NODI2, 1 !Definizione dei singoli punti del path
233 X = 20*RISOLUZIONE !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
234 Y = YMAX2-PASSO2*(M-1) !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
235 PPATH, M, X, Y, 0 !m-esimo punto del path
236 *ENDDO
237 !-----
238 !Map delle tensioni nei punti del path
239 !-----
240 ! Si mappano: SX, SY, SZ, SXY, SYX, SXZ
241 !-----
242 PDEF, sigmax, SX
243 PDEF, sigmay, SY
244 PDEF, sigmaz, SZ
245 PDEF, sigmax, SXY
246 PDEF, sigmaz, SYZ
247 PDEF, sigmaz, SXZ
248 PAGET, ASSE, TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nelle colonne della matrice "ASSE"
249 !-----
250 !Salvataggio dei dati mappati sul path
251 !-----
252 *CFOPEN, 'Ris$PRESSURE1$-$PRESSURE2$_errore_di_zero_deviatorico_offset$OFFSET+100$TR', 'txt'
253 *WRITE, ASSE(1,1), ASSE(1,2), ASSE(1,3), ASSE(1,5), ASSE(1,6), ASSE(1,7), ASSE(1,8), ASSE(1,9), ASSE(1,10)
254 (E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12, E20.12)
255 *CFCLOSE
256 ALLSEL
257 FINISH
258 !-----
259 ! Cancellazione della geometria precedente
260 !-----
261 /PREP7
262 ACLEAR, ALL !Cancellazione della mesh
263 ADELE, ALL !Cancellazione delle aree
264 LDELE, ALL !Cancellazione delle linee
265 KDELE, ALL !Cancellazione dei keypoints
266 FINISH
267 !-----
268 ! Condizione di carico "azzeramento con errore di zero"
269 !-----
270 ! Si applica il precarico sulla geometria in cui è stato rimosso un piccolo strato di materiale
271 ! a causa dell'errore di zero: tale strato ha spessore pari all'offset in esame.
272 !-----
273 ! Geometria
274 !-----
275 /PREP7
276 RECTNG, 0, LX, 0, -W !Area del campione
277 RECTNG, 0, RO, 0, -OFFSET !Area del materiale rimosso a causa dell'errore di zero
278 ASBA, 1, 2
279 K, 101, 0, -LY1 !Keypoints di supporto per la zona con mesh fitta
280 K, 102, LX1, -LY1
281 K, 103, LX1, 0
282 K, 104, 0, -LY3 !Keypoints di supporto per la zona con mesh rada
283 K, 105, LX, -LY3
284 K, 106, LX3, 0
285 K, 107, LX3, -W
286 K, 108, RO, -OFFSET !Keypoints di supporto per mesh mappato nello spessore adiacente a quello rimosso
287 K, 109, LX1, -OFFSET
288 L, 101, 102 !Linee di collegamento tra i keypoints di supporto
289 L, 102, 103
290 L, 104, 105
291 L, 106, 107
292 L, 108, 109
293 K, 110, RO, -LY1 !Preparazione degli step di foratura
294 L, 6, 110
295 *DO, M, 1, N_STEP, 1
296 K, 200+M, 0, -(M*STEP+OFFSET)
297 K, 300+M, LX1, -(M*STEP+OFFSET)
298 L, 200+M, 300+M
299 *ENDDO
300 ASBL, ALL, ALL !Creazione delle aree dividendo l'area principale in base alle linee create
301 !-----
302 ! Mesh
303 !-----
304 LSEL, S, LOC, X, 0-TOL, LX1+TOL !Selezione delle linee aventi coordinata x compresa tra 0 ed LX1
305 LSEL, R, LOC, Y, 0+TOL, -LY1-TOL !Dalle linee selezionate, rilesione delle linee aventi coordinata y compresa tra 0 e -LY1
306 LESIZE, ALL, RISOLUZIONE !Suddivisione di tutte le linee selezionate, size = risoluzione
307 ALLSEL !Rilesione tutto per procedere con le successive impostazioni
308 LSEL, S, LOC, Y, -LY1+TOL, -LY3-TOL
309 LSEL, R, LOC, X, 0+TOL, 0-TOL
310 LESIZE, ALL, , , 30, 35
311 ALLSEL
312 LSEL, S, LOC, X, LX1+TOL, LX3-TOL
313 LSEL, R, LOC, Y, 0+TOL, 0-TOL
314 LESIZE, ALL, , , 30, 35
315 ALLSEL
316 LSEL, S, LOC, X, 0, LX3-TOL
317 LSEL, R, LOC, Y, 0, -LY3+TOL
318 LSEL, INVE
319 LESIZE, ALL, 0, 40
320 ALLSEL
321 MSHKEY, 2 !2 = Mapped if possible
322 AMESH, ALL !Generazione della mesh
323 !-----
324 ! Vincoli
325 !-----
326 ! Blocco i moti rigidi di traslazione lungo y e z del keypoint di coordinate (LX, -W)
327 !-----
328 KSEL, S, LOC, X, 0-TOL, 0+TOL

```

```

329 KSEL,R,LOC,Y,-W+TOL,-W-TOL
330 DK,ALL,UY,0 !Blocco moto rigido traslazione lungo y del keypoints selezionato
331 ALLSEL
332 APLOT !Plot delle aree
333 FINISH
334 /SOLU
335 TIME,2 !La condizione di carico "azzerramento" viene identificata con l'istante 2
336 NROPT,FULL !Full options per Newton Raphson
337 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base in modo da alleggerire l'analisi
338 !-----
339 ! Carico
340 !-----
341 ! Caso generale: carico distribuito trapezoidale, avente valori estremi PRESSURE1 e PRESSURE2 rispettivamente
342 ! ad altezza y=0 e ad altezza y=-W. Si considera un sistema di forze concentrate ai nodi ad esso equivalente.
343 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
344 NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-W-TOL
345 *GET,NN,NODE,0,COUNT !Conta il n° di nodi selezionati e assegna il valore alla variabile NN
346 NEL = NN-1
347 L = W/(NN-1) !Passo tra i nodi selezionati (chiaramente i nodi devono essere equidistanti tra loro)
348 ALLSEL
349 *DO,K,1,NN-1,1
350 QK = (PRESSURE2-PRESSURE1)*K*L/W + PRESSURE1
351 QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K-1)*L/W + PRESSURE1
352 QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K+1)*L/W + PRESSURE1
353 FEQK = (QK_1 + 4*QK + QK_1)*L/6
354 FEQK_INPUT = FEQK*2*PI*LX
355 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
356 NSEL,R,LOC,Y,-K*L-TOL,-K*L+TOL
357 F,ALL,FX,FEQK_INPUT
358 F,ALL,FZ,-FEQK_INPUT
359 ALLSEL
360 *ENDDO
361 FEQO_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(3*PRESSURE1+(PRESSURE2-PRESSURE1)*L/W)
362 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
363 NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
364 F,ALL,FX,FEQO_INPUT
365 F,ALL,FZ,-FEQO_INPUT
366 ALLSEL
367 FEQNN_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(2*PRESSURE2+(PRESSURE2-PRESSURE1)*(NN-1)*L/W+PRESSURE1)
368 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
369 NSEL,R,LOC,Y,-W-TOL,-W+TOL
370 F,ALL,FX,FEQNN_INPUT
371 F,ALL,FZ,-FEQNN_INPUT
372 ALLSEL
373 MODE,2,1 !Modalità di applicazione del carico
374 SOLVE !Soluzione
375
376 FINISH
377 /POST1
378 SET,,1,2,NONE !Lettura dei risultati all'istante TIME=2, fattore di scala FACT=1
379 LCWRITE,2 !Salva i risultati attuali nel Load Case 2
380 !-----
381 !Plot dei risultati
382 !-----
383 /SHOW,WIN32C !Personalizzazione dei plot, eventualmente da rimuovere
384 /CLABEL,1,0
385 /CONTOUR,1,20,AUTO,, !Cambia la gradazione dei colori dei contour plot, si usano 20 bande
386 !PLNSOL,U,X !Plot nodal solution UX
387 !-----
388 ! Rilevazione dello stato di tensione in superficie prima della foratura (da utilizzare come controllo dei risultati)
389 !-----
390 ! Si crea un path sui nodi sulla superficie del campione in prossimità della zona del foro.
391 ! Su di essi vengono mappati spostamenti e tensioni.
392 !-----
393 LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) dei nodi
394 LIMITE2 = LX1
395 NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi y=0
396 NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Tra i nodi selezionati si selezionano i nodi aventi LIMITE1<= x <= LIMITE2
397 *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
398 NSORT,LOC,X,1,0,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x, in ordine crescente e poi li risSelected
399 *GET,XXMAX,SORT,0,MAX !Dalla selezione si preleva il valore massimo e lo si assegna alla variabile XXMAX
400 *GET,XXMIN,SORT,0,MIN !Dalla selezione si preleva il valore minimo e lo si assegna alla variabile XXMIN
401 PASSO = (XXMAX-XXMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi selezionati (check: PASSO=RISOLUZIONE)
402 PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1 !Definizione del path "ROSETTA": n°punti=N_NODI, n°variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
403 *DO,M,1,N_NODI,1 !Definizione dei singoli punti del path
404 X = XXMIN + PASSO*(M-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
405 Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
406 PPATH,M,,X,Y,0 !m-esimo punto del path
407 *ENDDO
408 !-----
409 !Map degli spostamenti e delle tensioni nei punti del path
410 !-----
411 ! Si mappano: UX,UY,UZ,SX,SY,SZ
412 !-----
413 PDEF,x-disp,U,X
414 PDEF,y-disp,U,Y
415 PDEF,z-disp,U,Z
416 PDEF,sigmaX,SX
417 PDEF,sigmaY,SY
418 PDEF,sigmaZ,SZ
419 PAGET,ZERO,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nelle colonne della matrice "ZERO"
420 !-----
421 !Salvataggio su file dei dati mappati sul path
422 !-----
423 *COPEN,'Ris\%PRESSURE1%->%PRESSURE2% errore di zero deviatorico_offset%OFFSET*100%_azzerramento', 'txt' !Apertura del file
424 *VWRITE,ZERO(1,1),ZERO(1,2),ZERO(1,3),ZERO(1,5),ZERO(1,6),ZERO(1,7),ZERO(1,8),ZERO(1,9),ZERO(1,10) !Scrittura
425 (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12) !Formato dei dati
426 *CFCLOSE !Chiusura del file con i risultati
427 *DEL,ZERO !Cancellazione della matrice "ZERO"
428 ALLSEL
429 FINISH
430 *DO,T,1,N_STEP,1 !Per ogni step di profondità...
431 !-----
432 ! Foratura tramite Element Kill
433 !-----
434 /SOLU
435 RHD=ARRAY_RHD(T) !Rapporto tra profondità raggiunta H e diametro medio rosetta D
436 TIME,T+2 !Ogni profondità del foro corrisponde ad uno step di simulazione, descritto dal parametro Time
437 ESEL,S,CENT,X,0,R0 !Selezione degli elementi aventi la coordinata x del proprio centroide compresa tra 0 ed R0
438 ESEL,R,CENT,Y,0,-(T*STEP+OFFSET) !Riselezione degli elementi aventi la coordinata y del proprio centroide compresa tra 0 ed -T*STEP
439 ESTIF,le-10 !Coefficiente di controllo della funzionalità "Element Birth and Death"
440 EKILL,ALL !"Uccisione" degli elementi selezionati
441 ESEL,S,LIVE !Selezione degli elementi "vivi"
442 NSLE,S !Selezione dei nodi sugli elementi selezionati
443 NSEL,INVE !Inversione della selezione dei nodi, ovvero vengono selezionati i nodi sugli elementi morti
444 D,ALL,ALL,0 !Blocco di tutti i gdl dei nodi sugli elementi morti (si riduce il n° di gdl)
445 ALLSEL !Selezione di tutte le entità prima di procedere
446 OUTRES,BASIC,LAST !Calcola solo alcuni parametri durante la soluzione, quelli base
447 !-----
448 ! Carico
449 !-----
450 ! Caso generale: carico distribuito trapezoidale, avente valori estremi PRESSURE1 e PRESSURE2 rispettivamente
451 ! ad altezza y=0 e ad altezza y=-W. Si considera un sistema di forze concentrate ai nodi ad esso equivalente.
452 NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
453 NSEL,R,LOC,Y,0+TOL,-W-TOL
454 *GET,NN,NODE,0,COUNT !Conta il n° di nodi selezionati e assegna il valore alla variabile NN
455 NEL = NN-1
456 L = W/(NN-1) !Passo tra i nodi selezionati (chiaramente i nodi devono essere equidistanti tra loro)
457 ALLSEL
458 *DO,K,1,NN-1,1

```

```

459      QK = (PRESSURE2-PRESSURE1)*K*L/W + PRESSURE1
460      QK_1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K-1)*L/W + PRESSURE1
461      QK1 = (PRESSURE2-PRESSURE1)*(K+1)*L/W + PRESSURE1
462      FEQK = (QK_1 + 4*QK + QK1)*L/6
463      FEQK_INPUT = FEQK*2*PI*LX
464      NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
465      NSEL,R,LOC,Y,-K*L-TOL,-K*L+TOL
466      F,ALL,FX,FEQK_INPUT
467      F,ALL,FZ,-FEQK_INPUT
468      ALLSEL
469      *ENDDO
470      FEQO_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(3*PRESSURE1+(PRESSURE2-PRESSURE1)*L/W)
471      NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
472      NSEL,R,LOC,Y,0-TOL,0+TOL
473      F,ALL,FX,FEQO_INPUT
474      F,ALL,FZ,-FEQO_INPUT
475      ALLSEL
476      FEQNN_INPUT = 2*PI*LX*L/6*(2*PRESSURE2+(PRESSURE2-PRESSURE1)*(NN-1)*L/W+PRESSURE1)
477      NSEL,S,LOC,X,LX-TOL,LX+TOL
478      NSEL,R,LOC,Y,-W-TOL,-W+TOL
479      F,ALL,FX,FEQNN_INPUT
480      F,ALL,FZ,-FEQNN_INPUT
481      ALLSEL
482      MODE,2,1 !Modalità di applicazione del carico: si definisce l'ordine dell'armonica da cui dipende
483      !il carico e le eventuali proprietà di simmetria
484      SOLVE
485      FINISH
486      /POST1
487      SET,,1,T+2,NONE !Read results by Time = T+2, Fattore di scala Fact = 1
488      LCWRITE,T+2 !Salvataggio dei risultati nel Load Case T+2
489      LCASE,T+2 !Lettura del Load Case T+2 che diventa il Load Case attivo
490      LCOOPER,SUB,2 !Sovrapposizione degli effetti: si sottraggono i risultati dell'azzeramento (LoadCase2)
491      ALLSEL
492      !-----
493      ! Rilevazione del rilassamento delle tensioni e delle deformazioni in superficie
494      !-----
495      ! Si crea il medesimo path utilizzato in precedenza
496      !-----
497      LIMITE1 = R0 !Estremi per la selezione (LIMITE2 > LIMITE1) dei nodi
498      LIMITE2 = LX1
499      NSEL,S,LOC,Y,0-TOL,0+TOL !Selezione dei nodi aventi y=0
500      NSEL,R,LOC,X,LIMITE1,LIMITE2 !Tra i nodi selezionati si selezionano i nodi aventi LIMITE1<= x <= LIMITE2
501      *GET,N_NODI,NODE,0,COUNT !Assegno alla variabile N_NODI il numero totale dei nodi selezionati
502      NSORT,LOC,X,1,0,SELECT !Ordina i nodi in base alla coordinata x, in ordine crescente e poi li rifeleziona
503      *GET,XMAX,SORT,0,MAX !Dalla selezione si preleva il valore massimo e lo si assegna alla variabile XMAX
504      *GET,XMIN,SORT,0,MIN !Dalla selezione si preleva il valore minimo e lo si assegna alla variabile XMIN
505      PASSO = (XMAX-XMIN)/(N_NODI-1) !Passo tra i nodi selezionati (check: PASSO=RISOLUZIONE)
506      PATH,ROSETTA,N_NODI,30,1 !Definizione del path "ROSETTA": n°punti=N_NODI, n°variabili mappabili=30, n_div=1 (punti path == nodi)
507      *DO,M,1,N_NODI,1 !Definizione dei singoli punti del path
508      X = XMIN + PASSO*(M-1) !Coordinata X dell'm-esimo punto del path
509      Y = 0 !Coordinata Y dell'm-esimo punto del path
510      PPATH,M,,X,Y,0 !m-esimo punto del path
511      *ENDDO
512      PDEF,x-disp,U,X
513      PDEF,y-disp,U,Y
514      PDEF,z-disp,U,Z
515      PDEF,sigmax,SX
516      PDEF,sigmay,SY
517      PDEF,sigmaz,SZ
518      RHD100 = RHD*100
519      PAGET,T%H%RHD100%,TABLE !Salva i dati mappati sul path corrente nella matrice "T%H%RHD100%"
520      !-----
521      !Salvataggio dei dati mappati sul path
522      !-----
523      *CFOPEN,'Ris%PRESSURE1%-PRESSURE2%_errore_di_zero_deviatorico_offset%OFFSET*100%_time%T%','txt'
524      *VWRITE,T%H%RHD100%(1,1),T%H%RHD100%(1,2),T%H%RHD100%(1,3),T%H%RHD100%(1,5),T%H%RHD100%(1,6),T%H%RHD100%(1,7),T%H%RHD100%(1,8),T%H%RHD100%(1,9),T%
525      (E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12,E20.12)
526      *CFCLOSE
527      *DEL,T%H%RHD100% !Cancello "T%H%RHD100%" per poterlo "ricreare" dopo senza warnings
528      FINISH
529      *ENDDO
530      /EOF

```



# Ringraziamenti

Ringrazio innanzitutto il mio relatore, il Prof. Mauro Ricotta, per avermi concesso l'opportunità di svolgere questo lavoro di tesi e per il supporto e i consigli che mi ha fornito durante tutto il periodo di tesi, non solo dal lato professionale ma anche dal punto di vista umano.

Ringrazio, inoltre, l'Ing. Fabiano Maggio (EnginSoft S.p.A.) per essere stato promotore della tematica affrontata nel presente lavoro di tesi, ma soprattutto per la costante disponibilità dimostrata nell'offrirmi la sua guida e i suoi preziosi consigli durante tutte le tappe del mio lavoro di tesi.

È doveroso ringraziare EnginSoft S.p.A. per aver messo a mia disposizione i mezzi necessari allo sviluppo del lavoro. Ringrazio in particolare i ragazzi del System Dynamics *team* per avermi accolto in questi mesi con affetto e simpatia e per la disponibilità dimostrata riguardo alle mie richieste di chiarimenti.

Ringrazio l'Ing. Mario Saraceni (EnginLAB s.r.l.) per aver messo a mia disposizione la strumentazione e il suo bagaglio di competenze durante le attività sperimentali nonostante in questo periodo avesse impegni di altra natura e molto più importanti.

Ringrazio tutti i miei compagni di banco che ho conosciuto in questi anni di studi per aver condiviso con me tanti bei momenti e avventure durante questa lunga esperienza. Un ringraziamento particolare va al mio amico Matteo. Grazie all'università è nata una bella amicizia anche al di fuori dell'ambito scolastico. Spero che in futuro tale legame continui ad essere forte così come lo è ora. Siamo partiti e siamo arrivati insieme, ma questo è solo l'inizio.

Un forte ringraziamento va a tutti i miei amici che mi hanno accompagnato durante questi anni, per i momenti gioiosi trascorsi assieme, per le belle esperienze fatte e per il supporto e la comprensione che da loro ho ricevuto nei momenti più difficili. Nonostante ci siamo conosciuti relativamente da poco tempo, spero che di avventure da vivere assieme ce ne siano ancora molte.

Un ringraziamento particolare va ai miei genitori Mariano e Giulietta e a mia sorella Valentina Antonia per avermi costantemente sostenuto durante tutto il periodo di studi. In particolare devo ringraziare i miei genitori per tutti i sacrifici che hanno fatto e per l'appoggio fornitomi durante lungo il percorso scolastico e non solo. Se non fosse stato per loro non sarei arrivato ad un obiettivo così importante.

Infine, ma non perché meno importante, desidero ringraziare la mia fidanzata Silvia per tutta la pazienza ed il sostegno che mi ha fornito nell'arco di questi anni, oltre ad essere stata un punto di riferimento costante. Spero vivamente di cuore che questo sia solamente uno dei tanti felici momenti che divideremo assieme.

*Enrico Reffo*