

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione

Tesi di Laurea

RILEVAZIONE E DIAGNOSI DI GUASTI NEI REFRIGERATORI DI LIQUIDO

Relatore: **Prof. Alessandro Beghi**

Correlatore: **Ing. Mirco Rampazzo**

Laureando: **Gabriele Menegazzo**

Anno Accademico 2014/2015

20 Aprile 2015

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Alessandro Beghi per la disponibilità e per l'opportunità datami.

Ringrazio l'Ing. Mirco Rampazzo per la supervisione, il supporto e i consigli fornitimi nell'elaborazione di questa tesi.

Ringrazio infine la mia famiglia e i miei compagni di studi.

Indice

1	Introduzione	1
2	Refrigeratori di liquido	5
2.1	Il ciclo frigorifero a compressione	9
2.2	Compressori	11
3	Steady state detection	17
3.1	Revisione degli studi in letteratura	19
3.2	SSD basata sulla trasformata wavelet dei dati	22
3.2.1	Rappresentazione multi-scala	22
3.2.2	Soft thresholding per la riduzione del rumore	24
3.2.3	Identificazione dei valori anomali	26
3.2.4	Indice di stazionarietà β	28
3.3	SSD basata sulla regressione lineare dei dati	32
3.3.1	Scelta della soglia	33
3.3.2	Lunghezza della finestra di dati mobile	34
3.4	SSD basata sulla derivata locale dei dati	36
3.4.1	Smoothing della derivata mediante il filtro di Savitzky-Golay	37
3.4.2	Scelta dei parametri per il filtro	39
3.5	Esempio: SSD di un segnale di pressione	42
4	Process Monitoring	45
4.1	Procedure del process monitoring	47
4.2	Misure del process monitoring	48
4.3	Metodi del process monitoring	49
4.3.1	Limit checking	49
4.3.2	Metodi basati sul modello	50

4.3.3	Metodi basati sui dati	51
4.3.4	Confronto tra model-based e data-driven	53
4.4	Proprietà di un sistema diagnostico	55
5	Statistical Process Control	59
5.1	Controllo statistico univariato	60
5.2	Controllo statistico multivariato	62
5.3	Principal Component Analysis	67
5.3.1	Pre-processing dei dati	67
5.3.2	Modello della covarianza	69
5.3.3	Selezione del numero di componenti principali	71
5.4	Fault detection	74
5.4.1	Square Prediction Error (SPE)	75
5.4.2	Statistica T^2 di Hotelling	76
5.4.3	Indice combinato φ	77
5.4.4	Confronto degli indici statistici	78
5.5	Fault identification	79
5.5.1	Contribution plot	84
5.5.2	Reconstruction-based Contribution (RBC)	85
5.5.3	Isolabilità dei contribution plot tradizionali e ricostruiti	87
5.5.4	Relative Reconstruction-based Contribution (rRBC)	89
5.6	Algoritmo FDI	90
6	Risultati e simulazioni	93
6.1	Chiller del progetto ASHRAE	98
6.1.1	Modello di riferimento	98
6.1.2	Validazione del modello	100
6.1.3	Tabella decisionale	102
6.1.4	Analisi dei risultati	104
6.2	Chiller con compressore a levitazione magnetica	132
6.2.1	Modello di riferimento	133
6.2.2	Validazione del modello	133
6.2.3	Tabella decisionale	134
6.2.4	Analisi dei risultati	136

7	Conclusioni e sviluppi futuri	141
A	Analisi e gestione dei dati	143
A.1	Trasformata Wavelet	143
A.1.1	Cenni storici	143
A.1.2	Trasformata wavelet continua	144
A.1.3	Dall'analisi wavelet continua a quella discreta	144
A.1.4	Analisi multirisoluzione	146
A.2	Riduzione del rumore (smoothing)	148
A.2.1	Filtro passa basso FIR	148
A.2.2	Filtro di Savitzky-Golay	148
A.3	Compressione dei dati	151
A.3.1	Clustering	152
B	Contribution plot	163
B.1	Isolabilità dei contribution plot ricostruiti	163
	Bibliografia	165

Elenco delle figure

2.1	Esempi di refrigeratore d'acqua condensati ad acqua ed aria.	8
2.2	Rappresentazione di un circuito frigo condensato ad aria.	10
2.3	Classificazione dei compressori.	12
2.4	Principio di funzionamento di un compressore rotativo a lobi.	13
2.5	Vista in sezione di un compressore a doppia vite.	14
2.6	Spaccato di un compressore scroll.	14
2.7	Rappresentazione di un compressore centrifugo.	15
2.8	Rappresentazione di un compressore assiale.	15
3.1	Rappresentazione multiscala basata sulla trasformata wavelet	23
3.2	Differenza tra hard e soft thresholding.	25
3.3	Rilevamento e correzione dei valori anomali.	27
3.4	Steady state detection con la trasformata wavelet.	31
3.5	Regressione lineare su una finestra di dati mobile.	32
3.6	Lunghezze non corrette della finestra di dati mobile.	35
3.7	Differenze tra un filtro di Savitzky-Golay ed un filtro FIR a media mobile	37
3.8	Procedimento di interpolazione ai minimi quadrati del filtro S-G.	38
3.9	Risposta in frequenza di alcuni filtri S-G con $M = 16$ e vari ordini del polinomio p	41
3.10	Risposta in frequenza di alcuni filtri S-G con $p = 3$ e varie lunghezze delle finestre n	41
3.11	SSD del segnale <i>PRC</i> basata sulla trasformata wavelet.	43
3.12	SSD del segnale <i>PRC</i> basata sulla regressione.	44
3.13	SSD del segnale <i>PRC</i> basata sulla derivata.	44

4.1	Ordine di esecuzione delle procedure del process monitoring	48
4.2	Schema di principio dei metodi <i>FDI</i> basati sul modello	52
4.3	Schema di principio dei metodi <i>FDI</i> basati sui dati	54
5.1	Carta di controllo statistico Shewhart	60
5.2	Test d'ipotesi per fissare il limite di controllo statistico univariato . .	62
5.3	Analisi fuorviante del controllo statistico univariato	63
5.4	Interpretazione geometrica della PCA	68
5.5	Decomposizione del vettore delle misure	71
5.6	Confronto degli indici usati nella fault detection	80
5.7	Tabella decisionale per eseguire la <i>fault diagnosis</i>	81
5.8	Identificazione di un guasto usando il contribution plot ricostruito. .	82
5.9	Ricostruzione basata sull'indice SPE	87
5.10	Diagramma di flusso dell'algoritmo <i>FDI</i>	91
6.1	Curve ROC della fault detection	97
6.2	Analisi dei contributi dei singoli campioni	97
6.3	Grafico degli autovalori (<i>scree plot</i>).	101
6.4	Validazione del modello PCA per il chiller ASHRAE.	103
6.5	Indice SPE per il guasto FWE.	108
6.6	Curve ROC della detection del guasto FWE.	108
6.7	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto FWE Lv4. . .	109
6.8	Fault identification dei quattro livelli di guasto FWE.	109
6.9	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto FWE.	110
6.10	Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto FWE.	110
6.11	Indice SPE per il guasto FWC.	113
6.12	Curve ROC della detection del guasto FWC.	113
6.13	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto FWC Lv4. . .	114
6.14	Fault identification dei quattro livelli di guasto FWC.	114
6.15	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto FWC.	115
6.16	Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto FWC.	115
6.17	Indice SPE per il guasto RL.	117
6.18	Curve ROC della detection del guasto RL.	117
6.19	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto RL Lv4. . . .	118
6.20	Fault identification dei quattro livelli di guasto RL.	118

6.21	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto RL.	119
6.22	Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto RL.	119
6.23	Indice SPE per il guasto RO.	122
6.24	Curve ROC della detection del guasto RO.	122
6.25	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto RO Lv4. . . .	123
6.26	Fault identification dei quattro livelli di guasto RO.	123
6.27	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto RO.	124
6.28	Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto RO.	124
6.29	Indice SPE per il guasto NC.	125
6.30	Curve ROC della detection del guasto NC.	125
6.31	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto NC Lv3. . . .	126
6.32	Fault identification dei quattro livelli di guasto NC.	126
6.33	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto NC.	127
6.34	Fault diagnosis dei tre livelli di guasto NC.	127
6.35	Indice SPE per il guasto EO.	129
6.36	Curve ROC della detection del guasto EO.	129
6.37	Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto EO Lv3. . . .	130
6.38	Fault identification dei quattro livelli di guasto EO.	130
6.39	Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto EO.	131
6.40	Fault diagnosis dei tre livelli di guasto EO.	131
6.41	Validazione del modello PCA per il chiller a levitazione magnetica. .	135
6.42	Risultati della fault detection nel chiller con compressore a levitazione.	138
6.43	Risultati della fault identification nel chiller con compressore a levitazione.	139
6.44	Risultati della fault diagnosis nel chiller con compressore a levitazione.	140
A.1	Esempio d'uso degli algoritmi di clustering gerarchico.	145
A.2	Esempio d'uso degli algoritmi di clustering su un dataset bidimensionale estratto da una distribuzione gaussiana.	155
A.3	Esempio d'uso degli algoritmi di clustering gerarchico.	157
A.4	Metodi usati per misurare la distanza tra due cluster.	159

Capitolo 1

Introduzione

In questa tesi si affronta il problema della rilevazione e diagnosi dei guasti nei refrigeratori di liquido centrifughi (chiller centrifughi), impiegati per la rimozione del calore e destinati in larga parte all'utilizzo negli edifici residenziali, commerciali e nell'industria di processo. Di fatto, rappresentano l'elemento fondamentale nell'ambito HVAC per il riscaldamento (Heating), la ventilazione (Ventilating) ed il condizionamento dell'aria (Air Conditioning) all'interno di strutture solitamente di grandi dimensioni come ospedali, uffici, industrie. Alcuni studi dimostrano che il consumo di energia dei sistemi HVAC negli edifici commerciali raggiunge circa la metà del fabbisogno totale dell'edificio [1, 2]. Vale la pena mostrare che la metà dell'energia consumata dai sistemi HVAC è assorbita solamente dai chiller [3]. Inoltre, dalla ricerca condotta in [4], si osserva che i guasti ai componenti dei refrigeratori incidono per il 42% sulle richieste di servizio e per il 26% sui costi di riparazione. Di conseguenza, si intuisce facilmente che il mantenimento dei chiller in buone condizioni di funzionamento e l'identificazione tempestiva di eventuali guasti, comporta notevoli benefici in termini di costo, di risparmio energetico, di comfort etc. Negli ultimi decenni numerose attività di ricerca sono state condotte a livello accademico ed industriale per sviluppare delle tecniche di rilevamento e diagnosi guasti nei chiller, dette di *Fault Detection and Identification* (FDI); in [5] si riporta una revisione dei principali studi presenti in letteratura. Nonostante gli sforzi compiuti, la definizione di un metodo FDI efficiente rimane ancora una sfida aperta e soltanto negli ultimi anni sta emergendo la commercializzazione dei primi sistemi diagnostici [6]. L'obiettivo di queste tecniche è quello di implementare in modo automatizzato il monitoraggio delle macchine frigorifere, individuare la

presenza dei malfunzionamenti e fornire agli operatori le possibili cause all'origine dei comportamenti anomali. In particolare, l'attenzione è rivolta non solo ai malfunzionamenti catastrofici del chiller, facili da rilevare perché ne interrompono il funzionamento, come la rottura del motore o altri problemi agli organi meccanici ed elettrici della macchina ma anche ai fault associati al degrado dei componenti del sistema che possono causare nel tempo un aumento dei consumi ed una diminuzione delle prestazioni. Guasti di questo tipo sono ad esempio la riduzione dell'acqua negli scambiatori di calore, la perdita o sovraccarica di gas refrigerante, la perdita dell'olio, ecc. Il rilevamento di tali fault si basa solitamente sulla generazione di alcuni residui, ovvero segnali che riflettono la presenza delle anomalie; in particolare, un allarme è attivato quando i residui superano una soglia predefinita. Tradizionalmente la produzione dei residui è ottenuta attraverso l'uso di alcuni modelli matematici che descrivono il funzionamento normale del sistema in assenza di guasti [7, 8]. Esempi di questo tipo sono le rappresentazioni in spazio di stato o tramite funzioni di trasferimento alle quali possono essere applicate tecniche di fault detection basate sul filtro di Kalman o inserite in uno schema con un controllore PID. Tuttavia, se si considerano sistemi complessi, dotati di un numero elevato di variabili, gli sforzi richiesti per la realizzazione dei modelli possono essere notevoli ed impongono al progettista di fare delle approssimazioni che riducono inevitabilmente le prestazioni dei metodi FDI. Per questo motivo, si è deciso di adottare in questa sede una strategia di tipo diversa, di tipo *data driven*, ovvero una strategia non basata sull'uso di modelli ma incentrata solamente sui dati sperimentali, raccolti nell'impianto di refrigerazione durante le normali condizioni operative. Nello specifico, si utilizza l'approccio del *Multivariate Statistical Process Monitoring* (MSPM) per produrre, a partire dai dati, alcuni indici di controllo statistico in grado di monitorare il comportamento del sistema, in modo del tutto analogo ai residui impiegati nelle tecniche *model-based*. Inoltre, l'utilizzo di una tecnica di analisi multivariata, quale la *Principal Component Analysis*, consente di separare efficacemente il comportamento normale del sistema, dalle anomalie. Naturalmente, il ruolo predominante assunto dai dati nella individuazione dei guasti, impone di eseguire un'analisi preliminare del loro contenuto, per eliminare gli eventuali rumori o altre componenti di disturbo che possono inficiare il meccanismo di riconoscimento delle anomalie. In particolare, per ottimizzare le prestazioni della tecnica FDI adottata si considera il sistema in stato stazionario, relativo al caso in

cui le sue più significative variabili sono stabilizzate attorno ad un valore operativo e non subiscono cambiamenti apprezzabili. Questa ipotesi consente di semplificare notevolmente l'analisi, evitando di considerare il comportamento dinamico dei sistemi, ma richiede lo sviluppo di uno apposito steady state detector cioè di un rilevatore degli stati stazionari. La metodologia adottata presenta indubbiamente alcuni vantaggi in termini di una maggiore facilità di utilizzo e di flessibilità, nel senso che può essere applicata indifferentemente in macchine dalle caratteristiche tecniche molto diverse tra loro. Tuttavia, si caratterizza per una limitazione, quella di non riuscire a dare nessuna informazione sulle cause che hanno prodotto i comportamenti anomali nel sistema. Per sopperire a questa mancanza, si è deciso di integrare la fault detection basata sui dati, con una tecnica di isolamento dei guasti studiata inizialmente da Miller [9] e MacGregor [10]. Questa si basa sull'utilizzo dei *contribution plot*, degli strumenti analitici che consentono di determinare i contributi dati dalle variabili alla statistica impiegata nella rilevazione dei guasti. Nei contribution plot, le variabili con i maggiori contributi coincidono con quelle coinvolte nel guasto e di conseguenza risulta possibile isolare il malfunzionamento. Questo nuovo modo per eseguire la rilevazione e la diagnosi dei guasti trova applicazione in numerosi settori dell'ingegneria industriale e di processo [11, 12, 13] ma solo in rare occasioni è impiegato per applicazioni FDI nei sistemi di condizionamento dell'aria [14]. Il principale ostacolo allo sviluppo delle tecniche data driven nei sistemi HVAC è rappresentato essenzialmente dalla mancanza di dati disponibili. In generale, le aziende produttrici di chiller non sono disposte a fornire dati sui loro prodotti e ad eseguire test simulando le varie situazioni di guasto. In questa tesi, per ottenere i dataset necessari alla validazione della tecnica FDI proposta, si sfrutta la collaborazione con un'importante azienda leader nella produzione di sistemi HVAC. Nello specifico, si analizza il funzionamento di un chiller centrifugo dotato di un compressore a levitazione magnetica; sono simulati tre tipi di fault: la riduzione dell'acqua all'evaporatore, la perdita di refrigerante e l'ostruzione della valvola di laminazione. Le prestazioni del metodo sviluppato vengono valutate anche sui dati provenienti da un secondo chiller centrifugo, relativi al progetto ASHRAE 1043-RP [4]; il progetto riguarda uno studio sperimentale per generare i dati relativi ai guasti ed al funzionamento normale del refrigeratore, cercando così di porre un rimedio alla scarsità di dati causata dalla renitenza dei produttori, accennata in precedenza. Nonostante questi ultimi dataset siano ormai datati, il loro

utilizzo è comunque di notevole interesse perché consente di eseguire il confronto con altre tecniche di diagnosi guasti, testate sugli stessi set di dati. Inoltre nel progetto ASHRAE si simula un numero considerevole di malfunzionamenti, quali la riduzione dell'acqua al condensatore, la presenza di materiale non condensabili nel refrigerante, l'eccesso d'olio, e per quattro livelli progressivi di severità per ogni fault.

Di seguito si espone la struttura della tesi. Nel secondo capitolo vengono descritti i sistemi di refrigerazione di liquidi ed il principio di funzionamento del chiller centrifugo usato nella validazione della tecnica FDI. Nel capitolo 3 vengono presentate tre strategie differenti per l'implementazione della Steady State Detection basate su alcune tecniche di analisi dei dati come la trasformata wavelet, la regressione lineare su finestre di lunghezza fissata e la derivata locale, ripulita dal rumore con il filtro di Savitzky-Golay. Nel capitolo 4 si espongono le principali strategie usate per il monitoraggio dei sistemi, suddivise sostanzialmente in due categorie: model-based e data-driven. Nel capitolo 5 viene illustrata nel dettaglio la tecnica impiegata per la rilevazione e la diagnosi dei guasti; in particolare, si mostra come la Principal Component Analysis consenta di suddividere i dati in due sottospazi ortogonali, uno riferito al funzionamento normale e l'altro alle anomalie. Inoltre, vengono definiti gli indici statistici della fault detection ed i contribution plot della fault diagnosis. Indici e contribution plot differenti vengono messi a confronto per determinare quelli più adatti al caso in esame. Nel capitolo 6 si illustrano i risultati ottenuti applicando il metodo FDI sui due chiller centrifughi: per ogni fault esaminato si riproducono gli indici statistici ed i contributi delle variabili di sistema. Su apposite tabelle vengono indicate le accuratezze delle procedure di rilevazione e diagnosi dei guasti. La tesi si conclude con un capitolo dedicato alle considerazioni conclusive e a spunti per possibili sviluppi futuri.

Capitolo 2

Refrigeratori di liquido

I refrigeratori di liquido, detti anche *chiller*, sono delle macchine termiche dedite alla produzione del freddo in ambito domestico ed industriale. La principale applicazione dei chiller riguarda il condizionamento dell'aria all'interno degli edifici, ma la produzione del freddo riveste una notevole importanza anche in altri settori come l'industria alimentare, per la conservazione dei cibi, la medicina e la biologia, per la conservazione di campioni e di alcune terapie, e l'informatica, per il raffreddamento dei server in data center di grandi dimensioni. I chiller fanno parte della categoria di sistemi denominati *HVAC (Heating, Ventilating and Air Conditioning)*, dotati di una serie di apparecchiature che realizzano il riscaldamento, la ventilazione ed il condizionamento, assicurando una qualità dell'aria accettabile e garantendo costi di installazione, operazione e manutenzione ragionevoli. Un refrigeratore è una macchina che esegue una trasformazione dell'energia meccanica in energia termica, al fine di ottenere nel sistema una temperatura inferiore a quella ambiente. Nello specifico, il chiller realizza un ciclo termodinamico, detto *ciclo frigorifero*, in grado di rimuovere il calore da un liquido. Normalmente il liquido che viene raffreddato è semplicemente acqua, anche se possono essere presenti altre sostanze in percentuale variabile, come gli inibitori di corrosione o altri additivi. L'acqua fredda in uscita dal chiller viene poi utilizzata per raffreddare e deumidificare l'aria in determinate strutture di medie e grandi dimensioni. Il trasferimento di calore avviene tramite un fluido refrigerante, che viene sottoposto, in fasi differenti del ciclo termico, a variazioni di pressione, temperatura e cambiamenti di fase, da liquida a gassosa e viceversa. Il calore in eccesso sviluppatosi nel circuito di refrigerazione viene poi smaltito verso l'esterno. A seconda del tipo di ciclo frigorifero adottato e

dei particolari accorgimenti tecnici impiegati per adattare la macchina alle esigenze dell'utenza, il refrigeratore può assumere configurazioni diverse. I principali cicli termodinamici utilizzati sono i seguenti:

- *Ciclo a compressione o di Kelvin.* Si tratta di un ciclo termico in cui si applica un lavoro di compressione per far passare il fluido refrigerante dallo stato gassoso a quello liquido; la compressione ed il cambiamento di stato producono calore, che viene estratto dal ciclo; successivamente il liquido è fatto espandere ed evaporare, sottraendo calore nel cambiamento di stato inverso; il liquido in evaporazione (ed espansione) produce quindi il voluto effetto frigorifero. Nel ciclo a compressione è importante che il refrigerante sia nelle condizioni di condensare ed evaporare ciclicamente; storicamente, una delle prime sostanze impiegate è stata l'ammoniaca, che presenta il vantaggio di avere un calore latente particolarmente alto, anche se è corrosiva e tossica; a partire dagli anni trenta si sono utilizzati alcuni alogenuri alchilici, detti commercialmente *freon*, proibiti nel 1990 dal protocollo di Montreal. Attualmente si impiegano fluidi meno inquinanti come R134a e R32.
- *Ciclo ad assorbimento.* Oltre al ciclo frigorifero a compressione, ha impiego diffuso nelle industrie il ciclo frigorifero ad assorbimento, in cui si sfrutta il calore di dissoluzione di un soluto in un solvente che viene ciclicamente concentrato e diluito. Il ciclo ad assorbimento non ha particolare efficienza ma consente di raggiungere temperature particolarmente basse, fino a $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$, utilizzando l'ammoniaca come refrigerante e l'acqua come assorbente; solitamente viene impiegato nei casi in cui si disponga di recuperi termici industriali, recuperi termici da cogenerazione¹ oppure in mancanza dell'energia elettrica necessaria all'azionamento del compressore nel ciclo a compressione di vapore. In generale, si utilizzano come solvente l'acqua e soluto l'ammoniaca, che è il gas frigorifero, oppure come soluto l'acqua e come solvente il bromuro di litio; in tal caso il gas frigorifero è il vapore acqueo. Malgrado la relativa complessità, il ciclo frigorifero ad assorbimento è antecedente a quello di compressione, e si deve a Ferdinand Carré.

¹La cogenerazione è il processo di produzione contemporanea di energia meccanica, solitamente trasformata in energia elettrica, e di calore. Il calore è utilizzabile per riscaldamento di edifici e/o per processi produttivi industriali.

- *Ciclo inverso di Stirling.* Il ciclo frigorifero di Stirling è realizzato mediante l'instaurarsi ed il mantenimento in condizioni stabili di una oscillazione ciclica del fluido refrigerante, in modo che, in una regione specifica del dispositivo che genera il ciclo, il fluido sia in espansione e quindi raffreddato, mentre in un'altra regione sia in compressione e quindi riscaldato; la parte fredda sottrae calore all'ambiente esterno, ottenendo così l'effetto frigorifero. Il ciclo frigorifero di Stirling ha la caratteristica di non essere legato ad alcun cambiamento di stato del fluido di ciclo, di conseguenza può funzionare in modo efficiente a tutte le temperature e non soltanto in corrispondenza di quelle di evaporazione o soluzione dei fluidi refrigeranti. Anche il tipo di fluido non è vincolante, generalmente si utilizza elio o idrogeno. Il ciclo di Stirling consente di raggiungere temperature molto basse prossime allo zero assoluto.

Le macchine frigorifere a compressione rappresentano la configurazione di chiller più diffusa, usata nella stragrande maggioranza dei condizionatori domestici e nei sistemi HVAC di grandi dimensioni. Lo studio condotto in questa tesi sul rilevamento e la diagnosi delle anomalie, considera proprio questa classe specifica di refrigeratori. I sistemi di questo tipo si compongono fondamentalmente di quattro elementi principali, un evaporatore a fascio tubiero e mantello, un condensatore dello stesso tipo, una valvola di espansione controllata elettricamente ed un compressore:

- *Compressore.* Si tratta dell'elemento che somministra energia al sistema. Nel compressore il fluido refrigerante, sotto forma di gas, aumenta la propria pressione.
- *Condensatore.* Consiste in uno scambiatore di calore che consente di dissipare nel refrigerante il calore assorbito durante la compressione; nel condensatore si assiste al cambiamento di fase del refrigerante, che passa dallo stato gassoso allo stato liquido.
- *Valvola di espansione.* La pressione del liquido refrigerante, e conseguentemente la sua temperatura, viene abbassata drasticamente in prossimità della valvola di espansione, detta anche di *laminazione*.
- *Evaporatore.* Secondo scambiatore di calore che assorbe energia dall'ambiente per trasferirla nel refrigerante, posto in condizioni di bassa pressione e temperatura. Il liquido attraversando l'evaporatore si trasforma in gas frigorifero.

In commercio esistono diverse tipologie di chiller a compressione di vapore: alcuni di questi sono assemblabili in loco, nel senso che i vari componenti come il compressore, gli scambiatori e le pompe vengono acquistati separatamente dall'installatore e poi montati in un locale appositamente adibito; altri, invece, sono detti *monoblocco* perché vengono venduti come un'unica macchina già assemblata, e rappresentano la quota maggiore dei chiller presenti sul mercato attualmente. Una ulteriore classificazione può essere fatta a seconda della possibilità di installare la macchina all'esterno, senza ulteriori protezioni contro le intemperie, oppure se è necessario montarla all'interno. Sulla base della modalità di scambio di calore con l'ambiente esterno, i refrigeratori si distinguono in macchine a condensazione ad aria, caratterizzati da appositi sistemi di ventole, o ad acqua, dove il calore viene estratto dal liquido del circuito utenza per essere ceduto ad un secondo circuito, a cui faranno capo delle torri di condensazione esterne. Generalmente i monoblocco sono situati all'esterno degli edifici e presentano condensazione ad aria, mentre quelli da interno hanno la condensazione ad acqua con evaporatore separato. In figura 2.1 vengono riportati due chiller con condensazione rispettivamente ad aria ed acqua. La maggior parte delle unità, ed in particolare quelle di tipo monoblocco, hanno la possibilità di funzionare anche in modalità invernale, in cui viene riscaldata l'acqua del circuito di utenza per fornire calore all'ambiente. Questo funzionamento è noto con il termine tecnico di *pompa di calore* e viene utilizzato tipicamente dai condizionatori d'aria. Per ottenere questa funzionalità, si rende necessario aggiungere una serie di apparati al chiller classico impiegato per la refrigerazione. In particolare, sono necessarie delle valvole per invertire il senso di circolazione del fluido



Figura 2.1: (a) Refrigeratore d'acqua monoblocco da esterno con condensazione ad aria.
(b) Refrigeratore d'acqua da interno con condensazione ad acqua.

compresso; anche gli scambiatori, lato acqua o lato aria per i sistemi monoblocco, devono essere progettati ad hoc per garantire particolari performance in entrambi i funzionamenti. Intuitivamente, le efficienze raggiunte sono generalmente più basse, se paragonate alle prestazioni che si possono ottenere utilizzando delle macchine specializzate in una sola modalità di funzionamento. Tuttavia, i prodotti di più recente sviluppo presentano delle caratteristiche sempre più spinte; inoltre, la pratica diffusa di utilizzare il chiller in modalità pompa di calore quando le condizioni atmosferiche sono più miti, consente di aumentare l'efficienza.

2.1 Il ciclo frigorifero a compressione

Il ciclo frigorifero è un processo termodinamico che sta alla base del funzionamento dei refrigeratori di liquido, sia per quanto riguarda il raffrescamento dell'aria, sia il riscaldamento mediante pompa di calore. In entrambi i casi, il ciclo frigorifero viene impiegato per trasferire calore da un ambiente a bassa temperatura ad uno a temperatura superiore. Dal secondo principio della termodinamica, per trasferire calore tra due corpi è necessaria una differenza positiva di temperatura tra la sorgente ed il ricevitore: il flusso di calore passerà dalla sorgente calda verso un corpo o un ambiente freddo. Per ovviare a questo ostacolo fisico, nel ciclo a compressione, grazie all'energia fornita da un compressore, la sorgente calda cede calore ad un fluido refrigerante freddo, che così cambia di stato evaporando, viene compresso e quindi cede calore al ricevitore (caldo) condensando. Si riesce così a raffreddare un corpo anche senza avere a disposizione ricevitori a temperatura più bassa. Per descrivere sinteticamente il funzionamento del ciclo compiuto dal sistema termodinamico, si mostra in figura 2.2 un circuito frigorifero relativo ad un refrigeratore d'acqua con condensazione ad aria. Nel diagramma pressione-entalpia si riporta la "campana" formata dai punti in cui il refrigerante si trova in condizioni di saturazione, alle quali possono esistere simultaneamente liquido e vapore. All'esterno della campana, sulla sinistra, si trova la zona del liquido sottoraffreddato², mentre sulla destra la zona del vapore surriscaldato³. All'interno della curva il refrigerante si presenta invece nella forma di un miscuglio liquido-vapore. Il fluido utilizzato in questi cicli è appositamente studiato per garantire delle elevate densità, entalpia di evaporazione e capacità termica; il tutto per minimizzare il lavoro richiesto

²Ogni liquido che si trovi a temperatura inferiore a quella di saturazione.

³Un gas la cui temperatura è superiore al proprio punto di saturazione

al compressore. Esistono una vasta gamma di fluidi utilizzabili, classificati con una apposita nomenclatura dall'ASHRAE (*American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers*) in base alla composizione delle molecole ed altre caratteristiche salienti del gas. Le lettere in figura 2.2 individuano dei punti significativi del ciclo. Nel punto **A'** il refrigerante è allo stato liquido sottoraffreddato, all'uscita del condensatore. Il passaggio verso l'evaporatore è reso possibile per effetto della differenza di pressione tra **A'** e **B**. La valvola di laminazione (o di espansione termostatica) consente di regolare l'afflusso di refrigerante nell'evaporatore. Per effetto della differenza di pressione tra **A'** e **B**, una parte del liquido evapora nel passaggio attraverso la valvola, sottraendo calore al liquido immediatamente a monte (*flash gas*). Nell'evaporatore, il miscuglio liquido-vapore inizia a sottrarre calore all'acqua da raffreddare. In questo modo tutto il refrigerante allo stato liquido passa nella condizione di vapore saturo (**C**). Dal punto **C** a **C'** si effettua un surriscaldamento del vapore con lo scopo di far evaporare eventuali residui liquidi del refrigerante, che altrimenti potrebbero danneggiare il compressore. L'effetto frigorifero netto è dato dalla differenza di entalpia rappresentata dal tratto **C'B**. All'uscita dell'evaporatore il vapore viene aspirato dal compressore nel quale subisce un aumento di pressione e temperatura (tratta **C'D**). Il gas surriscaldato ed a pressione elevata, passa dal compressore nel condensatore. Qui per effetto del fluido di raffreddamento, che può essere aria oppure acqua, il gas inizia a cedere il proprio calore. Si

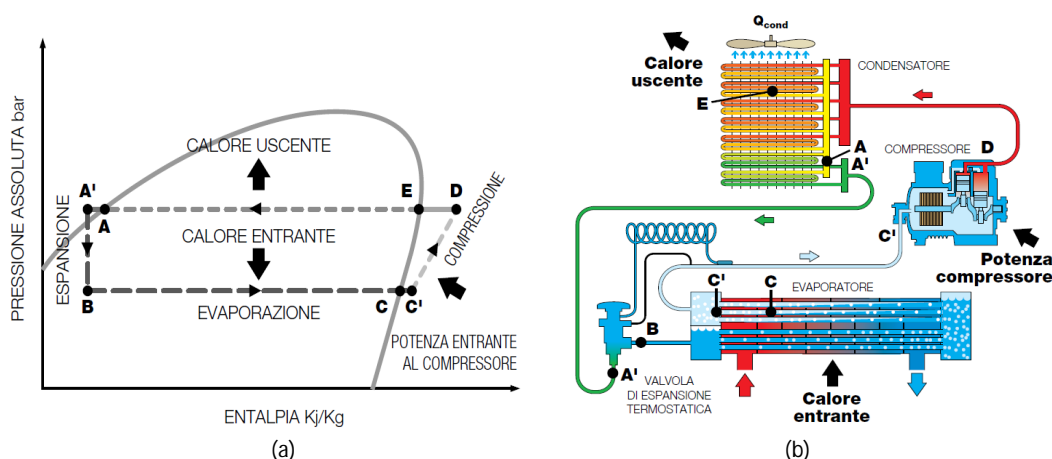


Figura 2.2: Rappresentazione di un circuito frigo condensato ad aria. (a) Diagramma pressione-entalpia del ciclo frigorifero. (b) Schema di principio di un sistema refrigerante con compressione a singolo stadio.

verifica dapprima un abbassamento di temperatura per lo smaltimento del calore di compressione, fino a raggiungere la temperatura di saturazione sulla curva (tratto **DE**). A questo punto segue la condensazione del fluido, da vapore a liquido saturo (tratto **EA**). Infine, si effettua un certo sottoraffreddamento del frigogeno allo stato liquido, per ottenere un maggior effetto frigorifero (tratto **AA'**). Il ciclo descritto sopra si basa sulla ipotesi che il fluido refrigerante sia ideale e siano trascurabili gli effetti dovuti all'attrito del gas che scorre nelle tubature e alle perdite di calore. Per un'analisi accurata di questi effetti sul ciclo frigorifero si veda [15].

2.2 Compressori

Il compressore rappresenta l'elemento fondamentale del funzionamento di un chiller, in quanto consente di eseguire la produzione del freddo superando i vincoli imposti dal secondo principio della termodinamica. Il compressore viene indicato anche con il termine tecnico di macchina operatrice pneumofora, ovvero una macchina che innalza la pressione di un gas mediante una riduzione meccanica del suo volume. Il compressore, a differenza di altri dispositivi, come la pompa, agisce solitamente su un fluido definito comprimibile, per il quale valga almeno approssimativamente la legge dei gas perfetti ($PV = nRT$). I vari tipi di compressori possono essere classificati, in base al principio meccanico di funzionamento, secondo la figura 2.3. Nei compressori *volumetrici* il volume di gas che entra nella macchina è indipendente dalle condizioni di aspirazione e mandata, ovvero dalla pressione a monte ed a valle del compressore; hanno in genere la caratteristica di avere una portata direttamente proporzionale alla velocità di rotazione e un rapporto di compressione indipendente da questo. Il rapporto di compressione viene definito come il rapporto tra la pressione assoluta di mandata e la pressione assoluta di ingresso, un numero puro espresso usualmente in forma frazionaria. Nei compressori *dinamici* il fluido viene compresso sfruttando l'energia cinetica impressa al gas da opportuni meccanismi; viene sfruttato il principio di variazione del momento della quantità di moto. Più precisamente i compressori dinamici sono macchine in cui lo scambio di energia con il fluido avviene grazie alla rotazione di una ruota, detta rotore o girante, calettata su un albero, munita alla periferia di pale ed alloggiata in una cassa, lo statore, che può essere anch'essa munita di pale. Lo scambio di energia tra fluido e macchina avviene in un organo rotante, tuttavia il processo si può

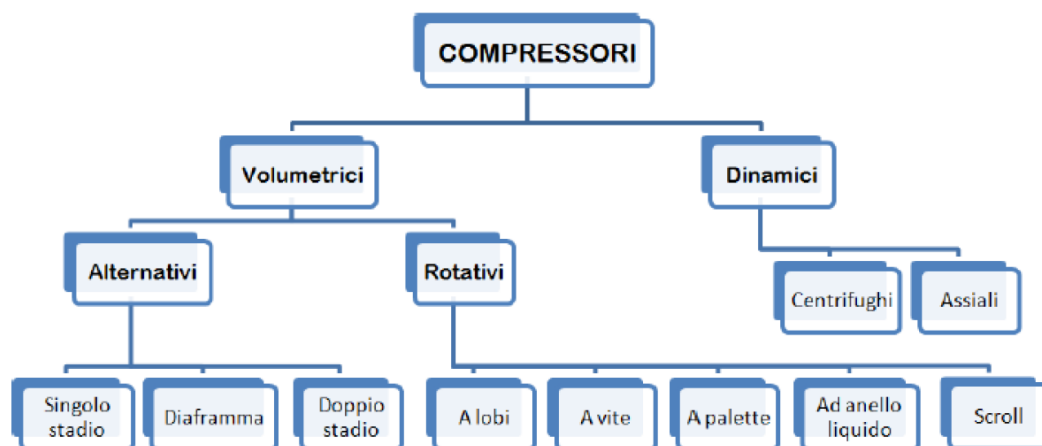


Figura 2.3: Classificazione dei compressori.

considerare stazionario. Di seguito vengono descritte brevemente alcune tipologie di compressori volumetrici e dinamici, come il compressore centrifugo, presente nei due refrigeratori di liquido utilizzati per testare le tecniche di rilevazione e diagnosi guasti sviluppati nella tesi.

Compressori alternativi. Operano la compressione mediante un pistone messo in moto alternativo all'interno di un cilindro. Comunemente vengono azionati da motori elettrici e raramente da motori a combustione interna. Si tratta di una macchina semplice e di tecnologia ormai matura, usata soprattutto in applicazioni domestiche. Consentono di ottenere dei rapporti di compressione di 9:1 per stadio; si possono quindi raggiungere pressioni di mandata particolarmente alte.

Compressori a palette e ad anello liquido. I due diversi compressori sfruttano lo stesso principio costruttivo. Un rotore di forma circolare ruota all'interno di una cavità, anch'essa a sezione circolare, avente asse parallelo a quello del rotore, ma disassato. Si creano così camere a volume variabile, massimo nel lato aspirazione e minimo nel lato mandata, che consentono di ottenere la compressione del gas. Il rapporto di compressione teorico è pari a V_a/V_m , dove V_a e V_m sono rispettivamente i volumi della camera lato aspirazione e lato mandata. I due modelli differiscono solo per il sistema di tenuta. Il compressore ad anello utilizza un liquido per realizzare la tenuta del gas; diversamente, il compressore a palette, è dotato, appunto, di palette, radiali rispetto al rotore, che sono spinte da molle per mantenerle costantemente in contatto con le pareti della cavità, contro cui scivolano. Appare chiaro pertanto che il compressore a palette ha in linea di massima un minor consumo di energia, in

quanto non deve mettere in rotazione un fluido relativamente pesante; viceversa, il compressore ad anello liquido ha un rendimento volumetrico nettamente maggiore, grazie alla migliore tenuta assicurata dal liquido rispetto alle palette.

Compressori a lobi. Detti anche compressori *Eaton-Roots* dal nome della ditta che maggiormente li ha sviluppati. Due rotori opportunamente sagomati ad assi paralleli ruotano in sincronia in senso opposto creando camere progressive dalla bocca di aspirazione a quella di mandata (fig. 2.4). Consentono rapporti di compressione di 2:1, raramente superiori, e per questa ragione sono anche detti soffianti. Di costruzione assai semplice, senza parti in sfregamento, sono macchine robuste e di lunga durata.

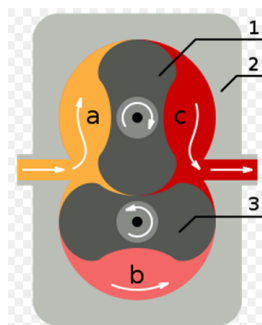


Figura 2.4: Principio di funzionamento di un compressore rotativo a lobi. 1) Primo rotore. 2) Cassa di alloggiamento. 3) Secondo rotore. a) Gas d'ingresso a bassa pressione. b) Gas compresso nel vuoto di rotore. c) Gas di uscita ad alta pressione.

Compressore a vite. Nel compressore a vite, due viti a passo inverso e di diametro differente imboccano l'una sull'altra (fig. 2.5), in modo da creare con il corpo del compressore una cavità che progressivamente si sposta dalla zona di aspirazione a quella di mandata, diminuendo il volume, comprimendo così il gas. Rispetto ai compressori alternativi hanno il vantaggio di una meccanica più semplice; inoltre il moto è continuo e quindi hanno minori sollecitazioni meccaniche. Si possono ottenere rapporti di compressione minori, ma comunque elevati (3:1 - 4:1), ed è comunque possibile porre più stadi in serie. Il rendimento meccanico è superiore agli alternativi e quindi, per applicazioni medio-grandi, sono preferibili a questi ultimi.

Compressori scroll. Usano due spirali una all'interno dell'altra: il movimento di una o entrambe permette di creare una cavità a volume variabile che comprime il gas. La spirale può avere diverse forme: involuta, di archimede o curve ibride.

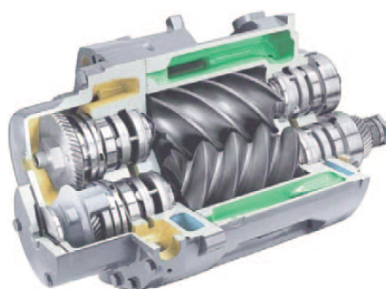


Figura 2.5: Vista in sezione di un compressore a doppia vite.

Spesso una delle due è fissa mentre l'altra orbita eccentricamente, senza ruotare: rispettivamente la spirale rossa e grigia in figura 2.6. Questi dispositivi sono notoriamente più affidabili, silenziosi e versatili rispetto ai compressori convenzionali. Diversamente dal pistone degli alternativi, la spirale degli scroll può essere perfettamente controbilanciata per minimizzare le vibrazioni. Il flusso di gas in uscita dai compressori scroll è inoltre più uniforme delle macchine alternative o a lobi.



Figura 2.6: Spaccato di un compressore scroll.

Compressori centrifughi. Sono delle macchine operatrici, dette anche compressori radiali, nelle quali una girante posta in rapida rotazione fornisce energia ad un fluido comprimibile, al fine di aumentarne la pressione. I compressori centrifughi sono costituiti da un disco palettato, detto girante o impeller, messo in rotazione ad alta velocità (fig. 2.7a). A causa della forza centrifuga impressa dal disco palettato, il gas viene aspirato dal centro della girante ed accelerato radialmente con un certo incremento di pressione statica. L'aria, una volta lasciata la girante, viene convogliata in un diffusore costituito da canali divergenti che converte l'energia cinetica in energia di pressione (fig. 2.7b). Generalmente i compressori centrifughi sono progettati in modo tale che l'aumento di pressione avvenga per metà nella girante e per metà nel diffusore. Maggiore è la velocità di rotazione della girante e mag-

giore sarà la portata e l'aumento di pressione. Il limite superiore alla velocità di rotazione è però dettato da considerazioni costruttive legate agli sforzi meccanici che agiscono sul disco e alla velocità del gas in uscita dalla girante che deve essere minore di quella del suono per evitare gli effetti di comprimibilità e di pompaggio che porterebbero ad un crollo dell'efficienza del compressore.

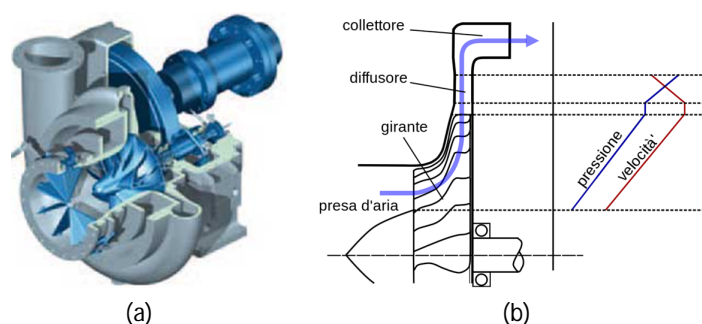


Figura 2.7: (a) Sezione di un compressore centrifugo, costituito da un corpo esterno che racchiude una girante con il suo diffusore. (b) Andamento qualitativo della pressione e della velocità nei vari elementi del compressore.

Compressori assiali. Compressori dinamici a flusso assiale nei quali il fluido scorre, comprimendosi, parallelamente all'asse di rotazione. Rispetto al compressore centrifugo gestisce maggiori portate a parità di superficie frontale, ma con un minore rapporto di compressione per singolo stadio e quindi maggiori lunghezze a parità di rapporto di compressione. Un tipico compressore assiale possiede un rotore, un disco con palettatura, seguito da uno statore, simile al rotore nella forma ma fisso al telaio. L'accoppiamento di uno statore e di un rotore è detto stadio (fig. 2.8).

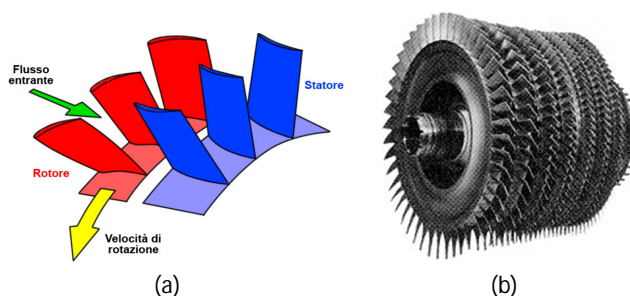


Figura 2.8: (a) Principio di funzionamento. (b) Compressore assiale multistadio.

Capitolo 3

Steady state detection

L'utilizzo crescente di modelli empirici per descrivere le dinamiche dei sistemi reali, costruiti ad esempio con tecniche di regressione o con reti neurali artificiali (ANN), ha fatto sì che la Steady State Detection (SSD) diventasse determinante per il raggiungimento delle prestazioni ottimali. In effetti, i dati impiegati per realizzare tali modelli devono essere raccolti in condizioni stazionarie altrimenti si possono ottenere parametri errati o il completo fallimento del modello. Inoltre, nel caso in cui tali dati siano corrotti da varie fonti di rumore, come per esempio il malfunzionamento o la cattiva calibrazione dei sensori, alcune tecniche di elaborazione dei dati¹, agendo sugli andamenti a regime delle grandezze coinvolte, sono in grado di migliorare la qualità e l'affidabilità dell'intero sistema di misure. L'identificazione degli stati stazionari è di fondamentale importanza anche per la valutazione delle prestazioni di processo, l'ottimizzazione ed il controllo che dipendono dalla qualità dei modelli impiegati per descrivere il processo; nel caso in cui tali operazioni debbano essere eseguite su dispositivi con limitati supporti di memorizzazione, è anche possibile sfruttare il rilevamento degli stati stazionari per realizzare in modo efficiente alcune tecniche di compressione dei dati. Nello specifico, si procede memorizzando la maggior quantità di dati in corrispondenza delle transizioni più significative da uno steady state ad un altro.

Le tecniche di rilevamento dei malfunzionamenti (Fault Detection and Diagnosis) possono essere sviluppate sia in regime stazionario sia transitorio; nel secondo

¹In letteratura esistono numerose tecniche per eseguire la correzione degli errori sistematici, presenti nei sistemi di misura o nei sistemi di trasmissione e conversione dei dati (*gross error*). Esse realizzano la cosiddetta Data Reconciliation (DR), una procedura che consente di far rispettare, ad esempio, le leggi di conservazione della massa e dell'energia ed altri vincoli dinamici.

caso alcuni studi sono stati condotti sia su grandi sistemi HVAC sia su chiller di piccole dimensioni per individuare la perdita di refrigerante [16] e la rottura del motore del compressore [17]. Tuttavia, buona parte delle pubblicazioni sulle tecniche di diagnosi guasti e la maggior parte delle ricerche richiedono che i sistemi HVAC (*Heating, Ventilating and Air Conditioning*) siano in stato stazionario ovvero che tutte le loro variabili siano stabilizzate attorno un valore operativo. In questa tesi si è deciso di seguire lo stesso approccio e di implementare pertanto alcune tecniche per il rilevamento degli stati stazionari. Lo scopo di questo capitolo è quello di sviluppare tali tecniche in modo efficiente e robusto. Nello specifico, si tratta di identificare i punti di lavoro del refrigeratore caratterizzati da condizioni operative stabili nel tempo. In questo contesto, un modo semplice per implementare la steady state detection consiste nel determinare gli istanti di tempo in cui tutte le variabili che descrivono il funzionamento del sistema hanno un andamento costante. Se però il condizionamento coinvolge tutte le variabili c'è un rischio di determinare un numero esiguo di punti stazionari; per ovviare a questo inconveniente ed ottenere un adeguato numero di punti in steady state che caratterizzano il sistema, si condizionano le misure acquisite usando un numero limitato di variabili. Una volta determinati gli istanti di tempo in s.s. per le variabili scelte, si estraggono le misure corrispondenti per le rimanenti variabili. Il numero ed il tipo di variabili scelte per il condizionamento è ottenuto come compromesso adeguato tra numero di punti in s.s., "bassa varianza degli s.s.", e rappresentatività delle misure.

La maggior parte delle tecniche impiegate per determinare gli steady states si basa su un test statistico; alcuni metodi richiedono di calcolare la media su una finestra di dati mobile per confrontare la media attuale con quella della finestra precedente usando una soglia pari a ± 3 deviazioni standard. In altri casi, sullo stesso set di dati vengono calcolate due varianze differenti. Il rapporto delle varianze viene stimato e se questo non supera una certa soglia i dati vengono considerati stazionari. Nei metodi appena descritti, ed in generale anche in quelli non basati su test statistici, la scelta delle soglie usate per determinare gli intervalli stazionari gioca un ruolo fondamentale ed influisce in modo decisivo sulle prestazioni finali dello steady state detector. In effetti, una soglia piccola identifica gli steady states in modo troppo conservativo in quanto aumenta i tempi di assestamento dei segnali attorno agli stati stazionari; per di più, se la soglia è eccessivamente piccola lo steady state detector può anche non individuare alcuno stato stazionario. Per contro,

utilizzando soglie troppo grandi vi è il rischio di includere anche dati non stazionari. Pertanto, le soglie devono essere selezionate in modo tale da minimizzare l'inclusione dei transitori ed allo stesso tempo massimizzare il riconoscimento degli stati stazionari. Nel caso in esame, la modalità di scelta di tutti i parametri dello steady state detector, comprese le soglie viste in precedenza, si basa su un processo di validazione simile a quello usato per validare i modelli data-driven. Nello specifico, per realizzare la steady state detection di una serie temporale di dati, una parte, e.g. 2/3 (dati di training), vengono usati per la definizione dei parametri e la restante parte, e.g. 1/3 (dati di validazione), per la valutazione delle prestazioni ottenute. Se non si ottengono risultati soddisfacenti, i dati di training vengono usati per determinare i parametri ottimali dello steady state detector; essi vengono suddivisi ulteriormente in due parti, così i primi due terzi (corrispondenti ai primi quattro noni della serie temporale) vengono usati per la scelta dei parametri mentre la parte restante dei dati (i successivi due noni dell'intera serie) viene impiegata per verificare la bontà della scelta attuata. Adottando questa strategia, nota con il termine di *validazione interna*, è possibile sviluppare lo steady state detector del sistema di refrigerazione in modo efficiente; in particolare, si possono mettere a confronto le prestazioni ottenute con tecniche differenti e scegliere quella che consente di individuare il maggior numero di steady states.

3.1 Revisione degli studi in letteratura

Tra i metodi presenti in letteratura ve ne sono alcuni che si basano su test statistici; essi vengono applicati alle medie e alle varianze di una serie di dati di cui si vogliono determinare gli intervalli stazionari. In genere, esse vengono calcolate su differenti finestre temporali. A tal proposito si possono citare i seguenti studi:

- Narasimhan ed altri [18] e [19] propongono un test statistico ed una teoria matematica di evidenza per determinare i tratti costanti di una serie temporale; nello specifico, un test Hotelling T^2 viene applicato ad una statistica che si ottiene confrontando le medie di diversi intervalli temporali ed analizzando le variabilità dei dati all'interno degli stessi. Le probabilità ottenute dalla distribuzione T^2 sono usate per decidere se il processo è in regime stazionario oppure no.

- In Önöz e Bayazit [20] vengono proposti due test statistici: un test Mann-Kendall ed un t -test sulla pendenza della retta che si ottiene dalla regressione lineare eseguita su una finestra di dati. Gli autori concludono che le prestazioni dei due test sono paragonabili.
- Cao e Rhinehart [21] presentano una tecnica efficiente per individuare gli stati stazionari in tempo reale; tale metodo si basa su un test della distribuzione F applicato al rapporto di due varianze. In particolare, esso non richiede l'utilizzo delle finestre temporali e calcola le varianze attraverso un filtro a media mobile esponenziale. Se da un lato i requisiti di memoria e capacità di calcolo risultano significativamente ridotti, la presenza del filtro introduce inevitabilmente dei ritardi.

In aggiunta, esistono metodi per il rilevamento degli stati stazionari che non fanno ipotesi sulla distribuzione di probabilità da adottare e che pertanto vengono detti *non parametrici*. Le Roux et al. [22] mettono a confronto quattro tecniche di questo tipo:

- Un test F modificato [21] viene applicato al rapporto R tra due diverse stime della varianza del rumore. Se R , calcolato in ogni istante temporale, è prossimo all'unità allora i dati vengono considerati in regime stazionario.
- Il test RAT (Reverse Arrangements Test) [23] usa una statistica A per valutare l'andamento di una serie temporale. Quando il valore di A non è contenuto in un certo intervallo di confidenza, definito secondo una specifica procedura, si deduce che i dati non sono in regime stazionario. Il test viene applicato sequenzialmente su finestre di dati di lunghezza fissata.
- Il test Rank von Neumann è una particolare versione del test von Neumann descritta da Bartels [24]; esso viene usato per verificare se una serie temporale presenta o meno delle correlazioni temporali e quindi per riuscire ad individuare i suoi tratti stazionari anche quando sono affetti da rumore.
- Il test PIT (Polynomial Interpolation Test) utilizza la derivata come statistica per determinare gli stati stazionari; in particolare, prima di calcolare la derivata, i dati vengono trattati con un filtro di Savitzky & Golay [25] che consente di eliminare parte del rumore. A tal fine, una finestra di dati di lunghezza n viene interpolata con un polinomio di grado $p < n$.

Gli autori sopra citati asseriscono che tra quelle considerate la Polynomial Interpolation Test si dimostra la tecnica più efficiente per eseguire una steady-state detection nel contesto esaminato; inoltre il PIT è relativamente semplice da implementare. Un approccio diverso per individuare gli stati stazionari viene introdotto da Flehmig, Watzdorf e Marquardt [26]. Essi utilizzano le proprietà della Trasformata Wavelet per approssimare le misure di un processo attraverso un polinomio di grado non eccessivamente elevato; in questo modo è facile determinare gli andamenti quasi stazionari in corrispondenza dei polinomi di grado zero. Nello specifico, a partire dai coefficienti della trasformata wavelet viene calcolato un errore di approssimazione ai minimi quadrati; in corrispondenza dei valori più piccoli dell'errore vengono identificati gli intervalli stazionari. Più recentemente Jiang, Chen, He e altri autori [27] hanno presentato un ulteriore metodo basato sulla trasformata wavelet che utilizza una decomposizione multi-scala per eliminare preliminarmente il rumore e per filtrare i valori anomali presenti nei segnali. Lo stato del processo viene poi analizzato considerando il modulo della trasformata wavelet di primo e secondo ordine. In corrispondenza dei coefficienti più piccoli vengono individuati gli stati stazionari. Per implementare correttamente questa tecnica occorre scegliere in modo appropriato la scala della trasformata wavelet; in effetti, usando un valore troppo basso vi è il rischio che la trasformata possa essere alterata dal rumore, d'altra parte adottando una scala elevata si possono ottenere delle distorsioni nel segnale le quali sono causate dalla eccessiva attenuazione delle componenti di alta frequenza. Gli autori suggeriscono di scegliere la scala ottima prendendo in considerazione la costante di tempo ed il periodo di campionamento del segnale. In seguito, Korbelt et al. [28] hanno sviluppato ulteriormente il lavoro di Jiang, Chen e He proponendo una strategia per la steady state detection di tipo ibrido, basata sull'applicazione della trasformata wavelet e di un test statistico. Dopo aver eliminato il rumore ed eventuali anomalie presenti nelle serie temporali, gli istanti iniziali e finali degli intervalli stazionari vengono determinati usando la trasformata wavelet di primo e secondo ordine; contemporaneamente l'impiego di un filtro passa basso e di una funzione densità di probabilità consentono di approssimare la durata di tali intervalli. Procedendo in tal modo si osserva un miglioramento nella qualità degli insiemi di dati stazionari.

In questa tesi si sviluppano tre strategie differenti per eseguire la steady state detection del refrigeratore; in particolare, vengono messi a confronto i metodi di

ultima generazione basati sulla trasformata wavelet con i metodi meno recenti, ma non per questo necessariamente meno efficienti, che utilizzano il test PIT e la regressione lineare su una finestra di dati mobile. Per evitare di appesantire la trattazione si è deciso di non considerare le tecniche ben note per la steady state detection basate su test statistici.

3.2 SSD basata sulla trasformata wavelet dei dati

In questa sezione viene presentato un metodo per eseguire la steady state detection che sfrutta le proprietà della trasformata wavelet e che si basa sui risultati ottenuti da Jiang, Chen, He et al. [27]. La tecnica si sviluppa in due fasi. Nella prima fase si ricorre all'analisi multi-scala della trasformata wavelet per estrarre dalle misure grezze, di cui si vogliono determinare gli steady states, il rumore ed altri valori anomali non consistenti con il resto delle misure. Nella seconda fase, si utilizza il modulo della trasformata wavelet per determinare gli intervalli stazionari del segnale filtrato. Ad ogni istante lo status del processo viene valutato mediante un indice che può assumere un valore compreso tra 0 e 1 e che dipende dalla trasformata wavelet; gli stati stazionari vengono identificati come tali se l'indice è prossimo all'unità.

3.2.1 Rappresentazione multi-scala

La rappresentazione multi-scala basata sulla trasformata wavelet consente di esprimere una qualsiasi funzione $f(t)$ mediante una successione di funzioni approssimanti di scala crescente. La funzione viene decomposta anche in funzione della frequenza; in altre parole la decomposizione multi-scala suddivide il segnale in componenti di frequenza e scala differenti. Si ottiene:

$$\begin{aligned}
 f(t) = f_0 &= \sum_{i \in I_0} c_{0,i} \varphi_{0,i} = \sum_{i \in I_1} c_{1,i} \varphi_{1,i} + \sum_{k \in k_0} d_{1,k} \psi_{1,k} \\
 &= \sum_{i \in I_2} c_{2,i} \varphi_{2,i} + \left(\sum_{k \in k_2} d_{2,k} \psi_{2,k} + \sum_{k \in k_1} d_{1,k} \psi_{1,k} \right) \\
 &= \sum_{i \in I_j} c_{j,i} \varphi_{j,i} + \left(\sum_{k \in k_j} d_{j,k} \psi_{j,k} + \sum_{l=1}^j \sum_{k \in k_l} d_{l,k} \psi_{l,k} \right) \\
 &= \sum_{i \in I_J} c_{J,i} \varphi_{J,i} + \sum_{j=1}^J \sum_{k \in k_j} d_{j,k} \psi_{j,k},
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dove $\varphi_{j,i}$ è detta funzione *scala discretizzata* mentre $\psi_{j,k}$ è la funzione *wavelet discretizzata*. I termini $\sum_{i \in I_j} c_{i,j} \varphi_{i,j}$ rappresentano le componenti di bassa frequenza e scala j ; in essi è contenuta l'informazione sull'andamento globale del segnale. Diversamente, i termini $\sum_{k \in K_j} d_{j,k} \psi_{j,k}$ rappresentano le componenti di alta frequenza di $f(t)$ e tengono conto dei dettagli del segnale (fig. 3.1). In appendice A si possono trovare alcuni chiarimenti sulla trasformata wavelet.

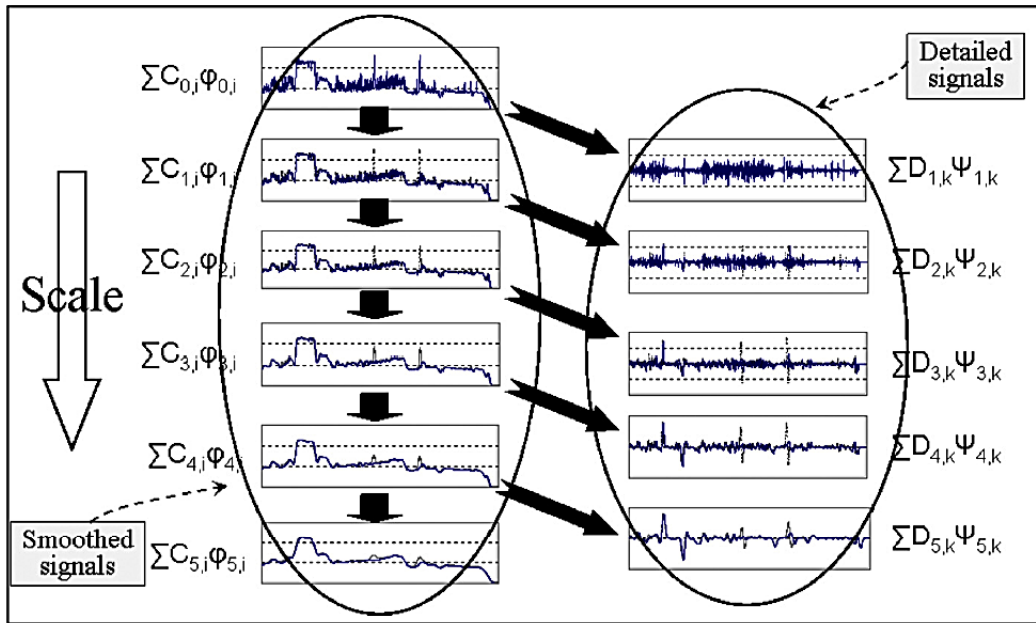


Figura 3.1: Rappresentazione multi-scala basata sulla trasformata wavelet di alcune misure di processo estratte in tempo reale.

L'idea di fondo è quella di sfruttare la decomposizione multi-scala per filtrare le misure provenienti dal chiller prima di eseguire la steady state detection; in particolare, agendo sulle componenti di alta frequenza e, nello specifico, sui coefficienti $d_{j,k}$ della trasformata wavelet, si possono eliminare il rumore e i valori anomali (*spikes*) che degradano il segnale. Successivamente, si utilizzano i coefficienti filtrati \bar{d}_j per ricavare delle informazioni sulle variazioni di forma del segnale; in effetti, essi formano il modulo della trasformata wavelet $W_j f(t) = \{d_{j,k}, k \in K_j\}$ che, per definizione, è proporzionale alla derivata della convoluzione tra $f(t)$ e la funzione scala. Precisamente vale la formula:

$$W_j f(t) = f * \varphi_j(t) = f * \left(2^j \frac{d\varphi_j(t)}{dt} \right) = 2^j \frac{d}{dt} (f * \varphi_j)(t). \quad (3.2)$$

Di conseguenza, valutando il modulo della trasformata wavelet, si possono distinguere i tratti del segnale caratterizzati da cambiamenti di forma repentini e quelli che presentano delle variazioni di minore entità. In corrispondenza dei coefficienti più piccoli ($d_j \simeq 0$) si determinano gli intervalli stazionari del segnale mentre i valori più elevati contraddistinguono i transitori. Alla luce di quanto detto risulta immediato implementare la steady state detection individuando i tratti nulli della trasformata wavelet $W_j f(t)$. Un aspetto importante di cui si deve tener conto quando si esegue la steady state detection riguarda la scelta della scala j . In effetti, se si considera una scala troppo piccola, il modulo della trasformata wavelet risulta dominato dal rumore e dalle componenti di alta frequenza che nascondono il profilo reale del segnale; tuttavia se si adotta una scala troppo grande le misure vengono filtrate in maniera eccessiva e le distorsioni prodotte possono portare ad individuare degli intervalli stazionari non presenti effettivamente nel segnale. La soluzione proposta in [27] consente di determinare la scala più adatta ai nostri scopi, indicata con il termine di scala caratteristica S , considerando le proprietà della trasformata wavelet e le dinamiche dei segnali di cui si vogliono determinare gli steady states. Nello specifico, se τ è la costante di tempo del segnale ricavato dalle misure sul refrigeratore e t_s rappresenta il periodo di campionamento, allora la scala caratteristica S viene calcolata ed arrotondata come segue:

$$S = \text{int} \left(\log_2 \frac{\tau}{t_s} + 0.5 \right). \quad (3.3)$$

3.2.2 Soft thresholding per la riduzione del rumore

La presenza di errori nelle misure e di disturbi di vario genere nel sistema di refrigerazione contribuisce a creare del rumore che si sovrappone ai valori delle variabili usate per la steady state detection. In genere questo rumore si manifesta in una banda di frequenze superiore rispetto a quella occupata dalle misure corrette. Pertanto, nella decomposizione multi-scala della trasformata wavelet, la maggior parte del rumore tende ad essere rappresentata dai coefficienti che descrivono le componenti di alta frequenza (e con le scale più piccole). Manipolando in maniera opportuna questi coefficienti si possono ottenere dei buoni risultati in termini di riduzione del rumore; a tal proposito, Dohono e Johnstone [29] hanno messo a punto un metodo per filtrare le componenti rumorose di un segnale agendo sui coefficienti della trasformata wavelet mediante una tecnica nota con il termine anglosassone

di *thresholding*. Letteralmente, *thresholding* significa rimuovere i valori sotto una determinata soglia e mantenere quelli che la superano. Dohono e Johnstone hanno osservato che i coefficienti relativi al rumore sono più piccoli rispetto a quelli usati per descrivere le componenti ad alta frequenza del segnale; quindi l'idea dello *thresholding* è quella di annullare tali coefficienti per ripulire la trasformata wavelet dalle parti riconducibili al rumore. Esistono due schemi per eseguire *thresholding* che si differenziano per il modo in cui vengono trattati i valori che superano la soglia. Essi sono indicati con i termini di *Hard Thresholding* e *Soft Thresholding* si definiscono nel modo seguente:

$$T^{hard}(x, \lambda) = x \mathbf{1}(|x| > \lambda), \quad (3.4)$$

$$T^{soft}(x, \lambda) = (x - \text{sgn}(x)\lambda) \mathbf{1}(|x| > \lambda), \quad (3.5)$$

dove λ è la soglia di riferimento. In figura 3.2 vengono messe a confronto le due trasformazioni usando la soglia $\lambda = 0.4$. Si osserva che in corrispondenza delle x tali che $|x| > \lambda$ l'*hard thresholding* riporta in uscita il dato in ingresso mentre il *soft thresholding* lo riduce in modulo di un valore pari alla soglia.

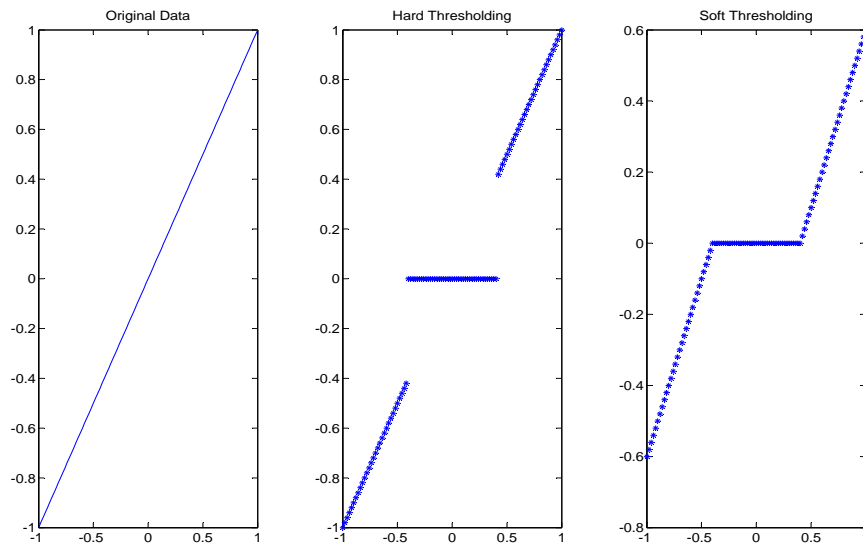


Figura 3.2: Differenza tra hard e soft thresholding.

Nel caso in esame viene scelta l'operazione di *soft thresholding*, la cui continuità consente di ridurre le distorsioni che si manifestano nei segnali depurati dal rumore.

In particolare viene adottato lo schema:

$$d_{j,k} = \begin{cases} 0, & |d_{j,k}| \leq \delta_j, \\ \text{sgn}(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \delta_j), & |d_{j,k}| \geq \delta_j, \end{cases} \quad 1 \leq j \leq J, 0 \leq k \leq K_j \quad (3.6)$$

dove δ_j indica la soglia per la scala j . Definito lo schema rimangono da determinare i valori delle soglie. La soluzione più semplice da implementare prevede di usare un'unica soglia per tutti i coefficienti della trasformata wavelet, senza distinzioni tra le diverse scale; a tal proposito, Dohono e Johnstone hanno definito una soglia ad hoc detta *universale*. Tuttavia, l'adozione di una soglia comune non consente di sfruttare appieno le potenzialità della rappresentazione multi-scala quindi si è deciso di non applicare questa strategia e di usare valori di soglia diversi per ogni singola scala. In particolare, viene seguito l'approccio proposto in [27]; a δ_1 viene assegnata la media dei valori massimi che compaiono in $\{d_{1,k}, k \in K_1\}$, dato che in corrispondenza della prima scala il modulo della trasformata wavelet è dominato dal rumore, mentre i valori delle altre soglie vengono calcolati come segue:

$$\delta_j = \delta_1 \cdot 2^{-(j-1)/2}, \quad 2 \leq j \leq J. \quad (3.7)$$

3.2.3 Identificazione dei valori anomali

Dopo aver eliminato il rumore, la trasformata wavelet consente anche di determinare i valori delle variabili che non sono coerenti con il resto delle misure e che possiamo identificare con il termine di *anomalie*. Un'anomalia può essere causata, per esempio, da un errato funzionamento di un sensore o di un convertitore A/D del sistema di acquisizione dei dati. Essa si può manifestare in modo impulsivo con un picco di valore elevato e di breve durata (*spike*). Questi improvvisi cambiamenti di forma vengono rilevati analizzando il modulo della trasformata wavelet; in particolare, uno spike viene identificato quando in un intervallo di tempo fissato t_p vengono rilevati due massimi $W_1(p_1)$, $W_1(p_2)$ di segno opposto, tali che:

$$\begin{aligned} |W_1(p_1)| \text{ e } |W_1(p_2)| &\geq T_1, \\ \text{sign}[W_1(p_1)] \cdot \text{sign}[W_1(p_2)] &< 0, \quad p_2 - p_1 \leq t_p, \end{aligned} \quad (3.8)$$

dove t_p rappresenta la generica durata di uno spike e dipende dalla costante di tempo del processo mentre T_1 è la soglia usata per identificare le anomalie nel modulo della trasformata wavelet. Dopo l'individuazione dell'anomalia, la durata

di questo evento $[t_a, t_b]$ viene determinata come il punto più vicino t_a a sinistra di p_1 e quello più vicino t_b a destra di p_2 tali che:

$$\begin{aligned} |W_1(t_a)| \text{ e } |W_1(t_b)| &\geq T_2, \\ |W_1(t_a - 1)| \text{ e } |W_1(t_b + 1)| &< T_2, \end{aligned} \quad (3.9)$$

dove T_2 è la soglia della trasformata wavelet usata per determinare la durata dell'anomalia. In fig.3.3 viene mostrato come vengono individuate le anomalie utilizzando il modulo della trasformata wavelet; la correzione delle anomalie avviene sostituendo gli spikes con i dati immediatamente precedenti o successivi, presi in modo simmetrico rispetto a t_a e t_b .

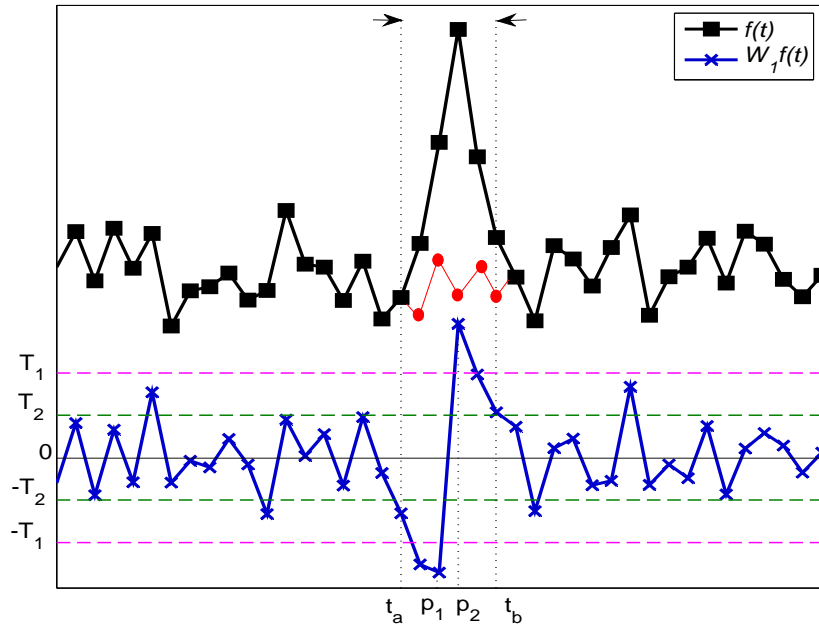


Figura 3.3: Rilevamento delle anomalie: (x) modulo della TW; (■) misure originali; (●) misure corrette con i valori precedenti a t_a ; T_1 soglia per l'identificazione delle anomalie; T_2 soglia per la stima della durata dell'anomalia.

I valori delle soglie T_1 e T_2 vengono determinati a partire dal modulo della trasformata wavelet, considerando tutto l'andamento storico delle misure raccolte. In particolare, su un periodo sufficientemente lungo, si può assumere che il modulo della trasformata wavelet segua una distribuzione normale di media 0 e quindi le soglie si possono ricavare in questo modo:

$$T_1 = 3\lambda_1 w, \quad T_2 = w, \quad (3.10)$$

dove w è la deviazione standard del modulo della trasformata wavelet privato delle componenti rumorose e λ_1 è un parametro ausiliario inferiore o uguale ad uno. Come si è potuto notare, le anomalie vengono determinate e corrette considerando solamente la scala $j = 1$ della trasformata wavelet, più sensibile alle variazioni improvvise dei valori delle misure. Un metodo più sofisticato che tiene conto di tutte le scale viene sviluppato da Bakshi e Stephanopoulos [30].

3.2.4 Indice di stazionarietà β

Dopo aver ridotto il rumore e corretto i valori anomali presenti nelle variabili del sistema HVAC, gli steady states dell'unità refrigerante possono essere determinati in maniera efficiente utilizzando la trasformata wavelet; nello specifico, essa viene impiegata per determinare i tratti delle misure caratterizzati da un andamento stabile nel tempo o che non presentano cambiamenti di valore significativi. E' noto dall'equazione (3.2) che la trasformata wavelet di un generico segnale $f(t)$ è proporzionale alla derivata della funzione $f * \varphi_j(t)$ di scala j ; pertanto, valori elevati di $|W_j f(t)|$ indicano dei cambiamenti di forma marcati in $f * \varphi_j(t)$ mentre piccoli valori del modulo $|W_j f(t)|$ rivelano delle variazioni più lente e gradualmente. Il sistema è allora in stato stazionario quando il modulo della trasformata wavelet è $W_j f(t) \approx 0$. In realtà, non tutti i valori nulli della trasformata wavelet individuano degli stati stazionari dato che non tutti i punti singolari di una funzione sono relativi ai suoi tratti costanti; alcuni di questi rappresentano dei punti di minimo o massimo locale o dei flessi a tangenza orizzontale. I falsi stati stazionari vengono determinati in corrispondenza dei punti di attraversamento dello zero (t_z) della trasformata $W_j f(t)$ che possono essere definiti nel modo seguente:

$$W_j f(t_z) = 0, \quad \left. \frac{d}{dt}(W_j f(t)) \right|_{t=t_z} \neq 0. \quad (3.11)$$

Per identificare i punti t_z è necessario prendere in considerazione la trasformata wavelet di $W_j f(t)$ ovvero la trasformata wavelet di secondo ordine del segnale $f(t)$, definita come:

$$\begin{aligned} WW_j f(t) &= 2^j \frac{d}{dt}(f * \varphi_j) * \left(2^j * \left(\frac{d\varphi_j}{dt}(t) \right) \right) \\ &= 2^{2j} \frac{d^2}{dt^2} [(f * \varphi_j) * \varphi_j](t) \\ &\approx 2^{2j} \frac{d^2}{dt^2} (f * \varphi_j)(t). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nell'equazione (3.12) si vede che la trasformata $WW_j f(t)$ è proporzionale alla derivata seconda di $f * \varphi_j$ e di conseguenza un punto t individua un falso stato stazionario se sono verificate contemporaneamente le condizioni:

$$|W_j f(t)| < \delta_1 \quad \text{e} \quad |WW_j f(t)| > \delta_2, \quad (3.13)$$

con δ_1 e δ_2 costanti sufficientemente piccole.

Prendendo spunto dalle considerazioni svolte sulla trasformata wavelet di primo e secondo ordine, si definisce un indice β per calcolare il grado di stazionarietà delle misure e quindi per determinare gli steady states in corrispondenza dei valori di β più elevati. Il parametro può assumere i valori compresi tra zero ed uno: $\beta = 0$ indica che le condizioni di funzionamento del sistema sono transitorie e non stabili, $\beta = 1$ rivela che si è raggiunto lo stato stazionario ed infine se $0 < \beta < 1$ vuol dire che il sistema si trova in una condizione intermedia rispetto ai casi precedenti. L'indice β viene calcolato valutando, in ogni istante di campionamento, le trasformate wavelet di primo e secondo ordine delle misure filtrate; da queste ultime si possono ricavare infatti tutte le informazioni necessarie per individuare gli stati stazionari. In particolare, vengono considerate le trasformate che fanno riferimento solamente alla scala caratteristica S , definita in (3.3). Nello specifico, se $|W_S f(t)| > T_u$ allora $\beta(t) = 0$, dove T_u è la soglia usata per identificare gli stati non stazionari; invece, se per $t \in \Delta t$ si ha $|W_S f(t)| < T_s$ allora $\beta(t) = 1$, dove T_s rappresenta la soglia per determinare gli stati stazionari e Δt è un intervallo di tempo sufficientemente lungo. Per evitare di selezionare i falsi stati stazionari definiti in (3.11), si utilizza la trasformata wavelet del secondo ordine che consente di ridefinire la condizione per determinare gli steady states nel modo seguente: se $|W_S f(t)| < T_s$ e $|WW_S f(t)| < T_w$ allora $\beta(t) = 1$, dove T_w è la soglia usata per identificare i punti di attraversamento dello zero di $W_S f(t)$. In tutti gli altri casi $\beta(t)$ viene calcolato combinando i valori di $W_S f(t)$ e di $WW_S f(t)$:

$$\beta(t) = \xi[\theta(t)], \quad \theta(t) = |W_S f(t)| + \gamma |WW_S f(t)|, \quad (3.14)$$

dove $\xi(x)$ è una funzione che può assumere i valori compresi nell'intervallo $[0, 1]$ e che nel caso in esame assume la forma:

$$\xi(x) = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{x - T_s}{T_u - T_s} \cdot \pi \right) + 1 \right], \quad (3.15)$$

mentre il coefficiente γ è definito in modo proporzionale al valore di $|WW_S f(t)|$:

$$\gamma = \begin{cases} 0, & |WW_S f| \leq T_w, \\ (|WW_S f| - T_w)/2T_w, & |WW_S f| \in (T_w, 3T_w), \\ 1, & |WW_S f| \geq 3T_w. \end{cases} \quad (3.16)$$

Riassumendo, l'indice β usato per valutare la stazionarietà dei valori di ciascuna variabile del sistema HVAC, assume la forma:

$$\beta(t) = \begin{cases} 0, & \theta(t) \geq T_u, \\ \xi[\theta(t)], & T_s \leq \theta(t) \leq T_u, \\ 1, & \theta(t) \leq T_s. \end{cases} \quad (3.17)$$

In figura 3.4 l'analisi degli andamenti di un segnale $f(t)$ e delle sue trasformate wavelet consentono di rendere più chiaro il procedimento usato per definire l'indice β ; in particolare, si può notare come il valore superiore in modulo a T_w della trasformata wavelet del secondo ordine consente di individuare i falsi stati stazionari presenti nell'intervallo $[t_4, t_5]$. Le tre soglie T_s , T_u e T_w , usate per definire l'indice β , vengono determinate analizzando i valori storici delle variabili del refrigeratore e selezionando in essi alcuni periodi in steady state. In particolare, a partire dalle misure stazionarie trovate vengono eseguite le trasformate wavelet di primo e secondo ordine e calcolate successivamente la deviazione standard del modulo della trasformata del primo ordine, σ_w , e la mediana del modulo della trasformata del secondo ordine, σ_{ww} . Allora i valori delle soglie vengono definiti in questo modo:

$$T_s = \sigma_w, \quad T_u = 3\lambda_2\sigma_w, \quad T_w = \sigma_w w, \quad (3.18)$$

dove il parametro ausiliario λ_2 è del tutto analogo a λ_1 usato in (3.10).

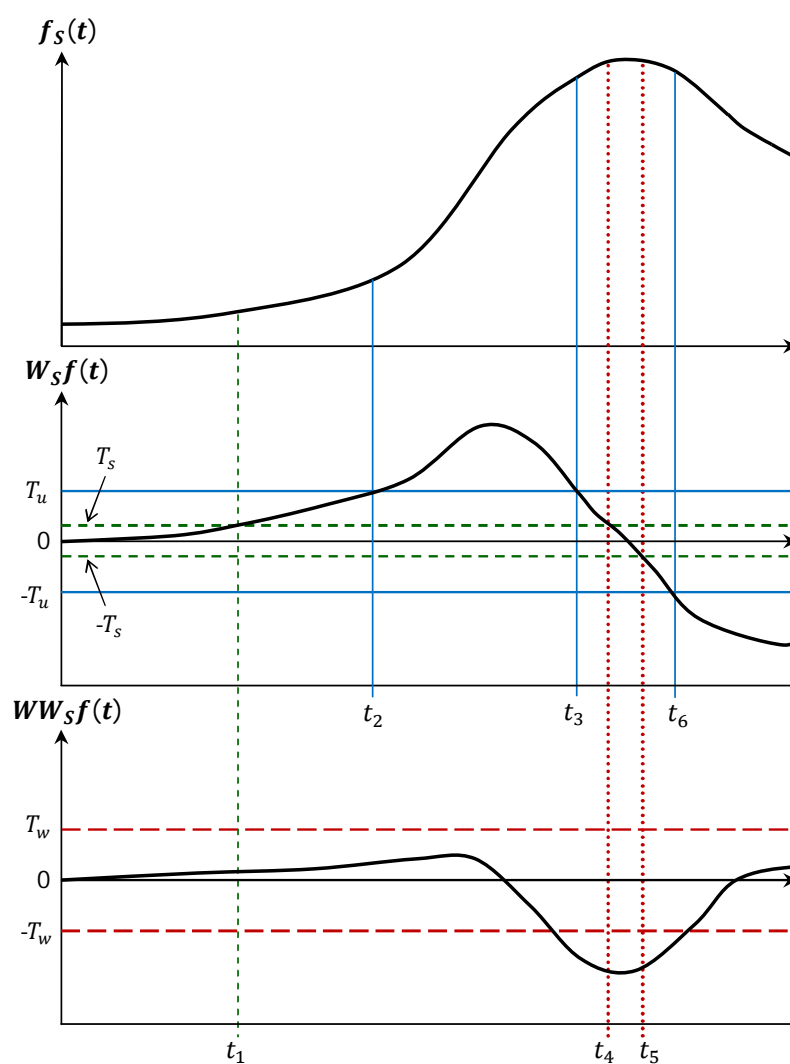


Figura 3.4: Esempio di steady state detection implementata attraverso la trasformata wavelet. $f_s(t)$ è identificata in stato stazionario per $t < t_1$ ma non durante l'intervallo temporale $[t_4, t_5]$ che si riferisce ad un punto di massimo del segnale e non ad un suo tratto costante.

3.3 SSD basata sulla regressione lineare dei dati

Il secondo metodo usato per determinare gli stati stazionari si basa sulla regressione lineare ai minimi quadrati calcolata su una finestra di dati mobile. Le variabili del chiller vengono suddivise in intervalli di lunghezza fissata ed analizzate separatamente. Lo scopo dell'algoritmo è quello di determinare i tratti costanti di queste variabili analizzando le pendenze delle rette di regressione che descrivono i campioni di ogni singolo intervallo. La retta diventa quindi un indice del cambiamento dei dati all'interno della finestra di dati. L'equazione della retta è:

$$y = mx + b \quad (3.19)$$

dove b è l'intercetta e m il coefficiente angolare. Il coefficiente angolare viene confrontato con una soglia. Se l'inclinazione è minore della soglia allora significa che per quel intervallo di tempo la variabile ha mantenuto un andamento stazionario. La lunghezza dell'intervallo da considerare e l'inclinazione della retta interpolatrice sono due parametri che dipendono dal tipo di segnale, in particolare dalla sua costante di tempo e dall'incertezza di misura ad essa associata. La figura 3.5 illustra il metodo usato per rilevare i tratti stazionari di un segnale.

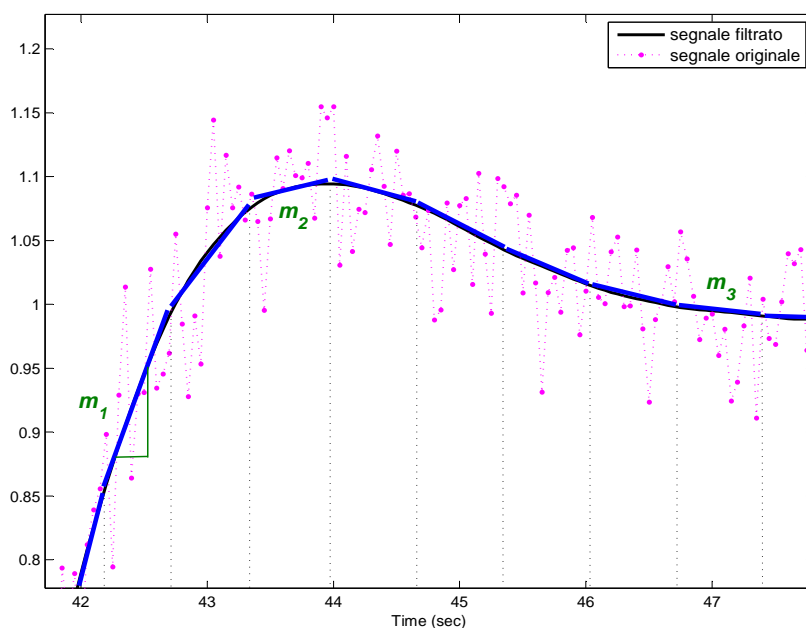


Figura 3.5: Regressione lineare su una finestra di dati mobile.

Quando il segnale è nel transitorio iniziale la pendenza della retta interpolatrice è grande (m_1). In corrispondenza del punto massimo (m_2) il coefficiente angolare è pressoché nullo ma questa condizione dura solo per pochi istanti. Si può notare come la pendenza sia sempre più piccola man mano che il segnale si avvicina al tratto costante (m_3).

In letteratura esistono numerose tecniche che si basano sulla regressione lineare dei dati; in generale si parla di “approccio diretto” alla steady state detection nel senso che essa viene implementata analizzando direttamente i dati e senza utilizzare strumenti matematici di supporto come, ad esempio, la trasformata wavelet considerata nella precedente sezione. Nella maggior parte dei casi, queste tecniche associano alla regressione lineare un test statistico che viene usato per confrontare la pendenza della retta con il valore di una certa statistica. Mhamdi et al. [31] descrivono le tre principali tecniche che usano un approccio di questo tipo. Nelle prime due versioni viene applicato un test con la distribuzione t-Student, rispettivamente, al coefficiente angolare della retta ed alle medie di due intervalli adiacenti; l’ultima tecnica, invece, esegue un test statistico con la distribuzione F sulle deviazioni standard, calcolate in due finestre adiacenti oppure nella stessa finestra usando due medie filtrate differenti. Il metodo sviluppato in questa tesi non utilizza alcun test statistico. La scelta di non adottare l’approccio statistico deriva dall’esigenza di utilizzare degli algoritmi poco complessi che consentano di implementare la steady state detection nei sistemi reali in modo agevole e robusto.

3.3.1 Scelta della soglia

L’individuazione della soglia (T) utilizzata dall’algoritmo può avvenire attraverso diverse modalità. Generalmente la soglia è considerata una variabile dipendente dal set point (SP , nel caso di una variabile controllata) e dalla deviazione standard del rumore (σ). L’ottenimento del parametro T avviene in seguito a vari esperimenti durante i quali viene eseguito l’algoritmo per differenti combinazioni di set point e σ . In seguito si esegue una regressione multipla per descrivere i differenti comportamenti ottenuti. L’equazione per la soglia è:

$$T = a_0 + a_1\sigma + a_2SP \quad (3.20)$$

dove a_0 , a_1 e a_2 sono i coefficienti del modello. La strategia adottata in questa tesi è diversa. Per determinare il valore della soglia viene impiegato un modello

semplificato che non considera né i set point né il rumore delle variabili; si è notato infatti che la loro influenza su T è minima. Il nuovo modello dipende direttamente dai dati ed in particolare assume la forma:

$$T = am_c \quad (3.21)$$

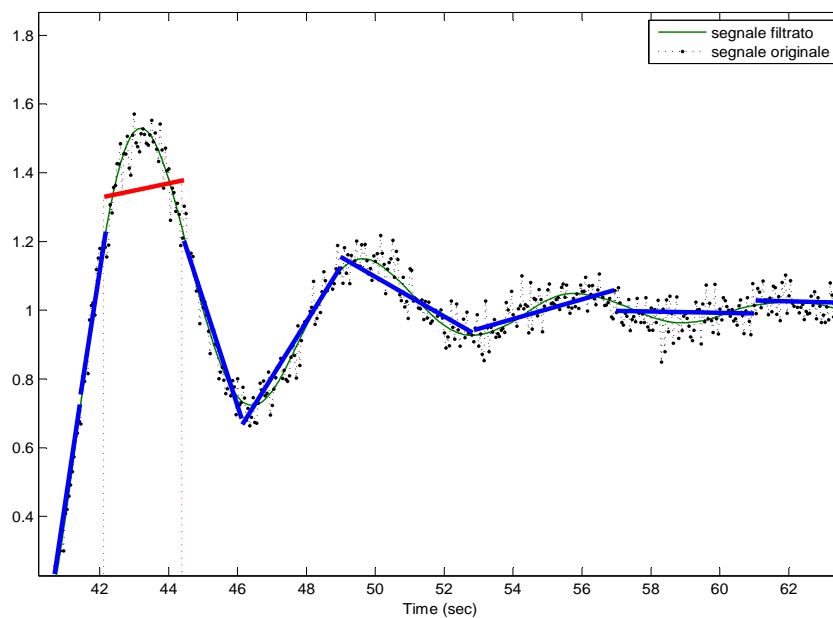
dove il parametro $a \in [0, 1]$ e m_c è il coefficiente angolare della retta di regressione calcolata su un opportuno tratto costante della variabile. Il valore del parametro m_c viene determinato analizzando i primi campioni del segnale che sono usati per eseguire il training del modello. In particolare, per individuare l'intervallo costante si mettono a confronto le deviazioni standard delle diverse finestre di dati; in corrispondenza del valore più piccolo la regressione lineare consente di ottenere la retta con il coefficiente angolare m_c .

3.3.2 Lunghezza della finestra di dati mobile

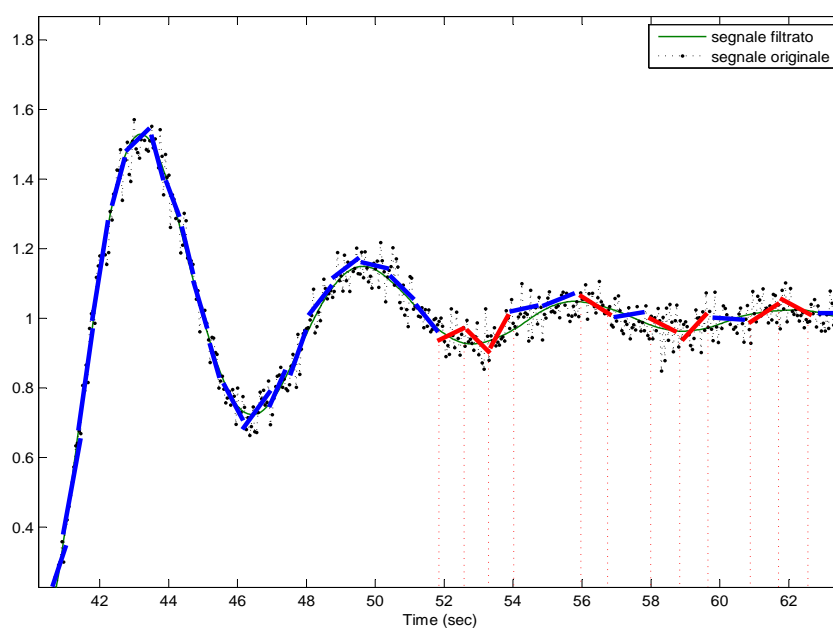
Per calcolare il valore ottimale della soglia ed allo stesso tempo rendere più efficiente l'intero algoritmo della steady state detection è importante scegliere in modo opportuno anche la lunghezza (l) delle finestre di dati. Questo parametro incide infatti sulle prestazioni della regressione lineare. Per esempio, se si usa un valore troppo piccolo le pendenze delle rette possono risultare elevate anche in corrispondenza dei tratti costanti del segnale, in particolare se questo presenta del rumore (3.6b), mentre se la lunghezza l è troppo grande possono essere classificati come stazionari anche tratti del segnale in transitorio (3.6a). La lunghezza corretta della finestra di dati mobile è strettamente legata alla costante di tempo del segnale, che viene definita, in prima approssimazione, come la terza parte del tempo di salita del segnale. Quindi:

$$l = \frac{t_s}{3}. \quad (3.22)$$

I valori definitivi dei parametri a , m_c e l vengono determinati eseguendo delle prove ripetute con i dati di training e selezionando quelli che consentono di ottenere il maggior numero di steady states con i dati di validazione.



(a) finestra troppo grande.



(b) finestra troppo piccola.

Figura 3.6: Lunghezze non corrette della finestra di dati mobile. Le rette di regressione in colore rosso determinano in (a) un falso tratto stazionario mentre in (b) caratterizzano gli intervalli stazionari che non vengono individuati dall'algoritmo.

3.4 SSD basata sulla derivata locale dei dati

Il metodo più semplice ed immediato per valutare i cambiamenti in un segnale è quello basato sull'analisi della sua derivata temporale. Se in un certo intervallo di tempo il modulo della derivata è elevato significa che il valore del segnale sta variando e con una velocità proporzionale alla derivata, in caso contrario il segnale presenta un andamento costante senza variazioni di forma. Lo studio della derivata consente pertanto di fare distinzione tra i tratti del segnale in transitorio e quelli costanti ovvero di implementare la steady state detection. In particolare, se si suppone che y rappresenti il valore del segnale, la derivata all'istante di campionamento k è pari a:

$$d(k) = \frac{y_k - y_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} \quad (3.23)$$

e gli stati stazionari vengono determinati in corrispondenza dei valori della derivata $d(k) \approx 0$. Il rilevamento degli steady states del sistema di refrigerazione viene quindi realizzato analizzando separatamente le derivate delle sue variabili e selezionando gli intervalli di tempo comuni in cui tutte le derivate sono nulle. Questo metodo funziona bene anche se ha lo svantaggio di essere facilmente condizionato dalla presenza del rumore. Se nel segnale entrano delle componenti rumorose, queste si sovrappongono ai valori costanti rendendo così del tutto inutile l'uso della derivata. In tal caso, infatti, i tratti stazionari del segnale sono caratterizzati da un profilo irregolare con una serie di massimi e minimi locali che impediscono alla derivata di assumere un valore prossimo allo zero. Allora si rende necessario trovare una soluzione adeguata al problema, sapendo che, inevitabilmente, le variabili del refrigeratore possono essere corrotte da varie fonti di rumore. A tal fine si è deciso di realizzare lo smoothing della derivata mediante un filtro di Savitzky-Golay, prendendo ispirazione dal test PIT (*Polynomial Interpolation Test*) proposto in [22]. I filtri di Savitzky-Golay consentono di risolvere il problema del filtraggio utilizzando un interpolatore polinomiale della derivata, calcolato su finestre di dati di lunghezza fissata; rispetto alle altre tipologie dei filtri digitali o filtri FIR, come la media mobile (*averaging*), essi rimuovono una minore quantità di rumore per preservare le informazioni sulle componenti di alta frequenza del segnale (fig. 3.7). Agendo in questo modo, il filtro di Savitzky-Golay ripulisce la derivata dal rumore ed allo stesso tempo evita di introdurre distorsioni che ne modificano eccessivamente il profilo. La sintesi del filtro viene eseguita determinando i valori ottimali

dei suoi parametri costituiti dal grado del polinomio interpolatore p e dalla lunghezza delle finestre n . Una volta filtrata la derivata ed individuati gli steady states, viene eseguita una seconda sessione di filtraggio per eliminare gli stati stazionari non corretti. Essi rappresentano i punti di massimo e minimo locale dei segnali oppure i punti di flesso a tangenza orizzontale, in corrispondenza dei quali la derivata si annulla. Questi falsi stati stazionari sono accomunati dal fatto di essere tutti punti isolati; pertanto è possibile eseguire in maniera agevole la loro soppressione, andando a considerare solamente set di $m \geq 4$ campioni in steady state.

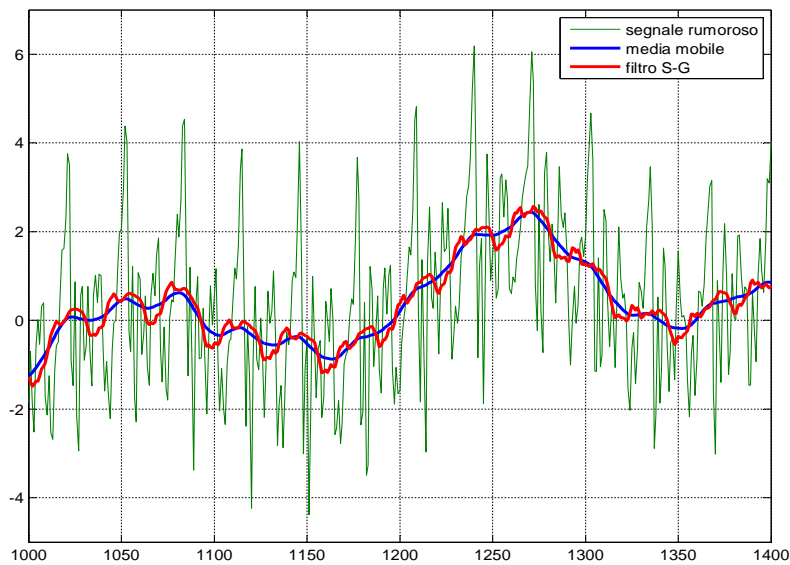


Figura 3.7: Confronto tra lo smoothing di un segnale rumoroso ottenuto usando un filtro di Savitzky-Golay con $n = 41$ e $p = 3$ ed un filtro FIR a media mobile.

3.4.1 Smoothing della derivata mediante il filtro di Savitzky-Golay

In statistica e nell'ambito dell'elaborazione delle immagini si usa il termine *smooth* per indicare un'operazione di filtraggio di dati che consente di eliminare il rumore e gli altri disturbi di alta frequenza e di ripristinare in questo modo le caratteristiche originali dell'insieme di dati. Nel contesto in cui ci troviamo, lo smoothing viene eseguito sui campioni della derivata per incrementarne il rapporto segnale-rumore e rendere così fattibile il suo impiego per il rilevamento degli stati stazionari. In letteratura esistono numerosi algoritmi che consentono di ridurre il rumore di un segnale. Essi si differenziano per la tipologia del filtro passa basso impiegato. Il

filtro più semplice, per esempio, è quello della *media mobile* basato sulla classica definizione di media temporale; altri filtri possono essere implementati attraverso i metodi di *Butterworth*, *Chebyshev* e *Cauer* che si caratterizzano per le diverse forme della banda passante e di transizione. Il filtro considerato per eseguire lo smoothing della derivata è un particolare filtro digitale passa basso, detto di *Savitzky-Golay* (Appendice A.2). Il filtro S-G consente di ottenere una banda passante più larga dei classici filtri FIR a media mobile; pertanto, il suo impiego si presta bene al nostro caso, perché consente di attenuare il rumore preservando le componenti di alta frequenza della derivata, fondamentali per determinare i cambiamenti di forma del segnale. In questo modo, anche dopo l'operazione di filtraggio, si possono distinguere agevolmente i tratti della derivata pressoché nulli da quelli con valori più elevati che non vengono smorzati eccessivamente dal filtro. L'idea alla base del filtro di Savitzky-Golay è quella di analizzare i campioni della derivata attraverso delle finestre di lunghezza dispari, n , e di calcolare su ciascuna finestra il miglior interpolatore polinomiale di ordine $p < n$ mediante il metodo dei minimi quadrati. Una soluzione analitica al problema dei minimi quadrati viene determinata sotto la forma di un vettore di coefficienti $[a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p]$ detti *coefficienti di convoluzione*. A questo punto si sostituisce il campione centrale della finestra in posizione x_c con il corrispondente valore della funzione approssimante $y_c = a_0 + a_1x_c + a_2x_c^2 + \dots + a_px_c^p$. Il procedimento (fig. 3.8) continua analizzando i campioni della finestra successiva, ottenuta traslando di una unità quella attuale. Alla fine tutti i campioni corretti dal polinomio interpolatore vanno a formare il segnale filtrato che ha la proprietà di essere meno rumoroso di quello originale.

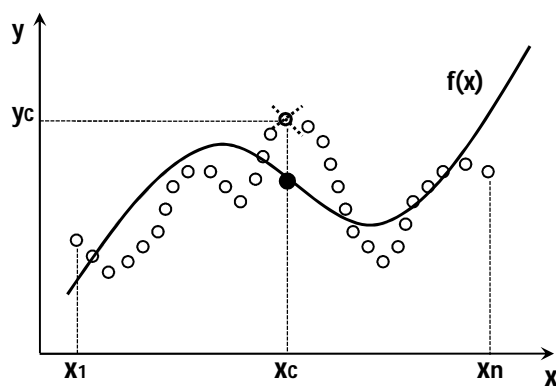


Figura 3.8: Procedimento di interpolazione ai minimi quadrati del filtro S-G realizzato con un polinomio di ordine tre su una finestra di n dati.

3.4.2 Scelta dei parametri per il filtro

Il procedimento seguito per ridurre il rumore della derivata introduce inevitabilmente delle distorsioni sul segnale originale. Lo smoothing realizzato con il filtro di Savitzky-Golay ha la proprietà di lasciare inalterate le aree sottostanti ai segnali filtrati [32]. Pertanto, se le ampiezze di alcuni picchi rumorosi vengono attenuate, contemporaneamente le loro larghezze vengono aumentate riducendo in questo modo la qualità della risoluzione. Per limitare il più possibile questo fenomeno è importante scegliere in modo opportuno i parametri del filtro costituiti dall'ordine del polinomio interpolatore p e dalla dimensione della finestra n . In generale, l'entità delle distorsioni ed il rapporto SNR dei segnali filtrati dipendono dai valori dei parametri in questo modo:

1. diminuiscono all'aumentare del grado del polinomio interpolante p ;
2. aumentano al crescere della lunghezza n della finestra dei campioni.

Le precedenti affermazioni trovano conferma nell'esempio riportato in [33]. Esso considera un insieme di dati rumorosi e suppone che il rumore sui dati sia incorrelato; utilizzando un filtro di Savitzky-Golay con finestre di dimensione n , la deviazione standard del rumore σ diminuisce in funzione dell'ordine del polinomio p come segue:

- $p = 0, 1^2$: $\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{n}}\sigma$;
- $p = 2, 3$: $\sigma_f = \sqrt{\frac{3(3n^2 - 7)}{4n(n^2 - 4)}}\sigma$.

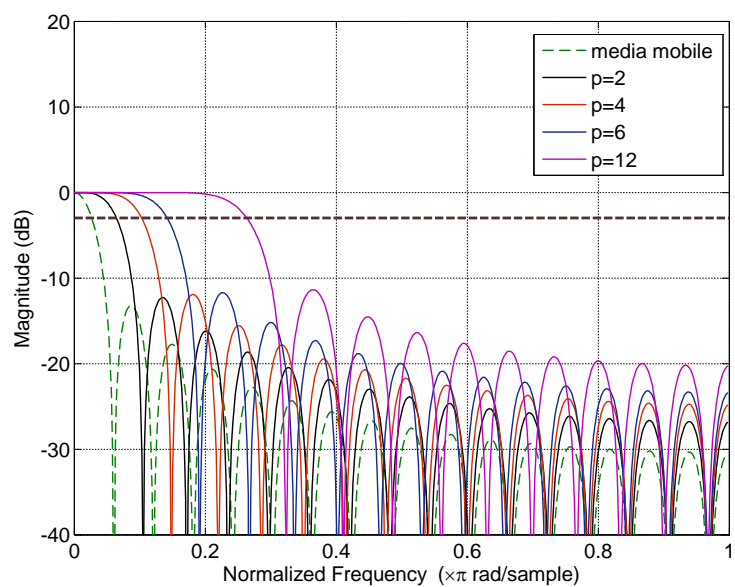
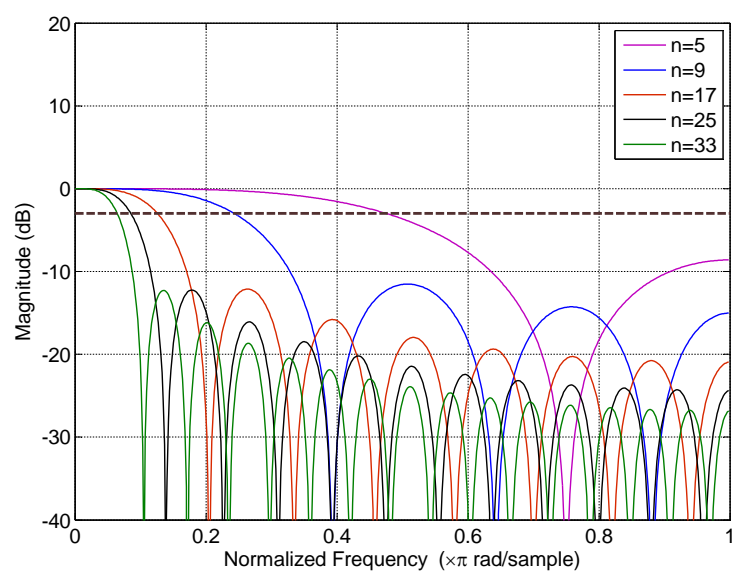
Se si considerano delle finestre con $n = 9$ campioni si può notare che la funzione di smoothing lineare consente di rimuovere due terzi del rumore mentre quella quadratica o cubica solamente la metà; per ottenere gli stessi risultati sono necessari $n = 21$ campioni. Tuttavia, la media mobile è meno efficace nella riduzione delle distorsioni, in particolare quando i segnali da filtrare hanno dei profili curvilinei lungo gli n campioni della finestra. Occorre precisare che le due regole presentate danno soltanto delle indicazioni di carattere generale sulla scelta dei parametri.

²Il filtro di Savitzky-Golay con i polinomi di grado 0 e 1 coincide con la media mobile. In questo caso l'interpolazione viene eseguita usando delle rette di pendenza variabile, in modo analogo a quanto visto con la regressione lineare

Per determinare i valori ottimali si devono prendere in considerazione anche le caratteristiche dei segnali da filtrare. Ad esempio, se un segnale presenta un punto di flesso, i filtri di ordine pari sono inappropriati perché soltanto con i polinomi di ordine dispari $n \geq 3$ si possono ottenere delle buone interpolazioni e quindi delle piccole distorsioni. In ogni caso la scelta ottimale dell'ordine del polinomio e del numero di coefficienti di convoluzione si ottiene come un compromesso tra riduzione del rumore e limitazione delle distorsioni. Nel dominio della frequenza si possono analizzare con più chiarezza come variano le proprietà del filtro in funzione dei parametri p e n . In [34] l'autore suggerisce un metodo per ricavare la risposta in frequenza del filtro di Savitzky-Golay a partire da una formula di convoluzione, usata per calcolare i valori dei segnali filtrati all'interno delle finestre temporali; si tratta di un'espressione simile a quella determinata in appendice A.2.2. In figura 3.9 si riproducono i moduli delle risposte in frequenza di alcuni filtri di Savitzky-Golay, ottenuti al variare del grado p del polinomio interpolante e fissando $n = 16$. Per $p = 0$ il filtro S-G coincide con la media mobile. Dall'analisi dei grafici si nota che le bande passanti dei filtri di Savitzky-Golay sono più larghe rispetto a quella della media mobile, con delle frequenze di taglio più elevate a meno 3 dB. Allo stesso tempo, si osserva che l'attenuazione del rumore oltre la banda passante è maggiore con la media mobile. Pertanto, a conferma delle osservazioni svolte in [33], si dimostra che al crescere di p diminuisce la distorsione delle componenti in alta frequenza dei segnali, ma allo stesso tempo aumenta la presenza del rumore. Se si calcola la risposta in frequenza del filtro al variare della lunghezza n , si nota invece un legame inversamente proporzionale tra la capacità di ridurre le distorsioni ed il valore del parametro (fig. 3.10). Considerando un numero di coefficienti di convoluzione n sufficientemente elevato, il legame tra la frequenza di taglio f_c e l'ordine p del polinomio interpolante può essere approssimato in modo lineare [34]. Nello specifico vale la seguente espressione:

$$f_c = \frac{p + 1}{3.2n - 4.6} \quad n \geq 25, p < n \quad (3.24)$$

che può essere impiegata per ricavare uno dei tre parametri del filtro una volta fissati gli altri due. Ad esempio, se la derivata da filtrare presenta un andamento particolare, tale da richiedere un polinomio interpolante di ordine dispari, si sceglie un valore $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}$, si stabilisce una specifica frequenza f_c e si determina il grado p del polinomio applicando inversamente l'equazione (3.24).

Figura 3.9: Risposta in frequenza di alcuni filtri S-G con $M = 16$ e vari ordini p .Figura 3.10: Risposta in frequenza di alcuni filtri S-G con $p = 3$ e varie lunghezze n .

3.5 Esempio: SSD di un segnale di pressione

Per testare gli algoritmi di Steady State Detection definiti nei precedenti paragrafi vengono determinati gli stati stazionari di un segnale di prova. Si tratta di un segnale di pressione, *PRC*, appartenente al set di dati che descrive il funzionamento normale del chiller ASHRAE [4]. Il dataset completo è formato da 5000 campioni per ogni variabile di sistema, raccolti da appositi sensori con un periodo di campionamento di 10 secondi. Per analizzare le prestazioni dello steady state detector si prendono in esame i nove stati stazionari distribuiti nei primi 1750 campioni del segnale *PRC*. Le tecniche di rilevamento degli stati stazionari si basano sulla conoscenza di alcune caratteristiche temporali dei segnali esaminati, come la costante di tempo. Per determinare questo parametro nel segnale *PRC*, si è deciso di considerare la terza parte del tempo di salita t_s . Nello specifico, t_s viene misurato in corrispondenza della transizione più marcata che si registra nel passare da uno stato stazionario ad un altro. In figura 3.11 si vede chiaramente che si tratta della transizione iniziale del segnale, formata da circa 40 campioni. Pertanto la costante di tempo τ è pari a circa 13 campioni del segnale. Dalla definizione della costante τ si ricavano la scala della trasformata wavelet, $S = 4$, e la lunghezza della retta di regressione, $l = 13$, ottenute mediante le espressioni (3.3) e (3.22). I parametri utilizzati per definire il filtro di Savitzky-Golay sono $n = 25$ e $p = 6$ che consentono di implementare una frequenza di taglio normalizzata $f_c = 0,1 \times \pi$ [rad/sample]. Nelle figure 3.11, 3.12 e 3.13 si riportano i risultati ottenuti applicando i metodi basati sulla trasformata wavelet, sulla regressione lineare e sulla derivata locale. In ogni figura, gli intervalli stazionari individuati dalle tre tecniche vengono indicati con una linea verde; in appositi riquadri si possono visualizzare gli esiti della SSD con un maggior dettaglio. Nella prima figura, ad esempio, si analizzano il modulo della trasformata wavelet e l'indice di stazionarietà β . In corrispondenza dei tratti stazionari del segnale *PRC*, si può notare come la trasformata wavelet presenti un valore prossimo allo zero e l'indice β assumi un valore unitario. In fig. 3.12 si mettono in risalto le rette di regressione ottenute sia in presenza di un transitorio sia di un tratto costante. Infine, nell'ultima figura si confrontano i segnali della derivata con e senza l'azione del filtro S-G. Il segnale filtrato dal rumore, in colore rosso, presenta un andamento più smooth che consente di determinare un maggiore numero di stati stazionari. Le tre tecniche determinano gli steady state rispettivamente in 1143 (wavelet), 1251 (retta regressione) e 1057 (derivata) campioni del segnale di

pressione. Non tutti i campioni selezionati appartengono ad un vero tratto costante del segnale PRC; il maggior numero di errori viene riscontrato nel metodo che fa uso della retta di regressione, incapace di individuare i cambiamenti di forma improvvisi. La tecnica della derivata locale, al contrario, presenta una sensibilità eccessiva alle variazioni del segnale, che porta alla mancata rilevazione degli stati stazionari posti immediatamente prima e dopo i diversi tratti costanti. Il metodo basato sulla trasformata wavelet, invece, è quello che consente di commettere il minor numero di inesattezze; naturalmente, le prestazioni elevate di questa tecnica richiedono una maggiore onerosità computazionale rispetto agli altri steady state detector. Sulla base di questa osservazioni, si è deciso di adottare la strategia basata sulla derivata locale per realizzare la SSD dei chiller in esame. In effetti, il progetto del filtro di Savitzky-Golay consente di ottenere un buon compromesso prestazioni-costi: si consegue un numero inferiore di errori rispetto alla retta di regressione ma con minori oneri computazionali rispetto alla trasformata wavelet. L'algoritmo viene applicato su quattro variabili significative dei sistemi di refrigerazione, riferite alle temperature ed alle pressioni dei fluidi nei circuito principale e secondario. Una volta ottenuti gli istanti di campionamento in steady state per le quattro variabili selezionate, si estraggono solo quei campioni per i quali tutte le variabili risultano essere in steady state.

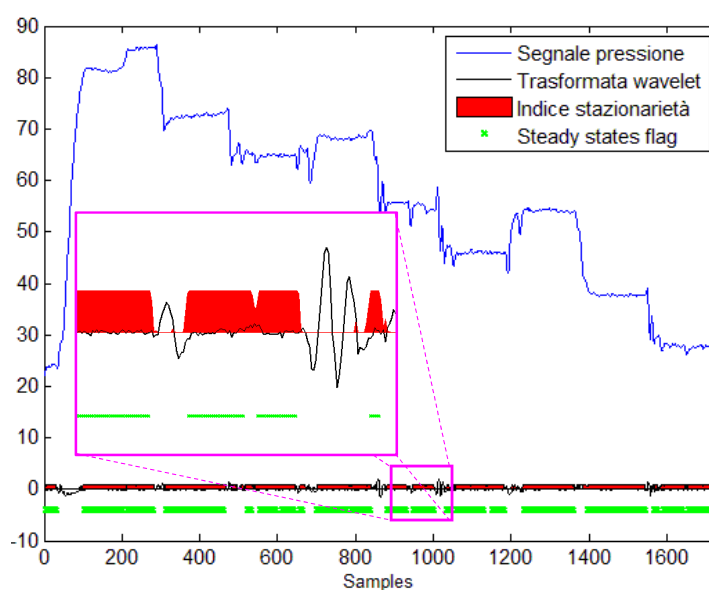
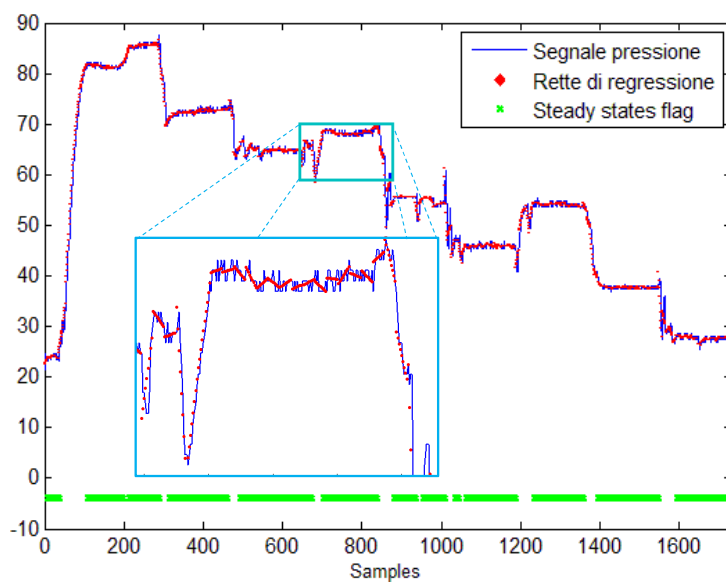
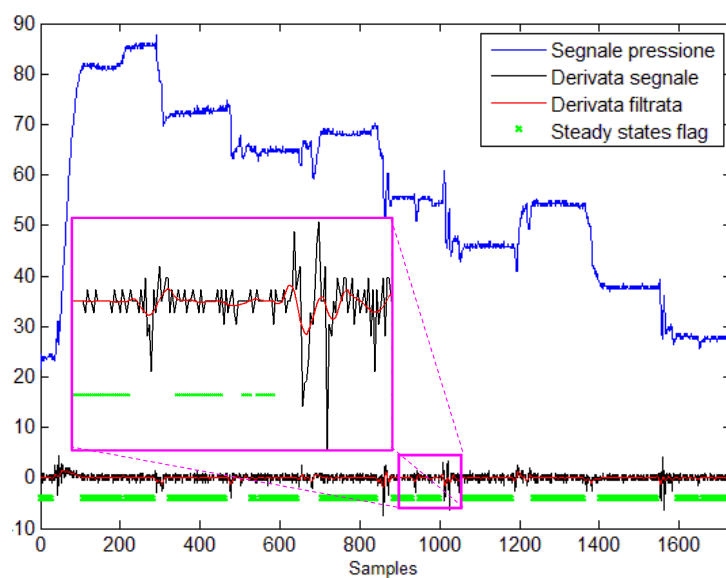


Figura 3.11: SSD del segnale *PRC* basata sulla trasformata wavelet.

Figura 3.12: SSD del segnale *PRC* basata sulla regressione.Figura 3.13: SSD del segnale *PRC* basata sulla derivata.

Capitolo 4

Process Monitoring

Negli ultimi anni le industrie di processo e del settore manifatturiero presenti sia in ambito nazionale sia a livello globale hanno vissuto un importante periodo di trasformazione caratterizzato da una forte propensione alla produzione di alta qualità, alla riduzione dei tassi di scarto dei prodotti difettosi, in particolare nelle realtà produttive di recente affermazione sviluppatasi nei Paesi dell'est e sud del mondo caratterizzati da una manodopera poco qualificata, alla maggiore attenzione verso le tematiche sulla sicurezza e sulla tutela del patrimonio ambientale. I processi produttivi che fino a poco tempo fa erano considerati accettabili ora non sono più adeguati alle nuove sfide di ottimizzazione e riduzione dei costi. Per rispondere in modo appropriato ai nuovi standard, i processi industriali di ultima generazione si sono dotati di un numero elevato di variabili operanti sotto un controllo in catena chiusa; i controllori, generalmente controllori *PID*, controllori predittivi, *etc.*, sono progettati per mantenere delle condizioni operative soddisfacenti compensando gli effetti di eventuali disturbi o cambiamenti inattesi che si possono manifestare nel processo. Nonostante questi controllori siano in grado di compensare efficacemente tipologie differenti di disturbo, esistono alcuni fenomeni di malfunzionamento degli organi di processo che non possono essere trattati in modo adeguato con il solo ausilio dei controllori di basso livello. Questi fenomeni sono noti con il termine generico di *guasti* o ricorrendo alla terminologia anglosassone di *fault*. Definizioni di guasto simili tra loro si possono trovare in [35, 36]; un guasto è definito come la deviazione non permessa di almeno una variabile o proprietà caratteristica del sistema (e.g. un rendimento, una efficienza, *etc.*) da un intervallo accettabile di valori. Le tipologie di guasti che si possono presentare nei sistemi industriali inclu-

dono cambiamenti dei parametri di processo, alterazioni dei parametri esterni al processo, problemi agli attuatori e ai sensori [37]. Generalmente i guasti possono essere classificati come *guasti bruschi* o *guasti incipienti* [38]. I primi si manifestano in modo improvviso con conseguenze spesso catastrofiche che si possono evitare riconfigurando tempestivamente il sistema. L'altra classe di malfunzionamenti presenta invece uno sviluppo graduale nel tempo ed è legata solitamente ai problemi di manutenzione; guasti di questo tipo sono contenuti e di difficile individuazione ma, a differenza dei primi, non impongono tempi stretti per la loro risoluzione. Per assicurare che le operazioni di processo avvengano rispettando i vincoli e garantendo adeguate prestazioni, si rende necessario implementare ed apportare tecniche per rilevare, identificare e se possibile rimuovere le sorgenti dei malfunzionamenti; queste tecniche sono indicate con il termine generale di *process monitoring*. Il monitoraggio di processo ha l'obiettivo di garantire il corretto svolgimento delle operazioni pianificate riconoscendo in anticipo i comportamenti anomali del sistema. Le informazioni sullo stato del sistema, non solo consentono al personale addetto alla manutenzione di essere bene informato sulla presenza di eventuali problemi, ma allo stesso tempo consentono di assistere loro nell'implementazione di rimedi appropriati atti a rimuovere le anomalie dal processo. Questo porta ad un aumento della sicurezza degli impianti e ad una riduzione sensibile dei tempi morti con un conseguente beneficio in termini di minori costi di manutenzione. Tuttavia, in sistemi sempre più integrati e complessi l'operatore umano trova maggiori complicazioni nel gestire il loro mantenimento. Una delle cause è la varietà dei malfunzionamenti che si possono manifestare, ad esempio guasti alle unità di processo, degradazione delle stesse, alterazioni dei loro parametri e così via. Inoltre, il compito del monitoraggio può essere reso ancora più difficile dalla mancanza di un numero sufficiente di misure o dalla presenza di misure inaffidabili prodotte da sensori danneggiati e fuori uso. Pertanto, non sorprende che gli operatori umani possano prendere delle decisioni errate ed intraprendere delle azioni che portano ad un peggioramento ulteriore dello stato del processo. Alcune statistiche mostrano che circa il 70% degli incidenti nell'industria sono causati da errori umani [39]; per questo motivo la sfida attuale è quella di riuscire a realizzare sistemi di controllo intelligenti in grado di realizzare il monitoraggio dei sistemi in modo automatizzato e relegando all'operatore umano solo compiti di supervisione. Recentemente, si è assistito ad un crescente interesse nell'ambito della ricerca sul process monitoring. Questo è

dovuto principalmente allo sviluppo tecnologico che ha riguardato tutto il settore industriale, la dotazione di computer sempre più potenti ha permesso di raccogliere grandi quantità di dati durante le diverse condizioni operative del processo, comprese quelle interessate dai fault. La possibilità di analizzare direttamente questa mole di dati si è dimostrata essenziale per lo sviluppo delle moderne tecniche di monitoraggio dei sistemi.

4.1 Procedure del process monitoring

Il monitoraggio di processo può essere associato alle seguenti procedure: *fault detection*, *fault identification*, *fault diagnosis* e *process recovery*. La terminologia usata è volutamente generica visto che le quattro procedure possono essere applicate in varie discipline. In questa tesi si utilizza quella proposta da Raich e Cinar in [40].

- *Fault detection*. Si riferisce alla capacità di saper determinare correttamente la presenza dei guasti. Una rilevazione rapida ed efficiente permette di comprendere i motivi dell'insorgere di alcuni allarmi che altrimenti sarebbero di difficile interpretazione, riferiti, ad esempio, ad eventuali problemi emergenti nel sistema; in questo modo è possibile implementare una serie di contromisure che impediscono l'insorgere di complicazioni.
- *Fault identification*. Consiste nell'identificare le variabili di processo che sono maggiormente legate all'insorgere del guasto e che quindi consentono di eseguire la diagnosi. Lo scopo di questa procedura è quello di concentrare l'attenzione degli operatori su un particolare componente dell'intero sistema per eliminare gli effetti del fault in modo più efficace.
- *Fault diagnosis*. E' la procedura che consente di determinare quale tipo di guasto è insorto nel sistema e quindi di individuare la causa che ha prodotto il suo allontanamento dalle condizioni operative ottimali. La diagnosi può essere vista pertanto come un problema di classificazione dei possibili malfunzionamenti. Isermann [41] più specificatamente definisce la *fault diagnosis* come la capacità di far emergere la natura, l'entità, la posizione e l'istante temporale di comparsa del guasto.
- *Process recovery*. Indicata a volte anche *intervention*, si intendono tutti i possibili procedimenti che possono essere messi in essere per eseguire la rimozione

complessiva del guasto. Una volta che il fault è stato diagnosticato non sempre è facile determinare il procedimento migliore per eliminarlo; una strategia è quella di ricalibrare i controllori di processo. A tal proposito esistono diversi metodi per valutare le prestazioni dei controllori [42, 43].

Solitamente le quattro procedure vengono implementate seguendo lo schema riportato in fig.4.1. Ogni qualvolta venga rilevato un nuovo guasto, si applicano nell'ordine la fault identification, fault diagnosis e process recovery, in caso contrario si continua a ripetere la procedura di fault detection. In verità, non sempre è necessario seguire lo schema del process monitoring; a volte un guasto può essere diagnosticato senza identificare preliminarmente le variabili da esso influenzate e quindi senza ricorrere alla procedura di fault identification. Inoltre, non sempre è indispensabile automatizzare tutte le procedure del process monitoring; spesso in sistemi di piccole e medie dimensioni è sufficiente implementare in modo automatizzato solamente l'identificazione del fault perché da sola è in grado di fornire all'operatore umano tutte le informazioni utili a riportare il sistema nello stato ottimale. L'obiettivo del process monitoring è quello di incorporare in modo efficiente l'operatore umano nell'anello di figura 4.1, piuttosto che automatizzare l'intero schema di monitoraggio.

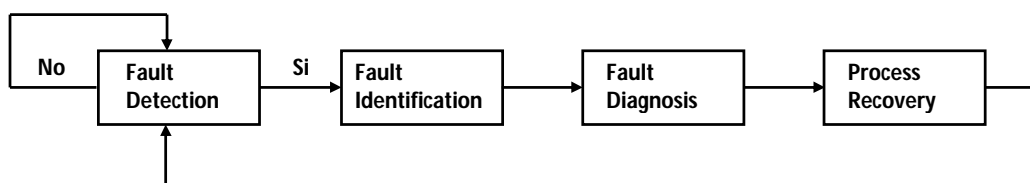


Figura 4.1: Ordine di esecuzione delle procedure del process monitoring.

4.2 Misure del process monitoring

Uno schema tipico del process monitoring utilizza un certo numero di misure acquisite dal sistema sotto controllo, per rappresentare lo stato o il comportamento del processo. Queste misure possono essere elaborate con tecniche differenti, per esempio, sfruttando l'analisi statistica oppure ricorrendo alla teoria della *pattern classification*, alla teoria dell'informazione e/o alla teoria dei sistemi. L'idea è quella di determinare un certo numero di misure significative, come possono essere gli

steady states, per assistere l'operatore o gli algoritmi diagnostici nel determinare lo stato delle operazioni e nell'identificare gli eventuali fault presenti. Ad esempio, per la fault detection si possono definire alcuni limiti sulle misure, così un guasto può essere rilevato quando una di queste oltrepassa il relativo limite. Inoltre, se si sviluppano delle misure che caratterizzano in modo accurato l'andamento di ciascuna variabile, dal confronto di tali misure si può intuire quale variabile è maggiormente influenzata dal fault e realizzare in questo modo la fault isolation. L'obiettivo del process monitoring è quindi quello di sviluppare delle misure il più possibile robuste e sensibili ai vari fault. Sapendo che le variabili sono influenzate in modo differente dai diversi guasti, confrontando le misure è possibile individuare quale malfunzionamento è presente nel sistema e quindi realizzare la diagnosi.

4.3 Metodi del process monitoring

4.3.1 Limit checking

Storicamente il primo approccio usato per eseguire la diagnosi dei guasti nei sistemi ingegneristici si basava sulla conoscenza dell'insieme dei valori ammissibili per ciascuna variabile misurata. Il metodo determinava la presenza del fault nel momento in cui una variabile oltrepassava il limite dei valori per essa ammissibili, mentre l'isolamento del guasto veniva effettuato andando a verificare quale tra le variabili esistenti aveva assunto un valore ammissibile. Questo approccio è chiamato *limit checking* e venne impiegato a partire dal diciannovesimo secolo. Successivamente, grazie alla disponibilità di strumentazioni più sofisticate, pensiamo ad esempio agli oscilloscopi, fu possibile compiere delle procedure di diagnosi più accurate. Nascono le cosiddette tecniche *signal based*, basate sul processamento del segnale nel dominio del tempo e/o nel dominio delle frequenze. Il principio è simile al limit checking, i guasti vengono rilevati ed isolati mediante il confronto delle componenti spettrali e delle caratteristiche transienti dei segnali con appropriati valori di riferimento. Nonostante la relativa semplicità di implementazione, queste tecniche sono poco efficienti perché ignorano le interazioni esistenti tra le diverse variabili di processo.

4.3.2 Metodi basati sul modello

A partire dal 1970, con l'avvento dei calcolatori nei processi ingegneristici, vennero introdotti i moderni sistemi di rilevamento ed isolamento dei guasti, detti *FDI* (*Fault Detection and Isolation*). Queste tecniche utilizzano un modello matematico per rappresentare il funzionamento corretto del processo sotto controllo. In particolare, i metodi *FDI* si basano sia su modelli meccanici, che utilizzano le leggi della fisica per descrivere il comportamento reale del sistema, sia su modelli empirici *black-box* come i modelli ingresso/uscita o i modelli in spazio di stato che fanno uso di osservatori dello stato, filtri di Kalman e che implementano tecniche di stima parametrica e stima dello stato. Ad esempio, se per semplicità di trattazione si limita lo studio al caso lineare, il comportamento a tempo continuo di un generico sistema può essere descritto dalle seguenti equazioni di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gf(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + Hf(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

dove $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ è il vettore di stato, $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^m$ il vettore degli ingressi, $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^p$ rappresenta il vettore delle uscite misurate ed infine $f(t)$ rappresenta l'evoluzione temporale del fault, non noto a priori; il termine \mathbf{Gf} modella i guasti ai componenti ed agli attuatori del sistema mentre \mathbf{Hf} rappresenta i possibili malfunzionamenti ai sensori che alterano i valori delle uscite. Se da un lato i modelli meccanici sono più complessi da definire rispetto a quelli a scatola nera, dall'altro sono più adatti ad implementare le procedure diagnostiche perché caratterizzati da parametri che possiedono un certo significato fisico. Per eseguire il rilevamento dei guasti, i metodi *FDI* che utilizzano i modelli matematici si basano su alcune misure di consistenza tra il comportamento reale dei sistemi ed i rispettivi modelli che prendono il nome di *residui*. In particolare, i residui vengono determinati in modo tale che siano prossimi allo zero quando nessun guasto è presente nel sistema mentre assumono valori elevati se in esso si manifestano comportamenti anomali. Le principali tecniche usate per generare i residui sono tre [44]:

1. *Metodo basato su stima di parametri*. Questa metodologia utilizza un modello parametrico del sistema sotto controllo, in cui si cerca di adattare, durante il monitoraggio, i parametri alle misure osservate. Se i parametri escono fuori dalle loro regioni ammissibili, che indicano il funzionamento corretto del sistema, viene diagnosticato un problema.

2. *Metodo basato su osservatori.* Si crea un modello dello spazio degli stati del sistema sotto controllo, del quale vengono prodotte delle stime sugli stati e le uscite del sistema. Gli errori di stima sono quindi usati come residui e confrontati con delle opportune soglie per scopi di rilevamento ed isolamento.
3. *Relazioni di parità.* Questo metodo misura la consistenza tra le equazioni matematiche del sistema e le misure. I residui ottenuti vengono trasformati linearmente per facilitare la diagnosi dei guasti.

La struttura di un generico sistema *FDI* basato sul modello viene schematizzata da Isermann in [45] e viene qui riportata in figura 4.2. Si può notare che vengono impiegati tre modelli per generare i residui, il modello nominale del sistema, l'osservatore ed il modello del fault da identificare; per migliorare le prestazioni della fault detection e minimizzare il numero dei falsi allarmi, il modello nominale viene aggiornato periodicamente attraverso l'osservatore diagnostico. Si osserva inoltre che, se nello schema vengono inseriti modelli differenti per ciascun tipo di fault, risulta fattibile implementare una diagnosi multipla dei guasti adattando opportunamente la struttura dell'osservatore. Spesso alcuni vincoli di tempo e costo impediscono lo sviluppo di tecniche accurate basate sul modello. Per questo motivo negli ultimi anni si sono sviluppati metodi complementari detti metodi *knowledge-based*. Queste tecniche hanno sostituito l'approccio teorico dei metodi *FDI* tradizionali utilizzando modelli qualitativi ed apposite regole diagnostiche. In [46] vengono prese in esame le tecniche principali come ad esempio la *Signed Directed Graph* ed i *fault tree*. Tuttavia, se si considerano sistemi complessi, dotati di un numero elevato di variabili, gli sforzi richiesti ai sistemi diagnostici basati sulla conoscenza divengono considerevoli. L'impiego di reti neurali e tecniche di clustering consente di attenuare queste difficoltà, ma la loro applicabilità è limitata ai casi in cui siano disponibili elevate quantità di dati su tutti i possibili casi di malfunzionamento o in presenza di modelli simulativi dettagliati [47].

4.3.3 Metodi basati sui dati

Approcci alternativi alle tecniche *FDI* convenzionali utilizzano alcuni metodi statistici per costruire modelli *basati sui dati*. Prendendo spunto dalla filosofia del *Multivariate Statistical Process Control (MSPC)*, queste tecniche utilizzano i dati raccolti direttamente dal processo per costruire dei modelli empirici capaci di descri-

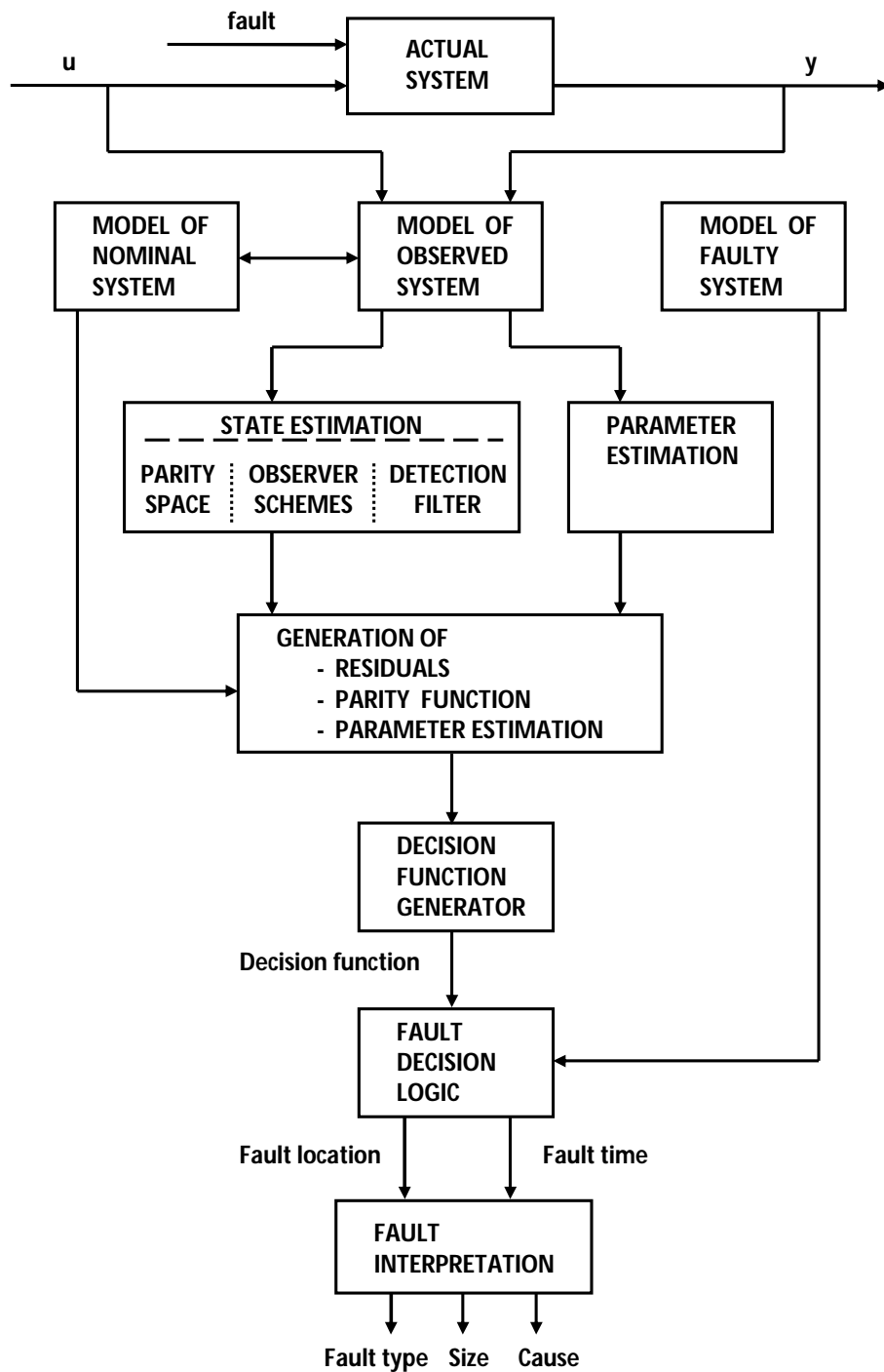


Figura 4.2: Schema di principio dei metodi *FDI* basati sul modello (Isermann).

vere il funzionamento normale del sistema. Utilizzando alcune tecniche dell'analisi multivariata come la *Principal Component Analysis (PCA)* e la *Projection to Latent Structures (PLS)*, l'informazione contenuta nei dati viene proiettata in un nuovo sistema di variabili latenti in cui si possono definire facilmente due spazi ortogonali che descrivono rispettivamente una regione del funzionamento normale e una del funzionamento anomalo. Quando un nuovo dato viene acquisito, questo viene proiettato nei due sottospazi e con l'aiuto di alcuni test statistici è possibile determinare la presenza o meno del guasto. In figura 4.3 viene riportato lo schema di principio di un generico metodo *FDI* basato sui dati che utilizza un approccio statistico multivariato. Il maggiore beneficio derivante dall'adozione di tecniche di questo tipo è rappresentato dalla facilità d'uso, non essendo richiesta la costruzione di alcun modello matematico; pertanto, esse possono essere applicate anche in problemi molto complessi con un elevato numero di variabili. D'altro canto, l'assenza del modello rappresenta anche il principale difetto dell'approccio statistico multivariato; in effetti, con i metodi basati sui dati, la descrizione dei sistemi monitorati è limitata e tale da non consentire una adeguata diagnosi dei guasti. Per superare questo limite vengono utilizzati alcuni strumenti di isolamento del fault chiamati *contribution plot* [9]. Nello specifico, essi determinano le variabili che contribuiscono in misura maggiore a far allontanare lo stato del sistema dalla regione del funzionamento normale, definita dalla *PCA* o dalla *PLS*. In ogni caso, la capacità diagnostica dei metodi *data-driven* può migliorare notevolmente se si dispongono di informazioni aggiuntive sulle varie tipologie di guasto che si manifestano nel sistema. Yoon e MacGregor [48] utilizzano queste informazioni per costruire, mediante la *PCA*, sia un modello del funzionamento corretto, sia dei modelli che caratterizzano ciascun tipo di fault; in questo modo il monitoraggio diviene essenzialmente una sorta di classificazione tra condizioni operative differenti. Da questo punto di vista, esistono altre tecniche, come la *Fisher Discriminant Analysis* [49, 50], che sono più efficaci della *PCA* nel discriminare tra regioni di funzionamento normale ed anomalo. Tuttavia, tali metodi richiedono di conoscere preventivamente i dati del funzionamento anomalo e non sempre questi sono disponibili.

4.3.4 Confronto tra model-based e data-driven

I metodi *FDI* usati dal process monitoring si possono suddividere in due categorie: i metodi basati sul modello ed i metodi statistici basati sui dati. I primi fanno uso di

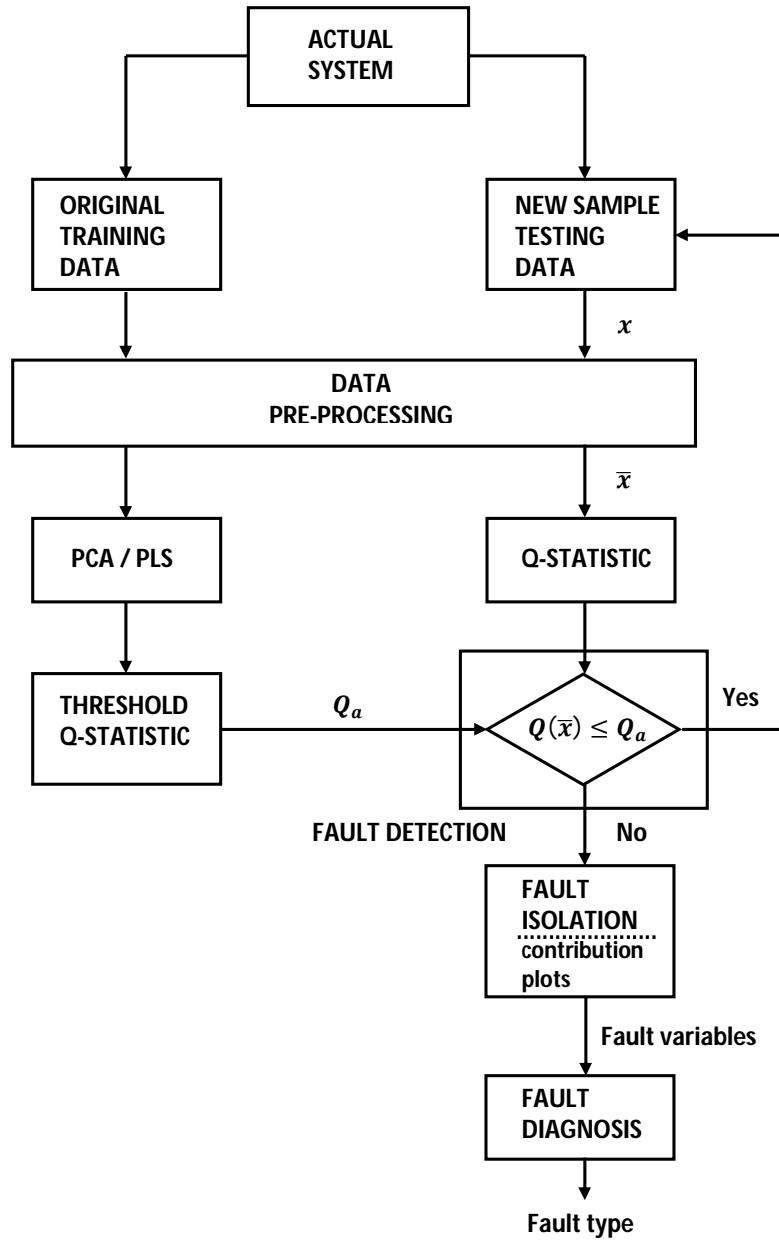


Figura 4.3: Schema di principio dei metodi *FDI* basati sui dati.

modelli matematici accurati che consentono di effettuare in modo efficiente sia la rilevazione sia la diagnosi dei guasti; tuttavia, la complessità derivata dall'uso dei modelli rende fattibile l'impiego di questi metodi solamente in sistemi di piccole dimensioni. I secondi sono più facili da implementare perché considerano solamente i dati raccolti dal processo; di conseguenza, essi possono trovare applicazione anche in sistemi complessi con un numero elevato di variabili. La mancanza di una descrizione strutturale del sistema rende però più complicato eseguire l'identificazione del fault. Yoon e MacGregor [51] esaminano in modo approfondito i pregi ed i difetti dei due approcci. Gli autori osservano che le due strategie hanno delle caratteristiche complementari e quindi auspicano si possa trovare una procedura adeguata per combinare i due metodi e sfruttare così i punti forza di entrambi. Nella tabella 4.1 vengono riassunte le caratteristiche principali degli approcci *model-based* e *data-driven*. In questa tesi, si è deciso di implementare il monitoraggio dei sistemi di refrigerazione senza considerare alcun modello matematico; così facendo, la metodologia diagnostica proposta può trovare applicazione in uno spettro più ampio di macchine con caratteristiche tecniche differenti. In particolare, vengono sfruttate le potenzialità dei contribution plot ricostruiti che garantiscono un miglior isolamento del fault rispetto a quelli tradizionali, senza utilizzare dati aggiuntivi sui diversi guasti.

4.4 Proprietà di un sistema diagnostico

Per mettere a confronto i diversi metodi del process monitoring, descritti nel precedente paragrafo, è utile tener conto di alcune proprietà che caratterizzino un buon sistema diagnostico. Queste proprietà possono essere impiegate come metro di giudizio per valutare le diverse tecniche in termini di affidabilità, efficienza, onerosità computazionale, dipendenza parametrica ma soprattutto completezza e sensibilità. Quando un evento anomalo si manifesta nel processo, il sistema diagnostico fornisce alcune ipotesi sulle possibili cause all'origine del comportamento anomalo; la completezza di un sistema diagnostico richiede che tra i fault individuati compaia anche quello realmente presente nel processo. La sensibilità, invece, richiede che l'insieme dei possibili fault diagnosticati sia il più piccolo possibile. Solo giungendo ad un compromesso tra completezza e sensibilità si possono ottenere delle diagnosi accurate. Le proprietà che un buon sistema diagnostico dovrebbe avere sono:

Tabella 4.1: Approcci model-based e statistical data-driven per il process monitoring

	Metodi basati sul modello	Metodi basati sui dati
Modelli e dati	<ul style="list-style-type: none"> a. Modelli matematici identificati in modo sperimentale. b. Modelli esprimono le relazioni ingresso-uscita. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Dati raccolti durante il funzionamento normale. b. Studiare la struttura di covarianza tra le variabili misurate.
Tecniche	<ul style="list-style-type: none"> a. Stimatori dello stato, filtri di Kalman, relazioni di parità, osservatori. b. Stima parametrica. c. Analisi dei residui. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Analisi multivariata dei dati (PCA/PLS). b. Analisi statistica (indici SPE, Hotelling T^2) c. Contribution plot
Applicazioni	<ul style="list-style-type: none"> a. Numero limitato di variabili. b. Processi ben definiti, tipicamente elettrici e meccanici. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Numero elevato di variabili. b. Processi mal definiti, tipicamente chimici, semi-conduttori, <i>etc.</i>
Fault detection	<ul style="list-style-type: none"> a. Eseguita facilmente. b. Verificare se i fault rompono le relazioni di parità. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Eseguita facilmente. b. Verificare se i fault rompono la struttura di covarianza dei dati.
Fault diagnosis	<ul style="list-style-type: none"> a. L'uso dei modelli consente di isolare direttamente i diversi fault. b. Possibilità di isolare fault multipli. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Contribution plot isolano fault singoli ma non guasti multipli. b. Utilizzare nuovi dati per descrivere i fault (<i>FDA</i>).
Osservazioni	<ul style="list-style-type: none"> a. Detection e diagnosis eseguite insieme. 	<ul style="list-style-type: none"> a. Detection e diagnosis eseguite in sequenza.

1. *Prontezza.* Il rilevamento e la diagnosi dei guasti devono poter essere implementate molto velocemente per impedire ad eventuali fault bruschi di compromettere seriamente il funzionamento del sistema. Tuttavia, velocizzare eccessivamente la risposta alle sollecitazioni anomale può rendere il sistema meno performante; in tal caso, la diagnosi risulterebbe influenzata dalle componenti di alta frequenza e dai rumori che possono causare un aumento dei falsi allarmi durante il funzionamento normale. Si deve trovare pertanto un giusto compromesso tra prontezza e prestazioni.
2. *Robustezza.* Per isolare correttamente le varie tipologie di guasto, il sistema diagnostico deve essere robusto al rumore ed alle incertezze presenti nel modello del processo. La robustezza consente alla fault detection di confrontare i valori dei residui o di altre feature che rilevano i comportamenti anomali del processo, con soglie prossime allo zero; se i residui superano queste soglie allora viene indicata la presenza di un malfunzionamento. Pertanto, un sistema diagnostico robusto riesce ad individuare nel processo anche i fault meno severi, distinguendoli dai rumori o altri disturbi.
3. *Capacità di identificare nuovi fault.* Uno dei requisiti di un sistema diagnostico è quello di essere in grado di verificare se il processo sta funzionando normalmente o in modo anomalo ed in quest'ultimo caso, di capire se la causa del malfunzionamento è un fault noto oppure un guasto sconosciuto che si sta manifestando per la prima volta. Non sempre sono disponibili i dati per modellizzare tutte le possibili anomalie, di conseguenza la capacità di individuare una nuovo fault può divenire in certi casi di difficile realizzazione; naturalmente, se si dispongono di modelli dinamici accurati è sempre possibile generare questi dati e risolvere il problema. In ogni caso, anche nelle condizioni più difficili, un buon sistema diagnostico dovrebbe essere in grado di riconoscere la presenza di una nuova anomalia, distinguendola dai fault noti o dalle condizioni operative normali.
4. *Adattabilità.* In generale, i sistemi ingegneristici evolvono nel tempo e cambiano il loro stato operativo sotto l'influenza di sollecitazioni esterne o di retroazioni provenienti dai sistemi di controllo; le condizioni operative non vengono modificate solamente dai disturbi e dai malfunzionamenti. Il sistema diagnostico deve pertanto adattarsi a tali cambiamenti, aggiornando il

modello che descrive il funzionamento normale del processo ogni qualvolta emergano delle informazioni su nuove condizioni operative.

5. *Capacità di spiegare il guasto.* Un buon sistema diagnostico non solo identifica la causa all'origine del malfunzionamento ma, auspicabilmente, fornisce anche delle precisazioni su come il fault abbia avuto origine e su come si sia sviluppato fino alla situazione attuale, indicando se possibile una soluzione al problema. Questo permette all'operatore di valutare quali azioni sia opportuno intraprendere per riparare il guasto, tenendo conto dei suggerimenti proposti dal sistema diagnostico e della propria esperienza personale.
6. *Capacità di identificare fault multipli.* La possibilità di diagnosticare più fault contemporaneamente nello stesso processo è il requisito più difficile da implementare in un sistema diagnostico. La principale difficoltà risiede nel fatto che guasti diversi possono interagire tra loro rendendo complicato eseguire la diagnosi; in effetti, questa si basa sull'uso di un singolo modello per ciascun tipo di guasto e non tiene conto delle possibili combinazioni tra fault. D'altra parte, sarebbe troppo oneroso considerare tutte le combinazioni, soprattutto in sistemi di grandi dimensioni.

Capitolo 5

Statistical Process Control

Il controllo statistico di processo (Statistical Process Control) è inteso generalmente come un insieme di particolari tecniche statistiche applicate al monitoraggio di un processo, con lo scopo di migliorarne la produttività e la qualità. Le tecniche dello SPC sono in grado di assicurare che un processo produttivo resti qualitativamente efficiente. Nello specifico, il controllo statistico di processo sfrutta la considerevole quantità di dati resi disponibili dai moderni sistemi di acquisizione per sviluppare specifiche procedure di rilevamento ed identificazione dei malfunzionamenti (procedure *data-driven*) che non fanno uso di modelli dinamici dei sistemi monitorati. L'idea alla base dello SPC è quella di mettere a confronto le misure attuali del processo con alcuni dati di riferimento, che descrivono il funzionamento in condizioni operative normali dello stesso, dette *Normal Operating Conditions* o *NOC*. In particolare, l'adozione di apposite statistiche consente di valutare se il comportamento del processo è conforme oppure no alle NOC e, qualora non lo fosse, di segnalare la presenza di un'anomalia. In generale, i dati raccolti dal processo presentano una certa variabilità che è riconducibile a due tipi di cause: *cause accidentali*, associate alla variabilità intrinseca del processo (paragonabile al rumore di fondo) e *cause speciali*, dovute ad eventi occasionali non attribuibili a cause comuni. Un processo che opera in assenza di cause speciali è detto *in controllo statistico*, mentre un processo che opera in presenza di cause speciali è detto *fuori controllo statistico*. Il problema da risolvere è quindi una verifica di ipotesi nulla di "processo in controllo" contro l'ipotesi alternativa di un "cambiamento dovuto a cause non accidentali". Si tratta di calcolare una conveniente statistica z_t tale che, fissati i due limiti superiore (LS) ed inferiore (LI) della regione di accettazione, permetta di stabilire se accettare

o rifiutare l'ipotesi nulla:

$$z_t \in (LI, LS) \implies \text{accetto } H_0$$

$$z_t \notin (LI, LS) \implies \text{rifiuto } H_0.$$

5.1 Controllo statistico univariato

Tradizionalmente il controllo statistico di processo viene implementato fissando per ogni variabile osservata le soglie di una regione di accettazione; alcune carte di controllo, come la carta *Shewhart* [52], vengono impiegate per verificare se gli andamenti delle singole variabili oltrepassano i limiti inferiore e superiore di tale regione e quindi per segnalare i comportamenti anomali delle singole variabili. I limiti usati per eseguire il controllo statistico vengono definiti analizzando la variabilità presente in alcuni dati di allenamento (i.e. training), raccolti in corrispondenza delle condizioni operative normali del processo. Solitamente si sommano e sottraggono tre deviazioni standard ad un certo valore obiettivo (*target*) pari, ad esempio, alla media dei dati di training (fig. 5.1). In generale, i valori delle soglie vengono scelti cercando di minimizzare il numero dei falsi allarmi ed allo stesso tempo anche il numero delle anomalie che non rilevate. Un falso allarme è l'indicazione di un malfunzionamento eseguita in assenza di una reale motivazione; mentre una mancata rilevazione si determina quando il controllo statistico non si accorge della presen-

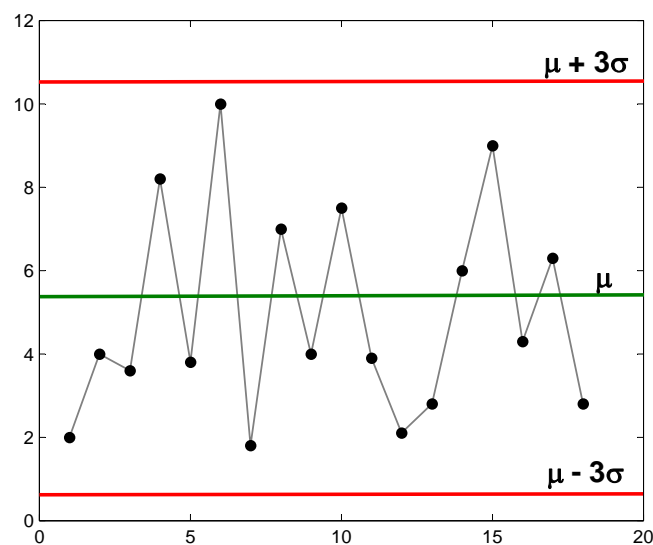


Figura 5.1: Esempio di carta Shewhart usata per il controllo statistico univariato.

za di comportamenti anomali nel sistema. Adottando delle soglie troppo strette si corre il rischio di aumentare eccessivamente i falsi allarmi, viceversa, considerando delle soglie molto larghe aumenta la possibilità di perdere i comportamenti anomali. Occorre quindi trovare un giusto compromesso per non pregiudicare i risultati della rilevazione delle anomalie (i.e. fault detection). A tal fine, è possibile applicare la teoria dell'ipotesi statistica per predire il tasso dei falsi allarmi. Si consideri, ad esempio, il caso in cui si manifesti in una certa variabile un comportamento anomalo i ; sia ω l'evento che rappresenta il funzionamento normale e ω_i l'evento che indica il manifestarsi del guasto i . Sia inoltre x una osservazione della variabile controllata, con l'ipotesi nulla di assegnare x come ω e l'ipotesi alternativa di assegnare x come ω_i . Allora il numero di falsi allarmi è pari al tasso degli errori di tipo I mentre il numero delle anomalie non riscontrate, associate al guasto i , è determinato dal tasso degli errori di tipo II. La figura 5.2 fornisce un'interpretazione grafica dei due errori. Si osserva che aumentando la soglia, ovvero spostando la linea verticale rossa sulla destra in fig. 5.2, diminuisce il tasso dei falsi allarmi ma cresce quello delle anomalie che la fault detection non riesce a intercettare. L'errore di tipo I, detto anche livello di confidenza α , viene considerato per misurare il grado del compromesso tra falsi allarmi ed anomalie non rilevate; in generale, prima di fissare un valore del parametro α , è utile cercare di migliorare il più possibile la precisione delle misure, per ridurre così buona parte della variabilità dei dati causata dal rumore di fondo. In ogni caso, indipendentemente dal tipo di misure considerate, il monitoraggio di processo basato sulle carte *Shewhart* non sempre è in grado di superare un certo limite di prestazione; a volte, per riuscire ad abbassare ulteriormente il tasso dei falsi allarmi è conveniente utilizzare altri strumenti del controllo statistico univariato, come le carte *CUSUM* (*CUMulative SUM*) [53] ed *EWMA* (*Exponentially-Weighted Moving Average*) [54], applicate su certo numero di osservazioni che si riferiscono ad istanti temporali consecutivi. Questi metodi aumentano la sensibilità della fault detection, allungando però i tempi che intercorrono tra la comparsa del malfunzionamento e l'istante in cui viene rilevato. Le carte di controllo *CUSUM* e *EWMA* si adattano meglio ai quei fault che producono dei lievi spostamenti nell'andamento delle variabili mentre la carta *Shewhart* è migliore nel rilevare le anomalie improvvise e brusche.

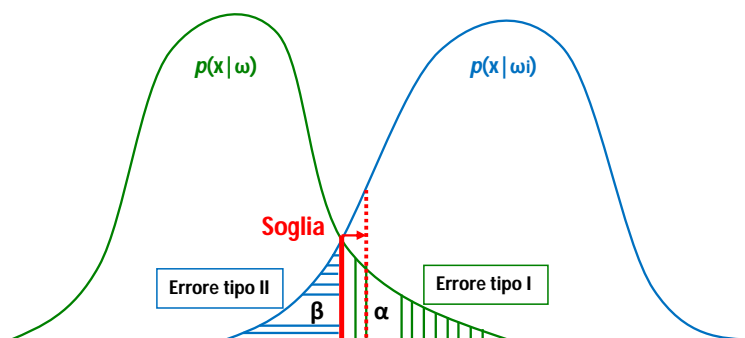


Figura 5.2: Test d'ipotesi per fissare il limite di controllo statistico univariato. L'errore di tipo I per l'ipotesi nulla (assegnare x come ω) è α , l'errore di tipo II per l'ipotesi alternativa (assegnare x come ω_i) è β .

5.2 Controllo statistico multivariato

Le tecniche del controllo statistico univariato eseguono il monitoraggio di processo controllando in modo indipendente gli andamenti delle singole variabili. Le carte di controllo *Shewhart*, *CUSUM* ed *EWMA* consentono di verificare se il modulo di ciascuna variabile è contenuto in una regione di accettazione, ma non sono in grado di esaminare le correlazioni esistenti tra le diverse variabili. Spesso, nei moderni sistemi ingegneristici particolarmente complessi e dotati di un numero elevato di sensori, risulta difficoltoso interpretare ed identificare correttamente i vari malfunzionamenti, senza analizzare come le variabili di processo interagiscono tra loro. Le difficoltà che si possono incontrare quando si esegue la rilevazione delle anomalie con le tecniche del controllo statistico univariato sono illustrate in figura 5.3. Per semplificare l'analisi vengono considerate solamente due variabili (x_1, x_2). Supponiamo che in condizioni operative normali, cioè in presenza di una variabilità riconducibile al solo rumore di fondo, x_1 e x_2 abbiano una distribuzione gaussiana e siano tra loro correlate con coefficiente $\rho_{x_1, x_2} = 0.8$. L'ellisse riportata in figura rappresenta il confine che delimita la regione del funzionamento normale mentre le osservazioni delle variabili vengono indicate con dei singoli punti; gli stessi campioni sono raffigurati anche all'interno di due carte *Shewhart* rappresentate con i corrispondenti limiti di controllo. Ispezionando le carte singolarmente, si può notare che tutte le misure non oltrepassano le soglie della regione di accettazione e quindi si può dedurre che nessun malfunzionamento sia presente nel processo. In verità, il punto indicato con il simbolo \otimes rappresenta una condizione operati-

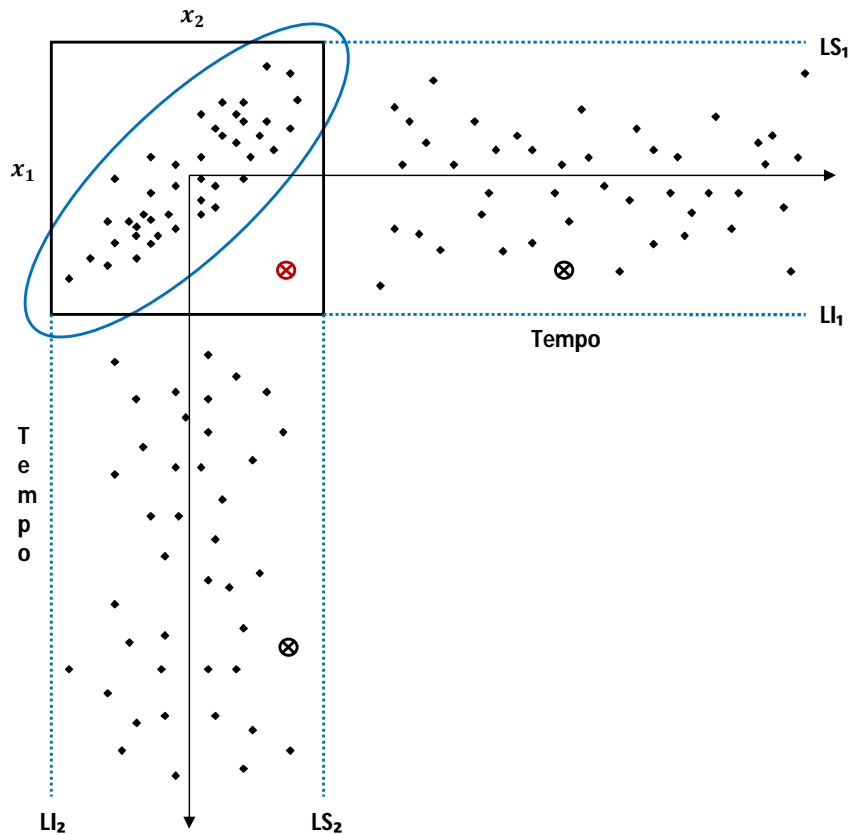


Figura 5.3: Analisi fuorviante del controllo statistico univariato.

va anomala. Le carte *Shewhart* non riescono quindi a far emergere il campione che si riferisce ad un malfunzionamento; questo occupa infatti una posizione interna ai limiti di controllo, come tutti gli altri punti nel grafico. Solamente l'analisi congiunta delle variabili x_1 e x_2 consente di vedere chiaramente che \otimes risiede all'esterno della regione del controllo statistico e che quindi si tratta di un'anomalia. L'esempio illustrato mette in evidenza come sia possibile migliorare la rilevazione dei malfunzionamenti esaminando più variabili simultaneamente. Questo approccio è alla base del controllo statistico multivariato. L'idea di fondo del *Multivariate Statistical Process Control (MSPC)* è quella di considerare le correlazioni tra le diverse misure per definire alcuni indici statistici che siano in grado di monitorare la variabilità dell'intero processo e non soltanto delle singole variabili, come avviene invece con il controllo univariato. In questo modo, è possibile eseguire la fault detection considerando le interazioni tra le diverse variabili ed utilizzando un'unica statistica riassuntiva, anziché tanti indici quante sono le variabili da controllare.

Nello specifico, le tecniche del controllo statistico multivariato utilizzano alcuni dati di allenamento per calcolare la struttura di covarianza delle variabili durante il funzionamento normale del processo. Gli stessi dati vengono analizzati per ricavare alcune soglie che delimitano la regione delle condizioni operative normali; le soglie vengono fissate in modo tale che gli indici statistici, usati per il rilevamento delle anomalie, assumano dei valori elevati in corrispondenza di quelle misure che non sono conformi al modello della covarianza. Pertanto, il controllo statistico multivariato si basa su un modello statistico del processo¹ che rappresenta le correlazioni tra le diverse variabili; il MSPC implementa questo modello utilizzando alcune tecniche di riduzione delle dimensioni come la *Principal Component Analysis (PCA)*. A partire dagli anni novanta, l'impiego della PCA per eseguire il monitoraggio di processo è stata oggetto di studio in numerosi articoli in letteratura. Attualmente l'analisi delle componenti principali rappresenta un approccio standard allo statistical process control. La PCA riduce le dimensioni del problema definendo delle nuove variabili ortogonali, le *componenti principali*, combinazioni lineari delle variabili originali, che sono in grado di spiegare la maggior variabilità presente nei dati. Dalle nuove variabili vengono estratte le informazioni sulla covarianza che consentono di costruire un modello per il MSPC; la caratteristica peculiare di questo modello è di suddividere le misure in due spazi ortogonali, il sottospazio delle componenti principali S_p e quello dei residui S_r . Il primo si riferisce alla variabilità dei dati presente nelle normali condizioni operative e quindi conforme al modello della covarianza, mentre il secondo comprende la variabilità dei dati non spiegata dal modello, dovuta al rumore di fondo o alla presenza di eventuali anomalie. Diversi indici statistici utilizzano il modello della PCA per realizzare la fault detection. La statistica di Hotelling T^2 misura come variano i dati nello spazio delle componenti principali e quindi all'interno del modello. La statistica Q , detta anche *Square Prediction Error (SPE)*, esamina invece la proiezione dei dati nello spazio dei residui; così facendo può fornire un'indicazione sulla distanza che separa ogni misura dalla struttura di covarianza che caratterizza il funzionamento normale. Le statistiche considerate possono essere definite mediante delle forme quadratiche semidefinite positive [55]. Un valore elevato dell'indice T^2 rivela la presenza di un comportamento anomalo nel modulo delle variabili, diversamente, la statistica SPE

¹Si tratta di un modello empirico che considera solamente le proprietà intrinseche dei dati; non vengono analizzate le caratteristiche dinamiche del processo, quindi il MSPC è un metodo del process monitoring basato sui dati e non sul modello.

aumenta drasticamente in corrispondenza dei malfunzionamenti che modificano le correlazioni tra di esse. L'adozione di alcuni "indici combinati" consente di monitorare entrambe le anomalie. Un primo esempio è rappresentato dalla statistica introdotta da Raich e Çinar in [40], per la quale nessun limite di controllo è stato definito. Yue e Qin [56] hanno proposto una soglia per il loro indice combinato φ , utilizzando i risultati di Box [57]. Nel corso degli anni, molte varianti della PCA sono state sviluppate per migliorare le prestazioni della fault detection. Tra queste vi sono la *Multiway PCA* [58], usata per monitorare i processi batch, la *Dynamic PCA* [59] che considera le autocorrelazioni delle variabili, la *Multiscale PCA* [60] che utilizza la trasformata wavelet per rilevare i cambiamenti anomali nel dominio del tempo e della frequenza ed infine, più recentemente, Zhao et al. [61] hanno proposto un metodo per monitorare i processi in cui sono previste diverse modalità di funzionamento. Le nuove versioni della PCA cercano di migliorare il controllo statistico costruendo dei modelli più accurati a partire dai dati; in [61], ad esempio, è presentata una strategia per aggiornare dinamicamente il modello della PCA al variare delle condizioni operative del processo. Tuttavia, la maggior parte delle tecniche proposte in letteratura presentano delle criticità implementative che le rendono poco robuste ed a volte anche computazionalmente troppo onerose. Per quanto riguarda la procedura di *fault identification*, gli indici del controllo statistico multivariato non consentono di risalire alla causa del fault. Tuttavia, se si dispone di un numero sufficiente di dati sui possibili guasti, un metodo semplice per isolare il malfunzionamento consiste nell'assegnare ogni nuova misura alla classe del fault più vicina. Si tratta cioè di implementare un classificatore; a tal fine, Raich e Çinar [40] misurano gli angoli tra due sottospazi delle componenti principali, uno riferito alle misure con il guasto incognito e l'altro ottenuto con i dati di uno dei fault noti. Il guasto viene identificato scegliendo quello che consente di ottenere l'angolo più piccolo. Un altro metodo per eseguire la classificazione si basa sull'uso della *Fisher Discriminant Analysis (FDA)*, [50]. La *FDA* massimizza la distanza tra le classi di fault ed allo stesso tempo minimizza la loro variabilità interna. Così facendo risulta più semplice discriminare correttamente le diverse anomalie. Queste tecniche implementano un controllo di processo supervisionato che difficilmente può trovare applicazione nei sistemi reali; in effetti, è improbabile che tutti i dataset usati per costruire il classificatore siano sempre disponibili. In questi casi viene adottato un approccio semi-supervisionato [9], alternativo al classificatore; esso utilizza i con-

tribution plot per determinare le variabili che contribuiscono in misura maggiore ad aumentare le statistiche della fault detection. Le variabili con i contributi più grandi sono, con maggiore probabilità, le responsabili del fault. Applicando alcune regole diagnostiche, che sulla base delle conoscenze del processo stabiliscono quali variabili sono coinvolte in ciascun guasto, risulta possibile interpretare i risultati dei contribution plot ed eseguire così la diagnosi guasti. Nonostante i contribution plot siano molto diffusi, essi soffrono di un “effetto smearing” che può portare ad una errata identificazione del guasto. Westerhuis et al. [62] propongono un semplice esempio per dimostrare che le variabili coinvolte in un fault possono aumentare i contributi di altre variabili non influenzate dallo stesso. Per risolvere questo problema, Alcalá e Qin [63] definiscono i contribution plot ricostruiti o *Reconstruction-Based Contribution (RBC)*. In presenza di un dato anomalo, essi calcolano per ogni sua variabile il contributo necessario a riportare gli indici statistici entro i limiti delle NOC. Gli autori utilizzano delle disuguaglianze di Cauchy-Schwarz per dimostrare che le variabili interessate dal guasto hanno i contributi ricostruiti più grandi. In [64] vengono presi in rassegna i principali metodi usati per l’analisi dei contributi, come i *Complete Decomposition Contributions (CDC)*, che coincidono con i contribution plot tradizionali, i *Partial Decomposition Contributions (PDC)*, i *Diagonal Contributions (DC)*, i *Reconstruction-based Contributions (RBC)* e gli *Angle-based Contributions (ABC)*. Dal confronto dei diversi schemi si nota che i contribution plot tradizionali forniscono i risultati peggiori, mentre è confermata la validità del metodo basato sulla ricostruzione. Infine, viene suggerito un procedimento di normalizzazione dei contributi che consente di rendere più performante la diagnosi; si parla in questo caso di contributi ricostruiti relativi.

In questa tesi si è scelto di implementare il monitoraggio dei sistemi di refrigerazione seguendo la teoria del controllo statistico multivariato, più efficace di quello univariato. Pertanto, si andrà a definire il modello PCA dei sistemi sotto controllo, si applicheranno gli indici statistici per la rilevazione dei malfunzionamenti ed infine per la diagnosi si adotterà l’approccio semi-supervisionato caratterizzato dall’uso dei contribution plot. In particolare, si confronteranno i contribution plot tradizionali e quelli ricostruiti.

5.3 Principal Component Analysis

L'Analisi delle Componenti Principali è una tecnica di analisi multivariata, proposta da Karl Pearson nel 1901 e sviluppata nella sua forma attuale da Harold Hotelling nel 1933, di fondamentale importanza per l'esplorazione dei dati. In generale, un certo numero di variabili che descrivono i dati sono trasformate in nuove variabili, chiamate *componenti principali*, che sono delle combinazioni lineari delle variabili originali e la cui caratteristica più importante è quella di essere tra loro ortogonali. Rispetto alle altre tecniche dell'analisi multivariata, come l'*Analisi Fattoriale* e la *Partial Least Square (PLS)*, la PCA consente di massimizzare la covarianza delle variabili originali che viene spiegata dalle componenti principali. A tal proposito, la PCA può essere interpretata come una rotazione dei dati originali, effettuata in modo tale che, nel nuovo sistema di riferimento, il primo asse sia orientato nella direzione di massima varianza dei dati, il secondo sia perpendicolare al primo e risieda nella direzione della successiva massima varianza dei dati, e così di seguito per tutti i nuovi assi. In figura 5.4 è riportato un esempio in due sole variabili x e y . Si può notare che la prima componente principale u risiede nella direzione di massima varianza e la sua origine coincide con quella delle variabili. La varianza residua è spiegata dalla seconda componente principale v , perpendicolare alla prima. Ciascuna componente è una combinazione lineare delle due variabili.

5.3.1 Pre-processing dei dati

Prima di effettuare qualsivoglia elaborazione è sempre necessaria un'analisi preliminare dei dati, analisi che ha lo scopo di controllare e predisporre i dati per le successive elaborazioni. Le procedure di pretrattamento dei dati considerate in questa tesi sono tre: la rimozione delle variabili non rilevanti, l'autoscalatura e la rimozione delle misure anomale. I dati di training usati per l'analisi delle componenti principali possono contenere delle variabili che forniscono delle informazioni irrilevanti ai fini del monitoraggio di processo; queste vengono rimosse prima di proseguire con l'analisi. Ad esempio, può essere che certe variabili presentino degli errori di misura elevati, causati da una cattiva calibrazione dei sensori o che alcune variabili abbiano un significato fisico non inerente con la porzione di processo monitorato. In questi casi, la rimozione delle variabili non idonee consente di migliorare in modo considerevole le prestazioni del monitoraggio di processo.

Nelle tecniche di riduzione delle dimensioni come la PCA è necessario eseguire una scalatura dei dati per evitare che certe variabili possano nascondere il contributo delle altre. Per esempio, se si esegue, senza scalare, una procedura di riduzione delle dimensioni su alcune misure di temperatura, comprese tra 250 K e 300 K, e di pressione, che variano tra 0.5 atm e 1 atm, è probabile che le misure di temperatura prevalgano su quelle di pressione, anche se entrambe hanno la stessa importanza nel monitoraggio del processo. L'autoscalatura consente di uniformare i valori delle misure in modo tale che ogni variabile abbia lo stesso peso. Essa prevede due operazioni. La prima consiste nel sottrarre alle variabili il valor medio (*centratura*), dato che l'obiettivo è quello di analizzare la variabilità dei dati dalla loro media. In una seconda fase, i dati centrati vengono divisi per la loro deviazione standard; così facendo nessuna variabile può dominare sulle altre perché tutte risultano a varianza unitaria. Quando dal processo si acquisiscono le nuove misure, le operazioni di centratura e normalizzazione a varianza unitaria vengono eseguite utilizzando i valori delle medie e delle deviazioni standard calcolate sui dati di training. Infine, nell'ultima procedura vengono filtrati i valori anomali che non sono stati identificati correttamente durante la steady state detection. Se queste misure non vengono rimosse possono influenzare la stima dei parametri statistici impiegati nei metodi del monitoraggio di processo.

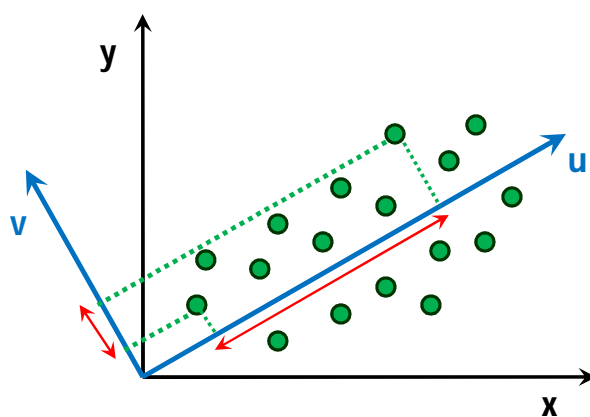


Figura 5.4: Interpretazione geometrica della *Principal Component Analysis*. La componente principale u è disposta lungo la direzione di massima variabilità dei dati. La seconda componente v occupa la direzione ortogonale a quella di u in cui risiede la massima variabilità residua.

5.3.2 Modello della covarianza

Il controllo statistico multivariato basato sulla PCA utilizza i dati di training del funzionamento normale per costruire un modello del processo. Sia $x(k) \in \mathcal{R}^m$ un generico dato di training raccolto all'istante k e composto da m variabili x_i . Se supponiamo che il dataset dei dati di allenamento sia costituito da n campioni, allora si può costruire la matrice $X = [x(1) x(2) \dots x(n)]^T \in \mathcal{R}^{n \times m}$ che riporta in ciascuna riga un campione $x^T(k)$ con $k \in \{1, \dots, n\}$. Le medie e la deviazioni standard delle variabili vengono calcolate dalla matrice X per eseguire l'autoscalatura dei dati ed ottenere così una media nulla ed una varianza unitaria. La PCA trasforma linearmente X per ottenere una matrice T composta lungo le colonne da un nuovo set di m variabili incorrelate t_i , dette *variabili latenti*, capaci di catturare la maggior parte di varianza dei dati:

$$T = XP \in \mathcal{R}^{n \times m} \quad (5.1)$$

dove $T = [t(1) t(2) \dots t(n)]^T$ è ortogonale [65], con $\{t(k) = P^T x(k) \in \mathcal{R}^m\}$ che al variare di $k \in \{1, \dots, n\}$ rappresenta l'insieme degli *scores*, i.e. le osservazioni delle variabili latenti espresse nel nuovo sistema di riferimento. La rotazione delle variabili originali x_i è eseguita attraverso la matrice $P = [p_1 p_2 \dots p_m] \in \mathcal{R}^{m \times m}$; si tratta di una matrice ortonormale ottenuta dalla decomposizione agli autovalori della matrice di covarianza² di X :

$$\Sigma = \frac{1}{n-1} X^T X = P \Lambda P^T \quad (5.2)$$

I vettori $p_i \in \mathcal{R}^m$, detti *loadings*, sono quindi gli autovettori di Σ associati ai rispettivi autovalori λ_i , disposti in ordine decrescente lungo la matrice diagonale:

$$\Lambda = \frac{1}{n-1} T^T T = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\} \quad (5.3)$$

con $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$; gli autovalori della matrice di covarianza Σ forniscono una misura della varianza descritta dalle variabili latenti t_i . Infatti :

$$\lambda_i = \frac{1}{n-1} t_i^T t_i \approx \text{var}\{t_i\} \quad (5.4)$$

quando n è sufficientemente elevato. Si intuisce pertanto che le prime variabili latenti, associate agli autovalori più grandi, riescono a spiegare la maggior variabilità

²La PCA viene eseguita normalmente sulla matrice di covarianza; tuttavia, si osserva che dopo l'autoscalatura dei dati la matrice di covarianza coincide con quella di correlazione.

dei dati; si parla in tal caso di *componenti principali*. La costruzione del modello PCA consiste nella selezione di un certo numero l di componenti principali; questo consente di catturare le variazioni dei dati in corrispondenza delle varie condizioni operative del processo e di minimizzare gli effetti del rumore di fondo, presenti nelle ultime variabili latenti. Fissato $l \leq m$, la matrice degli autovettori viene partizionata come segue:

$$P = [\hat{P} \tilde{P}] \in \mathcal{R}^{m \times m} \quad (5.5)$$

dove $\hat{P} \in \mathcal{R}^{m \times l}$ e $\tilde{P} \in \mathcal{R}^{m \times (m-l)}$. La matrice \hat{P} consente di proiettare le osservazioni delle variabili originali nelle l componenti principali:

$$\hat{T} = X\hat{P} \in \mathcal{R}^{n \times l} \quad (5.6)$$

mentre la proiezione inversa nello spazio m -dimensionale è data dalla formula:

$$\hat{X} = \hat{T}\hat{P}^T \in \mathcal{R}^{n \times m} \quad (5.7)$$

La differenza tra X e \hat{X} definisce la matrice dei residui $\tilde{X} = X - \hat{X} \in \mathcal{R}^{n \times m}$ che descrive la variabilità dei dati di training associata agli $m - l$ autovalori più piccoli. Dopo aver costruito il modello PCA e partizionato la matrice dei loadings come nell'eq. (5.5), un nuovo vettore delle misure $x \in \mathcal{R}^m$, centrato e scalato a varianza unitaria con le medie e le deviazioni standard delle variabili in X , può essere decomposto in due parti:

$$x = \hat{x} + \tilde{x}. \quad (5.8)$$

L'espressione del primo addendo $\hat{x} \in \mathcal{R}^m$ deriva dall'eq. (5.7):

$$\hat{x} = \hat{P}\hat{t} = \hat{P}\hat{P}^T x = \hat{C}x \quad (5.9)$$

mentre il secondo addendo è pari a:

$$\tilde{x} = (I - \hat{C})x = \tilde{C}x = \tilde{P}\tilde{P}^T x. \quad (5.10)$$

La componente \hat{x} rappresenta la proiezione del vettore x nel sottospazio \mathcal{S}_p generato dalle prime l componenti principali. Perciò $\hat{x} \in \mathcal{S}_p \subseteq \mathcal{R}^m$ con $\dim(\mathcal{S}_p) = l$. Mentre \tilde{x} indica la proiezione del vettore delle misure nel sottospazio dei residui \mathcal{S}_r , generato dalle ultime $m - l$ variabili latenti; \mathcal{S}_r è lo spazio in cui risiede la minore variabilità dei dati di training, tale che $\tilde{x} \in \mathcal{S}_r \subset \mathcal{R}^m$ con $\dim(\mathcal{S}_r) = m - l$. Essendo

idempotente la matrice di proiezione \hat{C} , cioè $\hat{C}^2 = \hat{C}$, allora vale la relazione di ortogonalità:

$$\hat{x}^T \tilde{x} = x^T \hat{C} (I - \hat{C}) x = 0. \quad (5.11)$$

Di conseguenza, il modello PCA suddivide lo spazio delle misure in due sottospazi ortogonali, S_p e S_r . Il sottospazio delle componenti principali è quello in cui risiede la maggior variabilità dei dati, associata alle normali condizioni operative; mentre nel sottospazio dei residui ricadono le variabilità non spiegate dal modello, dovute a variazioni anomali o in generale al rumore. In figura 5.5 si riporta una rappresentazione geometrica dell'equazione (5.8) basata sulla PCA. Il vettore delle misure è decomposto in due vettori ortogonali che rappresentano rispettivamente le proiezioni in S_p e S_r . In corrispondenza delle condizioni operative normali (NOC), la maggior parte del del vettore delle misure x viene proiettato nel sottospazio delle componenti principali, mentre la componente residuale rimane molto piccola. Diversamente, in presenza di comportamenti anomali, la proiezione nel sottospazio S_r può crescere in modo considerevole, ed il modulo di \tilde{x} può assumere valori elevati. Pertanto, si intuisce che una possibile strategia per eseguire la rilevazione delle anomalie consiste nell'analizzare la norma del vettore \tilde{x} .

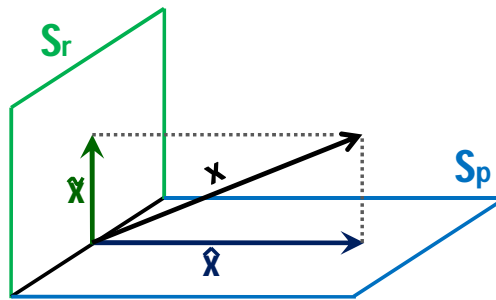


Figura 5.5: Decomposizione del vettore delle misure x negli spazi S_p e S_r

5.3.3 Selezione del numero di componenti principali

La scelta del numero di componenti principali l rappresenta uno dei problemi più difficili da affrontare quando si utilizza la PCA. In effetti, se si seleziona un numero troppo piccolo, si corre il rischio di ottenere un modello povero che rappresenta in modo incompleto il modello. Per contro, scegliendo un numero elevato di componenti principali, il modello può risultare sovra-parametrizzato, ed includere delle

informazioni spurie o del rumore sperimentale. In letteratura sono proposte numerose tecniche [66] per superare questo problema di *rank analysis*; tuttavia, nessuna di queste sembra prevalere sulle altre. Le tecniche principali sono:

- *Test della varianza percentuale cumulata.* Questo metodo determina il numero delle componenti principali, l , calcolando il più piccolo numero di variabili latenti che consente di coprire una certa percentuale della varianza totale dei dati, solitamente pari al 90%, 95% o 99%. Sapendo che ciascun autovalore λ_i rappresenta la varianza della corrispondente variabile latente e che la somma degli autovalori coincide con la varianza totale dei dati, la varianza percentuale cumulata (VPC) può essere espressa come:

$$VPC(l) = 100 \left[\frac{\sum_{j=1}^l \lambda_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j} \right] \% \quad (5.12)$$

ed il criterio consiste nello scegliere l tale che $VPC(l)$ sia pari al valore fissato.

- *Grafico degli autovalori (scree plot).* Si tratta di una procedura empirico-visuale che consente di selezionare il numero delle componenti principali analizzando l'andamento della varianza percentuale residua (VPR):

$$VPR(l) = 100 \left[\frac{\sum_{j=l+1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j} \right] \% \quad (5.13)$$

In particolare, nell'analisi viene considerato un grafico che riporta sull'asse delle ascisse le variabili latenti e sulle ordinate i corrispondenti autovalori. Il metodo si basa sull'idea che la varianza residua assuma un andamento stazionario in corrispondenza della prima variabile latente associata al solo rumore. Pertanto, viene ricercato nel grafico il punto in cui si manifesta il passaggio da un andamento fortemente decrescente ad uno quasi costante. L'implementazione del metodo è relativamente semplice ma può divenire difficoltosa quando la curva degli autovalori decresce lentamente.

- *Criterio dell'autovalore medio.* Questo è il metodo più celebre impiegato per calcolare il numero di componenti principali. Il criterio considera accettabili tutti gli autovalori con un valore superiore alla loro media e respinge invece quelli più piccoli:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_l \geq \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{m} = \bar{\lambda} \quad (5.14)$$

Questi ultimi vengono giudicati dal metodo come poco importanti. Quando la PCA viene implementata sulle variabili autoscalate e quindi viene decomposta la matrice di correlazione Σ , il valore medio degli autovalori è pari a:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{m} \text{traccia}(\Sigma) = 1. \quad (5.15)$$

Pertanto, tutti gli autovalori maggiori di 1 vengono considerati per la costruzione del modello.

- *Analisi Parallela.* La tecnica prevede di costruire un modello PCA per due matrici, di cui una è l'originale X mentre l'altra è una generica matrice \bar{X} che ha le stesse dimensioni di X ed è costituita da variabili incorrelate. Il metodo, sviluppato originariamente da Horn [67], cerca di migliorare le prestazioni dello *scree plot* considerando nello stesso grafico gli autovalori di entrambe le matrici. Tutti i valori che stanno sopra l'intersezione delle due curve vengono considerati utili per la costruzione del modello mentre si stabilisce che gli altri autovalori rappresentino solamente del rumore. Se si suppone che il numero di campioni sia elevato, gli autovalori della matrice di correlazione di \bar{X} , con tutte le variabili incorrelate, è pari a 1. In questo caso l'analisi parallela coincide con il criterio dell'autovalore medio.
- *Validazione incrociata.* Il criterio si basa sul confronto della matrice originale X e della matrice approssimata \hat{X} , ottenuta considerando un numero crescente di variabili latenti nell'espressione (5.7). Per determinare il numero delle componenti principali viene usato uno scarto quadratico medio in predizione *PRESS (Prediction Residual Sum of Square)* tra i dati originali e quelli riprodotti utilizzando le prime l componenti:

$$PRESS(l) = \frac{1}{mn} \|X - \hat{X}\|_F^2 \quad (5.16)$$

dove $\|\cdot\|_F$ rappresenta la norma di Frobenius, definita come la radice quadrata della somma dei quadrati di tutti gli elementi di una matrice. La decisione sul numero di componenti principali viene presa in relazione al rapporto:

$$R = \frac{PRESS(l)}{PRESS(l-1)}. \quad (5.17)$$

Nello specifico, si continua ad incrementare il numero delle variabili finché il R si mantiene inferiore a 1.

5.4 Fault detection

Il modello statistico del sistema, costruito con la *Principal Component Analysis*, può essere usato per eseguire la rilevazione dei malfunzionamenti e quindi per implementare la procedura di *fault detection*. Lo Statistical Process Control utilizza alcuni indici statistici per individuare le anomalie nelle misure acquisite *online* dal sistema e proiettate nello spazio delle variabili latenti con le eq. (5.9) - (5.10). Le variabilità degli *scores*, riferite alle normali condizioni operative del sistema, possono essere analizzate attraverso la statistica *Hotteling* T^2 che considera solamente le prime l componenti principali. Lo stato del processo viene giudicato conforme alle NOC se il valore di T^2 non oltrepassa un limite di controllo. In generale, l'utilizzo esclusivo della statistica T^2 per eseguire il monitoraggio di processo non è sufficiente; spesso, è necessario rilevare anche le variazioni nel sottospazio generato dalle ultime $m - l$ variabili latenti, associate agli autovalori più piccoli. In tal caso si utilizza la statistica Q detta anche *Square Prediction Error* (*SPE*). Le due statistiche hanno una definizione complementare che può essere unificata in un unico *indice combinato*, in grado di misurare la variabilità dei dati sia nello spazio delle componenti principali \mathcal{S}_p sia in quello dei residui \mathcal{S}_r .

L'approccio statistico basato sulla PCA, proposto in questa tesi per eseguire la *fault detection*, considera le seguenti ipotesi:

1. Il sistema sotto controllo opera in condizioni operative stazionarie con tutte le variabili prive di variazioni brusche.
2. I dati di training usati per costruire il modello PCA si riferiscono solamente al funzionamento normale del sistema (*controllo semi-supervisionato*).
3. I dati che descrivono il funzionamento normale devono tener conto di tutti gli stati ammissibili durante le normali condizioni operative del sistema; in caso contrario, il rilevatore statistico dei guasti può identificare una variazione lecita dello stato, che non è nota a priori, come un'anomalia.
4. Le misure del processo devono avere una distribuzione gaussiana e le eventuali non linearità devono essere trascurabili.
5. Nel sistema possono manifestarsi solamente *fault* singoli.

5.4.1 Square Prediction Error (SPE)

L'indice SPE consente di valutare quanto i dati acquisiti dal processo siano conformi al modello di covarianza costruito con la PCA. Esso considera la proiezione di ogni vettore \mathbf{x} ³ nel sottospazio dei residui S_r , per esaminare la variabilità dei dati non spiegata dalle componenti principali. Nello specifico, l'indice SPE viene definito come il quadrato della norma della componente $\tilde{\mathbf{x}}$, calcolata in (5.10):

$$SPE(\mathbf{x}) = \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 = \|\tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{x}\|^2 = \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}. \quad (5.18)$$

Si ottiene una forma quadratica semidefinita positiva dipendente dalla matrice di proiezione $\tilde{\mathbf{C}}$ e calcolata sul vettore delle misure. Il processo soddisfa le condizioni operative normali se

$$SPE \leq \delta_\alpha^2, \quad (5.19)$$

dove δ_α^2 rappresenta il limite di controllo superiore della statistica SPE, caratterizzato da un livello di confidenza e quindi da un errore di tipo I pari ad α . Quando si verifica un malfunzionamento, il vettore delle misure \mathbf{x} risulta composto dalla somma di due componenti, una riferita al funzionamento normale e l'altra al generico fault; quest'ultima allontana il vettore delle misure dalla struttura di covarianza del processo, e quindi dallo spazio delle componenti principali S_p , facendo aumentare così il modulo di $\tilde{\mathbf{x}}$, e di conseguenza l'indice SPE, oltre il limite δ_α^2 . La soglia che delimita la regione del funzionamento normale viene fissata seguendo la filosofia dello Statistical Process Control; si prende in esame un dataset rappresentativo delle condizioni operative ideali, e su questo viene determinato un limite capace di coprire il $(1 - \alpha) \times 100$ dei dati. Jackson e Mudholkar [68] propongono la seguente espressione per il limite δ_α^2 :

$$\delta_\alpha^2 = \theta_1 \left(\frac{c_\alpha \sqrt{2\theta_2 h_0^2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right)^{\frac{1}{h_0}} \quad (5.20)$$

dove

$$\theta_i = \sum_{j=l+1}^m \lambda_j^i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.21)$$

$$h_0 = 1 - \frac{2\theta_1 \theta_3}{3\theta_2^2} \quad (5.22)$$

³Da questo punto in poi, per facilitare la lettura, i vettori e le matrici vengono riportati nelle diverse espressioni in grassetto.

λ_i è l' i -esimo autovalore della matrice di covarianza Σ , l è il numero delle componenti principali e c_α è la deviazione della distribuzione normale corrispondente ad un livello di confidenza α . Questa formulazione del limite di controllo utilizza una distribuzione approssimata per descrivere la forma quadratica (5.18), la cui validità è garantita se vengono rispettate le seguenti condizioni:

- il vettore delle misure deve seguire una distribuzione gaussiana multivariata;
- il valore θ_1 deve essere molto elevato.

Il vincolo più stringente è quello sulla distribuzione dei dati, dato che le variabili di processo non sempre seguono una distribuzione gaussiana. In tal caso, l'applicazione della PCA può fornire alcuni vantaggi; in effetti, le variabili latenti, definite come combinazioni lineari delle variabili originali (5.1), sono maggiormente gaussiane rispetto alle altre. Questo deriva dal teorema del limite centrale che può essere formulato come segue: se la numerosità dei dati è sufficientemente elevata, la distribuzione campionaria della media può essere approssimata adeguatamente con una gaussiana. Nel nostro caso, essendo gli scores delle somme pesate, come la media, ci si aspetta che siano distribuiti normalmente. Naturalmente occorre porre attenzione, perché non sempre valgono le ipotesi del teorema. Un'espressione alternativa per δ_α^2 viene fornita da Nomikos e MacGregor in [69]; gli autori applicano il teorema sulla forme quadratiche di Box [57] per approssimare la distribuzione dell'indice SPE con una distribuzione chi quadro. Alla fine si ottiene

$$\delta_\alpha^2 = g\chi_\alpha^2(h), \quad (5.23)$$

dove il termine costante g ed i gradi di libertà h sono funzioni degli autovalori della matrice Σ :

$$g = \frac{\theta_2}{\theta_1}, \quad h = \frac{\theta_1^2}{\theta_2}. \quad (5.24)$$

Le relazioni tra le equazioni (5.20) e (5.23) divengono chiare se si considera l'approssimazione Wilson-Hilferty della distribuzione χ^2 , come discusso in [58]; le due espressioni sono pressoché equivalenti, in questa tesi viene utilizzata la (5.23).

5.4.2 Statistica T^2 di Hotelling

La statistica T^2 di Hotelling fornisce una indicazione sulla variazione dei dati all'interno del modello PCA. Nello specifico, questa statistica consente di verificare se

la proiezione del vettore delle misure nel sottospazio \mathcal{S}_p non eccede i limiti della regione di funzionamento normale. L'indice T^2 viene definito come una somma normalizzata degli score, presi al quadrato:

$$T^2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{\Lambda}}^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x}, \quad (5.25)$$

dove $\hat{\mathbf{\Lambda}}^{-1}$ è una matrice diagonale costituita dai primi l autovalori inversi di $\mathbf{\Lambda}$ e la matrice \mathbf{D} è semidefinita positiva. Si nota pertanto che $T^2 \geq 0$. In modo analogo a quanto visto con la statistica SPE, il processo viene considerato in funzionamento normale se vale una disuguaglianza di questo tipo:

$$T^2 \leq \tau_\alpha^2, \quad (5.26)$$

con τ_α^2 che rappresenta il limite del controllo statistico, definito su alcuni misure di riferimento. Sotto l'ipotesi che i dati del processo siano gaussiani, la statistica T^2 presenta una distribuzione Fisher-Snedecor F con media e covarianza stimati dai dati [55]:

$$\frac{n(n-l)}{l(n^2-1)} T^2 \sim F(l, n-l), \quad (5.27)$$

dove $F(l, n-l)$ indica una distribuzione F con l e $n-l$ gradi di libertà. Fissato un livello di confidenza α , si riscontra un'assenza di anomalie se vale:

$$T^2 \leq T_\alpha^2 \equiv \frac{l(n^2-1)}{n(n-l)} F_\alpha(l, n-l). \quad (5.28)$$

Quando il numero delle misure è sufficientemente elevato, tipicamente $n \geq 100$, il teorema di Box [57] consente di approssimare l'indice statistico (5.25) con una distribuzione χ^2 caratterizzata da l gradi di libertà; in tal caso si ottiene il limite superiore:

$$\tau_\alpha^2 = \chi_\alpha^2(l). \quad (5.29)$$

Visto che n è sufficientemente elevato, in questa tesi si utilizza l'espressione (5.29).

5.4.3 Indice combinato φ

Nella pratica, può risultare conveniente analizzare la variabilità dei dati in entrambi gli spazi \mathcal{S}_p e \mathcal{S}_r utilizzando una sola statistica. Yue e Qin [56] hanno proposto per la fault detection un *indice combinato* φ , che combina l'indice SPE e la statistica T^2 come segue:

$$\varphi(\mathbf{x}) = \frac{SPE(\mathbf{x})}{\delta_\alpha^2} + \frac{T^2(\mathbf{x})}{\tau_\alpha^2} = \mathbf{x}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{x} \quad (5.30)$$

dove dalle eq. (5.18) e (5.25) si ricava la matrice simmetrica e definita positiva:

$$\Phi = \frac{\mathbf{P}\Lambda^{-1}\mathbf{P}^T}{\tau_\alpha^2} + \frac{\tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{P}}^T}{\delta_\alpha^2} \quad (5.31)$$

Gli autori hanno determinato un limite di controllo superiore per φ utilizzando i risultati di Box [57]; essi forniscono una distribuzione approssimata per l'indice (5.30) che condivide i primi due momenti di quella vera. Nello specifico risulta:

$$\varphi = \mathbf{x}^T \Phi \mathbf{x} \sim g\chi^2(h) \quad (5.32)$$

dove il coefficiente g ed i gradi di libertà h sono:

$$g = \frac{\text{tr}(\mathbf{S}\Phi)^2}{\text{tr}(\mathbf{S}\Phi)}, \quad h = \frac{[\text{tr}(\mathbf{S}\Phi)]^2}{\text{tr}(\mathbf{S}\Phi)^2}. \quad (5.33)$$

Il processo è considerato normale se l'indice $\varphi \leq \zeta_\alpha^2$, dove il limite di controllo superiore ζ_α^2 , fissato un livello di confidenza α e calcolate le tracce in (5.33), è uguale a:

$$\zeta_\alpha^2 = \left(\frac{\frac{l}{\tau^4} + \frac{\theta_2}{\delta^4}}{\frac{l}{\tau^2} + \frac{\theta_1}{\delta^2}} \right) \cdot \chi_\alpha^2 \left(\frac{\frac{l}{\tau^2} + \frac{\theta_1}{\delta^2}}{\frac{l}{\tau^4} + \frac{\theta_2}{\delta^4}} \right). \quad (5.34)$$

5.4.4 Confronto degli indici statistici

Gli indici statistici definiti nei precedenti paragrafi giocano un ruolo complementare nell'eseguire il monitoraggio di processo. L'indice SPE esamina la proiezione dei dati in \mathcal{S}_r per rilevare le anomalie che modificano le correlazioni tra le variabili; la statistica T^2 analizza la variabilità dei dati all'interno del modello PCA, misurando la loro distanza dall'origine nel sottospazio delle componenti principali. Infine, l'indice combinato φ definisce una regione delle condizioni operative normali di forma ellittica, per analizzare le misure sia nello spazio del modello \mathcal{S}_p sia nello spazio ad esso ortogonale dei residui \mathcal{S}_r . Il sottospazio delle componenti principali contiene la maggior variabilità dei dati, riferita al funzionamento normale del processo; mentre nel sottospazio dei residui sono presenti le componenti dei segnali con minor varianza, come il rumore. Di conseguenza, fissato un certo livello di confidenza α , le regioni del funzionamento normale definite dagli indici T^2 e φ sono solitamente più larghe di quella dell'indice SPE. In tal caso, solamente i fault più marcati riescono ad oltrepassare i limiti di controllo superiore τ_α^2 e ζ_α^2 , diversamente con l'indice SPE si possono individuare anche i malfunzionamenti meno severi,

essendo δ_α^2 più piccolo. Inoltre, se nei segnali sono presenti delle componenti non stazionarie, è più probabile che queste vengano catturate nel sottospazio a maggior varianza \mathcal{S}_p ; se questo avviene, gli indici T^2 e φ possono incorrere facilmente in falsi allarmi causati dal mancato rispetto delle condizioni di gaussianità dei dati. Dopo aver estratto la maggior parte di variabilità nel sottospazio delle componenti principali, la proiezione \bar{x} risulta invece più stazionaria, tale da non compromettere la validità del limite di controllo δ_α^2 . Perciò l'indice SPE ha meno possibilità di compiere errori di tipo I e di tipo II rispetto agli indici T^2 e φ . Per spiegare l'utilizzo dei tre indici nella fault detection consideriamo un generico processo con due variabili x_1 e x_2 . I dati stazionari del funzionamento normale sono riportati in figura 5.6; il modello PCA è costituito da una sola componente principale posta sulla diagonale a 45° , lungo la direzione di massima variabilità dei dati di training. In figura vengono riportate anche le regioni delle condizioni operative normali definite dai tre indici. Si osserva che il campione rappresentato con un cerchio verde devia dal modello PCA, facendo incrementare sia SPE sia φ . Si tratta quindi di una misura anomala che non rispetta il bilancio di massa, il bilancio di energia o altri vincoli operazionali del processo; nonostante questo, la statistica T^2 non riesce a rilevare la sua presenza monitorando solamente lo spazio \mathcal{S}_p . Si registra invece un aumento di T^2 e φ in corrispondenza della misura indicata in figura con un cerchio azzurro, che rappresenta un cambiamento conforme al modello, ad esempio, una nuova condizione operativa del processo. In tal caso è l'indice SPE a non segnalare nessun malfunzionamento. Dall'esempio emerge che la statistica T^2 non sempre è in grado di determinare i fault che rompono la struttura di covarianza delle variabili e quindi T^2 assomiglia alle carte del controllo univariato; l'indice combinato può determinare sia i fault che modificano le correlazioni tra le variabili, sia quelli che producono un allontanamento dall'origine nello spazio \mathcal{S}_p e che non sempre rappresentano dei veri malfunzionamenti. Questi ultimi non vengono rilevati invece dall'indice SPE. Sulla base di tutte le considerazioni svolte, in questa tesi si è deciso di implementare la rilevazione dei malfunzionamenti utilizzando l'indice SPE.

5.5 Fault identification

Quando un fault viene rilevato da uno qualsiasi degli indici statistici SPE, T^2 e φ , il process monitoring sospende temporaneamente la procedura di fault detection

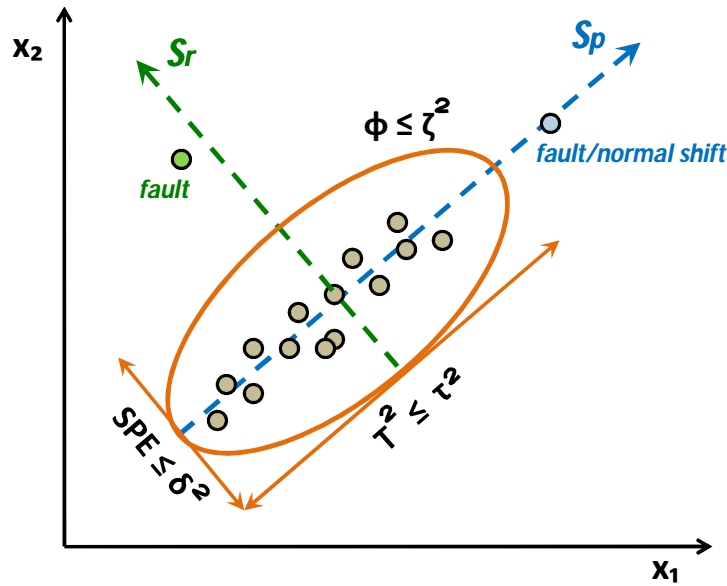


Figura 5.6: Regioni del funzionamento normale degli indici statistici SPE , T^2 e ϕ

per dedicarsi all'identificazione delle possibili cause che hanno originato l'evento anomalo. L'obiettivo è quello di isolare il guasto tra un insieme predefinito di fault $\{\mathcal{F}_i\}$ e ripristinare così le condizioni operative normali del processo. Nello specifico, viene avviata una procedura di *fault identification* per ricercare le variabili del sistema che hanno causato l'aumento degli indici statistici oltre i limiti consentiti, facendo azionare gli allarmi. Le variabili identificate forniscono delle informazioni importanti agli operatori che, sulla base della propria esperienza personale e delle eventuali regole diagnostiche presenti nei manuali della macchina, le utilizzano per isolare gli apparati di processo influenzati dalle variabili e quindi per realizzare la diagnosi del malfunzionamento. Un esempio tipico di tabella decisionale utilizzata dagli operatori per eseguire la diagnosi viene riportata in figura 5.7; essa associa ad ogni fault le relative variabili. In generale, l'insorgere di un guasto nel sistema causa lo scostamento dai valori nominali di un numero elevato di variabili; di conseguenza, la tecnica di *fault identification* deve essere in grado di determinare quali di queste variabili sono rilevanti ai fini della corretta diagnosi. Un modo semplice per eseguire tutto questo nell'ambito del controllo statistico multivariato, basato sulla PCA, consiste nell'utilizzare i contribution plot [9]. I contribution plot calcolano in ogni istante temporale, successivo alla rilevazione del fault, i contributi che sono stati apportati dalle variabili ai diversi indici statistici. Pertanto, se all'istante k

	Variabile n° 1	Variabile n° 2	Variabile n° 3	Variabile n° 4	Variabile n° 5	Variabile n° 6
Fault n° 1	X		X			
Fault n° 2		X				X
Fault n° 3			X	X		
Fault n° 4	X				X	

Figura 5.7: Tabella decisionale per la *fault diagnosis*. Ad ogni fault vengono associate le variabili in esso coinvolte; se la *fault identification* determina la variabile $n^{\circ}3$, occorre esaminare anche le variabili $n^{\circ}1$ e $n^{\circ}4$ per distinguere i fault $n^{\circ}1$ e $n^{\circ}3$.

un vettore delle misure $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]$ presenta un valore anomalo in uno certo indice, ad esempio $SPE(\mathbf{x}) = \bar{\delta} > \delta_{\alpha}^2$, vengono determinati i contributi dati dalle singole variabili x_i al valore complessivo $\bar{\delta}$ dell'indice SPE; questi vengono riportati successivamente in un grafico a barre per far emergere chiaramente le variabili con i contributi maggiori, che sono identificate come le più probabili responsabili del fault. Si possono tracciare i contribution plot in ogni istante di campionamento, oppure considerare una media dei contributi calcolata su un intervallo temporale. Nel primo caso si ha una più rapida individuazione delle variabili responsabili dell'aumento degli indici statistici; d'altro canto, l'ispezione dei contributi su un intero periodo consente di filtrare gli errori causati in certi momenti dalle misure rumorose. Nel corso degli anni si sono sviluppati diversi metodi per definire i contributi delle singole variabili, alcuni di questi considerano delle partizioni degli indici statistici, mentre in altri approcci si utilizzano delle apposite approssimazioni [63]. La facilità di implementazione ha decretato il successo di questa tecnica, adottata in misura maggiore nelle applicazioni industriali complesse, in cui è oggettivamente difficoltoso utilizzare l'approccio model-based per eseguire il monitoraggio di processo, come nei settori chimico, siderurgico e dei semiconduttori. Tuttavia, nonostante la crescente popolarità, non esiste nessuno studio che dimostri la solidità di questo metodo nell'identificare le variabili coinvolte in un fault; al contrario, diversi articoli rivelano che in determinati casi i contribution plot sono responsabili di una diagnosi errata del guasto [62]. La causa viene attribuita ad un effetto "smearing" tra le variabili, ovvero un effetto di propagazione dei contributi tra una variabile e l'altra, che ha luogo quando si proietta il vettore delle misure nel sottospazio dei residui per calcolare $\tilde{\mathbf{x}}$. Questo effetto indesiderato può ridurre le differenze tra i diversi contributi e portare nei casi meno fortunati ad identificare delle variabili non coinvolte nel guasto. Una soluzione a questo problema è proposta da Dunia e Qin

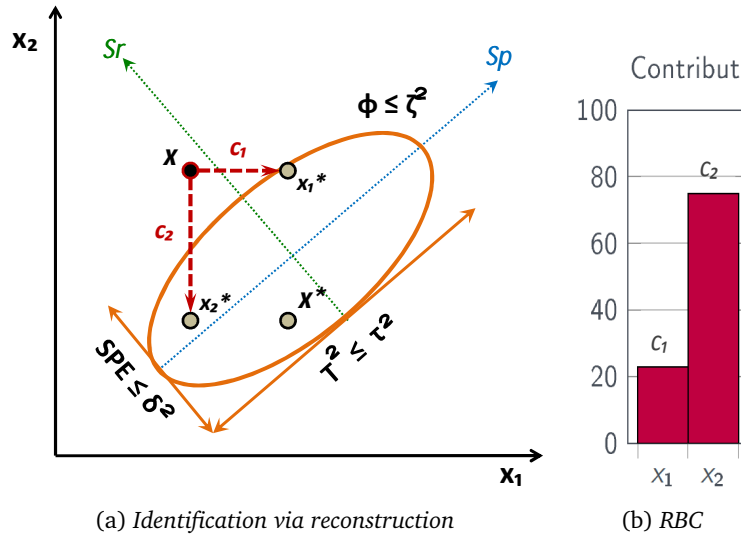


Figura 5.8: Identificazione del guasto \mathcal{F}_2 associato alla seconda variabile del dataset bidimensionale (x_1, x_2) . In (a) il vettore \mathbf{x} viene ricostruito lungo le direzioni $\xi_1^T = [1\ 0]$ e $\xi_2^T = [0\ 1]$ delle due variabili, verso la regione del funzionamento normale. In (b) si riporta il grafico RBC con i contributi di ricostruzione percentuali. Essendo $c_2 > c_1$ viene identificato correttamente \mathcal{F}_2 .

[70] con la definizione di un nuovo metodo di calcolo dei contribution plot, basato sulla ricostruzione degli indici statistici lungo le direzioni delle singole variabili. Si parla di *identification via reconstruction*. In presenza di un fault associato all' i -esima variabile, \mathcal{F}_i , gli autori suddividono il vettore delle misure in due parti:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^* + f\xi_i \quad (5.35)$$

dove \mathbf{x}^* rappresenta la componente non soggetta al malfunzionamento, incognita, e $f\xi_i$ simboleggia il vettore del guasto, composto da una direzione ξ_i e da un modulo f proporzionale all'entità del fault; ad esempio, $\xi_i^T = [1\ 0\ 0 \dots 0] \in \mathcal{R}^m$ rappresenta un guasto che coinvolge la prima variabile. Per identificare il fault \mathcal{F}_i , la tecnica proposta in [70] cerca di ricostruire \mathbf{x}^* da \mathbf{x} lungo le direzioni di tutte le variabili $\{\xi_j, j = 1, 2, \dots, m\}$. Per ogni possibile guasto \mathcal{F}_j , il vettore \mathbf{x} viene riportato indietro lungo la direzione ξ_j in modo tale da minimizzare la sua distanza dal sottospazio delle componenti principali S_p . Un'interpretazione geometrica della procedura di identificazione dei guasti mediante ricostruzione viene riportata in figura 5.8, dove si assume sia presente un guasto relativo alla seconda variabile \mathcal{F}_2 .

Il vettore \mathbf{x}_j^* è ottenuto muovendo \mathbf{x} lungo la direzione ξ_j :

$$\mathbf{x}_j^* = \mathbf{x} - f_j \xi_j \quad (5.36)$$

dove f_j rappresenta una stima per f che misura la deviazione lungo la direzione ξ_j , fatta per riportare il vettore \mathbf{x} nella regione del funzionamento normale. Questa stima viene determinata attraverso un'operazione di minimizzazione degli indici statistici, valutati in corrispondenza del vettore ricostruito \mathbf{x}_j^* . Ad esempio, in [70] si determina f_j minimizzando $SPE(\mathbf{x}_j^*)$; ciò significa che \mathbf{x}_j^* coincide con il vettore che determina la più grande riduzione dell'indice SPE spostandosi da \mathbf{x} lungo la direzione ξ_j . In modo analogo, in [56] la ricostruzione viene eseguita considerando anche gli indici T^2 e φ . Se il fault assunto coincide con quello vero, $\mathcal{F}_j = \mathcal{F}_i$, allora in corrispondenza della j -esima variabile si ha il più grande contributo di ricostruzione del vettore delle misure, pari a $c_j = \|f_j \xi_j\|^2$; riportando i diversi contributi su un grafico barre si ottiene il contribution plot ricostruito o *Reconstruction-Based Contribution (RBC)*. Alcalá e Qin [63] dimostrano che, a differenza dei contribution plot tradizionali, i contributi ricostruiti identificano correttamente le variabili coinvolte nei fault anche in presenza dell'effetto smearing. Inoltre, nel presentare i risultati del process monitoring eseguito su un impianto industriale del settore chimico, gli autori mostrano che i contribution plot ricostruiti consentono di ottenere dei tassi di identificazione dei guasti più elevati rispetto ai contribution plot classici. Nello stesso articolo viene riferito anche di un possibile inconveniente che si può riscontrare utilizzando i grafici RBC; esso è dovuto al fatto che, in assenza di guasti, i contributi delle singole variabili sono diversi tra loro. Pertanto, se si verifica un fault che coinvolge una variabile con un piccolo contributo normale, esiste la possibilità che il nuovo contributo accresciuto dalla presenza del guasto, non riesca a superare i contributi normali delle altre variabili. In tal caso si otterrebbe una diagnosi non corretta. Per porre rimedio a questo inconveniente, viene adottata la tecnica di normalizzazione dei contributi presentata in [64]. Essa consente di ricavare dei contributi statisticamente uguali in assenza di fault, dividendo ciascun contributo per il rispettivo valor medio. Così facendo, se si manifesta un guasto attribuito ad una variabile qualsiasi, il contributo di quella variabile risulterà più elevato. In tal caso si parla di contribution plot ricostruiti *relativi*.

5.5.1 Contribution plot

Un guasto viene rilevato quando uno o più indici statistici superano i rispettivi limiti di controllo. I contribution plot si basano sull'idea che le variabili con i maggiori contributi apportati agli indici siano le responsabili del fault. I contribution plot vengono costruiti determinando il contributo di ciascuna variabile all'indice calcolato, che può essere SPE, T^2 o φ . Per determinare questi contributi, è utile notare che le espressioni delle statistiche usate nella fault detection, date dalle eq. (5.18), (5.25) e (5.30), possono essere riscritte attraverso la seguente forma quadratica generale:

$$Index(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} = \|\mathbf{x}\|_M^2 \quad (5.37)$$

dove la matrice \mathbf{M} può assumere uno dei tre valori riportati in tabella 5.1.

Tabella 5.1: Valori della matrice \mathbf{M}

<i>Index</i>	\mathbf{M}
<i>SPE</i>	$\tilde{\mathbf{C}}$
T^2	\mathbf{D}
φ	Φ

L'espressione generale (5.37) degli indici può essere riscritta nel seguente modo:

$$\begin{aligned} Index(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} = \|\mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^m (\xi_i^T \mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^m c_i^{Index}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

dove

$$c_i^{Index} = (\xi_i^T \mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x})^2 \quad (5.39)$$

è il contributo dato dalla variabile x_i a $Index(\mathbf{x})$. Il termine ξ_i rappresenta la direzione della variabile x_i corrispondente all' i -esima colonna della matrice identità. Ad esempio, in un sistema di cinque variabile, la direzione di x_3 è data da

$$\xi_3 = [00100]^T. \quad (5.40)$$

Sostituendo \mathbf{M} nell'espressione (5.39) con le matrici in tab. 5.1, si ottengono i contributi delle singole variabili calcolati rispetto agli indici SPE, T^2 e φ .

- SPE contribution:

$$c_i^{SPE} = (\boldsymbol{\xi}_i^T \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x})^2 = \tilde{x}_i^2 \quad (5.41)$$

- T² contribution:

$$c_i^{T^2} = (\boldsymbol{\xi}_i^T \mathbf{D}^{\frac{1}{2}}\mathbf{x})^2 \quad (5.42)$$

- φ contribution:

$$c_i^{\varphi} = (\boldsymbol{\xi}_i^T \boldsymbol{\Phi}^{\frac{1}{2}}\mathbf{x})^2 \quad (5.43)$$

5.5.2 Reconstruction-based Contribution (RBC)

La ricostruzione di un indice statistico lungo la direzione di una variabile minimizza l'effetto di quella variabile sul valore complessivo dell'indice. L'entità di questa ricostruzione viene utilizzata per definire il contributo di ciascuna variabile, detto *contributo basato sulla ricostruzione*.

In un sistema di m variabili, supponiamo sia presente un guasto che coinvolga la variabile x_i ; indichiamo con $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^m$ il vettore delle misure con il guasto e con $\boldsymbol{\xi}_i$ la direzione del fault. Il vettore ricostruito lungo la direzione dell' i -esima variabile è:

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}_i f_i. \quad (5.44)$$

Il vettore delle misure \mathbf{x} può essere ricostruito sia rispetto all'indice SPE [70] sia rispetto agli indici T² e φ [56]. In generale, l'indice statistico (5.37) valutato in corrispondenza del vettore ricostruito è pari a:

$$Index(\mathbf{z}_i) = \mathbf{z}_i^T \mathbf{M}\mathbf{z}_i = \|\mathbf{z}_i\|_M^2 = \|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}_i f_i\|_M^2. \quad (5.45)$$

L'obiettivo della ricostruzione è quello di determinare il valore f_i che minimizzi $Index(\mathbf{z}_i)$. La minimizzazione viene eseguita calcolando la derivata di $Index(\mathbf{z}_i)$ rispetto a f_i ed uguagliandola a zero. Si ottiene:

$$\frac{d(Index(\mathbf{z}_i))}{df_i} = -2(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}_i f_i)^T \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i = 0 \quad \implies \quad f_i = (\boldsymbol{\xi}_i^T \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i)^{-1} \boldsymbol{\xi}_i^T \mathbf{M}\mathbf{x}. \quad (5.46)$$

Il contributo apportato dalla variabile x_i al generico indice statistico è determinato dalla ricostruzione di $Index(\mathbf{z}_i)$ lungo la direzione $\boldsymbol{\xi}_i$, che può essere espressa come:

$$RBC^{Index} = \|\boldsymbol{\xi}_i f_i\|_M^2 \quad (5.47)$$

Se nell'ultima equazione sostituiamo f_i con l'espressione in (5.46), si ottiene:

$$RBC_i^{Index} = \|\xi_i(\xi_i^T \mathbf{M} \xi_i)^{-1} \xi_i^T \mathbf{M} \mathbf{x}\|_M^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \xi_i (\xi_i^T \mathbf{M} \xi_i)^{-1} \xi_i^T \mathbf{M} \mathbf{x} \quad (5.48)$$

che rappresenta il contributo ricostruito della variabile x_i riferito ad un generico indice statistico. Sostituendo \mathbf{M} nell'espressione (5.48) con le matrici in tab. 5.1 si possono calcolare i contributi delle variabili rispetto agli indici SPE, T^2 e φ .

- RBC per l'indice SPE:

$$RBC_i^{SPE} = \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{C}} \xi_i (\xi_i^T \tilde{\mathbf{C}} \xi_i)^{-1} \xi_i^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x} = \frac{(\xi_i^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x})^2}{\tilde{c}_{ii}} \quad (5.49)$$

dove $\tilde{c}_{ii} = \xi_i^T \tilde{\mathbf{C}} \xi_i$ è l' i -esimo elemento diagonale di $\tilde{\mathbf{C}}$.

- RBC per l'indice T^2 :

$$RBC_i^{T^2} = \mathbf{x}^T \mathbf{D} \xi_i (\xi_i^T \mathbf{D} \xi_i)^{-1} \xi_i^T \mathbf{D} \mathbf{x} = \frac{(\xi_i^T \mathbf{D} \mathbf{x})^2}{d_{ii}} \quad (5.50)$$

dove $d_{ii} = \xi_i^T \mathbf{D} \xi_i$ è l' i -esimo elemento diagonale di \mathbf{D} .

- RBC per l'indice φ :

$$RBC_i^{\varphi} = \mathbf{x}^T \Phi \xi_i (\xi_i^T \Phi \xi_i)^{-1} \xi_i^T \Phi \mathbf{x} = \frac{(\xi_i^T \Phi \mathbf{x})^2}{\phi_{ii}} \quad (5.51)$$

dove $\phi_{ii} = \xi_i^T \Phi \xi_i$ è l' i -esimo elemento diagonale di Φ .

In [70] vengono utilizzati i contribution plot ricostruiti basati sull'indice SPE; in tal caso, se si manifesta un generico fault \mathcal{F}_i , il vettore ricostruito \mathbf{z}_i risulta essere quello più vicino possibile allo spazio delle componenti principali, con l'indice SPE che in corrispondenza di \mathbf{z}_i ritorna al disotto del limite di controllo superiore, $\text{SPE}(\mathbf{z}_i) \leq \delta_\alpha^2$. La scelta dell'indice SPE per la determinazione dei contributi ricostruiti non sempre rappresenta la soluzione migliore; in effetti, l'uso esclusivo dell'indice SPE può portare talvolta ad una identificazione errata dei fault. Consideriamo, ad esempio, il caso riportato in figura 5.9. Il set dei dati di training è costituito da due variabili (x_1, x_2) e il modello PCA è rappresentato da una componente principale che genera il sottospazio S_p . Supponiamo che un fault nella direzione di x_2 sposti una misura al di fuori della regione del funzionamento normale, in corrispondenza del circolo nero rappresentato in figura 5.9. Le due variabili hanno

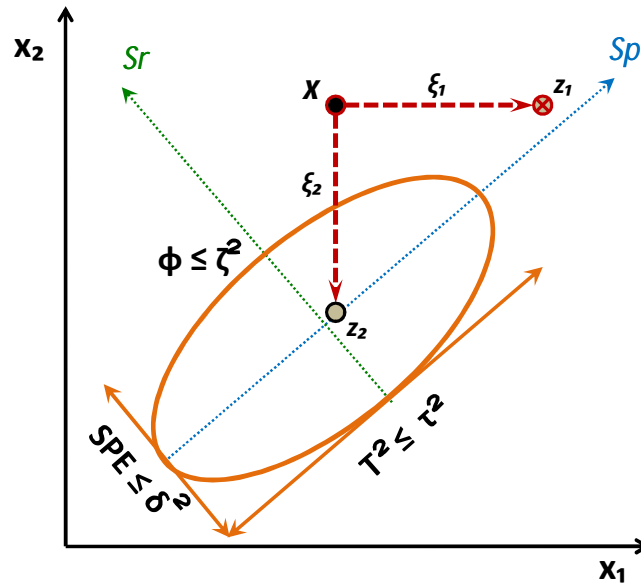


Figura 5.9: Ricostruzione basata sull'indice SPE lungo le direzioni ξ_1 e ξ_2

rispettivamente direzione $\xi_1 = [1 \ 0]^T$ e $\xi_2 = [0 \ 1]^T$; la ricostruzione in entrambe le direzioni determina i vettori ricostruiti z_1 e z_2 che presentano entrambi un indice SPE inferiore al limite di controllo. Pertanto, considerando solamente l'indice SPE, ambedue le direzioni sono candidate ad essere le responsabili del fault, con dei contributi simili tra loro. Tuttavia, si nota che la ricostruzione lungo ξ_1 genera un vettore z_1 esterno alla regione di controllo della statistica T^2 . Quindi se si considerano in modo congiunto gli indici SPE e T^2 , solamente z_2 ritorna nella regione delle condizioni operative normali e ξ_2 può essere indicata come l'unica direzione del fault. Con questo esempio si intuisce che la scelta migliore per la ricostruzione è probabilmente quella di utilizzare l'indice combinato φ che considera sia SPE sia T^2 ; pertanto, in questa tesi si è deciso di impiegare i contribution plot RBC_i^φ per l'identificazione dei guasti.

5.5.3 Isolabilità dei contribution plot tradizionali e ricostruiti

L'analisi dei contributi per l'identificazione delle variabili coinvolte nei guasti, viene impiegata ampiamente in ambito industriale. Nonostante sia molto popolare, l'analisi può risentire di un effetto *smearing* tra le variabili che può compromettere la correttezza della fault identification; nello specifico, si tratta di un fenomeno di propagazione dei contributi da una variabile all'altra del sistema, osservato per la

prima volta da Westerhuis in [62]. In questo paragrafo si esamina l'effetto dello smearing nei contribution plot tradizionali e ricostruiti, per capire in che modo esso incida sulla correttezza dei loro risultati. Senza perdita di generalità, vengono considerati i contribution plot dell'indice SPE; in modo analogo, si possono analizzare anche gli altri indici statistici sostituendo \mathbf{M} nell'espressione generale (5.37) con la matrice corrispondente in tab. 5.1. Nell'analisi si suppone che un fault si manifesti lungo la j -esima variabile del sistema e che il vettore delle misure sia $\mathbf{x} = \mathbf{x}^* + \boldsymbol{\xi}_j f_j$, rappresentato in modo conforme alla (5.35). I contributi del fault lungo le direzioni delle diverse variabili si ricavano applicando la (5.41):

$$c_i^{SPE} = (\boldsymbol{\xi}_i^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x})^2 = [\boldsymbol{\xi}_i^T \tilde{\mathbf{C}} (\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\xi}_j f_j)]^2 = (\tilde{x}_i^* + \tilde{c}_{ij} f)^2 \quad (5.52)$$

dove \tilde{c}_{ij} è l'elemento in posizione ij della matrice di proiezione nel sottospazio dei residui $\tilde{\mathbf{C}}$. In generale, $\tilde{c}_{ij} \neq 0$ per $i \neq j$, quindi la variabile j influenza il contributo c_i^{SPE} generando lo smearing. Per quanto riguarda i contributi ricostruiti, dalla (5.49) si ottiene:

$$RBC_i^{SPE} = \tilde{c}_{ii}^{-1} [\boldsymbol{\xi}_i^T \tilde{\mathbf{C}} (\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\xi}_j f_j)]^2 = (\tilde{c}_{ii}^{-\frac{1}{2}} \tilde{x}_i^* + \tilde{c}_{ii}^{-\frac{1}{2}} \tilde{c}_{ij} f)^2, \quad (5.53)$$

anche in questo caso il fault della j -esima variabile si propaga in RBC_i^{SPE} . Per verificare se il malfunzionamento viene isolato in modo corretto è sufficiente controllare se c_j^{SPE} e RBC_j^{SPE} prevalgono sugli altri contributi; a tal fine, si ipotizza che il fault sia abbastanza elevato e che il vettore delle misure possa essere approssimato in tal modo: $\mathbf{x} \approx \boldsymbol{\xi}_j f_j$. In questo caso valgono le seguenti espressioni:

$$c_i^{SPE} = \begin{cases} \tilde{c}_{ij}^2 f^2 & \text{se } i \neq j, \\ \tilde{c}_{jj}^2 f^2 & \text{se } i = j. \end{cases} \quad (5.54)$$

e

$$RBC_i^{SPE} = \begin{cases} \tilde{c}_{ii}^{-1} \tilde{c}_{ij}^2 f^2 & \text{se } i \neq j, \\ \tilde{c}_{jj}^2 f^2 & \text{se } i = j. \end{cases} \quad (5.55)$$

Pertanto, in (5.54) si ottiene un'identificazione corretta se $\tilde{c}_{jj}^2 \geq \tilde{c}_{ij}^2$, mentre in (5.55) deve valere $\tilde{c}_{jj}^2 \geq \tilde{c}_{ii}^{-1} \tilde{c}_{ij}^2$. In Appendice B si dimostra che la validità della prima disuguaglianza non è garantita, diversamente la seconda è sempre verificata. Di conseguenza, si può concludere che i contribution plot tradizionali non assicurano una corretta identificazione dei guasti, nemmeno in presenza di fault bruschi su singole variabili. I contributi ricostruiti, invece, riescono ad isolare questi fault anche sotto l'effetto dello smearing tra variabili.

5.5.4 Relative Reconstruction-based Contribution (rRBC)

Un requisito minimo per eseguire correttamente l'identificazione dei guasti è che le variabili di sistema siano statisticamente uguali in assenza di fault. In effetti, se le variabili hanno la stessa probabilità a priori di essere responsabili di un guasto, risulta più agevole individuare quelle con i contributi più alti quando questo si manifesta nel sistema. Un modo semplice per ricavare l'equiprobabilità delle variabili si basa su una procedura di normalizzazione dei loro contributi; in [64] ciascun contributo viene diviso per il rispettivo valor medio, per ottenere così un *contributo relativo di media unitaria*. Un generico contributo relativo viene definito come:

$$rC_i^{Index} = \frac{C_i^{Index}}{E\{C_i^{Index}\}} \quad (5.56)$$

e la media di ciascun contributo risulta:

$$E[rC_i^{Index}] = E\left[\frac{C_i^{Index}}{E\{C_i^{Index}\}}\right] = \frac{E\{C_i^{Index}\}}{E\{C_i^{Index}\}} = 1. \quad (5.57)$$

Un procedimento analogo di normalizzazione dei contributi viene presentato in [62]; esso sostituisce i valori medi dei contributi con alcuni limiti di controllo usati come fattori di scala. Lo scopo di entrambe le tecniche è quello di evitare che le variabili con elevati contributi normali possano nascondere la presenza di un fault quando si manifesta in corrispondenza delle variabili con i contributi più piccoli. Le due tecniche determinano dei contributi relativi pressoché uguali, che differiscono solamente per un termine costante [64]; in questa tesi viene comunque preferito il primo procedimento, essendo più agevole calcolare il valore medio dei contributi rispetto ai limiti di controllo definiti in [62]. Nello specifico, per definire i contributi ricostruiti relativi $rRBC_i^{Index}$, è necessario calcolare l'aspettazione della forma quadratica:

$$RBC_i^{Index} = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\xi}_i (\boldsymbol{\xi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\xi}_i)^{-1} \boldsymbol{\xi}_i^T \mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}. \quad (5.58)$$

Sfruttando le proprietà del valor medio e della traccia si ottiene:

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}\} &= E\{\text{tr}(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})\} = E\{\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{x}^T \mathbf{x})\} \\ &= \text{tr}(E\{\mathbf{A} \mathbf{x}^T \mathbf{x}\}) \\ &= \text{tr}(\mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}). \end{aligned} \quad (5.59)$$

Pertanto, dall'espressione (5.59) si ricava la media⁴ dei contributi RBC_i^{Index} :

$$\begin{aligned} E\{RBC_i^{Index}\} &= \text{tr}\{\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i)^{-1}\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}\} \\ &= \frac{\text{tr}\{\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i\}}{\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i} = \frac{\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i}{\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i}. \end{aligned} \quad (5.60)$$

Applicando la definizione (5.56) e considerando l'espressione della media (5.60), si ottengono i *Relative Reconstruction-based Contribution* associati al generico indice statistico *Index*:

$$rRBC_i^{Index} = \frac{RBC_i^{Index}}{E\{RBC_i^{Index}\}} = \frac{(\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\mathbf{x})^2}{\boldsymbol{\xi}_i^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}_i}. \quad (5.61)$$

Sostituendo \mathbf{M} nella precedente espressione con le matrici in tab. 5.1 si ottengono i contributi relativi associati ai tre indici statistici: SPE, T^2 e φ .

5.6 Algoritmo FDI

Le procedure di rilevazione, identificazione e diagnosi dei guasti, proposte in questa tesi per eseguire l'analisi delle anomalie nei chiller, vengono implementate in modo sequenziale seguendo un apposito algoritmo. Il diagramma di flusso di tale algoritmo viene riportato in figura 5.10; lo schema è quello tipico dei metodi FDI basati sui dati. Innanzitutto, si utilizza la Principal Component Analysis per costruire il modello del funzionamento normale del sistema; a tal fine, alcuni dati di training devono essere raccolti in corrispondenza di tutti gli stati ammissibili della macchina. In questa fase è di fondamentale importanza svolgere le misure con molta precisione, altrimenti si corre il rischio di ottenere un modello poco consistente che pregiudica tutto il metodo FDI. Ultimato il modello, può prendere inizio la fase di rilevazione dei guasti; l'indice statistico SPE viene impiegato per verificare se i dati raccolti on-line dal sistema sono conformi al modello PCA. Nello specifico, se in corrispondenza di un nuovo dato, l'indice SPE supera un certo limite di controllo superiore, allora viene lanciato un allarme e parte la procedura di identificazione, altrimenti si analizza il dato successivo. L'identificazione del fault viene realizzata attraverso i contribution plot ricostruiti relativi, definiti considerando l'indice combinato φ ; essi consentono di determinare le variabili coinvolte nel malfunzionamento. La diagnosi finale si basa sulla consultazione di apposite tabelle decisionali,

⁴Nel calcolo della media si utilizza anche la proprietà commutativa della traccia; date le matrici $A \in \mathcal{R}^{m \times n}$ e $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ risulta: $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$

come quella in fig. 5.7, in cui ciascuna variabile ottenuta con i contribution plot viene associata ad una specifica tipologia di guasto. Lo schema presentato in fig. 5.10 si riferisce ad un funzionamento in tempo reale del sistema di monitoraggio; una versione alternativa può prevedere l'esecuzione real-time della sola fault detection. In questo caso, i dati anomali vengono memorizzati in appositi registri ed analizzati dai contribution plot in un secondo momento. I contribution plot possono essere applicati sia sulle singole misure, sia su tutto l'intervallo temporale memorizzato, andando a produrre una media dei contributi.

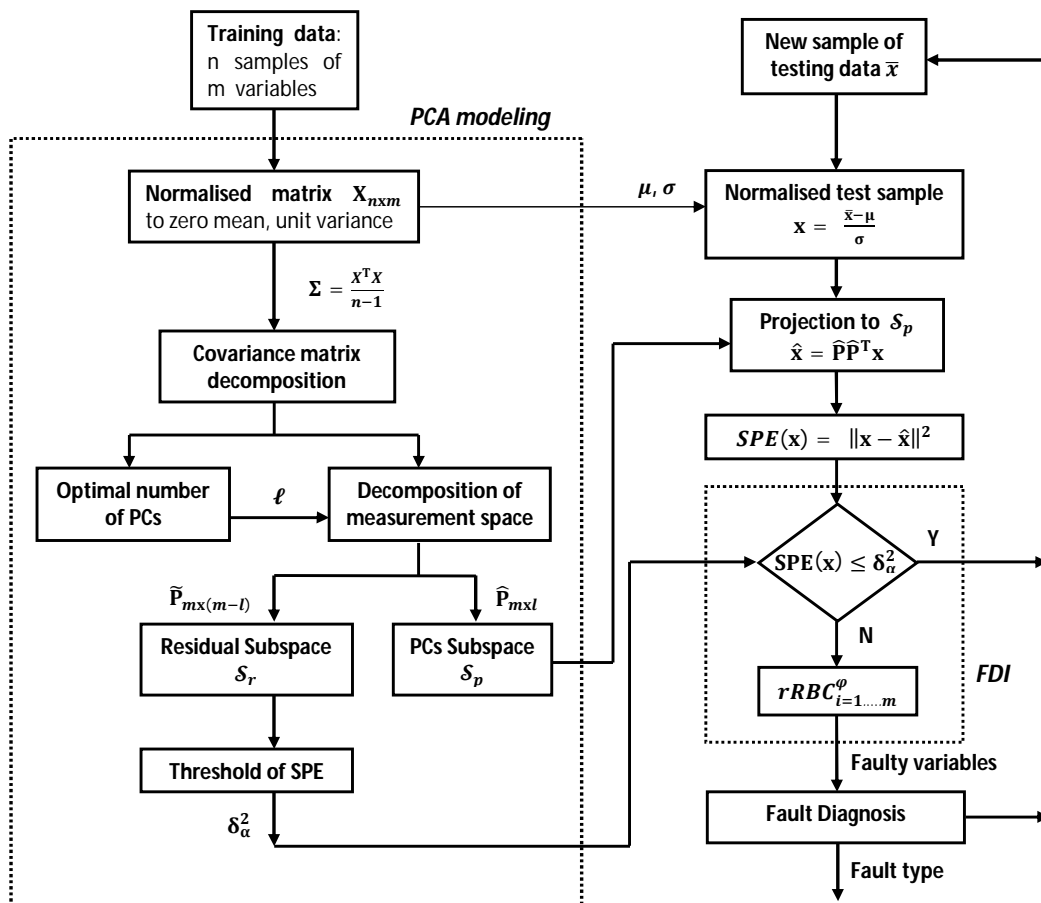


Figura 5.10: Diagramma di flusso dell'algoritmo FDI

Capitolo 6

Risultati e simulazioni

In questo capitolo vengono presentati i risultati delle procedure di *fault detection*, *fault identification* e *fault diagnosis* ottenuti applicando i metodi statistici discussi nei precedenti paragrafi su due refrigeratori di liquido. Il primo refrigeratore considerato è un chiller centrifugo raffreddato ad acqua con una potenza frigo di 90 Ton, pari a circa 315 kW ASHRAE 1043-RP [4]. I dati sperimentali derivano da un'intensiva campagna di test (un centinaio) e caratterizzano la macchina in funzionamento normale ed anomalo per diverse condizioni di carico frigorifero. Le anomalie sono relative a guasti introdotti artificialmente uno alla volta e di diversa severità. Nello specifico, vengono simulati nella macchina i seguenti guasti: riduzione della portata d'acqua all'evaporatore e al condensatore, riduzione della carica di refrigerante, sovraccarica di refrigerante, sporcamento del condensatore, presenza di gas non condensabile nel refrigerante e aumento eccessivo dell'olio nel motore. Il report [4] consente pertanto di analizzare i malfunzionamenti che affliggono le principali unità del ciclo frigorifero, fatta eccezione per la sola valvola di espansione. I dataset ottenuti durante le prove di laboratorio sono costituiti da un numero elevato di campioni che si riferiscono a differenti condizioni operative della macchina; essi forniscono una rappresentazione completa del funzionamento del refrigeratore, sia in assenza, sia in presenza di guasti. In letteratura, diversi studi [5, 7, 8] utilizzano questi dati per valutare le prestazioni di alcune tecniche di rilevazione e di diagnosi dei guasti nei chiller. La scelta di considerare gli stessi dataset, consente di mettere a confronto gli esiti del metodo statistico adottato in questa tesi, con i risultati ottenuti nei precedenti studi. Tuttavia questo dataset può non essere del tutto soddisfacente, infatti, il progetto ASHRAE 1043-RP, condotto alla fine del se-

colo scorso, risulta ormai datato. Inoltre, i test sul chiller ASHRAE vengono svolti in laboratorio, in condizioni operative ideali, che non consentono di riprodurre le eventuali limitazioni ed i vincoli esistenti nei chiller di produzione industriale. Per questo motivo, si è deciso di analizzare un dataset più attuale che corrisponde ad un refrigeratore di liquido, sviluppato nel 2014 da un'importante azienda italiana, leader nella produzione di impianti per il riscaldamento, la ventilazione ed il condizionamento dell'aria. Si tratta di un chiller centrifugo raffrescato ad aria con una potenza frigo di 1400 kW, dotato di un compressore a levitazione magnetica di ultima generazione. I test condotti su questo chiller considerano tre situazioni di fault: la riduzione dell'acqua all'evaporatore, la riduzione della carica del refrigerante e l'ostruzione della valvola di espansione. Rispetto al caso precedente, viene testato anche un guasto alla valvola di espansione; si tratta di un fault molto difficile da diagnosticare perché coinvolge diversi componenti del ciclo frigorifero, tipicamente il refrigeratore e l'evaporatore. Naturalmente, la presenza del compressore a levitazione magnetica permette di eliminare il problema della individuazione dei guasti inerenti il sistema di lubrificazione degli organi meccanici. I test condotti sulla macchina condensata ad aria descrivono il funzionamento normale ed anormale in corrispondenza di tre carichi nominali, pari rispettivamente al 50%, 75% e 100% della massima capacità frigorifera. Per eseguire il monitoraggio di entrambi i chiller, si utilizzano, in ciascun caso, due dataset distinti, raccolti durante le prove, prima, e dopo la simulazione di un evento anomalo. Il primo dataset è costituito dai dati corrispondenti al funzionamento normale della macchina e quindi viene usato per costruire il modello PCA del chiller; il secondo contiene invece i dati anomali, raccolti nelle stesse condizioni di carico dei dati normali e riferiti ad una particolare tipologia di fault. Ogni guasto analizzato viene associato al corrispondente set di dati normali, usato per costruire il modello PCA di riferimento. La proiezione dei dati anomali nel rispettivo modello, consente di rilevare la presenza dei malfunzionamenti; in effetti, gli *scores* di questi campioni si dispongono prevalentemente nelle ultime variabili latenti del sottospazio \mathcal{S}_r , facendo aumentare l'indice statistico SPE oltre il limite di controllo superiore. Nella presentazione dei risultati, viene mostrata chiaramente la differenza tra i valori assunti dalla statistica durante il funzionamento normale in presenza dei vari guasti. L'adozione dei *Relative Reconstruction Contributio Plot* (*rRBC*) consente di identificare le variabili di sistema coinvolte nei malfunzionamenti. In particolare, per ogni variabile x_i ,

viene calcolato il relativo contributo su tutto il set dei campioni $\mathbf{x} = [x_1 x_2 \dots x_m]$ segnalati come anomali dall'indice SPE, cioè tali che $\text{SPE}(\mathbf{x}) \geq \delta_\alpha^2$. I contributi percentuali delle variabili vengono riportati su un grafico a barre; in corrispondenza di ogni guasto viene mostrato il relativo contribution plot. Anche i risultati finali della diagnosi vengono presentati mediante un grafico a barre, che riporta sull'asse delle ascisse le varie tipologie di guasto e sulle ordinate le rispettive probabilità; i valori delle probabilità vengono determinati a partire dai contribution plot, sommando tra loro i contributi delle variabili coinvolte nello stesso guasto. Se un certo insieme di variabili presenta un contributo elevato, significa che il fault corrispondente ha una probabilità elevata di essere presente nel sistema. Le relazioni esistenti tra le variabili ed i guasti del primo refrigeratore sono definite nel report ASHRAE [5], mentre per quanto riguarda il chiller a levitazione magnetica vengono prese in considerazione le regole diagnostiche definite dall'azienda produttrice. Per controllare le prestazioni della fault detection si utilizzano alcuni strumenti di analisi come la matrice di confusione, la curva ROC e l'AUC. Le tre metodologie adottate consentono di misurare la capacità dell'indice SPE di classificare come negativi i dati che sono generati durante il funzionamento normale e come positivi quelli appartenenti ad un comportamento anomalo del sistema. Una descrizione generale dei tre strumenti viene presentata di seguito:

- *Matrice di confusione.* Si tratta di una tabella che riporta gli esiti del confronto tra l'output della fault detection e la vera natura dei campioni usati nei test. Vengono misurati il numero di veri positivi, il numero di falsi negativi, il numero di falsi positivi ed il numero dei veri negativi. I veri positivi e negativi sono i dati anomali e normali classificati in modo corretto dall'indice SPE. I falsi positivi e negativi rappresentano invece le rilevazioni errate; il loro valore consente di calcolare, rispettivamente, il tasso degli errori di tipo II e tipo I. In tab. 6.1 si riporta un esempio di matrice di confusione.
- *ROC e AUC.* La curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*) rappresenta il legame tra la probabilità di ottenere un risultato vero positivo nella classe delle anomalie e la probabilità di ottenere un risultato falso positivo nella classe normale. Si considerano pertanto i rapporti tra gli allarmi veri ed i falsi allarmi. La relazione tra i due parametri viene rappresentata sul piano cartesiano da una curva; in ordinata si riporta il tasso di veri positivi ed in ascissa il tasso di falsi positivi. La capacità di discriminare i dati negativi da quelli

positivi è proporzionale all'estensione dell'area sottesa dalla curva ROC, detta AUC (*Area Under Curve*). L'AUC equivale alla probabilità che un'anomalia risulti positiva sia superiore rispetto a quella che risulti positivo un dato normale. Se non si commettono errori di classificazione, la curva ROC passa per il valore $(0, 1)$ e l'area della curva è unitaria. Al contrario, se la classificazione è priva di valore informativo, la curva ROC risulta diagonale con un'area $AUC = 0.5$. In fig. 6.1 si riportano gli andamenti di due curve ROC riferite a risultati differenti della fault detection.

Le prestazioni della fault identification non vengono misurate con strumenti di analisi specifici; semplicemente, si determina la percentuale dei campioni anomali in cui prevalgono, in termini di contributi ricostruiti relativi $rRBC$, le variabili realmente coinvolte nei fault. Consideriamo, ad esempio, un dataset ottenuto simulando un certo fault nel refrigeratore; ogni qualvolta l'indice SPE segnali come anomalo un campione estratto dal dataset, si calcolano i contributi delle sue variabili; se le variabili associate al fault coincidono con quelle con i maggiori contributi, allora l'identificazione del campione viene valutata positivamente. In modo analogo, vengono calcolati anche i risultati della fault diagnosis; si valuta la percentuale dei campioni anomali classificati correttamente nelle diverse classi di fault. Per visualizzare i risultati dell'identificazione su ogni singolo campione vengono utilizzati i contribution plot istantanei, come quello riportato in fig. 6.2. Esso presenta sull'asse delle ascisse i campioni anomali rilevati durante la fault detection e sulle ordinate le variabili di sistema. In corrispondenza di ogni campione, vengono tracciate delle linee verticali di colore diverso, che rappresentano il livello dei contributi delle singole variabili.

Tabella 6.1: Matrice di confusione.

	Predizione positive	Predizioni negative
Osservazioni positive	veri positivi	falsi negativi
Osservazioni negative	falsi positivi	veri negativi

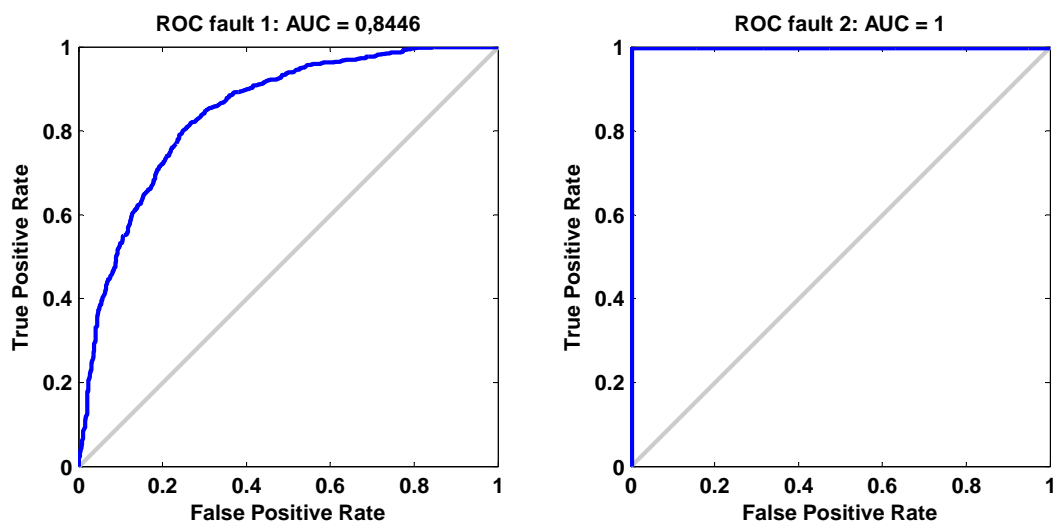


Figura 6.1: Curve ROC della fault detection con il valore dell'area da esse sottesa (AUC). La prima curva si riferisce ad una fault detection non performante, con un numero elevato di falsi negativi. La seconda ROC indica una classificazione perfetta.

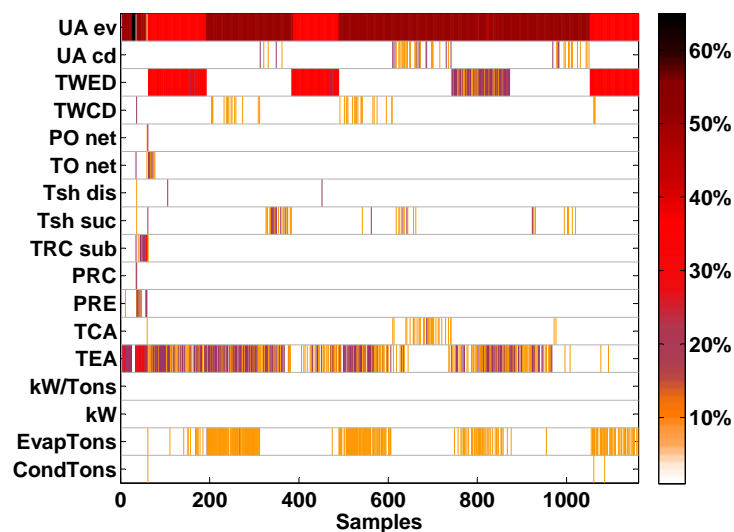


Figura 6.2: Analisi dei contributi eseguita sui singoli campioni anomali. Si osserva che la variabile UA_{ev} del sistema presenta un contributo superiore al 40% in quasi tutti i campioni. Anche $TWED$ ha un contributo elevato ma in numero limitato di campioni. Le altre variabili hanno sempre un valore inferiore al 20%

6.1 Chiller del progetto ASHRAE

Di seguito vengono presentati i risultati della rilevazione ed identificazione dei guasti simulati nel chiller del progetto ASHRAE [4]. Nello specifico, vengono analizzati i seguenti fault: riduzione dell'acqua all'evaporatore e al condensatore, perdita e sovraccarica di refrigerante, presenza di gas non condensabile nel refrigerante e aumento eccessivo dell'olio nel motore. Per ogni guasto vengono considerati quattro livelli differenti di severità, come indicato in tabella 6.2. In particolare, i fault più gravi associati alla presenza di gas non condensabili nel refrigerante ed all'aumento dell'olio, non vengono analizzati perché non consentono di produrre sufficienti dati in steady state. Prima di mostrare gli esiti dell'algoritmo FDI, viene descritto brevemente il procedimento usato per costruire il modello del sistema di refrigerazione. Inoltre viene presentata la tabella decisionale della fault diagnosis, redatta seguendo le indicazioni degli autori del progetto ASHRAE.

Tabella 6.2: Fault considerati nel chiller ASHRAE con 4 livelli di severità.

Simbolo	LV 1	LV 2	LV 3	LV 4	Tipo di fault
FWE	-10%	-20%	-30%	-40%	Reduced evaporator water flow
FWC	-10%	-20%	-30%	-40%	Reduced condenser water flow
RL	-10%	-20%	-30%	-40%	Refrigerant leakage
RO	10%	20%	30%	40%	Refrigerant overcharge
NC	1.0%	1.7%	2.4%	-	Noncondensable gas
EO	14%	32%	50%	-	Excess of oil

6.1.1 Modello di riferimento

Il metodo statistico impiegato nel monitoraggio del chiller si basa sulla conoscenza del comportamento normale del sistema di refrigerazione. Trattandosi di un metodo *data-driven*, esso ricava le informazioni sul funzionamento normale direttamente dai dati raccolti nelle fasi di test. Pertanto, i dataset normali, resi disponibili dagli autori in [4], vengono utilizzati per costruire il modello PCA della struttura di covarianza delle variabili, come visto nel capitolo precedente. Tuttavia, prima di procedere con la definizione delle *componenti principali*, occorre eseguire il pre-processing dei dati. La prima procedura considerata riguarda la rimozione delle variabili non rilevanti ai fini del monitoraggio del sistema. In totale, nel report ASHRAE 1043-RP si contano 66 variabili, dette caratteristiche o *feature*; di queste,

Tabella 6.3: Feature utilizzate per l'analisi FDI del chiller ASHRAE.

Caratteristica	Descrizione	Unità di misura
CondTons	Calculated Heat Rejection Rate	Tons
EvapTons	Calculated Evaporator Cooling Rate	Tons
kW	Istantaneous Compressor Power	kW
kW/Ton	Calculated Compressor Efficiency	—
TEA	Evaporator Approach Temperature	F
TCA	Condenser Approach Temperature	F
PRE	Pressure of Refrigerant in Evaporator	PSIG
PRC	Pressure of Refrigerant in Condenser	PSIG
TRC _{sub}	Refrigerant Subcooling from Condenser	F
Tsh _{suc}	Refrigerant Suction Temperature	F
Tsh _{dis}	Refrigerant Discharge Temperature	F
TO _{net}	Oil in Sump minus Oil Feed Temperature	F
PO _{net}	Oil Feed minus Oil Vent Pressure	PSIG
TWCD	Condenser Water Temperature Difference	F
TWED	Evaporator Water Temperature Difference	F
UA _{cd}	Overall Condenser Heat Loss Coefficient	—
UA _{ev}	Overall Evaporator Heat Loss Coefficient	—

alcune sono variabili primarie, ricavate direttamente dai sensori, altre sono variabili manipolate via software, altre ancora sono variabili di controllo e variabili legate alle performance. In questa tesi si utilizzano 17 feature riassuntive, che sono in grado di descrivere l'intero ciclo frigorifero. Le caratteristiche individuate sono elencate in tabella 6.3. Alcuni parametri vengono definiti usando le leggi della termodinamica, come i coefficienti di scambio termico all'evaporatore UA_{ev} ed al condensatore UA_{cd} ; le relative formule sono riportate nel report ASHRAE [5]. Determinate le variabili di interesse, il pretrattamento dei dati prosegue con la Steady State Detection discussa nel capitolo 3. Per l'analisi dei guasti si è scelto di riferirsi solamente agli istanti temporali in cui il sistema si trova in steady state. La scelta di non considerare i transitori è dovuta alla complessità dell'analisi del comportamento dinamico. In questo caso infatti le relazioni tra le variabili diventano non lineari e si deve tener conto dei ritardi introdotti dal sistema. Ultimata la fase di steady state detection, viene utilizzata un'ulteriore operazione di filtraggio per eliminare i valori non coerenti con il resto dei dati; alla fine si ottengono i nuovi dataset del funzionamento normale, costituiti solamente dagli andamenti a regime delle variabili. A questo punto, la *Principal Component Analysis* viene impiegata per suddividere le misure nei due

sottospazi ortogonali \mathcal{S}_p e \mathcal{S}_r , generati rispettivamente dalle prime l componenti principali e dalle ultime $17 - l$ variabili latenti. Nel sottospazio delle componenti principali risiede la maggiore variabilità dei dati normali mentre nel sottospazio dei residui ricade il rumore di fondo. La scelta del parametro l può determinare il successo o il completo fallimento del metodo FDI considerato; da essa si ricavano infatti le dimensioni dello spazio \mathcal{S}_r e di conseguenza l'indice SPE usato nella fault detection. Se l è troppo piccolo, la dimensione dello spazio dei residui aumenta in modo eccessivo, arrivando a catturare parte della variabilità degli score associata al funzionamento normale. In tal caso, risulta più difficile distinguere le anomalie dai normali cambiamenti al contorno e quindi aumenta la probabilità di commettere un errore di tipo II. Viceversa, scegliendo un valore elevato di l aumentano gli errori di tipo I. La soluzione adottata prevede di utilizzare il test della *Varianza Percentuale Cumulata (VPC)* e di fissare un valore percentuale pari al 95%. Nella scelta del limite, si suppone che le informazioni spurie ed il rumore sperimentale determinino una varianza residua non superiore al 5%. In questo modo, il numero delle componenti principali non viene scelto in modo arbitrario, ma risulta definito come il numero minimo di autovalori della matrice $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{17})$ in grado di coprire il 95% della varianza totale dei dati. In tabella 6.4 vengono riportati gli autovalori della matrice Λ ordinati in senso decrescente. Si osserva che i valori cumulati di λ_3 e λ_4 sono rispettivamente inferiore e superiore al limite del 95%, quindi si fissa il parametro $l = 4$. A conferma della bontà della scelta effettuata, si nota che lo stesso risultato viene raggiunto applicando anche il *Criterio dell'autovalore medio* e lo *Scree plot*. In effetti, in tabella 6.4, l'autovalore medio è $\bar{\lambda} = \lambda_4 \approx 1$. Mentre nel grafico degli autovalori riportato in fig. 6.3, si rileva un andamento costante dal quinto autovalore in poi; si intuisce pertanto che λ_4 è l'ultimo autovalore associato al modello PCA.

6.1.2 Validazione del modello

Il dataset formato dai campioni ricavati dal pre-processing dei dati normali, viene suddiviso in due parti: il primo 67% dei campioni viene impiegato nel training del modello PCA, mentre il restante 33% viene usato nella validazione del modello. In entrambe le parti, sono presenti tutti i carichi di funzionamento del chiller, considerati durante i test definiti nel report ASHRAE [4]. La validazione consente di verificare se il numero delle componenti principali scelto è sufficiente a spiegare il

Tabella 6.4: Autovalori associati alle variabili latenti.

Variabili	Autovalori	VPC
t_1	10,2867	60,51%
t_2	3,0314	78,34%
t_3	2,2352	91,49%
t_4	0,9826	97,27%
t_5	0,1853	98,36%
t_6	0,1249	99,09%
t_7	0,0604	99,45%
t_8	0,0385	99,68%
t_9	0,0194	99,79%
t_{10}	0,0128	99,87%
t_{11}	0,0090	99,92%
t_{12}	0,0061	99,95%
t_{13}	0,0033	99,96%
t_{14}	0,0021	99,97%
t_{15}	0,0011	99,98%
t_{16}	0,0007	99,99%
t_{17}	0,0003	100%

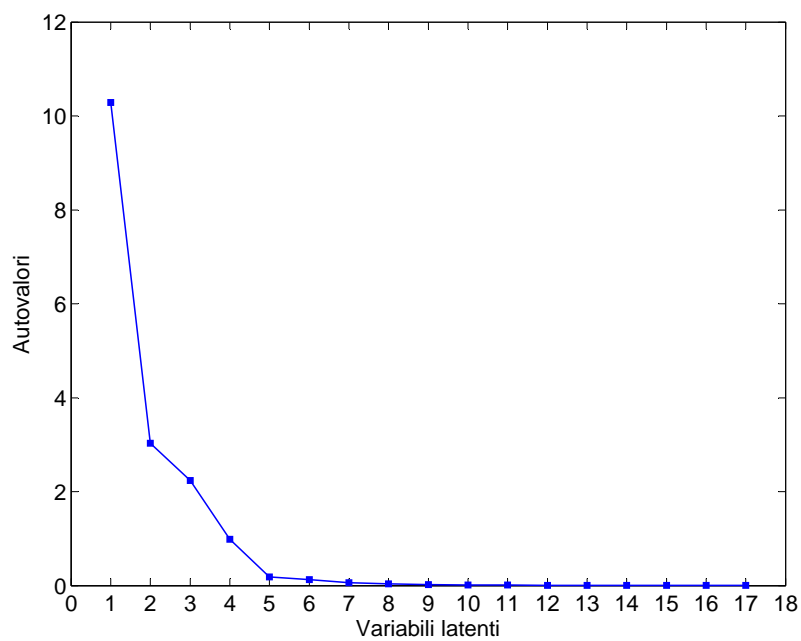


Figura 6.3: Scree plot degli autovalori associati alle variabili latenti.

comportamento normale del sistema e quindi a rilevare correttamente le anomalie nelle ultime variabili latenti. Nello specifico, per controllare se il modello costruito è buono, si esaminano le proiezioni dei dati di validazione negli spazi \mathcal{S}_p e \mathcal{S}_r ; se queste sono conformi agli score ottenuti dai dati di training, allora significa che lo spazio delle componenti principali è in grado di descrivere in modo adeguato il funzionamento normale del chiller. La verifica richiede allora di esaminare i valori di tutte le 17 variabili latenti dei dati di validazione; per facilitare questo compito, ed evitare di analizzare l'andamento di ogni singola variabile, si è deciso di utilizzare un apposito strumento dell'analisi multidimensionale, il *grafico di Kiviat*. Si tratta di un sistema di riferimento costituito da tanti assi quante sono le variabili da analizzare, disposti lungo le direzioni degli angoli $\{\phi_k = \frac{2k\pi}{m}, k = 0, 2, \dots, m - 1\}$, dove $m = 17$ rappresenta il numero delle variabili. Gli zeri delle variabili sono collocati nei punti medi degli assi, collegati tra loro a formare il perimetro di un poligono regolare a 17 lati. Questo poligono rappresenta l'origine del sistema di riferimento. Nel grafico, gli score vengono rappresentati attraverso delle linee spezzate, formate unendo i punti degli assi in corrispondenza dei valori delle loro variabili. In figura 6.4 si riporta un esempio di grafico di Kiviat, usato nella validazione del modello PCA costruito per rilevare il guasto *FWE*. In esso vengono riprodotti in blu gli score di training, in verde gli score per il test di validità ed in rosso alcuni dati estratti dal chiller in presenza di un guasto alla pompa d'acqua dell'evaporatore. Si nota subito che nelle prime quattro componenti principali risiede la maggior variabilità dei dati, sia normali sia anomali; nelle restanti variabili si osserva invece che le linee di diverso colore si avvicinano sempre più all'origine; in particolare si vede che i dati di test occupano la stessa regione dei dati di training e quindi si intuisce che il modello è corretto. I dati del fault presentano invece delle deviazioni dalla regione del funzionamento normale, soprattutto lungo le ultime variabili latenti. Questa variabilità, non concorde con il modello, consente all'indice SPE di rilevare il guasto all'evaporatore analizzando le proiezioni dei dati nello spazio \mathcal{S}_r .

6.1.3 Tabella decisionale

Nel report del progetto ASHRAE [4], gli autori analizzano gli andamenti delle variabili di sistema, prima e dopo il manifestarsi di un guasto; le differenze negli andamenti vengono registrate in funzione dell'intensità dell'evento anomalo. Queste informazioni vengono qui utilizzate per definire delle regole diagnostiche, che

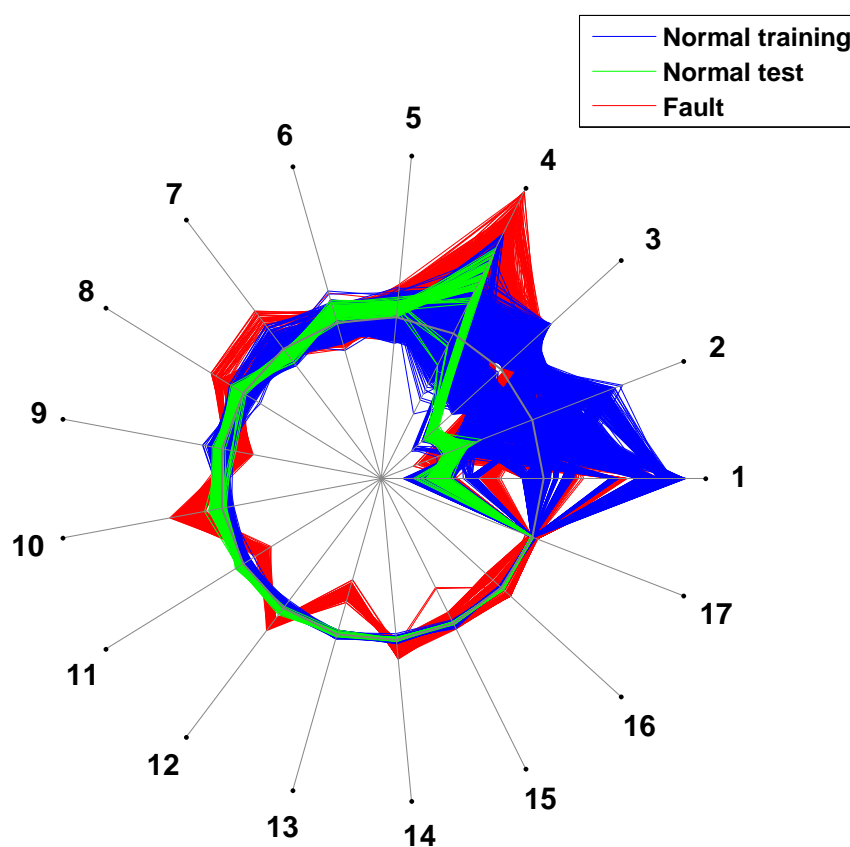


Figura 6.4: Analisi multidimensionale degli score per la validazione del modello PCA. Nel grafico di Kiviat vengono visualizzate tutte le 17 variabili latenti degli score, riferiti sia ai dati normali di training e di test, sia ad alcuni dati anomali del guasto all'evaporatore FWE. In corrispondenza delle ultime variabili latenti, si nota una certa variabilità nel dataset anomalo non riconducibile al funzionamento normale del sistema.

consentono, non soltanto di associare ogni guasto al corrispondente gruppo di variabili influenzate, ma anche di capire come variano tali feature al crescere della severità del guasto. Le regole diagnostiche considerate sono riportate in tabella 6.5. I simboli ▲ e ▼ consentono di specificare quali cambiamenti subiscono le feature all'aumentare di un certo malfunzionamento; in particolare, ▲▲ indica un forte innalzamento nei valori. Se viene indicata la linea – significa che non esiste nessuna correlazione tra una variabile ed un guasto. In tabella 6.5 si osserva che esiste un legame tra i fault che coinvolgono il refrigerante e quelli del condensatore; gli altri elementi del ciclo frigorifero, invece, non sembrano essere influenzati dagli altri componenti. Sempre in tabella 6.5 si può notare come i malfunzionamenti al refrigerante influenzino le stesse caratteristiche del chiller; per riuscire a distinguere i diversi fault è necessario analizzare gli andamenti delle variabili coinvolte. Così facendo, si possono differenziare agevolmente la perdita e la sovraccarica di refrigerante; mentre risulta più difficile riconoscere se un guasto è causato dalla presenza di non condensabili oppure dalla sovraccarica di refrigerante. In tal caso, infatti, l'unica diversità si manifesta nell'intensità con cui aumentano le variabili TCA e TRC_{sub}. Nei prossimi paragrafi, si dimostra che l'uso dei contribution plot ricostruiti, rispetto ad altri metodi FDI, come quelli sviluppati in [5], consente di evidenziare questa differenza e quindi di diagnosticare correttamente i due fault.

Tabella 6.5: Tabella decisionale per la fault diagnosis.

Fault	<i>TEA</i>	<i>TCA</i>	<i>TCR_{sub}</i>	<i>TO_{net}</i>	<i>TWCD</i>	<i>TWED</i>	<i>UA_{cd}</i>	<i>UA_{ev}</i>
FWE	▼	–	–	–	–	▲	–	▲▲
FWC	–	–	▲	–	▲	–	–	–
RL	–	▼	▼	–	–	–	▲	–
RO	–	▲	▲▲	–	–	–	▼	–
NC	–	▲▲	▲	–	–	–	▼	–
EO	–	–	–	▲	–	–	–	–

6.1.4 Analisi dei risultati

Di seguito vengono presentati i risultati che si sono ottenuti applicando l'algoritmo FDI, descritto nel precedente capitolo, sui dataset anomali del chiller ASHRAE. In

particolare, per ogni tipologia di guasto vengono riportate due tabelle con indicate le prestazioni delle procedure di rilevazione, identificazione e diagnosi dei guasti; per quanto riguarda la rilevazione, la bontà dell'algoritmo FDI viene valutata considerando la percentuale dei dati classificati in modo corretto: i dati normali come negativi ed i dati anomali come positivi. Per analizzare la fault identification, si determina il numero dei campioni anomali, rilevati dall'indice SPE, in cui le variabili coinvolte nel fault sono riconosciute dal contribution plot $rRBC_i^p$. Questi dati vengono poi utilizzati per eseguire la diagnosi finale del guasto. L'accuratezza della fault diagnosis viene determinata calcolando la percentuale dei campioni anomali in cui si riesce a risalire all'origine del malfunzionamento. Nella presentazione vengono messi in evidenza anche i grafici degli indici SPE, le curve ROC per valutare la fault detection ed i contribution plot ricostruiti per l'identificazione delle anomalie. In alcuni casi, per riuscire a distinguere le diverse cause di guasto, si ricorre anche ad un grafico di Kiviat che consente di analizzare contemporaneamente l'andamento di tutte le 17 variabili di sistema. In occasione del primo guasto analizzato, la riduzione dell'acqua all'evaporatore, viene discusso nel dettaglio l'utilizzo di tutti questi strumenti analitici per la valutazione l'algoritmo FDI; in seguito, per evitare ripetizioni, i commenti sui risultati ottenuti con gli altri fault sono più sintetici. Prima di iniziare la presentazione occorre però fare due precisazioni. La prima riguarda il modello PCA del funzionamento normale; per rendere più robusta l'analisi, si è deciso di usare un modello diverso per ciascun guasto, costruito con i dati normali raccolti subito prima della simulazione del fault nella macchina. Così facendo si riesce ad emulare meglio l'avvento del nuovo guasto durante le normali condizioni operative. La seconda riguarda la procedura di fault detection e precisamente la definizione del limite di controllo superiore δ_α^2 dell'indice SPE; questa viene eseguita scegliendo un livello di confidenza della distribuzione chi-quadro pari a $\alpha = 0,05$. In questo modo si ha una certa conformità con la scelta del numero l di componenti principali, che sono in grado di spiegare il 95% della varianza totale dei dati normali. Tutte le simulazioni considerate in questa tesi sono condotte con l'ausilio del software di calcolo scientifico MATLAB.

Riduzione della portata d'acqua all'evaporatore (FWE)

In questa sezione vengono descritti i risultati ottenuti applicando l'algoritmo FDI in presenza di una riduzione della portata d'acqua all'evaporatore; si simula così

un guasto alla pompa dell'evaporatore. In particolare, vengono applicate quattro riduzioni progressive della portata (tab. 6.2) per considerare quattro livelli diversi di severità del guasto. La tabella 6.6 e la tabella 6.7 riportano le prestazioni ottenute dalle procedure di fault detection, fault identification e fault diagnosis. Nella rilevazione si ottengono degli ottimi risultati in corrispondenza dei guasti più gravi, mentre nel fault di primo livello l'accuratezza non supera il 40%; in effetti, in figura 6.5, si nota che il corrispondente indice SPE è prossimo alla regione del funzionamento normale e molti campioni sono al di sotto del limite di controllo δ_α^2 . Questo significa che riducendo leggermente la portata dell'acqua, le variabili di sistema non rompono totalmente la loro struttura di covarianza. Nella stessa figura, si osserva che l'indice SPE è proporzionale alla severità del fault; nello specifico, la media del segnale è direttamente proporzionale al fault. In esso, infatti, si registrano delle oscillazioni in corrispondenza dei diversi carichi di potenza applicati al chiller durante i test. Pertanto, la statistica SPE potrebbe essere usata come segnale di sicurezza, per distinguere i malfunzionamenti più gravi da quelli incipienti nel refrigeratore. Le curve ROC in figura 6.6 confermano i risultati della fault detection; in particolare, la curva del fault di livello 1 è quella che si discosta maggiormente dal punto (0, 1) per la presenza di un numero elevato di falsi negativi. Per quanto riguarda la fault identification, in fig. 6.8 si riportano i contributi $rRBC_i^\varphi$, calcolati su tutti i campioni anomali rilevati dall'indice SPE. Si nota che in tutti i casi considerati, la variabile dello scambio termico all'evaporatore UA_{ev} ha un contributo superiore rispetto alle altre; anche considerando il contributo medio delle variabili sull'intero set dei dati anomali, si ottiene lo stesso risultato, come si può vedere in figura 6.7. Altre variabili, come TWED e TEA, presentano dei contributi superiore al 20% ma non in modo continuativo su tutti i campioni. Dalla tabella decisionale 6.5 si evince che UA_{ev} , TWED e TEA sono proprio le variabili associate al guasto della pompa dell'evaporatore. Si riesce così a diagnosticare correttamente il fault FWE. I grafici a barre della figura 6.10 riportano i contributi medi delle variabili associate ai diversi fault. Ad esempio, il contributo percentuale del guasto FWE, è ottenuto sommando i contributi delle variabili UA_{ev} , TWED e TEA, il contributo del guasto al condensatore è ottenuto sommando TWCD e TRC_{sub} , e così via per tutti i guasti. Questo calcolo viene fatto su tutti i campioni anomali rilevati dall'indice SPE. Nel grafico a barre si riporta la media di tali contributi, mentre in tabella 6.7 viene indicato il numero dei campioni in cui si ottiene una diagnosi corretta.

In entrambi i casi, si notano dei buoni risultati, anche in corrispondenza del guasto meno severo. In effetti, il guasto alla pompa dell'evaporatore viene riscontrato nel 83% dei campioni anomali rilevati dall'indice SPE. Per completezza, si analizza anche l'andamento delle variabili nel passare dalle condizioni operative normali a quelle anomale. Il grafico di Kiviat in figura 6.9 riporta per ogni campione i valori delle 17 variabili normalizzate a varianza unitaria. A seconda della posizione delle linee rosse, relative ai dati anomali, si riesce a capire se i valori delle variabili aumentano o diminuiscono in presenza del guasto; nel primo caso, le spezzate sono collocate verso l'esterno, oltre il punto medio di ciascun asse, mentre nel secondo caso tendono a posizionarsi nell'interno, verso l'estremo comune di tutti gli assi del grafico. Osservando singolarmente il modulo delle variabili, cioè applicando un monitoraggio univariato del sistema, non si riesce ad identificare l'origine del guasto. Si nota solamente un aumento nella variabile UA_{cd} che porta ad una interpretazione errata dell'evento anomalo, non essendo correlata al fault FWE. Ancora una volta, viene confermata la superiorità delle tecniche FDI multivariate rispetto a quelle univariate.

Tabella 6.6: Risultati della detection di FWE.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalFWE	62	1037	94%
FWE lv. 1	438	661	40%
FWE lv. 2	1099	0	100%
FWE lv. 3	1099	0	100%
FWE lv. 4	1099	0	100%

Tabella 6.7: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di FWE.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	Accuratezza
FWE lv. 1	367	71	365	2	83%
FWE lv. 2	1098	1	1098	0	99%
FWE lv. 3	1099	0	1099	0	100%
FWE lv. 4	1099	0	1099	0	100%

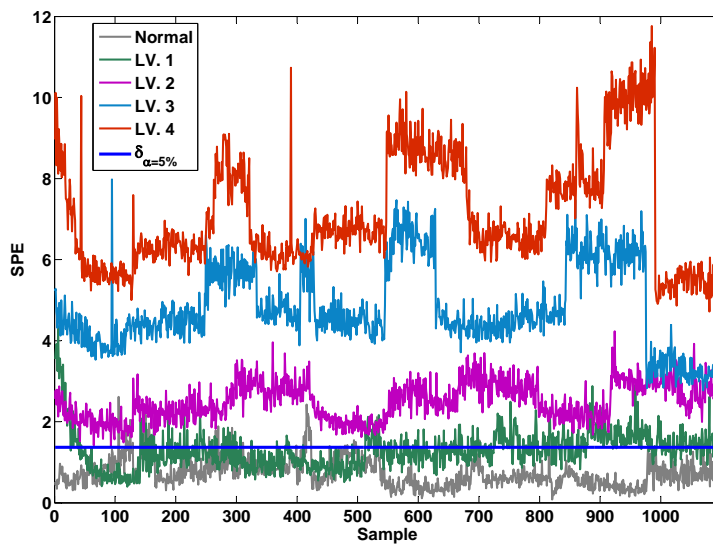


Figura 6.5: Indice SPE per ogni livello del guasto FWE.

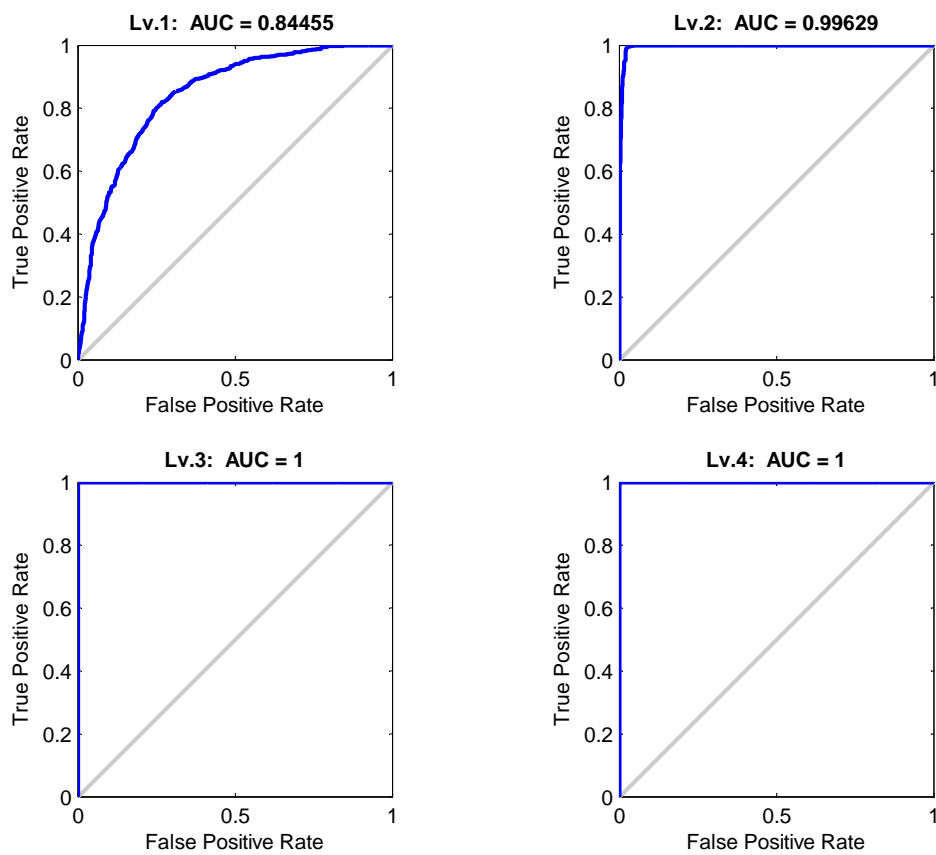


Figura 6.6: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto FWE.

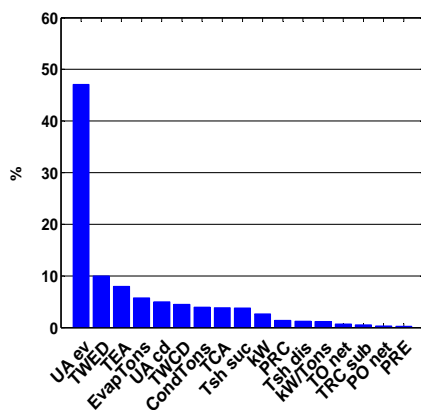


Figura 6.7: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto FWE Lv4.

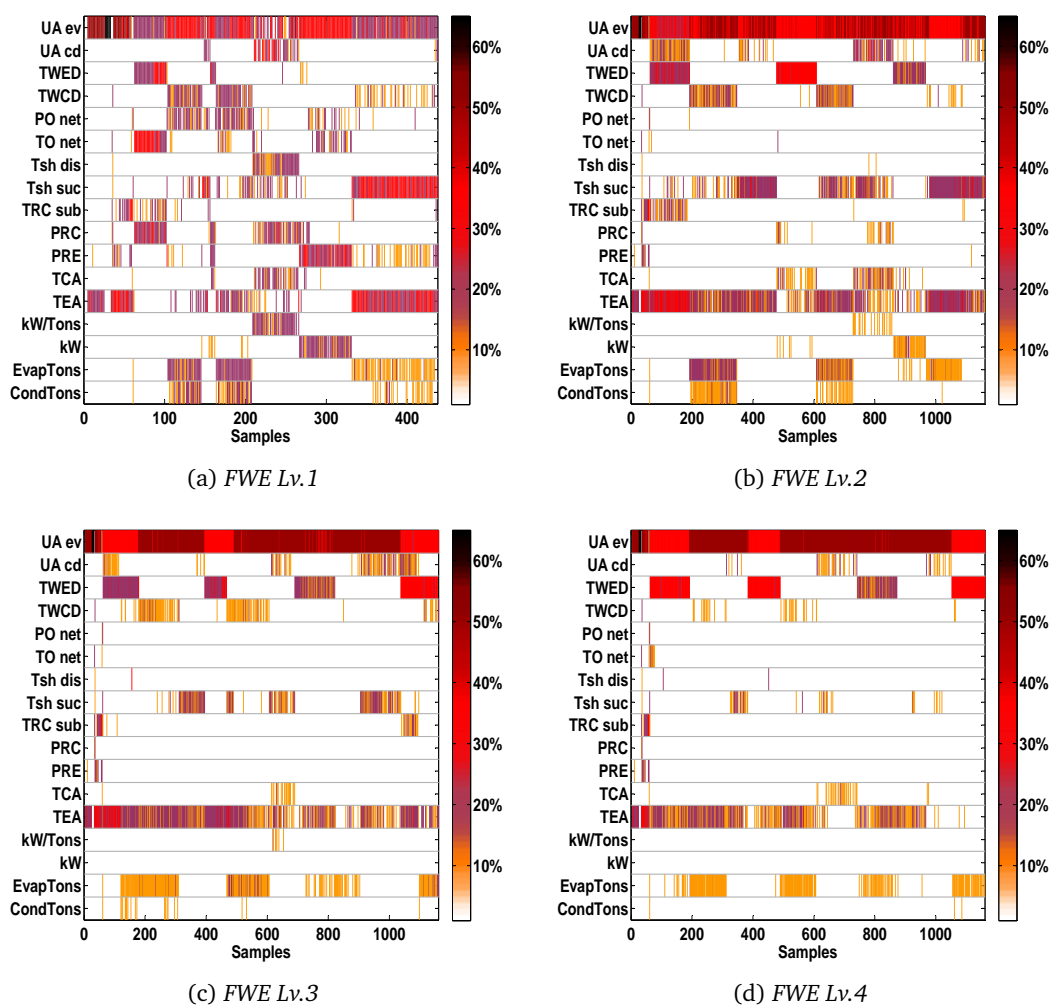


Figura 6.8: Fault identification dei quattro livelli di guasto FWE.

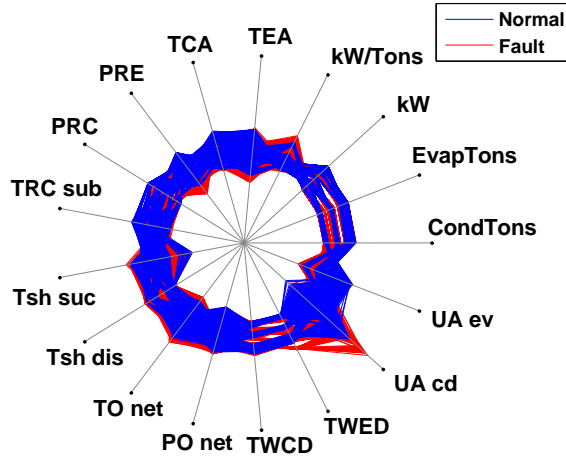


Figura 6.9: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto FWE.

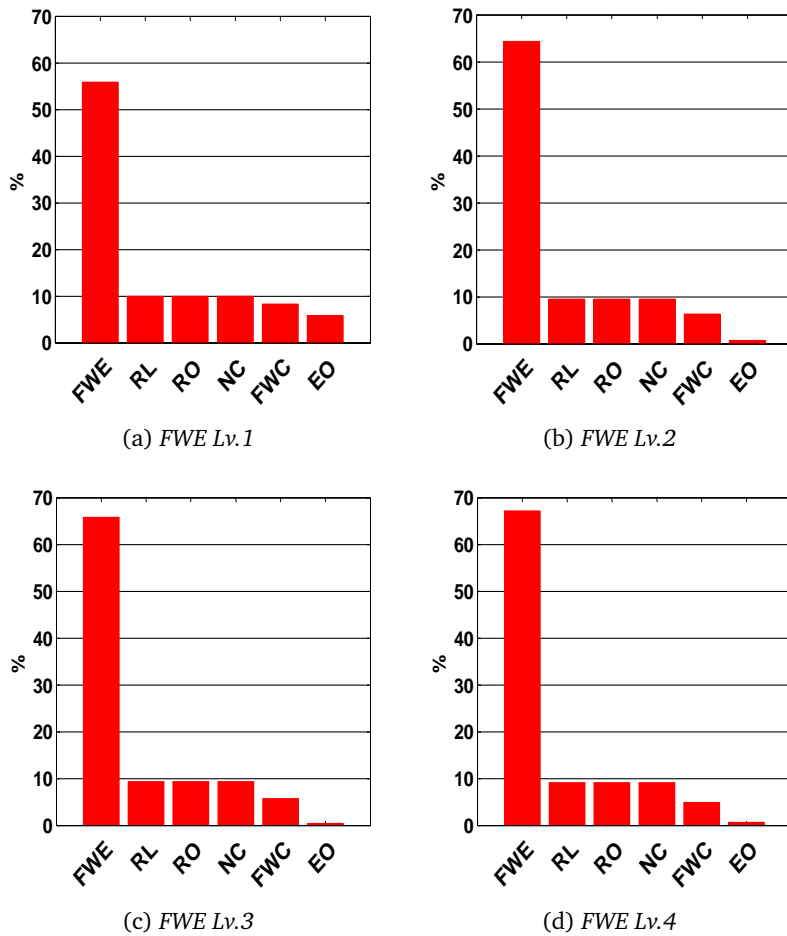


Figura 6.10: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto FWE.

Riduzione della portata d'acqua al condensatore (FWC)

Di seguito vengono esposti i risultati del guasto al condensatore. Nello specifico, si tratta di una riduzione della portata d'acqua usata dal chiller per raffreddare il liquido refrigerante in uscita al compressore. Il flusso dell'acqua è regolato da una valvola elettronica; ad ogni livello di guasto la portata nominale si riduce del 10%. Nelle tabelle 6.8 e 6.9 vengono riportati i dati sulle prestazioni delle procedure di monitoraggio, ottenuti al variare dell'intensità del fault. Si nota subito come i guasti meno severi siano più difficili da rilevare rispetto a quelli più marcati. Le difficoltà aumentano rispetto a quanto visto nell'analogo guasto all'evaporatore. In fig. 6.12 le prime curve ROC sono molto distanti dal profilo ottimale. Tutto questo si spiega osservando gli andamenti dell'indice SPE in figura 6.11; in corrispondenza dei guasti di livello 1 e 2 i valori della statistica sono prossimi al limite di controllo. Solamente il 10% dei dati anomali di primo livello sono riconosciuti come tali. Questo significa che una piccola riduzione della portata d'acqua non causa nessuno scostamento nelle variabili di sistema. I contribution plot usati per identificare le variabili coinvolte nell'evento anomalo sono riprodotti in figura 6.13 e 6.14. In generale, si notano due variabili prevalere sulle altre, lo scarto termico al condensatore TWCD e la temperatura di sotto-raffreddamento del refrigerante TRC_{sub} . Entrambe si riferiscono al guasto FWC, come si può vedere nella tabella decisionale 6.5; tuttavia, è la caratteristica TWCD che consente di isolare correttamente il guasto al condensatore, essendo TRC_{sub} legata anche alle anomalie del refrigerante. Per questo motivo nei grafici a barre di fig. 6.16 si riscontra una certa vicinanza di valori tra il guasto al condensatore ed i tre fault del refrigerante. Infine, il grafico di Kiviat riprodotto in figura 6.15, consente di verificare che le feature identificate dai $rRBC_i^{\varphi}$ sono aumentate rispetto al funzionamento normale, a conferma della presenza nel sistema di un'anomalia al condensatore.

Tabella 6.8: Risultati della detection di FWC.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalFWC	62	1037	94%
FWC lv. 1	112	987	10%
FWC lv. 2	729	370	66%
FWC lv. 3	1099	0	100%
FWC lv. 4	1099	0	100%

Tabella 6.9: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di FWC.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	Accuratezza
FWC lv. 1	37	75	37	0	33%
FWC lv. 2	532	197	389	143	53%
FWC lv. 3	1018	81	883	135	80%
FWC lv. 4	1096	3	965	37	88%

Perdita di refrigerante (RL)

Per simulare una perdita di refrigerante è sufficiente rimuovere una parte del liquido dal circuito primario dell'impianto. Nei test del progetto ASHRAE [4] il carico di refrigerante viene ridotto del 10% per ogni livello di guasto. Gli scambi termici che si manifestano tra il refrigerante e l'acqua (o l'aria) del condensatore e tra il refrigerante e l'acqua dell'evaporatore sono alla base del funzionamento di ogni chiller. In particolare, la capacità di produrre freddo della macchina è proporzionale alla quantità di refrigerante presente. Si intuisce pertanto che una riduzione del liquido refrigerante inficia il funzionamento dell'intero sistema e non soltanto di un singolo componente del ciclo frigorifero. Per questo motivo, anche il guasto di livello inferiore riesce a modificare la struttura di covarianza delle variabili di sistema, come si può osservare negli andamenti dell'indice SPE e della curva ROC riportati nelle figure 6.17 e 6.18. In particolare, i segnali dell'indice SPE assumono dei valori molto simili e quindi si è deciso di indicare in figura solo quelli relativi ai due guasti estremi, di livello 1 e 4. La caratteristica del fault RL di coinvolgere più componenti del chiller, si riflette anche nella procedura di fault identification. In effetti, in corrispondenza dei guasti più lievi si registra una propagazione dei contributi in tutte le feature del sistema, come si può riscontrare in figura 6.11. Nei fault più marcati, invece, emergono il coefficiente di scambio termico al condensatore UA_{cd} , la caratteristica TRC_{sub} ed in parte anche TCA (fig. 6.19). Queste sono le variabili che nella tabella decisionale consentono di isolare tutte e tre le tipologie di guasto associate al refrigerante: la perdita, la sovraccarica e la presenza di non condensabili. Pertanto, quando si esegue la diagnosi si ottengono tre fault equiprobabili, come riportato in figura 6.22; osservando i diversi contributi si avverte la presenza di un fault al refrigerante, ma non si riesce a determinare la causa dell'anomalia.

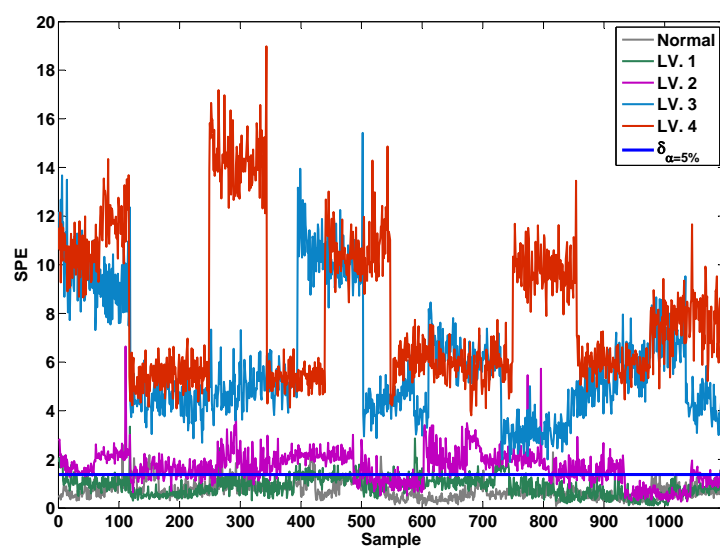


Figura 6.11: Indice SPE per ogni livello del guasto FWC.

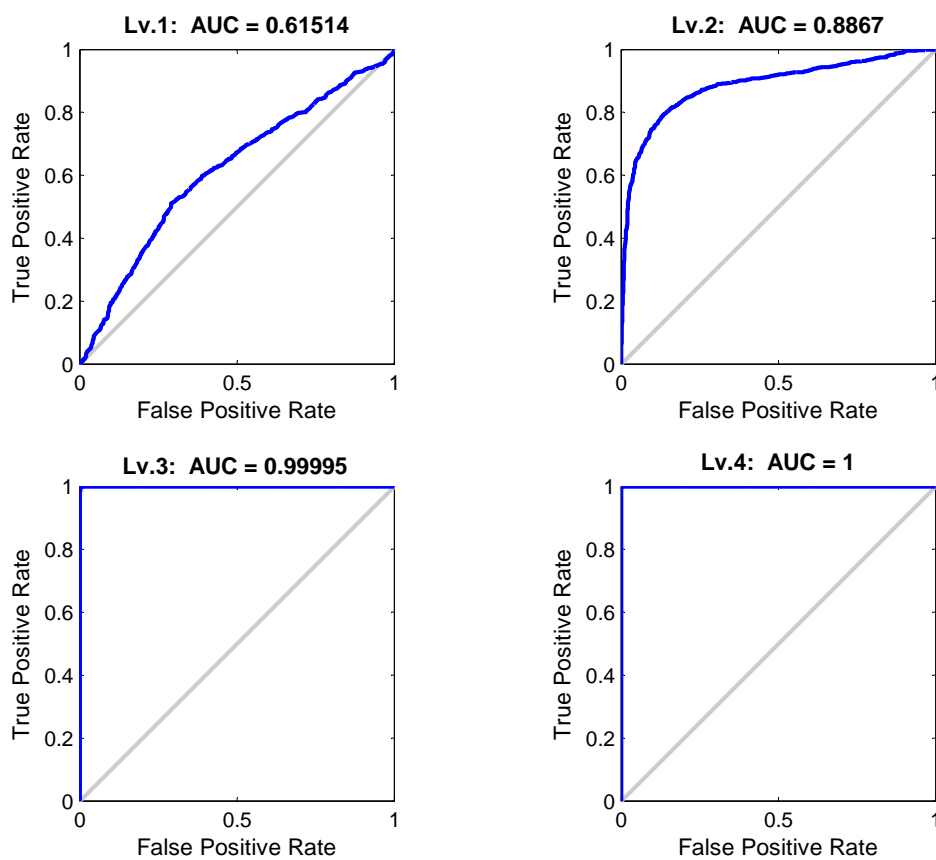


Figura 6.12: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto FWC.

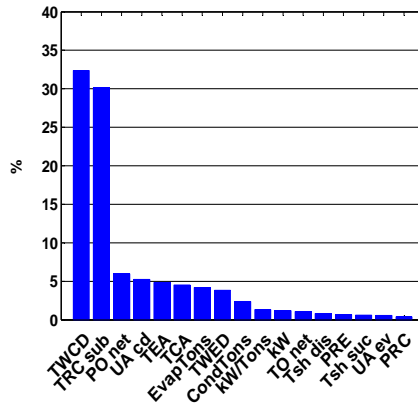


Figura 6.13: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto FWC Lv4.

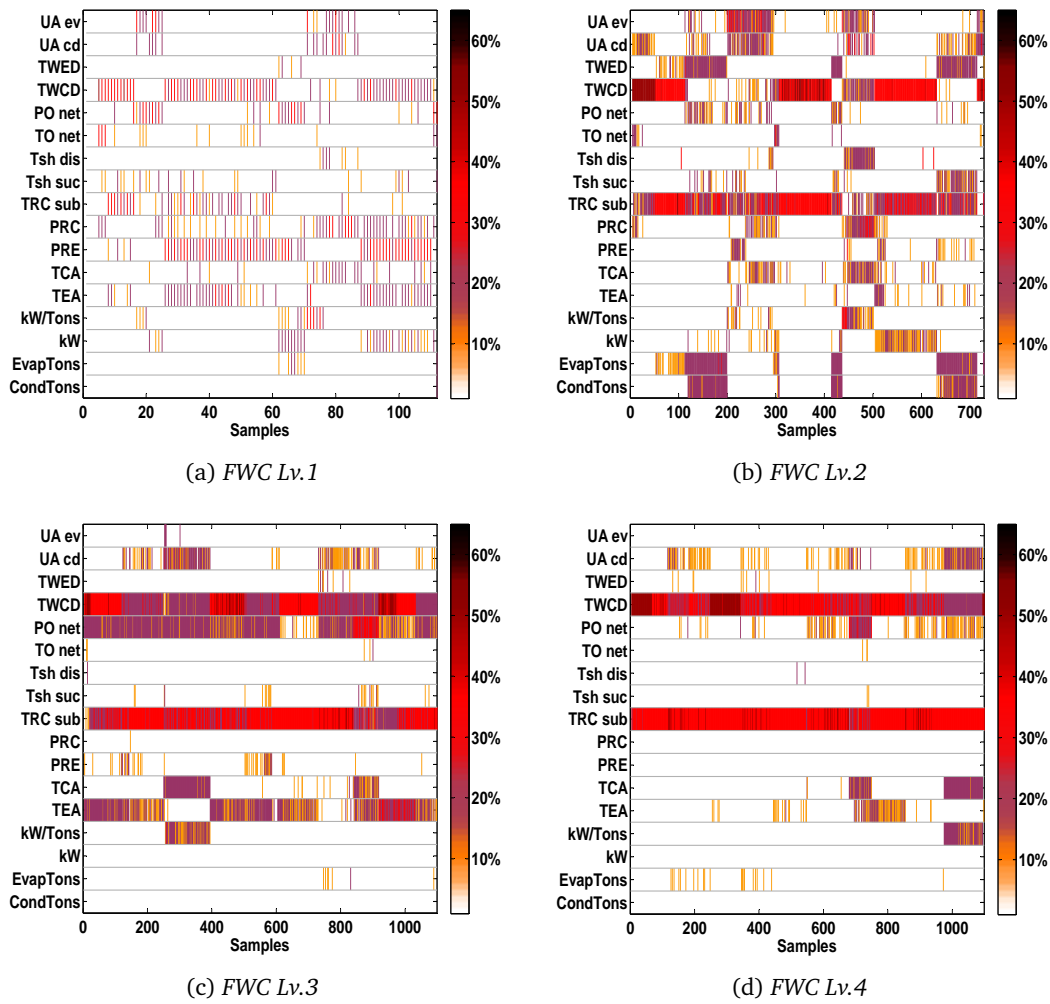


Figura 6.14: Fault identification dei quattro livelli di guasto FWC.

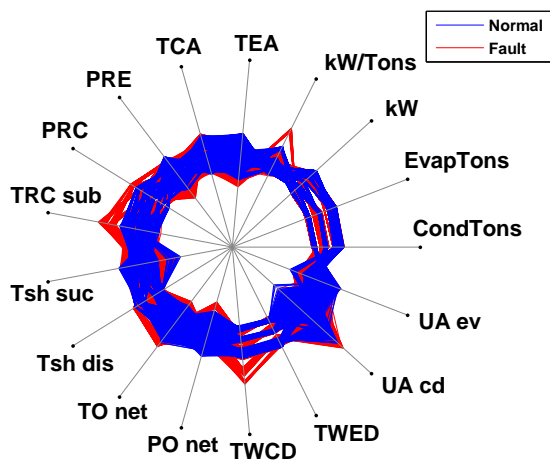


Figura 6.15: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto FWC.

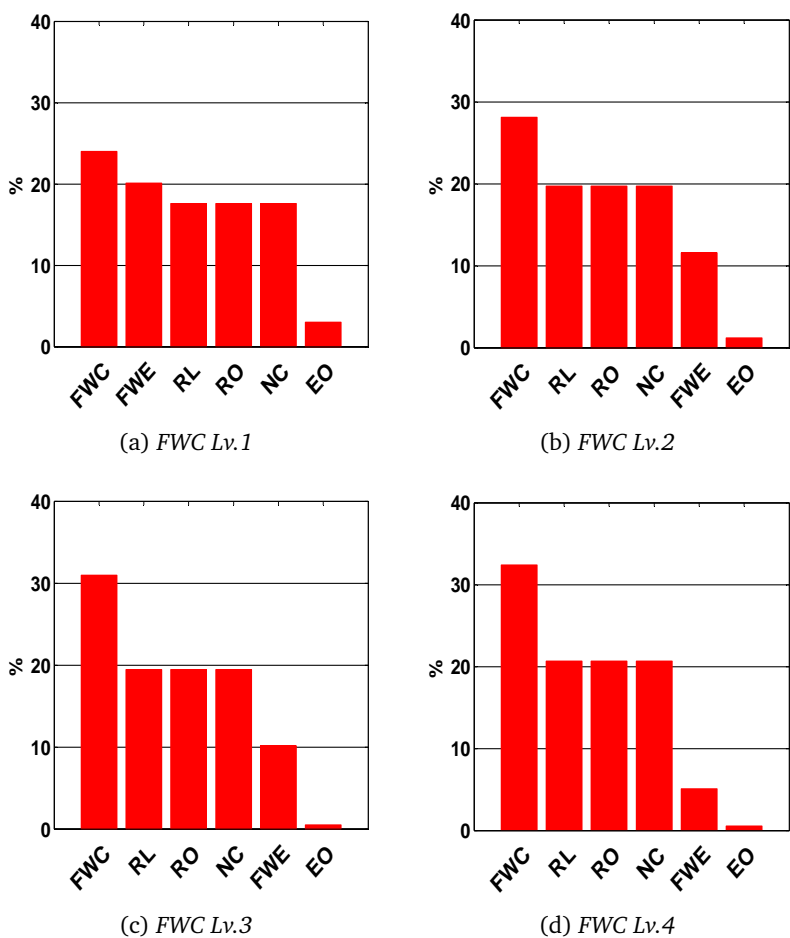


Figura 6.16: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto FWC.

Questa può essere determinata analizzando il grafico di Kiviat in fig. 6.21, in cui sono tracciati i valori normalizzati delle variabili di tutti i campioni anomali e normali. L'aumento che viene rilevato nella caratteristica UA_{cd} consente di isolare proprio il fault RL, l'unico dei tre guasti del refrigerante che incrementa lo scambio termico verso l'acqua del condensatore. I risultati finali della detection e della diagnosi sono riportati nelle tabelle 6.10 e 6.11. Per calcolare l'accuratezza della fault diagnosis viene considerato il segno dello scostamento che si manifesta nella variabile UA_{cd} dei campioni anomali.

Tabella 6.10: Risultati della detection di RL.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalRL	63	900	93%
RL lv. 1	876	87	91%
RL lv. 2	927	36	96%
RL lv. 3	949	14	98%
RL lv. 4	961	2	99%

Tabella 6.11: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di RL.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	Accuratezza
RL lv. 1	298	578	285	13	33%
RL lv. 2	696	231	627	69	68%
RL lv. 3	930	19	930	0	98%
RL lv. 4	963	0	963	0	100%

Sovraccarica di refrigerante (RO) e presenza di non condensabili (NC)

Risulta particolarmente interessante analizzare questi due guasti insieme, perché entrambi agiscono sul refrigerante, ma soprattutto perché condividono le stesse regole diagnostiche. Nella tabella decisionale 6.5 si osserva infatti che i due malfunzionamenti si distinguono solamente per un diverso tipo di incremento prodotto nelle feature TRC_{sub} e TCA. L'algoritmo FDI deve pertanto estrarre dai dati anomali questa diversità negli andamenti delle variabili, altrimenti è arduo isolare le due tipologie di fault. La sovraccarica è speculare alla perdita di refrigerante

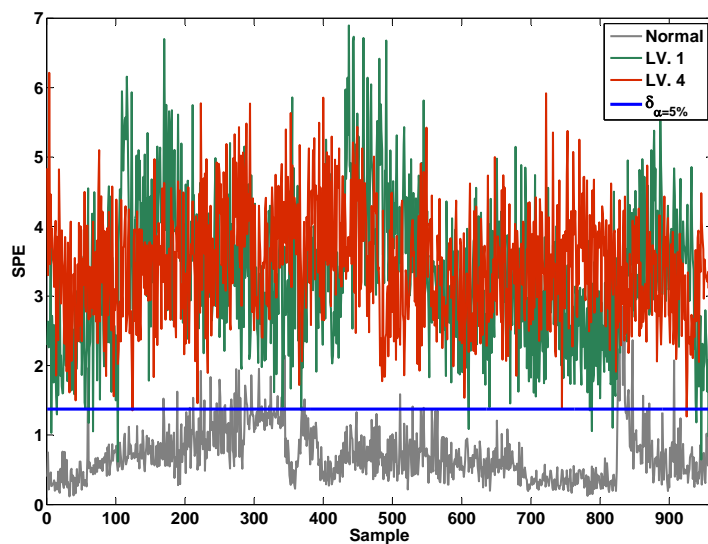


Figura 6.17: Indice SPE per ogni livello del guasto RL.

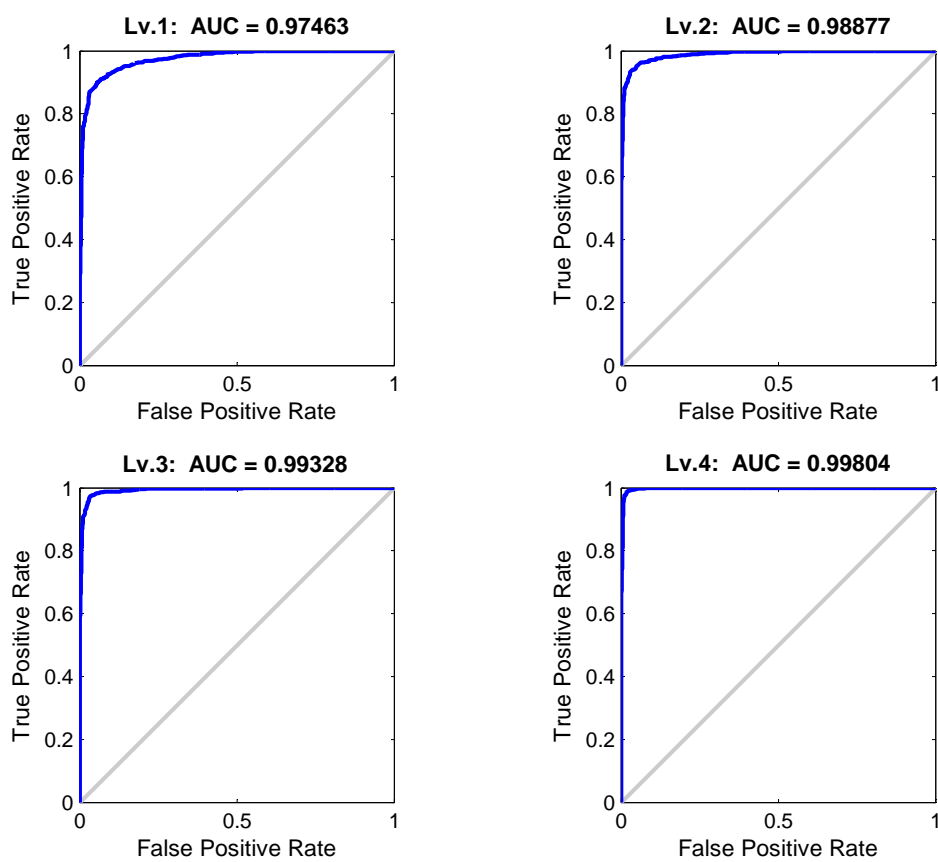


Figura 6.18: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto RL.

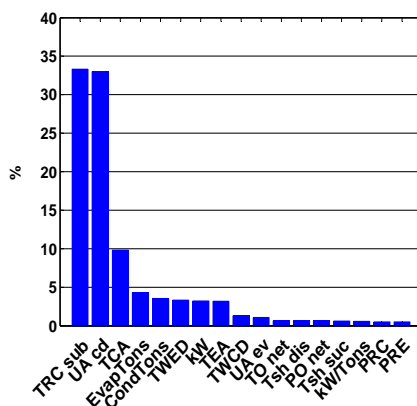


Figura 6.19: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto RL Lv4.

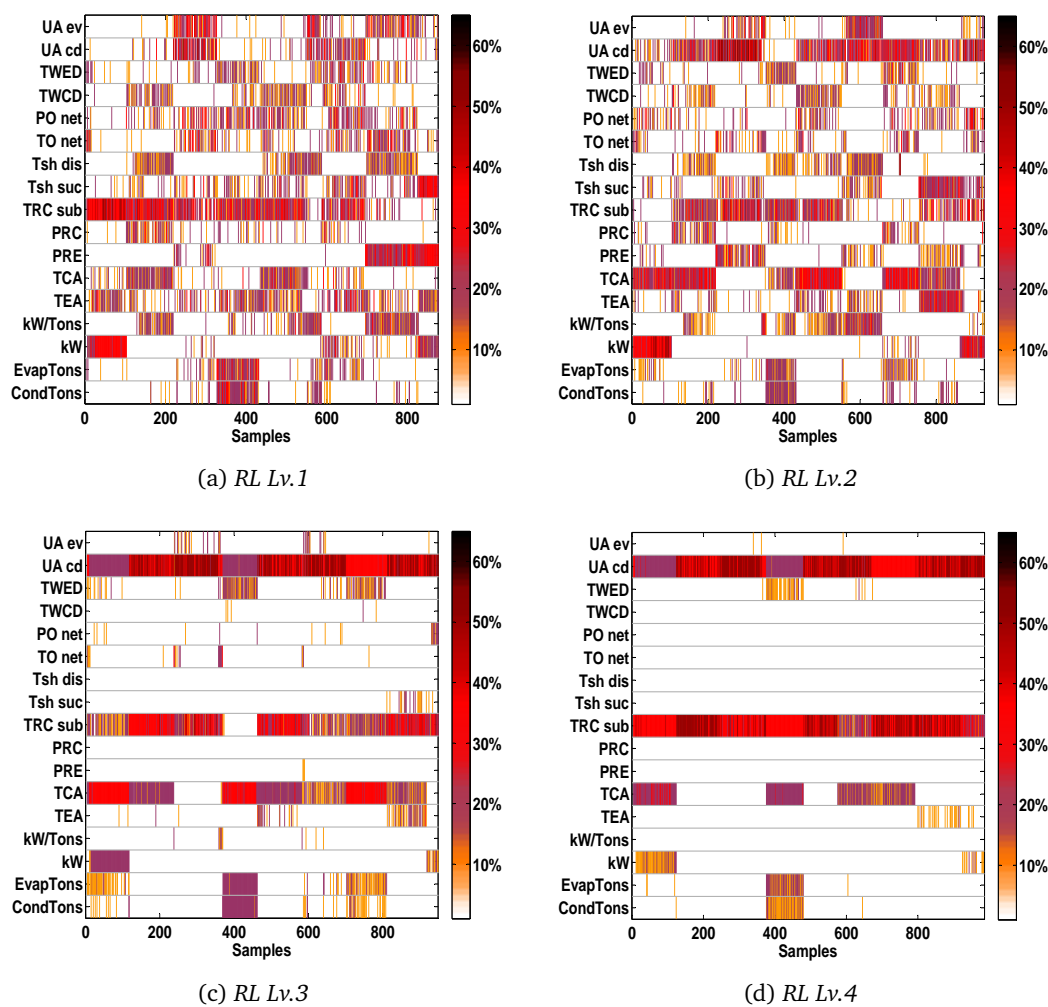


Figura 6.20: Fault identification dei quattro livelli di guasto RL.

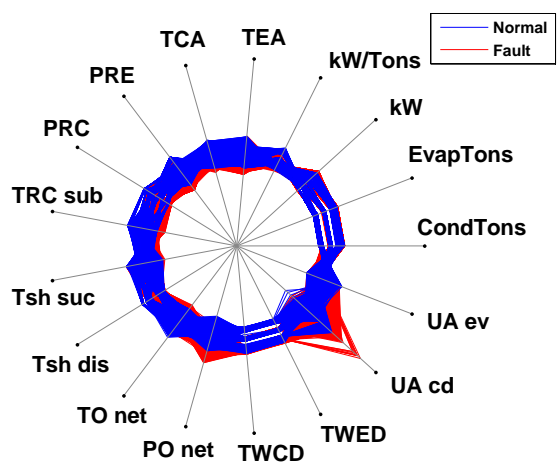


Figura 6.21: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto RL.

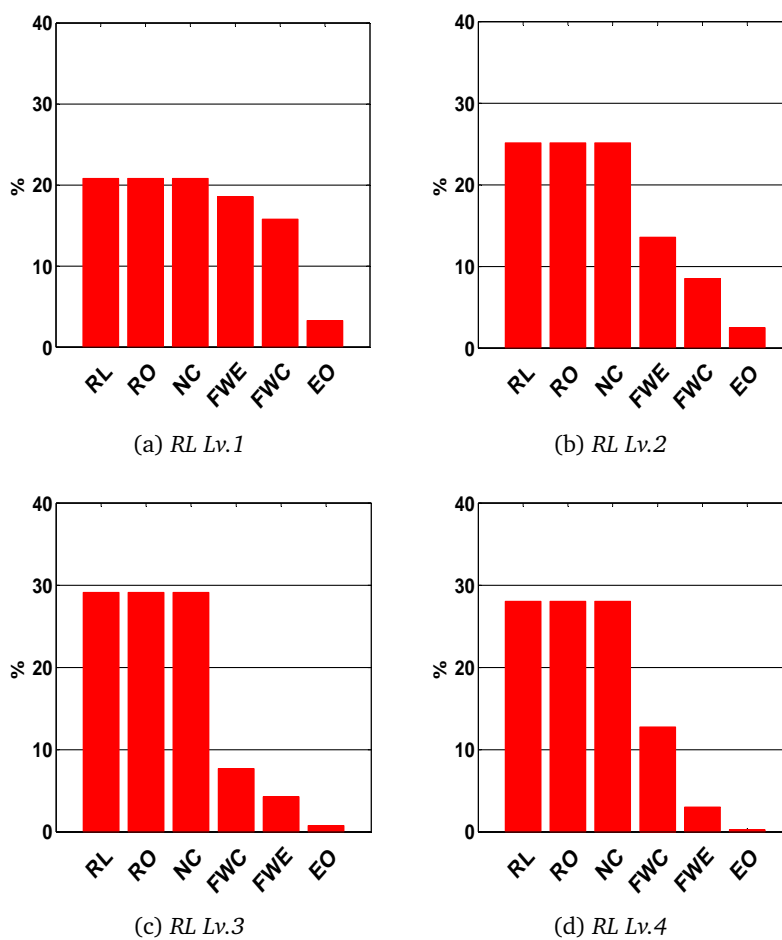


Figura 6.22: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto RL.

analizzata nel precedente paragrafo; questa viene simulata aumentando la carica di refrigerante del 10% ad ogni livello di guasto. Per simulare la presenza di materiale non condensabile nel refrigerante, si inserisce invece una quantità sempre maggiore di gas nitrogeno nell'impianto. Il quarto livello del guasto NC non viene considerato perché non consente di raccogliere un numero sufficiente di dati in stato stazionario. Le prestazioni della rilevazione e delle procedure di identificazione e di diagnosi del guasto RO, sono pressoché identiche a quelle di RL; l'indice SPE individua ogni livello di guasto con una elevata sensibilità (fig.6.23 e fig.6.24), mentre i contribution plot in fig.6.26 non consentono di identificare facilmente le variabili responsabili dei fault di basso livello. Per quanto riguarda il guasto NC, indipendentemente dal grado di severità considerato, si ottengono dei buoni risultati sia nella fault detection sia nella fault identification, come si può vedere nelle figure 6.29 e 6.32. In corrispondenza di quasi tutti i valori anomali del dataset, l'indice SPE supera il limite di controllo ed i contribution plot identificano le tre variabili coinvolte nel fault. Nella diagnosi, sia la sovraccarica, sia la presenza dei non condensabili, producono dei grafici a barre (figure 6.28 e 6.34) in cui prevalgono, con la stessa percentuale, i tre fault associati al refrigerante. Pertanto, l'utilizzo esclusivo dei contribution plot non consente di isolare il guasto, ma solamente di individuare il componente del sistema interessato dall'anomalia. Naturalmente, questa incapacità di determinare l'origine del malfunzionamento, dipende dalla struttura della tabella decisionale e non dai contribution plot ricostruiti $rRBC_i^{\varphi}$. Prendendo in considerazione i grafici di Kiviat in fig. 6.27 e in fig. 6.33 si notano gli stessi andamenti delle variabili UA_{cd} , TRC_{sub} e TCA : nella transizione dal comportamento normale a quello anomalo la prima variabile subisce una diminuzione mentre le altre feature aumentano. Dalla consultazione della tab. 6.5 si evince che i due fault considerati possono essere sia la sovraccarica di refrigerante sia la presenza di materiale non condensabile. Allora si analizzano nuovamente i contribution plot delle variabili; confrontando i contributi ottenuti nei due casi, si vede chiaramente che il guasto RO influenza maggiormente TRC_{sub} (fig. 6.25) mentre la presenza dei non condensabili coinvolge soprattutto la temperatura di approccio al condensatore TCA (6.31). Si giunge così, con l'utilizzo congiunto dei contribution plot e del grafico di Kiviat, ad una diagnosi corretta dei due guasti. Nelle tabelle 6.12 e 6.14 si riportano i risultati ottenuti della fault detection mentre nelle tabelle 6.13 e 6.15 i risultati della identificazione e della diagnosi dei guasti.

Tabella 6.12: Risultati della detection di RO.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalRO	63	900	93%
RO lv. 1	919	44	95%
RO lv. 2	922	41	96%
RO lv. 3	947	16	98%
RO lv. 4	962	1	99%

Tabella 6.13: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di RO.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		Accuratezza
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	
RO lv. 1	355	564	341	14	37%
RO lv. 2	598	324	569	29	62%
RO lv. 3	895	68	890	5	94%
RO lv. 4	963	0	963	0	100%

Tabella 6.14: Risultati della detection di NC.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalNC	34	1010	97%
NC lv. 1	856	188	82%
NC lv. 2	1044	0	100%
NC lv. 3	1044	0	100%

Tabella 6.15: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di NC.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		Accuratezza
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	
NC lv. 1	833	23	822	11	96%
NC lv. 2	1024	20	1017	7	97%
NC lv. 3	1043	1	1038	5	99%

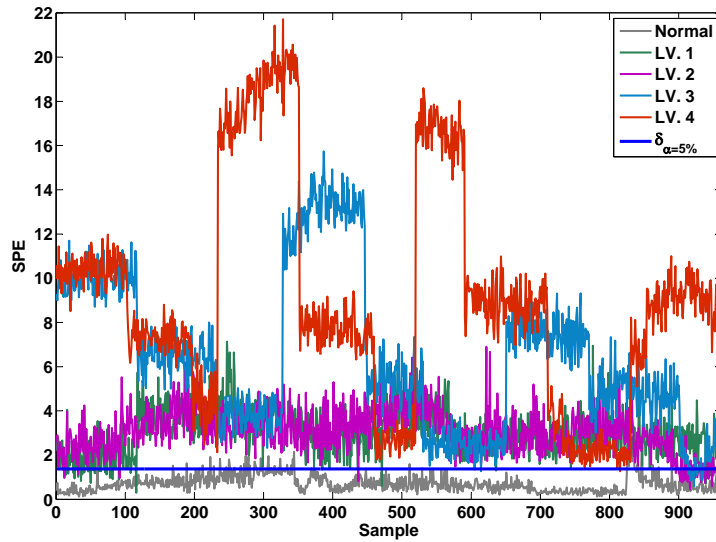


Figura 6.23: Indice SPE per ogni livello del guasto RO.

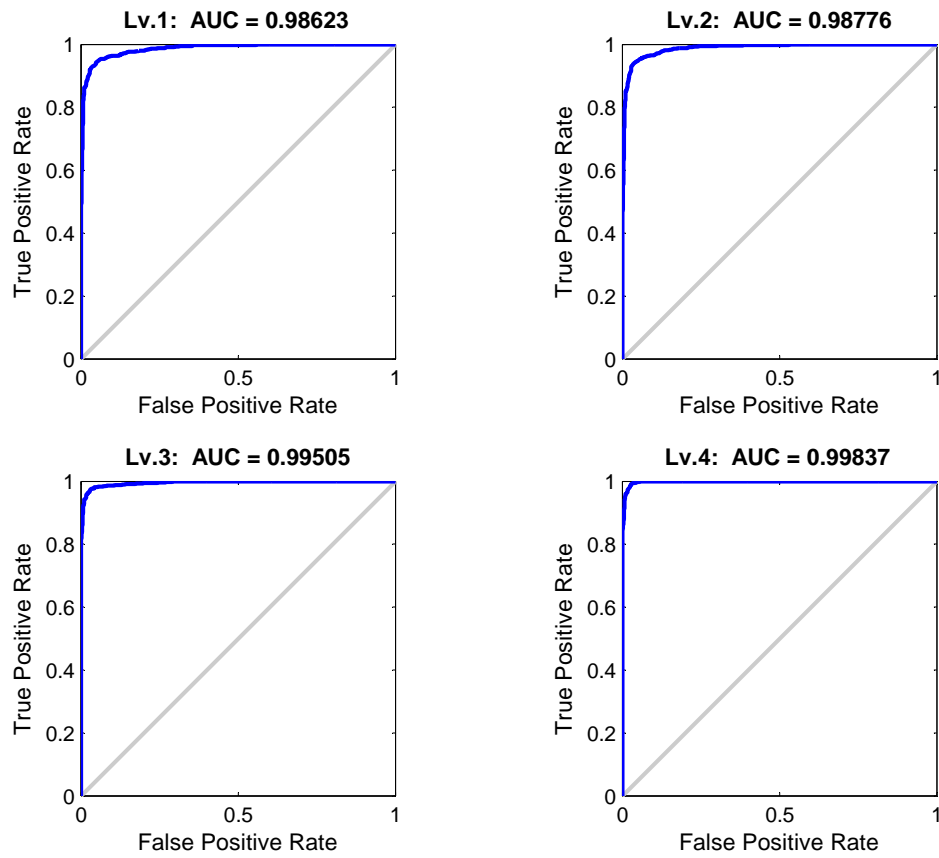


Figura 6.24: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto RO.

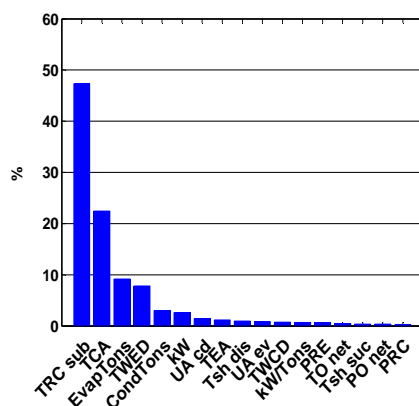


Figura 6.25: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto RO Lv.4.

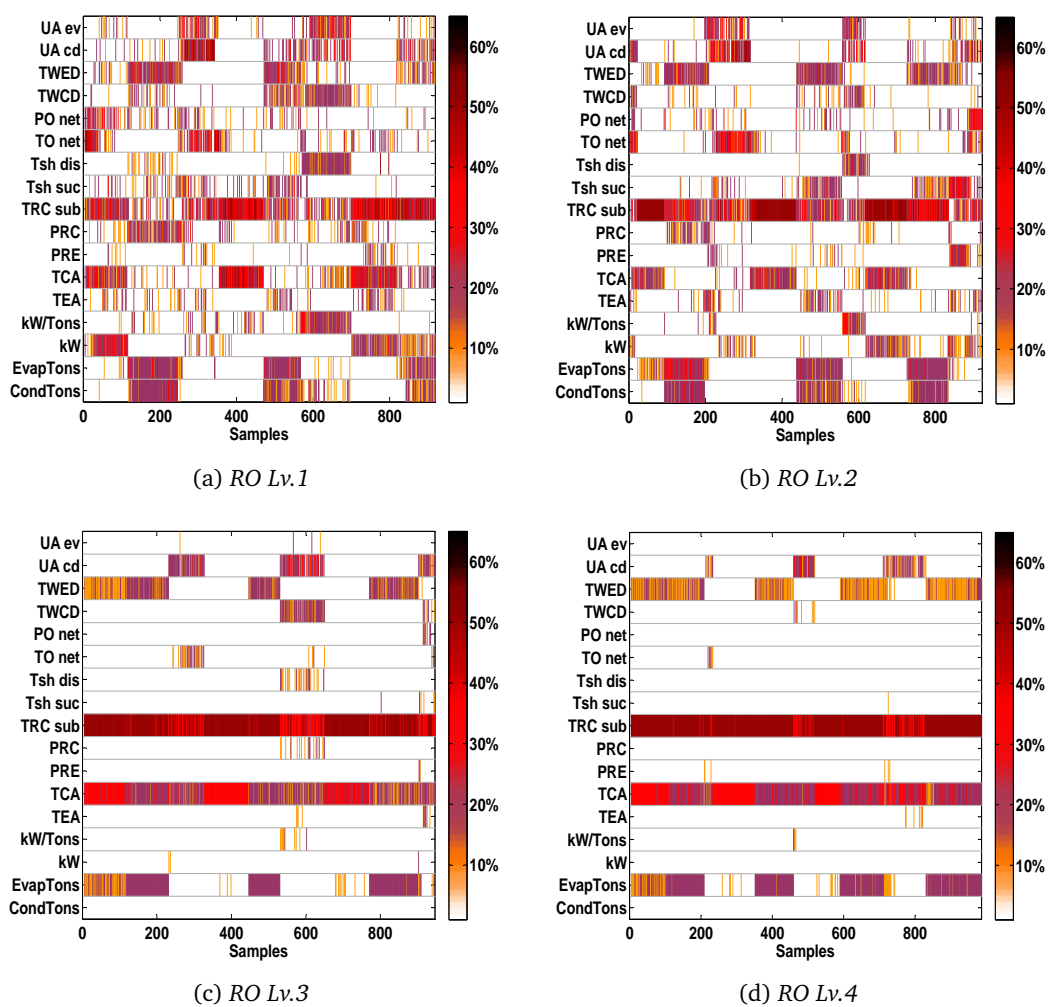


Figura 6.26: Fault identification dei quattro livelli di guasto RO.

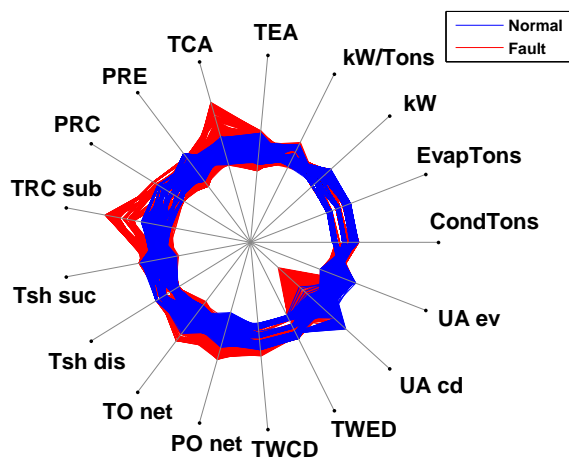


Figura 6.27: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto RO.

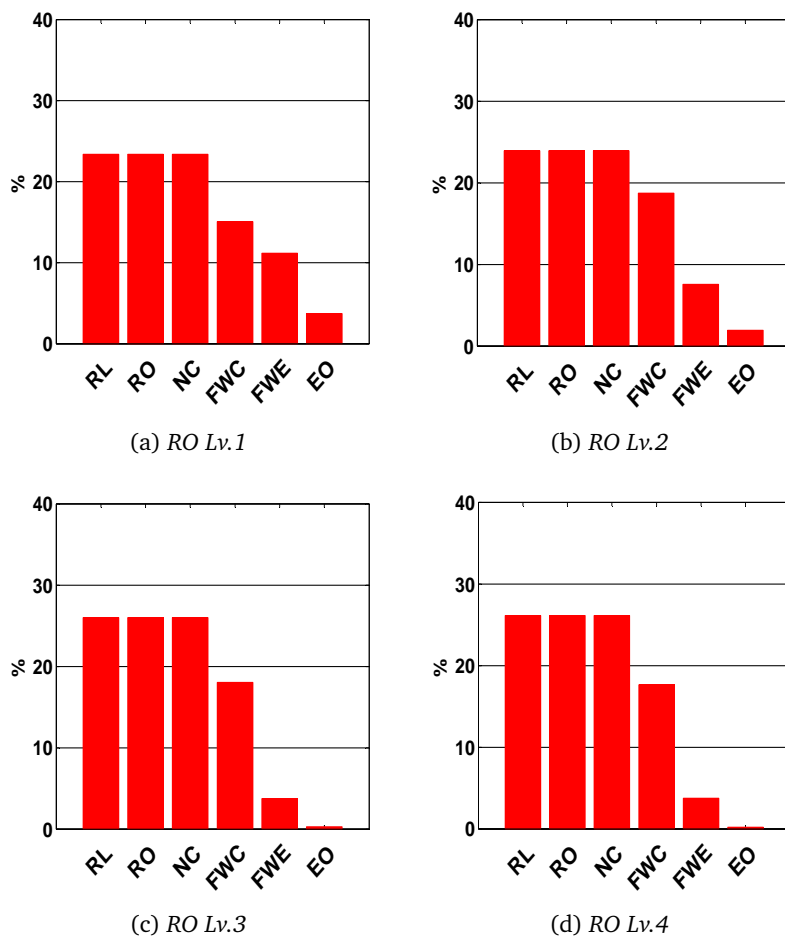


Figura 6.28: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto RO.

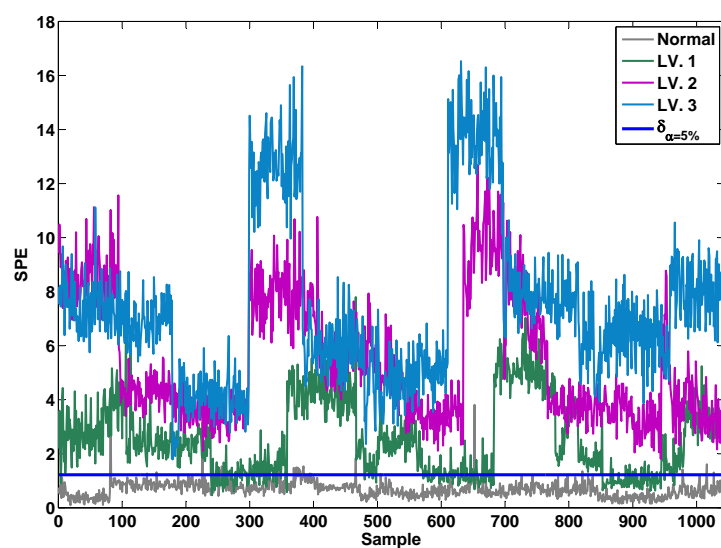


Figura 6.29: Indice SPE per ogni livello del guasto NC.

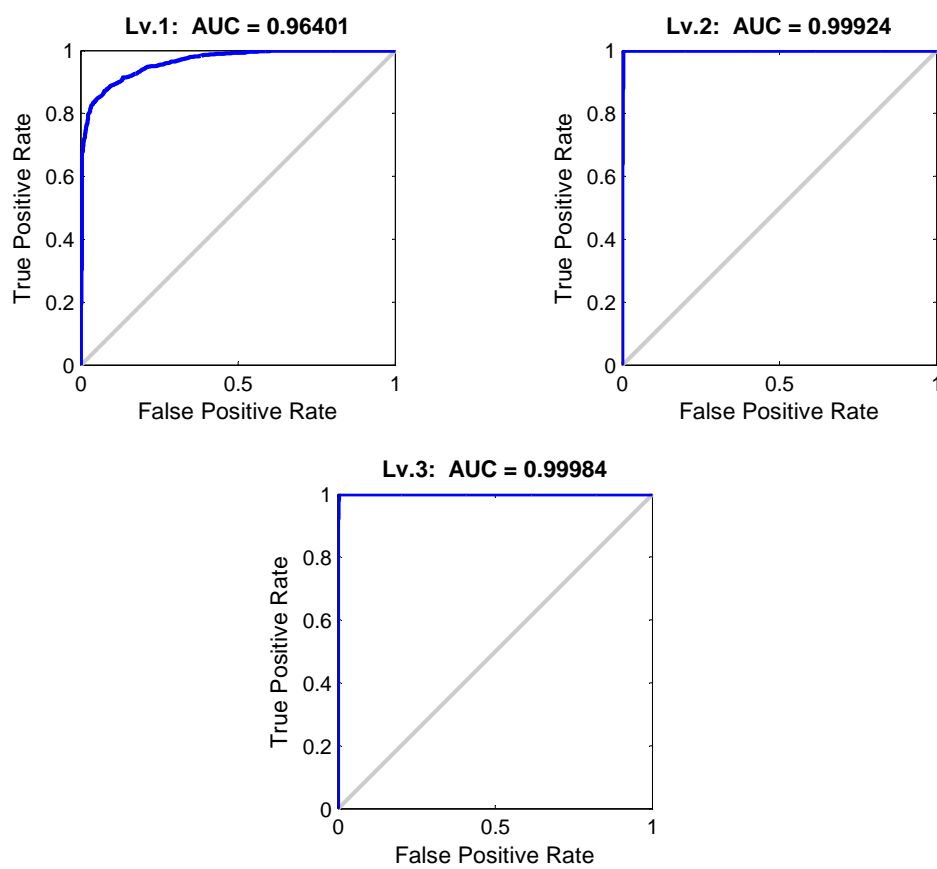


Figura 6.30: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto NC.

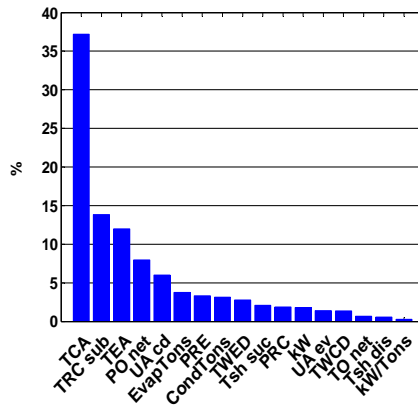


Figura 6.31: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto NC Lv.3.

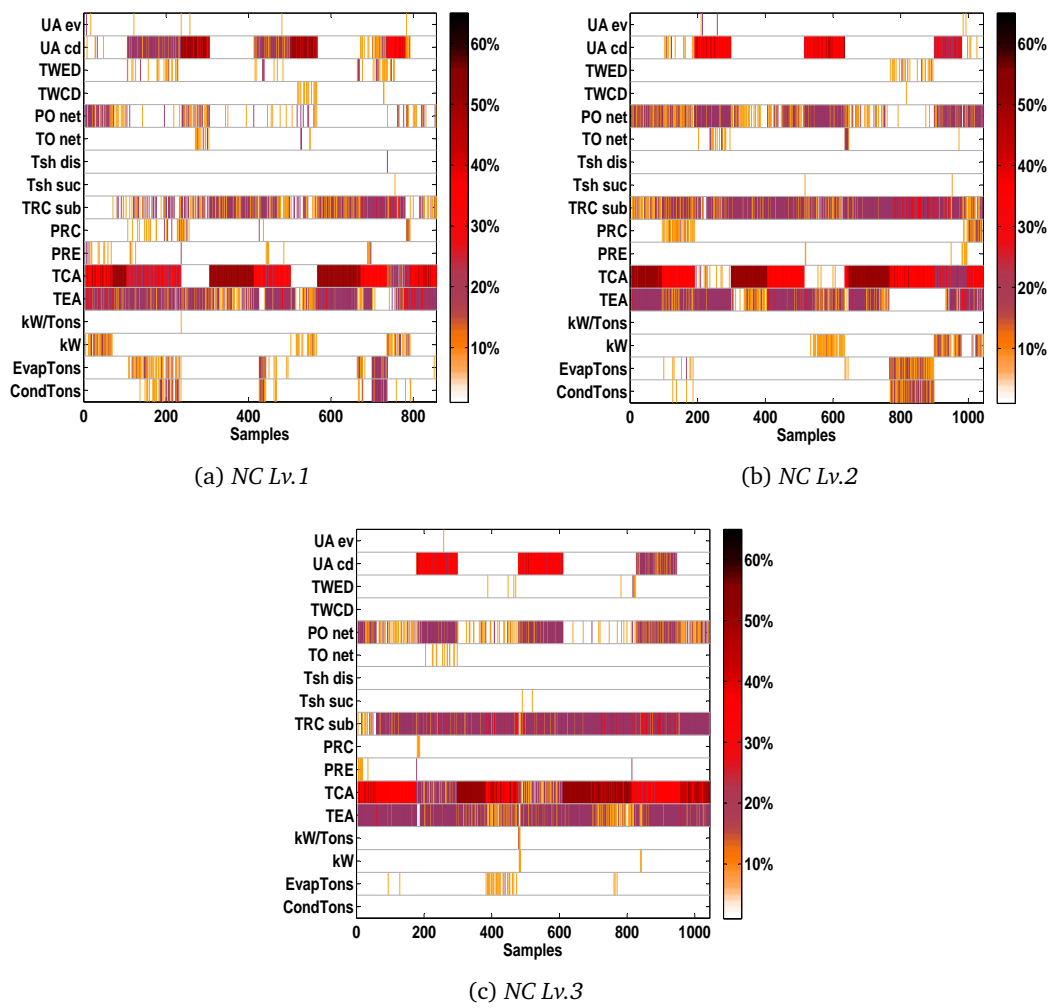


Figura 6.32: Fault identification dei tre livelli di guasto NC.

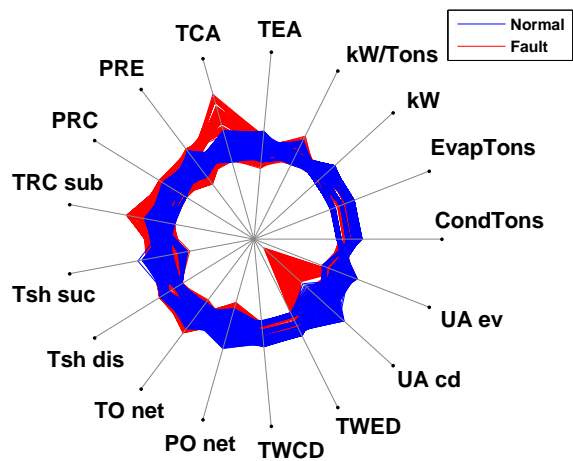


Figura 6.33: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto NC.

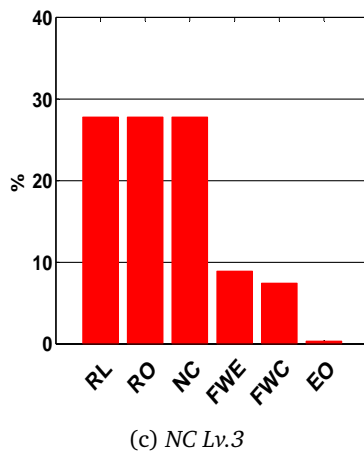
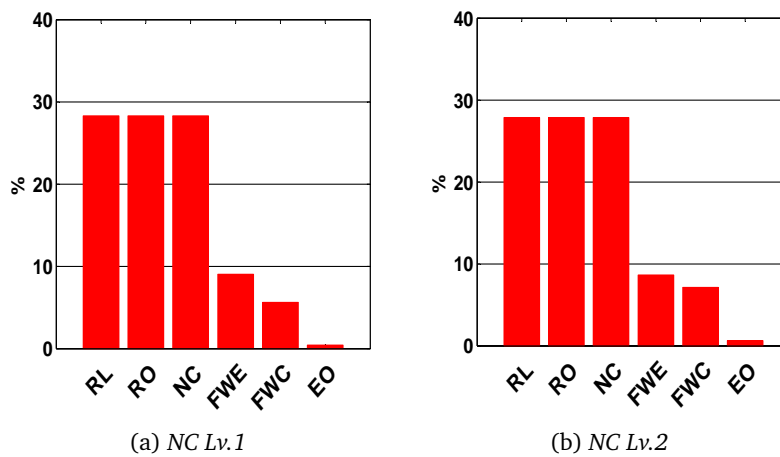


Figura 6.34: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto NC.

Eccesso di olio (EO)

Di seguito si presentano i risultati ottenuti dalle simulazioni delle condizioni di guasto riferite all'eccesso di olio. I test svolti sul sistema, descritti nel report ASHRAE [4], sono riferiti a quattro livelli diversi di intensità, in questa analisi però si considerano solamente i primi tre: infatti nel quarto test non si sono raggiunti tutti gli steady state e si è preferito non utilizzare i relativi dati. In tabella 6.16 si riportano i risultati della fault detection. In corrispondenza del fault di livello 1 si ottiene un valore di accuratezza pari al 5%, nettamente inferiore a quello degli altri fault. In figura 6.35 si nota che l'indice SPE, calcolato sui campioni del guasto più lieve, è posto al di sotto del limite di controllo e la curva ROC corrispondente è molto distante dal punto (0, 1). Diversamente, i guasti di livello 2 e 3 sono rilevati correttamente dall'indice SPE. Questa differenza di prestazioni tra il primo ed il secondo livello di fault può trovare una giustificazione se si pensa all'effetto dell'olio sul compressore. Un piccolo aumento dell'olio riduce in modo limitato le performance del motore e quindi non viene percepito nel sistema; invece, un incremento eccessivo della quantità d'olio, pregiudica seriamente la compressione del refrigerante e quindi influenza l'intero ciclo frigorifero. Le procedure di identificazione e diagnosi presentano la stessa differenza tra i diversi livelli di guasto (tab. 6.17).

Tabella 6.16: Risultati della detection di EO.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalEO	247	778	76%
EO lv. 1	46	979	5%
EO lv. 2	1025	0	100%
EO lv. 3	1025	0	100%

Tabella 6.17: Risultati dell'identificazione e della diagnosi di EO.

Dataset	Identificazione		Diagnosi		Accuratezza
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	
EO lv. 1	23	23	23	0	50%
EO lv. 2	1024	1	1024	0	99%
EO lv. 3	1025	0	1025	0	100%

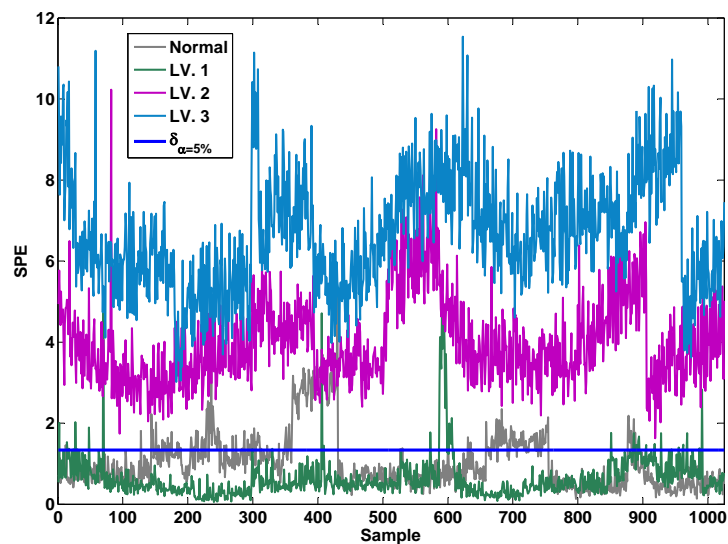


Figura 6.35: Indice SPE per ogni livello del guasto EO.

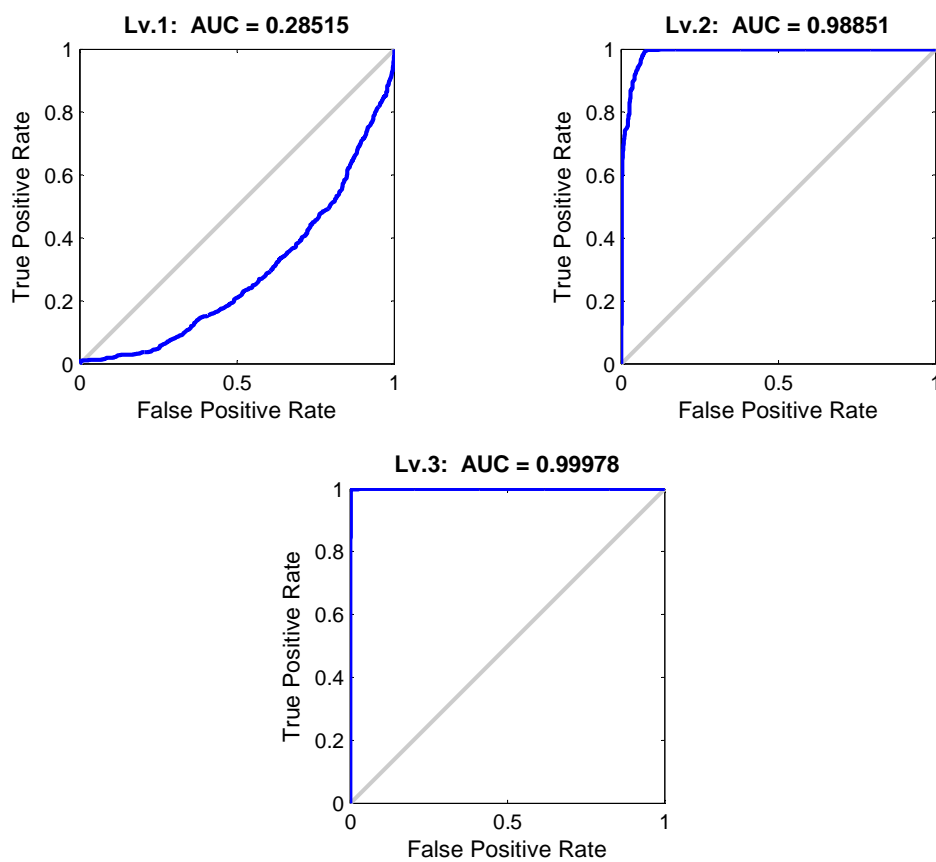


Figura 6.36: Curve ROC della detection di ogni livello del guasto EO.

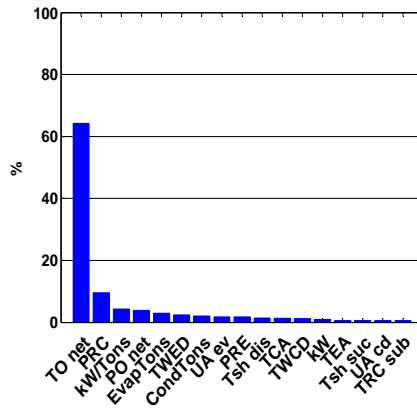


Figura 6.37: Contributi medi calcolati su tutti i campioni del guasto EO Lv3.

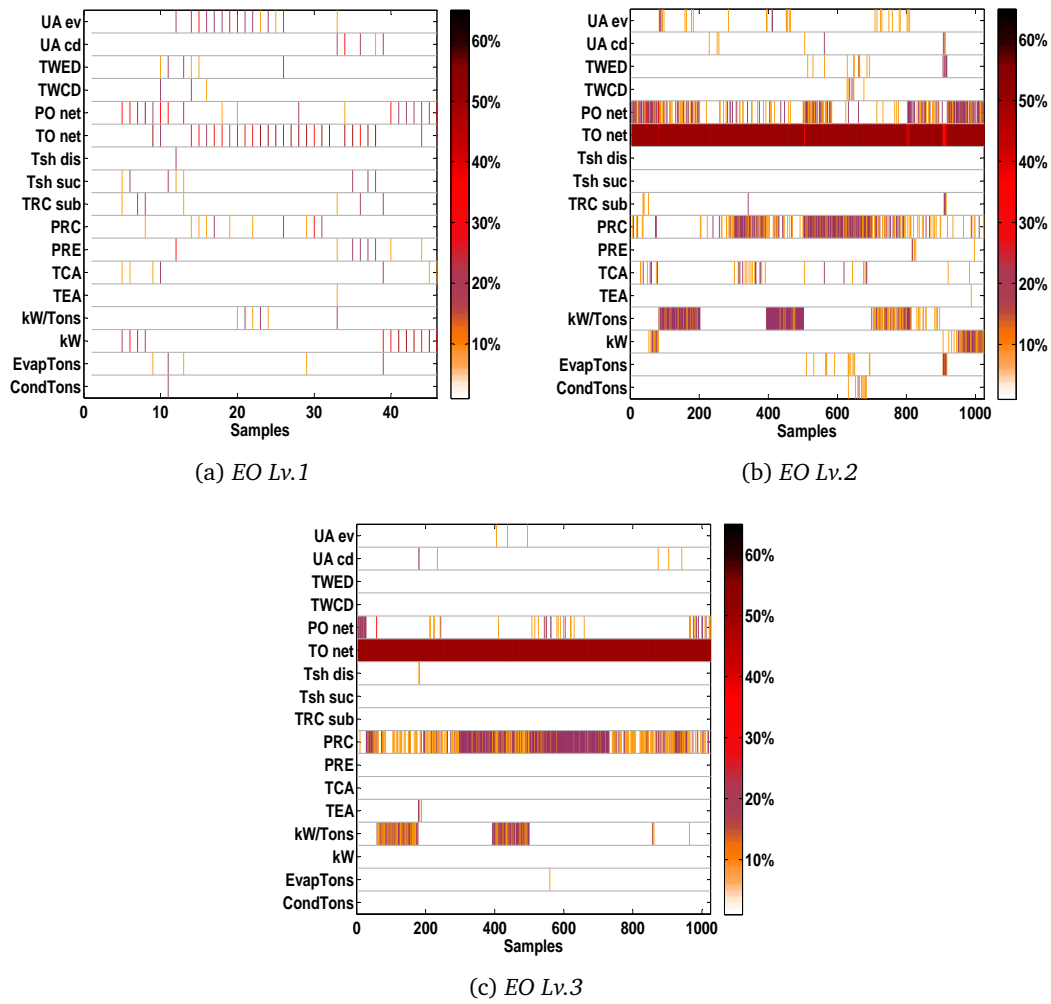


Figura 6.38: Fault identification dei tre livelli di guasto EO.

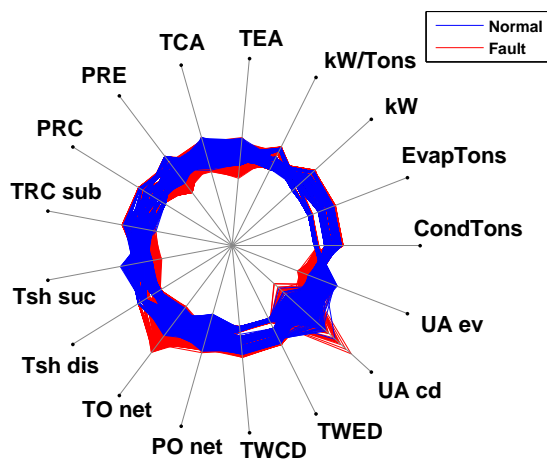


Figura 6.39: Scostamenti tra le variabili con e senza il guasto EO.

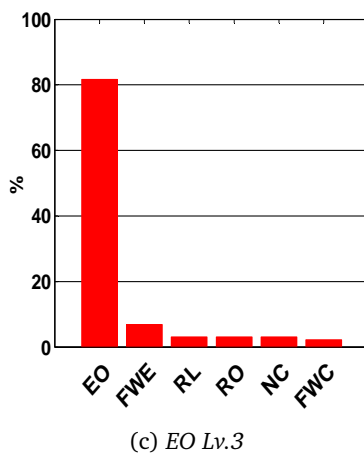
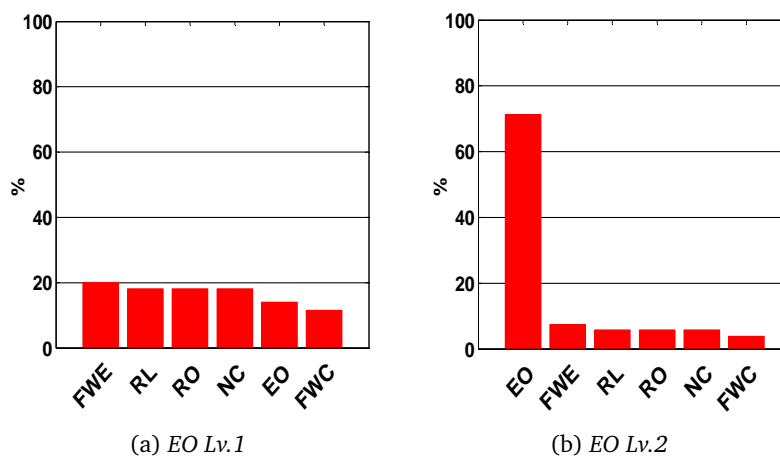


Figura 6.40: Fault diagnosis dei quattro livelli di guasto EO.

6.2 Chiller con compressore a levitazione magnetica

In questa sezione vengono presentati i risultati delle procedure di rilevazione e diagnosi dei guasti eseguite su un chiller prodotto da un'importante azienda italiana. Si tratta di un chiller centrifugo *oil-free* di ultima generazione, dotato di un compressore con cuscinetti a sospensione magnetica che garantisce un'assenza totale di attriti. Il refrigeratore in esame genera una grande potenza frigorifera¹, pari a circa 1400kW , mediante una configurazione a doppio stadio, con condensazione mista ad acqua ed aria. Il trasporto di calore dal locale all'ambiente esterno avviene per mezzo del fluido refrigerante R134a. Si sono effettuati una serie di test sul sistema di refrigerazione, in cui si sono simulati, una alla volta, i principali guasti tipici di un chiller, che coinvolgono principalmente l'evaporatore, il condensatore e il refrigerante. L'utilizzo di sensori di temperatura e pressione dedicati ha consentito di raccogliere un numero sufficiente di dati sul funzionamento normale ed anormale della macchina. Purtroppo, la complessità della struttura di condensazione, costituita da un circuito d'acqua raffrescato da ventilatori assiali, non consente di ottenere delle misure attendibili sullo scambio termico con il refrigerante. Il guasto al condensatore non viene quindi considerato in questa tesi. Si analizzano, invece, i seguenti fault:

1. Riduzione del 20% della portata d'acqua all'evaporatore (*FWE*).
2. Riduzione del 20% della carica di refrigerante nel circuito primario (*RL*); durante i test, per non compromettere il funzionamento della macchina, il fluido refrigerante viene ridotto progressivamente del 10%.
3. Ostruzione della valvola di espansione (*EVF*).

Dei tre guasti considerati, il fault che coinvolge la valvola di espansione si è rilevato il più difficile da isolare; in effetti, esso genera una forte riduzione di flusso nelle linee frigorifere che può essere interpretata sia come un problema al refrigerante sia all'evaporatore. Di fatto, la valvola di espansione regola lo scambio termico tra il refrigerante e l'acqua dell'evaporatore e di conseguenza influenza inevitabilmente entrambi i componenti del ciclo frigorifero. Per eseguire la diagnosi del fault EVF si

¹La potenza frigorifera di un chiller è la capacità che macchina ha di sottrarre calore al locale. La sottrazione di calore si traduce ad esempio nelle applicazioni HVAC nel mantenimento della temperatura e dell'umidità dell'aria a livelli adeguati tali da assicurare le condizioni di comfort [71].

verifica pertanto se sono presenti delle anomalie sia nelle variabili del refrigerante sia dell'evaporatore. Naturalmente, la strategia adottata vale solamente nell'ipotesi in cui si manifesti nel sistema un fault per volta, come ipotizzato durante la presentazione del metodo FDI.

6.2.1 Modello di riferimento

Il modello PCA del sistema viene costruito in modo analogo a quanto visto nel caso del chiller del progetto ASHRAE. Inizialmente si esegue il pre-processing dei dati di training. Per descrivere il funzionamento normale della macchina, si utilizza un dataset ottenuto in corrispondenza di tre carichi differenti, pari rispettivamente al 50%, 75% e 100% della capacità frigorifera complessiva. Questi dati vengono ripuliti da tutte le dinamiche presenti utilizzando il filtro di Savitzky-Golay, definito nel capitolo 3. Ultimata la fase di steady state detection, si procede con la selezione delle variabili caratteristiche; in tab. 6.18 si riportano le 10 feature scelte per la costruzione del modello. Di queste, cinque sono variabili primarie ricavate direttamente dai sensori del sistema, come le temperature di surriscaldamento del refrigerante $T_{sh_{suc}}$ e $T_{sh_{dis}}$. Le altre invece sono variabili legate alle performance, come le efficienze isentropica e politropica del compressore, calcolate via software utilizzando determinate misure di pressione e temperatura del refrigerante. Le formule usate per definire questi parametri sono le stesse presenti nel report ASHRAE [5]. A questo punto si applica il metodo della *Varianza Percentuale Cumulata* per selezionare il numero di componenti principali in grado di spiegare il 95% della varianza totale dei dati normali. Si ottiene alla fine il valore $l = 3$, confermato anche dai metodi dell'autovalore medio e dello *scree plot*.

6.2.2 Validazione del modello

Il set dei dati normali in stato stazionario viene suddiviso in due parti: il primo 67% dei campioni viene impiegato nel training del modello PCA, mentre il restante 33% viene usato per la sua validazione. In entrambe le parti, sono presenti tutti i carichi di funzionamento del chiller. La validazione viene eseguita proiettando i dati di test sulle 10 variabili latenti definite dalla PCA; se si trova una certa conformità con gli score dei campioni di training allora significa che il modello basato sui dati descrive bene il comportamento del sistema. Il grafico di Kiviat riportato in fig. 6.41 mette a confronto gli score del dataset normale e quelli riferiti al guasto RL.

Tabella 6.18: Feature utilizzate per l'analisi FDI del chiller a levitazione magnetica.

Caratteristica	Descrizione	Unità di misura
TWED	Evaporator Water Temperature Difference	F
Tsh _{suc}	Refrigerant Suction Temperature	F
Tsh _{dis}	Refrigerant Discharge Temperature	F
TCA	Condenser Approach Temperature	F
TEA	Evaporator Approach Temperature	F
UA _{ev}	Overall Evaporator Heat Loss Coefficient	—
PolyEff	Polytropic Efficiency of the Compressor	—
IsenEff	Isentropic Efficiency of the Compressor	—
EVBC	Expansion Valve Blockage Coefficient	—
MotorEff	Motor Efficiency	—

Si nota che le linee verdi dei dati di test giacciono nella regione normale dei dati di allenamento e quindi il modello definito dalle tre componenti principali è corretto. I dati anomali presentano invece una variabilità elevata nelle variabili latenti che generano il sottospazio dei residui S_7 .

6.2.3 Tabella decisionale

Le regole diagnostiche utilizzate dalla fault diagnosis sono riprodotte nella tabella decisionale 6.19. Queste vengono definite sulla base di alcune considerazioni svolte dall'azienda produttrice, che nel corso degli anni ha potuto maturare una conoscenza significativa dei comportamenti anomali dei chiller. La tabella contiene le relazioni tra i diversi guasti e le variabili del sistema da essi influenzate; in particolare, in tab. 6.19 vengono messi in risalto gli andamenti delle feature al crescere dell'intensità dei malfunzionamenti. A conferma di quanto detto in precedenza sul fault alla valvola di espansione, si nota che il guasto EVF coinvolge le caratteristiche associate sia a RL sia a EVF; l'ostruzione della valvola può essere interpretata come una forte perdita di refrigerante, superiore al 20%, che riduce in modo considerevole la capacità della macchina di sottrarre calore all'acqua dell'evaporatore. In tabella 6.19 si riporta anche la regola diagnostica del guasto corrispondente ad una riduzione della portata d'aria al condensatore (FAC), non analizzata però in questa tesi.

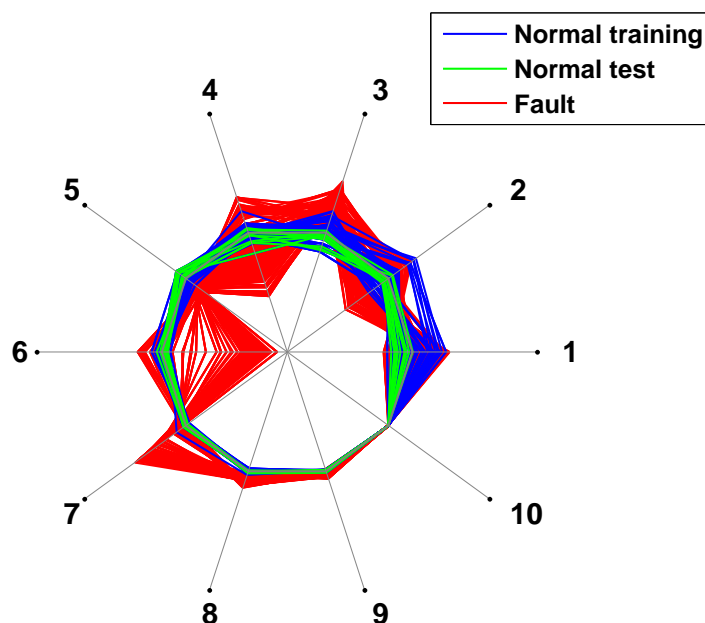


Figura 6.41: Analisi multidimensionale degli score per la validazione del modello PCA. Nel grafico di Kiviat sono visualizzate tutte le 10 variabili latenti degli score, riferiti sia ai dati normali di training e di test, sia ad alcuni dati anomali del guasto al refrigerante RL.

Tabella 6.19: Tabella decisionale per la fault diagnosis.

Fault	$TWED$	Tsh_{suc}	Tsh_{dis}	TCA	TEA	UA_{ev}	$EVBC$
FWE	▲	—	—	—	▼	▲	—
FAC	—	—	▲	▼	—	—	—
RL	—	▲	—	—	—	—	▲
EVF	—	▲	—	—	▼	—	▲

6.2.4 Analisi dei risultati

Di seguito vengono presentati i risultati dell'algoritmo FDI applicato sul chiller centrifugo a levitazione magnetica. Le prestazioni delle procedure di fault detection, fault identification e fault diagnosis sono riportate nelle tabelle 6.20 e 6.21. L'accuratezza della rilevazione è determinata misurando il numero di campioni anomali riconosciuti come positivi dall'indice SPE, ed il numero di campioni normali, di validazione del modello, classificati come negativi. I dati positivi sono poi portati in ingresso alla fault identification che fa uso dei contribution plot $rRBC_i^{\varphi}$ per determinare le variabili coinvolte nel guasto. Infine si calcola l'accuratezza della diagnosi considerando la percentuale dei campioni positivi in cui si è riuscito a risalire correttamente all'origine del fault. In tabella 6.20 si nota che in tutti i dataset considerati, ad eccezione del solo guasto al refrigerante, si ottiene una percentuale di accuratezza superiore al 95%. La perdita di refrigerante non viene classificata sempre in modo adeguato dall'indice SPE, come si può vedere in figura 6.42. Si osserva che l'indice SPE ritorna periodicamente al di sotto del limite di controllo δ_{α}^2 , fissato con un livello di confidenza $\alpha = 0,05$. L'andamento periodico dell'indice SPE è una conseguenza immediata della modalità con cui si simula la perdita di refrigerante nella macchina; durante il test del guasto RL la carica del fluido refrigerante viene diminuita progressivamente fino a raggiungere una riduzione del 20% della quantità nominale. Di conseguenza, l'indice SPE assume i valori più piccoli in corrispondenza dei campioni con le riduzioni più lievi del liquido R134a. Il mancato superamento del limite di controllo si spiega considerando l'azione della valvola di espansione; questa, infatti, viene controllata elettronicamente per mantenere costante il flusso del refrigerante nelle linee frigorifere. In presenza di piccoli scostamenti nella carica di refrigerante, la valvola aumenta la pressione di immissione del liquido nei tratti di circuito prossimi all'evaporatore, evitando così di introdurre un calo nelle performance della macchina. Questo meccanismo impedisce all'algoritmo FDI di riconoscere le piccole perdite di refrigerante. Nel chiller ASHRAE, la possibilità di analizzare la temperatura del refrigerante prima della valvola, consente di determinare anche le perdite del 10% (fig. 6.17). Nel sistema in esame, invece, la complessità della struttura di condensazione impedisce di misurare correttamente la temperatura di sotto-raffreddamento del refrigerante, TRC_{sub} , ed obbliga pertanto l'utilizzo delle sole temperature sul lato evaporatore, come Tsh_{suc} . In figura 6.42 si nota anche per il guasto EVF un andamento periodico dell'indice SPE; come per

il fault RL, l'ostruzione della valvola viene simulata in modo progressivo. In questo caso, però, viene a mancare il meccanismo di controllo esercitato dalla valvola e quindi l'indice SPE rimane sempre al di sopra di δ_α^2 . I contribution plot relativi alle tre tipologie di guasto sono riportati in figura 6.43. Per ogni fault si determinano sia i contributi sui singoli campioni anomali, sia i contributi medi calcolati su l'intero dataset. Negli $rRBC_i^{\varphi}$ del fault all'evaporatore si nota la presenza di un contributo elevato della caratteristica $IsenEff$, che riduce l'accuratezza dell'identificazione di FWE, come si può riscontare in tab. 6.21. Per quanto riguarda il guasto RL, si vede come l'intervento del meccanismo di controllo della valvola determini un incremento del coefficiente di bloccaggio EVBC; questo parametro misura infatti la differenza di pressione del refrigerante ai capi della valvola. Infine, nei contribution plot del fault EVF si rilevano dei contributi elevati in entrambe le temperatura di surriscaldamento del refrigerante Tsh_{suc} e di approccio all'evaporatore TEA. In figura 6.44 vengono rappresentati i contribution plot della fault diagnosis; nei grafici a barre si riportano i contributi medi delle variabili che in tab. 6.19 sono associate ai guasti del refrigeratore, dell'evaporatore e del condensatore. In corrispondenza dei guasti FWE e RL, le relative caratteristiche prevalgono sulle altre variabili di sistema e consentono di diagnosticare correttamente i due fault. Quando si considera il malfunzionamento alla valvola, si manifestano dei cambiamenti che coinvolgono sia le feature di FWE sia di RL; pertanto, vi è il rischio di confondere l'origine dei tre malfunzionamenti. Nonostante questo, si riesce comunque a distinguere il guasto EVF da FWE e RL perché nel contribution plot corrispondente si nota la presenza di un'anomalia sia nell'evaporatore sia nel refrigerante.

Tabella 6.20: Prestazioni della fault detection.

Dataset	Predizioni		Accuratezza
	Positivo	Negativo	
NormalFWE	5	281	98%
FWE	286	0	100%
NormalRL	3	217	99%
RL	191	29	87%
NormalEVF	5	300	98%
EVF	305	0	100%

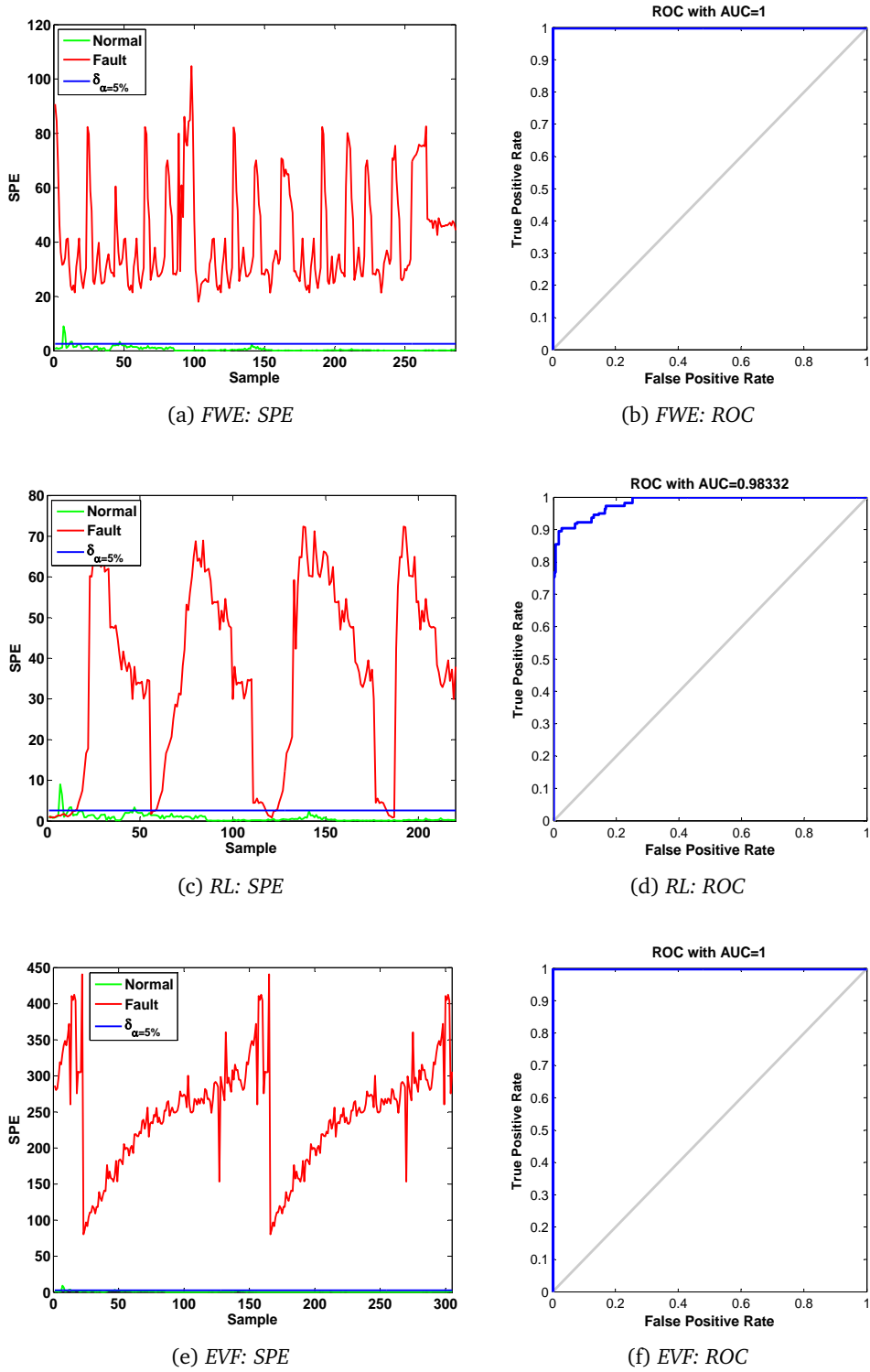


Figura 6.42: Risultati della fault detection.

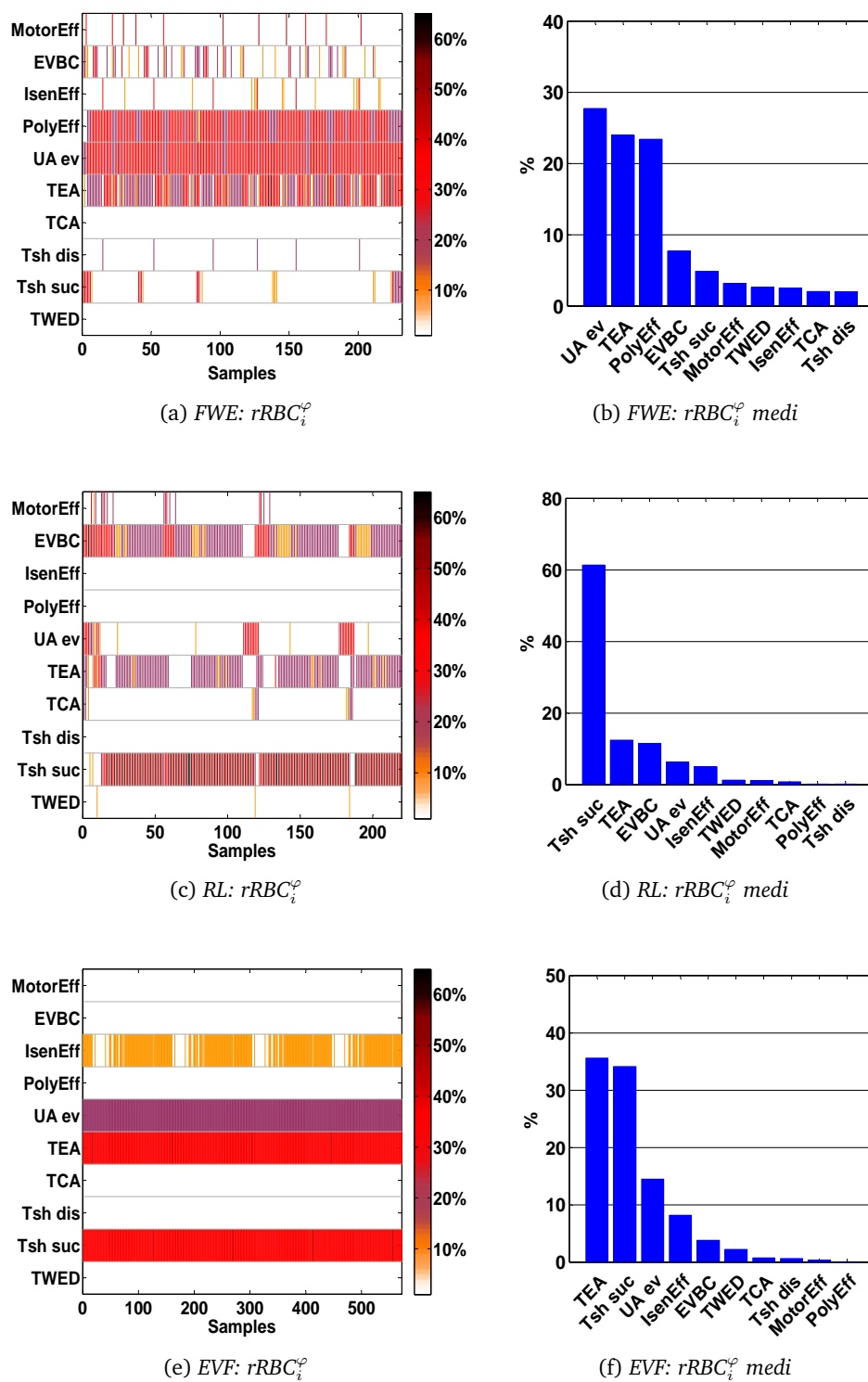
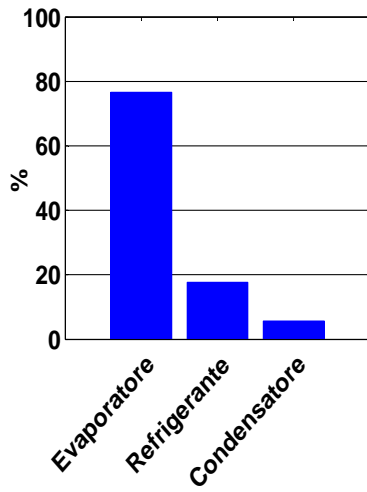


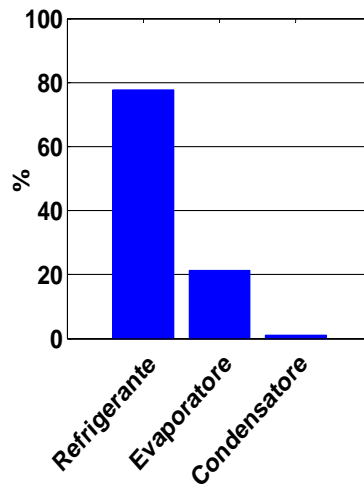
Figura 6.43: Risultati della fault identification.

Tabella 6.21: Risultati dell'identificazione e della diagnosi.

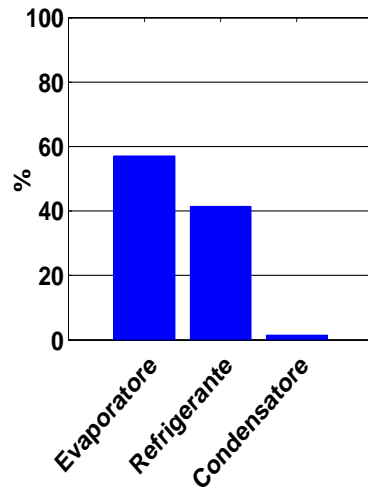
Dataset	Identificazione		Diagnosi		
	Corretta	Errata	Corretta	Errata	Accuratezza
FWE	170	62	167	3	72%
RL	218	2	207	11	94%
EVF	572	0	488	84	85%



(a) FWE



(b) RL



(c) EVF

Figura 6.44: Risultati della fault diagnosis.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

L'utilizzo di sistemi di fault detection e identification consentono di migliorare la manutenzione e l'efficienza energetica degli impianti HVAC. In particolare, le tecniche FDI basate sui dati realizzano il monitoraggio dei sistemi di refrigerazione in modo semplice ed efficace, indipendentemente dal numero di variabili e dalla complessità che caratterizzano le macchine frigorifere. La problematica centrale nello sviluppare delle tecniche di questo tipo sta nella difficoltà di reperire dati che diano informazione sul comportamento anomalo del sistema. Per eludere questo problema si utilizza congiuntamente il controllo statistico multivariato, basato sulla Principal Component Analysis ed i contribution plot ricostruiti. Questo approccio è costituito sostanzialmente da tre fasi:

- *Fase 1.* Costruzione del modello statistico PCA e suddivisione delle misure in due sottospazi ortogonali di dimensione ridotta, uno associato alle variazioni normali dei dati e l'altro ai residui, ovvero al rumore di fondo.
- *Fase 2.* Utilizzo della statistica SPE per la rilevazione delle anomalie nei nuovi dati acquisiti on-line e proiettati nello spazio dei residui.
- *Fase 3.* Identificazione delle variabili coinvolte nel fault mediante l'uso dei contribution plot ricostruiti, che misurano i contributi dati dalle variabili all'indice combinato φ .

Infine, l'adozione di apposite tabelle decisionali, usate per definire alcune regole diagnostiche, consentono di determinare l'origine dei malfunzionamenti. Le prestazioni di questa tecnica FDI, applicata ai dataset di due chiller centrifughi, indicano

che l'approccio statistico basato sui dati si presta bene alla diagnosi dei guasti nei refrigeratori, come la riduzione dell'acqua o dell'aria negli scambiatori di calore e la perdita di refrigerante nel circuito frigorifero. I principali sviluppi futuri riguardano essenzialmente due aspetti: la possibilità di aggiornare dinamicamente il modello PCA che descrive il funzionamento normale e la capacità del sistema diagnostico di individuare più fault contemporaneamente. In generale, i sistemi HVAC evolvono nel tempo e cambiano il loro stato operativo, sotto l'influenza di sollecitazioni esterne, come il cambiamento di qualche set point da parte degli operatori. Il sistema diagnostico deve pertanto saper distinguere correttamente il passaggio ad una nuova condizione operativa, dalla manifestazione di un evento anomalo. Nei sistemi reali possono verificarsi più fault nello stesso momento, ad esempio in componenti del ciclo frigorifero differenti. Il metodo considerato in questa tesi non tiene conto delle possibili combinazioni di fault; tuttavia, dall'analisi della disposizione dei dati anomali lungo le ultime variabili latenti, si potrebbero ricavare delle informazioni che aiutano a discriminare i guasti multipli.

Appendice A

Analisi e gestione dei dati

A.1 Trasformata Wavelet

A.1.1 Cenni storici

Lo strumento che, per eccellenza, viene posto alla base dell'analisi dei segnali, è l'analisi di Fourier; questa tecnica, sviluppata da J. Fourier nel primo ventennio dell'ottocento, consente di studiare un segnale lineare nel dominio della frequenza, diverso dunque dal suo dominio naturale, il tempo. Tuttavia, la trasformata di Fourier, oltre a trattare efficacemente solo problemi lineari, nasconde l'informazione relativa al tempo, così come, un segnale nel dominio del tempo nasconde l'informazione in frequenza che porta con sé. Gli sforzi mirati a superare tali limiti, hanno portato D. Gabor, nel 1946, alla definizione della *Short Time Fourier Transform*; questa tecnica consente, attraverso la moltiplicazione del segnale con una funzione "finestra" dal supporto compatto, di considerarlo lineare a tratti, permettendo così anche l'analisi di segnali non lineari e di ottenere una rappresentazione del segnale, contemporaneamente nel tempo e frequenza. Anche questo tipo di analisi, tuttavia, soffre di un limite: una volta scelta la finestra, rimane fissata per tutto il corso dell'analisi, sia la risoluzione nel tempo che quella in frequenza, precludendosi, così, ogni possibilità di modificarle. La trasformata wavelet nasce in risposta ai limiti caratterizzanti i due tipi di analisi precedentemente discussi.

A.1.2 Trasformata wavelet continua

L'analisi wavelet, a differenza della Short Time Fourier Transform (STFT), opera con una funzione finestra, avente l'ampiezza del supporto variabile nel corso dell'analisi (fig. A.1); inoltre, non viene calcolata la trasformata di Fourier del prodotto tra il segnale e la funzione, come fatto invece nel caso della STFT. La *Trasformata Wavelet Continua* (CWT) è così definita:

$$CWT_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_b^a(t)dt \quad (\text{A.1})$$

con

$$\psi_b^a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{t-b}{a} \right) \text{ wavelet madre} \quad (\text{A.2})$$

dove $a \in \mathbb{R}^+ - \{0\}$ è il parametro di scala e $b \in \mathbb{R}$ il parametro di traslazione; in particolare, la $\psi_b^a(t)$ deriva il suo nome “wavelet madre”, dal fatto che è una funzione oscillatoria supportata compattamente (“wavelet”) e dalla quale, al variare del supporto di a e b , sono derivate le funzioni, o wavelet, con diverse regioni di supporto (“madre”). Per il parametro di scala a , valgono le seguenti considerazioni:

- valori del parametro di scala alti equivalgono ad allungare la wavelet, e quindi il suo supporto, lungo l'asse dei tempi, ed a diminuire conseguentemente la frequenza della wavelet stessa.
- valori del parametro di scala bassi equivalgono a comprimere la wavelet, e quindi il suo supporto, lungo l'asse dei tempi, e ad aumentare conseguentemente la frequenza della wavelet stessa.

L'analisi tramite CWT opera per successive traslazioni e scalamenti della wavelet: nella fattispecie, per ogni valore del parametro di scala $a \in \mathbb{R}^+ - \{0\}$, il parametro di traslazione b viene fatto variare su tutto \mathbb{R} consentendo così un'analisi dell'intero segnale a risoluzioni diverse.

A.1.3 Dall'analisi wavelet continua a quella discreta

La definizione di CWT data in (A.1) formalizza in modo esaustivo l'algoritmo wavelet, tuttavia, ha una utilità limitata: l'unico utilizzo della CWT è nella valutazione analitica della trasformata wavelet continua di un segnale; infatti, un approccio numerico alla trasformata wavelet continua, come definita in (A.1), appare impossibile per valori del parametro a spazianti su tutto $\mathbb{R}^+ - \{0\}$ e valori del parametro

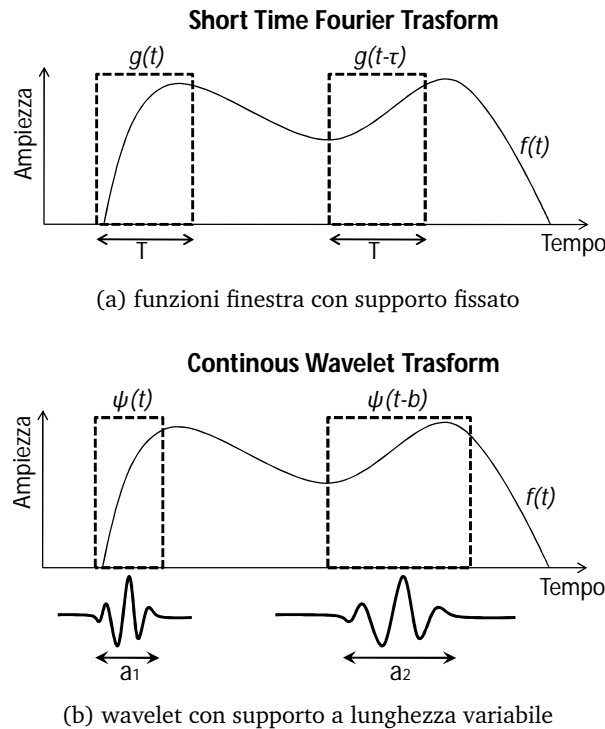


Figura A.1: Confronto tra la STFT e la CWT.

b spazianti su tutto \mathbb{R} . Partendo dal presupposto che, nella realtà fisica si lavora con segnali discreti, un metodo che consente di implementare numericamente l'analisi tramite CWT su un segnale discreto, deve, effettuare l'analisi assegnando ai parametri a e b un insieme finito di valori; in particolare, a può operare su un insieme finito di valori di scala, a partire dalla risoluzione con cui è stato discretizzato il segnale, fino ad una scala massima determinata dalle esigenze dell'analisi; mentre b può essere incrementato, un numero finito di volte, in maniera tale da traslare la wavelet su tutto il dominio del segnale. Tuttavia, calcolare i coefficienti wavelet su un insieme di valori di scala e traslazione potenzialmente ampio, sebbene finito, risulta un discreto sovraccarico per il sistema computazionale, e genera una vasta quantità di valori; nella fattispecie, si dice che la CWT dà una rappresentazione del segnale completa (ovvero che consente la ricostruzione del segnale originale), nel senso che, il numero di campioni prodotti nell'analisi, cioè il numero dei coefficienti, è maggiore del numero di campioni del segnale analizzato. Mallat, nel 1986, formalizza un algoritmo per l'analisi wavelet che consente una analisi più efficiente ma, allo stesso tempo, ugualmente accurata; egli, infatti, suggerisce una particolare

discretizzazione degli insiemi finiti di valori assunti dai parametri a e b , tale da determinare una rappresentazione del segnale completa ma non ridondante. Alla base della scelta di tale discretizzazione, vi sono le seguenti considerazioni riguardanti l'analisi wavelet:

- quando il parametro a è piccolo, le wavelet hanno supporto temporale stretto, pertanto il parametro di traslazione b deve essere piccolo, onde garantire una copertura sufficiente dell'asse dei tempi da parte della serie di wavelet.
- viceversa, quando a è grande, le wavelet hanno supporto temporale ampio, pertanto il parametro di traslazione b può essere maggiore.

Da quanto detto si intuisce che la discretizzazione più efficace è:

$$a = a_0^{-j} \quad \text{con } j \in \mathbb{Z}, a_0 > 1 \quad (\text{A.3})$$

$$b = na \quad \text{con } n \in \mathbb{Z}. \quad (\text{A.4})$$

Il caso diadico, $a_0 = 2$, è quello proposto da Mallat e definisce, per $j \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{Z}$, la famiglia di wavelet:

$$\psi_n^j = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{t-b}{a} \right) \Big|_{a=2^{-j}, b=2^{-j}n} = 2^{j/2} \psi(2^j t - n) \quad (\text{A.5})$$

Chiaramente, i valori interi assunti da j e n nel corso dell'analisi sono infiniti: in particolare, definendo a_{min} e a_{max} , rispettivamente, il valore di scala minimo ed il valore di scala massimo con cui effettuare l'analisi, allora j assume tutti i valori compresi tra j_{max} e j_{min} dove $a_{min} = 2^{-j_{max}}$ e $a_{max} = 2^{-j_{min}}$; inoltre, per ogni $a = 2^{-j}$ fissato, n assume tutti i valori interi da traslare la wavelet su tutto il dominio del segnale da analizzare. L'analisi wavelet, come definita in (A.1), ma sviluppata tramite la madre definita in (A.5), viene comunemente indicata con il nome di analisi tramite trasformata wavelet discreta o analisi tramite DWT, in virtù della discretizzazione dei parametri a e b .

A.1.4 Analisi multirisoluzione

Come detto nel paragrafo A.1.2, l'analisi wavelet consente una rappresentazione del segnale più precisa alle basse frequenze e meno alle alte, in virtù del suo essere un'analisi a scala variabile. L'idea alla base dell'analisi multirisoluzione [72] è

quella di separare, utilizzando l'analisi tramite DWT, il contenuto a bassa frequenza di un segnale, rappresentante la struttura di dettaglio del segnale, da quello ad alta frequenza, rappresentante la struttura di dettaglio del segnale. Per ottenere tale separazione, Mallat suggerisce di implementare l'algoritmo wavelet tramite DWT, utilizzando due famiglie di funzioni leggermente diverse: la famiglia di funzioni $(\varphi_n^j(t))_{(n,j) \in \mathbb{Z}^2}$, detta di scala, definita ad arte per estrarre il contenuto di approssimazione del segnale, e la famiglia di funzioni wavelet, discussa in (A.5), $(\psi_n^j(t))_{(n,j) \in \mathbb{Z}^2}$, derivata dalla precedente, estraente il contenuto di dettaglio del segnale. In particolare, implementare l'analisi tramite DWT con la famiglia di funzioni $(\psi_n^j(t))_{(n,j) \in \mathbb{Z}^2}$ equivale a calcolare, al variare di j e n nell'insieme finito dei loro valori, i coefficienti di dettaglio:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) 2^{j/2} \psi(2^j t - n) dt \quad (\text{A.6})$$

mentre implementarla con la famiglia di funzioni $(\varphi_n^j(t))_{(n,j) \in \mathbb{Z}^2}$, equivale a calcolare, al variare di j e n sull'insieme finito dei loro valori, i coefficienti di approssimazione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) 2^{j/2} \varphi(2^j t - n) dt \quad (\text{A.7})$$

All'aumentare della risoluzione verso $+\infty$, cioè al diminuire della scala, l'insieme dei coefficienti di approssimazione, converge progressivamente al segnale originale, mentre l'insieme dei coefficienti di dettaglio dà una rappresentazione sempre più minuziosa dei dettagli; al diminuire della risoluzione verso 0, invece, cioè all'aumentare della scala, sia i coefficienti di approssimazione, che quelli di dettaglio, contengono sempre meno carico informativo, convergendo a zero. Un approfondimento degli aspetti matematici dell'analisi wavelet multirisoluzione può essere trovato in [72].

A.2 Riduzione del rumore (smoothing)

La misura di una grandezza che varia non repentinamente nel tempo è spesso corrotta dalla presenza di rumore. Per ridurne l'entità, e cercare di evidenziare il reale andamento della grandezza, può essere utile sostituire i valori di ciascun punto con una media di qualche tipo dedotta dai punti circostanti, siccome punti vicini misurano valori molto prossimi il loro utilizzo tende a ridurre gli effetti del rumore.

A.2.1 Filtro passa basso FIR

La categoria di filtri tipicamente impiegati nei processi di *smoothing* sono i filtri passa basso. Un'importante classe di filtri digitali di tipo passa basso è quella dei filtri digitali non ricorsivi, indicati con il termine di *filtri FIR (Finite Impulse Response)*. Questi filtri sono caratterizzati dal fatto di avere l'uscita $y[n]$ funzione solamente del valore presente all'ingresso $x[n]$ e dei valori assunti dall'ingresso negli istanti precedenti, ovvero dei valori $x[n-1]$, $x[n-2]$, \dots , $x[n-N]$. L'equazione alle differenze finite che fornisce il valore del segnale in uscita, noti i valori dei campioni del segnale in ingresso, è la seguente:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x[n-i]. \quad (\text{A.8})$$

A.2.2 Filtro di Savitzky-Golay

Il filtro di Savitzky-Golay è un particolare filtro digitale di tipo FIR. Esso consente di eseguire lo smoothing dei dati riducendo il più possibile le distorsioni sui segnali. Il filtro suddivide i segnali in sottoinsiemi di campioni e su questi esegue un'interpolazione polinomiale basata sul metodo dei minimi quadrati. Il segnale filtrato si ottiene sostituendo i campioni centrali di ogni intervallo con i corrispondenti valori del polinomio interpolante.

Definizione del filtro

Il filtro è applicato ad una serie di campioni equispaziati $f_i = f(t_i)$ per cui vale $t_i = t_0 + \Delta$, con Δ costante e con $i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$. Il più semplice filtro digitale possibile, che sia non ricorsivo e con risposta all'impulso finita, rimpiazza ogni campione f_i con una combinazione lineare g_i di un sottoinsieme di campioni

vicini

$$g_i = \sum_{n=-n_L}^{n_R} c_n f_{i+n}. \quad (\text{A.9})$$

Si ha che n_L e n_R sono rispettivamente il numero di campioni di sinistra e di destra, da utilizzare per la combinazione lineare. Il filtro si dice causale se risulta $n_R = 0$, per cui la sommatoria non riguarda campioni successivi a quello preso in esame. Per iniziare a comprendere il filtro Savitzky-Golay si può considerare la più semplice procedura per il calcolo della media. Fissato $n_L = n_R$ si calcola ogni g_i come l'effettiva media dei campioni tra f_{i-n_L} e f_{i+n_R} . Questa procedura prende il nome di *moving window averaging* e corrisponde all'equazione precedente, posto $c_n = \frac{1}{n_L+n_R+1}$. Nel caso in cui la funzione principale del segnale sia costante oppure monotona crescente o decrescente, nessuna distorsione viene aggiunta ai risultati. Una distorsione viene aggiunta se la funzione dominante da analizzare ha una derivata seconda nulla. In corrispondenza di un massimo locale, ad esempio, la media a finestra mobile riduce sempre il valore risultante della funzione. L'obiettivo del filtro Savitzky-Golay è proprio quello di eliminare questa manomissione. In pratica si sostituisce alla finestra di tipo rettangolare, in cui la pesatura dei suoi coefficienti è costante, con una finestra di tipo polinomiale di ordine superiore, ad esempio quadratica oppure del quarto ordine. Per ogni campione f_i si effettua un fitting polinomiale ai minimi quadrati dei $n_L + n_R + 1$ campioni della finestra scorrevole e si prende come coefficiente g_i l'elemento alla posizione i -esima. Il resto dei punti, del polinomio calcolato, viene ignorato. Nel passaggio ad un campione successivo della successione, si effettua un nuovo calcolo completo di fitting ai minimi quadrati, ottenuto dalla trasposizione della finestra. Dal punto di vista computazionale questo procedimento risulterebbe molto dispendioso, in quanto richiederebbe per ogni campione un numero di operazioni decisamente elevato. Per fortuna si può notare che il processo di fitting richiede solo l'inversione di una matrice.

Coefficienti di convoluzione

Se i campioni del segnale sono equispaziati è sempre possibile determinare una soluzione analitica al problema dei minimi quadrati usato per il fitting; essa viene espressa nella forma di un insieme di *coefficienti di convoluzione*. Supponiamo che il segnale da filtrare sia costituito da n punti $\{(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, n\}$, dove x rappresenta la variabile indipendente e y il valore del segnale. Con il metodo dei

minimi quadrati si vuole determinare un polinomio che interpoli in modo ottimo un insieme di m (numero dispari) punti adiacenti, separati da un intervallo h . Per prima cosa, viene eseguito un cambiamento di variabile:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{h}, \quad (\text{A.10})$$

dove \bar{x} rappresenta il valore centrale della finestra di m campioni e z assume i valori $\frac{1-m}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{m-1}{2}$ ¹. Il polinomio interpolante di grado k , traslato in $x = \bar{x}$, si definisce come

$$p(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + \dots + a_kz^k. \quad (\text{A.11})$$

Si vogliono determinare i coefficienti incogniti a_i in modo tale che siano verificate le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1z_0 + a_2z_0^2 + \dots + a_kz_0^k \\ y_1 = a_0 + a_1z_1 + a_2z_1^2 + \dots + a_kz_1^k \\ \vdots \\ y_m = a_0 + a_1z_m + a_2z_m^2 + \dots + a_kz_m^k \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

ovvero, utilizzando la notazione vettoriale

$$\mathbf{y}^T = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{a}^T \quad (\text{A.13})$$

dove l' i -esima riga della matrice Jacobiana $\mathbf{Z} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{a}}$ è costituita dai valori $1, z_i, z_i^2, \dots$. Se la matrice \mathbf{Z} è invertibile, o equivalentemente se l'ordine del polinomio $k = m-1$, allora la soluzione

$$\mathbf{a}^T = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{y}^T \quad (\text{A.14})$$

fornisce un polinomio che passa esattamente per tutti gli m punti della finestra di dati. In tal caso il filtro non produce nessuno smoothing sul segnale. Diversamente, se $k < m-1$ ovvero se nel sistema (A.12) vi sono più equazioni che incognite, la matrice \mathbf{Z} diventa rettangolare ed il problema va risolto in termini di minimi quadrati. Si dimostra facilmente che la soluzione è pari a

$$\mathbf{a}^T = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}^T. \quad (\text{A.15})$$

Una volta determinata la soluzione, si sostituisce il campione centrale in posizione $x = \bar{x}$ o $z = 0$ con il corrispondente valore del polinomio interpolante:

$$\bar{y} = p(0) = a_0 = c_0y_0 + c_1y_1 + \dots + c_my_m, \quad (\text{A.16})$$

¹Per esempio, se $m = 5$ allora z assume i valori $-2, -1, 0, 1, 2$.

Tabella A.1: Coefficienti di Savitzky-Golay.

Ordine polinomio Lunghezza finestra	Secondo			Quarto	
	5	7	9	7	9
-4			-0,091		0,035
-3		-0,095	0,061	0,022	-0,128
-2	-0,086	0,143	0,169	-0,129	0,069
-1	0,343	0,286	0,234	0,235	0,315
0	0,486	0,333	0,255	0,567	0,417
1	0,343	0,286	0,234	0,235	0,315
2	-0,086	0,143	0,169	-0,129	0,069
3		-0,095	0,061	0,022	-0,128
4			-0,091		0,035

dove i coefficienti c_i occupano la prima riga della matrice $(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T$. In generale, i nuovi campioni del segnale filtrato si possono esprimere nella seguente forma:

$$\bar{y}_j = \sum_{i=-(m-1)/2}^{(m-1)/2} c_i y_{j+i}, \quad \frac{m+1}{2} \leq j \leq n - \frac{m-1}{2}. \quad (\text{A.17})$$

Gli ideatori della tecnica di smoothing basata sull'interpolazione polinomiale, Abraham Savitzky e Marcel Golay, hanno pubblicato alcune tabelle con i coefficienti di convoluzione calcolati al variare degli ordini dei polinomi e delle dimensioni delle finestre. In Tab. A.1 vengono riportati i coefficienti per i polinomi di grado 2 e 4.

A.3 Compressione dei dati

La compressione dati viene utilizzata sia per ridurre le dimensioni di un file, e quindi lo spazio necessario per la sua memorizzazione, sia per ridurre l'occupazione di banda necessaria in una generica trasmissione dei dati. Le varie tecniche di compressione organizzano in modo più efficiente i dati, spesso perdendo una parte dell'informazione originale, al fine di ottenere una rappresentazione dell'informazione più compatta. Una condizione tipica in cui viene applicata la compressione sui dati è la ridondanza; in effetti, se i dati contengono le stesse informazioni in qualche modo ripetute allora questi sono facilmente comprimibili. Pensiamo per esempio ad

un testo scritto ed all'uso che la lingua italiana fa della lettera *q* che è sempre seguita da una *u*; nessuno avrebbe difficoltà nel capire il significato della parola “q*adro”, nonostante essa non sia scritta correttamente. Quindi, una prima tecnica di compressione della lingua italiana potrebbe essere basata sull'omissione del carattere “u” tutte le volte che questo è preceduto da un carattere “q”. In generale, quando nei dati sono presenti delle ridondanze, un modo semplice ed efficace per eseguire la compressione è quello di riunire i dati simili in gruppi distinti e di selezionare da ciascun gruppo un numero limitato di campioni che consente di descrivere l'intero contenuto informativo associato al gruppo di appartenenza. Procedendo in questo modo si possono ridurre le ridondanze ed allo stesso tempo mantenere tutta l'informazione contenuta nell'insieme dei dati. In particolare, affinché la compressione sia di tipo *lossless*, senza perdita, è necessario che la suddivisione dei dati nei diversi gruppi venga eseguita in modo corretto; ogni classe deve contenere solamente degli elementi omogenei tra loro altrimenti vi è il rischio che l'informazione associata al gruppo venga persa se vengono selezionati i campioni errati. A tal fine, per implementare in modo efficiente il raggruppamento dei dati, si possono sfruttare le tecniche di *clustering* sviluppate negli ultimi anni; esse consentono di suddividere i dati in *clusters*, insiemi di oggetti dalle caratteristiche simili, analizzando le distanze tra i dati che vengono definite attraverso una specifica metrica.

A.3.1 Clustering

Il *clustering* o analisi dei gruppi (dal termine inglese *cluster analysis* introdotto da Robert Tryon nel 1939) è un insieme di tecniche di analisi multivariata dei dati volte alla selezione e raggruppamento di elementi omogenei in un insieme di dati. Le tecniche di *clustering* si basano su misure relative alla somiglianza tra gli elementi. In molti approcci questa similarità è concepita in termini di distanza in uno spazio multidimensionale. La bontà delle analisi ottenute dagli algoritmi di *clustering* dipende molto dalla scelta della metrica, e quindi da come è calcolata la distanza. Gli algoritmi di *clustering* raggruppano gli elementi sulla base della loro distanza reciproca, e quindi l'appartenenza o meno ad un insieme dipende da quanto l'elemento preso in esame è distante dall'insieme stesso. Esistono varie classificazioni delle tecniche di *clustering* comunemente utilizzate. Una prima categorizzazione dipende dalla possibilità che un elemento possa o meno essere assegnato a più *clusters*:

- *clustering esclusivo*, in cui ogni elemento può essere assegnato ad uno e ad un solo gruppo. I clusters risultanti, quindi, non possono avere elementi in comune. Questo approccio è detto anche *Hard Clustering*;
- *clustering non esclusivo*, in cui un elemento può appartenere a più cluster con gradi di appartenenza diversi. Questo approccio è noto anche con il nome di *Soft Clustering* o *Fuzzy Clustering*.

Un'altra suddivisione delle tecniche di clustering tiene conto del tipo di algoritmo utilizzato per dividere lo spazio:

- *clustering partizionale*, in cui per definire l'appartenenza ad un gruppo viene utilizzata una distanza da un punto rappresentativo del cluster (centroide, medioide ecc...), avendo prefissato il numero di gruppi della partizione risultato. In sostanza l'algoritmo opera nel modo seguente: per ottenere k clusters, il metodo seleziona k oggetti (chiamati oggetti rappresentativi) nel data-set. I clusters corrispondenti sono poi trovati assegnando ogni oggetto rimanente al più vicino oggetto rappresentativo. In particolare, gli oggetti sono suddivisi in sottoinsiemi che non si sovrappongono (disgiunti) e ciascun oggetto deve appartenere ad un solo cluster;
- *clustering gerarchico*, in cui viene costruita una gerarchia di partizioni caratterizzate da un numero crescente o decrescente di gruppi, a seconda del criterio usato per la classificazione dei dati. In particolare, esistono due tipi di tecniche gerarchiche dette *agglomerativa* e *divisiva*. Esse costruiscono la gerarchia in direzione opposta l'una dall'altra, producendo dei risultati che possono essere talvolta simili o completamente diversi. I risultati sia delle tecniche agglomerative che di quelle divisive possono essere rappresentati nella forma di un *dendrogramma*, un diagramma bidimensionale che illustra le fusioni o le partizioni effettuate ad ogni livello successivo;
- *clustering basato sul modello*, in cui viene costruito un modello per ciascuno dei cluster per trovare la migliore disposizione dei dati rispetto al determinato modello. Un algoritmo basato sul modello può localizzare i cluster costruendo una funzione di densità che riflette la distribuzione spaziale dei punti associati ai dati. Esso consente anche di determinare automaticamente il numero di cluster basandosi su statistiche standard, tenendo in considerazione il rumore e ottenendo, pertanto, metodi di clustering robusti;

- *clustering basato sulla densità*, in cui i dati vengono raggruppati tenendo conto della loro densità. L'idea generale è quella di far crescere un cluster fino a quando la densità, ovvero il numero di oggetti in una determinata regione, non eccede una soglia fissata; in altre parole, è necessario garantire che per ciascun punto all'interno del cluster, vi sia un intorno di un certo raggio che contenga un numero minimo di punti. Tale metodo può essere usato per filtrare rumore e costruire cluster di forma arbitraria.

Le tecniche di clustering più utilizzate sono quelle di tipo esclusivo partizionale e gerarchico. Entrambe presentano dei punti di forza e di debolezza. Il clustering partizionale, diversamente da quello gerarchico, consente di determinare la partizione ottima dei dati; tuttavia, esso si basa su algoritmi di ricerca del minimo locale, detti *k-means*, che aumentano la complessità computazionale ed allungano i tempi di esecuzione. Il clustering gerarchico, invece, è meno dispendioso sia in termini di risorse sia di tempo; in effetti la suddivisione dei dati nei diversi clusters viene eseguita direttamente senza ricercare l'ottimo globale. Una volta determinata la partizione, essa non può essere modificata. Naturalmente se da un lato questo porta a dei costi computazionali più ridotti, dall'altro non consente di correggere delle decisioni errate. In figura A.2 si mettono a confronto i quattro algoritmi di clustering su un insieme di dati estratti da una distribuzione gaussiana.

Clustering gerarchico

Il clustering gerarchico è un approccio di clustering che mira a costruire una gerarchia di cluster. Le strategie per il clustering gerarchico sono tipicamente di due tipi:

- *agglomerativo*: si tratta di un approccio bottom up (dal basso verso l'alto) in cui si parte dall'inserimento di ciascun elemento in un cluster differente e si procede quindi all'accorpamento graduale di cluster a due a due;
- *divisivo*: si tratta di un approccio top down (dall'alto verso il basso) in cui tutti gli elementi si trovano inizialmente in un singolo cluster che viene via via suddiviso ricorsivamente in sotto-cluster.

I risultati del clustering gerarchico sono solitamente rappresentati da un albero binario o *dendrogramma*. Il nodo iniziale di un dendrogramma, la radice, rappresenta

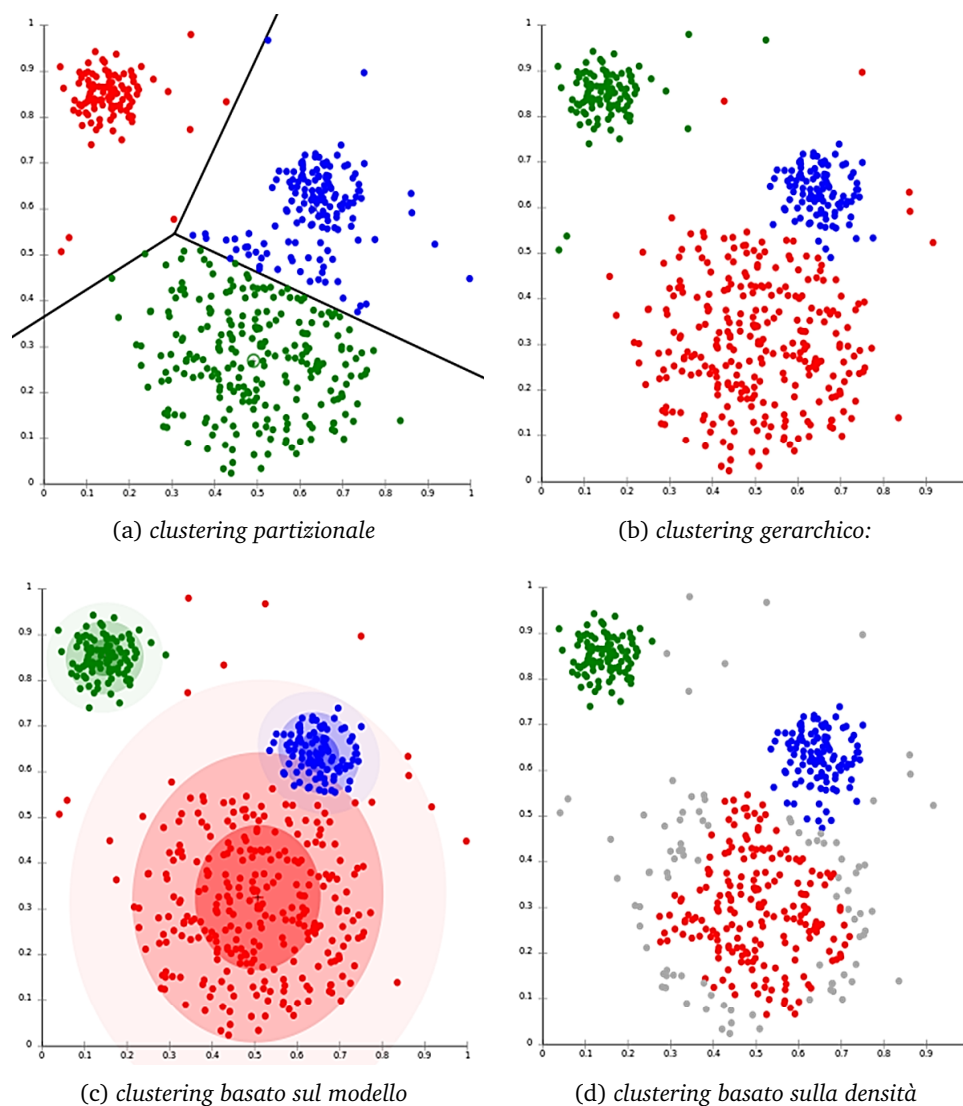


Figura A.2: Esempio d'uso degli algoritmi di clustering su un dataset bidimensionale estratto da una distribuzione gaussiana. In (a) l'algoritmo partizionale *k-means* separa i dati in tre celle di Voronoi; in (b) viene implementato il clustering gerarchico valutando le distanze tra i cluster con il metodo del collegamento singolo; in (c) si utilizza il clustering basato sui *modelli misti gaussiani* che bene si adatta al dataset; in (d) si riporta l'algoritmo di clustering *DBSCAN* basato sulla densità. I punti in grigio vengono considerati dall'algoritmo come rumore.

l'intero set di dati ed ogni foglia viene considerata come un singolo oggetto del data set. I nodi intermedi, di conseguenza, descrivono quanto gli oggetti sono simili gli uni agli altri, e l'altezza del dendrogramma esprime la distanza tra ogni coppia di oggetti o di clusters oppure la distanza tra un oggetto ed un cluster. Nell'approccio agglomerativo il dendrogramma viene costruito dal basso verso l'alto, unendo gli oggetti ed i cluster che sono meno dissimili tra loro; nell'approccio divisivo, invece, si segue il percorso inverso. Partendo dalla radice vengono determinate le singole foglie dividendo i nodi intermedi in due parti, costituite ciascuna dagli elementi che presentano le maggiori somiglianze. I risultati finali del clustering si conseguono "tagliando" il dendrogramma in differenti livelli e considerando i sotto-alberi prodotti in seguito al taglio; in particolare, gli oggetti contenuti nelle radici dei nuovi alberi formano i cluster. A seconda del livello scelto per eseguire il taglio dell'albero si possono ottenere dei raggruppamenti differenti. Generalmente vengono tagliati i rami che collegano due nodi molto distanti tra loro perché contengono degli oggetti diversi; tuttavia, il livello può essere scelto anche in modo arbitrario oppure tenendo conto del numero di cluster con cui si vuole suddividere l'insieme degli oggetti. Esistono infatti degli indici di qualità che consentono di determinare la partizione ottima dei dati individuando il numero di cluster più adatto alla situazione. In figura A.3 vengono mostrati due dendrogrammi ottenuti applicando gli algoritmi del clustering gerarchico su un generico insieme formato da sei lettere dell'alfabeto.

Per decidere quali cluster devono essere combinati (approccio agglomerativo) o quale cluster deve essere suddiviso (approccio divisivo) è necessario definire una misura di dissimilarità tra cluster. Nella maggior parte dei metodi di clustering gerarchico si fa uso di metriche specifiche per quantificare la distanza tra coppie di elementi e di un criterio di collegamento per specificare la dissimilarità tra due cluster, espressa in funzione della distanza tra gli elementi nei due insiemi. In particolare, per calcolare le distanze tra due punti, come ad esempio $p_1 = (x_1, y_1)$ e $p_2 = (x_2, y_2)$ in uno spazio di dimensione due, si possono utilizzare le metriche comuni della distanza euclidea e della distanza di Manhattan; la prima, detta anche norma 2, misura la lunghezza del segmento con estremi i due punti mentre la seconda, detta norma 1, è pari alla somma delle differenze in valore assoluto delle loro coordinate. A seconda della tipologia dei dati da raggruppare si possono utilizzare anche metriche differenti come la distanza di Mahalanobis e di Hamming. La scelta della metrica appropriata influenza la forma dei cluster, poiché alcuni ele-

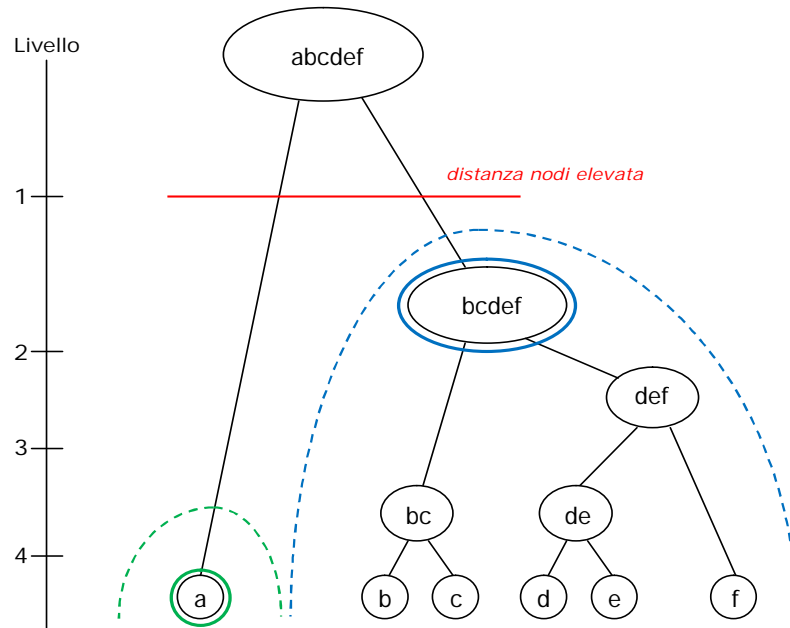
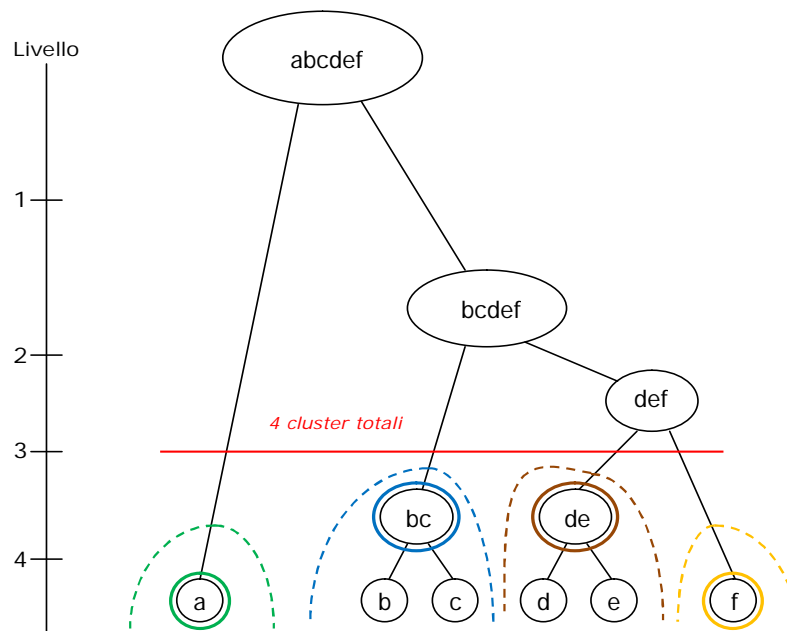
(a) due cluster: $\{a\}$ e $\{b, c, d, e, f\}$ (b) quattro cluster: $\{a\}$, $\{b, c\}$, $\{d, e\}$ e $\{f\}$

Figura A.3: Esempio d'uso degli algoritmi di clustering gerarchico sull'insieme $I = \{a, b, c, d, e, f\}$. I cluster, evidenziati in colore, vengono determinati tagliando il dendrogramma in differenti livelli. In (a) si separano i nodi più distanti mentre in (b) si esegue il taglio in corrispondenza del livello 3 per ottenere il numero di cluster desiderato pari a quattro.

menti possono essere più vicini utilizzando una distanza e più lontani utilizzandone un'altra. Per esempio, in uno spazio a due dimensioni, la distanza tra il punto $(1, 1)$ e l'origine $(0, 0)$ è 2 , $\sqrt{2}$ o 1 se si utilizzano rispettivamente le norme 1, 2 o infinito. Tipicamente gli algoritmi di clustering operano su matrici di dissimilarità di questo tipo:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & d(1,2) & d(1,3) & \dots & d(1,n) \\ d(2,1) & 0 & d(2,3) & \dots & d(2,n) \\ d(3,1) & d(3,2) & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d(n,1) & d(n,2) & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

dove $d(i, j)$ rappresenta la distanza o dissimilarità tra gli oggetti i e j e n indica la cardinalità dell'insieme degli elementi da raggruppare. Si noti che la matrice D è sempre simmetrica essendo $d(i, j) = d(j, i)$ e $d(i, i) = 0$. Gli algoritmi di clustering utilizzano la matrice di dissimilarità anche per determinare le distanze tra i diversi cluster. In particolare viene impiegato un criterio di collegamento, *linkage criterion*, per calcolare la distanza tra due cluster come funzione delle distanze tra i singoli elementi nei due insiemi. A seconda degli elementi considerati per il calcolo della distanza, si distinguono tre varianti del linkage criterion.

- *Single linkage*: la distanza tra due gruppi C_1 e C_2 è definita come il valore minimo delle distanze tra ciascuna unità di un gruppo e ciascuna unità dell'altro, cioè

$$\text{dist}(C_1, C_2) = \min_{x \in C_1, y \in C_2} d(x, y); \quad (\text{A.19})$$

- *Complete linkage*: la distanza tra due gruppi è definita come il valore massimo delle distanze tra ciascuna unità di un gruppo e ciascuna unità dell'altro, cioè

$$\text{dist}(C_1, C_2) = \max_{x \in C_1, y \in C_2} d(x, y); \quad (\text{A.20})$$

- *Average linkage*: la distanza tra due gruppi è definita come la media aritmetica delle distanze calcolate su ciascuna unità dei due gruppi, ovvero

$$\text{dist}(C_1, C_2) = \frac{1}{|C_1||C_2|} \sum_{x \in C_1, y \in C_2} d(x, y). \quad (\text{A.21})$$

In fig. A.4 vengono mostrati i tre criteri di collegamento usati per determinare la distanza tra i cluster.

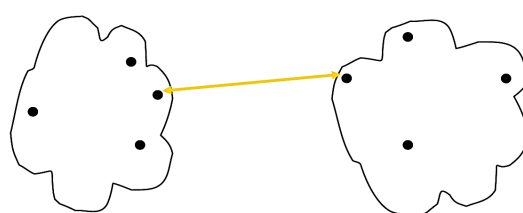
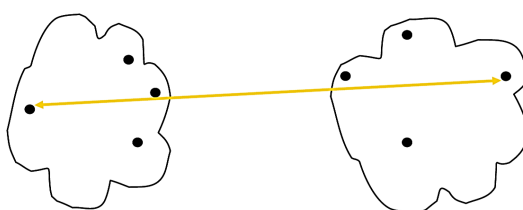
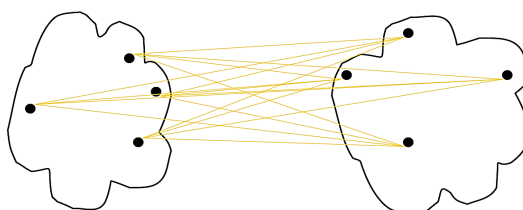
(a) *single linkage*(b) *complete linkage*(c) *average linkage*

Figura A.4: Tre metodi differenti usati per misurare la stessa distanza tra due cluster.

Stima del numero ottimo di cluster

Uno dei problemi comuni a tutte le tecniche di clustering è la difficoltà nel decidere il numero di cluster presenti in un certo insieme di dati, in quanto non si hanno a disposizione classi predefinite o altre informazioni che possano aiutare a classificare le osservazioni. Una soluzione a questo problema può essere determinata utilizzando alcuni indici di qualità; essi consentono di trovare il numero ottimo di cluster senza commettere né errori di sovrastima, che si verificano quando si segnalano più cluster di quelli effettivamente presenti, né di sottostima commessi quando vengono segnalati pochi cluster rispetto a quelli presenti. Esempi di tali indici sono gli indici di Calinski-Harabasz, Banfield-Raftery, McClain-Rao e le statistiche Gamma e Silhouette. Nello specifico, per ottenere la partizione ottima dei dati si devono eseguire gli algoritmi di clustering utilizzando diversi valori del numero di cluster k , con $k_{min} \leq k \leq k_{max}$. Gli algoritmi possono sviluppare sia le tecniche di clustering gerarchico sia partizionale, senza alcuna differenza. Per ciascun valore di k viene misurato l'indice di qualità del raggruppamento ottenuto con l'operazione di clustering; alla fine si mettono a confronto i diversi valori e si determina quello ottimo \hat{k} in base ad un criterio che varia a seconda dall'indice considerato. Per esempio, l'indice di Calinski-Harabasz è definito in funzione del numero dei cluster k in questo modo:

$$CH_k = \frac{B/(k-1)}{W/(n-k)} \quad (\text{A.22})$$

dove W e B denotano rispettivamente la dispersione totale dei dati entro (within) i gruppi e la dispersione totale tra (between) i diversi gruppi². Pertanto si sceglierà la partizione tale per cui

$$\hat{k} = \arg_k \max CH_k \quad (\text{A.23})$$

sapendo che il clustering è ottimo quando i gruppi risultanti sono caratterizzati da un elevato grado di omogeneità interna e da un altrettanto elevata disomogeneità tra i diversi gruppi. Talvolta il valore \hat{k} viene determinato risolvendo un problema di ricerca del valore minimo e non del massimo come avviene in (A.23). In ogni caso, tutti i principali indici di qualità utilizzano nelle loro definizioni i termini B e W delle dispersioni entro e tra i gruppi. Questi si possono definire in maniera agevole a partire dai dati iniziali del problema di clustering. Supponiamo, per esempio, che il dataset su cui si vogliono determinare K cluster sia costituito dalle N osserva-

²Si ricorda che la dispersione totale T può essere decomposta come $T = W + B$.

zioni di p variabili. Inoltre, sia \mathbf{A} la matrice di dimensioni $N \times p$ contenente i dati da raggruppare e sia $\boldsymbol{\mu}$ il vettore p -dimensionale con le medie calcolate sulle righe della matrice \mathbf{A} . Allora le misure sulle dispersioni si possono calcolare manipolando opportunamente le matrici \mathbf{A} e $\boldsymbol{\mu}$. Tuttavia, per definire in modo semplice ed efficace le dispersioni dei dati senza ricorrere ai calcoli laboriosi dell'algebra matriciale è preferibile utilizzare una interpretazione geometrica del dataset. A tal fine vengono denotati con M_1, \dots, M_N i punti dello spazio \mathbb{R}^p che rappresentano le osservazioni; le coordinate dei punti M_i coincidono con i coefficienti dell' i -esima riga della matrice \mathbf{A} . Analogamente si denota con G il baricentro di questi punti le cui coordinate sono pari ai valori del vettore $\boldsymbol{\mu}$. La dispersione totale di tutto il dataset si può definire come

$$T = \sum_{i=1}^N \|M_i - G\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i < j} \|M_i - M_j\|^2; \quad (\text{A.24})$$

essa equivale alla somma delle distanze al quadrato tra i singoli punti ed il baricentro. Geometricamente T è pari anche alla somma delle distanze tra tutti i punti M_i dello spazio, normalizzata con il numero N . In modo del tutto analogo è possibile definire la dispersione dei dati all'interno dei singoli cluster $W^{(k)}$. Basta sostituire in (A.24) i termini M_i e G con $M_i^{(k)}$ e $G^{(k)}$ che rappresentano i punti ed il baricentro dei singoli cluster. La dispersione totale entro tutti i K cluster si determina poi con la formula

$$W = \sum_{k=1}^K W^{(k)}. \quad (\text{A.25})$$

Infine la dispersione tra i diversi cluster si calcola facilmente sottraendo a T la quantità W . Precisamente, la dispersione tra i gruppi si può definire come la dispersione dei baricentri di ciascun cluster $G^{(k)}$ attorno al baricentro dell'intero set di dati G . Pertanto vale anche la seguente definizione

$$B = \sum_{k=1}^K n_k \|G^{(k)} - G\|^2. \quad (\text{A.26})$$

Geometricamente quest'ultima somma è pari alla somma pesata delle distanze al quadrato tra $G^{(k)}$ e G , con il peso n_k pari al numero di elementi del k -esimo cluster.

Appendice B

Contribution plot

B.1 Isolabilità dei contribution plot ricostruiti

Anche se un campione anomalo \mathbf{x} coincide con la direzione ξ_j associata alla j -esima variabile, non è garantito che $c_j^{Index} \geq c_i^{Index}$ per $i \neq j$, mentre vale sempre $RBC_j^{Index} \geq RBC_i^{Index}$ per $i \neq j$, indipendentemente dall'indice statistico considerato.

Indice SPE. Essendo $\tilde{\mathbf{C}} \geq 0$, vale

$$[\xi_i \ \xi_j]^T \tilde{\mathbf{C}} [\xi_i \ \xi_j] = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{ii} & \tilde{c}_{ij} \\ \tilde{c}_{ij} & \tilde{c}_{jj} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{B.1})$$

Dato che non sempre $\tilde{c}_{jj}^2 \geq \tilde{c}_{ij}^2$, allora la disuguaglianza $c_j^{SPE} \geq c_i^{SPE}$ non è garantita. Tuttavia:

$$\det \begin{bmatrix} \tilde{c}_{ii} & \tilde{c}_{ij} \\ \tilde{c}_{ij} & \tilde{c}_{jj} \end{bmatrix} = \tilde{c}_{ii}\tilde{c}_{jj} - \tilde{c}_{ij}^2 \geq 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\tilde{c}_{ii}\tilde{c}_{jj} \geq \tilde{c}_{ij}^2$$

$$\tilde{c}_{jj} \geq \tilde{c}_{ii}^{-1}\tilde{c}_{ij}^2$$

$$\tilde{c}_{jj}f^2 \geq \tilde{c}_{ii}^{-1}\tilde{c}_{ij}^2f^2$$

$$RBC_j^{SPE} \geq RBC_i^{SPE} \quad (\text{B.3})$$

Indice T^2 . Essendo $\mathbf{D} \geq 0$, vale anche $\mathbf{D}^{\frac{1}{2}} \geq 0$. Perciò

$$[\xi_i \ \xi_j]^T \mathbf{D}^{\frac{1}{2}} \xi_i \ \xi_j = \begin{bmatrix} [\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{ii} & [\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{ij} \\ [\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{ij} & [\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{jj} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{B.4})$$

Dato che non sempre $[\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{jj}^2 \geq [\mathbf{D}^{\frac{1}{2}}]_{ij}^2$, allora la disuguaglianza $c_j^{T^2} \geq c_i^{T^2}$ non è garantita. Tuttavia, da $\mathbf{D} \geq 0$ si ottiene:

$$[\xi_i \ \xi_j]^T \mathbf{D} [\xi_i \ \xi_j] = \begin{bmatrix} d_{ii} & d_{ij} \\ d_{ij} & d_{jj} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\det \begin{bmatrix} d_{ii} & d_{ij} \\ d_{ij} & d_{jj} \end{bmatrix} = d_{ii}d_{jj} - d_{ij}^2 \geq 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} d_{ii}d_{jj} &\geq d_{ij}^2 \\ d_{jj} &\geq d_{ii}^{-1}d_{ij}^2 \\ d_{jj}f^2 &\geq d_{ii}^{-1}d_{ij}^2f^2 \\ RBC_j^{T^2} &\geq RBC_i^{T^2} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Indice φ . Essendo $\Phi \geq 0$, vale anche $\Phi^{\frac{1}{2}} \geq 0$. Perciò

$$[\xi_i \ \xi_j]^T \Phi^{\frac{1}{2}} \xi_i \ \xi_j = \begin{bmatrix} [\Phi^{\frac{1}{2}}]_{ii} & [\Phi^{\frac{1}{2}}]_{ij} \\ [\Phi^{\frac{1}{2}}]_{ij} & [\Phi^{\frac{1}{2}}]_{jj} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{B.8})$$

Dato che non sempre $[\Phi^{\frac{1}{2}}]_{jj}^2 \geq [\Phi^{\frac{1}{2}}]_{ij}^2$, allora la disuguaglianza $c_j^\varphi \geq c_i^\varphi$ non è garantita. Tuttavia, da $\Phi \geq 0$ si ottiene:

$$[\xi_i \ \xi_j]^T \Phi [\xi_i \ \xi_j] = \begin{bmatrix} \phi_{ii} & \phi_{ij} \\ \phi_{ij} & \phi_{jj} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\det \begin{bmatrix} \phi_{ii} & \phi_{ij} \\ \phi_{ij} & \phi_{jj} \end{bmatrix} = \phi_{ii}\phi_{jj} - \phi_{ij}^2 \geq 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} \phi_{ii}\phi_{jj} &\geq \phi_{ij}^2 \\ \phi_{jj} &\geq \phi_{ii}^{-1}\phi_{ij}^2 \\ \phi_{jj}f^2 &\geq \phi_{ii}^{-1}\phi_{ij}^2f^2 \\ RBC_j^{T^2} &\geq RBC_i^{T^2} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Bibliografia

- [1] U.S. Department of Energy (2008). *Energy Efficiency Trends in Residential and Commercial Buildings*.
- [2] UK Department of Trade and Industry (2011). *DTI, Energy Trends 2005*.
- [3] U.S. Department of Energy *2007 buildings energy data book*. Office of Energy Efficiency and Renewable Energy.
- [4] M.C. Comstock, J.E. Braun. (1999). *Development of analysis tools for the evaluation of fault detection and diagnostics in chillers*. Technical report, ASHRAE Research Project RP-1043, Report HL 99-20 4036-3.
- [5] T. A. Reddy, J. Braun, S. Bendapudi. (2006). *Evaluation and Assessment of Fault Detection And Diagnostic Methods for Centrifugal Chillers- Phase II*. ASHRAE Research Project 1275- RP.
- [6] S. Katipamula, M. R. Brambley (2005). *Methods for fault detection, diagnostics, and prognostics for building systems - a review, part I*. International Journal of HVAC&R Research, 11, 3-25.
- [7] J. Cui, S. Wang. (2005). *A model-based online fault detection and diagnosis strategy for centrifugal chiller systems*. International Journal of Thermal Sciences, 44, 986-999.
- [8] Y. Zhao, S. Wang, F.Xiao, Z. Ma. (2013). *A simplified physical model-based fault detection and diagnosis strategy and its customized tool for centrifugal chillers*. HVAC&R Research, 19, 283-294.
- [9] P. Miller, R. Swanson, C. F. Heckler, (1998). *Contribution plots: A missing link in multivariate quality control*. Applied Mathematics and Computer Science, 8, 775-792.

- [10] J. F. MacGregor, T. Kourti (1995). *Statistical process control of multivariate processes*. Control Engineering Practice, 3, 403-414.
- [11] H. Yue, S. Qin, R. Markle, C. Nauert, M. Gatto (2000). *Fault detection of plasma etchers using optical emission spectra*. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 13, 374–385.
- [12] I. Miletic, S. Quinn, M. Dudzic, V. Vaculik, M. Champagne (2004). *An industrial perspective in implementing on-line applications of multivariate statistics*. Journal of Process Control, 14.
- [13] K. Kosanovich, K. Dahl, M. Piovoso (1996). *Improved process understanding using multiway principal component analysis*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 35, 138.
- [14] S. Wang, F. Xiao (2003). *AHU sensor fault diagnosis using principal component analysis method*. Energy and Buildings, 36, 147–160.
- [15] Climaveneta Spa. *Il ciclo frigorifero*. www.climaveneta.it .
- [16] J. Navarro-Esbri, E. Torrella, R. Cabello (2007). *A vapour compression chiller fault detection technique based on adaptive algorithms, application to on-line refrigerant leakage detection*. International Journal of Refrigeration, 29 (5), 716-723.
- [17] P. Armstrong, L. Norford, S. Leeb (2004). *Fault detection in rooftop cooling equipment by power signature analysis*. Proceeding of the 10th International Refrigeration Conference at Purdue University, West Lafayette, USA.
- [18] S. Narsimhan, R. S. H. Mah, A. C. Tamhane, J. W. Woodward, J. C. Hale (1986). *A composite statistical test for detecting changes in steady state*. American Institute of Chemical Engineering Journal, 32, 1409/1418.
- [19] S. Narsimhan, C. N. Kao e R. S. H. Mah (1987). *Detecting changes of steady state using the mathematical theory of evidence*. American Institute of Chemical Engineering Journal, 33, 1930/1932.
- [20] B. Önöz, M. Bayazit (2003). *The power of statistical tests for trend detection*. Turkish J. Eng. Env. Sci., 27, 247/251.

- [21] S. Cao, R. R. Rhinehart (1995). *An efficient method for on-line identification of steady state*. Journal of Process Control, 5, 363-374.
- [22] G.A.C. Le Roux, B.F. Santoro, F.F. Sotelo, M. Teissier, X. Joulia (2008). *Improving steady-state identification*. Computer Aided Chemical Engineering, 25, 459-464.
- [23] J. Bendat, A. Piersol (2000). *Random data : analysis and measurements procedures*. John Wiley & Sons.
- [24] R. Bartels (1982). *The Rank Version of von Neumann's Ratio Test for Randomness*. Journal of the American Statistical Association, Vol. 77, No. 377, 40-46.
- [25] Savitzky, M. Golay (1964). *Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures*. Anal. Chem., 36, 1627-163.
- [26] F. Flehmig, R.V. Watzdorf, W. Marquardt (1998). *Identification of trends in process measurements using the wavelet transform*. Computers and Chemical Engineering Supplement, 22, 491-496.
- [27] T. Jiang, B. Chen, X. He, P. R. Stuart (2003). *Application of a steady state detection method based on wavelet transform*. Computers and Chemical Engineering, 27, 569-578.
- [28] M. Korbel, S. Bellec, T. Jiang, P. Stuart (2014). *Steady state identification for on-line data reconciliation based on wavelet transform and filtering*. Computers and Chemical Engineering, 63, 206-218.
- [29] D. L. Donoho, I. Johnstone (1995). *Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage*. Journal of the American Statistical Association, 90, 1200-1224.
- [30] B. R. Bakshi, G. Stephanopoulos (1994). *Representation of process trends. III. Multi-scale extraction of trends from process data*. Computers and Chemical Engineering, 18, 267-302.
- [31] A. Mhamdi, W. Geffers, F. Flehmig, W. Marquardt (2010). *Desalination and Water Resources: Thermal Desalination Processes*. On-line optimization of MSF desalination plants, 1, 136-162.

- [32] P. Gans (1992). *Data fitting in the chemical sciences: by the method of least squares*. John Wiley.
- [33] Ziegler, Horst (1981). *Properties of Digital Smoothing Polynomial (DISPO) Filters*. *Applied Spectroscopy*, 35, 88-92.
- [34] R. W. Schafer, (2011). *On the frequency-domain properties of Savitzky-Golay filter*. Proc. 2011 DSP/SPE Workshop, Sedona, AZ, 54–59.
- [35] D. M. Himmelblau (1978). *Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical processes*. Amsterdam: Elsevier press.
- [36] R. Isermann, P. Ball (1996). *Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes*. Proc. of the 13th IFAC World Congress, N, 1-12, IEEE Press.
- [37] P. Kesevan, J. H. Lee (1997). *Diagnostic tools for multivariable model-based control systems*. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 36, 2725-2738.
- [38] P. M. Frank (1990). *Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Analytical and Knowledge-based Redundancy - A Survey and Some New Results*. *Automatica*, 26, 459-474.
- [39] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, S. N. Kavuri (2002). *A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods*. *Computers and Chemical Engineering*, 27, 293-311.
- [40] A. C. Raich, A. Cinar (1996). *Statistical process monitoring and disturbance diagnosis in multivariable continuous process*. *AIChE J.*, 42, 995-1009.
- [41] R. Isermann (1995). *Model based fault detection and diagnosis methods*. Proc. of the American Control Conf., 1605-1609, IEEE press.
- [42] R. R. Rhinehart (1995). *A watchdog for controller performance monitoring*. Proc. of the American Control Conf., 2239-2240, IEEE press.
- [43] N. Stanfelj, T. E. Marlin, J. F. MacGregor (1993). *Monitoring and diagnosing process control performance*. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 32, 301-314.

- [44] E. A. Garcia, P. M. Frank (1996). *On the relationship between observer and parameter identification based approach to fault detection*. Proc. of the 13th IFAC World Congress, N, 25-29, IEEE Press.
- [45] R. Isermann (1984). *Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey*. Automatica, 20, 387-404.
- [46] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S. N. Kavuri (2002). *A review of process fault detection and diagnosis. Part II: Qualitative models and search strategies*. Computers and Chemical Engineering, 27, 313-326.
- [47] P. Rhtherford, G. A. Montague, C. Haughin (1998). *Case study investigating the application of neural networks for process modeling and condition monitoring*. Computers and Chemical Engineering, 22, 1573-1579.
- [48] S. Yoon, J. F. MacGregor (2001). *Fault diagnosis with multivariate statistical models part I: using steady state fault signatures*. Journal of Process Control, 11, 387-400.
- [49] L. H. Chiang, E. L. Russell, R. D. Braatz (2000). *Fault Diagnosis in Chemical Processes Using Fisher Discriminant Analysis, Discriminant Partial Least Squares, and Principal Component Analysis*. Chemom. Intell. Lab. Syst, 50, 243-252.
- [50] Q. P. He and S. J. Qin (2005). *A New Fault Diagnosis Method Using Fault Directions in Fisher Discriminant Analysis*. AIChE Journal, 51, 555-571.
- [51] S. Yoon, J. F. MacGregor (2000). *Statistical and Causal Model-Based Approaches to Fault Detection and Isolation*. AIChE Journal, 46, 1813-1824.
- [52] F. W. Faltin, W. T. Tucker (1991). *Identification of out of control quality characteristics in a multivariate manufacturing environment*. Commun. Stat. - Theory Methods, 20, 2775.
- [53] D. C. Montgomery (1985). *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley and Sons, London.
- [54] J. S. Hunter (1986). *Exponentially weighted moving average*. Journal Quality Technology, 18, 203-210.

- [55] S. J. Qin (2003). *Statistical Process Monitoring: basics and beyond*. Journal of Chemometrics, 17, 480-502.
- [56] H. H. Yue, S. J. Qin (2001). *Reconstruction-based fault identification using a combined index*. Industrial and Engineering Chemistry Research, 40, 4403-4414.
- [57] G. E. P. Box (1954). *Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems: I. Effect of inequality of variance in the one-way classification*. Annals of Mathematical Statistics, 25, 290-302.
- [58] P. Nomikos, J. F. MacGregor (1994). *Monitoring batch processes using multiway principal component analysis*. AIChE J., 40, 1361-1375.
- [59] W. Ku, R. H. Storer, C. Georgakis (1995). *Disturbance detection and isolation by dynamic principal component analysis*. Chemom. Intell. Lab. Syst., 30, 179-196.
- [60] B.R. Bakshi (1998). *Multiscale PCA with application to multivariate statistical process monitoring*. AIChE J., 44, 1596-1610.
- [61] S. J. Zhao, J. Zhang, Y. M. Xu (2004). *Monitoring of Processes with Multiple Operating Modes through Multiple Principle Component Analysis Models*. Ind. Eng. Chem. Res., 43, 7025-7035.
- [62] J. Westerhuis, S. Gurden, A. Smilde (2000). *Generalized contribution plots in multivariate statistical process monitoring*. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, Vol 51, 95-114.
- [63] C. Alcalá, S. J. Qin (2009). *Reconstruction-based contribution for process monitoring*. Automatica, Vol 45, 1593-1600.
- [64] C. Alcalá, S. J. Qin (2011). *Analysis and generalization of fault diagnosis methods for process monitoring*. Journal of Process Control, Vol 21, 322-330.
- [65] M. J. Piovoso, K. A. Kosanovich (1994). *Application of multivariate statistical methods to process monitoring and controller design*. Int. J. of Control, Vol. 59, 743/765.

-
- [66] S. Valle, S. J. Qin (1999). *Selection of the Number of Principal Components: The Variance of the Reconstruction Error Criterion with a Comparison to Other Methods*. Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 38, 4389/4401.
- [67] J. L. Horn (1965). *A rationale and test for the number of factors in factor analysis*. Psychometrika, Vol. 30, 73/77.
- [68] J. E. Jackson, G. S. Mudholkar (1979). *Control procedures for residual associated with principal components analysis*. Technometrics, 21, 341/349.
- [69] P. Nomikos, J. F. MacGregor (1995). *Multivariate SPC Chart for Monitoring Batch Processes*. Technometrics, 37, 41-59.
- [70] R. Dunia, S. J. Qin (1998). *A unified geometric approach to process and sensor fault identification and reconstruction: the unidimensional fault case*. Computers and Chemical Engineering, 22, 927-943.
- [71] P. O. Fanger (1972). *Thermal comfort: analysis and applications in environmental engineering*. McGraw-Hill.
- [72] S.G. Mallat (1989). *A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The wavelet Representation*. IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence, Vol. II, no. 7, 674-693.