



Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA GALILEO GALILEI

Corso di Laurea Triennale in Astronomia

TESI DI LAUREA TRIENNALE

Misure di Distanza in Cosmologia e Supernovae di Tipo Ia

Laureando
Matteo De Leone

Relatore
Prof. Nicola Bartolo

Correlatore
Dott. Michele Liguori

Indice

Introduzione	5
1 Cosmologia Friedmann-Robertson-Walker	9
1.1 Metrica Robertson-Walker ed equazioni di Friedmann	9
1.2 Costante Cosmologica	14
1.3 Inflazione	14
2 Misurare distanze	17
2.1 Premessa	17
2.2 Distanza Comovente	19
2.3 Distanza di Luminosità	20
2.3.1 Supernovae tipo Ia	21
2.3.2 Motivazione all'uso di Supernovae Ia	22
2.3.3 Misurare Ω_M e Ω_Λ dal diagramma di Hubble	24
2.4 Distanza di Diametro Angolare	26
2.4.1 CMB e picchi acustici	28
3 Dark Energy	31
3.1 Primi segni ed evidenze	31
3.2 Parametrizzazioni della Dark Energy	33
3.2.1 Distanza di Luminosità e Parametrizzazioni di DE	34
3.3 Alcune Problematiche legate alla DE	35
3.3.1 Problema Costante Cosmologica	35
3.3.2 Problema Coincidenza	36
Conclusioni	39
Appendice	41
Bibliografia	43

Introduzione

Si è scelto di fare una tesi in Cosmologia poiché è una disciplina affascinante avendo come oggetto di studio l' Universo nel suo insieme. Questo da un lato comporta l'utilizzo di differenti campi: dalla fisica delle particelle, alla termodinamica, all'astrofisica, dall'altro la Cosmologia è stata storicamente importante per la sua influenza sullo sviluppo del pensiero dell'uomo. A tal proposito è interessante in quanto storicamente, a partire dai Greci, ogni civiltà ha creato (o migliorato) cosmologie atte a spiegare in maniera via via più accurata dati osservativi sempre più precisi (a partire dai moti di Sole, Luna, pianeti). Tali teorie divennero poi veri e propri modelli concettuali le cui implicazioni si estesero in ambiti differenti da quelli prettamente astronomici, diventando parte integrante della cultura generale del singolo individuo. L'esempio più noto di tale influenza è sicuramente la Rivoluzione Copernicana: proporre una Terra in movimento per meglio interpretare i dati osservativi sui moti planetari significò spodestare l'uomo dal centro dell'Universo e dover contraddire Aristotele sostituendo il modello a due sfere (introdotto dai Greci e perfezionato poi da Tolomeo). Tale rivoluzione comportò l'introduzione di nuovi concetti (quale la finitezza dell'Universo, sull'esistenza del vuoto) che impiegarono del tempo per svilupparsi ed essere accettati.

Il seguente lavoro parte dalle ricerche di tre gruppi indipendenti guidati da Schmidt, Riess e Perlmutter (vincitori del Nobel per la fisica nel 2011) che, utilizzando la distanza di luminosità sulle Supernovae di tipo Ia ad alto redshift, contribuirono sperimentalmente all'evidenza dell'esistenza di una componente aggiuntiva rispetto la materia ordinaria: la Dark Energy, la quale domina il contributo energetico dell'Universo ed è responsabile dell'espansione accelerata a cui è soggetto l'Universo al tempo attuale. Il modello con maggior consenso, Λ CDM, identifica la Dark Energy con la Costante Cosmologica. La magnitudine apparente misurata sperimentalmente risultava essere di 0.25mag maggiore per le Supernovae Ia ad alto redshift di quella attesa in un Universo con una bassa densità di massa ($\Omega_M = 0.2$) e senza costante cosmologica (conseguentemente la distanza misurata era maggiore

del valore atteso). La distanza di luminosità venne determinata sfruttando la relazione che sussiste tra la luminosità e la curva di luce delle SNe Ia così da poter determinare i valori dei parametri cosmologici quali : la densità di materia Ω_M , della costante cosmologica, il parametro di decelerazione q_0 e l'età dell'Universo. Il risultato di tali ricerche (combinato con altri dati osservativi, come quelli sulle anisotropie del Fondo Cosmico di Microonde) mostra un Universo piatto, con costante cosmologica positiva ($\Omega_\Lambda > 0$) in una fase di espansione accelerata ($q_0 < 0$) e ne inferisce un'età dinamica dell'Universo pari a $14.7 \pm 1.7 Gyr$ in accordo con l'età degli Ammassi Globulari. Combinando i risultati di differenti ricerche si ha la seguente stima dei valori dei parametri di densità :

- $\Omega_M = 0.0456 \pm 0.0015$ Materia Barionica;
- $\Omega_{DM} = 0.228 \pm 0.013$ Cold Dark Matter;
- $\Omega_\Lambda = 0.726 \pm 0.015$ Dark Energy.

Il quadro generale è quindi un Universo dominato dalla Dark Energy, in una fase di espansione accelerata dovuta a questa componente descritta da un termine “correttivo “ nelle equazioni di Einstein (la Costante Cosmologica); si ritiene inoltre che il contributo della materia barionica ordinaria sia di circa il 4%, mentre il 23% è sotto forma di materia oscura così chiamata in quanto non emette radiazione ma interagisce solamente gravitazionalmente (Cold Dark Matter).

Nel primo capitolo verrà introdotta la cosmologia di Friedmann - Robertson - Walker basata sull'assunzione della validità del Principio Cosmologico così da poter introdurre: la metrica generale dell'Universo, le equazioni di Friedmann e i parametri cosmologici di densità. In questo modo si avranno gli strumenti necessari per poter descrivere la dinamica dell'Universo. Le equazioni di Friedmann comporta l'introduzione di un termine aggiuntivo Λ , detto Costante Cosmologica, di cui si darà una breve descrizione. In fine si accenna all'inflazione come un'aggiunta al modello del Big Bang Caldo in grado di spiegare l'elevato grado di isotropia della Radiazione di Fondo Cosmico nelle Microonde (CMB) e l'origine delle strutture.

Il secondo capitolo sarà incentrato sulla nozione di distanza in cosmologia, la cui definizione non è univoca sia a causa dell'espansione dell'Universo e sia perché non è possibile assumere a priori il tipo di geometria dell'Universo. Poiché la quasi totalità delle informazioni perviene sotto forma di radiazione elettromagnetica, la distanza che questa avrà percorso per giungere a noi non sarà banalmente la velocità della luce per il tempo impiegato in quanto nel

frattempo l'Universo si è espanso; l'espansione comporterà inoltre degli effetti di distorsione della luce da dover considerare. Si definiranno quindi tre tipi di distanze : comovente, di luminosità e di diametro angolare; per le ultime due si esporrà la loro applicazione in ambito cosmologico. In particolare l'uso della distanza di luminosità sulle Supernovae Ia permette la stima dei parametri cosmologici di densità.

Tali misurazioni conducono all'introduzione della Dark Energy che sarà il tema del terzo capitolo: una volta introdotta ed esposte le principali evidenze, si vedranno le parametrizzazioni più note e i problemi interpretativi ancora aperti legati a questa componente.

Capitolo 1

Cosmologia

Friedmann-Robertson-Walker

1.1 Metrica Robertson-Walker ed equazioni di Friedmann

La metrica generale dell'Universo è quella di Robertson-Walker basata sull'ipotesi di omogeneità e isotropia dello spazio; tali assunzioni sono contenute nel Principio Cosmologico. Il Principio Cosmologico afferma che l'Universo su grande scala risulta essere omogeneo e isotropo per osservatori comoventi; per osservatori comoventi si intende osservatori solidali rispetto all'espansione generale dell'Universo. Il Principio Cosmologico è uno sviluppo del Principio Copernicano il quale asserisce che su larga scala tutte le posizioni spaziali sono equivalenti. Dopo la rivoluzione copernicana non sussistono motivi per credere ad una posizione privilegiata. E' lecito assumere valido il Principio Cosmologico in quanto, nonostante l'Universo sia fortemente strutturato su piccole scale (entro circa 100Mpc), esso diventa omogeneo oltre una distanza di 200-300 Mpc; inoltre la validità del Principio Cosmologico è dimostrata dall'osservazione nel lontano infrarosso tramite le surveys di IRAS, il cui risultato mostra un buon grado di isotropia nella distribuzione della densità areale di galassie, dai dati relativi a radiogalassie, dal fondo cosmico in Raggi X originato da Nuclei Galattici Attivi e soprattutto dalle misure del Fondo Cosmico di Microonde (CMB), che presenta un elevatissimo grado di isotropia in temperatura (la presenza di anisotropie è dell'ordine di qualche parte su 10^5 , il che significa che l'Universo doveva esser molto vicino ad una situazione di omogeneità quando si è formata la CMB; l'importanza dello studio delle anisotropie risiede nella loro sensibilità a vari parametri cosmologici). Si hanno forti evidenze di un Universo omogeneo e isotropo su grande scala

ed è quindi possibile assumere che la metrica dello spazio-tempo sia quella di Robertson-Walker (RW) che in coordinate comoventi risulta (Frieman, M. S. Turner e Huterer 2008) :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (1.1)$$

in cui $a(t)$ è il fattore di scale dell'Universo che in generale esprime come si espande l'Universo al passare del tempo e quindi come aumenta la separazione fisica degli oggetti nel tempo, k è il parametro di curvatura che può assumere i valori $\pm 1, 0$ a seconda di una curvatura positiva, negativa o nulla.

E' vantaggioso riscrivere la (1.1) nel seguente modo :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)[d\chi^2 + f_k^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)], \quad (1.2)$$

cosicché la funzione $f_k(\chi)$ vari in base alla geometria :

$$f_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi), & \text{Universo chiuso } k = +1 \\ \chi, & \text{Universo piatto } k = 0 \\ \sinh(\chi), & \text{Universo aperto } k = -1 \end{cases}$$

La metrica RW qui introdotta non fornisce informazioni sulla dinamica dell'Universo o sull'evoluzione temporale del fattore di scala; per questo sono necessarie le equazioni di Friedmann che descrivono l'espansione dell'Universo e sono tra le equazioni più importanti in cosmologia. Per derivarle è necessaria una teoria della gravità : la teoria classica newtoniana si rivela inopportuna riguardo alle condizioni al contorno in quanto assume una velocità di propagazione dell'informazione gravitazionale infinita (un problema di cui era conscio Newton stesso). Ne consegue che per la dinamica locale bisognerebbe includere i contributi provenienti da tutto l' Universo, si necessita pertanto di una teoria della gravità autoconsistente, qual è la Relatività Generale (basata sul Principio di Equivalenza e sull'assunzione di una velocità di propagazione finita) da cui è possibile derivare, dalle equazioni di campo, le corrette equazioni di Friedmann che assumono la forma:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.3)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.4)$$

in cui G è la costante di Newton, H è la costante di Hubble che fornisce il tasso di espansione dell'Universo, il cui valore all'epoca attuale viene denotato

1.1. METRICA ROBERTSON-WALKER EDEQUAZIONI DI FRIEDMANN 11

con H_0 , Λ è la costante cosmologica originariamente introdotta da Einstein in modo tale da poter ottenere un Universo statico. La prima equazione di Friedmann afferma che ci sono tre termini che guidano l'espansione: la materia, la costante cosmologica e il termine di curvatura. Conviene quindi definirli mediante i parametri cosmologici di densità associata alla materia (Ω_M), alla Costante Cosmologica (Ω_Λ) e al parametro di curvatura (Ω_k) nel seguente modo :

$$\Omega_M = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_M, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad \Omega_k = -\frac{k}{a^2 H^2} \quad (1.5)$$

in cui Ω_M è espressa come frazione della densità critica $\Omega_M = \rho(t)/\rho_c(t)$ in cui la densità critica vale $\rho_c = 3H^2(t)/8\pi G$. Inoltre, mentre Λ rimane costante nel tempo, Ω_Λ varia nel tempo in quanto H varia col tempo. La seconda equazione di Friedmann (1.4) può essere riscritta utilizzando l'equazione di stato $p = w\rho$ di modo che, in assenza di costante cosmologica, assuma la forma:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \rho \left(1 + 3\frac{w}{c^2}\right) \quad (1.6)$$

che in unità naturali (cioè $c = 1$) fornisce la condizione per cui si ha accelerazione ($\ddot{a} > 0$) quando $w < -1/3$.

Introducendo l'equazione di continuità:

$$\dot{\rho} + (\rho + p) \frac{3\dot{a}}{a} = 0 \quad (1.7)$$

in cui ρ è la densità e p la pressione, si ha, insieme alle due equazioni di Friedmann, un sistema di tre equazioni dipendenti; considerando allora un'equazione di stato del tipo $p = w\rho$ si ha che le densità di materia e radiazione evolvono in maniera inversamente proporzionale al fattore di scala nei seguenti modi : $\rho_M \propto a^{-3}$ e $\rho_{\text{rad}} \propto a^{-4}$. Ciò significa che durante l'evoluzione dell'Universo le diverse componenti hanno avuto una rilevanza differente, in particolare si possono distinguere le seguenti fasi: l'era dominata dalla radiazione, l'equivalenza (periodo in cui le densità di materia e radiazione si eguagliano), l'era dominata dalla materia ed espansione dominata dalla Λ , si veda la Figura 1.1.

La (1.3) implica che :

$$1 = \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k \quad (1.8)$$

da cui è possibile scrivere la relazione che intercorre tra i parametri di densità e la geometria :

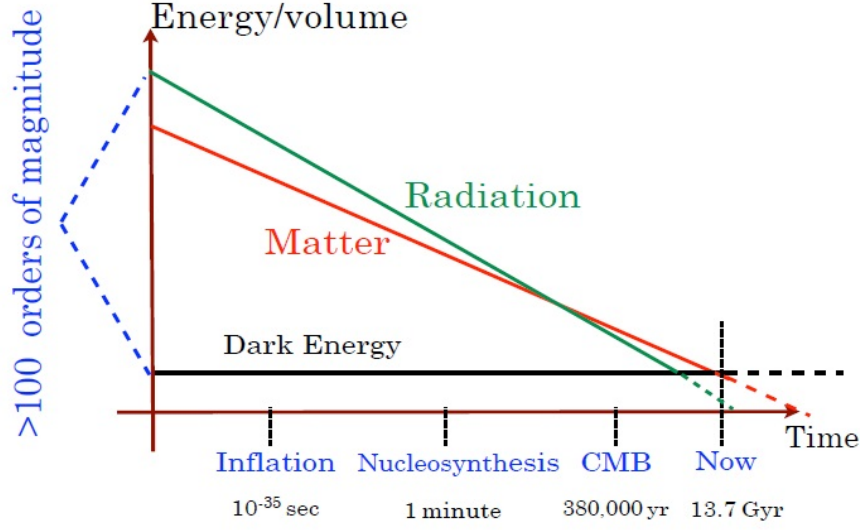


Figura 1.1: Andamento delle tre componenti (Materia, Radiazione, Dark Energy nella forma di una costante cosmologica) nel tempo: si nota come la Dark Energy rimanga costante nel tempo a differenza delle altre componenti. In blu sono contrassegnate le più importanti fasi evolutive dell'Universo, (Frieman, M. S. Turner e Huterer 2008)

$$\begin{cases} 0 < \Omega_M + \Omega_\Lambda < 1, & \text{Universo aperto} \\ \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1, & \text{Universo piatto} \\ \Omega_M + \Omega_\Lambda > 1, & \text{Universo chiuso} \end{cases}$$

L'effetto di Λ si può vedere direttamente dall'equazione di accelerazione (1.4): un valore positivo di Λ dà un contributo positivo ad $\ddot{a}$ agendo come una forza repulsiva che, se sufficientemente grande, vince il primo termine di attrazione gravitazionale e conduce ad un'espansione accelerata asintotica al modello di deSitter. E' utile perciò definire il parametro di decelerazione come:

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)H_0^2} = \frac{\Omega_0}{2} - \Omega_\Lambda \quad (1.9)$$

in cui Ω_0 è la densità di materia al tempo attuale, pertanto si ha accelerazione quando $\Omega_\Lambda > \Omega_0/2$. E' possibile riscrivere la precedente equazione in termini dell'equazione di stato per le varie componenti

$$q_0 = \frac{4\pi G}{3H^2} \sum_i (\rho_i + 3p_i) = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1 + 3w_i) \quad (1.10)$$

in cui per la materia $w_M = 0$, per la radiazione $w_R = 1/3$ e, in riferimento al modello Λ CDM, si assume l'identificazione dell'energia oscura con la costante cosmologica con equazione di stato $w_\Lambda = -1$; si ha accelerazione ($q_0 < 0$) quando $w < -\frac{1}{3}$. Con l'introduzione della costante cosmologica Λ cambiano i modelli cosmologici: non è più necessariamente vero che un Universo chiuso collassa né che un Universo aperto si espanderà per sempre e se Λ è sufficientemente elevata non c'è bisogno nemmeno del Big Bang (questo tipo di modello è stato però escluso dalle osservazioni). E' possibile parametrizzare i diversi modelli focalizzandosi solamente sulla densità di materia all'epoca attuale e sulla densità della Costante Cosmologica; in questo modo è possibile identificare modelli differenti in base alla loro posizione nel grafico Ω_Λ contro Ω_0 , come mostrato in Figura 1.2 .

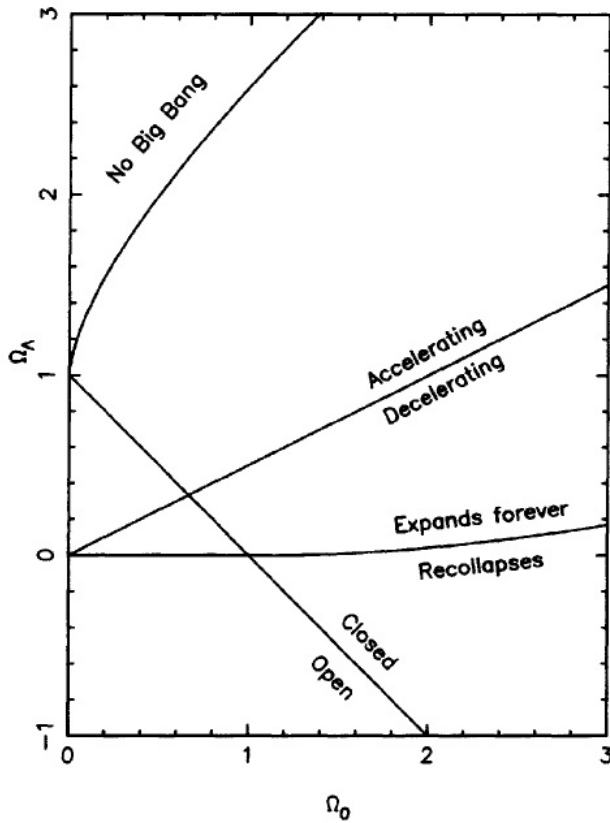


Figura 1.2: Grafico che mostra la densità di materia e di Λ , la linea $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ che identifica un Universo piatto divide il grafico in cosmologie aperte o chiuse, (Andrew Liddle (2003). An Introduction to Modern Cosmology. Wiley)

1.2 Costante Cosmologica

Einstein introdusse la Costante Cosmologica nelle sue equazioni di campo all'interno della teoria della Relatività Generale in modo da ottenere un Universo statico, quale si credeva fosse in base alle basse velocità delle stelle. A questo scopo introdusse il termine aggiuntivo Λ in modo da bilanciare l'effetto attrattivo della gravità dovuta alla materia e ottenere un Universo statico. Friedmann e Lemaître mostrarono indipendentemente nel 1920 che soluzioni cosmologiche coinvolgenti materia e costante cosmologica Λ conducevano ad una situazione di espansione o contrazione; inoltre Lemaître e Eddington mostrarono che la soluzione statica di Einstein era instabile rispetto all'espansione o contrazione. A "peggiore" la situazione nel 1929 ci fu la scoperta di Hubble dell'espansione dell'Universo che rese vano il motivo per il quale era stata introdotta la costante cosmologica: con l'evidenza di un universo in espansione anziché statico la costante cosmologica non aveva più motivo d'essere e venne perciò abbandonata. Alla fine degli anni 60 la costante cosmologica venne recuperata in relazione a ricerche riguardanti quasar (anche se poi risultò che gli effetti osservati erano da attribuirsi a ragioni evolutive); con l'affermarsi del modello cosmologico del Big Bang, Zel'dovich nel 1968 intravede la possibilità che la costante cosmologica avrebbe potuto creare dei problemi: la densità di energia quantistica del vuoto sarebbe risultata in un valore enorme della costante cosmologica. Nel 1975 Gunn e Tinsley, studiando i diagrammi di Hubble per le galassie ellittiche, conclusero che i modelli cosmologici più plausibili erano quelli avente costante cosmologica positiva; nel 1976 realizzarono che l'incertezza sull'evoluzione della luminosità nella galassie ellittiche le rendeva problematiche da usare come standard candle (Frieman, M. S. Turner e Huterer 2008). Infine coi lavori sulle Supernove Ia di Schmidt, Riess e Perlmutter a fine anni 90 si arrivò a stimare un valore di $\Omega_\Lambda \sim 70\%$ al contributo energetico dell'Universo, responsabile dell'espansione accelerata a cui è soggetto l'Universo al tempo attuale.

1.3 Inflazione

Accenniamo ora brevemente allo scenario inflazionario in quanto costituisce un tassello importante negli attuali modelli cosmologici in grado di risolvere problematiche legate al modello del Big Bang Caldo. L'inflazione è definita come un periodo transitorio durante le prime fasi di evoluzione dell'Universo in cui il fattore di scale ha subito una forte accelerazione a cui corrisponde una rapida espansione dell'Universo. L'inflazione venne proposta per la prima volta nel 1981 da Alan Guth in aggiunta alla teoria del Big Bang Caldo in

modo da risolvere alcuni problemi legati a questo modello quali il problema della piattezza, il problema dell'orizzonte e soprattutto per spiegare l'origine delle strutture: l'instabilità gravitazionale risulta essere un ottimo mezzo per amplificare piccole irregolarità primordiali della metrica RW ma occorrono delle irregolarità iniziali affinché funzionino. Uno dei motivi principali per testare l'inflazione è che l'inflazione può generare tali irregolarità iniziali che molto più tardi, tramite processi gravitazionali, porteranno alla formazione di strutture. L'elevato grado di isotropia in temperatura della Radiazione di Fondo Cosmico nelle Microonde (CMB) pari ad $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$ è sintomo di una precedente fase in cui le varie regioni dell'Universo devono aver interagito tra loro fino a stabilire un equilibrio termico; tuttavia, poiché la luce può percorrere distanze finite, nella teoria del Big Bang Caldo regioni opposte nel cielo non avrebbero avuto il tempo di interagire tra di loro e quindi non si spiegherebbe l'isotropia della CMB (il così detto problema dell'orizzonte). Aggiungendo l'inflazione al modello del Big Bang Caldo è possibile rendere conto del problema dell'orizzonte: durante l'inflazione l'Universo ha subito un'accelerazione esponenziale tale che il fattore di scala è aumentato di un fattore pari a:

$$\frac{a_{\text{finale}}}{a_{\text{iniziale}}} \sim 10^{43}. \quad (1.11)$$

Questo comporta che durante l'inflazione regioni piccole dell'Universo interagiscano tra di loro, dopodiché l'inflazione conduce ad un'espansione così forte che le dimensioni dell'Universo superano quelle dell'Universo osservabile; in tal modo, regioni opposte del cielo si trovano alla stessa temperatura poiché nel periodo inflazionario che ha preceduto l'evoluzione "standard" dei modelli del Big Bang Caldo le dimensioni dell'Universo erano così piccole che le sue componenti potevano interagire tra loro.

L'inflazione è un esempio della forte correlazione tra l'Universo microscopico e su grande scala.

Capitolo 2

Misurare distanze

Ci sono due giovani pesci che nuotano uno vicino all'altro e incontrano un pesce più anziano che, nuotando in direzione opposta, fa loro un cenno di saluto e poi dice "Buongiorno ragazzi. Com'è l'acqua?" I due giovani pesci continuano a nuotare per un po', e poi uno dei due guarda l'altro e gli chiede "ma cosa diavolo è l'acqua?"

David Foster Wallace, Questa è l'acqua

2.1 Premessa

Il concetto di misura di una distanza tra due oggetti può sembrare scontato o assiomatico, ma così non è in un Universo quadridimensionale in espansione. Per questo motivo ci sono vari modi per definire la nozione di distanza e la cosmologia osservativa considera il modo in cui gli oggetti ci appaiono e come questa "apparenza" è legata a modelli cosmologici. La radiazione elettromagnetica costituisce il principale mezzo d'informazione che si ha a disposizione per capire e studiare l'Universo; l'osservazione di oggetti astronomici riguarda quindi la propagazione dei fotoni nello spazio-tempo. La velocità finita di propagazione dei fotoni evidenzia due aspetti: da un lato pone un limite alla porzione di Universo osservabile (il così detto orizzonte cosmologico), e dall'altro consente l'esplorazione nel lontano passato mostrando l'evoluzione dell'Universo e dei suoi costituenti (per esempio per quanto concerne l'evoluzione morfologica delle galassie: mentre la frazione di ellittiche e lenticolari rimane costante al crescere del redshift, la frazione di spirali decresce all'aumentare del redshift poiché a quell'epoca non si erano ancora assemblate). Riguardo il primo punto, oggetti distanti sono osservati attraverso la luce da loro emessa che ha impiegato un tempo finito per giungere; sicché non è possibile fare osservazioni lungo la sezione del nostro tempo cosmico attuale

ma è possibile solamente osservare il nostro cono luce passato. La distanza percorsa dalla luce non è semplicemente la velocità della luce per il tempo impiegato poiché la luce si muove su un Universo in espansione. Per mostrare le precedenti considerazioni è necessario ricavare la relazione che sussiste tra fattore di scala, redshift e lunghezza d'onda. Per far ciò consideriamo due eventi collegati da un segnale luminoso; per definizione l'intervallo spazio-temporale che li separa è nullo $ds^2 = 0$ (sarebbe come dire che la luce non percorre distanze nello spazio-tempo). Per il Principio Cosmologico inoltre ad un tempo stabilito ogni punto dello spazio è equivalente perciò si può considerare un raggio di luce che si propaga radialmente da $r = 0$ ad $r = r_0$, con $d\phi = d\theta = 0$, di modo che la metrica (1.1) dà:

$$\frac{cdt}{a(t)} = \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.1)$$

in cui le coordinate spaziali sono comoventi (a significare che le galassie rimangono a coordinate fisse e l'espansione è espressa dal fattore di scala $a(t)$). La regola generale con cui scalano gli intervalli temporali col tempo cosmico in funzione del fattore di scala è la seguente:

$$\frac{dt_e}{a(t_e)} = \frac{dt_0}{a(t_0)} \quad (2.2)$$

in cui dt_e rappresenta il tempo in cui la luce è stata emessa e dt_0 il tempo di ricezione; in un Universo in espansione $a(t_0) > a(t_e)$. Introducendo il redshift z come la variazione delle frequenze fotoniche dal sistema di riferimento dell'emettitore a quello del ricevitore (cioè l'osservatore) :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = z, \quad (2.3)$$

dall'equazione (2.2) passando alle frequenze, si ottiene che la relazione fondamentale che lega tempi, frequenze, fattore di scala e redshift è la seguente :

$$\frac{dt_0}{dt_e} = \frac{\nu_e}{\nu_0} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = 1 + z. \quad (2.4)$$

Quando ci si riferisce ad un'epoca dell'Universo a redshift z significa il tempo in cui l'Universo era grande $1/(z+1)$ volte la grandezza attuale, mentre per un oggetto a distanza z si intende un oggetto ad una distanza tale per cui nel tempo impiegato dalla luce per giungere fino a noi questa ha subito uno spostamento dei fotoni a più grandi lunghezze d'onda a causa dell'espansione dell'universo (cioè verso il rosso, da cui il termine redshift). Quindi la luce di un oggetto situato a redshift 3 è stata emessa quando il fattore di scala era un

quarto del valore attuale ed è arrivata quando l'Universo si è espanso di un fattore 4. Il redshift z viene adoperato per descrivere le epoche dell' Universo e la distanza. La radiazione di fondo cosmico nelle microonde (CMB) è la luce a maggior redshift osservabile, a $z \simeq 1000$, in quanto precedentemente a tale redshift l'Universo era totalmente opaco.

2.2 Distanza Comovente

Non essendoci un modo univoco per misurare la distanza tra due punti a causa della geometria e dell'espansione dell'Universo, in cosmologia si è soliti usare la nozione di sistema comovente; questo è un sistema di riferimento privilegiato, vincolato alle posizioni medie delle galassie soggette al solo moto di espansione dell'Universo (o altri oggetti grandi di cui è possibile trascurare i moti propri). Definendo il sistema di riferimento comovente è possibile quindi trascurare il tempo e il fattore di scala di modo che osservatori fondamentali abbiano moto nullo in questo sistema. La distanza comovente tra due oggetti è la distanza tra essi che rimane costante nel tempo se gli oggetti sono soggetti al solo moto generale di espansione dell'Universo; essa è quindi la distanza propria moltiplicata per il fattore $(1 + z)$ (che è proporzionale al fattore di scala, vedi 2.4). La distanza comovente perciò include l'informazione su come si espande l'Universo e può esser considerata una costante nel sistema di riferimento che tiene conto intrinsecamente del fattore dell'espansione (il sistema comovente).

Dalle equazioni di Friedmann è possibile ottenere la relazione (Hogg 1999):

$$\frac{\dot{a}}{a} = H_0 E(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (2.5)$$

che lega fattore di scala, costante di Hubble e i parametri cosmologici. $dz/E(z)$ è proporzionale al tempo impiegato dalla luce per percorrere l'intervallo dz diviso per il fattore di scala a quel tempo; a causa della velocità di propagazione finita della luce, questa è la distanza propria divisa per il fattore di scala che è la definizione di distanza comovente. La distanza comovente lungo la linea di vista risulta perciò essere:

$$\chi = cH_0^{-1} \int_0^z \frac{1}{\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}} dz \quad (2.6)$$

espressione che tiene conto dei contributi dei tre parametri di densità.

2.3 Distanza di Luminosità

La distanza di luminosità è un osservabile fondamentale in cosmologia; il suo utilizzo ha dimostrato la presenza di una componente aggiuntiva, la Dark Energy, e ha permesso di misurare i valori di alcuni parametri cosmologici. E' possibile esprimere la distanza di luminosità sia in termini fisici di flusso misurato che mediante un'espressione dipendente solamente dai parametri cosmologici di densità (questi dipenderanno poi dal modello cosmologico considerato). In tal modo il confronto tra le due fornisce una misura dei parametri cosmologici e un'indicazione sul tipo di modello che meglio descrive l'Universo. La distanza di luminosità è la distanza che un oggetto sembra possedere assumendo valida la riduzione dell'intensità luminosa con l'aumentare della distanza tramite la legge dell'inverso al quadrato; la distanza di luminosità non è la distanza effettiva dell'oggetto in quanto nell'Universo la legge dell'inverso al quadrato non è valida per due motivi: sia perché la geometria dell'Universo non è necessariamente piatta, sia perché l'Universo si sta espandendo.

La potenza totale di energia dei fotoni per unità di area (cioè il flusso S) ricevuto da un osservatore è proporzionale al flusso emesso da una sorgente secondo la relazione:

$$S = \frac{L}{4\pi r^2 a_0^2 (1+z)^2} \quad (2.7)$$

in cui L è la luminosità della sorgente considerata, r è la distanza radiale quindi $a_0 r$ è la distanza fisica e l'ultimo termine correttivo $(1+z)^2$ è dovuto a due effetti:

- ogni fotone perde energia proporzionalmente a $(1+z)$;
- i fotoni arrivano meno frequentemente, cioè il ritmo di arrivo è minore di quello di emissione in modo proporzionale a $(1+z)$.

La distanza di luminosità è quindi la distanza alla quale una sorgente di luminosità L è vista con flusso S :

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi S} \right)^{1/2} = a_0 r (1+z). \quad (2.8)$$

A causa dell'attenuazione della luminosità apparente dovuta al redshift gli oggetti distanti sembrano essere più lontani di quanto non siano in realtà. La luminosità L e flusso S adoperate vengono dette bolometriche in quanto si riferiscono al totale dell'energia radiante emessa; nella realtà i rivelatori sono sensibili solo ad un determinato intervallo dello spettro quindi, se è noto lo spettro dell'oggetto considerato, bisogna applicare la correzione K .

Come si diceva inizialmente, è possibile esprimere la distanza di luminosità in termini dei seguenti parametri cosmologici : la costante di Hubble, H_0 , la densità di massa, Ω_M , e la densità di energia del vuoto, Ω_Λ ; la distanza di luminosità assume quindi la seguente forma (si veda l'Appendice):

$$d_L = cH_0^{-1}(1+z)|\Omega_k|^{-1/2} \sin n \left\{ |\Omega_k|^{1/2} \int_0^z [(1+z)^2(1+\Omega_M z) - z(2+z)\Omega_\Lambda]^{-1/2} dz \right\}. \quad (2.9)$$

in cui $\Omega_k = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda$ e $\sin n$ è $\sinh$ quando $\Omega_k > 0$ e $\sin$ per $\Omega_k < 0$ mentre nel caso piatto ($\Omega_k = 0$) si ha $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ e $\sin n$ e Ω_k scompaiono dall'equazione (Carroll, Press e E. L. Turner 1992).

2.3.1 Supernovae tipo Ia

Le Supernovae Ia hanno origine dall'esplosione di stelle che hanno superato il limite di massa di Chandrasekhar; durante l'esplosione la luminosità della stella raggiunge valori $10^9 - 10^{10} L_\odot$ nel massimo rimanendo visibile in molti casi per parecchi mesi sotto forma di nebula che si espande, il cui contenuto è la materia espulsa dalla stella nell'esplosione. Le supernovae Ia sono tra i migliori indicatori di distanza a causa della loro luminosità che le rende individuabili (tra i tipi di supernovae quelle Ia sono le più luminose) e svolgono un ruolo chiave in cosmologia; la determinazione della distanza si basa sulla relazione empirica che sussiste tra il picco di luminosità e la larghezza della curva di luce. Storicamente la classificazione delle supernovae si è basata sullo spettro: supernovae che non mostravano righe di idrogeno nello spettro vennero classificate come tipo I, invece quelle con le righe di idrogeno in tipo II. Le supernovae di tipo Ia sono causate dall'esplosione termonucleare di nane bianche CO che hanno raggiunto il limite di Chandrasekhar in seguito all'accrescimento di massa in un sistema binario. Sono caratterizzate dalla mancanza di righe di idrogeno e dalla presenza di forti righe di Si II intorno al massimo di luminosità e sono presenti in ogni tipo morfologico di galassia rappresentando il 25-30 % del totale. Inoltre nelle supernovae Ia l'energia che guida l'esplosione è di origine nucleare in contrasto con quelle di tipo II in cui la fonte dell'energia è la contrazione gravitazionale. Le cause che conducono all'esplosione sono dovute da un lato all'instabilità dinamica (in quanto la presenza di elettroni degeneri nel core non è in grado di contrastare la contrazione gravitazionale) e dall'altro, all'instabilità termica, poiché in un gas degenerare la pressione è indipendente dalla temperatura cosicché l'equilibrio termico non possa esser ristabilito.

2.3.2 Motivazione all'uso di Supernovae Ia

Affinché sia possibile stabilire distanze relative tra oggetti è necessario conoscere la luminosità di un oggetto a priori: sapendo che la luminosità L di tale oggetto è costante, sarà sufficiente misurare il flusso per ricavare la distanza di luminosità:

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2}. \quad (2.10)$$

Per esprimere la distanza in una scala assoluta è però necessario conoscere il valore preciso di L . Una “standard candle” è un oggetto con una luminosità fissa; tale ipotetico oggetto è importante in quanto permette di lavorare ad alti redshift. Le migliori standard candle che si ha a disposizione sono le Supernovae di tipo Ia poiché:

- avendo un valore della luminosità al massimo circa costante ed elevato ($M_B \sim -19.5mag$) sono facilmente osservabili anche a grandi distanze cosmologiche;
- nonostante non siano intrinsecamente delle standard candle, grazie alla relazione empirica trovata da Mark Phillips nel 1993 tra il picco di luminosità e il tasso di declino della luminosità col tempo, è possibile ricalibrare le curve di luce e rendere di fatto le SNe Ia delle perfette standard candle (come mostrato in figura 2.1).

La chiave di volta è quindi la correlazione trovata da Phillips per cui le curve di luminosità di SNe Ia intrinsecamente più brillanti declinano più lentamente; questo permette di standardizzare le curve di luminosità in modo tale da ottenere una dispersione di circa il 15 % nel picco di luminosità.

In passato gli svantaggi nell'uso delle supernove erano dovuti principalmente alla natura dell'evento: le esplosioni di supernovae sono eventi rari, transitori e casuali, il che rende difficoltosa l'osservazione. Il maggior passo avanti si ebbe all'inizio degli anni 90' grazie al lavoro di due team (il Supernova Cosmology Project guidato da Saul Perlmutter e l' High-z Supernova Search Team condotto da Brian Schmidt) che svilupparono un sistema in grado di individuare e seguire eventi di supernova tramite l'utilizzo coordinato dei più potenti telescopi e inoltre grazie allo sviluppo, nell'astronomia osservativa, dei sensori charge-couple devices (CCDs). Venne infine sviluppata una tecnica in grado di correggere la magnitudine delle SNe dall'assorbimento causato dalle polveri (estinzione) che poteva condurre ad un'errata interpretazione dei dati. Nella ricerca di supernove è possibile considerare che nelle galassie lenticolari S0 e spirali gli unici tipi di supernove presenti sono proprio le supernove di tipo Ia. In riferimento alle galassie ospitanti le SNe bisogna

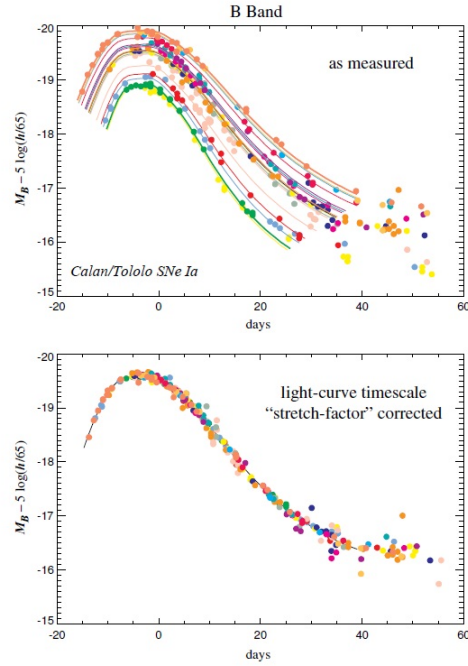


Figura 2.1: Curve di luminosità di un campione di supernove Ia. In alto le curve di luminosità misurate senza adoperare la correzione tratta dalla relazione di Phillips, in basso le curve di luminosità dopo aver applicato la correzione (Hamuy et al. 1996)

tener conto nella calibrazione della luminosità della correlazione tra la curva di luce e il tipo di galassia : supernove Ia più luminose si trovano in galassie evolutivamente più giovani mentre quelle deboli sia in galassie giovani che vecchie ; senza questo accorgimento i dati porterebbero a conclusioni errate in quanto una calibrazione errata risulterebbe in una curva di luce più pendente.

2.3.3 Misurare Ω_M e Ω_Λ dal diagramma di Hubble

Per misurare i parametri di densità di materia e della costante cosmologica si sfrutta la relazione m - z tra magnitudine-redshift che ha il vantaggio di esser sensibile al modello cosmologico in uso. Considerando una standard candle come le Supernovae Ia, nei modelli cosmologici di Friedmann la magnitudine bolometrica apparente $m(z)$ ad un determinato redshift z è funzione dei parametri cosmologici di densità di massa Ω_M e di energia del vuoto Ω_Λ secondo la relazione (Perlmutter et al. 1997) :

$$\begin{aligned} m(z) &= M + 5 \log d_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda, H_0) + 25 \\ &\equiv M + 5 \log D_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda) - 5 \log H_0 + 25 \end{aligned} \quad (2.11)$$

in cui D_L è la luminosità di distanza moltiplicata per la costante di Hubble $D_L \equiv H_0 d_L$; nel limite di basso redshift, la precedente equazione si riduce all'usuale relazione lineare tra la magnitudine apparente m e $\log cz$:

$$\begin{aligned} m(z) &= M + 5 \log cz - 5 \log H_0 + 25 \\ &= \mathcal{M} + 5 \log cz \end{aligned} \quad (2.12)$$

in cui si è definito il parametro $\mathcal{M} \equiv M - 5 \log H_0 + 25$ che contiene due quantità incerte: la magnitudine assoluta della supernova, M , e la costante di Hubble H_0 ; $\mathcal{M}$ è un parametro libero che può esser misurato grazie alla magnitudine apparente e il redshift per supernove a basso redshift, il tutto senza conoscere il valore di H_0 . Supernove a basso redshift non sono sensibili al modello cosmologico, come si può notare dal primo grafico (2.2): le curve plottate con valori differenti dei parametri di densità sono indistinguibili a basso redshift z e quindi non è possibile discriminare i modelli; è perciò necessario utilizzare supernove ad alto redshift. Si procede determinando $\mathcal{M}$ grazie alle supernove a basso redshift, dopodiché si misura il redshift e la magnitudine apparente per supernove ad alto redshift, di modo che sia possibile trovare il best fit dei parametri di densità Ω_M e Ω_Λ usando la relazione:

$$m(z) - \mathcal{M} = 5 \log D_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda). \quad (2.13)$$

I risultati forniscono dei vincoli sui parametri di densità Ω_M e Ω_Λ (in Figura 2.3 sono mostrati i risultati ottenuti con SNe Ia combinati con altri dati osservativi così da aver la miglior stima). La relazione magnitudine-redshift per le supernove è stata interpretata come una misurazione del parametro di decelerazione q_0 specialmente in riferimento a modelli in cui $\Lambda = 0$ e quindi

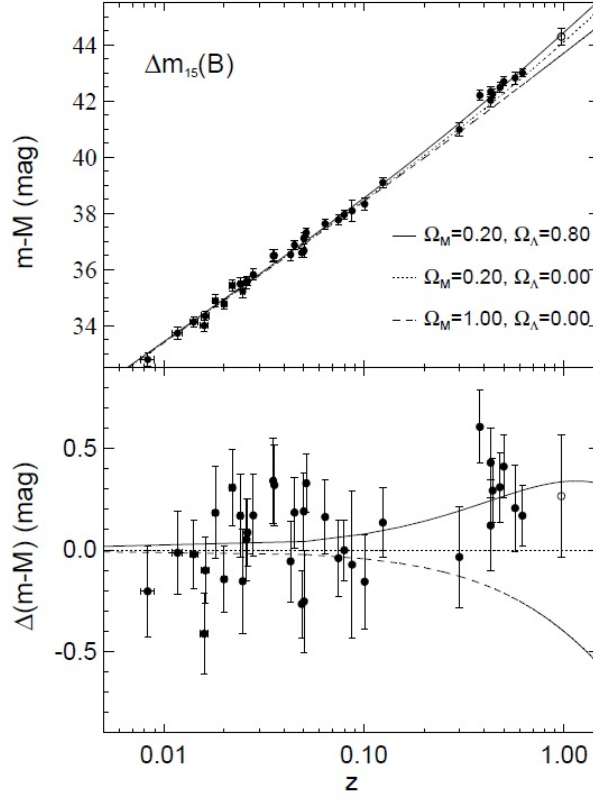


Figura 2.2: *In alto: diagramma di Hubble per SNe Ia ad alto redshift e a basso redshift (avendo corretto per relazione di Phillips $\Delta m_{15}(B)$); inoltre son plottate le curve per tre cosmologie con differenti valori dei parametri di densità Ω_M e Ω_Λ . In basso: la differenza tra i dati e il modello teorico avente $\Omega_M = 0.20$ e $\Omega_\Lambda = 0$; tale differenza risulta essere mediamente di 0.28 mag. (Riess et al. 1998)*

$q_0 \equiv \Omega_M/2$; in generale però è preferibile non usare q_0 per descrivere le misure dei parametri cosmologici ricavati tramite la relazione magnitudine-redshift, in quanto D_L è una funzione di Ω_M e Ω_Λ e non la semplice combinazione $q_0 \equiv \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda$.

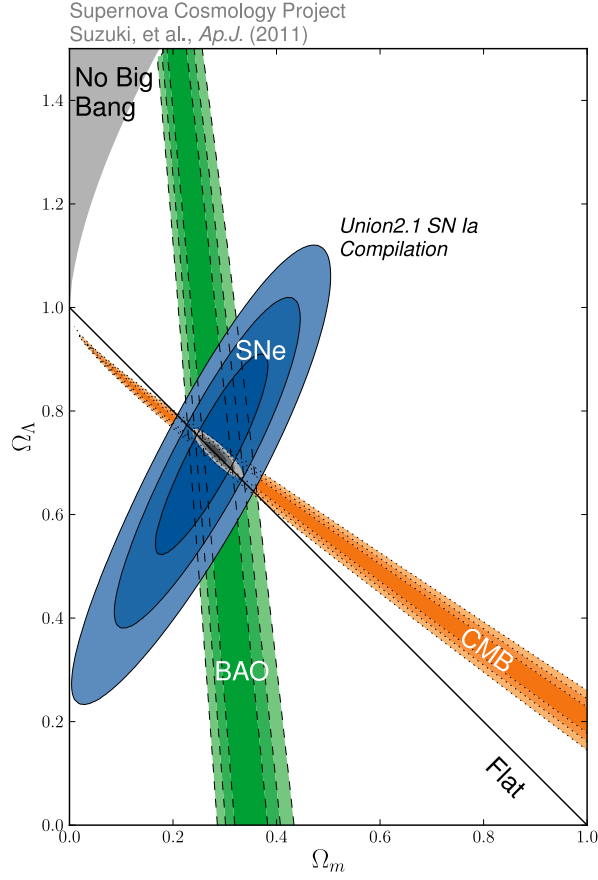


Figura 2.3: Vincoli con livelli di confidenza sui parametri di densità Ω_M e Ω_Λ combinando vari dati osservativi, quali Supernovae Ia (SNe), Fondo Cosmico di Microonde (CMB) e Baryonic Acoustic Oscillations (BAO).

2.4 Distanza di Diametro Angolare

Un ulteriore modo per misurare le distanze è basato sulla nozione della distanza di diametro angolare; questa è una misura di quanto un oggetto appaia esteso. In maniera rigorosa la distanza di diametro angolare è definita come il rapporto tra l'estensione fisica di un oggetto (indicata con l) e la sua grandezza angolare, in riferimento alla geometria euclidea:

$$d_{\text{diam}} = \frac{l}{\sin \theta} \simeq \frac{l}{\theta}. \quad (2.14)$$

In principio venne utilizzata per convertire la separazione angolare tra due oggetti, in un telescopio, in una distanza propria.

La distanza di diametro angolare di un oggetto posto a distanza radiale r è (Liddle 2003):

$$d_{\text{diam}} = \frac{a_0 r}{1+z} \quad (2.15)$$

che applicata ad oggetti vicini equivale alla distanza fisica. Per valori bassi di redshift ($z \ll 1$) l'andamento della distanza di diametro angolare è quello previsto in un universo euclideo; la peculiarità di questa nozione di distanza è nel suo andamento in funzione del redshift a partire da $z = 1$ (Figura 2.4): si verifica inizialmente un breve appiattimento a cui segue un'inversione in cui al crescere della distanza dell'oggetto aumenta la dimensione angolare apparente e quindi diminuisce la distanza di diametro angolare! Significa che da $z = 1$ in poi gli oggetti appaiono più vicini di quanto non siano in realtà; la causa di ciò è dovuta al fatto che a grandi distanze nello spazio-tempo intervengono effetti di curvatura, dovuti alla quantità di massa gravitante, che alterano la traiettoria di propagazione dei fotoni (traiettoria che quindi si discosta da quella rettilinea di una geometria euclidea). Poiché la suddetta distorsione nella distanza di diametro angolare è dovuta alla quantità di massa gravitante vi sarà una dipendenza di questa dai parametri di densità, così da avere differenti predizioni sull'andamento di d_{diam} a seconda dei vari modelli cosmologici.

La relazione che intercorre tra la distanza di diametro angolare e la distanza di luminosità è la seguente:

$$d_{\text{diam}} = \frac{d_L}{(1+z)^2} \quad (2.16)$$

in cui a bassi redshift z si ha un andamento simile della distanza di diametro angolare e quella di luminosità $d_L \propto z \sim d_{\text{diam}}$ (Figura 2.4) .

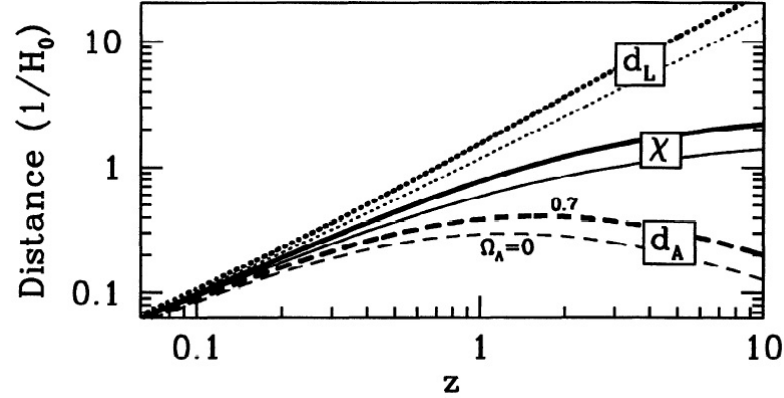


Figura 2.4: Andamento distanza di luminosità d_L , comovente χ e diametro angolare d_A in funzione del redshift. Per ogni distanza ci sono due curve: per un universo piatto con sola materia (linea sottile), per un universo in cui il contributo della costante cosmologica sia pari al 70% (linea spessa). (Dodelson 2003)

2.4.1 CMB e picchi acustici

La distanza di diametro angolare viene usata in relazione alla CMB in quanto permette la misura del primo picco acustico nello spettro di potenza. Per spiegare l'origine della Radiazione di Fondo Cosmico nelle Microonde (CMB) è necessaria una piccola digressione sulla storia evolutiva dell'Universo. Per epoca della Ricombinazione ($z \sim 1100$) ci si riferisce al periodo successivo al Big Bang in cui, a causa del raffreddarsi dell'Universo in seguito all'espansione, i fotoni non possedevano più un'energia sufficiente ad impedire l'unione degli elettroni coi protoni e quindi ostacolare il formarsi di atomi. Poiché l'energia dei fotoni $h\nu$ aumenta in maniera proporzionale a $(1+z)$, prima della Ricombinazione le dimensioni dell'Universo erano minori e l'energia dei fotoni maggiore, di conseguenza l'interazione dei fotoni con gli atomi del gas primordiale (idrogeno) ne causava la completa ionizzazione; inoltre l'Universo risultava esser quindi completamente opaco data l'elevata rate di interazione tra i fotoni e gli elettroni liberi (per mezzo dello scattering Compton). Successivamente, l'espansione e il raffreddarsi dell'Universo comportarono la formazione degli atomi di idrogeno (Ricombinazione) e la conseguente fine dell'interazione tra elettroni e fotoni (interazione che aveva condotto ad uno stato di equilibrio). Perciò la Ricombinazione è l'epoca in cui l'Universo passa dall'essere completamente opaco a completamente trasparente. La CMB è costituita dalla radiazione emessa all'epoca della Ricombinazione (che può esser considerata come *l'epoca di ultimo scattering*), ossia originata

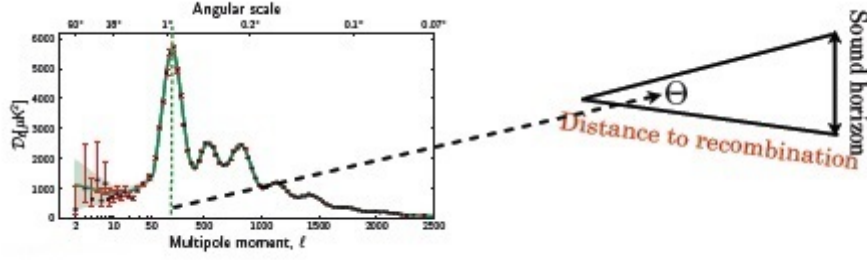


Figura 2.5: *Figura che mostra il collegamento tra il primo picco nel power spectrum della CMB e la distanza della Ricombinazione.*

circa 380.000 anni dopo il Big Bang e che, in seguito al precedente raggiungimento dell'equilibrio tra materia e radiazione, risulta avere uno spettro di corpo nero con anisotropie in temperatura pari a $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$.

Il fluido di barioni e fotoni, al tempo precedente il last scattering, risente delle perturbazioni gravitazionali dovuti alla materia oscura. In particolare, il fluido foto-barionico cade nelle buche di potenziale dovute alla materia oscura e diventa sovradensità sviluppando una pressione di radiazione che tende a opporsi: il processo è descritto da un oscillatore armonico e le oscillazioni (che danno luogo ai picchi acustici) si traducono in un aumento di densità e quindi in variazioni di temperatura (le regioni sovradense sono più calde al last scattering); le differenze nella distribuzione di densità, presenti sulla superficie di ultimo scattering, crescono per mezzo di processi gravitazionali fino a formare galassie, ammassi, superammassi ecc. I picchi acustici identificabili con queste anisotropie sono attribuibili all'impronta delle onde sonore propagatesi nel fluido foto-barionico; risulta così che la separazione tra i punti caldi e freddi della CMB è determinata dall'orizzonte sonoro, cioè la distanza percorsa delle onde sonore che si sono propagate dal Big Bang fino all'epoca della Ricombinazione, pari a (Hunterer, *Dark Energy and the Accelerating Universe*):

$$r_s = c_s \int_0^{a_{\text{rec}}} \frac{1}{a^2 H(a) \sqrt{1 + \frac{3\Omega_B}{4\Omega_\gamma} a}} da \quad (2.17)$$

in cui c_s è la velocità del suono; l'impronta dell'orizzonte sonoro è perciò vincolata dai parametri cosmologici e quindi studiando la CMB è possibile stimare tali parametri.

Il collegamento con la distanza di diametro angolare risiede nel fatto che si osserva l'orizzonte sonoro alla distanza corrispondente alla ricombinazione

$(d_A(z_{\text{rec}}))$, inoltre l'angolo del primo picco acustico nel power spectrum della CMB corrisponde all'angolo al quale osserviamo l'orizzonte sonoro (vedi Figura 2.5):

$$l_{\text{peak}} = \pi \frac{d_A(z_{\text{rec}})}{r_s}. \quad (2.18)$$

La posizione dei picchi può esser determinata con molta precisione dai dati della CMB.

Capitolo 3

Dark Energy

3.1 Primi segni ed evidenze

Intorno agli anni 80' ci si rese conto della necessità di introdurre una componente aggiuntiva nella descrizione dell'Universo in quanto sorsero evidenze di un valore basso della densità di materia, $\Omega_M \simeq 0.1 - 0.3$, valore molto lontano dal valore predetto da modelli inflazionari che prevedevano $\Omega_M = 1.0$. In un Universo piatto e dominato dalla materia un valore così basso di Ω_M è inconsistente con l'età dell'Universo poiché le predizioni risultano nettamente inferiori all'età degli Ammassi Globulari (che per motivi di evoluzione stellare sono tra gli oggetti più vecchi e la cui età è calcolabile con precisione). Gli Ammassi Globulari hanno un'età stimata di $t_{GC} = 13.5 \pm 2 Gyr$ (Jimenez et al. 1996). Dalla formula generale per ricavare l'età dell'Universo (Carroll, Press e E. L. Turner 1992) :

$$t_0 = H_0^{-1} \int_0^\infty (1+z)^{-1} [(1+z)^2(1+\Omega_M z) - z(2+z)\Omega_\Lambda]^{-1/2} dz \quad (3.1)$$

la 3.1 predice, in assenza di costante cosmologica $\Lambda = 0$ (e tenendo conto che si può trascurare il contributo della radiazione perché il suo dominio dura un breve periodo), un'età pari ad:

$$t_0 = H_0^{-1} \int_0^\infty (1+z)^{-1} [(1+z)^2(1+\Omega_M z)]^{-1/2} dz. \quad (3.2)$$

Per un Universo piatto risulta:

$$t_0 = \frac{2}{3H_0}. \quad (3.3)$$

Stime del parametro di Hubble fornite dall' Hubble Space Telescope HST (Freedman et al. 2001) forniscono un'età pari a $t_0 = 8 - 10 Gyr$, in netto contrasto con l'età degli Ammassi Globulari. A causa di questo ed altri problemi (legati alla formazione di strutture ecc.) negli anni 80' e inizio 90' vennero proposte diverse soluzioni teoriche, compresa quella di una costante cosmologica (la cui interpretazione moderna è quella di energia del vuoto). Si iniziò contemporaneamente a studiare come usare le supernovae di tipo Ia, che risultano esser degli ottimi indicatori di distanza, in modo da costruire un diagramma di Hubble e stabilire il tipo di modello che meglio descrive l'Universo: aperto, piatto o chiuso. Lo studio delle supernove Ia da parte dei team guidati da Brian P. Schmidt, Saul Perlmutter e Adam Riess ha portato all'evidenza sperimentale di un Universo che sta vivendo una fase di espansione accelerata dominata dalla dark energy; contemporaneamente arrivarono ulteriori importanti conferme dell'espansione accelerata grazie all'evidenza di dark energy nello studio delle anisotropie della Radiazione di Fondo Cosmico nelle Microonde (CMB) e da Strutture su Grande Scala (LSS) nonché dal *Weak Gravitational Lensing* che consiste nella distorsione della luce osservata nelle immagini galattiche dovuta alla presenza di strutture. Questa distorsione permette di misurare la distribuzione di dark matter e la sua evoluzione temporale, provando l'influenza della dark energy nella formazione di strutture. Lo sviluppo e la formazione di strutture risente infatti della dark energy in quanto questa influenza il tasso di espansione dell'Universo; per consentire alle perturbazioni primordiali di crescere e non venir distrutte, la dark energy dev'esser divenuta dominante solamente in una fase recente. In fine un'ulteriore evidenza è fornita dal *Integrated Sachs-Wolfe Effect* (ISW) che è un effetto subito dai fotoni della CMB durante l'attraversamento di differenti buche di potenziale gravitazionale dall'epoca della Ricombinazione fino all'osservatore. Un contributo maggiore all'ISW è fornito quando il ruolo della Dark Energy diventa più rilevante, ovvero a tempi recenti. Un modo per rilevare ed utilizzare l'effetto ISW è basato sulla misura della correlazione tra la mappa delle anisotropie della CMB e la mappa della Struttura su Larga Scala, tale correlazione risulta esser particolarmente sensibile al ISW e quindi alla presenza della Dark Energy.

3.2 Parametrizzazioni della Dark Energy

L'assenza di un consenso generale ad un modello in grado di dar conto dell'attuale accelerazione dell'universo rende necessaria un'esplorazione empirica di varie soluzioni, fino al raggiungimento di un accordo tra un modello teorico, di natura fenomenologica, e le osservazioni. Il parametro w dell'equazione di stato fornisce una buona descrizione fenomenologica per la dark energy; partendo dall'equazione di continuità:

$$\dot{\rho} + 3H(p + \rho) = 0, \quad (3.4)$$

si può sostituire l'equazione di stato a p per ottenere:

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln a} = -3(w + 1). \quad (3.5)$$

E' possibile quindi calcolare la densità di dark energy in funzione del redshift e/o del fattore di scala:

$$\rho_{\text{DE}}(a) = \rho_{\text{DE},0} \exp\left(-3 \int_1^a (1 + 3w(a')) d \ln a'\right), \quad (3.6)$$

$$\rho_{\text{DE}}(z) = \Omega_{\text{DE},0} \exp\left(3 \int_0^z (1 + 3w(z')) d \ln (1 + z')\right). \quad (3.7)$$

Se l'equazione di stato è costante $w = \text{cost}$ allora:

$$\frac{\rho_{\text{DE}}(z)}{\rho_{\text{DE}}(0)} = (1 + z)^{3(1+w)}. \quad (3.8)$$

La parametrizzazione più semplice è assumere w costante ed uguale a -1 ($w = -1$). In questa forma descrive una costante cosmologica, mancando però di descrivere altre possibili spiegazioni di dark energy, quali campi scalari o modelli di gravità modificata, in cui in genere w varia col tempo. In letteratura sono state esplorate diverse descrizioni a due parametri di w . Per esempio a basso redshift (Frieman, M. S. Turner e Huterer 2008):

$$w(z) = w_0 + w'z, \quad (3.9)$$

ed equivalentemente:

$$w(z) = w_0 + b \ln(1 + z). \quad (3.10)$$

Queste parametrizzazioni si rivelano irrealistiche ad alti redshift, perciò la seguente parametrizzazione (Linder 2003):

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a) = w_0 + w_a z / (1 + z) \quad (3.11)$$

è la più usata per descrivere la Dark Energy ad alti redshift.

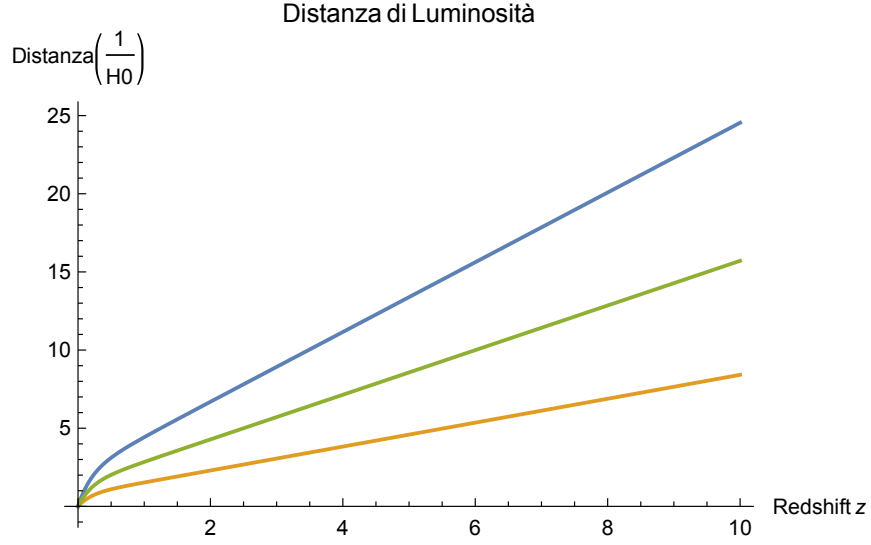


Figura 3.1: *Predizione della distanza di luminosità al variare della parametrizzazione di w ; in blu l'andamento per $w(z) = w_0 + w_a z / (1+z)$, in arancione usando $w(z) = w_0 + w'z$ e in verde per $w(z) = w_0 + b \ln(1+z)$.*

3.2.1 Distanza di Luminosità e Parametrizzazioni di DE

Si vuole ora mostrare l'andamento della distanza di luminosità a seconda della parametrizzazione scelta di Dark Energy. Nel paragrafo precedente sono state esposte tre parametrizzazioni dell'equazione di stato w che permettono di poter descrivere altre possibili spiegazioni di Dark Energy. Poiché la distanza di luminosità si può esprimere in funzione dei parametri di densità (equazione 3.20) e poiché la densità di Dark Energy dipende da w , allora l'andamento della distanza di luminosità cambierà a seconda della parametrizzazione di w scelta.

Utilizzando il software *Mathematica* si son sostituite le tre parametrizzazioni del paragrafo precedente (equazioni 3.9, 3.10, 3.11) nell'equazione della densità di Dark Energy ρ_{DE} (equazione 3.7); la densità di Dark Energy così calcolata è stata inserita nell'espressione della distanza di luminosità (3.20) ottenendo gli andamenti di Figura (3.1). In particolare è stato imposto il valore della densità di massa $\Omega_M = 0.3$ e per semplicità i parametri $w_0 = w_a = b = 1$. Dalla Figura (3.1) si può vedere come gli andamenti della distanza di luminosità cambino a seconda della parametrizzazione di Dark Energy adoperata; si può pertanto constatare la sensibilità della distanza di luminosità (nella forma data da 3.20) dai parametri cosmologici scelti e quindi dal modello considerato.

3.3 Alcune Problematiche legate alla DE

L'evidenza di una componente aggiuntiva al contributo energetico dell'Universo, la Dark Energy, ha fatto sorgere dei problemi per quanto concerne la sua natura, il suo rapporto con gli altri contributi energetici e i modelli cosmologici. Il Problema della Costante Cosmologica esprime l'incertezza sulla natura della Dark Energy e le discrepanze presenti tra predizioni teoriche ed evidenze empiriche, invece il Problema della Coincidenza e il Principio Antropico sono questioni prettamente interpretative piuttosto che fisiche.

3.3.1 Problema Costante Cosmologica

L'energia del vuoto sembra essere la candidata migliore per spiegare la Dark Energy, di conseguenza equivarrebbe matematicamente alla costante cosmologica con equazione di stato $w = -1 = \text{cost}$. La densità di energia richiesta per spiegare l'espansione accelerata è circa pari a tre quarti della densità critica:

$$\rho_\Lambda \sim \rho_{\text{crit},0} \sim 10^{-29} \frac{Kg}{cm^3} \sim 4 \cdot 10^{-47} GeV^4. \quad (3.12)$$

Ora, dalla fisica quantistica è noto che l'energia di punto zero di un oscillatore armonico è non-nulla e pari a $(1/2)\hbar\omega$ quindi per calcolare il valore della densità di energia del vuoto si integra su tutti i momenti :

$$\rho_\Lambda = \frac{1}{2} \sum_{fields} g_i \int_0^\infty \sqrt{k^2 + m^2} \frac{d^3k}{(2\pi)^2} = \infty \quad (3.13)$$

e il risultato diverge a infinito (nella formula m si riferisce alla massa dei campi, g_i ai gradi di libertà con $g_i = \pm 1$ rispettivamente per bosoni e fermioni). La densità di energia del vuoto ρ_Λ sarebbe quindi dovuta alle fluttuazioni quantistiche del vuoto, in accordo col principio di indeterminazione di Heisenberg: questo infatti impedisce ad una particella di rimanere ferma poiché, in tal caso, si conoscerebbero contemporaneamente posizione e impulso. Il vuoto ha perciò un'energia non nulla la cui evidenza sperimentale è data per esempio dall'effetto Casimir ¹ (teorizzato da Hendrik Casimir nel

¹L'effetto Casimir consiste in una forza attrattiva presente tra due piastre poste nel vuoto e non soggette a campi elettromagnetici; questa forza attrattiva è causata dalla continua creazione di particelle virtuali generate dalle fluttuazioni quantistiche (consistentemente col principio di indeterminazione). Sperimentalmente, poiché le due piastre poste nel vuoto sono distanti pochi micron, tra esse possono generarsi solamente particelle virtuali la cui lunghezza d'onda associata sia un sottomultiplo intero della distanza tra le piastre; l'interazione delle suddette particelle virtuali con le piastre causa una spinta che all'interno delle due piastre risulta minore di quella dovuta alle particelle virtuali create all'esterno.

1948 e verificato sperimentalmente nel 1997 da Steven Lamoreaux).

E' possibile fare una stima migliore dell'energia del vuoto troncando l'integrale in (3.13) alla scala di Planck ($\approx 10^{19} GeV$) dove ci si può aspettare che la teoria quantistica dei campi in una metrica classica dello spaziotempo non sia più valida, in questo modo la densità di energia del vuoto varrebbe $\rho_\Lambda \sim 10^{76} GeV^4$ eccedendo di 120 ordini di grandezza il valore misurato di ρ_Λ . Questo problema è detto Problema della Costante Cosmologica ed esprime la discrepanza tra le predizioni teoriche e il valore di energia del vuoto richiesto per dar conto dei dati osservativi. La Supersimmetria (SUSY) prevede un'ipotetica simmetria tra bosoni e fermioni così che nel modello standard della fisica delle particelle ogni fermione avrebbe un partner di eguale massa sotto forma di bosone, e viceversa, di modo che il contributo di fermioni e bosoni di punto zero si elida nel calcolare ρ_{vac} ; questa assunzione riduce la discrepanza tra valore calcolato e valore misurato a 60 ordini di grandezza, che son comunque un'enormità. Tuttavia nessuna delle particelle predetta dalla Supersimmetria è stata ancora osservata negli acceleratori, quindi esse devono essere più pesanti rispetto ai partner del modello standard.

Un approccio differente al problema si basa sull'idea che l'energia del vuoto possa assumere differenti valori in diverse regioni disconnesse dell'Universo; basandosi su una visione antropica² un valore troppo elevato precluderebbe la formazione di galassie e perciò non potremmo trovarci in una regione con un valore così elevato di ρ_{vac} . Questo approccio ha trovato uno sviluppo nella teoria delle stringhe in cui la costante cosmologica può praticamente avere ogni valore; questa struttura a multiuniverso fornirebbe una spiegazione ad un valore così basso della costante cosmologica. Inoltre sono in corso ricerche su una teoria gravitazionale differente dalla Relatività Generale in grado di risolvere il Problema della Costante Cosmologica : l'accelerazione dell'Universo potrebbe essere la manifestazione di una teoria gravitazionale differente dalla Relatività Generale.

3.3.2 Problema Coincidenza

Il Problema della Coincidenza si pone come questione per spiegare come, nell'era attuale, il rapporto tra dark matter e dark energy sia di circa 1:3; in

²Il Principio Antropico afferma che le cose che vediamo sono così in quanto se fossero diverse la vita come la conosciamo non esisterebbe. In particolare nella forma debole afferma che la misura di specifici parametri cosmologici può essere solo quella compatibile con l'esistenza di osservatori. E' interessante in quanto dopo secoli dalla Rivoluzione Copernicana ritorna il tema dell'uomo al centro dell'Universo; rimane tuttavia di interesse la citazione di Kolb e Turner "It is unclear to one of the authors how a concept so lame [as the anthropic principle] could have been elevated to a status of the principle."

maniere equivalente ci si può domandare come mai la transizione tra dominio della materia e quello della dark energy sia *avvenuto* proprio nell'epoca presente. In altri termini, poiché la densità di materia e dell'energia del vuoto (associata alla Costante Cosmologica nel modello Λ CDM) scalano diversamente, affinché nell'epoca presente ci sia un passaggio tra il dominio della materia a quello di Λ occorre che le densità al tempo attuale debbano circa coincidere (come mostrato dal grafico 1.1 a pagina 12). Conseguentemente la densità di energia oscura deve assumere un determinato valore nell'universo primordiale. Ricordando che le densità scalano nel seguente modo:

$$\rho_M \propto a^{-3} \qquad \rho_{\text{vac}} \propto a^{-3(1+w_{\text{vac}})} \qquad (3.14)$$

in cui w_{vac} è negativa e $w_{\text{vac}} \approx \text{costante}$, il seguente problema si riduce al ricavare dei vincoli sulle condizioni iniziali di ρ_{vac} ; il Problema della Coincidenza espresso in questi termini viene detto Coincidenza Debole.

Conclusioni

L'argomento centrale di questa tesi riguarda la nozione di distanza in cosmologia. Si è visto come non esista una maniera univoca di definirla (a causa principalmente dell'espansione dell'Universo), pertanto si sono introdotte le definizioni di distanza comovente, di luminosità, e di diametro angolare e, per due di queste, la loro applicazione in campo cosmologico.

La distanza di diametro angolare è applicabile alla Radiazione di Fondo Cosmico nelle Microonde (CMB), cosicché si possa stabilire una relazione tra: distanza di diametro angolare, orizzonte sonoro e i picchi acustici nello spettro di potenza. La CMB è sensibile ai parametri cosmologici e, poiché è la radiazione emessa all'epoca della Ricombinazione che non ha più interagito con la materia, è un'immagine dell'Universo così com'era 380.000 anni dopo il Big Bang: le anisotropie in temperatura della CMB riflettono quelle del fluido foto-barionico nell'epoca del Last Scattering. Queste si sono sviluppate nel tempo tramite processi gravitazionali ³ cosicché la distribuzione delle anisotropie nella CMB è correlata alla distribuzione delle Strutture su Larga Scala. Gran parte della tesi si è concentrata sulla distanza di luminosità e la sua applicazione a standard candle, quali sono le Supernovae di tipo Ia, ai fini di stimare i valori di alcuni parametri cosmologici. Il risultato mostra un Universo dominato energeticamente dalla Dark Energy che guida attualmente un'espansione accelerata. La Dark Energy, nel modello cosmologico che fitta meglio i dati (Λ CDM), è identificata mediante l'equazione di stato $w = -1$, rappresentata matematicamente da una costante cosmologica Λ (interpretata come energia quantistica del vuoto); l'equazione di stato in questa forma però non descrive altre possibili spiegazioni di Dark Energy, come campi scalari o modelli di gravità modificata. Per questo motivo in letteratura sono state esplorate differenti parametrizzazioni dell'equazione di

³In questo scenario si collocano i modelli Inflazionari che prevedono una forte espansione in una fase primordiale dell'Universo in grado di generare le irregolarità iniziale della metrica RW; questo poi porteranno, tramite processi gravitazionali, alla formazione di strutture. L'inflazione è in grado inoltre di spiegare la piatezza dell'Universo e l'elevato grado di isotropia della CMB (il problema dell'orizzonte).

stato per la Dark Energy in cui w evolve nel tempo. Di conseguenza la predizione dell'andamento della distanza di luminosità rispetto al redshift cambia in base alla parametrizzazione di w scelta, in quanto è possibile esprimere la distanza di luminosità in funzione dei parametri di densità; a questo proposito è stato fatto un semplice fit della distanza di luminosità utilizzando le tre parametrizzazioni di Dark Energy introdotte nel terzo capitolo così da verificare la sensibilità della distanza di luminosità dalla parametrizzazione di w . In fine l'interpretazione della costante cosmologica come energia quantistica del vuoto ha intrinsecamente delle difficoltà in quanto il valore teorico si discosta di 120 ordini di grandezza dal valore richiesto per poter spiegare i dati (il Problema della Costante Cosmologica).

Appendice

Si vuole mostrare come ricavare l'espressione della distanza di luminosità in funzione dei parametri cosmologici, cioè l'equazione (3.20). Definiamo R come il fattore di espansione relativo al tempo attuale :

$$R = \frac{a}{a_0} = \frac{1}{1+z}, \quad (3.15)$$

in cui a è il fattore di scala (il cui valore al tempo attuale è indicato con a_0) e z è il redshift. Si definisca inoltre la variabile adimensionale $\tau = H_0 t$ cosicché la prima equazione di Friedmann (1.3) si possa riscrivere come (Carroll, Press e E. L. Turner 1992):

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^2 = 1 + \Omega_M \left(\frac{1}{R} - 1\right) + \Omega_\Lambda (R^2 - 1). \quad (3.16)$$

Operando un cambio di variabili all'equazione precedente (passando da R a z e da τ a t) è possibile ottenere l'espressione che lega il tempo trascorso da t_1 fino al tempo attuale t_0 con il redshift z e i parametri di densità:

$$t_0 - t_1 = H_0^{-1} \int_0^{z_1} (1+z)^{-1} [(1+z)^2(1 + \Omega_M z) - z(2+z)\Omega_\Lambda]^{-1/2} dz \quad (3.17)$$

Si consideri la metrica RW (equazione 1.1) per un raggio di luce che si propaga radialmente da $r = 0$ ad $r = r_0$, con $d\phi = d\theta = 0$:

$$\frac{dr}{ct} = \frac{\sqrt{1 - kr^2}}{a(t)}. \quad (3.18)$$

Moltiplicando la precedente equazione per a_0 , usando l'equazione (3.17) e le seguenti relazioni (che legano quantità misurabili con quantità non misurabili):

$$(1+z) = \frac{a_0}{a_1}, \quad d_L = \frac{a_0^2 r_1}{a_1}, \quad (3.19)$$

si ottiene l'espressione della distanza di luminosità in funzione dei parametri cosmologici di densità e del redshift :

$$d_L = cH_0^{-1}(1+z)|\Omega_k|^{-1/2} \sin n \left\{ |\Omega_k|^{1/2} \int_0^z [(1+z)^2(1+\Omega_M z) - z(2+z)\Omega_\Lambda]^{-1/2} dz \right\}. \quad (3.20)$$

Bibliografia

- Carroll, S. M., W. H. Press e E. L. Turner (1992). «The cosmological constant». In: ARA&A 30, pp. 499–542.
- Dodelson, Scott (2003). *Modern Cosmology*. Academic Press.
- Franceschini, Alberto (2005). *Corso di Cosmologia*.
- Freedman, W. L. et al. (2001). «Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant». In: ApJ 553, pp. 47–72.
- Frieman, J. A., M. S. Turner e D. Huterer (2008). «Dark Energy and the Accelerating Universe». In: ARA&A 46, pp. 385–432.
- Goobar, A. e B. Leibundgut (2011). «Supernova Cosmology: Legacy and Future». In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 61, pp. 251–279.
- Hamuy, M. et al. (1996). «BVRI Light Curves for 29 Type IA Supernovae». In: AJ 112, p. 2408.
- Hogg, D. W. (1999). «Distance measures in cosmology». In: *ArXiv Astrophysics e-prints*.
- Hunterer, Dragan. *Dark Energy and the Accelerating Universe*. University of Michigan.
- Jimenez, Raul et al. (1996). «Ages of globular clusters: a new approach». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 282.3, pp. 926–942. URL: <http://mnras.oxfordjournals.org/content/282/3/926.abstract>.
- Liddle, Andrew (2003). *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley.
- Marigo, Paola. *Theoretical Astrophysics*.
- Perlmutter, S. et al. (1997). «Measurements of the Cosmological Parameters Ω and Λ from the First Seven Supernovae». In: ApJ 483, pp. 565–581.
- Riess, A. G. et al. (1998). «Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant». In: AJ 116, pp. 1009–1038.

- Tinsley, B. M. e J. E. Gunn (1976). «Evolutionary synthesis of the stellar population in elliptical galaxies. I - Ingredients, broad-band colors, and infrared features». In: ApJ 203, pp. 52–62.