

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Sede di Vicenza

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE
DEL PRODOTTO



**Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria
dell'Innovazione del Prodotto**

APPROCCI LOCALI E CALCOLO DELLA T
STRESS MEDIANTE L'UTILIZZO DI MESH RADE

Relatore: Prof. Ing. Filippo Berto

Laureando: Massimo Tognon

ANNO ACCADEMICO 2015 - 2016

Ai miei genitori

Abstract

In questo lavoro di tesi si è affrontato il problema del calcolo efficiente, attraverso analisi agli elementi finiti, di due parametri fondamentali nella progettazione di strutture ed organi meccanici: la T stress e lo Stress Intensity Factor di Modo III K_3 . Si evidenzia come in ambito lavorativo ingneristico le analisi agli elementi finiti siano il mezzo maggiormente utilizzato nella progettazione meccanica, questo comporta una notevole automazione del processo di progettazione che però soffre tutt'ora di notevoli inefficienze nel calcolo di alcuni parametri fondamentali, come quelli sopra citati, dovute alla complessità dei modelli realizzati ed alle tecniche di calcolo macchinose ancora attulamente adottate. Esattamente su questo si focalizza il lavoro qui presentato, volendo testare e sviluppare nuove metodologie di analisi da applicare a software agli elementi finiti in modo tale da garantire una maggior efficienza ed efficacia in tutte le fasi del processo di progettazione, partendo dalla realizzazione del modello FEM fino allo svolgimento delle analisi ed all'ottenimento dei risultati.

Sommario

Introduzione	1
Capitolo 1	3
Nascita e definizione della T stress	3
1.1 Le origini della T stress	3
1.2 Cenni ai metodi di calcolo sviluppati in letteratura	4
1.1.1 Weight Function Technique	4
1.1.2 Stress Difference Method	5
Capitolo 2	7
Cenni sul codice di calcolo Ansys®	7
2.1 Il codice di calcolo FEM Ansys®	7
Capitolo 3	9
Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading [32]	9
Abstract.....	9
3.1 Introduzione	10
3.2 Revisione dei metodi correnti per il calcolo della T	12
3.3 Determinazione della T attraverso l'utilizzo dell'analisi agli elementi finiti	13
3.3.1 Modo I.....	14
3.3.2 Modo misto I/II	15
3.4 Risultati dell'analisi agli elementi finiti utilizzando il nuovo metodo.....	17
3.4.1 Modo I.....	17
3.4.2 Modo Misto I/II	18
3.5 Discussione	20
3.6 Conclusioni.....	21
Capitolo 4	23
Studio effettuato sull'articolo trattato	23
4.1 Modo I.....	23
4.1.1 SEN specimen.....	23
4.1.1.1 Mesh fine.....	24

4.1.1.2 Mesh rada.....	29
4.1.1.3 Mesh molto rada	31
4.1.1.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati dell'articolo per SEN specimen	33
4.1.2 DEN specimen	36
4.1.2.1 Mesh fine.....	37
4.1.2.2 Mesh rada.....	42
4.1.2.3 Mesh molto rada	44
4.1.2.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati dell'articolo per DEN specimen	46
4.2 Modo misto I/II	49
4.2.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$	49
4.2.1.1 Mesh fine.....	51
4.2.1.2 Mesh rada.....	57
4.2.1.3 Mesh molto rada	59
4.2.1.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati articolo per provino con cricca centrale inclinata ampiezza $2a = 2\text{mm}$	62
4.2.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$	64
4.2.2.1 Mesh fine.....	65
4.2.2.2 Mesh rada.....	70
4.2.2.3 Mesh molto rada	73
4.2.2.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati articolo per provino con cricca centrale inclinata ampiezza $2a = 40\text{mm}$	76
4.3 Modo I/II applicato a mesh molto rade regolari	78
4.3.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$	78
4.3.1.1 Confronto con i valori ottenuti dalle analisi precedenti	82
4.3.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$	84
4.3.2.1 Confronto con i valori ottenuti dalle analisi precedenti	88
Capitolo 5	89
Applicazione del metodo delle tensioni a mesh rade	89
5.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh rada	89
5.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh molto rada.....	92

5.3 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh molto rada regolare	94
5.4 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$ e mesh rada	97
5.5 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$ e mesh molto rada	99
5.6 Piastra con ampiezza cricca $2a=40\text{mm}$ e mesh molto rada regolare.....	102
5.7 Confronto tra i risultati ottenuti.....	104
5.7.1 Confronto nel caso di piastra con cricca di ampiezza $2a = 2\text{mm}$	104
5.7.2 Confronto nel caso di piastra con cricca di ampiezza $2a = 40\text{mm}$	106
Capitolo 6	109
Analisi della densità di energia di deformazione elastica in alberi con intagli a “V” ottenuta grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con valori analitici	109
6.1 Modelli analizzati e definizioni	109
6.1.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca)	112
6.1.1.1 Mesh fine.....	112
6.1.1.2 Mesh rada.....	117
6.1.2 Albero con apertura intaglio 30°	121
6.1.2.1 Mesh fine.....	121
6.1.2.2 Mesh rada.....	126
6.1.3 Albero con apertura intaglio 60°	129
6.1.3.1 Mesh fine.....	129
6.1.3.2 Mesh rada.....	134
6.1.4 Albero con apertura intaglio 90°	138
6.1.4.1 Mesh fine.....	138
6.1.4.2 Mesh rada.....	143
6.1.5 Albero con apertura intaglio 120°	146
6.1.5.1 Mesh fine.....	146
6.1.5.2 Mesh rada.....	151
6.1.6 Albero con apertura intaglio 135°	154
6.1.6.1 Mesh fine.....	154
6.1.6.2 Mesh rada.....	159
6.1.7 Albero con apertura intaglio 150°	162

6.1.7.1 Mesh fine.....	162
6.1.7.2 Mesh rada.....	167
6.2 Confronto tra i valori di SED ottenuti	170
Capitolo 7	173
Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K3, in alberi con intagli a “V” ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico	173
7.1 Considerazioni sui modelli analizzati	173
7.2 Alberi con intaglio di profondità $a = 10\text{ mm}$	174
7.2.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca)	174
7.2.1.1 Mesh fine.....	174
7.2.1.2 Mesh rada.....	179
7.2.2 Albero con apertura intaglio 30°	183
7.2.2.1 Mesh fine.....	183
7.2.2.2 Mesh rada.....	188
7.2.3 Albero con apertura intaglio 60°	192
7.2.3.1 Mesh fine.....	192
7.2.3.2 Mesh rada.....	197
7.2.4 Albero con apertura intaglio 90°	201
7.2.4.1 Mesh fine.....	201
7.2.4.2 Mesh rada.....	206
7.2.5 Albero con apertura intaglio 120°	210
7.2.5.1 Mesh fine.....	210
7.2.5.2 Mesh rada.....	215
7.2.6 Albero con apertura intaglio 135°	219
7.2.6.1 Mesh fine.....	219
7.2.6.2 Mesh rada.....	224
7.2.7 Albero con apertura intaglio 150°	228
7.2.7.1 Mesh fine.....	228
7.2.7.2 Mesh rada.....	233
7.2.8 Confronto dei risultati ottenuti sugli alberi con intaglio $a=10\text{mm}$	237

7.3 Alberi con profondità di intaglio $a = 50$ mm.....	238
7.3.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca).....	239
7.3.1.1 Mesh fine.....	239
7.3.1.2 Mesh rada.....	243
7.3.2 Albero con apertura intaglio 30°	246
7.3.2.1 Mesh fine.....	246
7.3.2.2 Mesh rada.....	250
7.3.3 Albero con apertura intaglio 60°	253
7.3.3.1 Mesh fine.....	253
7.3.3.2 Mesh rada.....	257
7.3.4 Albero con apertura intaglio 90°	260
7.3.4.1 Mesh fine.....	260
7.3.4.2 Mesh rada.....	264
7.3.5 Albero con apertura intaglio 120°	267
7.3.5.1 Mesh fine.....	267
7.3.5.2 Mesh rada.....	271
7.3.6 Confronto dei risultati ottenuti sugli alberi con intaglio $a=50$ mm.....	274
Capitolo 8	277
Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni K3 per un albero con intaglio a C non raccordata	277
8.1 Considerazioni sul modello analizzato.....	277
8.1.1 Mesh fine.....	278
8.1.2 Mesh rada.....	286
Capitolo 9	293
Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K3, in alberi con intagli a “mezza V” ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico	293
9.1 Considerazioni sui modelli analizzati.....	293
9.1.1 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 30^\circ$	294
9.1.1.1 Mesh fine.....	295
9.1.1.2 Mesh rada.....	299

9.1.2 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 60^\circ$	302
9.1.2.1 Mesh fine.....	302
9.1.2.2 Mesh rada.....	307
9.1.3 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 75^\circ$	310
9.1.3.1 Mesh fine.....	310
9.1.3.2 Mesh rada.....	315
9.1.4 Confronto tra i risultati ottenuti per gli alberi con intagli a mezza V	318
Capitolo 10	321
Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K3, in alberi con intagli a V asimmetrica ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico	321
10.1 Considerazioni sui modelli analizzati	321
10.1.1 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 30^\circ$	322
10.1.1.1 Mesh fine.....	323
10.1.1.2 Mesh rada	327
10.1.2 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 45^\circ$	330
10.1.2.1 Mesh fine.....	330
10.1.2.2 Mesh rada	335
10.1.3 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 60^\circ$	338
10.1.3.1 Mesh fine.....	338
10.1.3.2 Mesh rada	343
10.1.4 Confronto tra risultati ottenuti per alberi con intagli a V asimmetrica	346
Capitolo 11	349
Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K3, in alberi con intagli a “V” alla riduzione minima degli elementi nella mesh	349
11.1 Considerazioni sui modelli analizzati	349
11.2 Analisi svolte e risultati ottenuti.....	350
11.2.1 Mesh molto rada.....	350
11.2.2 Mesh minimale	351
11.2.3 Confronto tra risultati ottenuti con mesh molto rada e minimale.....	353
11.3 Confronto tra tutti i risultati ottenuti con tutte le mesh analizzate	354

Conclusioni	357
Bibliografia	359

Introduzione

Questo lavoro di tesi si struttura in due diverse sezioni. Nella parte iniziale viene effettuato uno studio teorico di origine analitica associato ad una analisi computazionale mediante modellazione FEM di quanto riportato sulla pubblicazione scientifica scritta da *M.R. Ayatollahi, M.J. Pavier e D.J. Smith* dal titolo *“Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading”*. Nella seconda parte invece si riporta un articolato lavoro di analisi dello Stress Intensity Factor di Modo III K_3 in alberi intagliati a V di diverse geometrie, il tutto viene effettuato utilizzando in maniera intensiva il software di calcolo ANSYS. La parte introduttiva prevede che vi sia una esposizione delle teorie alla base della meccanica della frattura con un occhio di riguardo alla T stress ed ai campi tensionali in componenti criccati e intagliati. Successivamente, dopo una rapida esposizione dei principi secondo i quali il software FEM effettua le computazioni, si riporta la traduzione in italiano dell'articolo studiato. La stesura della tesi prosegue poi con lo studio della T stress seguendo i passi dell'articolo precedentemente riportato e verificando la bontà dei risultati ottenuti, sarà quindi approfondita la trattazione andando ad analizzare delle mesh molto diradate osservando l'andamento dei risultati ottenuti e confrontandoli con quelli ricavati in precedenza. La prima parte della tesi si conclude con il confronto dei valori ottenuti attraverso una mesh rada regolare e una mesh rada grossolana. Saranno utilizzati dei criteri presenti in letteratura ed un approccio innovativo ancora in studio, per realizzare tutto questo sarà utilizzato il software FEM con in quale è stato possibile generare diverse geometrie, tutte riconducibili al caso proposto nella trattazione scientifica.

La seconda parte della tesi prosegue trattando il calcolo dello Stress Intensity Factor di Modo III K_3 attraverso l'utilizzo della densità di energia di deformazione (Strain Energy Density SED) necessaria per l'impiego di mesh rade. Anche in questa seconda parte sarà fatto ampio uso del software FEM per la realizzazione di tutte le geometrie trattate.

L'obiettivo principale del lavoro di tesi è quello di ottenere parametri fondamentali nella progettazione, come la T stress ed il K_3 , attraverso l'impiego di mesh molto rade realizzate con il minor numero di elementi possibile, in modo tale da garantire una corretta, efficace ed efficiente realizzazione del lavoro, poiché soprattutto nel mondo professionale ogni secondo in più impiegato per il raggiungimento dell'obiettivo è denaro sprecato.

Capitolo 1

Nascita e definizione della T stress

1.1 Le origini della T stress

Prima di definire la T stress elastica è necessario fare un passo indietro alle equazioni di Westergaard. Queste rappresentano indubbiamente il metodo maggiormente utilizzato per la definizione e la comprensione dei campi di tensione in provini criccati, giocando un importante ruolo nello sviluppo della meccanica della frattura lineare elastica (linear elastic fracture mechanics LEFM). Nel 1939 Westergaard [1] sviluppò la descrizione dei campi di tensione biassiali per le cricche interne in cilindri pressurizzati. Dimostrò come “in un ristretto ma importante gruppo di casi, le tensioni normali e la tensione di taglio, lungo le direzioni x e y all’apice della cricca erano definite nella seguente forma” [2]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

I corrispondenti termini dell’equazione 1 sono illustrati nella Figura 1. Per le cricche sollecitate a Modo I, la condizione al contorno $\tau_{xy} = 0$ lungo l’intero asse x, è automaticamente soddisfatta dall’equazione precedente. Le equazioni di Westergaard, originariamente sviluppate per campi di tensione biassiali, sono state conseguentemente applicate anche per carichi uniassiali. Tuttavia queste producono una componente di tensione σ_x allo spigolo di bordo della cricca lungo l’asse della cricca nel caso di carichi puramente uniassiali. Questo era atteso essendo la soluzione di Westergaard sviluppata per carichi biassiali. Per eliminare questa componente trasversale, Irwin [3] suggerì l’uso di una componente di tensione trasversale chiamata T stress.

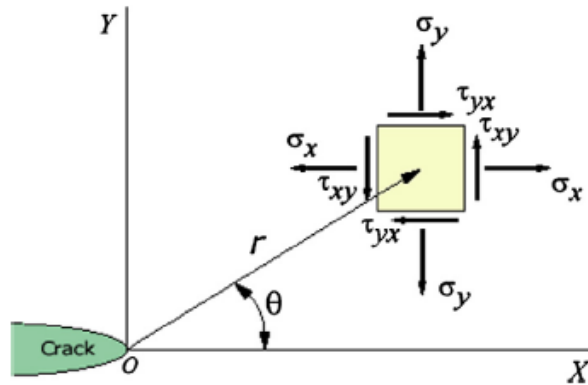


Figura 1: Parametri all’apice della cricca

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right\} - \sigma_{0x} \quad (2)$$

L'inclusione della tensione non singolare σ_{0x} o T-stress, ha spiegato l'inclinazione osservata delle bande isocromatiche che si ripetevano dalla normale, nel lavoro di Wells e Post [4]. Più tardi, Williams [5] dimostrò la presenza della T stress in una cricca di bordo attraverso l'espansione delle serie agli autovalori dei campi di tensione. Da allora in poi la T stress è stata ampiamente considerata come la tensione che agisce parallelamente all'apice della cricca in direzione x.

1.2 Cenni ai metodi di calcolo sviluppati in letteratura

Nel corso degli anni sono stati eseguiti molti studi e sviluppati numerosi metodi per il calcolo della T stress, di seguito saranno brevemente descritti i principali approcci sviluppati:

1. Weight function technique
2. Stress difference method

1.1.1 Weight Function Technique

Il concetto di Weight function, o alternativamente funzione di Green, è stato introdotto da Bueckner [6] ed è basato nella rappresentazione analitica della funzione dei campi elastici nei materiali isotropici. Egli dimostrò come i fattori di intensificazione delle tensioni (stress intensity factors SIF) dovuti ad un insieme arbitrario di carichi applicati potessero essere ottenuti dall'integrazione, oltre la lunghezza di cricca, del prodotto tra i carichi e la weight function. L'espressione dell'integrale è la seguente per K_I e la T:

$$K_I = \sqrt{w} \int_0^a h(x, a) \sigma_y(x) dx$$

$$T = \sqrt{w} \int_0^a t(x, a) \sigma_y(x) dx \quad (3)$$

Dove a ed x sono rispettivamente la lunghezza e la coordinata adimensionali, definite come $a = a/w$ ed $x = x/w$. I contributi delle tensioni sono pesati dalle weight function (h e t) dipendenti dalla posizione x in cui agisce σ_y .

In [7-26] Fett con altri ricercatori produsse una soluzione per la T stress per una serie di problemi, come ad esempio un piatto rettangolare con cricca di bordo e dischi circolari internamente criccati.

La weight function technique per la valutazione della T stress è semplice da implementare e permette di ottenere soluzioni abbastanza accurate. Molti ricercatori hanno dimostrato la semplicità d'utilizzo di quest'approccio nel calcolo della T stress per vari casi come: carichi a Modo I [25], cricche circonferenziali nei cilindri [26], cricche in piatti di dimensioni semi-infinite [27] e per cricche a modo misto utilizzando le weight functions di secondo ordine similmente alle weight functions di Bueckner e Rice [28].

1.1.2 Stress Difference Method

Lo Stress Difference Method definito da Youg e Ravi-Chandar [29] si caratterizza, rispetto agli altri metodi presenti in letteratura, per la sua semplicità di definizione e di applicazione. Gli autori notarono la presenza di errori numerici nei metodi di ispezione presenti in letteratura (boundary layer method [30], path-independent I-integral method [31]); per ovviare a questo problema venne definito un nuovo metodo di ispezione, lo stress difference method, atto al calcolo della T stress attraverso l'equazione:

$$T = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \quad (4)$$

Per $\theta = 0^\circ$. Quest'equazione è in buon accordo con la seguente:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + O(r^{1/2}). \quad (5)$$

L'idea dietro questo metodo si basa sul fatto che l'errore dietro il calcolo dei valori di σ_{11} e σ_{22} , basati sulla stessa soluzione, varia in base al punto d'ispezione nella stessa maniera. La loro differenza quindi elimina gli errori risultando effettivamente in una valutazione accurata della T stress. Praticamente la T stress può essere ottenuta eseguendo la differenza $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ in un punto vicino all'apice della cricca oppure analogamente attraverso l'estrapolazione della differenza $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ per alcuni punti davanti all'apice della cricca.

Capitolo 2

Cenni sul codice di calcolo Ansys®

In questo capitolo verrà brevemente introdotto il software FEM utilizzato nelle analisi effettuate in questo lavoro di tesi. Si riportano i comandi essenziali e le funzionalità dello stesso nonché la successione delle operazioni che si devono eseguire affinché il programma di calcolo sia in grado di risolvere le analisi proposte.

2.1 Il codice di calcolo FEM Ansys®

Il software ANSYS® (sviluppato da EnginSoft®) è un codice di calcolo che considera le tre dimensioni dello spazio ed utilizza la tecnica degli elementi finiti per discretizzare dei domini solidi di forma qualsiasi. Il metodo degli elementi finiti (l'acronimo FEM si traduce in *Finite Element Method*) consente di determinare la soluzione numerica approssimata di un sistema di equazioni differenziali mediante la risoluzione di un sistema di equazioni algebriche, solitamente lineari, equivalenti. Il metodo rappresenta un potente strumento di analisi strutturale che consente lo studio di strutture vincolate e caricate in diverso modo. Ad esempio nel caso di un mezzo elastico che occupa un determinato dominio, le incognite sono rappresentate dalle componenti di spostamento del generico punto del continuo le quali devono soddisfare le equazioni differenziali all'interno del dominio (equazioni di equilibrio indefinite, equazioni di congruenza, legame costitutivo) e sul contorno (condizioni al contorno sugli spostamenti o sulle tensioni). Il dominio viene quindi suddiviso in un numero finito di sottodomini chiamati elementi finiti (Figura 2). Gli spostamenti incogniti sono calcolati in alcuni punti degli elementi (nodi) e approssimati in tutti gli altri mediante prefissate funzioni (di interpolazione o di forma)

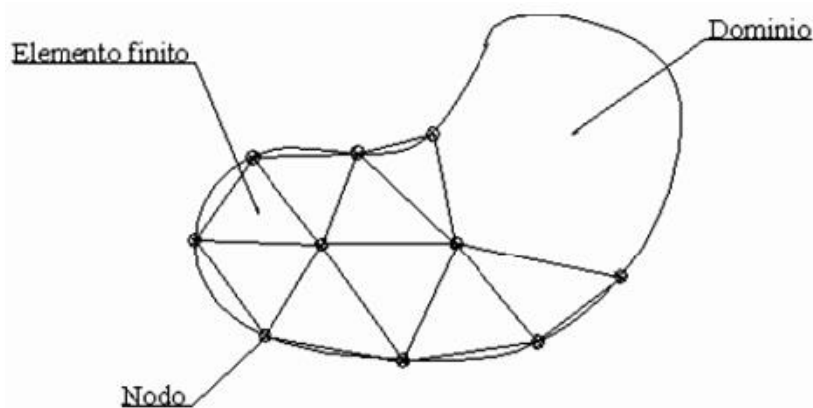


Figura 2: Esempio di discretizzazione di un solido in elementi finiti

Il codice ANSYS contiene un database molto grande che raccoglie tutti i dati di input e tutti i risultati ottenuti. Il programma permette di effettuare vari tipi di analisi, dalle più semplici (di tipo statico in campo elastico-lineare) alle più complesse trattando la quasi totalità dei casi che possono verificarsi nell'ambito di progettazione e verifica strutturale. La procedura standard da eseguire per effettuare una analisi strutturale basilare con il codice di calcolo è la seguente: - costruzione del modello solido - applicazione dei carichi, esecuzione del calcolo e ottenimento della soluzione - analisi dei risultati. La costruzione del modello è senza dubbio la parte di analisi che richiede maggior tempo. In questa fase, occorre specificare oltre al nome ed al titolo del lavoro anche i tipi di elementi (*element type*) che verranno utilizzati nella mesh, le costanti reali (*element constants*) di ogni elemento, le proprietà dei materiali impiegati (*material properties*) ed infine la geometria del modello (*model geometry*). La libreria presente nel codice contiene oltre 80 tipi di elementi, le cui principali categorie sono le seguenti: BEAM, COMBINation, CONTACT, FLUID, HYPERelastic, INFINite, LINK, MASS, MATRIX, PIPE, PLANE, SHELL, SOLID, SOURCE, SURFace, USER, VISCOelastic. Le costanti reali sono proprietà specifiche di un dato tipo di elemento (per esempio il valore del raggio interno ed esterno per gli elementi PIPE, un'area, la lunghezza di un arco, etc.) Le proprietà del materiale, richieste da molti tipi di elementi, possono essere definite costanti o lineari (anche dipendenti dalla temperatura secondo un polinomio di quarto grado o secondo una tabella di valori), non lineari o anisotrope. La creazione del modello può essere effettuata generando prima la geometria del modello e successivamente il programma effettua la mesh in automatico producendo nodi ed elementi (è possibile controllare la forma e la grandezza dei singoli elementi). Oppure il tipo di discretizzazione del continuo viene definito manualmente con la quale l'utente definisce, in base alle esigenze d'analisi, la posizione di ciascun nodo che costituirà gli elementi.

I carichi che possono essere applicati alla struttura sono di vario tipo: forces, definiscono le forze concentrate; surface loads: definiscono i carichi superficiali; body loads: definiscono i carichi di massa; inertia loads: definiscono il carico inerziale. Esistono anche numerosi tipi di vincoli da poter applicare al componente virtuale. L'analisi dei risultati avviene nel *postprocessing* del codice e permette di ottenere i files che contengono i valori numerici di tensioni, deformazioni, spostamenti, etc, oppure di visualizzare la distribuzione degli stessi valori direttamente sul modello evidenziandone l'andamento in immagini tridimensionali ed a colori. I dati ottenuti in uscita dall'analisi vengono normalmente rielaborati mediante l'uso di un foglio di calcolo al fine di ottenere tabulati e grafici utili allo studio del caso trattato.

Capitolo 3

Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading [32]

M.R. AYATOLLAHI, M.J. PAVIER and D.J. SMITH

Abstract

La tensione elastica T-stress è stata riconosciuta come una misura della costrizione attorno l'apice della cricca nei problemi a cedimento contenuto. Una revisione della letteratura indica che la maggior parte dei metodi per l'ottenimento della T stress sono limitati a geometrie e condizioni di carico semplici. Questo articolo esplora direttamente l'uso delle analisi agli elementi finiti per il calcolo della T stress. E' mostrato come per il modo I si ottengano risultati più affidabili, utilizzando mesh meno rifinite, grazie all'utilizzo degli spostamenti nodali lungo i fianchi della cricca. Questo metodo è anche suggerito per il calcolo della T stress per qualunque carico in modo misto I/II senza la necessità di calcolare i fattori di intensificazione delle tensioni (SIF). I risultati ottenuti con i metodi proposti sono in buon accordo con quelli ricavati analiticamente.

La T-stress sarà poi determinata per una configurazione di test realizzata per investigare la frattura duttile e fragile in caso di carichi a modo misto. E' mostrato come per un carico di taglio, in un provino criccato, la T stress svanisca solo quando sia presente un vero campo di deformazione antisimmetrico. Tuttavia nella pratica difficilmente questo accade e la presenza della T stress, nel caso di sollecitazioni a taglio, è spesso inevitabile. E' mostrato come in molti casi il valore della T stress in caso di taglio sia molto maggiore rispetto a quello ottenuto nel caso di tensione. E' investigato anche l'effetto della lunghezza della cricca.

3.1 Introduzione

Le tensioni lineari elastiche nel piano in un intorno dell'apice della cricca sono descritte attraverso campi simmetrici e antisimmetrici, chiamati di modo I e di modo II rispettivamente. Le tensioni per ognuno dei campi possono essere scritte come espansioni di serie di autovalori (Williams, 1957). Vicino all'apice della cricca, dove i termini di ordine maggiore dell'espansione della serie sono trascurabili, le tensioni per il modo I sono:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{1}{2}\theta [1 - \sin \frac{1}{2}\theta \sin \frac{1}{2}(3\theta)] + T + O(r^{1/2}), \quad (6a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{1}{2}\theta [1 - \sin \frac{1}{2}\theta \sin \frac{1}{2}(3\theta)] + O(r^{1/2}), \quad (6b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{1}{2}\theta \sin \frac{1}{2}\theta \cos \frac{1}{2}(3\theta) + O(r^{1/2}) \quad (6c)$$

e per il modo II sono:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{1}{2}\theta [2 + \cos \frac{1}{2}\theta \cos \frac{1}{2}(3\theta)] + O(r^{1/2}), \quad (7a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{1}{2}\theta \cos \frac{1}{2}\theta \cos \frac{1}{2}(3\theta) + O(r^{1/2}), \quad (7b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{1}{2}\theta [1 - \sin \frac{1}{2}\theta \sin \frac{1}{2}(3\theta)] + O(r^{1/2}), \quad (7c)$$

dove K_I e K_{II} sono i fattori di intensificazione delle tensioni (SIF) rispettivamente di modo I e II, r , θ , x e y sono le coordinate nei convenzionali sistemi di riferimento polare e cartesiano con l'origine posizionata all'apice della cricca. Il termine T , una tensione costante e parallela alla cricca, è dovuto esclusivamente alla componente simmetrica del carico e svanisce per puro modo II. Per normalizzare l'effetto della T relativo al fattore di intensificazione delle tensioni in modo I, Leivers e Radon (1983) proposero un parametro adimensionale chiamato rapporto di biassialità B , dove:

$$B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K_I} \quad (8)$$

in cui a è la lunghezza della cricca. L'equazione (8) può essere estesa al modo misto se K_I è sostituito da un fattore di intensificazione delle tensioni effettivo K_{eff} definito come:

$$K_{\text{eff}} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}. \quad (9)$$

Ci sono casi in cui la T stress è grande se comparata ai termini singolari in (6) e (7). Questo si verifica per esempio, per una cricca interna inclinata, quando l'angolo β tra la linea di cricca e la direzione del carico tende a zero. Quando la cricca è parallela alla direzione del carico e quindi $\beta = 0$, è la sola T stress a descrivere i campi di tensione nel corpo e tutti gli altri termini in (6) e (7) svaniscono (Haefele e Lee, 1995).

Nei problemi di cricche in campo elasto-plastico, le tensioni nella zona plastica sono rappresentate dall'integrale indipendente di percorso J che è direttamente in relazione con i fattori di intensificazione delle tensioni nei problemi lineari elastici. Le teorie classiche della meccanica della frattura assumono che in modo I un singolo parametro, come K_I o J , può caratterizzare lo stato di tensione e deformazione vicino all'apice della cricca. Utilizzando una formulazione per lo stato di confine Larsson and Carlsson (1973) hanno mostrato come nel caso di cedimento in piccola scala, la T stress può avere un significativo effetto nella dimensione e nella forma della zona plastica sviluppatasi attorno all'apice della cricca.

Studi sperimentali hanno anche dimostrato come la tenacità a frattura, di un dato materiale, dipende considerabilmente dalle dimensioni e dalla forma del corpo criccato (si veda per esempio Kirk e al., 1993 e Sorensen e al., 1991). Questi studi implicano che un singolo parametro non è sufficiente per descrivere a pieno lo stato di tensione e l'inizio della frattura. Betegon e Hancock (1991) hanno dimostrato come la T stress possa essere utilizzata come secondo parametro, in aggiunta a J , per caratterizzare a pieno i campi all'apice della cricca in cedimento contenuto. Essi indicarono come in modo I, il dominio di J è mantenuto quando T è in tensione mentre la perdita del dominio di J corrisponde a valori negativi della T. I loro risultati dimostrarono anche come la tenacità a frattura ottenuta da test su provini standard, come ad esempio il *compact tension*, potesse essere piuttosto conservativa. Un simile analisi era stata fatta da Du e al. (1991) per un carico a modo misto.

Tradizionalmente, i test di frattura sono effettuati su geometrie quali la *compact tension* che possiede un'alta costrizione all'apice della cricca e fornisce un limite basso della stima della tenacità a frattura. Sebbene l'utilizzo dei valori di tenacità ottenuti assicuri la sicurezza dei corpi criccati, nella pratica la costrizione all'apice della cricca nelle strutture reali è spesso inferiore. Questo è conservativo nella valutazione del cedimento delle strutture. Per evitare un'eccessiva conservazione la tenacità a frattura dovrebbe essere misurata usando provini aventi lo stesso livello di costrizione della struttura difettosa. Questo richiede un parametro appropriato per la valutazione della costrizione all'apice della cricca. Studi analitici e sperimentali hanno

dimostrato che la T può essere usata come misura della costrizione nel cedimento contenuto, si veda ad esempio Hancock e al. (1993) e Sumpter (1993). E' risaputo che i provini che hanno una T positiva hanno una costrizione maggiore di quelli con T negativa. Un metodo sulla valutazione del cedimento basato sulla costrizione (R6A14, 1995) è stato recentemente proposto per il modo I.

Nonostante il significato della T nella descrizione delle tensioni vicino all'apice della cricca, molti metodi sono disponibili per il calcolo della T , in particolare per il modo misto. I metodi che esistono sono ristretti a geometrie semplici o necessitano complesse analisi numeriche. In questo articolo è riportato un riassunto di questi metodi per problemi bidimensionali. Noi presenteremo quindi dei metodi per il calcolo della T in modo I e modo misto utilizzando direttamente una singola analisi elastica agli elementi finiti. Questi metodi possono essere usati per ogni geometria o configurazione di carico e non devono fare affidamento su speciali procedure numeriche. Utilizzando il nuovo metodo la variazione di T in un provino sollecitato a modo misto sarà investigata per diverse combinazioni di tensione e taglio. Sebbene il contributo di T , con carichi a taglio in provini criccati, sia stato ignorato negli studi precedenti, è risaputo come un valore considerevole di T sia presente nei provini sollecitati a taglio.

3.2 Revisione dei metodi correnti per il calcolo della T

Un gran numero di metodi per il calcolo della T , per una gran varietà di condizioni di carico e geometrie, è stato sviluppato negli ultimi 25 anni. Alcuni dei più importanti metodi sono descritti brevemente qui sotto.

Larsson e Carlsson (1973) suggeriscono che in modo I, la T può essere determinata lungo i fianchi della cricca utilizzando due analisi elastiche agli elementi finiti, una per l'attuale corpo criccato e l'altra per un modello di contorno. La T stress era la differenza media tra σ_{xx} lungo la faccia della cricca nelle due rispettive analisi. Essi non hanno esteso il metodo per il modo I al caso di un generico modo misto.

Una tecnica variazionale, basata sul teorema della minima energia potenziale, è stato usato da Leever e Radon (1983) per il calcolo del vettore dei coefficienti $\{c\}$ per l'espansione delle serie agli autovalori necessarie alle tensioni di modo I. Dalla minimizzazione dell'energia potenziale, nel rispetto dei coefficienti, loro hanno derivato una serie di equazioni di equilibrio da risolvere per ottenere $\{c\}$ per una data geometria. Il fattore di intensificazione delle tensioni K_I e la T si ottengono dal primo e dal secondo termine del vettore $\{c\}$. Un approccio simile è stato impiegato da Ewing e al. (1976) per il modo misto I e II. Nella loro tecnica, $\{c\}$ includeva entrambi i coefficienti del modo simmetrico e antisimmetrico della soluzione di Williams per tener conto dei due modi di carico. Knesl (1995) tentò anch'esso di determinare T dal calcolo di questi coefficienti in modo I. Usò una tipologia speciale di elementi chiamati "*crack-tip hybrid*" sviluppati attraverso il principio di Hellinger-Reissner, e poter così determinare T dal

calcolo dei primi coefficienti di $\{c\}$. Tutti questi metodi richiedono complessi calcoli numerici non disponibili nei codici agli elementi finiti commerciali.

Utilizzando le proprietà dell'integrale indipendente dal percorso, Cardew e al. (1984), e successivamente Kfoury (1986), suggeriscono un metodo per ottenere la T in modo I, basato su un teorema non pubblicato di Eshelby. In questo metodo l'integrale J indipendente dal percorso è determinato per due analisi elastiche agli elementi finiti: una per la geometria e la configurazione di carico attuale e l'altro per una cricca semi infinita su piastra infinita soggetta ad un carico concentrato all'apice della cricca diretto nella direzione della cricca. Essi proposero una formula per relazionare la T a questi due valori dell'integrale J e calcolare così la T per il provino dato. Hallback e Jonsson (1996) usarono un metodo simile ma per condizioni a modo misto per ottenere la T in un provino a modo misto. Gli integrali indipendenti dal percorso sono stati anche utilizzati da Olsen (1994) e Sladek e al. (1997) per calcolare K_I , K_{II} e T per carichi a modo misto utilizzando la tecnica degli elementi di confine. Tutti questi metodi richiedono analisi agli elementi finiti multiple o multiple analisi agli elementi di confine.

Per determinare T a modo misto I e II, Seed e Nowell (1994) rappresentarono la cricca come una distribuzione continua di dislocazioni di bordo. Essi utilizzarono il metodo delle dislocazioni distribuite per derivare le equazioni singolari da risolvere numericamente per ottenere i fattori di intensificazione delle tensioni e T . Essi presentarono i risultati per una cricca inclinata di bordo in una piastra semi infinita soggetta ad un carico di trazione uniforme.

Sham (1991) presentò valori della T per un provino con un singolo intaglio di bordo (SEN) soggetto a tensione e pura flessione, ed anche per un provino soggetto a flessione in 3 punti. Utilizzò una funzione peso del secondo ordine, determinata attraverso un'analisi agli elementi finiti, insieme ad un integrale reciproco per calcolare T in modo I. Fett (1997) propose una forma chiusa di approssimazione della T per un provino rettangolare criccato soggetto a tensione e flessione. Lui suggerì un'appropriata funzione di Green ed utilizzò il metodo di collocazione di confine per il calcolo del secondo termine nell'espansione di Williams.

3.3 Determinazione della T attraverso l'utilizzo dell'analisi agli elementi finiti

La maggior parte dei metodi sopra menzionati sono nella pratica confinati a semplici geometrie e condizioni di carico. I rimanenti metodi richiedono comunque analisi multiple o formulazioni specifiche non disponibili in molti codici agli elementi finiti. Perciò, sarebbe preferibile determinare T per qualunque geometria data, utilizzando una singola e standard analisi agli elementi finiti. Sotto, il metodo che è stato utilizzato nell'analisi agli elementi finiti, sarà sviluppato.

3.3.1 Modo I

Vicino all'apice della cricca, dove i termini di ordine superiore sono trascurabili, l'equazione di carico del modo I (6a) mostra come σ_{xx} comprende sia il termine singolare che la T. Questo implica che la T è determinabile lungo ogni singola direzione dove il termine singolare della σ_{xx} è nullo o diventa nullo dalla sovrapposizione con una frazione di σ_{yy} . Questo corrisponde a differenti posizioni angolari attorno all'apice della cricca. Per esempio:

$$- \text{Along } \theta = 0 : T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}, \quad (10a)$$

$$- \text{Along } \theta = -\pi \text{ or } +\pi : T = \sigma_{xx}, \quad (10b)$$

$$- \text{Along } \theta = -\pi/3 \text{ or } +\pi/3 : T = \sigma_{xx} - (\sigma_{yy})/3, \quad (10c)$$

$$- \text{Along } \theta = -\pi/2 \text{ or } +\pi/2 : T = \sigma_{xx} - (\sigma_{yy})/3, \quad (10d)$$

$$- \text{Along } \theta = -2\pi/3 \text{ or } +2\pi/3 : T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}. \quad (10e)$$

E' conveniente utilizzare la (10b) utilizzando questa una sola componente di tensione. In teoria la (10b) provvede a fornire la T all'interno di una ragionevole distanza dall'apice della cricca. Ma in pratica si è visto come i risultati ottenuti con gli elementi finiti non sono accettabili senza l'impiego di un gran numero di elementi per la simulazione della zona dell'apice della cricca, si veda ad esempio Kardomateas e al. (1993) e Sherry e al. (1995). Un metodo sviluppato per l'ottenimento della T senza ricorrere a troppi affinamenti della mesh si basa sull'uso degli spostamenti lungo le facce della cricca.

Grazie alle condizioni al contorno libere in trazione lungo le facce della cricca, la legge di Hooke può essere scritta per piccole deformazioni come:

$$\sigma_{xx} = E' \varepsilon_{xx} = E' \frac{du_x}{dx}, \quad (11)$$

dove ε_{xx} e u_x sono rispettivamente la deformazione e lo spostamento paralleli alla cricca ed E' è definito come:

$$E' = \begin{cases} E & \text{Plane stress} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} & \text{Plane strain} \end{cases}, \quad (12)$$

dove E è il modulo di Young e ν il modulo di Poisson.

Per $\theta = -\pi$ o $+\pi$ il termine singolare di σ_{xx} nella (6a) svanisce e quindi vicino all'apice della cricca, σ_{xx} nella (11) può essere rappresentato dalla sola T:

$$T = E' \frac{du_x}{dx}. \quad (13a)$$

La parte sinistra della (13a) è costante e la pendenza du_x / dx può essere sostituita da $[u_x(x) - u_x(0)]/x$, dove $u_x(0)$ denota u_x all'apice della cricca. Quindi la T può essere scritta come:

$$T = E'[u_x(x) - u_x(0)]/x. \quad (13b)$$

Questo indica come usando u_x o la sua pendenza lungo le facce della cricca, T può essere determinata direttamente dai risultati di un'analisi agli elementi finiti.

3.3.2 Modo misto I/II

Per carichi a modo misto, lungo una qualunque direzione radiale dall'apice della cricca, è presente un termine singolare dovuto al modo I, al modo II o ad entrambi. I metodi descritti per il modo I non sono quindi adatti al modo misto I/II. Ad esempio, lungo la linea di cricca di fronte all'apice della cricca, il termine singolare σ_{xx} svanisce per il modo II ma non per il modo I e viceversa lungo le facce dietro l'apice della cricca. Qui, la T può essere ottenuta se gli appropriati termini singolari sono sottratti da σ_{xx} . Tuttavia questo richiede ulteriori calcoli per determinare i fattori di intensificazione delle tensioni. Anche l'accuratezza e la consistenza dei risultati in questo metodo dipendono considerabilmente dall'accuratezza dei fattori di intensificazione delle tensioni.

La T stress tuttavia può essere trovata senza l'utilizzo dei fattori di intensificazione delle tensioni quando le proprietà di simmetria del modo I e le proprietà di antimetria del modo II per le tensioni sono utilizzate. Le tensioni in metà del provino criccato sono addizionate quelle dell'altra metà. Le tensioni a modo II svaniscono e quelle a modo I raddoppiano. Conseguentemente ognuna delle seguenti equazioni può essere usata per determinare la T direttamente dai risultati di un'analisi agli elementi finiti:

$$T = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0}, \quad (14a)$$

$$T = \frac{1}{2}[(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}], \quad (14b)$$

$$T = \frac{1}{2}[(\sigma_{xx} - \frac{1}{3}(\sigma_{yy}))_{\theta=-(\pi/3)} + (\sigma_{xx} - \frac{1}{3}(\sigma_{yy}))_{\theta=\pi/3}], \quad (14c)$$

$$T = \frac{1}{2}[(\sigma_{xx} - \frac{1}{3}(\sigma_{yy}))_{\theta=-(\pi/2)} + (\sigma_{xx} - \frac{1}{3}(\sigma_{yy}))_{\theta=\pi/2}], \quad (14d)$$

$$T = \frac{1}{2}[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=-(2\pi/3)} + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=2\pi/3}], \quad (14e)$$

Similmente al modo I, è conveniente utilizzare la (14b) poiché questa usa solo una componente di tensione. Il metodo degli spostamenti descritto precedentemente può essere anche impiegato per il calcolo della T a modo misto. Utilizzando la (11) per lo spigolo superiore ed inferiore della cricca, e sommando i risultati, la T può essere espressa come:

$$T = \frac{1}{2}E' \left(\left(\frac{du_x}{dx} \right)_{\theta=-\pi} + \left(\frac{du_x}{dx} \right)_{\theta=\pi} \right). \quad (15)$$

Basata sui soli spostamenti, la T può essere espressa come:

$$T = \frac{1}{2x}E'[u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]. \quad (16)$$

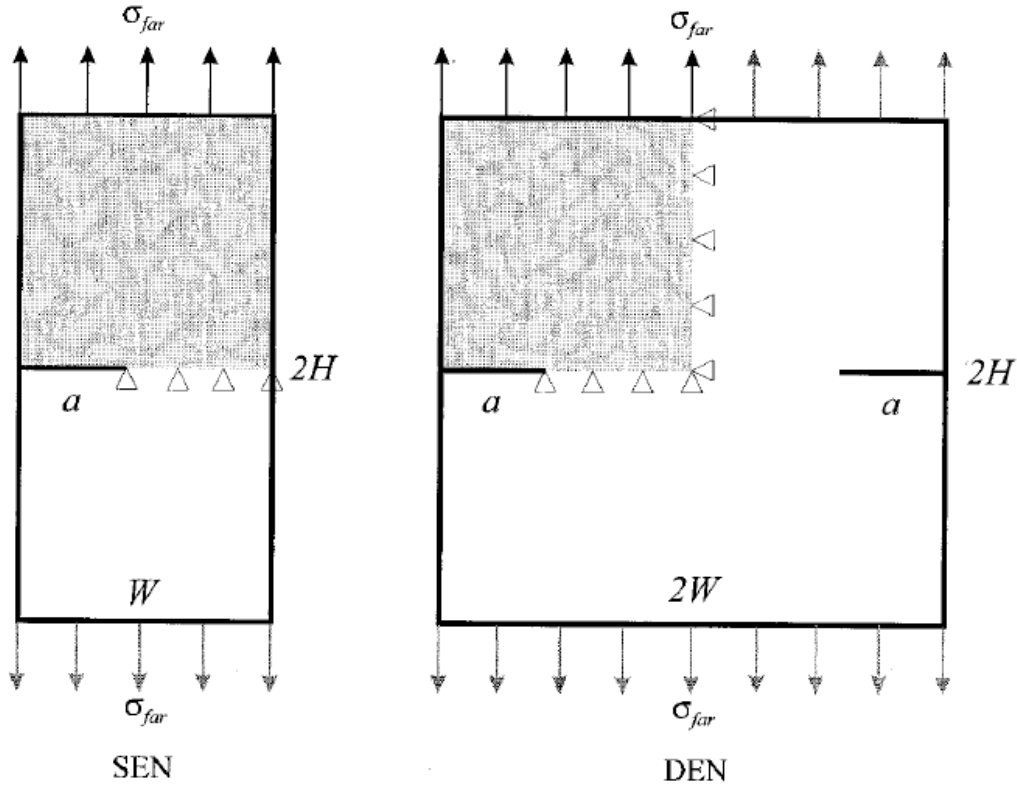


Figura 3: Single edge notched (SEN) and double edge notched (DEN) specimens

L'integrale J indipendente dal percorso a modo misto è solitamente disponibile da un'analisi agli elementi finiti, e utilizzando l'espressione $K_{eff} = \sqrt{J * E'}$, il rapporto di biassialità B in condizioni di modo misto è:

$$B = T \sqrt{\frac{\pi a}{J E'}}. \quad (17)$$

L'equazione (17) insieme a qualunque equazione da (14) a (16) può essere utilizzata per determinare B senza dover calcolare separatamente K_I e K_{II} . Nella sezione successiva il metodo delle tensioni e quello degli spostamenti per il modo I ed il modo misto saranno usati per determinare la T dall'analisi agli elementi finiti.

3.4 Risultati dell'analisi agli elementi finiti utilizzando il nuovo metodo

3.4.1 Modo I

L'analisi agli elementi finiti, utilizzando ABAQUS (1996), è stata impiegata per determinare la T per il modo I usando i metodi delle tensioni e degli spostamenti, descritti precedentemente. Sono stati esaminati due provini standard: il provino con un singolo intaglio di bordo (SEN) ed il provino con un doppio intaglio di bordo (DEN), riportati in Figura 3. Per il provino SEN il rapporto tra la lunghezza della cricca a e la larghezza della piastra W era pari a 0.4 mentre per il provino DEN il rapporto a/W era pari a 0.2. Grazie alla simmetria, solo una metà del provino SEN ed un quarto di quello DEN possono essere considerati. Nella regione dell'apice della cricca, 12 righe di elementi sono state usate ed ogni riga aveva 17 elementi in deformazione piana quadrati da 8 nodi in direzione radiale. All'apice della cricca è stata prodotta una singolarità di 0.5 dei campi di tensione e deformazione considerando la direzione attraverso le righe circolari di nodi attorno all'apice della cricca. Il provino era soggetto ad una tensione nominale a valle uniforme σ_{far} .

Per i metodi delle tensioni e degli spostamenti furono utilizzate la (10b) e la (13b) per determinare la T ad una distanza x dietro l'apice della cricca lungo le facce della cricca. Figura 4 e Figura 5 mostrano i risultati ottenuti per i provini SEN e DEN rispettivamente, in cui la T è normalizzata rispetto alla tensione nominale σ_{far} , e la distanza x è normalizzata rispetto alla lunghezza della cricca a . Il valore della T è determinato dalla parte costante del risultato. Per grandi valori negativi del rapporto x/a i termini di grado superiore diventano considerabili, mentre per piccoli rapporti negativi di x/a la singolarità all'apice della cricca affligge il risultato. Il risultato per entrambi i provini dimostra come il metodo delle tensioni non fornisca un valore costante della T . I risultati di T/σ_{far} calcolati con il metodo degli spostamenti per i provini SEN e DEN sono -0.55 e -0.506 rispettivamente. Questi sono in buon accordo con i risultati di -0.56 e -0.508 per i provini SEN e DEN rispettivamente, ottenuti da Kfoury (1986). Risultati simili sono stati osservati per altre profondità di cricca e per una piastra con cricca centrale.

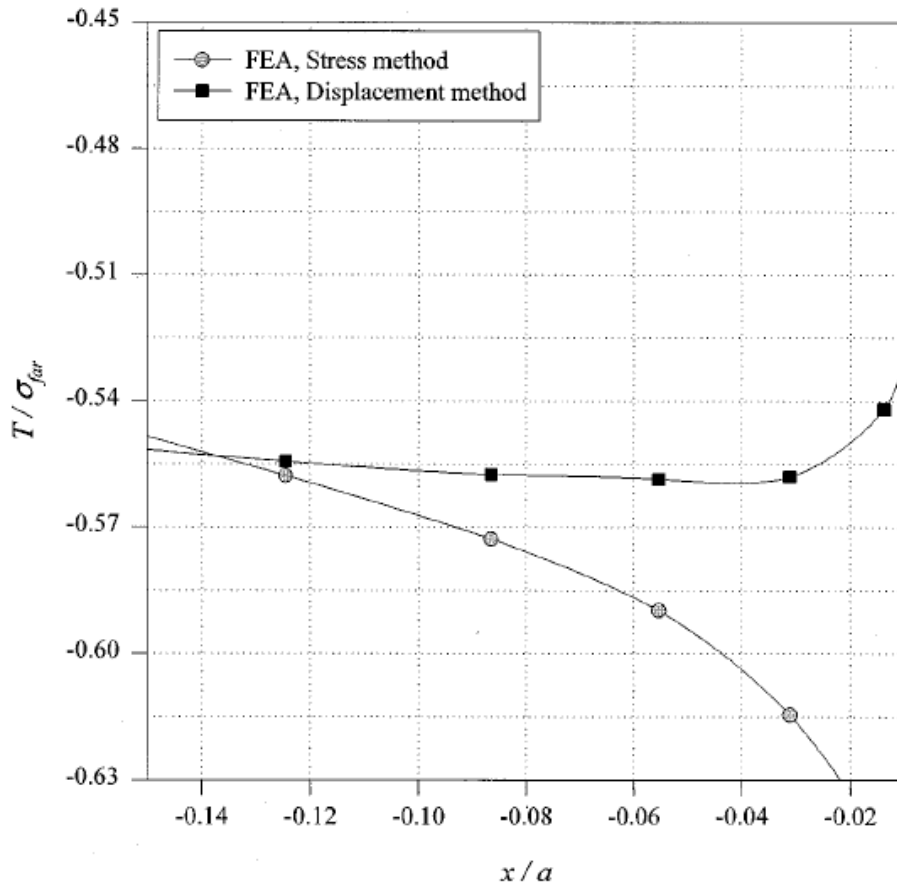


Figura 4: Normalised T in a single edge notched specimen of $a/W = 0.4$

3.4.2 Modo Misto I/II

Per verificare il metodo descritto in precedenza per la condizione di carico a modo misto, la T è stata calcolata per una cricca inclinata di bordo in una piastra quadrata di grandi dimensioni. La piastra era soggetta ad una tensione σ_{far} uniforme nominale a monte e a valle. L'angolo tra la tensione σ_{far} e la direzione della cricca è stato definito come β , per questo quando $\beta = 0^\circ$ si è in condizione di modo II e quando $\beta = 90^\circ$ si è in condizione di modo I. Il modello aveva 28 righe di elementi in direzione circonferenziale ed ognuna conteneva 20 elementi da 8 nodi in condizione di deformazione piana.

La T è stata calcolata usando sia il metodo delle tensioni (equazione 14b) che quello degli spostamenti (equazione 16) per differenti angoli di cricca β . Il risultato per $\beta = 70^\circ$ è riportato in Figura 6 e comparato con il risultato analitico di Seed e Nowell (1994) per una cricca inclinata di bordo in una piastra semi infinita. Si è visto come sia il metodo delle tensioni che degli spostamenti hanno dato risultati ben comparabili con quelli analitici, ma solo dietro l'apice della cricca per $x/a > -0.04$. Il metodo degli spostamenti fornisce risultati migliori in una distanza maggiore. I risultati della T calcolati con gli elementi finiti, con il metodo degli spostamenti e

per differenti angoli di cricca sono comparati in Figura 7 con quelli analitici di Seed e Nowell (1994). C'è un'ottima corrispondenza tra i risultati.

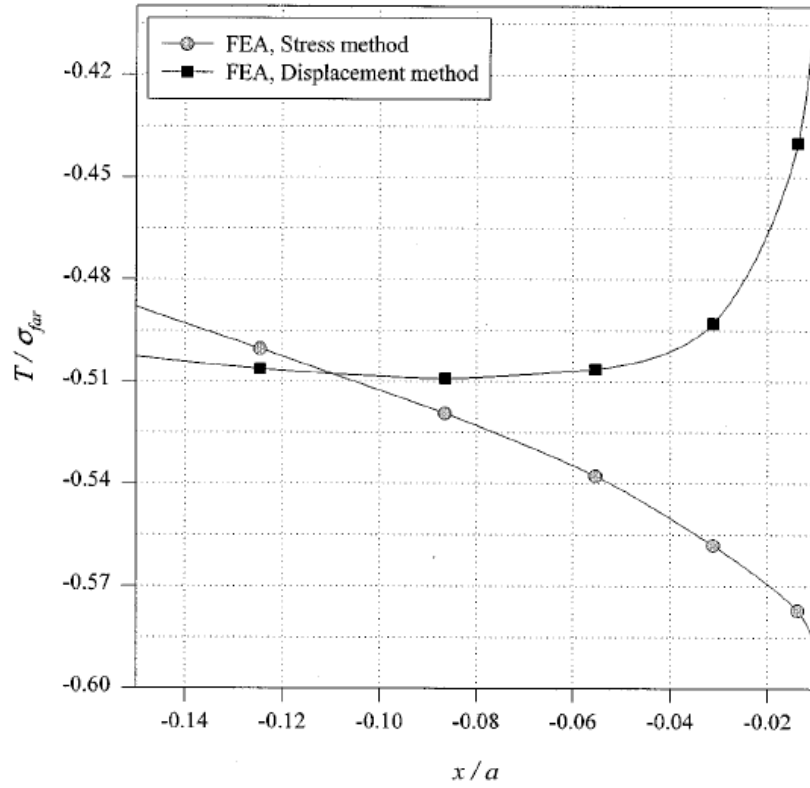


Figura 5: Normalised T in a double edge notched specimen of $a/W = 0.2$

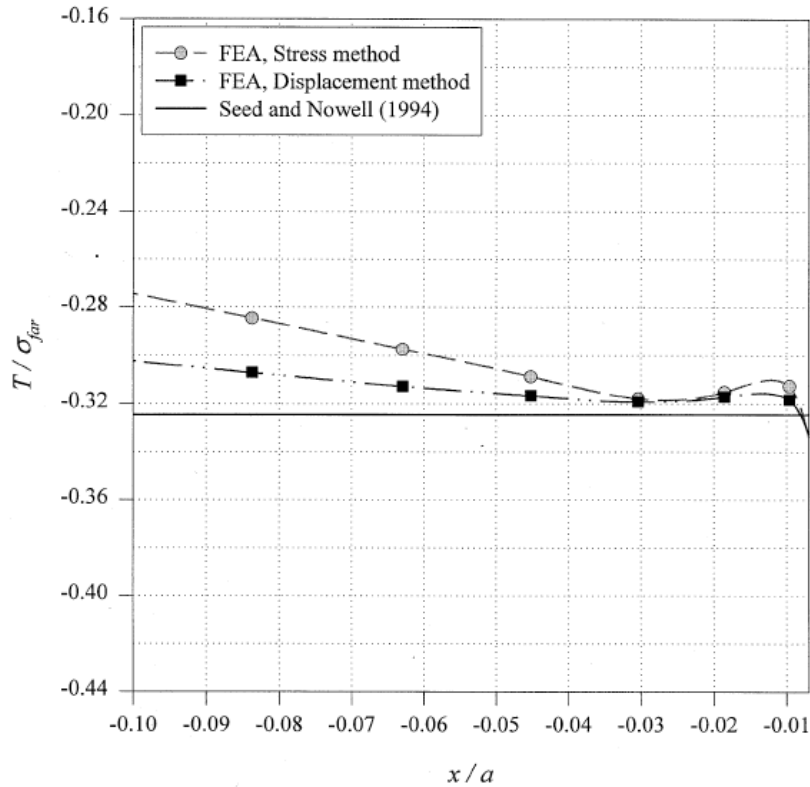


Figura 6: Normalised T in an angled edge crack in a large square plate (loading angle $\beta = 70^\circ$)

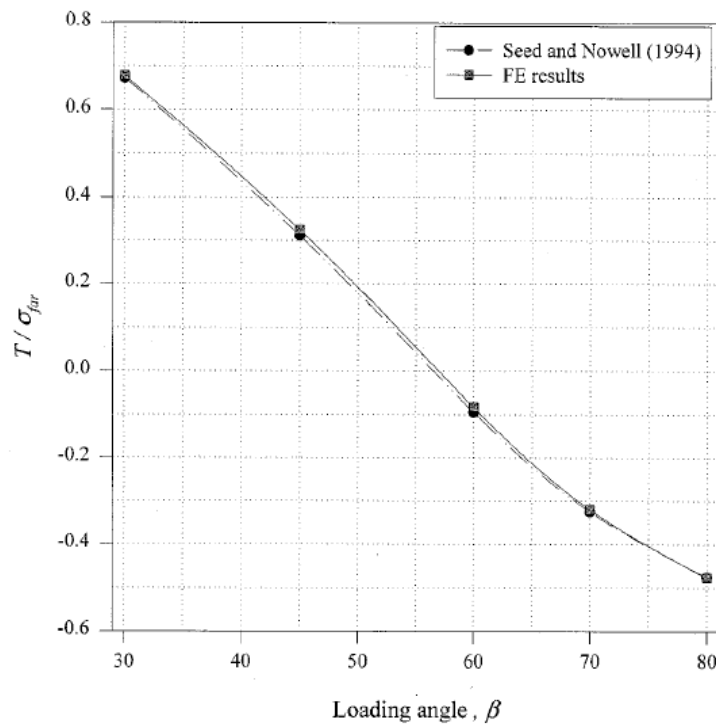


Figura 7: Normalised T for different loading angles, FE results compared with those presented by Seed and Nowell (1994)

3.5 Discussione

I risultati dell'analisi agli elementi finiti per T/σ_{far} riportati in Figura 4 e 5, per due differenti provini criccati sollecitati a modo I, sono stati ottenuti utilizzando sia il metodo delle tensioni che quello degli spostamenti. Vicino all'apice della cricca ($x/a < 0.02$) i risultati sono influenzati dagli errori numerici normalmente attesi da un'analisi agli elementi finiti in zone altamente tensionate. Lontano dall'apice della cricca l'effetto dei termini di ordine superiore dell'espansione della serie di Williams è significativo. Dunque la T stress deve essere determinata in una regione dove la T è costante. Il risultato della T è fortemente influenzato, molto vicino all'apice della cricca e molto lontano dall'apice della cricca, e dipenderà dalla geometria, i carichi applicati e soprattutto dalla convenienza del metodo utilizzato per determinare la T . Le Figure 4 e 5 mostrano come per mesh identiche il metodo delle tensioni non fornisca un valore costante di T/σ_{far} . Simili difficoltà nell'utilizzo del metodo delle tensioni sono anche state osservate da Kardomateas e al. (1993) e da Sherry e al. (1995). Ognuno riportò come un considerevole affinamento della mesh fosse richiesto per ottenere risultati accurati utilizzando il metodo delle tensioni. Questi argomenti sono anche applicabili al metodo delle tensioni riportato in 3.2 per carichi a modo misto.

Per il metodo delle tensioni, l'analisi agli elementi finiti calcola le tensioni nei nodi lungo le facce della cricca, dall'estrapolazione delle tensioni nei punti di integrazione dei corrispondenti

elementi. Poiché il termine singolare svanisce solo lungo le facce della cricca e non nei punti di integrazione, l'extrapolazione introduce degli errori numerici. L'errore è particolarmente notevole in un intorno dell'apice della cricca. Tuttavia nel metodo degli spostamenti questo errore è considerevolmente ridotto essendo σ_{xx} (o T) direttamente calcolato dagli spostamenti dei nodi lungo le facce della cricca.

3.6 Conclusioni

In modo I, la T può essere ottenuta utilizzando direttamente gli spostamenti u_x (o la pendenza degli spostamenti u_x nella direzione di x) lungo i fianchi della cricca. Il metodo degli spostamenti fornisce risultati più affidabili per la T , con minori affinamenti alla mesh rispetto a quelli ottenuti con il metodo delle tensioni.

La T può anche essere determinata in problemi a modo misto utilizzando le tensioni o gli spostamenti lungo le due facce della cricca senza dover calcolare i fattori di intensificazione delle tensioni. Questo può essere fatto se il contributo delle tensioni dirette di modo II (o spostamenti) sono eliminati prima, dalla sovrapposizione delle tensioni (o spostamenti) lungo le due facce della cricca.

Capitolo 4

Studio effettuato sull'articolo trattato

Nel capitolo precedente è stato tradotto e studiato l'articolo scientifico scritto da M.R. Ayatollahi, M.J. Pavier e D.J. Smith riguardante lo studio da loro effettuato sulla T stress e sul suo calcolo attraverso il metodo degli spostamenti da essi definito, nel caso di piastre criccate sottoposte a sollecitazioni di Modo I o Modo misto I/II. In questo capitolo verrà quindi effettuato uno studio approfondito sugli stessi modelli ricorrendo al software FEM e ripercorrendo la stessa trattazione analitica, inoltre saranno analizzate altre casistiche osservando la validità del metodo al variare della definizione della mesh utilizzata. Al fine di eseguire una verifica corretta dell'articolo sarà seguito rigorosamente lo stesso ordine di esposizione delle analisi dell'articolo.

4.1 Modo I

Volendo rispettare l'ordine di analisi imposto dall'articolo si inizia realizzando i modelli dei provini SEN e DEN sollecitati a Modo I. Per ognuno saranno realizzate tre differenti mesh: una mesh fine, una mesh rada ed una mesh molto rada, su cui sarà calcolato il valore di T con il metodo delle tensioni, solo per la mesh fine, ed il metodo degli spostamenti, per tutte e le diverse mesh. I valori ottenuti con i diversi metodi e le diverse mesh saranno quindi confrontati tra loro e con quelli dell'articolo, osservando le eventuali discrepanze.

4.1.1 SEN specimen

Al fine di effettuare una verifica sulla correttezza della trattazione, la quale riporta lo studio di una piastra sottoposta a sollecitazione di trazione, si effettuano delle analisi FEM su di un componente geometricamente e, nei rapporti dimensionali, analogo al modello riportato nell'articolo. Non essendo riportata alcuna dimensione assoluta si evidenzia che il modello sarà uguale a quello dell'articolo nei rapporti dimensionali, per questo motivo l'unico vincolo da rispettare è il rapporto tra l'ampiezza della cricca a (posta pari a 40mm) e la larghezza della piastra W (posta pari a 100mm) che sarà pari a 0.4; l'altezza della piastra è stata scelta arbitrariamente pari a $2H = 200$ mm in modo tale che la tensione nominale σ_{far} sia applicata ad una distanza sufficiente dalla cricca.

Per quanto riguarda il carico applicato si è deciso di imporre arbitrariamente una tensione di trazione σ_{far} pari a 100 MPa. Tale geometria, e tale tipo di sollecitazione applicata, implicano che le facce della cricca tendano ad aprirsi esattamente a Modo I.

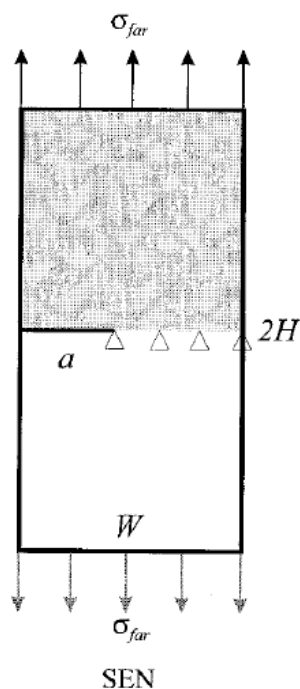


Figura 8: Geometria del componente studiato e carichi applicati

La simmetria della piastra, sia dal punto di vista geometrico nonché dei carichi applicati, come evidente nella Figura 8, ha permesso una semplificazione del modello studiato, in quanto è possibile modellare agli elementi finiti (mediante l'uso del codice Ansys) solamente la metà superiore della stessa. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000\text{MPa}$, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta Figura 9. Quella appena descritta è la parte comune a tutti e tre i modelli del provino SEN, successivamente saranno differenziati dalla definizione della mesh.

4.1.1.1 Mesh fine

Si è quindi realizzata la prima delle tre mesh del provino SEN: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica.

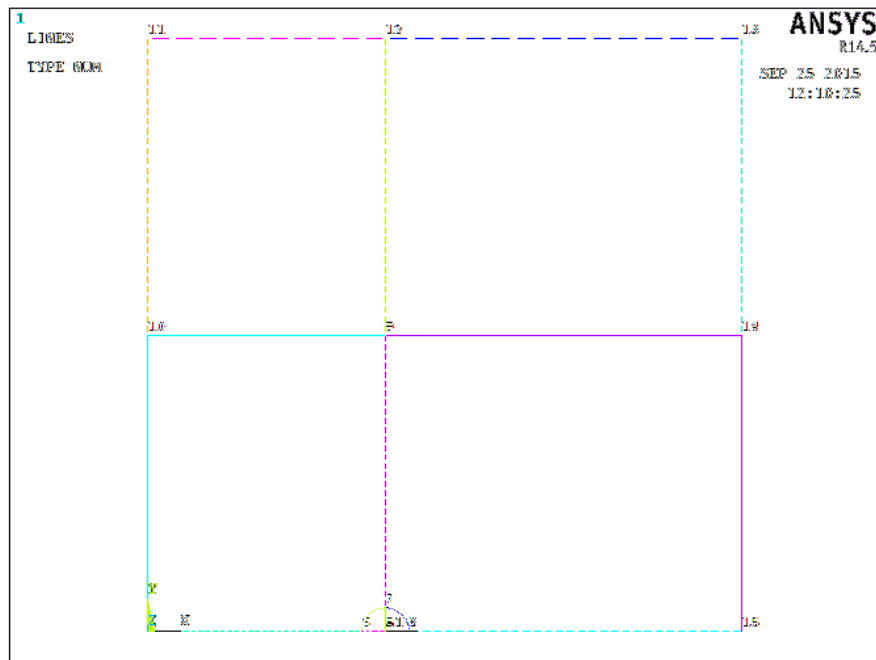


Figura 9: Modello studiato, semplificato rispetto al componente di partenza per effetto della simmetria

Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 10, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100$ MPa.

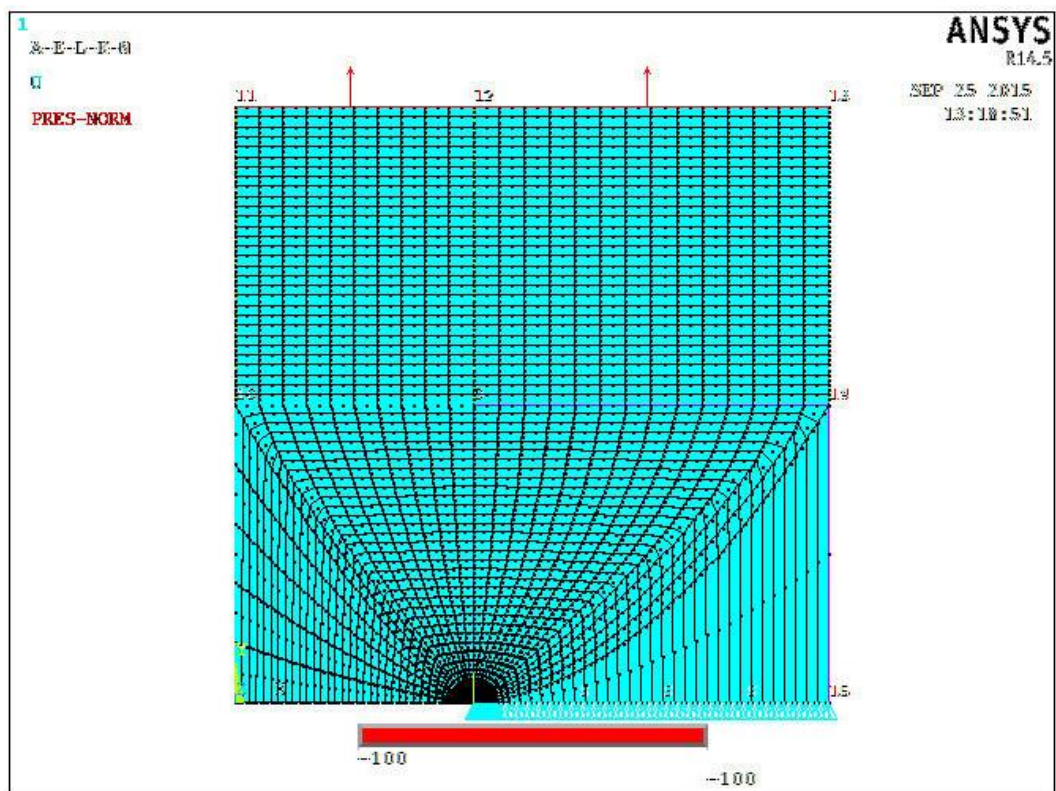


Figura 10: Metà di piastra dotata di mesh fine con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo le tensioni, σ_{xx} e σ_{yy} , e gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la bisettrice della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 10a riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 11) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} , rappresentanti rispettivamente il rapporto tra la coordinata x considerata, con origine l'apice della cricca, e l'ampiezza a della cricca, ed il rapporto tra il valore ottenuto di T con la tensione nominale applicata σ_{far} ; le scale impiegate sono analoghe a quelle utilizzate nell'articolo.

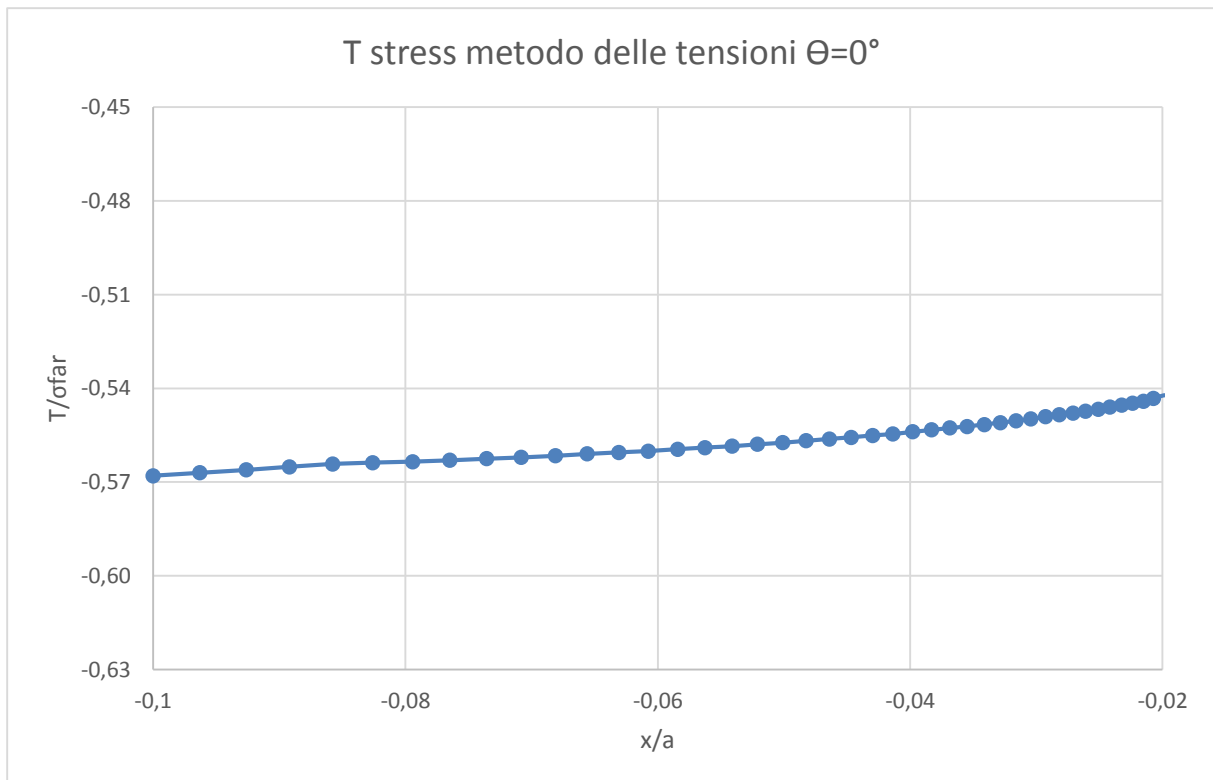


Figura 11: Andamento di T per provino SEN e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=0^\circ$

Il secondo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la faccia superiore della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 10b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \sigma_{xx}$$

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 12) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

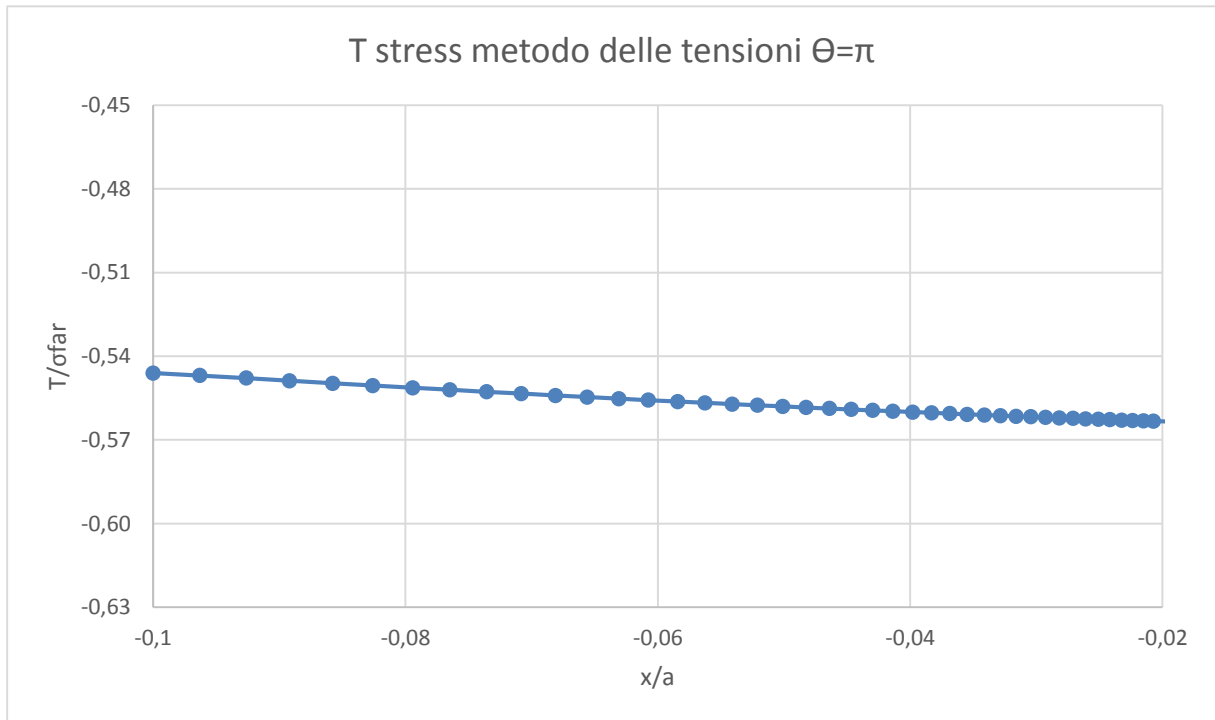


Figura 12: Andamento di T per provino SEN e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi$

Il terzo path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

Dove E' è il valore del modulo di Young in stato di deformazione piana definito dall'equazione 12, $u_x(x)$ è lo spostamento lungo x nel punto analizzato posto sulla faccia superiore della cricca, $u_x(0)$ è lo spostamento dell'apice della cricca ed x è la coordinata lungo la faccia superiore della cricca con origine l'apice.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 13) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

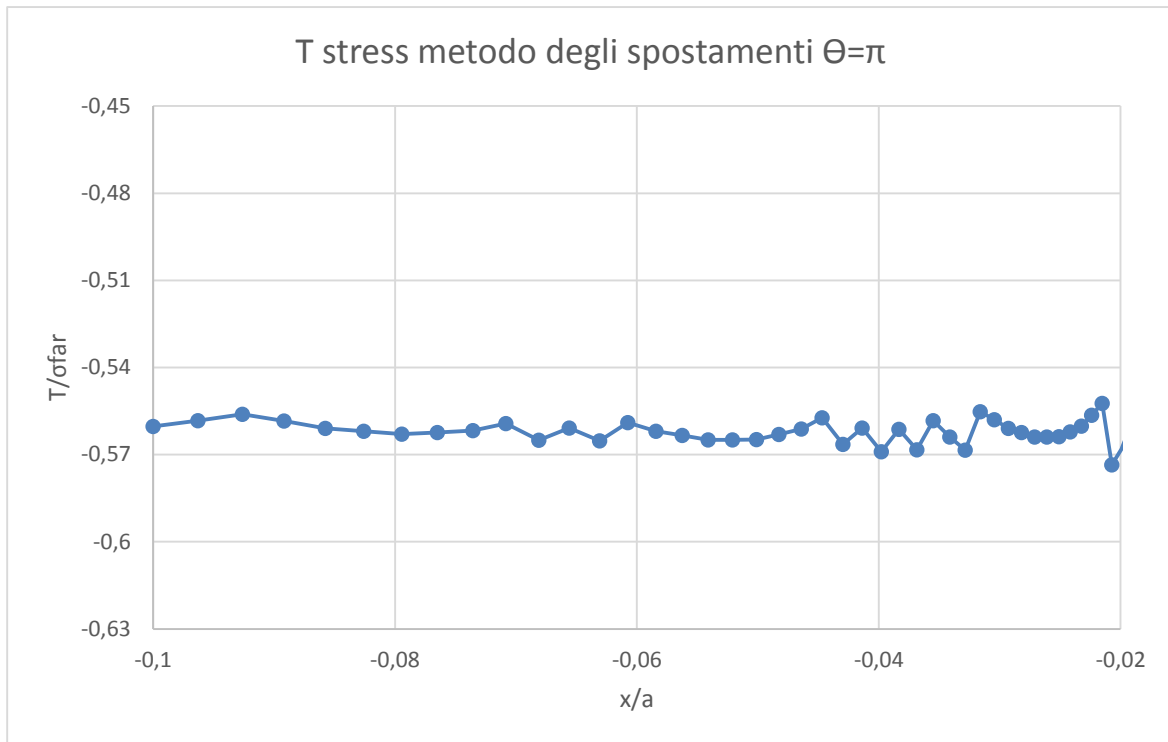


Figura 13: Andamento di T per provino SEN e mesh fine con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre risultati ottenuti osservando quindi, in caso di mesh fine, di quanto si discostano i valori ricavati con il metodo delle tensioni e quelli dovuti al metodo degli spostamenti. Il grafico di confronto è riportato in Figura 14.

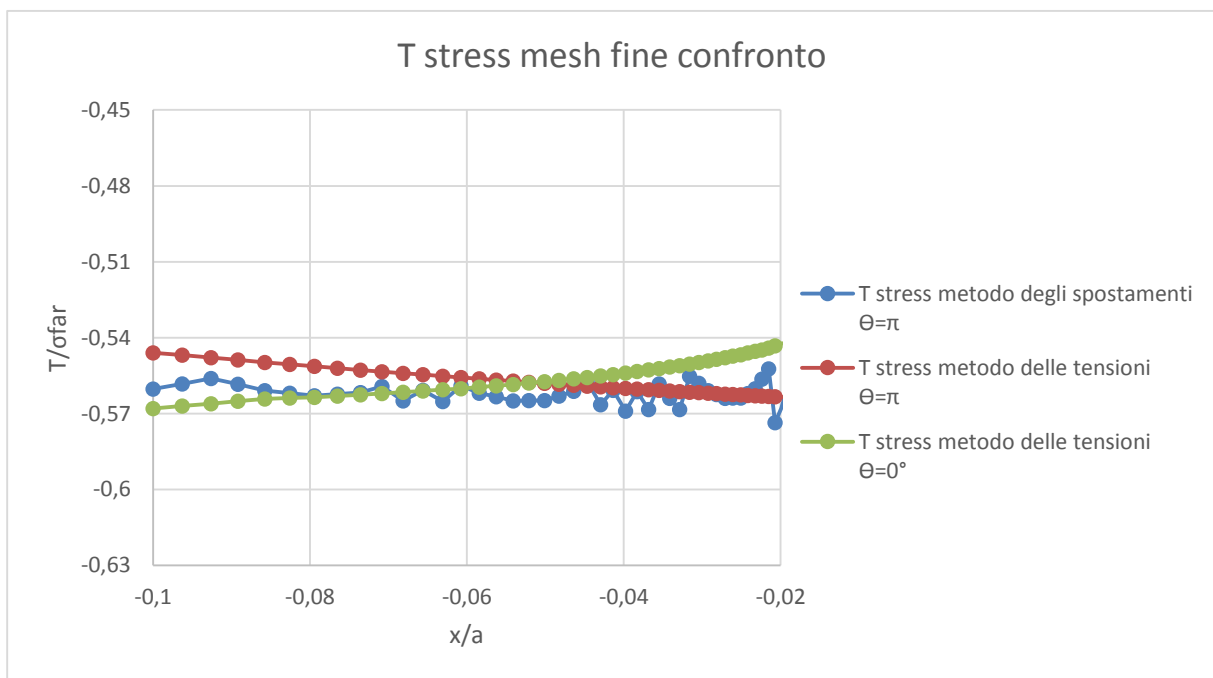


Figura 14: Confronto tra valori ottenuti di T per provino SEN e mesh fine

La prima cosa che si nota osservando il grafico sopra è la scarsa dispersione di valori in ognuna delle prove eseguite, si vede infatti come tutti i valori siano concentrati all'interno dell'intervallo $-0.54 : -0.57$ del rapporto T/σ_{far} lungo tutta la distanza analizzata dall'apice della cricca. Questo è un segnale positivo che fa capire come il metodo degli spostamenti dia buoni risultati confrontabili con quelli del metodo delle tensioni, nonostante quest'ultimo sia più conosciuto ed utilizzato. Una seconda osservazione da fare è che, mediamente la curva ottenuta dal metodo degli spostamenti, salvo qualche fluttuazione dovuta agli errori numerici, segue un andamento costante; viceversa le curve ottenute con il metodo delle tensioni, per un angolo $\Theta = 0^\circ$ e $\Theta = \pi$, seguono un andamento rispettivamente crescente e decrescente, questo avvalorava ulteriormente la validità del metodo degli spostamenti che riesce a fornire una stima maggiormente precisa della T stress.

4.1.1.2 Mesh rada

La seconda mesh realizzata per il provino SEN è quella rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata, quindi molto pesante e complessa da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali su cui si basa il metodo degli spostamenti non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 15, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

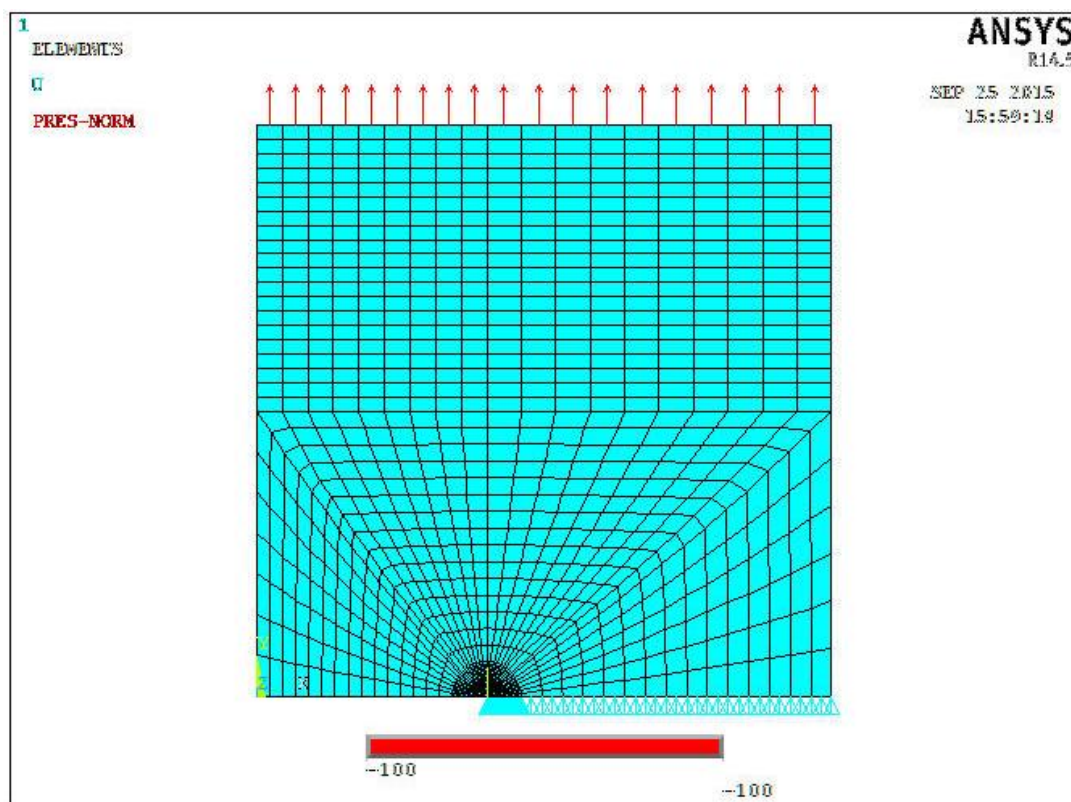


Figura 15: Metà di piastra dotata di mesh rada con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

Salta immediatamente all'occhio come questa mesh possieda un numero notevolmente inferiore di elementi, soprattutto nella zona dell'apice della cricca dove sono distinguibili, cosa impossibile nella mesh di Figura 10 in cui gli elementi sono così fitti da essere indistinguibili. E' facile vedere come, anche in questo caso, la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca, anche se notevolmente meno del caso precedente. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a questi si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo ed unico path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, quindi considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la faccia superiore della cricca $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 16) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} .

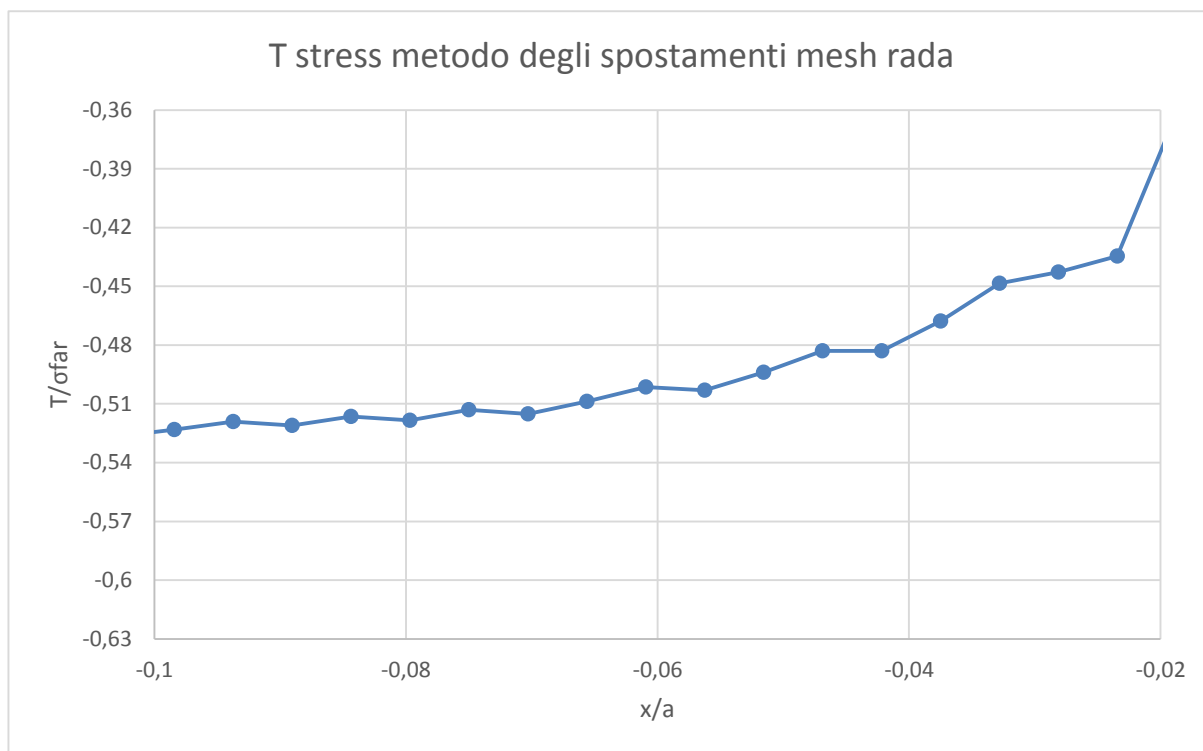


Figura 16: Andamento di T per provino SEN e mesh rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

Si nota immediatamente come l'andamento ottenuto con la mesh rada sia crescente man mano che ci si avvicina all'apice della cricca.

4.1.1.3 Mesh molto rada

Questa terza ed ultima mesh realizzata per il provino SEN, è stata creata essenzialmente per spingere al limite il concetto di mesh rada e conseguentemente vedere se gli spostamenti risultavano precisi anche nel caso il modello fosse costruito in modo estremamente grossolano. Analogamente ai casi precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 17, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

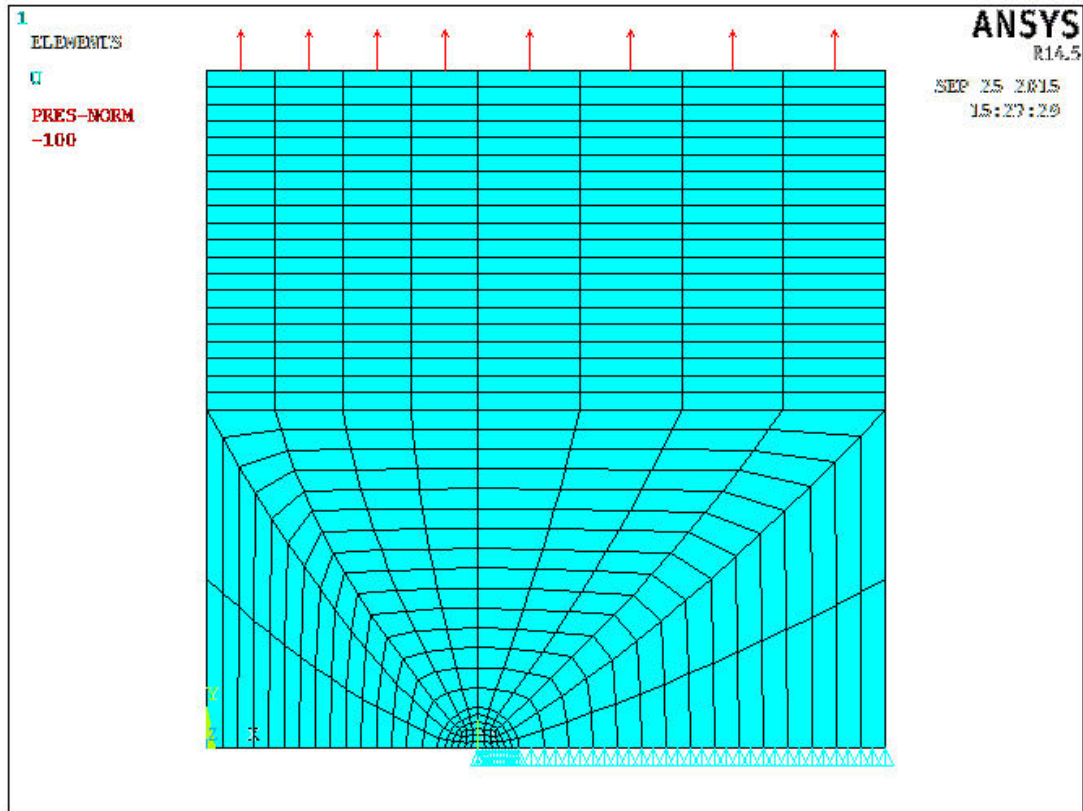


Figura 17: Metà di piastra dotata di mesh molto rada con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

Salta immediatamente all'occhio come questa mesh possieda un numero notevolmente inferiore di elementi, soprattutto nella zona dell'apice della cricca dove sono chiaramente distinguibili, cosa impossibile nella mesh di Figura 10, in cui gli elementi sono così fitti da essere indistinguibili e, difficile in quella di Figura 15. E' facile vedere come, anche in questo caso, la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca, anche se notevolmente meno dei casi precedenti. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto alla creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a questi si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo ed unico path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, quindi considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la faccia superiore della cricca $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 18) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} .

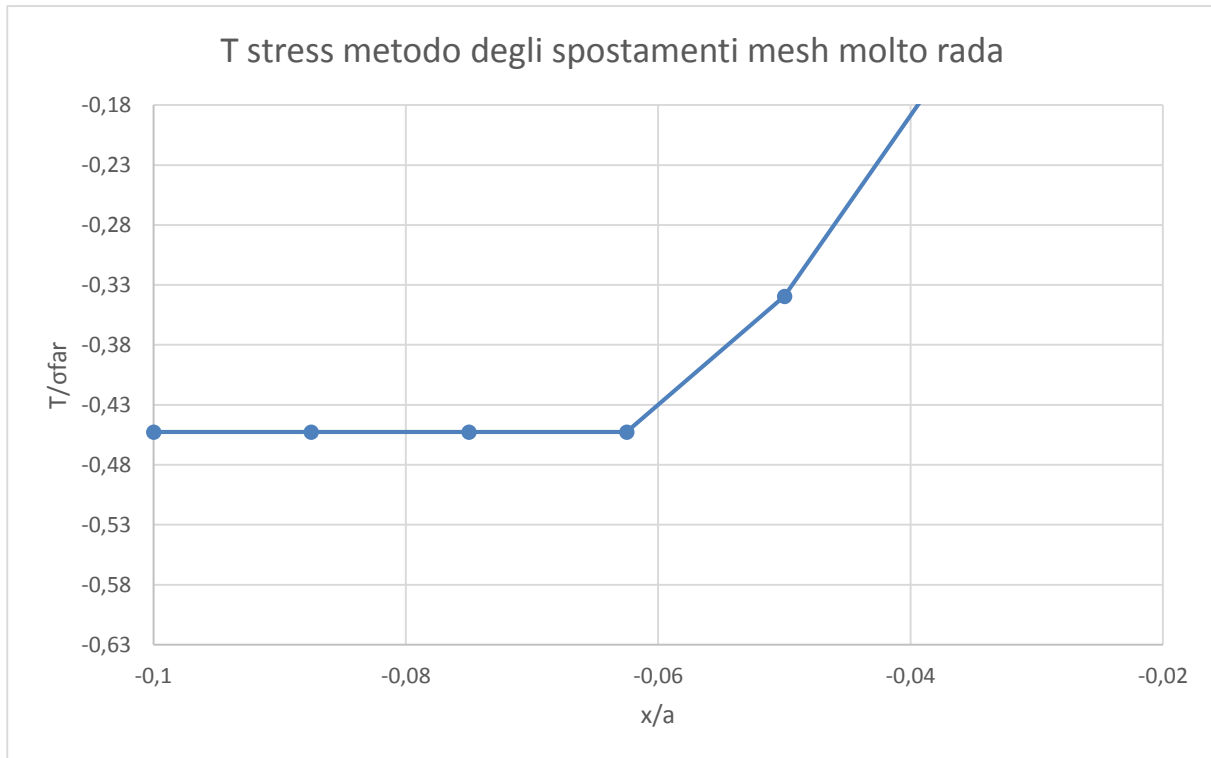


Figura 18: Andamento di T per provino SEN e mesh molto rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

Si nota immediatamente come anche per questo modello l'andamento ottenuto con la mesh molto rada sia crescente man mano che ci si avvicina all'apice della cricca.

4.1.1.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati dell'articolo per SEN specimen

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre gradi di definizione della mesh impiegata per il provino SEN ed i risultati ottenuti nell'articolo al Capitolo 3. Si potranno così osservare le differenze di risultato ottenute per il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e paragonare effettivamente i risultati correnti con quelli passati. Il grafico di confronto è riportato in Figura 19 ed il grafico riportante i dati dell'articolo è visibile in Figura 20.

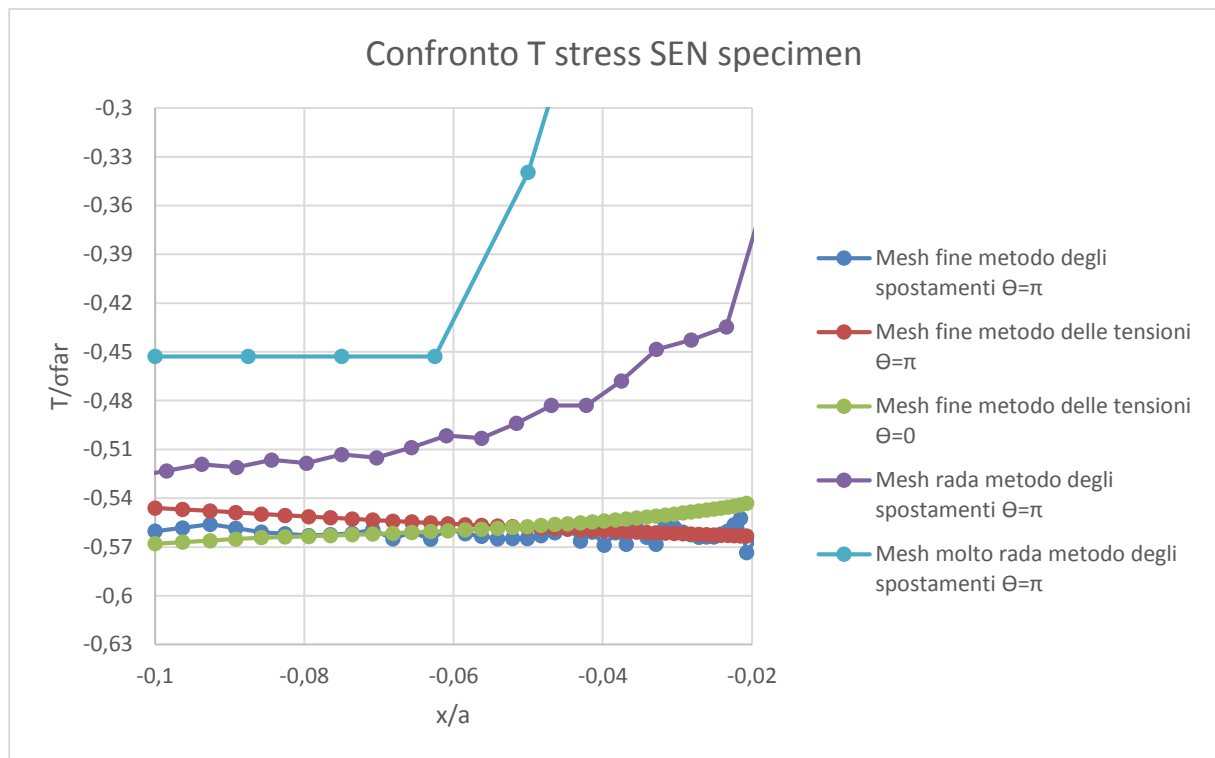


Figura 19: Confronto tra valori di T per il provino SEN

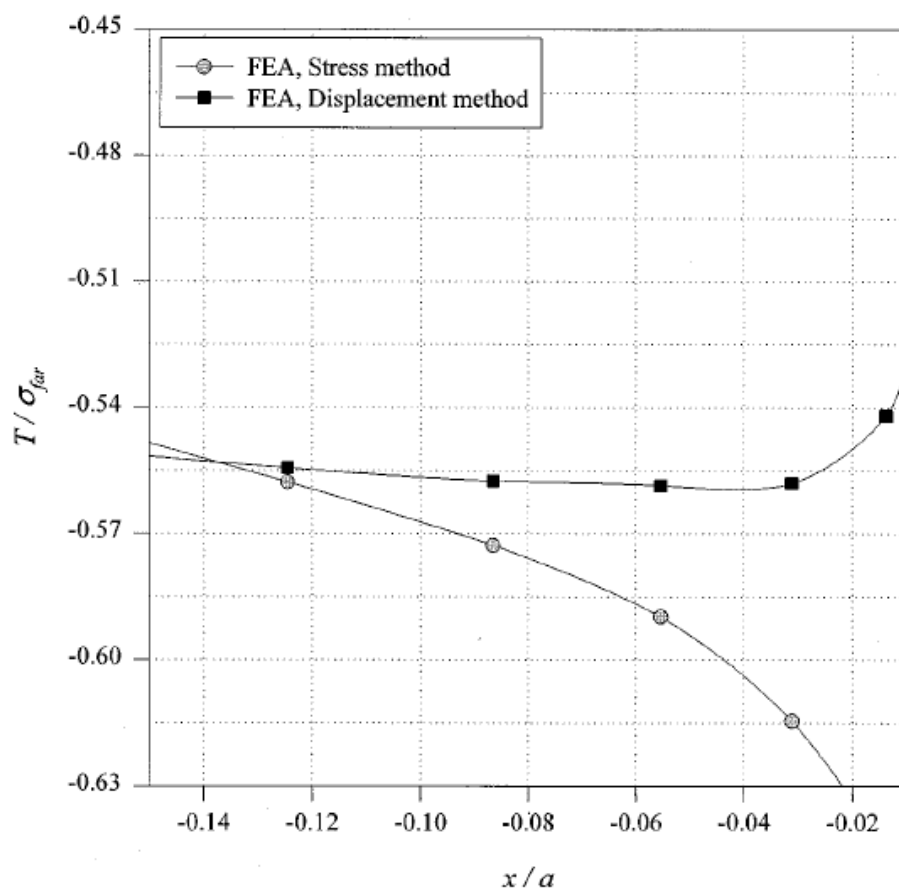


Figura 20: Normalised T in a single edge notched specimen of $a/W = 0.4$

Una prima osservazione è doveroso farla osservando la Figura 19 in cui si nota una chiara discrepanza tra i valori ottenuti con mesh fine e quelli ottenuti con mesh rada e molto rada. Più precisamente è ancora più evidente, come già detto in precedenza, l'uniformità dei risultati ottenuti con mesh fine, mentre si nota una leggera discrepanza tra i valori di quest'ultima con quelli della mesh rada che risultano mediamente inferiori dello 0.03 circa. Si vede chiaramente come la differenza tra i valori di T della mesh fine e della mesh rada sia di qualche punto per distanze consistenti dall'apice della cricca, mentre con l'avvicinarsi a questo i valori di T per mesh rada divergono sempre di più da quelli della mesh fine. E' quindi possibile affermare che la mesh rada nell'intervallo di x/a compreso tra -0.1 : -0.06 fornisca dei risultati accettabili della T stress discostandosi da quelli ottenuti con mesh fine al più dello 0.03 : 0.04. Una seconda osservazione molto importante la si può fare osservando i valori ottenuti con la mesh molto rada poiché questa fornisce risultati ulteriormente inferiori rispetto a quelli degli altri modelli. Si vede facilmente infatti come i valori di T per mesh molto rada siano, nell'intervallo del rapporto x/a sopra citato, inferiori a quelli della mesh fine e della mesh rada rispettivamente dello 0.11 circa e dello 0.06 circa, valori decisamente troppo elevati per considerare attendibili i risultati ottenuti. E' anche chiaro come diradando la mesh si inneschi un trend discendente dei valori di T, è possibile quindi affermare che esiste un limite alla creazione di mesh rade affinché i valori ottenuti siano attendibili.

Va quindi fatta una terza osservazione riguardante i risultati ottenuti in questo lavoro e quelli ottenuti nel 1998 dal Prof. Ayatollahi. Appurato che i risultati delle mesh rade sono di entità inferiore a quelli dell'articolo è possibile osservare come invece quelli della mesh fine siano esattamente i medesimi e anzi siano notevolmente più stabili. Si vede infatti, dai valori dell'articolo, come per il metodo delle tensioni la curva risultante avesse un andamento decrescente mentre nel lavoro corrente mantenga un andamento quasi costante, decrescendo leggermente solo nel caso in cui venga considerato il path lungo la faccia della cricca. Viceversa il metodo degli spostamenti per mesh fine fornisce un buon risultato analogo a quello dell'articolo, confermandone così la bontà dei valori.

4.1.2 DEN specimen

Si procede ora con l'analisi del provino DEN. Anche in questo secondo caso non essendo riportata alcuna dimensione assoluta si evidenzia che il modello sarà uguale a quello dell'articolo nei rapporti dimensionali, per cui l'unico vincolo da rispettare sarà il rapporto tra l'ampiezza della cricca a (posta pari a 20mm) e la semi larghezza della piastra W (posta pari a 100mm) che sarà pari a 0.2; l'altezza della piastra è stata scelta arbitrariamente pari a $2H = 200$ mm in modo tale che la tensione nominale σ_{far} sia applicata ad una distanza sufficiente dalla cricca.

Per quanto riguarda il carico applicato si è deciso di imporre arbitrariamente una tensione di trazione σ_{far} pari a 100 MPa. Tale geometria, e tale tipo di sollecitazione applicata, implicano che le facce della cricca tendano ad aprirsi esattamente a Modo I.

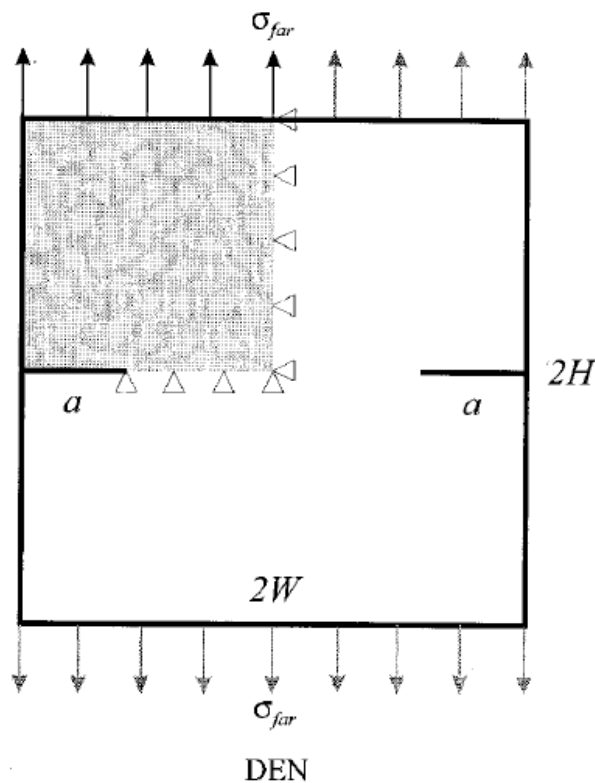


Figura 21: Geometria del componente studiato e carichi applicati

La simmetria della piastra, sia dal punto di vista geometrico nonché dei carichi applicati, come evidente nella Figura 21, ha permesso una semplificazione del modello studiato, in quanto è possibile modellare agli elementi finiti (mediante l'uso del codice Ansys) solamente un quarto della stessa. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000\text{MPa}$, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento

dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta Figura 22. Quella appena descritta è la parte comune a tutti e tre i modelli del provino DEN, successivamente saranno differenziati dalla definizione della mesh.

4.1.2.1 Mesh fine

Si è quindi realizzata la prima delle tre mesh del provino DEN: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica.

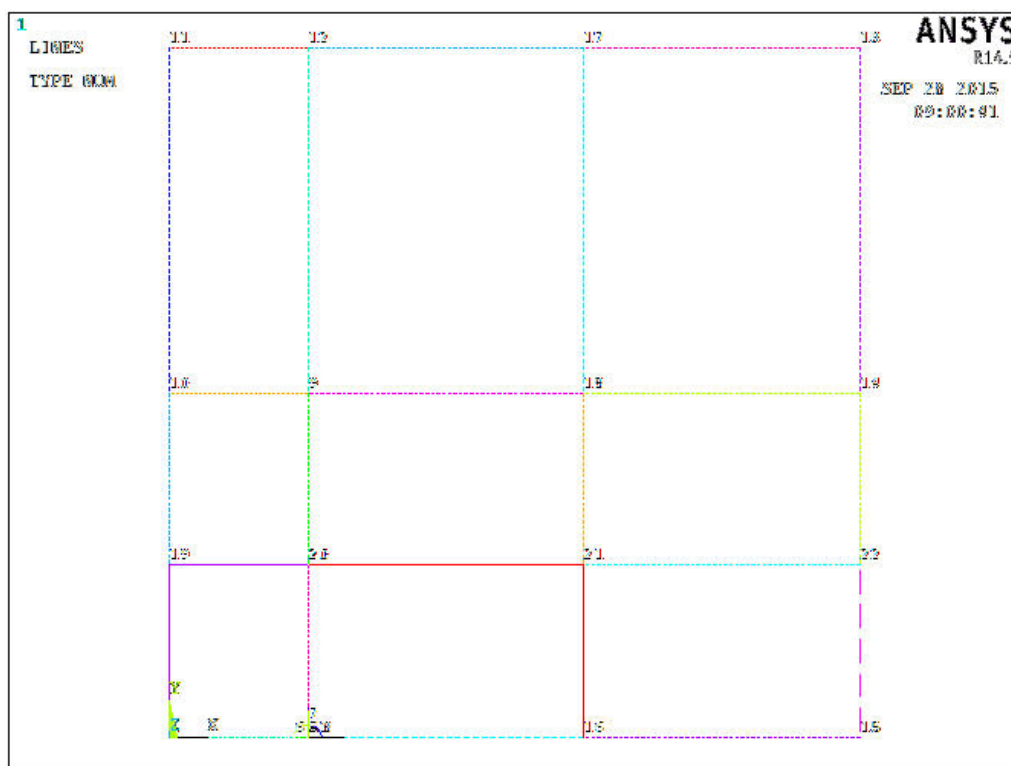


Figura 22: Modello studiato, semplificato rispetto al componente di partenza per effetto della simmetria

Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 23, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

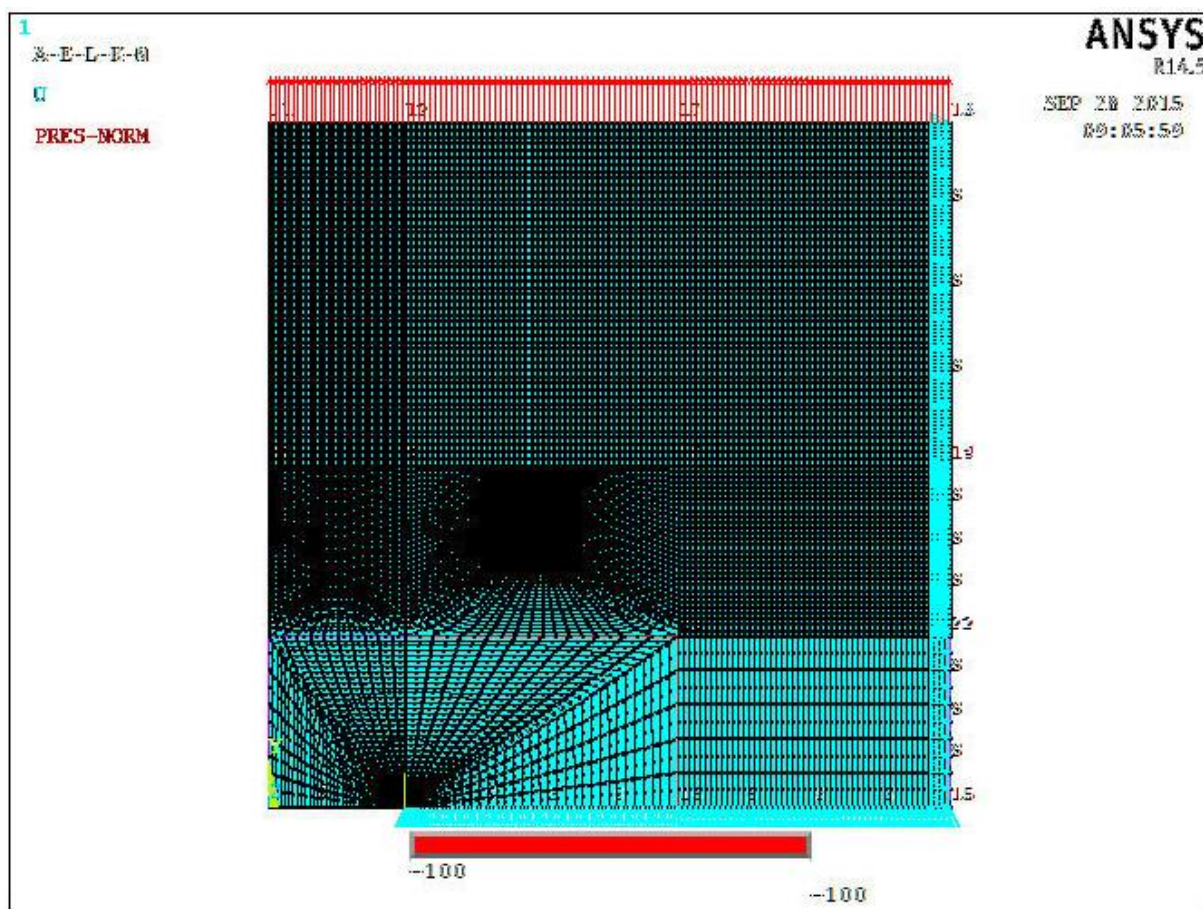


Figura 23: Quarto di piastra dotata di mesh fine con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo le tensioni, σ_{xx} e σ_{yy} , e gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la bisettrice della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 10a riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 24) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} , rappresentanti rispettivamente il rapporto tra la coordinata x considerata, con origine l'apice della cricca, e l'ampiezza a della cricca, ed il rapporto tra il valore ottenuto di T con la tensione nominale applicata σ_{far} ; le scale impiegate sono analoghe a quelle utilizzate nell'articolo.

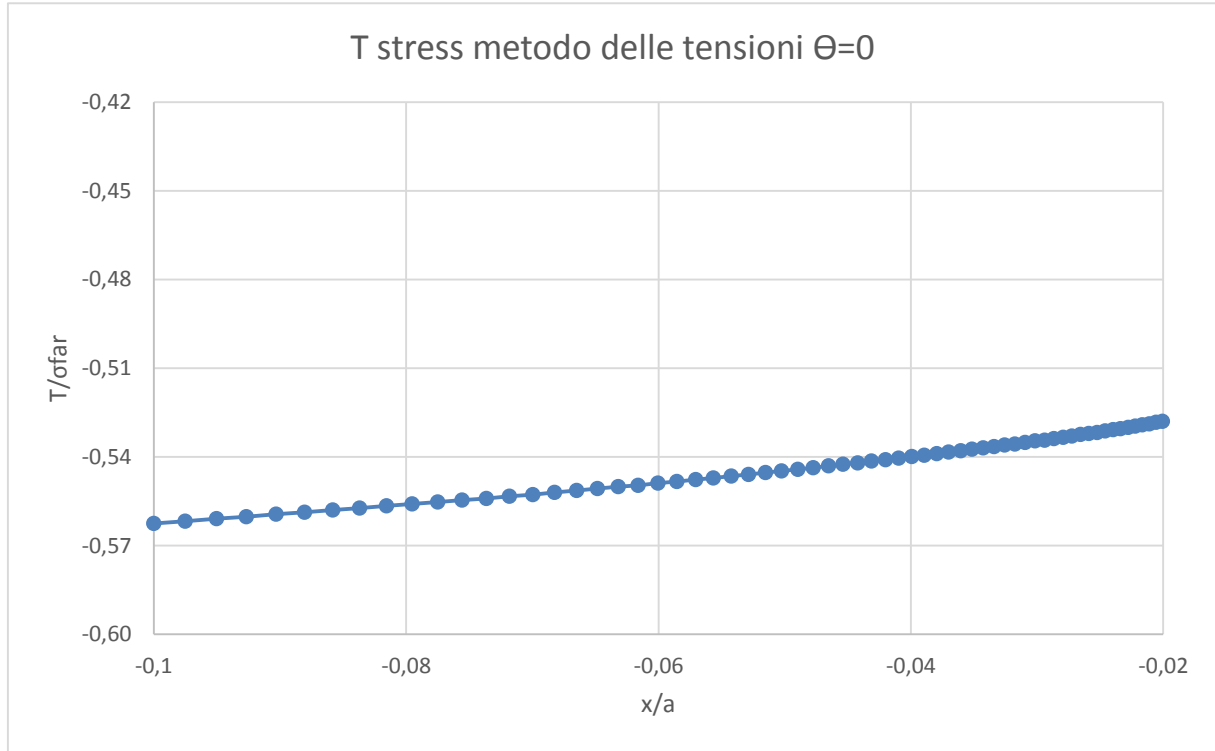


Figura 24: Andamento di T per provino DEN e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=0^\circ$

Il secondo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la faccia superiore della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 10b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \sigma_{xx}$$

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 25) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

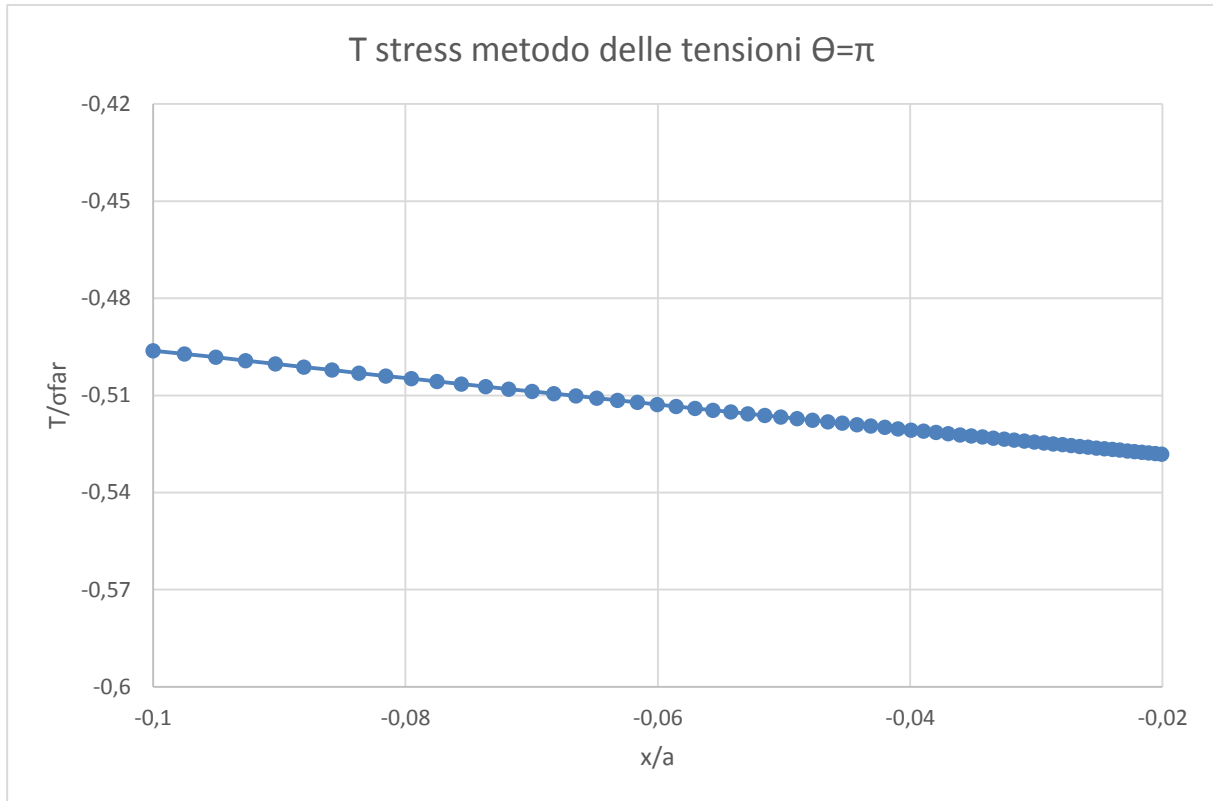


Figura 25: Andamento di T per provino DEN e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi$

Il terzo path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

Dove E' è il valore del modulo di Young in stato di deformazione piana definito dall'equazione 12, $u_x(x)$ è lo spostamento lungo x nel punto analizzato posto sulla faccia superiore della cricca, $u_x(0)$ è lo spostamento dell'apice della cricca ed x è la coordinata lungo la faccia superiore della cricca con origine l'apice.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 26) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

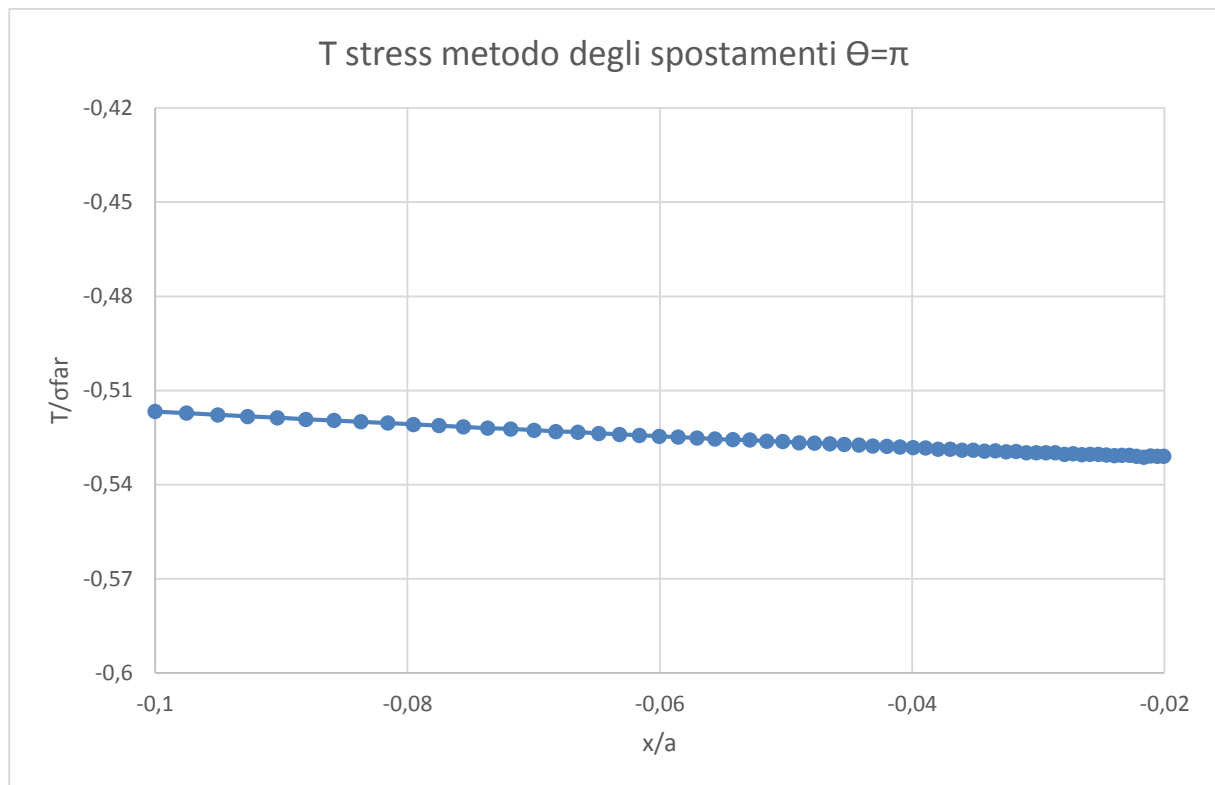


Figura 26: Andamento di T per provino DEN e mesh fine con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre risultati ottenuti sin qui, osservando quindi, in caso di mesh fine, di quanto si discostano i valori ricavati con il metodo delle tensioni e quelli dovuti al metodo degli spostamenti. Il grafico di confronto è riportato in Figura 27.

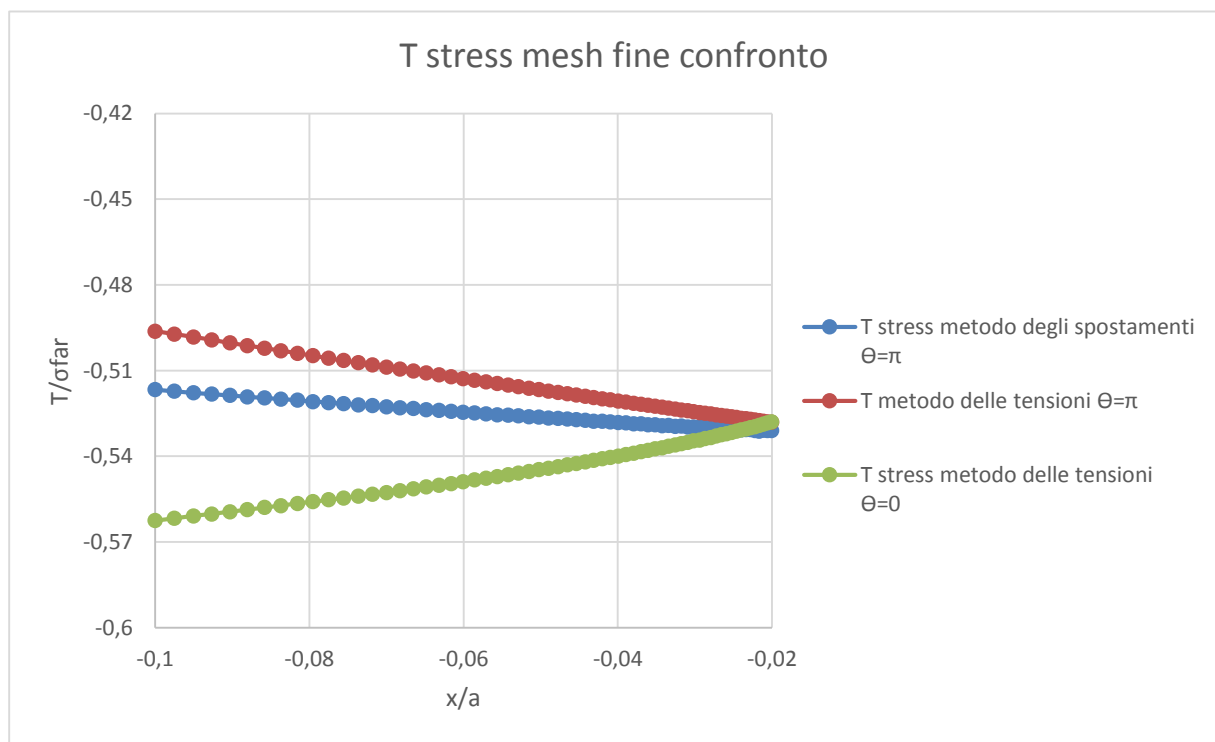


Figura 27: Confronto tra valori ottenuti di T per provino DEN e mesh fine

La prima cosa che si nota osservando il grafico sopra è la scarsa dispersione di valori in ognuna delle prove eseguite, si vede infatti come tutti i valori siano concentrati all'interno dell'intervallo $-0.50 : -0.56$ del rapporto T/σ_{far} lungo tutta la distanza analizzata dall'apice della cricca. Questo è un segnale positivo che fa capire come il metodo degli spostamenti dia buoni risultati confrontabili con quelli del metodo delle tensioni, anche per questa tipologia di provini. Una seconda osservazione da fare è la seguente, i valori ottenuti con il metodo degli spostamenti giacciono su una retta di pendenza molto ridotta che segue un andamento quasi costante, di fatti all'interno dell'intervallo del rapporto x/a considerato, la variazione del rapporto T/σ_{far} ottenuta è al più dello 0.01; viceversa le curve ottenute con il metodo delle tensioni, per un angolo $\Theta = 0^\circ$ e $\Theta = \pi$, seguono un andamento rispettivamente crescente e decrescente, analogamente al caso precedentemente trattato del provino SEN, questo avvalora ulteriormente la validità del metodo degli spostamenti che riesce a fornire una stima maggiormente precisa della T stress.

4.1.2.2 Mesh rada

La seconda mesh realizzata per il provino DEN è quella rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata, quindi molto pesante e complessa da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali, su cui si basa il metodo degli spostamenti, non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 28, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

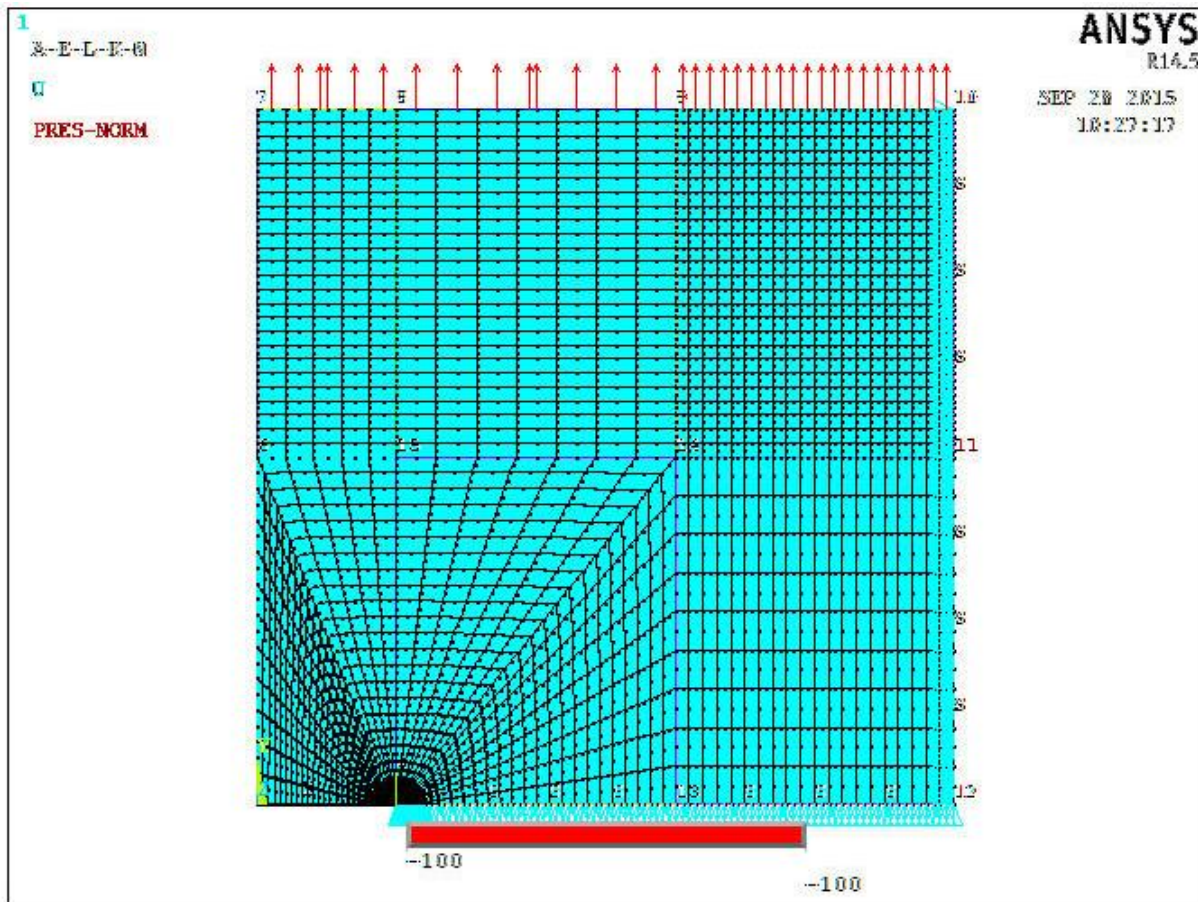


Figura 28: Quarto di piastra dotata di mesh rada con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

Salta immediatamente all'occhio come questa mesh possieda un numero notevolmente inferiore di elementi.

E' facile vedere come, anche in questo caso, la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca, anche se notevolmente meno del caso precedente. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a questi si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo ed unico path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, quindi considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la faccia superiore della cricca $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 29) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} .

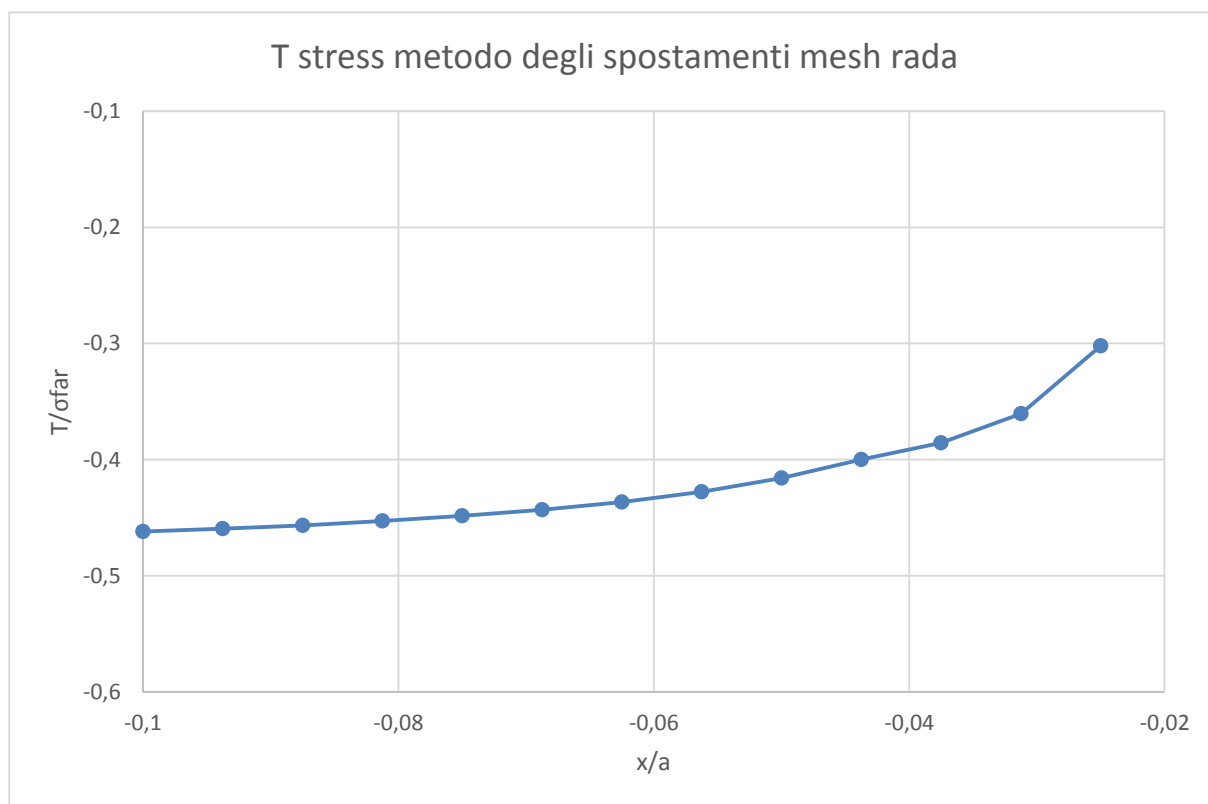


Figura 29: Andamento di T per provino DEN e mesh rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

Si nota immediatamente come l'andamento della T stress ottenuto con la mesh rada sia crescente man mano che ci si avvicina all'apice della cricca, variando in un intervallo del rapporto T/σ_{far} compreso tra -0.3 : -0.46.

4.1.2.3 Mesh molto rada

Questa terza ed ultima mesh realizzata per il provino DEN, è stata creata essenzialmente per spingere al limite il concetto di mesh rada e conseguentemente vedere se gli spostamenti risultavano precisi anche nel caso il modello fosse costruito in modo estremamente grossolano. Analogamente ai casi precedente si è quindi avviata la soluzione del modello in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli di simmetria (al fine di rendere possibile la similitudine tra piastra intera e la metà modellata), come visibile nella Figura 30, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

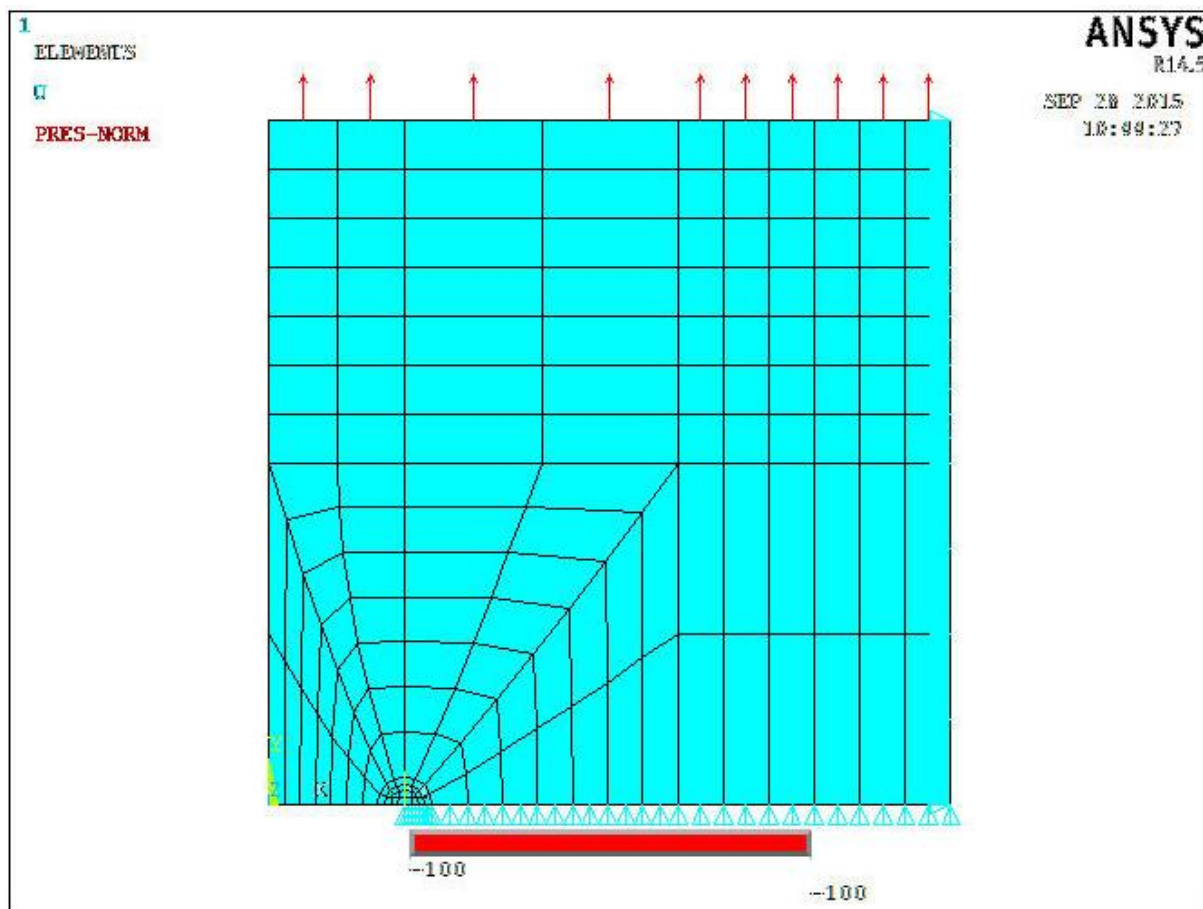


Figura 30: Quarto di piastra dotata di mesh molto rada con vincoli di simmetria e carichi di trazione applicati

Salta immediatamente all'occhio come questa mesh possieda un numero notevolmente inferiore di elementi, soprattutto nella zona dell'apice della cricca dove sono chiaramente distinguibili, cosa impossibile nella mesh di Figura 23, in cui gli elementi sono così fitti da essere indistinguibili. E' facile vedere come, anche in questo caso, la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice della cricca, anche se notevolmente meno dei casi precedenti. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto alla creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a questi si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo ed unico path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo la faccia superiore della cricca, quindi considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la faccia superiore della cricca $\Theta = \pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 13b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = E' * [u_x(x) - u_x(0)]/x$$

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 31) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} .

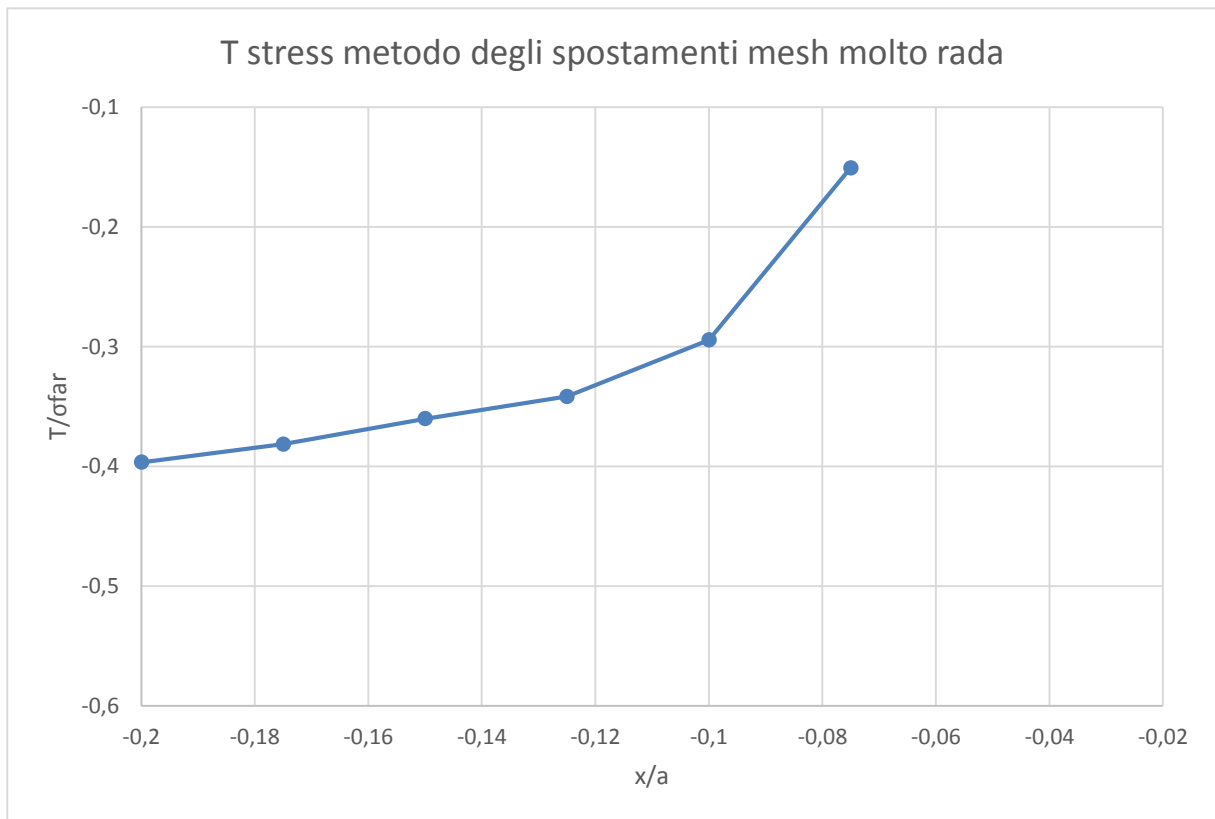


Figura 31: Andamento di T per provino DEN e mesh molto rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi$

4.1.2.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati dell'articolo per DEN specimen

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre gradi di definizione della mesh impiegata per il provino DEN ed i risultati ottenuti nell'articolo al Capitolo 3. Si potranno così osservare le differenze di risultato ottenute per il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e paragonare effettivamente i risultati correnti con quelli passati. Il grafico di confronto è riportato in Figura 32 ed il grafico riportante i dati dell'articolo è visibile in Figura 33.

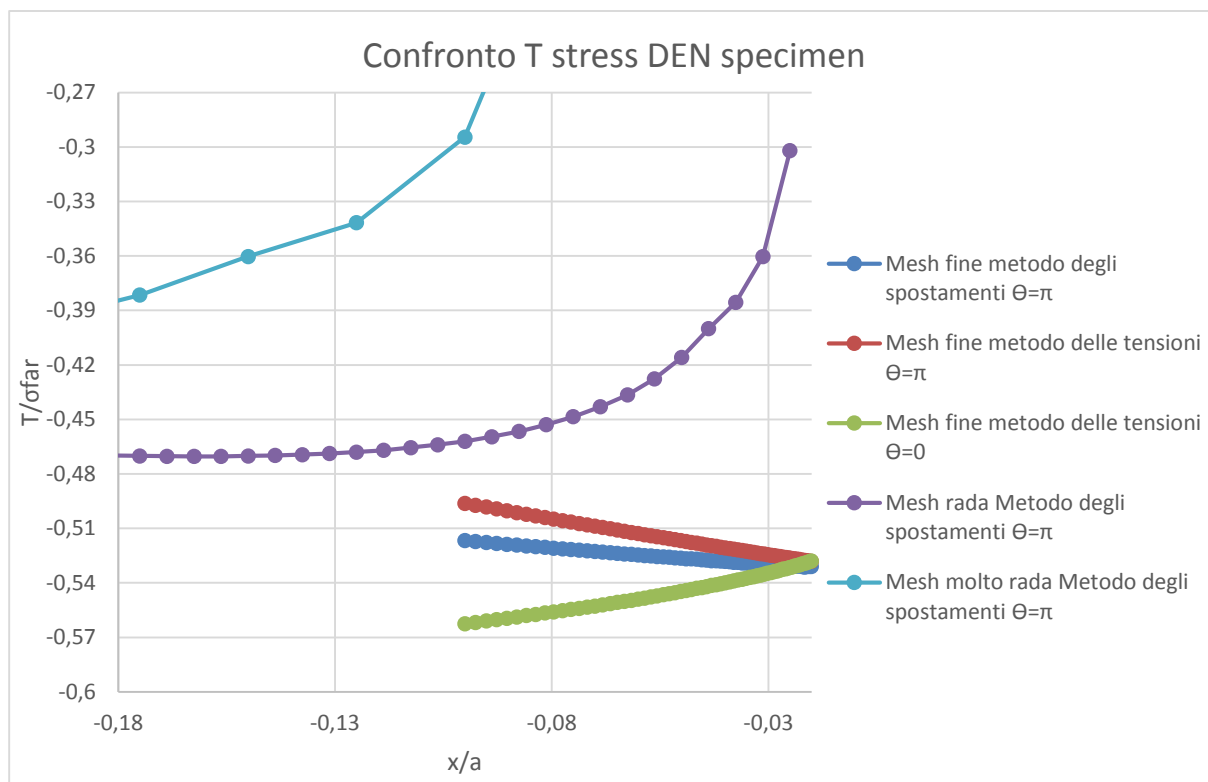


Figura 32: Confronto tra valori di T per il provino DEN

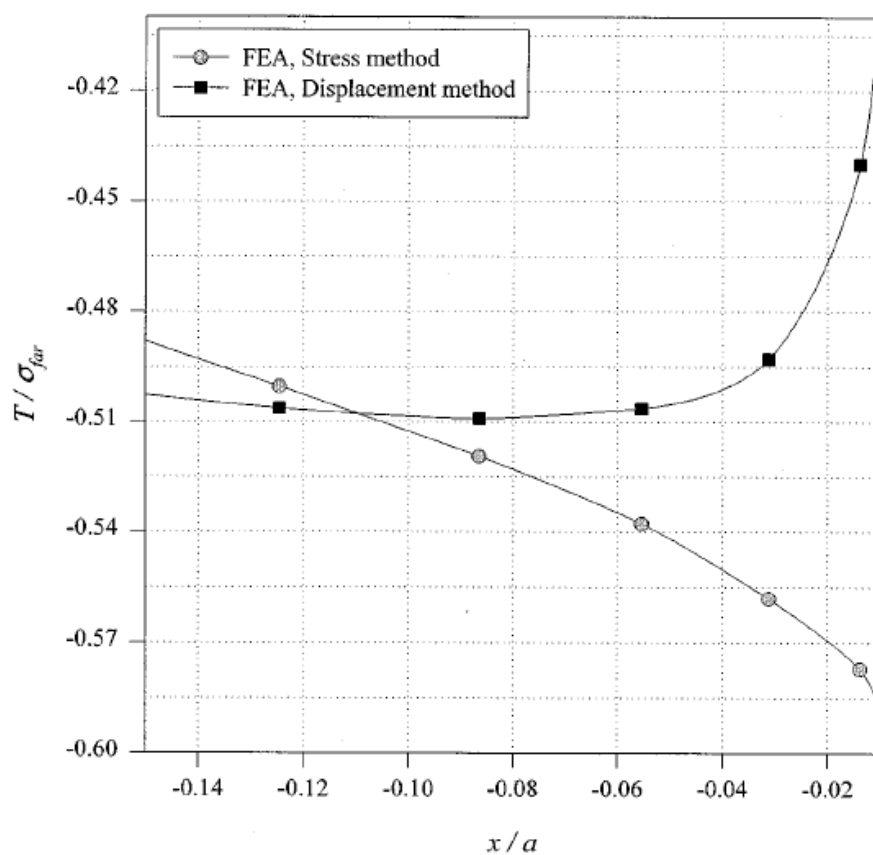


Figura 33: Normalised T in a double edge notched specimen of $a/W = 0.2$

Una prima osservazione è doveroso farla osservando la Figura 32 in cui si nota una chiara discrepanza tra i valori ottenuti con mesh fine e quelli ottenuti con mesh rada e molto rada. Più precisamente è ancora più evidente, come già detto in precedenza, l'uniformità dei risultati ottenuti con mesh fine, mentre si nota una leggera discrepanza tra i valori di quest'ultima con quelli della mesh rada che risultano mediamente inferiori di un -0.04 circa. Si vede chiaramente come la differenza tra i valori di T della mesh fine e della mesh rada sia di qualche punto per distanze consistenti dall'apice della cricca, mentre con l'avvicinarsi a questo i valori di T per mesh rada divergono sempre di più da quelli della mesh fine. E' quindi possibile affermare che la mesh rada nell'intervallo di x/a compreso tra -0.18 : -0.08 fornisca dei risultati accettabili della T stress discostandosi da quelli ottenuti con mesh fine al più del -0.04 – 0.05. Una seconda osservazione molto importante la si può fare osservando i valori ottenuti con la mesh molto rada poiché questa fornisce risultati ulteriormente inferiori rispetto a quelli degli altri modelli. Si vede facilmente infatti come i valori di T per mesh molto rada siano, nell'intervallo del rapporto x/a sopra citato, inferiori a quelli della mesh fine e della mesh rada rispettivamente dello 0.17 circa e dello 0.12 circa, valori decisamente troppo elevati per considerare attendibili i risultati ottenuti. E' quindi chiaro come diradando la mesh si inneschi un trend discendente dei valori di T , si può perciò affermare che esiste un limite alla creazione di mesh rade affinché i valori ottenuti siano attendibili anche nel caso di provini DEN, analogamente ai provini SEN come dimostrato in precedenza.

Va quindi fatta una terza osservazione riguardante i risultati ottenuti in questo lavoro e quelli ottenuti nel 1998 dal Prof. Ayatollahi. Appurato che i risultati delle mesh rade sono di entità inferiore a quelli dell'articolo è possibile osservare come invece quelli della mesh fine, nel caso del metodo degli spostamenti, siano leggermente superiori con una differenza massima dello 0.01 : 0.02. Si vede inoltre, dai valori dell'articolo, come per il metodo delle tensioni la curva risultante avesse un andamento decrescente, cosa che si ritrova nel lavoro attuale nel caso con angolo $\Theta = \pi$. Viceversa il metodo delle tensioni con angolo $\Theta = 0^\circ$ mostra un andamento crescente, cosa in opposizione al trend dell'articolo, il che fa propendere per affermare che i valori dell'articolo siano stati ottenuti lungo la faccia della cricca considerando l'angolo $\Theta = \pi$. Un'ultima doverosa osservazione la si può fare riguardo al trend della T stress per il metodo degli spostamenti e mesh rada, questo segue esattamente quello dell'articolo nonostante i valori ottenuti siano inferiori, il che dimostra come questo caso andrebbe ulteriormente indagato.

4.2 Modo misto I/II

Volendo rispettare l'ordine di analisi imposto dall'articolo è quindi il momento di realizzare i provini con cricca centrale inclinata necessari a generare una sollecitazione a Modo misto I e II. Per ognuno saranno realizzate tre differenti mesh: una mesh fine, una mesh rada ed una mesh molto rada su cui sarà calcolato il valore di T con il metodo delle tensioni, solo per la mesh fine, ed il metodo degli spostamenti, per tutte le diverse mesh. I valori ottenuti con i differenti metodi e le diverse mesh saranno quindi confrontati tra loro e con quelli dell'articolo, osservando le eventuali discrepanze.

Al fine di effettuare una verifica sulla correttezza della trattazione, la quale riporta lo studio di una piastra sottoposta a sollecitazione di trazione, si effettuano delle analisi FEM su di un componente geometricamente analogo al modello riportato nell'articolo. Non essendo riportata alcuna dimensione assoluta si evidenzia che il modello sarà geometricamente uguale a quello dell'articolo, essendo l'inclinazione della cricca centrale l'unico dato specificato, pari ad un angolo $\beta = 70^\circ$, ricordando che con $\beta = 0^\circ$ si ha una sollecitazione di puro Modo II mentre con $\beta = 90^\circ$ si ha una sollecitazione di puro Modo I. Si è optato per realizzare una piastra di larghezza $2W$ (posta pari a 200mm) e di altezza pari a $2H = 200$ mm in modo tale che la tensione nominale σ_{far} sia applicata ad una distanza sufficiente dalla cricca. Non essendo a conoscenza dell'ampiezza della cricca impiegata nell'articolo si è scelto di analizzare ogni modello per due differenti valori pari a $2a = 2$ mm e $2a = 40$ mm.

Per quanto riguarda il carico applicato si è deciso di imporre arbitrariamente una tensione di trazione σ_{far} pari a 100 MPa. Tale geometria, e tale tipo di sollecitazione applicata, implicano che le facce della cricca tendano ad aprirsi esattamente a Modo misto I/II.

4.2.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2$ mm

In questo caso, non essendo presenti simmetrie geometriche nella piastra, come visibile in Figura 34, è necessario modellarla interamente (attraverso il codice Ansys) non riuscendo così a semplificare la trattazione. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000$ MPa, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 35 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 36. Quella appena descritta è la parte comune a tutti e due i modelli del provino con cricca di ampiezza $2a = 2$ mm, successivamente saranno differenziati dalla definizione della mesh.

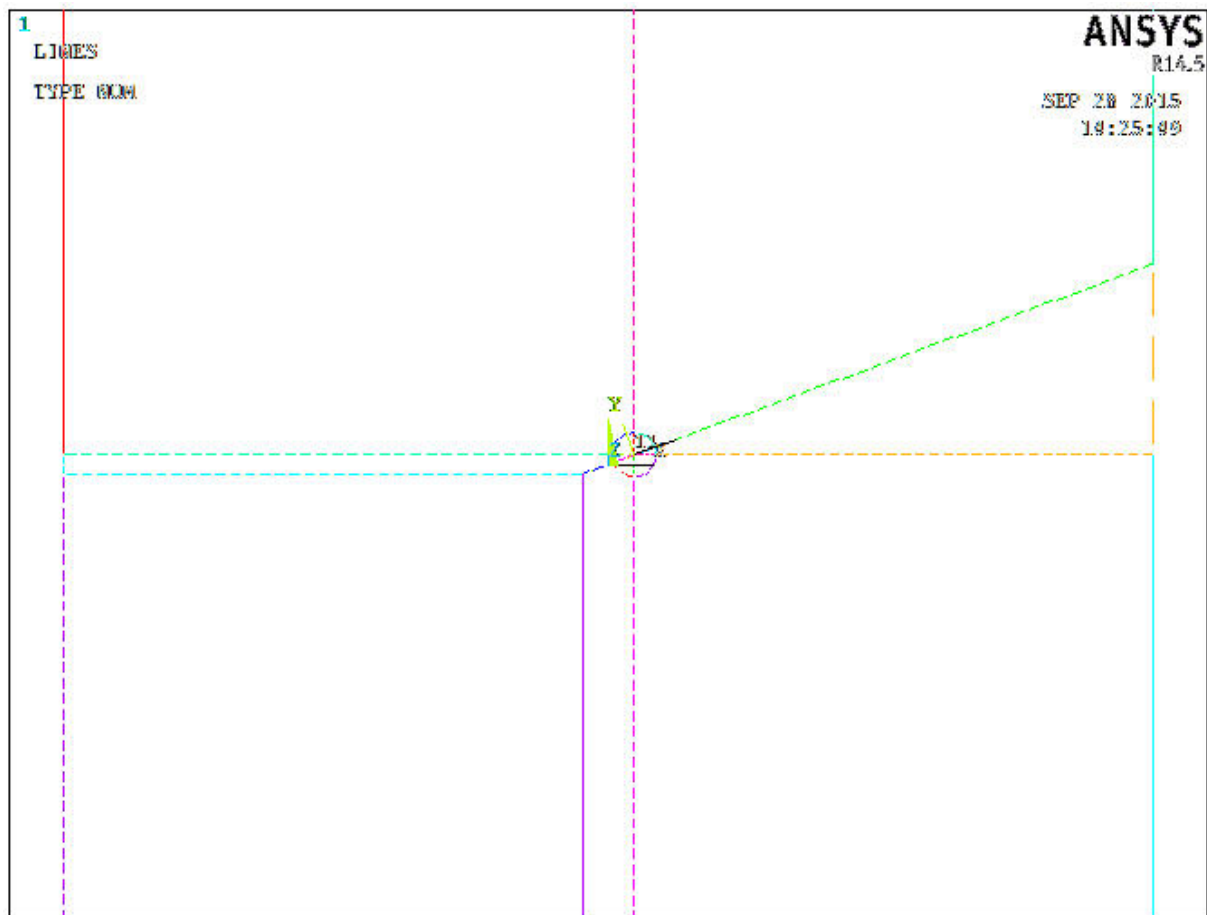


Figura 36: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale della cricca

4.2.1.1 Mesh fine

Si è quindi realizzata la prima delle tre mesh del provino con cricca centrale inclinata: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra, come visibile nelle Figure 37 e 38, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

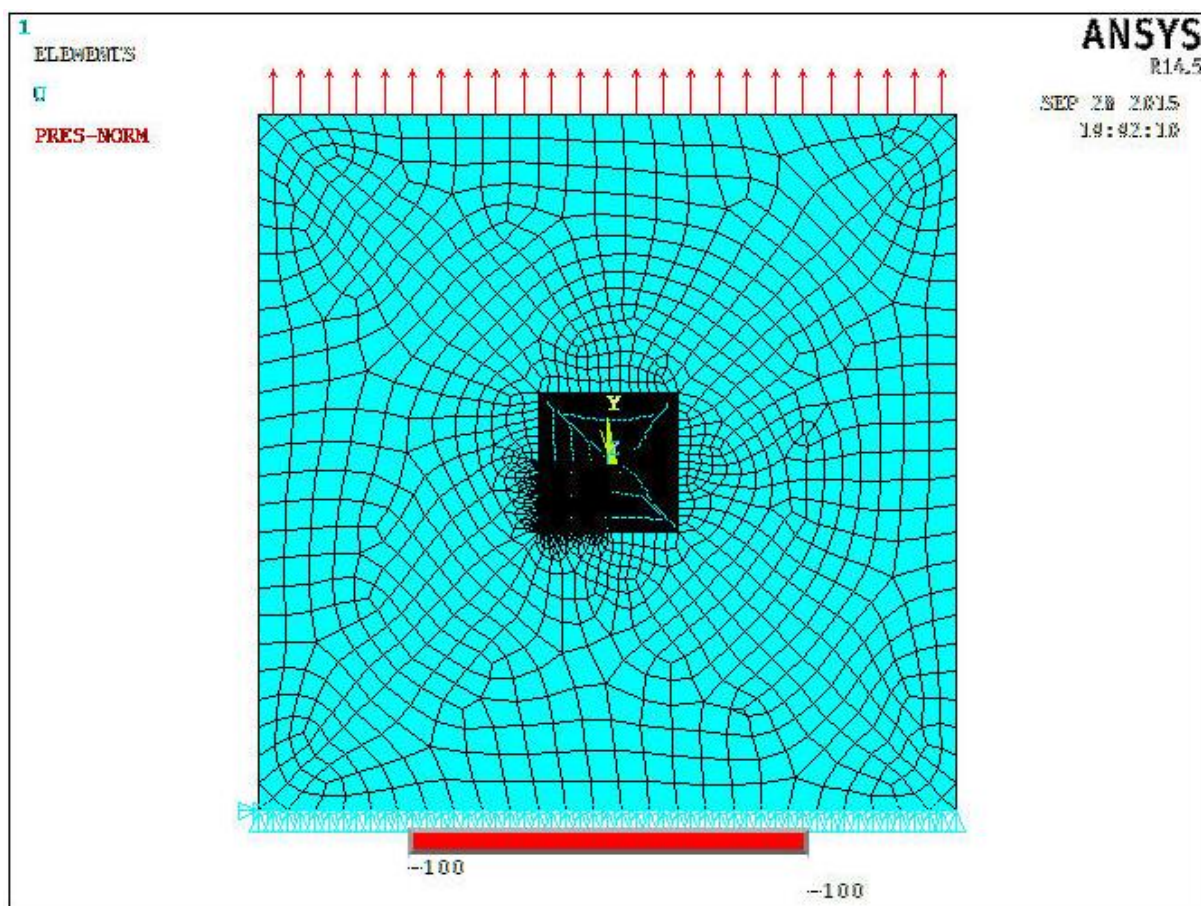


Figura 37: Piastra dotata di mesh fine con vincoli e carichi di trazione applicati

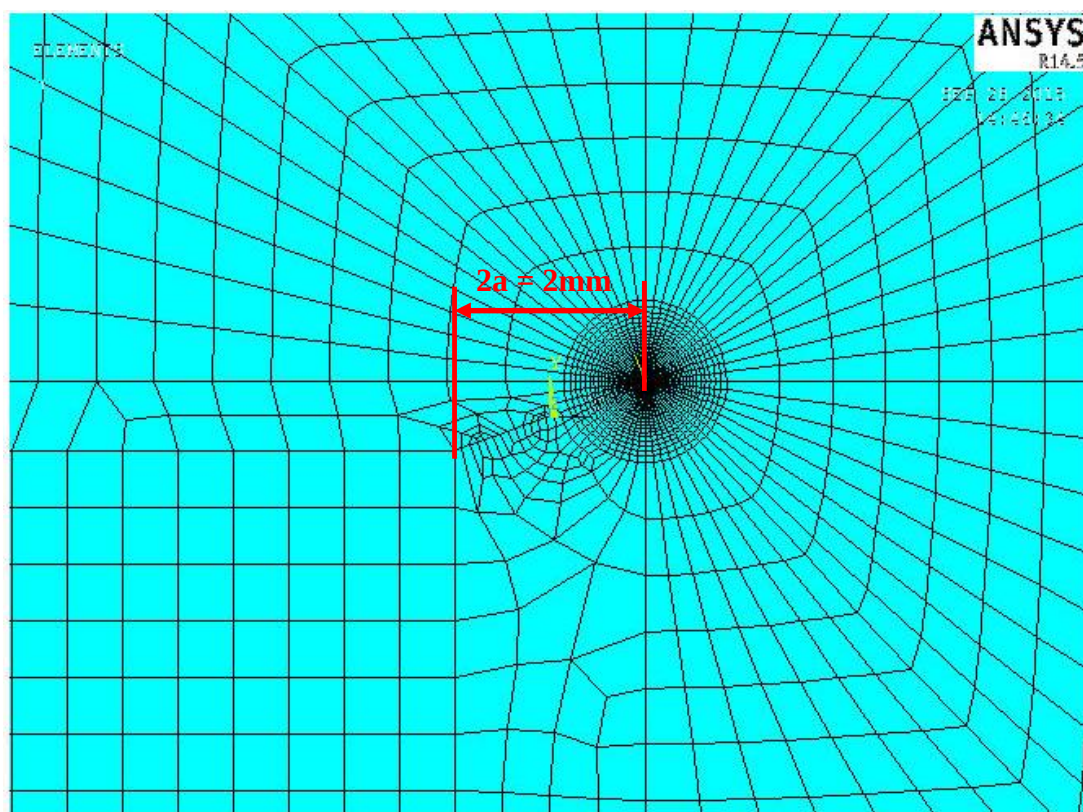


Figura 38: Vista della zona cricca dotata di mesh fine

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo le tensioni, σ_{xx} e σ_{yy} , e gli spostamenti u_x in direzione x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la bisettrice della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 14a riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0}$$

Con σ_{xx} e σ_{yy} rispettivamente la tensione radiale e la tensione circonferenziale lungo la bisettrice ($\Theta = 0^\circ$) della cricca.

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 39) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} , rappresentanti rispettivamente il rapporto tra la coordinata x considerata, con origine l'apice della cricca, e l'ampiezza a della cricca, ed il rapporto tra il valore ottenuto di T con la tensione nominale applicata σ_{far} .

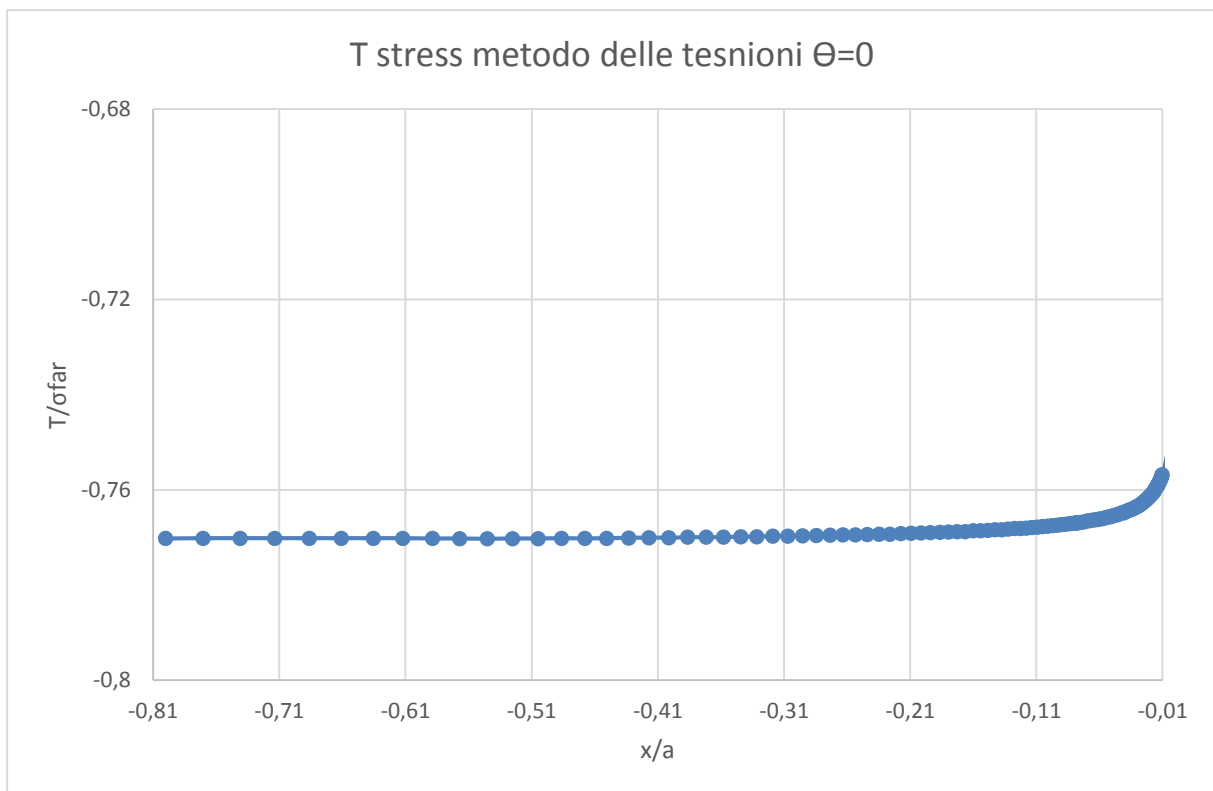


Figura 39: Andamento di T per provino con cricca centrale e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=0^\circ$

Il secondo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 14b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 40) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

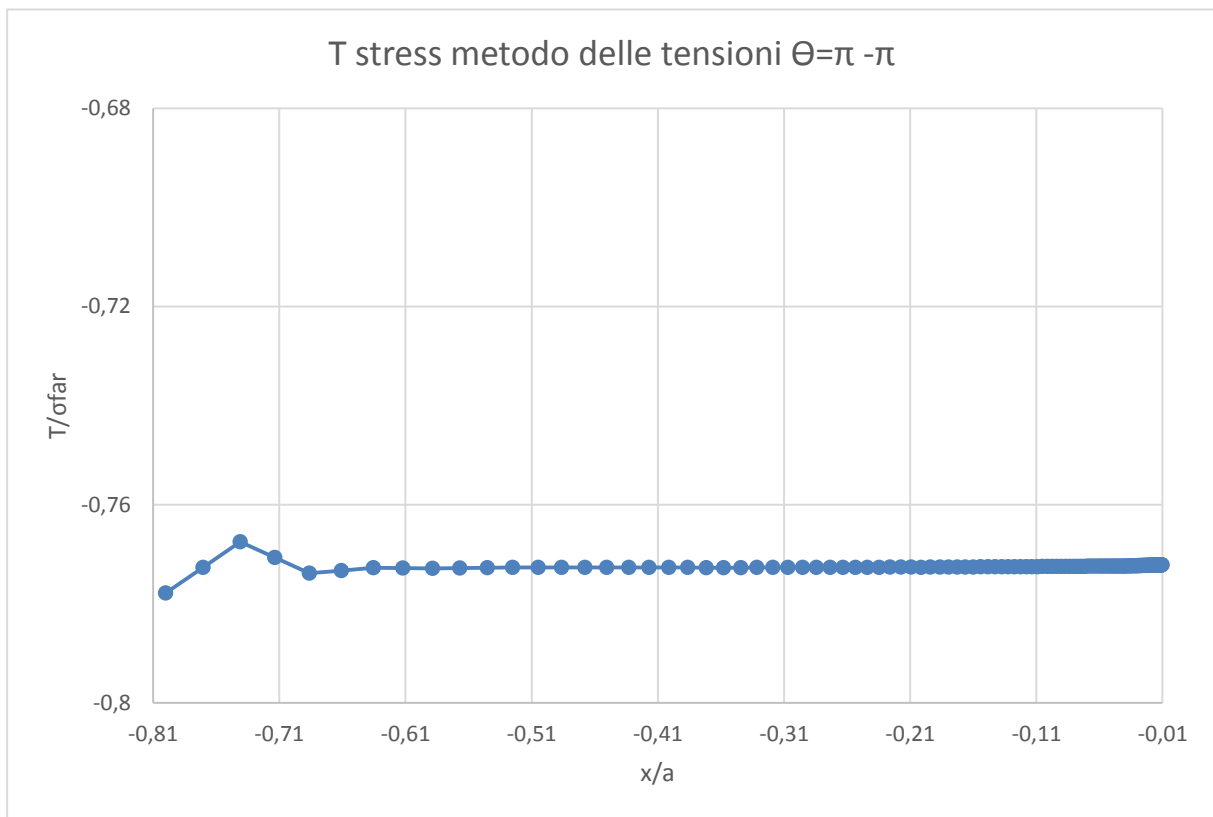


Figura 40: Andamento di T per provino con cricca centrale e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi,-\pi$

Il terzo path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Dove E' è il valore del modulo di Young in stato di deformazione piana definito dall'equazione 12, $u_x(x, -\pi)$ è il rapporto incrementale così definito:

$$u_x(x, -\pi) = \left(\frac{[u_x(x) - u_x(0)]}{x} \right)_{\theta=-\pi}$$

necessario ad approssimare la pendenza dello spostamento radiale lungo la faccia inferiore della cricca, $u_x(x, \pi)$ è il rapporto incrementale così definito:

$$u_x(x, \pi) = \left(\frac{[u_x(x) - u_x(0)]}{x} \right)_{\theta=\pi}$$

necessario ad approssimare la pendenza dello spostamento radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 41) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

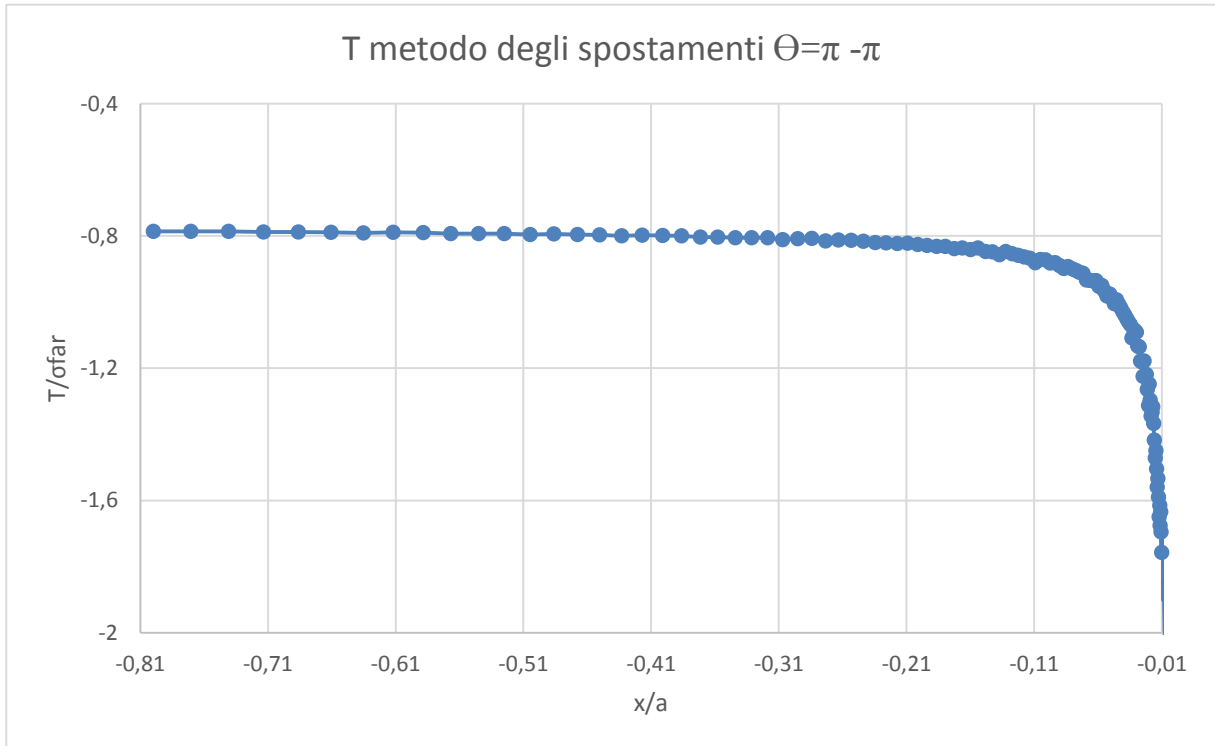


Figura 41: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh fine con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi, -\pi$

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre risultati ottenuti osservando quindi, in caso di mesh fine, di quanto si discostano i valori ricavati con il metodo delle tensioni e quelli dovuti al metodo degli spostamenti. Il grafico di confronto è riportato in Figura 42.

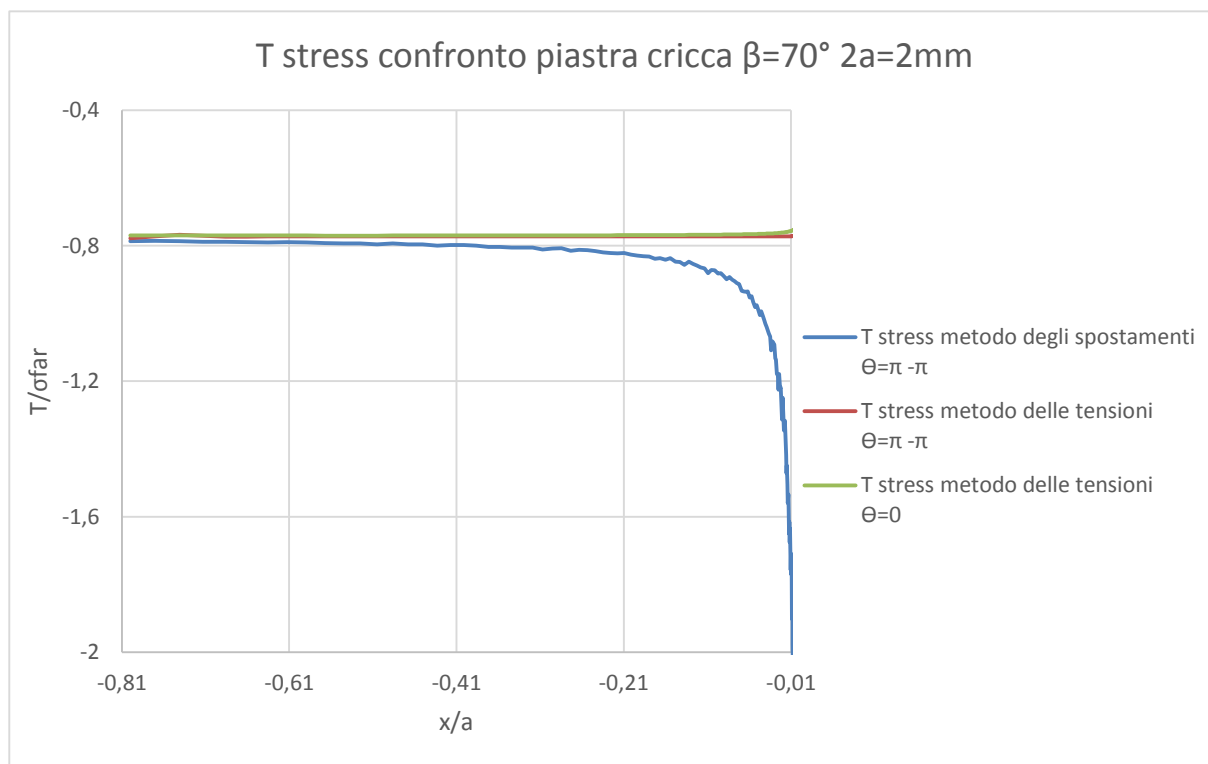


Figura 42: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata e mesh fine

E' immediato osservare come sia il metodo degli spostamenti sia il metodo delle tensioni per $\Theta = -\pi, \pi$ diano dei risultati coerenti ed analoghi l'uno dall'altro. Si vede solo come in prossimità dell'apice della cricca il metodo degli spostamenti diverga, ma questo accade nettamente e solo per un valore del rapporto x/a circa pari a -0.1. Tutte e tre le curve ottenute riportano essenzialmente il medesimo valore di T stress nell'ampio intervallo di x/a pari a -0.81 : -0.1. Questi valori sono la prova tangibile che nel caso di piastra sollecitata a modo misto il metodo degli spostamenti stimi un valore corretto della T stress.

4.2.1.2 Mesh rada

La seconda mesh realizzata per il provino con cricca centrale inclinata è quella rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata, quindi molto pesante e complessa da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali, su cui si basa il metodo degli spostamenti, non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 43 e 44, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

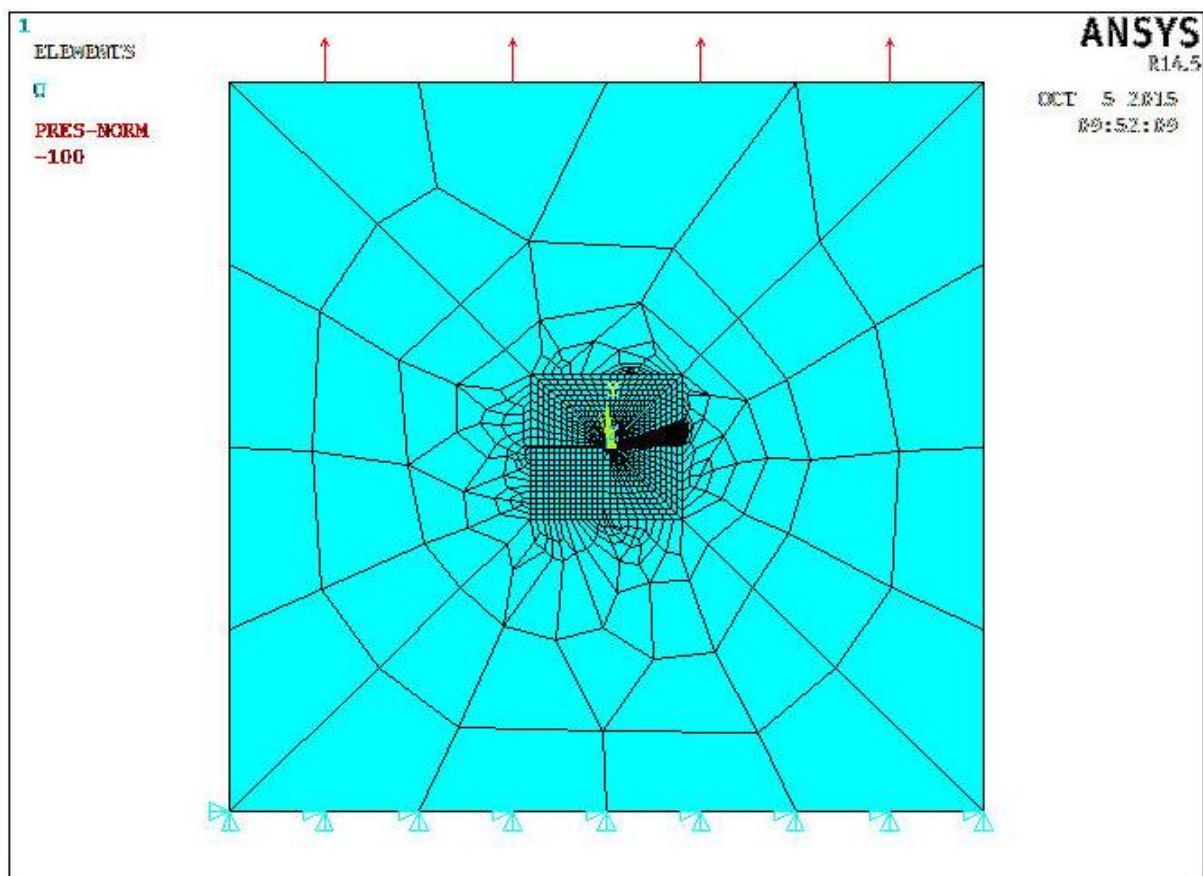


Figura 43: Piastra $2a=2\text{mm}$ dotata di mesh rada con vincoli e carichi di trazione applicati

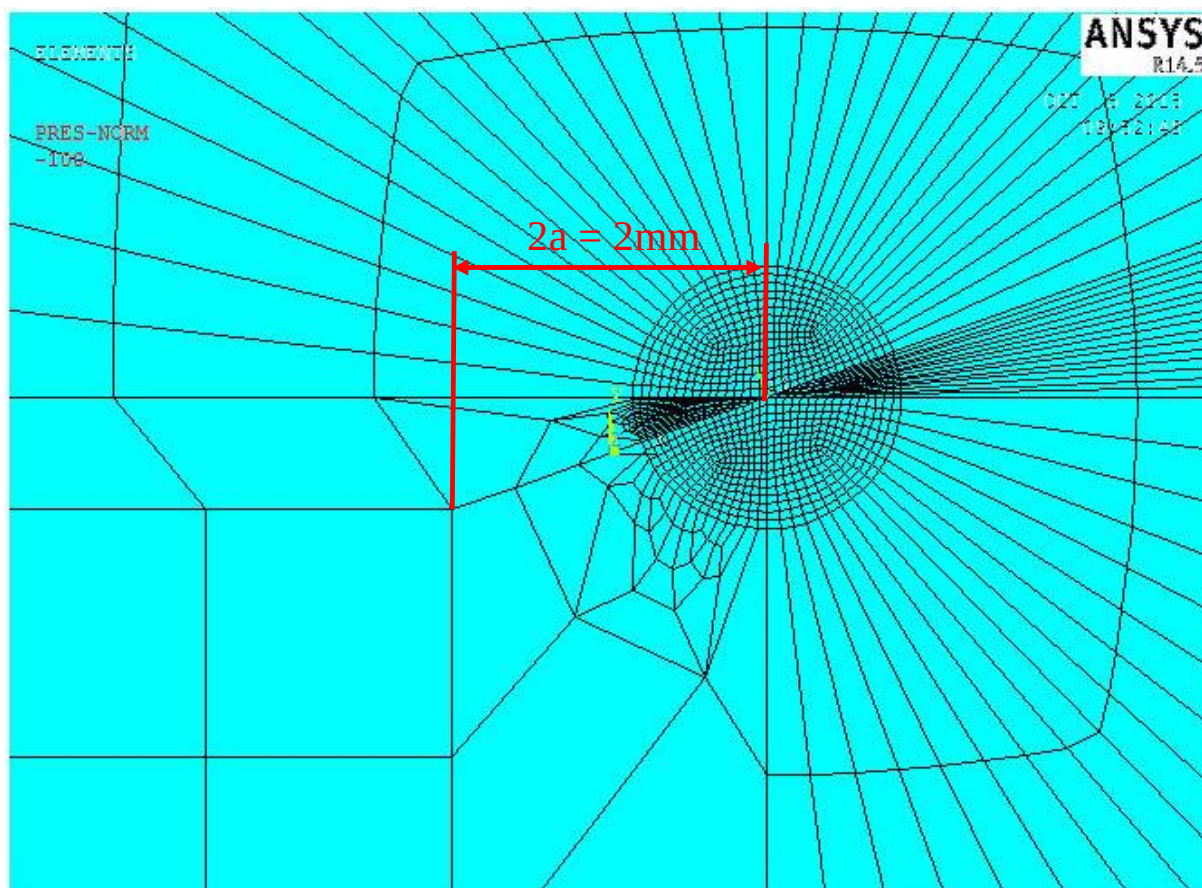


Figura 44: Vista della zona cricca dotata di mesh rada

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano, anche se molto meno rispetto alla precedente mesh, man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.053mm. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 45) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

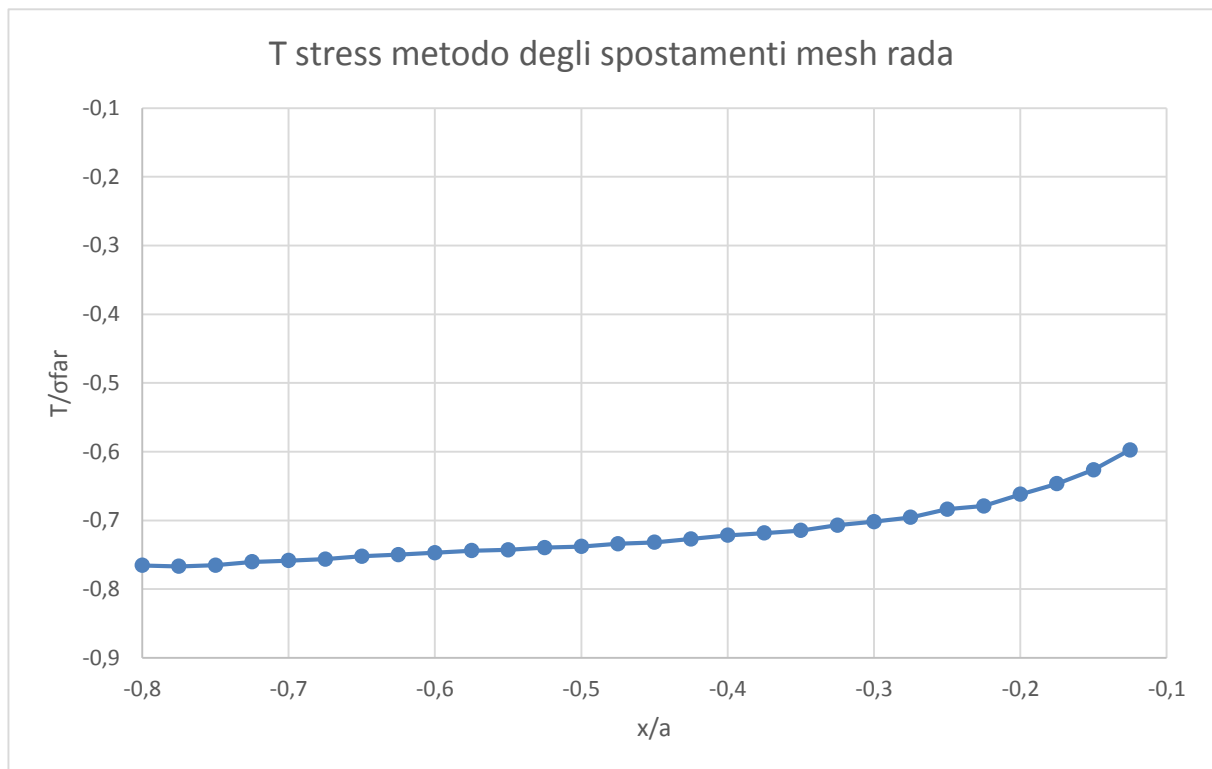


Figura 45: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi, -\pi$

4.2.1.3 Mesh molto rada

La terza mesh realizzata per il provino con cricca centrale inclinata è quella molto rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche in presenza di una mesh elementare, senza quindi la necessità di definirne eccessivamente gli elementi rendendola molto pesante e complessa da creare, poiché molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, l'analisi risulterà lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi realizzabili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali, su cui si basa il metodo degli spostamenti, non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base

della piastra come visibile nelle Figure 46 e 47, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100 \text{ MPa}$.

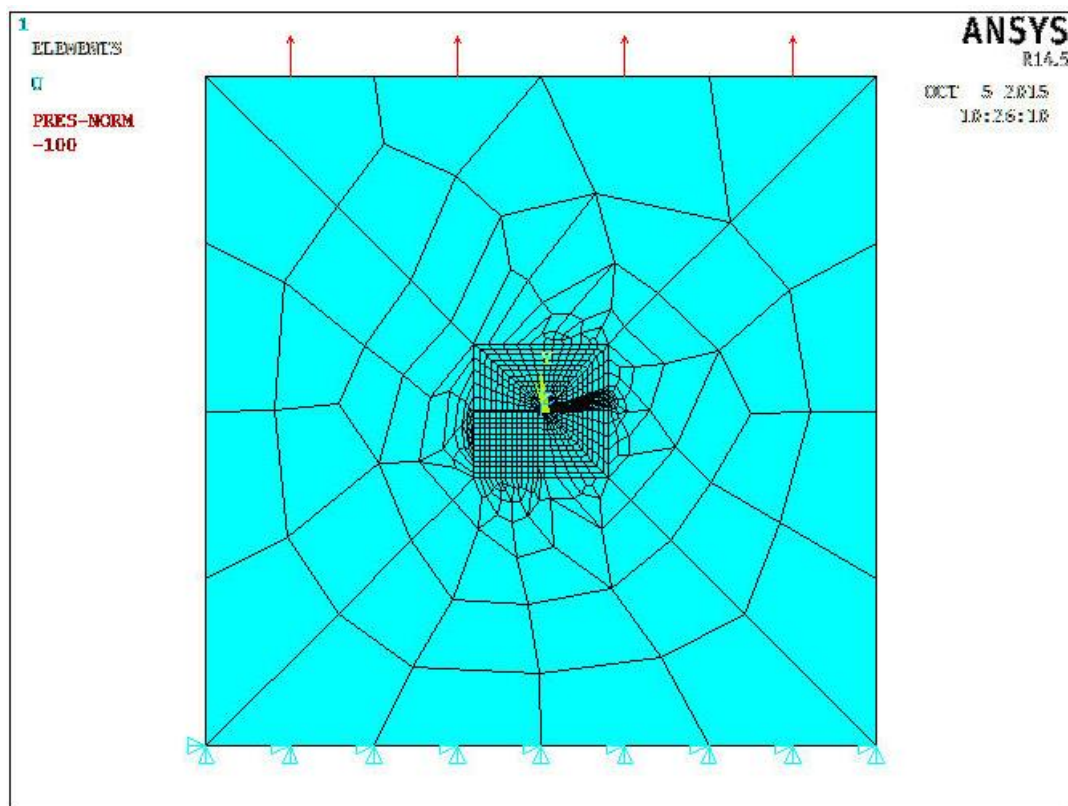


Figura 46: Piastra $2a=2\text{mm}$ dotata di mesh molto rada con vincoli e carichi di trazione applicati

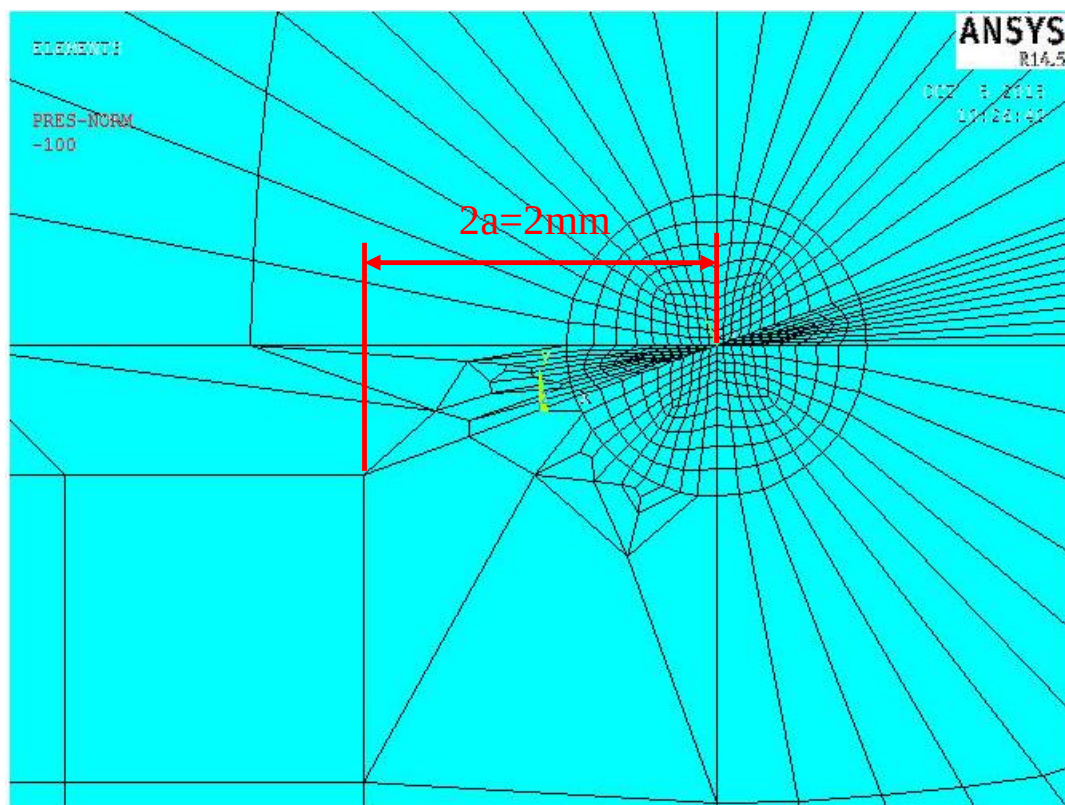


Figura 47: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano, anche se molto meno rispetto alla precedente mesh, man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.08mm. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 48) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

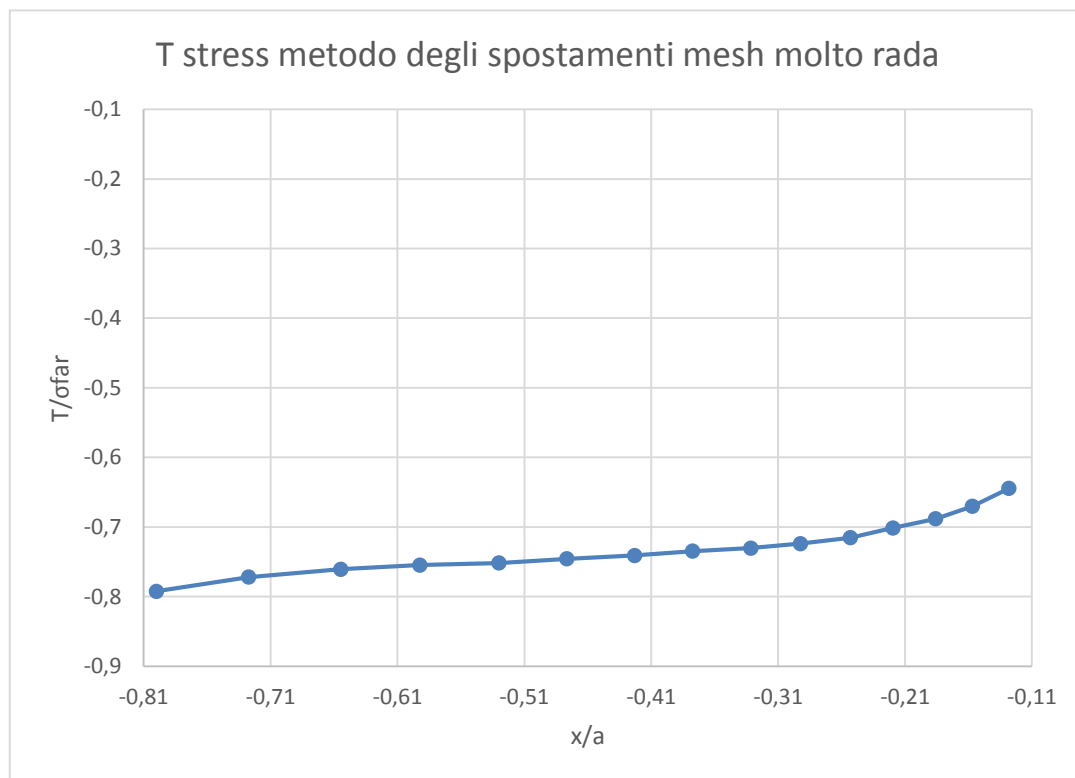


Figura 48: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh molto rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi,-\pi$

4.2.1.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati articolo per provino con cricca centrale inclinata ampiezza $2a = 2\text{mm}$

Si procede ora ad un confronto tra i tre gradi di definizione della mesh impiegata per il provino con cricca centrale inclinata ed i risultati ottenuti nell'articolo al Capitolo 3. Si potranno così osservare le differenze tra i valori ottenuti con il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e paragonare effettivamente quelli correnti con quelli passati. Il grafico di confronto è riportato in Figura 49 ed il grafico riportante i dati dell'articolo è visibile in Figura 50.

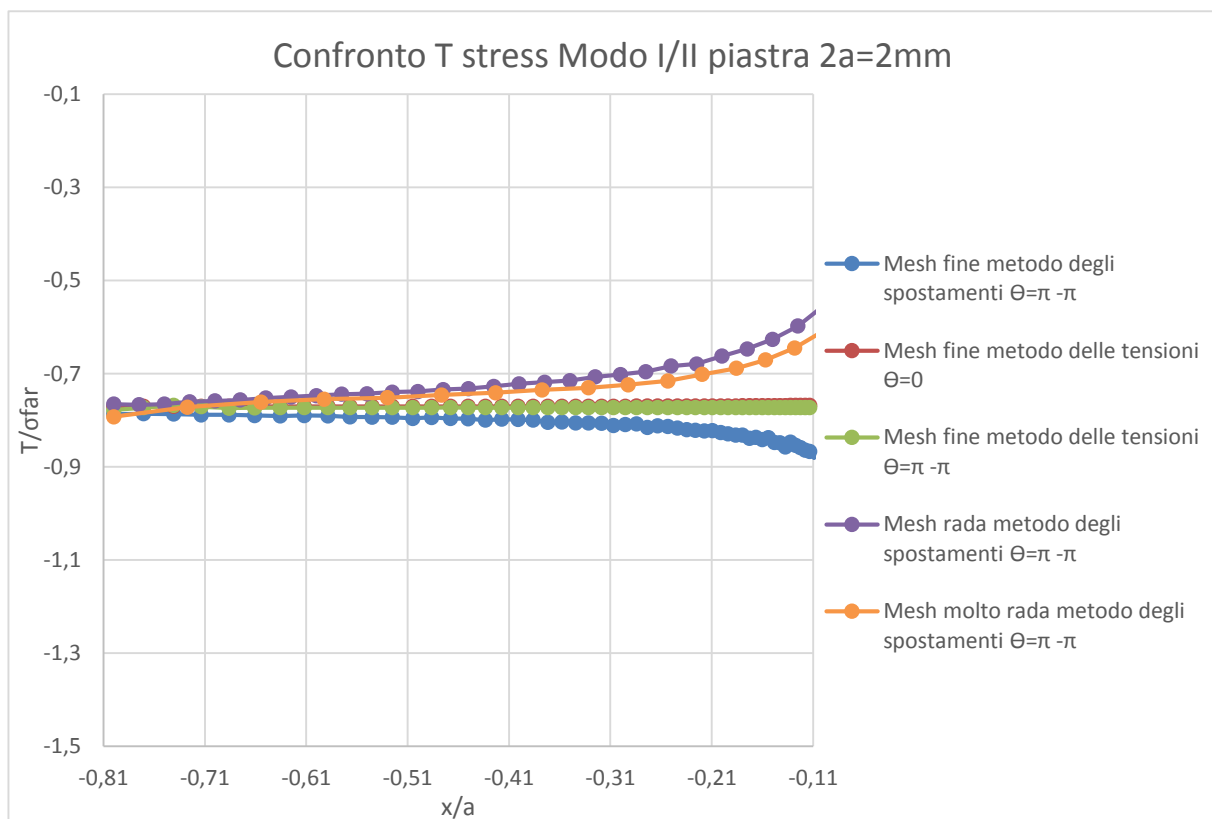


Figura 49: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata, mesh fine, mesh rada e mesh molto rada

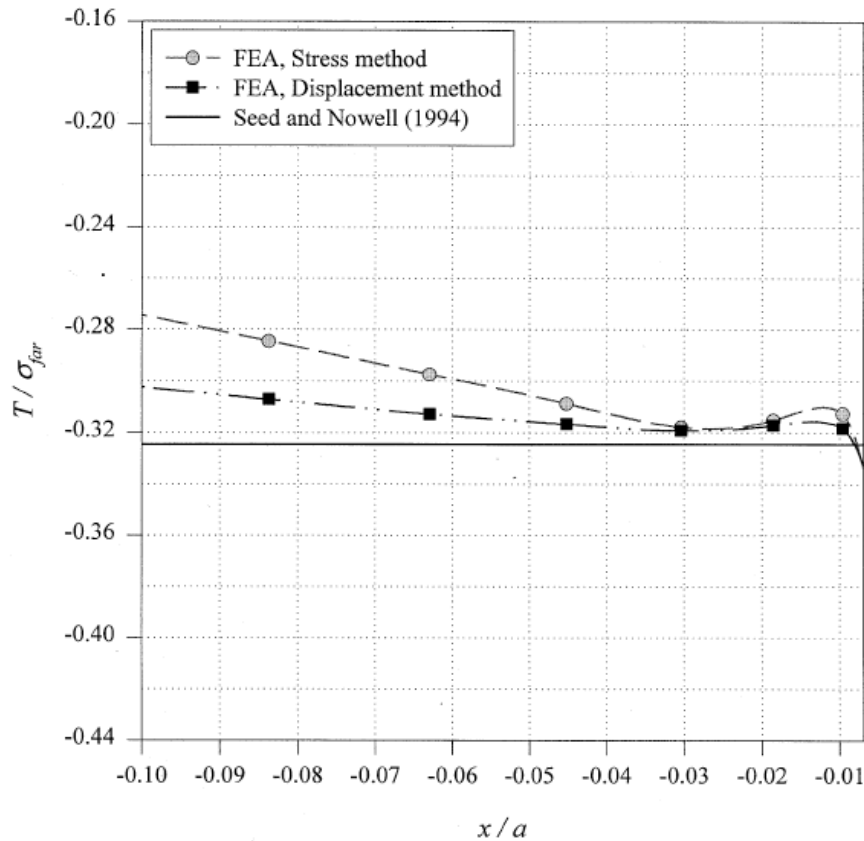


Figura 50: Normalised T in an angled edge crack in a large square plate (loading angle $\beta = 70^\circ$)

La bontà e la coerenza dei risultati ottenuti con la mesh fine è stata già ben spiegata 4.2.1.1, dalla Figura 50 si può immediatamente notare come per questa piastra soggetta ad un carico a Modo misto I/II anche la mesh rada e molto rada forniscano un buon risultato. Considerando la mesh rada questo si può ben dedurre osservando la marginale differenza tra i valori ottenuti con mesh fine e con mesh rada all'interno dell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.81 e -0.31, che si attesta al di sotto di -0.1 lontano dall'apice della cricca per arrivare a -0.1 vicino all'apice della cricca, per cui differenze molto sottili ed accettabili.

Considerando la mesh molto rada la situazione non cambia, infatti si vede come anche questa dia risultati coerenti ed omogenei con quelli degli altri modelli. All'interno dell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.81 e -0.31 si ha al più una variazione dal valore ottenuto con mesh fine pari a -0.05 che è completamente marginale ai fini del risultato.

Si può per cui affermare che sia la mesh rada che quella molto rada offrono un'ottima stima della T stress lungo tutto l'intervallo analizzato ma in particolare allontanandosi dall'apice della cricca i valori convergono tutti al medesimo.

Osservando i dati tratti dall'articolo si vede come l'intervallo del rapporto x/a considerato sia notevolmente inferiore rispetto a quello del lavoro corrente, il che comporta l'impossibilità di confrontare la bontà dei risultati attuali con quelli passati. A causa di questo è anche impossibile confrontare gli andamenti delle curve vista la grande differenza di intervallo d'osservazione.

Infine bisogna evidenziare l'impossibilità di confrontare i valori della T stress ottenuti non essendo a conoscenza delle dimensioni assolute o dei rapporti dimensionali utilizzati nella piastra trattata nell'articolo.

4.2.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$

Anche in questo caso, non essendo presenti simmetrie geometriche nella piastra, è necessario modellarla interamente (attraverso il codice Ansys) non riuscendo così a semplificare la trattazione. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000\text{MPa}$, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 51 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 52. Quella appena descritta è la parte comune a tutti e due i modelli del provino con cricca di ampiezza $2a = 40\text{mm}$, successivamente saranno differenziati dalla definizione della mesh.

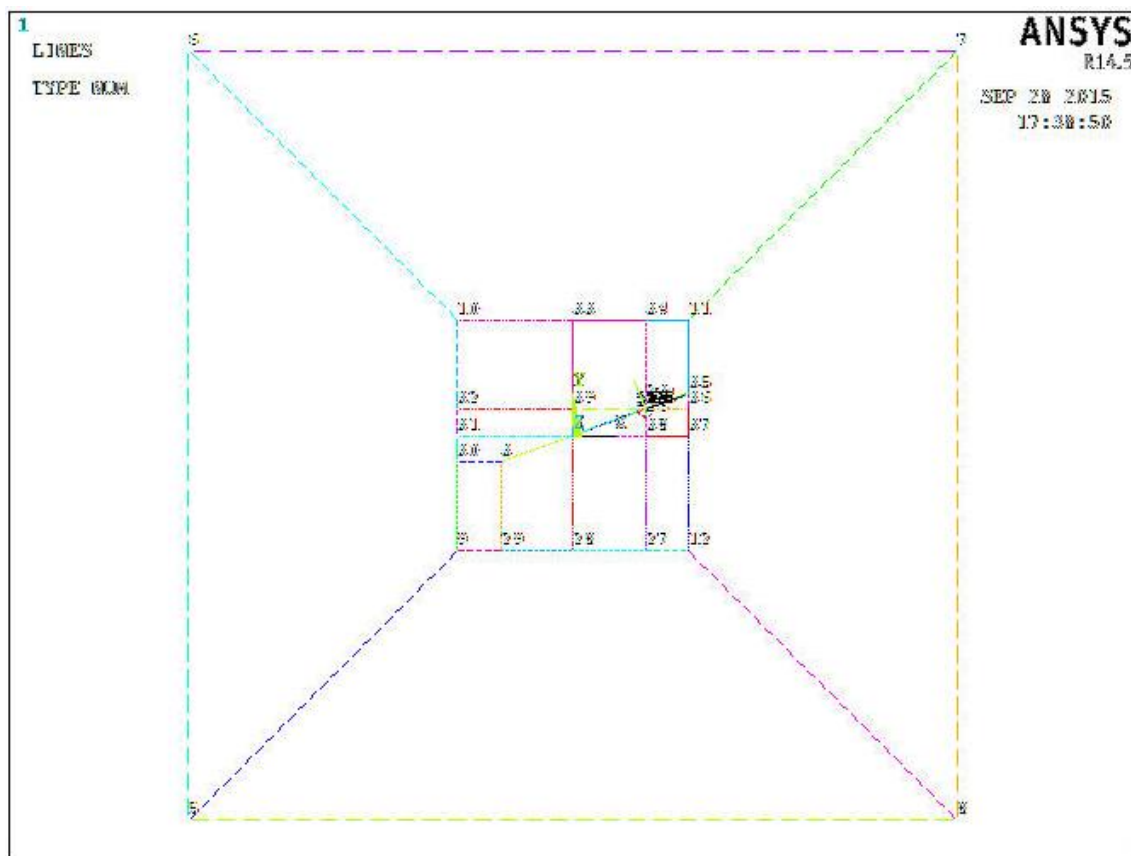


Figura 51: Modello studiato cricca $2a = 40\text{mm}$, linee di costruzione

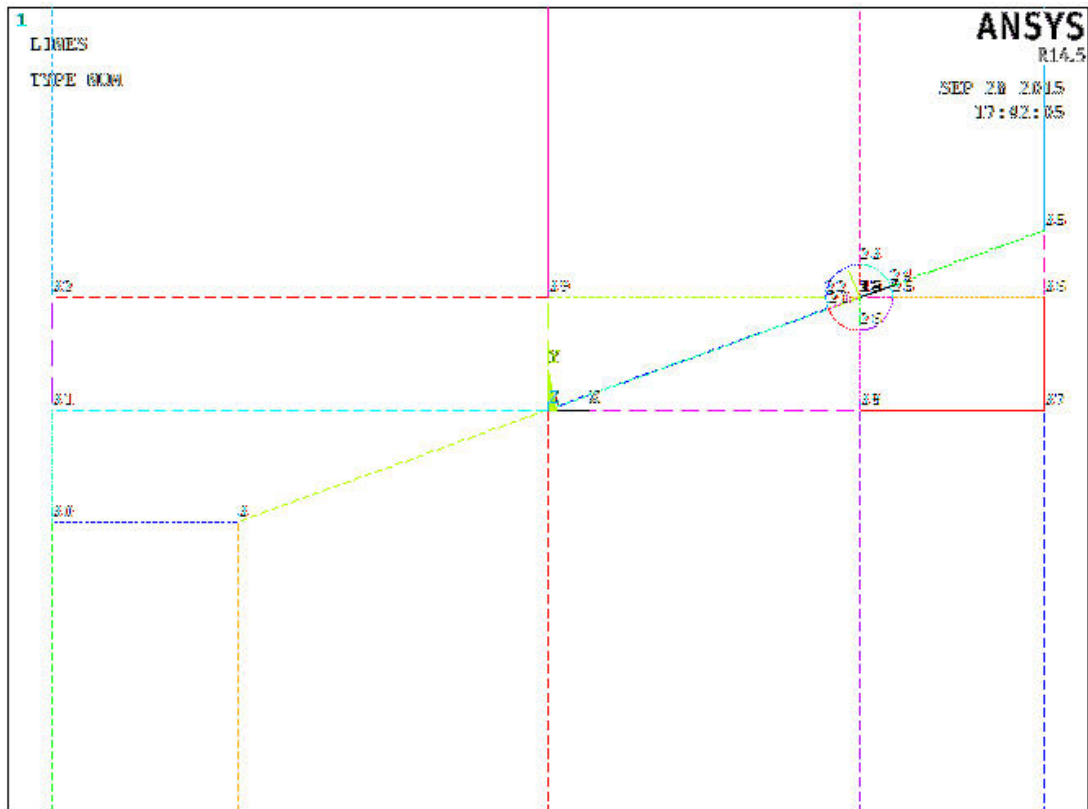


Figura 52: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale della cricca

4.2.2.1 Mesh fine

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino con cricca centrale inclinata: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra, come visibile nelle Figure 53 e 54, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

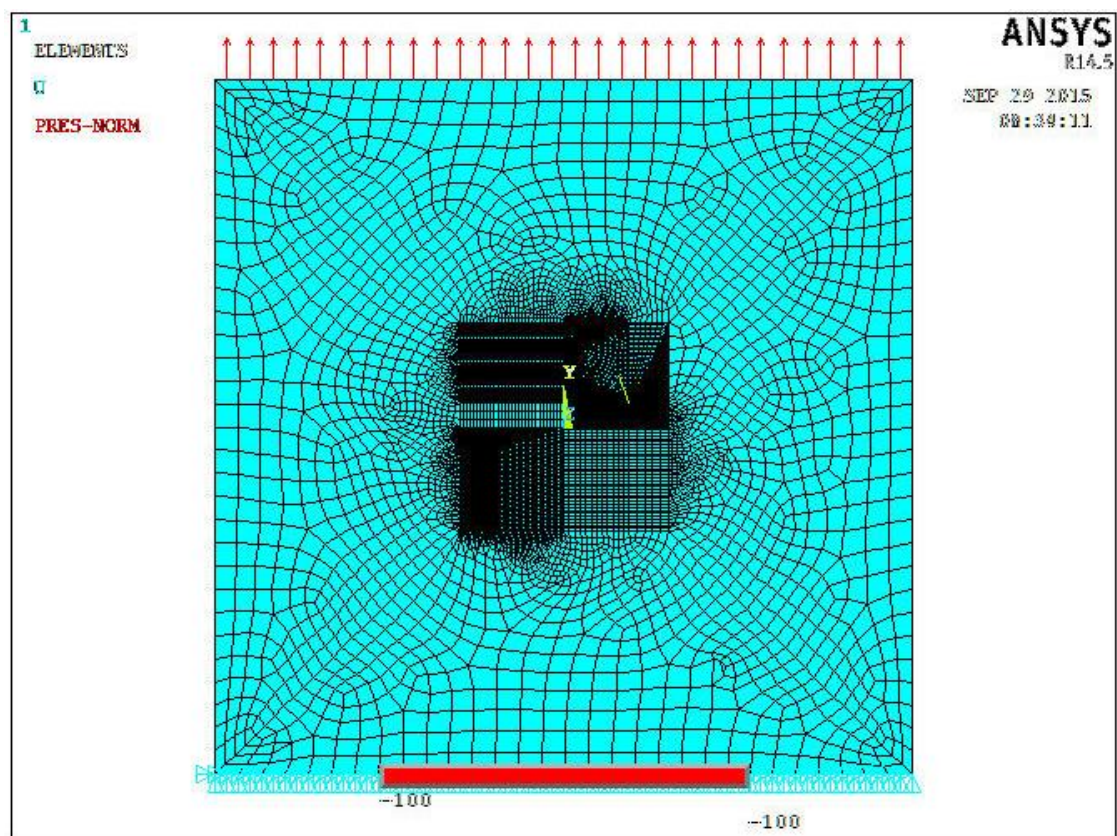


Figura 53: Piastra $2a=40\text{mm}$ dotata di mesh fine con vincoli e carichi di trazione applicati

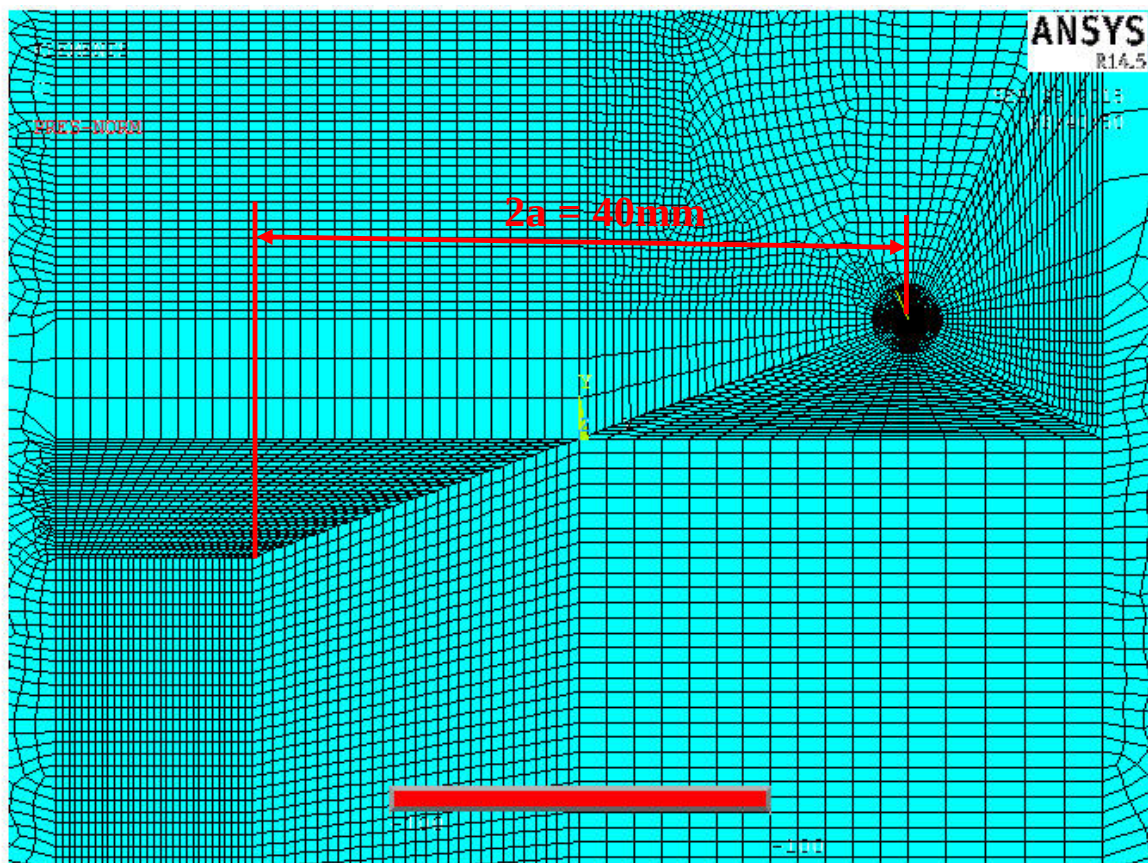


Figura 54: Vista della zona cricca dotata di mesh fine

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo le tensioni, σ_{xx} e σ_{yy} , e gli spostamenti u_x in direzione x radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il primo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni lungo la bisettrice della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 14a riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0}$$

Con σ_{xx} e σ_{yy} rispettivamente la tensione radiale e la tensione circonferenziale lungo la bisettrice ($\Theta = 0^\circ$) della cricca.

A questo punto si sono plottati i risultati ottenuti in un grafico (Figura 55) utilizzando le grandezze normalizzate x/a e T/σ_{far} , rappresentanti rispettivamente il rapporto tra la coordinata x considerata, con origine l'apice della cricca, e l'ampiezza a della cricca, ed il rapporto tra il valore ottenuto di T con la tensione nominale applicata σ_{far} .

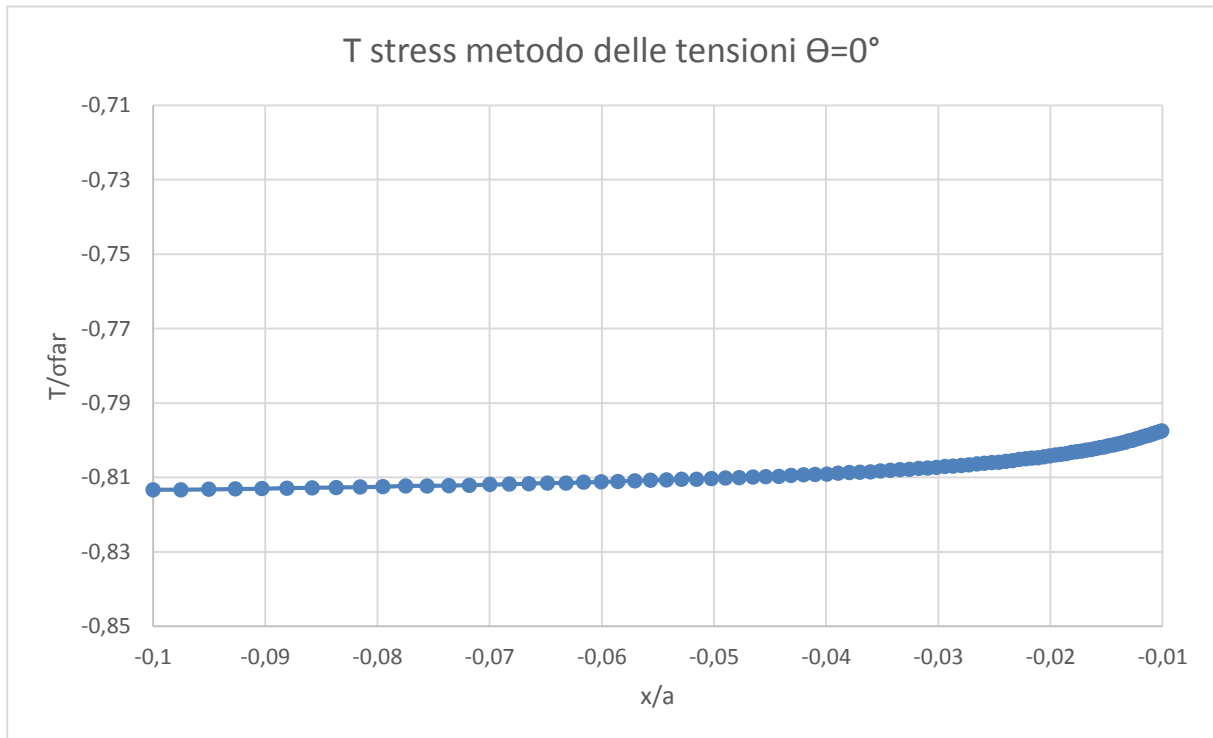


Figura 55: Andamento di T per provino con cricca centrale e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=0^\circ$

Il secondo path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 14b riportata nell'articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 56) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

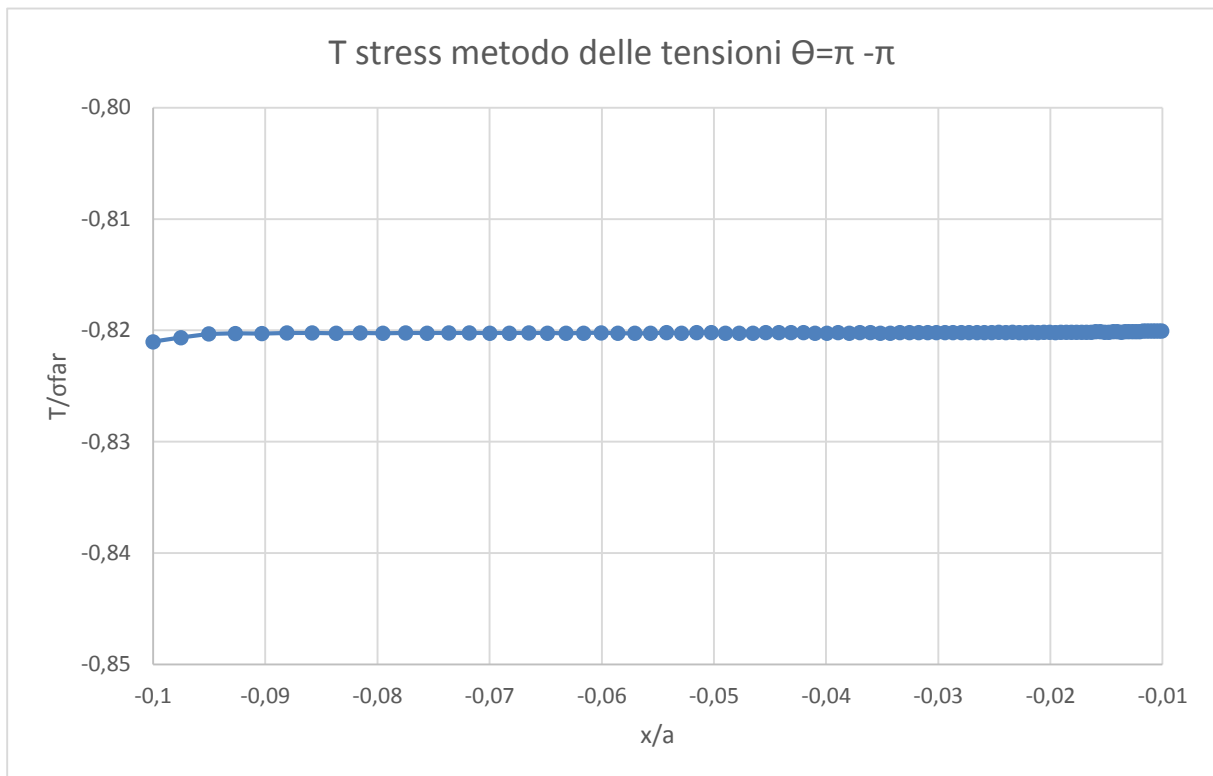


Figura 56: Andamento di T per provino con cricca centrale e mesh fine con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi,-\pi$

Il terzo path analizzato è quello relativo al metodo degli spostamenti lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Dove E' è il valore del modulo di Young in stato di deformazione piana definito dall'equazione 12, $u_x(x, -\pi)$ è il rapporto incrementale così definito:

$$u_x(x, -\pi) = \left(\frac{[u_x(x) - u_x(0)]}{x} \right)_{\theta=-\pi}$$

necessario ad approssimare la pendenza dello spostamento radiale lungo la faccia inferiore della cricca, $u_x(x, \pi)$ è il rapporto incrementale così definito:

$$u_x(x, \pi) = \left(\frac{[u_x(x) - u_x(0)]}{x} \right)_{\theta=\pi}$$

necessario ad approssimare la pendenza dello spostamento radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 57) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

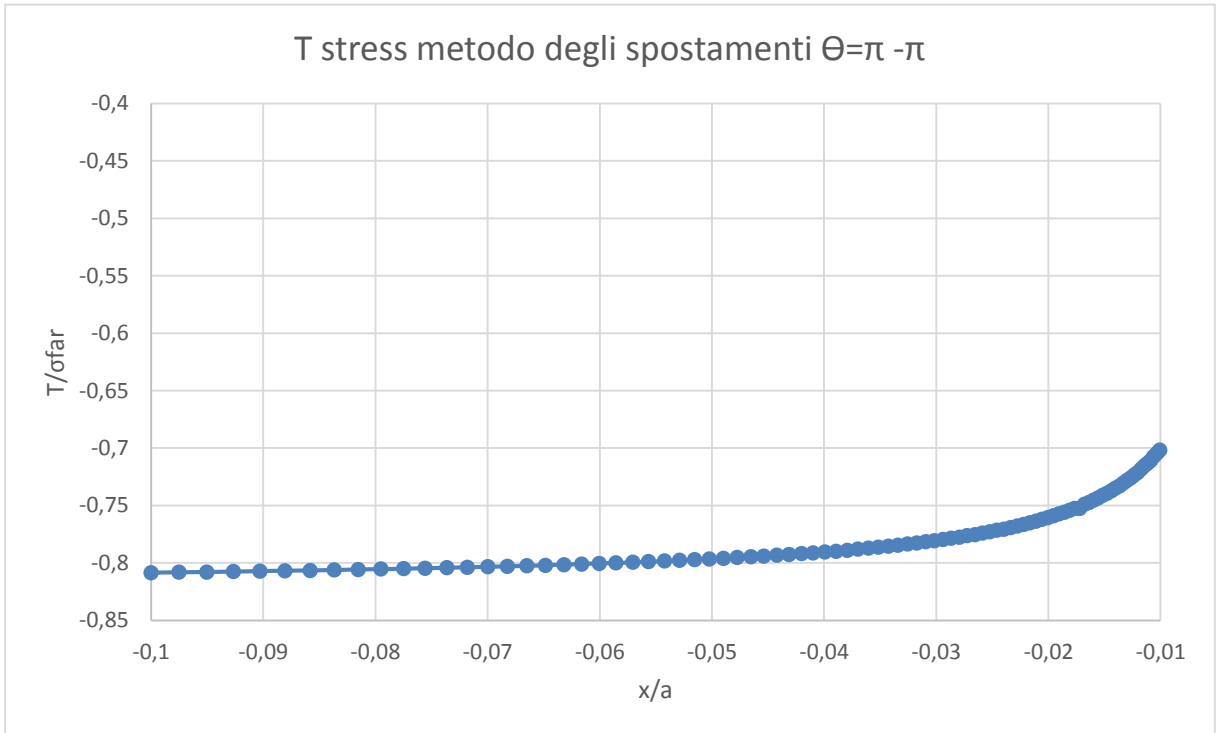


Figura 57: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh fine con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi,-\pi$

Si può ora procedere ad un confronto tra i tre risultati ottenuti osservando quindi, in caso di mesh fine, di quanto si discostano i valori ricavati con il metodo delle tensioni e quelli dovuti al metodo degli spostamenti. Il grafico di confronto è riportato in Figura 58.

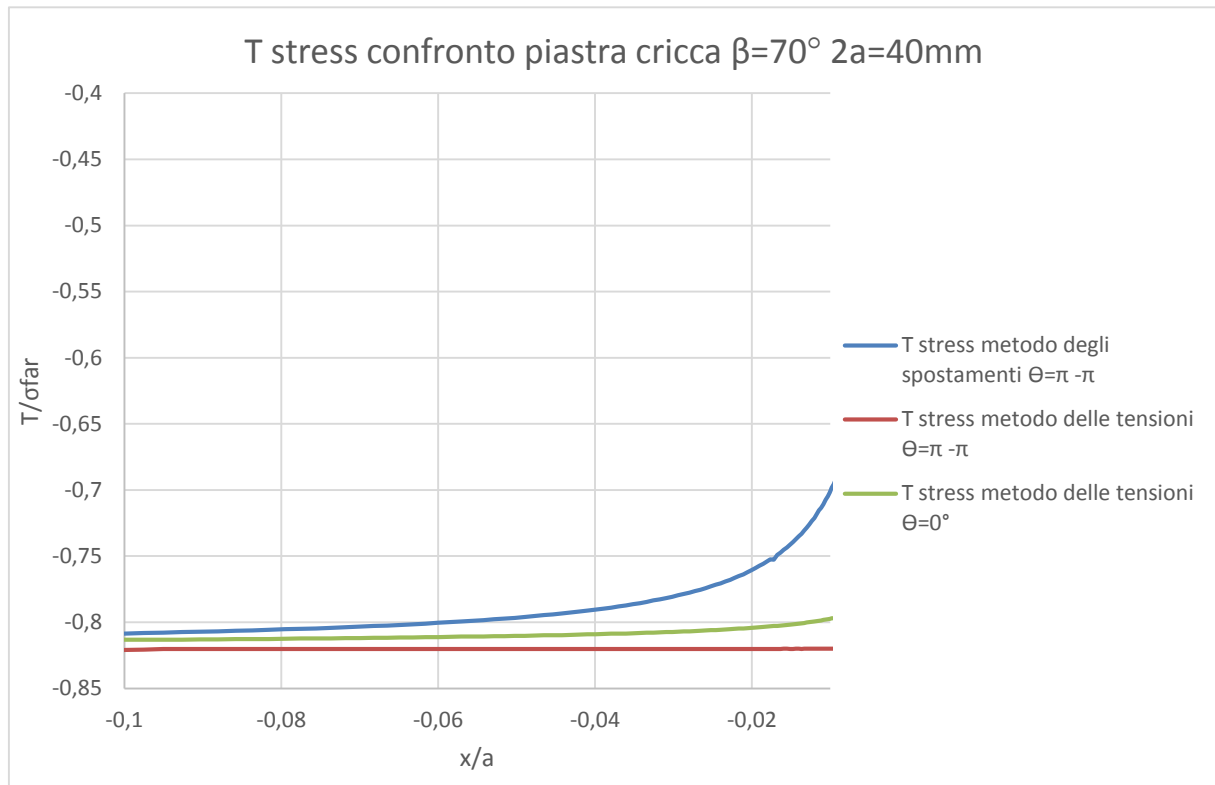


Figura 58: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata e mesh fine

E' immediato osservare come sia il metodo degli spostamenti sia il metodo delle tensioni per $\Theta = -\pi, \pi$ diano dei risultati coerenti ed analoghi l'uno dall'altro. Si vede solo come in prossimità dell'apice della cricca il metodo degli spostamenti diverga leggermente, ma al più si riscontra una variazione pari a -0.1 dal plateau presente nell'intervallo di x/a compreso tra -0.1 e -0.05. Tutte e tre le curve ottenute riportano essenzialmente il medesimo valore di T stress nell'ampio intervallo di x/a pari a -0.1 : -0.05. Questi valori sono la prova tangibile che nel caso di piastra sollecitata a modo misto il metodo degli spostamenti stimi un valore corretto della T stress anche nel caso in cui la cricca abbia dimensioni importanti rispetto la larghezza della piastra.

4.2.2.2 Mesh rada

La seconda mesh realizzata per il provino con cricca centrale inclinata è quella rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata, quindi molto pesante e complessa da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività

dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali, su cui si basa il metodo degli spostamenti, non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 59 e 60, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100$ MPa.

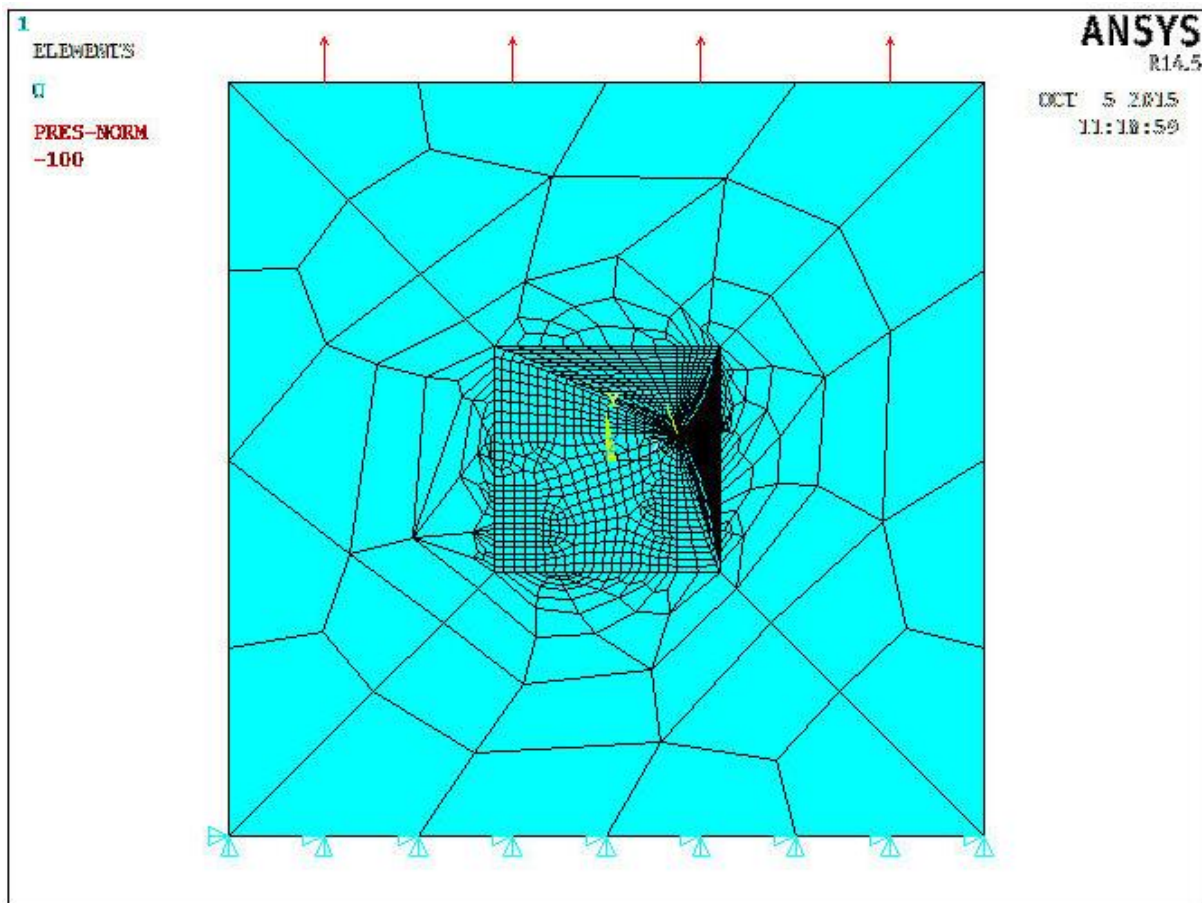


Figura 59: Piastra $2a=40$ mm dotata di mesh rada con vincoli e carichi di trazione applicati

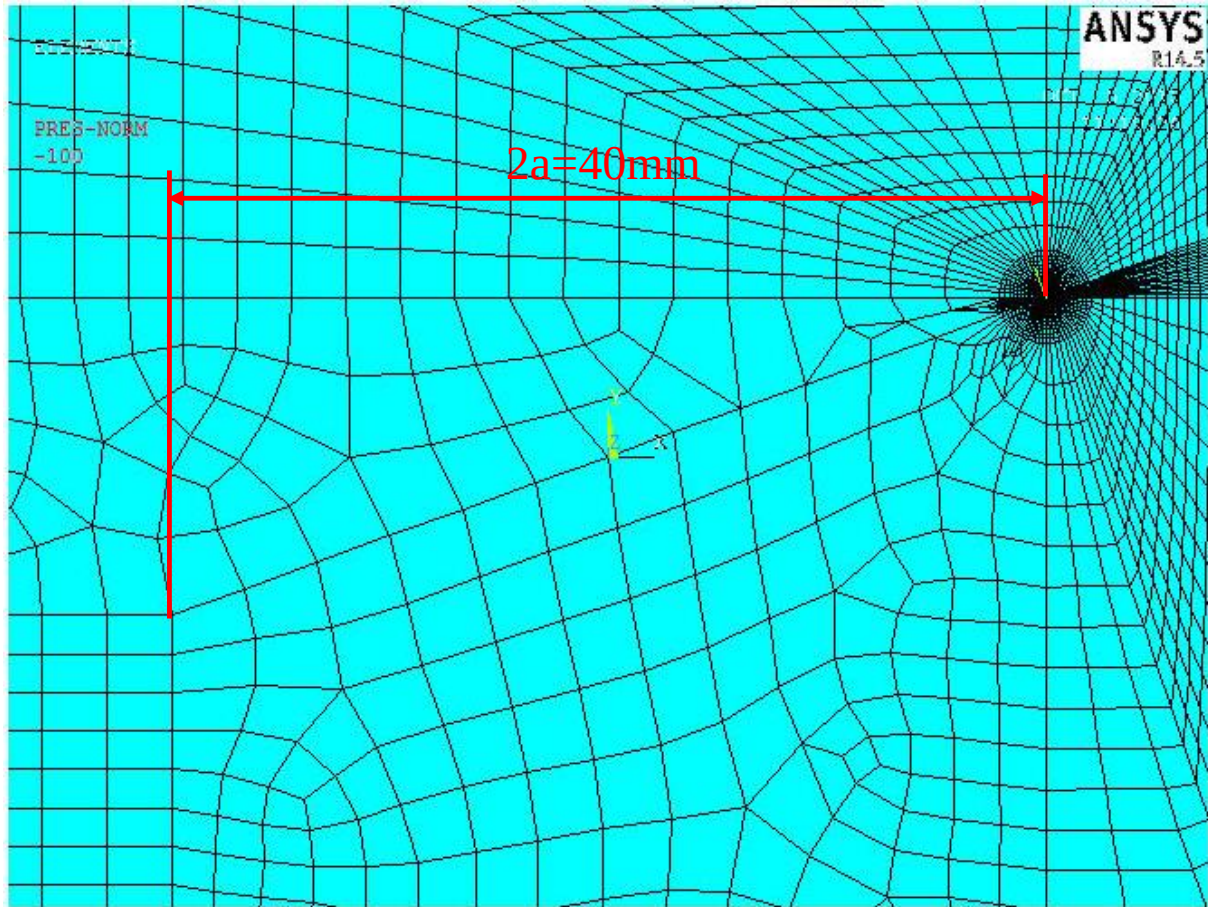


Figura 60: Vista della zona cricca dotata di mesh rada

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano, anche se molto meno rispetto alla precedente mesh, man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.125mm. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 61) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

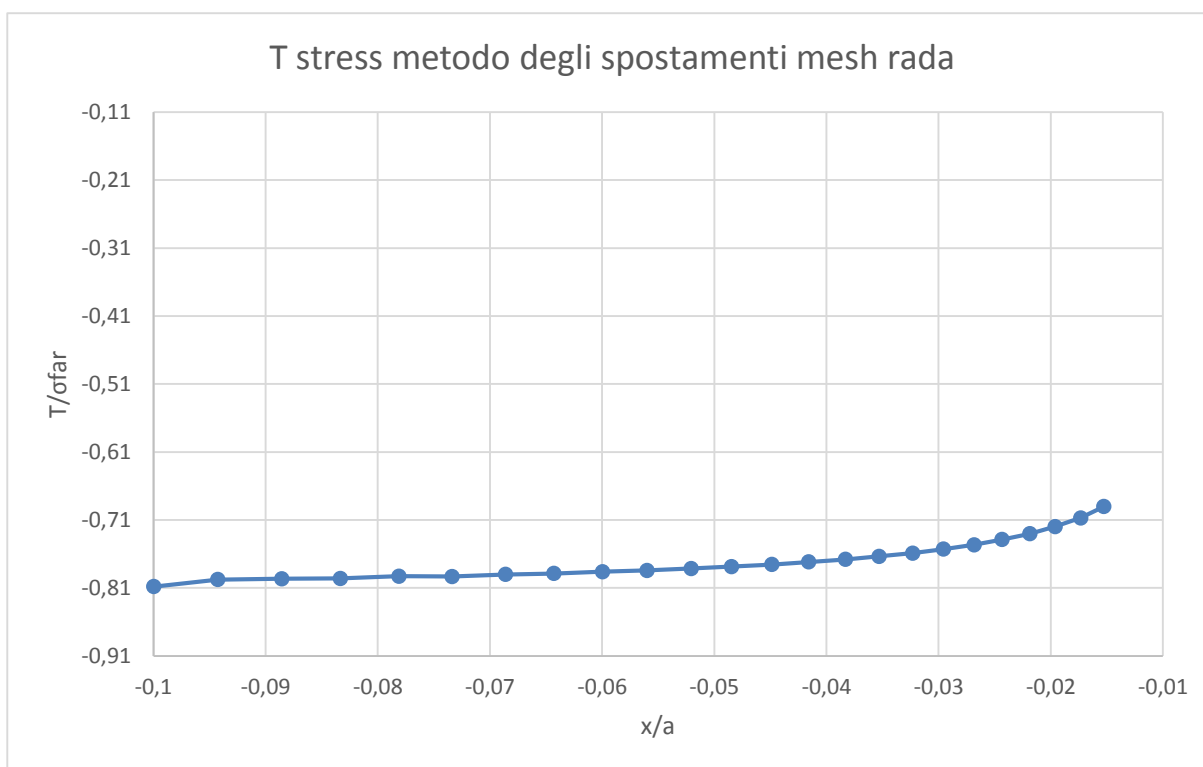


Figura 61: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi,-\pi$

4.2.2.3 Mesh molto rada

La terza ed ultima mesh realizzata per il provino con cricca centrale inclinata è quella molto rada, si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo degli spostamenti può fornire una buona stima della T stress anche in presenza di una mesh elementare, senza quindi la necessità di definirne eccessivamente gli elementi rendendola molto pesante e complessa da creare, poiché molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, l'analisi risulterà lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi realizzabili. Per quest'analisi chiaramente non sarà utilizzato il metodo delle tensioni, essendo queste ottenibili solo grazie ad una mesh dettagliata, per cui nel caso in esame i valori ricavati sarebbero completamente distorti. Viceversa gli spostamenti nodali, su cui si basa il metodo degli spostamenti, non sono influenzati dalla definizione della mesh, di fatti proprio questo dovrebbe essere il vantaggio competitivo di quest'ultima tecnica.

Analogamente al caso precedente si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base

della piastra come visibile nelle Figure 62 e 63, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100$ MPa.

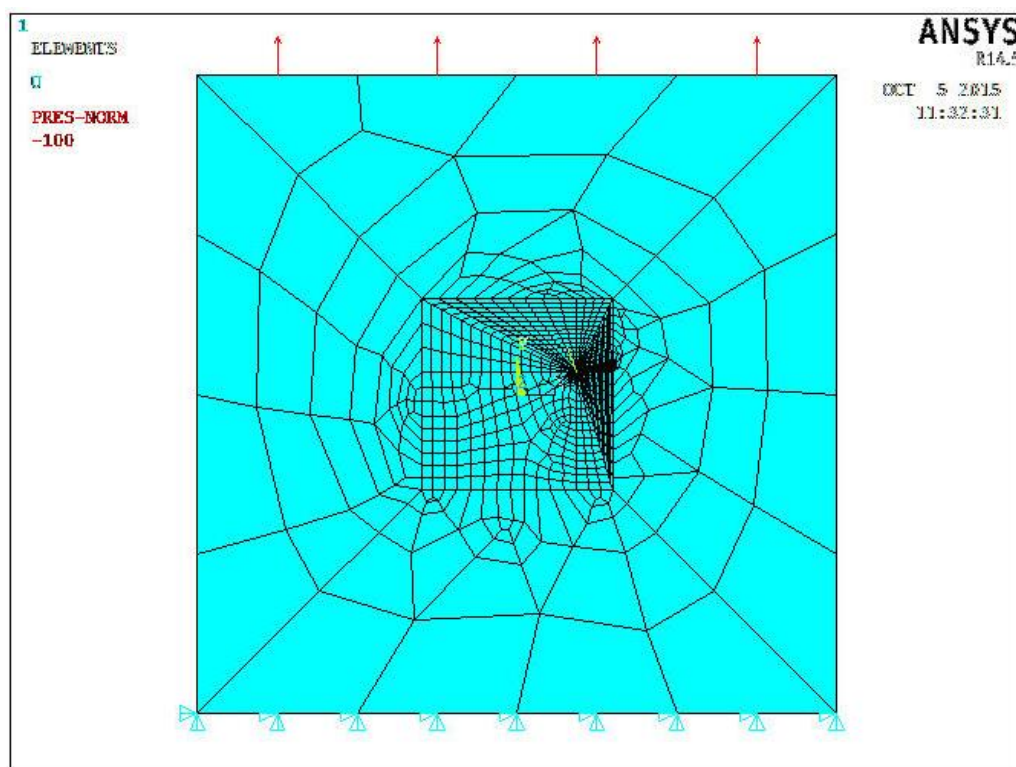


Figura 62: Piastra $2a=40\text{mm}$ dotata di mesh molto rada con vincoli e carichi di trazione applicati

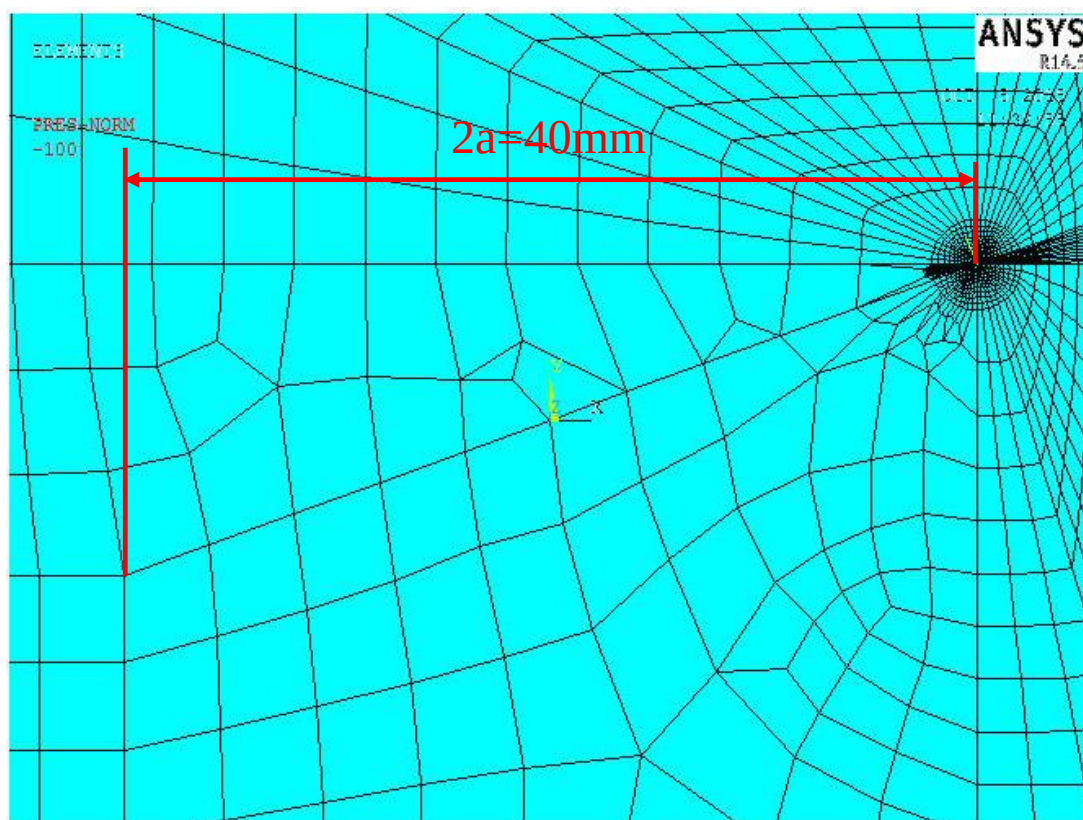


Figura 63: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano, anche se molto meno rispetto alla precedente mesh, man mano nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.16mm. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 64) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

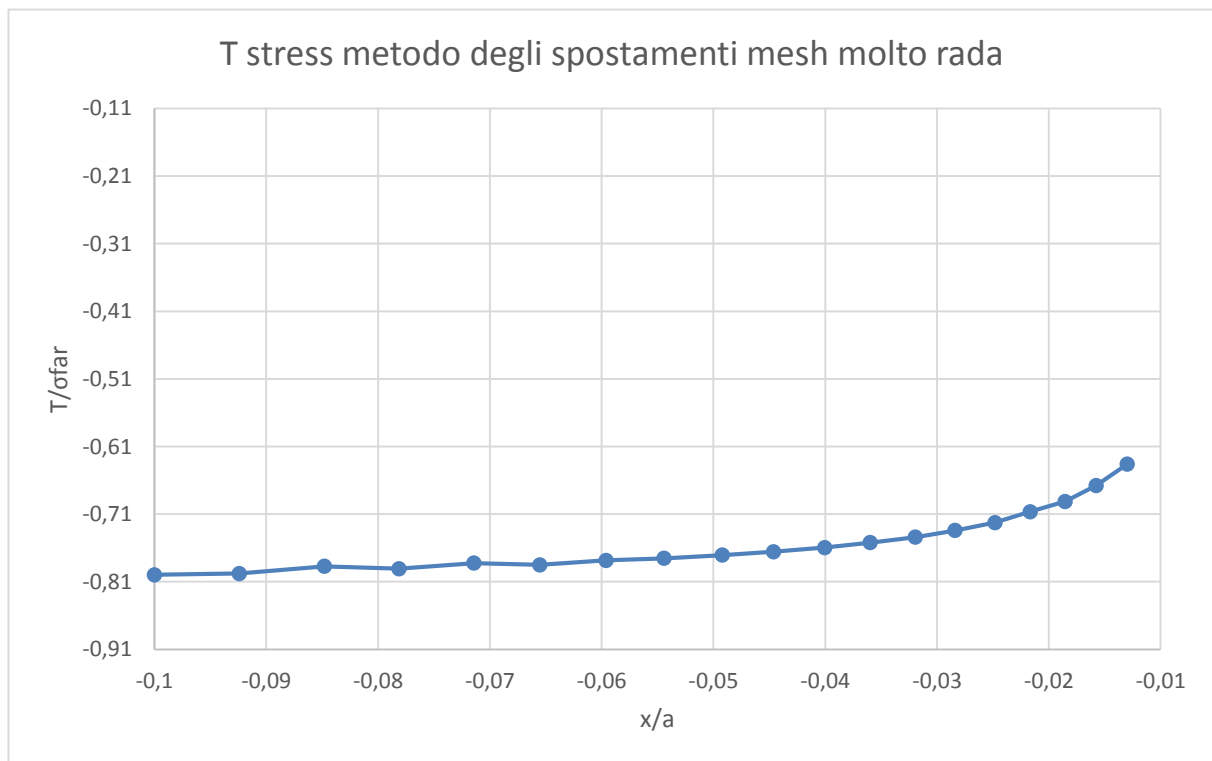


Figura 64: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh molto rada con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi, -\pi$

4.2.2.4 Confronto tra mesh fine, rada, molto rada e dati articolo per provino con cricca centrale inclinata ampiezza $2a = 40\text{mm}$

Si procede ora ad un confronto tra i tre gradi di definizione della mesh impiegata per il provino con cricca centrale inclinata ed i risultati ottenuti nell'articolo al Capitolo 3. Si potranno così osservare le differenze di risultato ottenute per il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e paragonare effettivamente i risultati correnti con quelli passati. Il grafico di confronto è riportato in Figura 65 ed il grafico riportante i dati dell'articolo è visibile in Figura 66.

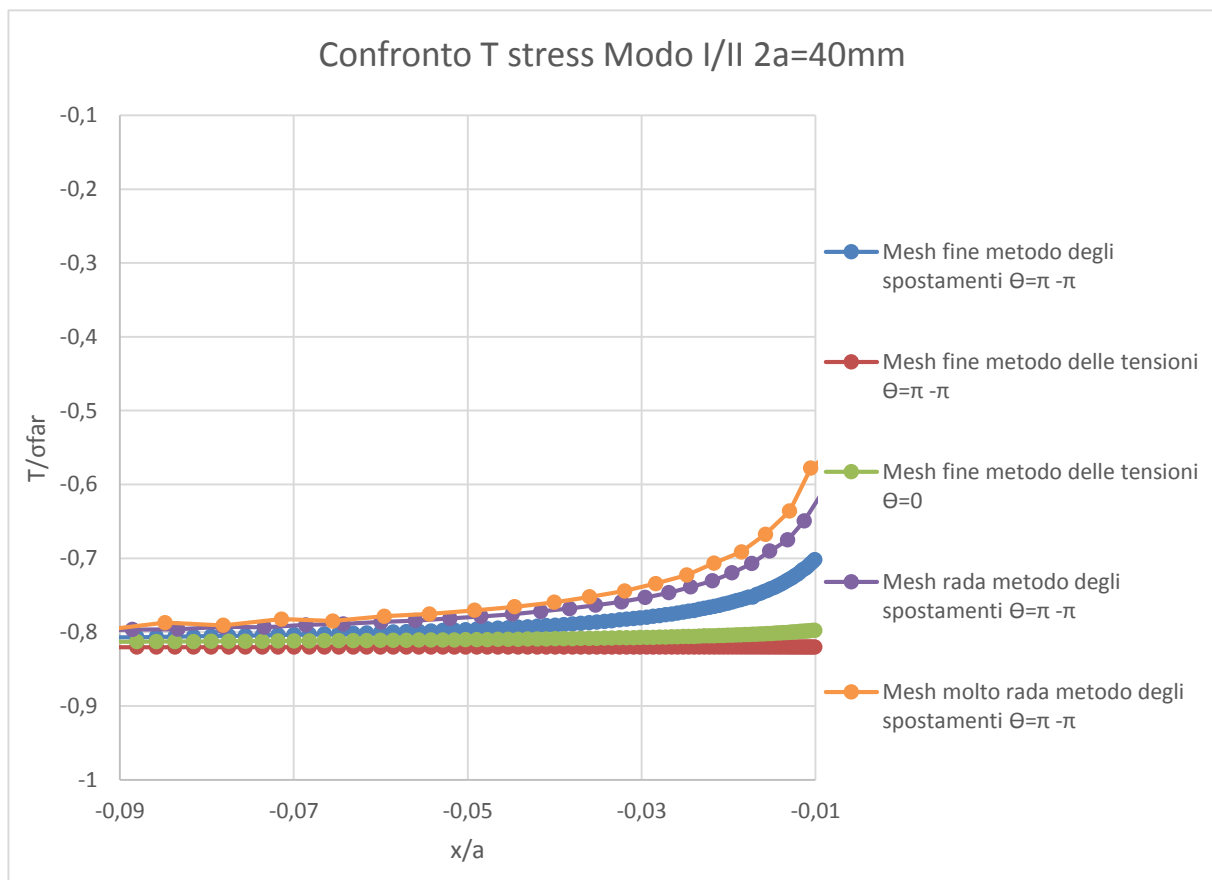


Figura 65: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata, mesh fine, mesh rada e mesh molto rada

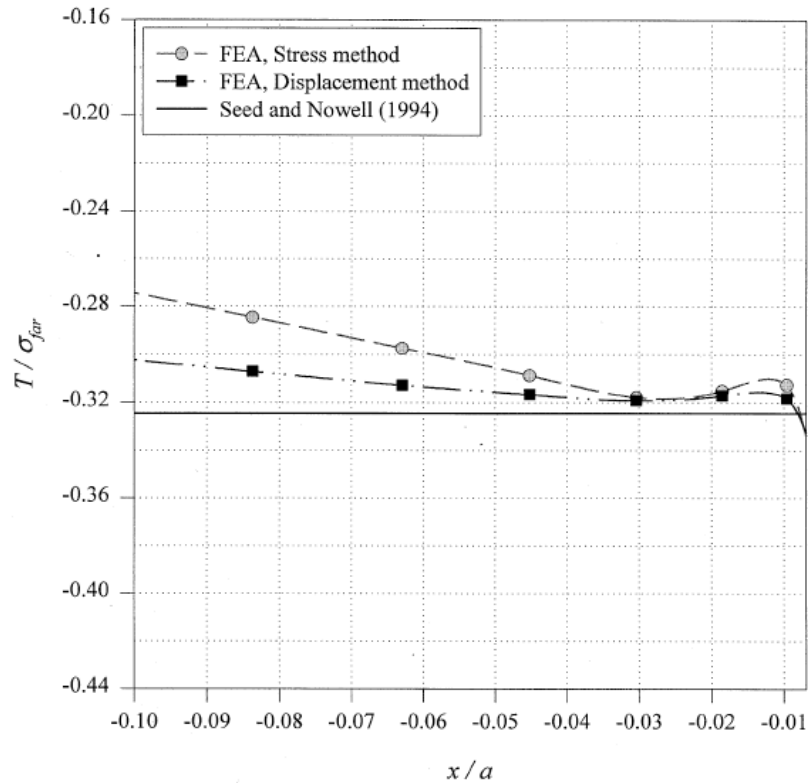


Figura 66: Normalised T in an angled edge crack in a large square plate (loading angle $\beta = 70^\circ$)

La bontà e la coerenza dei risultati ottenuti con la mesh fine è stata già ben spiegata 4.2.2.1, dalla Figura 66 si può immediatamente notare come per questa piastra soggetta ad un carico a Modo misto I/II anche la mesh rada e molto rada forniscano un buon risultato. Considerando la mesh rada questo si può ben dedurre osservando la marginale differenza tra i valori ottenuti con mesh fine e con mesh rada all'interno dell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.09 e -0.03, che si attesta al di sotto di -0.02 lontano dall'apice della cricca per arrivare a -0.05 vicino all'apice della cricca, per cui differenze molto sottili ed accettabili.

Considerando la mesh molto rada la situazione non cambia, infatti si vede come anche questa dia risultati coerenti ed omogenei con quelli degli altri modelli. All'interno dell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.09 e -0.03 si abbia al più una variazione dal valore ottenuto con mesh fine pari a -0.05 che è completamente marginale ai fini del risultato.

Si può per cui affermare che sia la mesh rada che quella molto rada offrono un'ottima stima della T stress lungo tutto l'intervallo analizzato ma in particolare allontanandosi dall'apice della cricca i valori convergono tutti al medesimo.

In quest'analisi si vede come l'intervallo del rapporto x/a analizzato sia il medesimo dell'articolo, ma i valori di T siano nettamente diversi. Osservando però gli andamenti delle curve ottenute con il metodo delle tensioni e degli spostamenti si vede facilmente come in quelle del lavoro corrente la dispersione dei valori sia inferiore lungo tutto l'intervallo di analisi rispetto ai risultati dell'articolo, facendo propendere per la bontà dei risultati ottenuti.

4.3 Modo I/II applicato a mesh molto rade regolari

Come si può facilmente notare dalle analisi svolte Paragrafo 4.2, in cui sono state analizzate due diverse piastre criccate sottoposte a sollecitazioni a modo misto I/II, le mesh utilizzate, oltre a diradare il numero di elementi da mesh fine a molto rada nella zona al di fuori di quella analizzata all'apice destro della cricca, perdono molta regolarità risultando di fattura piuttosto grezza. Le mesh sono state appositamente modellate in questo modo per dimostrare la validità del metodo anche nel caso di modelli estremamente approssimati. Ora si andranno a modellare le medesime piastre, con cricca inclinata di ampiezza $2a = 2\text{mm}$ e $2a = 40\text{mm}$, con gli elementi disposti in modo regolare, realizzando due mesh molto rade poiché solo questo tipo di mesh risulta essere molto grossolana. Le dimensioni complessive dei modelli sono invariate e sono pari a: larghezza $2W = 200\text{mm}$ e altezza $2H = 200\text{mm}$. La cricca centrale è inclinata di un angolo $\beta = 70^\circ$ come definito al paragrafo 4.2. La tensione nominale applicata a monte della cricca è pari a $\sigma_{\text{far}} = 100\text{ MPa}$.

4.3.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$

Analogamente al caso presentato nel Sotto Paragrafo 4.2.1, è necessario modellare interamente la piastra (attraverso il codice Ansys) non riuscendo a semplificare la trattazione. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000\text{MPa}$, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 67 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 68.

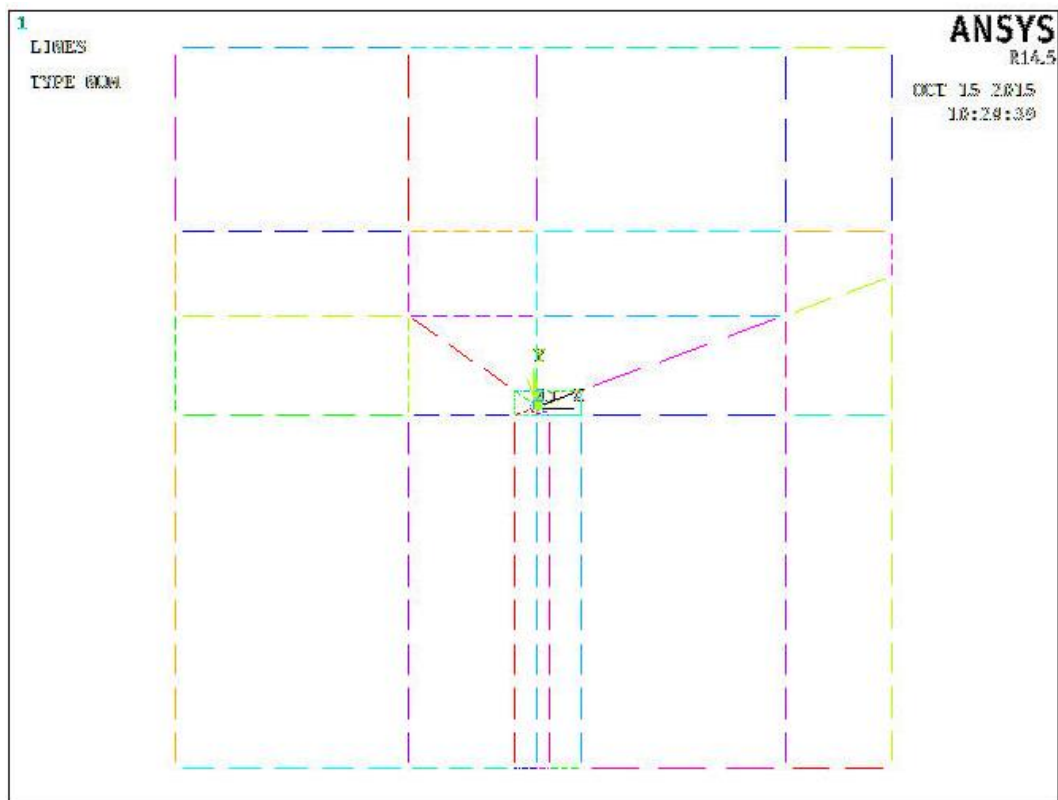


Figura 67: Modello studiato cricca $2a = 2\text{mm}$, linee di costruzione

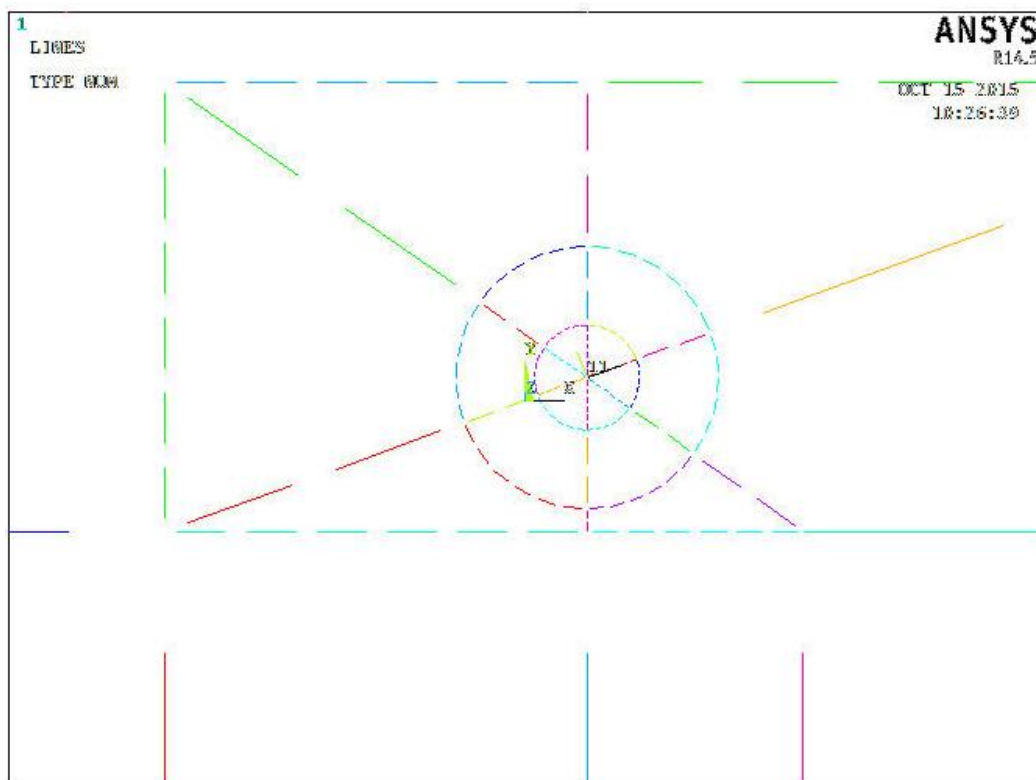


Figura 68: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale della cricca

Si è quindi realizzata la mesh molto rada regolare. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra, come visibile nelle Figure 69 e 70, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100 \text{ MPa}$.

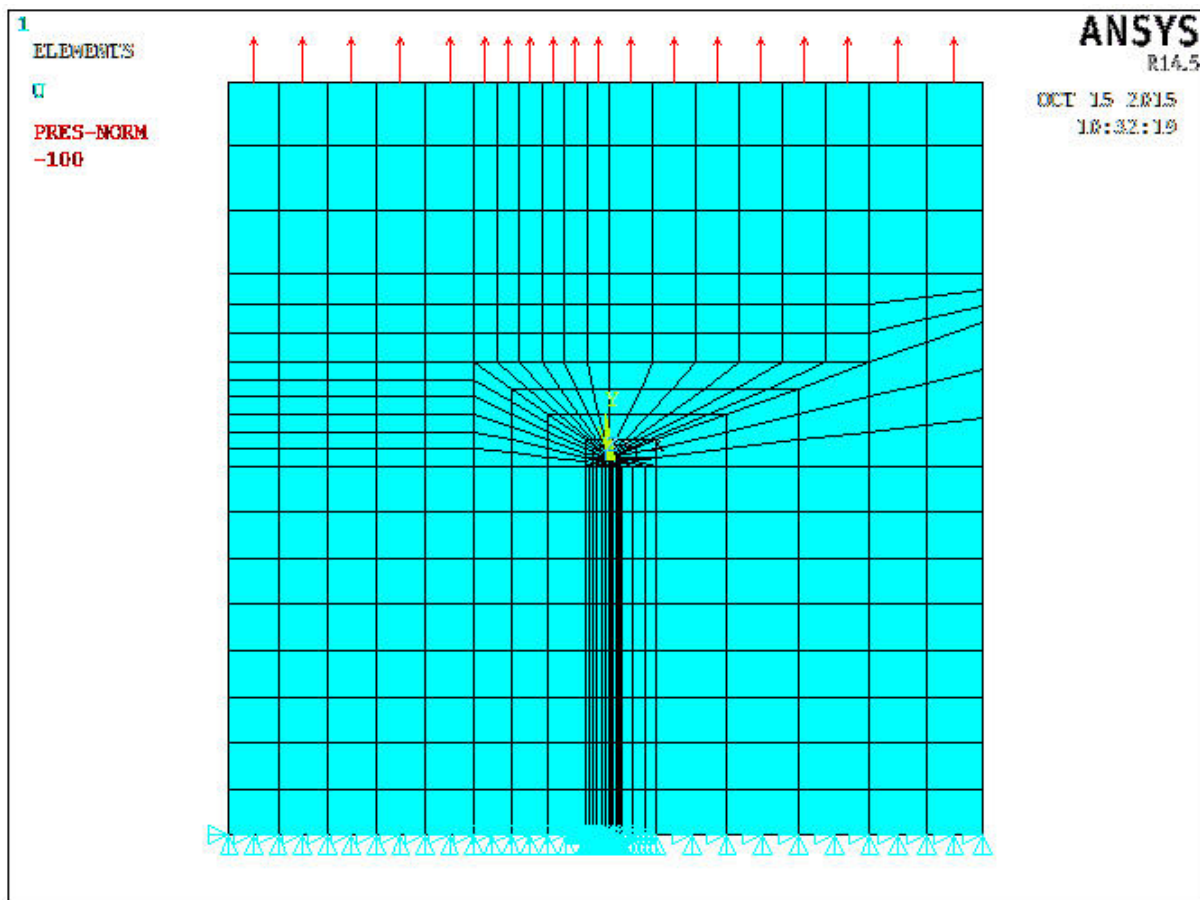


Figura 69: Piastra dotata di mesh molto rada regolare con vincoli e carichi di trazione applicati

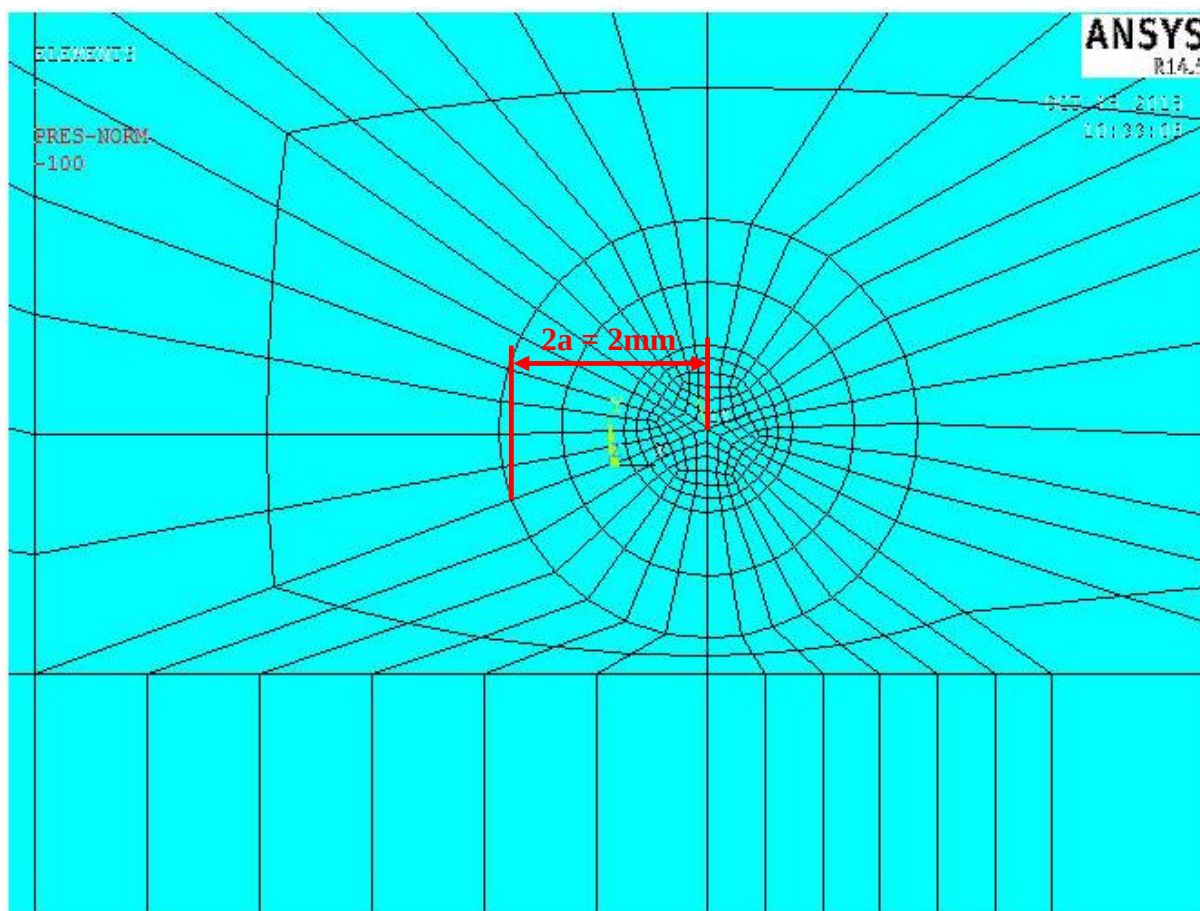


Figura 70: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada regolare

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti in modo estremamente regolare e come questi si infittiscano man mano, rimanendo comunque molto radi, nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.133mm, quindi nettamente superiore a quella analizzata precedentemente per la medesima piastra, a dimostrazione che questa mesh è sì più regolare ma è anche maggiormente rada. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al Capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 71) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

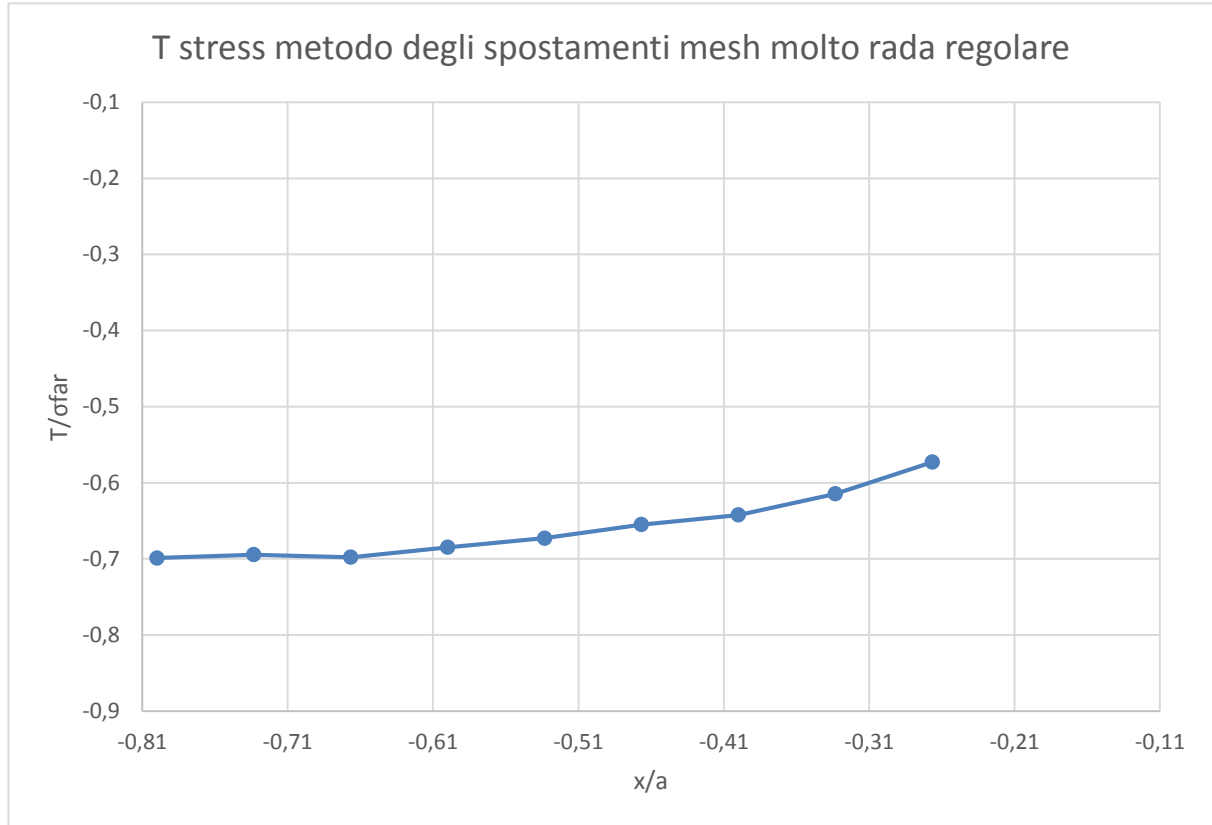


Figura 71: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh molto rada regolare con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi, -\pi$

4.3.1.1 Confronto con i valori ottenuti dalle analisi precedenti

Si procede ora ad un confronto tra i risultati ottenuti dall'analisi della mesh molto rada regolare, impiegata per il provino con cricca centrale inclinata di ampiezza $2a = 2\text{mm}$, e quelli ottenuti al Paragrafo 4.2. Si potranno così osservare le differenze tra i valori ottenuti con il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e della regolarità della stessa. Il grafico di confronto è riportato in Figura 72.

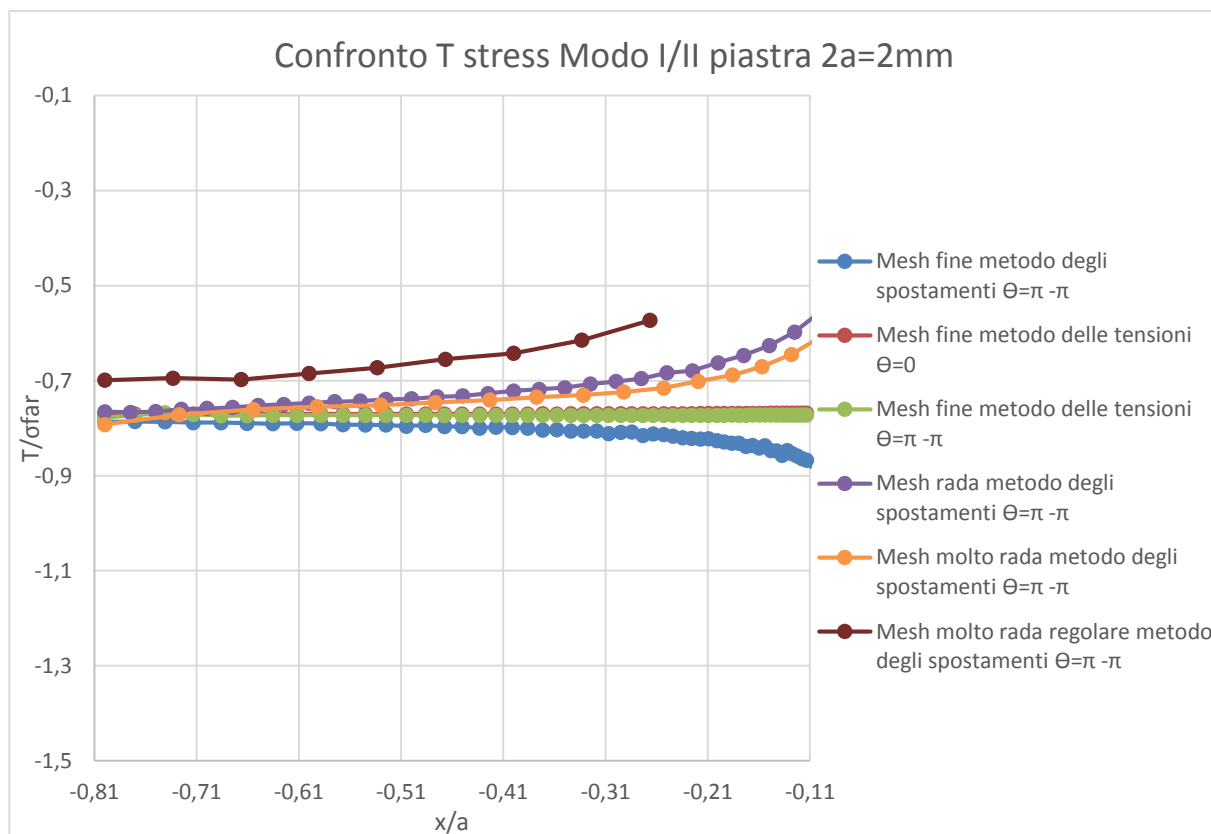


Figura 72: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata, mesh fine, mesh rada, mesh molto rada e mesh molto rada regolare

Avendo già abbondantemente osservato gli andamenti delle curve ottenute con i precedenti modelli ci si concentra su quella ottenuta con mesh molto rada regolare. Salta subito all'occhio come in questo caso il metodo degli spostamenti fornisca una stima leggermente inferiore a quella esatta pari a circa $-0,8$ del rapporto T/σ_{far} , più precisamente la stima è pari a $-0,7$ nell'intervallo del rapporto x/a compreso tra $-0,81$ e $-0,58$ per poi salire gradualmente a $-0,59$ per x/a pari a $-0,26$. Da notare anche l'andamento crescente della curva avvicinandosi all'apice della cricca, in accordo con quello seguito da quelle ottenute con il metodo degli spostamenti mesh rada e molto rada. Si può quindi affermare, vista la risicata differenza ottenuta, che i valori stimati sono buoni ma soprattutto che il metodo degli spostamenti non risente della regolarità della mesh utilizzata ma solo della finezza di questa.

4.3.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$

Analogamente al caso presentato nel Sotto Paragrafo 4.2.2, è necessario modellare interamente la piastra (attraverso il codice Ansys) non riuscendo a semplificare la trattazione. Dopo aver definito l'elemento utilizzato per generare il modello (Solid 8 node 183), aver imposto le proprietà del materiale ed il tipo di sollecitazione (modulo elastico $E=206000\text{MPa}$, coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ in configurazione di materiale isotropo, lineare elastico, sollecitazione di deformazione piana), si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 73 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 74.

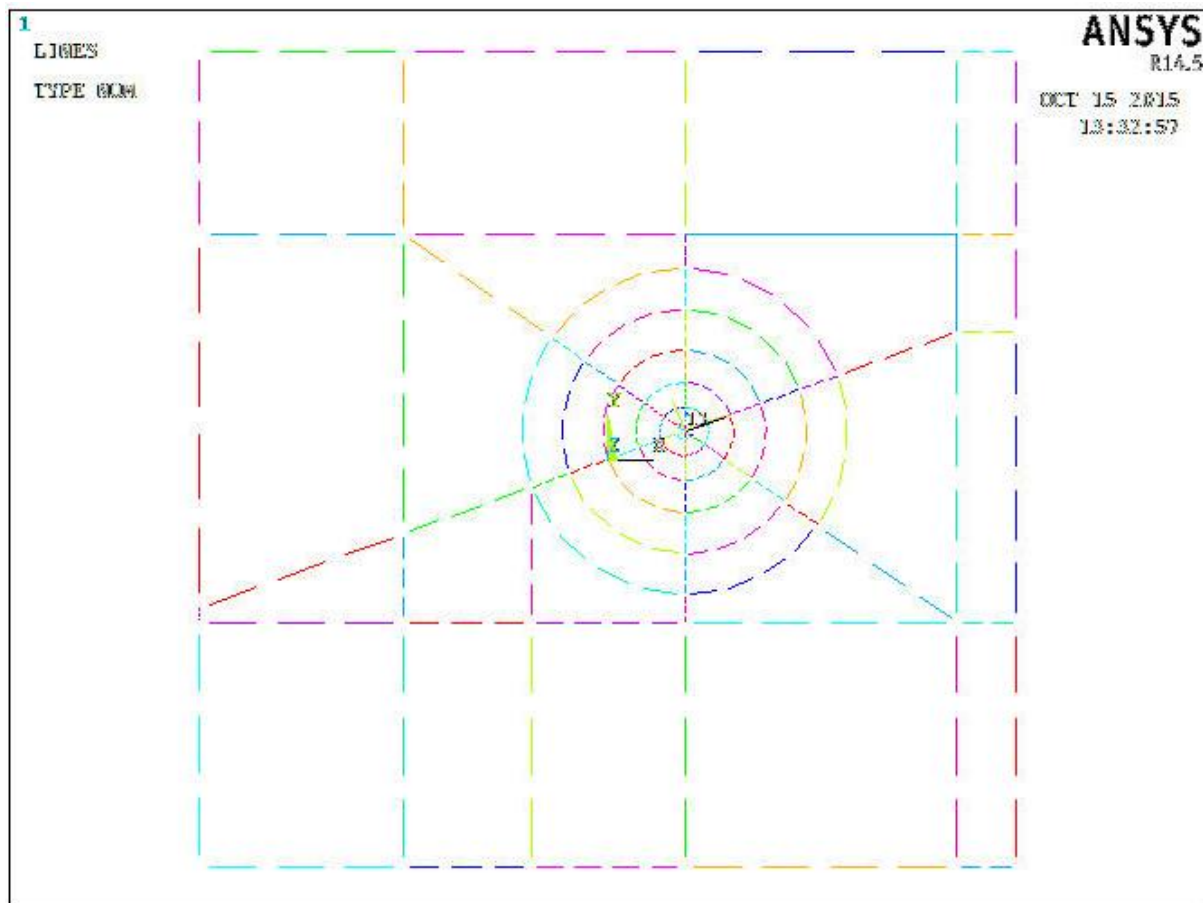


Figura 73: Modello studiato cricca $2a = 40\text{mm}$, linee di costruzione

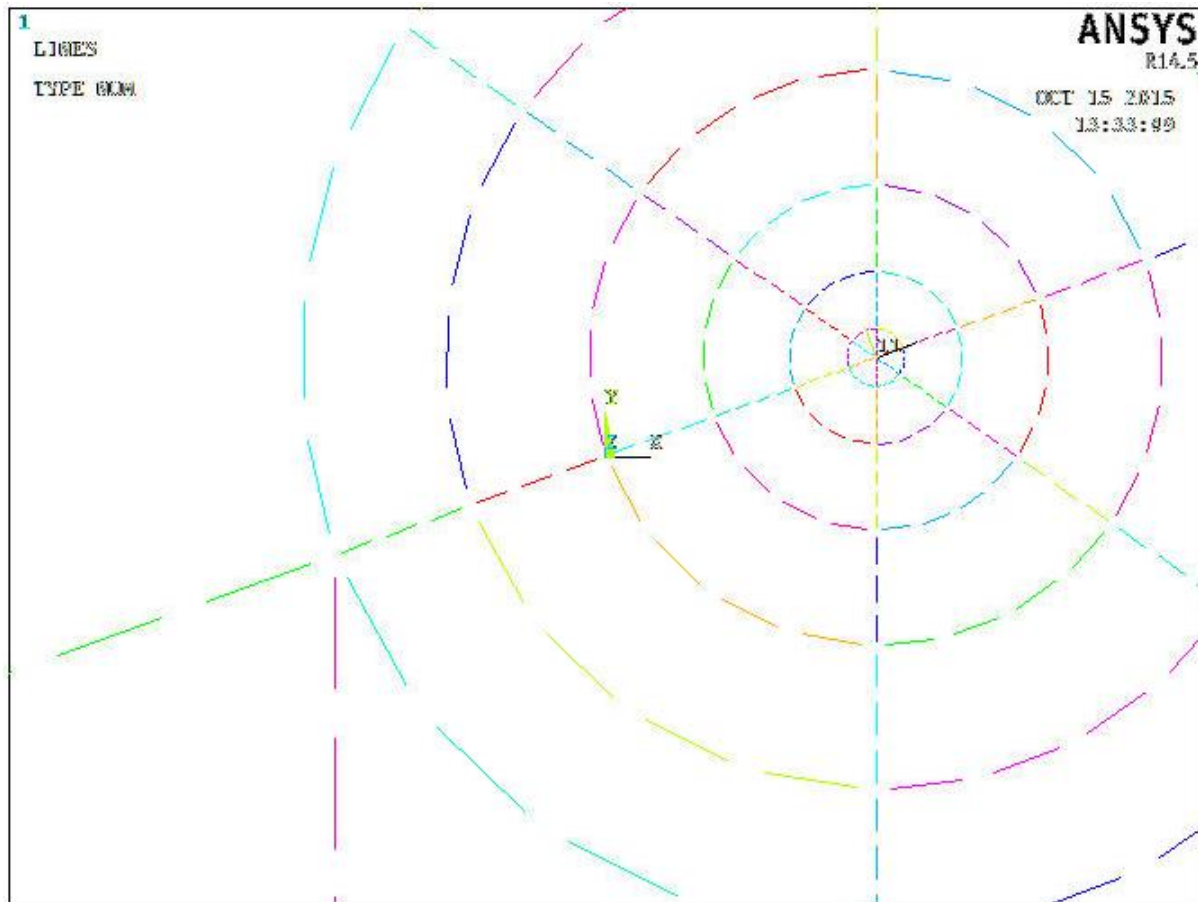


Figura 74: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale della cricca

Si è quindi realizzata la mesh molto rada regolare. Una mesh è una discretizzazione del piano continuo in elementi di dimensione finita (nel caso in esame si è in due dimensioni), adeguata alla geometria ed alla precisione necessaria al ricavare dei risultati attendibili dalla simulazione numerica. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra, come visibile nelle Figure 75 e 76, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100 \text{ MPa}$.

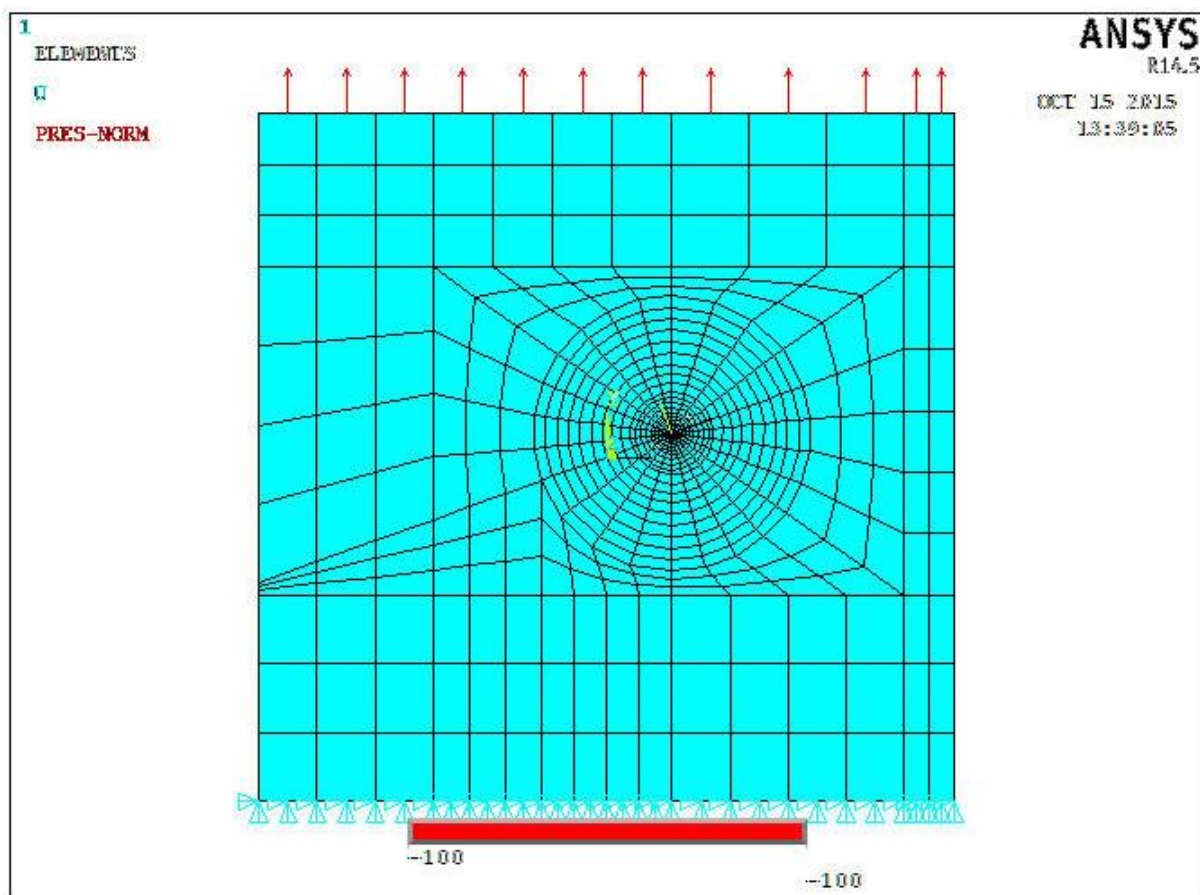


Figura 75: Piastra dotata di mesh molto rada regolare con vincoli e carichi di trazione applicati

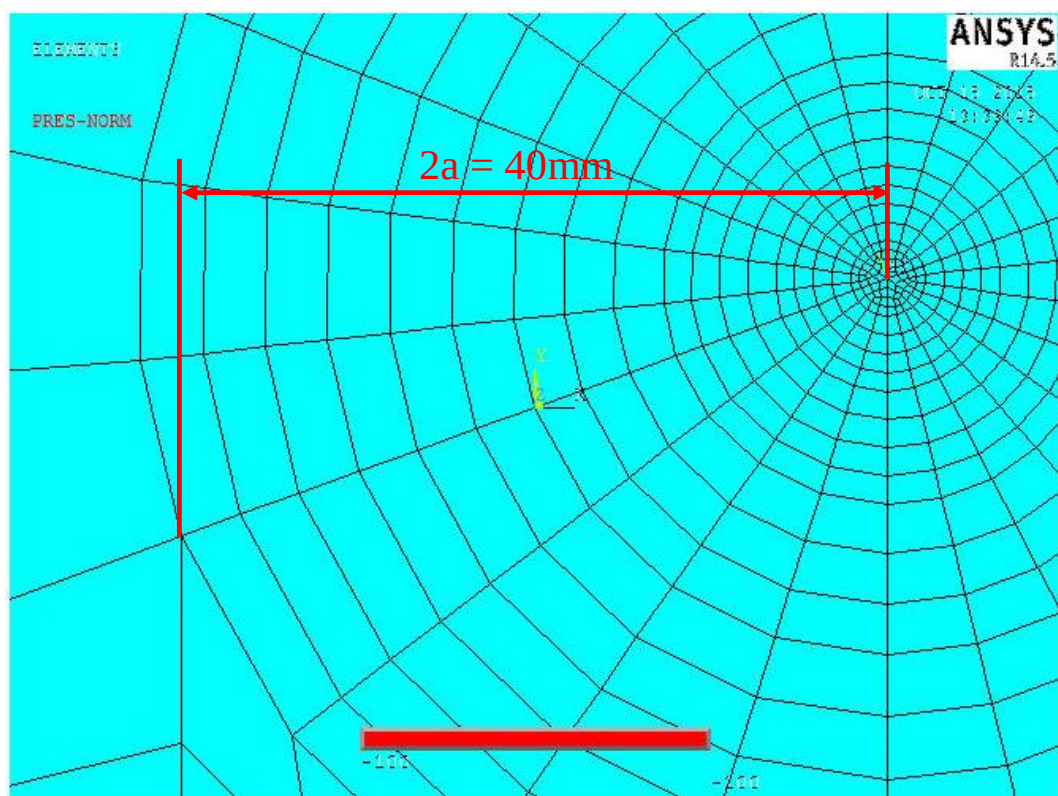


Figura 76: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada regolare

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti in modo estremamente regolare e come questi si infittiscano man mano, rimanendo comunque molto radi, nell'intorno dell'apice destro della cricca, essendo questo quello considerato per l'analisi. In questo caso la dimensione minima degli elementi realizzati nella zona d'interesse all'apice destro della cricca è pari a 0.5mm, quindi nettamente superiore a quella analizzata precedentemente per la medesima piastra, a dimostrazione che questa mesh è sì più regolare ma è anche estremamente più rada. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei "path" necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell'analisi, in particolar modo gli spostamenti u_x in direzione radiale. Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Per questo modello sarà eseguita una sola analisi, più precisamente quella relativa al metodo degli spostamenti riferita alle facce inferiore e superiore della cricca, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l'equazione 16 riportata nell'articolo al Capitolo 3, così espressa in forma compatta:

$$T = \frac{1}{2x} * E' * [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)]$$

Si procede per cui al plottaggio dei risultati in un grafico (Figura 77) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

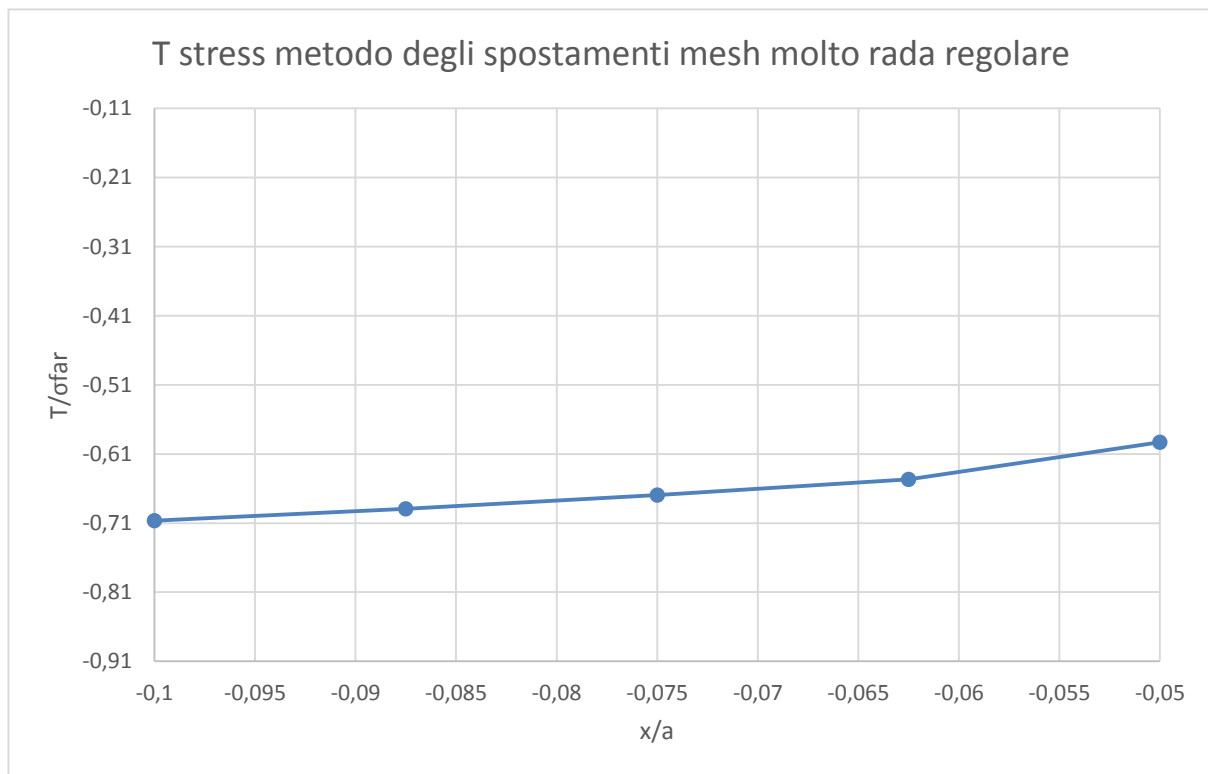


Figura 77: Andamento di T provino con cricca centrale e mesh molto rada regolare con metodo degli spostamenti per $\Theta=\pi, -\pi$

4.3.2.1 Confronto con i valori ottenuti dalle analisi precedenti

Si procede ora ad un confronto tra i risultati ottenuti dall'analisi della mesh molto rada regolare, impiegata per il provino con cricca centrale inclinata di ampiezza $2a = 40\text{mm}$, e quelli ottenuti al Paragrafo 4.2. Si potranno così osservare le differenze tra i valori ottenuti con il metodo degli spostamenti al variare della definizione della mesh e della regolarità della stessa. Il grafico di confronto è riportato in Figura 78.

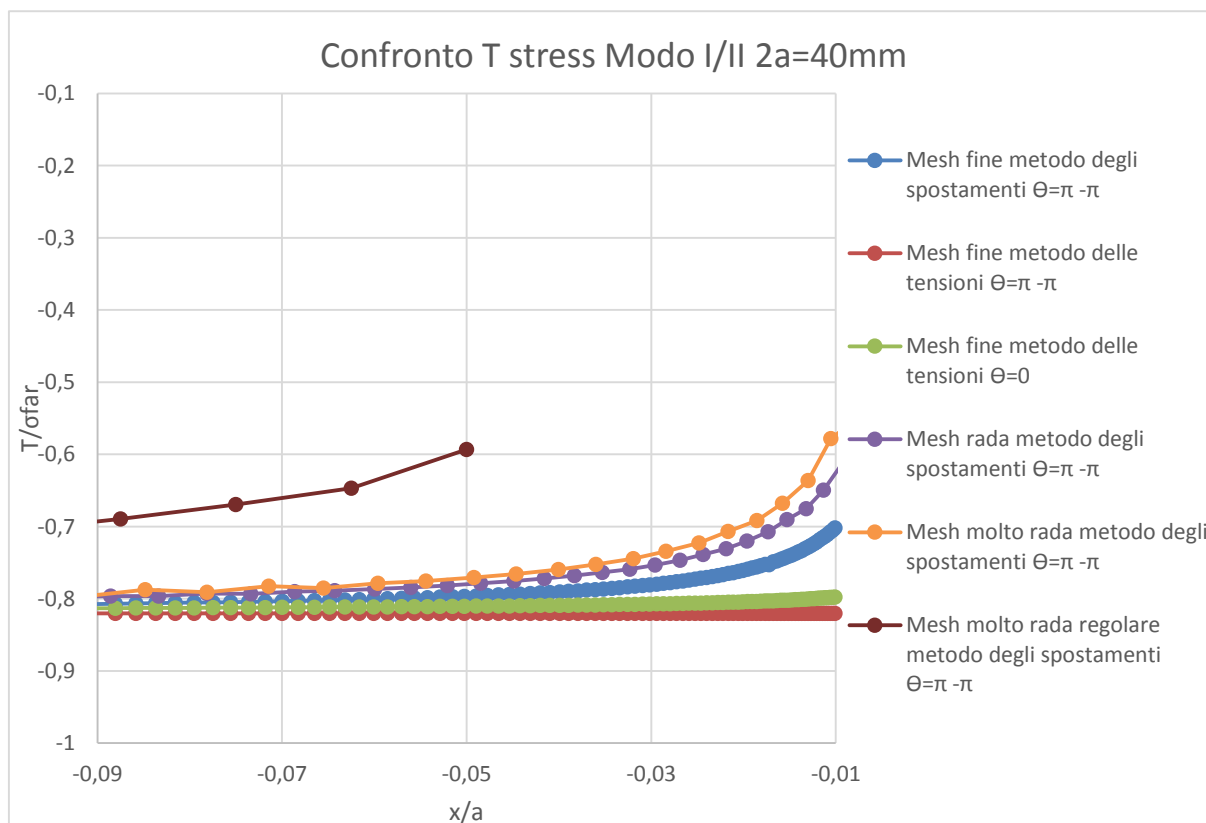


Figura 78: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale inclinata, mesh fine, mesh rada, mesh molto rada e mesh molto rada regolare

Avendo già abbondantemente osservato gli andamenti delle curve ottenute con i precedenti modelli ci si concentra su quella ottenuta con mesh molto rada regolare. Salta subito all'occhio come in questo caso il metodo degli spostamenti fornisca una stima leggermente inferiore a quella esatta pari a circa -0,8 del rapporto T/σ_{far} , più precisamente la stima è pari a -0,7 nell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0,09 e -0,088 per poi salire gradualmente a -0,6 per x/a pari a -0,05. Da notare anche l'andamento crescente della curva avvicinandosi all'apice della cricca, in accordo con quello seguito da quelle ottenute con il metodo degli spostamenti mesh rada e molto rada. Si può quindi affermare, vista la differenza ottenuta, che i valori stimati sono buoni ma soprattutto che il metodo degli spostamenti non risente della regolarità della mesh utilizzata ma solo della finezza di questa.

Capitolo 5

Applicazione del metodo delle tensioni a mesh rade

Nel seguente capitolo sarà analizzata l'applicazione del metodo delle tensioni a mesh rade e molto rade nel caso di provini soggetti a Modo misto I/II. Saranno utilizzati i medesimi modelli e le medesime mesh rade e molto rade analizzate nel paragrafo 4.2 in modo tale da poter confrontare fedelmente i risultati ottenuti in quest'analisi e quelli con mesh fine precedentemente ottenuti. Infine sarà applicato il metodo delle tensioni a mesh molto rade regolari in modo tale da verificarne la bontà al variare della regolarità della mesh.

5.1 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh rada

Si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo delle tensioni può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata nel caso di una piastra con cricca centrale inclinata, di dimensioni molto inferiori rispetto a quelle della piastra, quindi un modello molto pesante e complesso da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 79 e 80, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100 \text{ MPa}$.

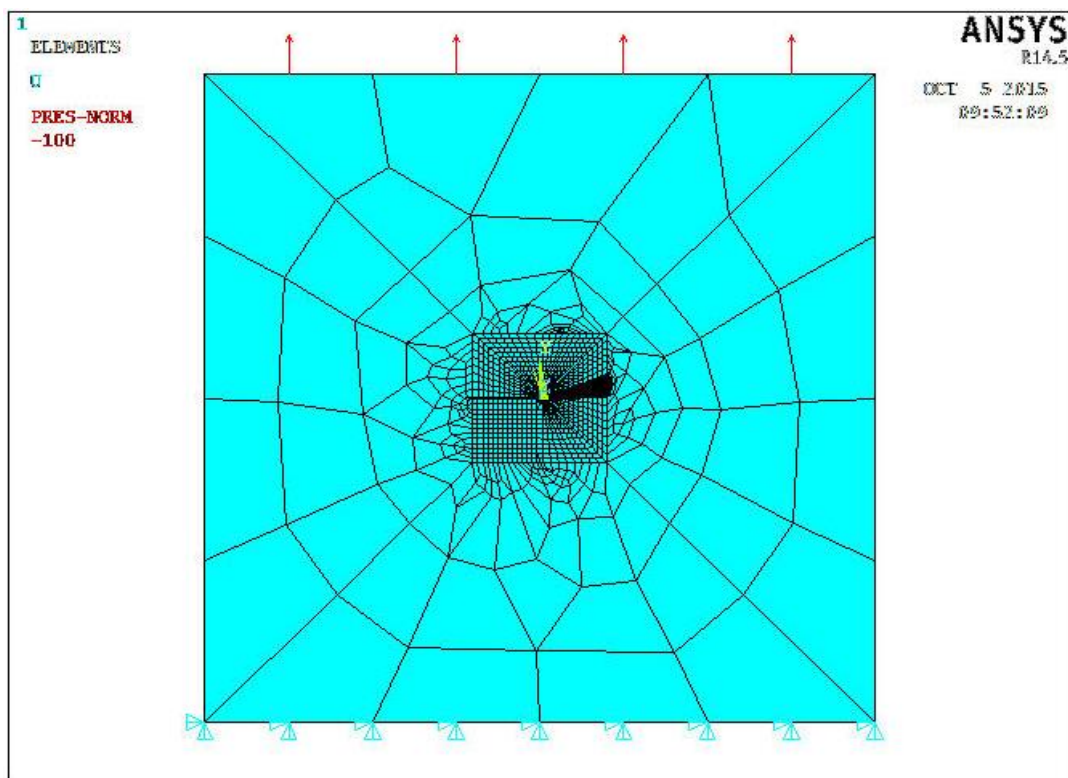


Figura 79: Piastra dotata di mesh rada con vincoli e carichi di trazione applicati

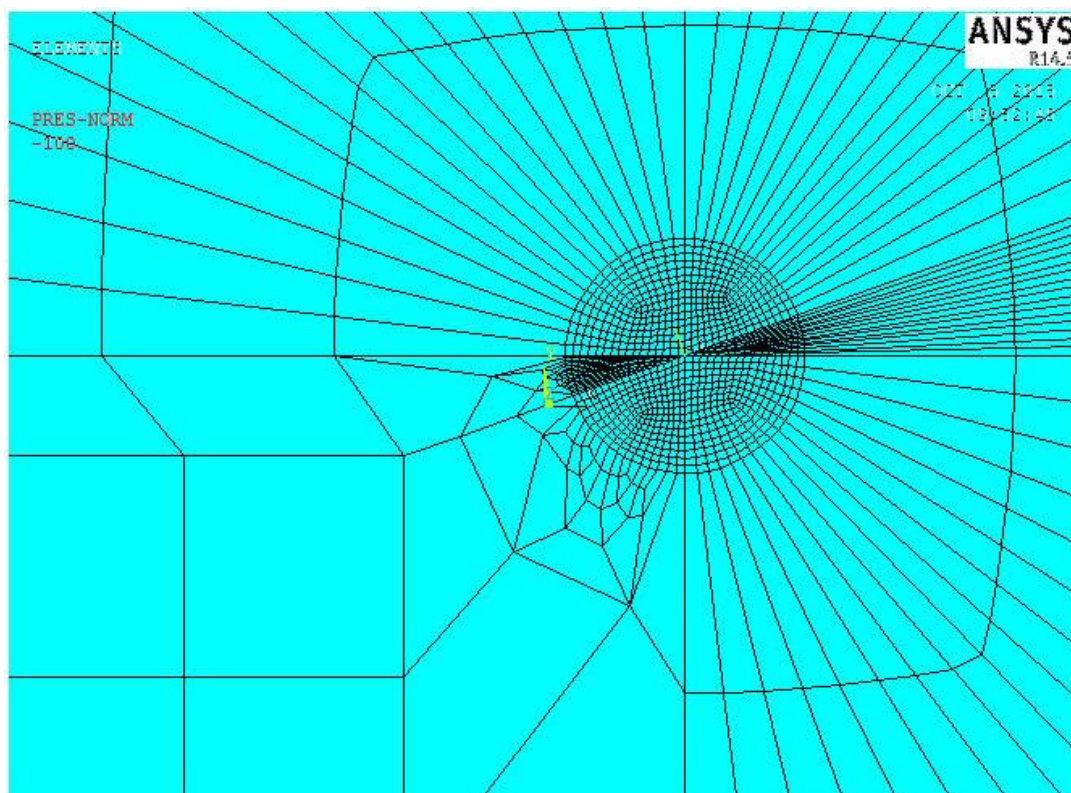


Figura 80: Vista della zona cricca dotata di mesh rada

Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 81) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

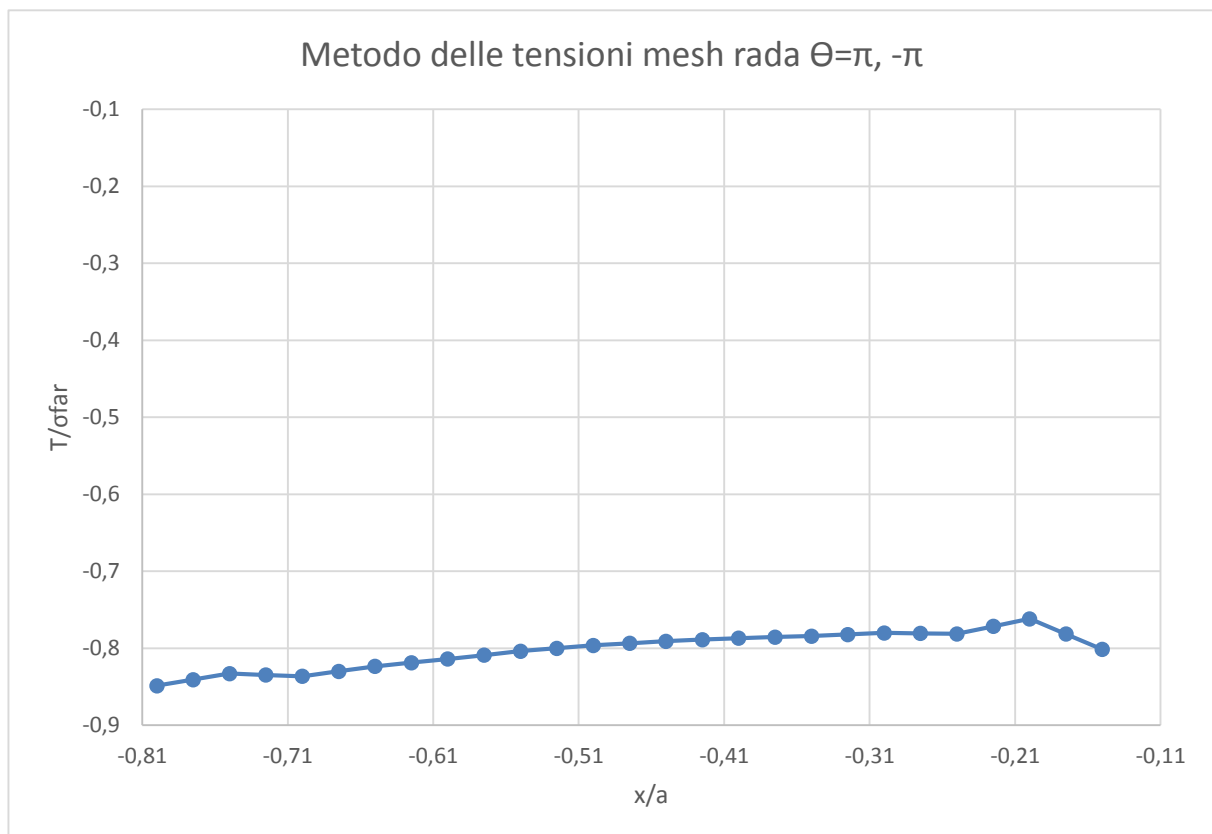


Figura 81: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=2\text{mm}$ e mesh rada con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano piuttosto stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0.81 e -0.11 con una differenza massima del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0.08, il che fa pensare che il metodo delle tensioni possa fornire una buona stima della T stress anche nel caso di mesh rada.

5.2 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh molto rada

Si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo delle tensioni può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata nel caso di una piastra con cricca centrale inclinata, di dimensioni molto inferiori rispetto a quelle della piastra, quindi un modello molto pesante e complesso da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 82 e 83, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100\text{ MPa}$.

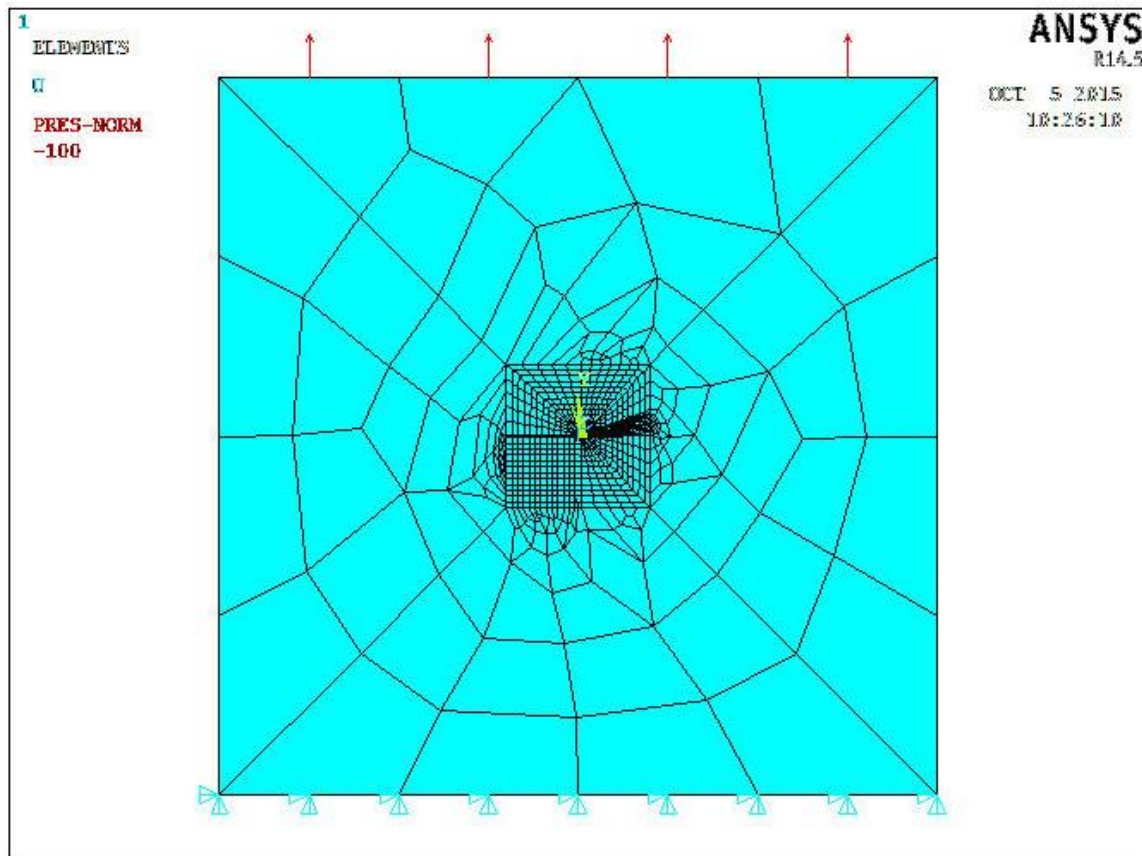


Figura 82: Piastra dotata di mesh molto rada con vincoli e carichi di trazione applicati

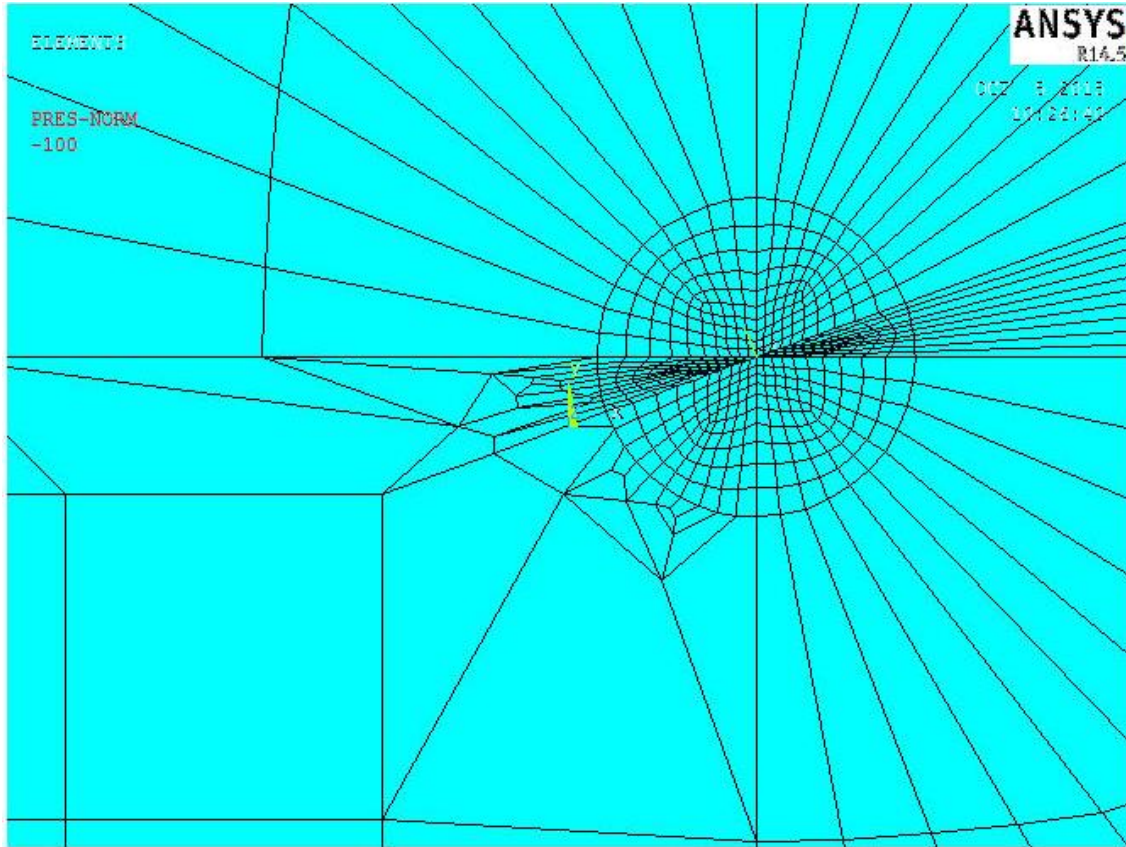


Figura 83: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

Anche in questo caso eseguita la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 85) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

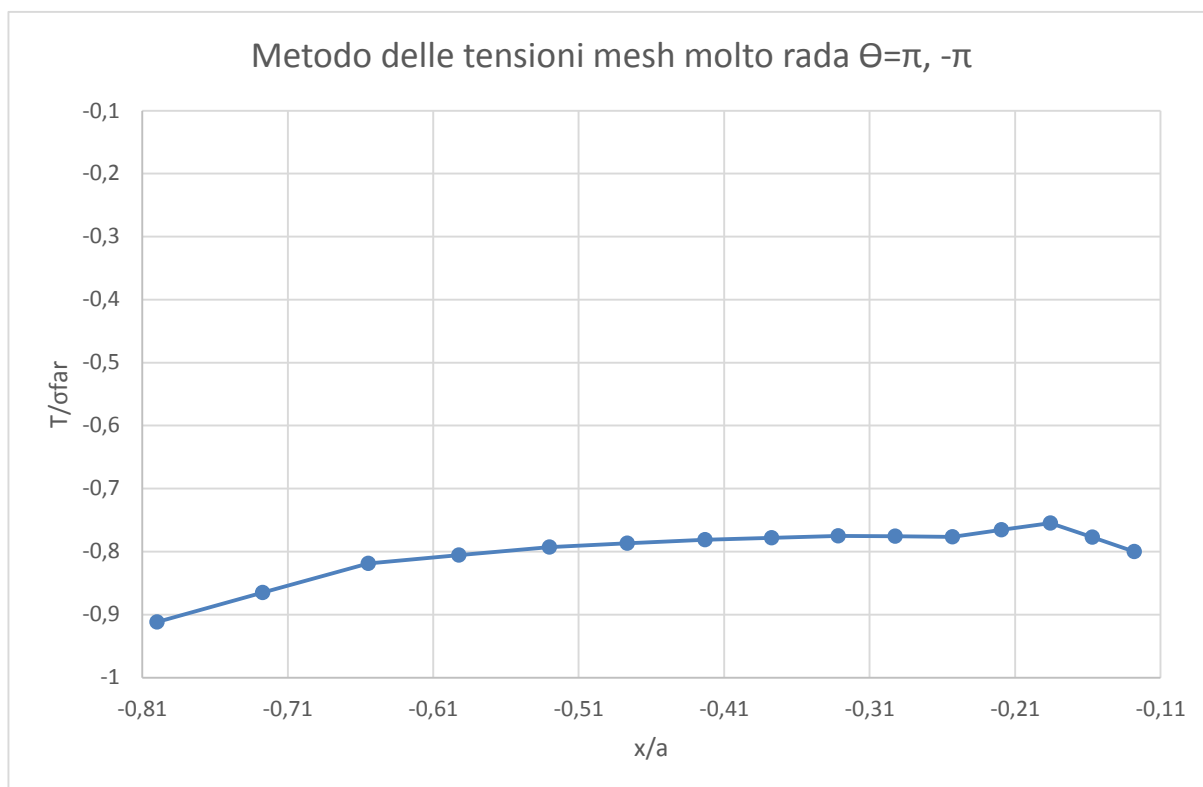


Figura 84: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=2\text{mm}$ e mesh rada con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano piuttosto stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0,65 e -0,11 con una differenza massima del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0,02, il che fa pensare che il metodo delle tensioni possa fornire una buona stima della T stress anche nel caso di mesh molto rada.

5.3 Piastra con ampiezza cricca $2a = 2\text{mm}$ e mesh molto rada regolare

Si è scelto di realizzare questo modello con la certezza che una mesh regolare, anche se molto rada, offra stime della T stress, nel caso di provini con cricca centrale inclinata di dimensioni molto inferiori a quelle del provino, esatte e fruibili confermando ulteriormente la possibilità di utilizzo di mesh molto rade, grossolane ed irregolari, evitando l'impiego di modelli complessi e computazionalmente dispendiosi, quindi molto pesanti e difficili da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rendono l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 85 e 86, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100 \text{ MPa}$.

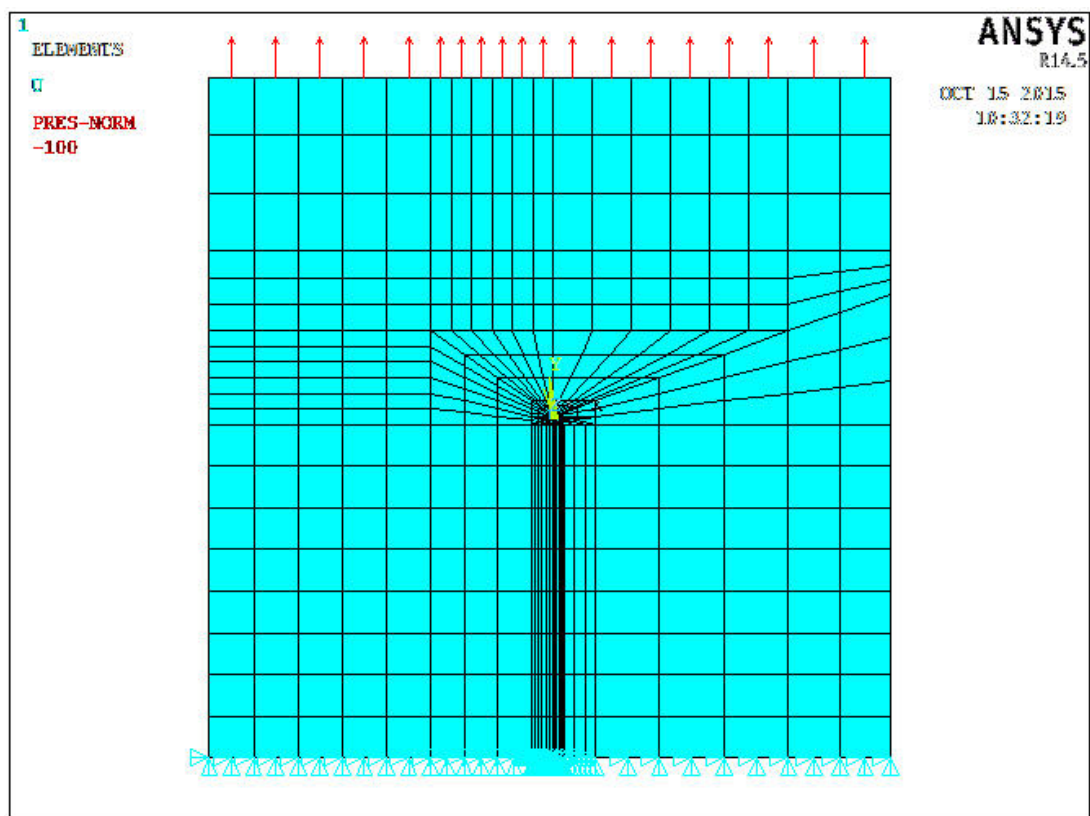


Figura 85: Piastra dotata di mesh molto rada regolare con vincoli e carichi di trazione applicati

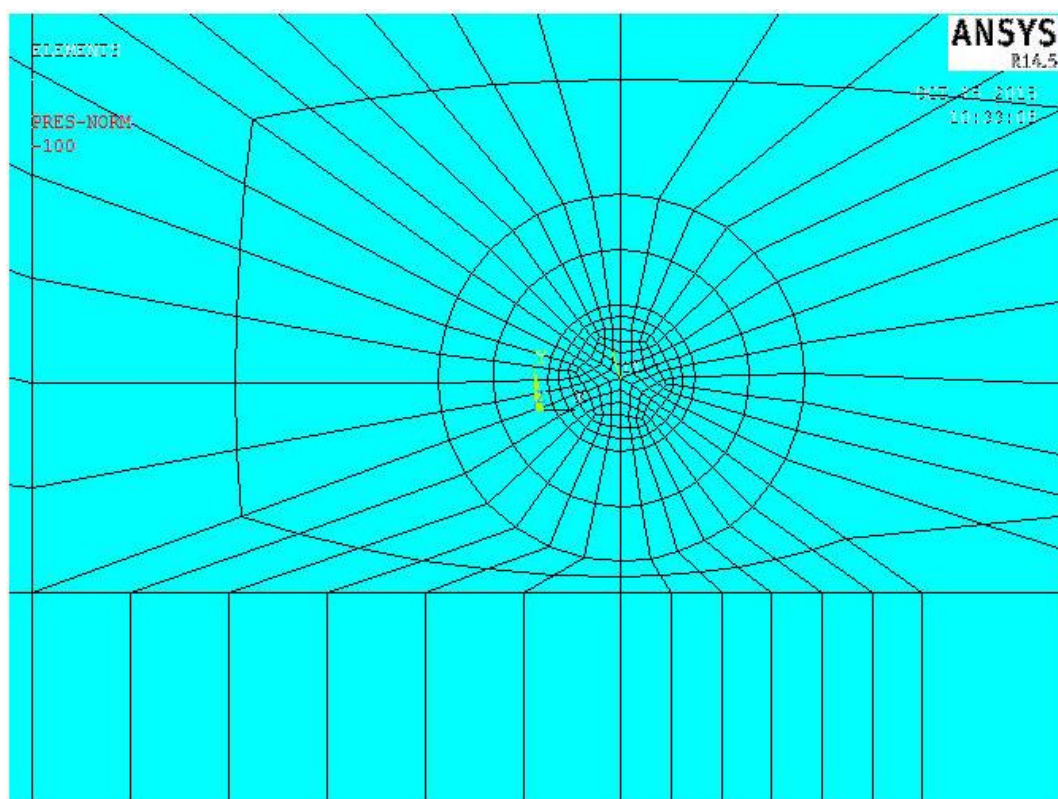


Figura 86: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

Anche in questo caso eseguita la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 87) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

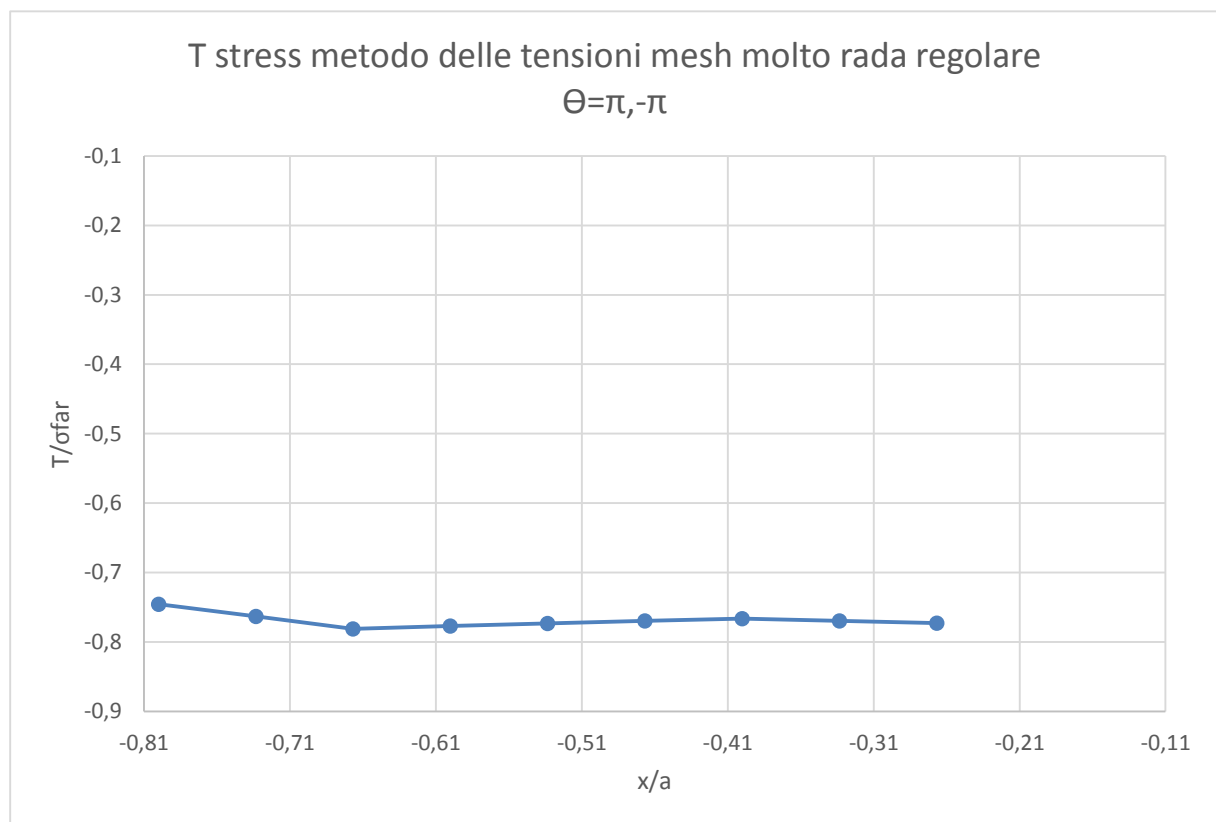


Figura 87: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=2mm$ e mesh molto rada regolare con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0.81 e -0.26 con una differenza massima del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0.02, il che, come atteso, conferma il fatto che il metodo delle tensioni fornisca una buona stima della T stress nel caso di mesh molto rada regolare.

5.4 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$ e mesh rada

Si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo delle tensioni può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata nel caso di una piastra con cricca centrale inclinata, di dimensioni comparabili rispetto a quelle della piastra, quindi un modello molto pesante e complesso da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 88 e 89, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100\text{ MPa}$.

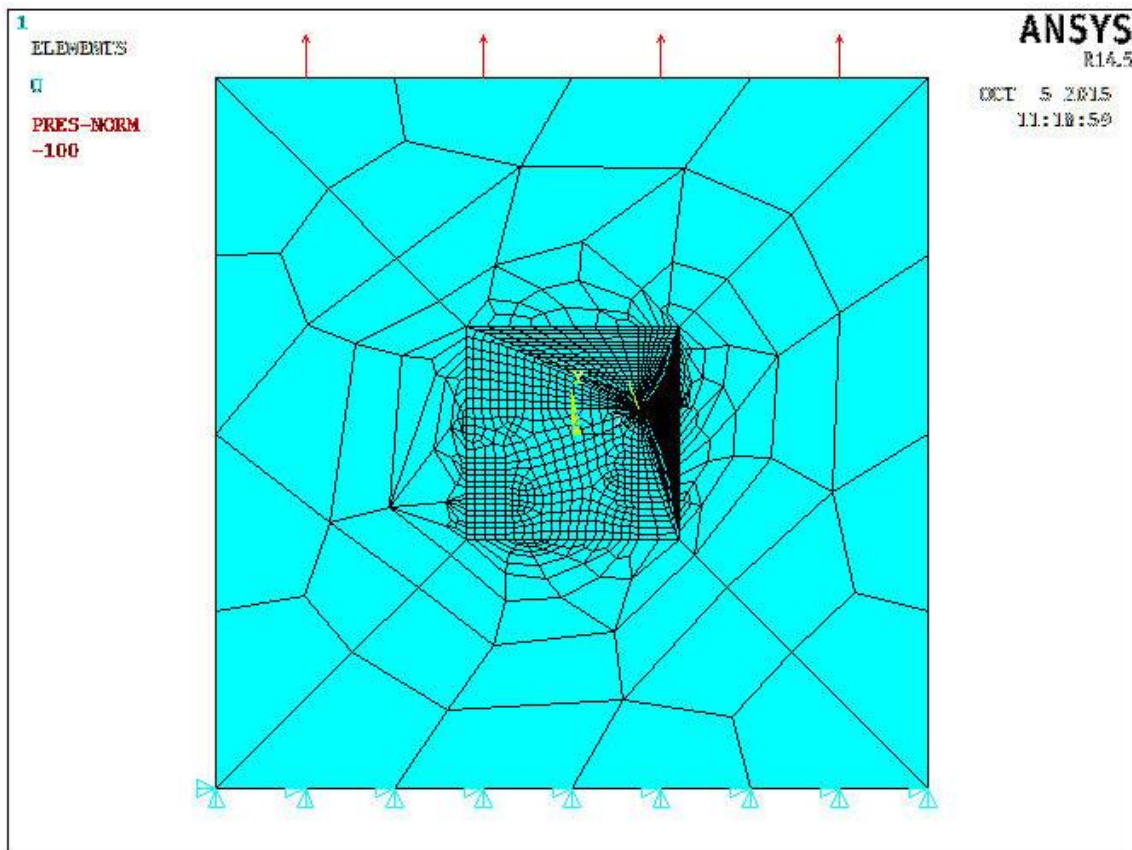


Figura 88: Piastra dotata di mesh rada con vincoli e carichi di trazione applicati

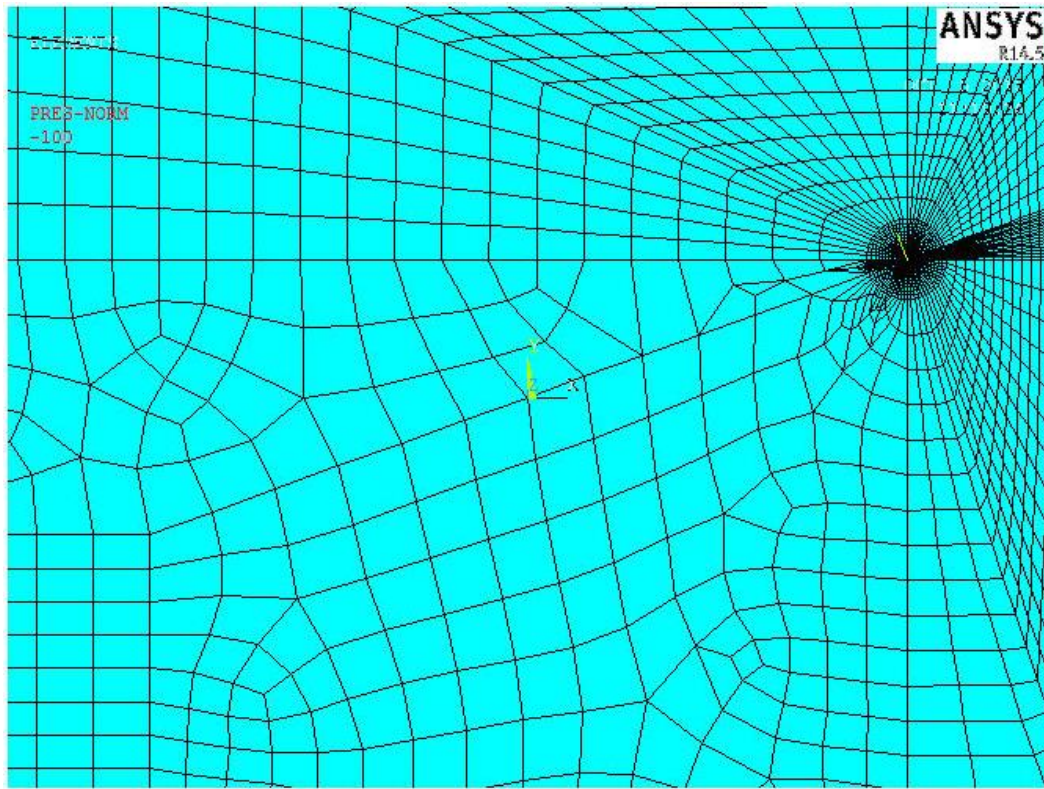


Figura 89: Vista della zona cricca dotata di mesh rada

Anche in questo caso eseguita la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 90) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

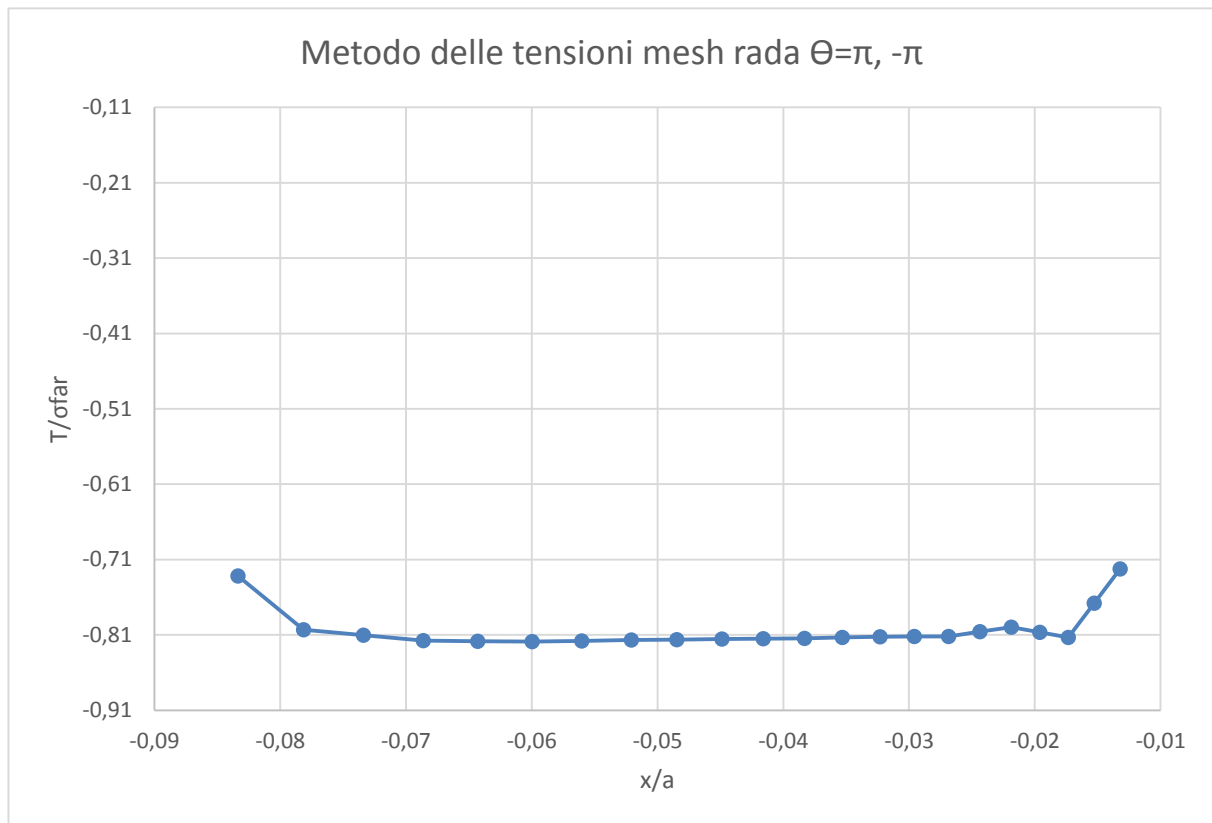


Figura 90: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=40\text{mm}$ e mesh rada con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano perfettamente stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0,078 e -0,018, attestandosi attorno ad un valore del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0,81, il che fa pensare che il metodo delle tensioni possa fornire una buona stima della T stress anche nel caso di mesh rada e piastra con cricca centrale inclinata di dimensioni comparabili a quelle della piastra stessa.

5.5 Piastra con ampiezza cricca $2a = 40\text{mm}$ e mesh molto rada

Si è scelto di realizzare questo modello per verificare se il metodo delle tensioni può fornire una buona stima della T stress anche senza il dover realizzare una mesh dettagliata nel caso di una piastra con cricca centrale inclinata, di dimensioni comparabili rispetto a quelle della piastra, quindi un modello molto pesante e complesso da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rende l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle

Figure 91 e 92, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{\text{far}} = 100$ MPa.

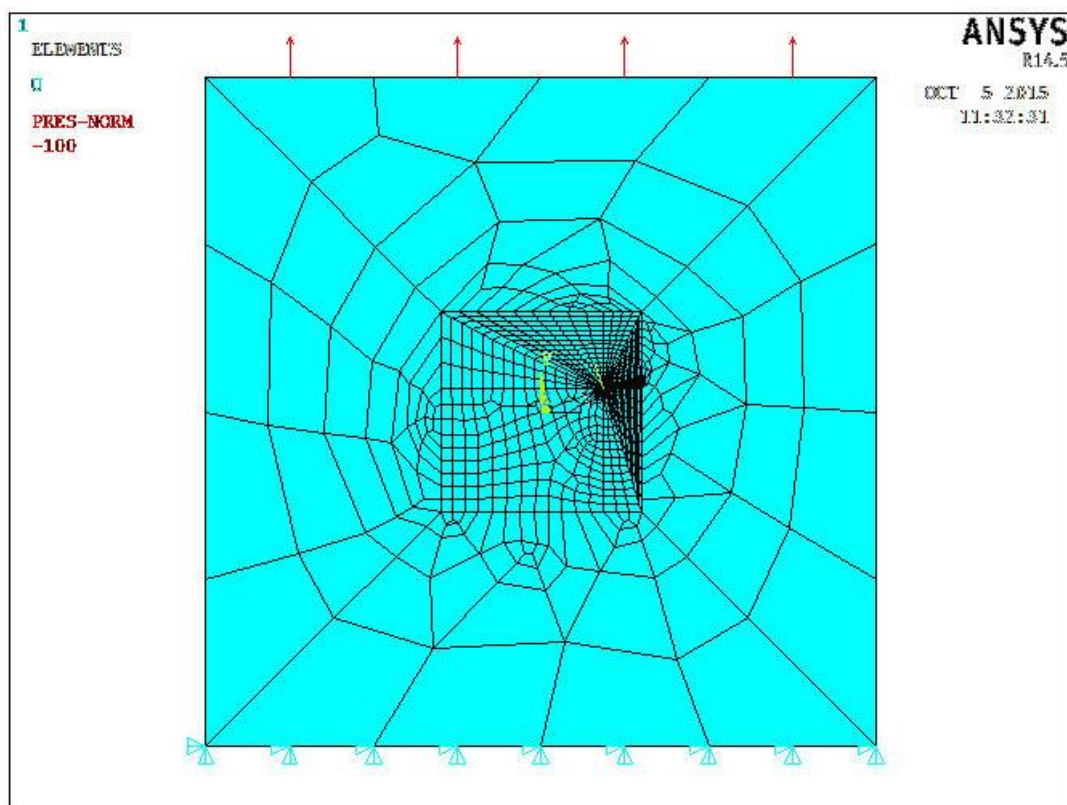


Figura 91: Piastra dotata di mesh molto rada con vincoli e carichi di trazione applicati

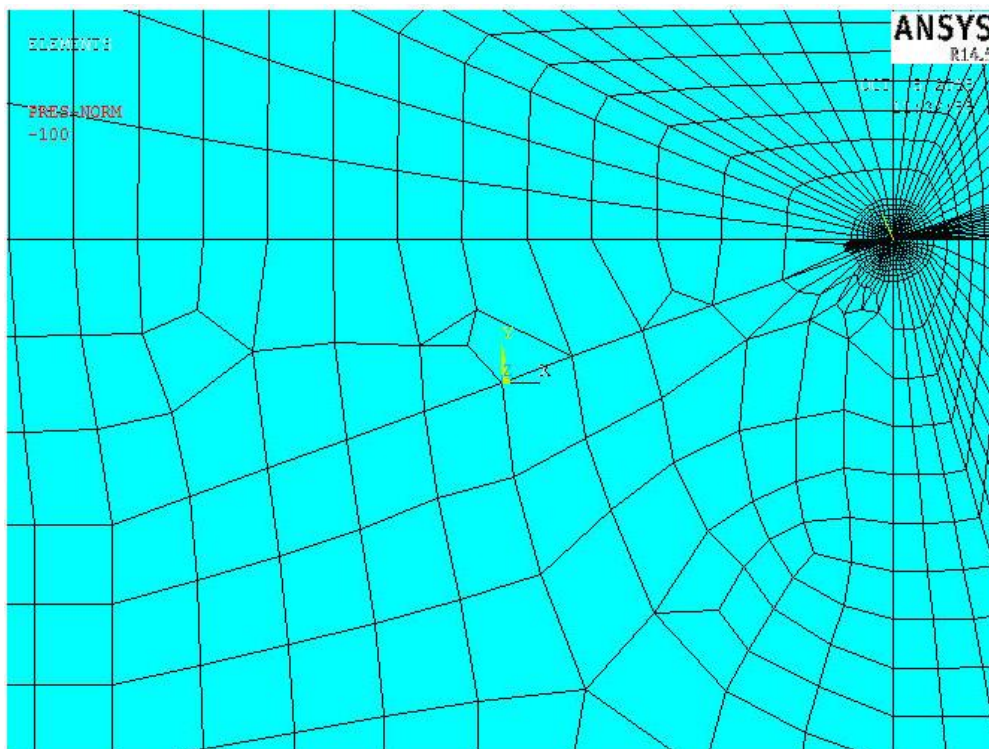


Figura 92: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

Anche in questo caso eseguita la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 93) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

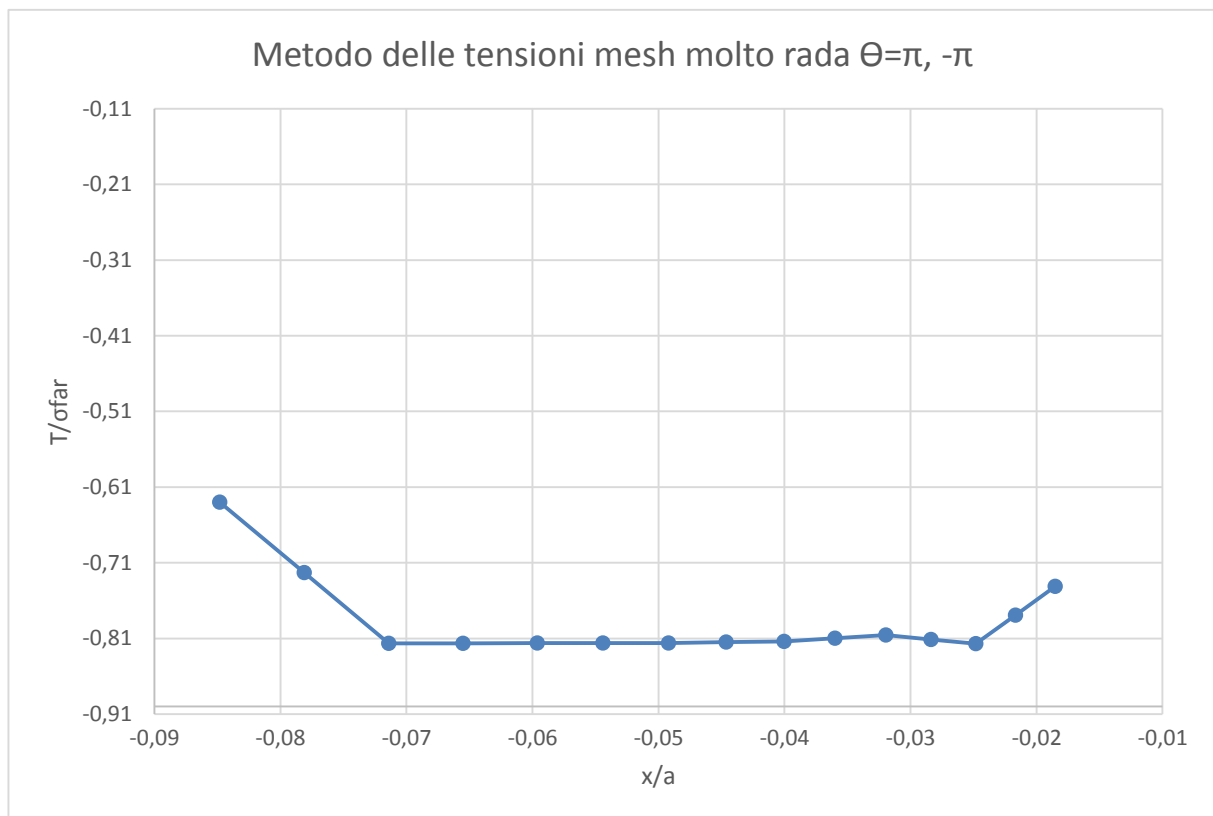


Figura 93: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=40\text{mm}$ e mesh molto rada con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano perfettamente stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0.072 e -0.025, attestandosi attorno ad un valore del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0.81, il che fa pensare che il metodo delle tensioni possa fornire una buona stima della T stress anche nel caso di mesh molto rada e piastra con cricca centrale inclinata di dimensioni comparabili a quelle della piastra stessa.

5.6 Piastra con ampiezza cricca $2a=40\text{mm}$ e mesh molto rada regolare

Si è scelto di realizzare questo modello con la certezza che una mesh regolare, anche se molto rada, offra stime della T stress, nel caso di provini con cricca centrale inclinata di dimensioni confrontabili con quelle del provino, esatte e fruibili confermando ulteriormente la possibilità di utilizzo di mesh molto rade, grossolane ed irregolari, evitando l'impiego di modelli complessi e computazionalmente dispendiosi, quindi molto pesanti e difficili da creare, che molte volte, non avendo a disposizione un calcolatore di potenza elevata, rendono l'analisi lenta con l'inevitabile aumentando di sprechi di tempo ed improduttività dovendo necessariamente diminuire il numero di analisi possibili.

Si è quindi avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base della piastra come visibile nelle Figure 94 e 95, nella quale si possono distinguere inoltre i carichi di trazione applicati alla struttura per i quali si è scelto un valore $\sigma_{far} = 100\text{ MPa}$.

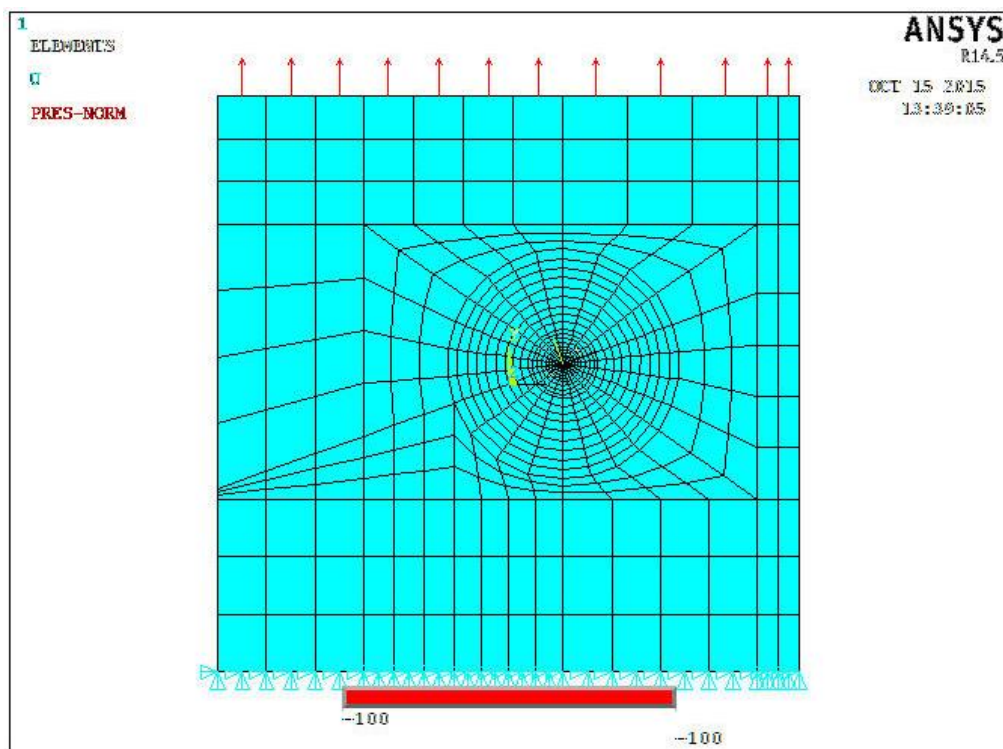


Figura 94: Piastra dotata di mesh molto rada regolare con vincoli e carichi di trazione applicati

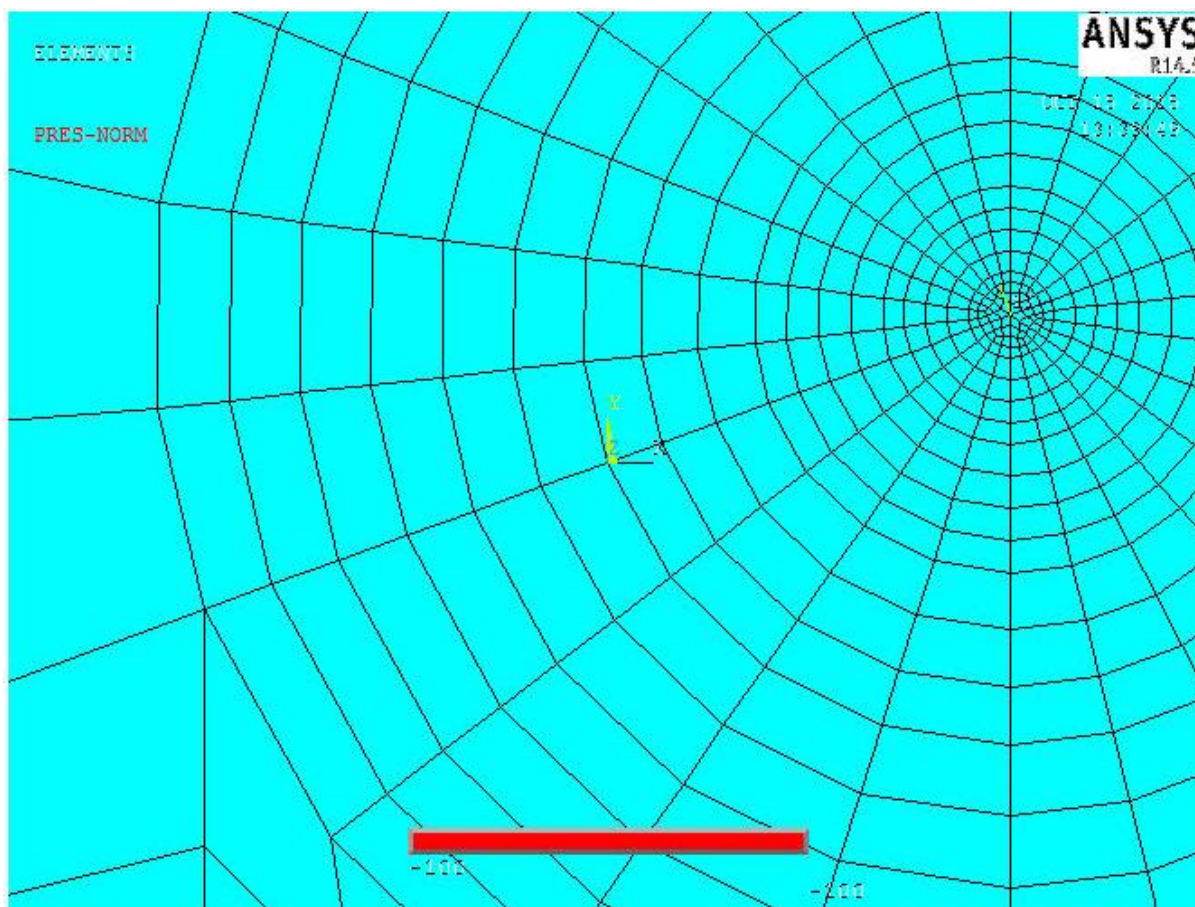


Figura 95: Vista della zona cricca dotata di mesh molto rada

Anche in questo caso eseguita la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path” necessari ad ottenere i corrispondenti listati riportanti i risultati utili alla soluzione dell’analisi, in particolar modo le tensioni σ_{xx} in direzione radiale x . Grazie a queste si sono calcolati i valori della T stress dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato è quello relativo al metodo delle tensioni applicato lungo le facce della cricca, per cui considerando come riferimento l’angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si avrà per la faccia superiore $\Theta = \pi$ e per la faccia inferiore $\Theta = -\pi$. Per il calcolo della T stress si utilizza l’equazione 14b riportata nell’articolo al capitolo 3:

$$T = \frac{1}{2} * [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}]$$

Con $(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia inferiore della cricca e con $(\sigma_{xx})_{\theta=\pi}$ la tensione radiale lungo la faccia superiore della cricca.

Analogamente al caso precedente si sono plottati i risultati in un grafico (Figura 96) con il rapporto x/a in ascissa ed il rapporto T/σ_{far} in ordinata.

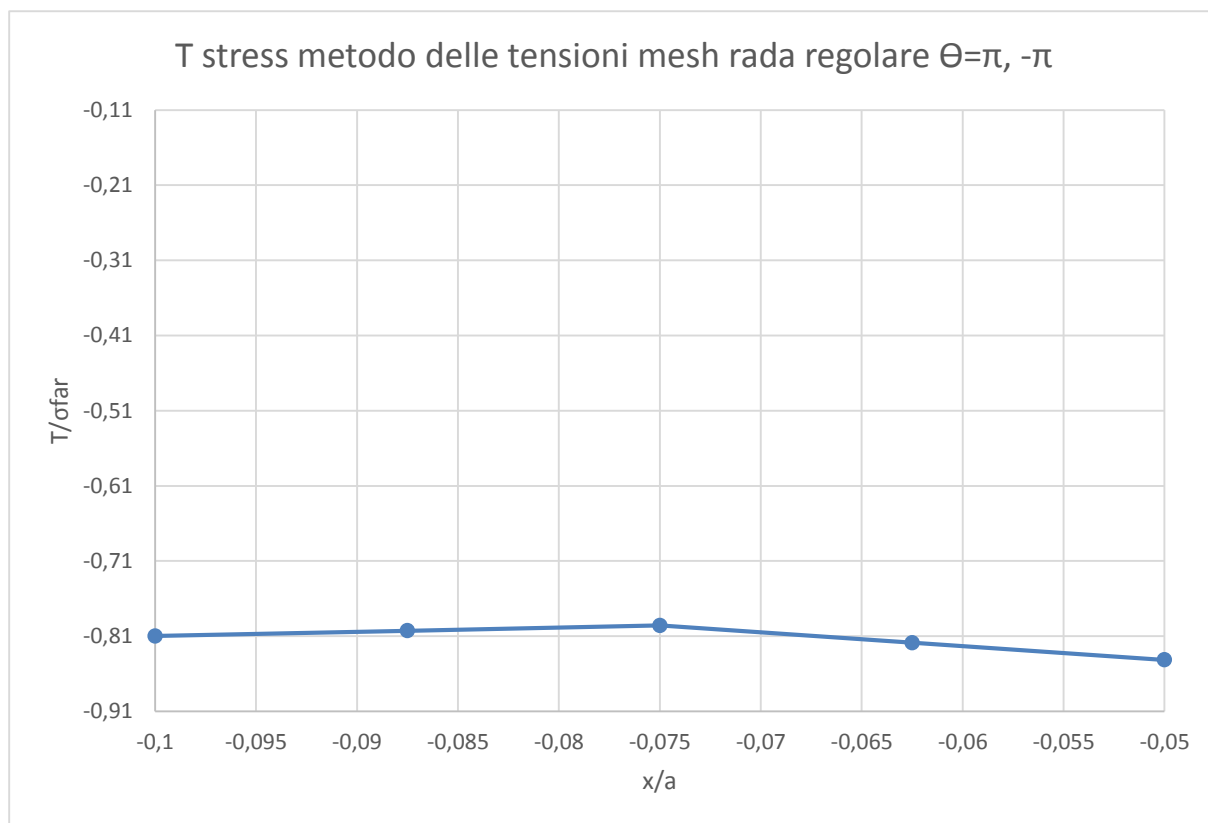


Figura 96: Andamento di T provino con cricca centrale $2a=40\text{mm}$ e mesh molto rada regolare con metodo delle tensioni per $\Theta=\pi, -\pi$

Si nota immediatamente come i valori rimangano stabili lungo l'intero intervallo analizzato del rapporto x/a , compreso tra -0.1 e -0.05 con uno scostamento massimo dal valore medio -0.8 del rapporto T/σ_{far} pari a circa -0.02, in prossimità dell'apice della cricca, il che, come atteso, conferma il fatto che il metodo delle tensioni fornisca una buona stima della T stress nel caso di mesh molto rada regolare.

5.7 Confronto tra i risultati ottenuti

Per osservare l'effettiva bontà dei risultati ottenuti con il metodo delle tensioni applicato alle mesh rada, molto rada e molto rada regolare è necessario eseguire un confronto con tutti i risultati ottenuti nelle analisi a Modo misto I/II esposti nel Capitolo 4 al paragrafo 4.2.

5.7.1 Confronto nel caso di piastra con cricca di ampiezza $2a = 2\text{mm}$

Si procede ora osservando il grafico di Figura 97 in cui si riportano tutte le curve fin ora ottenute per la piastra con cricca centrale inclinata di angolo $\beta = 70^\circ$ e ampiezza di cricca $2a = 2\text{mm}$.

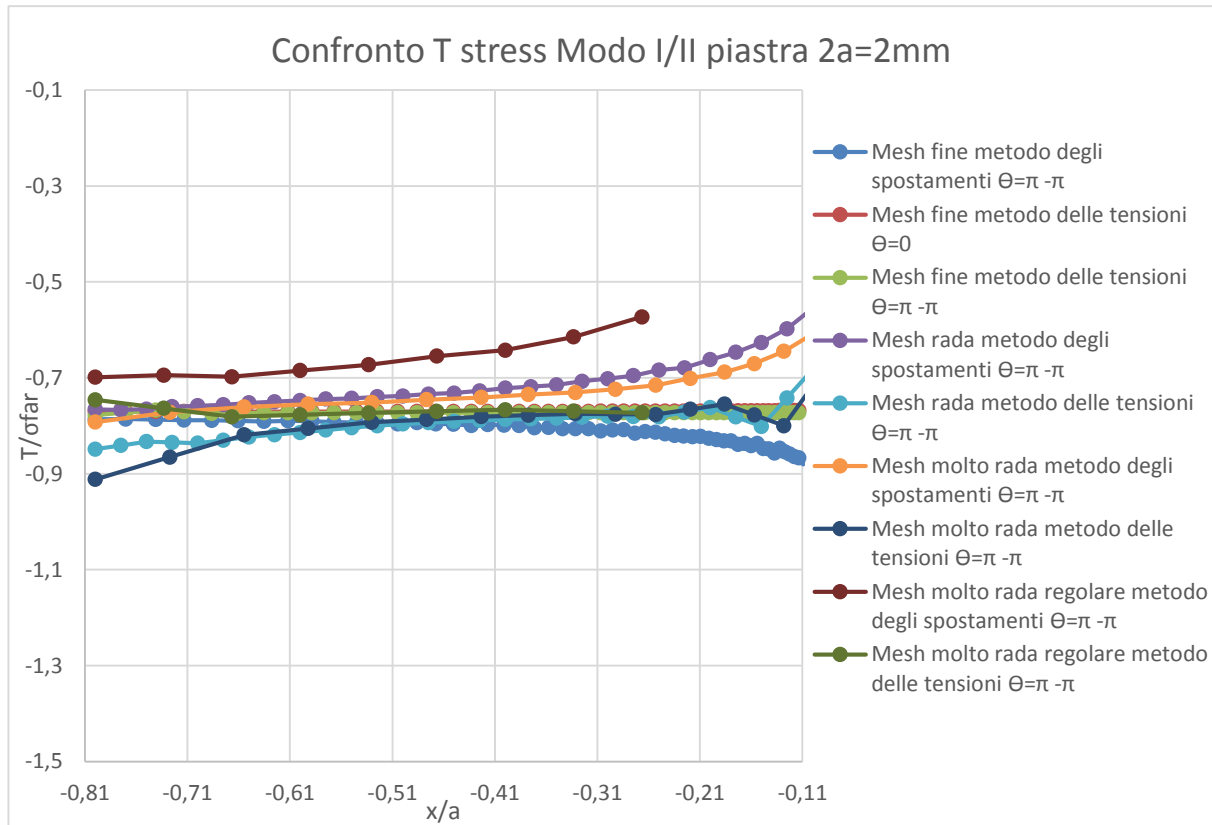


Figura 97: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale $2a=2\text{mm}$ inclinata, mesh fine, mesh rada, mesh molto rada e mesh molto rada regolare, metodo delle tensioni e degli spostamenti

Oltre alle osservazioni già esposte nei Sotto Paragrafi 4.2.1.4 e 4.3.1.1, dalla Figura 79 si osserva immediatamente come in tutti i casi i valori del rapporto T/σ_{far} si concentrino attorno a -0.8, valore esatto ottenuto con mesh fine e metodo delle tensioni. E' possibile notare come la curva ottenuta dal metodo delle tensioni con mesh rada dia un risultato completamente in accordo con i metodi delle tensioni e degli spostamenti ottenuti con mesh fine, nell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.71 e -0.11, discostandosi di un valore pari a T/σ_{far} pari a -0.02 nell'intervallo di x/a compreso tra -0.81 e -0.71 quindi una differenza irrisoria a dimostrazione della bontà del metodo delle tensioni applicato a mesh rada. E' facile vedere come anche il metodo degli spostamenti applicato alla mesh rada fornisca i valori esatti all'interno dell'intervallo -0.81 : -0.45 divergendo solamente con l'avvicinarsi all'apice della cricca raggiungendo un valore di T/σ_{far} pari a -0.6 per x/a pari a -0.11. Analizzando ora i risultati ottenuti con mesh molto rada si vede agevolmente come anche semplificando la mesh si ottengano valori altamente concordanti. La curva ottenuta con il metodo degli spostamenti e mesh molto rada offre dei risultati coerenti con quelli della mesh fine per un intervallo di x/a pari a -0.81 : -0.35 discostandosi in prossimità dell'apice della cricca al più di un valore pari a $T/\sigma_{far} = 0.12$. Analogamente la curva ricavata con il metodo delle tensioni per mesh molto rada mostra una corrispondenza pressoché perfetta lungo tutto l'intervallo di analisi, con le curve ottenute con mesh fine, mostrando solamente una leggera divergenza pari a $T/\sigma_{far} = -0.1$

nell'intervallo x/a pari a $-0.65 : -0.81$. Infine osservazioni importanti si possono fare riguardo la curva ottenuta applicando il metodo delle tensioni alla mesh molto rada regolare. Questa segue perfettamente le curve ottenute con mesh fine, fornendo una stima di T pressoché costante ed esatta, pari a -0.8 , lungo tutto l'intervallo di analisi del rapporto x/a . Grazie a questo si ha la conferma che il metodo delle tensioni non risente della regolarità o della finezza con cui viene realizzata la mesh, fornendo comunque risultati coerenti. Si può affermare perciò che sia il metodo delle tensioni che quello degli spostamenti, applicati a delle piastre soggette a Modo misto I/II e modellate con mesh rada e molto rada (irregolare e regolare) forniscano una buona stima della T stress, anche nel caso in cui la cricca abbia dimensioni molto inferiori rispetto a quelle della piastra.

5.7.2 Confronto nel caso di piastra con cricca di ampiezza $2a = 40\text{mm}$

Si procede ora osservando il grafico di Figura 98 in cui si riportano tutte le curve fin ora ottenute per la piastra con cricca centrale inclinata di angolo $\beta = 70^\circ$ e ampiezza $2a = 40\text{mm}$.

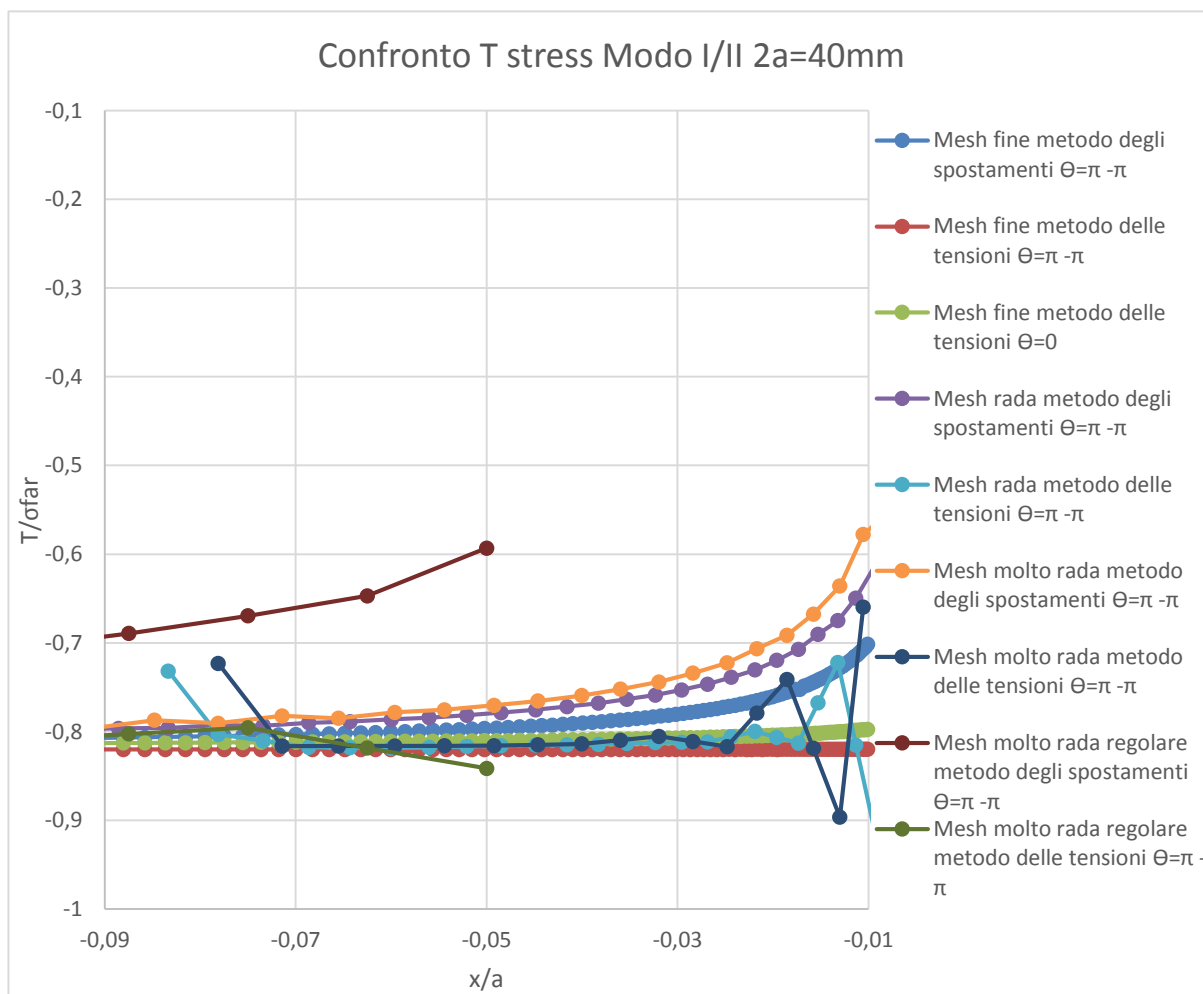


Figura 98: Confronto tra valori ottenuti di T per provino con cricca centrale $2a=40\text{mm}$ inclinata, mesh fine, mesh rada, mesh molto rada e mesh molto rada regolare, metodo delle tensioni e degli spostamenti

Oltre alle osservazioni già esposte nei Sotto Paragrafi 4.2.2.4 e 4.3.2.1, dalla Figura 98 si osserva immediatamente come in tutti i casi i valori del rapporto T/σ_{far} si concentrino attorno a -0.8, valore esatto ottenuto con mesh fine e metodo delle tensioni. E' possibile notare come la curva ottenuta dal metodo delle tensioni con mesh rada dia un risultato completamente in accordo con i metodi delle tensioni e degli spostamenti ottenuti con mesh fine, nell'intervallo del rapporto x/a compreso tra -0.08 e -0.015, discostandosi di un valore pari a T/σ_{far} pari a -0.06 negli intervalli di x/a compresi tra -0.08 : -0.085 e -0.015 : -0.01, quindi una differenza irrisoria a dimostrazione della bontà del metodo delle tensioni applicato a mesh rada. E' facile vedere come anche il metodo degli spostamenti applicato alla mesh rada fornisca i valori esatti all'interno dell'intervallo -0.09 : -0.03 divergendo solamente nell'intorno dell'apice della cricca per x/a pari a -0.03 : -0.01. Analizzando ora i risultati ottenuti con mesh molto rada si vede agevolmente come anche semplificando la mesh si ottengano valori perfettamente in accordo. La curva ottenuta con il metodo degli spostamenti e mesh molto rada offre dei risultati coerenti con quelli della mesh fine per un intervallo di x/a pari a -0.09 : -0.03 discostandosi in prossimità dell'apice della cricca al più di un valore pari a $T/\sigma_{far} = 0.2$. Analogamente la curva ricavata con il metodo delle tensioni per mesh molto rada mostra una corrispondenza pressoché perfetta lungo tutto l'intervallo di analisi, con le curve ottenute con mesh fine, mostrando solamente una leggera divergenza pari a $T/\sigma_{far} = -0.08$ nell'intervallo x/a pari a -0.071 : -0.08 ed un'oscillazione in prossimità dell'apice della cricca nell'intervallo x/a pari a -0.026 : -0.01. Infine osservazioni importanti si possono fare riguardo la curva ottenuta applicando il metodo delle tensioni alla mesh molto rada regolare. Questa segue perfettamente le curve ottenute con mesh fine, fornendo una stima di T pressoché costante ed esatta, pari a -0.8, lungo tutto l'intervallo di analisi del rapporto x/a compreso tra -0.09 e -0.05. Grazie a questo si ha la conferma che il metodo delle tensioni non risente della regolarità o della finezza con cui viene realizzata la mesh, fornendo comunque risultati coerenti. Viceversa invece per il metodo degli spostamenti, che dimostra di fornire risultati divergenti all'aumentare delle dimensioni di cricca rispetto alle dimensioni della piastra ed al diradarsi della mesh, indipendentemente dalla regolarità di questa, riuscendo comunque a fornire un risultato coerente e corretto con l'allontanarsi dall'apice della cricca. Si può affermare perciò che sia il metodo delle tensioni, principalmente, che quello degli spostamenti, applicati a delle piastre soggette a Modo misto I/II e modellate con mesh rada e molto rada (irregolare e regolare) forniscano una buona stima della T stress, anche nel caso in cui la cricca abbia dimensioni paragonabili a quelle della piastra.

Capitolo 6

Analisi della densità di energia di deformazione elastica in alberi con intagli a “V” ottenuta grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con valori analitici

Nel seguente capitolo saranno analizzati degli alberi intagliati a spigolo vivo soggetti ad una sollecitazione a Modo III, antimettrica. Ci si soffermerà quindi sull’analisi degli autovalori di Williams per la tensione $\tau_{\theta z}$, necessari al calcolo del fattore di intensificazione delle tensioni K_3 , e sul calcolo della densità di energia di deformazione (Strain Energy Density SED) su di un volume finito di raggio R_0 , centrato nell’apice dell’intaglio, utilizzando una mesh fine ed una mesh rada, eseguendo infine un confronto con il valore del SED analitico; al variare dell’angolo 2α di apertura dell’intaglio, i casi trattati presenteranno angoli di apertura $2\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ e 150° . Il calcolo del SED è di fondamentale importanza per l’esecuzione di confronti tra organi intagliati con vari angoli di apertura poiché al variare di questo varia anche l’unità di misura degli NSIF non permettendone più un confronto, cosa invece permessa dal SED essendo espresso sempre nella medesima unità di misura.

6.1 Modelli analizzati e definizioni

Come già detto saranno di seguito analizzati degli alberi intagliati a spigolo vivo e sottoposti a carico torsionale, tutti i modelli realizzati si baseranno su quello riportato in Figura 99.

Il Modo III, o antimettrico, genera un campo di tensione singolare; per questo modo l’autovalore λ_3 dipende dall’angolo α in accordo con l’espressione:

$$\cos(\lambda\theta) = 0 \quad (17)$$

Con θ l’angolo misurato rispetto alla bisettrice dell’intaglio come definito in Figura 1. Dall’Equazione 17 si vede quindi come similamente al Modo I anche i componenti soggetti a Modo III possono essere singolari per il range 2α tra 0° e 180° .

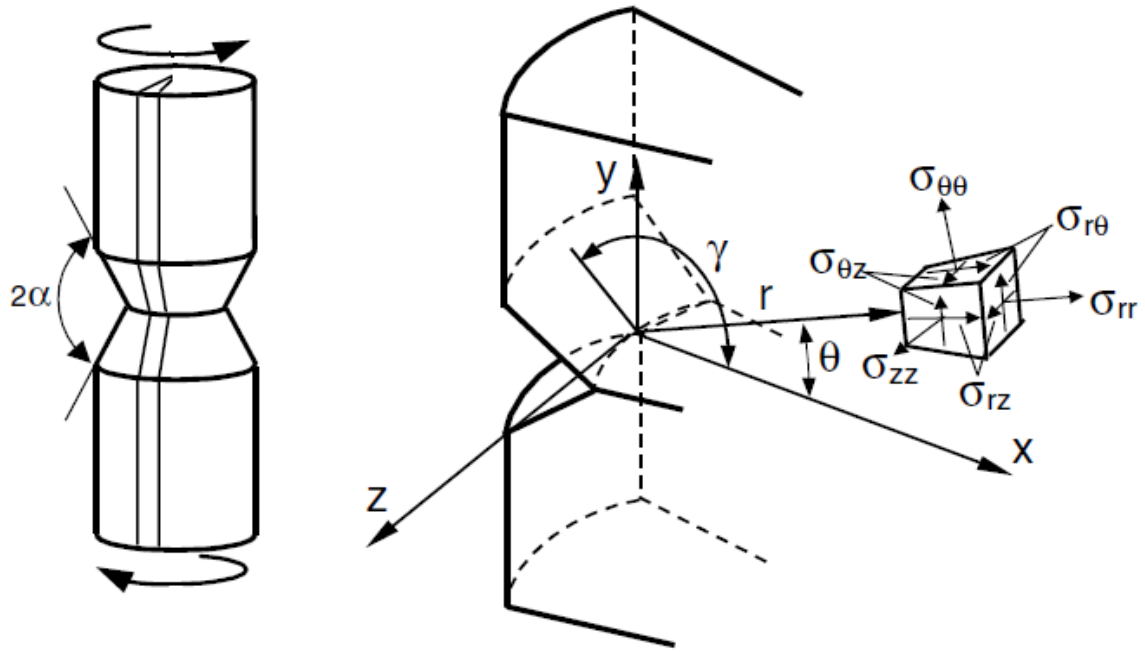


Figura 99: Albero indebolito da un intaglio a V soggetto ad un carico torsionale. L'origine del sistema di riferimento polare è situata all'apice dell'intaglio

In accordo con i fattori di intensificazione delle tensioni a Modo I e II, l'NSIF di Modo III è dato dall'Equazione 18:

$$K_3 = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0^+} [\sigma_{\theta z}(r, 0)] r^{1-\lambda_3} \quad (18)$$

Per il calcolo del K_3 saranno impiegate delle mesh fini regolari in modo tale da avere la certezza della bontà del risultato ottenuto, dovendo utilizzare l'NSIF di Modo III per la determinazione del valore della densità di energia di deformazione ($\bar{W}$) analitico attraverso l'Equazione 19:

$$\bar{W} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} \quad (19)$$

Dove e_3 è un fattore dipendente dall'angolo 2α di apertura dell'intaglio e dal coefficiente di Poisson ν del materiale considerato, così come definiti in [34] e riportati nella seguente tabella:

2α [deg]	2α [rad]	e_3
0	0	0,4138
30	$\pi/6$	0,37929
60	$\pi/3$	0,34484
90	$\pi/2$	0,31034
120	$2\pi/3$	0,27587
135	$3\pi/4$	0,25863
150	$5\pi/6$	0,2488

R_0 il raggio del volume di controllo centrato nell'apice dell'intaglio come definito in Figura 100:

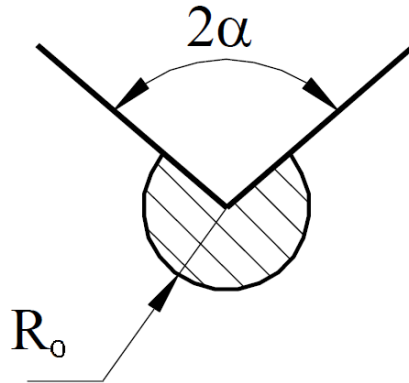


Figura 100: Definizione del volume di controllo per intagli a V

Nel caso il materiale considerato sia acciaio il raggio R_0 definito in [34] è pari a 0,28 mm. Infine si ha l'autovalore λ_3 indicante il grado di singolarità dei campi di tensione a Modo III. E' importante evidenziare come i successivi modelli realizzati ed implementati nel codice agli elementi finiti Ansys rappresentino solo un quarto dell'albero analizzato, più precisamente il quarto superiore destro, è possibile semplificare in questo modo il modello grazie alla simmetria geometrica del componente analizzato, inoltre grazie alla simmetria assiale del componente sarà possibile modellarlo sul piano con degli elementi assialsimmetrici Solid 8 nodi 83. Anche per quest'analisi si è optato per la scelta dell'acciaio come materiale, avente quindi le seguenti proprietà: $E = 206000$ MPa, $\nu = 0,3$. In tutte le analisi svolte le dimensioni del componente non variano se non l'ampiezza dell'angolo di apertura dell'intaglio in base ad i valori precedentemente riportati e sono riportate in Figura 101:

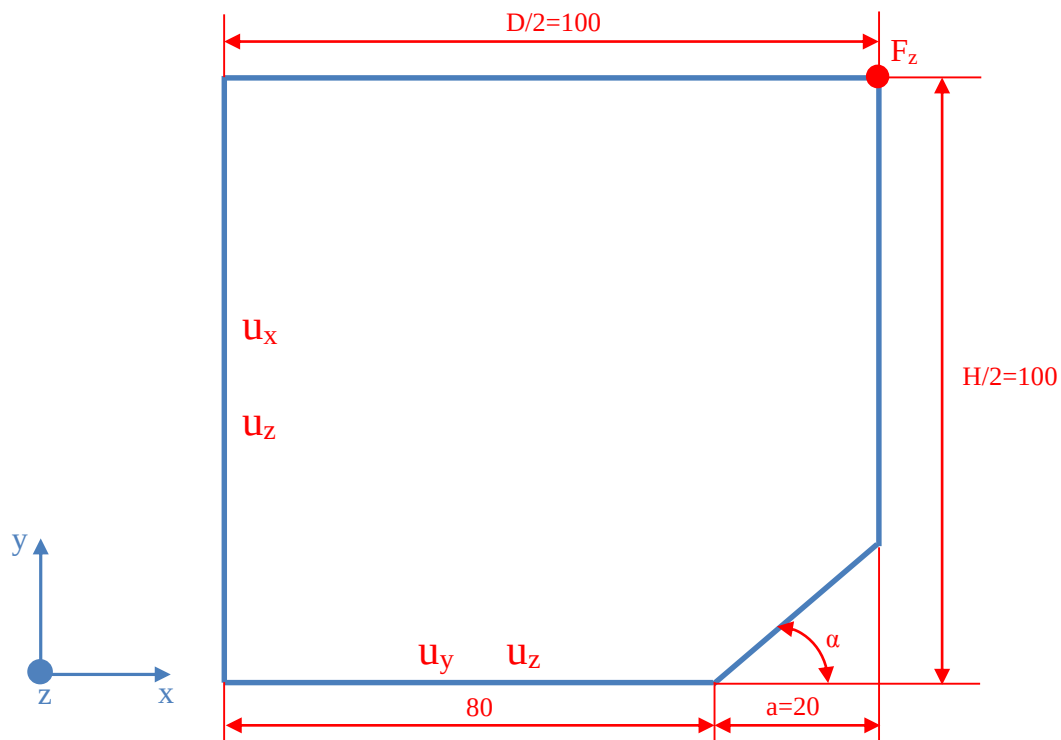


Figura 101: Dimensioni e vincoli dei modelli realizzati

Affinché il quarto di albero modellato venga considerato come intero è necessario fornire dei vincoli coerenti al lato inferiore del modello, che quindi sarà vincolato lungo le direzioni y e z , e lungo il lato giacente sull'asse di simmetria assiale, che quindi sarà vincolato lungo x e z , come riportato in Figura 101. Infine su ogni modello sarà applicato il medesimo carico in modo tale da rendere attendibili i risultati, sarà quindi applicata una tensione nominale tangenziale $\tau_{nom} = 100$ MPa. Non potendo applicare direttamente la tensione tangenziale al modello si è calcolato un carico concentrato F_z che genererà la τ_{far} di 100 MPa sapendo che quest'ultima è data dall'Equazione 20:

$$\tau_{far} = \frac{2 * F_z * D / 2}{\pi / 32 * D^3} \Rightarrow F_z = \tau_{far} * \frac{\pi}{32} * D^2 \quad (20)$$

Per convenzione adottata da Ansys il carico F_z ottenuto dall'Equazione 20 va moltiplicato per 4, ottenendo quindi l'Equazione 21:

$$F_z = \left(\tau_{far} * \frac{\pi}{32} * D^2 \right) * 4 \Rightarrow \tau_{far} * \frac{\pi}{8} * D^2 \Rightarrow 100 * \frac{\pi}{8} * 200^2 = 1570000N \quad (21)$$

6.1.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca)

Il primo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 0° , per cui ci si trova nel caso della cricca. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 102 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 103.

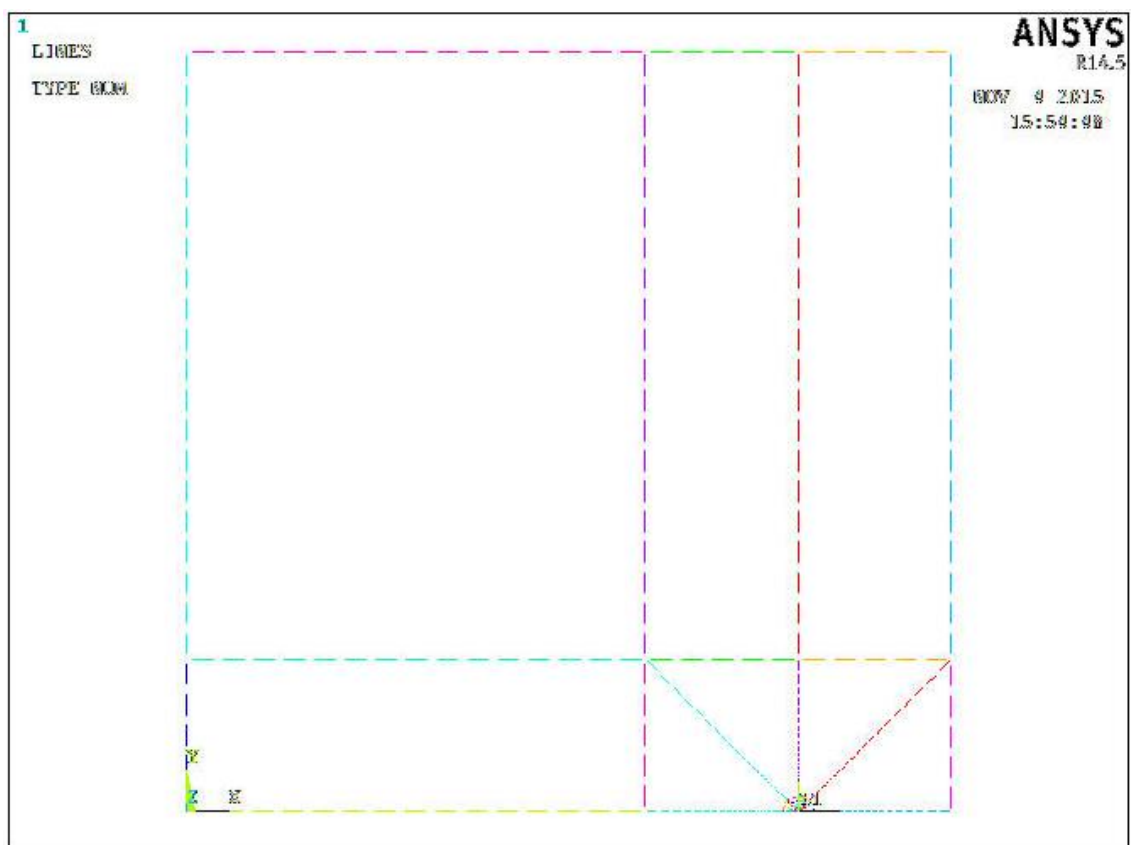


Figura 102: Modello studiato angolo apertura intaglio 0° , linee di costruzione fini

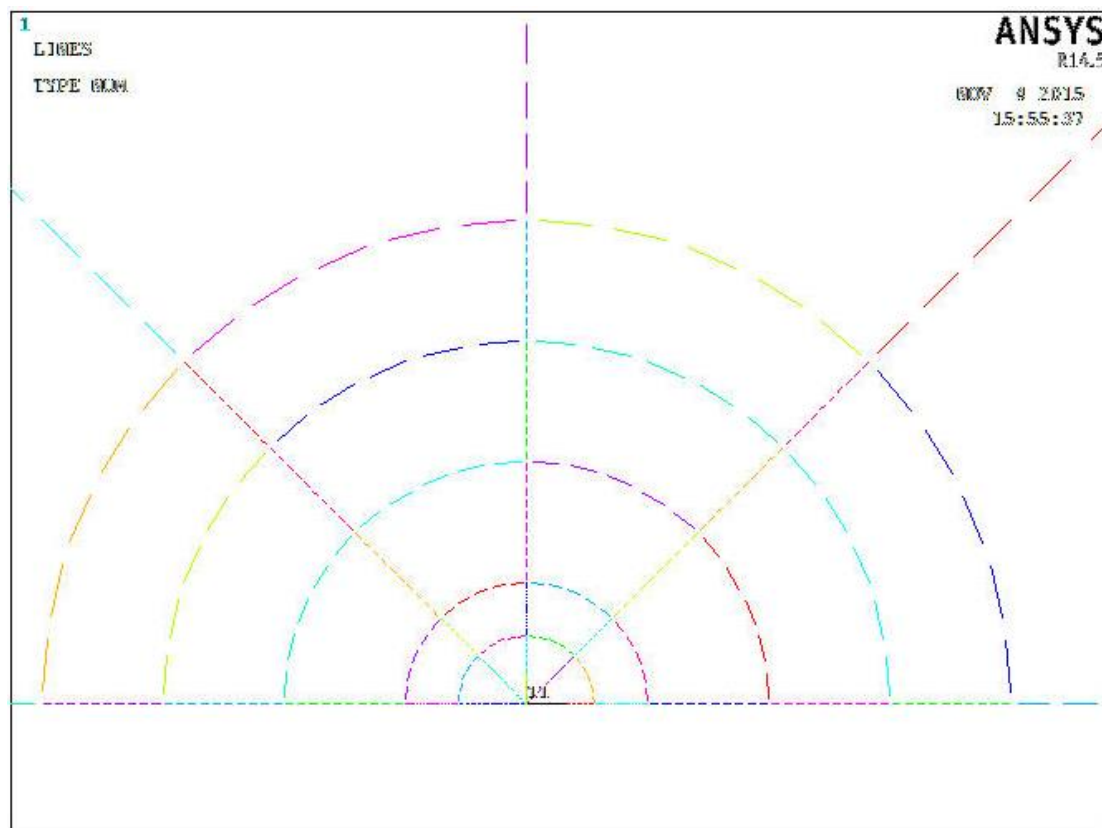


Figura 103: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 104 e 105, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

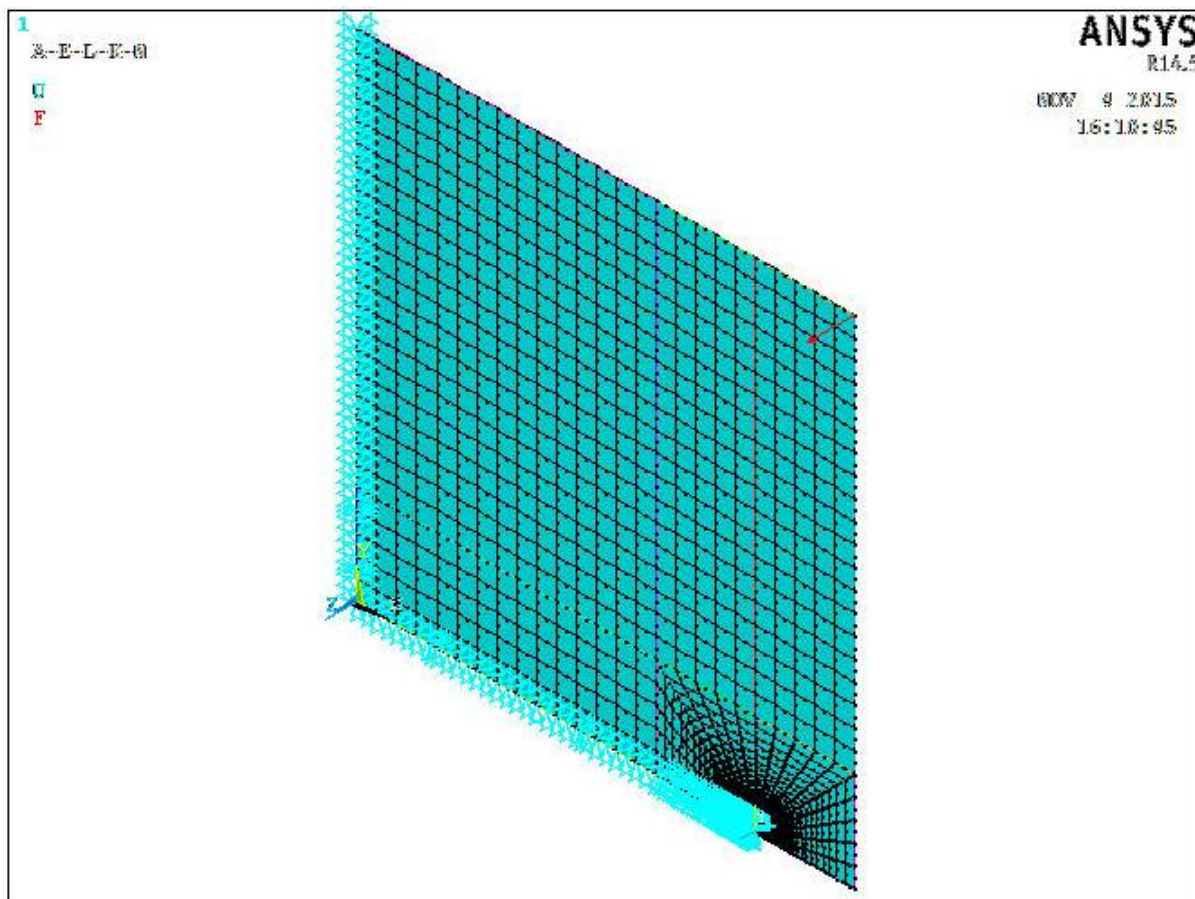


Figura 104: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

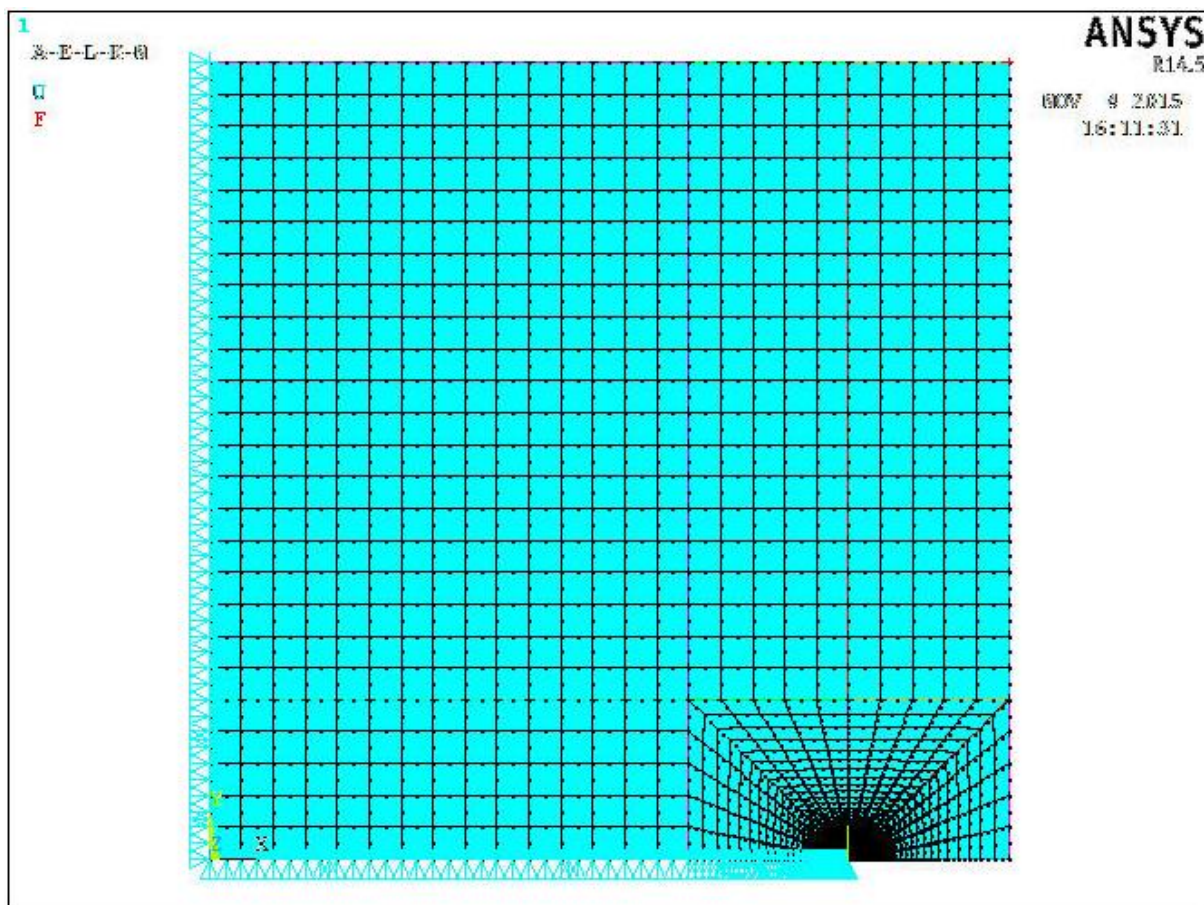


Figura 105: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 0°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 106 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

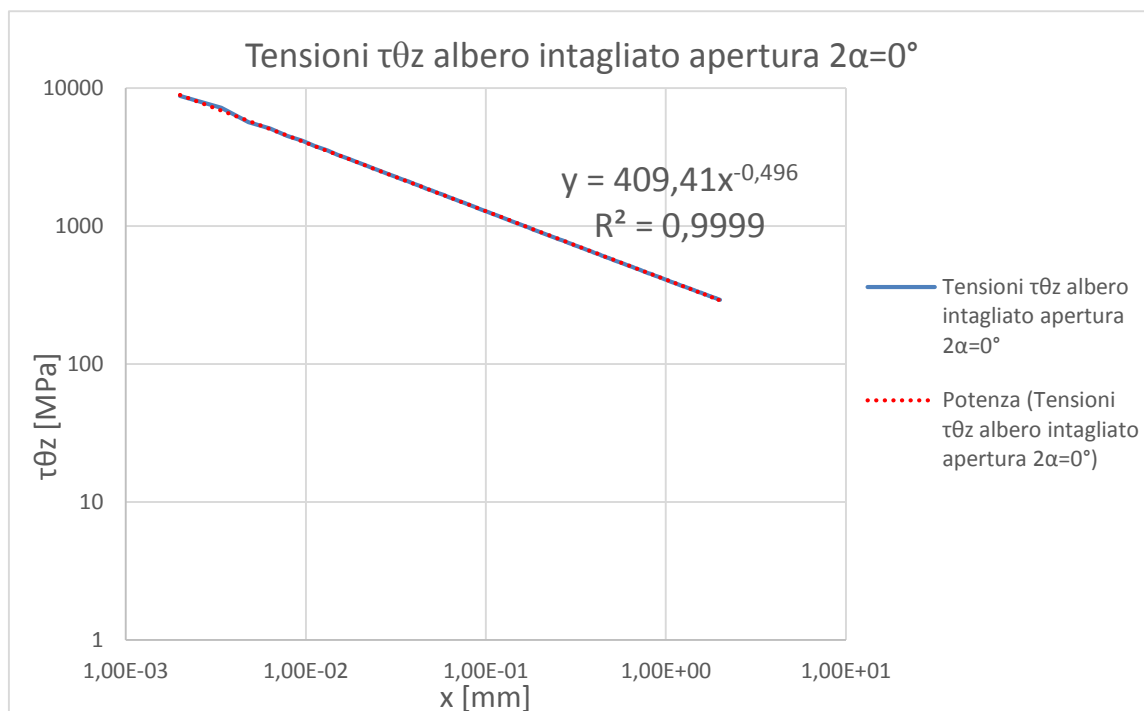


Figura 106: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 0°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 0° e quindi analogo ad una cricca, è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,496 \approx -0,5$ esattamente il valore atteso e definito da Irwin. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 107 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

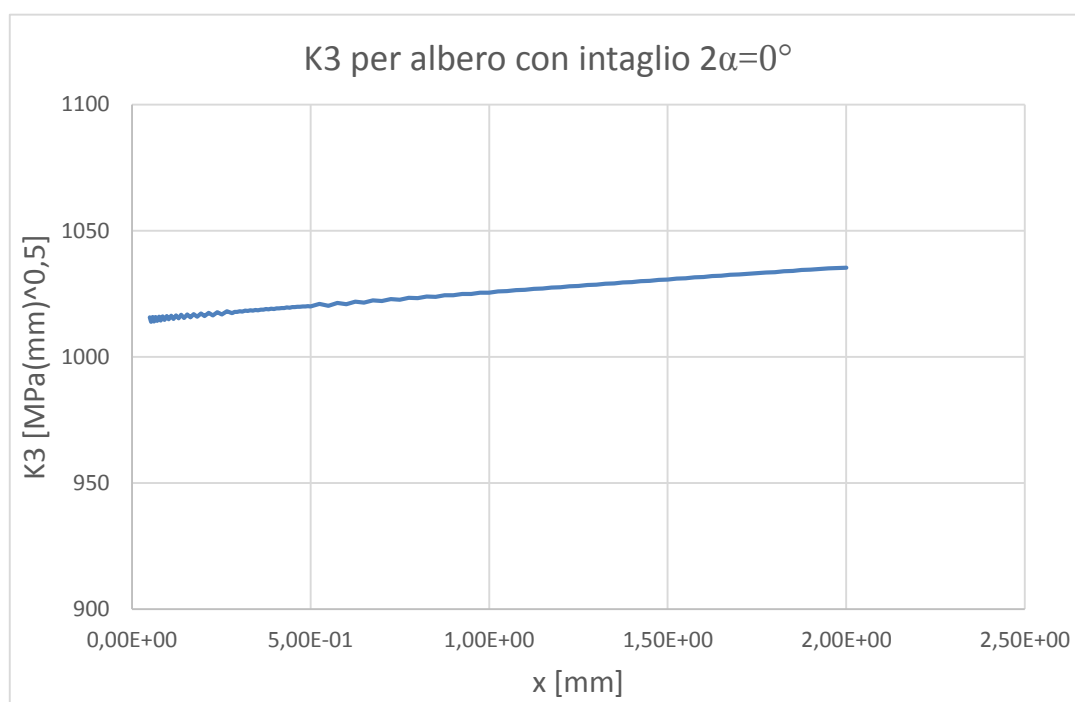


Figura 107: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=0^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $1023 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,5}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $21,5 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,5}$ per cui una differenza del 2,1% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile. Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 7,505406 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 7,342249 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,163 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa il 2% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia in buon accordo con quello teorico e quindi quest'ultimo fornisca una buona stima del SED.

6.1.1.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 108 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 109.

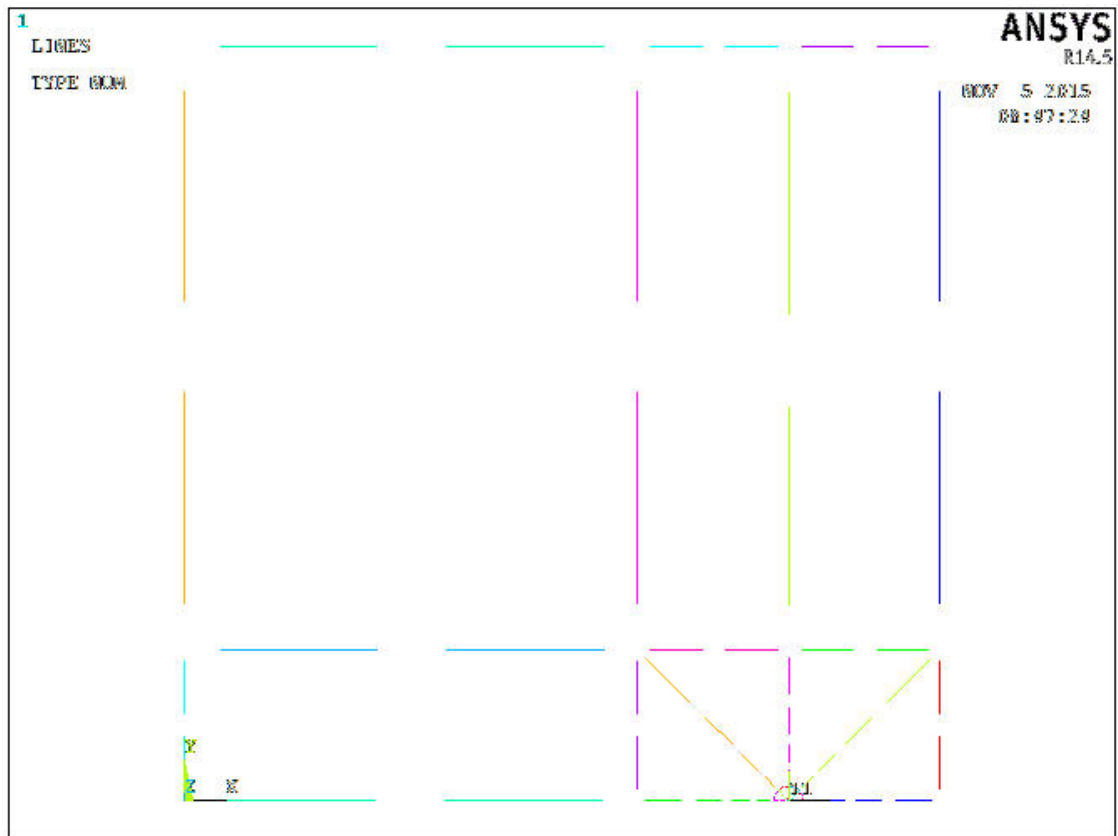


Figura 108: Modello studiato angolo apertura intaglio 0° , linee di costruzione rade

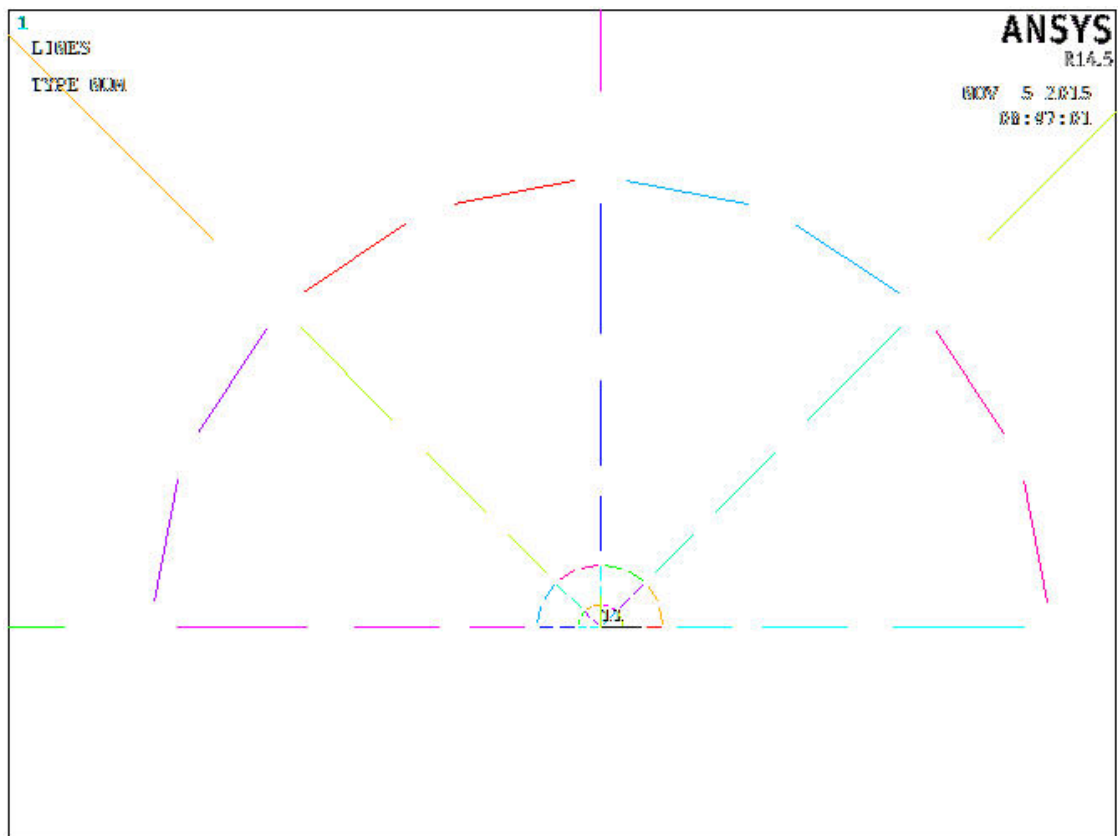


Figura 109: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 110 e 111, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

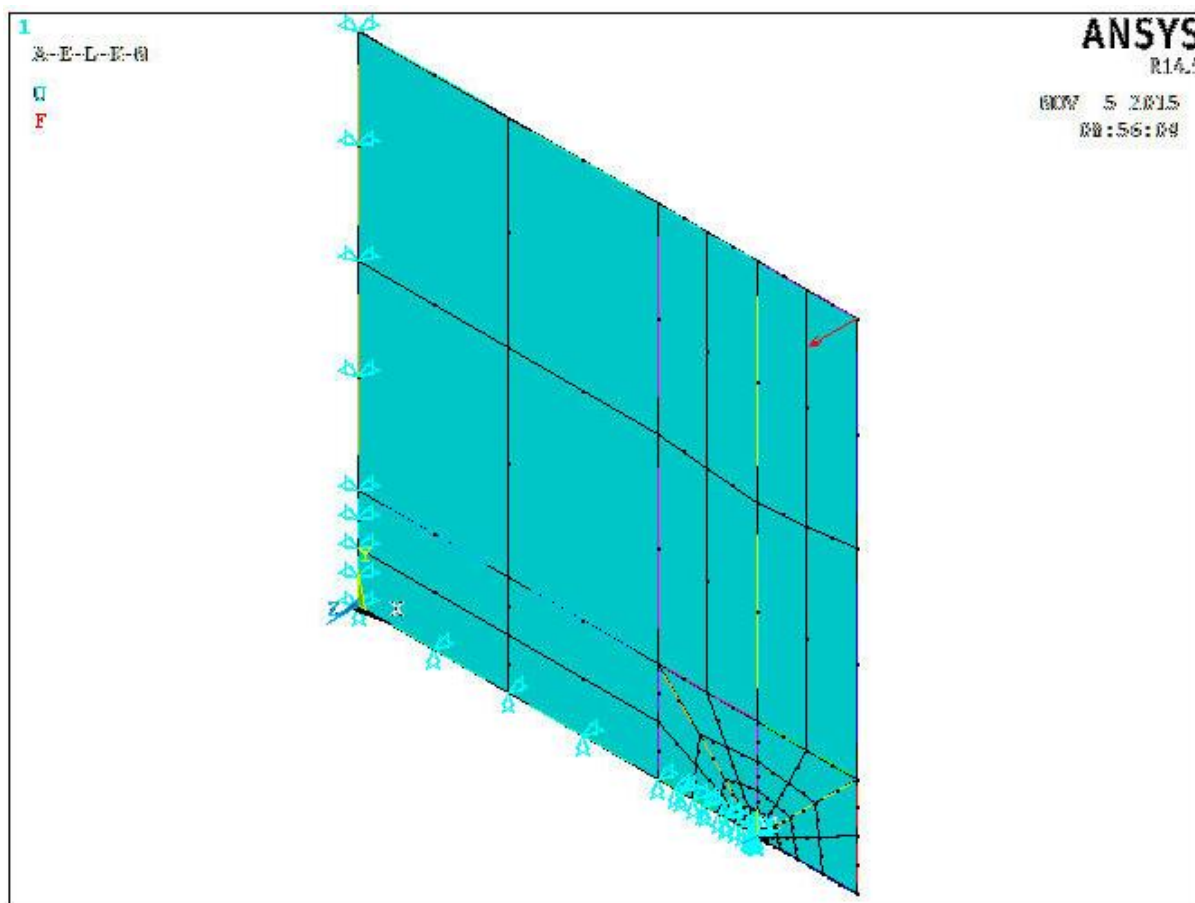


Figura 110: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

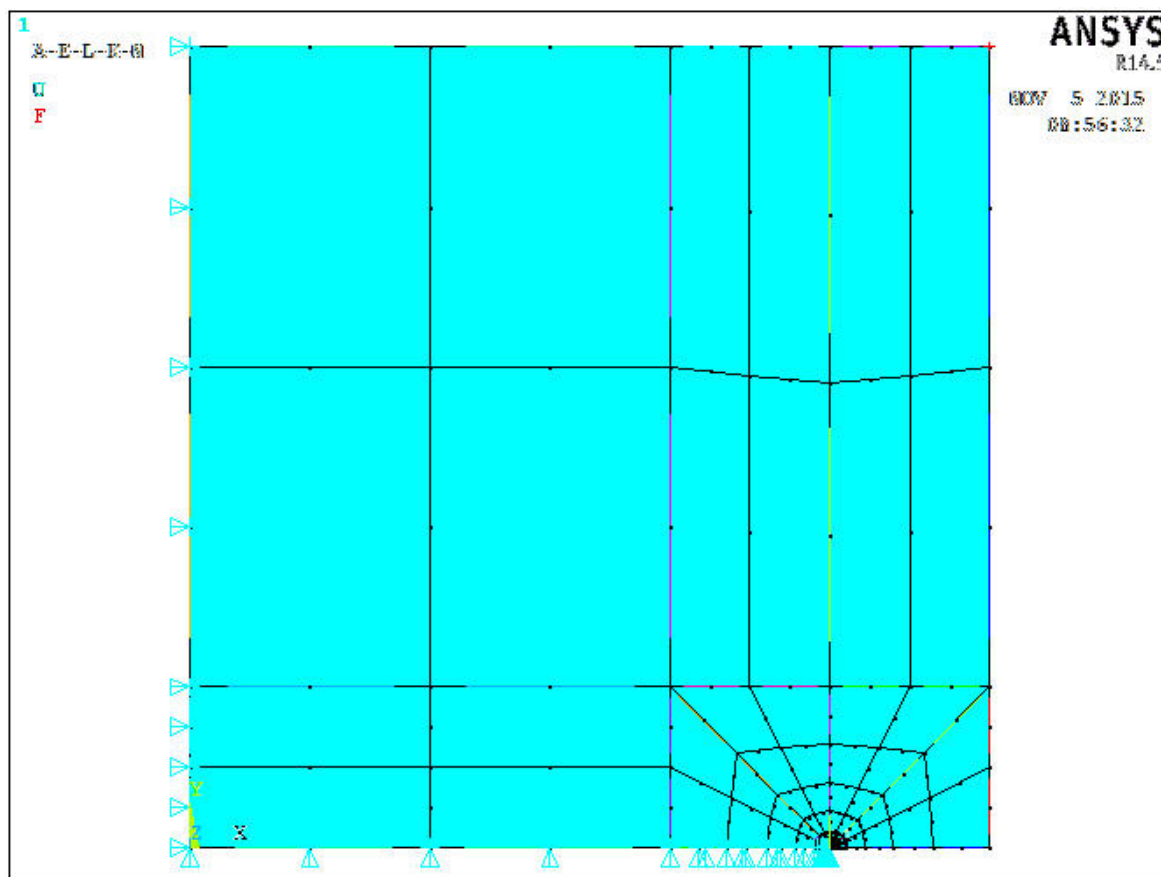


Figura 111: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 0°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 7,365568 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,14 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,8%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,02 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,3%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive.

6.1.2 Albero con apertura intaglio 30°

Il secondo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 30°, per cui ci si trova nel caso di un intaglio vero e proprio. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.2.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 112 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 113.

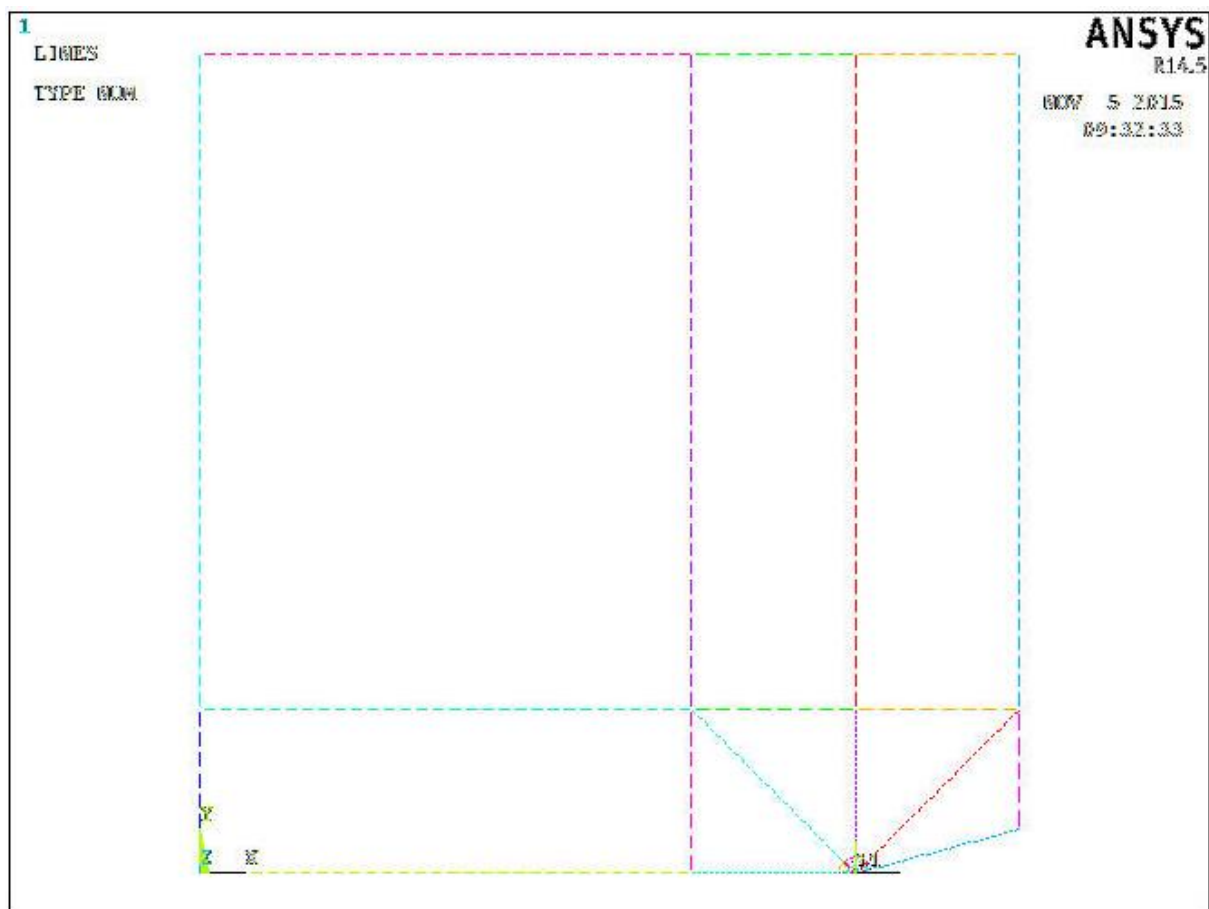


Figura 112: Modello studiato angolo apertura intaglio 0°, linee di costruzione fini

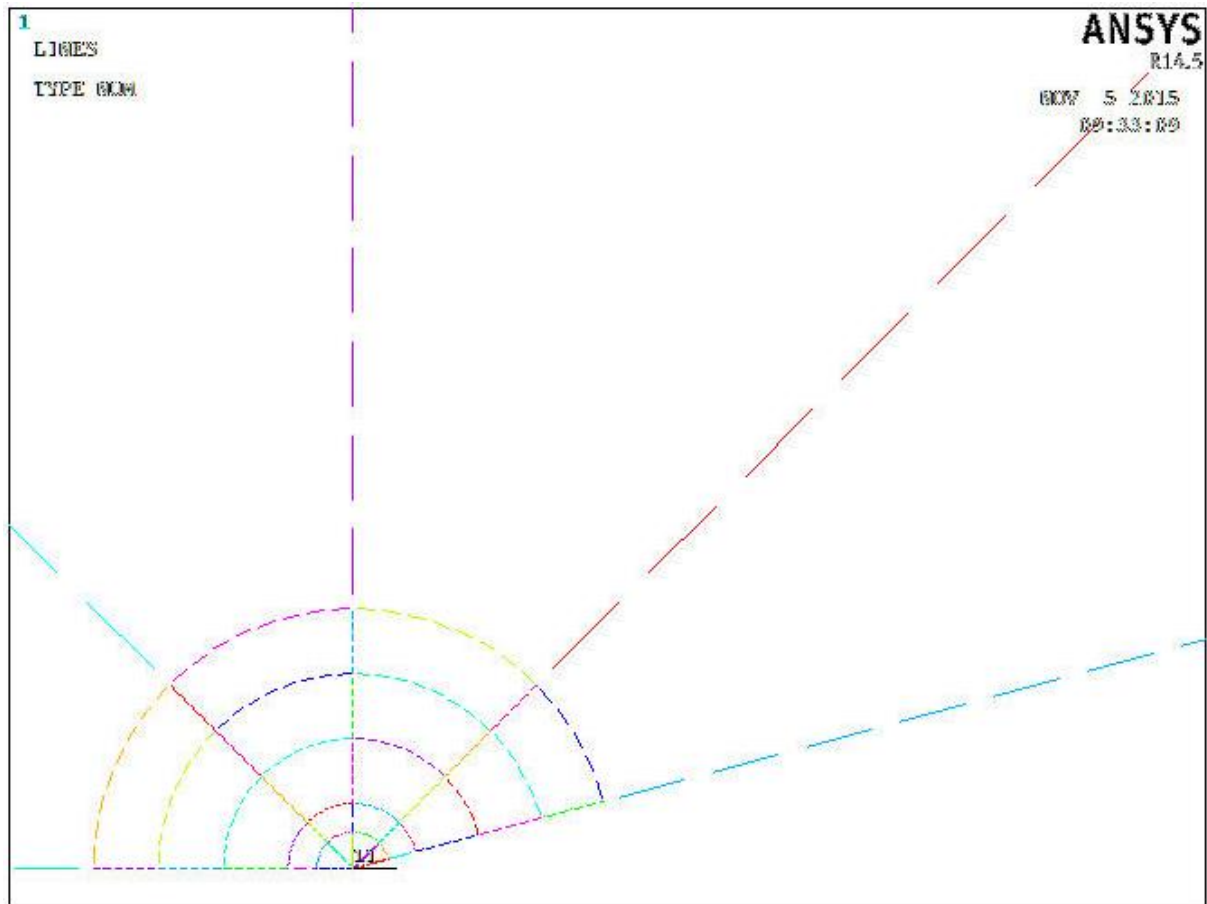


Figura 113: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 114 e 115, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

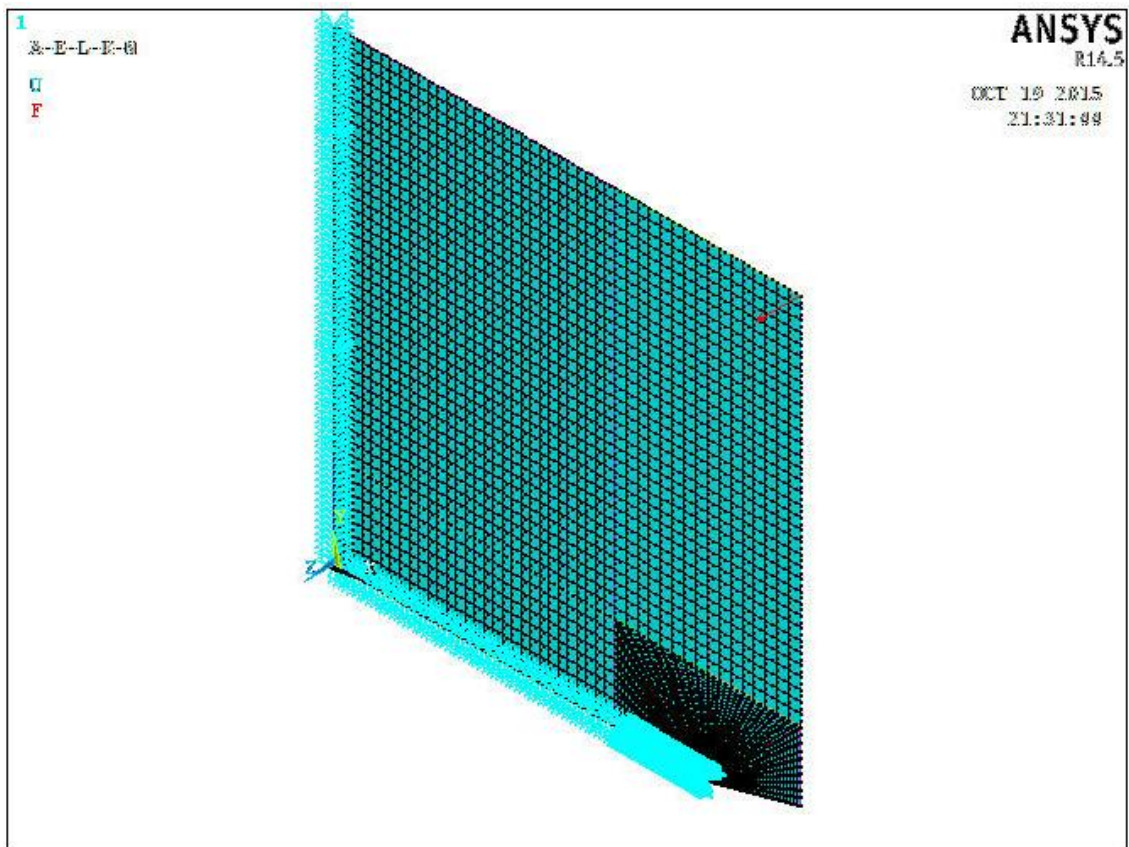


Figura 114: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

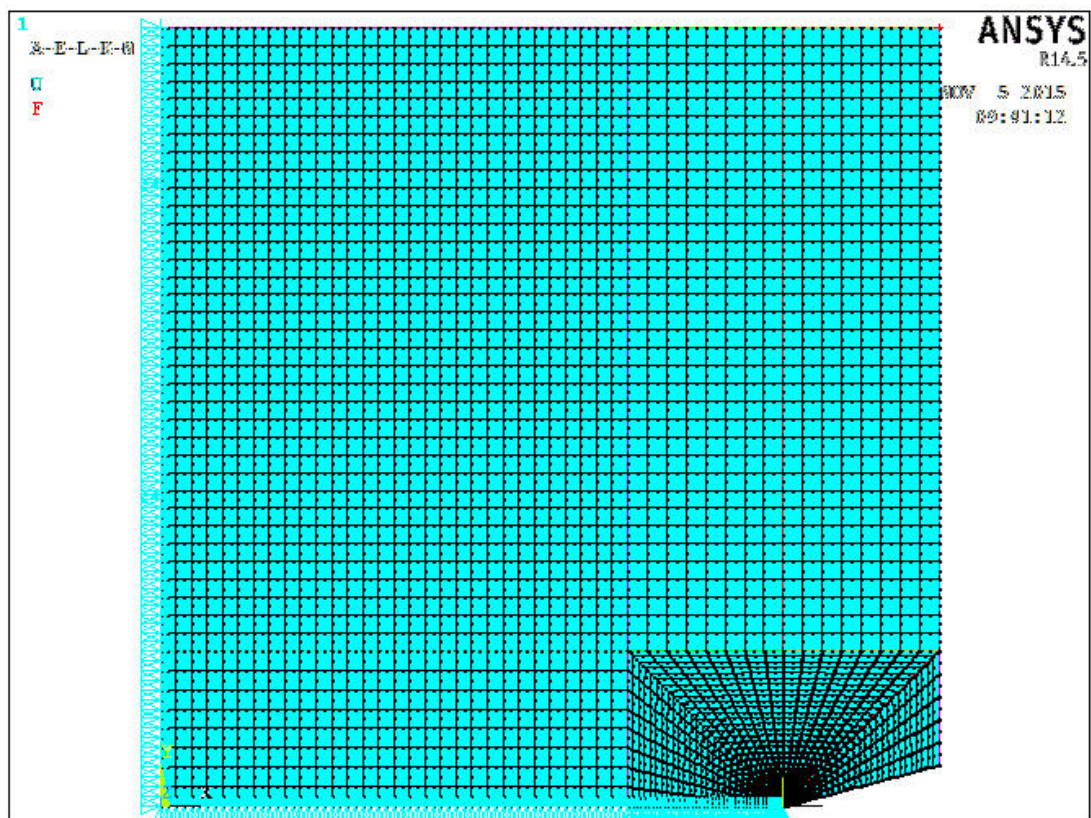


Figura 115: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 116 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

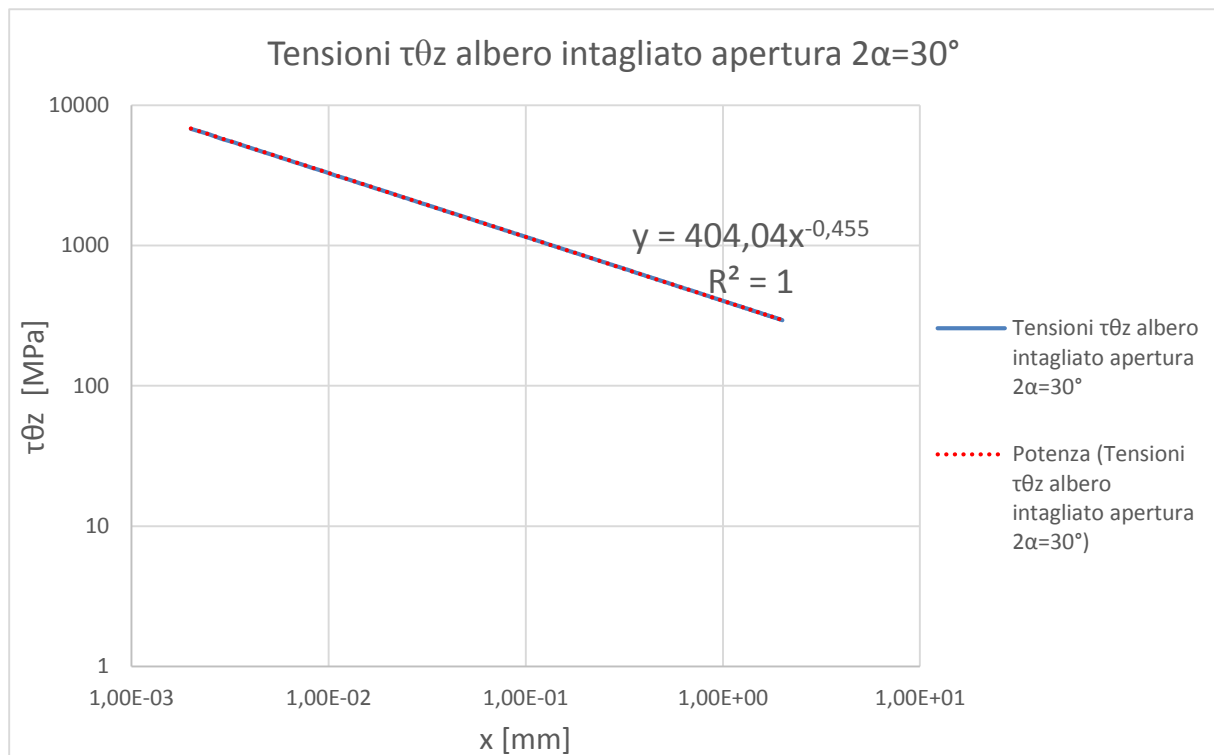


Figura 116: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 30° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a -0,455 inferiore al caso precedente della cricca, essendo l'intaglio meno "gravoso". E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 117 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

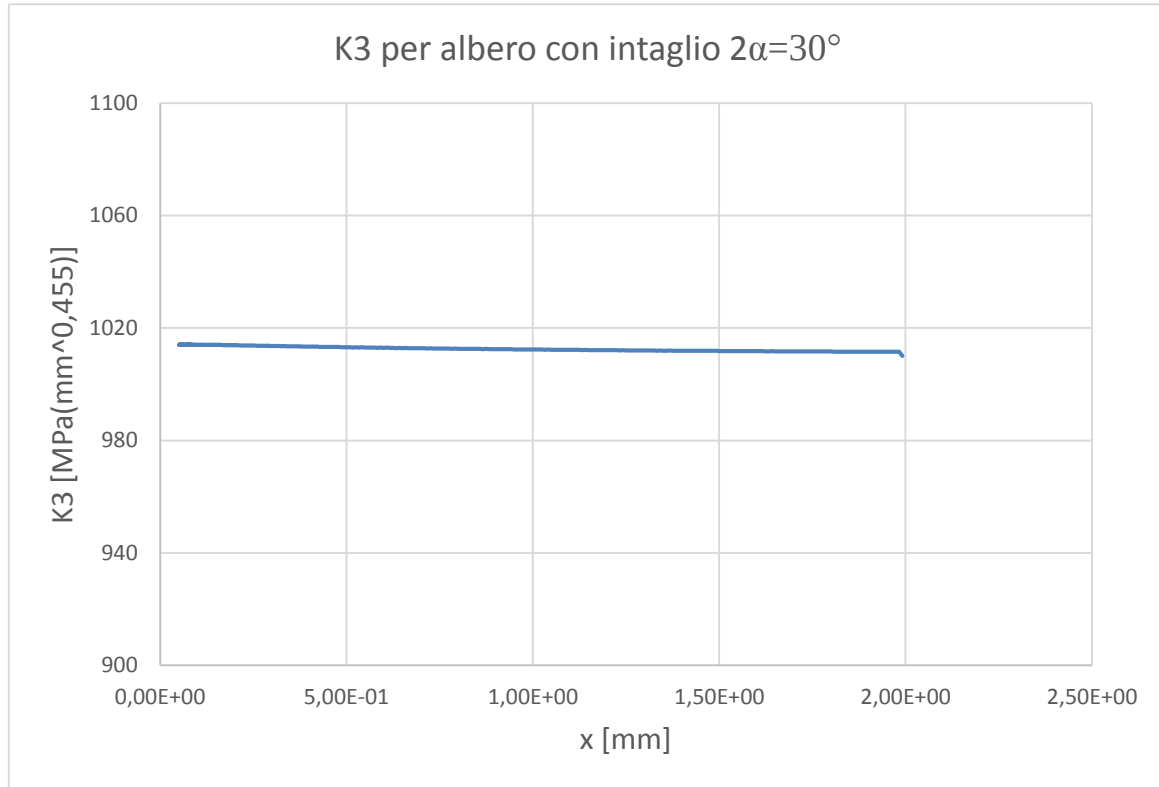


Figura 117: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=30^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia costante e pari a $1013 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,455}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $5,6 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,455}$ per cui una differenza dello 0,5% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 6,015822 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 6,016072 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,00025 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa lo 0,004% del valore del SED, il che permette di

affermare come il valore ottenuto dal FEM sia praticamente il medesimo di quello teorico e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.2.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 118 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 119.

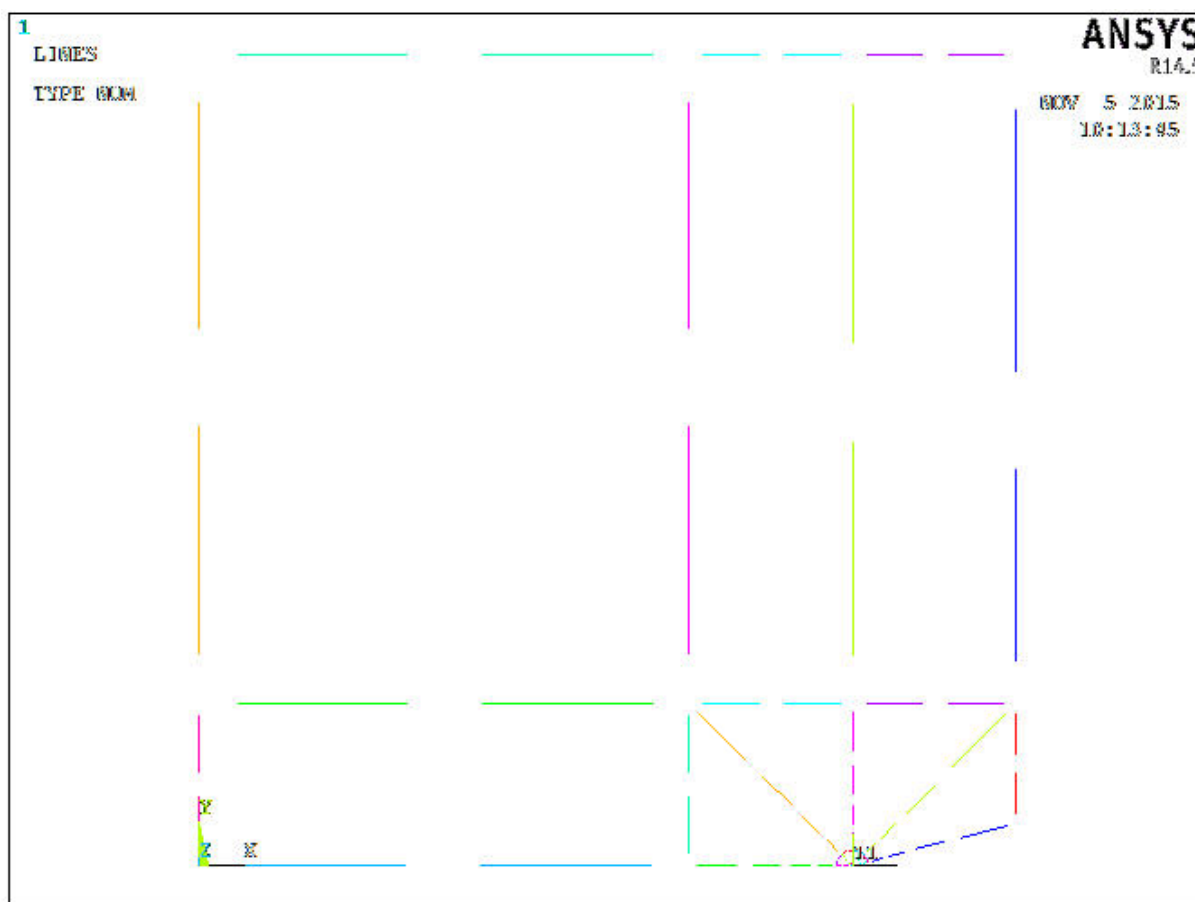


Figura 118: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione rade

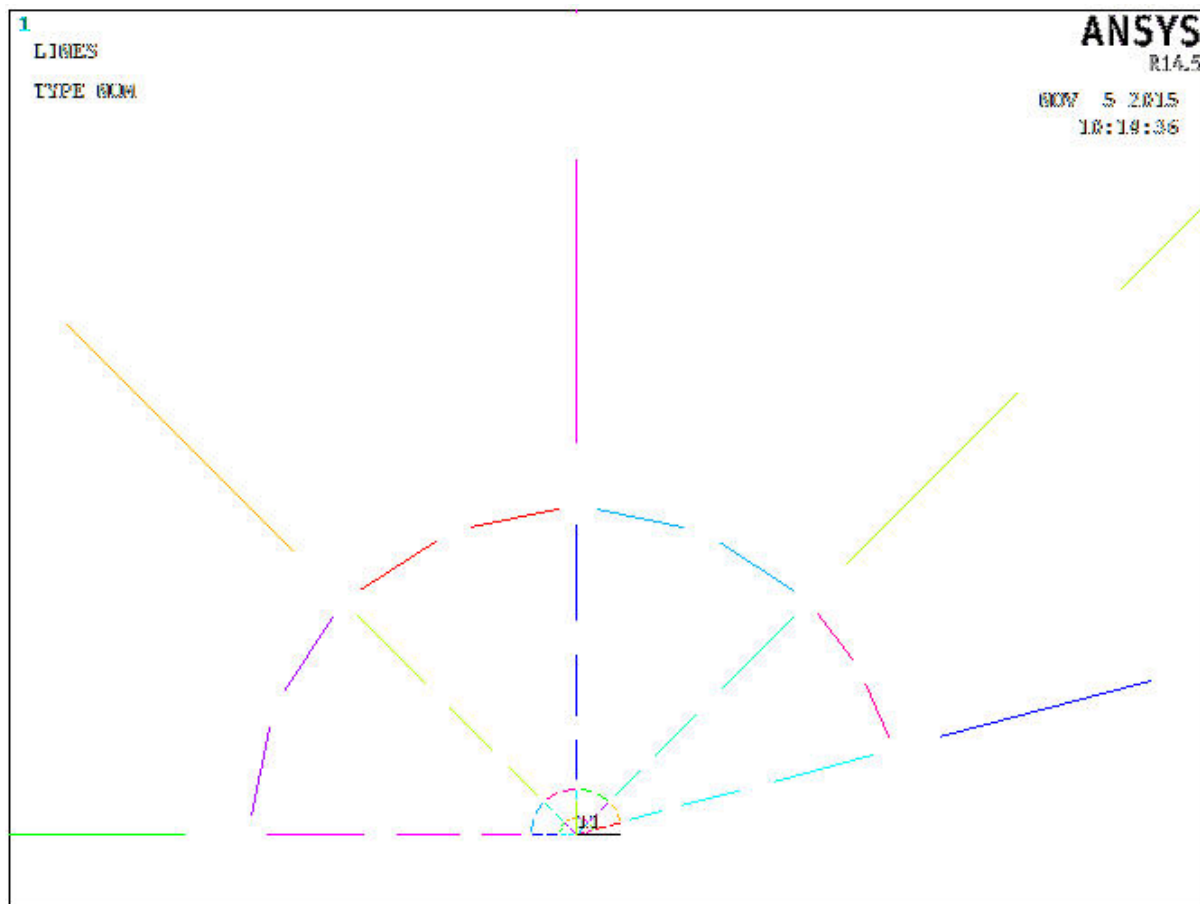


Figura 119: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 120 e 121, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

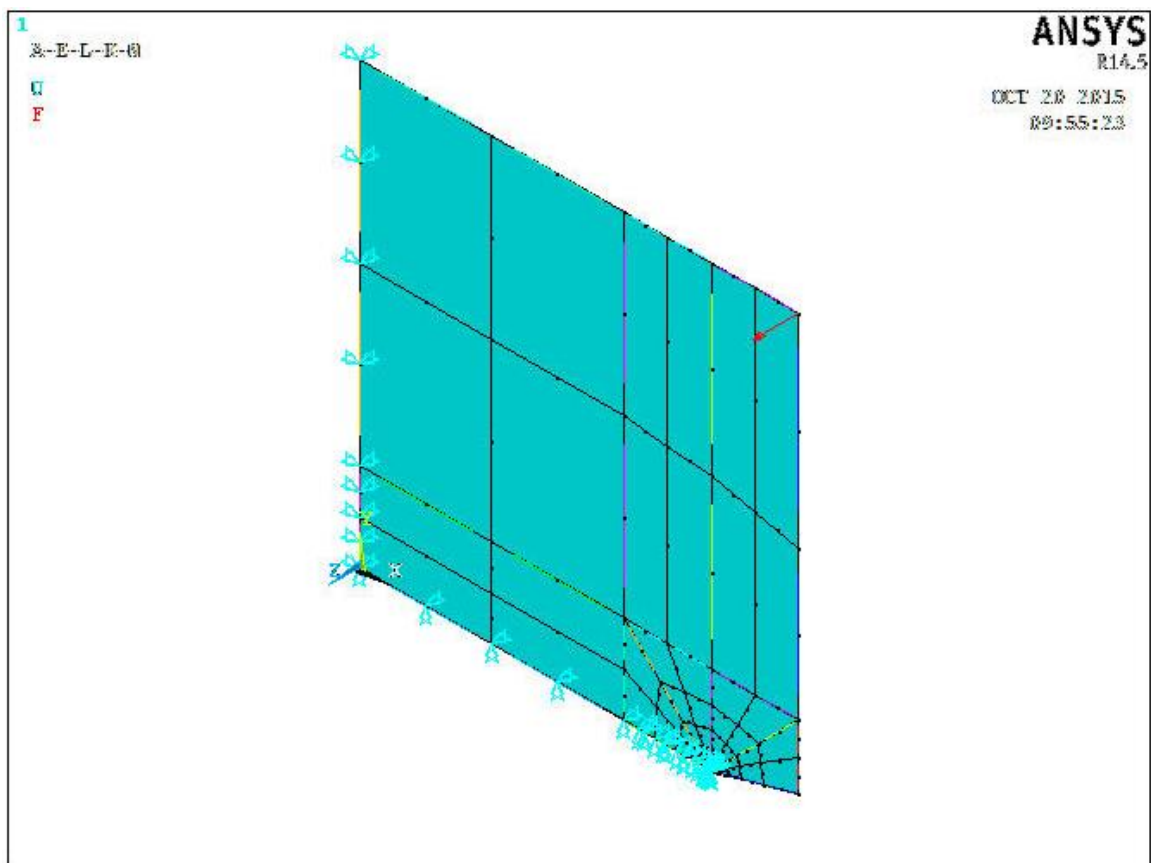


Figura 120: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

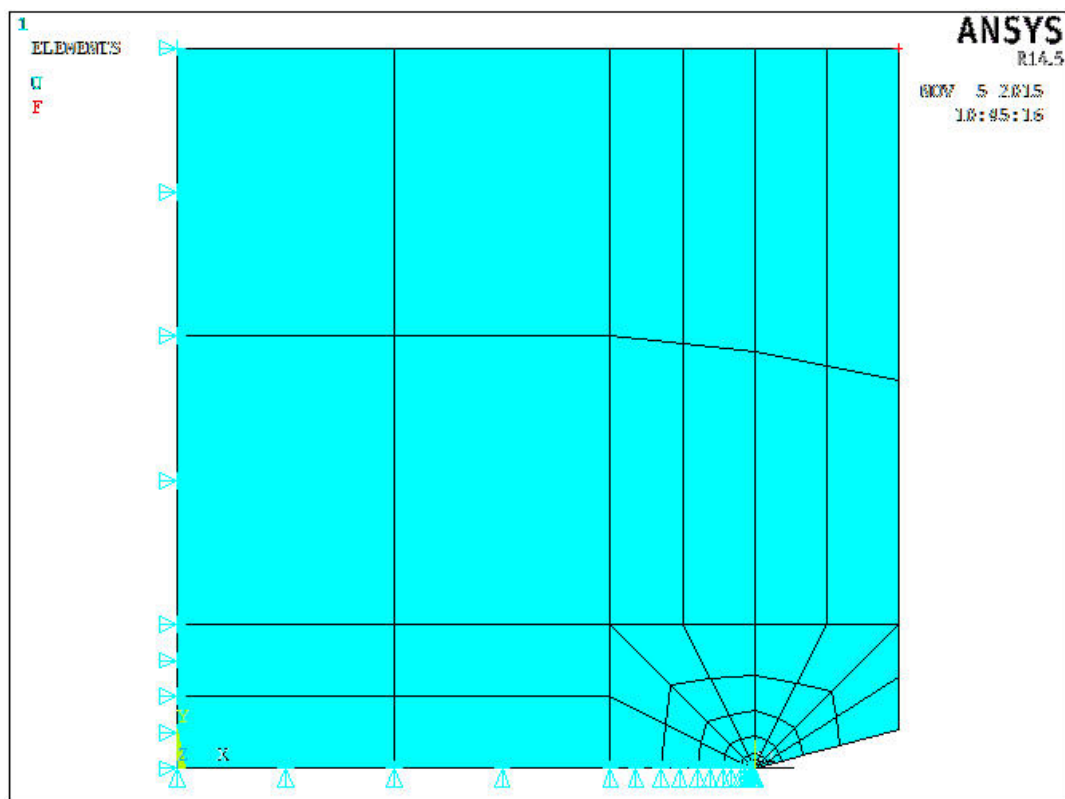


Figura 121: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 6,031035 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,015 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,25%, quindi un valore molto esiguo e trascurabile. Praticamente analoga è la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,0149 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,24%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive.

6.1.3 Albero con apertura intaglio 60°

Il terzo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 60° . Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.3.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 122 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 123.

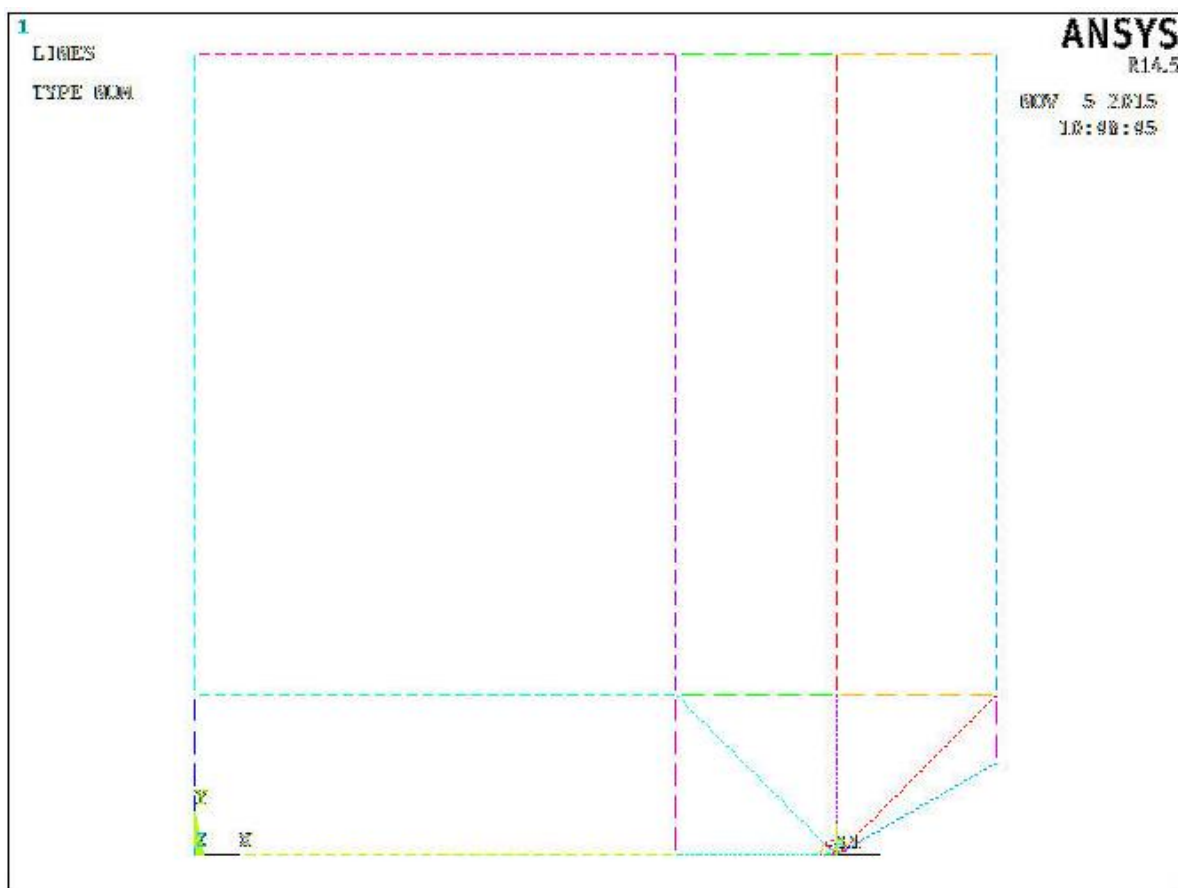


Figura 122: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione fini

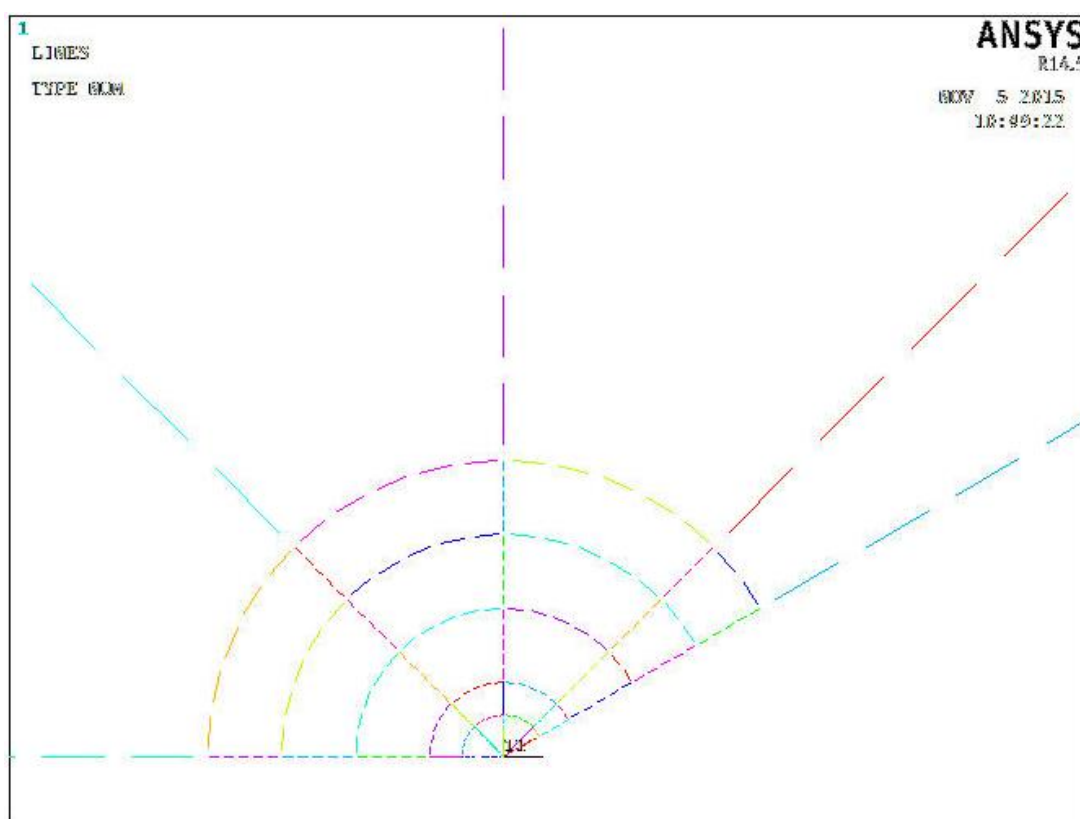


Figura 123: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 124 e 125, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

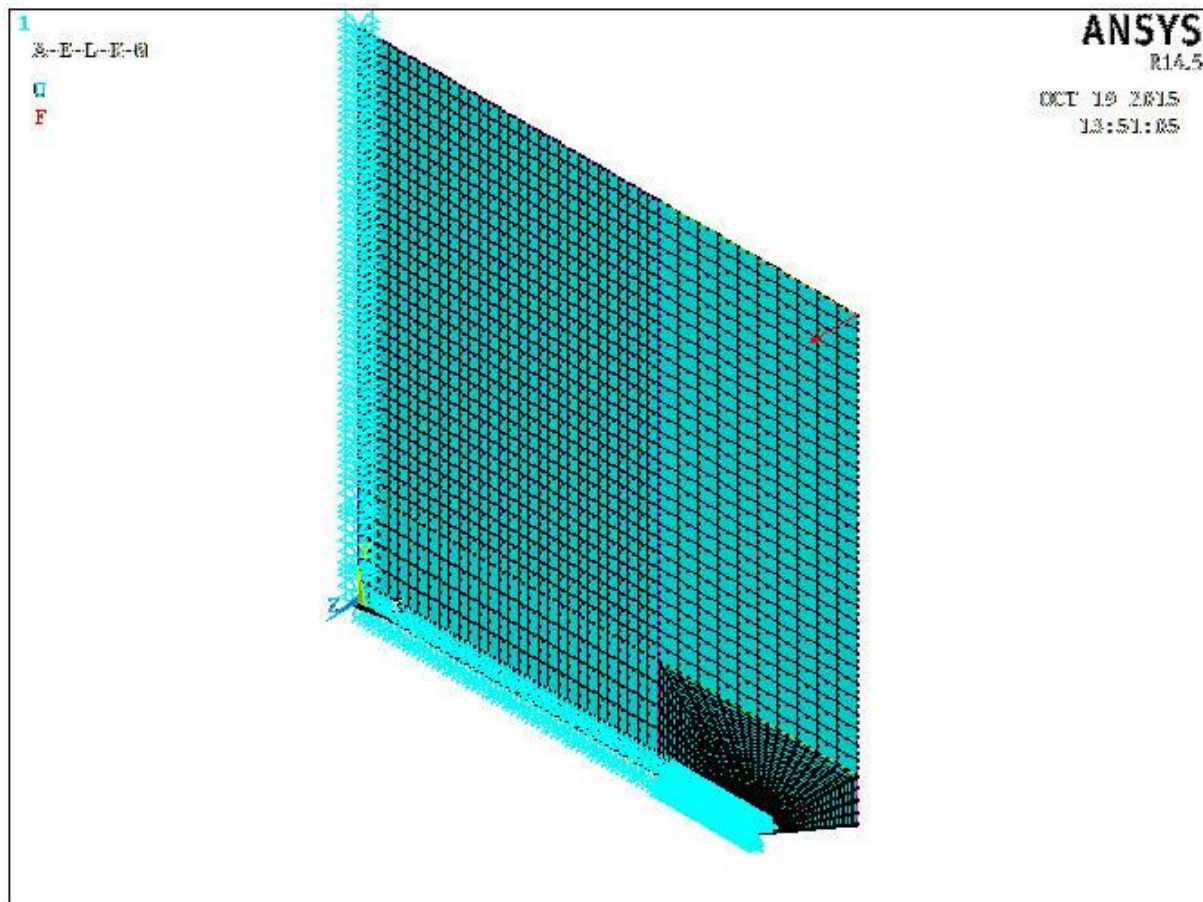


Figura 124: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

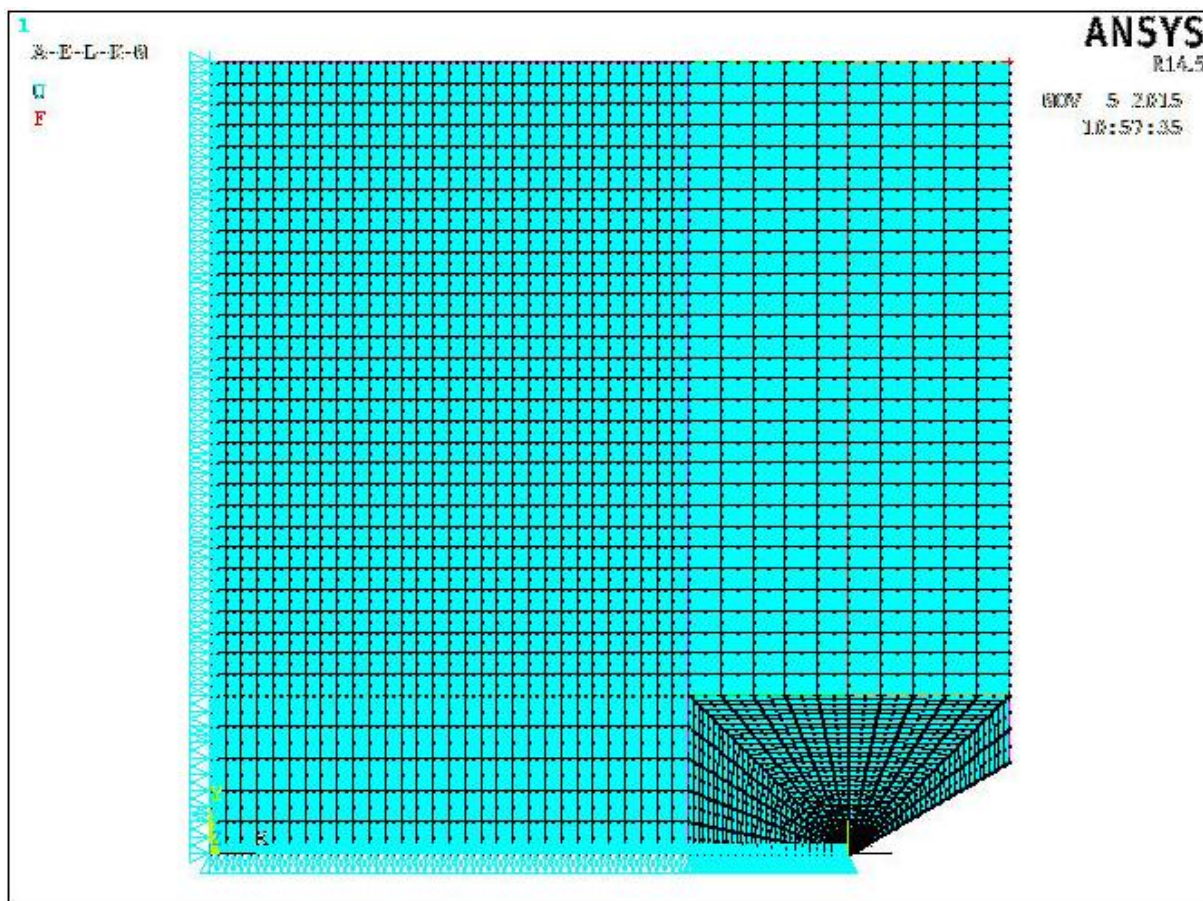


Figura 125: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 126 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

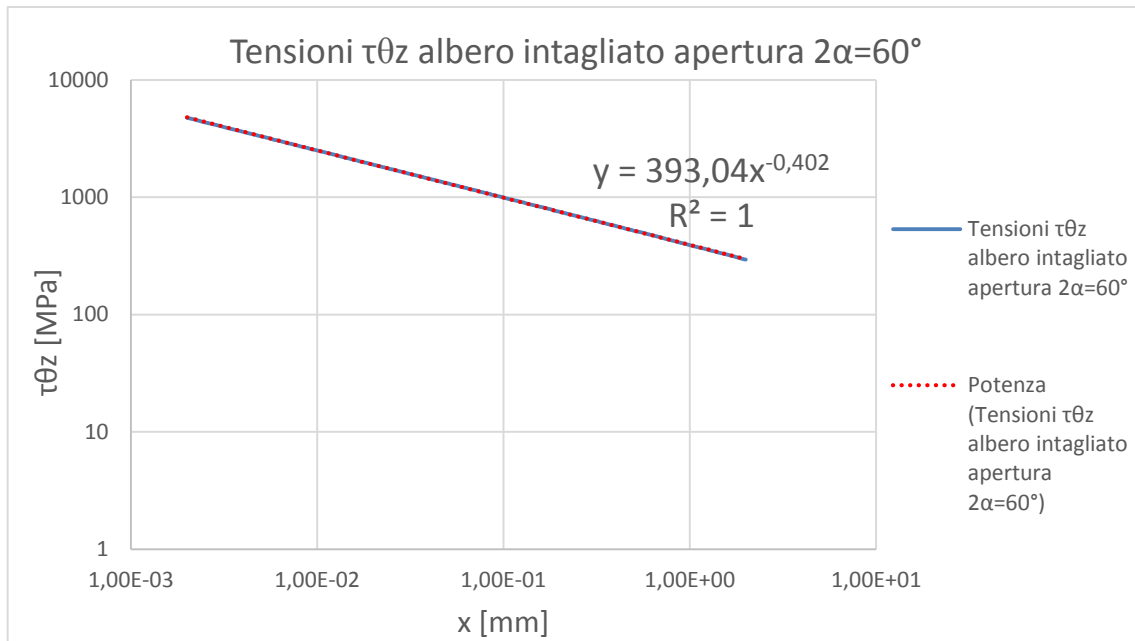


Figura 126: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 60°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 60° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,402$ inferiore ai casi precedenti, essendo un intaglio costantemente meno “gravoso” all'aumentare dell'angolo di apertura. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 127 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

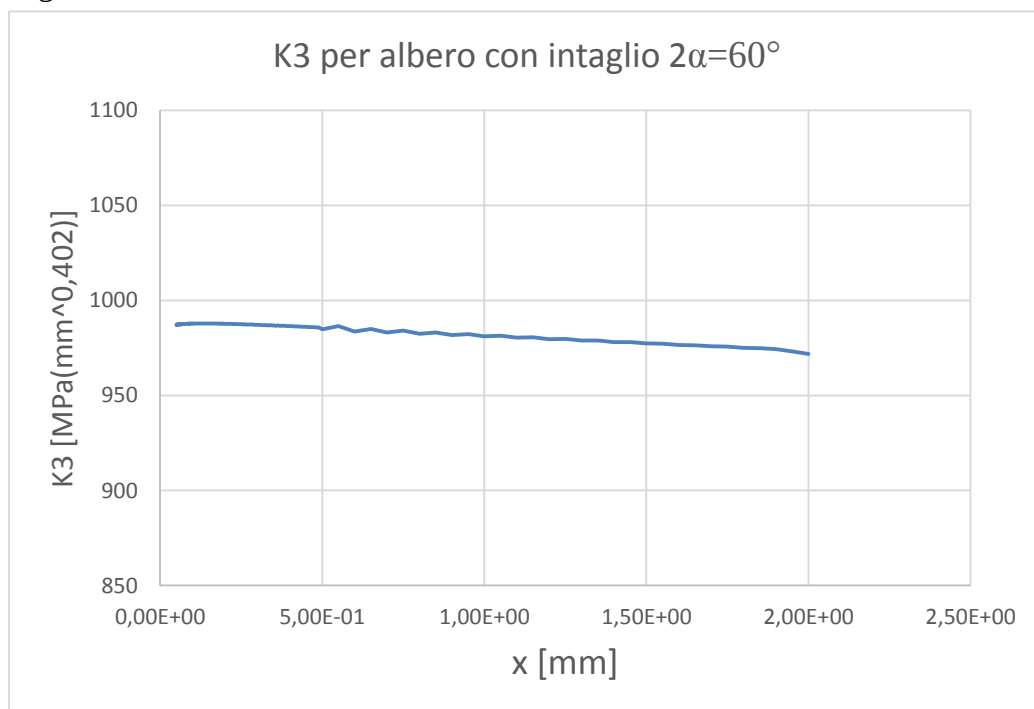


Figura 127: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=60^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia praticamente costante e pari a $986 \text{ MPa(mm)}^{0,402}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $16,1 \text{ MPa(mm)}^{0,402}$ per cui una differenza dell'1,6% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi molto piccola vista l'entità dei valori in gioco.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 4,528262 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 4,556428 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,028 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa lo 0,6% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia praticamente il medesimo di quello teorico, vista la risicata differenza, e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.3.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 128 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 129.

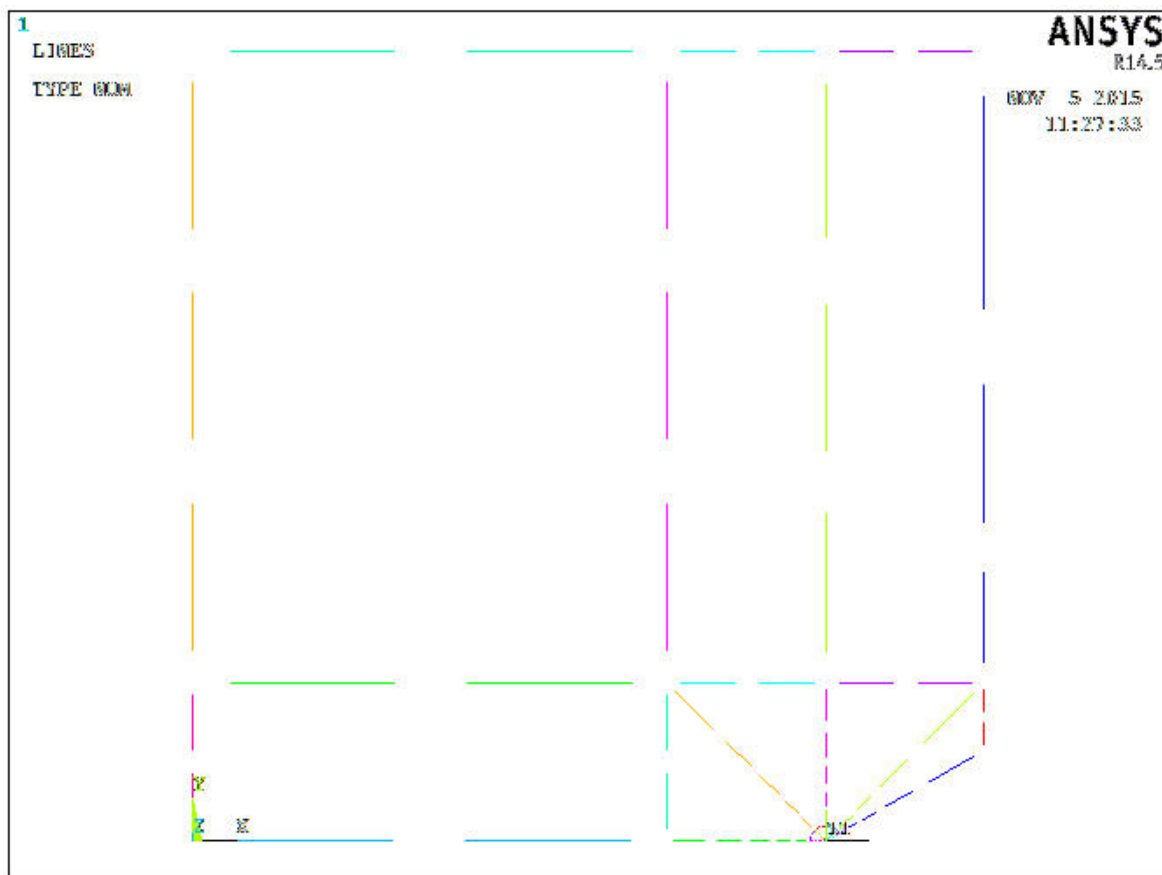


Figura 128: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione rade

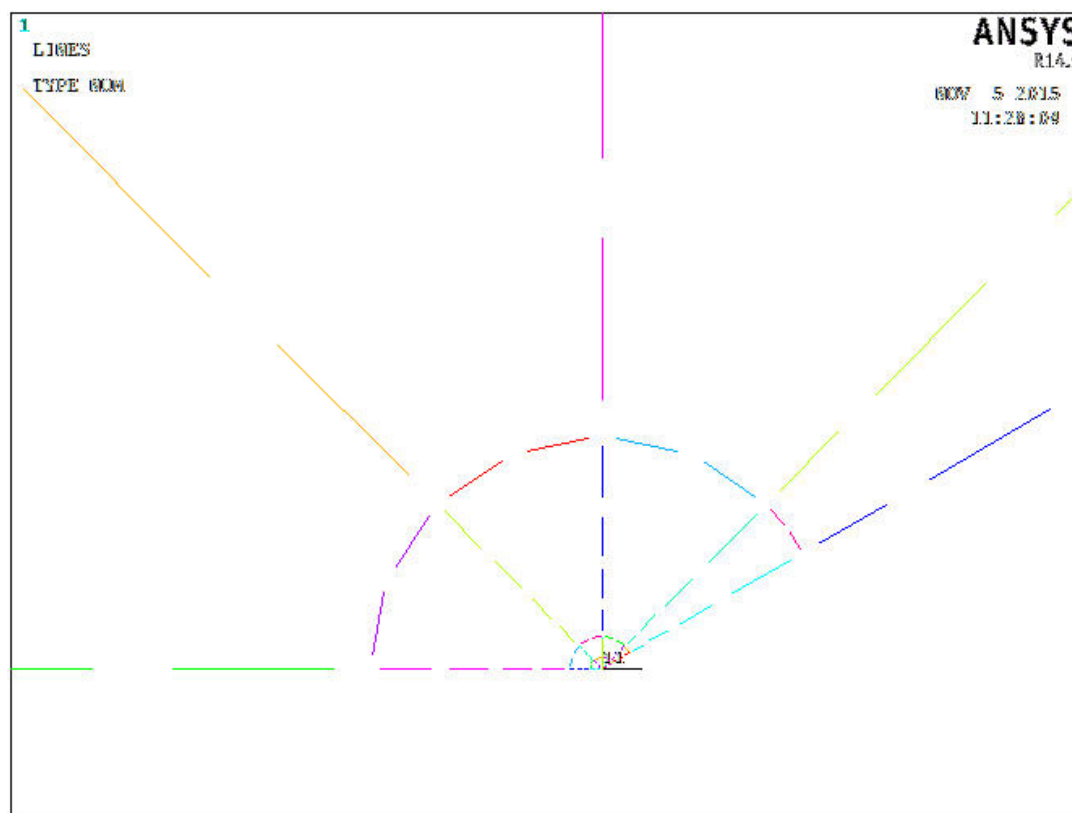


Figura 129: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 130 e 131, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

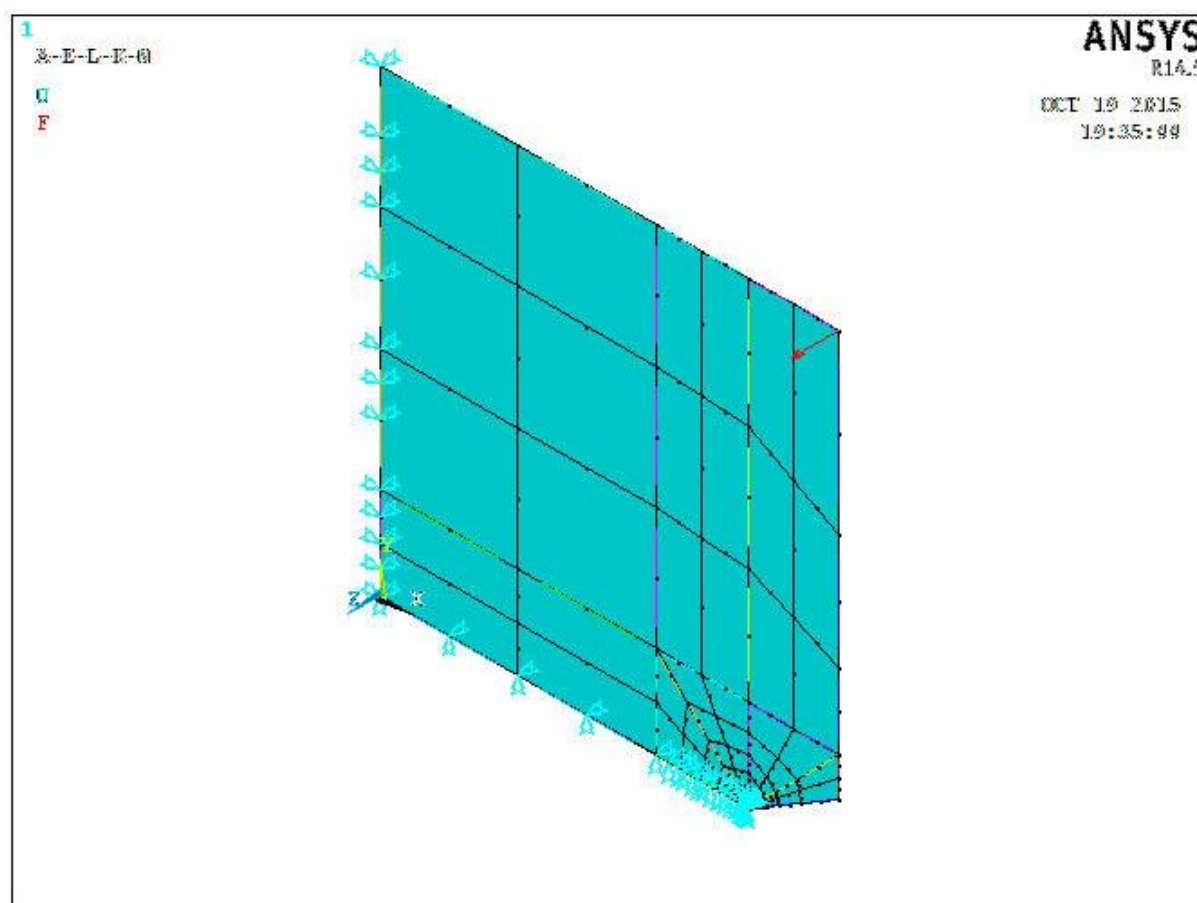


Figura 130: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

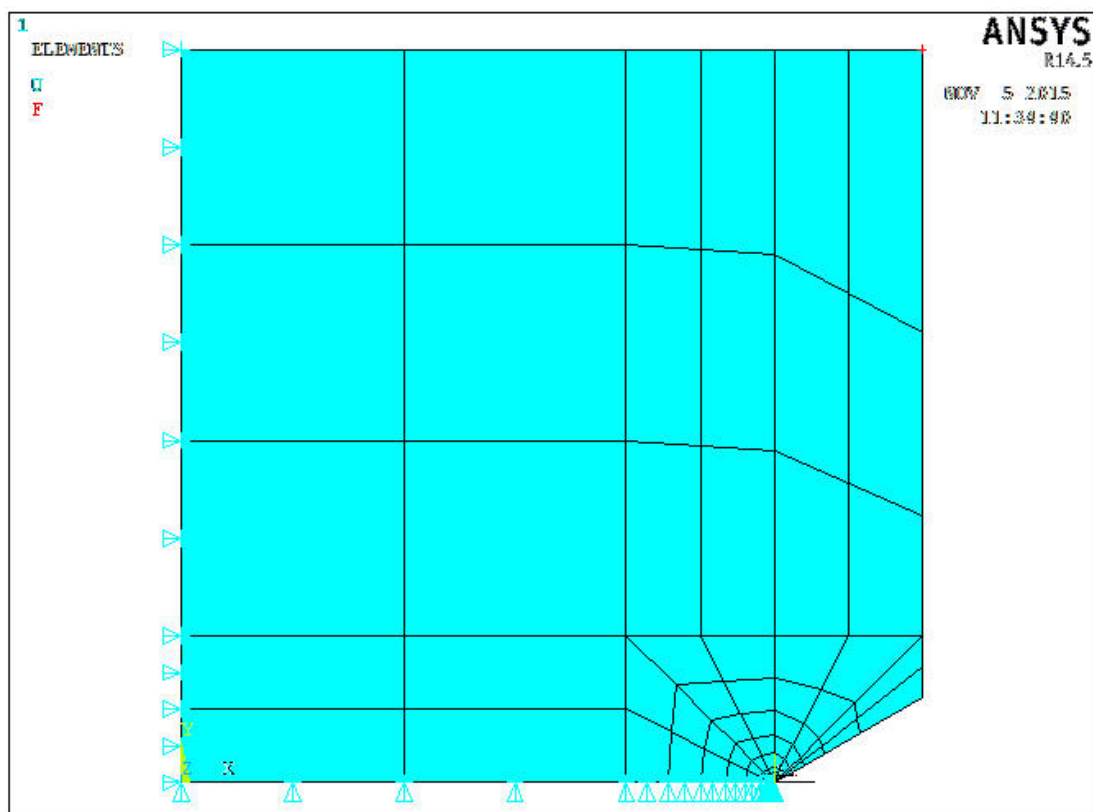


Figura 131: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 4,569655 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,04 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,9%, quindi un valore molto esiguo. Risulta inferiore la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,013 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,29%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive, anche nel caso di intaglio con angolo di apertura $2\alpha = 60^\circ$.

6.1.4 Albero con apertura intaglio 90°

Il quarto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 90°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.4.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 132 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 133.

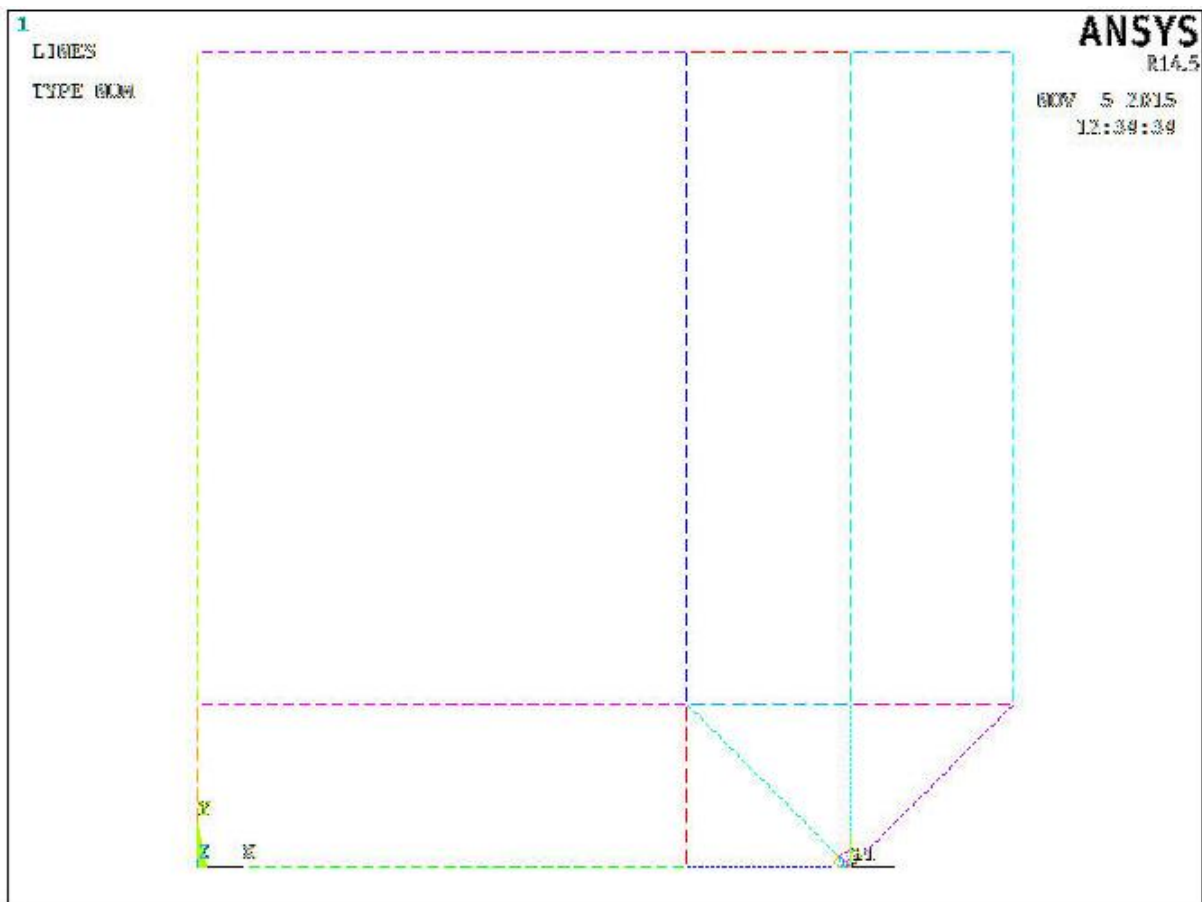


Figura 132: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione fini

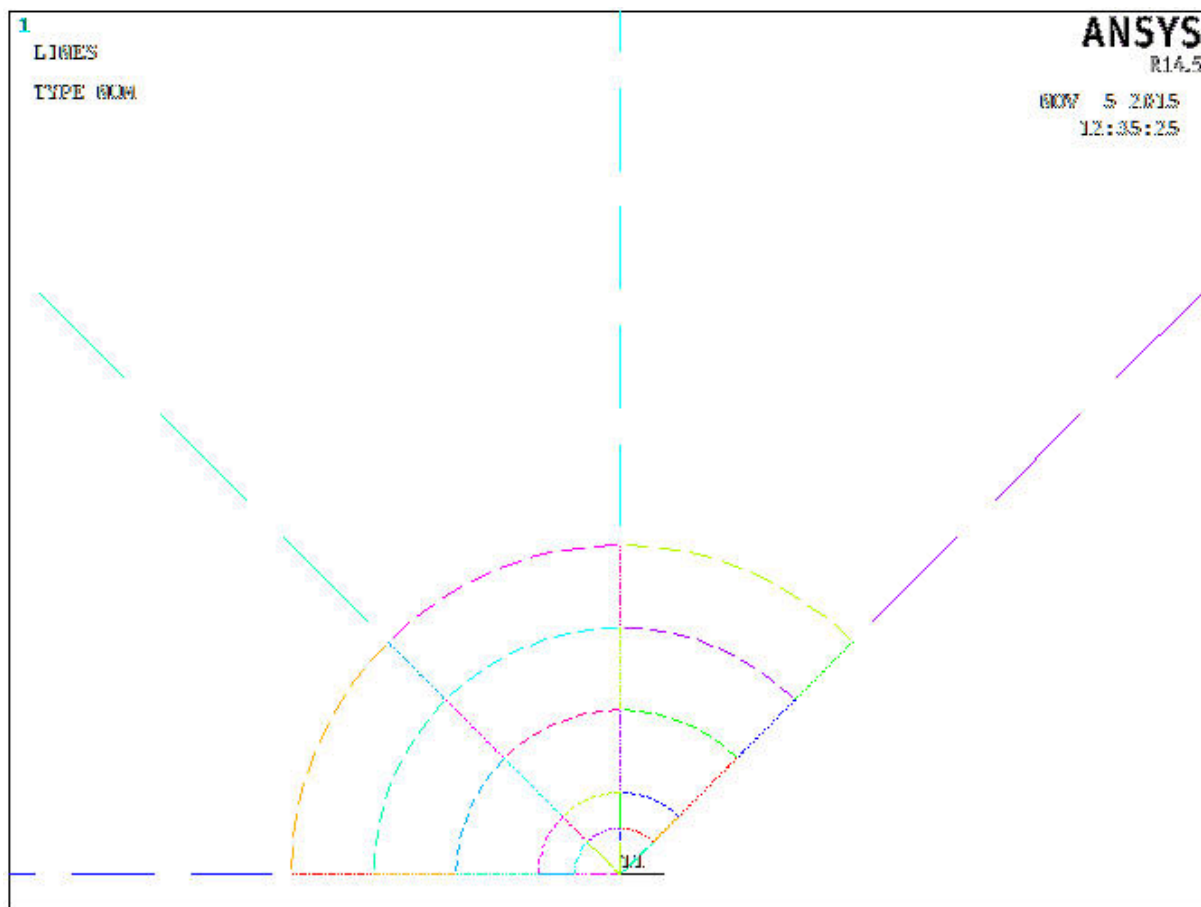


Figura 133: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 134 e 135, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

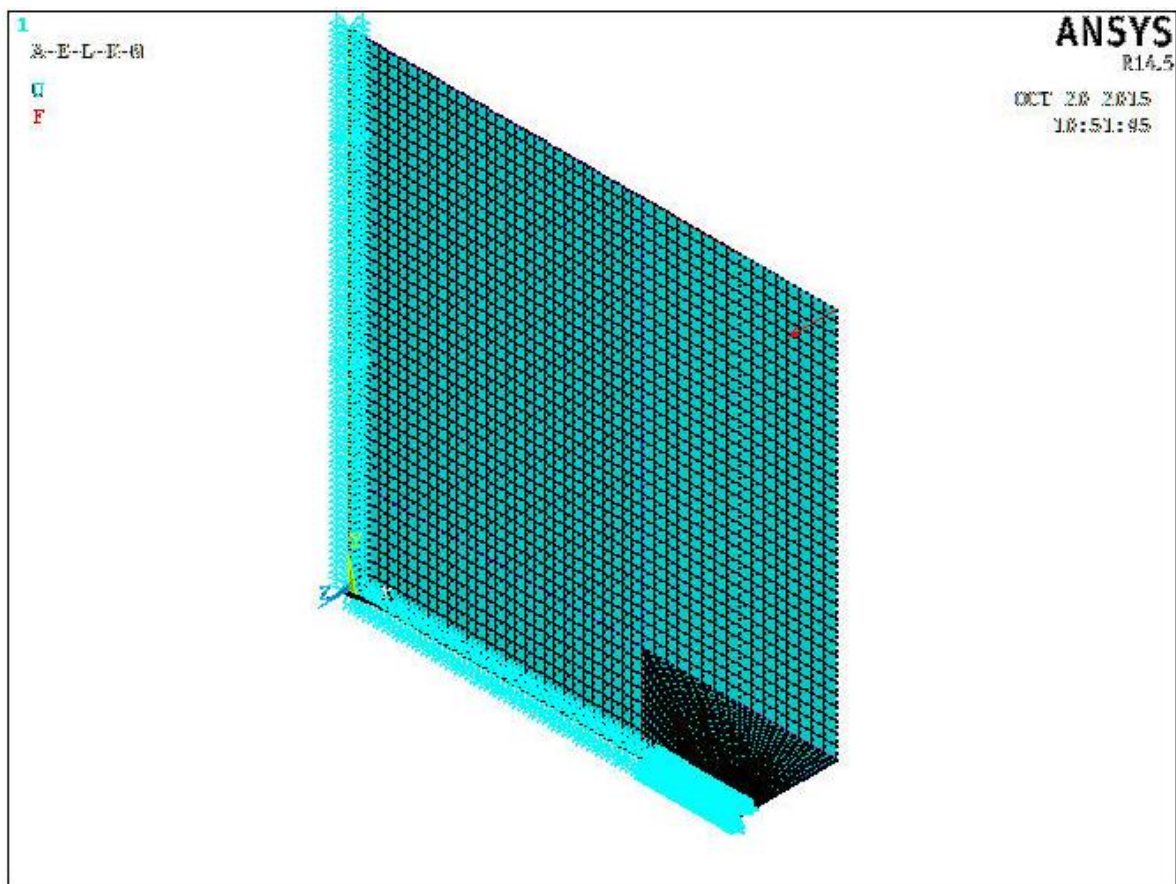


Figura 134: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

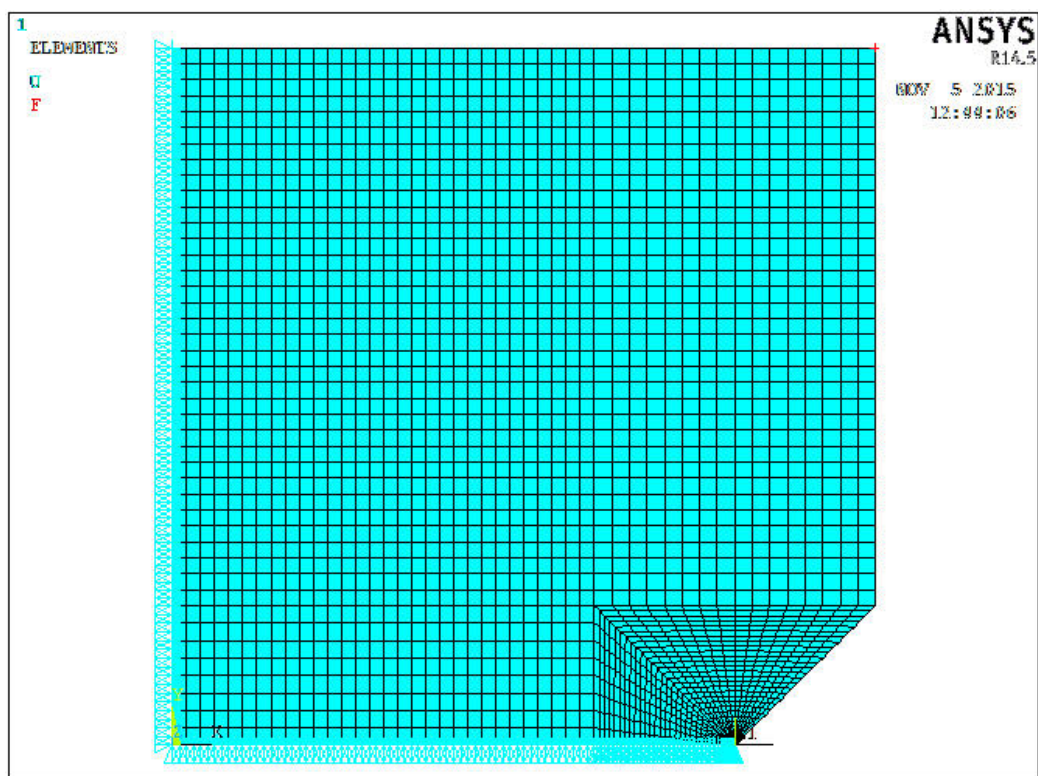


Figura 135: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 90°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 136 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

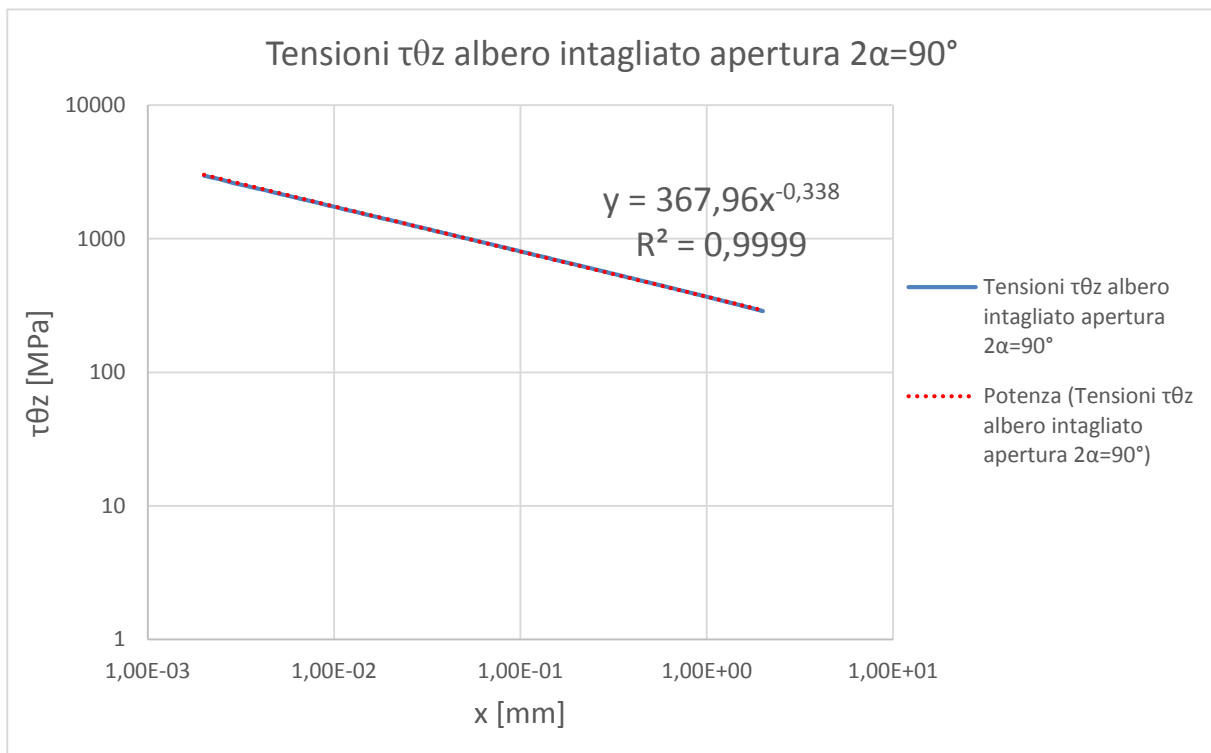


Figura 136: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 90°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 90° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,338$ inferiore ai casi precedenti, essendo un intaglio costantemente meno "gravoso" all'aumentare dell'angolo di apertura. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 137 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

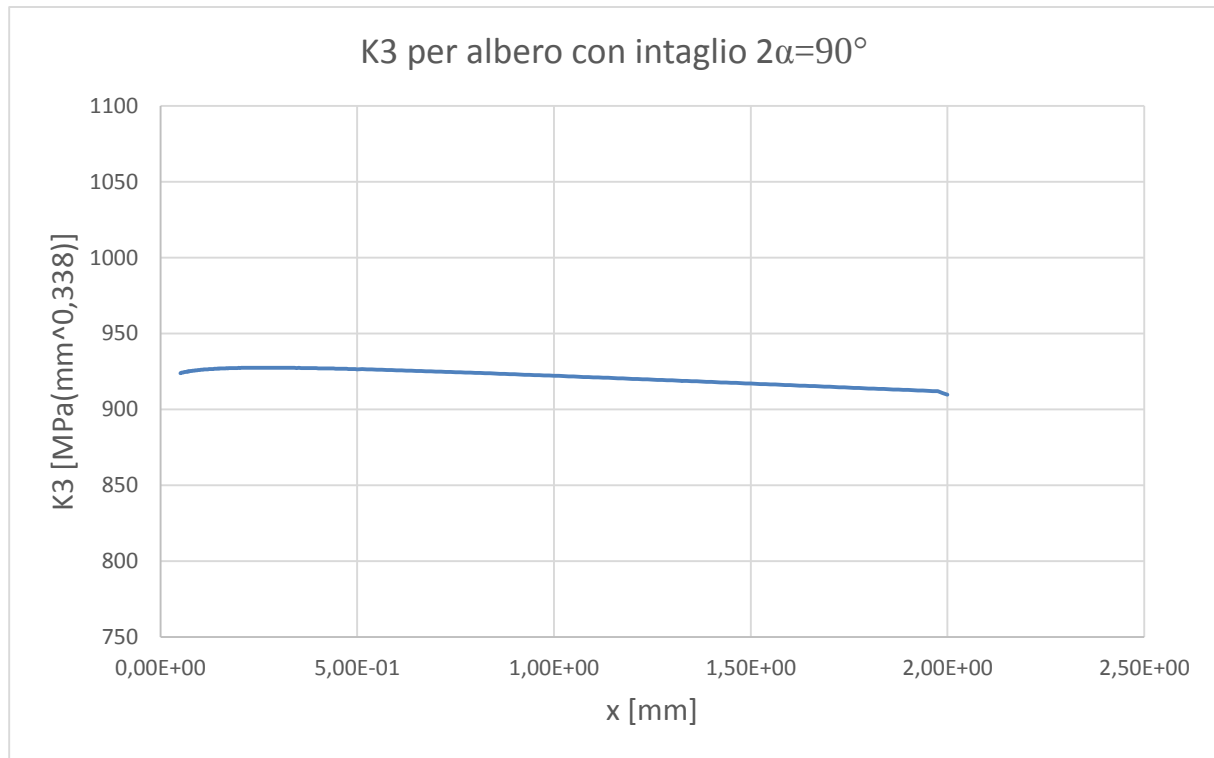


Figura 137: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=90^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia praticamente costante e pari a $923 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,338}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $17,7 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,338}$ per cui una differenza dell'1,9% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi molto piccola vista l'entità dei valori in gioco.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 3,035715 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 3,082676 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,04 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa l'1,5% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia quasi il medesimo di quello teorico, vista la risicata differenza, e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.4.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 138 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 139.

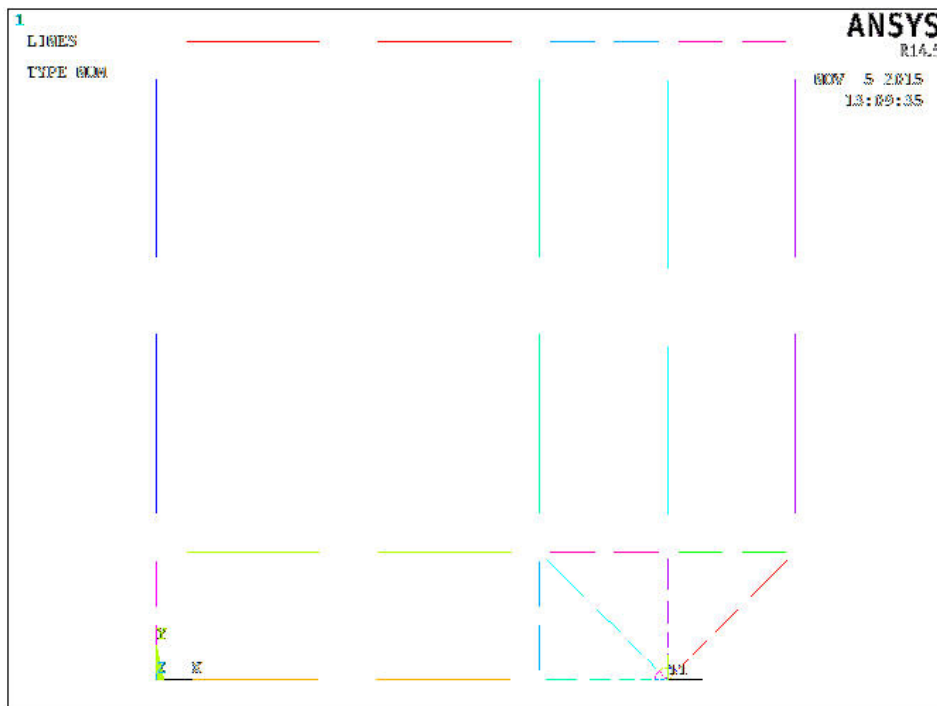


Figura 138: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione rade

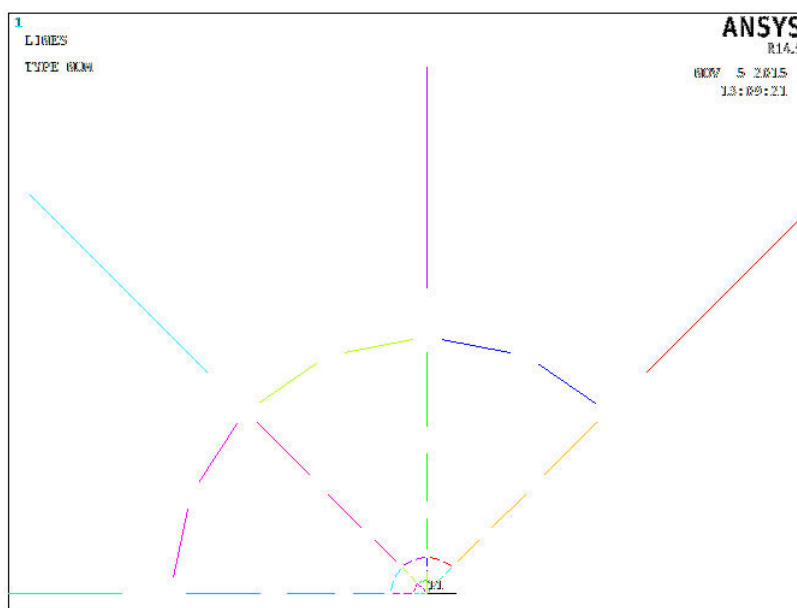


Figura 139: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 140 e 141, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

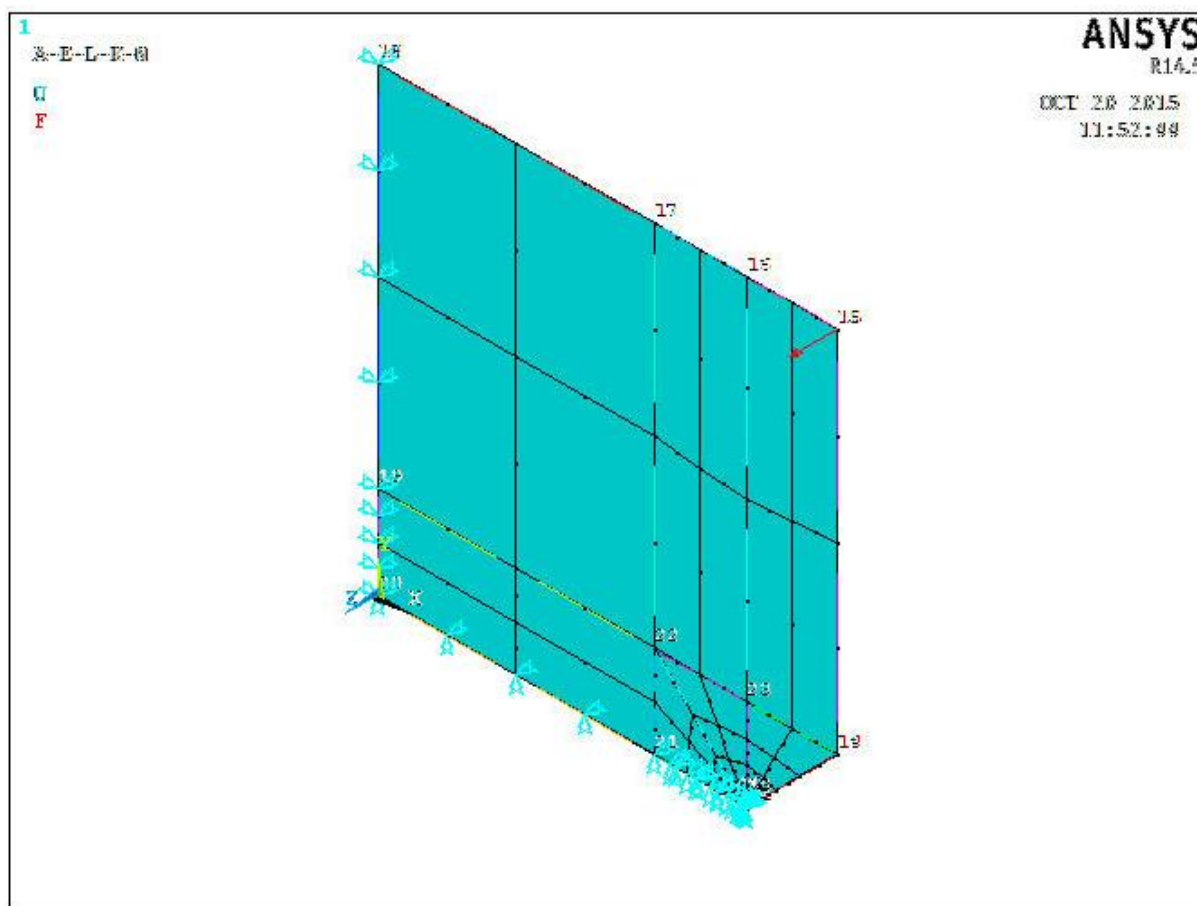


Figura 140: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

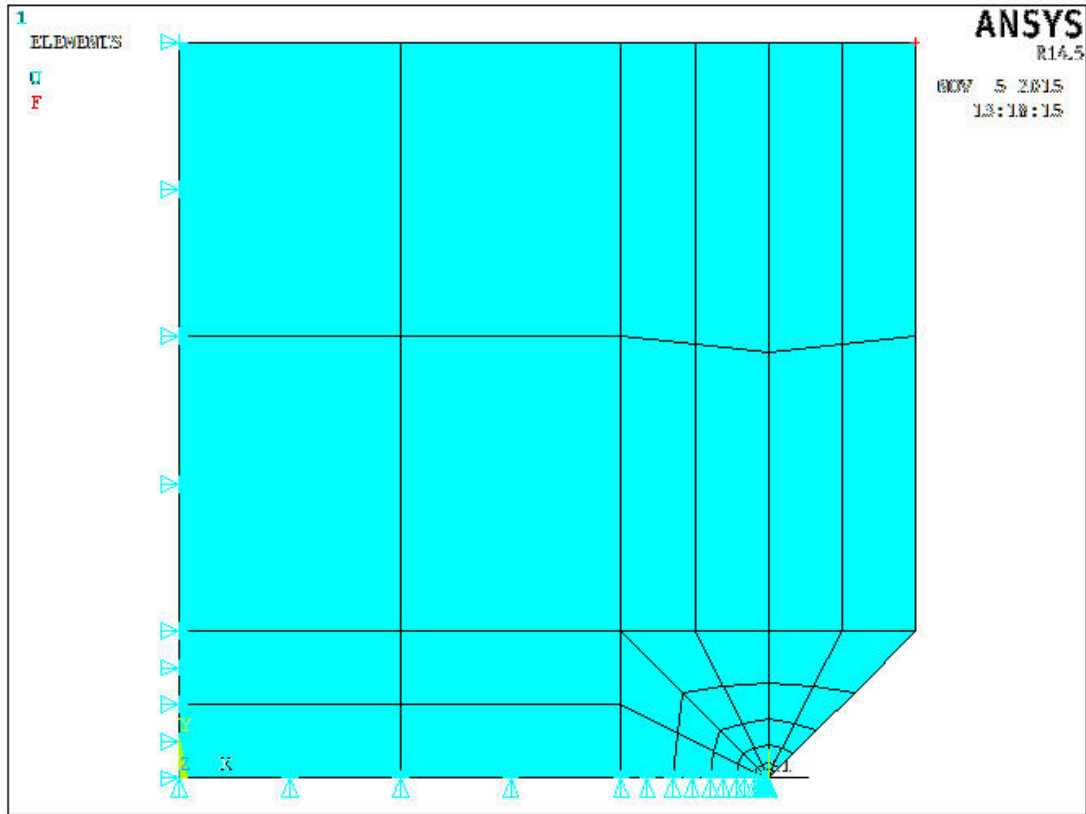


Figura 141: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 90°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 3,078388 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,04 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,4%, quindi un valore molto esiguo. Risulta inferiore la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,004 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,13%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive, anche nel caso di intaglio con angolo di apertura $2\alpha = 90^\circ$.

6.1.5 Albero con apertura intaglio 120°

Il quinto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 120°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.5.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 142 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 143.

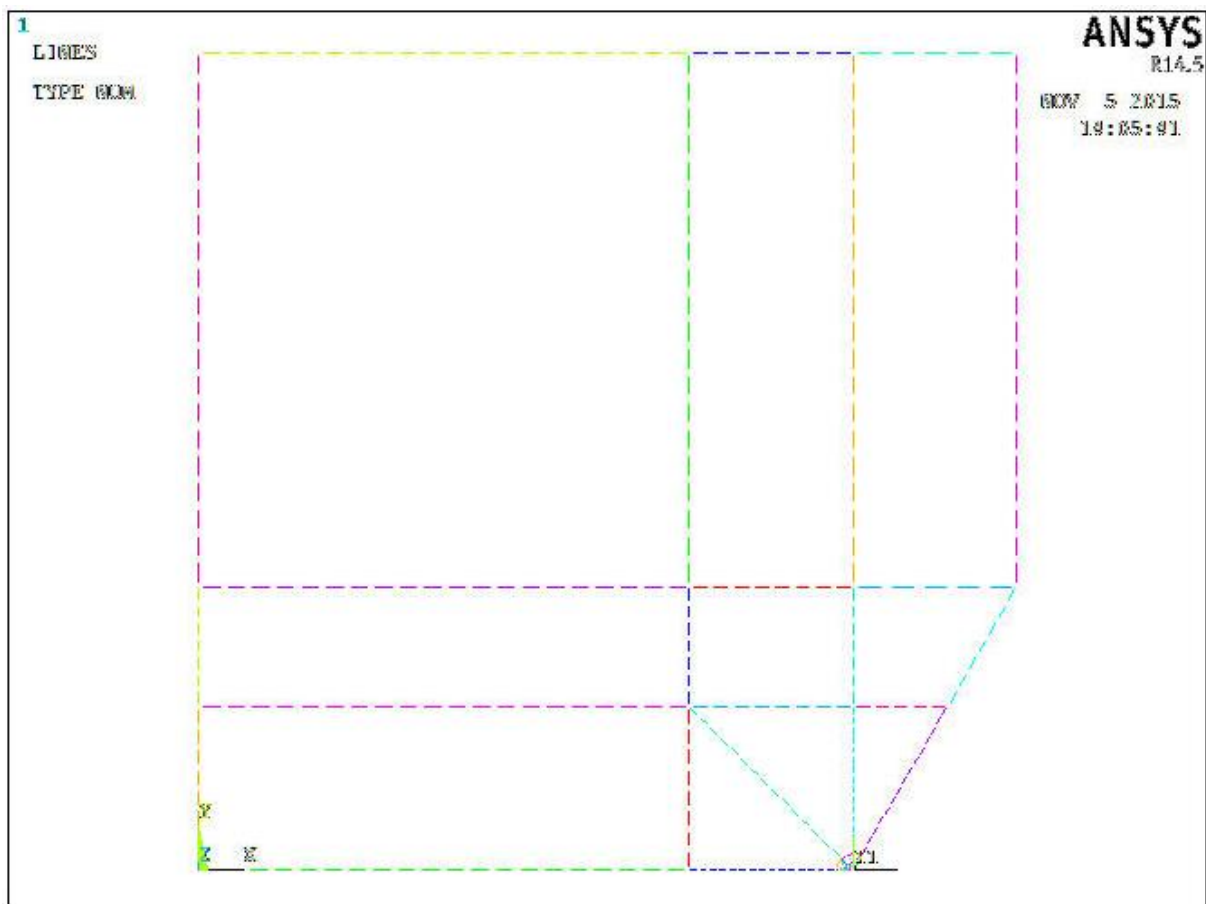


Figura 142: Modello studiato angolo apertura intaglio 120°, linee di costruzione fini

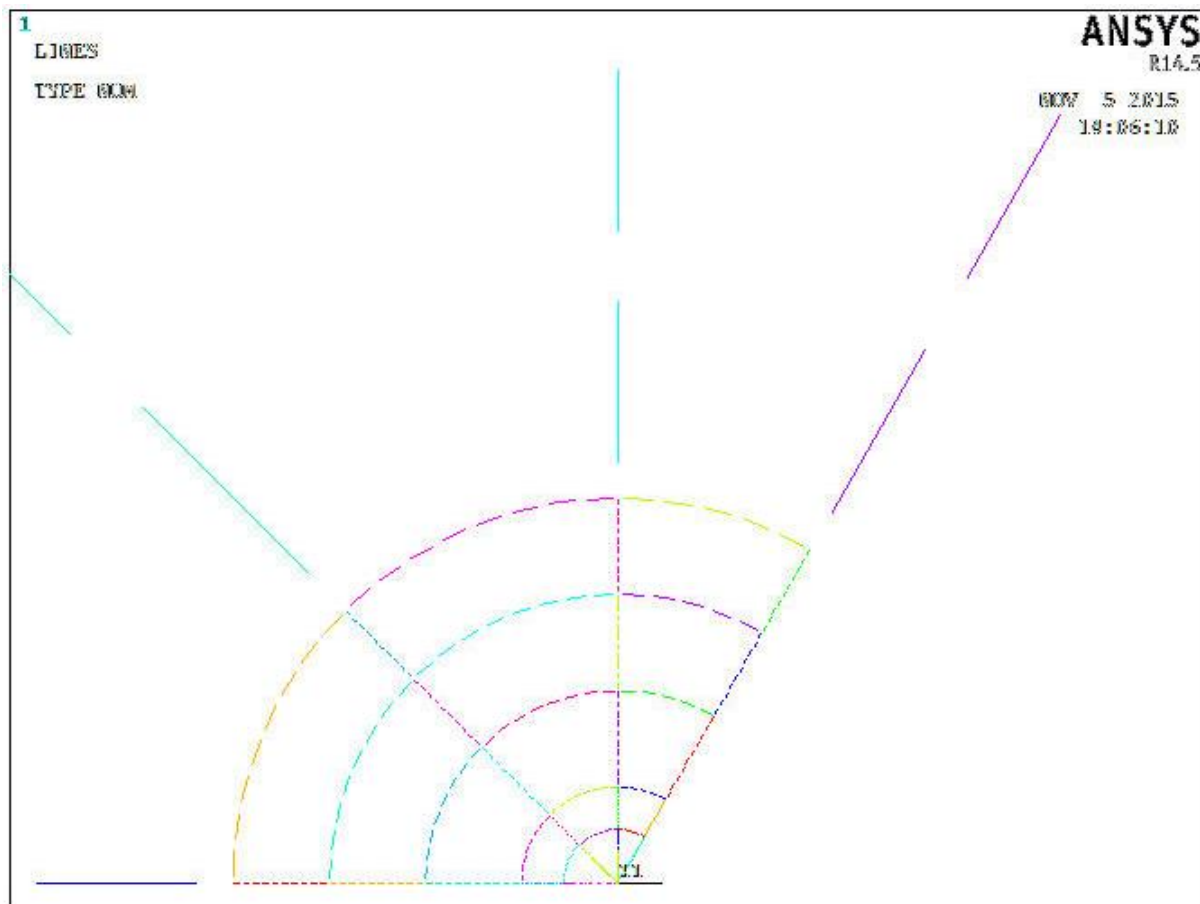


Figura 143: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 144 e 145, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

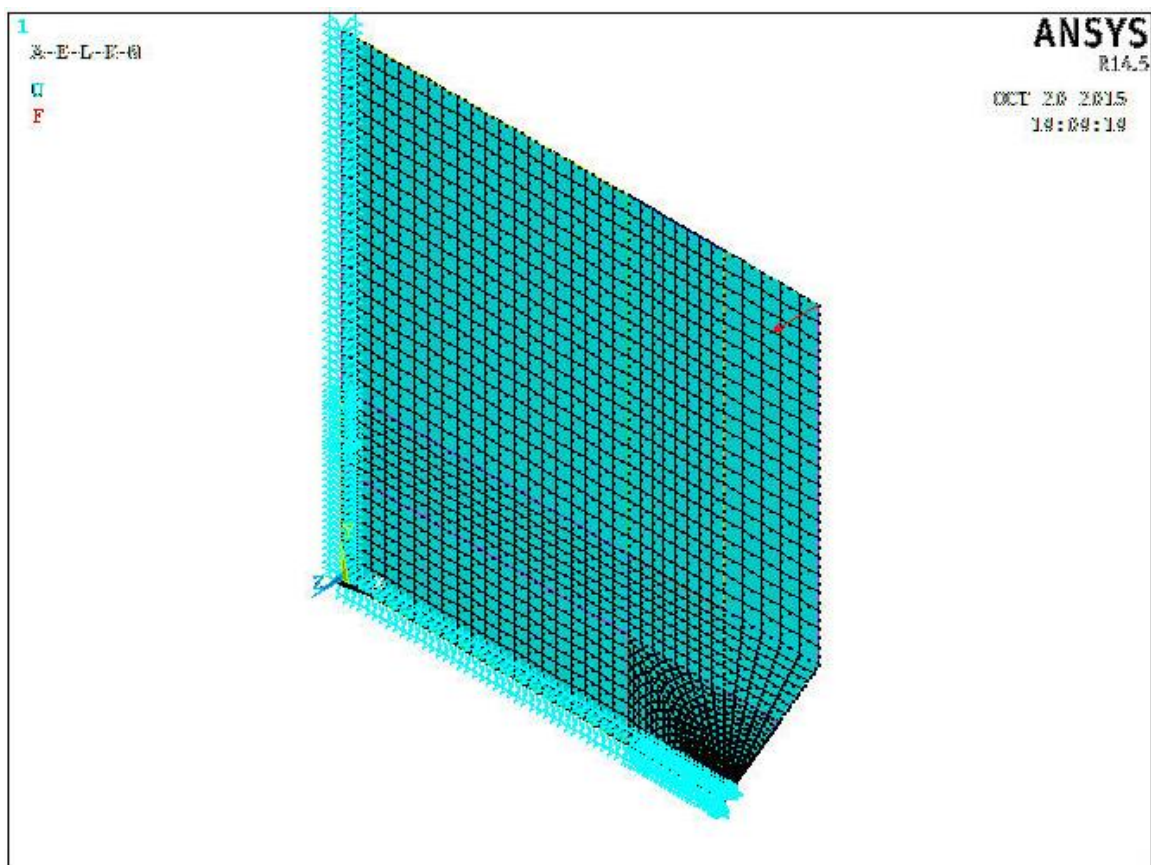


Figura 144: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

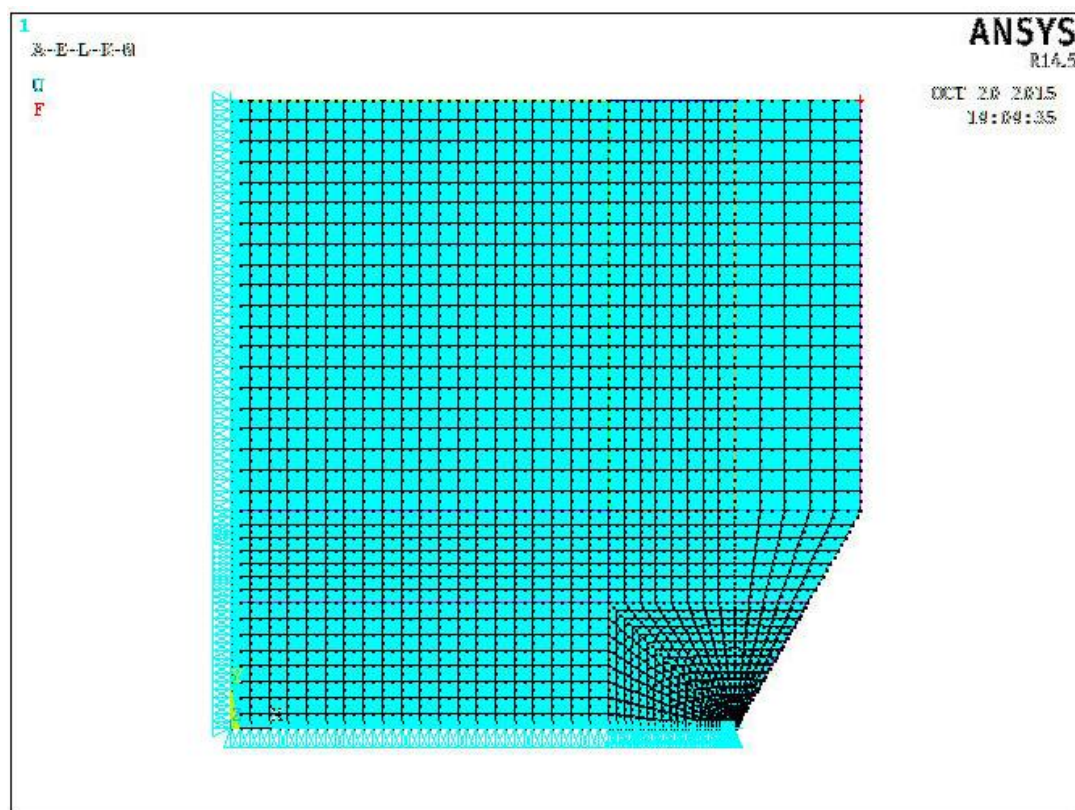


Figura 145: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 120°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 146 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

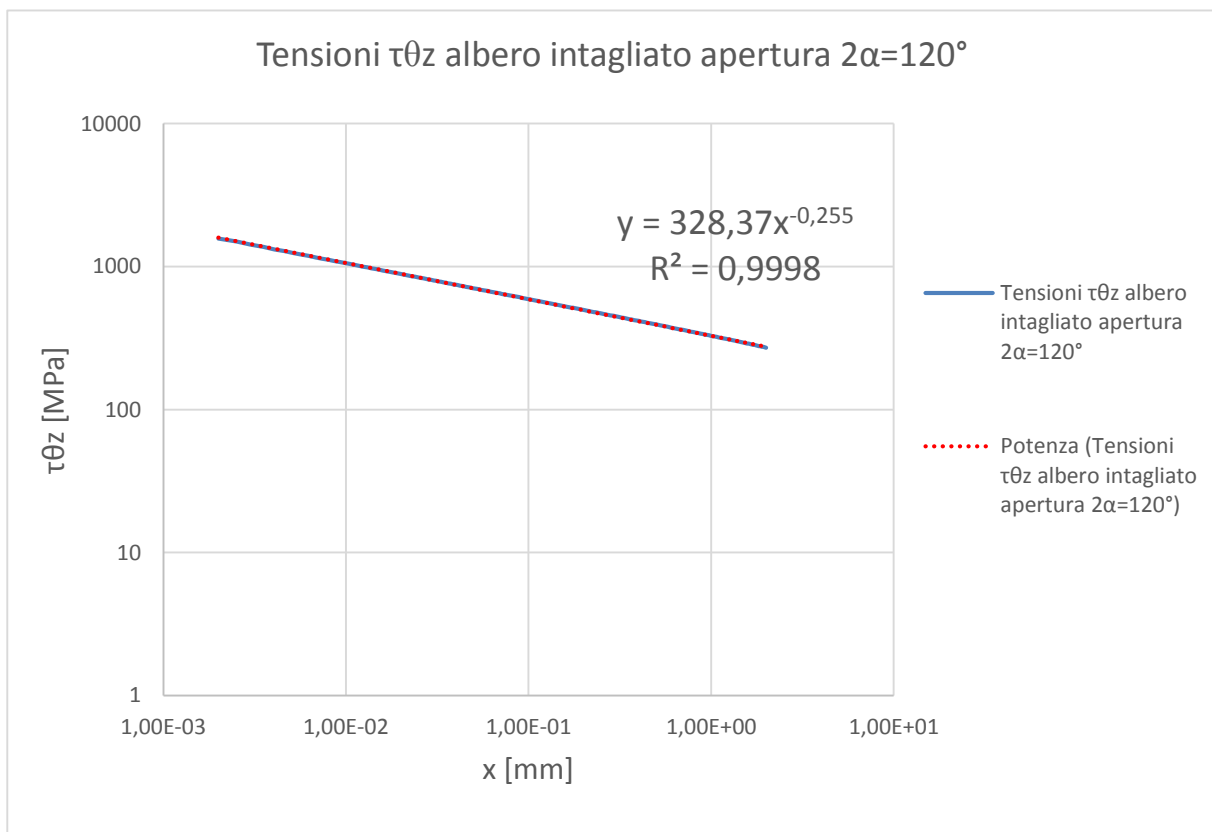


Figura 146: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 120°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 120° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a -0,255 inferiore ai casi precedenti, essendo un intaglio costantemente meno "gravoso" all'aumentare dell'angolo di apertura.

E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 147 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

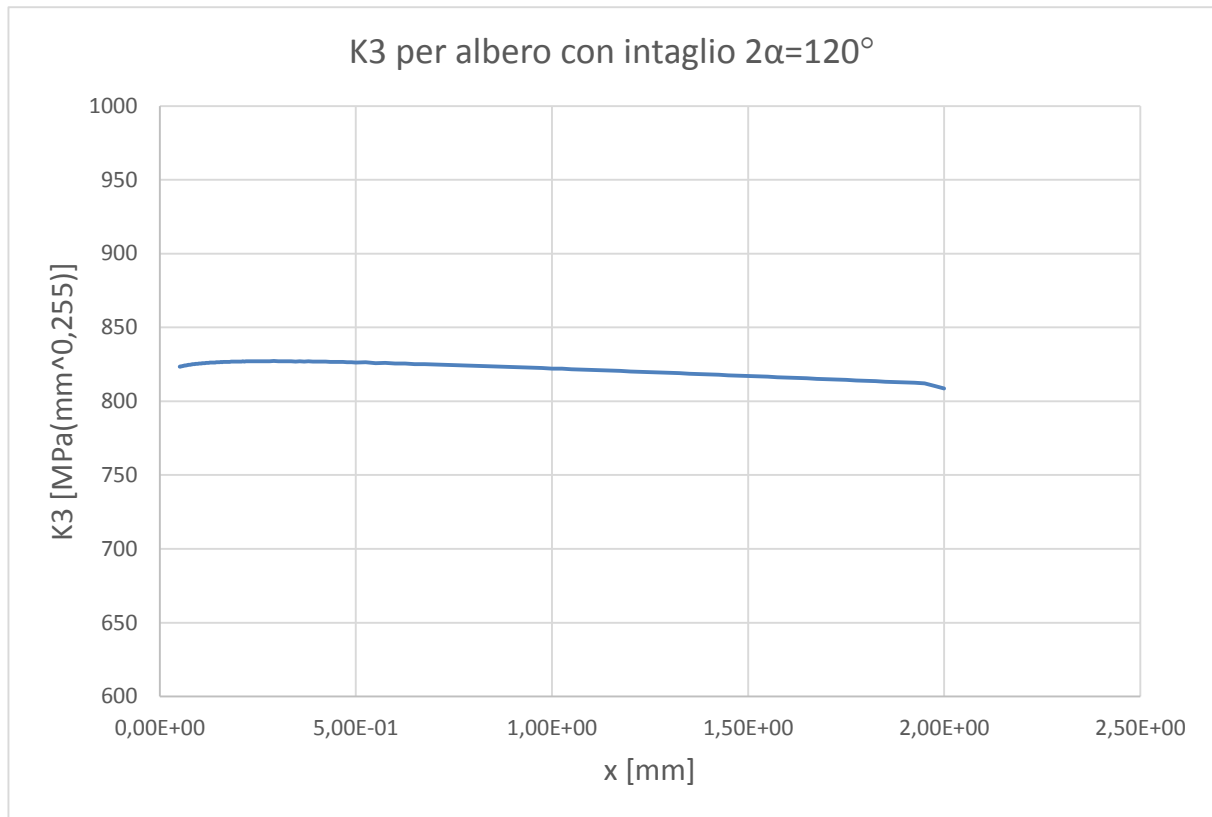


Figura 147: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=120^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia praticamente costante e pari a $824 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,255}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $18,6 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,255}$ per cui una differenza del 2,2% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi molto piccola vista l'entità dei valori in gioco.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 1,738561 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 1,764574 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,03 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa l'1,5% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia quasi il medesimo di quello teorico, vista la risicata differenza, e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.5.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 148 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 149.

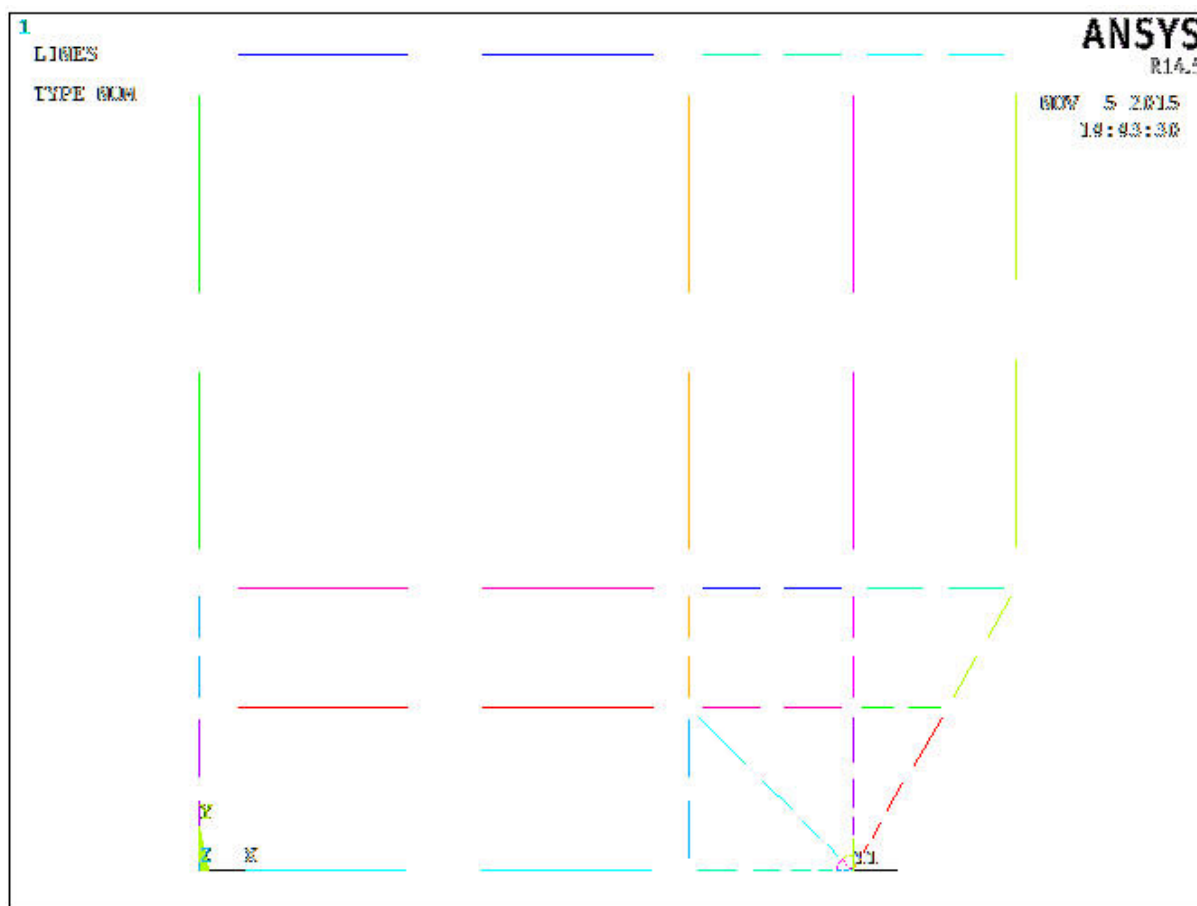


Figura 148: Modello studiato angolo apertura intaglio 120° , linee di costruzione rade

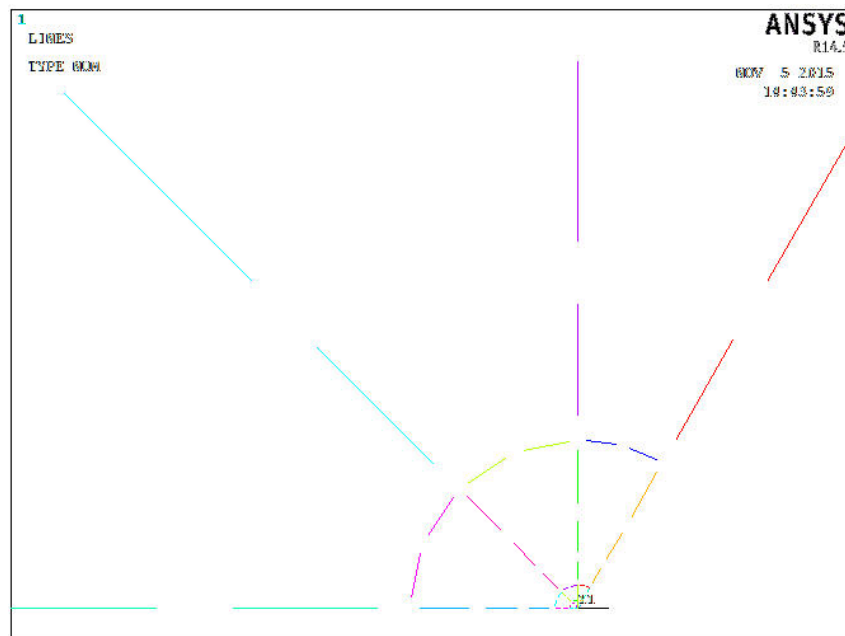


Figura 149: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 150 e 151, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

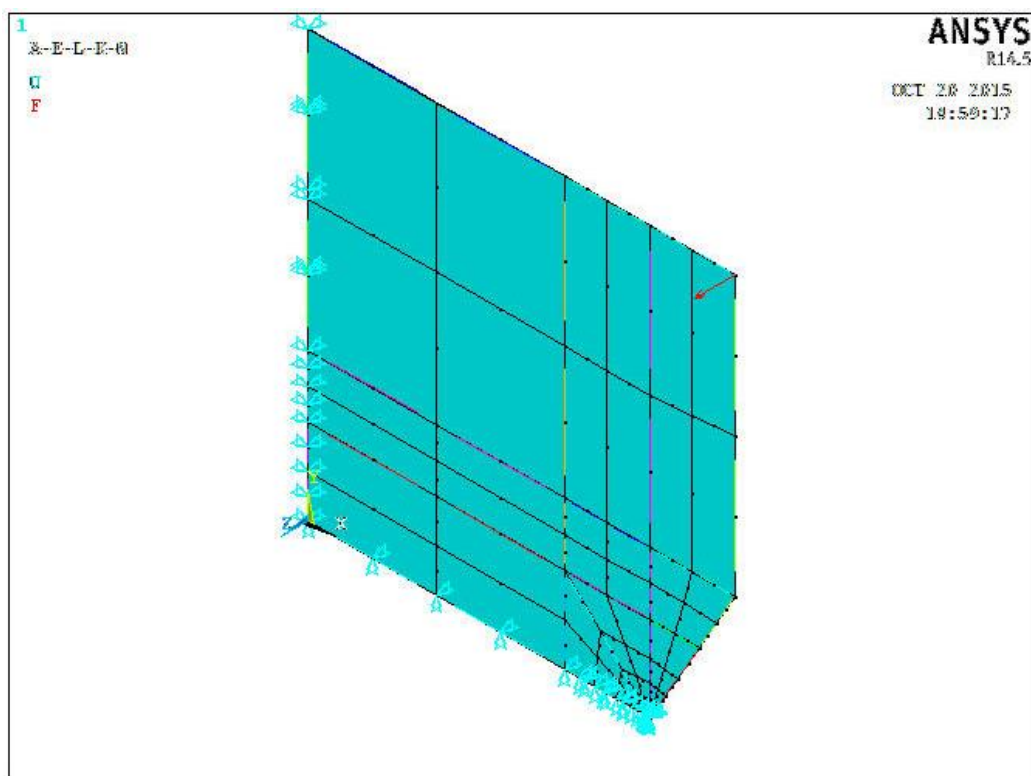


Figura 150: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

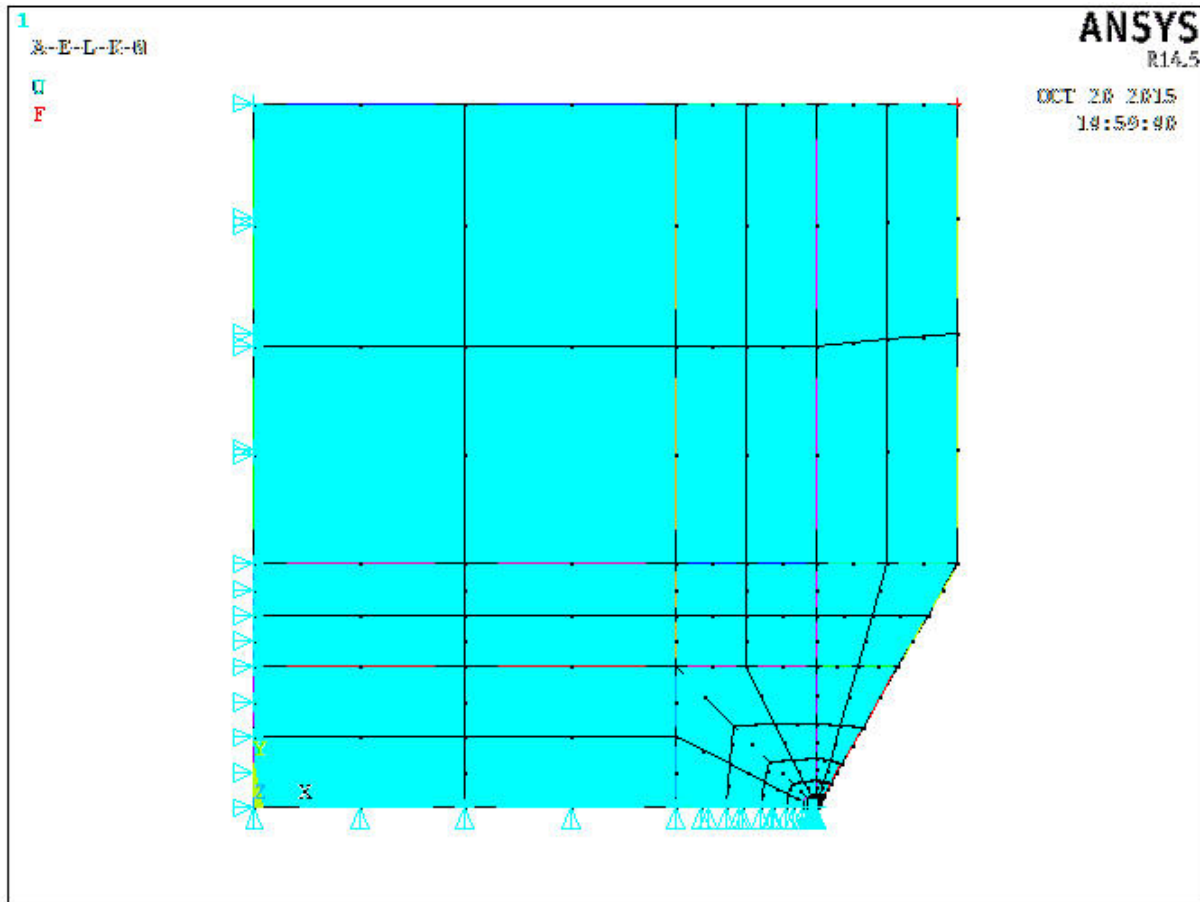


Figura 151: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 120°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 1,768996 \text{ N/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,03 \text{ N/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,7%, quindi un valore molto esiguo. Risulta inferiore la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,004 \text{ N/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,25%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno

dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive, anche nel caso di intaglio con angolo di apertura $2\alpha = 120^\circ$.

6.1.6 Albero con apertura intaglio 135°

Il sesto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 135° . Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.6.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 152 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 153.

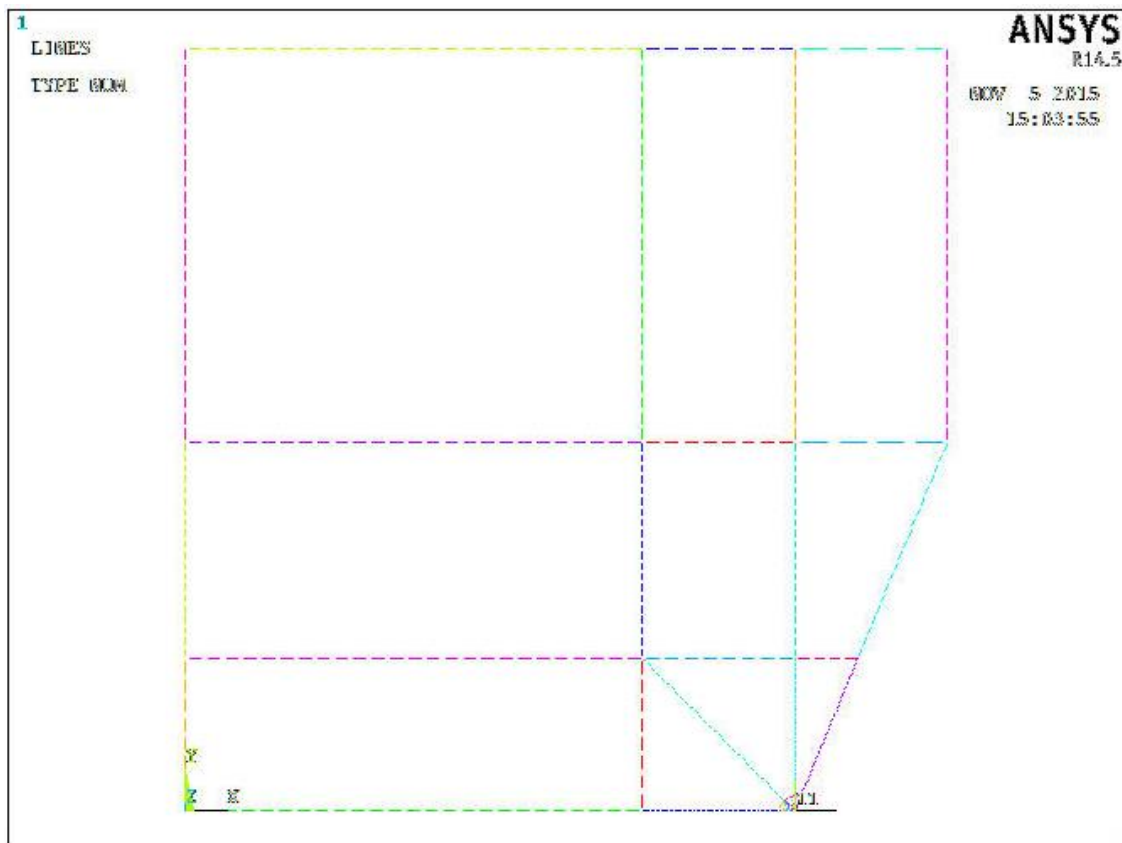


Figura 152: Modello studiato angolo apertura intaglio 135° , linee di costruzione fini

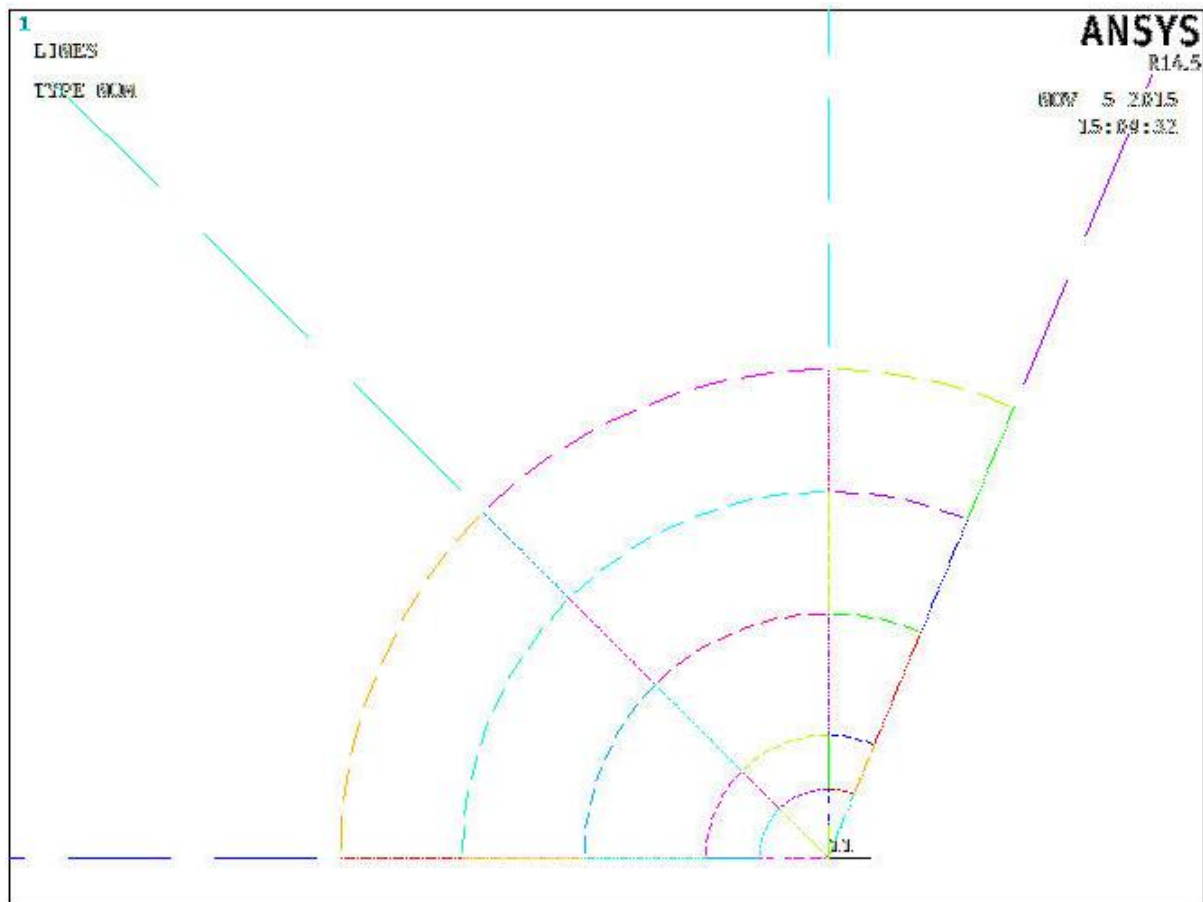


Figura 153: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 135°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 154 e 155, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

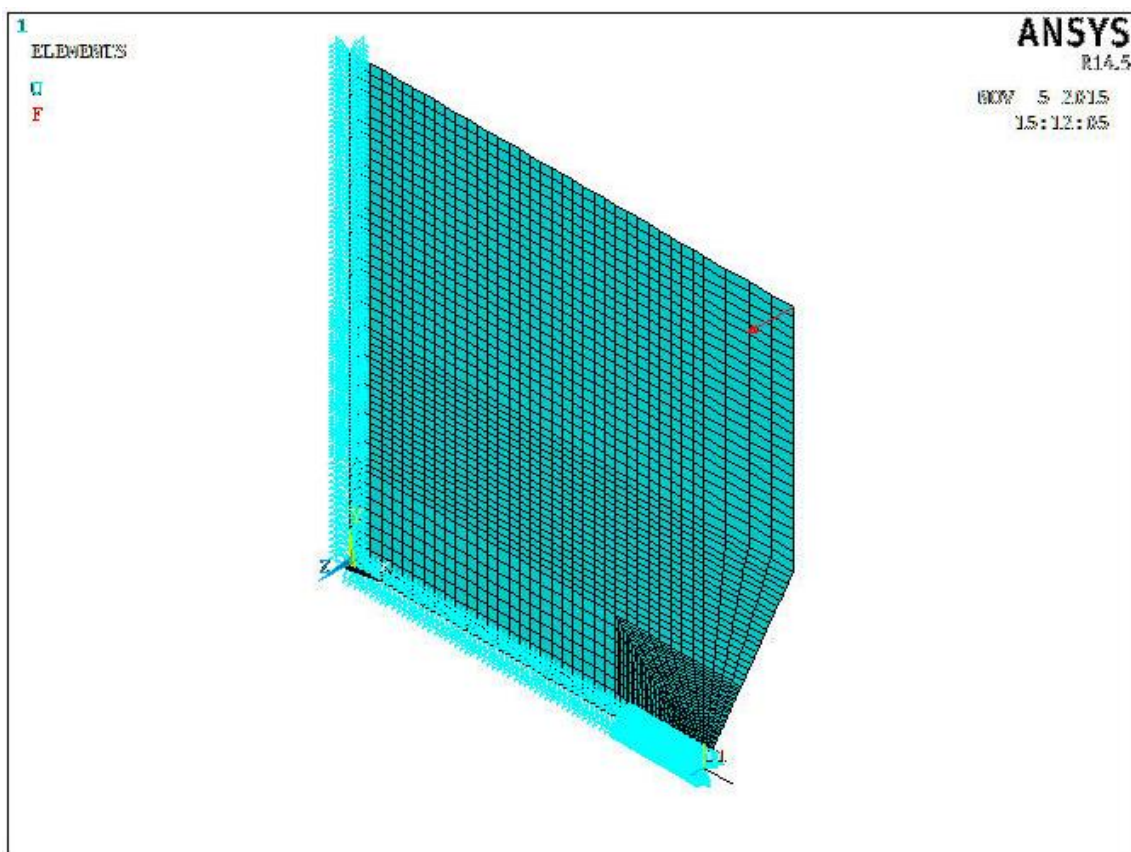


Figura 154: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 135°

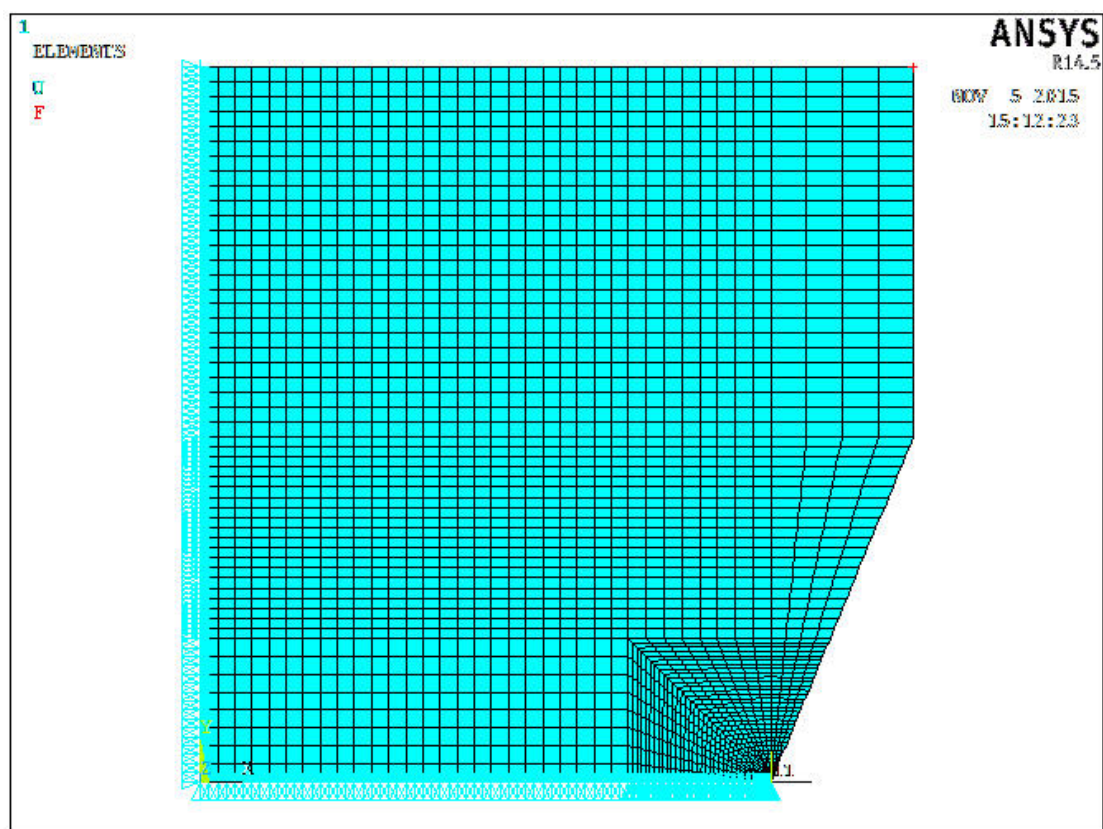


Figura 155: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 135°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 156 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

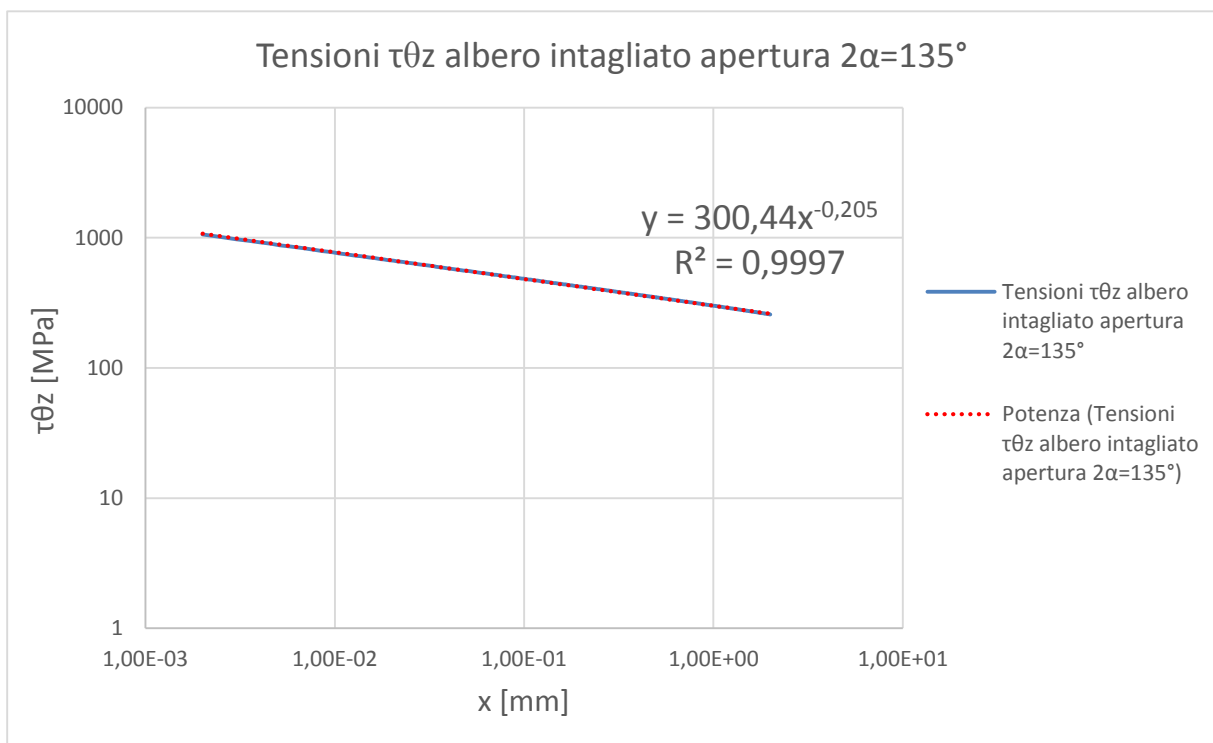


Figura 156: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 135°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 135° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a -0,205 inferiore ai casi precedenti, essendo un intaglio costantemente meno "gravoso" all'aumentare dell'angolo di apertura. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 157 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

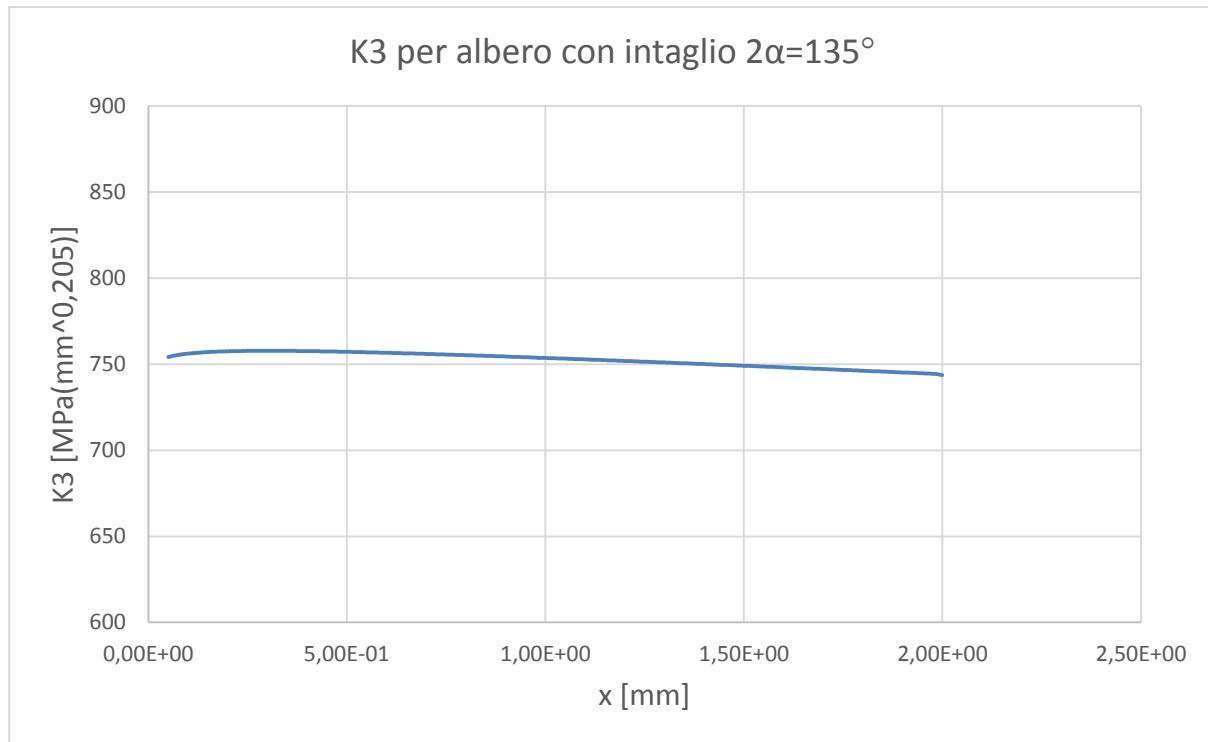


Figura 157: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=135^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia praticamente costante e pari a $754 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,205}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $14,2 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,205}$ per cui una differenza dell'1,8% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi molto piccola vista l'entità dei valori in gioco.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 1,202027 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 1,222116 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,02 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa l'1,6% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia quasi il medesimo di quello teorico, vista la risicata differenza, e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.6.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 158 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 159.

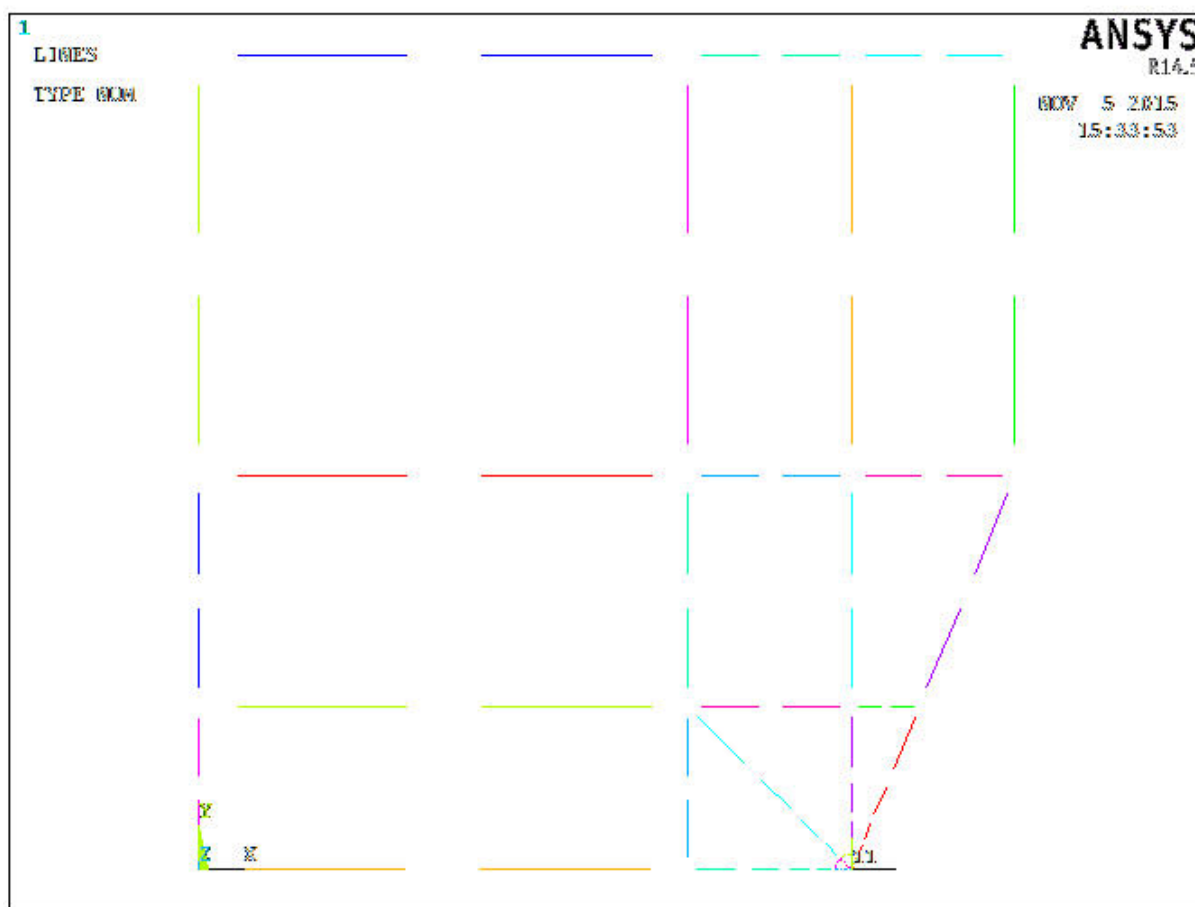


Figura 158: Modello studiato angolo apertura intaglio 135°, linee di costruzione rade

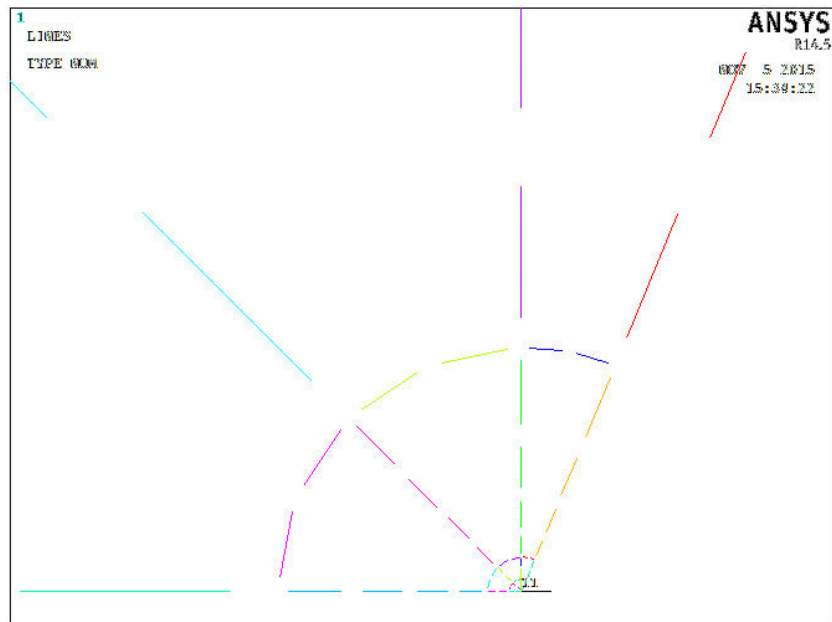


Figura 159: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 135°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 160 e 161, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

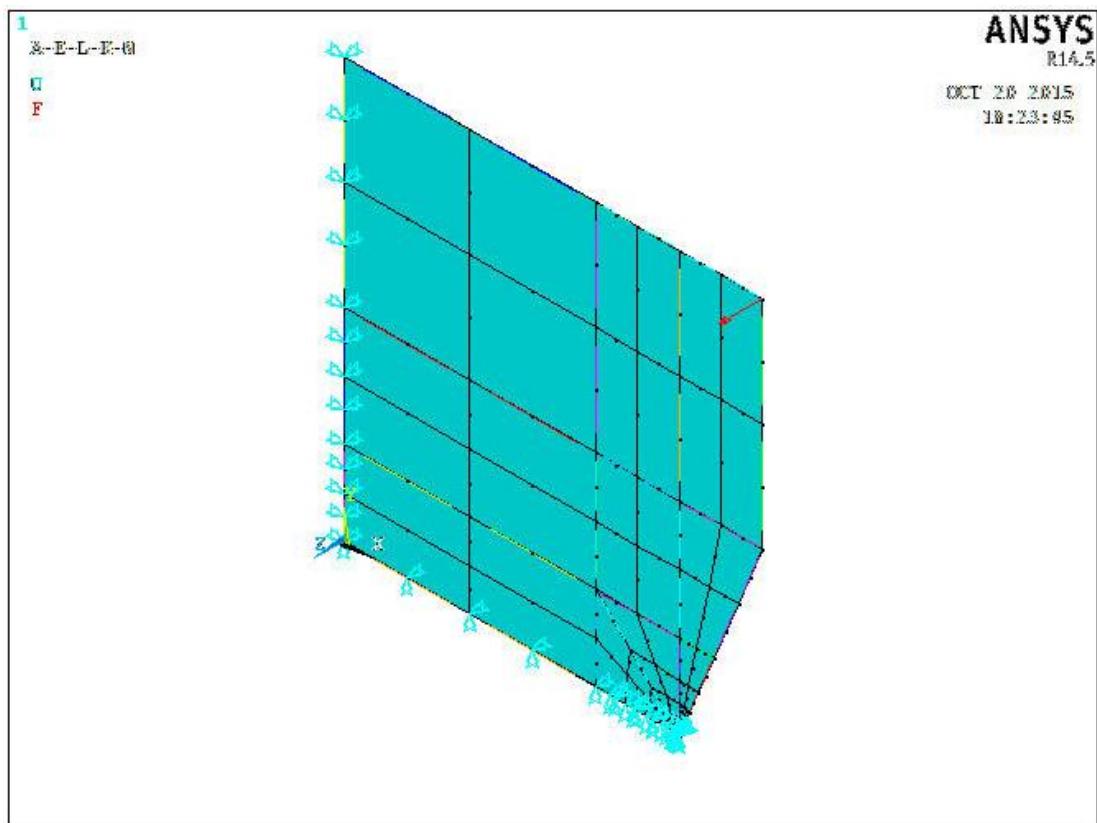


Figura 160: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 135°

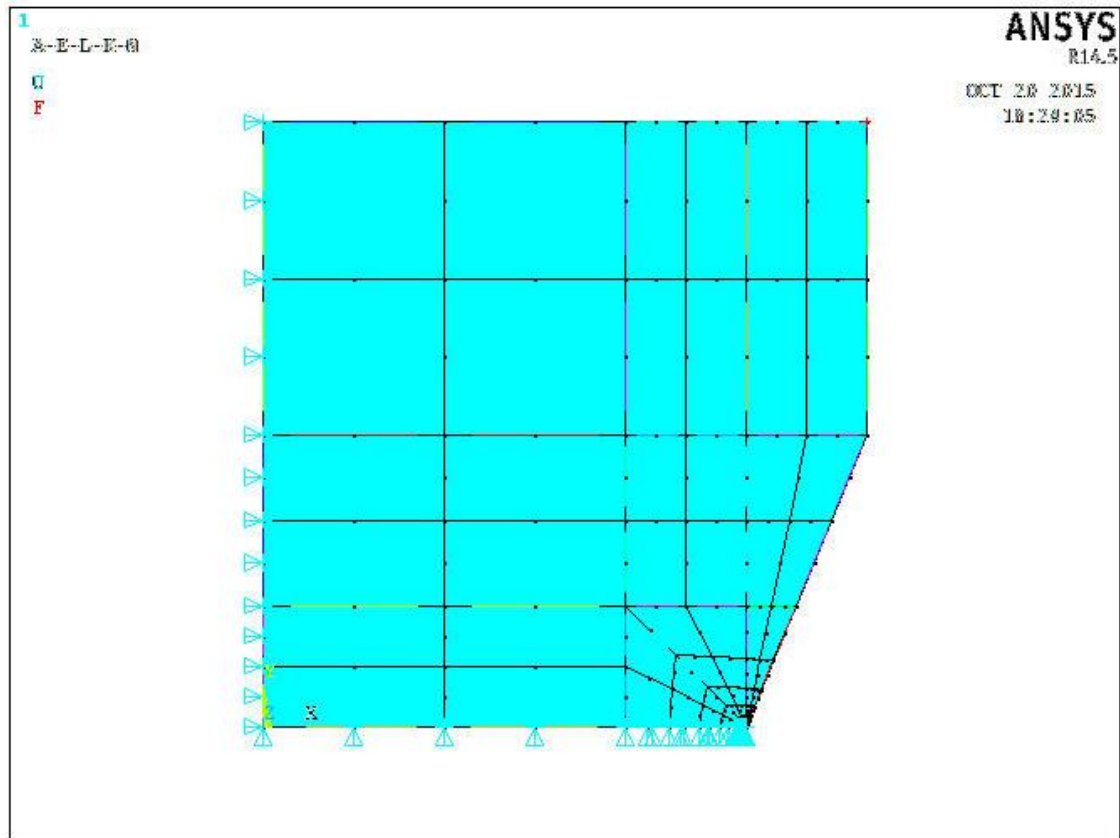


Figura 161: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 135°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 1,224633 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,02 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,8%, quindi un valore molto esiguo. Risulta inferiore la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,003 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,2%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive, anche nel caso di intaglio con angolo di apertura $2\alpha = 135^\circ$.

6.1.7 Albero con apertura intaglio 150°

Il settimo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 150°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere l'esatto valore di K_3 , il grado di singolarità λ_3 ed il valore del SED; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED che sarà confrontato col precedente e con quello calcolato analiticamente con l'Equazione 19.

6.1.7.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 162 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 163.

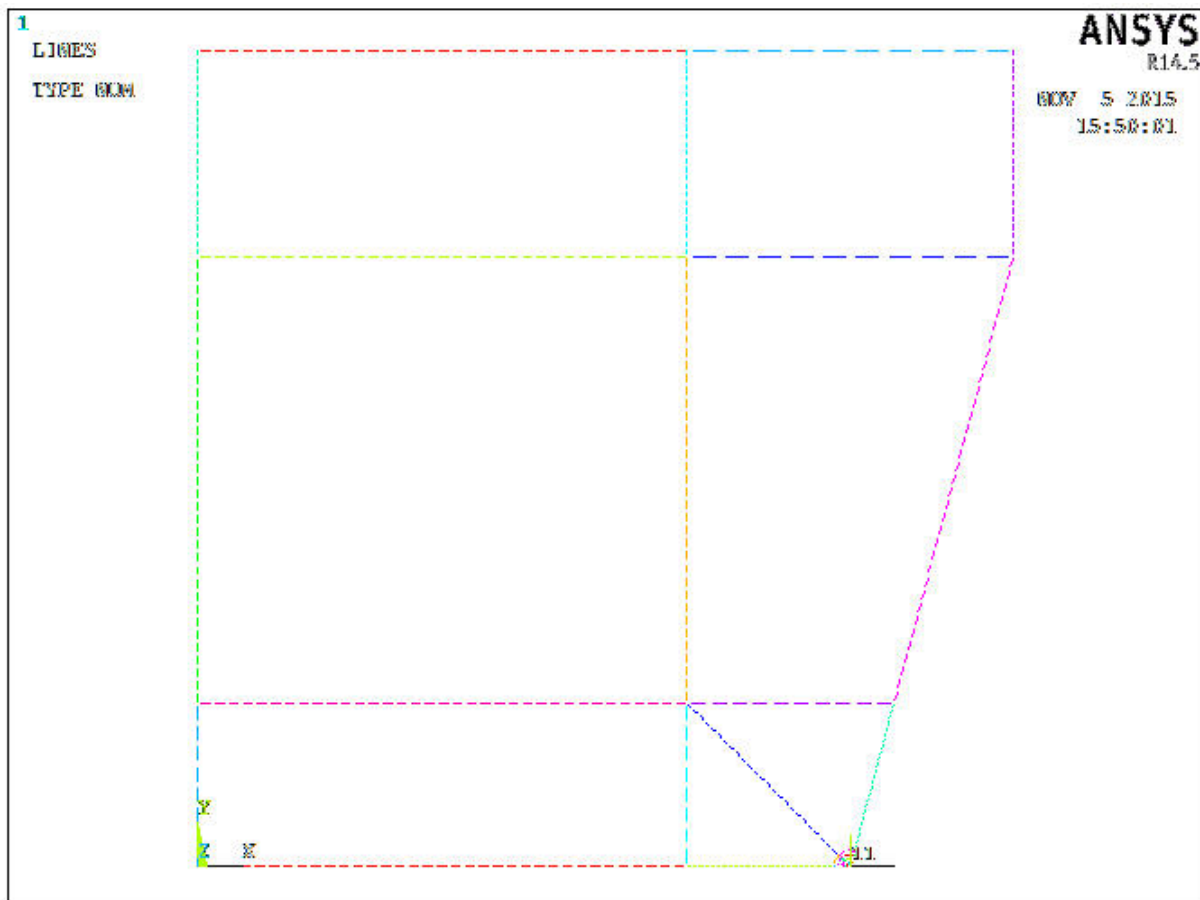


Figura 162: Modello studiato angolo apertura intaglio 150°, linee di costruzione fini

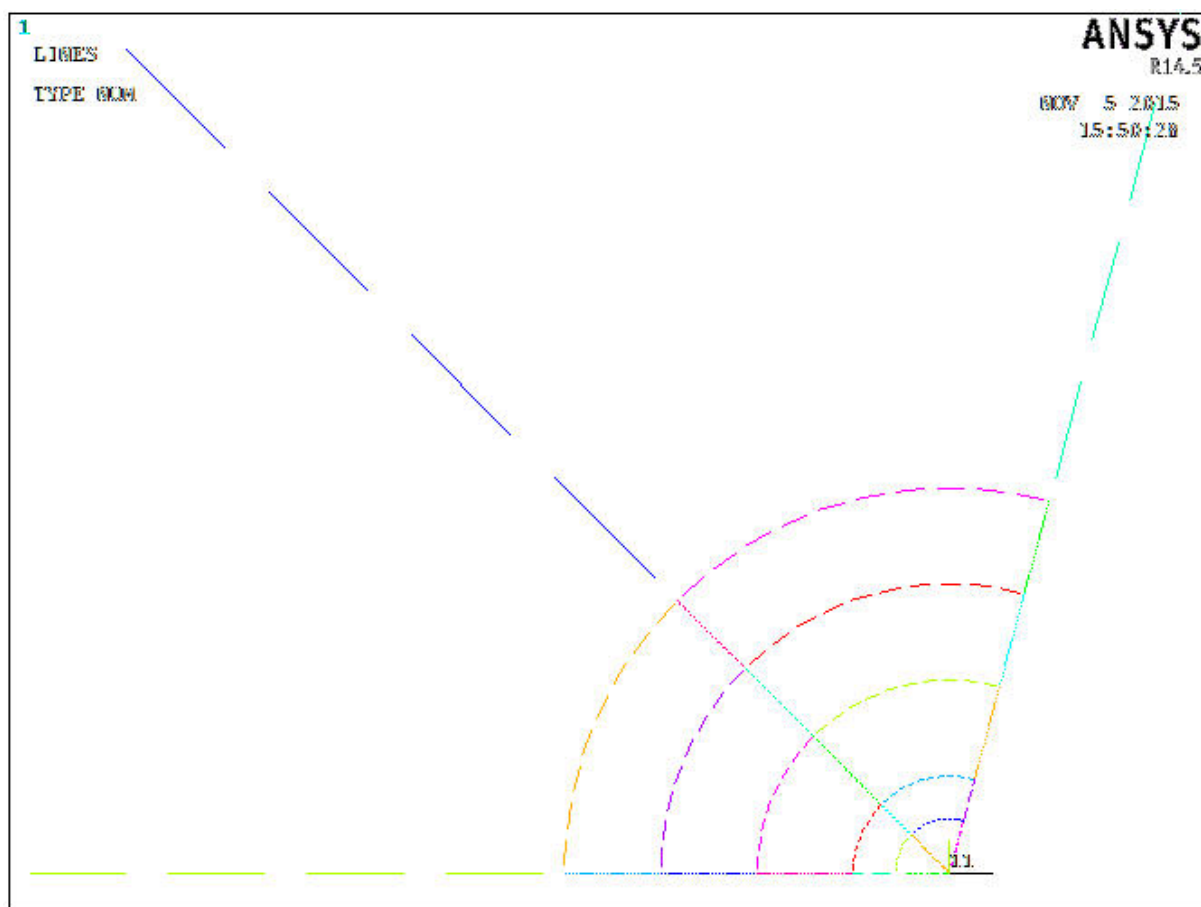


Figura 163: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 150°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 164 e 165, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

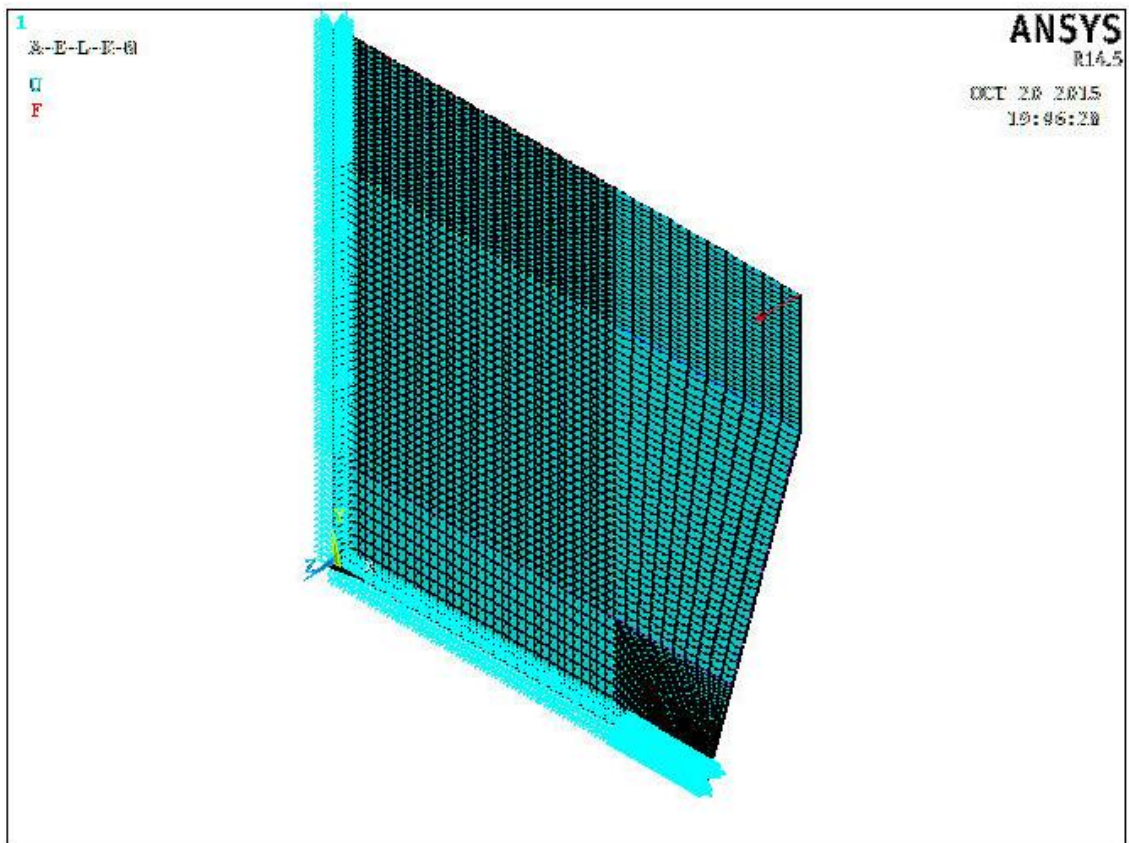


Figura 164: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 150°

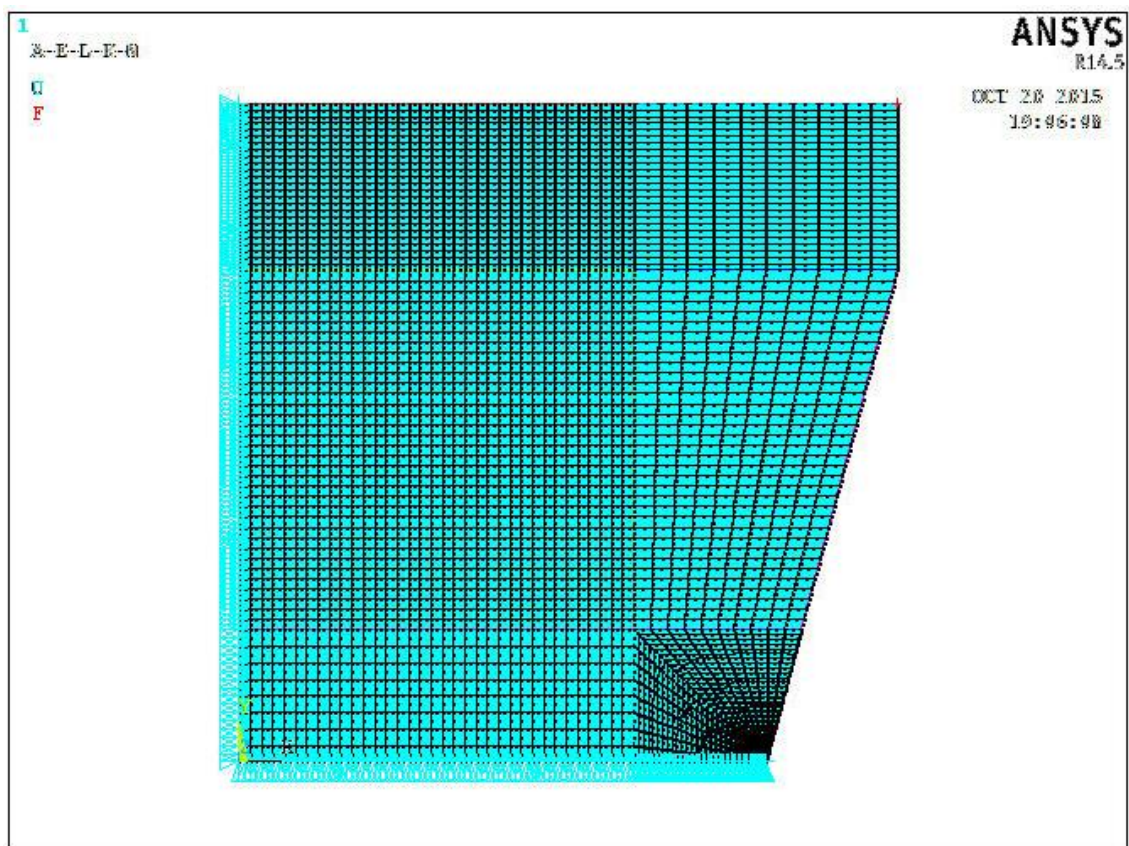


Figura 165: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 150°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF di Modo III K_3 . Dai dati in uscita dallo studio FEM ed è stato possibile eseguire il lavoro numerico riportato a seguire.

Il path analizzato, relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 166 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° , in cui si può notare anche il valore del grado di singolarità.

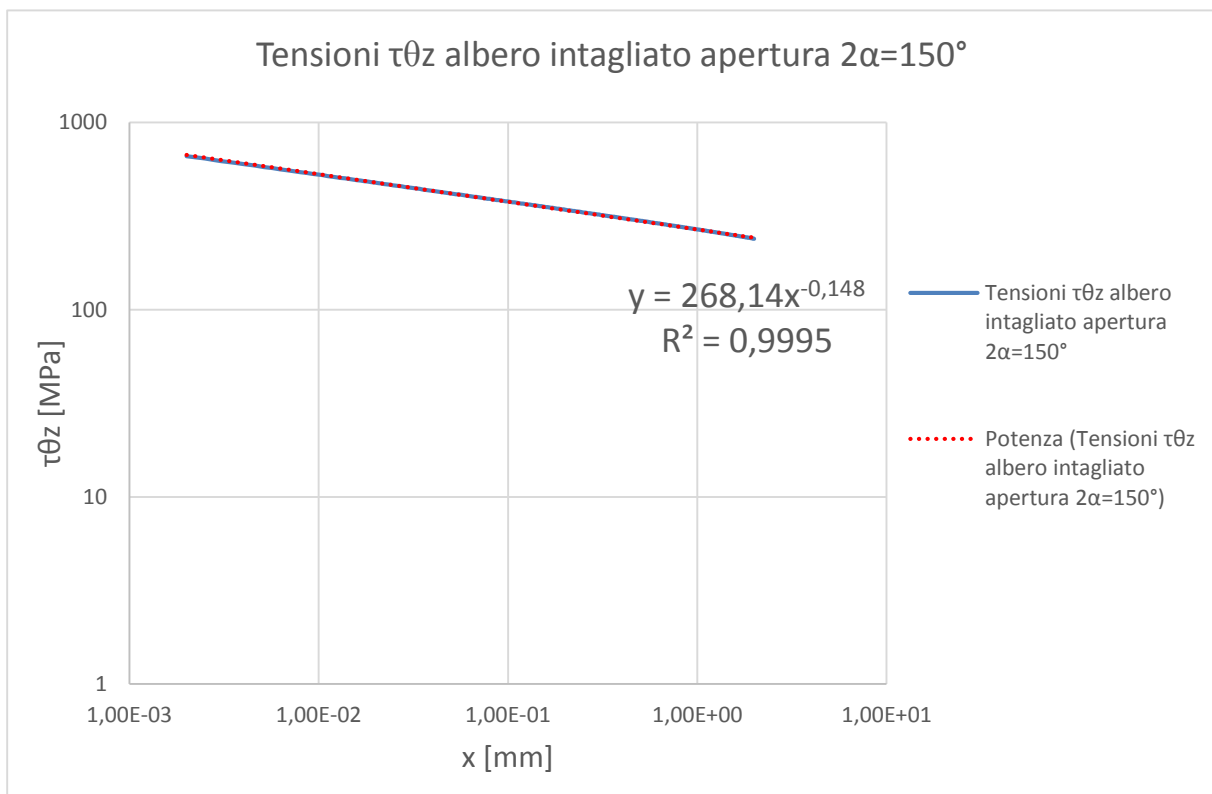


Figura 166: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 150°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 150° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,148$ inferiore ai casi precedenti, essendo un intaglio costantemente meno "gravoso" all'aumentare dell'angolo di apertura. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 167 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

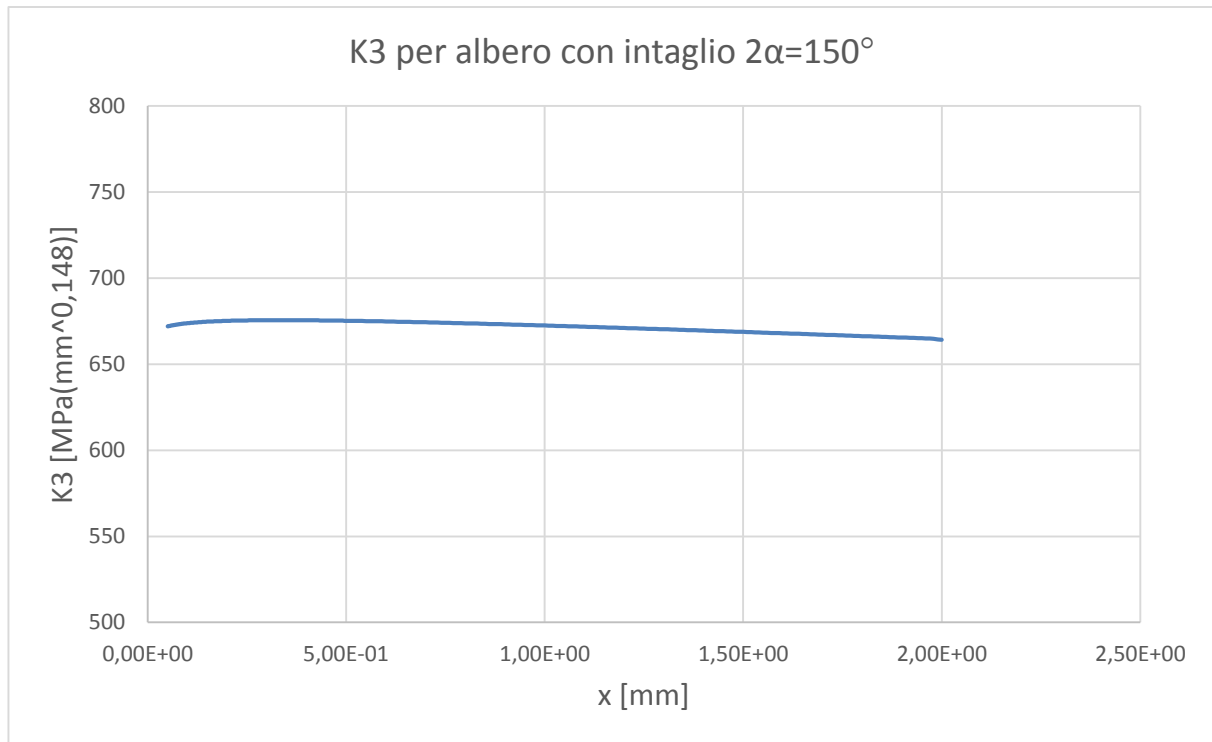


Figura 167: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=150^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia praticamente costante e pari a $672 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,148}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $11,4 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,148}$ per cui una differenza dell'1,7% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi molto piccola vista l'entità dei valori in gioco.

Si procede quindi con il calcolo del valore analitico della densità di energia di deformazione, ottenuto attraverso l'Equazione 19. Si ha quindi che:

$$\bar{W}_{Teorico} = \frac{e_3}{E} * K_3^2 * R_0^{(2\lambda_3-2)} = 0,795979 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si va ora ad ottenere il valore del SED attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 0,783705 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti siano molto vicini con una differenza pari a $0,01 \text{ Nmm/mm}^3$, in termini relativi circa l'1,5% del valore del SED, il che permette di affermare come il valore ottenuto dal FEM sia quasi il medesimo di quello teorico, vista la risicata differenza, e quindi fornisca un'ottima stima del SED.

6.1.7.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 168 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 169.

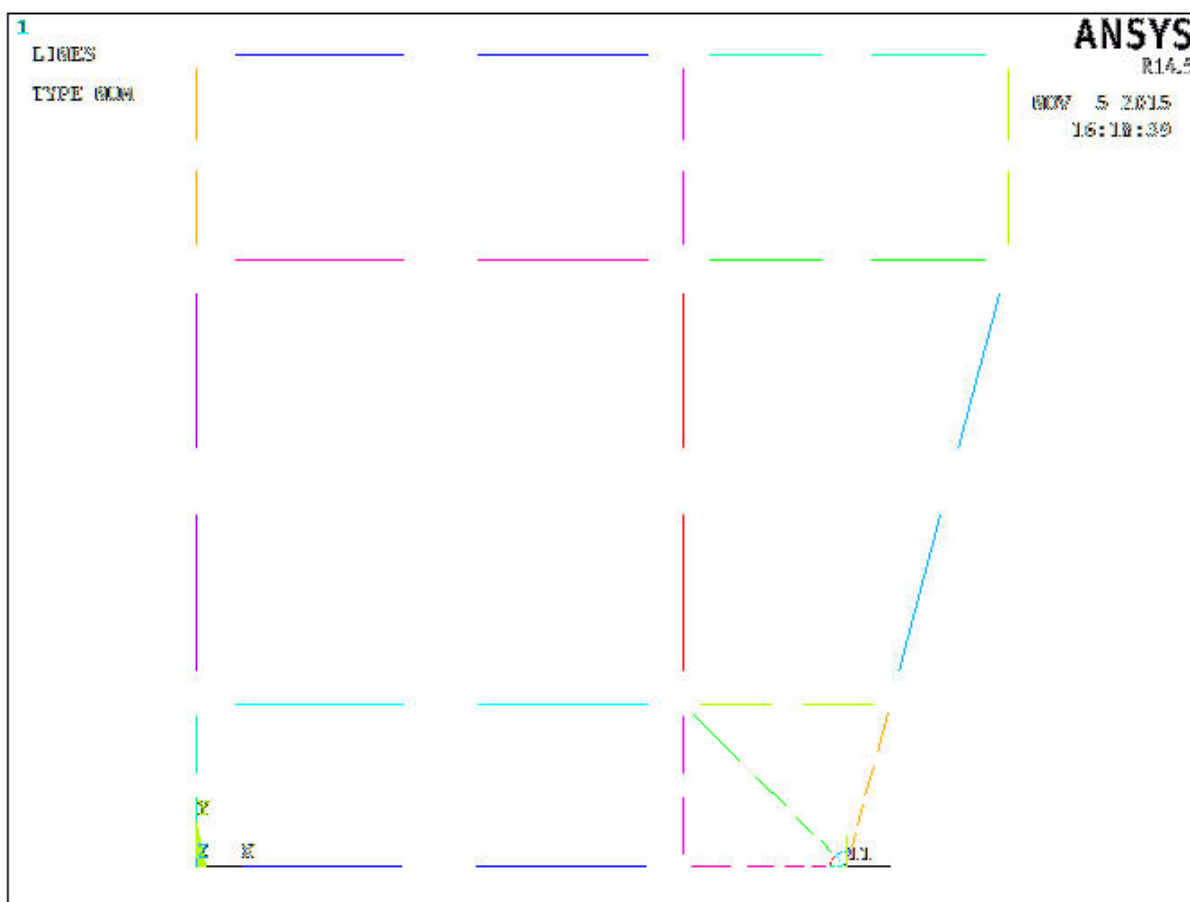


Figura 168: Modello studiato angolo apertura intaglio 150°, linee di costruzione rade

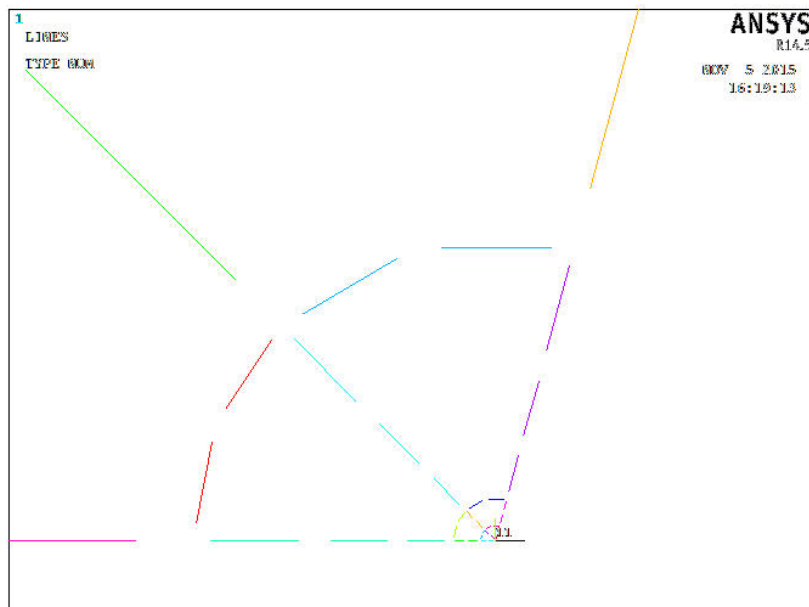


Figura 169: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 150°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 170 e 171, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

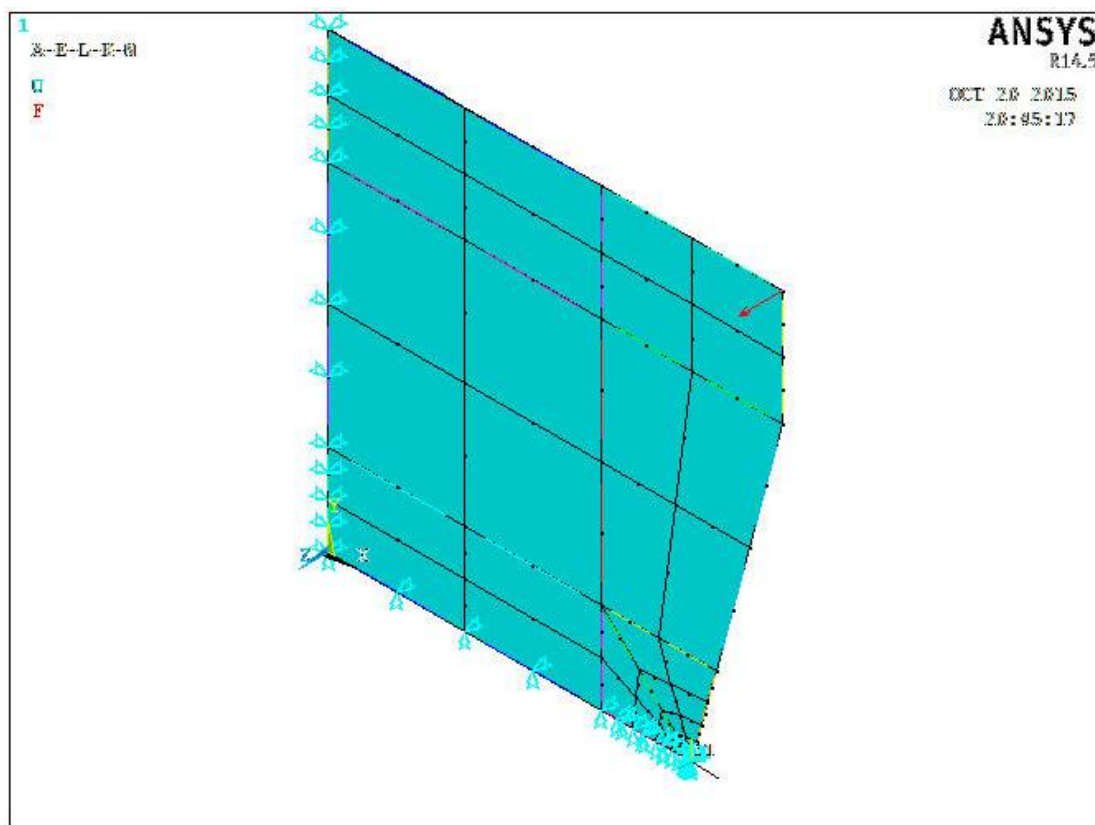


Figura 170: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 150°

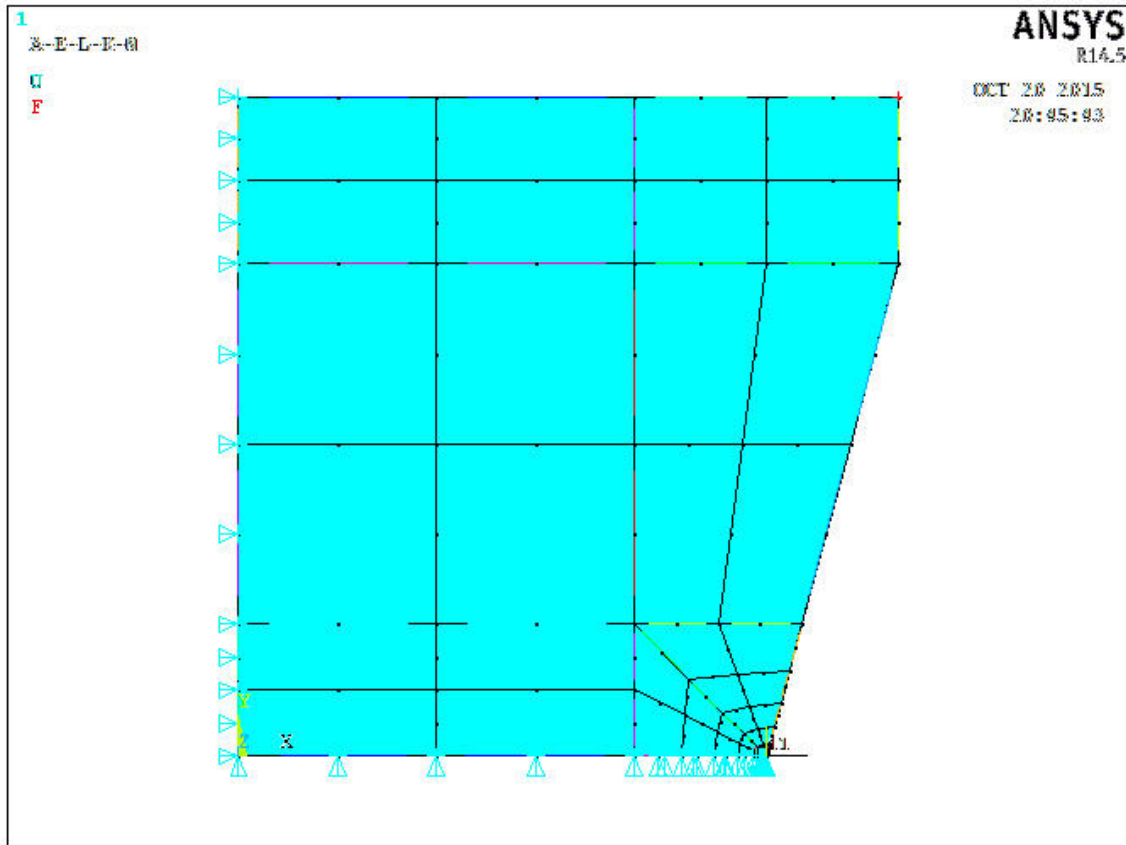


Figura 171: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 150°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 0,785825 \text{ Nmm/mm}^3$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,01 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,2%, quindi un valore molto esiguo. Risulta inferiore la differenza tra il SED da mesh rada ed il SED da mesh fine che si attesta a $0,002 \text{ Nmm/mm}^3$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,2%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le trascurabili differenze tra i valori ricavati con differenti approcci, che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime corrette e fruibili per le analisi successive, anche nel caso di intaglio con angolo di apertura $2\alpha = 150^\circ$.

6.2 Confronto tra i valori di SED ottenuti

In questo paragrafo sarà eseguito un confronto generale tra tutti i valori di SED ottenuti nelle precedenti analisi in modo da ottenere un chiaro riscontro sulla bontà dei risultati ottenuti. Si riportano quindi nella tabella sottostante i valori ottenuti nelle precedenti analisi, ed in Figura 172 il grafico di sintesi avente in ascissa l'angolo di apertura dell'intaglio 2α e in ordinata il rispettivo valore del SED.

2α [deg]	SED Teorico [Nmm/mm ³]	SED Mesh fine [Nmm/mm ³]	SED Mesh rada [Nmm/mm ³]
0	7,505406	7,342248	7,365567
30	6,015822	6,016072	6,031035
60	4,528262	4,556428	4,569655
90	3,035715	3,082676	3,078388
120	1,738561	1,764574	1,768996
135	1,202027	1,222116	1,224633
150	0,795979	0,783705	0,785825

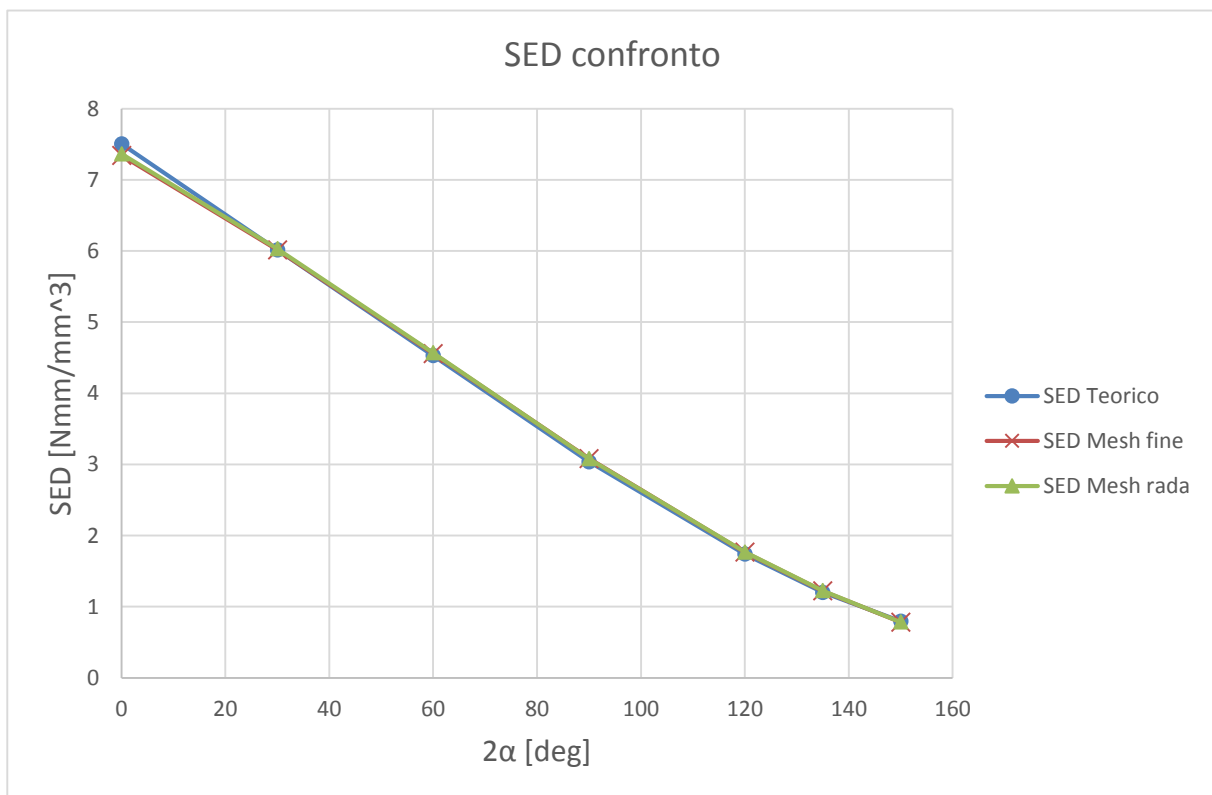


Figura 172: Confronto tra i valori di SED ottenuti

Come è facile vedere, tutti i valori di SED ottenuti (teorico, per mesh fine e per mesh rada) coincidono per ogni ampiezza di intaglio analizzata. Questo porta ad affermare come attraverso una mesh rada si possano ottenere delle ottime stime del SED e non sia quindi necessario costruire complessi, e computazionalmente dispendiosi, modelli agli elementi finiti.

Va anche evidenziato come non sia utile realizzare un confronto fra i diversi valori di K_3 ottenuti, avendo questi unità di misura differenti; ecco poiché il calcolo del SED diventa di fondamentale importanza essendo un parametro che accomuna anche intagli di differente angolo di apertura permettendone la valutazione della severità. Nel caso in analisi è semplice vedere come all'aumentare dell'angolo di apertura 2α il valore del SED diminuisca evidenziando la minor severità degli intagli più ampi.

Capitolo 7

Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K_3 , in alberi con intagli a “V” ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico

Avendo ottenuto nel capitolo precedente un’ottima corrispondenza dei valori del SED ricavati attraverso una mesh fine ed una mesh rada, nel seguente capitolo ci si soffermerà sull’analisi del fattore di intensificazione delle tensioni K_3 , ottenuto attraverso il valore della densità di energia di deformazione (Strain Energy Density SED) su di un volume finito di raggio R_0 , centrato nell’apice dell’intaglio, utilizzando una mesh fine ed una mesh rada, eseguendo infine un confronto con il valore del K_3 analitico. I valori saranno ottenuti al variare dell’angolo 2α di apertura dell’intaglio, i casi trattati presenteranno angoli di apertura $2\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ e 150° , ed al variare della profondità di intaglio a pari a 10 mm e 50 mm riuscendo così ad analizzare due casi estremi. Il calcolo del K_3 attraverso una mesh rada è di fondamentale importanza per la verifica meccanica di organi intagliati con vari angoli di apertura, poiché permette di risparmiare molto tempo per l’analisi.

7.1 Considerazioni sui modelli analizzati

Analogamente all’analisi condotta nel Capitolo 6 nei modelli analizzati saranno mantenuti gli ingombri dei modelli analizzati come riportato in Figura 101, variando esclusivamente l’angolo 2α di apertura dell’intaglio, secondo i valori sopra riportati, e la profondità di intaglio a analizzando i casi estremi pari a 10 mm e 50 mm. Sarà quindi ottenuto il valore del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III K_3 dall’equazione analitica, attraverso i valori della tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell’intaglio, questo sarà poi confrontato con i valori di K_3 ottenuti dal valore di SED ricavato dall’analisi FEM eseguita su di una mesh rada e di una mesh fine, per ottenere questi ultimi valori si utilizzerà l’Equazione 22:

$$K_3 = \sqrt{\frac{\bar{W} * E}{e_3 * R_0^{(2\lambda_3 - 2)}}} \quad (22)$$

I fattori utilizzati nell'equazione, la tipologia di elementi utilizzati ed i vincoli applicati sono i medesimi descritti al Paragrafo 6.1. Analogamente non essendo variato il diametro degli alberi considerati, anche il carico τ_{far} applicato è rimasto il medesimo pari a 1570000 N.

7.2 Alberi con intaglio di profondità $a = 10$ mm

Si procede ora descrivendo tutti i modelli ed i risultati ottenuti per gli alberi con profondità dell'intaglio a pari a 10 mm. Considerando questo valore si sono riuscite ad analizzare tutte le ampiezze 2α considerate, poiché essendo 10 mm un valore ridotto, tutti gli angoli di apertura sono risultati realizzabili su alberi delle dimensioni definite.

7.2.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca)

Il primo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 0° , per cui ci si trova nel caso della cricca. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 173 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 174.

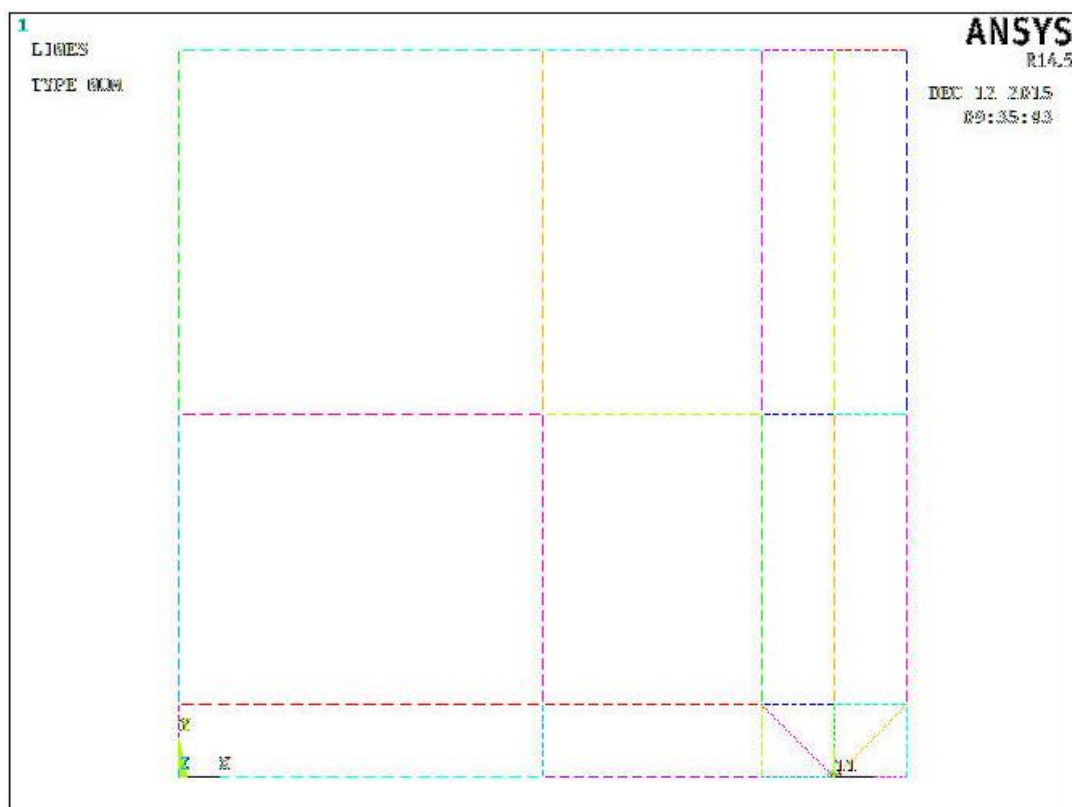


Figura 173: Modello studiato angolo apertura intaglio 0° , linee di costruzione fini

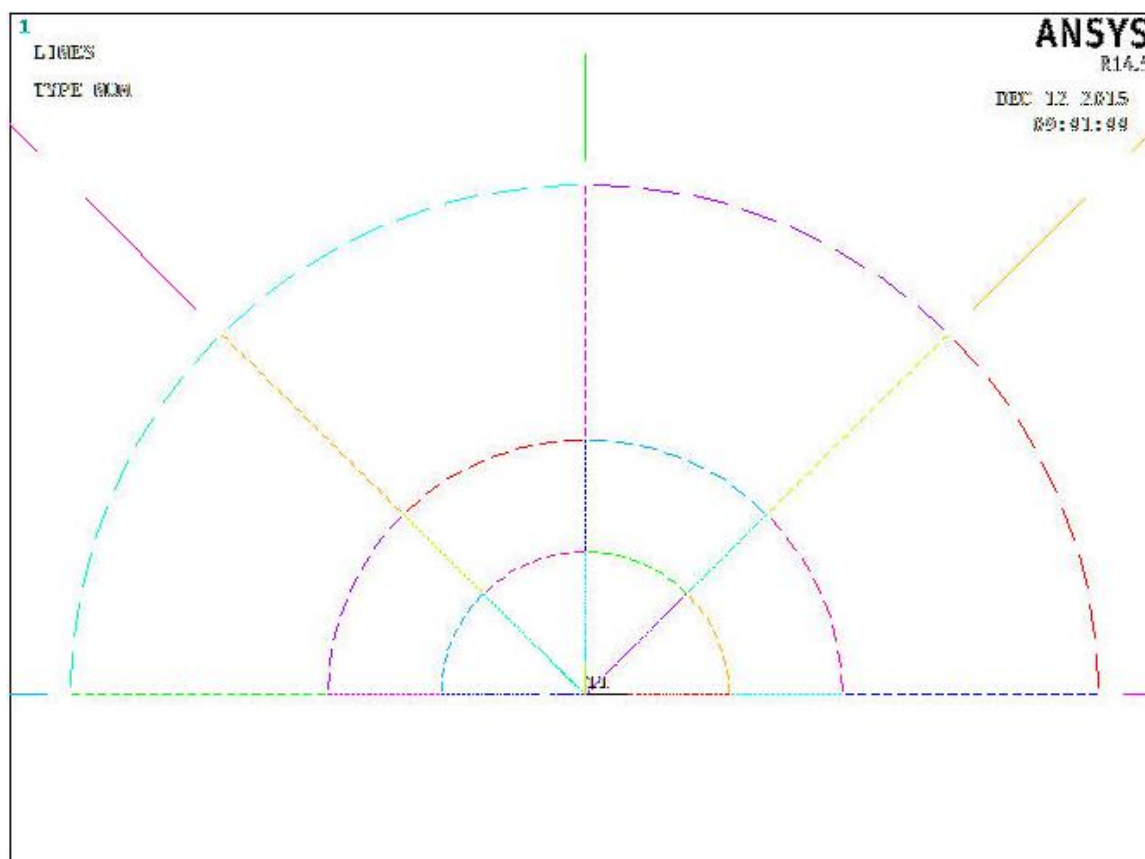


Figura 174: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 175 e 176, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

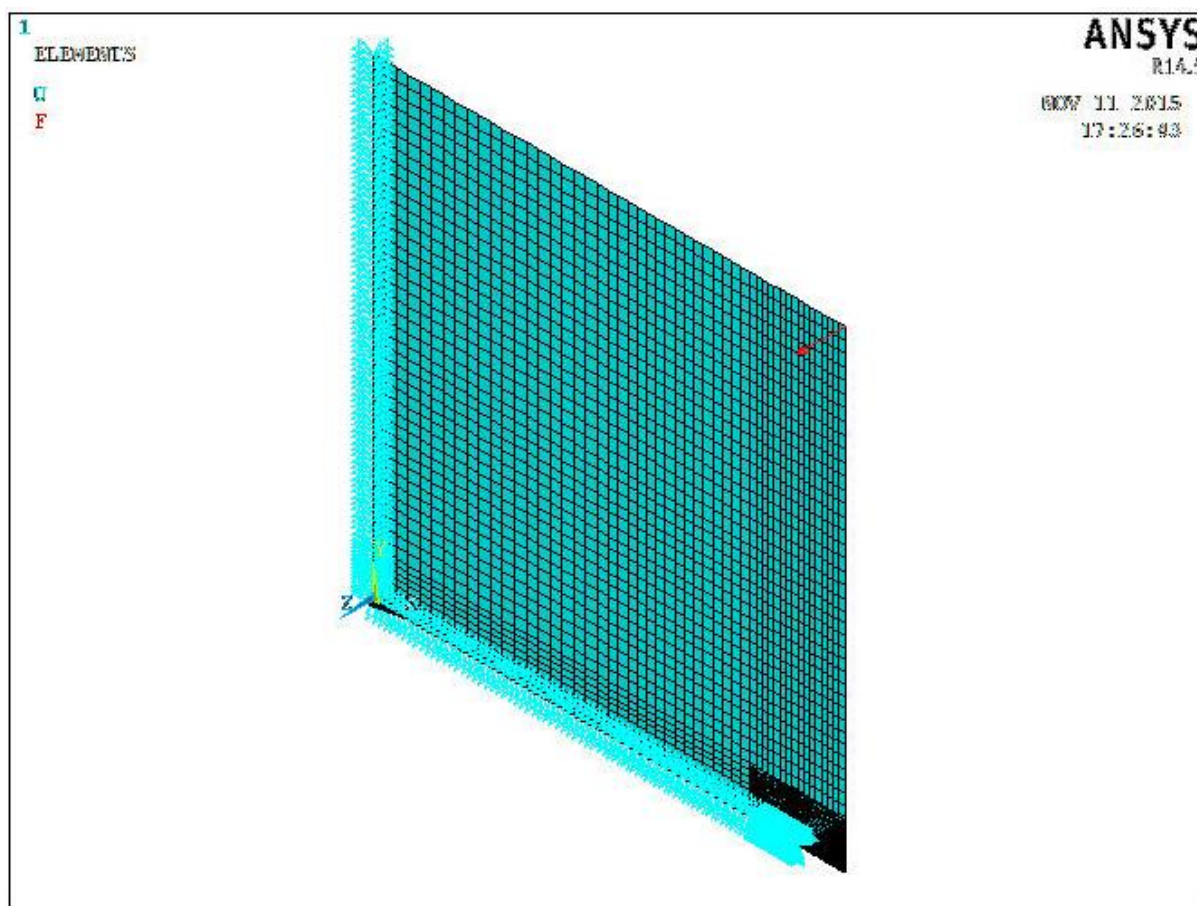


Figura 175: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

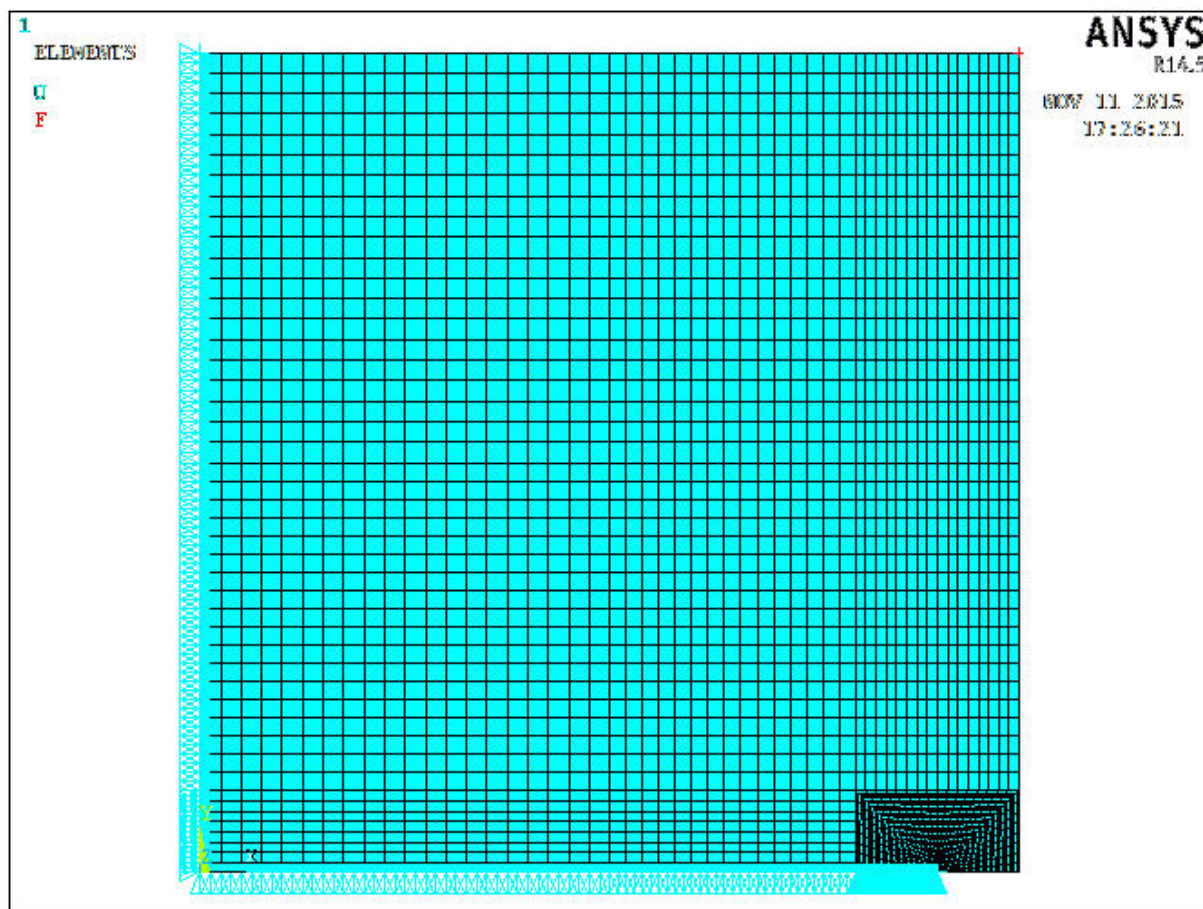


Figura 176: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 0°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 177 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° .

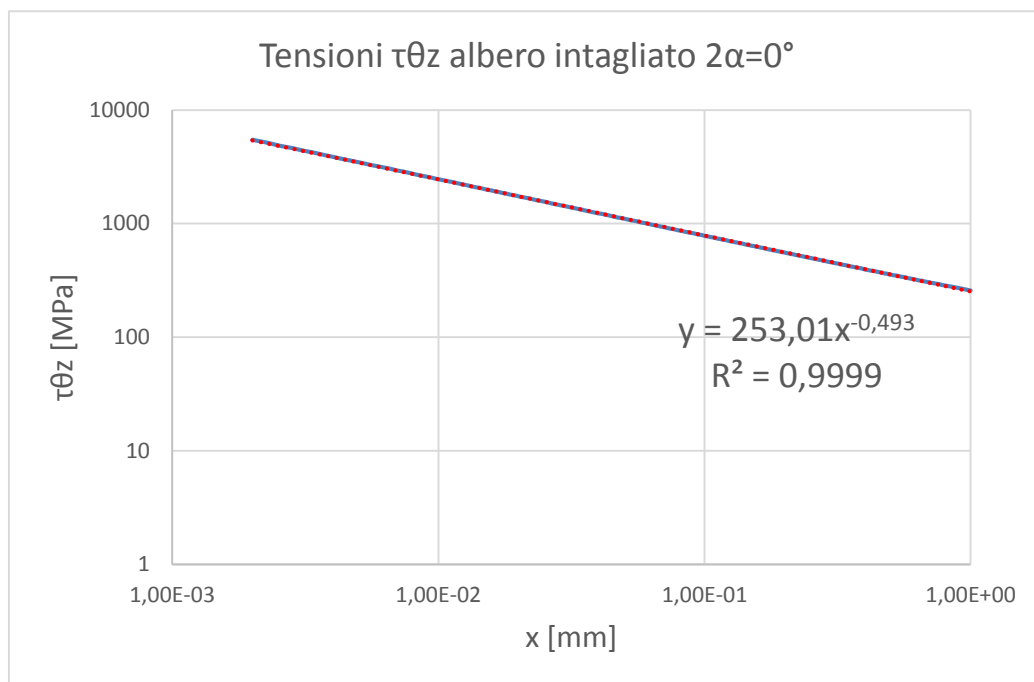


Figura 177: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 0°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 0° e quindi analogo ad una cricca, è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,493 \approx -0,5$ esattamente il valore atteso e definito da Irwin. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 178 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

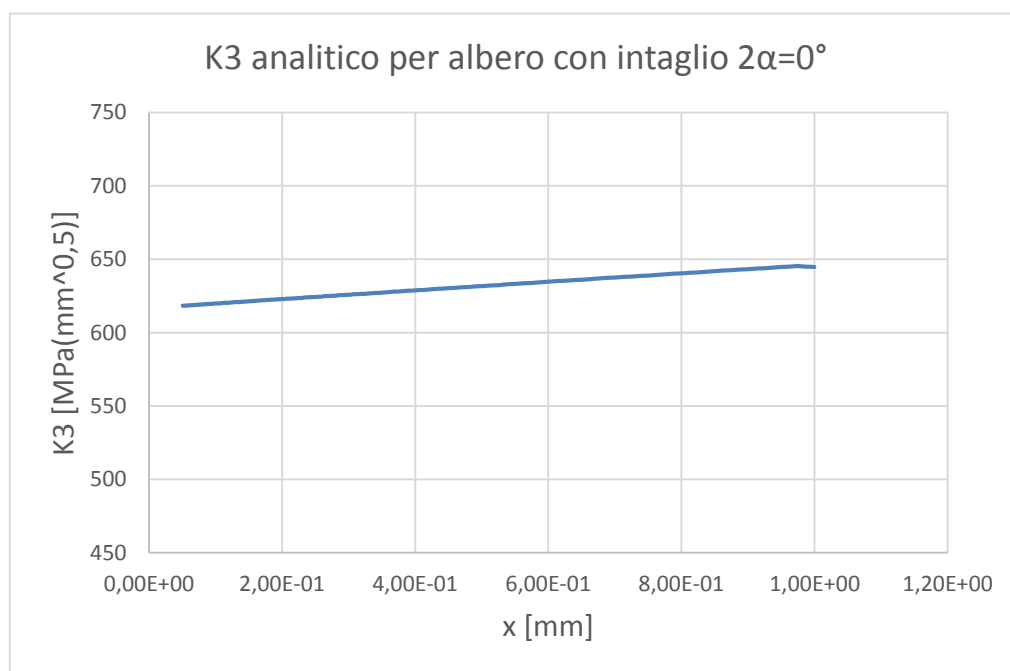


Figura 178: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=0^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $627 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,5}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $27,1 \text{ MPa}(\text{mm})^{0,5}$ per cui una differenza del 4,3% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile. Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 2,71749 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 615,46 \text{ MPamm}^{0,5}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $11,83 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,5})$, in termini relativi circa l'1,9%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.1.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 179 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 180.

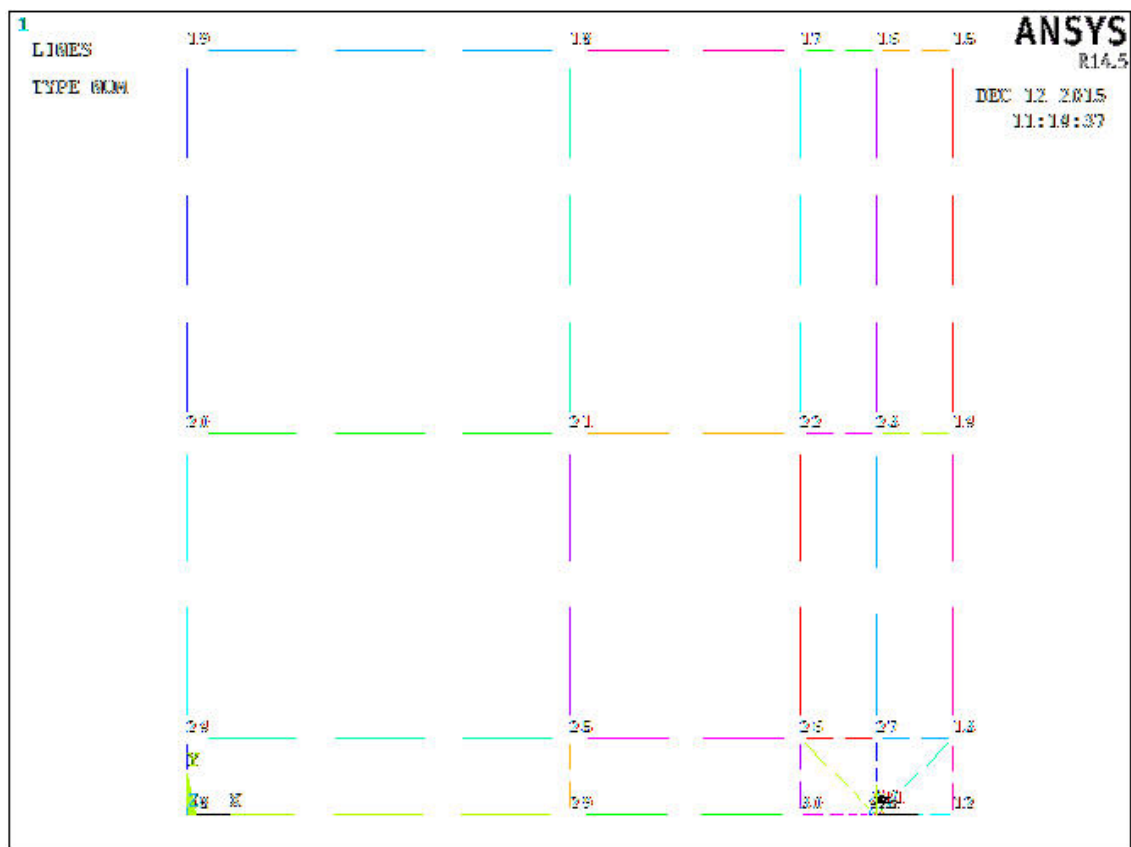


Figura 179: Modello studiato angolo apertura intaglio 0°, linee di costruzione rade

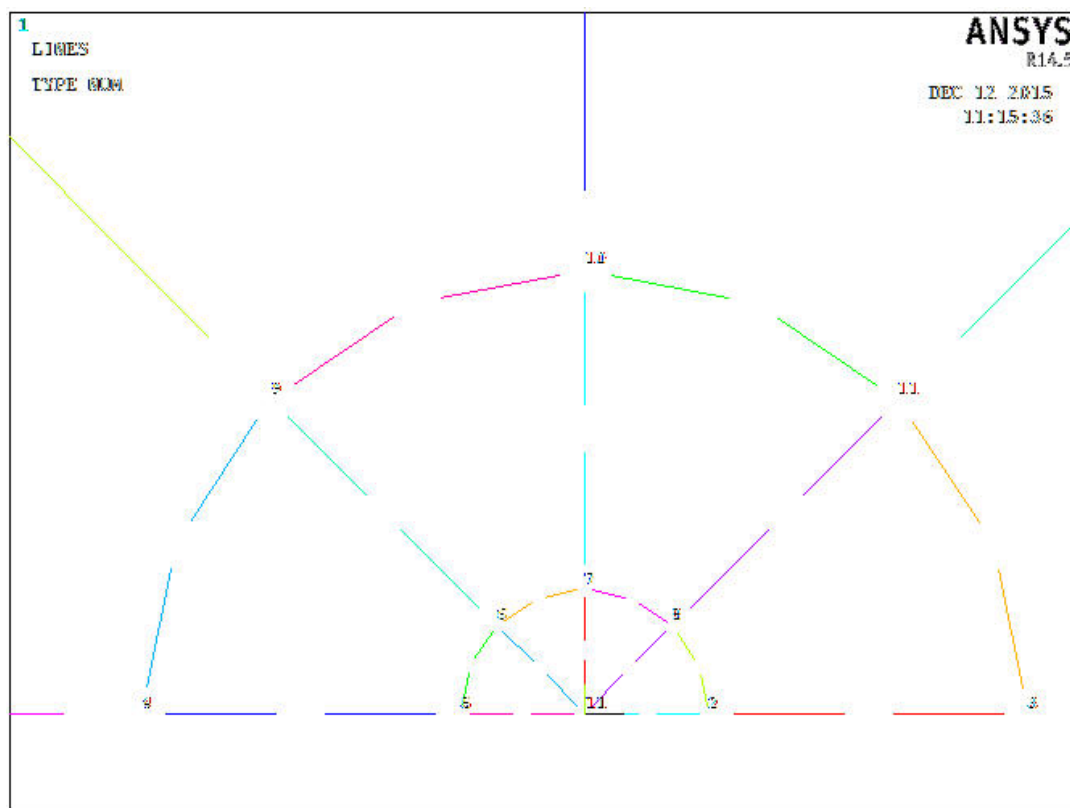


Figura 180: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 181 e 182, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

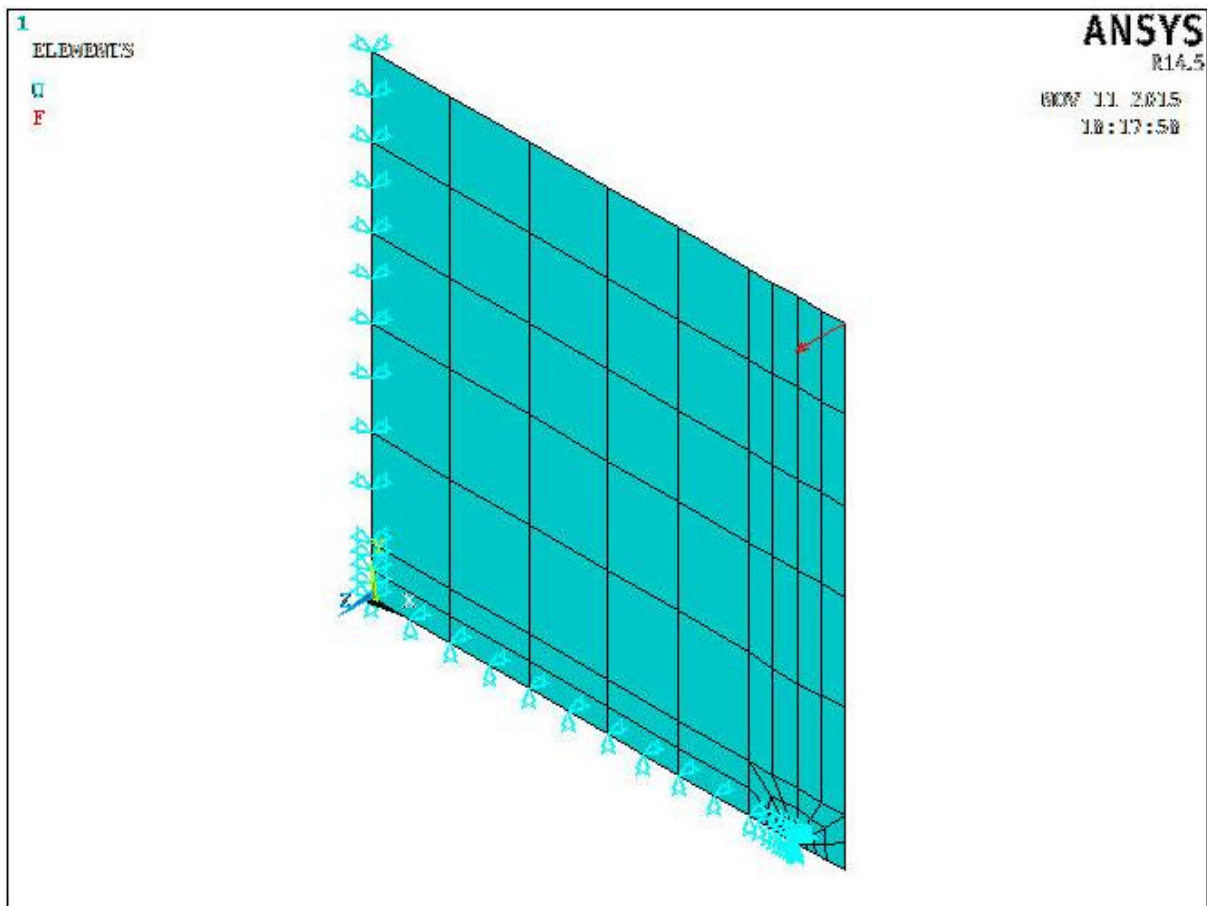


Figura 181: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

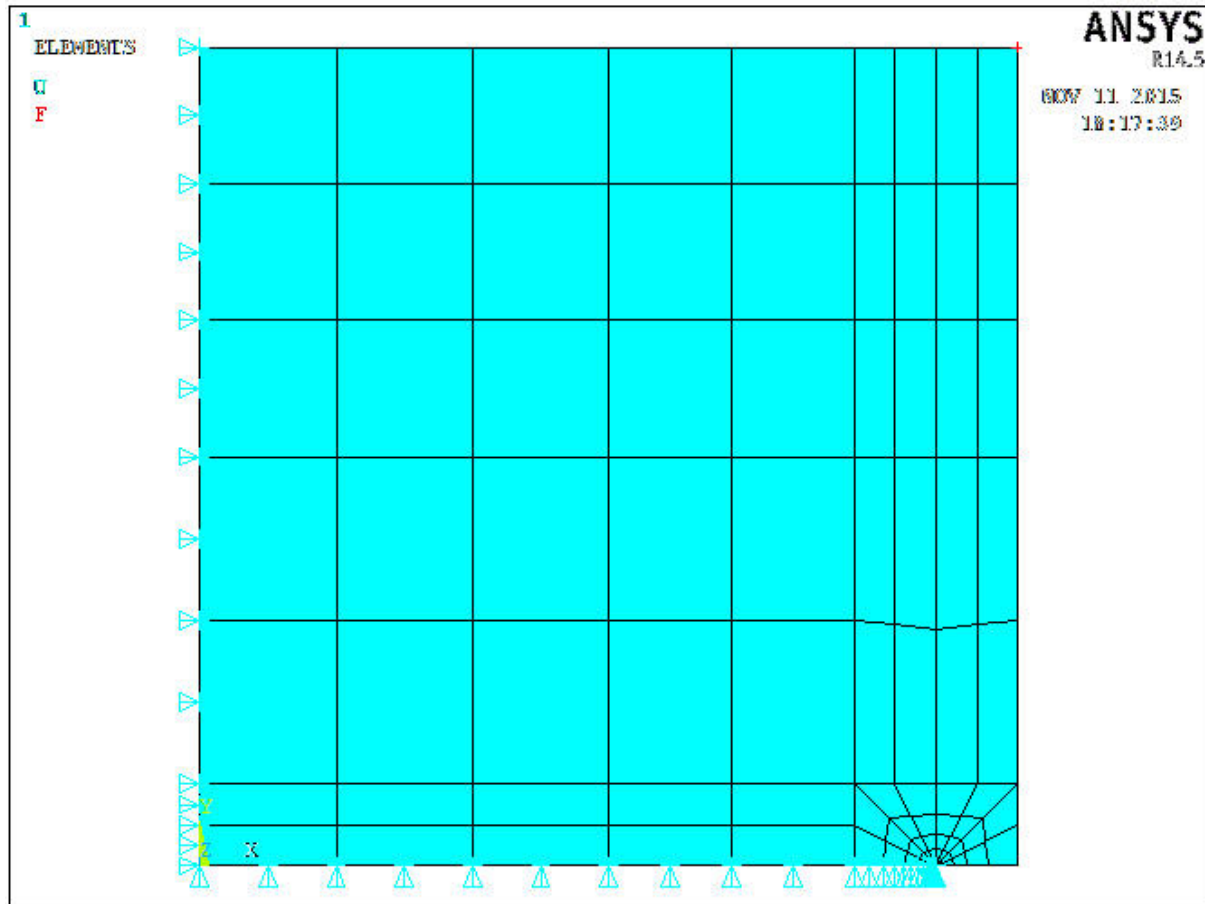


Figura 182: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 0°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 2,722337 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 616 \text{ MPamm}^{0,5}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $11,3 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,5})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,8%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,54 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,5})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,08%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.2 Albero con apertura intaglio 30°

Il secondo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 30° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.2.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 183 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 184.

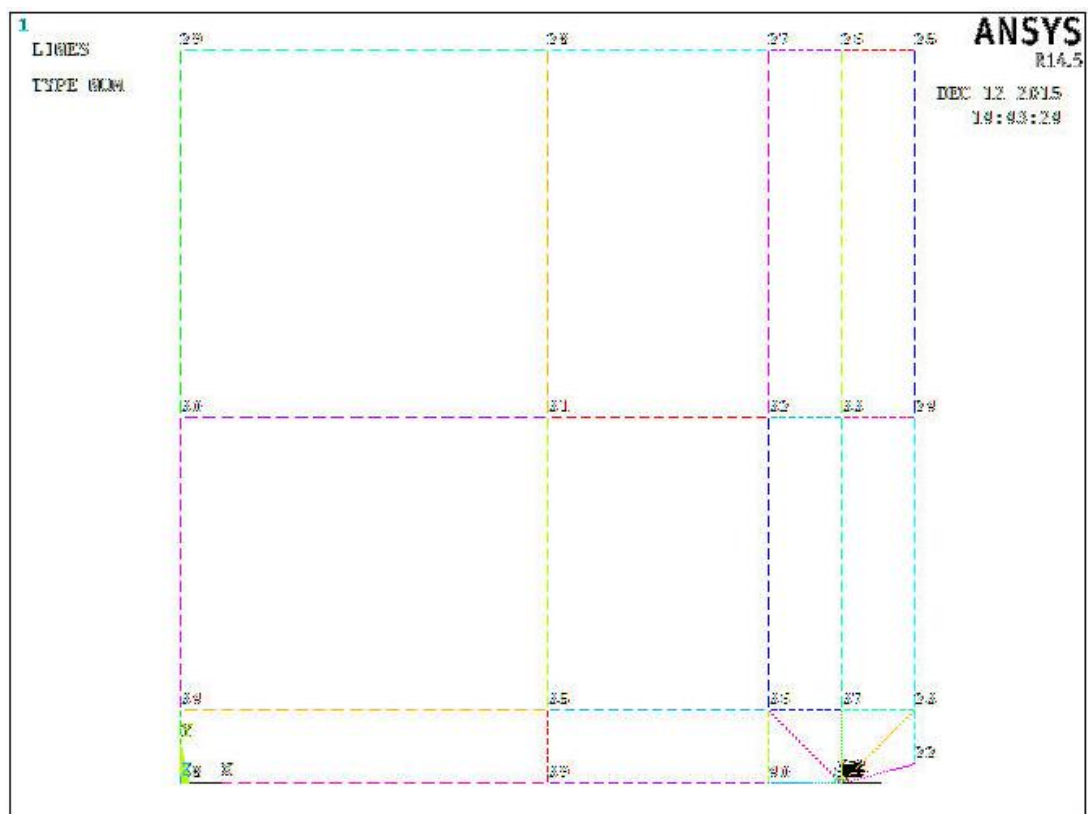


Figura 183: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione fini

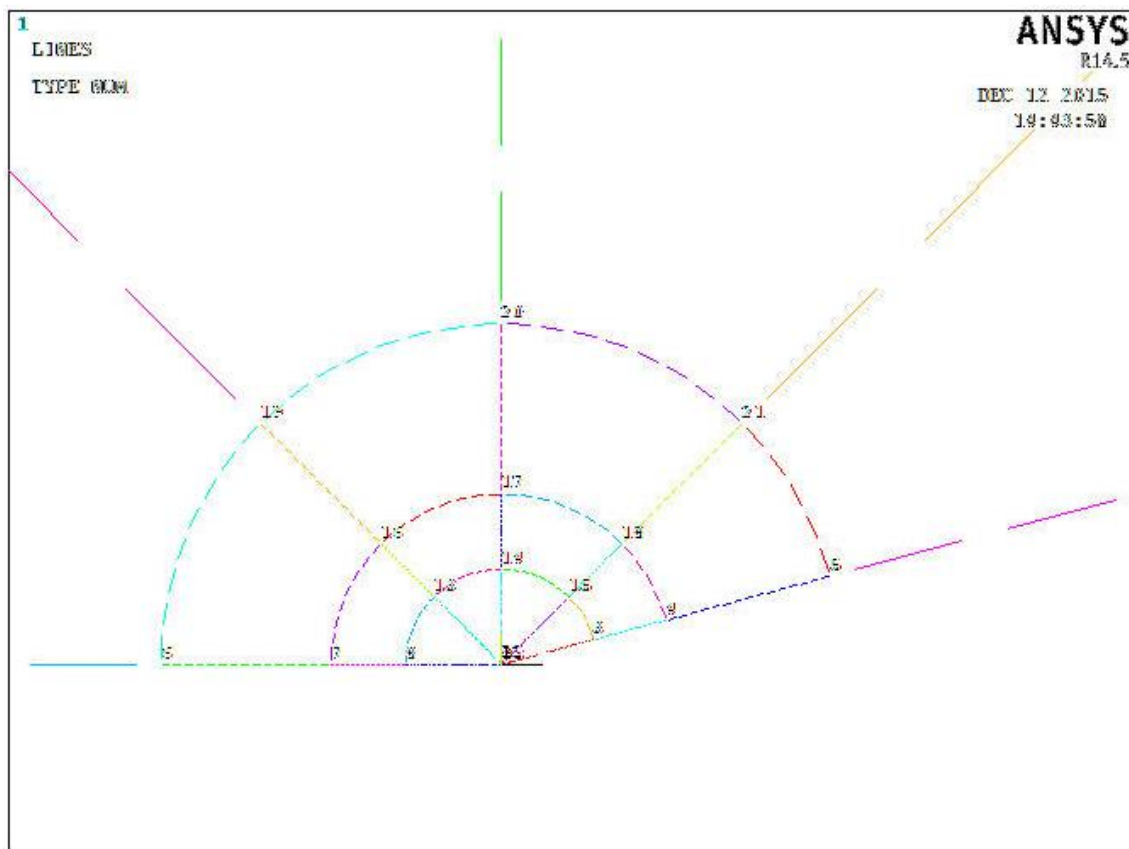


Figura 184: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 185 e 186, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

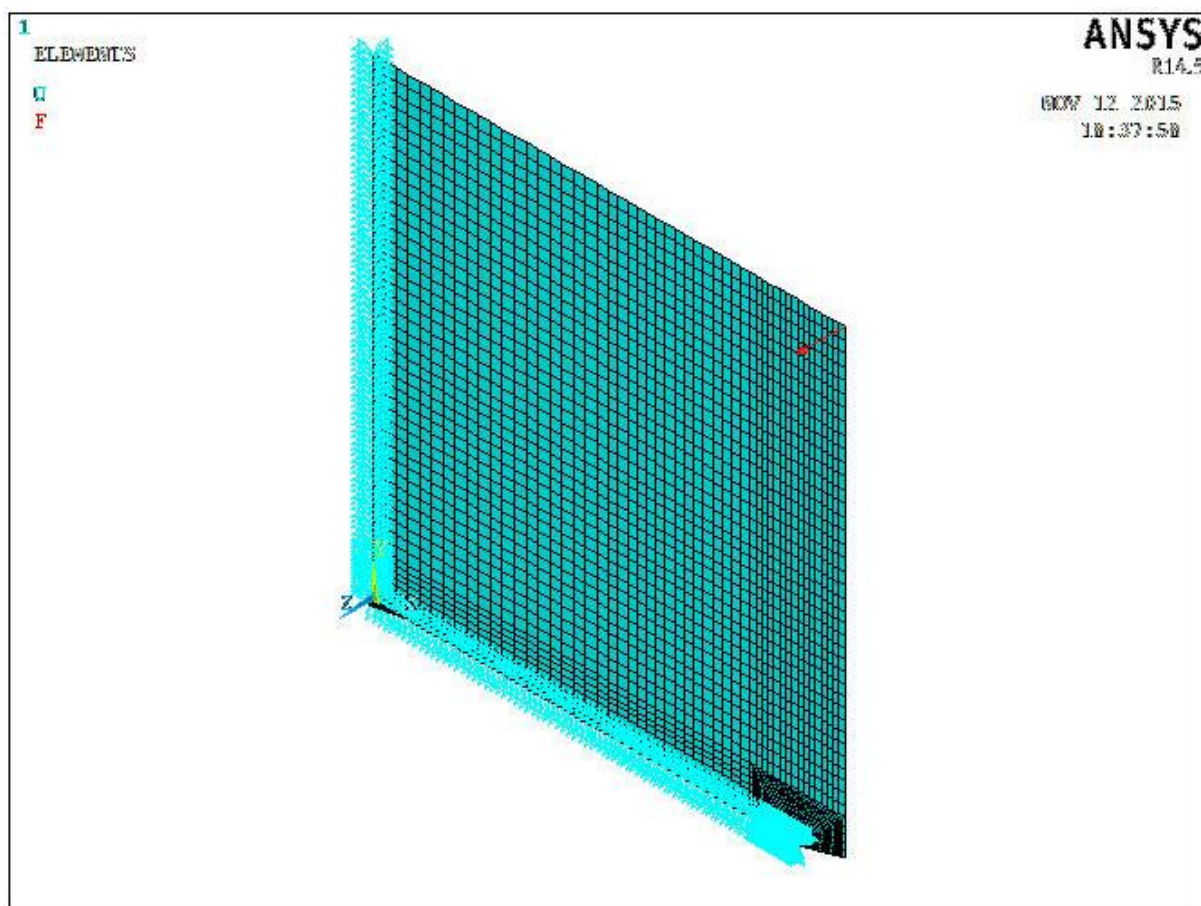


Figura 185: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

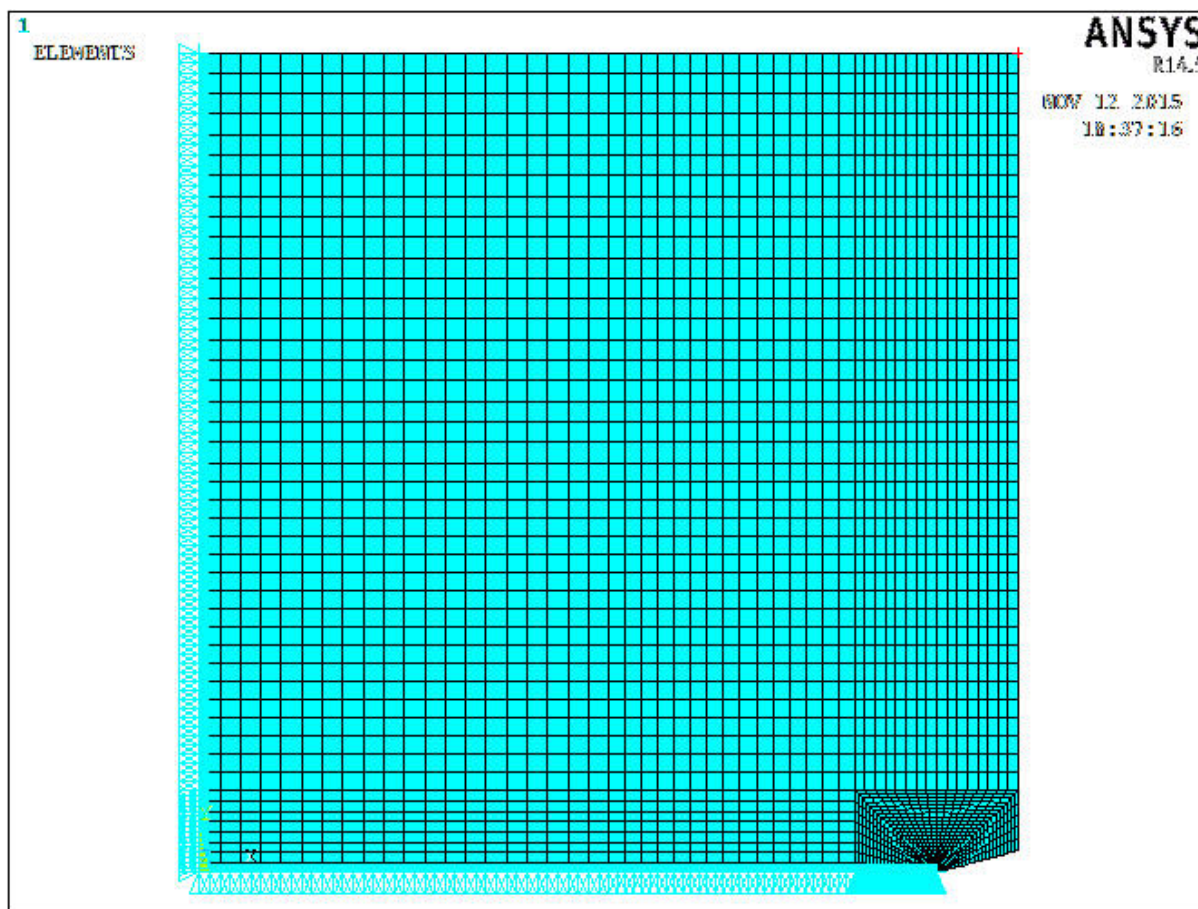


Figura 186: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 187 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 30°.

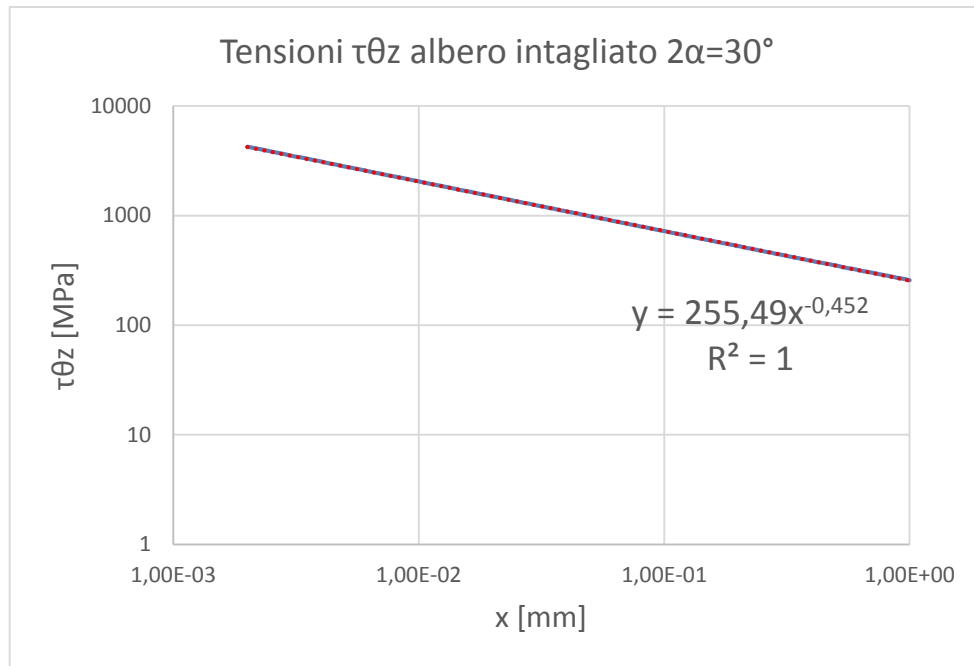


Figura 187: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 30° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a -0,452 inferiore al caso precedente della cricca, essendo l'intaglio meno "gravoso". E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 188 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

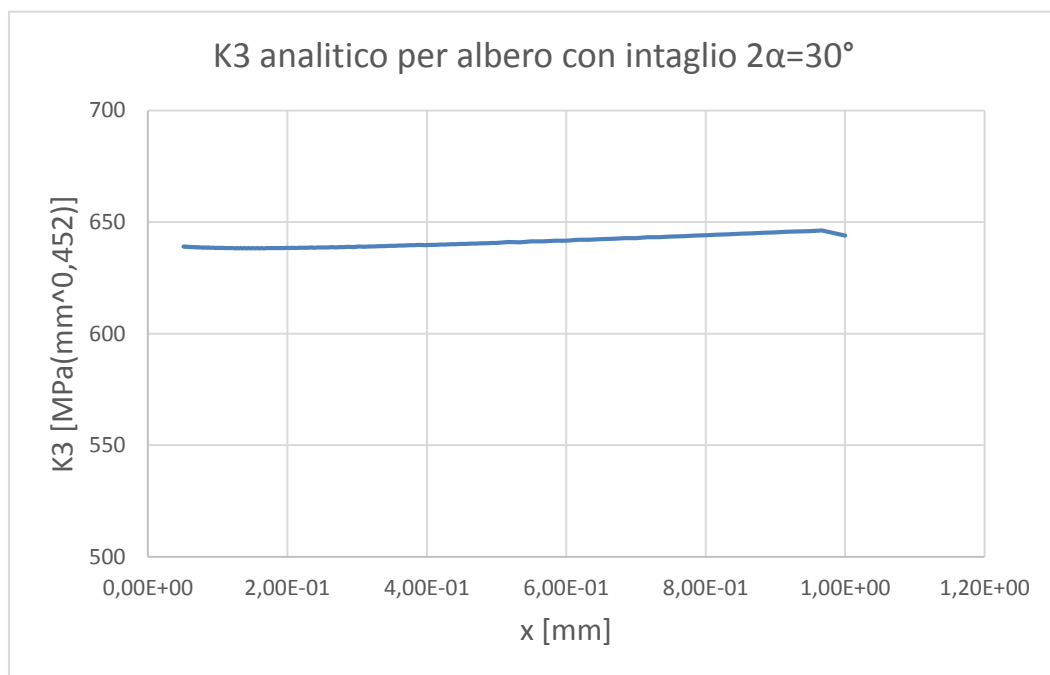


Figura 188: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=30^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 639,82 MPa(mm)^{0,452}, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 7,94 MPa(mm)^{0,452} per cui una differenza dell'1,2% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 2,343513 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 634,59 \text{ MPamm}^{0,452}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 5,23 MPa(mm^{0,452}), in termini relativi circa lo 0,8%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.2.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 189 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 190.

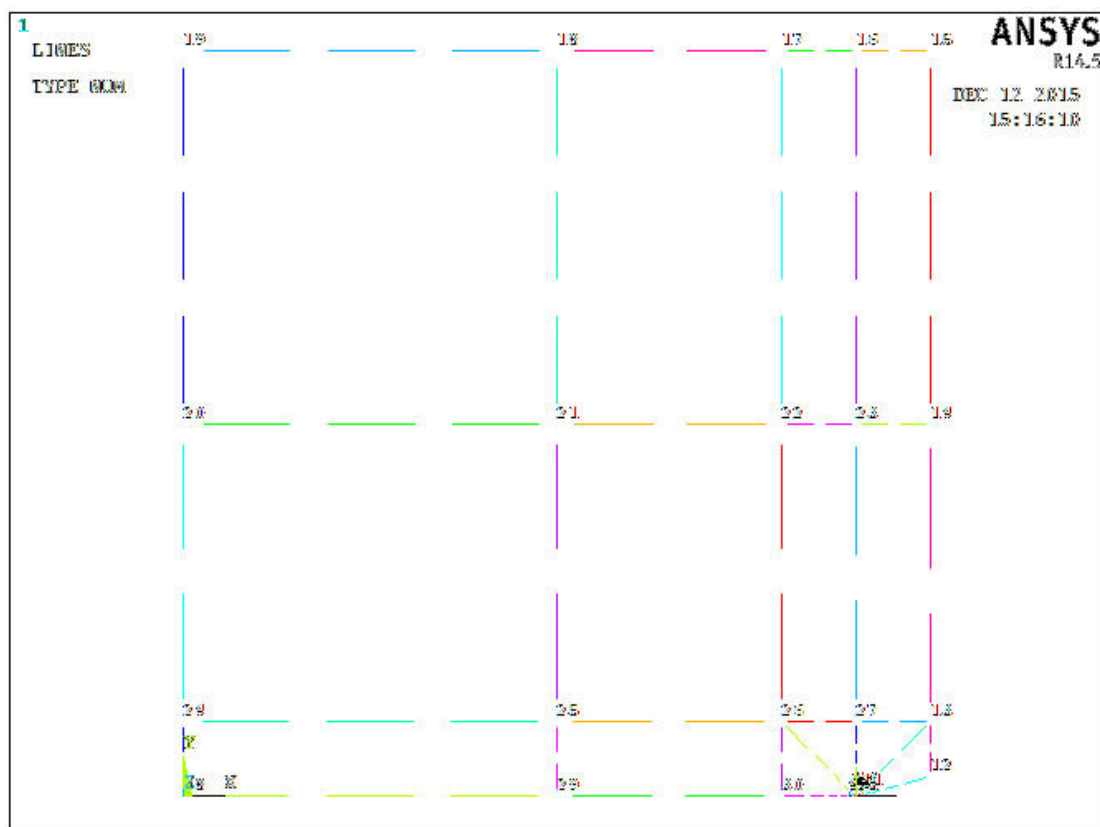


Figura 189: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione rade

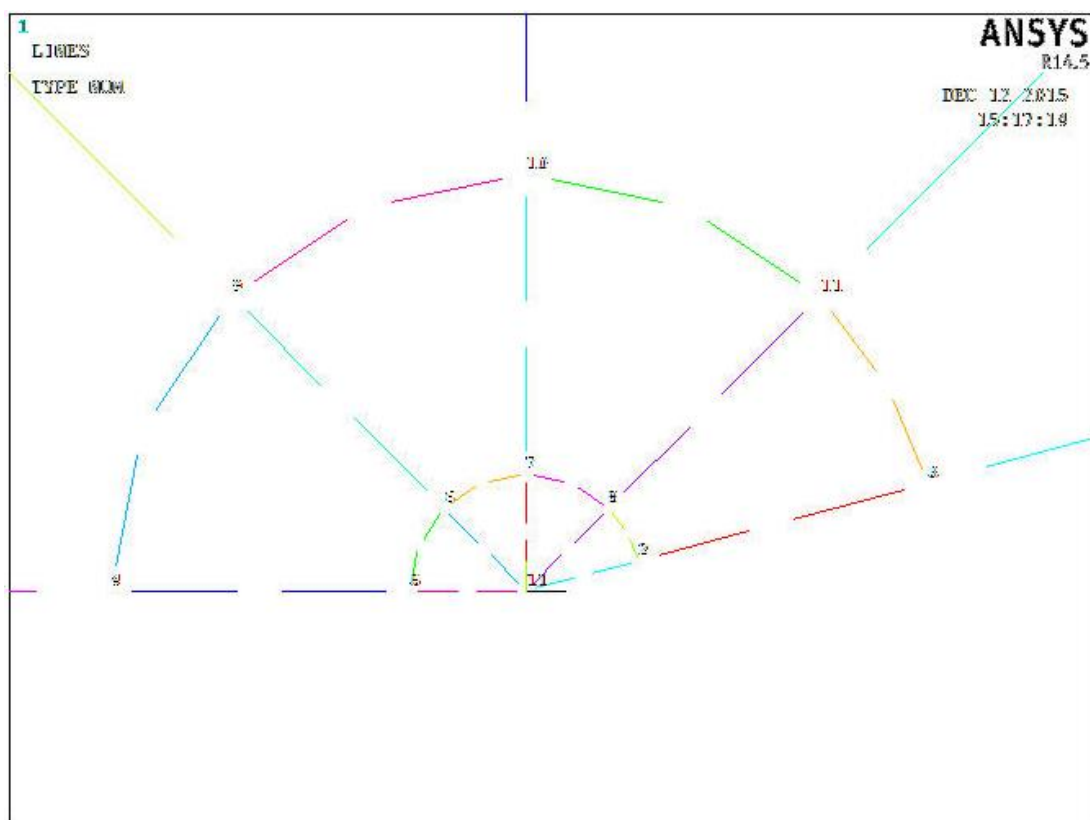


Figura 190: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 191 e 192, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

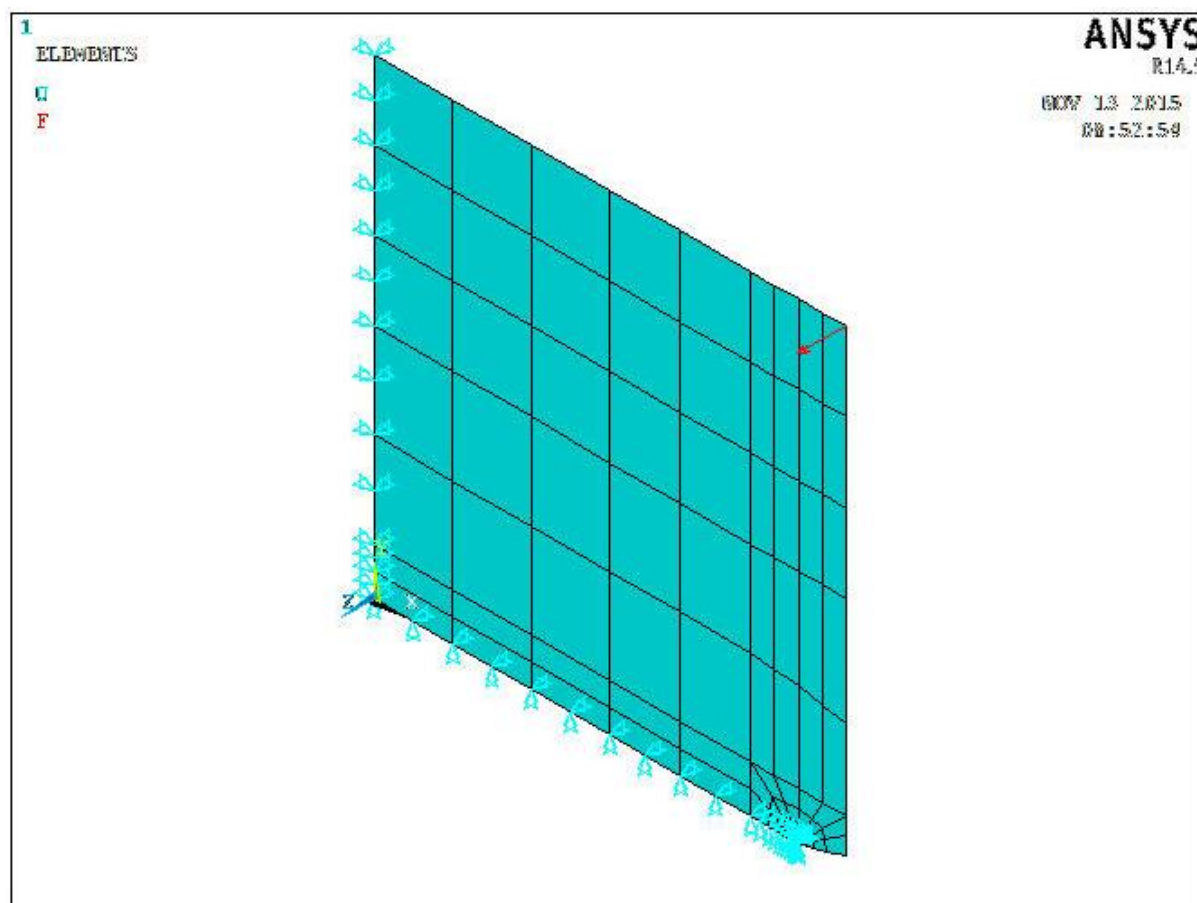


Figura 191: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

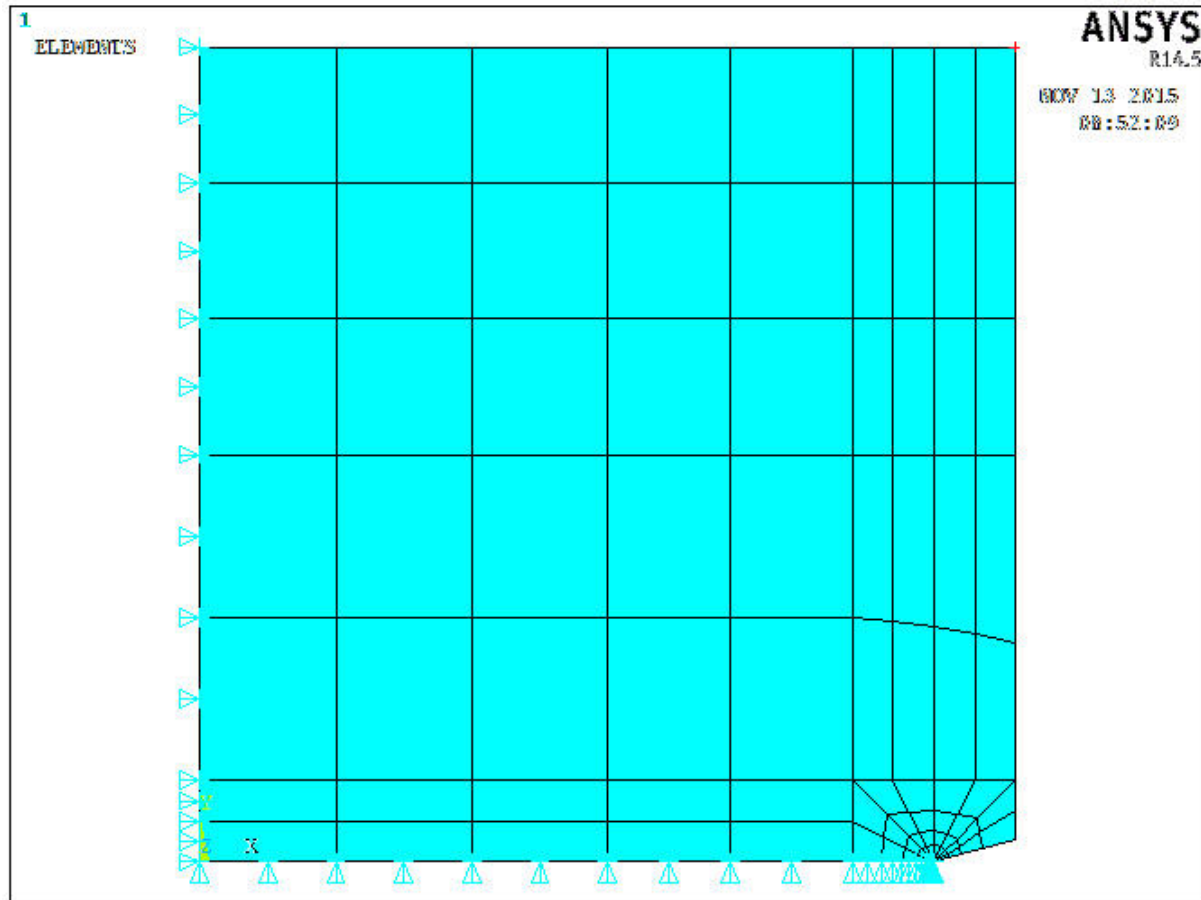


Figura 192: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 2,34928 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 635,37 \text{ MPamm}^{0,452}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $4,45 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,452})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,6%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,78 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,452})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,12%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.3 Albero con apertura intaglio 60°

Il terzo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 60° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.3.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 193 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 194.

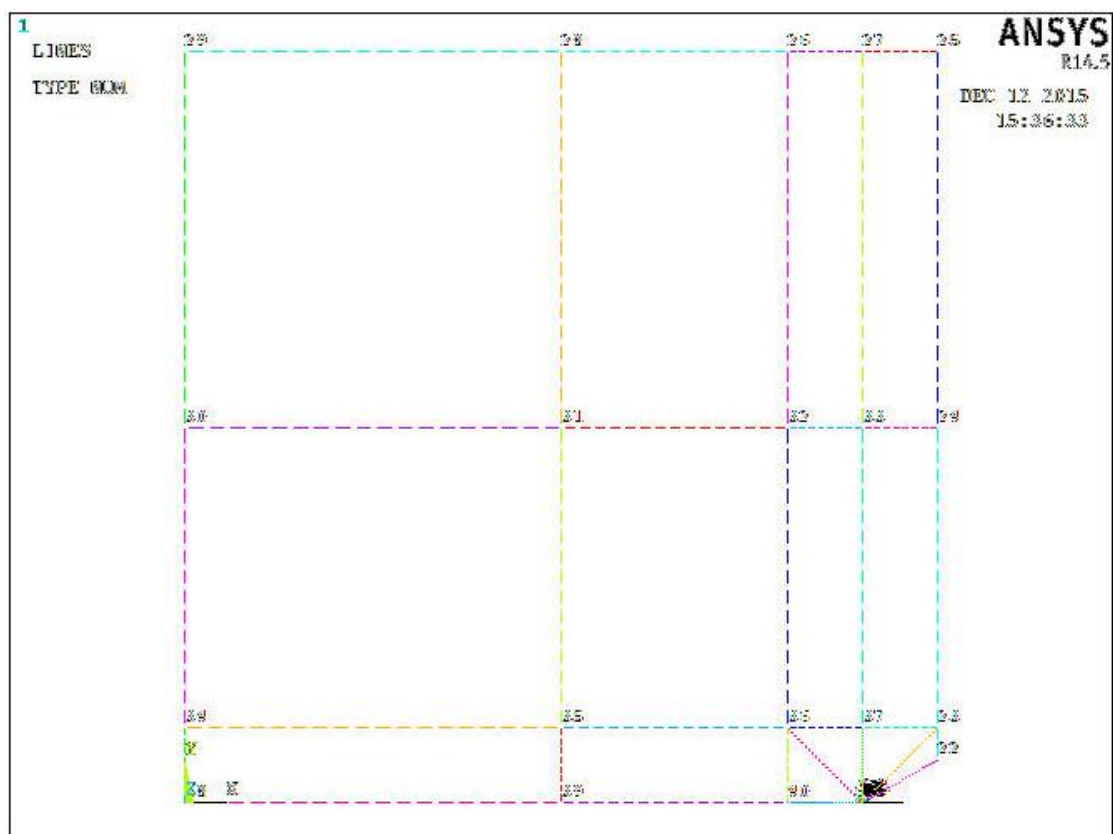


Figura 193: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione fini

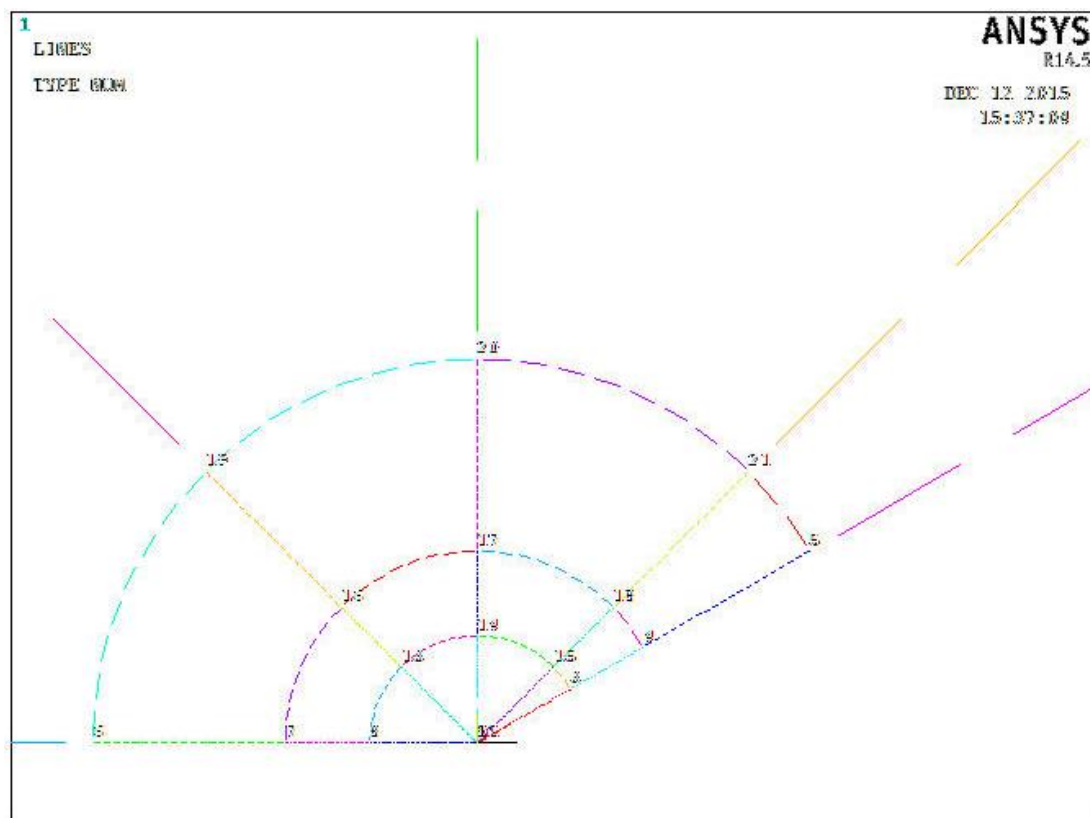


Figura 194: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 195 e 196, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

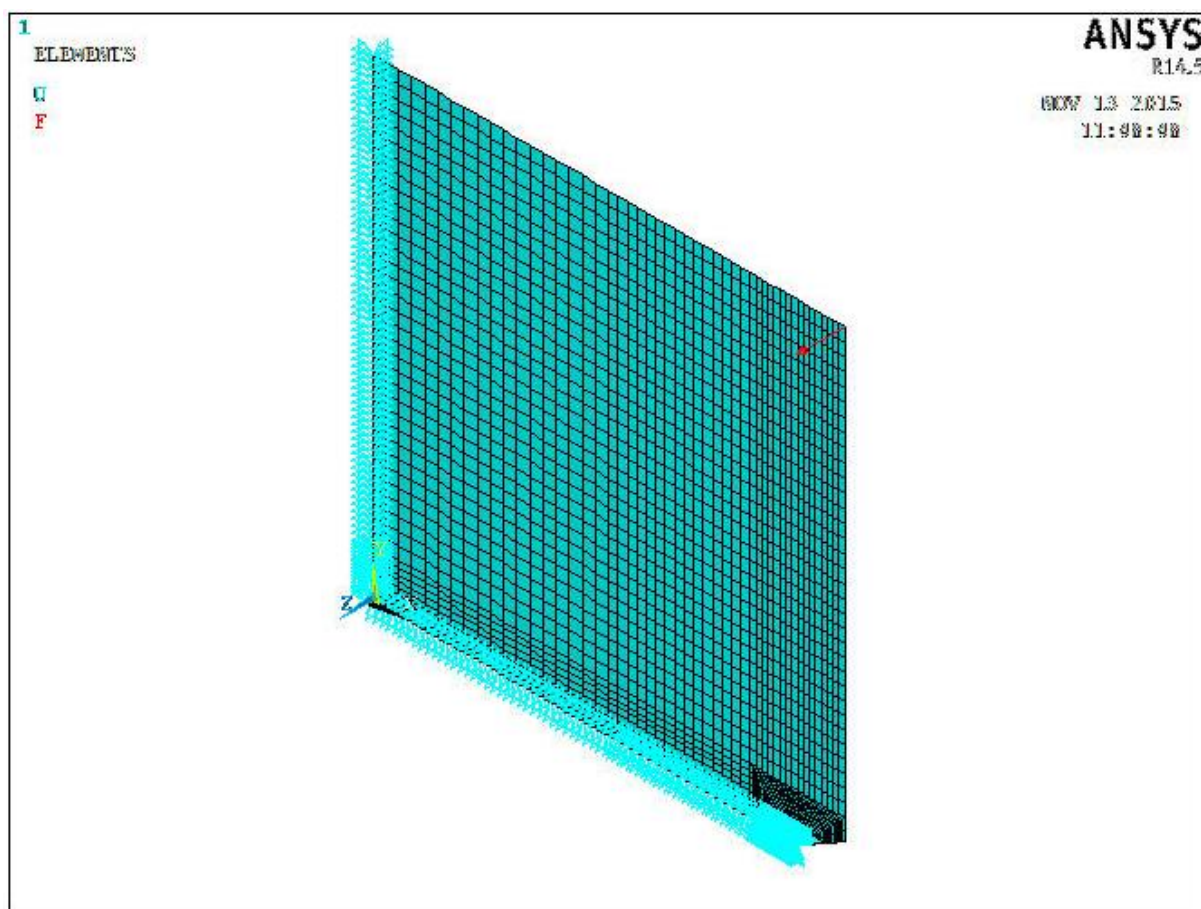


Figura 195: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

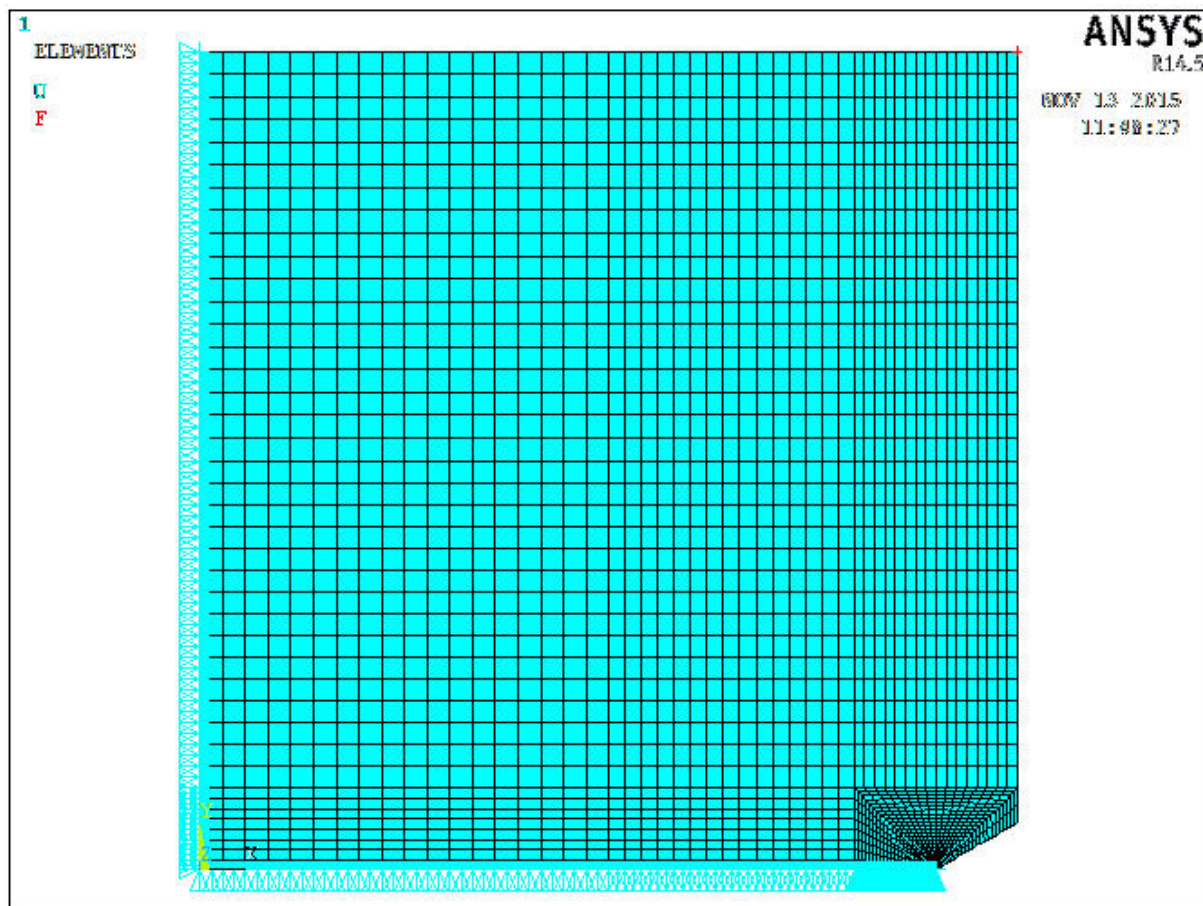


Figura 196: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 197 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 60°.

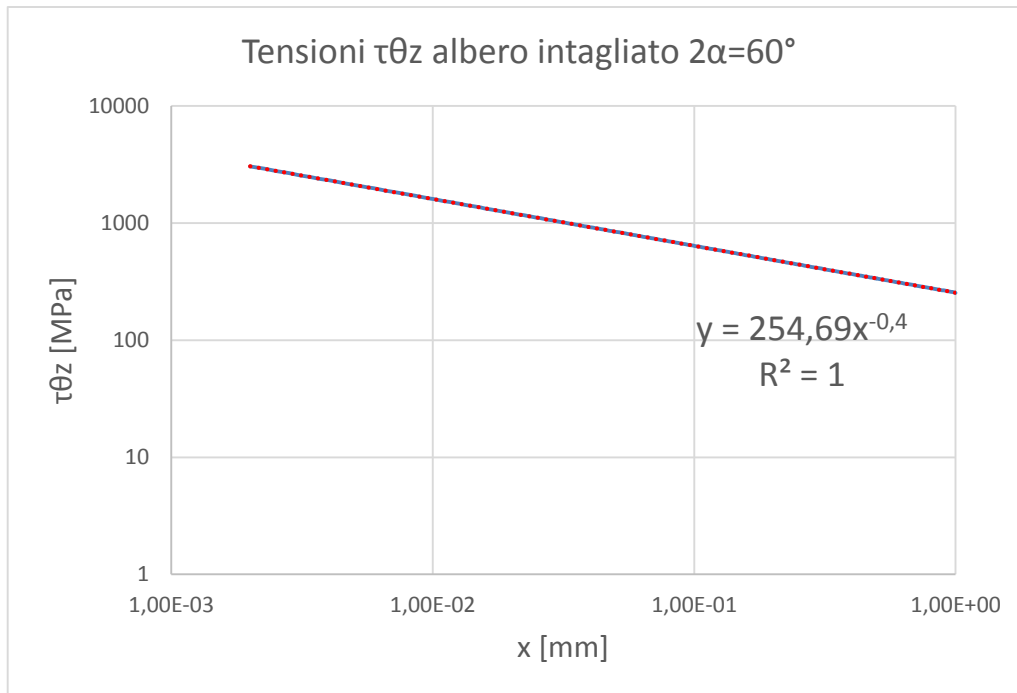


Figura 197: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 60°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 60° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a -0,4 inferiore al caso dell'intaglio di 30° . E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 198 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

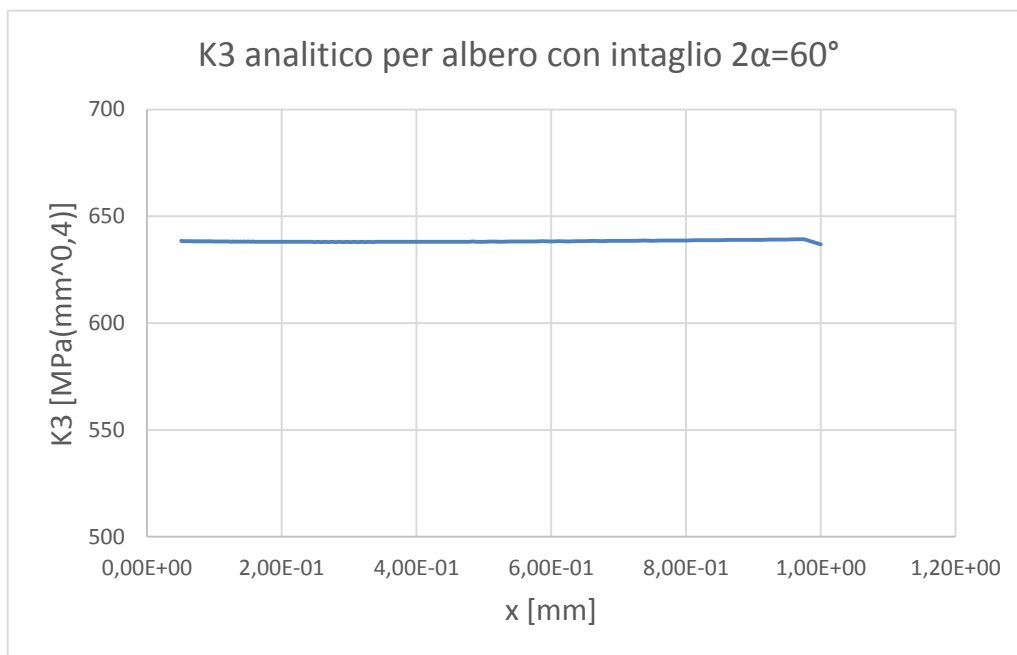


Figura 198: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=60^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 638,23 MPa(mm^{0,4}), con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 2,26 MPa(mm^{0,4}) per cui una differenza dello 0,35% rispetto al valore medio di K₃, e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio R₀ = 0,28 mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 1,882751 \text{ Nmm/mm}^3$$

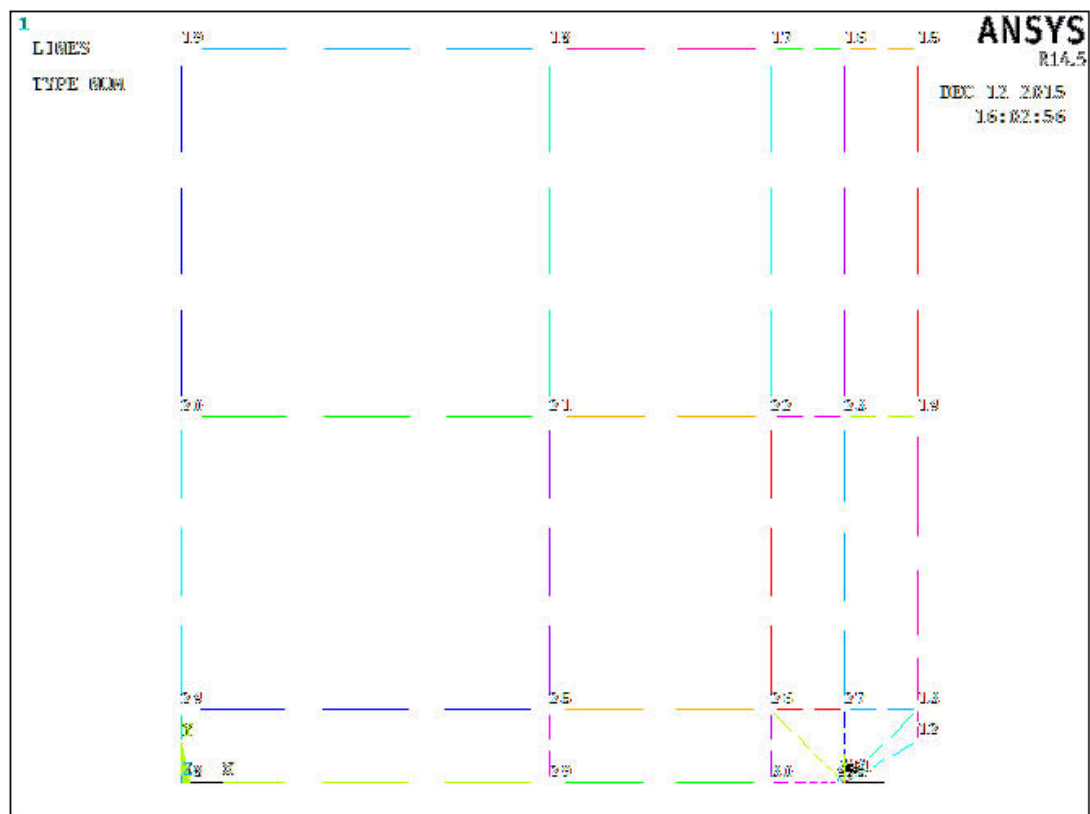
E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K₃, attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 637,36 \text{ MPamm}^{0,4}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K₃ analitico e K₃ da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 0,87 MPa(mm^{0,4}), in termini relativi circa lo 0,1%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K₃.

7.2.3.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 199 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 200.



Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 201 e 202, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

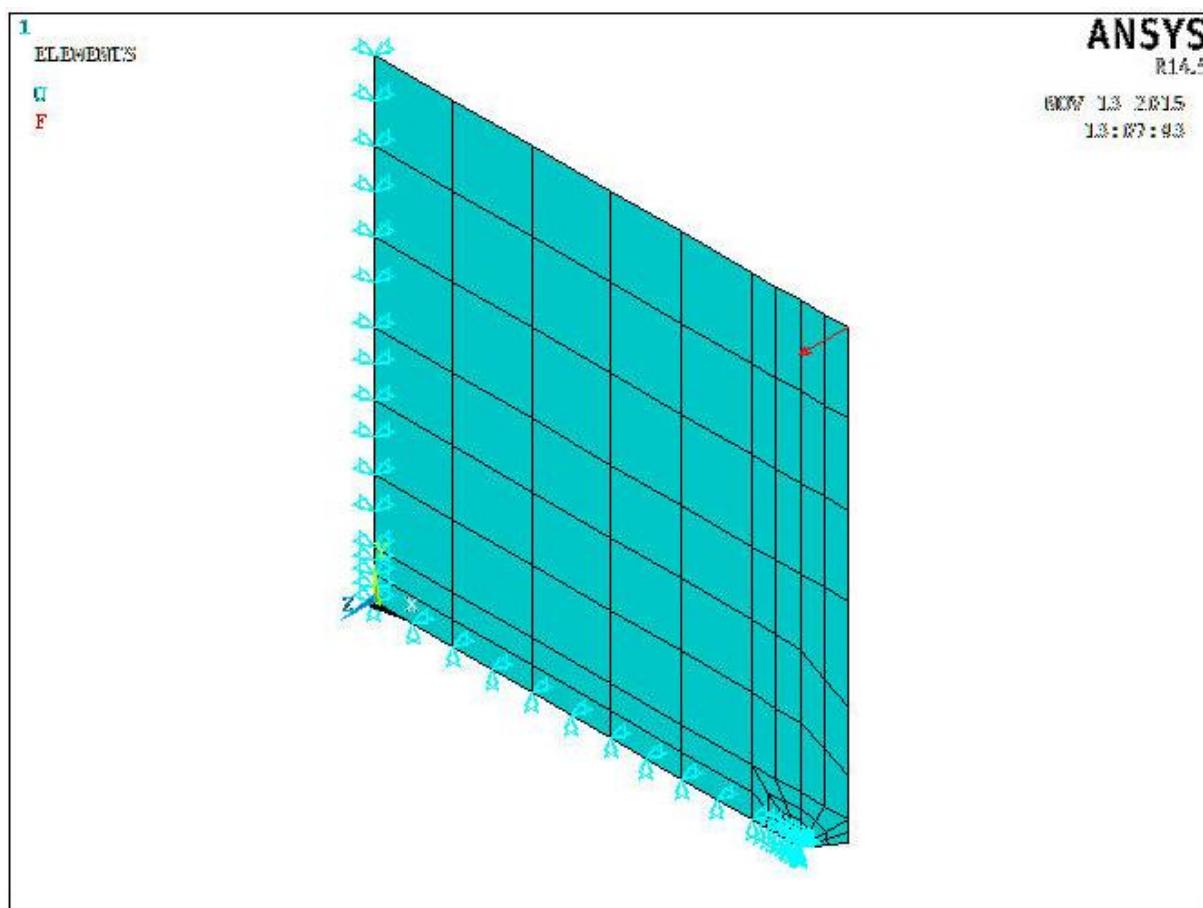


Figura 201: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

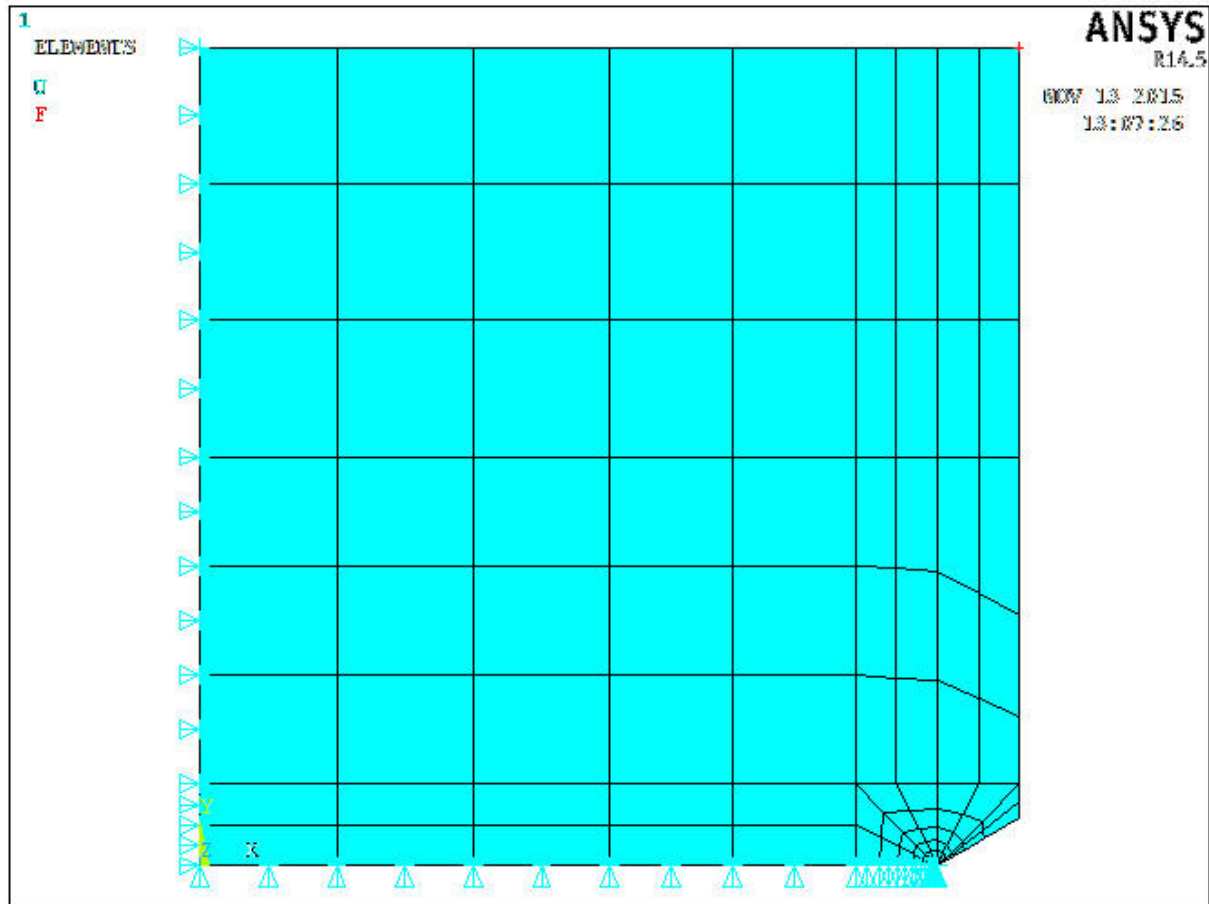


Figura 202: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 1,884457 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 637,65 \text{ MPamm}^{0,4}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $0,58 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,4})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,09%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,29 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,4})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,05%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.4 Albero con apertura intaglio 90°

Il quarto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 90° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.4.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 203 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 204.

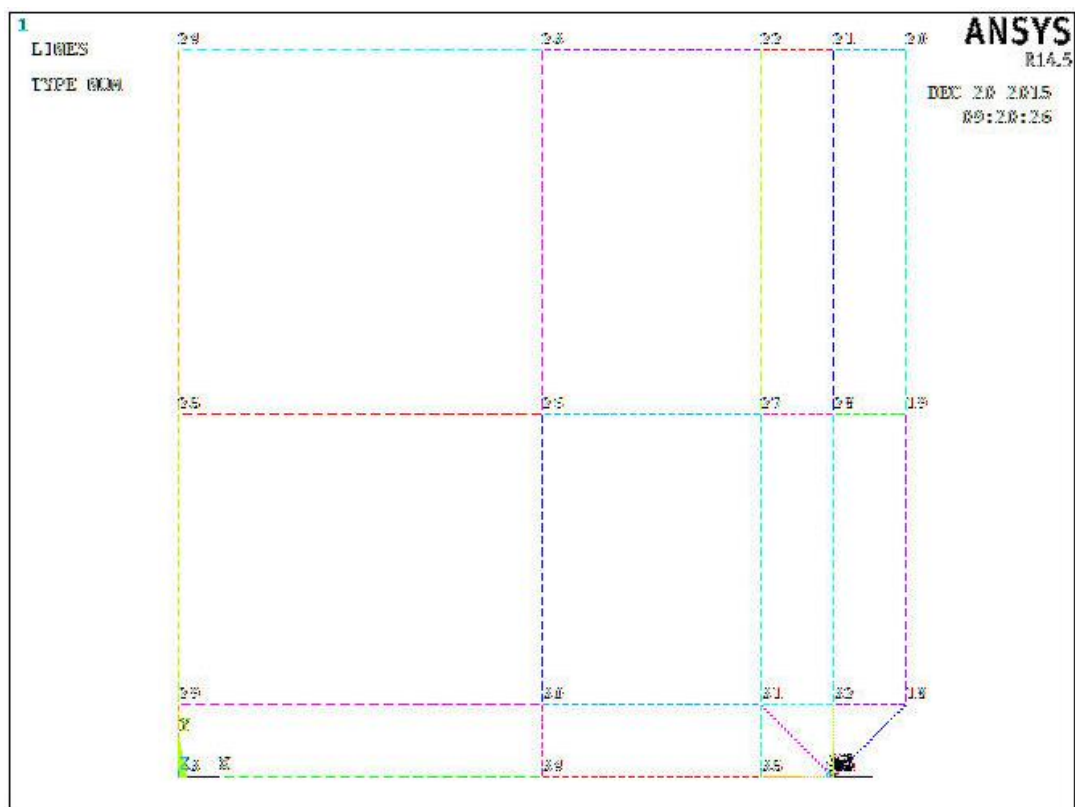


Figura 203: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione fini

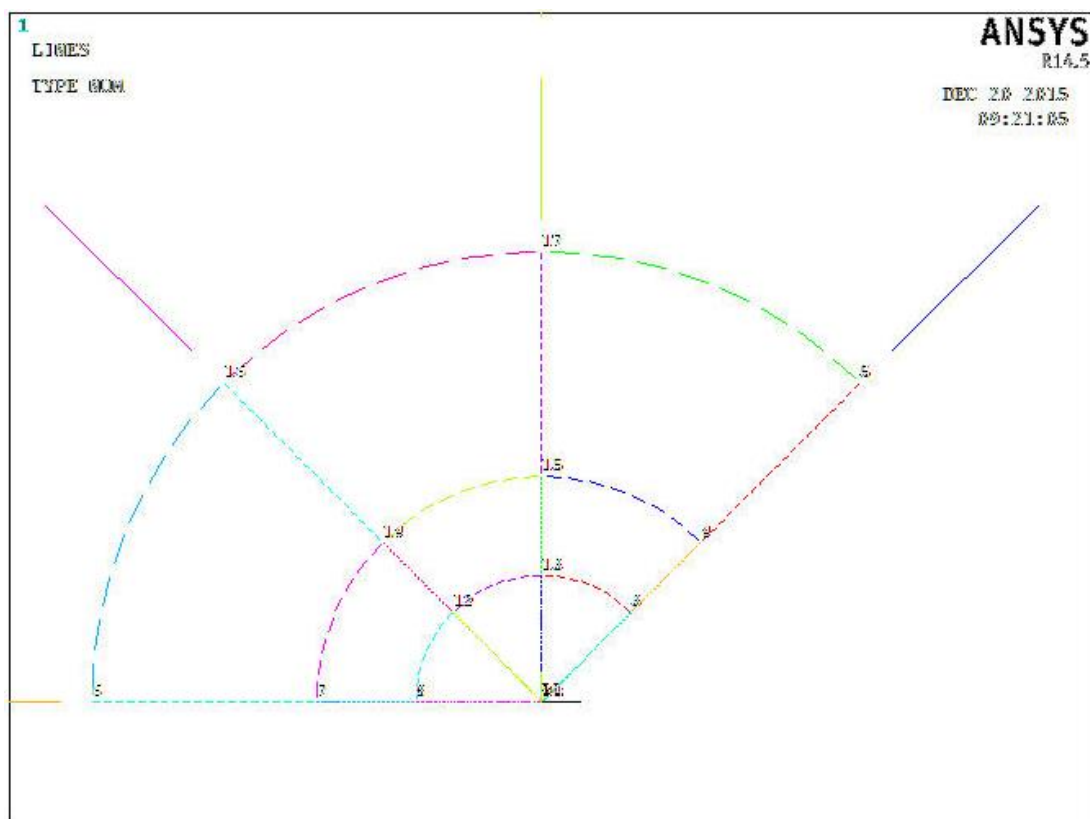


Figura 204: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 205 e 206, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

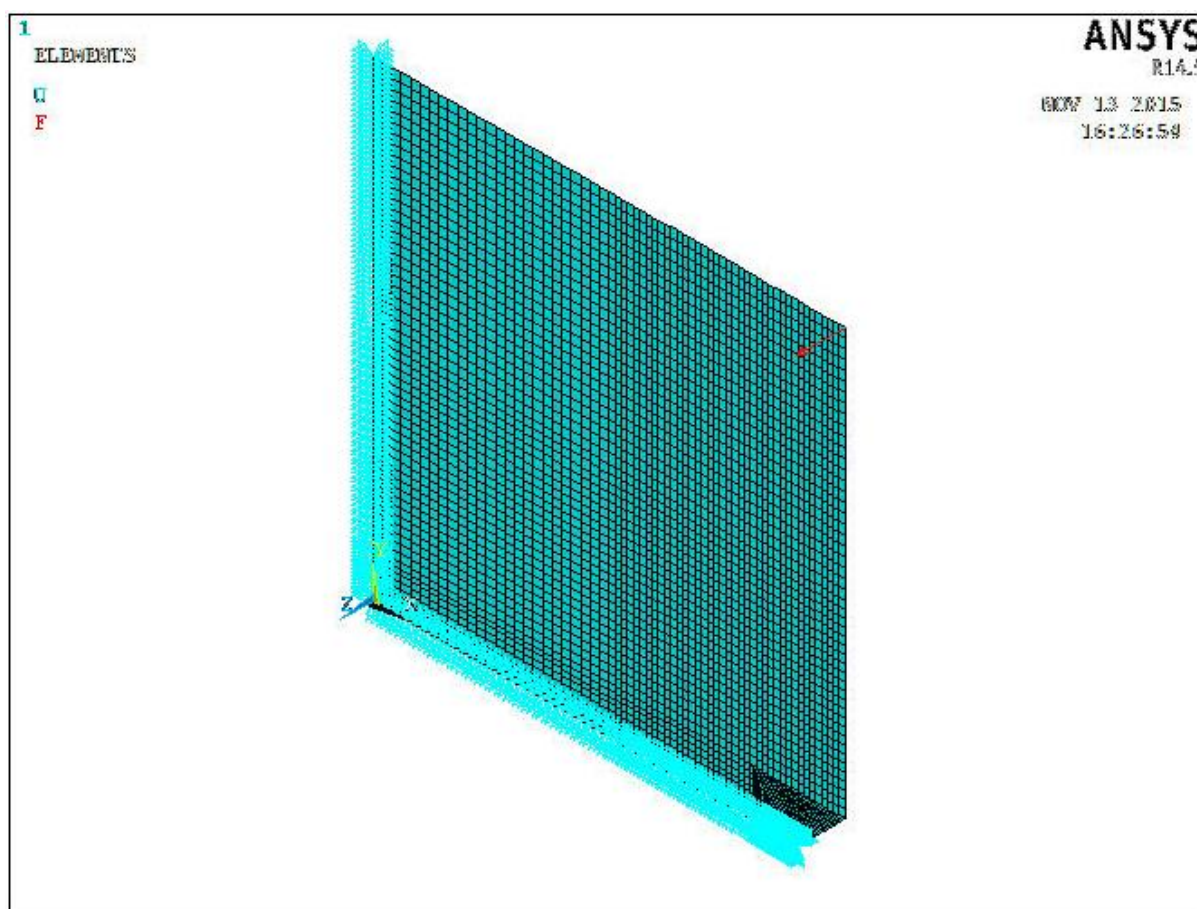


Figura 205: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

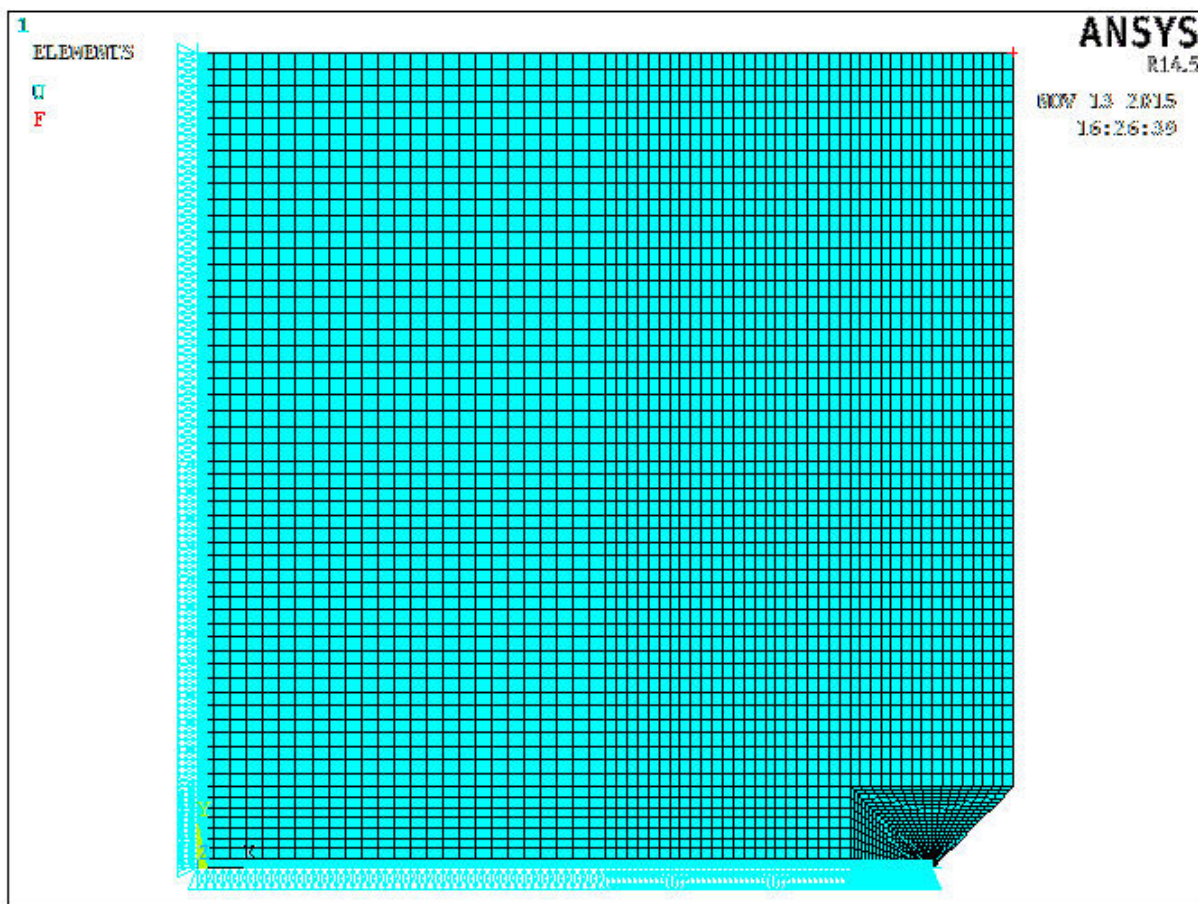


Figura 206: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 90°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 207 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 90°.

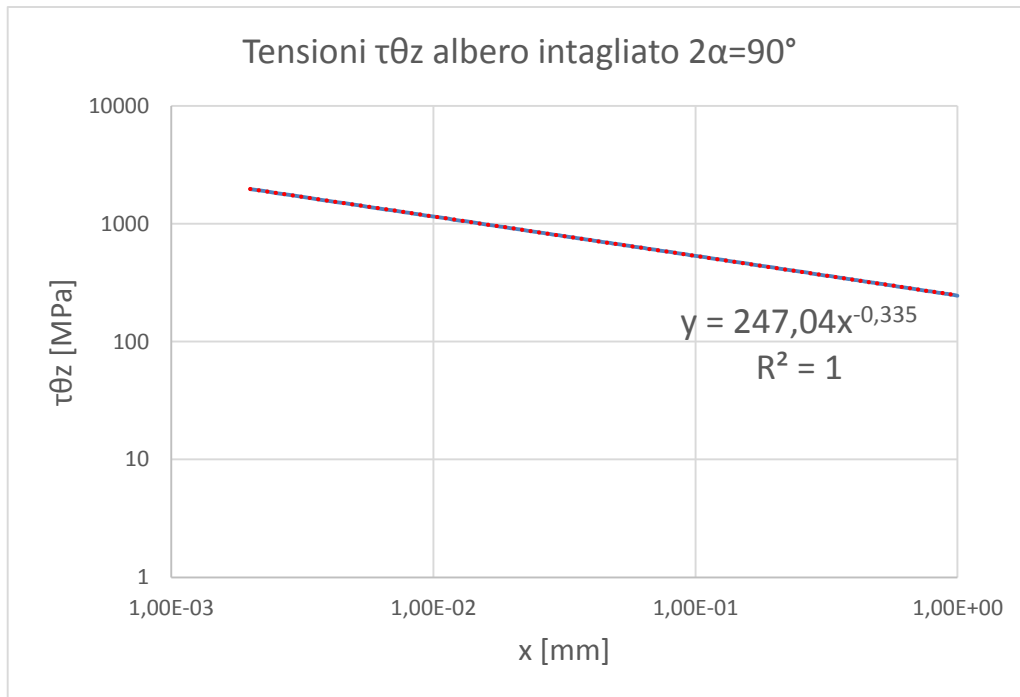


Figura 207: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 90°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 90° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,335$ inferiore al caso dell'intaglio di 60° . E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 208 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

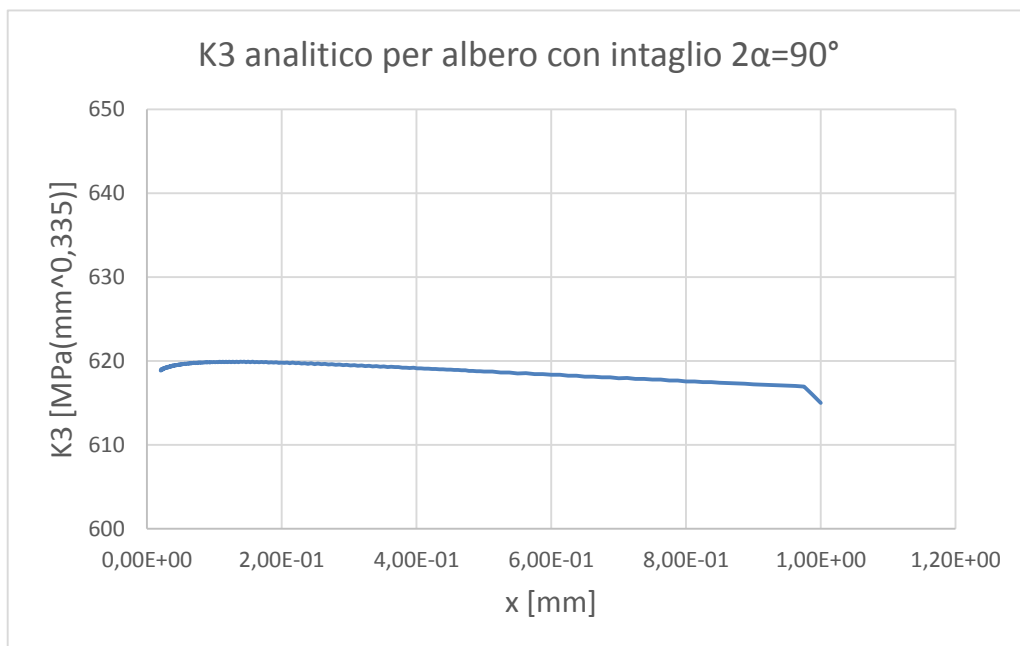


Figura 208: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=90^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 619,13 MPa(mm)^{0,335}, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 4,9 MPa(mm)^{0,335} per cui una differenza dello 0,79% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 1,36189 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 620,7 \text{ MPamm}^{0,335}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 1,57 MPa(mm^{0,335}), in termini relativi circa lo 0,25%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.4.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 209 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 210.

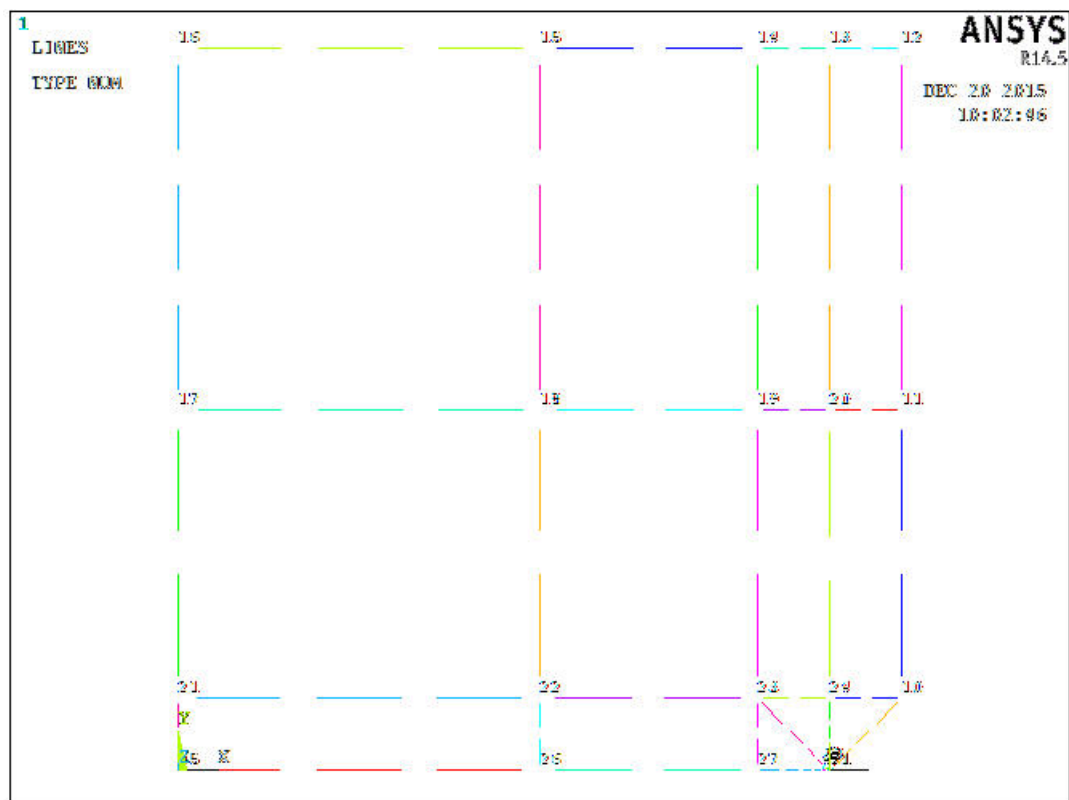


Figura 209: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione rade

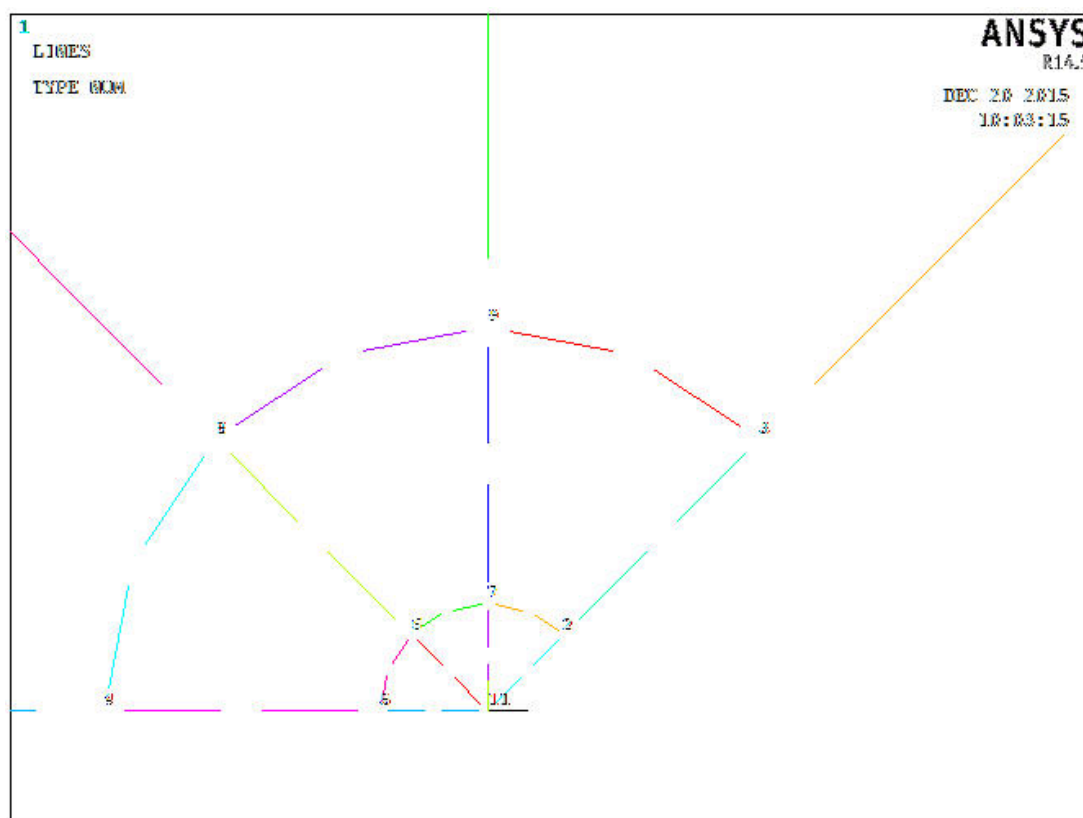


Figura 210: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 211 e 212, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

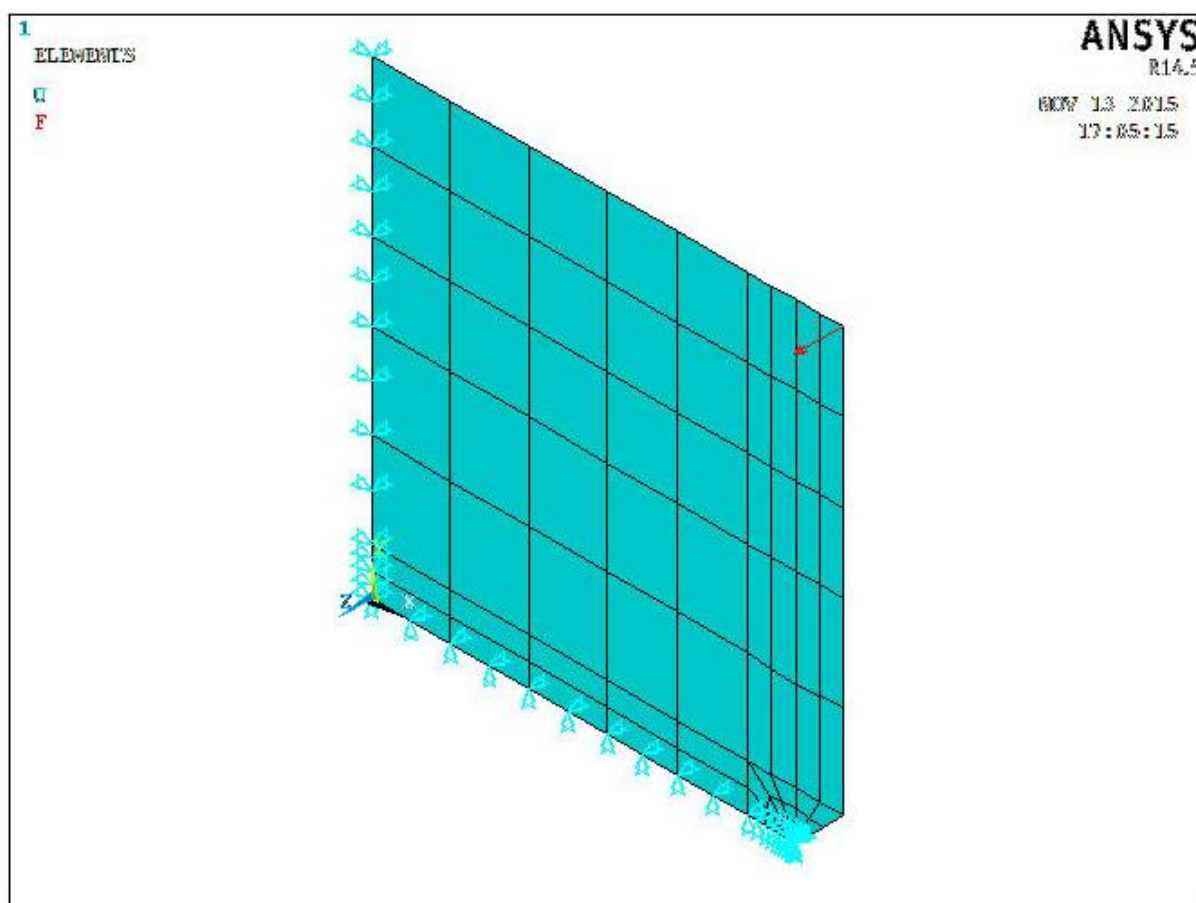


Figura 211: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

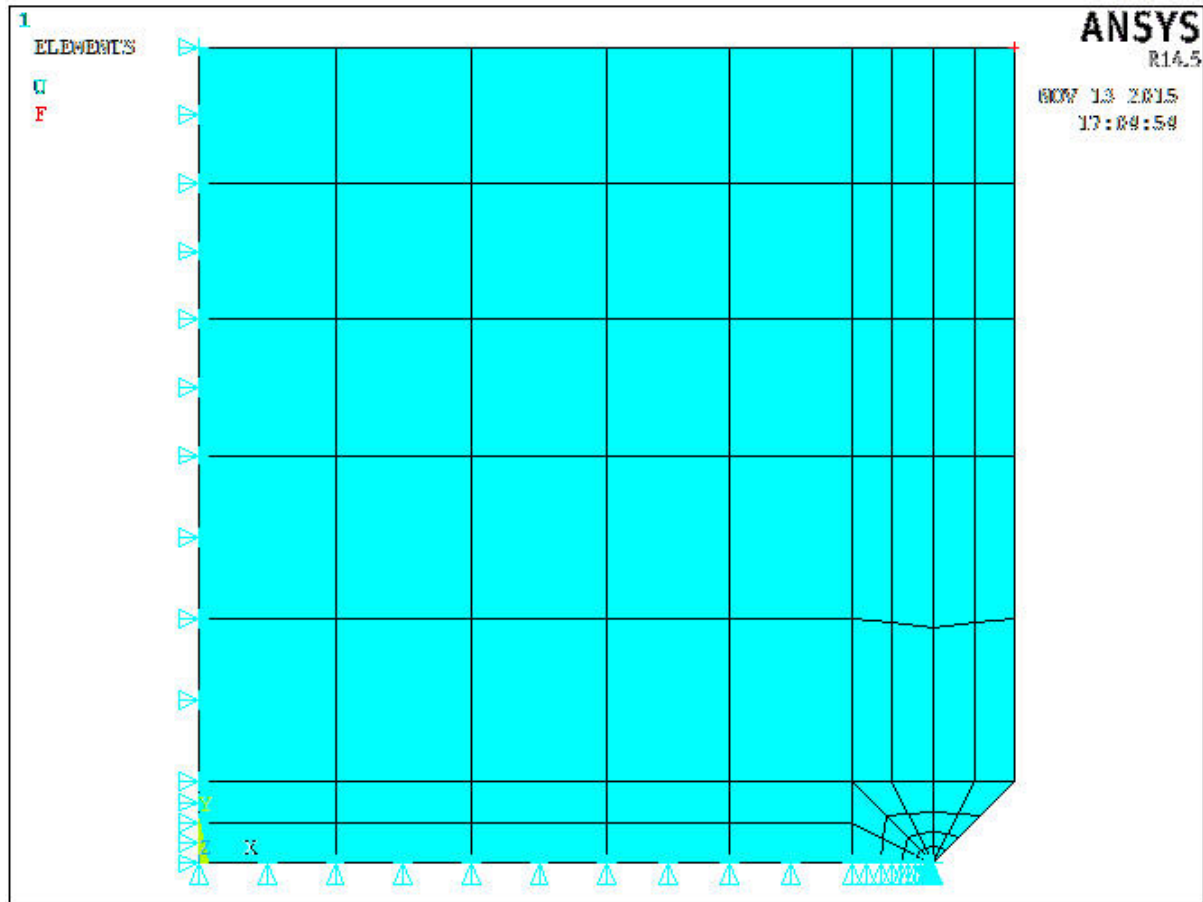


Figura 212: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 90°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 1,36579 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 621,59 \text{ MPamm}^{0,335}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $2,46 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,335})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,4%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,89 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,335})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,14%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.5 Albero con apertura intaglio 120°

Il quinto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 120° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.5.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 213 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 214.

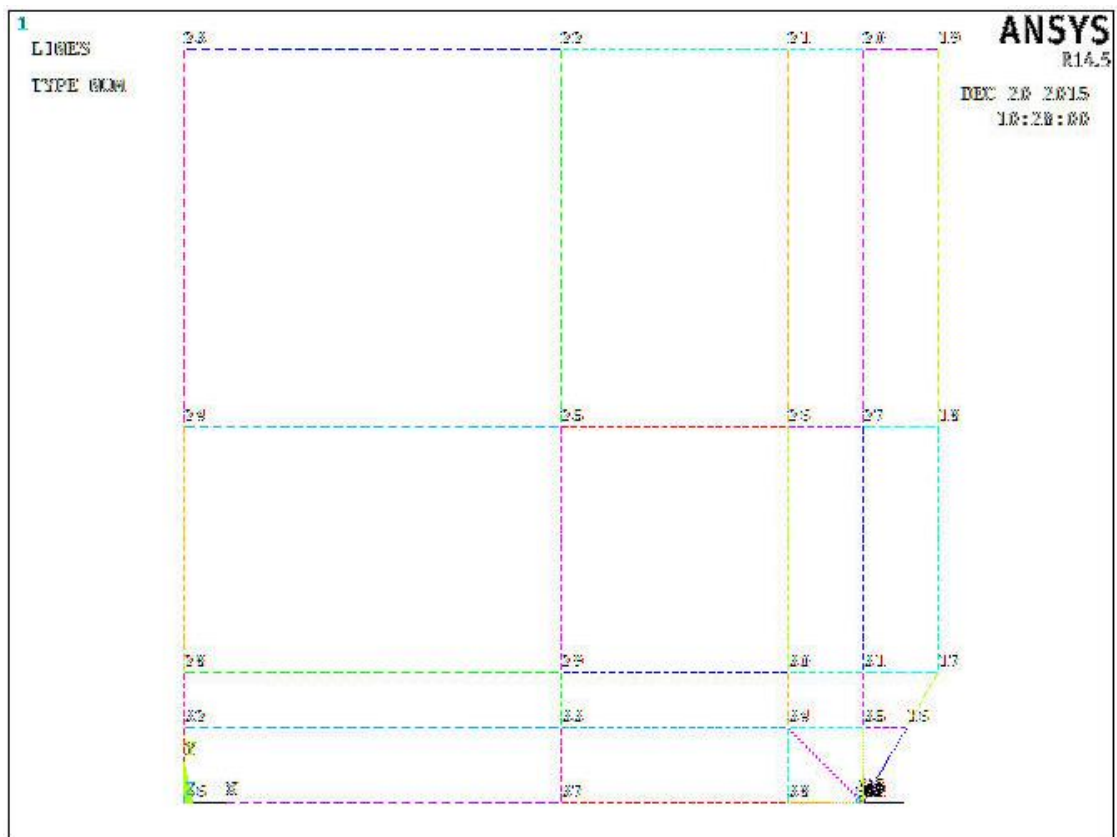


Figura 213: Modello studiato angolo apertura intaglio 120°, linee di costruzione fini

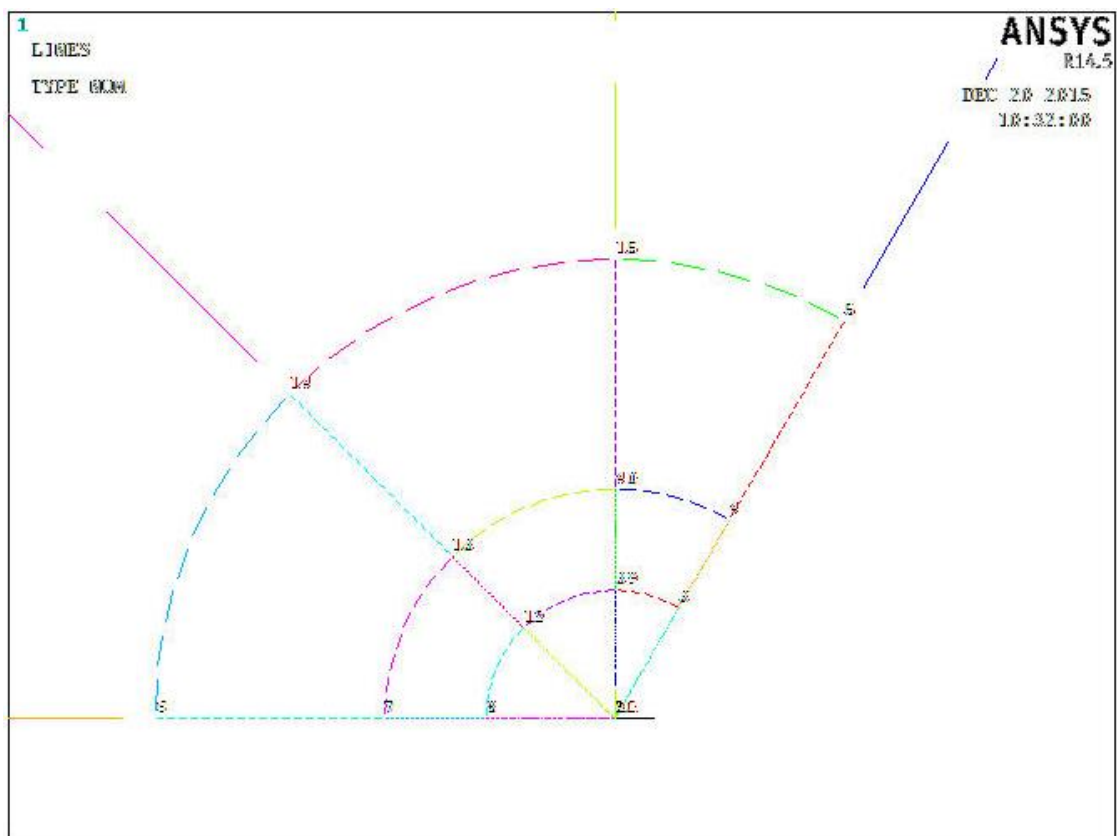


Figura 214: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 215 e 216, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

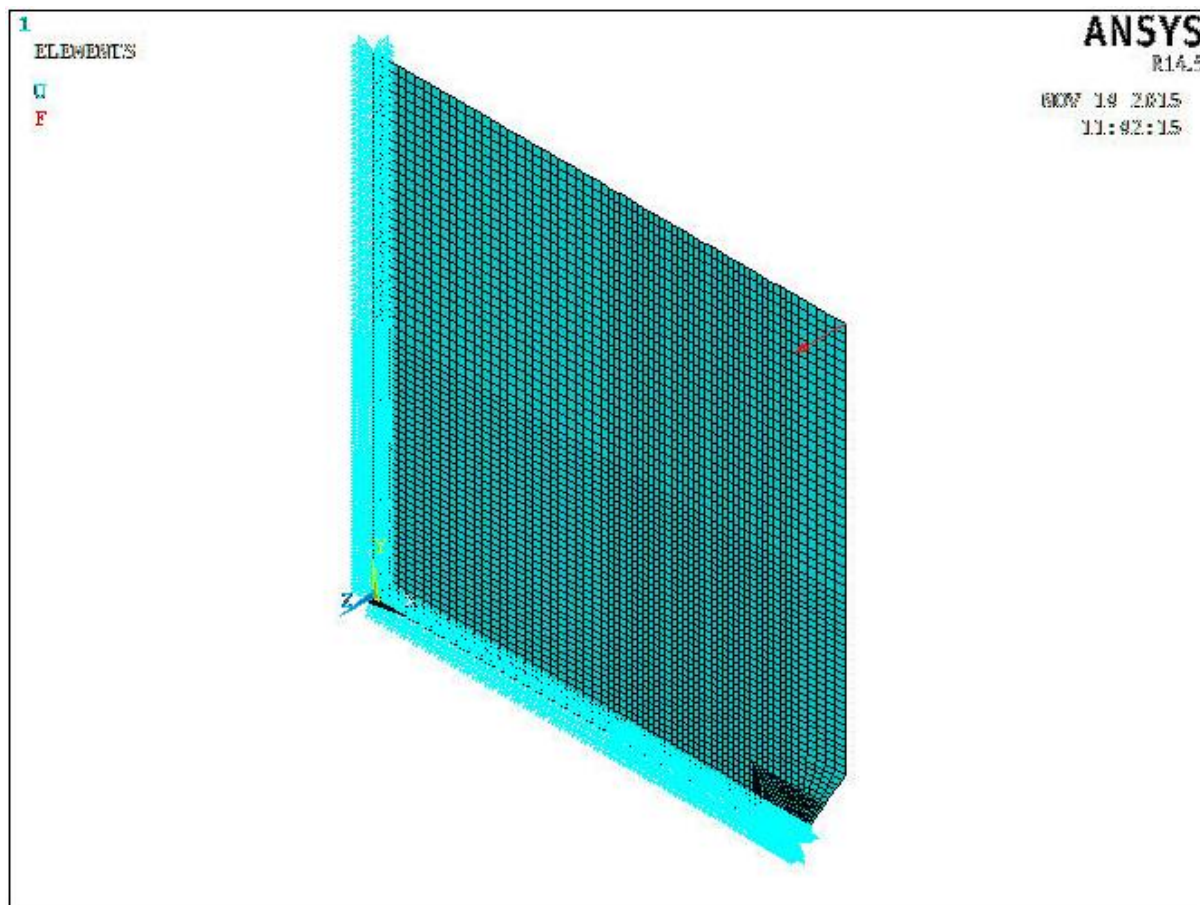


Figura 215: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

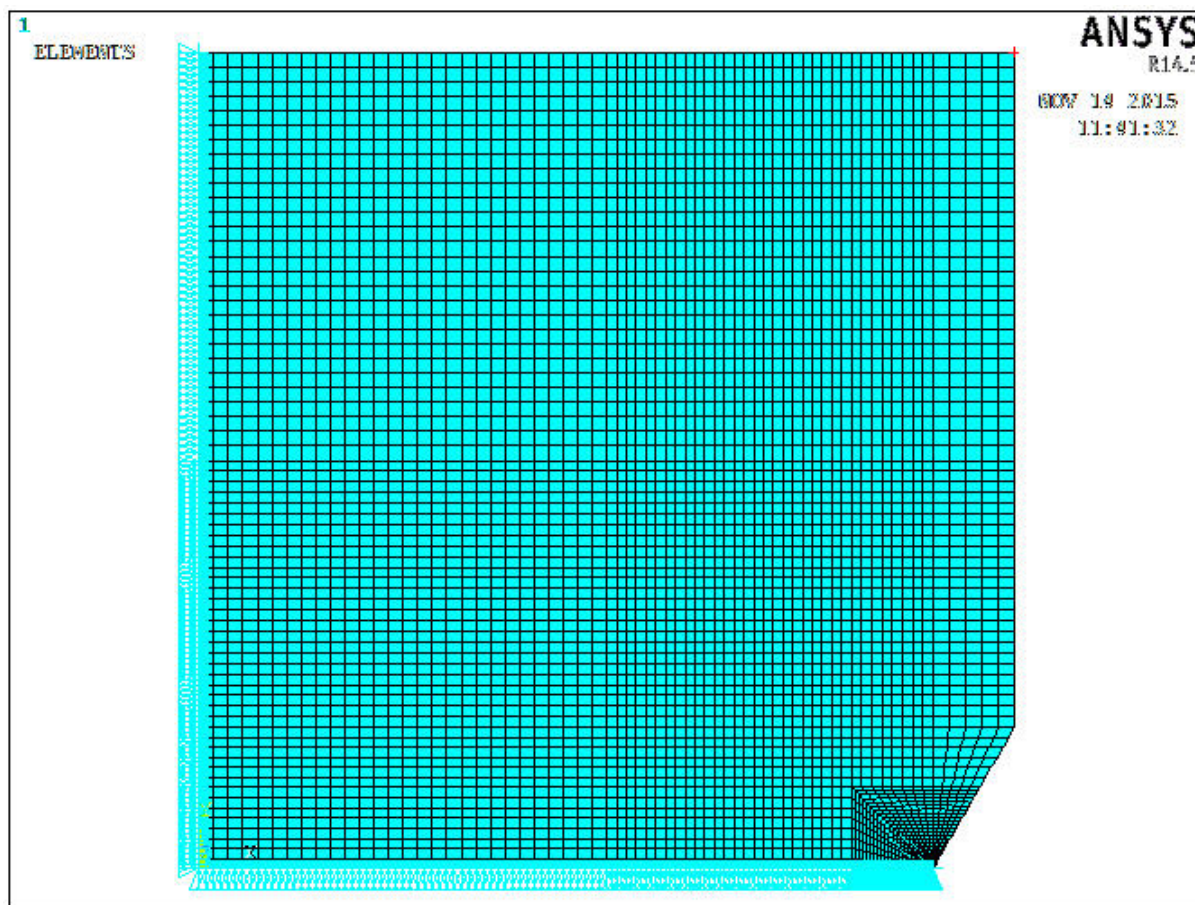


Figura 216: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 120°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 217 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 120°.

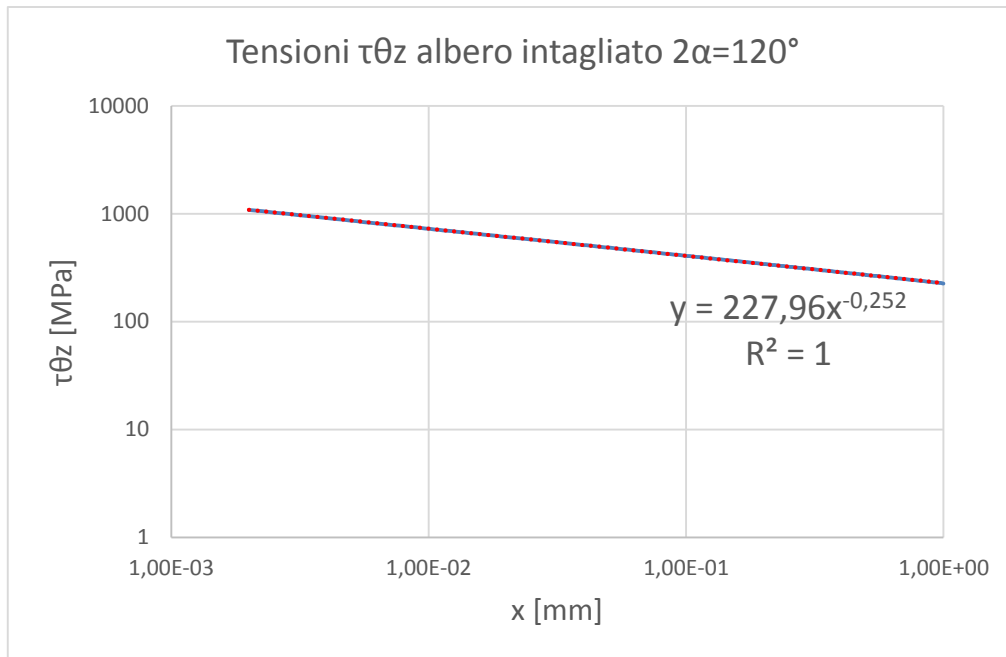


Figura 217: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 120°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 120° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,252$ inferiore al caso dell'intaglio di 90° . E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 218 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

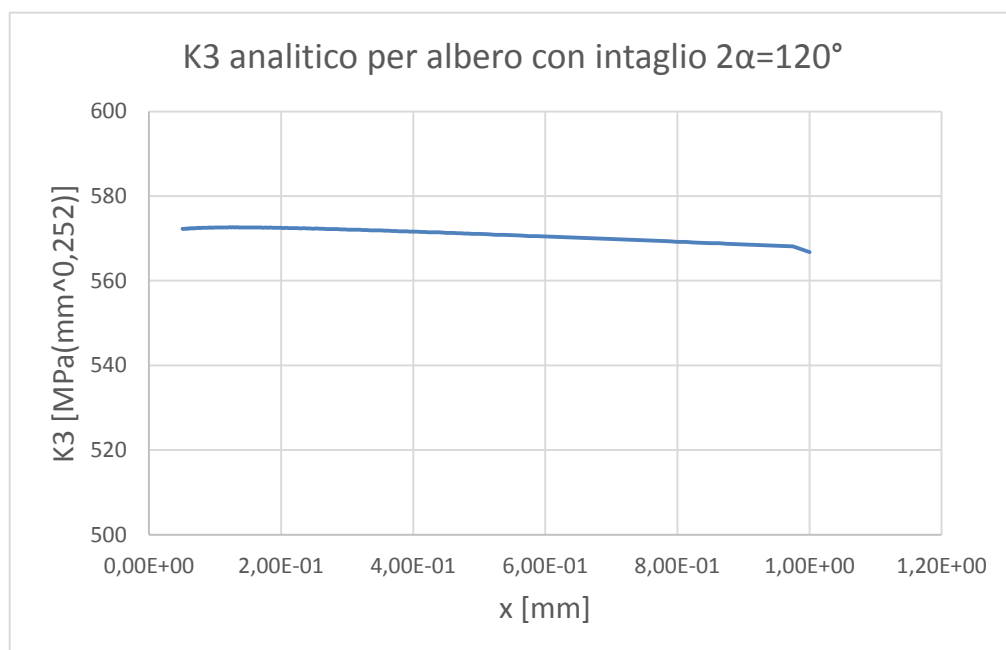


Figura 218: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=120^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 571,52 MPa(mm)^{0,252}, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 5,9 MPa(mm)^{0,252} per cui una differenza dell'1,03% rispetto al valore medio di K₃, e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio R₀ = 0,28 mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 0,837229 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K₃, attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 573,7 \text{ MPamm}^{0,252}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K₃ analitico e K₃ da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 2,18 MPa(mm^{0,252}), in termini relativi circa lo 0,38%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K₃.

7.2.5.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 219 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 220.

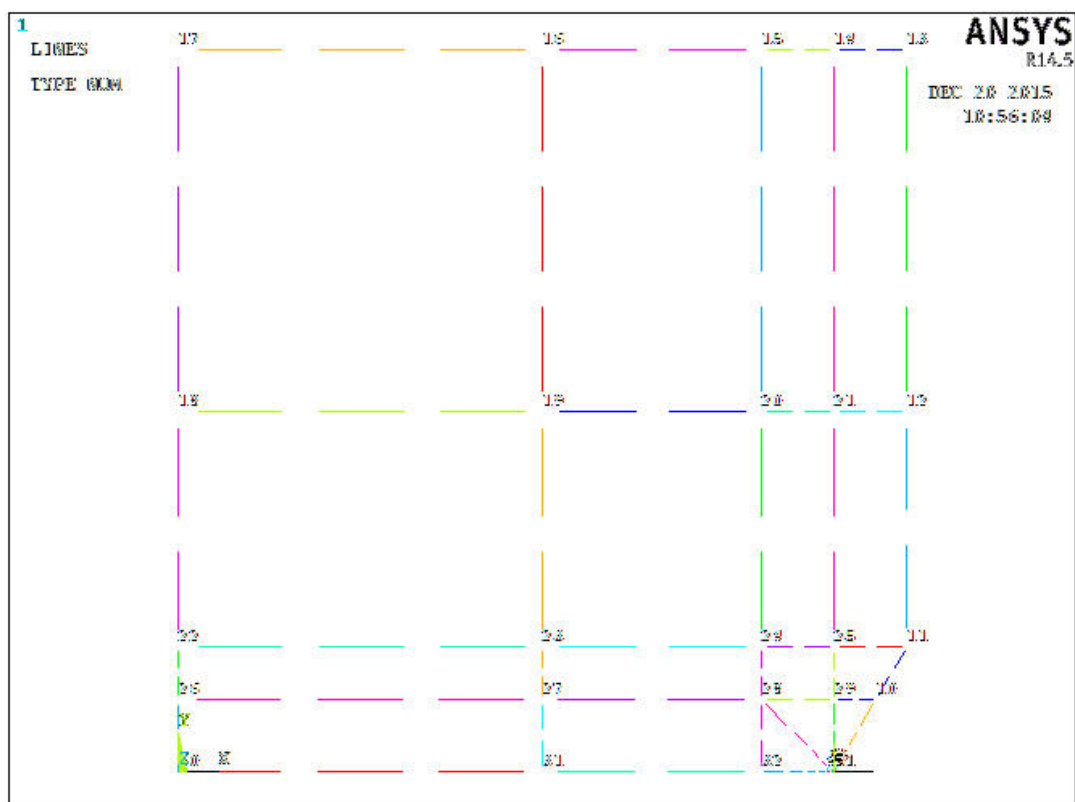


Figura 219: Modello studiato angolo apertura intaglio 120°, linee di costruzione rade

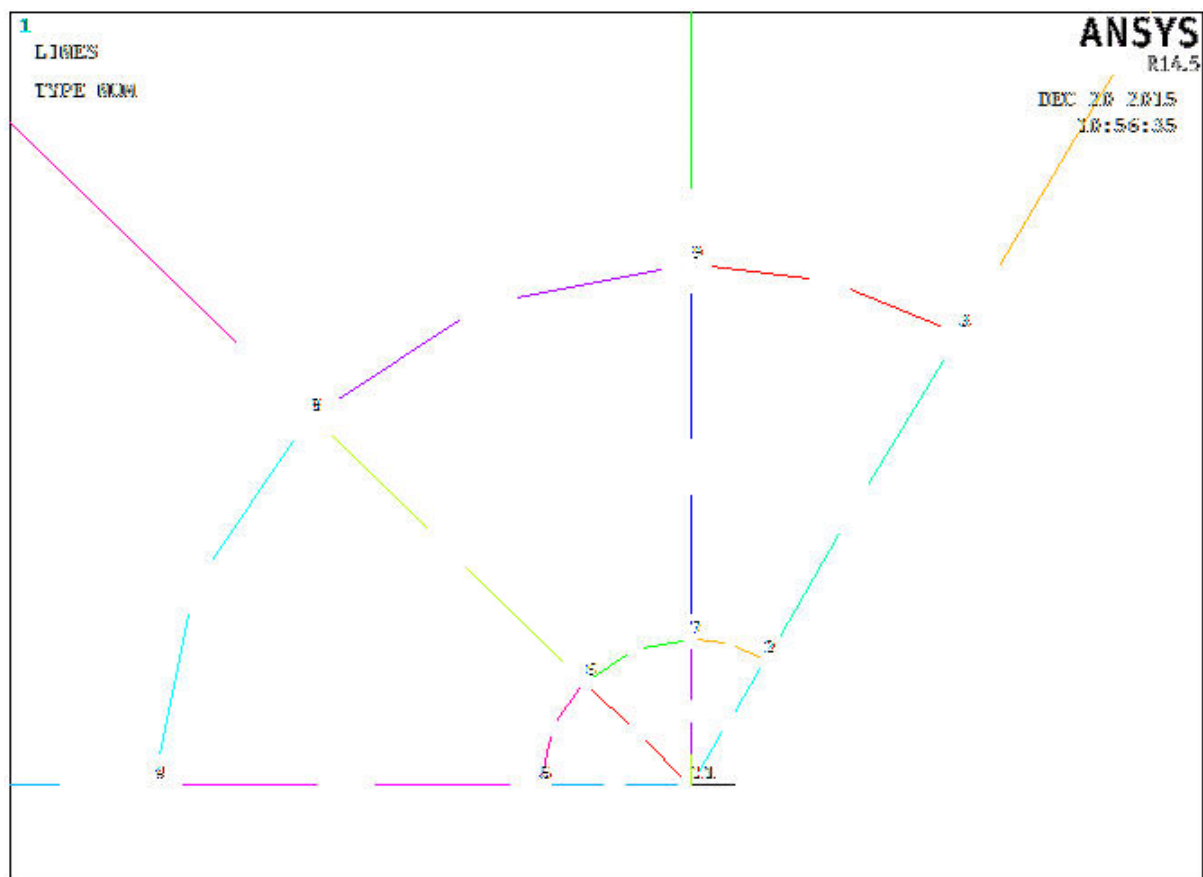


Figura 220: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 221 e 222, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

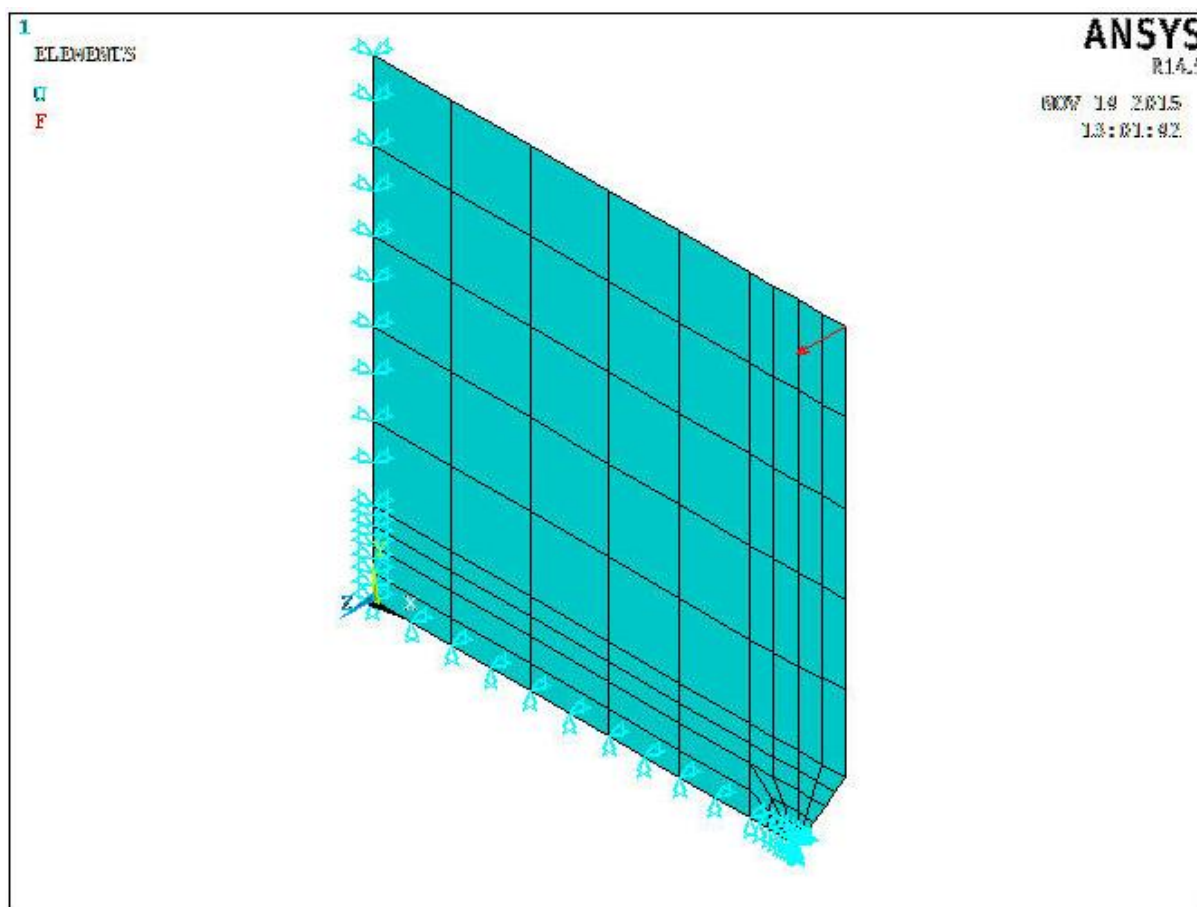


Figura 221: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

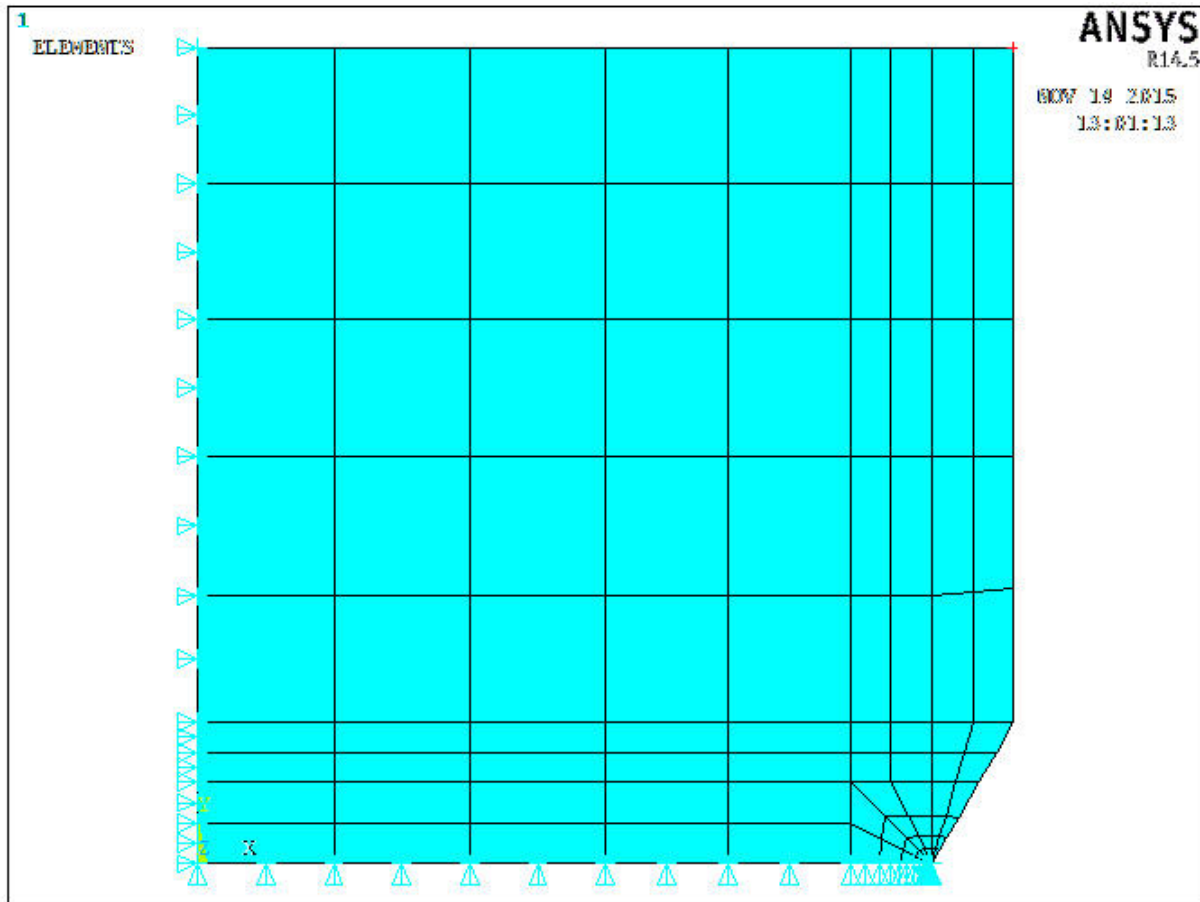


Figura 222: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 120°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 0,839215 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 574,38 \text{ MPamm}^{0,252}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $2,86 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,252})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,5%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,68 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,252})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,12%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.6 Albero con apertura intaglio 135°

Il sesto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 135° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.6.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 223 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 224.

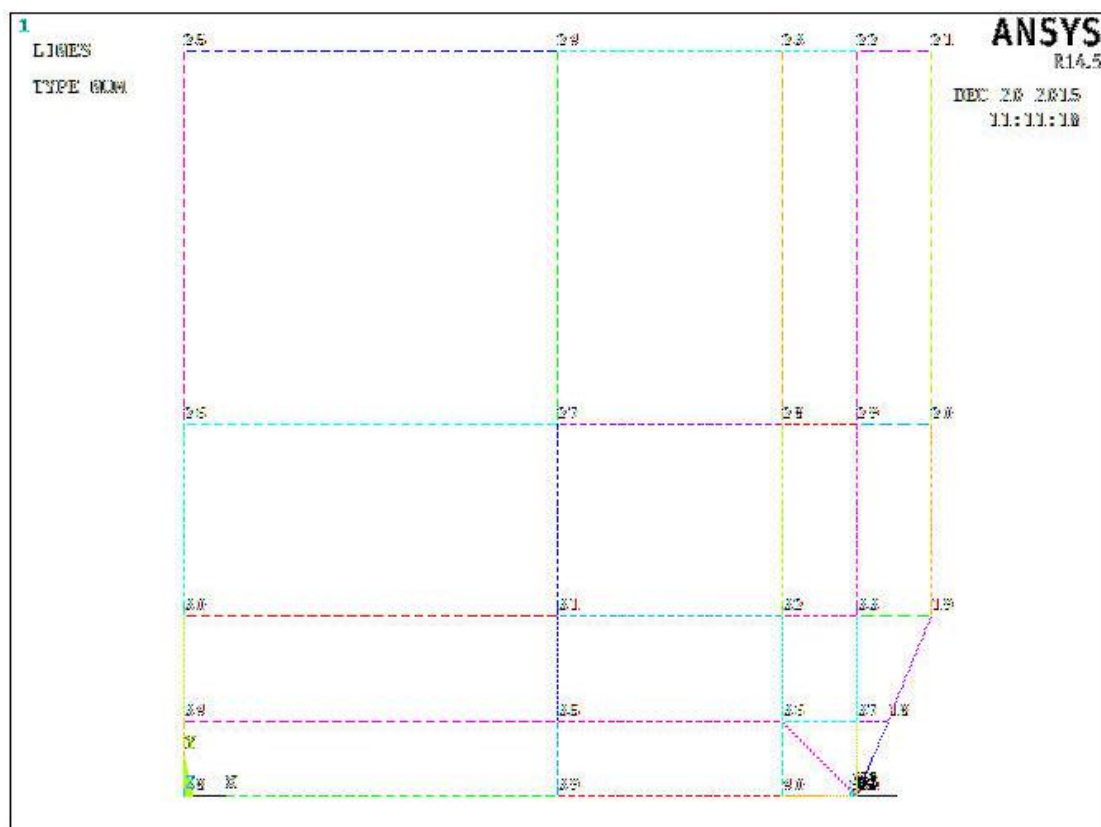


Figura 223: Modello studiato angolo apertura intaglio 135°, linee di costruzione fini

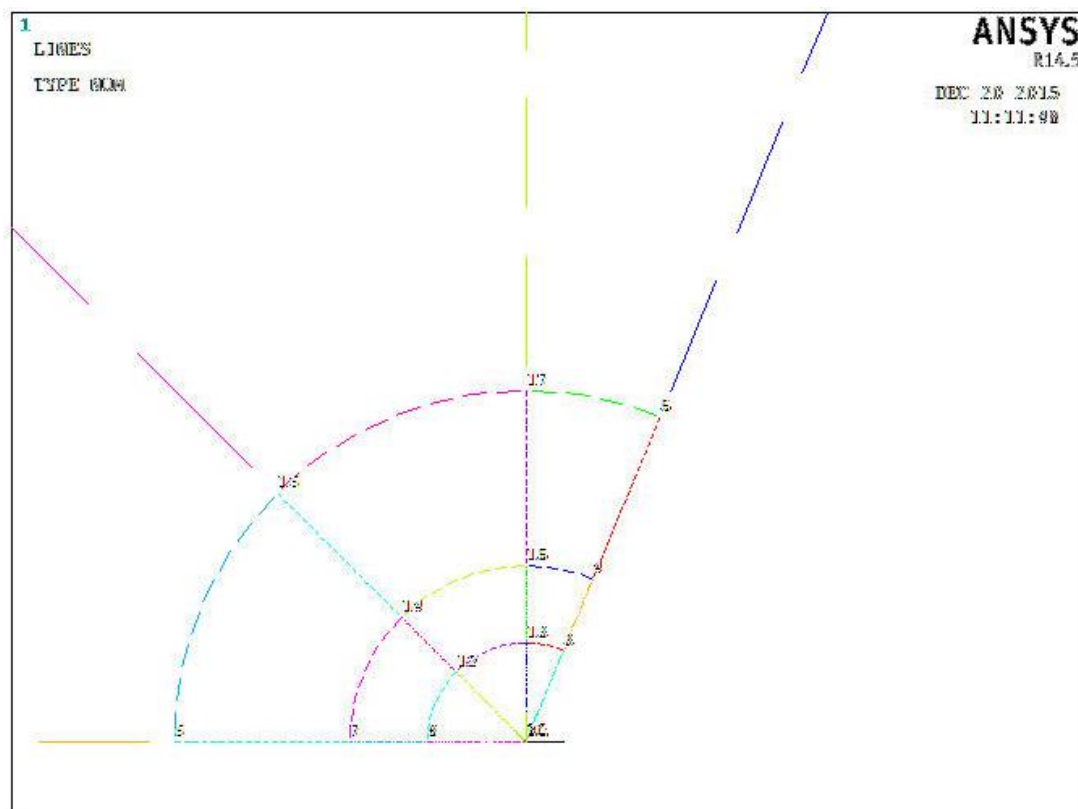


Figura 224: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 135°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 225 e 226, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

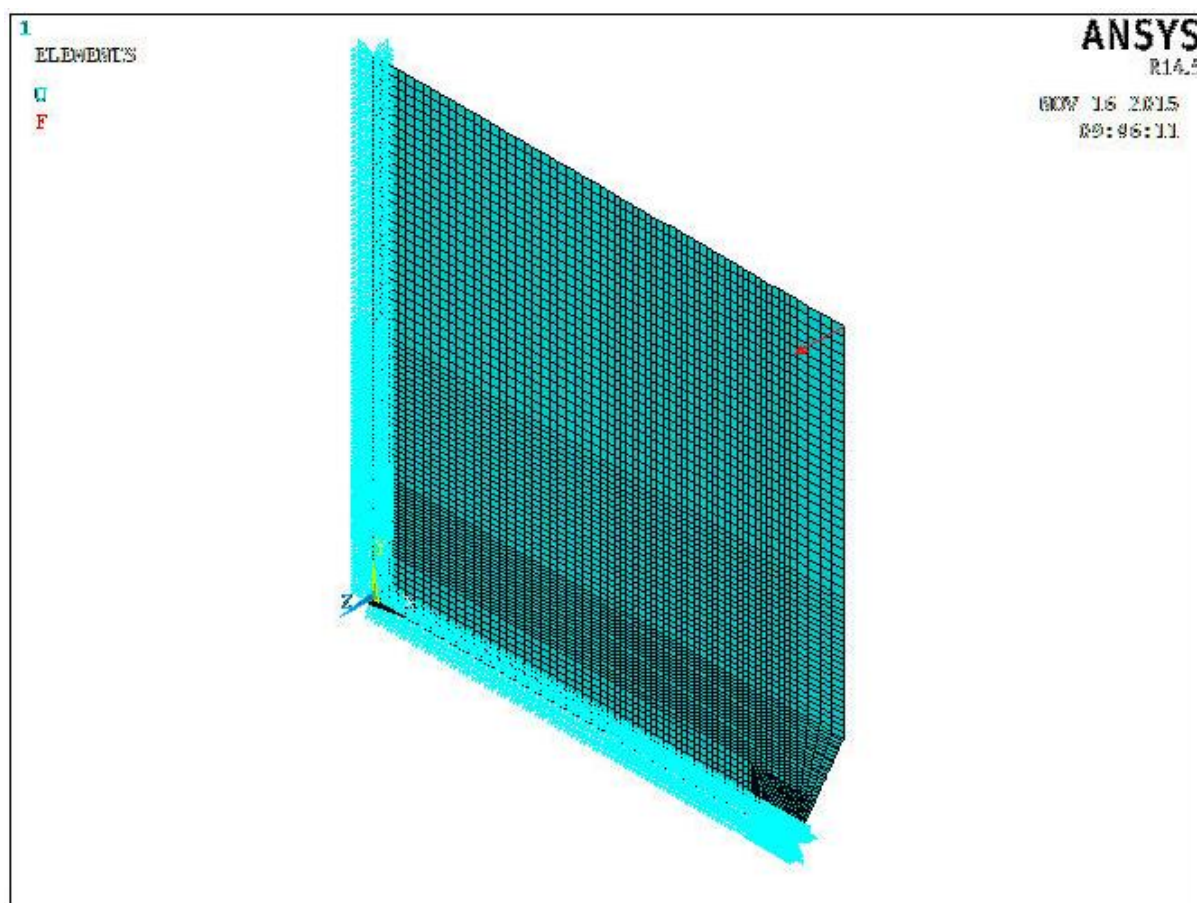


Figura 225: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 135°

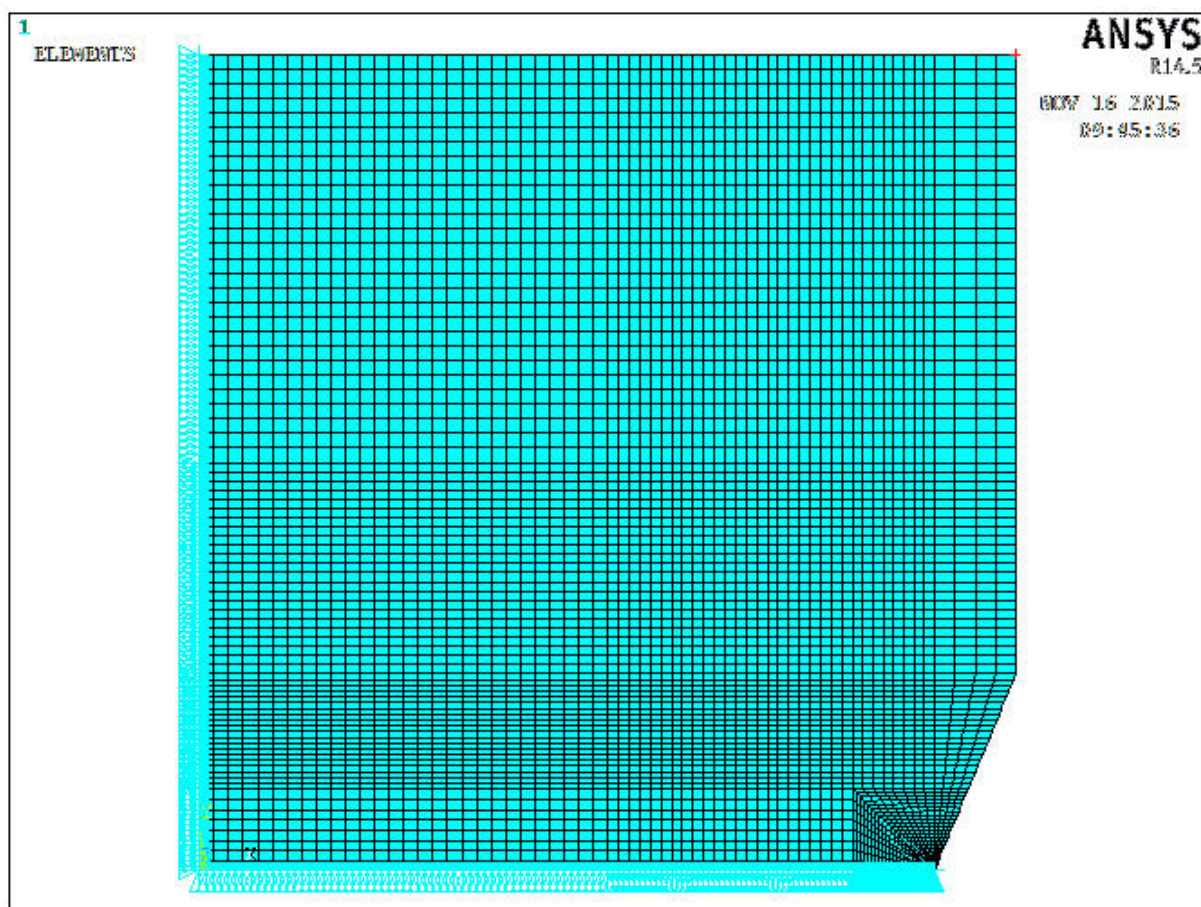


Figura 226: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 135°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 227 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 135°.

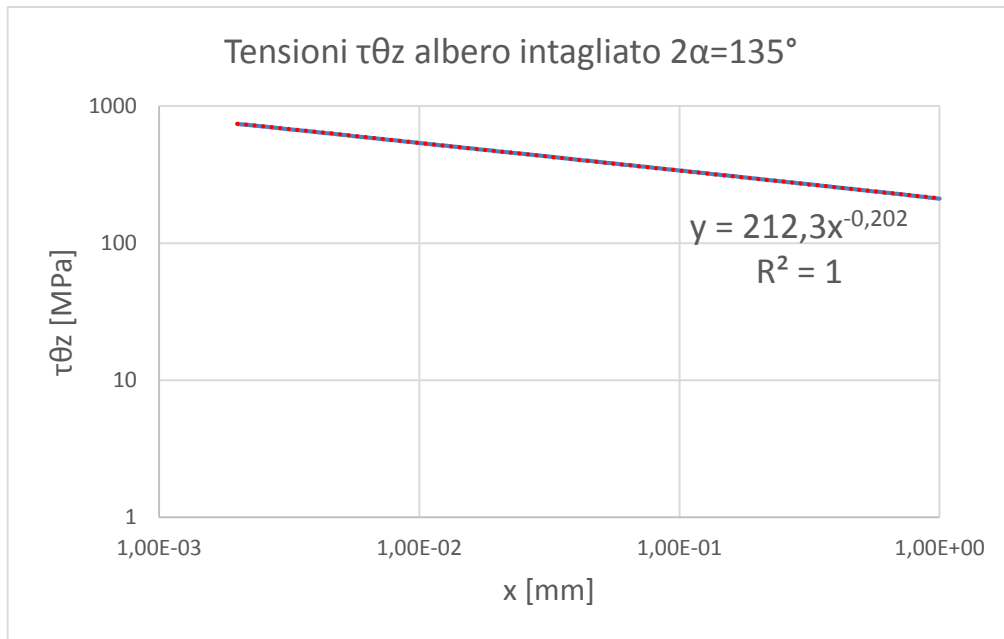


Figura 227: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 135°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 135° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,202$ inferiore al caso dell'intaglio di 120° . E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 228 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

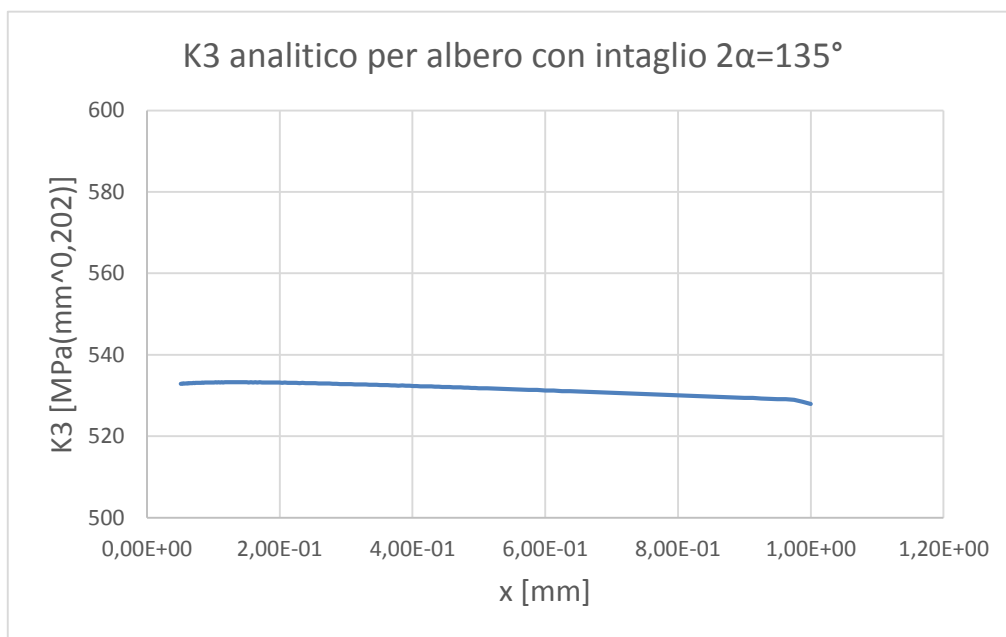


Figura 228: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=135^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 532,24 MPa(mm)^{0,202}, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 5,36 MPa(mm)^{0,202} per cui una differenza dell'1% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 0,599396 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 534,3 \text{ MPamm}^{0,202}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 2,05 MPa(mm^{0,202}), in termini relativi circa lo 0,38%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.6.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 229 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 230.

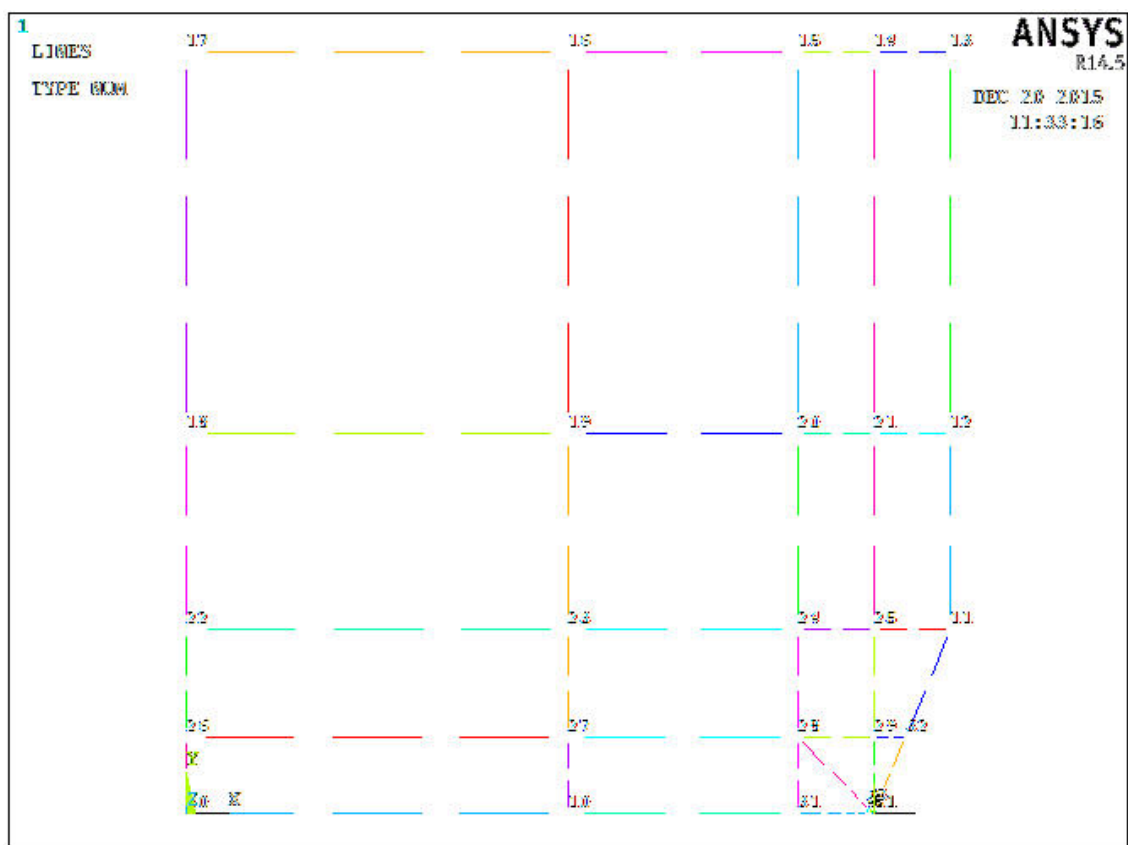


Figura 229: Modello studiato angolo apertura intaglio 135°, linee di costruzione rade

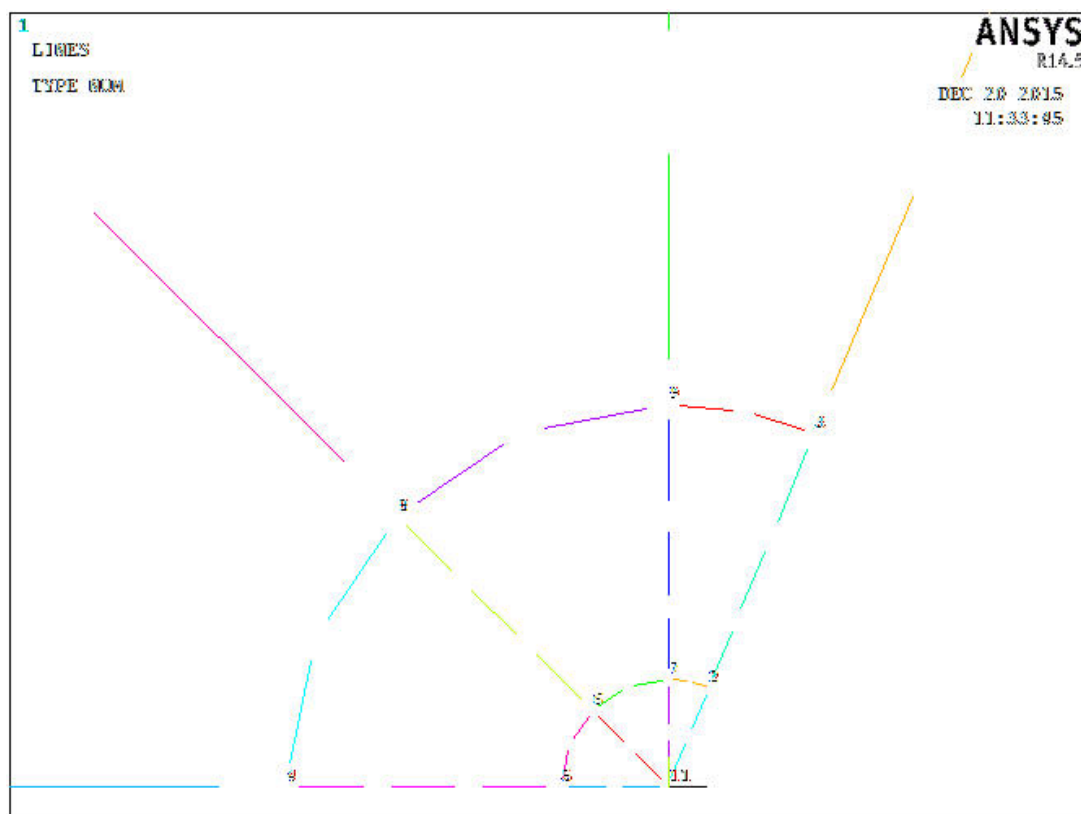


Figura 230: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 135°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 231 e 232, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

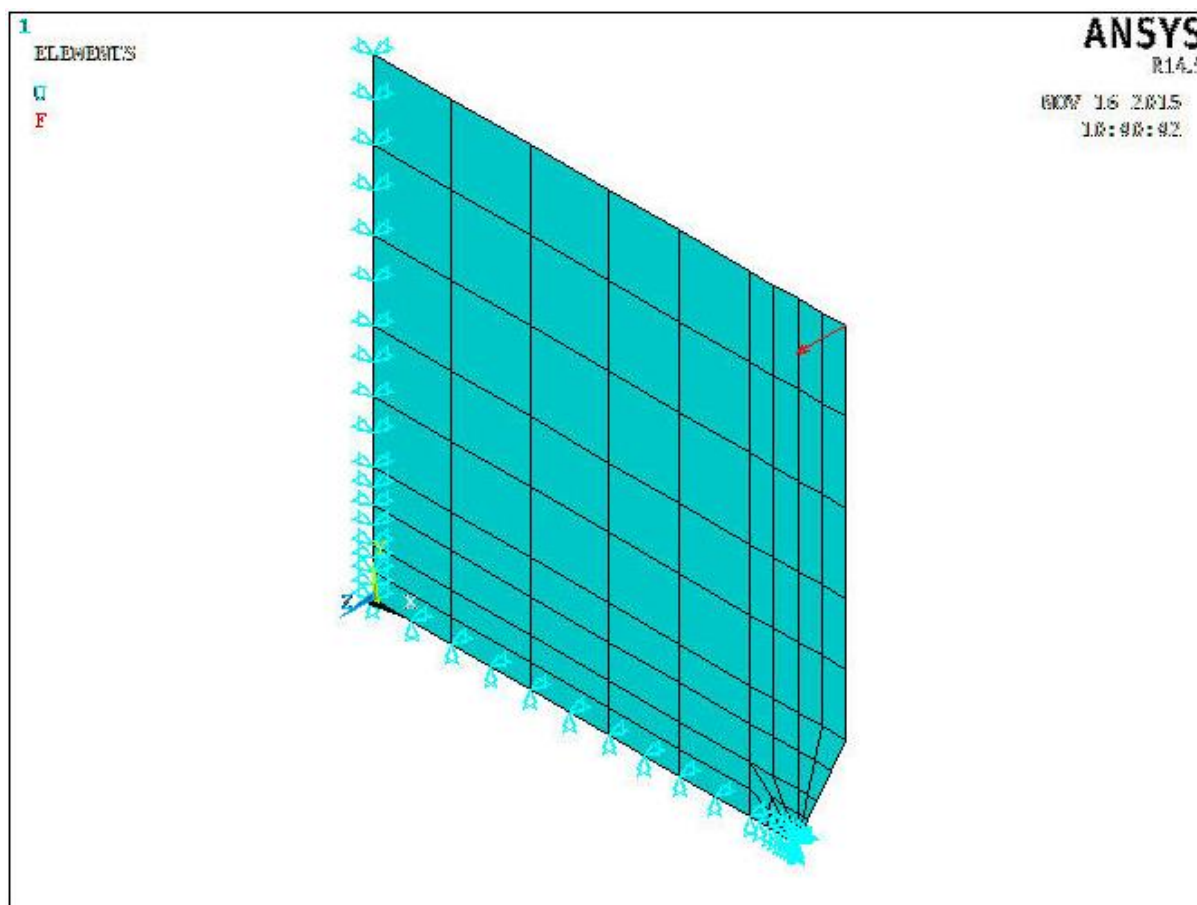


Figura 231: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 135°

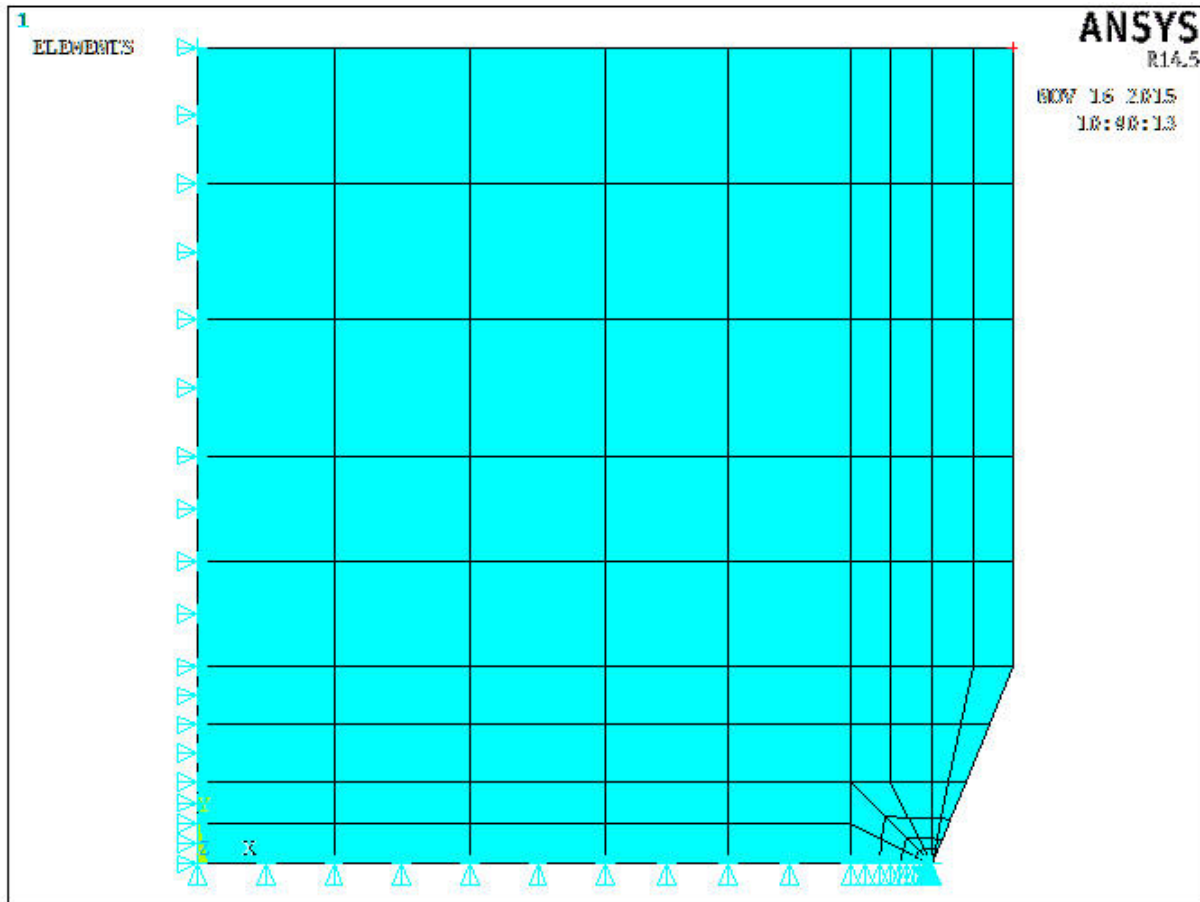


Figura 232: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 135°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 0,600238 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 534,66 \text{ MPamm}^{0,202}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $2,42 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,202})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,45%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,37 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,202})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,07%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.7 Albero con apertura intaglio 150°

Il settimo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 150° . Analogamente al caso precedente si procederà con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.2.7.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 233 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 234.

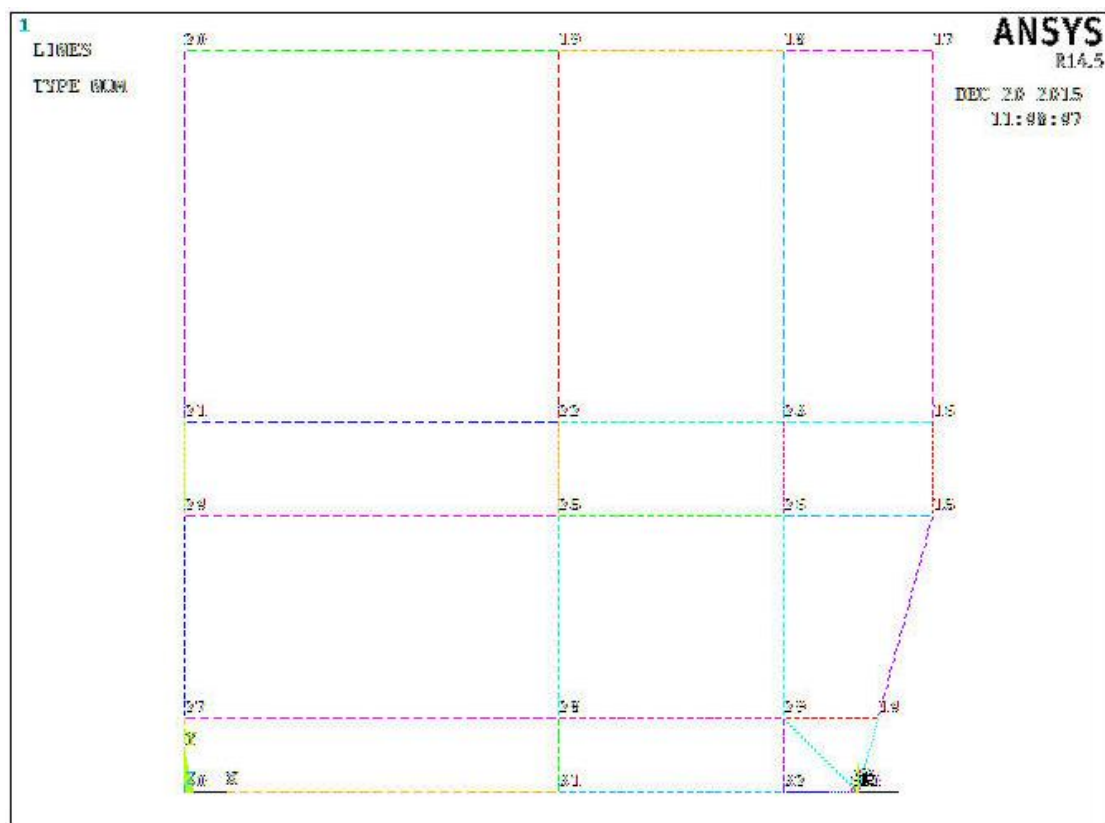


Figura 233: Modello studiato angolo apertura intaglio 150°, linee di costruzione fini

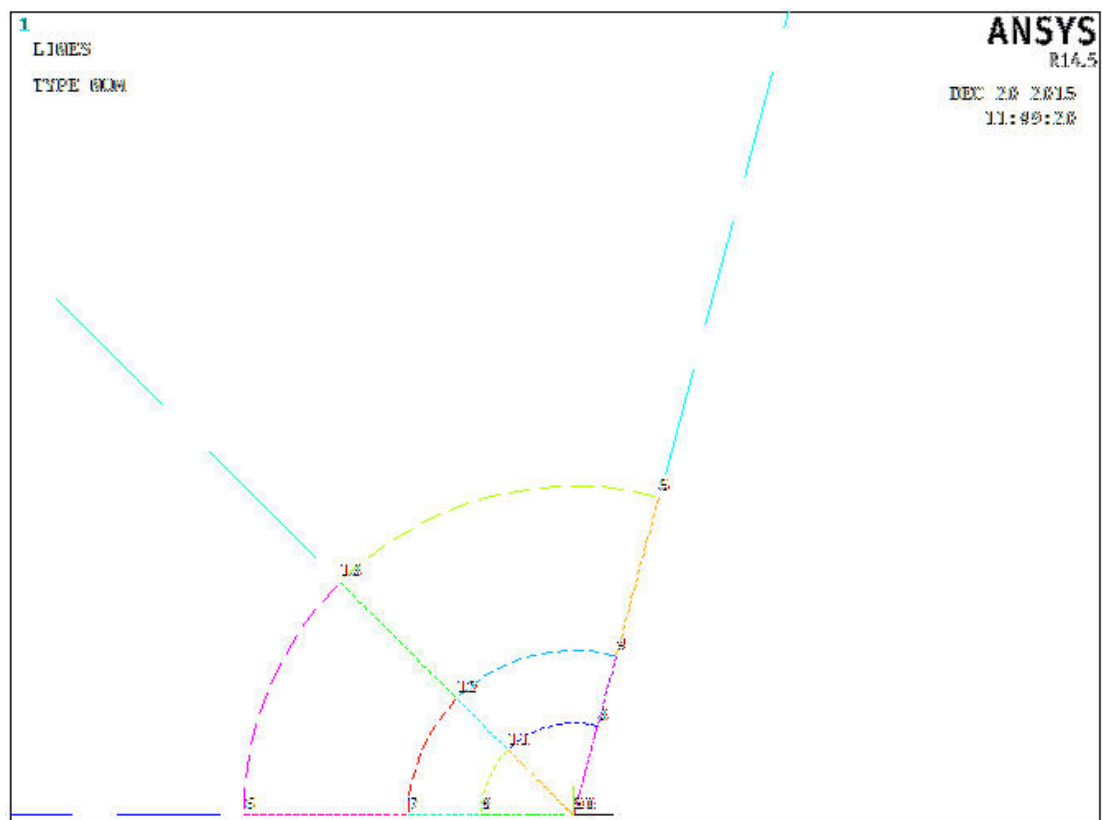


Figura 234: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 150°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 235 e 236, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

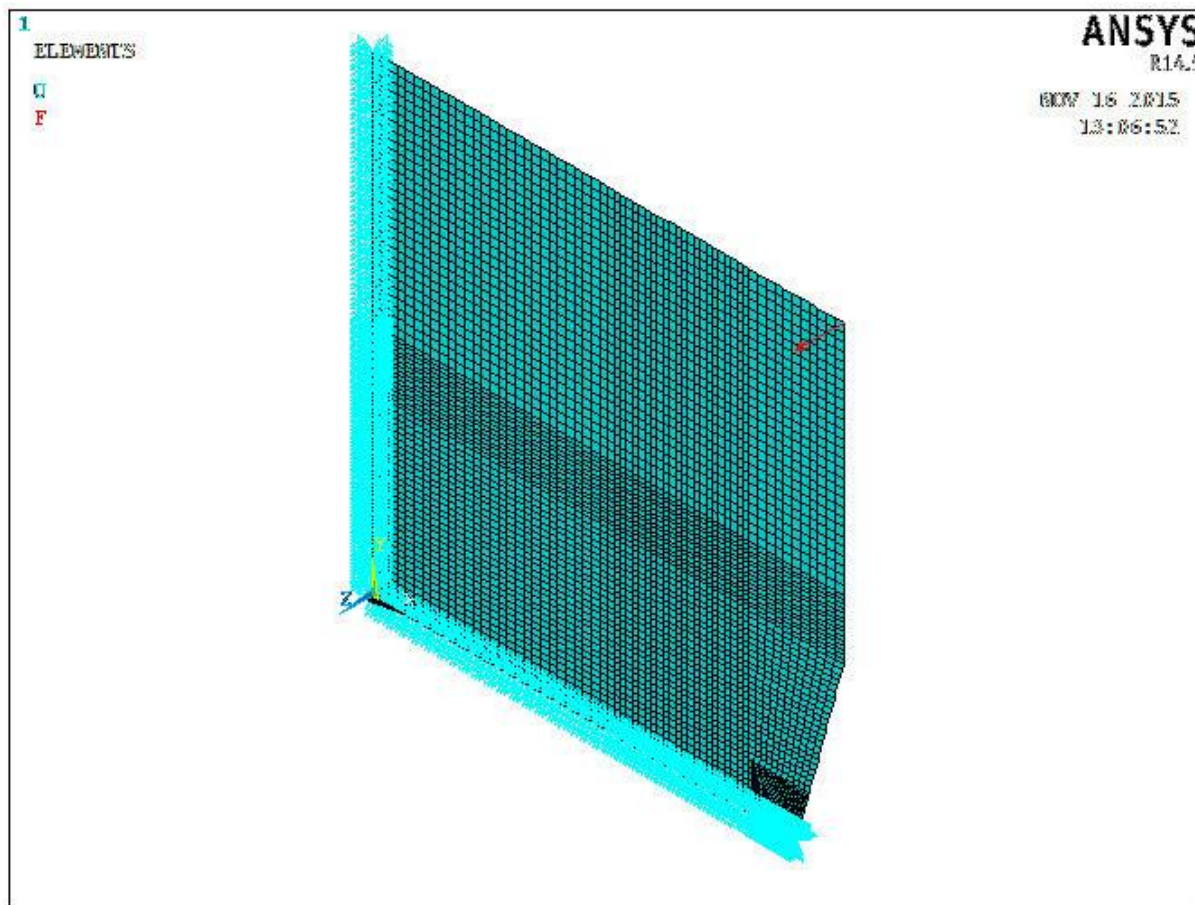


Figura 235: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 150°

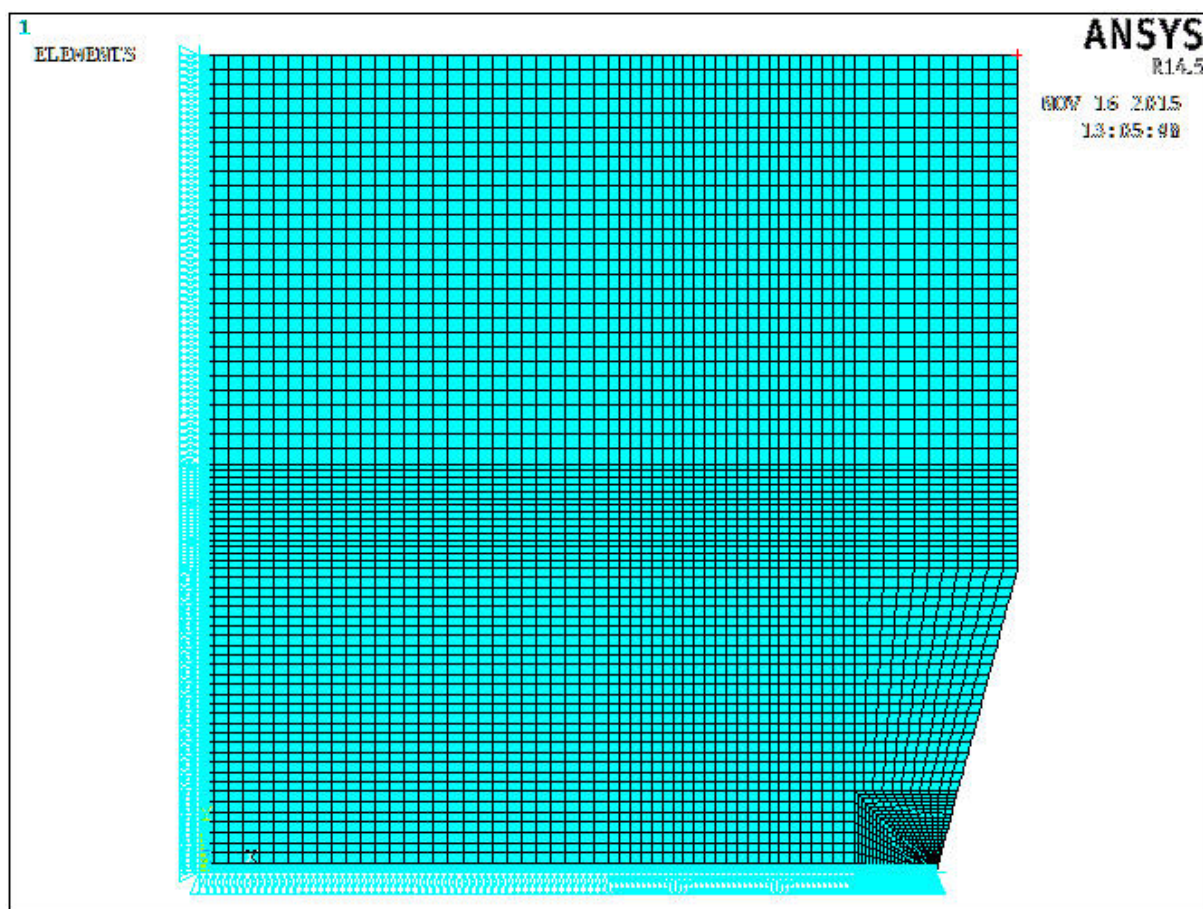


Figura 236: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 150°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path" necessario ad ottenere il corrispondente listato riportante il risultato utile alla soluzione dell'analisi, in particolar modo la tensione, $\tau_{\theta z}$. Grazie a questa si è determinato il grado di singolarità dei campi di tensione e quindi l'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

Il path analizzato è relativo alla tensione $\tau_{\theta z}$ lungo la bisettrice dell'intaglio, per cui, considerando come riferimento l'angolo Θ definito in Figura 1, positivo nel verso antiorario si ha lungo la bisettrice $\Theta = 0^\circ$. In Figura 237 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 150°.

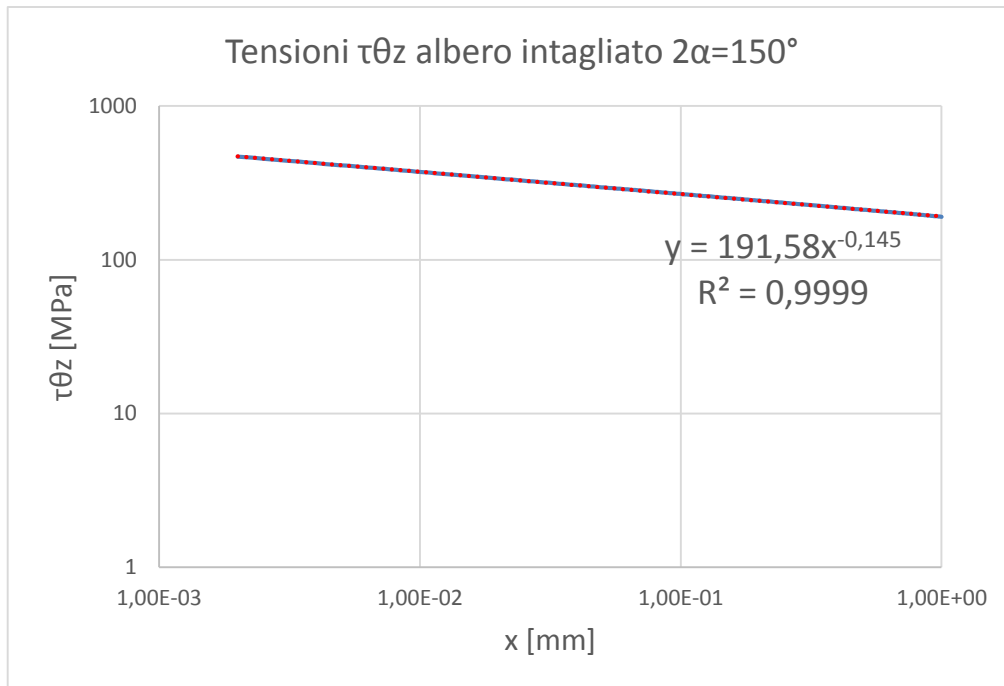


Figura 237: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 150°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 150° , è facile notare, come indicato al Paragrafo 6.1, come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,145$ inferiore al caso dell'intaglio di 135° . E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 238 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

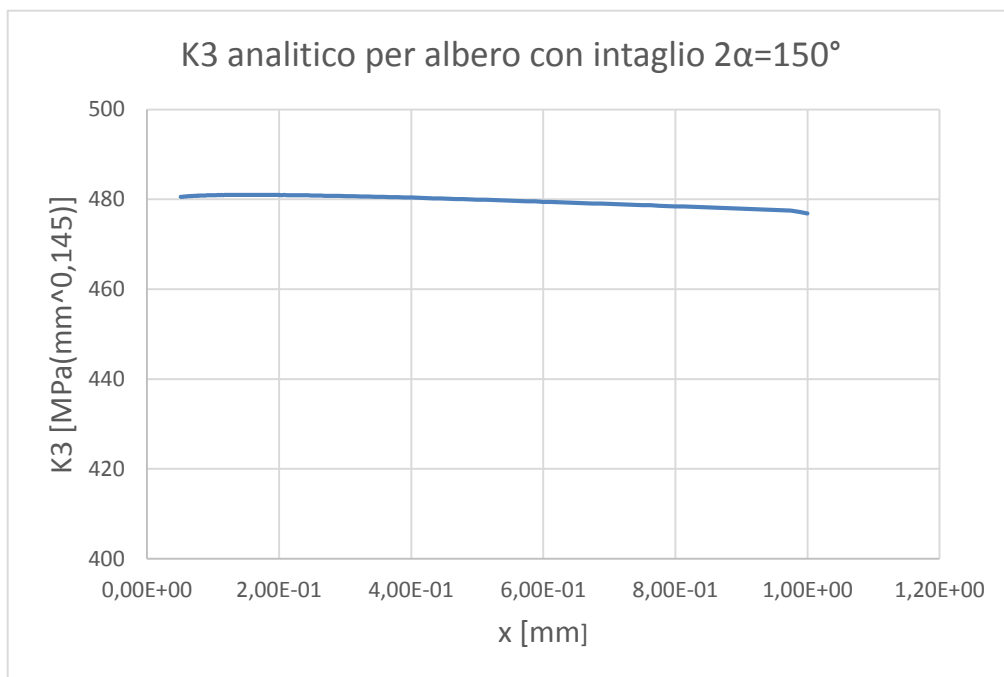


Figura 238: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=150^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 480,17 MPa(mm)^{0,145}, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 4,17 MPa(mm)^{0,145} per cui una differenza dello 0,86% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 0,393741 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 474,7 \text{ MPamm}^{0,145}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 5,44 MPa(mm^{0,145}), in termini relativi circa l'1,1%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.7.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 239 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 240.

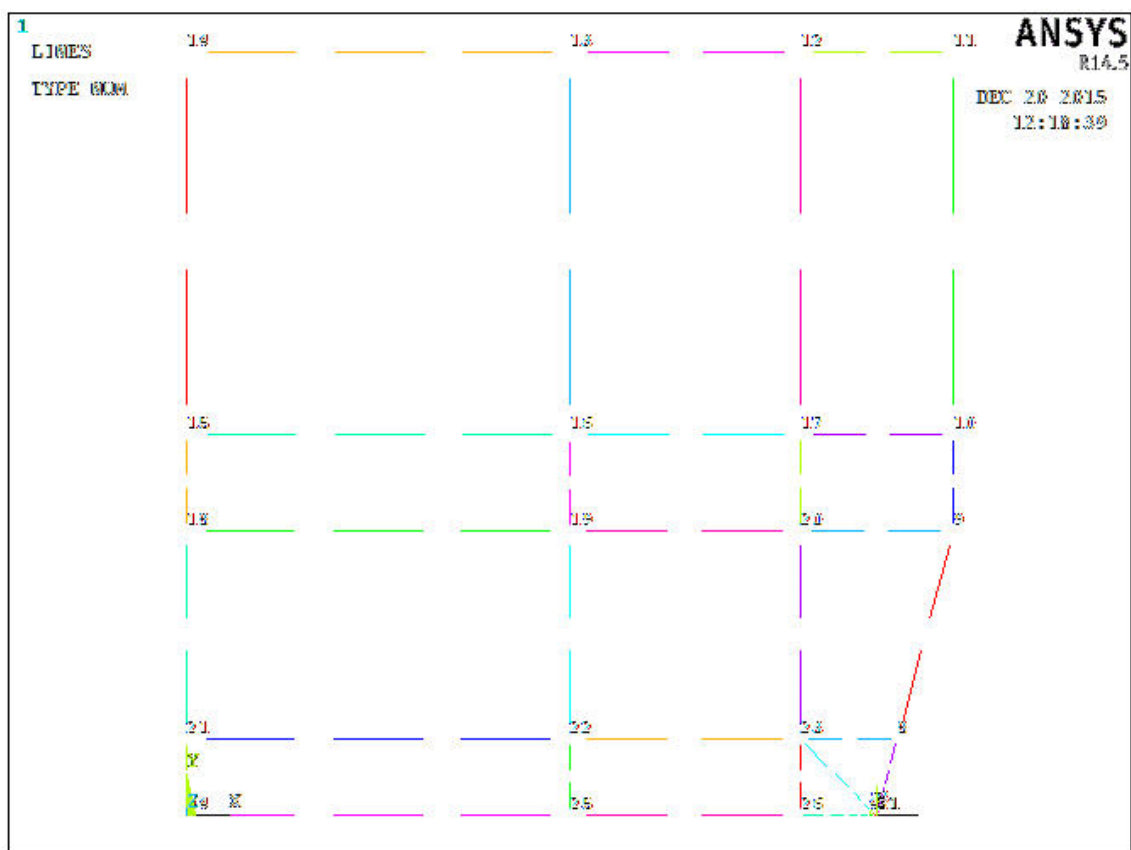


Figura 239: Modello studiato angolo apertura intaglio 150°, linee di costruzione rade

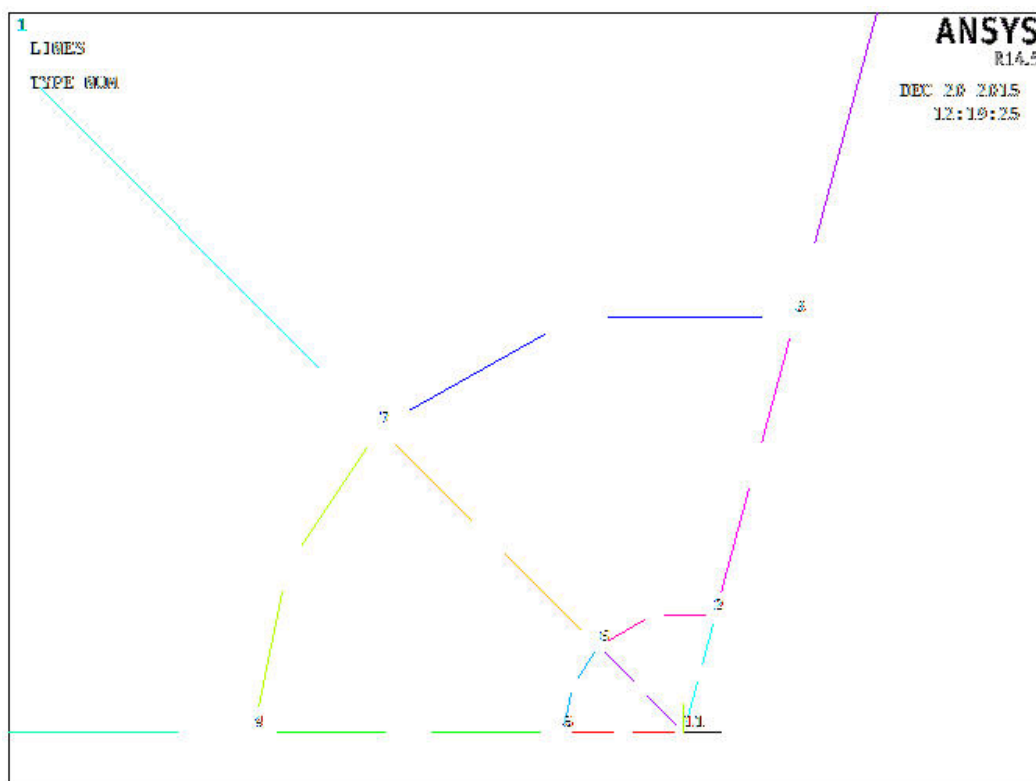


Figura 240: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 150°: la mesh rada, ovvero quella meno dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, creato in ambiente di simulazione numerica Ansys, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 241 e 242, nella quale si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

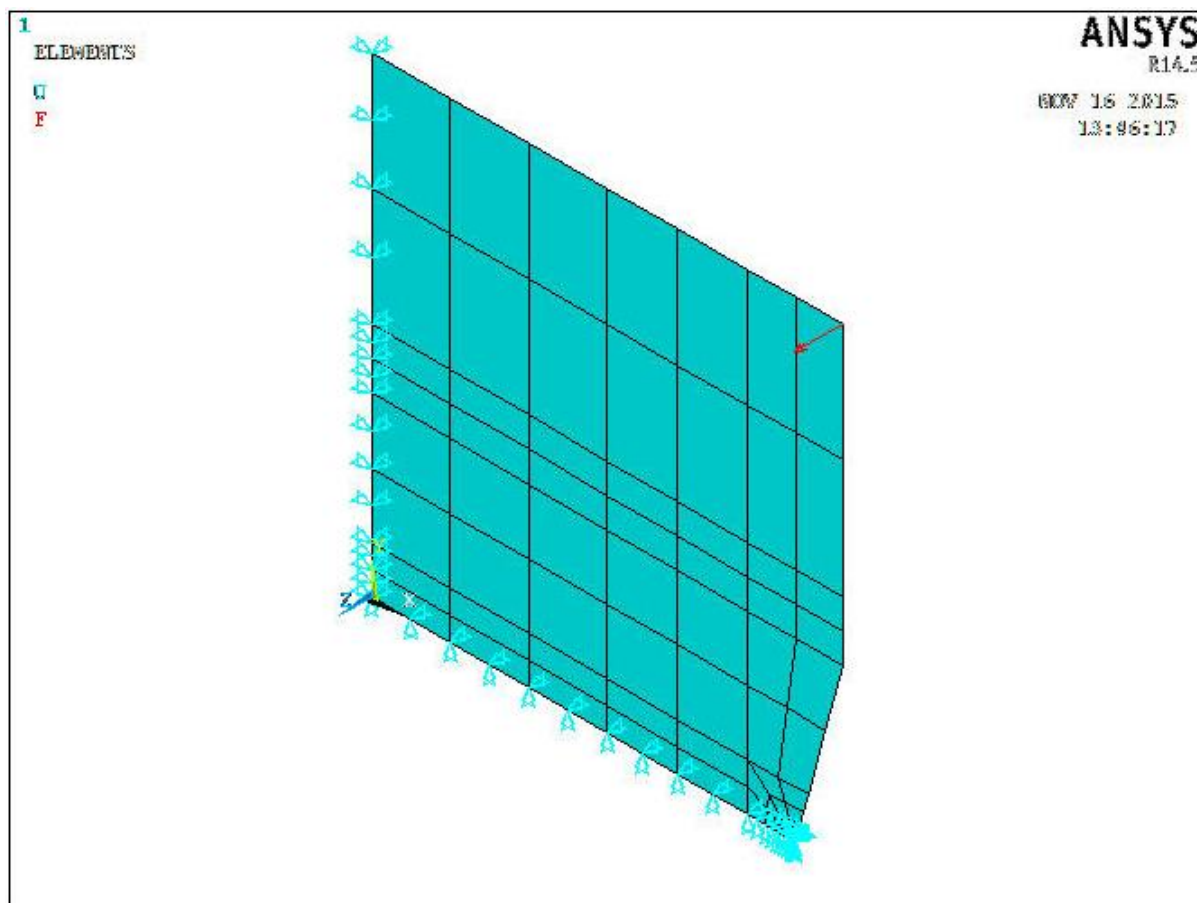


Figura 241: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 150°

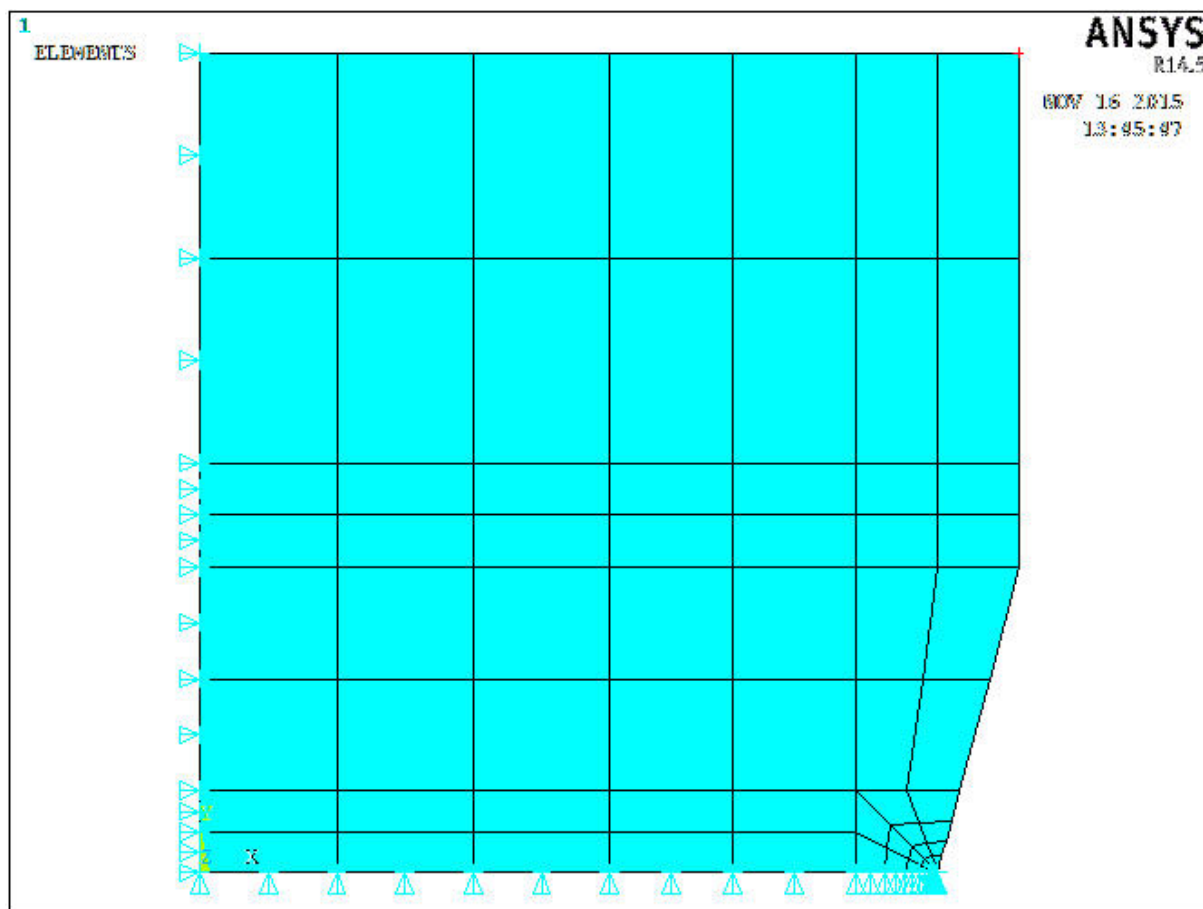


Figura 242: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 150°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 0,394482 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 475,18 \text{ MPamm}^{0,145}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $4,98 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,145})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1%, quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,45 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,145})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,09%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.2.8 Confronto dei risultati ottenuti sugli alberi con intaglio $a=10\text{mm}$

In questo paragrafo sarà eseguito un confronto generale tra tutti i valori di K_3 ottenuti nelle precedenti analisi in modo da ottenere un chiaro riscontro sulla bontà dei risultati ottenuti. Si riportano quindi nella tabella sottostante i valori ricavati nelle precedenti analisi, ed in Figura 243 il grafico di sintesi avente in ascissa l'angolo di apertura dell'intaglio 2α e in ordinata il rispettivo valore del K_3 ottenuto analiticamente, da SED e mesh fine e da SED con mesh rada.

2α [deg]	K_3 da SED mesh rada [MPa(mm ^x)]	K_3 analitico [MPa(mm ^x)]	K_3 da SED mesh fine [MPa(mm ^x)]
0	616,01	627,3	615,46
30	635,37	639,82	634,59
60	637,65	638,23	637,36
90	621,59	619,13	620,7
120	574,38	571,52	573,7
135	534,66	532,24	534,29
150	475,18	480,17	474,73

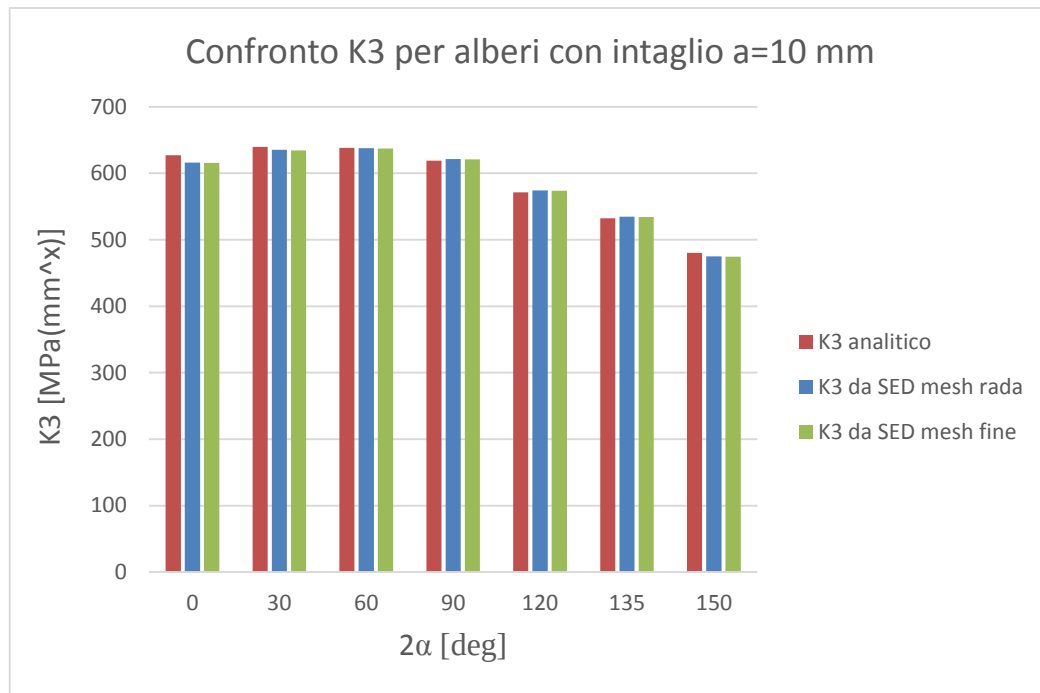


Figura 243: Confronto tra i valori di K_3 ottenuti

Come è immediato vedere, tutti i valori di K_3 ottenuti (analitico, per mesh fine e per mesh rada) coincidono per ogni ampiezza di intaglio analizzata. Questo porta ad affermare come attraverso una mesh rada si possano ottenere delle ottime stime del K_3 e non sia quindi necessario costruire complessi, e computazionalmente dispendiosi, modelli agli elementi finiti.

7.3 Alberi con profondità di intaglio $a = 50$ mm

Si procede ora descrivendo tutti i modelli ed i risultati ottenuti per gli alberi con profondità dell'intaglio a pari a 50 mm. Essendo questo valore pari alla metà del raggio dell'albero considerato, e quindi descrivente un intaglio molto profondo, non si sono potuti analizzare tutti gli angoli di apertura precedentemente utilizzati, poiché gli angoli maggiori si sono rivelati troppo elevati per le dimensioni stesse dell'albero. Le analisi sono state quindi realizzate per ampiezze pari a $2\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$.

7.3.1 Albero con apertura intaglio 0° (cricca)

Il primo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 0°, per cui ci si trova nel caso della cricca. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.3.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nel precedente capitolo, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 244 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 245.

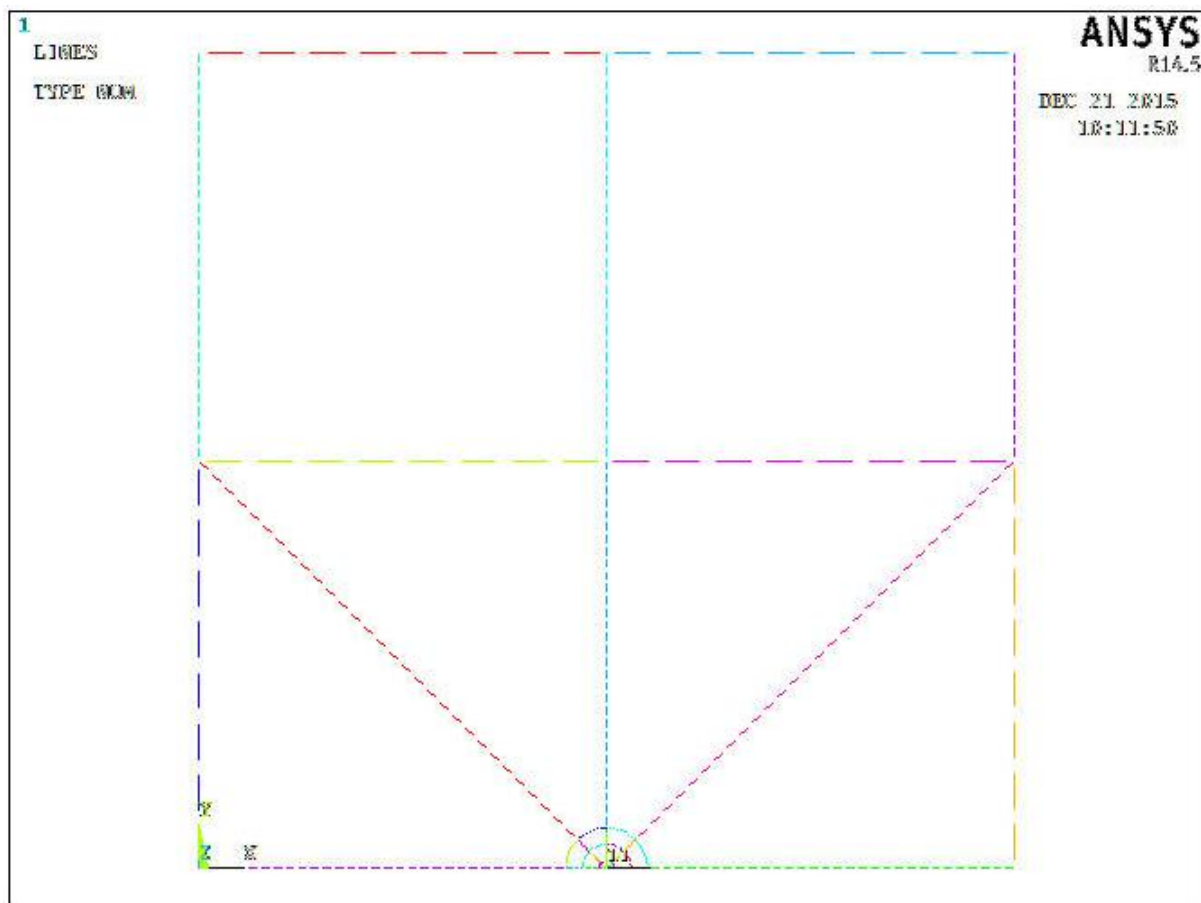


Figura 244: Modello studiato angolo apertura intaglio 0°, linee di costruzione fini

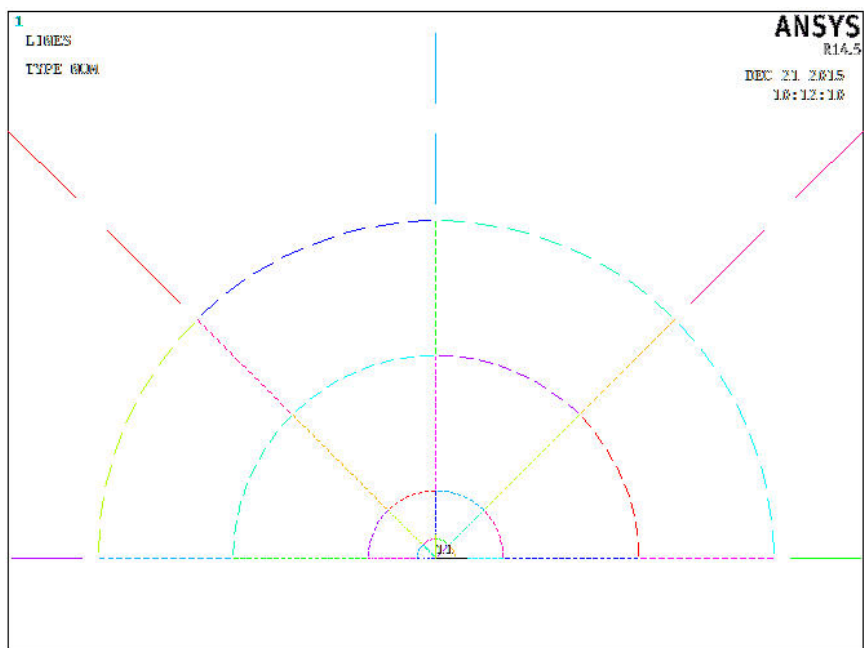


Figura 245: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 246 e 247, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

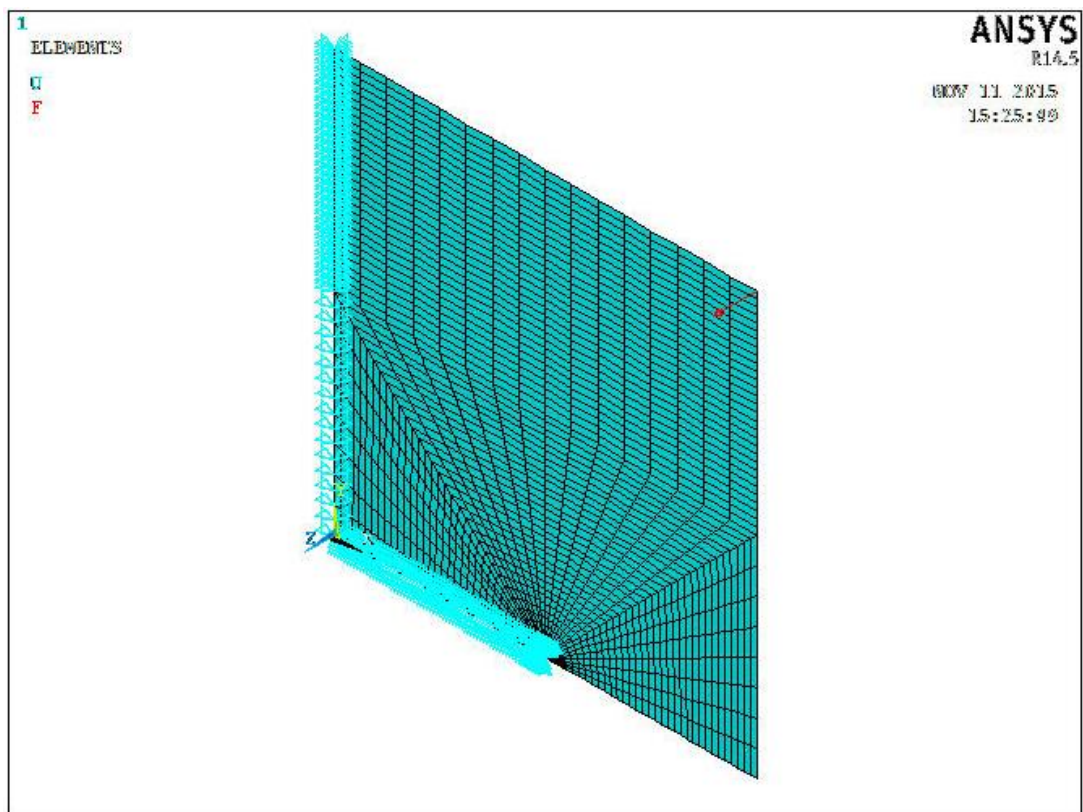


Figura 246: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

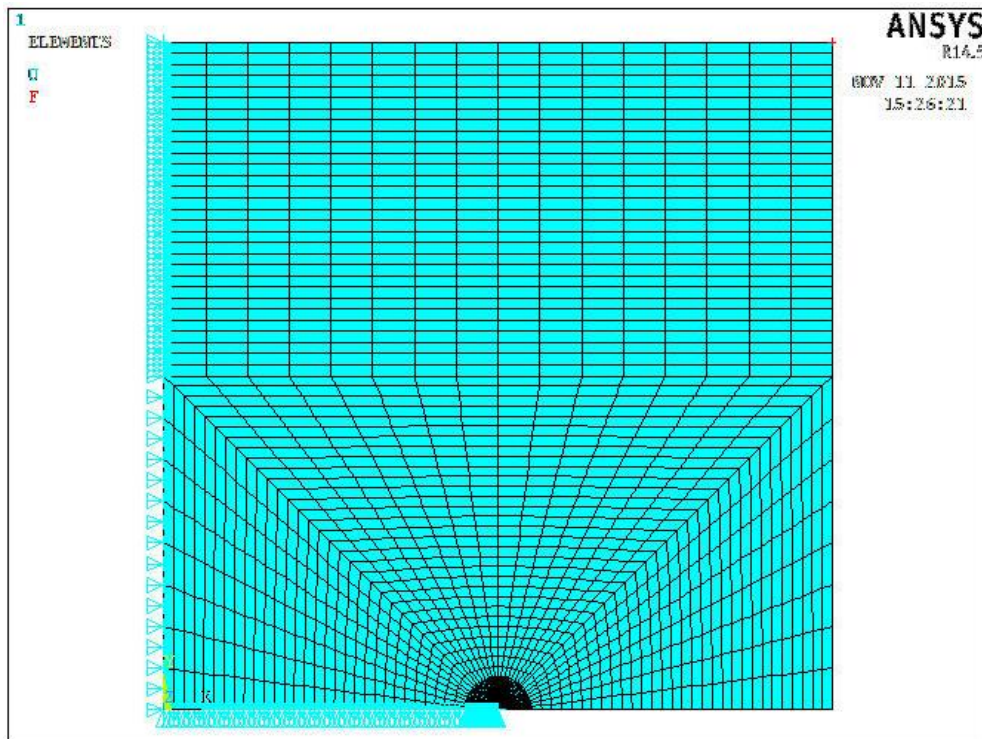


Figura 247: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 0°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del “path”, lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 248 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 0° .

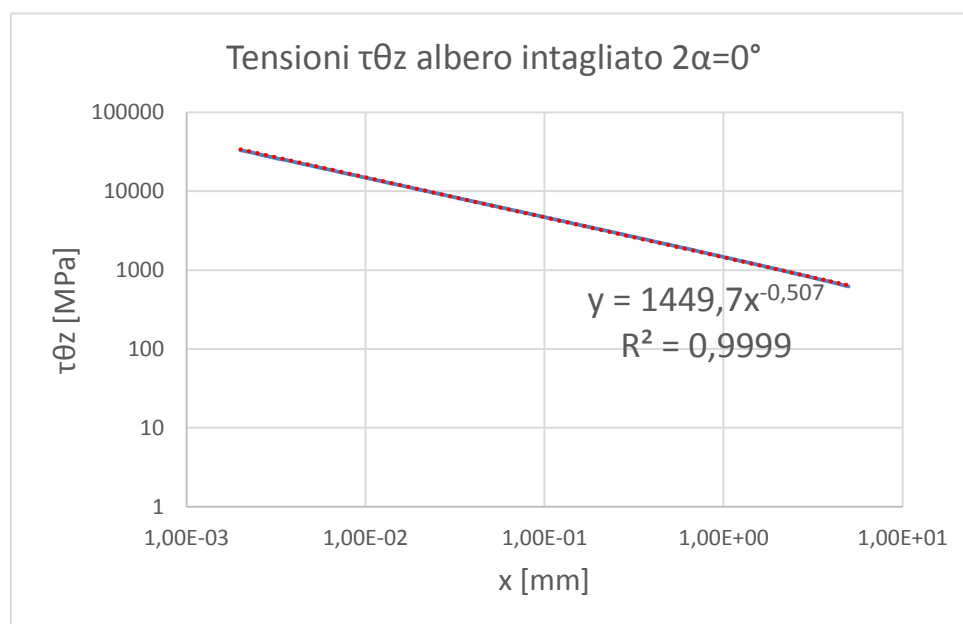


Figura 248: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 0°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 0° e quindi analogo ad una cricca, è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,507 \approx -0,5$ esattamente il valore atteso e definito da Irwin. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 249 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

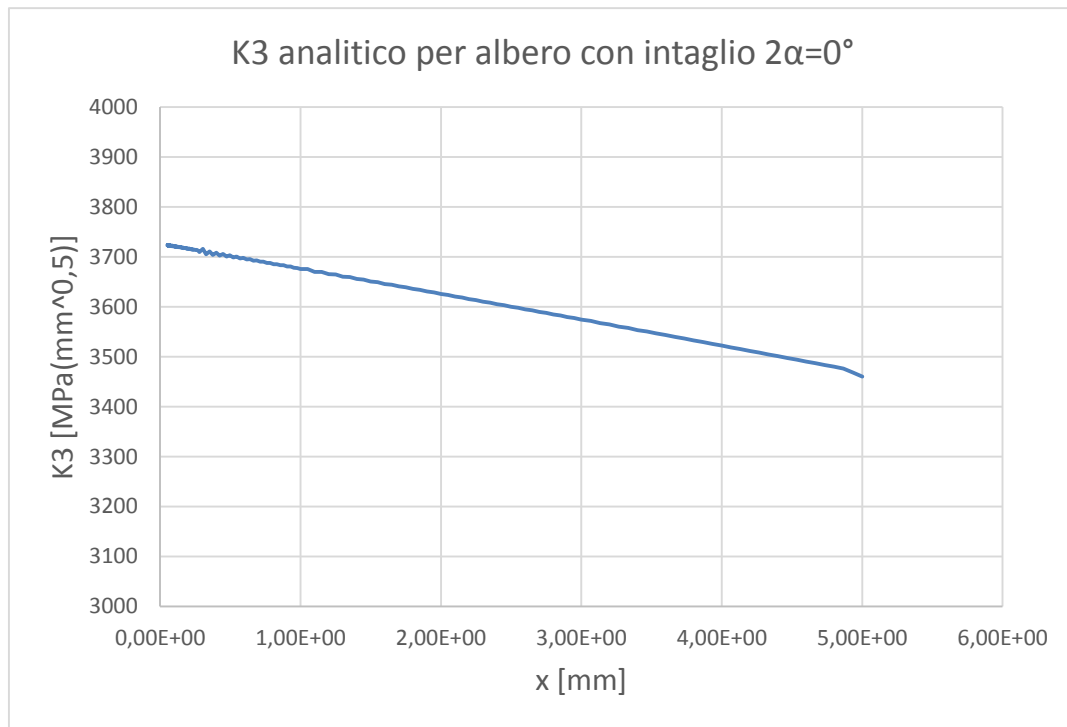


Figura 249: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=0^\circ$

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è pari a 263,7 MPa(mm^{0,5}) e quindi in termini relativi il 7,2% rispetto al valore medio di K_3 pari a 3658 MPa(mm^{0,5}), e viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile. Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 98,81568 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 3711\ MPamm^{0,5}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 53,13 MPa(mm^{0,5}), in termini relativi circa l'1,4%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.2.1.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati in precedenza, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 250 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 251.

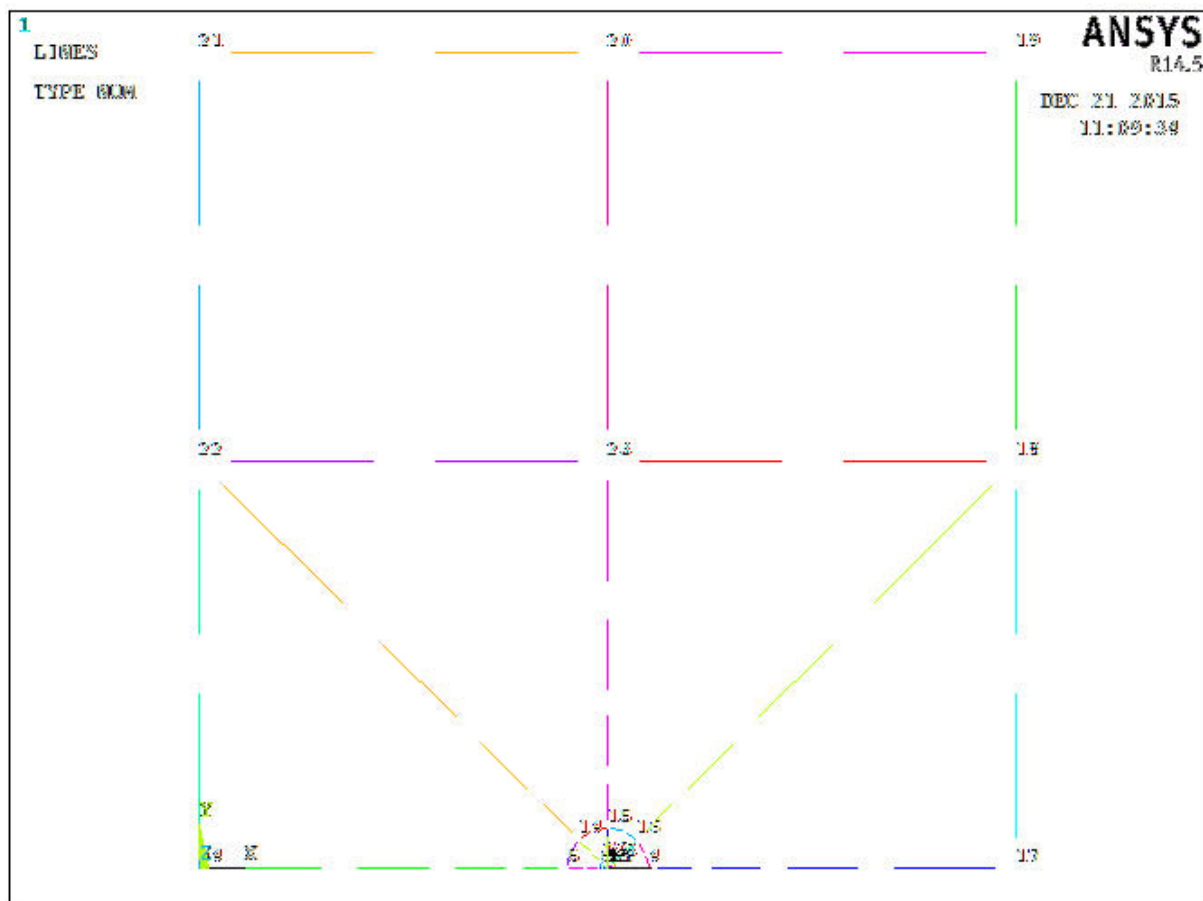


Figura 250: Modello studiato angolo apertura intaglio 0°, linee di costruzione rade

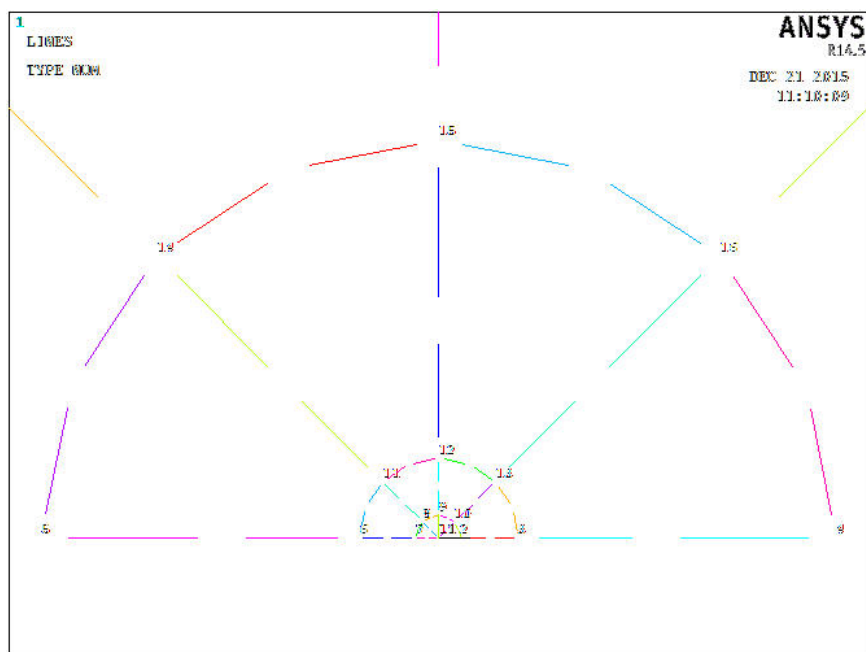


Figura 251: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 0° : la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 252 e 253, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

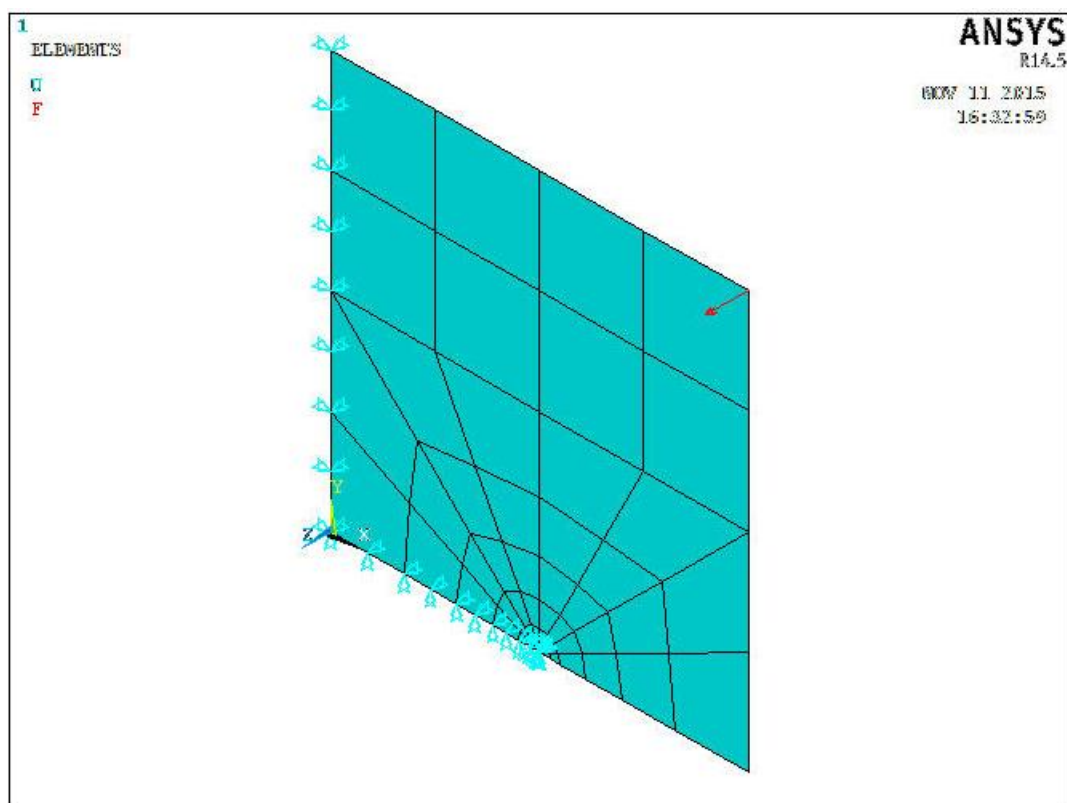


Figura 252: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 0°

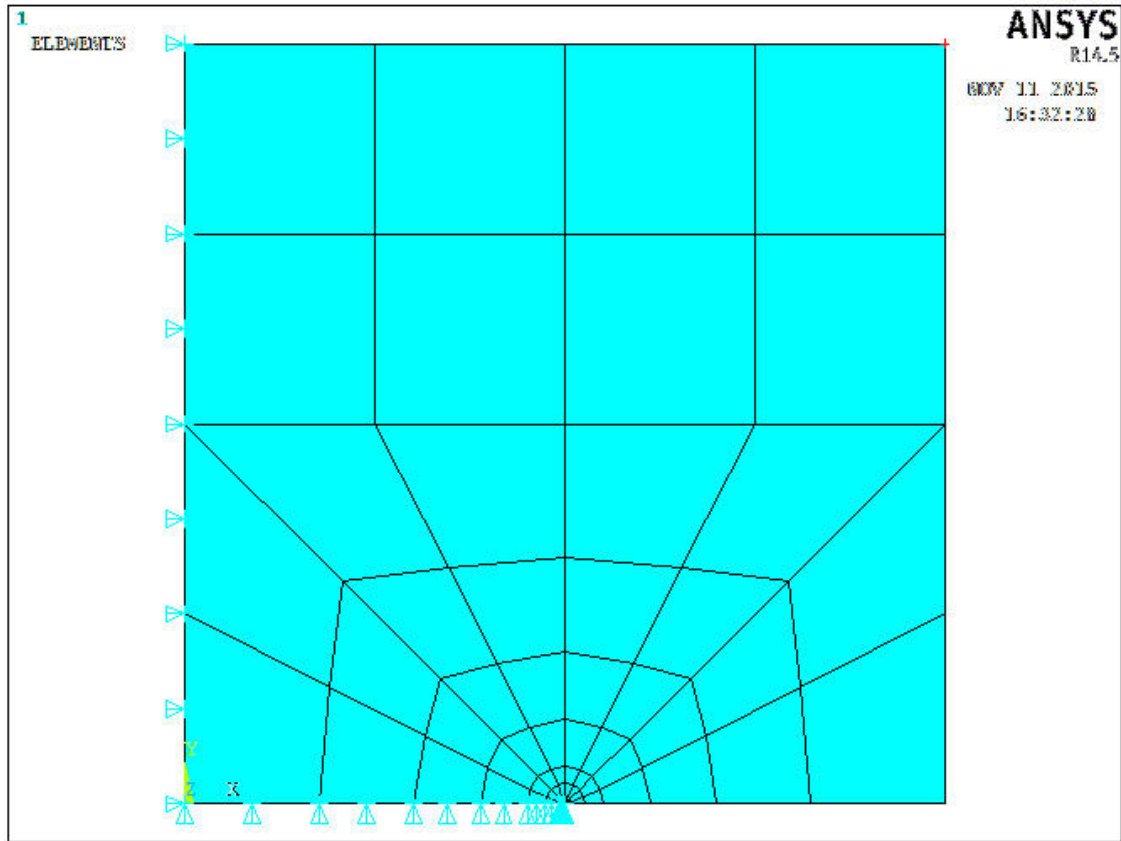


Figura 253: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 0°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 99,365161 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 3721 \text{ MPamm}^{0,5}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a 63 MPa(mm^{0,5}), che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,7%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a 10,3 MPa(mm^{0,5}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,27%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.3.2 Albero con apertura intaglio 30°

Il secondo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 30°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.3.2.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nel precedente capitolo, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 254 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 255.

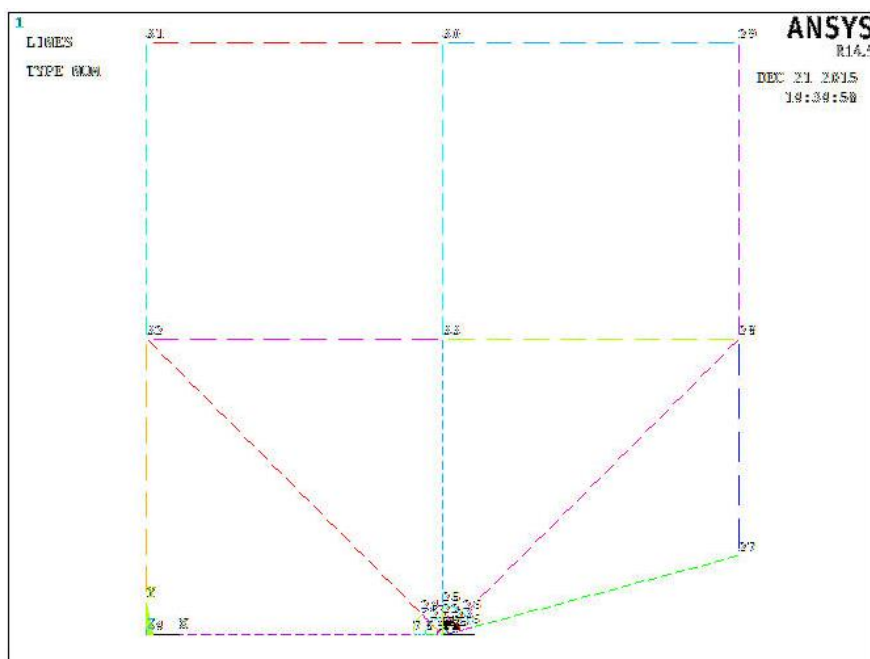


Figura 254: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione fini

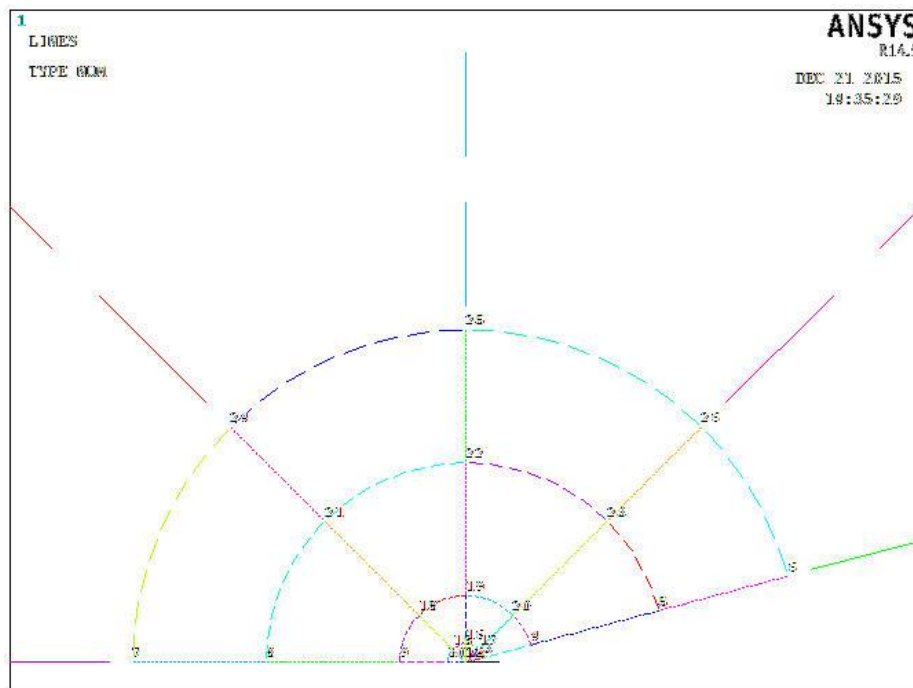


Figura 255: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 256 e 257, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

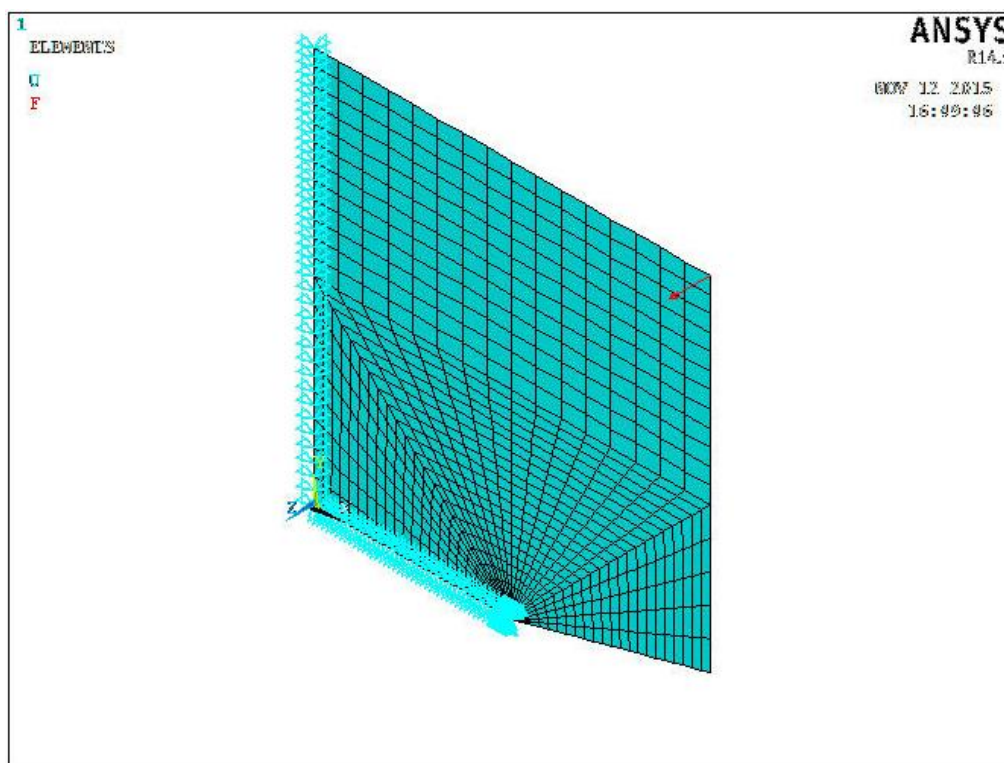


Figura 256: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

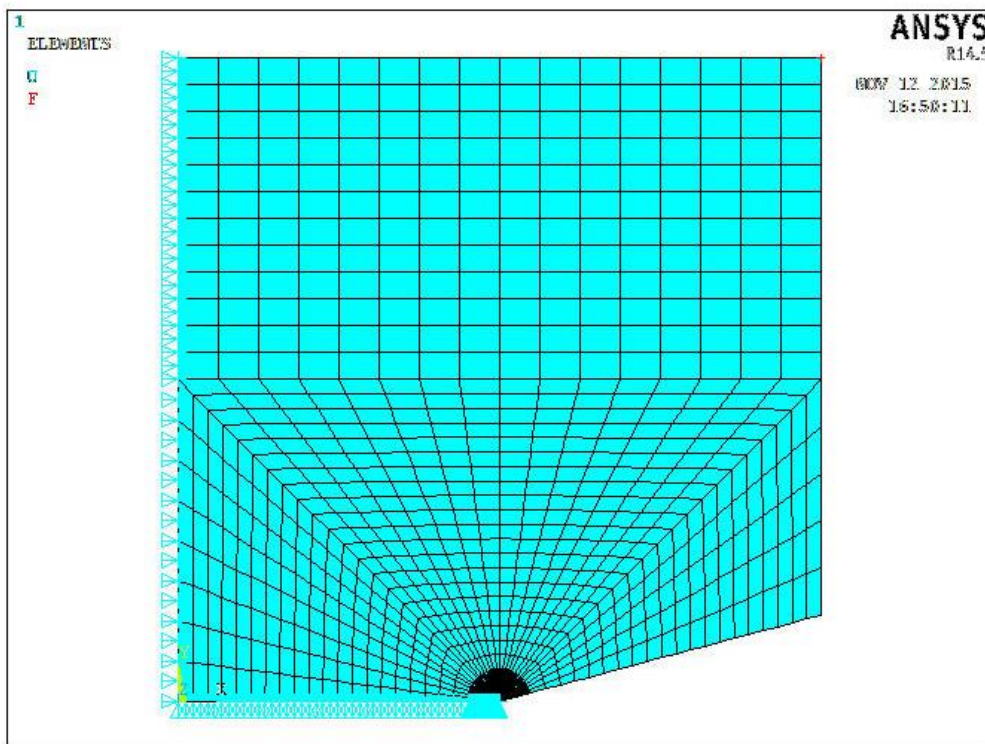


Figura 257: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 30°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del “path”, lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 258 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 30°.

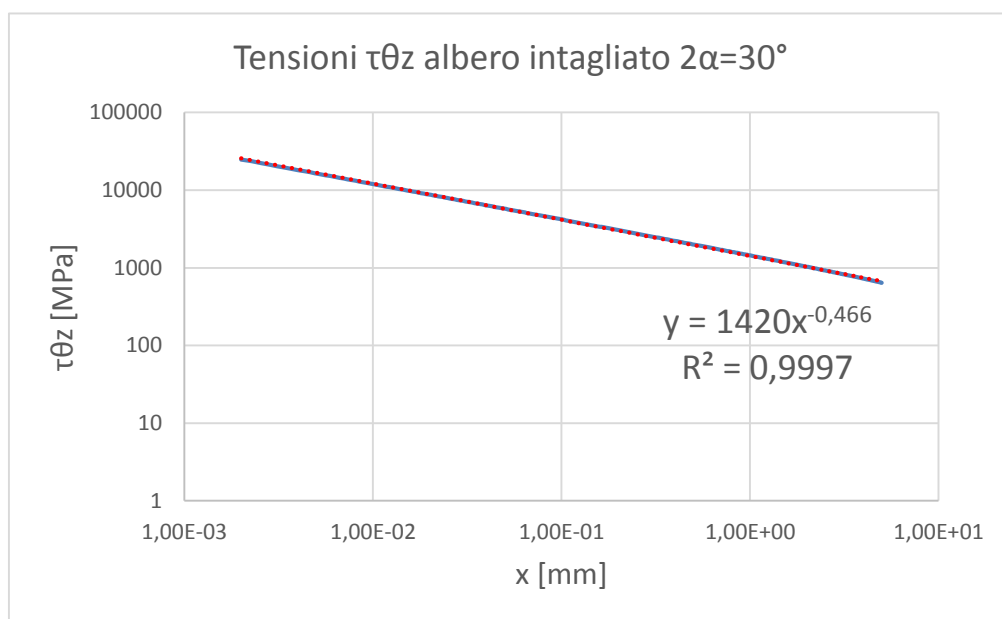


Figura 258: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 30° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,466$, valore chiaramente inferiore al caso precedente della cricca. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 259 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

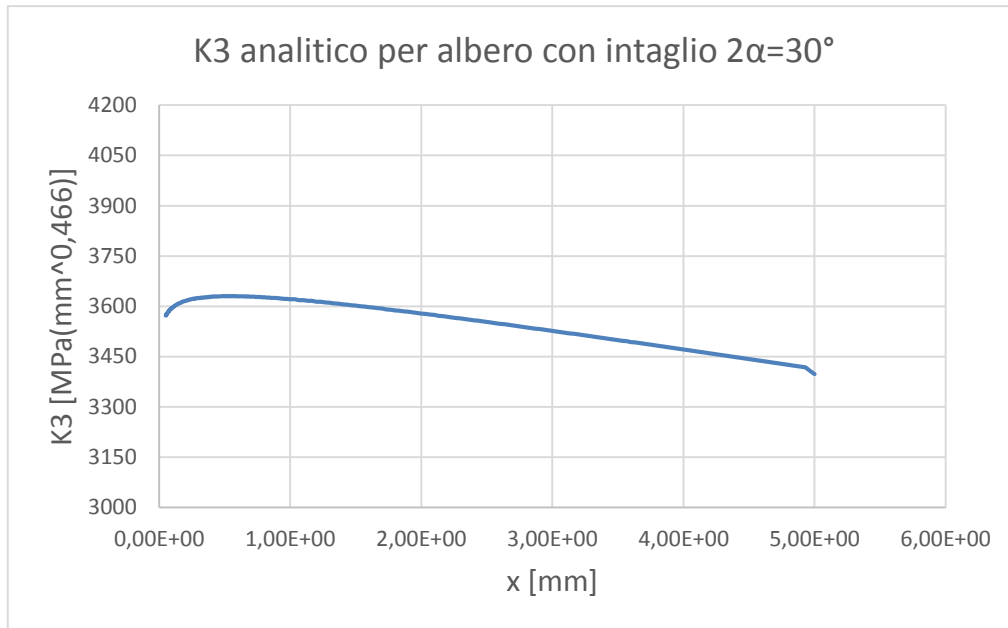


Figura 259: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=30^\circ$

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è pari a 233 MPa(mm^{0,466}) e quindi in termini relativi il 6,5% rispetto al valore medio di K_3 pari a 3571 MPa(mm^{0,466}), e viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 79,61972 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 3633 \text{ MPamm}^{0,466}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 62,24 MPa(mm^{0,466}), in termini relativi circa l'1,7%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.3.2.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati in precedenza, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 260 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 261.

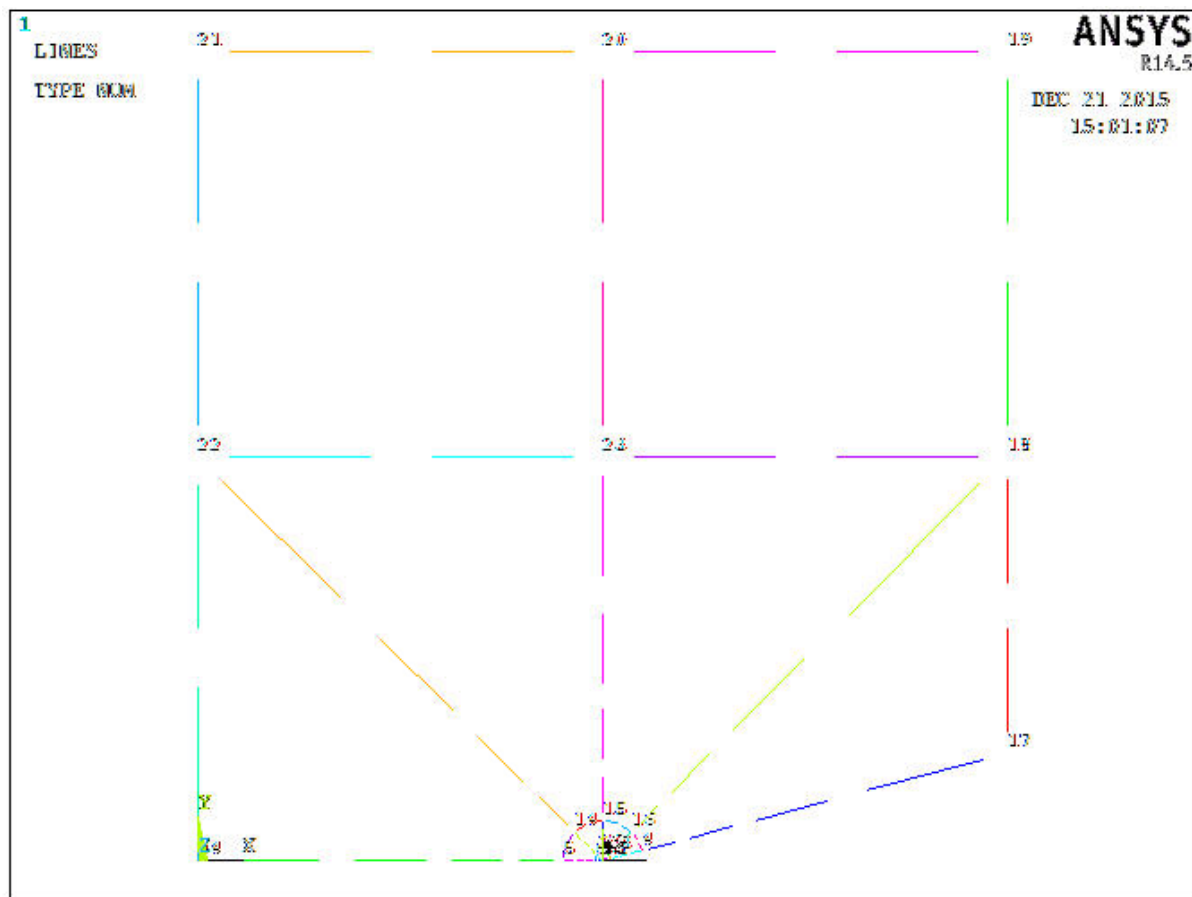


Figura 260: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione rade

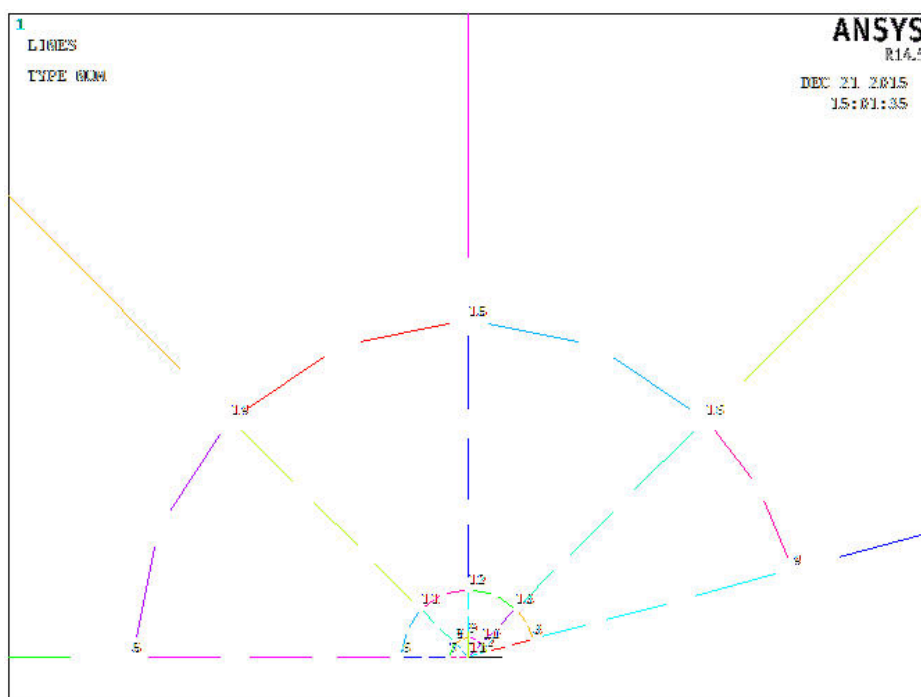


Figura 261: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 262 e 263, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

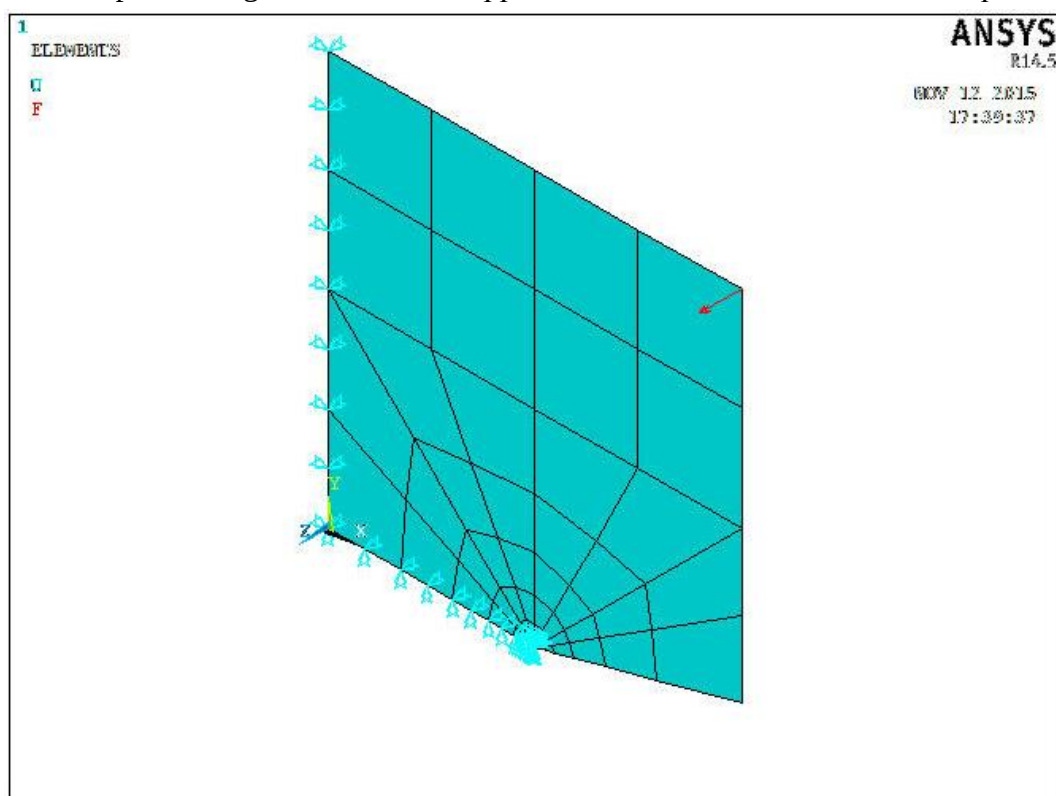


Figura 262: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

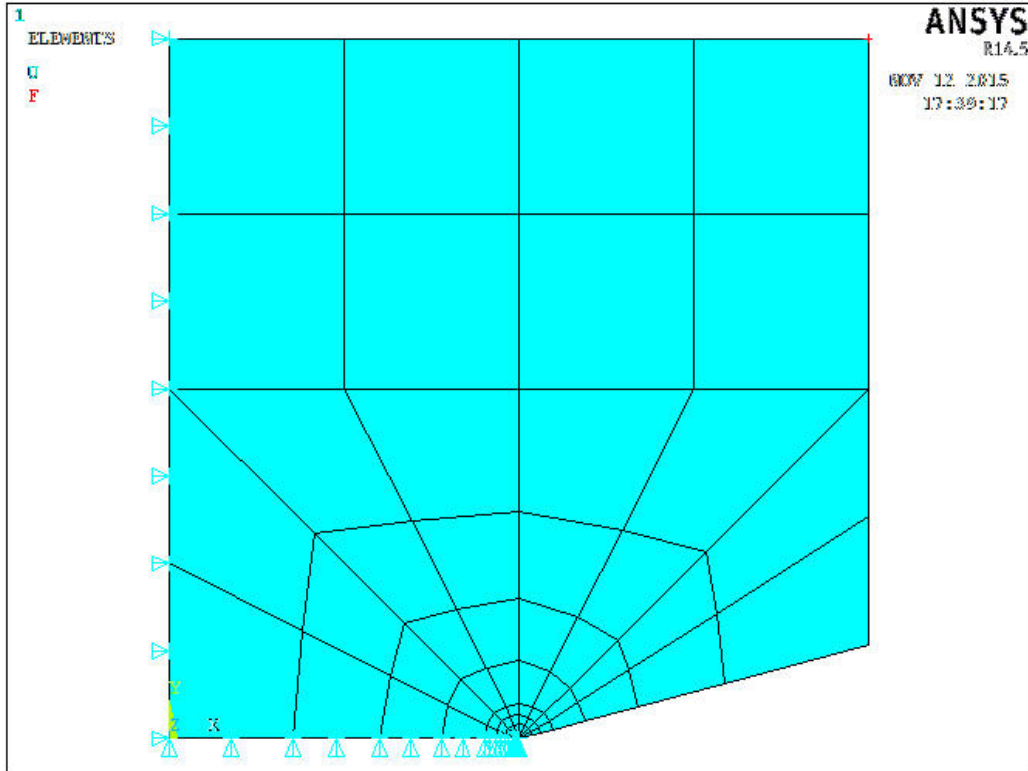


Figura 263: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 30°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 79,880081 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 3639 \text{ MPamm}^{0,466}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a 68,2 MPa(mm^{0,466}), che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,8%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a 5,9 MPa(mm^{0,466}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,16%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.3.3 Albero con apertura intaglio 60°

Il terzo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 60°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.3.3.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nel precedente capitolo, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 264 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 265.

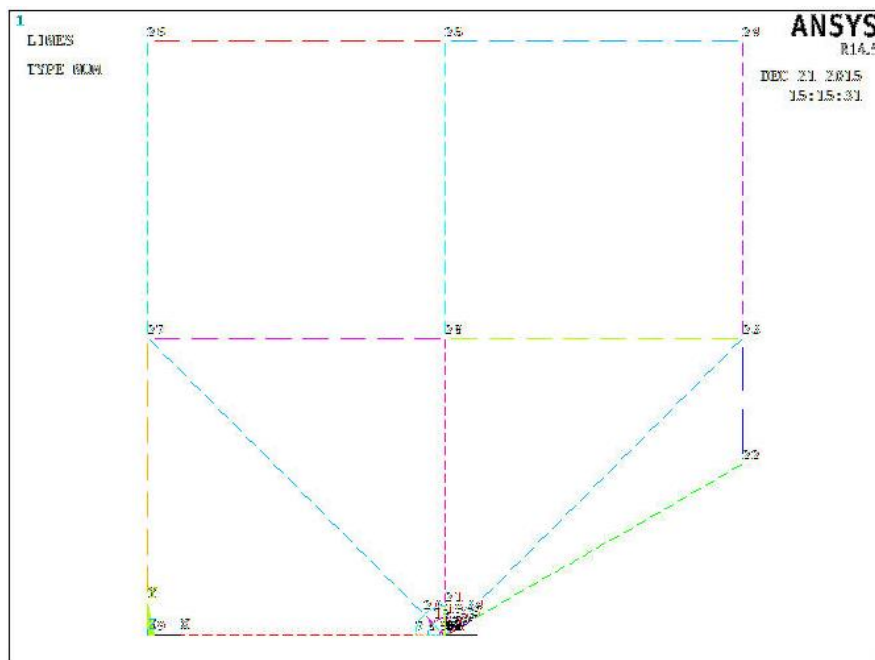


Figura 264: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione fini

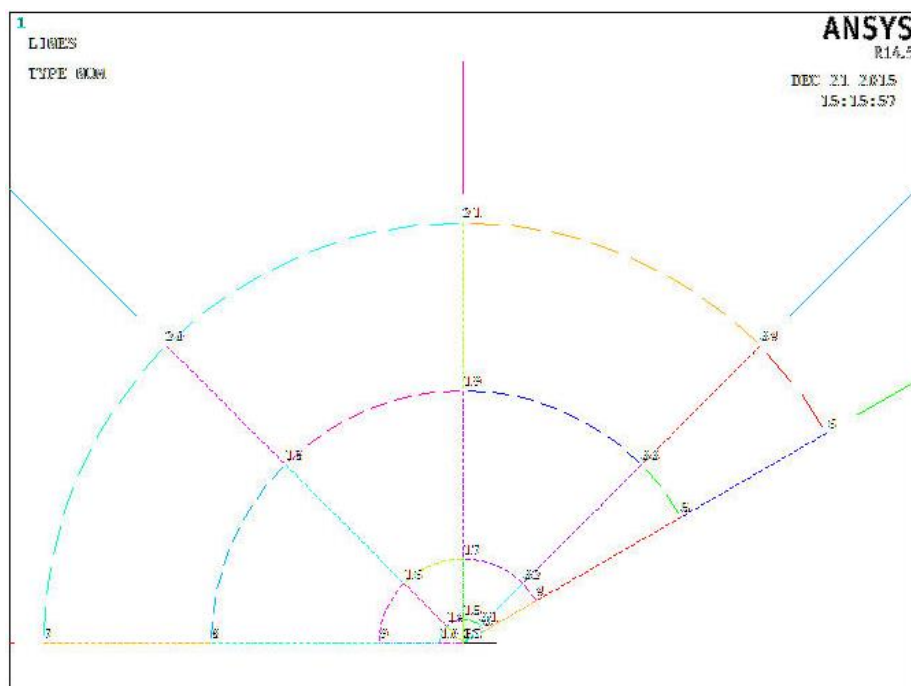


Figura 265: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 266 e 267, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

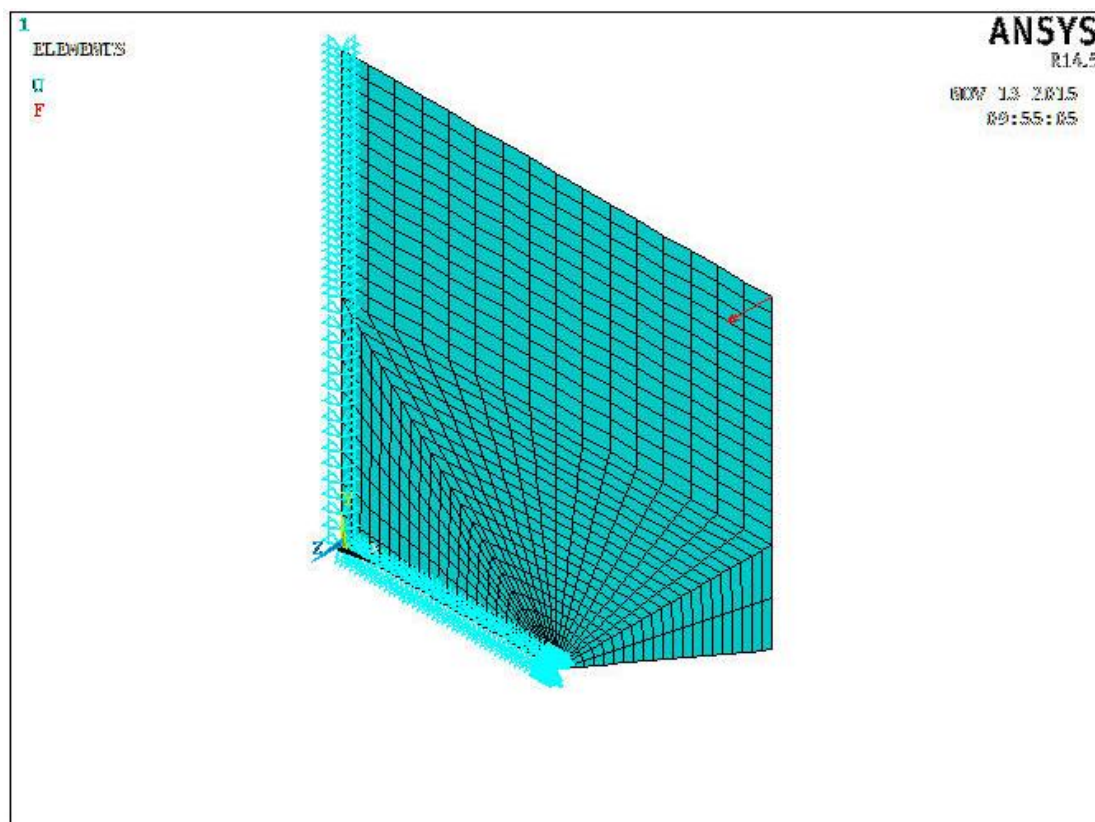


Figura 266: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

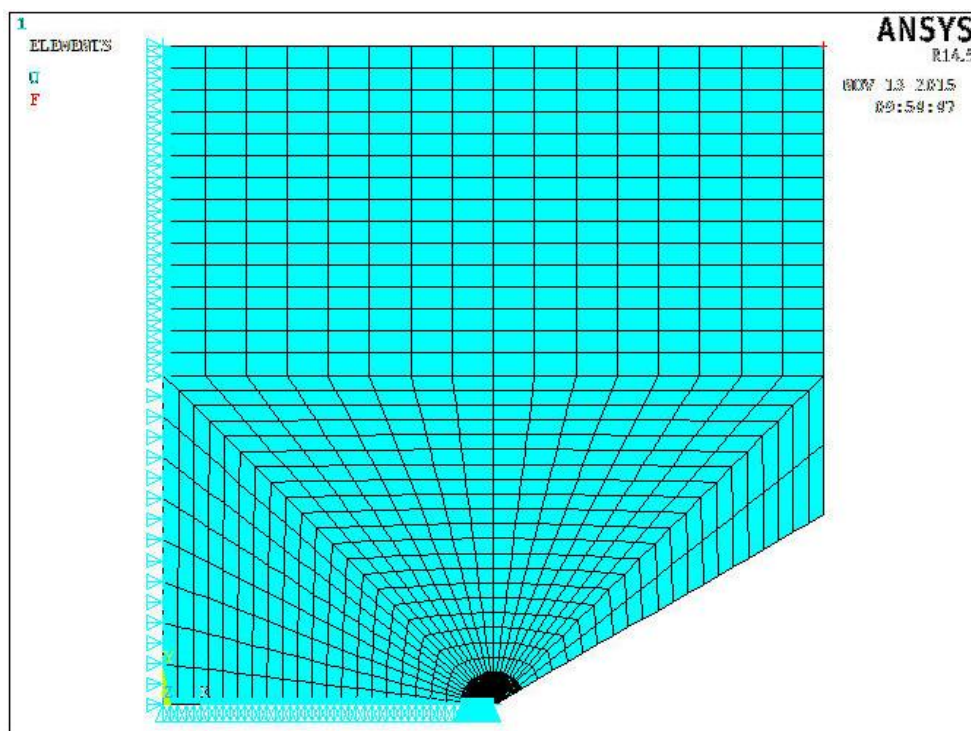


Figura 267: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 60°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del “path”, lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 268 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 60°.

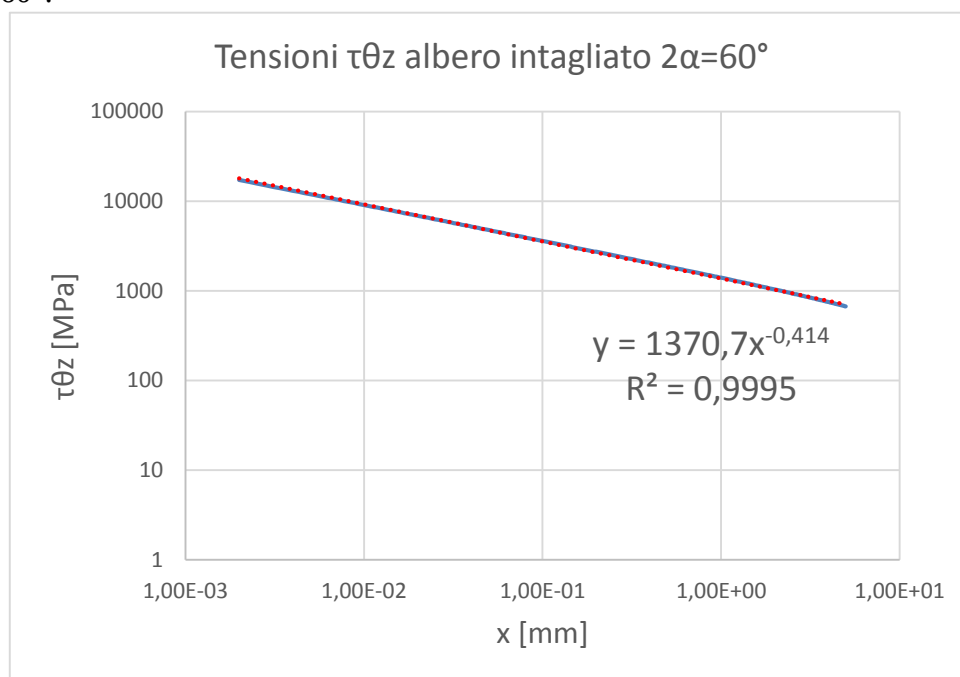


Figura 268: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 60°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 60° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,414$, valore chiaramente inferiore al caso precedente. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 269 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

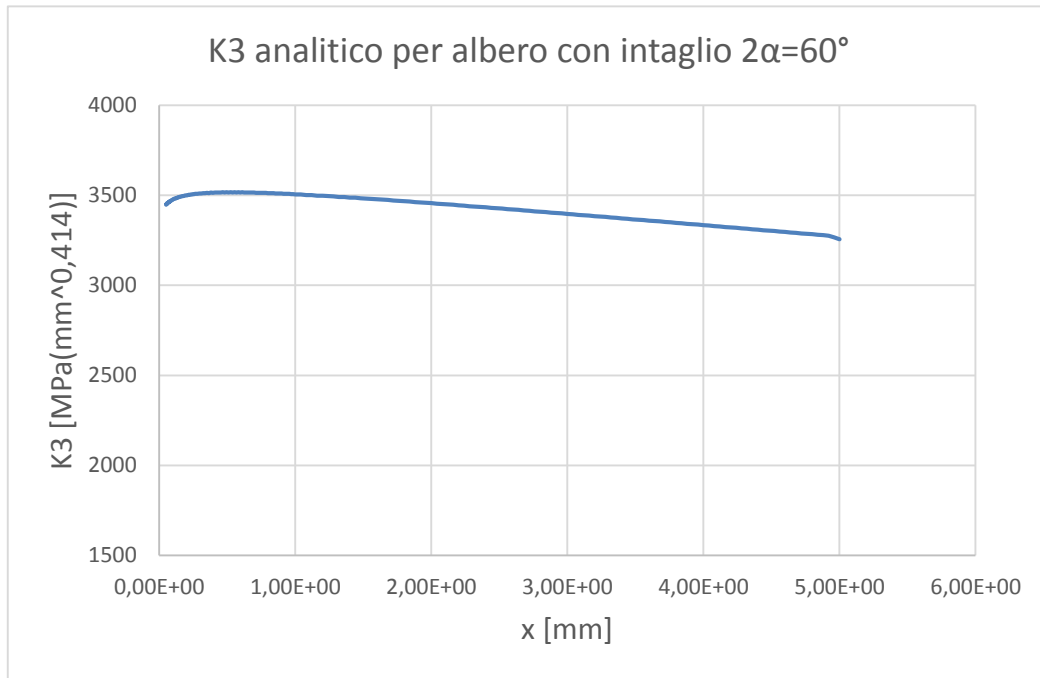


Figura 269: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=60^\circ$

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è pari a 260 MPa(mm^{0,414}) e quindi in termini relativi il 7,5% rispetto al valore medio di K_3 pari a 3449 MPa(mm^{0,414}), e viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 59,634921 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 3523\ MPamm^{0,414}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $73,7\ MPa(mm^{0,414})$, in termini relativi circa il 2%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.3.3.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati in precedenza, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 270 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 271.

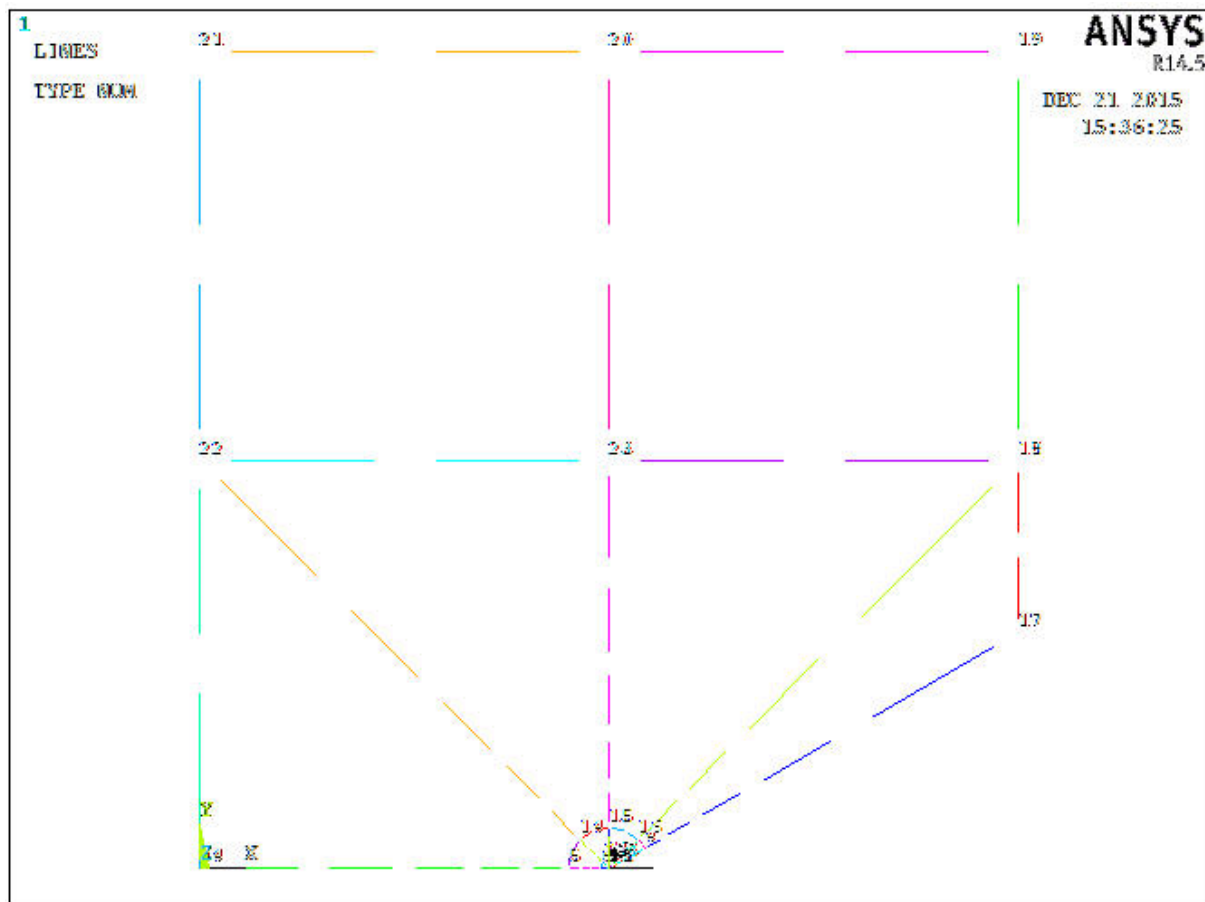


Figura 270: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione rade

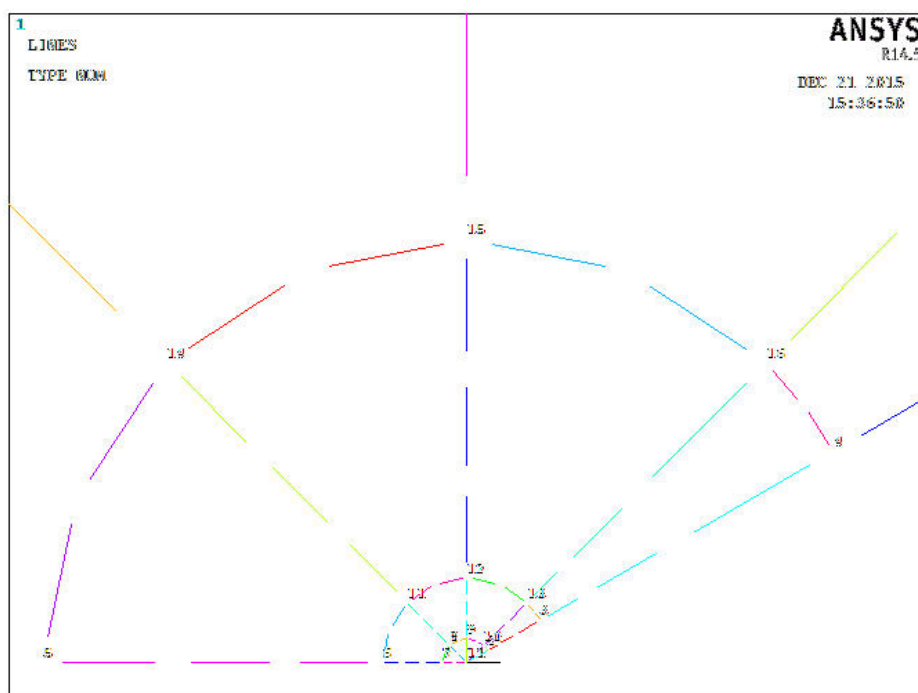


Figura 271: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 272 e 273, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

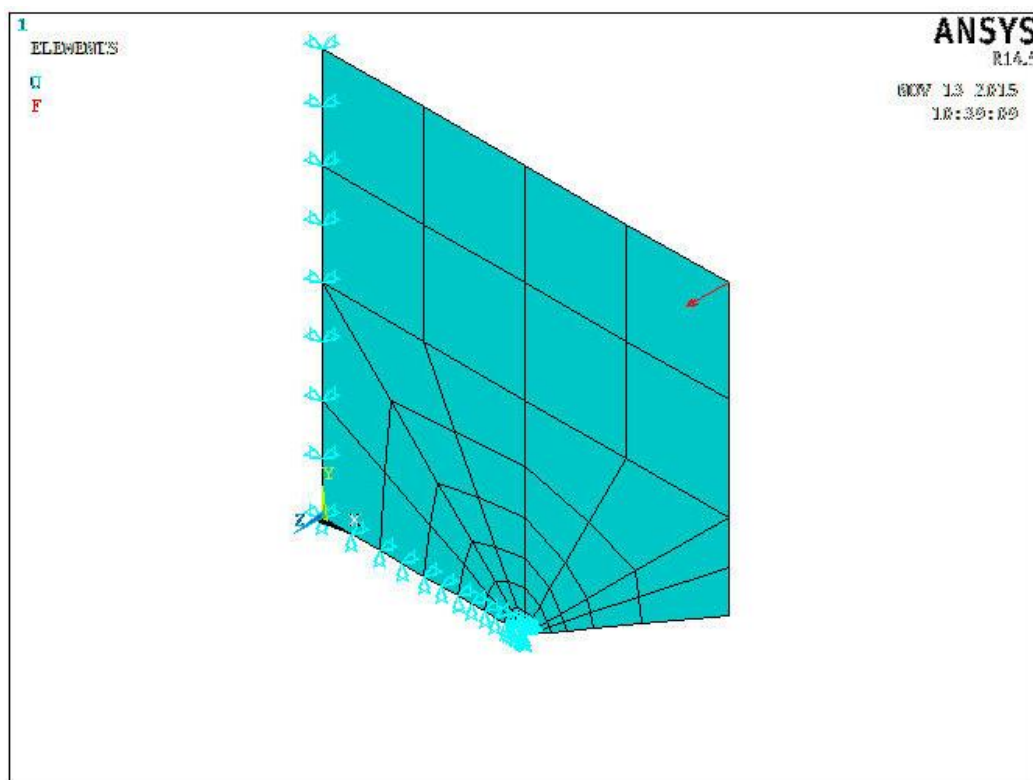


Figura 272: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

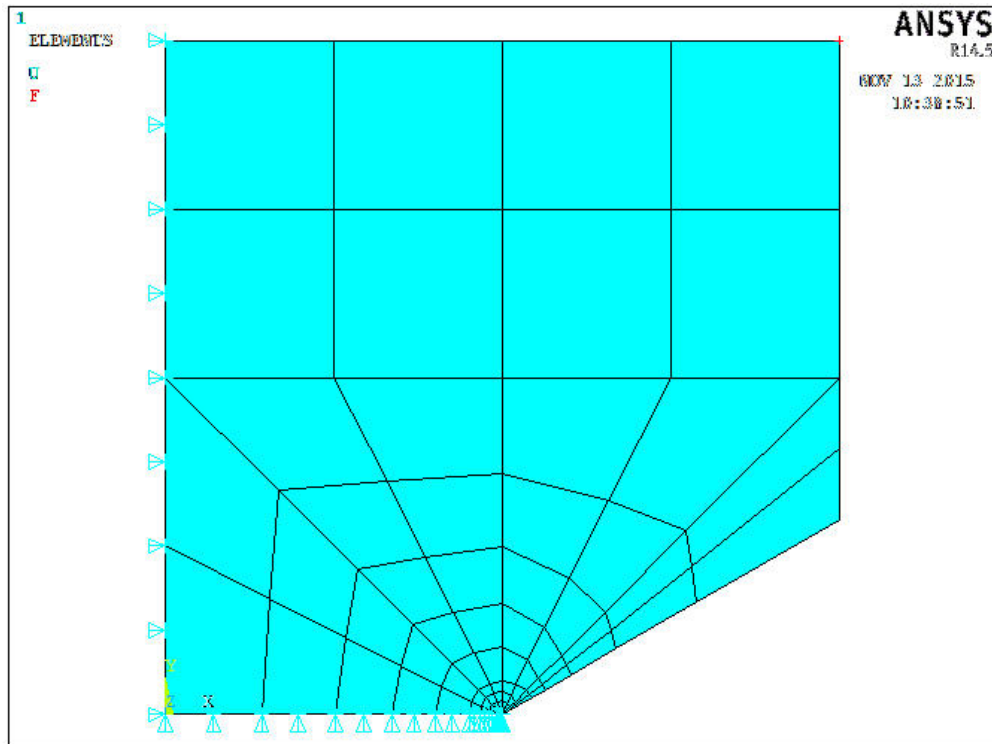


Figura 273: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 60°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 59,730012 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 3526 \text{ MPamm}^{0,414}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a 76,5 MPa(mm^{0,414}), che in termini relativi si traduce in una differenza del 2,2%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a 2,8 MPa(mm^{0,414}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,08%, valore

essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.3.4 Albero con apertura intaglio 90°

Il quarto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 90°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.3.4.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nel precedente capitolo, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 274 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 275.

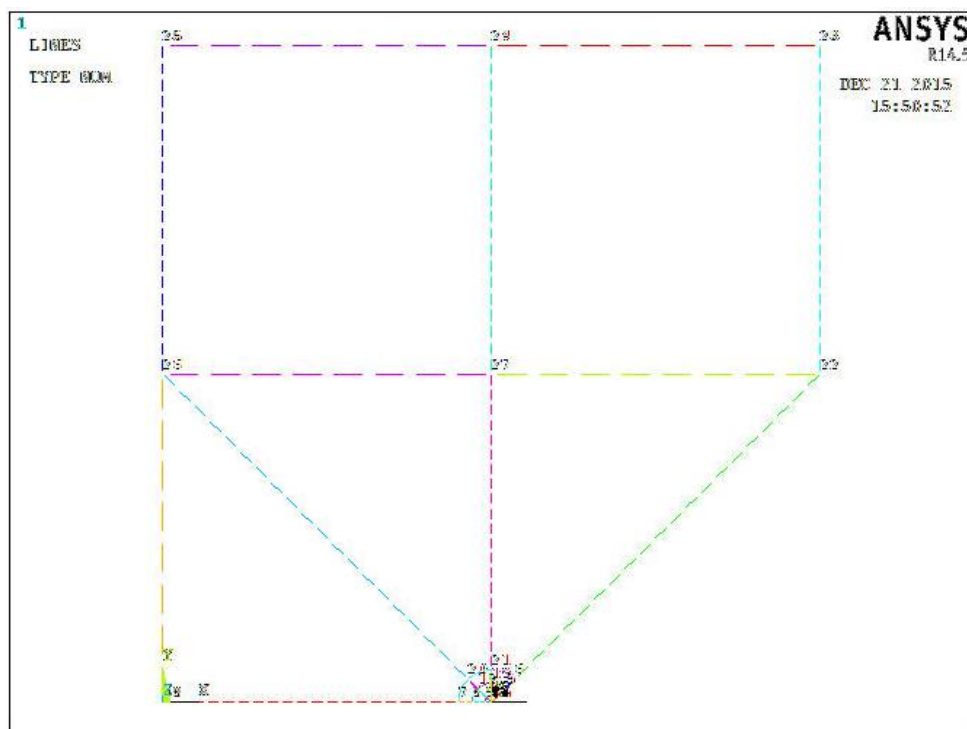


Figura 274: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione fini

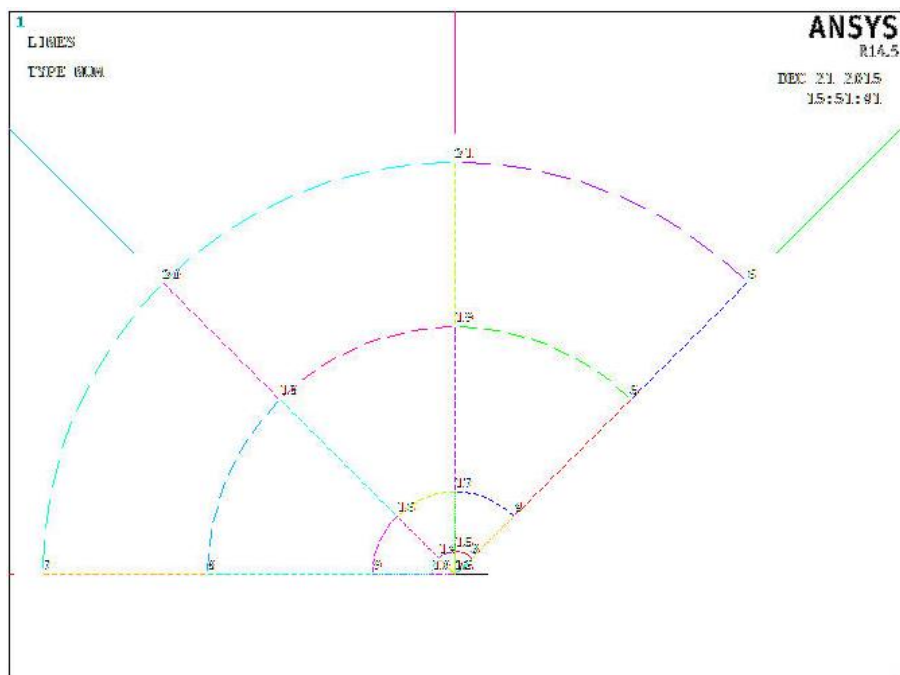


Figura 275: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 276 e 277, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

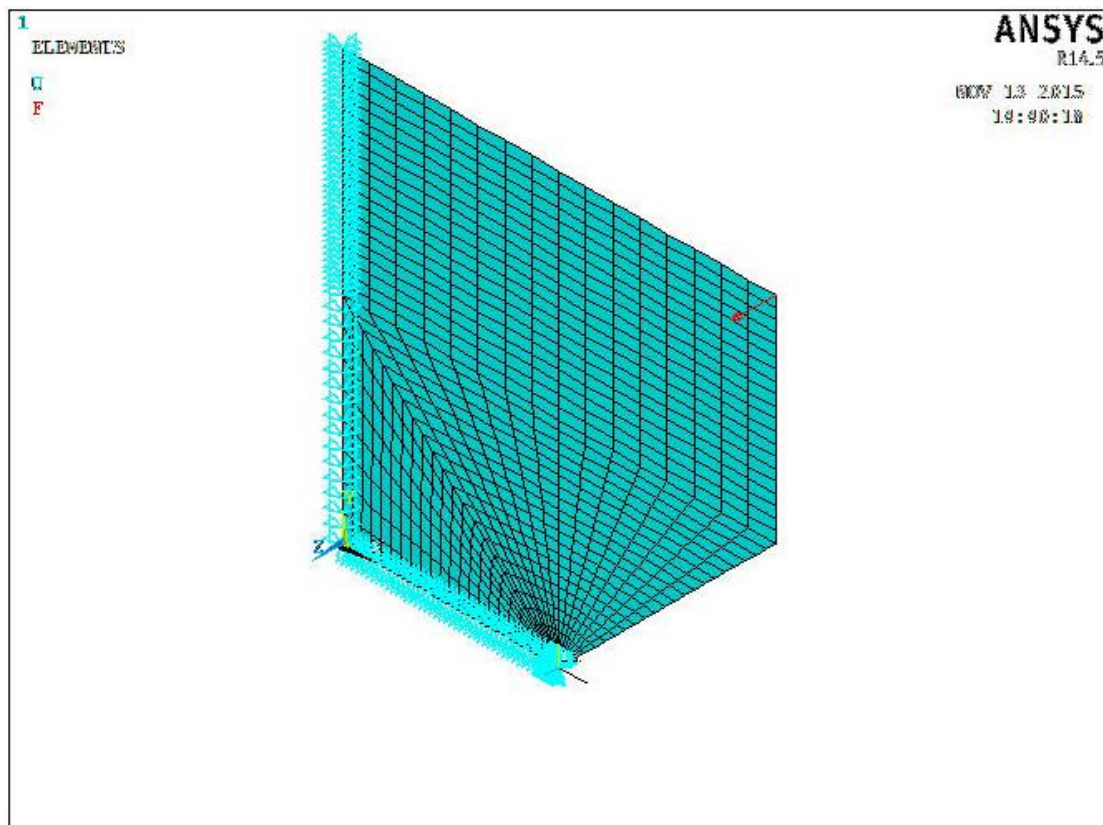


Figura 276: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

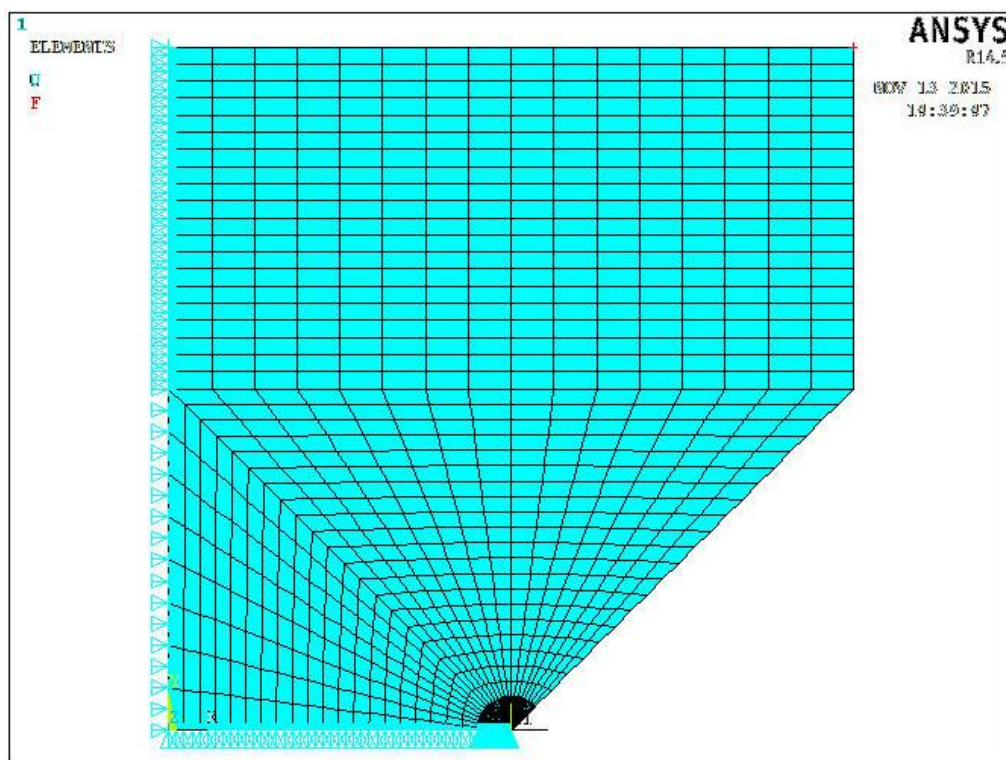


Figura 277: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 90°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del “path”, lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 278 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 90°.

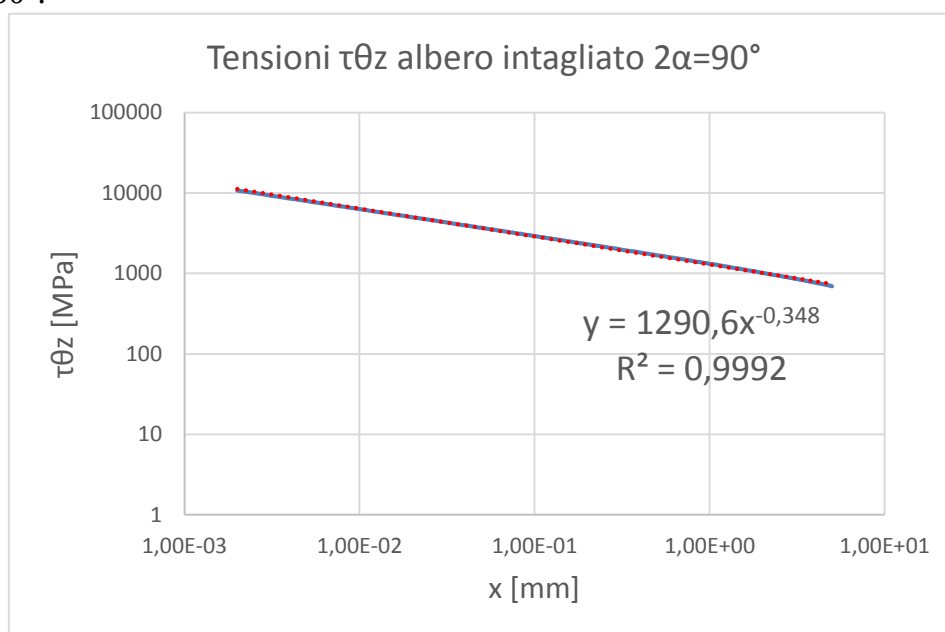


Figura 278: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 90°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 90° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,348$, valore chiaramente inferiore al caso precedente. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 279 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

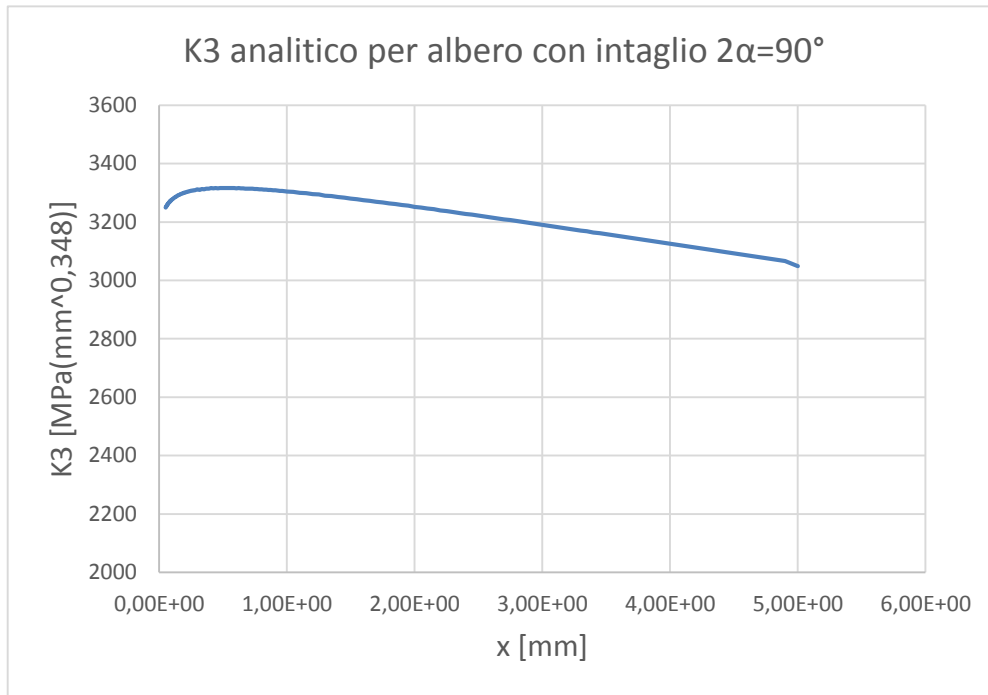


Figura 279: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=90^\circ$

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è pari a 268 MPa(mm^{0,348}) e quindi in termini relativi il 8,2% rispetto al valore medio di K_3 pari a 3250 MPa(mm^{0,348}), e viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 40,410086 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 3325\ MPamm^{0,348}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 75,1 MPa(mm^{0,348}), in termini relativi circa il 2,2%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.3.4.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati in precedenza, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 280 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 281.

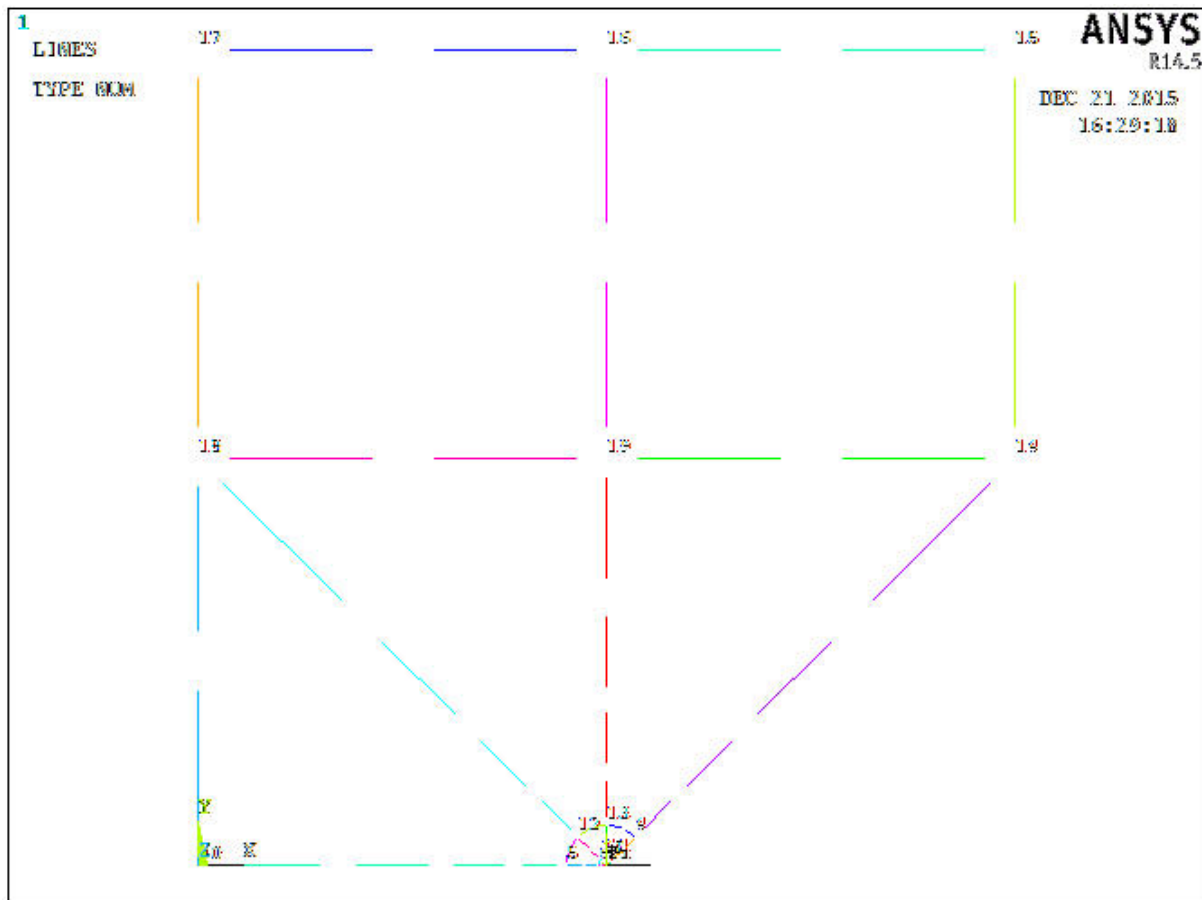


Figura 280: Modello studiato angolo apertura intaglio 90°, linee di costruzione rade

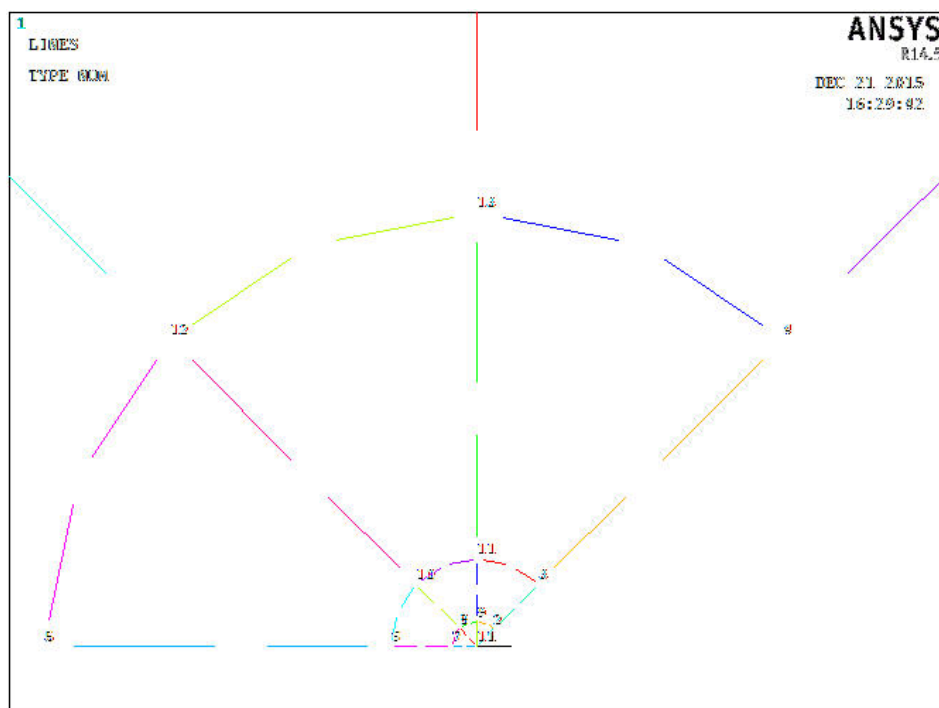


Figura 281: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 90°: la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 282 e 283, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

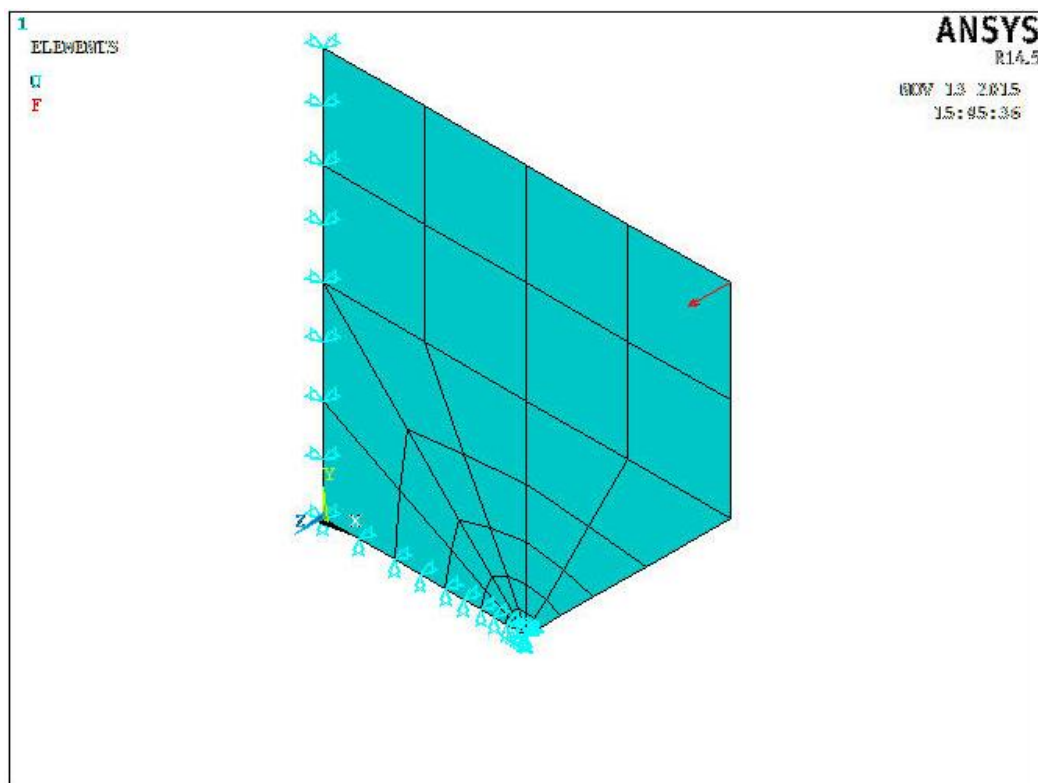


Figura 282: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 90°

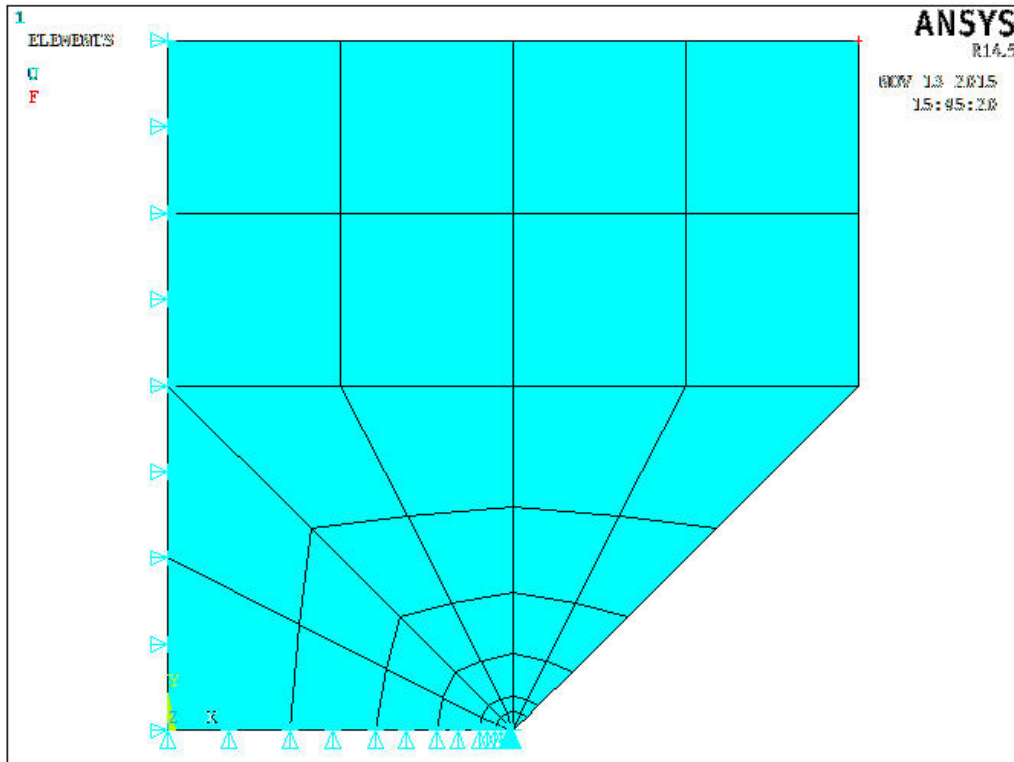


Figura 283: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 90°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 40,687375 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 3336 \text{ MPamm}^{0,348}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $86,5 \text{ MPa(mm}^{0,348})$, che in termini relativi si traduce in una differenza del 2,6%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $11,4 \text{ MPa(mm}^{0,348})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,3%, valore

essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.3.5 Albero con apertura intaglio 120°

Il quinto modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 120°. Si procederà quindi con la realizzazione di due differenti mesh per il seguente modello: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

7.3.5.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nel precedente capitolo, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 284 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 285.

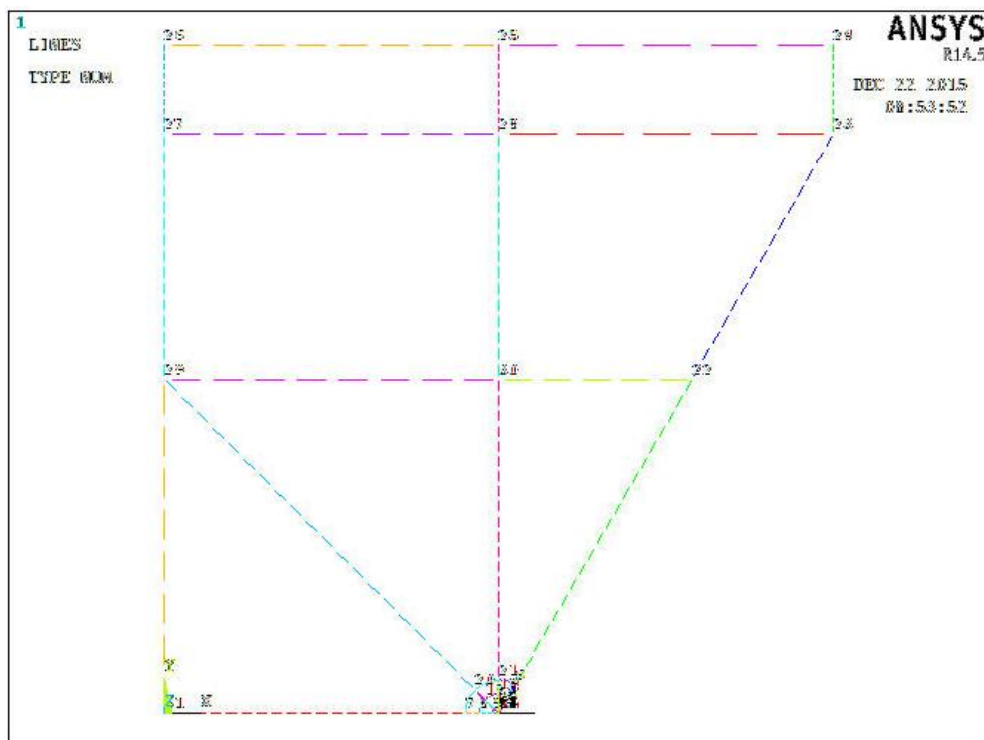


Figura 284: Modello studiato angolo apertura intaglio 120°, linee di costruzione fini

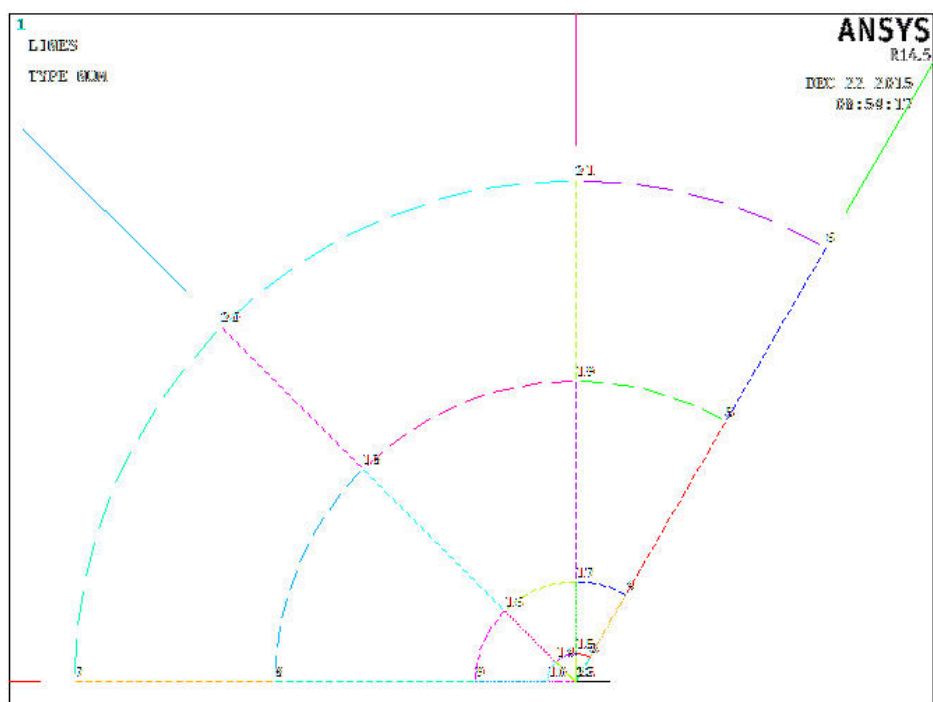


Figura 285: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 286 e 287, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

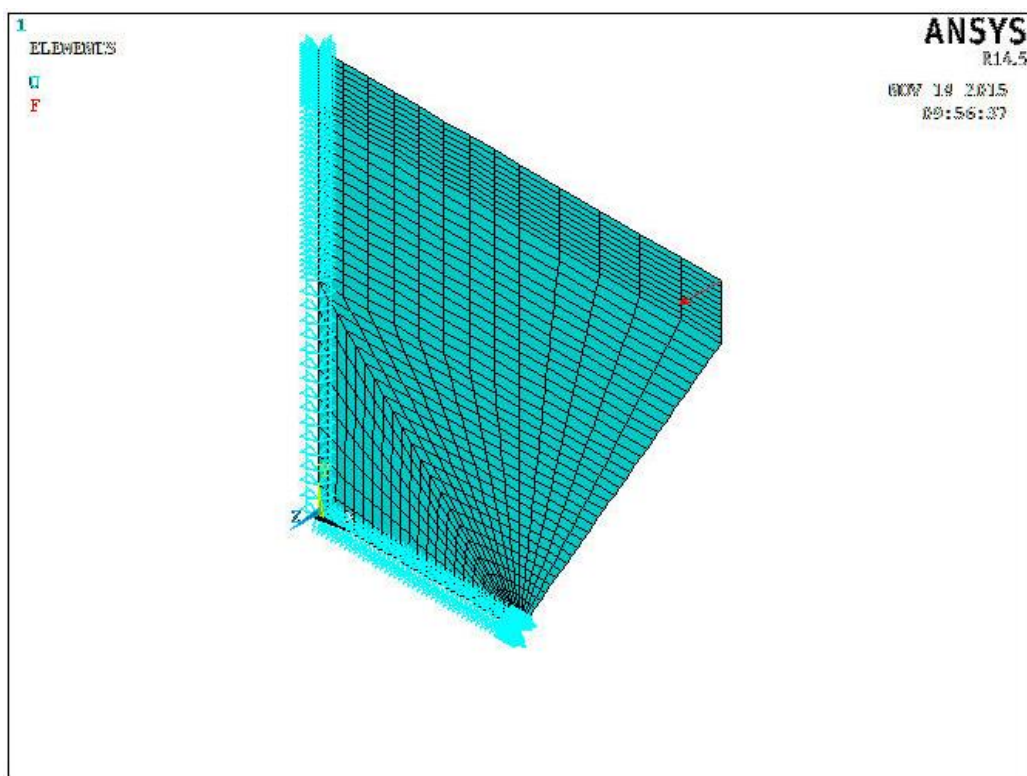


Figura 286: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

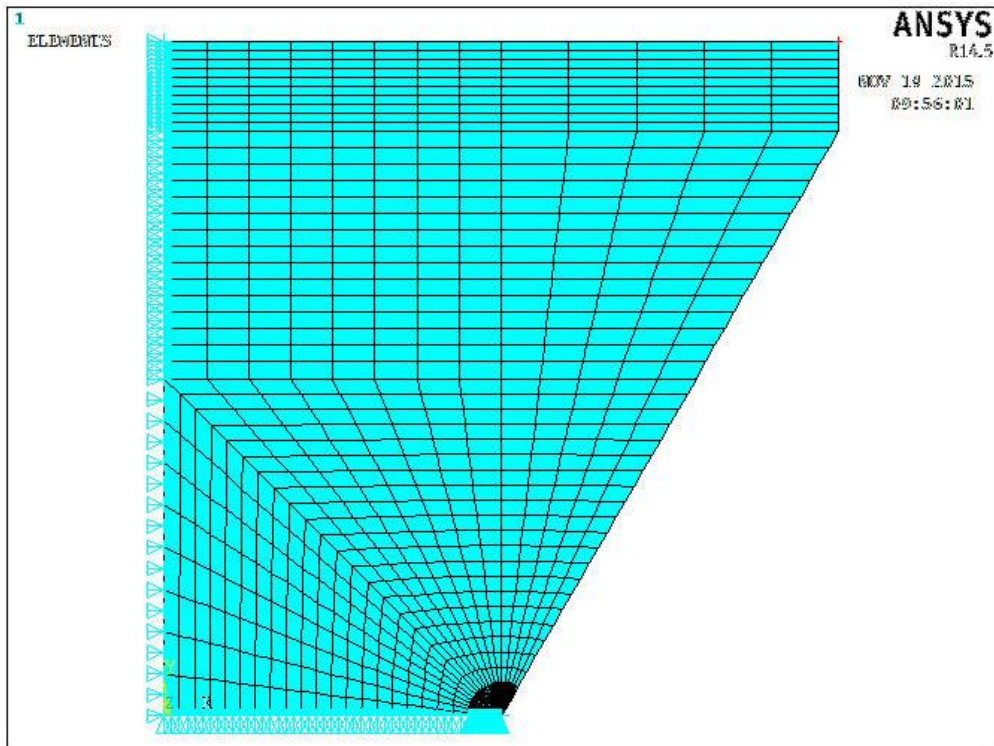


Figura 287: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 120°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 288 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 120°.

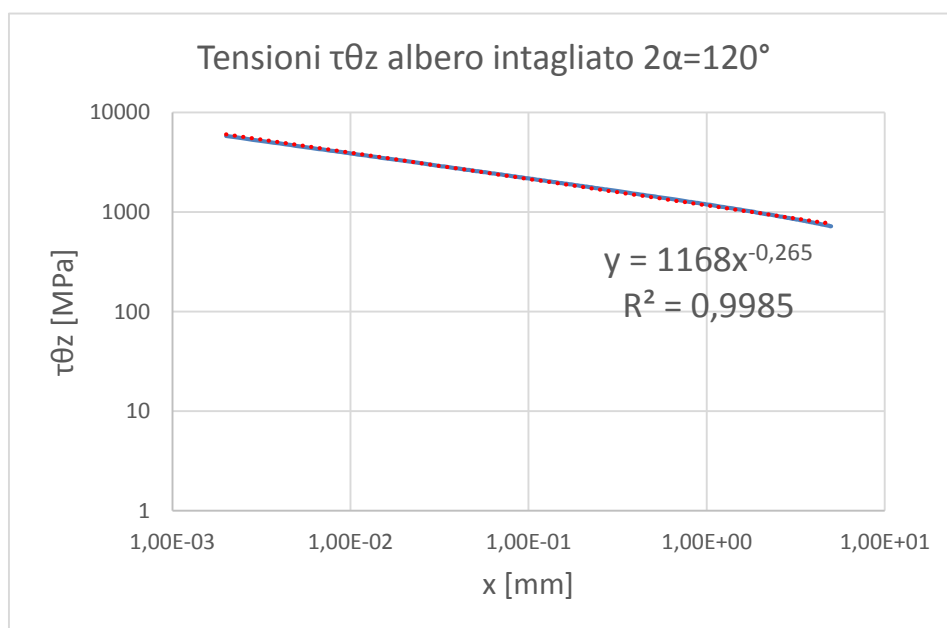


Figura 288: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 120°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 120° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,265$, valore chiaramente inferiore al caso precedente. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 289 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

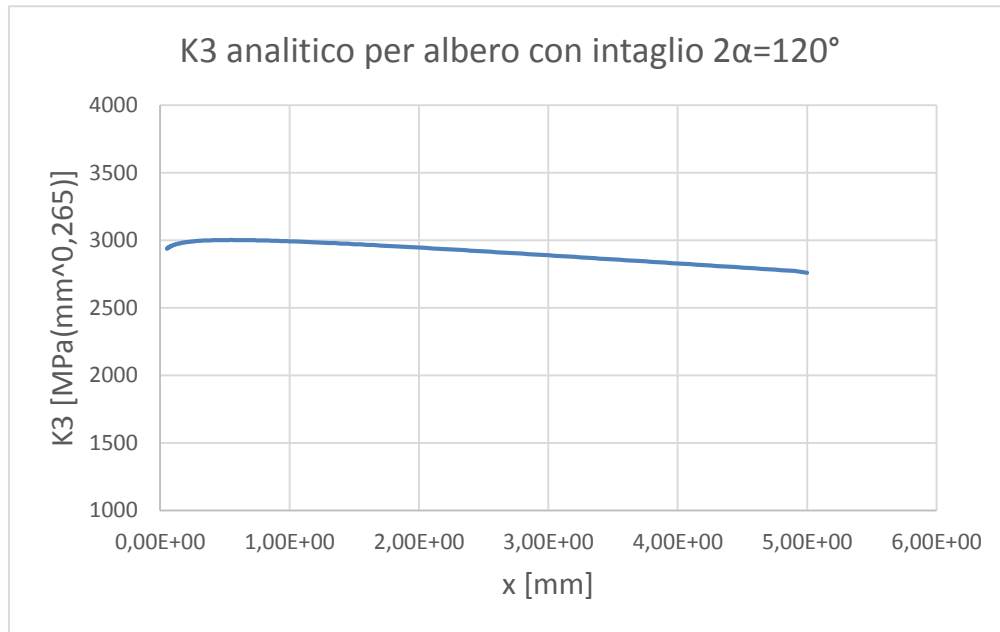


Figura 289: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=120^\circ$

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è pari a $242 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,265})$ e quindi in termini relativi il 8,2% rispetto al valore medio di K_3 pari a $2941 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,265})$, e viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 23,792752 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 3008 \text{ MPamm}^{0,265}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 66,9 MPa(mm^{0,265}), in termini relativi circa il 2,2%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

7.3.5.2 Mesh rada

Analogamente ai modelli realizzati in precedenza, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 6.1, si è definito il posizionamento dei Keypoints. I suddetti Keypoints sono stati poi collegati con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 290 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 291.

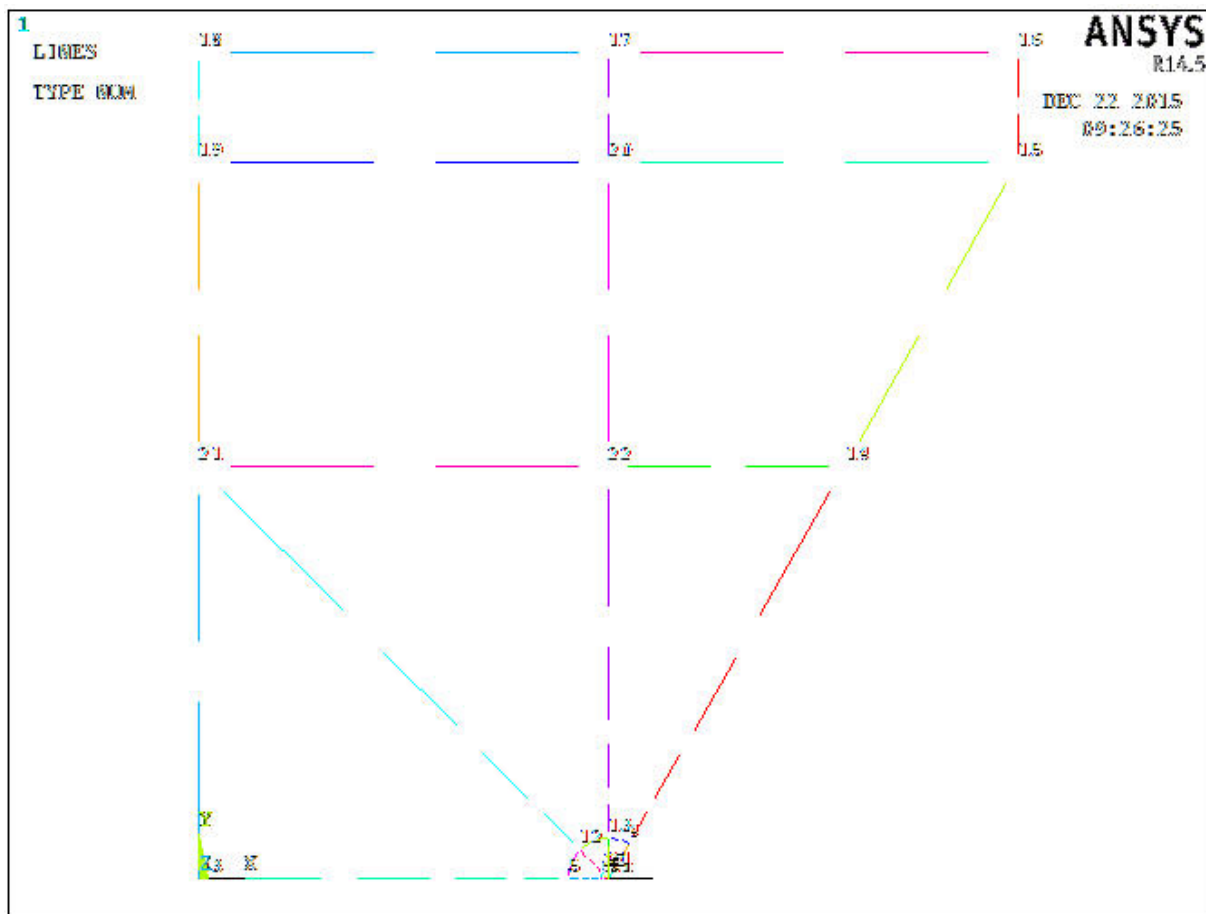


Figura 290: Modello studiato angolo apertura intaglio 120°, linee di costruzione rade

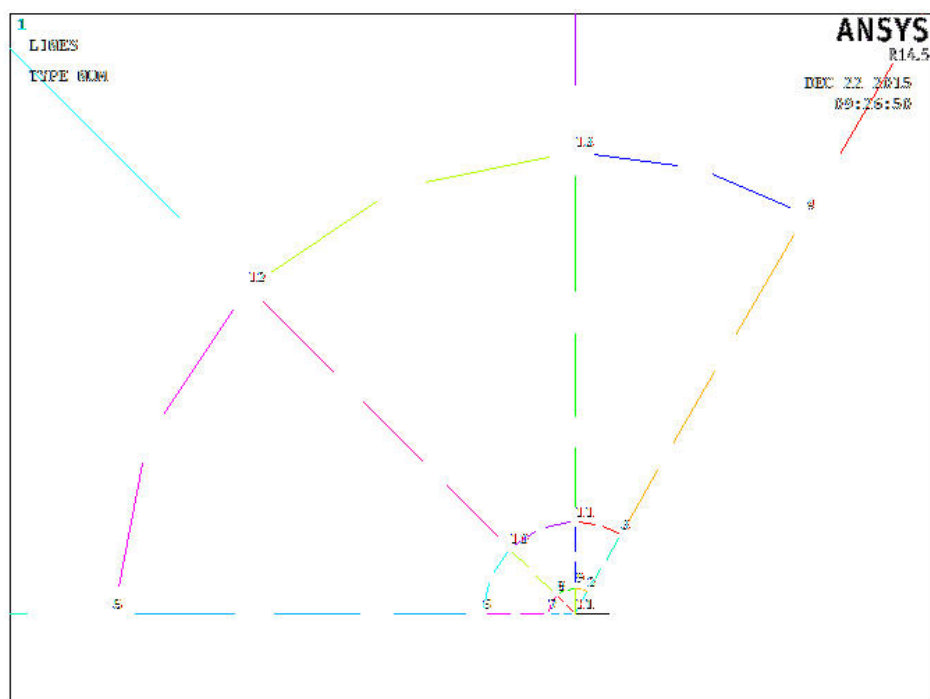


Figura 291: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 120°: la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero e lungo l'asse di assialsimmetria, come visibile nelle Figure 292 e 293, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

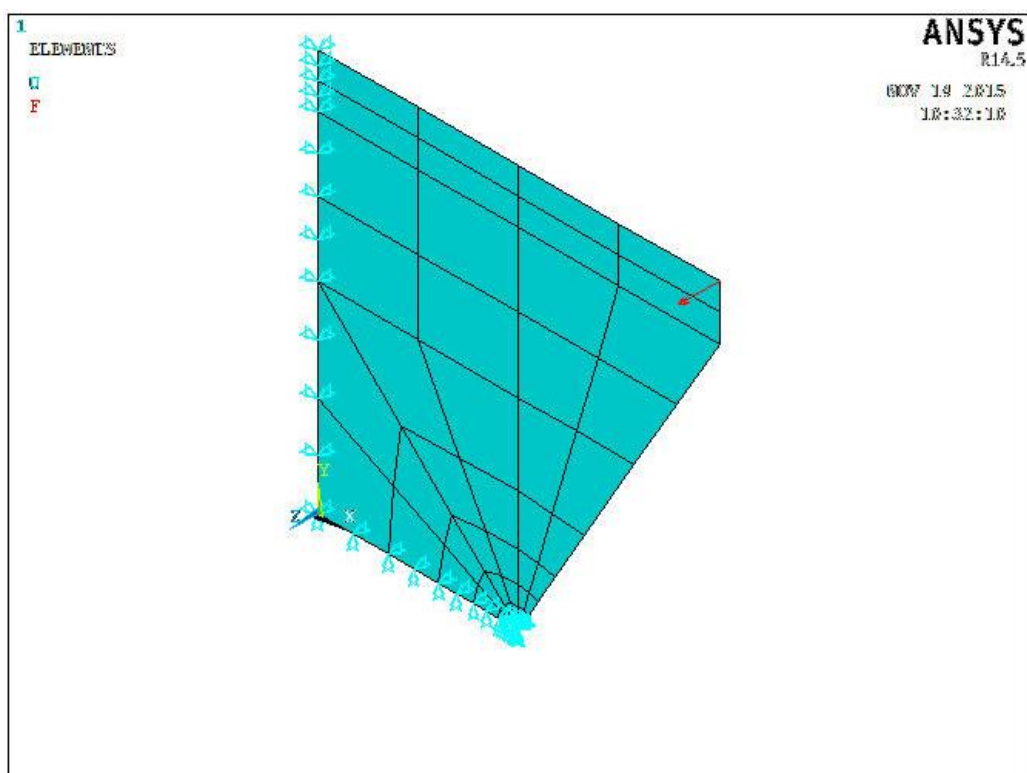


Figura 292: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 120°

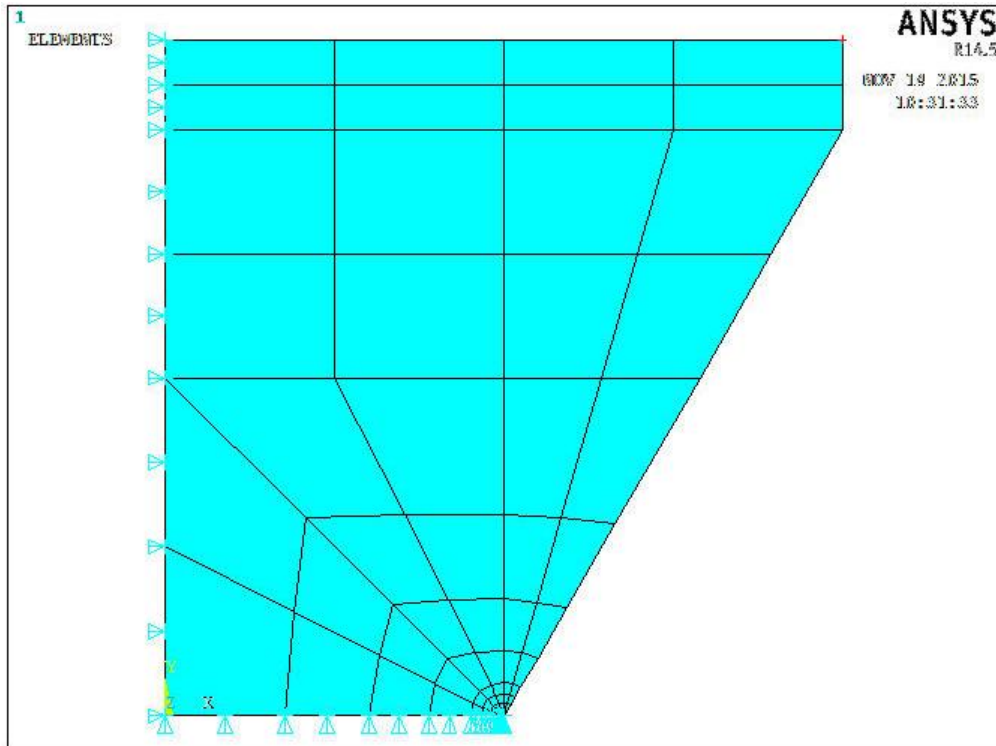


Figura 293: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 120°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 23,872559 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 3013 \text{ MPamm}^{0,265}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $72 \text{ MPa(mm}^{0,265})$, che in termini relativi si traduce in una differenza del 2,4%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $5,04 \text{ MPa(mm}^{0,265})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,16%, valore

essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

7.3.6 Confronto dei risultati ottenuti sugli alberi con intaglio $a=50\text{mm}$

In questo paragrafo sarà eseguito un confronto generale tra tutti i valori di K_3 ottenuti nelle precedenti analisi in modo tale da ottenere un chiaro riscontro sulla bontà dei risultati ottenuti. Si riportano quindi nella tabella sottostante i valori ricavati nelle precedenti analisi, ed in Figura 294 il grafico di sintesi avente in ascissa l'angolo di apertura dell'intaglio 2α e in ordinata il rispettivo valore del K_3 ottenuto analiticamente, da SED e mesh fine e da SED con mesh rada.

2α [deg]	K_3 da SED mesh rada [MPa(mm ^x)]	K_3 analitico [MPa(mm ^x)]	K_3 da SED mesh fine [MPa(mm ^x)]
0	3721	3658	3711
30	3639	3571	3633
60	3526	3449	3523
90	3336	3250	3325
120	3013	2941	3008

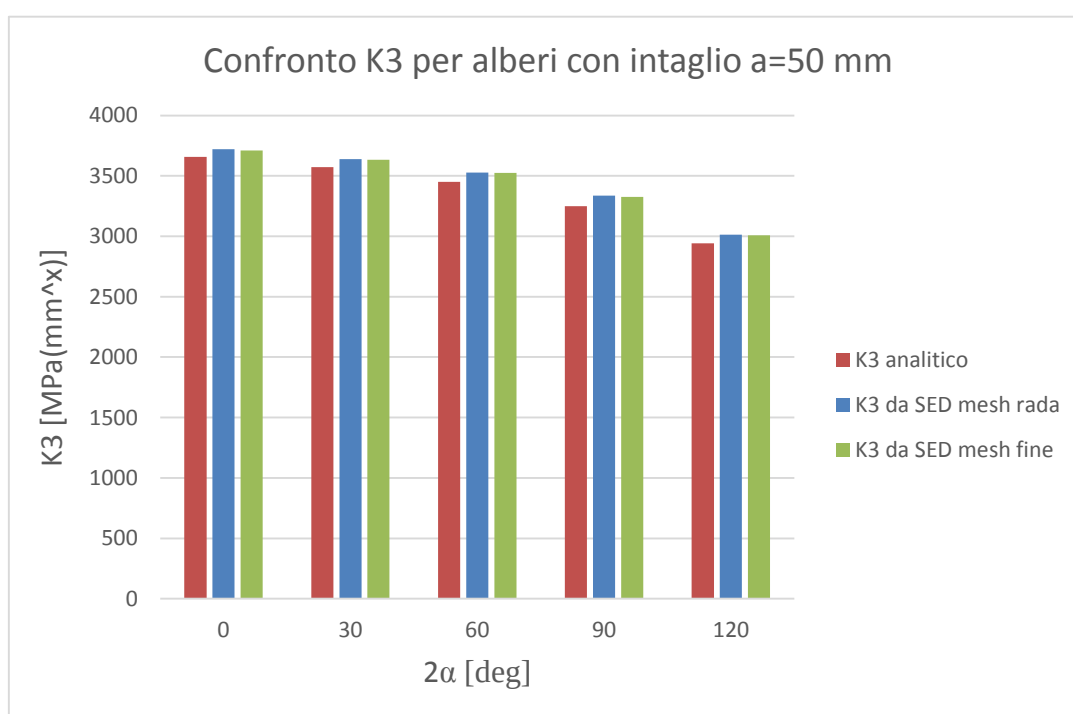


Figura 294: Confronto tra i valori di K_3 ottenuti

Come è immediato vedere, anche in quest'ultima analisi, tutti i valori di K_3 ottenuti (analitico, per mesh fine e per mesh rada) coincidono per ogni ampiezza di intaglio analizzata, si nota una leggera differenza nel solo valore analitico che risulta leggermente inferiore rispetto a quelli ottenuti da SED, ma vista l'entità dei valori in gioco questa differenza può essere considerata trascurabile. Questo porta ad affermare come attraverso una mesh rada si possano ottenere delle ottime stime del K_3 e non sia quindi necessario costruire complessi, e computazionalmente dispendiosi, modelli agli elementi finiti.

Capitolo 8

Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni K_3 per un albero con intaglio a C non raccordata

Avendo ottenuto, nel precedente capitolo, una buona corrispondenza tra i valori dello stress intensity factor di Modo III (K_3) ottenuto per via analitica, da SED con mesh fine e da SED con mesh rada, nel caso di alberi con intagli di differente profondità ed angolo di apertura, nel seguente Capitolo 8 si andrà ad analizzare un albero con un intaglio a C non raccordata sottoposto a torsione. Questa geometria è stata scelta in modo tale da verificare la bontà dell'approccio per differenti tipi di intaglio essendo questo in particolare, molto ricorrente nel mondo meccanico. Si procederà ricavando per lo spigolo inferiore e quello superiore il valore di K_3 ottenuto da SED analizzando anche in questo caso una mesh fine prima ed una mesh rada successivamente.

8.1 Considerazioni sul modello analizzato

Anche in quest'analisi saranno mantenute le dimensioni generali degli alberi precedentemente analizzati, per cui altezza H dell'albero pari a 200 mm e diametro dell'albero D pari a 200 mm. La differenza sostanziale è rappresentata dall'intaglio a C non raccordato di dimensioni 20 x 20 mm come rappresentato in Figura 295. Nella figura si possono osservare anche i vincoli, applicati esclusivamente alla base del modello, questo poiché si sono voluti analizzare entrambi gli spigoli dell'intaglio (indicati con 1 e 2 in Figura 295) approfonditamente ed è quindi stato necessario modellare metà della geometria e non solo un quarto come precedentemente fatto. Gli elementi impiegati nel codice Ansys sono i consueti Solid 8 nodi 83 assialsimmetrici ed il materiale utilizzato è ancora acciaio, avente quindi modulo elastico $E = 210000$ MPa e coefficiente di Poisson $\nu = 0,3$. Rimane quindi invariato anche il raggio del volume di controllo $R_0 = 0,28$ mm, necessario alla definizione dell'energia di deformazione, essendo rimasto acciaio il materiale. Non essendo variati gli ingombri dell'albero non varia nemmeno il carico di torsione F_z applicato che rimane pari a 157000 N, definito attraverso l'Equazione 21.

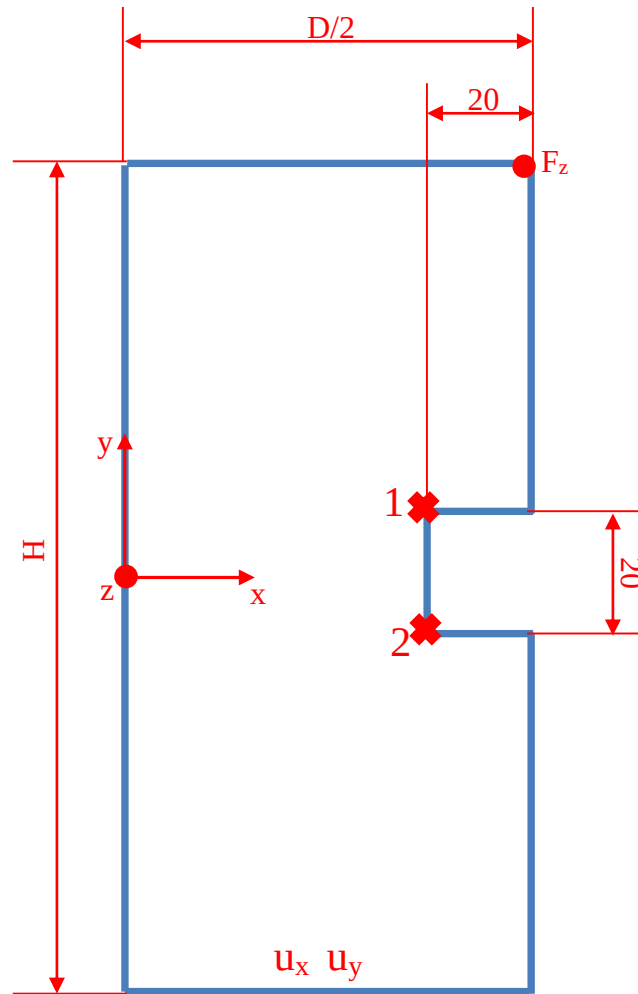


Figura 295: Dimensioni e vincoli del modello realizzato

Si procede ora all'analisi della mesh fine e della mesh rada rispettivamente, dalle quali si otterranno i valori di K_3 grazie al SED che saranno successivamente confrontati con quello ricavato analiticamente.

8.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati nei capitoli precedenti, dopo aver definito il materiale e gli elementi come sopra descritto, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 296.

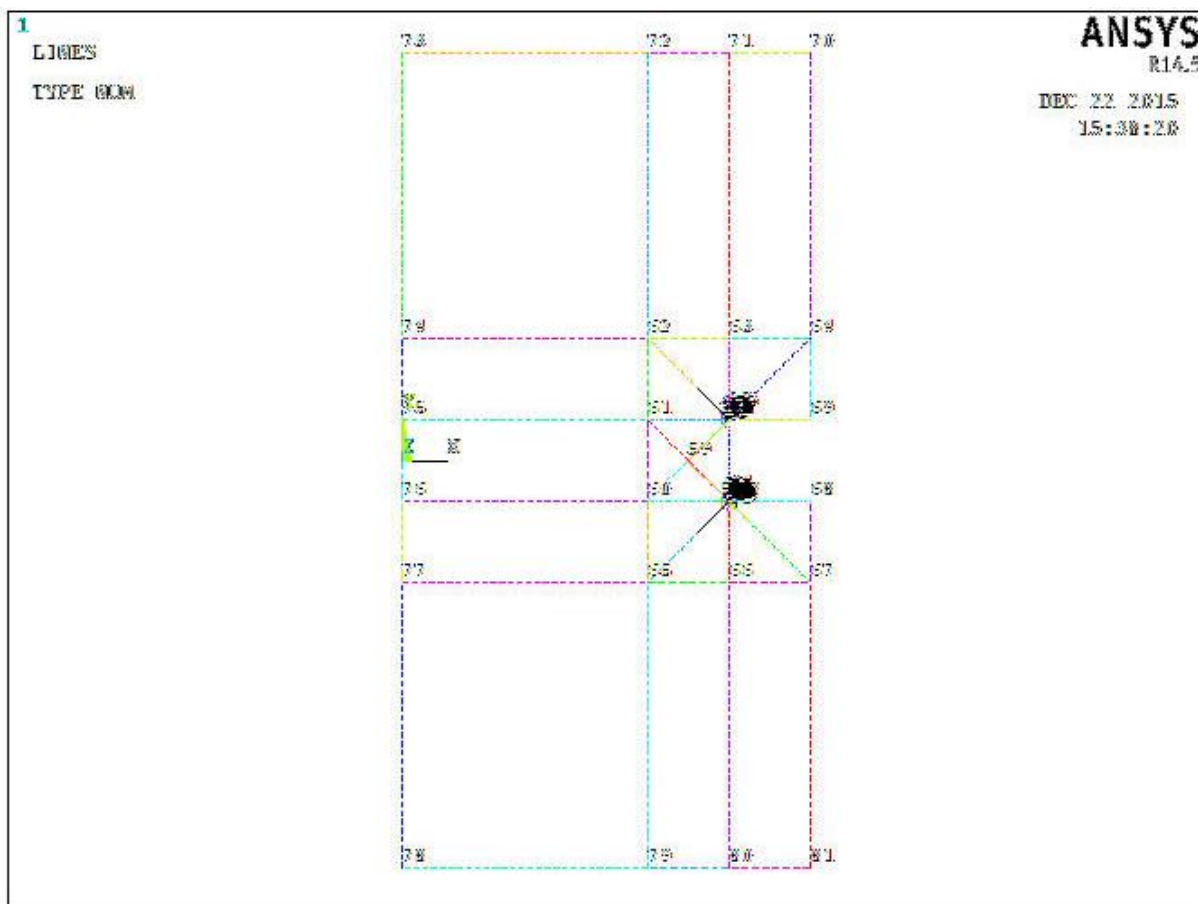


Figura 296: Modello studiato intaglio a C non raccordato, linee di costruzione fini

Giunti a questo punto l'analisi sarà differenziata per lo spigolo superiore, indicato con il numero 1 nella Figura 295, e per lo spigolo inferiore, indicato con il numero 2 nella Figura 295. Questa separazione è fatta per offrire un maggior dettaglio all'analisi svolta e per meglio verificare i risultati ottenuti. Si procede riportando in Figura 297 la vista zoomata delle linee di costruzione tracciate per definire lo spigolo superiore ed in Figura 298 la vista zoomata delle linee di costruzione tracciate per definire lo spigolo inferiore, in modo tale da ottenere successivamente una mesh molto dettagliata.

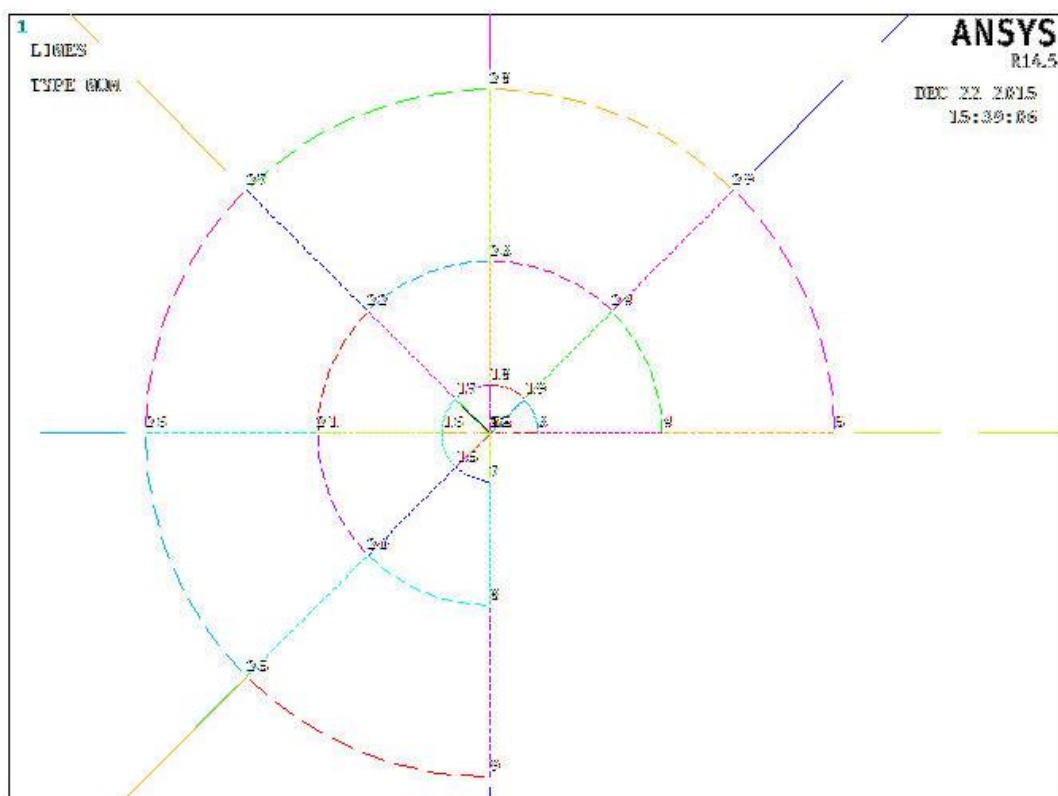


Figura 297: Modello studiato, vista zoomata dello spigolo superiore dell'intaglio

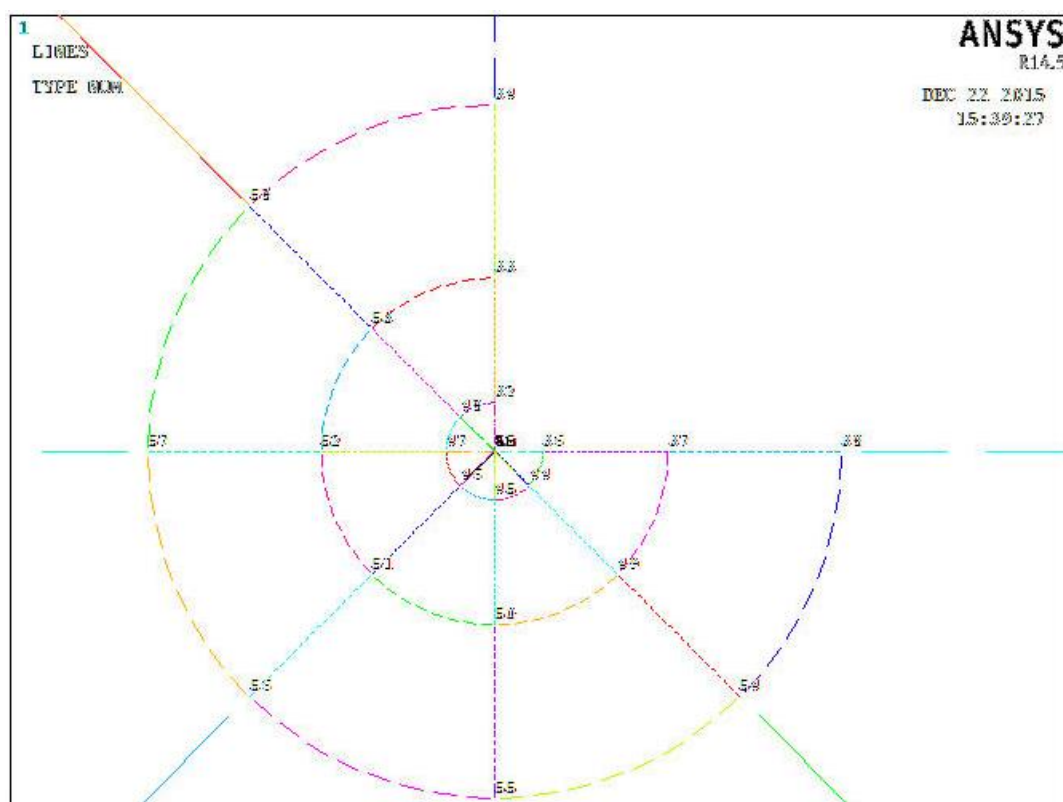


Figura 298: Modello studiato, vista zoomata dello spigolo inferiore dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino con intaglio a C non raccordata: la mesh fine. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 299 e 300, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

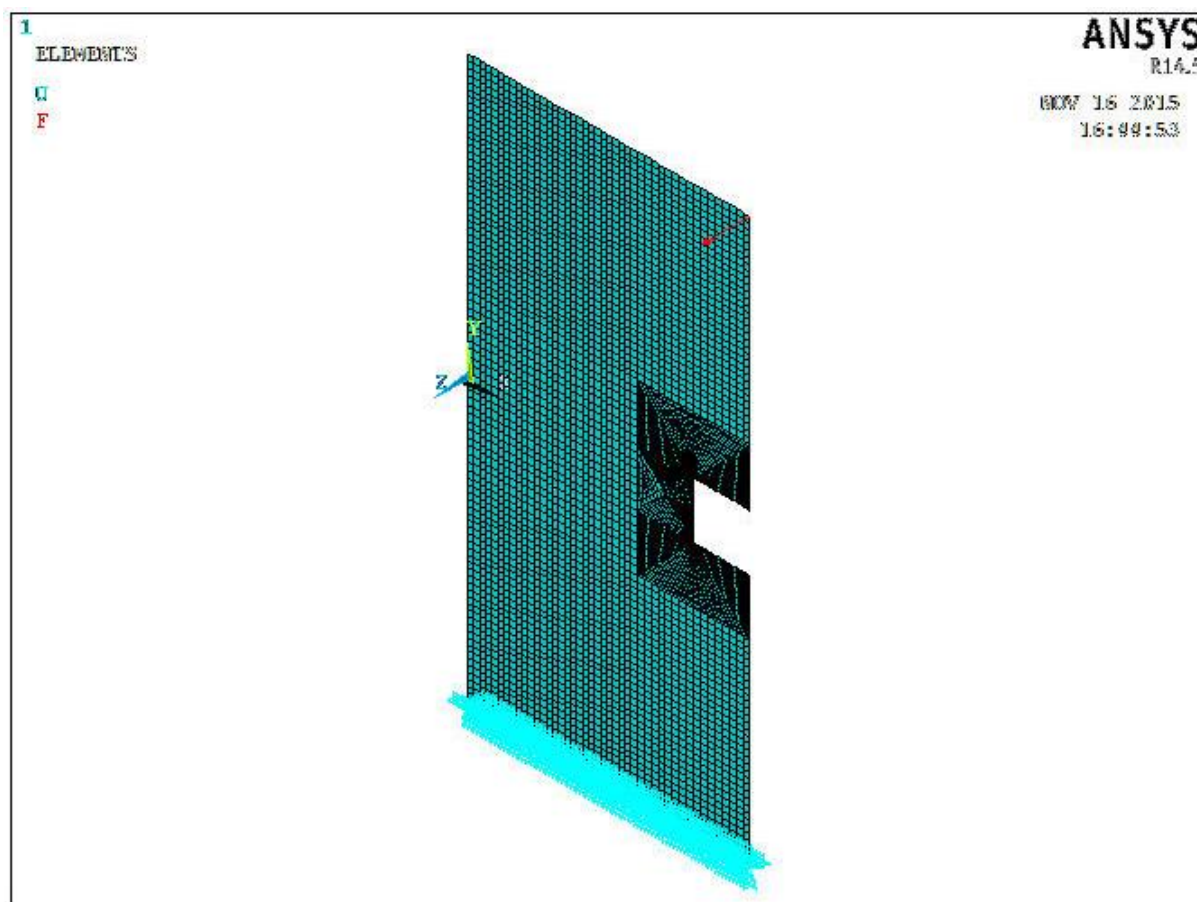


Figura 299: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per albero con intaglio a C non raccordata

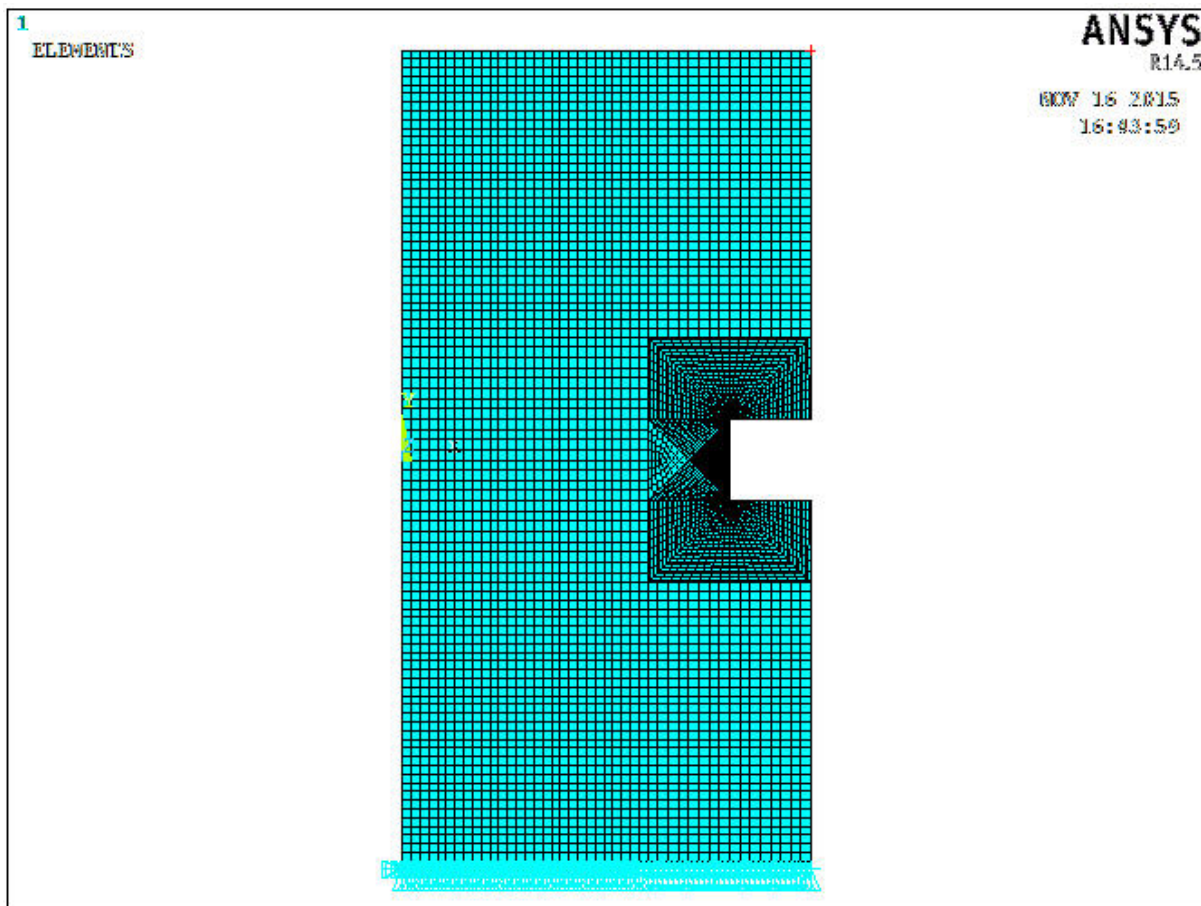


Figura 300: Vista frontale della mesh fine, per albero con intaglio a C non raccordata

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno degli apici degli spigoli dell'intaglio. Per completezza si riportano in Figura 301 e 302 le viste zoomate della mesh ai vertici dell'intaglio.

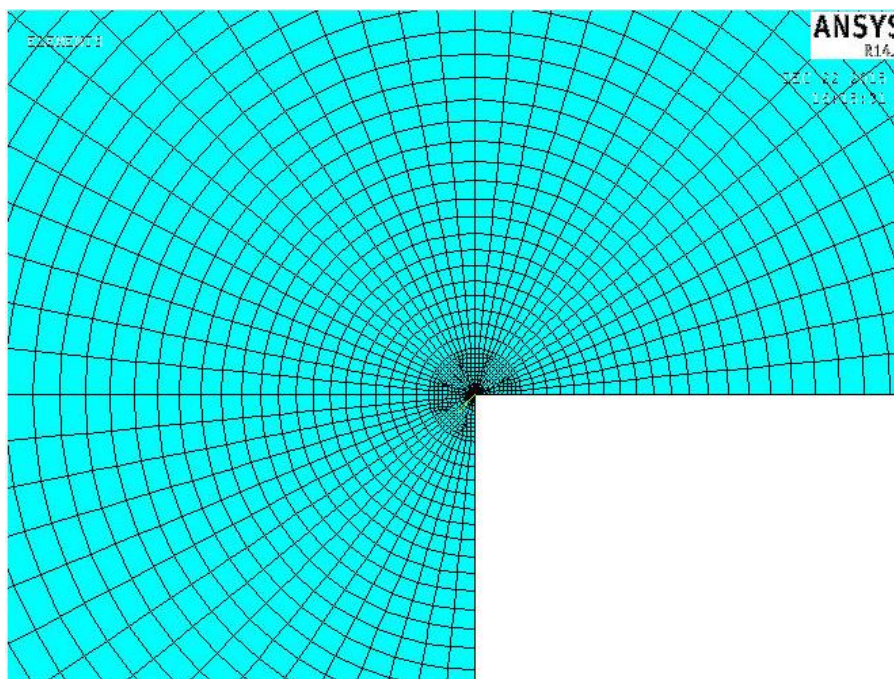


Figura 301: Vista zoomata mesh spigolo superiore

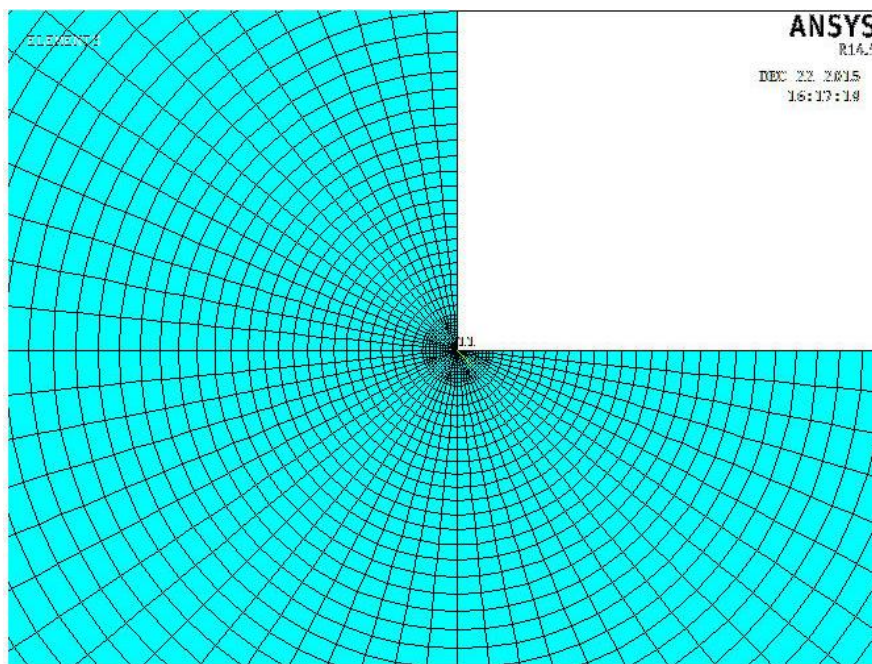


Figura 302: Vista zoomata mesh spigolo inferiore

Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione dei “path”, lungo la bisettrice degli spigoli dell’intaglio a C non raccordata, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell’NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 303 e 304 si riporta l’andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice degli spigoli superiore ed inferiore rispettivamente.

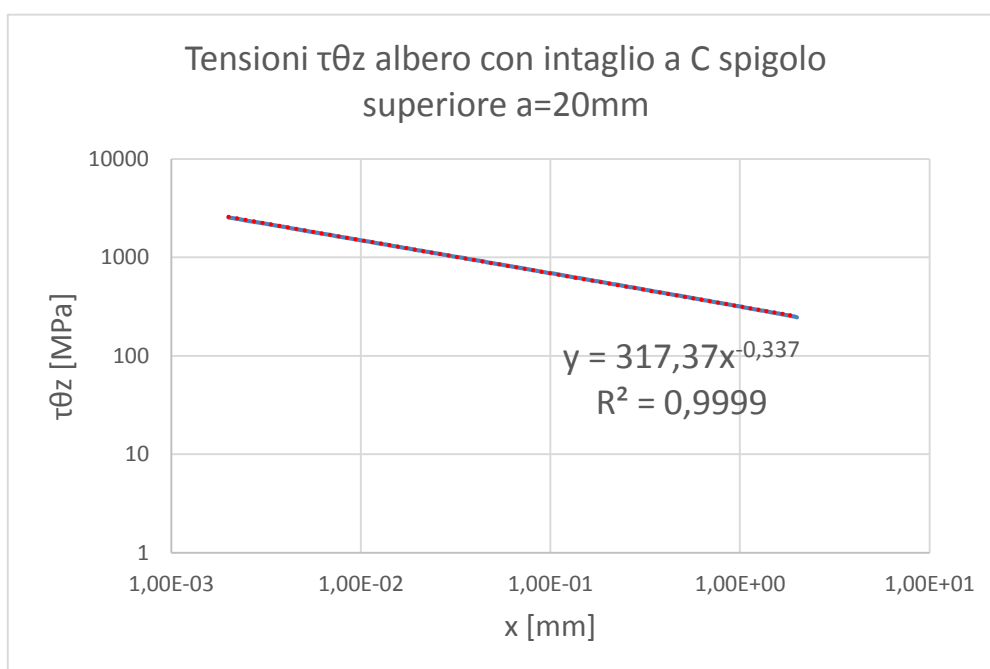


Figura 303: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per lo spigolo superiore dell’albero con intaglio a C non raccordata

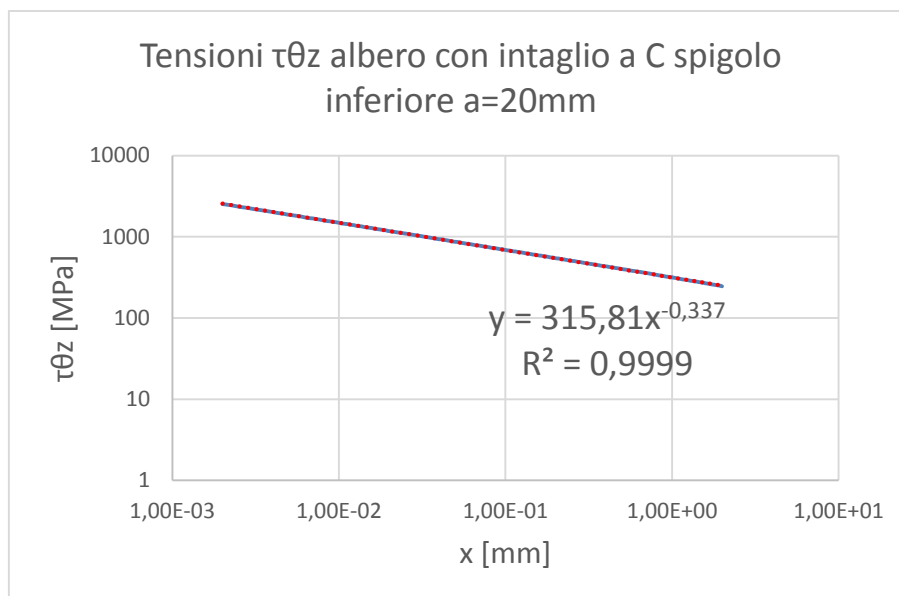


Figura 304: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per lo spigolo inferiore dell'albero con intaglio a C non raccordata

Essendo nel caso di intaglio a C non raccordata ed essendo quindi gli spigoli analizzati degli intagli con angolo di apertura 90° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ risulti essere singolare in entrambi gli spigoli, andando infatti all'infinito avvicinandosi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia, per entrambi gli spigoli analizzati, pari a $-0,337 \approx -0,335$, valore, quest'ultimo, riscontrato nell'analisi dell'intaglio a V di 90° con $a = 10$ mm eseguita al capitolo 7, in cui la corrispondenza tra la linea di tendenza e l'andamento della tensione $\tau_{\theta z}$ risultava perfetto. Si vede quindi immediatamente come già il grado di singolarità dei campi di tensione riscontrati sia esatto. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 305 e 306 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice, rispettivamente per lo spigolo superiore e per lo spigolo inferiore.

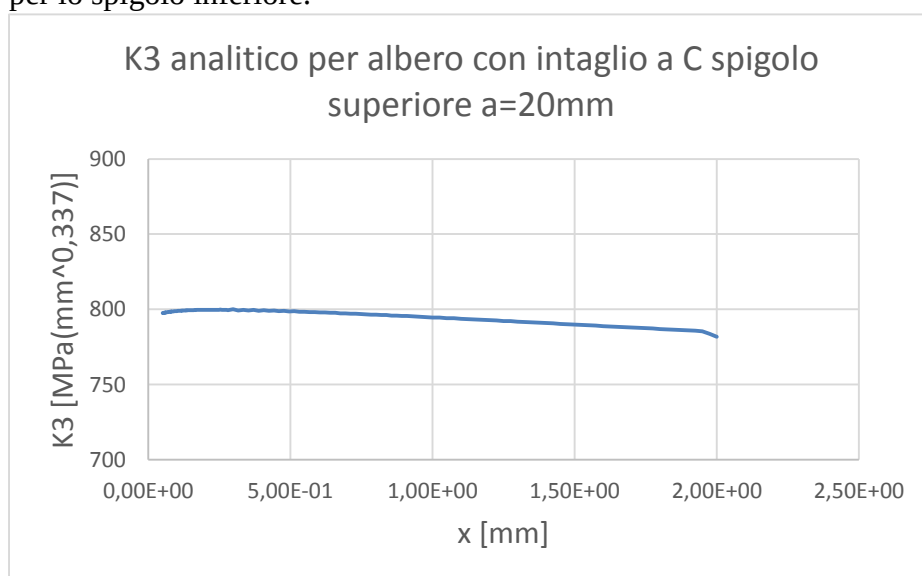


Figura 305: K_3 per albero con intaglio a C non raccordata spigolo superiore

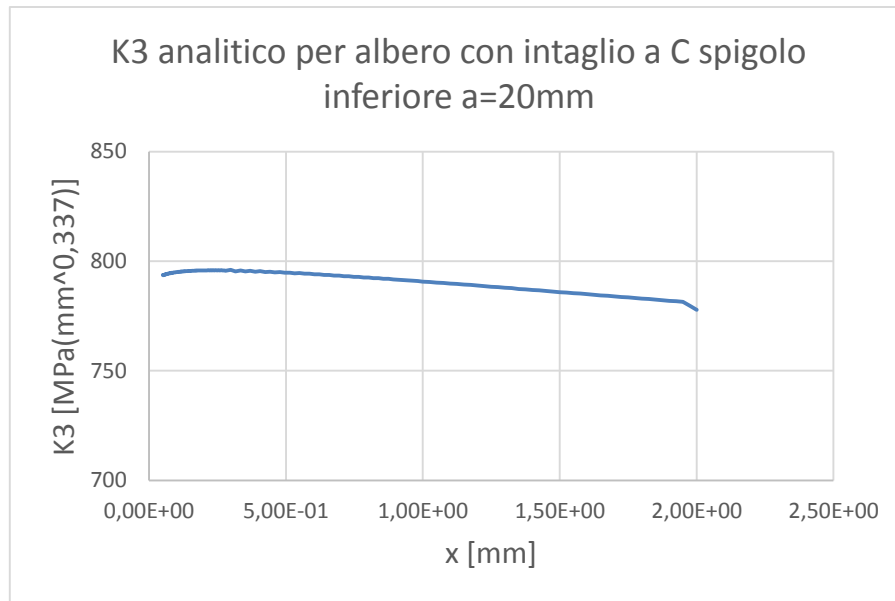


Figura 306: K_3 per albero con intaglio a C non raccordata spigolo inferiore

Si vede quindi come i valori ottenuti decrescano leggermente, per entrambi gli spigoli, lungo il path, questo però non va ad intaccare la bontà del risultato poiché la differenza tra valore massimo e minimo ottenuti è: per lo spigolo superiore pari a 18,2 MPa(mm^{0,337}) e quindi in termini relativi il 2,3% rispetto al valore medio di K_3 pari a 796 MPa(mm^{0,337}); per lo spigolo inferiore pari a 18,3 MPa(mm^{0,337}) e quindi in termini relativi il 2,3% rispetto al valore medio di K_3 pari a 792 MPa(mm^{0,337}), per cui viste le dimensioni dei valori in gioco il risultato può considerarsi attendibile, inoltre come era atteso i valori ottenuti per i due spigoli analizzati sono essenzialmente i medesimi.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottengono quindi i seguenti valori rispettivamente per lo spigolo superiore ed inferiore:

$$\bar{W}_{FEMfinesup} = \frac{SE}{V} = 2,287385 \text{ Nmm/mm}^3$$

$$\bar{W}_{FEMfineinf} = \frac{SE}{V} = 2,265436 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si vede quindi come la differenza tra i due valori di SED sia molto contenuta e pari a 0,02 Nmm/mm³, per cui un valore molto contenuto che va a confermare ulteriormente la bontà dell'analisi svolta.

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato, rispettivamente per lo spigolo superiore ed inferiore.

$$K_{3mesh\ fine\ sup} = 802\ MPamm^{0,337}$$

$$K_{3mesh\ fine\ inf} = 798\ MPamm^{0,337}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti si discostino per una differenza marginale pari a $4\ MPa(mm^{0,337})$, a conferma ulteriore della bontà dell'analisi svolta. Andando ora a verificare la differenza tra K_3 analitico e K_3 da mesh fine, per lo spigolo superiore si vede come i due valori siano molto vicini con una differenza pari a $6,1\ MPa(mm^{0,337})$, in termini relativi circa lo 0,76%. Si va quindi a verificare la differenza tra K_3 analitico e K_3 da mesh fine, per lo spigolo inferiore si vede come i due valori siano molto vicini con una differenza pari a $6,1\ MPa(mm^{0,337})$, in termini relativi circa lo 0,77%. I valori ottenuti permettono quindi di affermare come attraverso l'analisi FEM della mesh fine si possano ottenere buone stime di K_3 in accordo con il valore teorico.

8.1.2 Mesh rada

Analogamente al modello realizzato nel paragrafo precedente, dopo aver definito il materiale e gli elementi come descritto al Paragrafo 8.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 307.

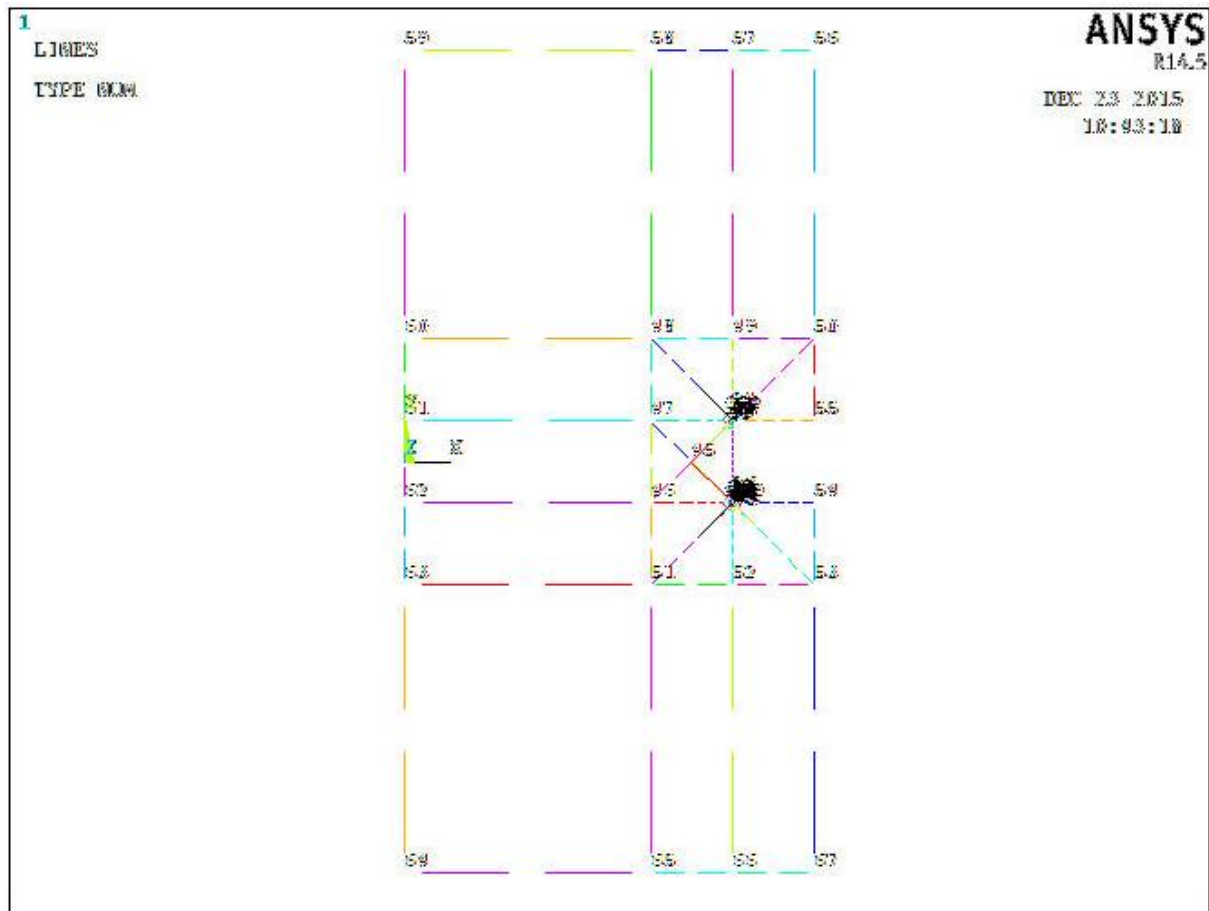


Figura 307: Modello studiato intaglio a C non raccordato, linee di costruzione rade

Giunti a questo punto l'analisi sarà differenziata per lo spigolo superiore, indicato con il numero 1 nella Figura 295, e per lo spigolo inferiore, indicato con il numero 2 nella Figura 295. Questa separazione è fatta per offrire un maggior dettaglio all'analisi svolta e per meglio verificare i risultati ottenuti. Si procede riportando in Figura 308 la vista zoomata delle linee di costruzione tracciate per definire lo spigolo superiore ed in Figura 309 la vista zoomata delle linee di costruzione tracciate per definire lo spigolo inferiore, in modo tale da ottenere successivamente una mesh molto dettagliata.

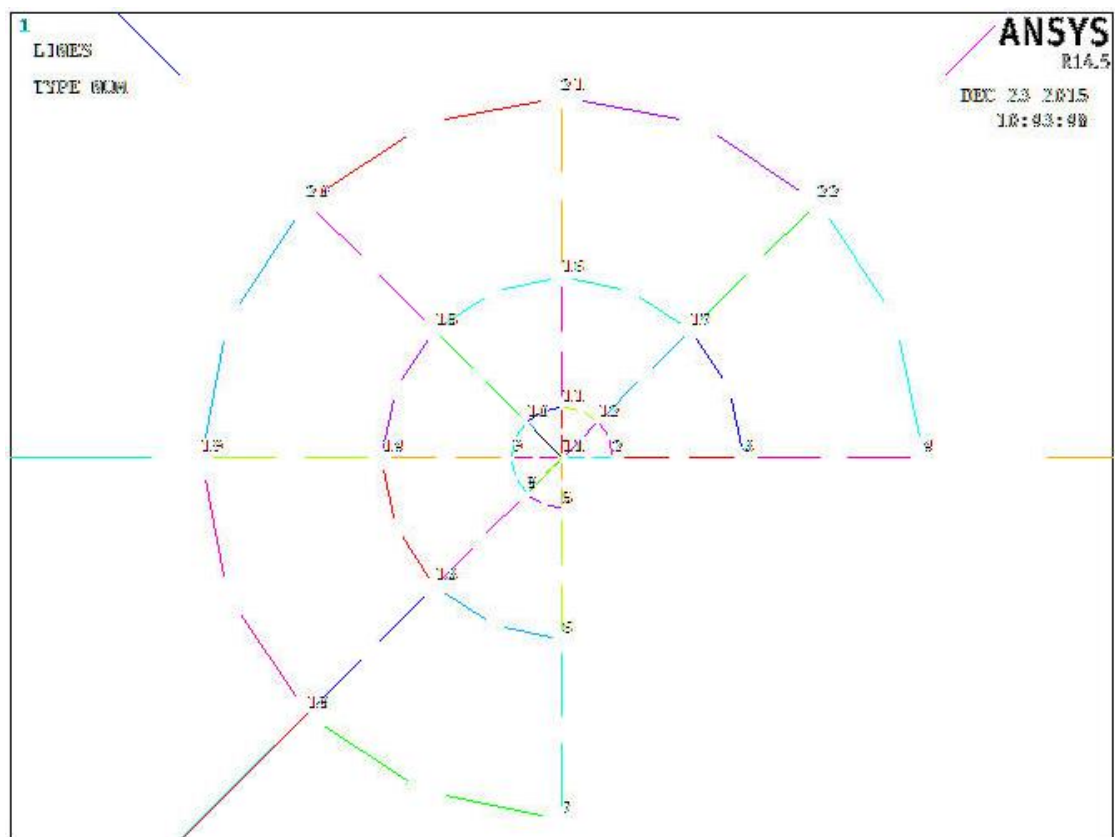


Figura 308: Modello studiato, vista zoomata dello spigolo superiore dell'intaglio

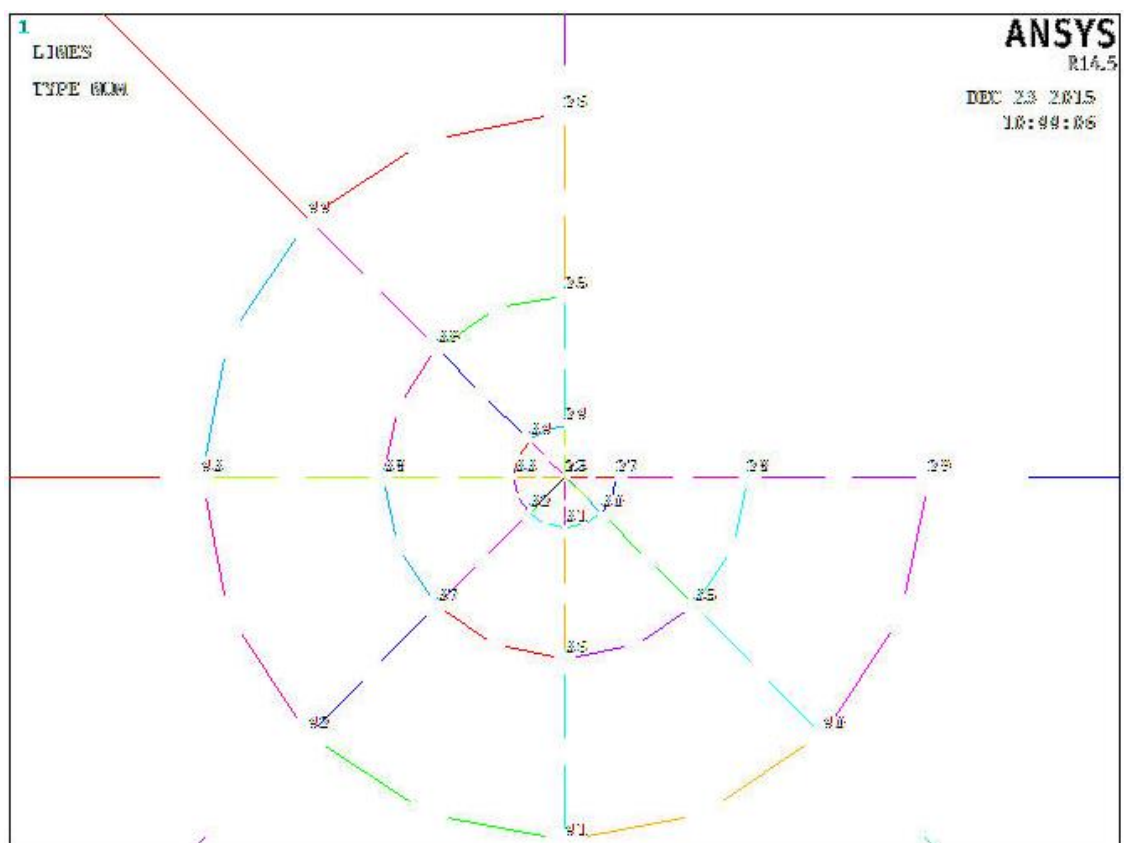


Figura 309: Modello studiato, vista zoomata dello spigolo inferiore dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino con intaglio a C non raccordata: la mesh rada. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 310 e 311, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

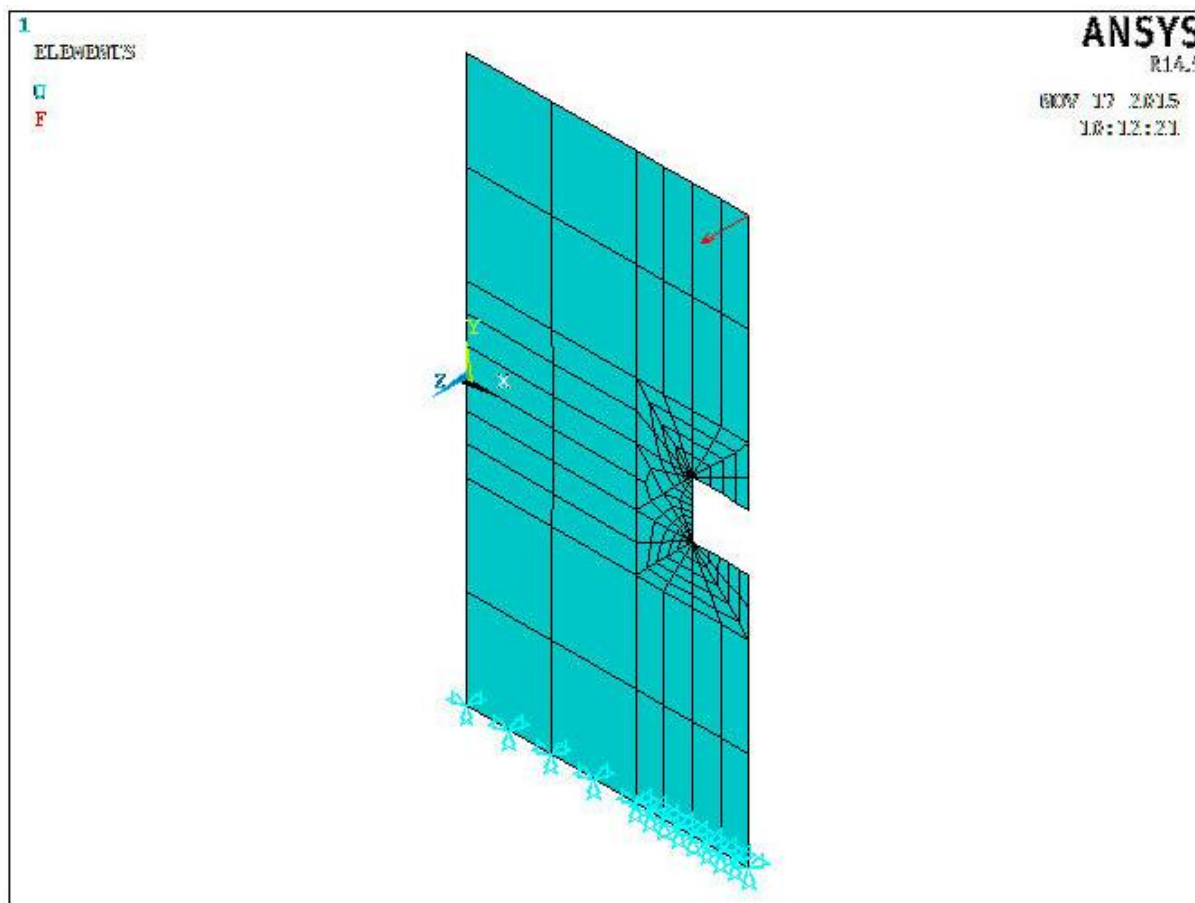


Figura 310: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per albero con intaglio a C non raccordata

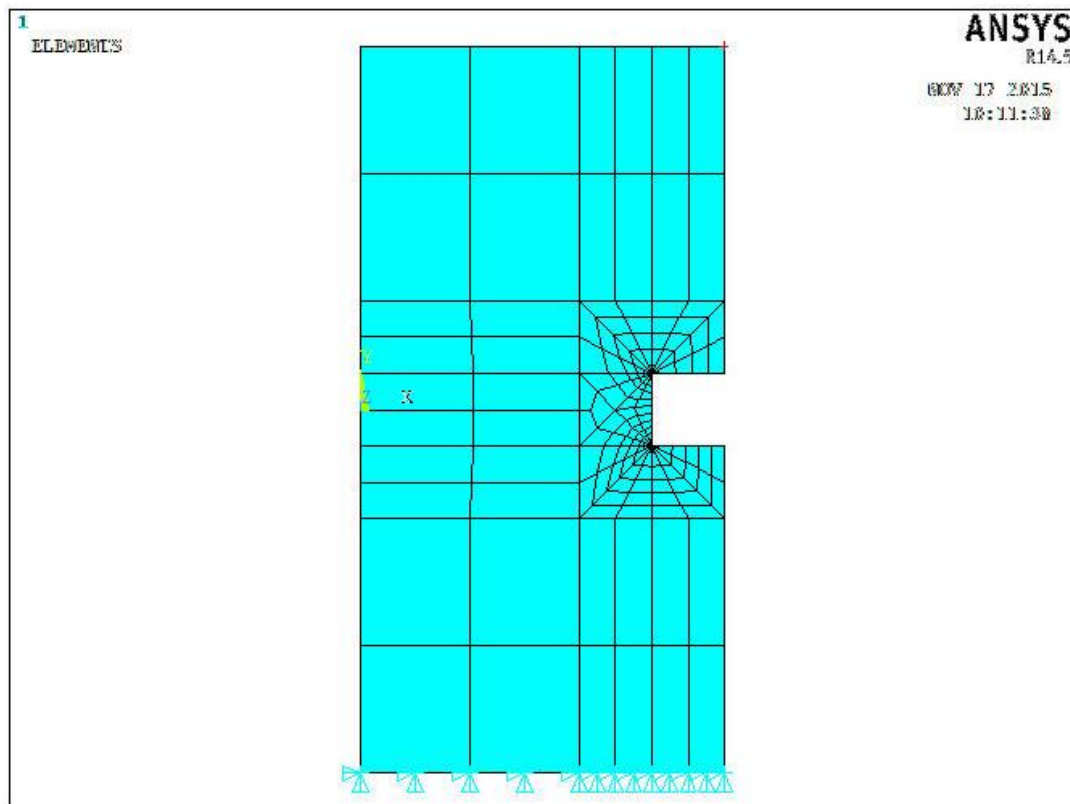


Figura 311: Vista frontale della mesh rada, per albero con intaglio a C non raccordata

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno degli apici degli spigoli dell'intaglio, anche se molto meno rispetto alla mesh fine. Per completezza si riportano in Figura 312 e 313 le viste zoomate delle mesh ai vertici dell'intaglio.

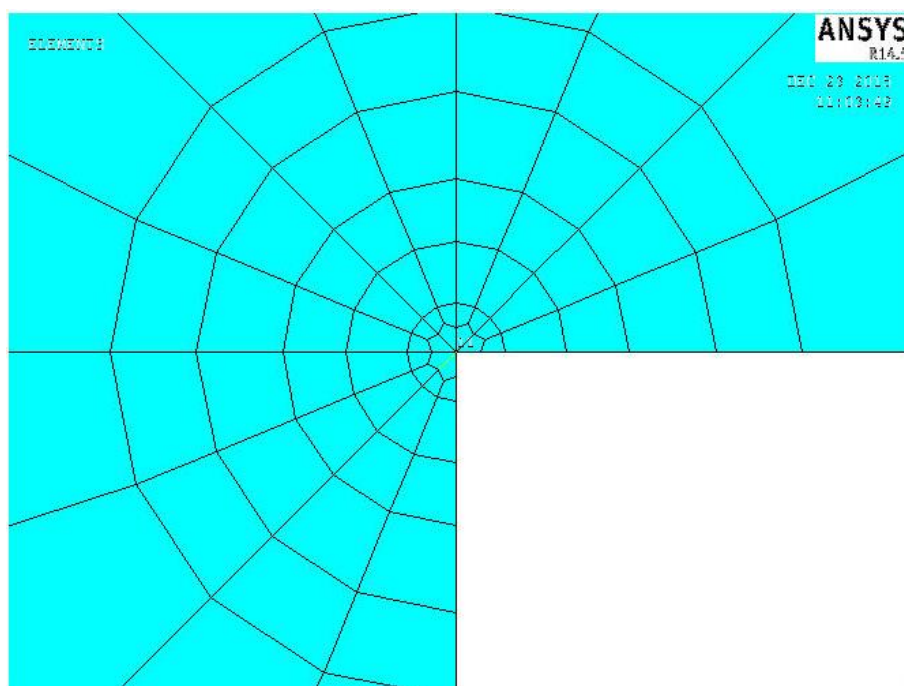


Figura 312: Vista zoomata mesh spigolo superiore

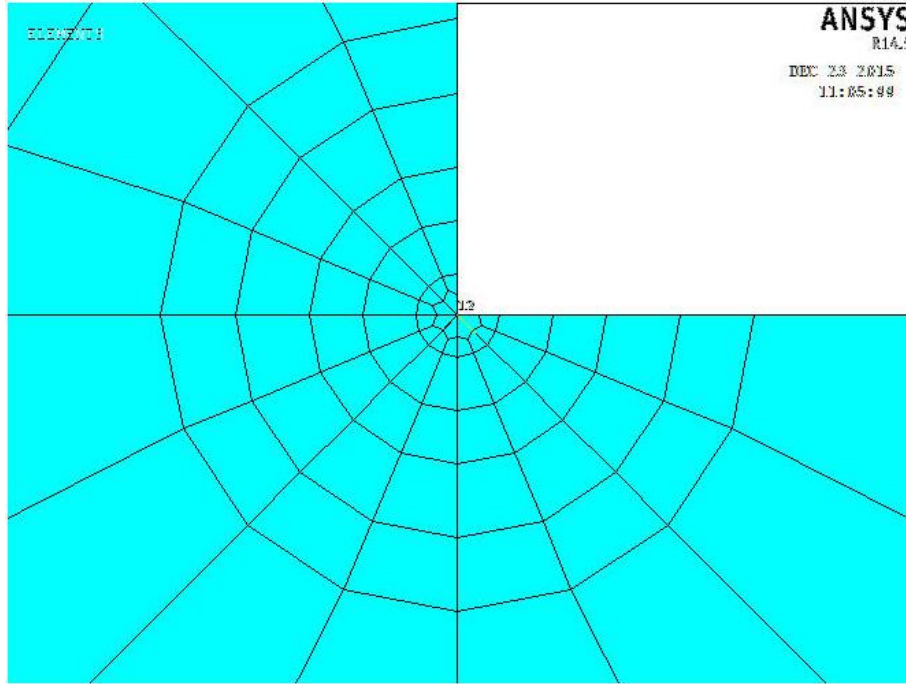


Figura 313: Vista zoomata mesh spigolo inferiore

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh rada attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottengono quindi i seguenti valori rispettivamente per lo spigolo superiore ed inferiore:

$$\bar{W}_{FEMradasup} = \frac{SE}{V} = 2,308155 \text{ Nmm/mm}^3$$

$$\bar{W}_{FEMradainf} = \frac{SE}{V} = 2,278759 \text{ Nmm/mm}^3$$

Si vede quindi come la differenza tra i due valori di SED sia molto contenuta e pari a $0,029 \text{ Nmm/mm}^3$, per cui un valore molto contenuto che va a confermare la bontà dell'analisi svolta sulla mesh rada.

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato, rispettivamente per lo spigolo superiore ed inferiore.

$$K_{3mesh\ rada\ sup} = 806 \text{ MPamm}^{0,337}$$

$$K_{3mesh\ rada\ inf} = 800\ MPa\ mm^{0,337}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti si discostino per una differenza marginale pari a 6 MPa(mm^{0,337}), a conferma ulteriore della bontà dell'analisi svolta. Andando ora a verificare la differenza tra K₃ analitico e K₃ da mesh fine, per lo spigolo superiore si vede come i due valori siano molto vicini con una differenza pari a 6,1 MPa(mm^{0,337}), in termini relativi circa lo 0,76%. Si va quindi a verificare la differenza tra K₃ analitico e K₃ da mesh fine, per lo spigolo inferiore si vede come i due valori siano molto vicini con una differenza pari a 6,1 MPa(mm^{0,337}), in termini relativi circa lo 0,77%. I valori ottenuti permettono quindi di affermare come attraverso l'analisi FEM della mesh fine si possano ottenere buone stime di K₃ in accordo con il valore teorico.

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine, per lo spigolo superiore, si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a 9,7 MPa(mm^{0,337}), che in termini relativi si traduce in una differenza dell'1,2% quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K₃ da mesh rada ed il K₃ da mesh fine che si attesta a 3,6 MPa(mm^{0,337}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,45%, valore essenzialmente trascurabile.

Analizzando ora i valori ottenuti per lo spigolo inferiore si vede come la differenza tra il K₃ ottenuto da mesh rada ed il valore teorico sia pari ad 8,5 MPa(mm^{0,337}), che in termini relativi risulta essere l'1% quindi un valore molto esiguo. Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K₃ da mesh rada ed il K₃ da mesh fine che si attesta a 2,3 MPa(mm^{0,337}) che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,29%, valore quindi essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K₃ corrette e fruibili per le analisi successive, negli alberi con intagli a C non raccordata.

Capitolo 9

Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K_3 , in alberi con intagli a “mezza V” ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico

Dopo aver analizzato, nei Capitoli 6 e 7, vari alberi con intagli a V delle più svariate profondità ed ampiezze ed al Capitolo 8 un albero con intaglio a C non raccordata; nel seguente Capitolo 9 si procede analizzando un'ulteriore tipologia di intaglio su alberi soggetti a Modo III. Si vuole quindi verificare anche nel caso di intagli a mezza V la buona corrispondenza tra i valori dello stress intensity factor di Modo III (K_3) ottenuto per via analitica con quelli ottenuti da SED con mesh fine e da SED con mesh rada.

9.1 Considerazioni sui modelli analizzati

Anche in quest'analisi saranno mantenute le dimensioni generali degli alberi precedentemente analizzati, per cui altezza H dell'albero pari a 200 mm e diametro dell'albero D pari a 200 mm. La differenza sostanziale è rappresentata dall'intaglio a mezza V, di profondità a pari a 20 mm come rappresentato in Figura 314. Questa tipologia di intaglio si differenzia essenzialmente da quelli trattati nei Capitoli 6 e 7 essendo definito solamente dalla metà inferiore della V componente gli intagli visti in precedenza, avendo quindi il lato superiore orizzontale. In Figura 314 si possono osservare anche i vincoli utilizzati, applicati esclusivamente alla base del modello, questo poiché è stato necessario modellare metà della geometria e non solo un quarto come precedentemente fatto, non essendo più simmetrico l'intaglio.

Gli elementi impiegati nel codice Ansys sono i consueti Solid 8 nodi 83 assialsimmetrici ed il materiale utilizzato è ancora acciaio, avente quindi modulo elastico $E = 210000$ MPa e coefficiente di Poisson $\nu = 0,3$. Rimane quindi invariato anche il raggio del volume di controllo $R_0 = 0,28$ mm, necessario alla definizione dell'energia di deformazione, essendo rimasto acciaio il materiale. Non essendo variati gli ingombri dell'albero non varia nemmeno il carico di torsione F_z applicato che rimane pari a 157000 N, definito attraverso l'Equazione 21.

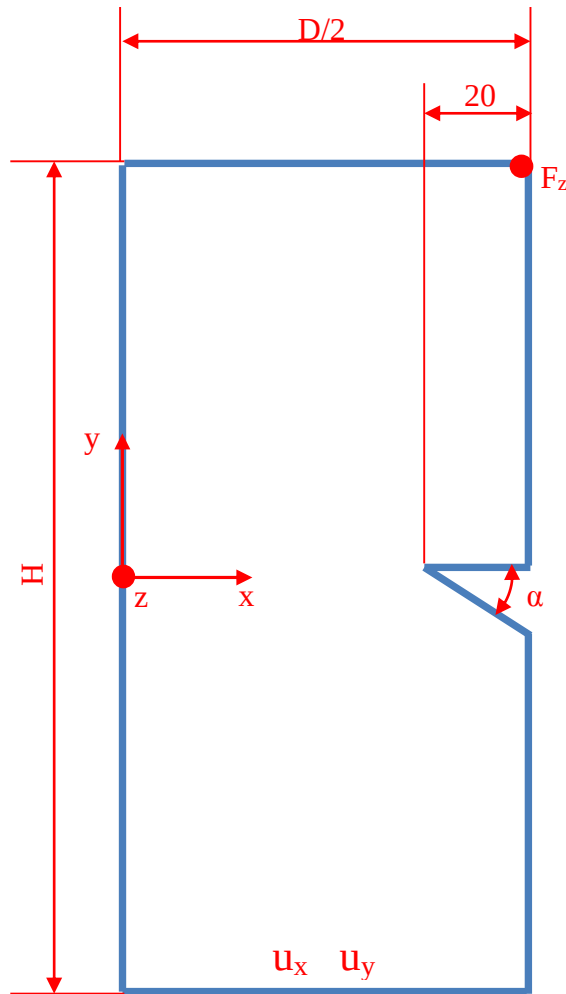


Figura 314: Dimensioni e vincoli del modello realizzato

Nella seguente analisi saranno analizzati tre differenti modelli con tre diversi valori dell'angolo di apertura dell'intaglio α pari a 30° , 60° e 75° in modo tale da riuscire a coprire un vasto range di intagli.

9.1.1 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 30^\circ$

Il primo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 30° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

9.1.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 315 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 316.

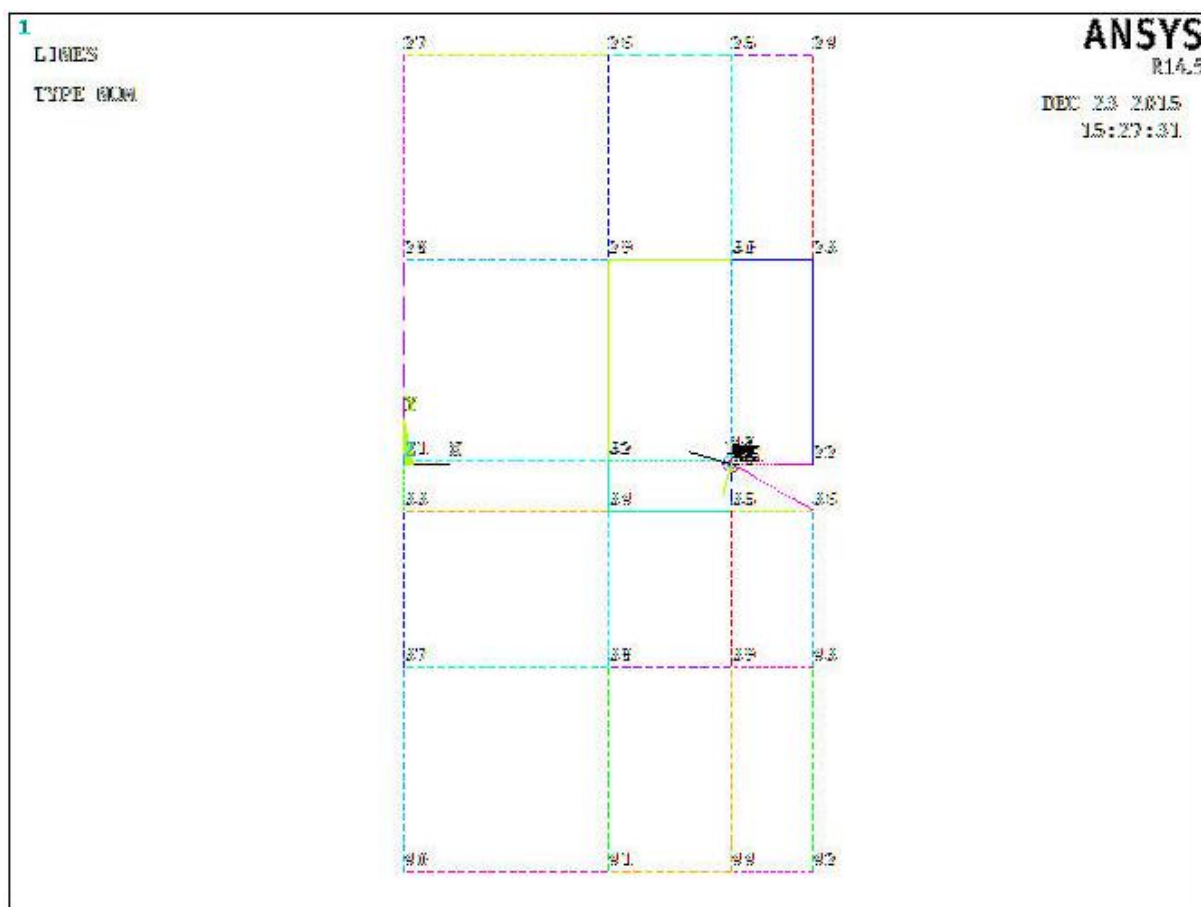


Figura 315: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione fini

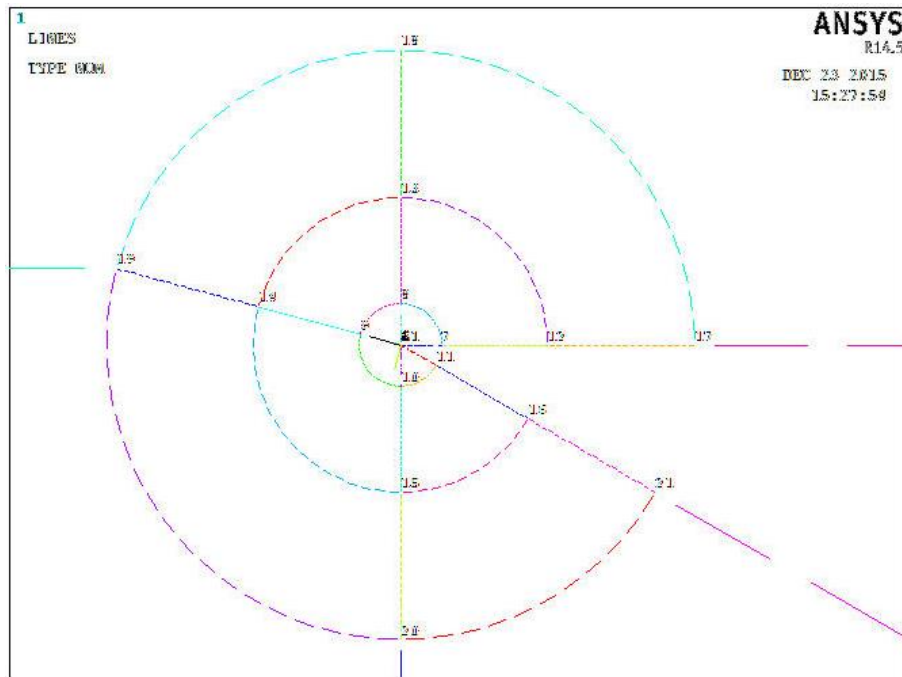


Figura 316: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 317 e 318, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

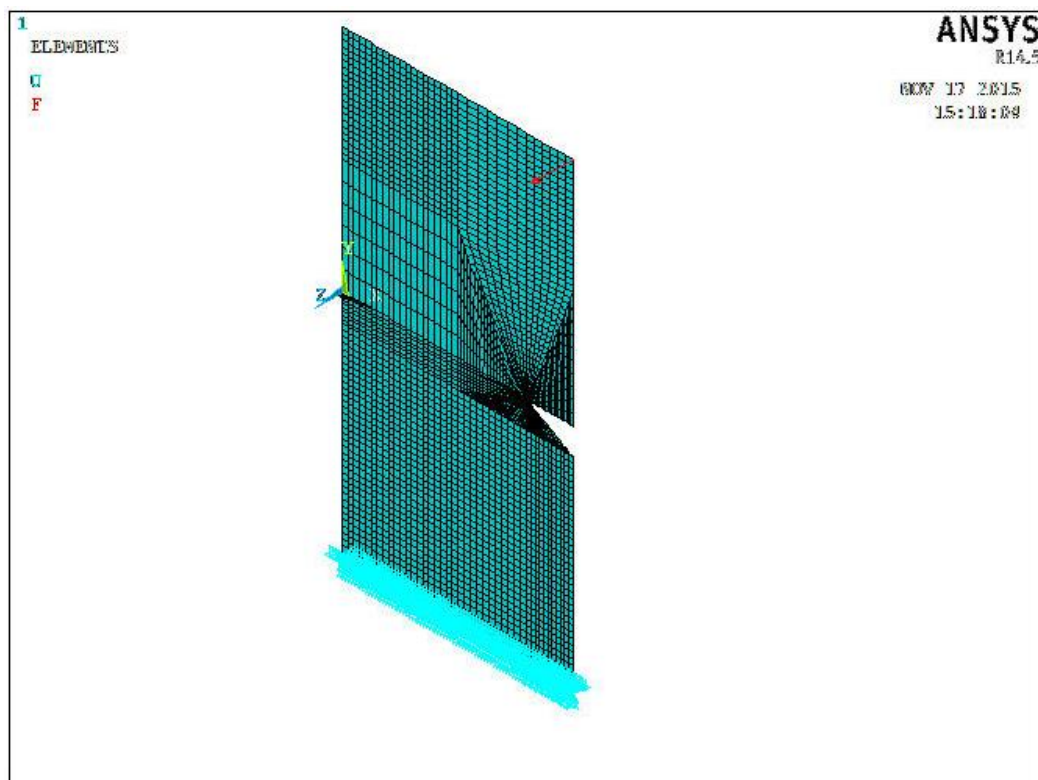


Figura 317: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

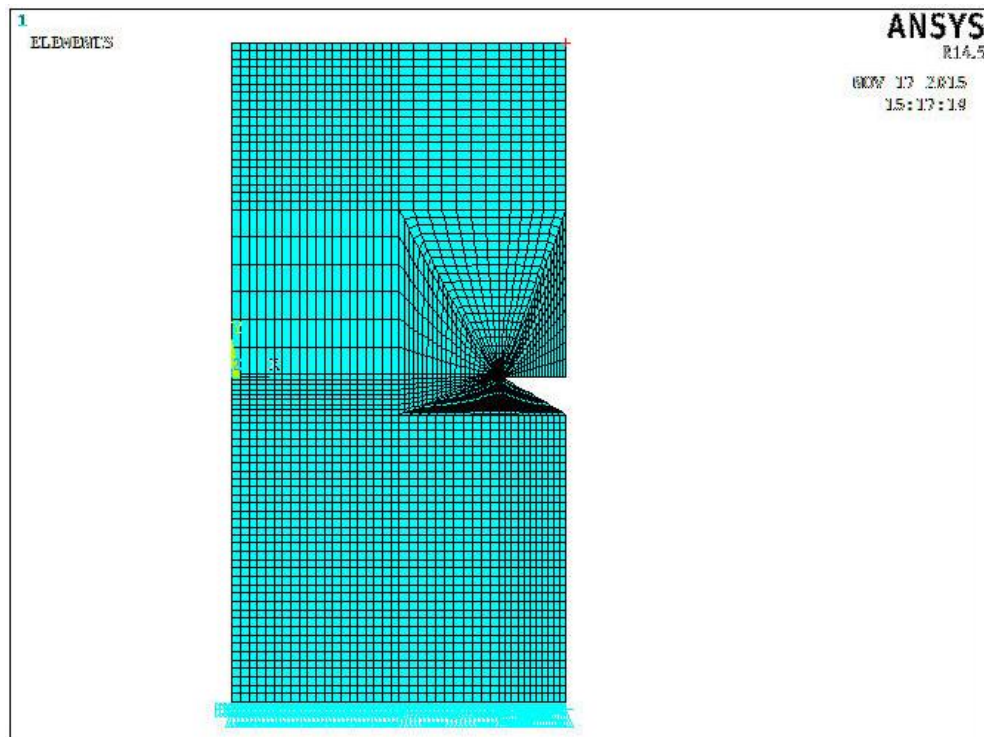


Figura 318: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 319 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 30°.

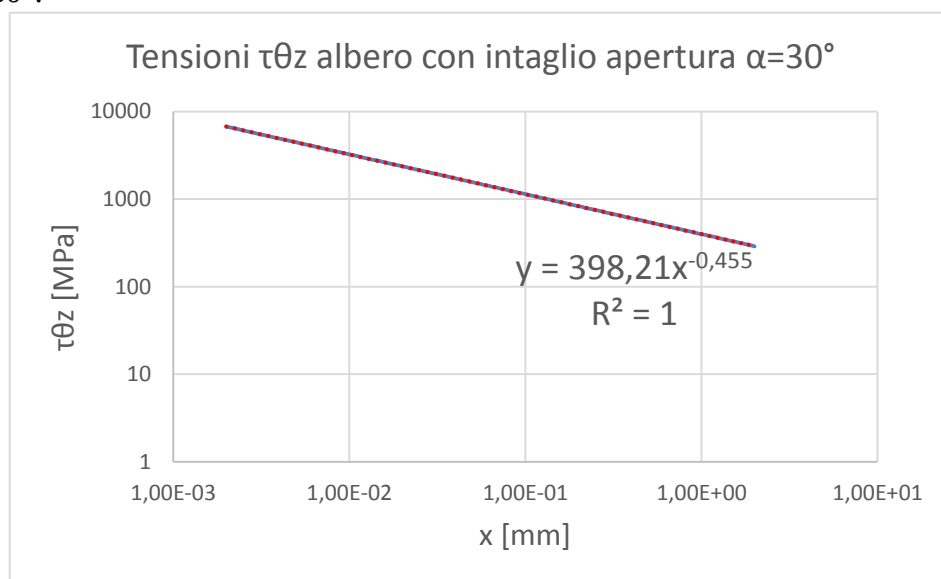


Figura 319: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 30° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,455$, essenzialmente il medesimo ottenuto per gli intagli di apertura 30° analizzati ai capitoli 6 e 7. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 320 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

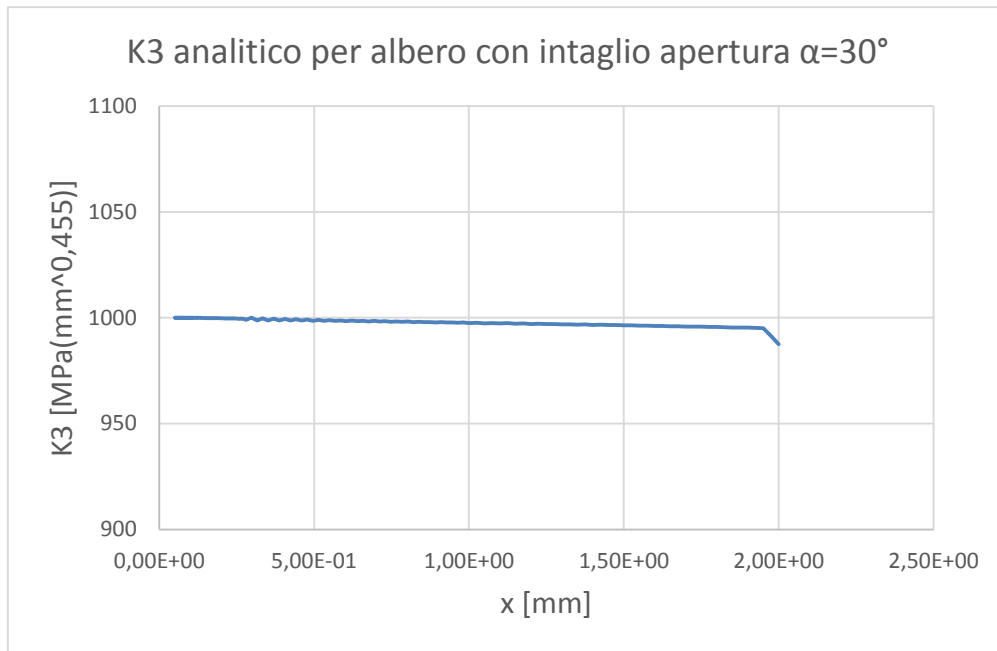


Figura 320: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=30^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $998 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,455})$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $12,5 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,455})$ per cui una differenza dell'1,2% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 5,854227 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 999 \text{ MPamm}^{0,455}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 0,57 MPa(mm^{4,455}), in termini relativi circa lo 0,057%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

9.1.1.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 321 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 322.

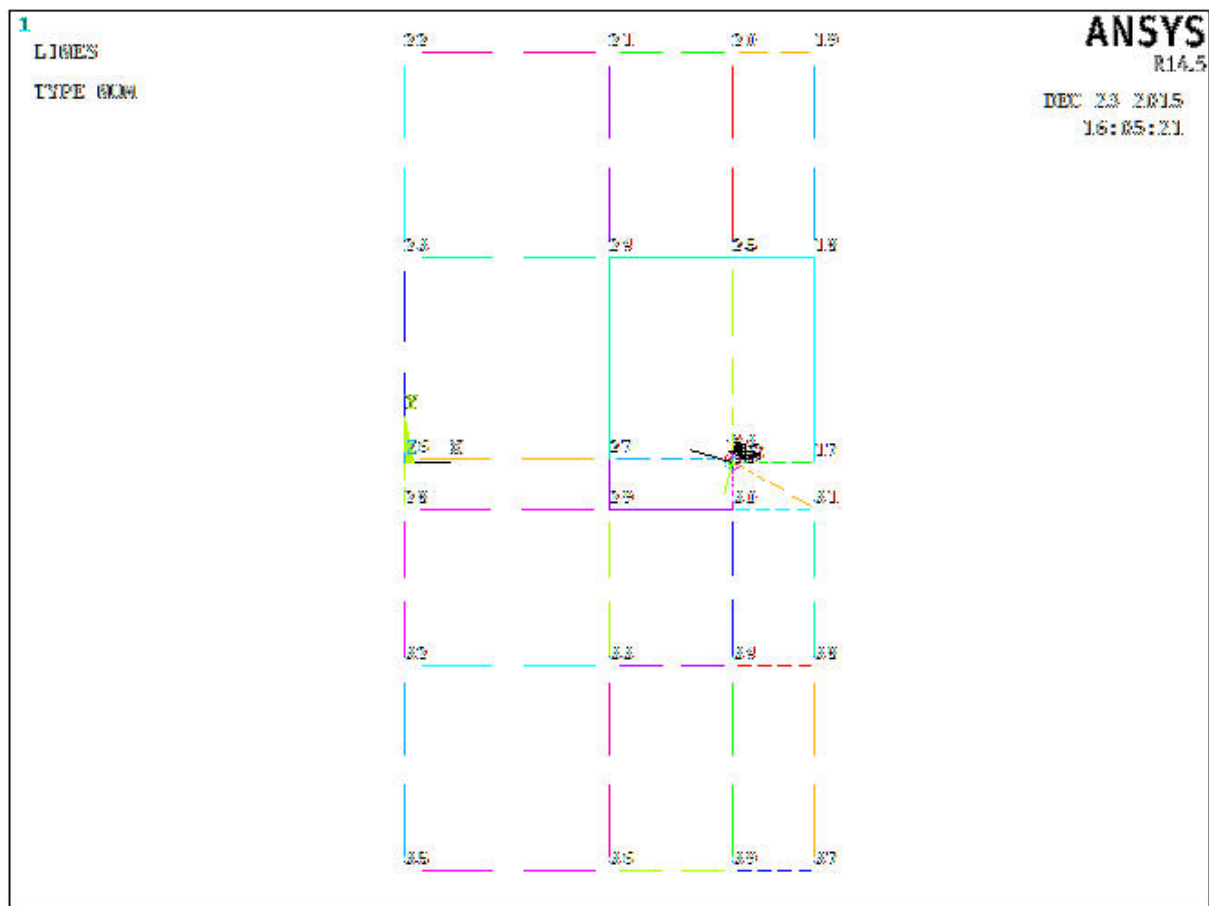


Figura 321: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione rade

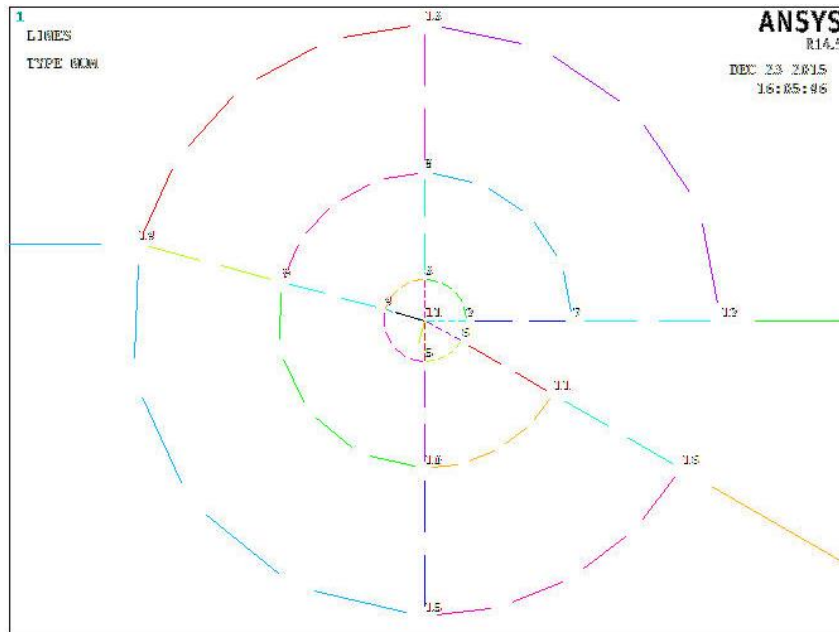


Figura 322: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 323 e 324, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

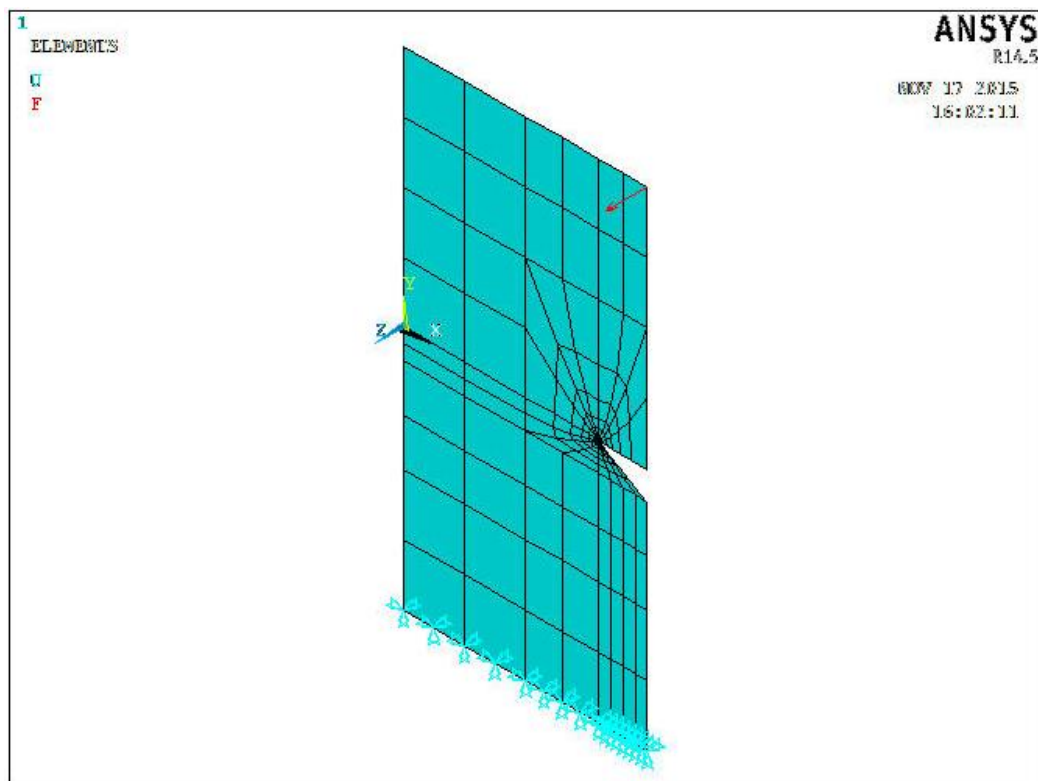


Figura 323: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

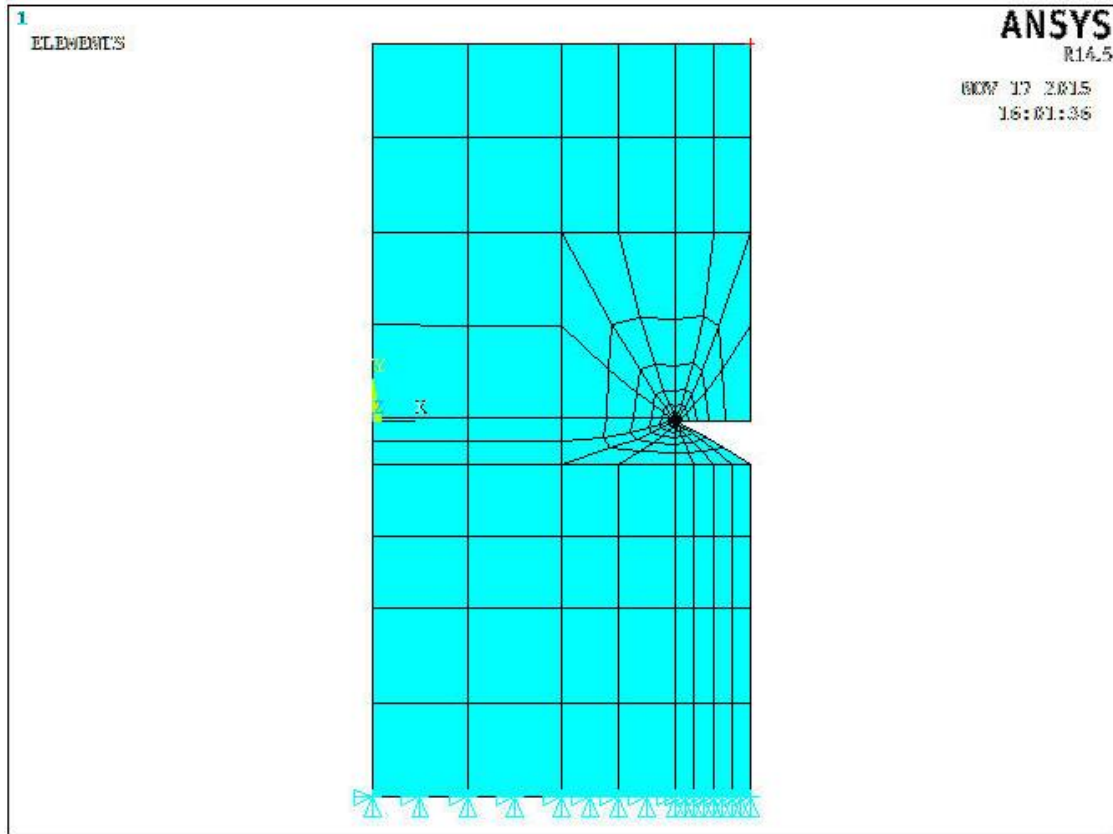


Figura 324: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 30°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 5,870958 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 1000 \text{ MPamm}^{0,455}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $2 \text{ MPa(mm}^{0,455})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,2%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a 1,43 MPa(mm^{0,455}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,14%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

9.1.2 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 60^\circ$

Il secondo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 60° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

9.1.2.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 325 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 326.

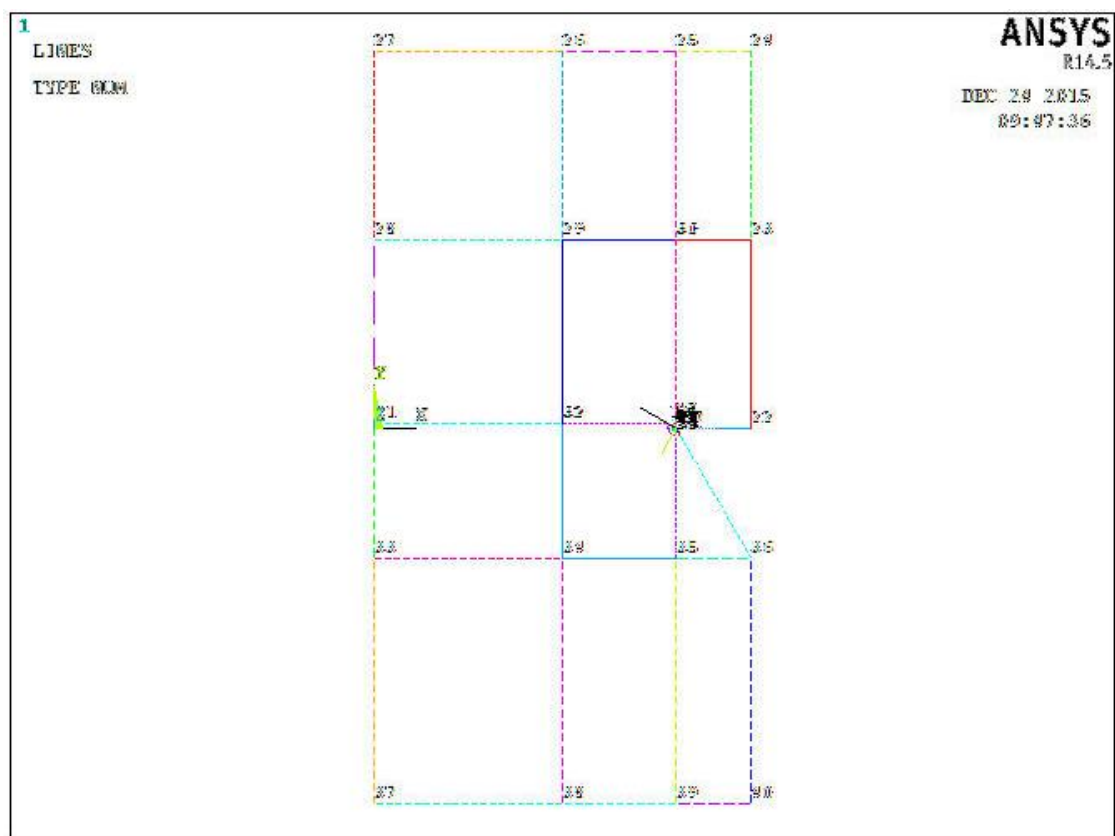


Figura 325: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione fini

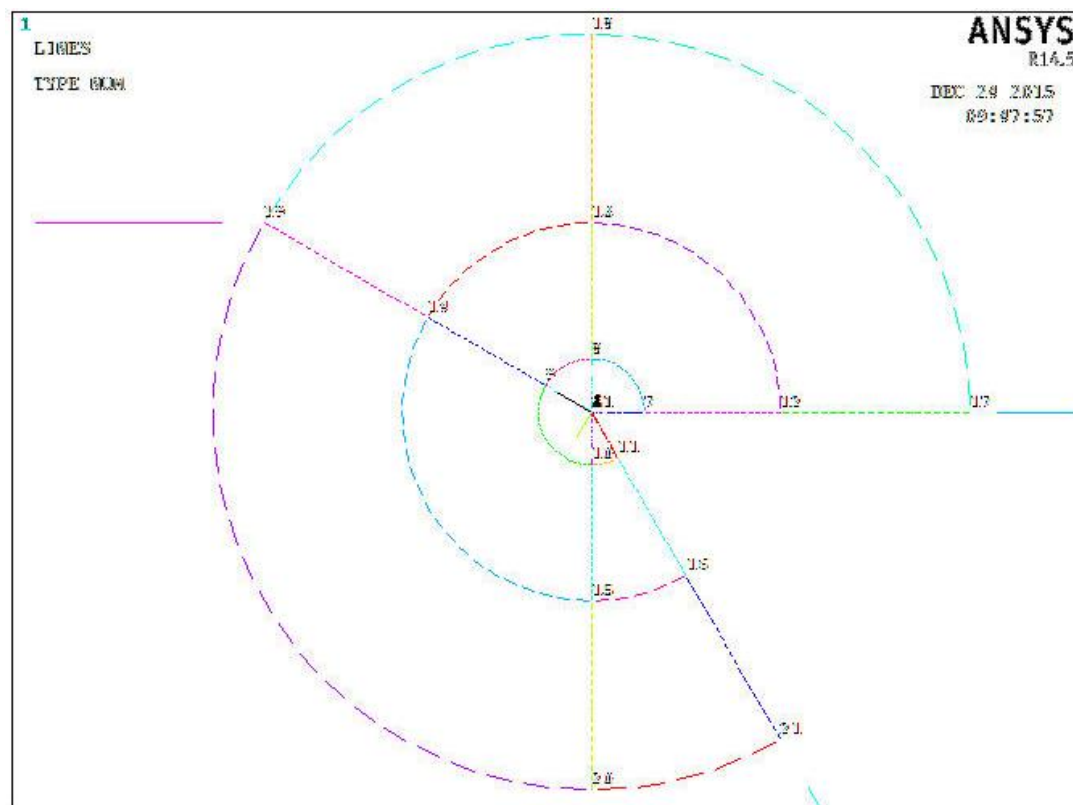


Figura 326: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 327 e 328, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

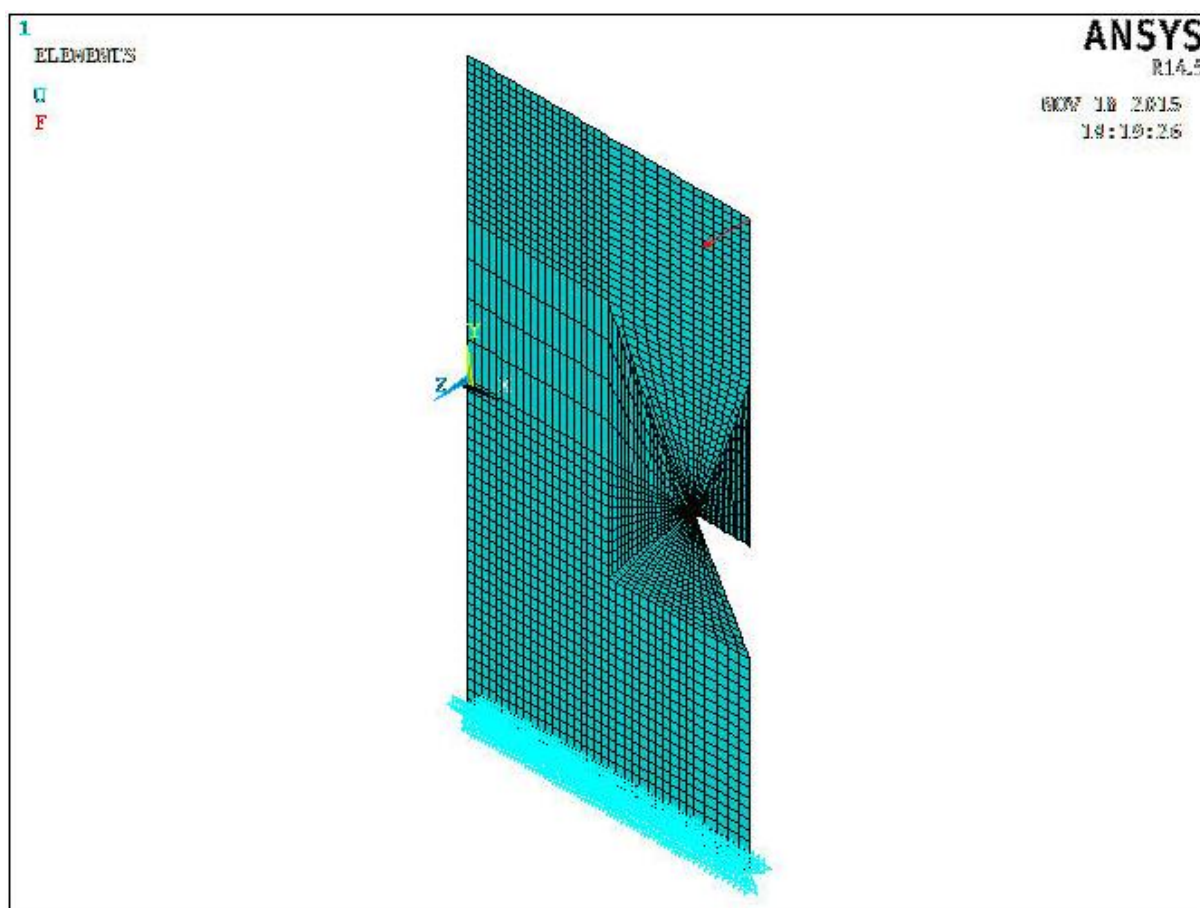


Figura 327: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

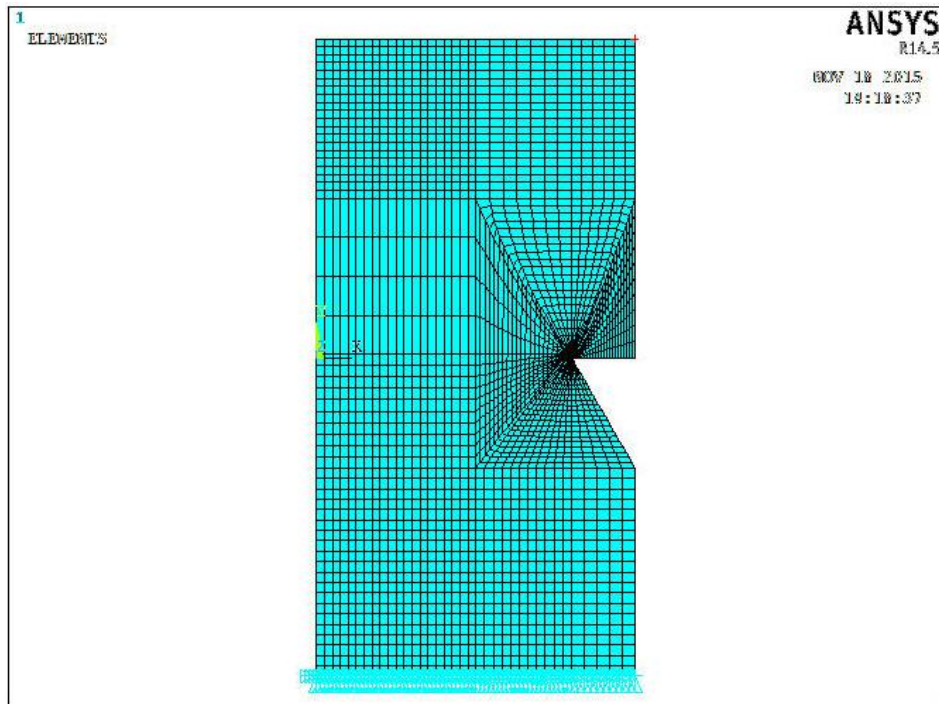


Figura 328: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 329 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 60°.

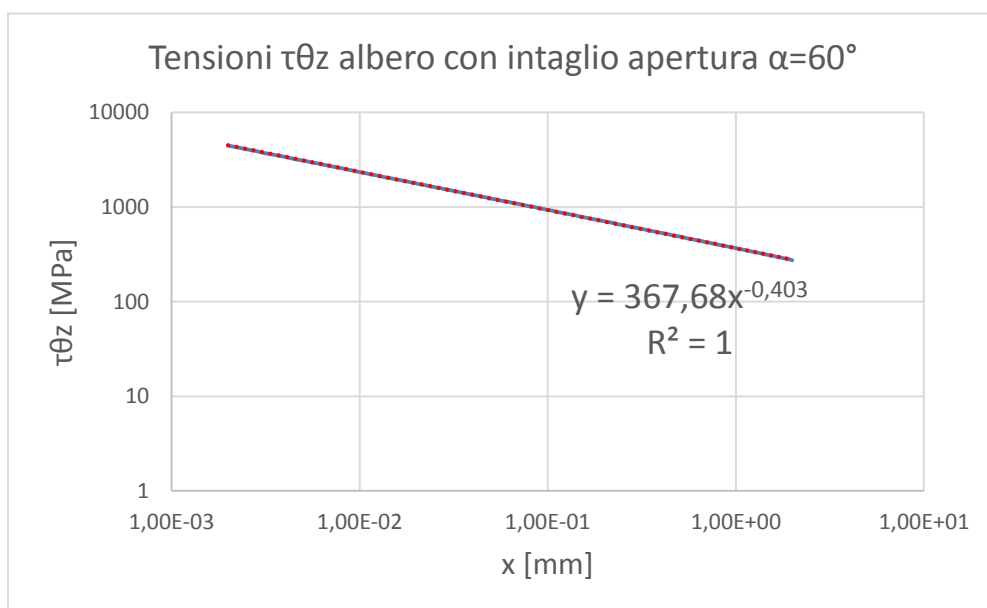


Figura 329: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 60°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 60° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,403$, essenzialmente il medesimo ottenuto per gli intagli di apertura 60° analizzati ai capitoli 6 e 7. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 330 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

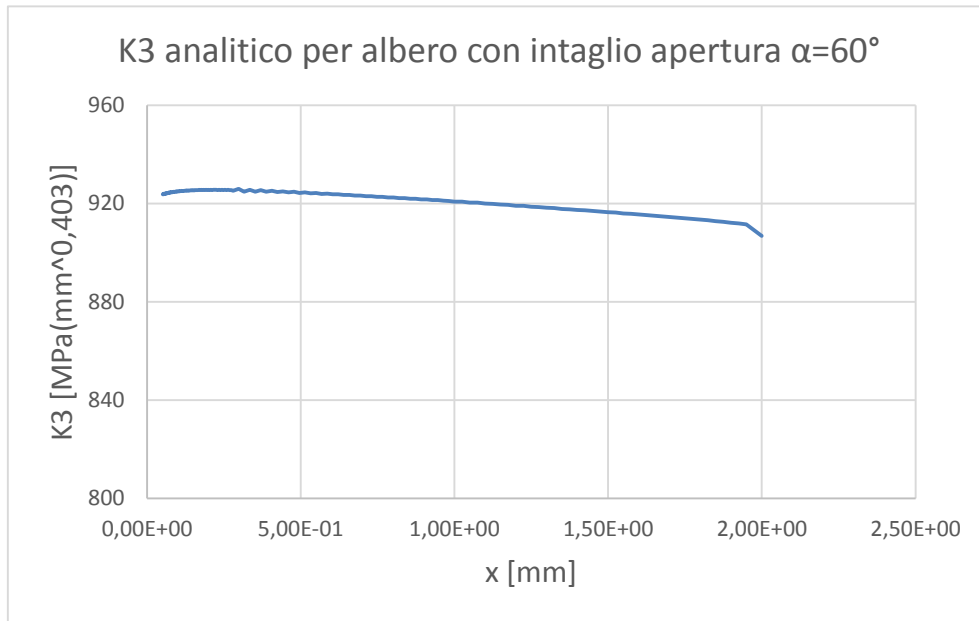


Figura 330: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=60^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $922 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $19,1 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$ per cui una differenza del 2% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 4,020392 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 927 \text{ MPamm}^{0,403}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $5,4 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$, in termini relativi circa lo 0,59%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

9.1.2.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 331 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 332.

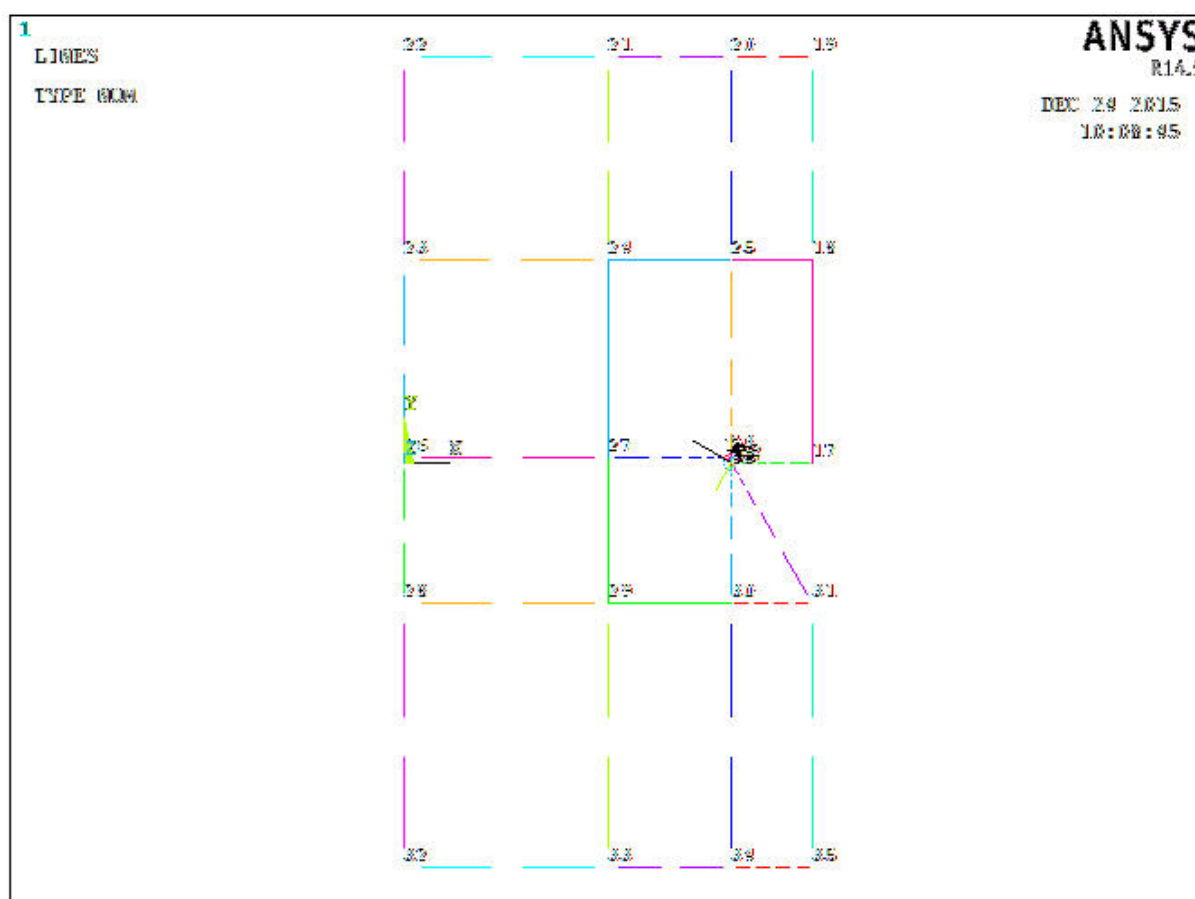


Figura 331: Modello studiato angolo apertura intaglio 60° , linee di costruzione rade

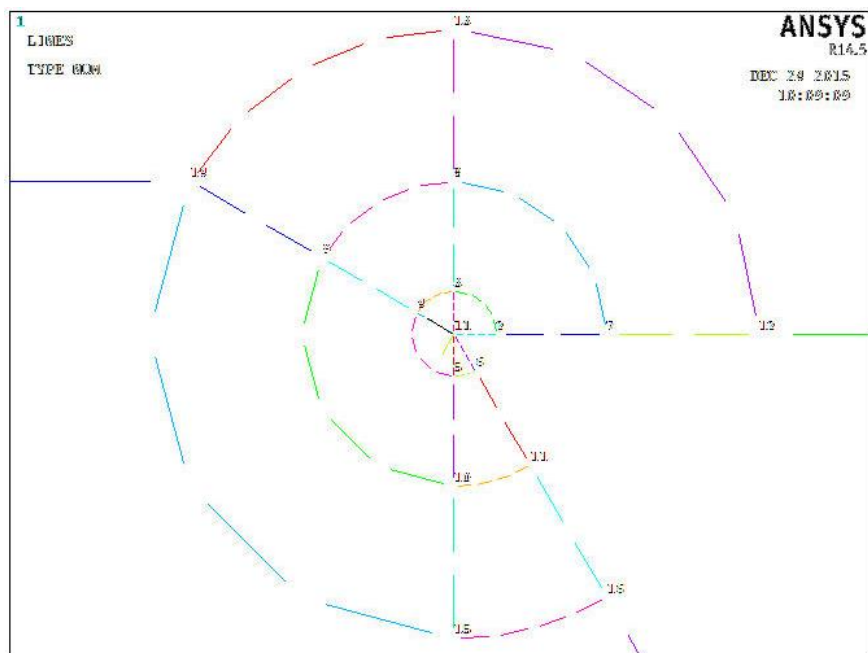


Figura 332: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 333 e 334, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

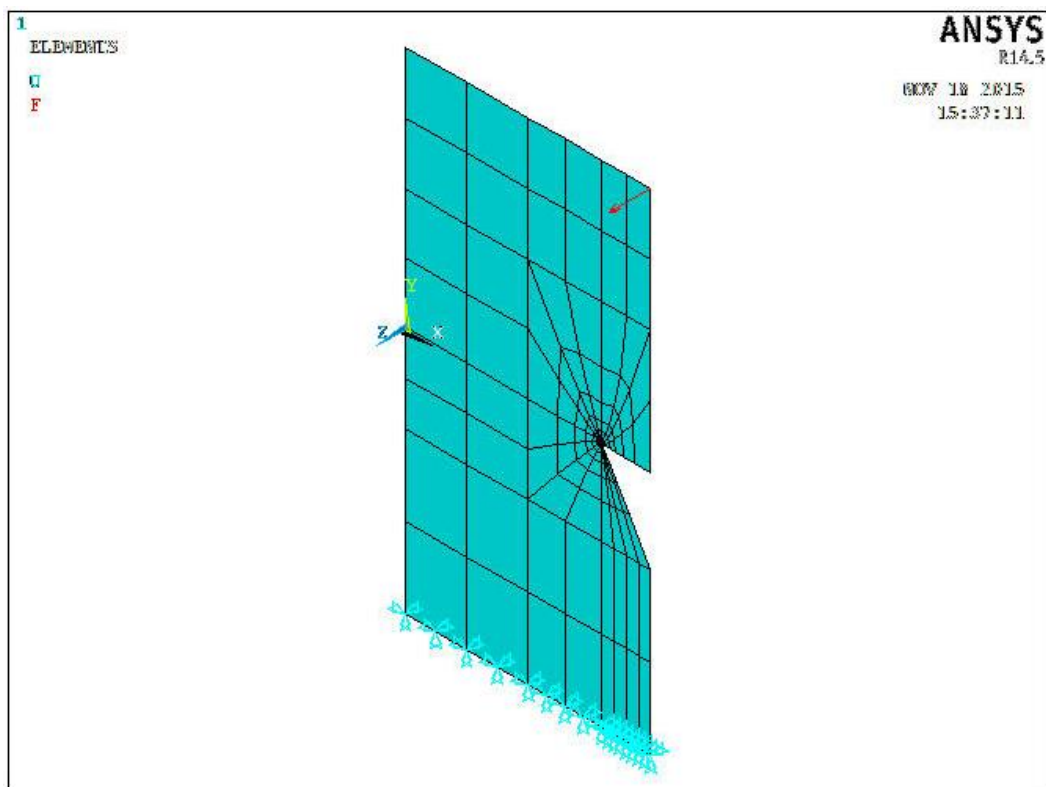


Figura 333: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

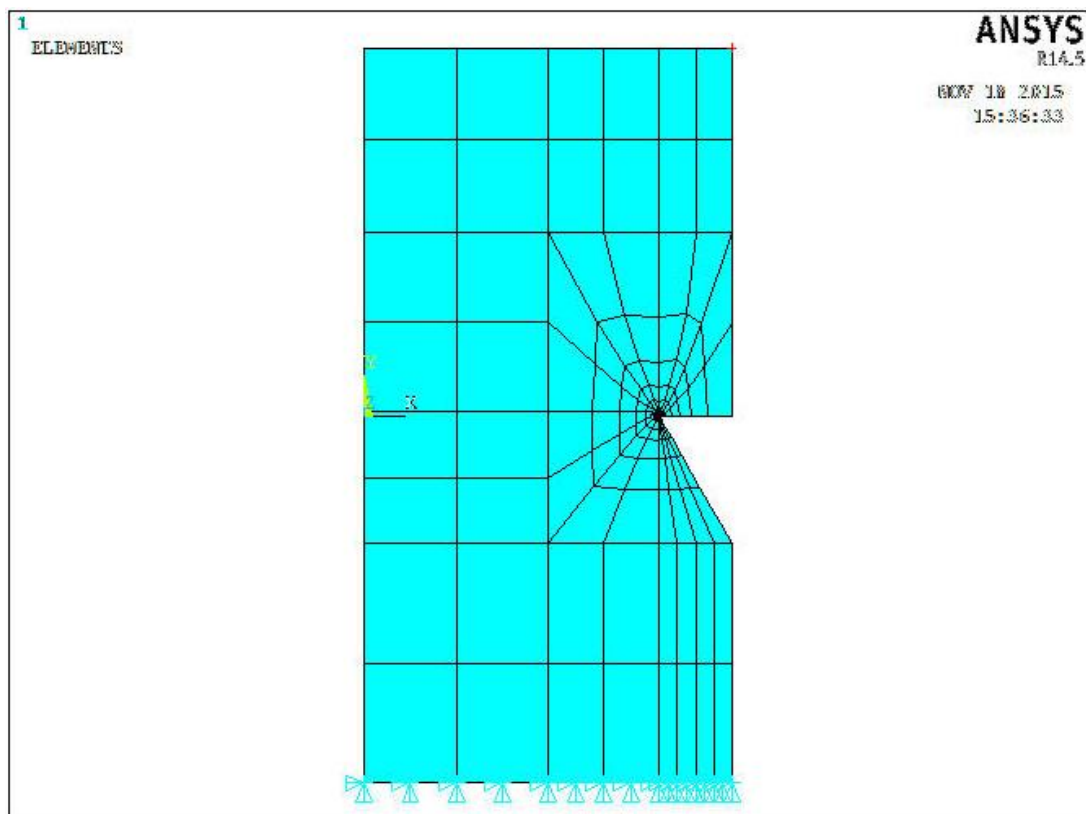


Figura 334: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 60°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 4,032156 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 929 \text{ MPamm}^{0,403}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $6,8 \text{ MPa(mm}^{0,403})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,73%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a 1,3 MPa(mm^{0,403}), che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,14%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

9.1.3 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 75^\circ$

Il terzo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 75° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

9.1.3.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 335 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 336.

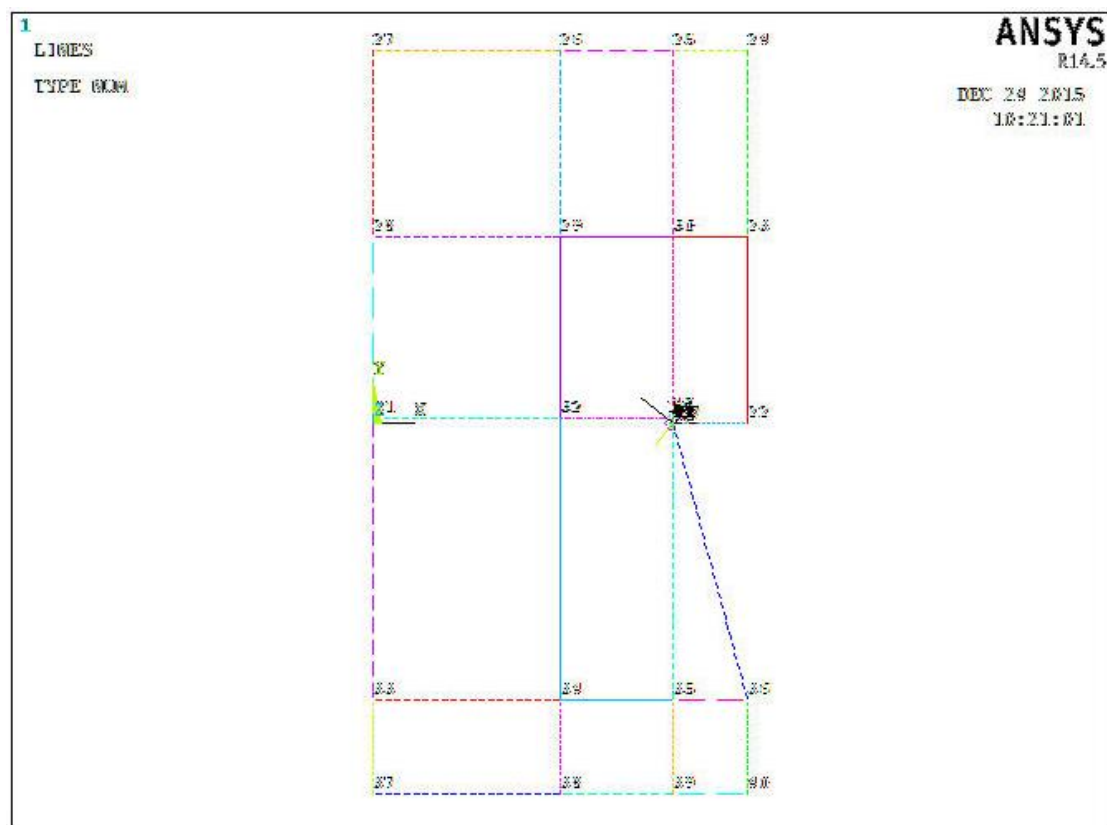


Figura 335: Modello studiato angolo apertura intaglio 75°, linee di costruzione fini

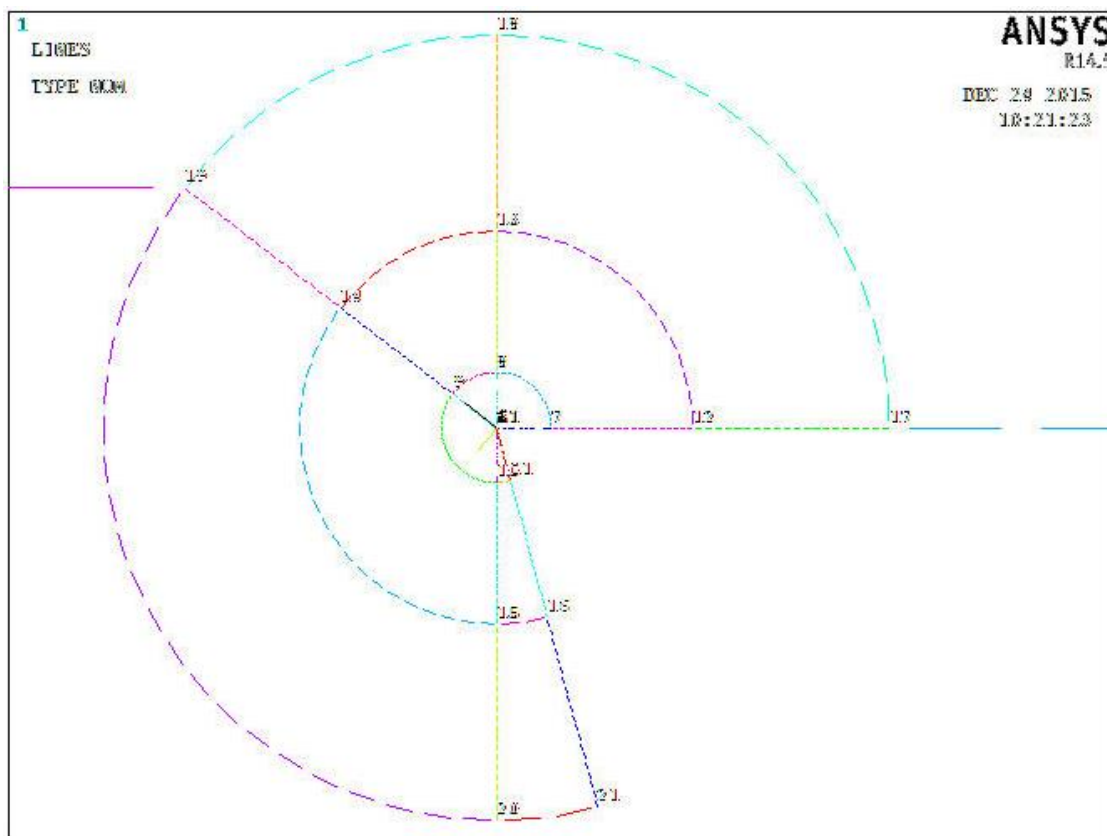


Figura 336: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 75°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 337 e 338, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

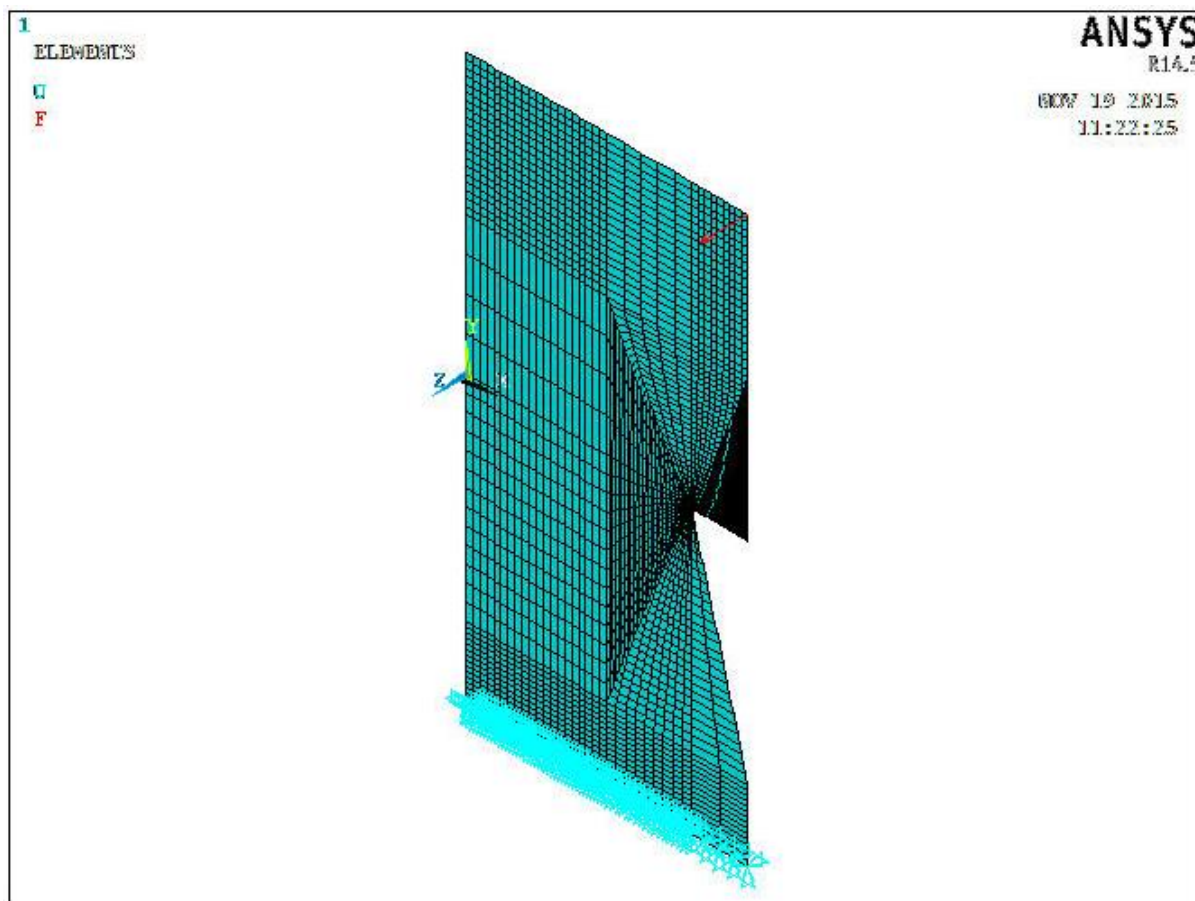


Figura 337: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 75°

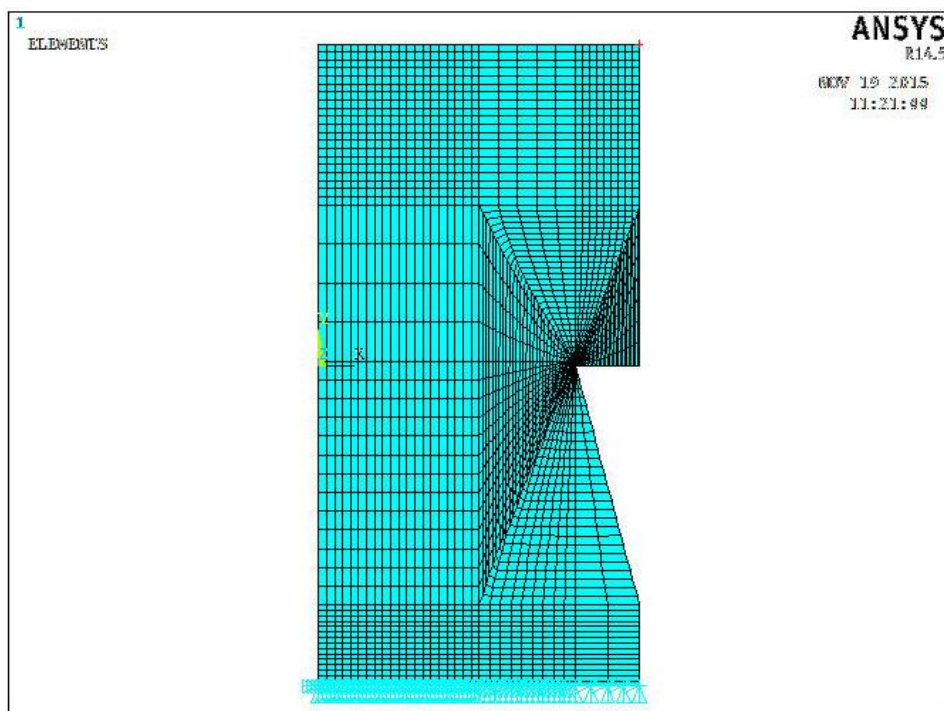


Figura 338: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 75°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 339 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 75°.

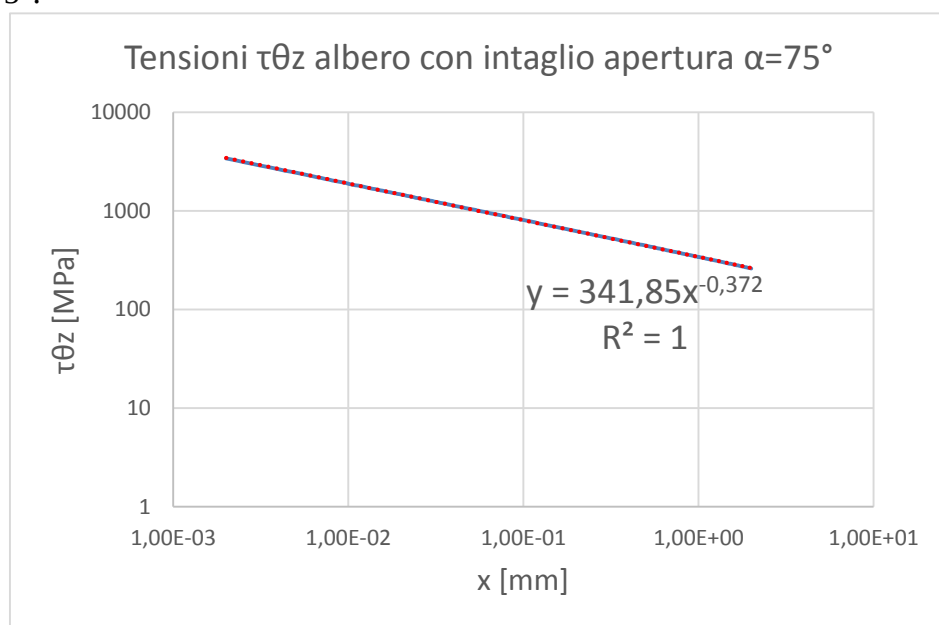


Figura 339: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 75°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 75° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,372$. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 340 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

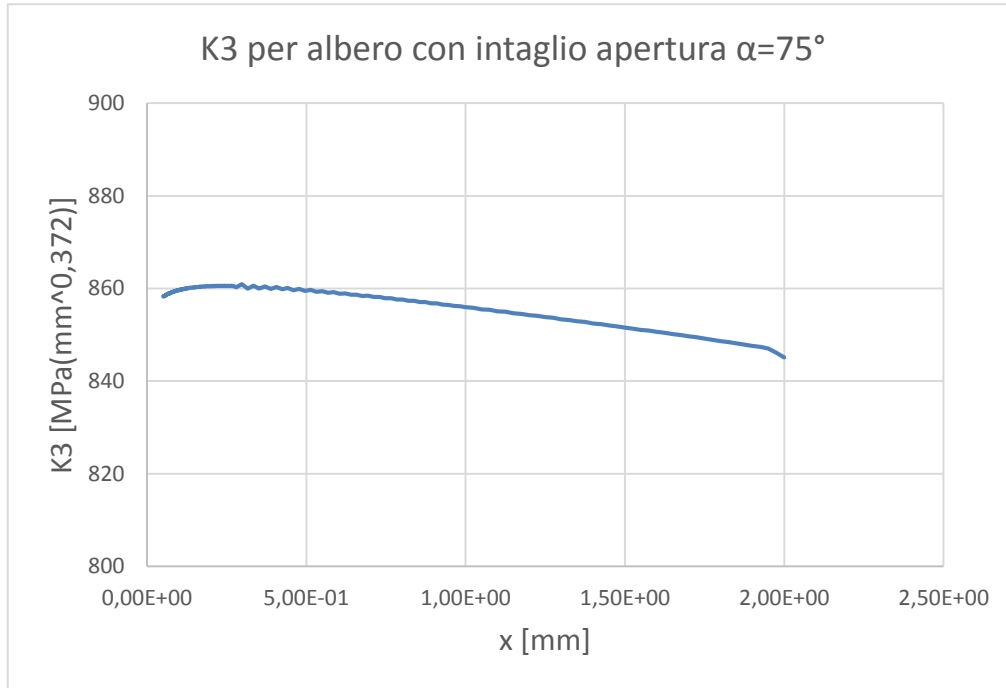


Figura 340: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=75^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a 857 MPa(mm^{0,372}), con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a 15,8 MPa(mm^{0,372}) per cui una differenza dell'1,8% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 3,054468 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 858,3 \text{ MPamm}^{0,372}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $0,9 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,372})$, in termini relativi circa lo $0,1\%$, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

9.1.3.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 9.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 341 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 342.

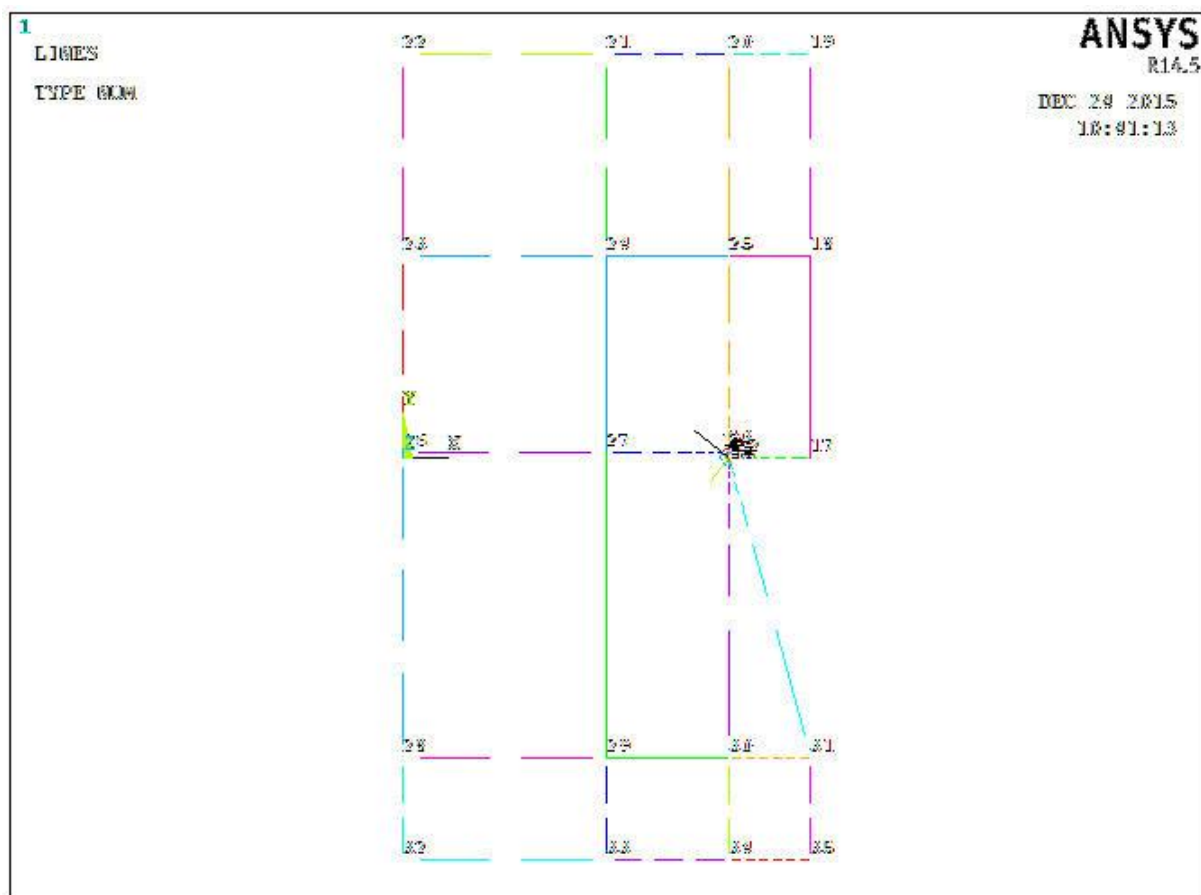


Figura 341: Modello studiato angolo apertura intaglio 75° , linee di costruzione rade

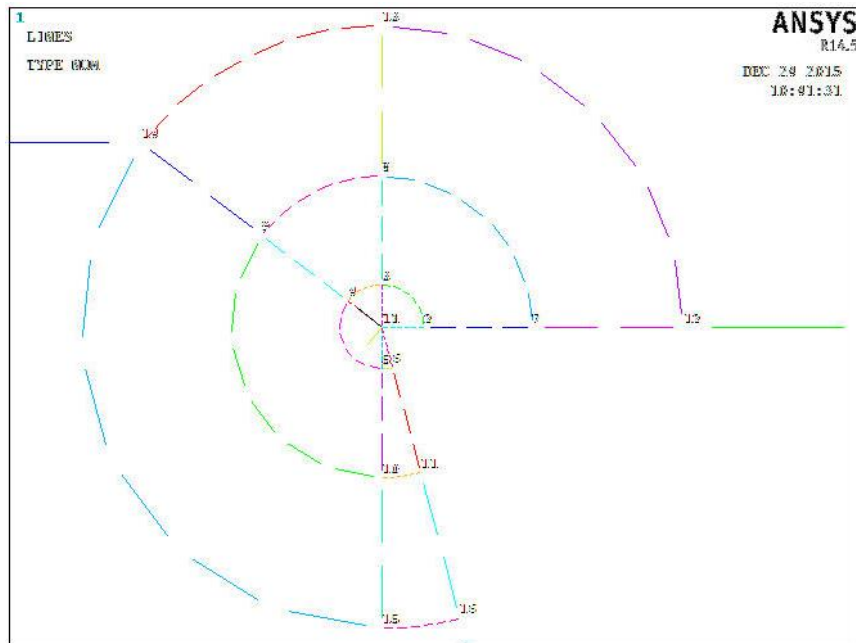


Figura 342: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 75°: la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 343 e 344, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

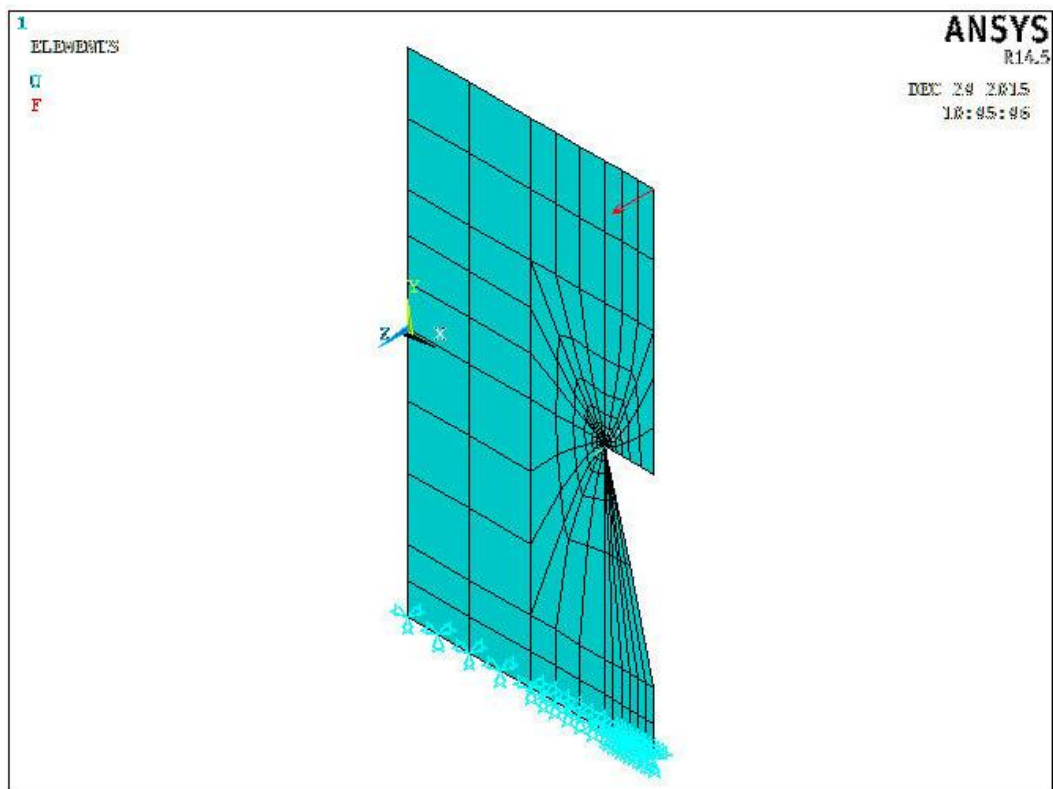


Figura 343: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 75°

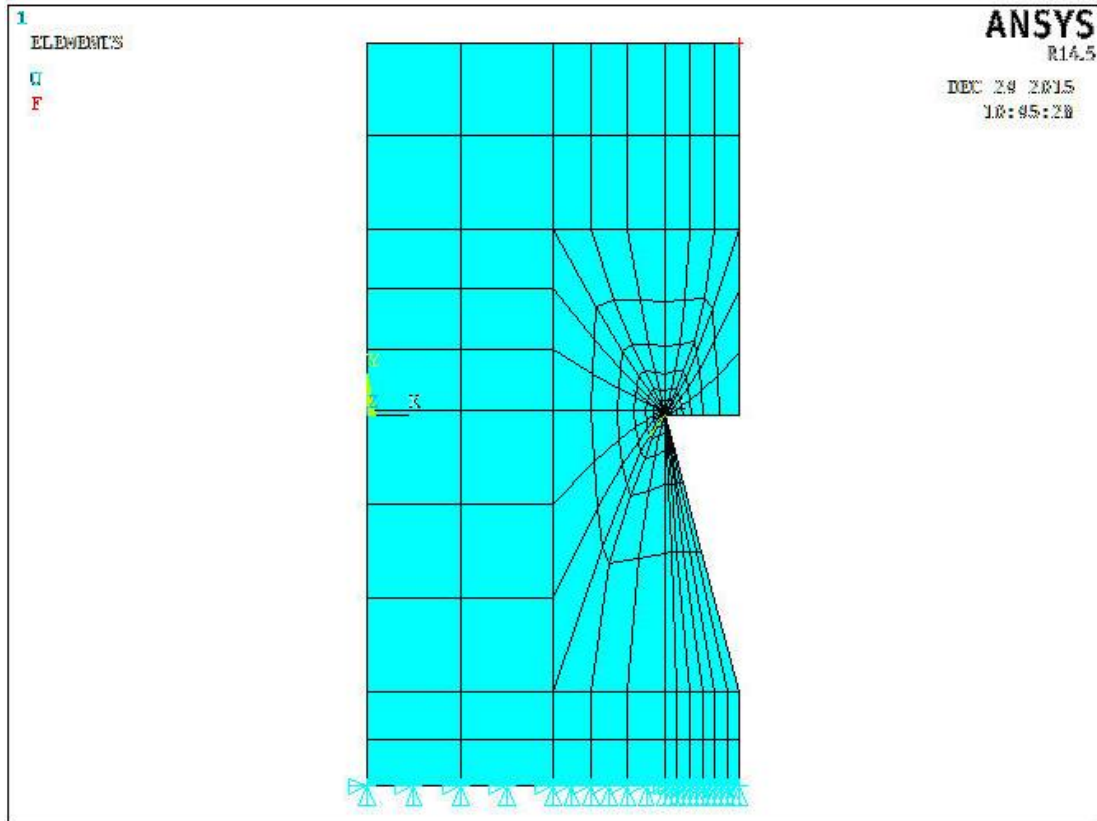


Figura 344: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 75°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 3,056919 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 858,6 \text{ MPamm}^{0,372}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari

a $1,2 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,372})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,1%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,3 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,372})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,04%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

9.1.4 Confronto tra i risultati ottenuti per gli alberi con intagli a mezza V

In questo paragrafo sarà eseguito un confronto generale tra tutti i valori di K_3 ottenuti nelle precedenti analisi in modo tale da ottenere un chiaro riscontro sulla bontà dei risultati ottenuti. Si riportano quindi nella tabella sottostante i valori ricavati nelle precedenti analisi, ed in Figura 345 il grafico di sintesi avente in ascissa l'angolo di apertura dell'intaglio 2α e in ordinata il rispettivo valore del K_3 ottenuto analiticamente, da SED e mesh fine e da SED con mesh rada.

2α [deg]	K_3 da SED mesh rada [MPa(mm ^x)]	K_3 analitico [MPa(mm ^x)]	K_3 da SED mesh fine [MPa(mm ^x)]
30	1000	998	999
60	929	922	927
75	858	857	858

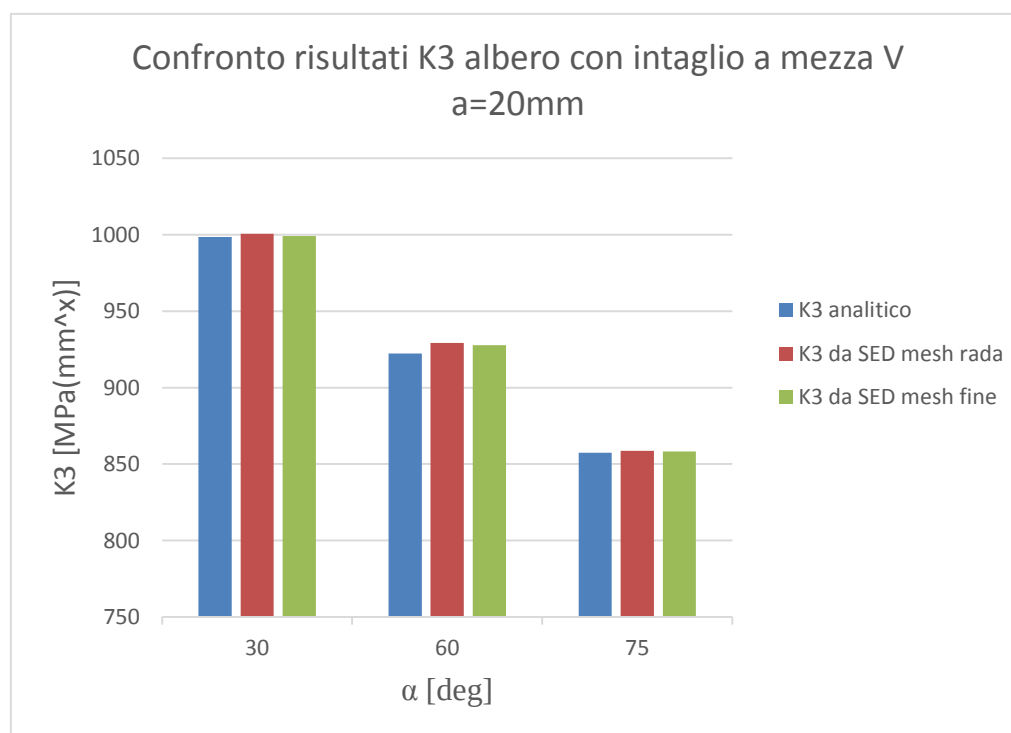


Figura 345: Confronto tra i valori di K_3 ottenuti

Come è immediato vedere, anche in quest'ultima analisi, tutti i valori di K_3 ottenuti (analitico, per mesh fine e per mesh rada) coincidono per ogni ampiezza di intaglio analizzata, si nota una leggera differenza, per gli alberi con intaglio di apertura $\alpha = 30^\circ$ e 60° nel solo valore analitico che risulta leggermente inferiore rispetto a quelli ottenuti da SED, ma vista l'entità dei valori in gioco questa differenza può essere considerata trascurabile. Questo porta ad affermare come attraverso una mesh rada si possano ottenere delle ottime stime del K_3 e non sia quindi necessario costruire complessi, e computazionalmente dispendiosi, modelli agli elementi finiti, anche nel caso di alberi con intagli a mezza V.

Capitolo 10

Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K_3 , in alberi con intagli a V asimmetrica ottenuto grazie a mesh fitte e mesh rade e confronto con il valore analitico

Dopo aver analizzato, nei Capitoli 6, 7 e 9 diversi alberi con intagli a V delle più svariate profondità ed ampiezze ed al Capitolo 8 un albero con intaglio a C non raccordata; nel seguente Capitolo 9 si procede analizzando un'ulteriore tipologia di intaglio su alberi soggetti a Modo III. Si vuole quindi verificare anche nel caso di intagli a V asimmetrica la buona corrispondenza tra i valori dello stress intensity factor di Modo III (K_3) ottenuto per via analitica con quelli ottenuti da SED con mesh fine e da SED con mesh rada.

10.1 Considerazioni sui modelli analizzati

Anche in quest'analisi saranno mantenute le dimensioni generali degli alberi precedentemente analizzati, per cui altezza H dell'albero pari a 200 mm e diametro dell'albero D pari a 200 mm. La differenza sostanziale è rappresentata dall'intaglio a V asimmetrica, di profondità a pari a 20 mm come rappresentato in Figura 346. Questa tipologia di intaglio si differenzia essenzialmente da quelli trattati nei Capitoli 6, 7 e 9 essendo una V ruotata di un certo angolo rispetto al piano medio su cui giace il vertice dell'intaglio. In Figura 346 si possono osservare anche i vincoli utilizzati, applicati esclusivamente alla base del modello, questo poiché è stato necessario modellare metà della geometria e non solo un quarto come precedentemente fatto, non essendo più simmetrico l'intaglio.

Gli elementi impiegati nel codice Ansys sono i consueti Solid 8 nodi 83 assialsimmetrici ed il materiale utilizzato è ancora acciaio, avente quindi modulo elastico $E = 210000$ MPa e coefficiente di Poisson $\nu = 0,3$. Rimane quindi invariato anche il raggio del volume di controllo $R_0 = 0,28$ mm, necessario alla definizione dell'energia di deformazione, essendo rimasto acciaio il materiale. Non essendo variati gli ingombri dell'albero non varia nemmeno il carico di torsione F_z applicato che rimane pari a 157000 N, definito attraverso l'Equazione 21.

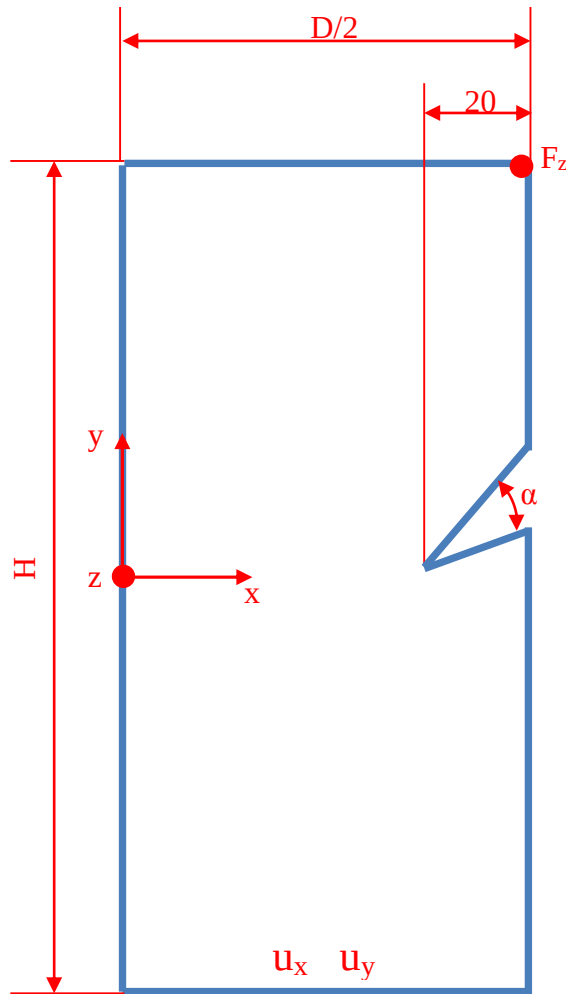


Figura 346: Dimensioni e vincoli del modello realizzato

Nella seguente analisi saranno analizzati tre differenti modelli con tre diversi valori dell'angolo di apertura dell'intaglio α pari a 30° , 45° e 60° in modo tale da riuscire a coprire un vasto range di intagli.

10.1.1 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 30^\circ$

Il primo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 30° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

10.1.1.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 347 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 348.

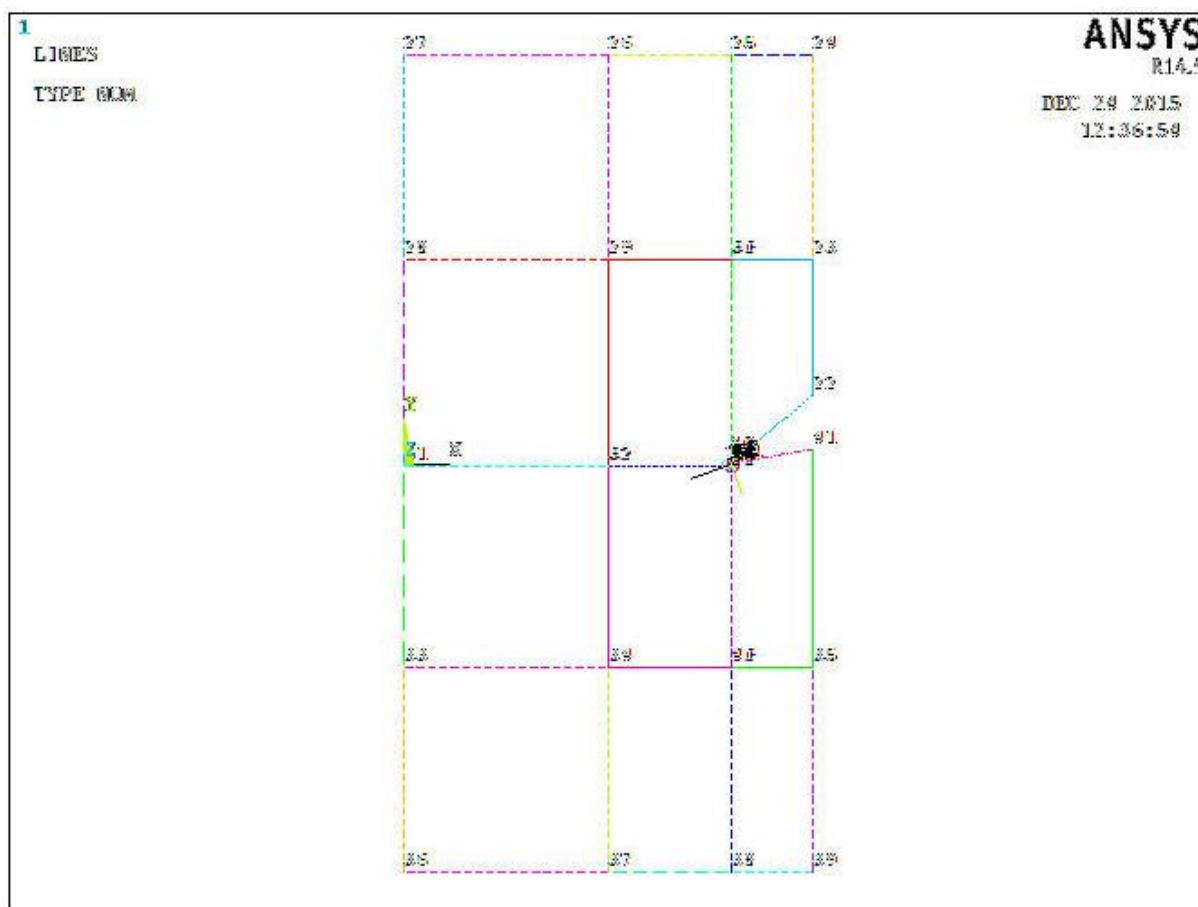
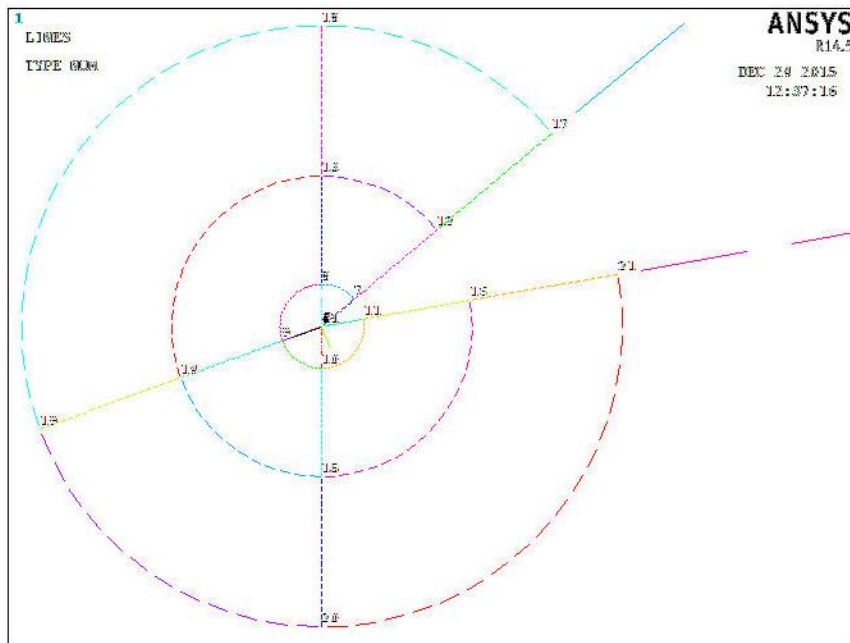


Figura 347: Modello studiato angolo apertura intaglio 30°, linee di costruzione fini



Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 349 e 350, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

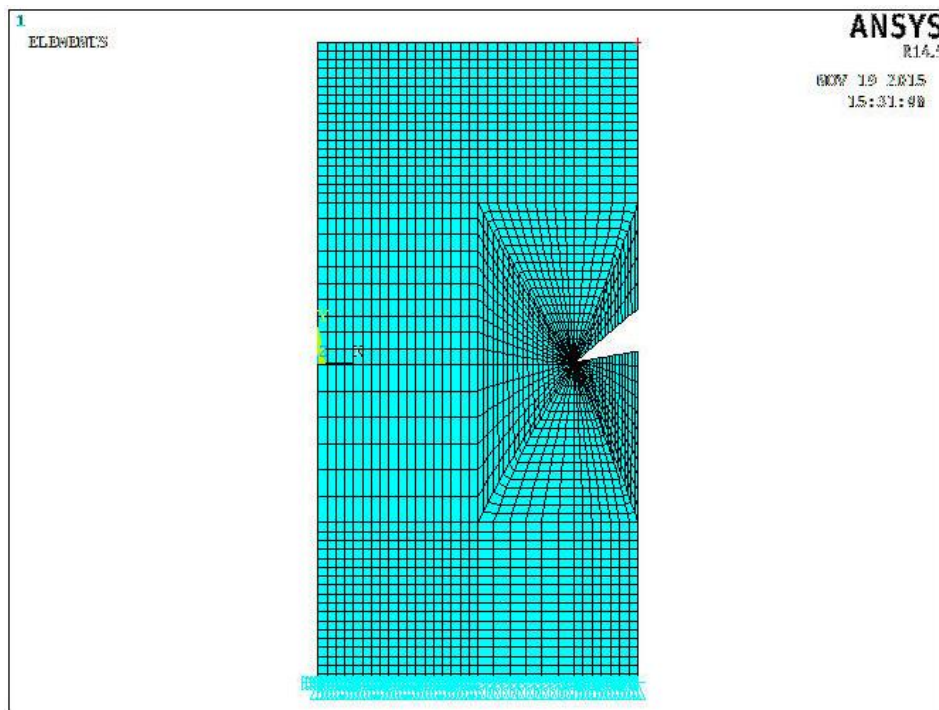


Figura 350: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 30°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 351 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 30°.

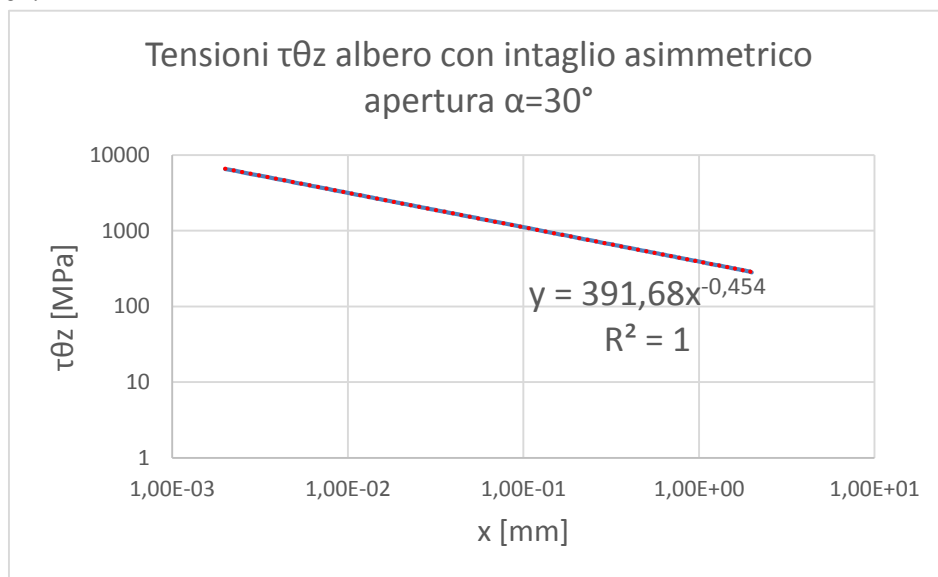


Figura 351: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 30° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,454$, essenzialmente il medesimo ottenuto per gli intagli di apertura 30° analizzati ai capitoli 6, 7 e 9. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 352 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

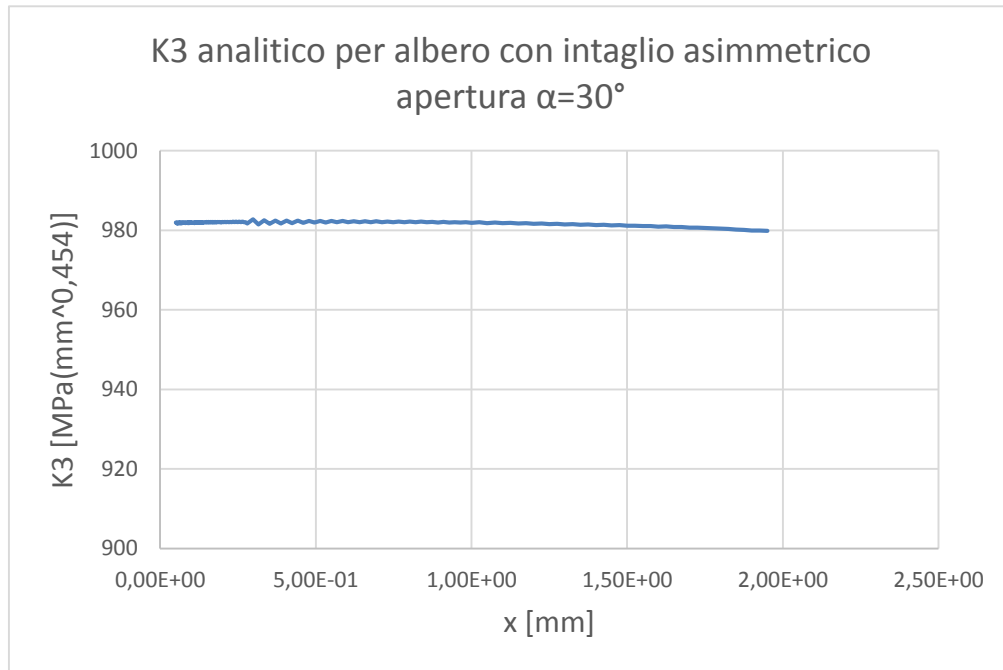


Figura 352: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=30^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $981 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,454})$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $12,9 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,454})$ per cui una differenza dell'1,3% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 5,607882 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 979 \text{ MPamm}^{0,454}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $2,5 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,454})$, in termini relativi circa lo 0,26%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

10.1.1.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 353 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 354.

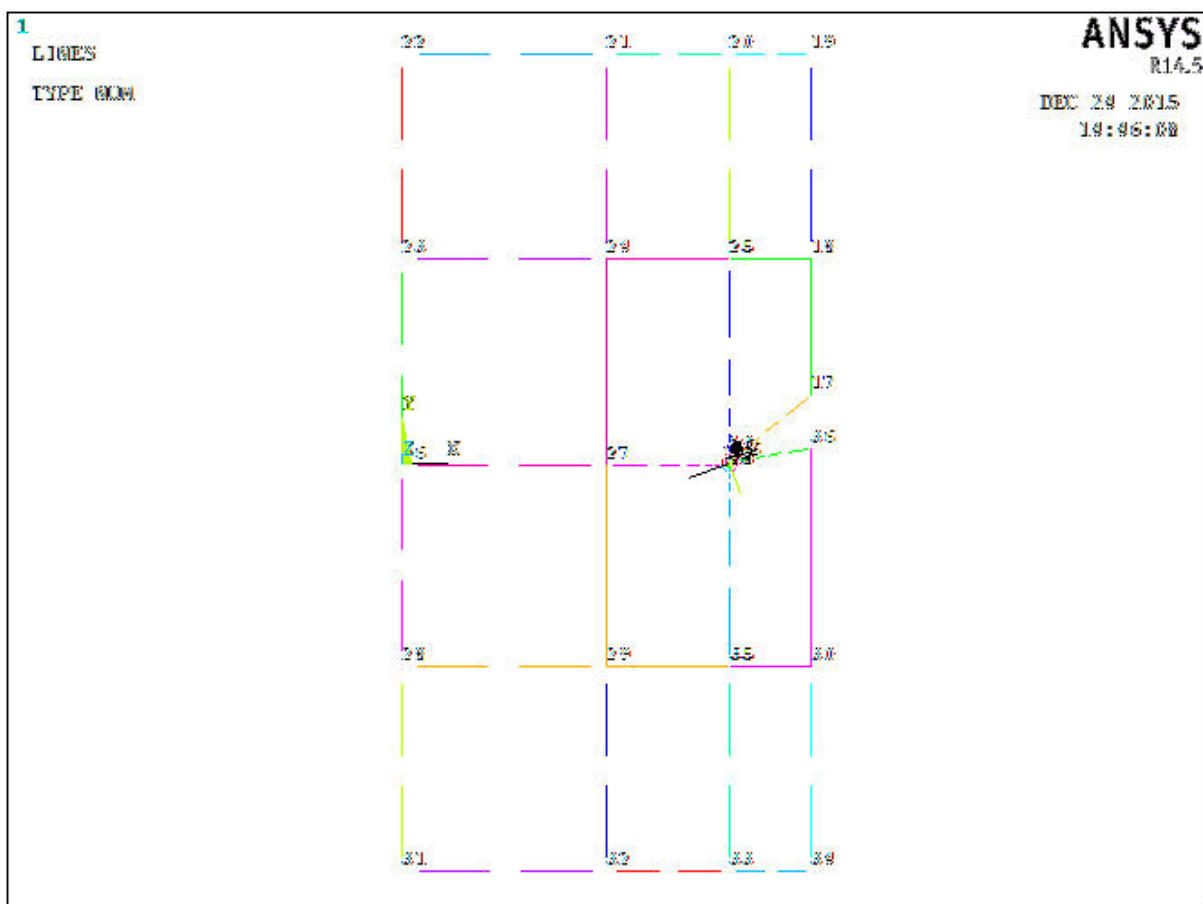


Figura 353: Modello studiato angolo apertura intaglio 30° , linee di costruzione rade

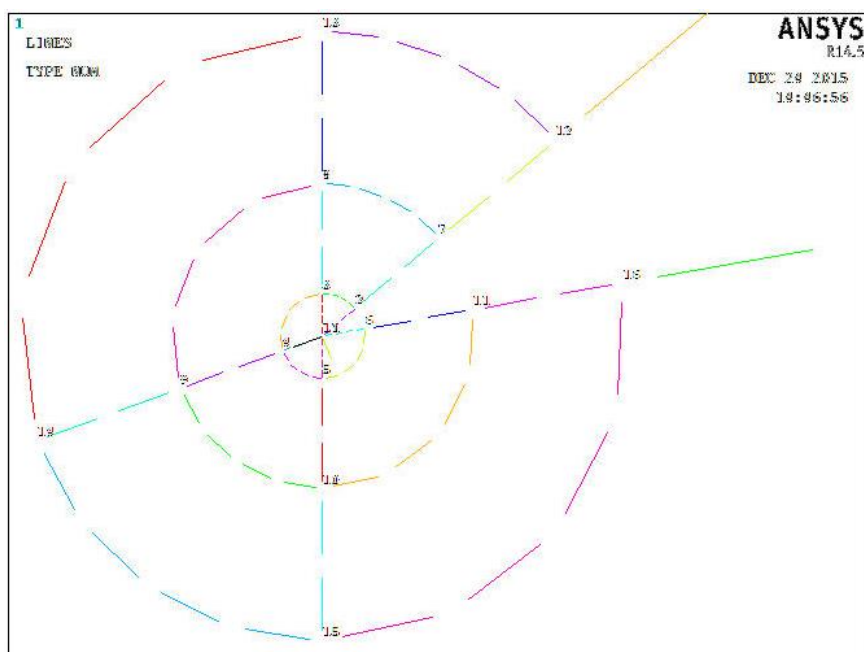


Figura 354: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 30°: la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 355 e 356, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

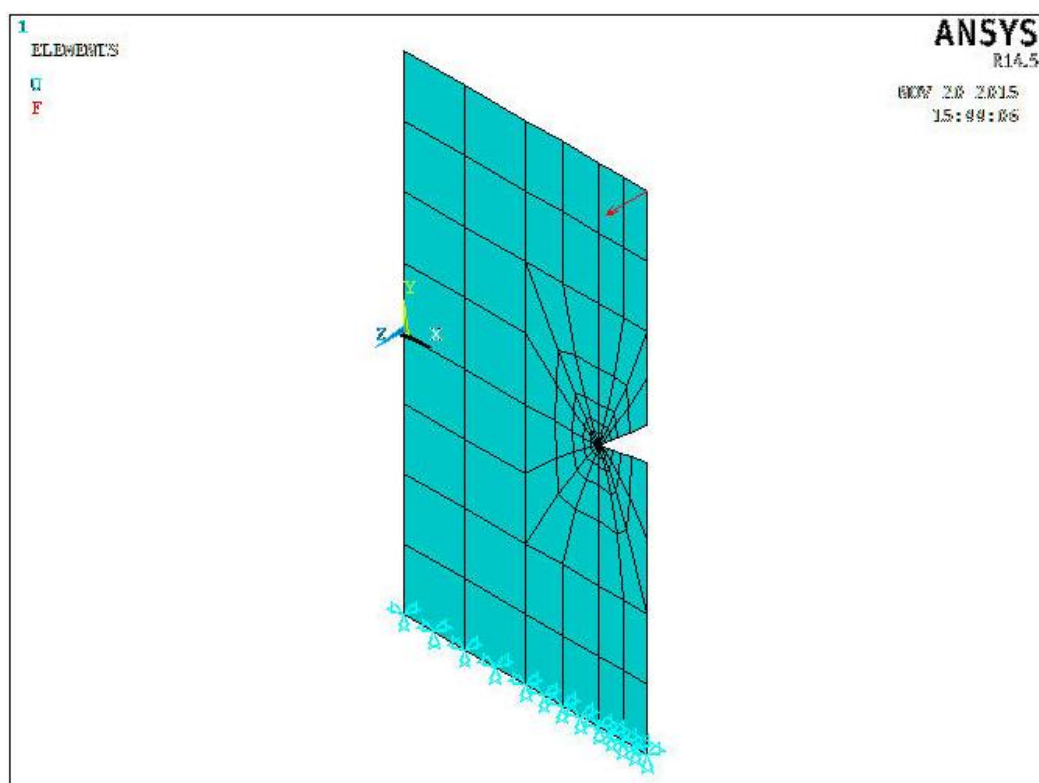


Figura 355: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 30°

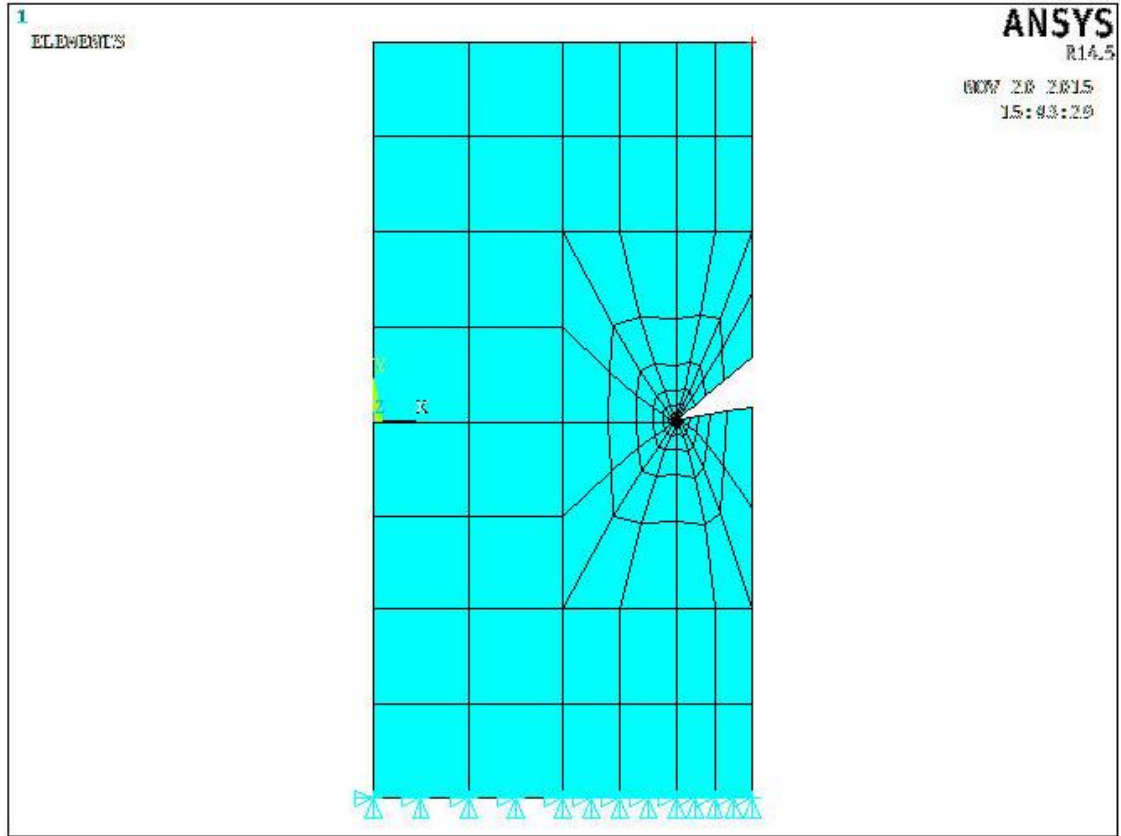


Figura 356: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 30°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 5,618528 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 980 \text{ MPamm}^{0,454}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $1,6 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,454})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,16%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,93 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,454})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,095%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

10.1.2 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 45^\circ$

Il secondo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 45° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

10.1.2.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 357 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 358.

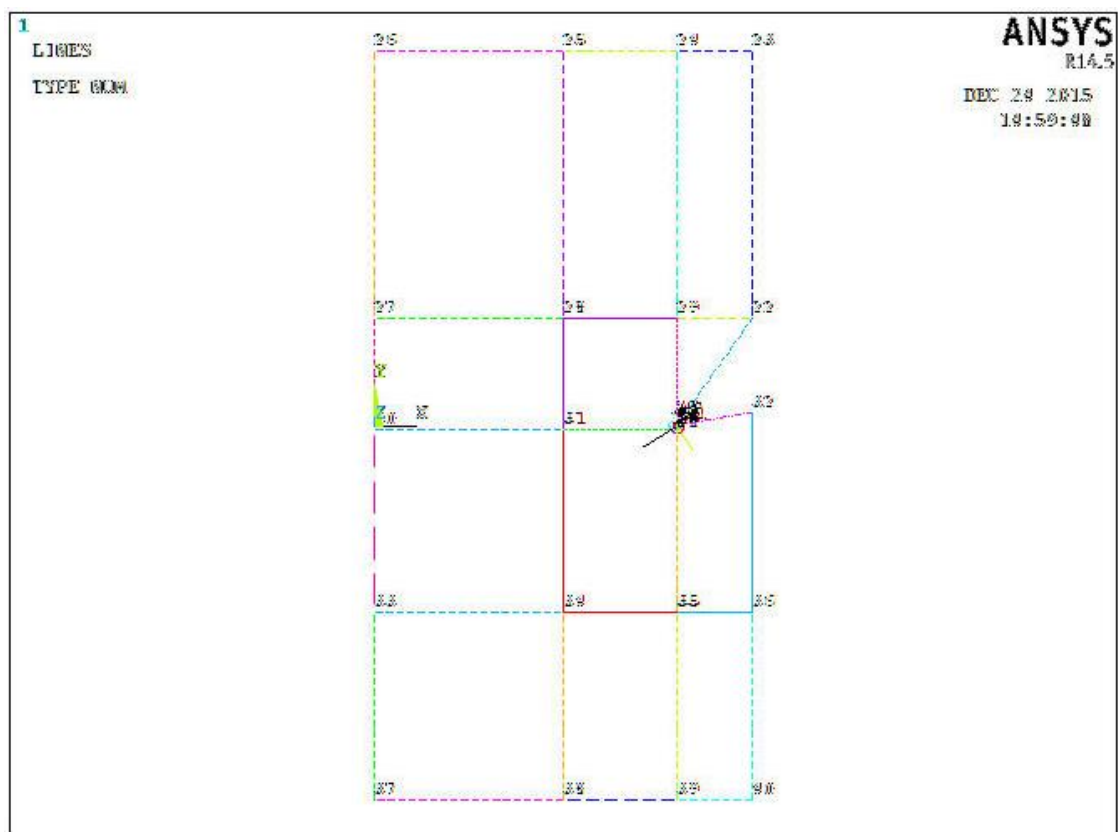


Figura 357: Modello studiato angolo apertura intaglio 45°, linee di costruzione fini

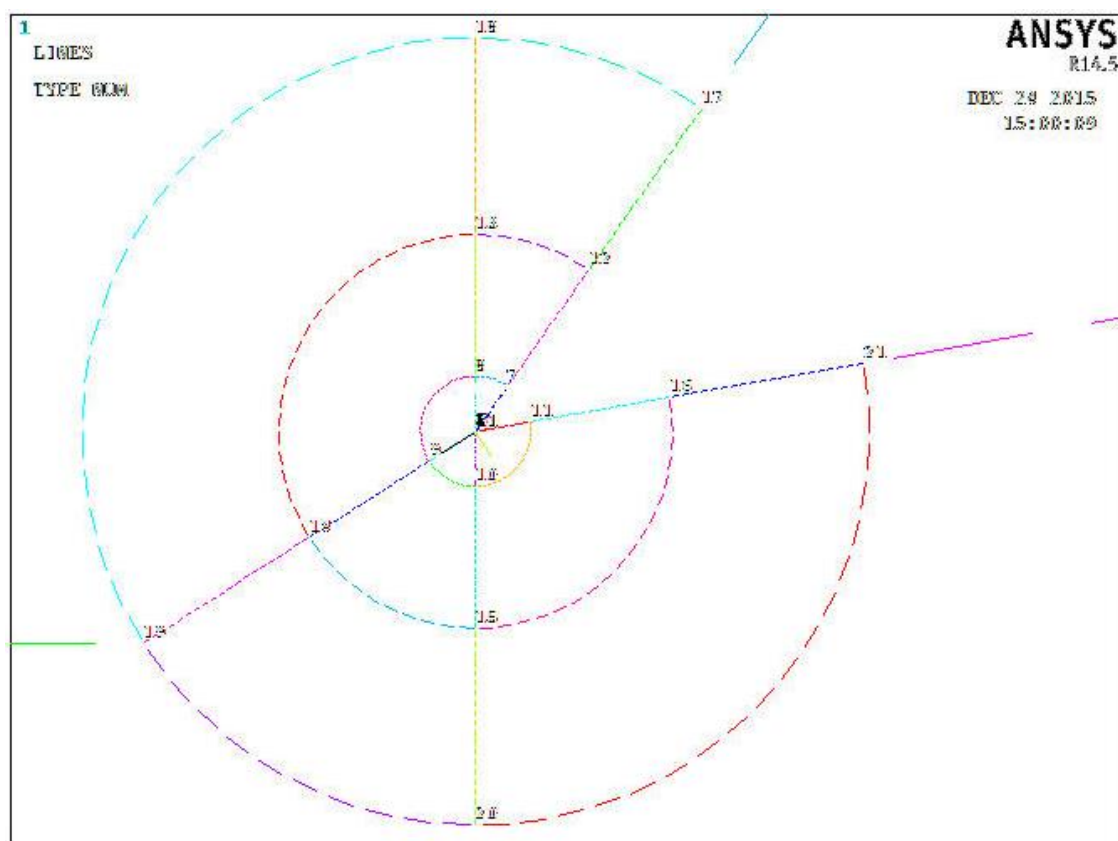


Figura 358: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 45°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 359 e 360, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

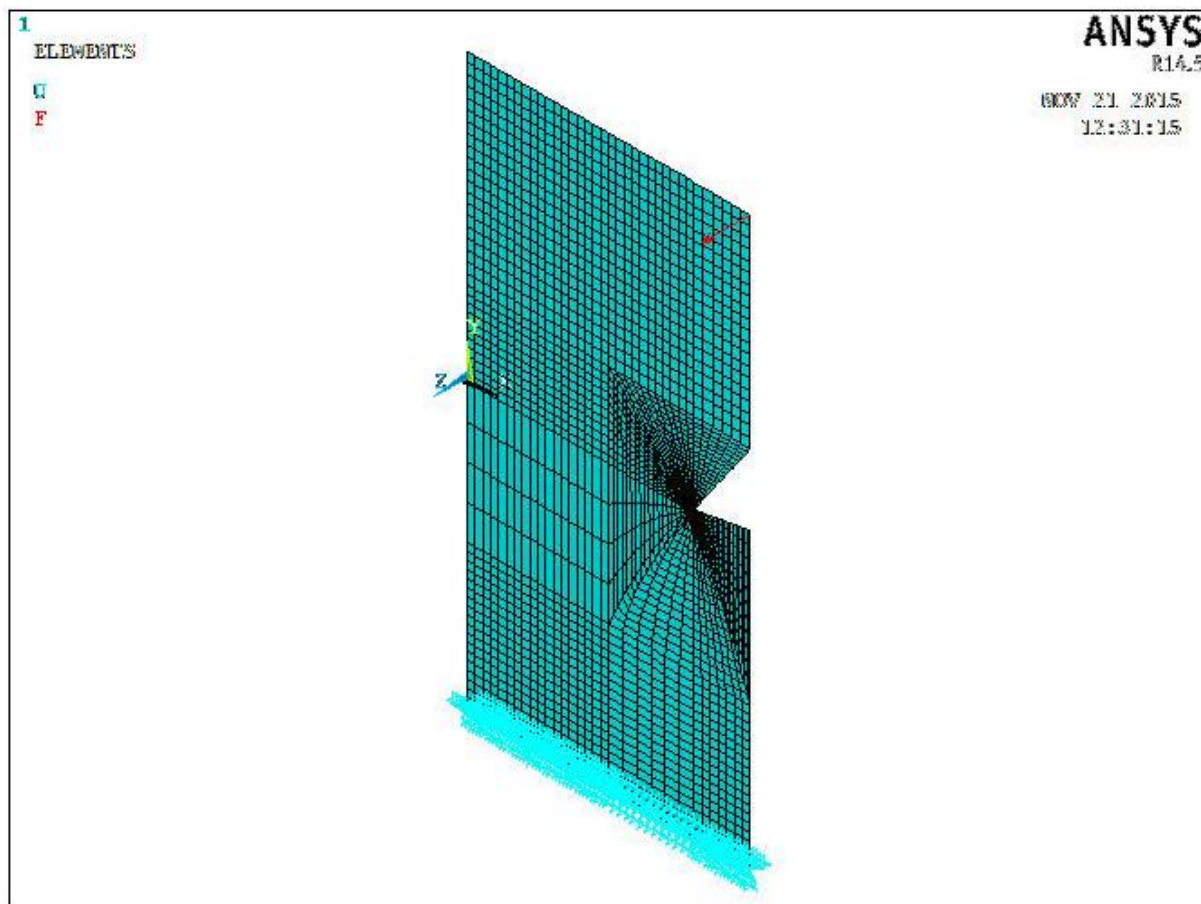


Figura 359: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 45°

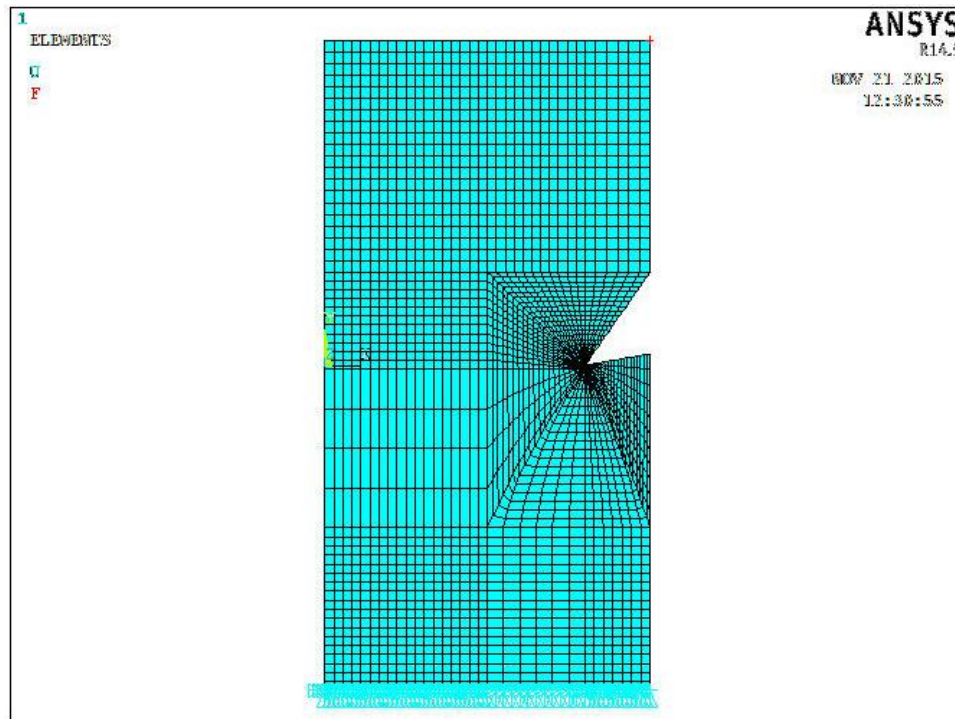


Figura 360: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 45°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 361 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 45°.

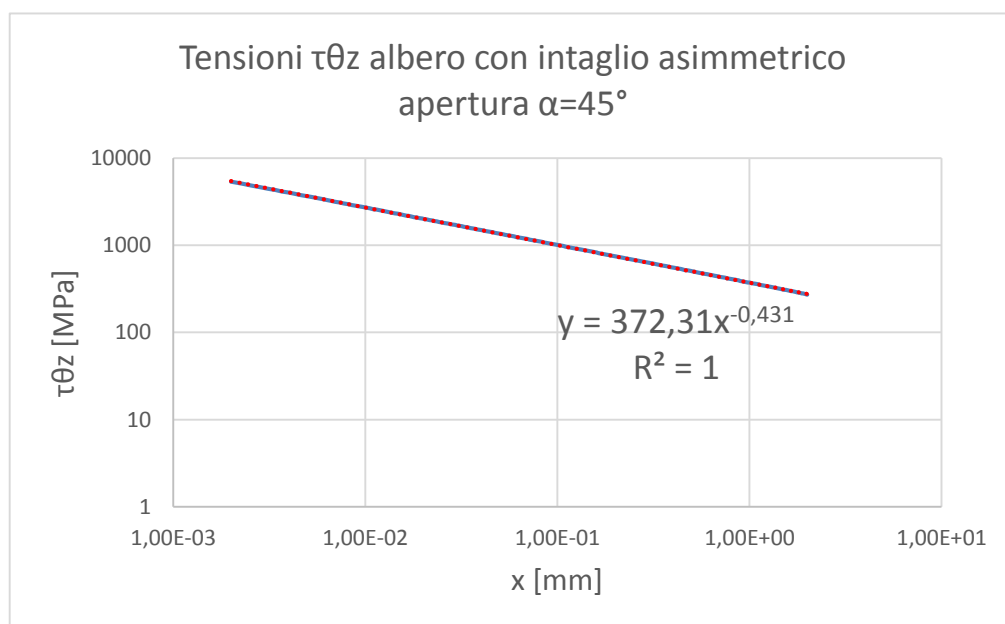


Figura 361: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 30°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 45° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,431$. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 362 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

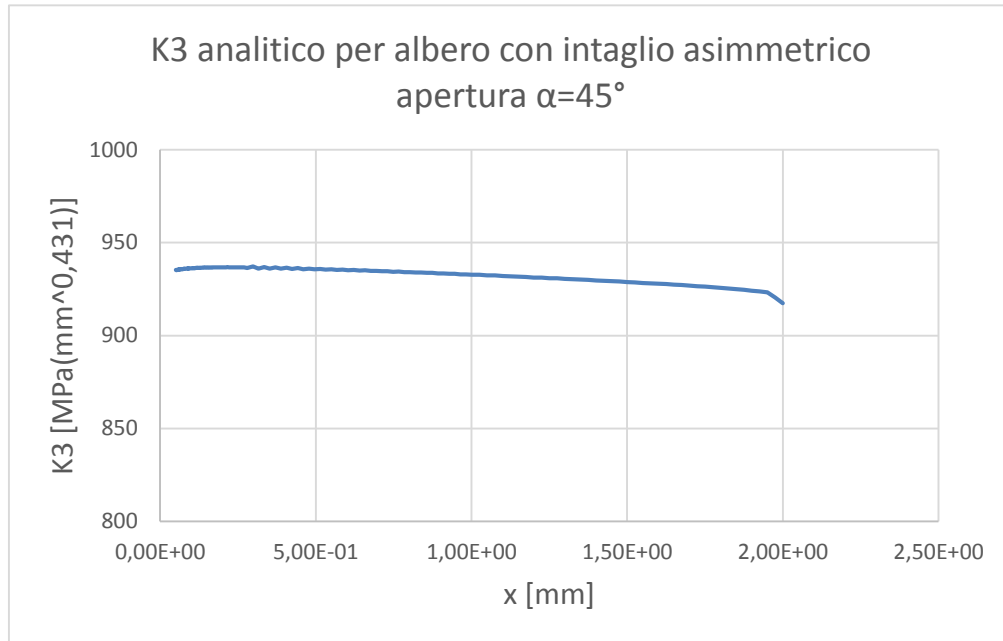


Figura 362: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=45^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $933 \text{ MPa(mm}^{0,431}\text{)}$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $19,7 \text{ MPa(mm}^{0,431}\text{)}$ per cui una differenza del 2,1% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 4,640079 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 935 \text{ MPamm}^{0,431}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a $1,9 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,431})$, in termini relativi circa lo 0,2%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

10.1.2.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 363 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 364.

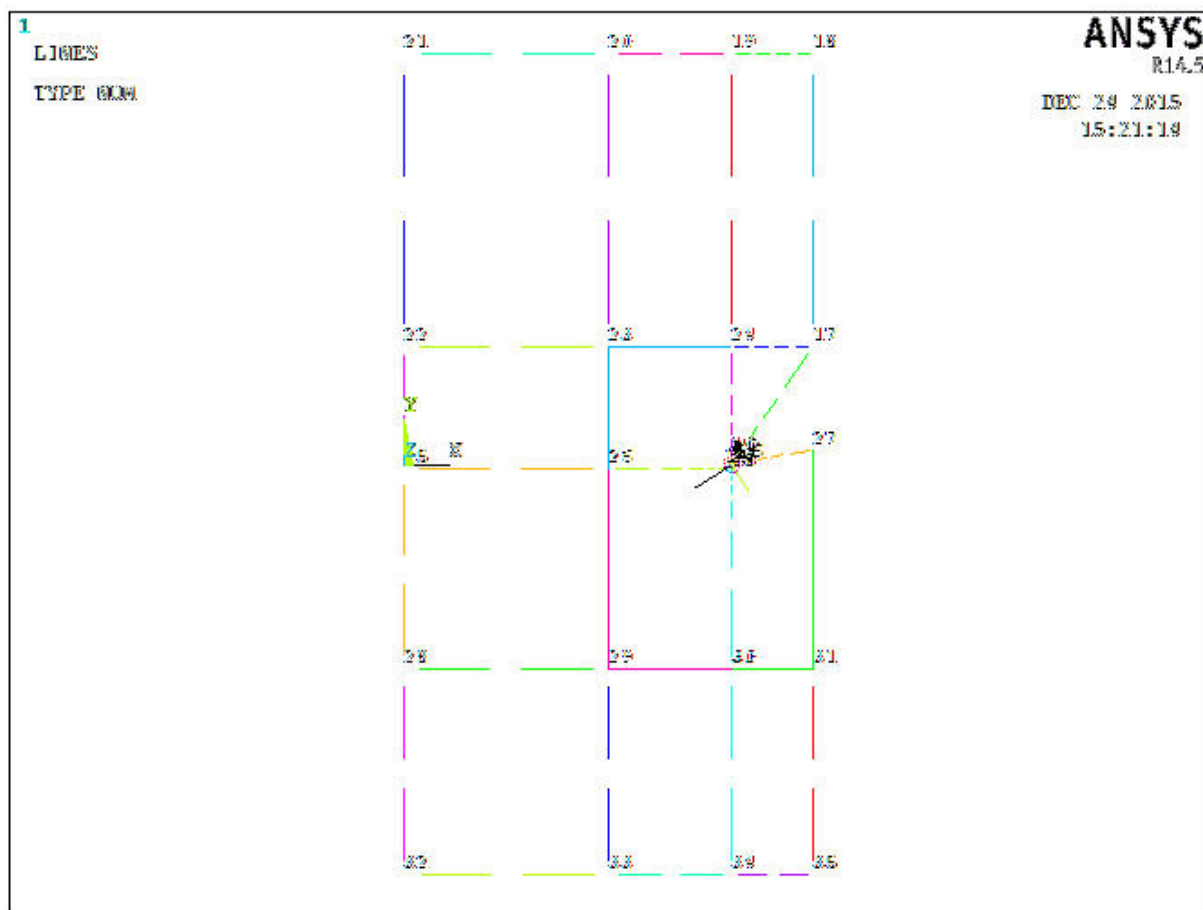


Figura 363: Modello studiato angolo apertura intaglio 45° , linee di costruzione rade

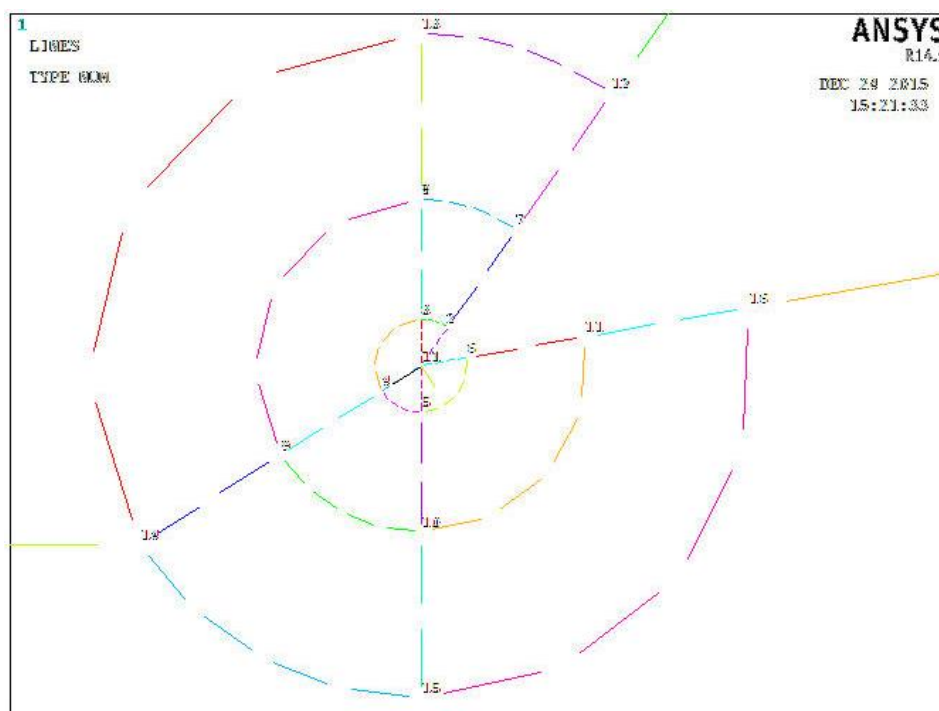


Figura 364: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 45° : la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 365 e 366, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

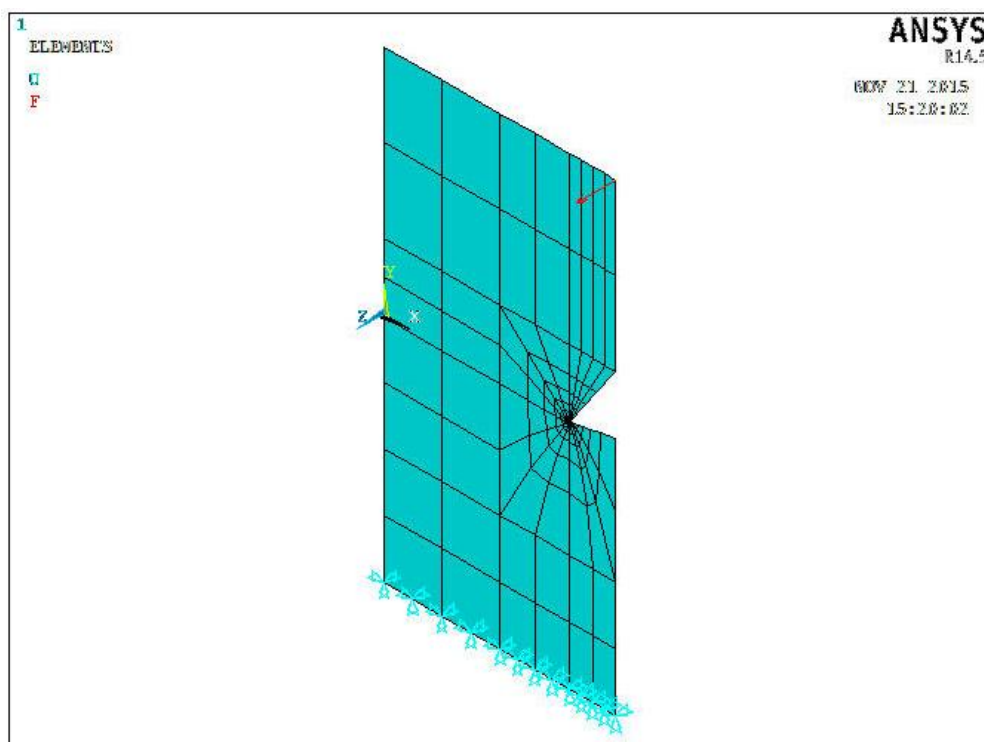


Figura 365: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 45°

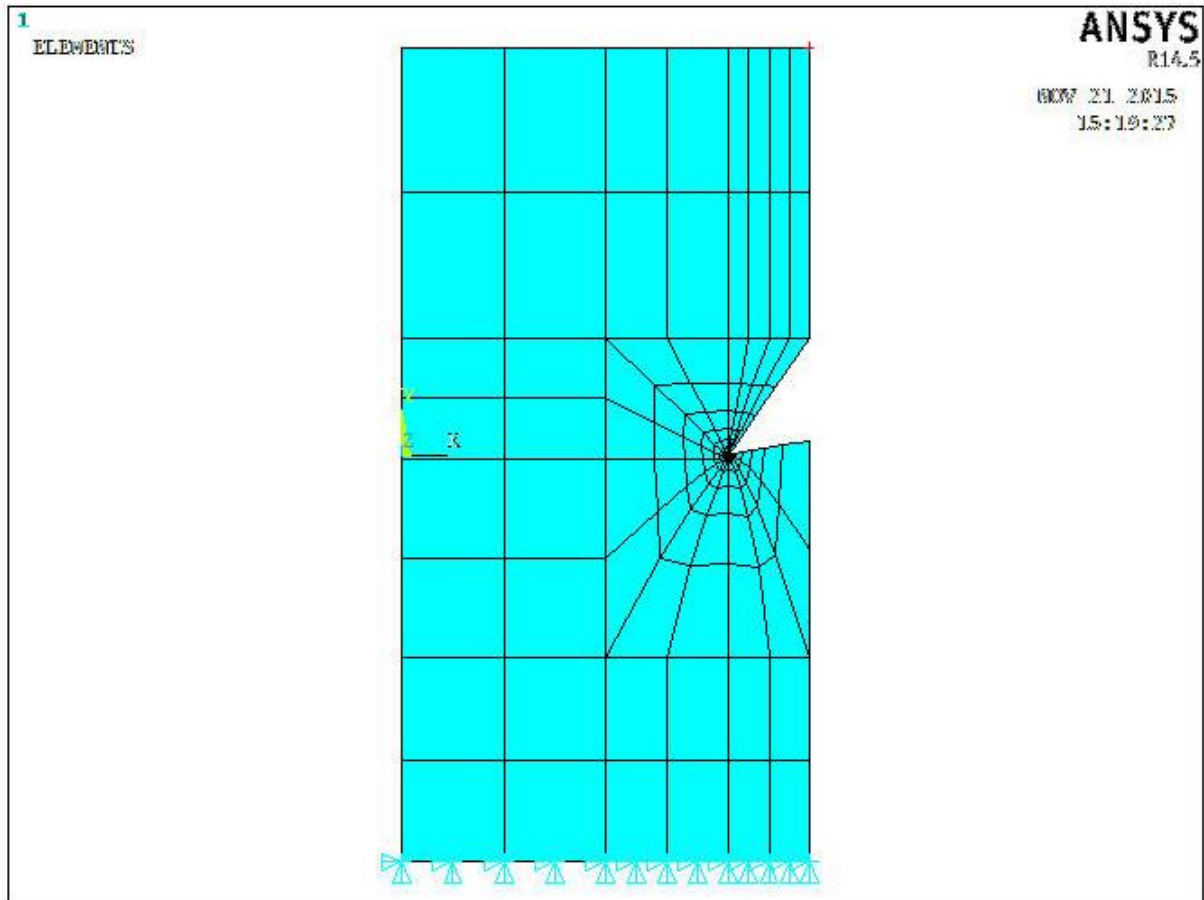


Figura 366: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 45°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28$ mm ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 4,646649 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 936 \text{ MPamm}^{0,431}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $2,5 \text{ MPa(mm}^{0,431}\text{)}$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,27%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,66 \text{ MPa(mm}^{0,431}\text{)}$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,07%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

10.1.3 Albero con angolo di apertura intaglio $\alpha = 60^\circ$

Il terzo modello analizzato è quello con angolo di apertura dell'intaglio pari a 60° . Analogamente ai casi analizzati nei precedenti capitoli si procederà con la realizzazione di due differenti mesh: una mesh fine da cui ottenere le tensioni $\tau_{\theta z}$ necessarie a ricavare il valore analitico di K_3 , ed il valore del SED direttamente dal modello agli elementi finiti necessario al calcolo del K_3 ; ed una mesh rada da cui ricavare il valore del SED dal modello agli elementi finiti che sarà utilizzato per il calcolo del K_3 da mesh rada, tutti i valori di K_3 ottenuti dal SED sono ricavati utilizzando l'Equazione 22.

10.1.3.1 Mesh fine

Analogamente ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi, come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 367 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 368.

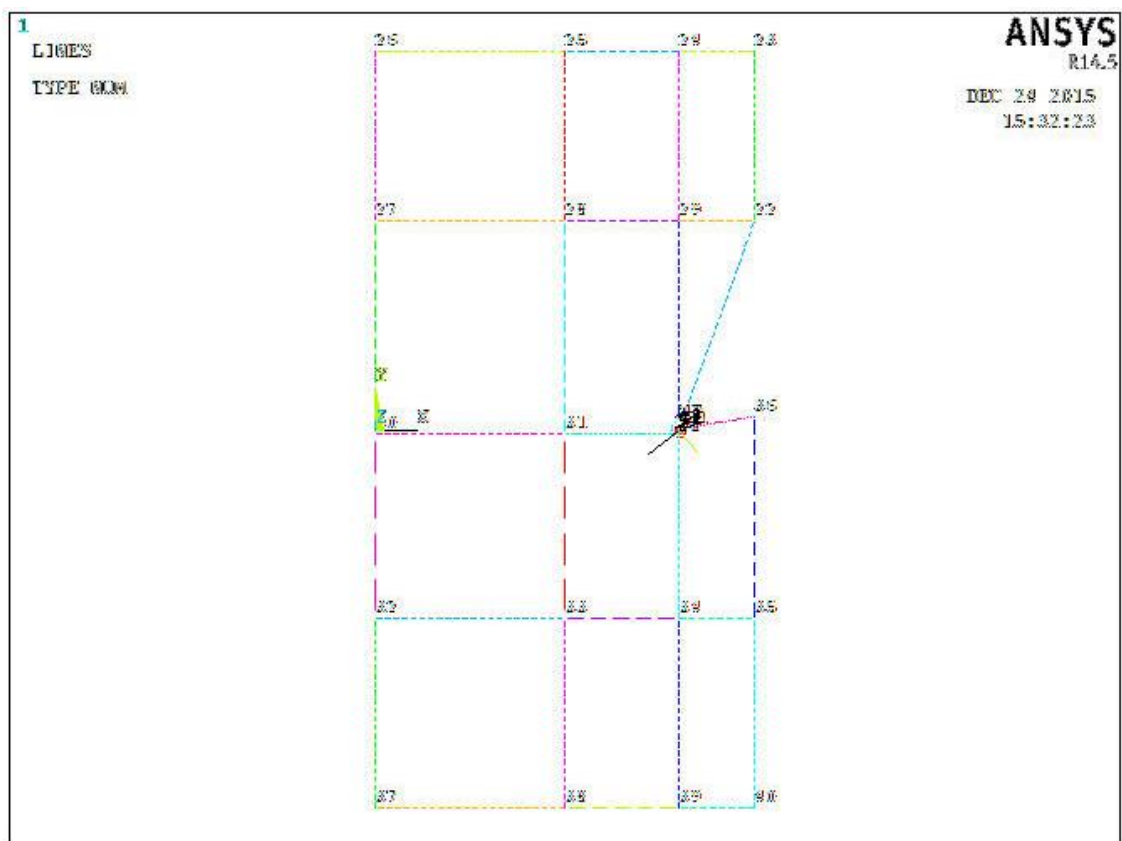


Figura 367: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione fini

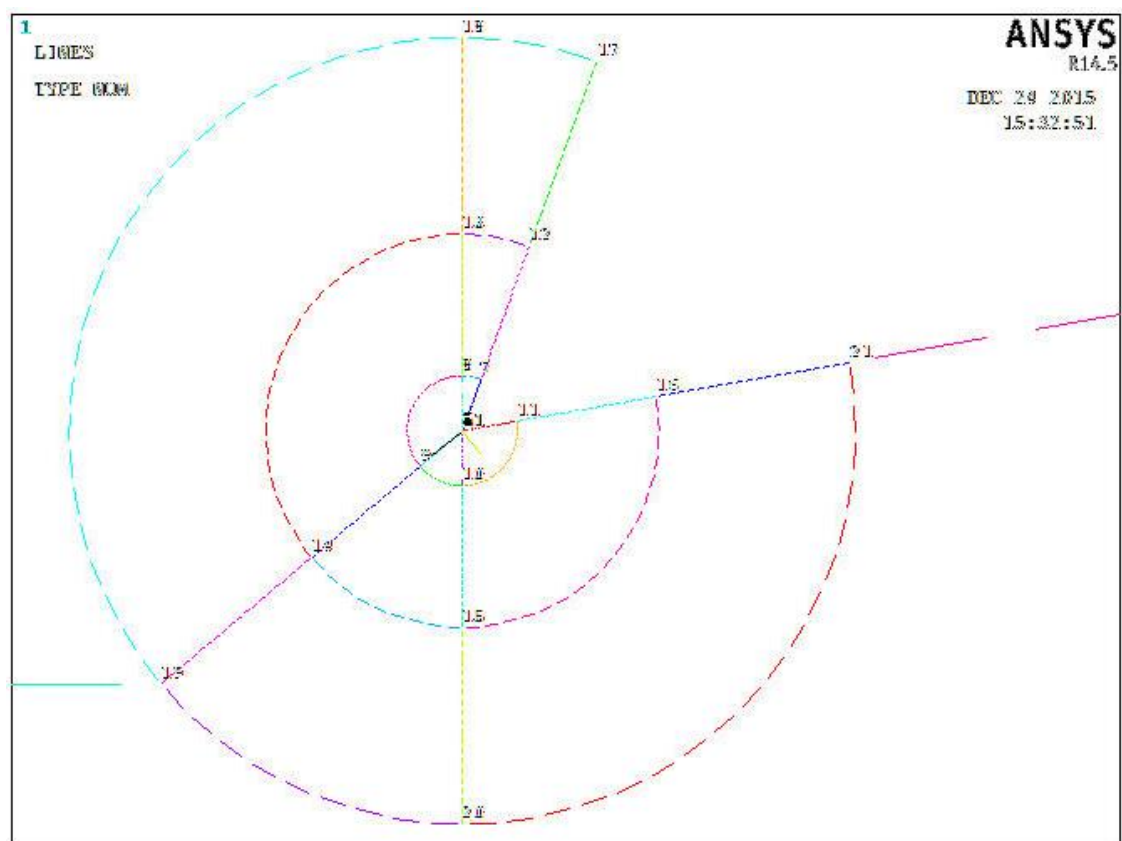


Figura 368: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della prima mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh fine, ovvero quella più fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 369 e 370, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

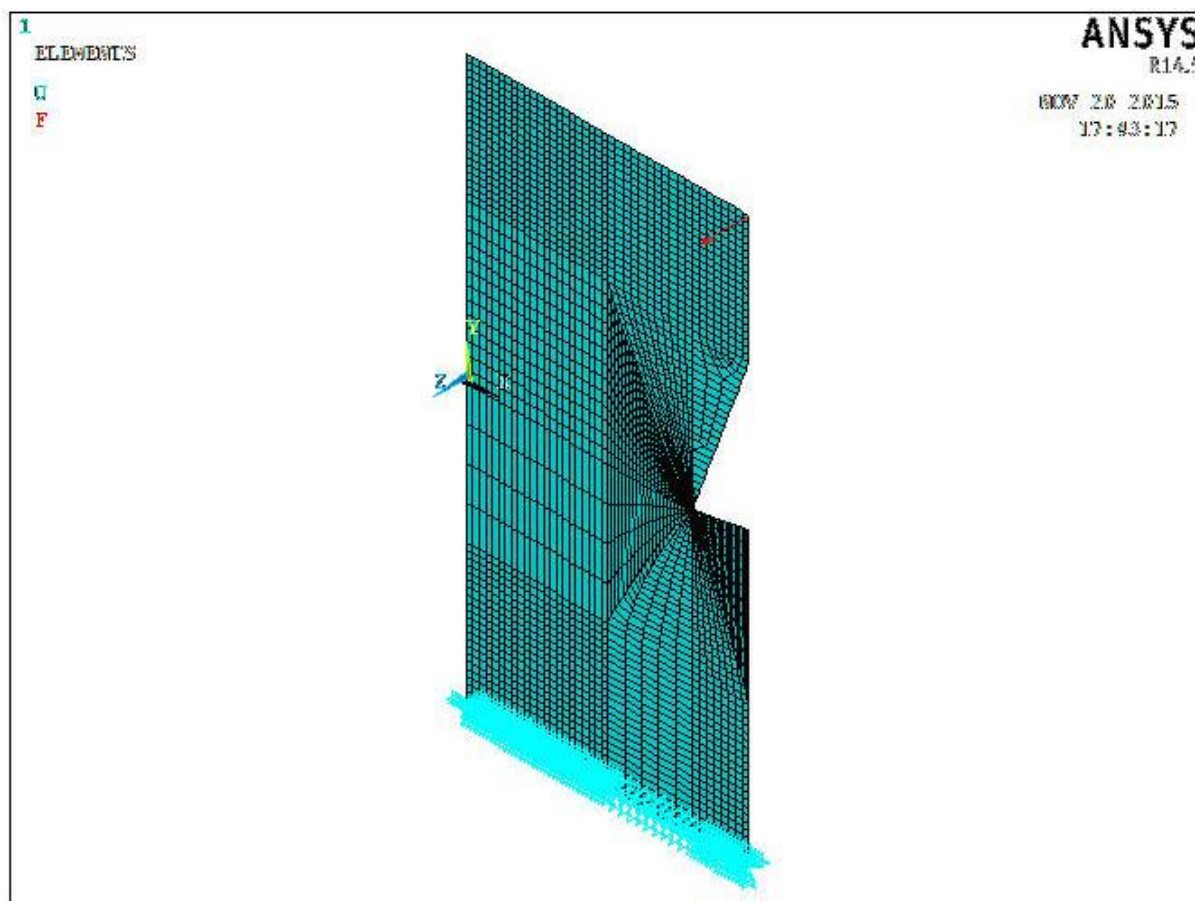


Figura 369: Vista isometrica della mesh fine, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

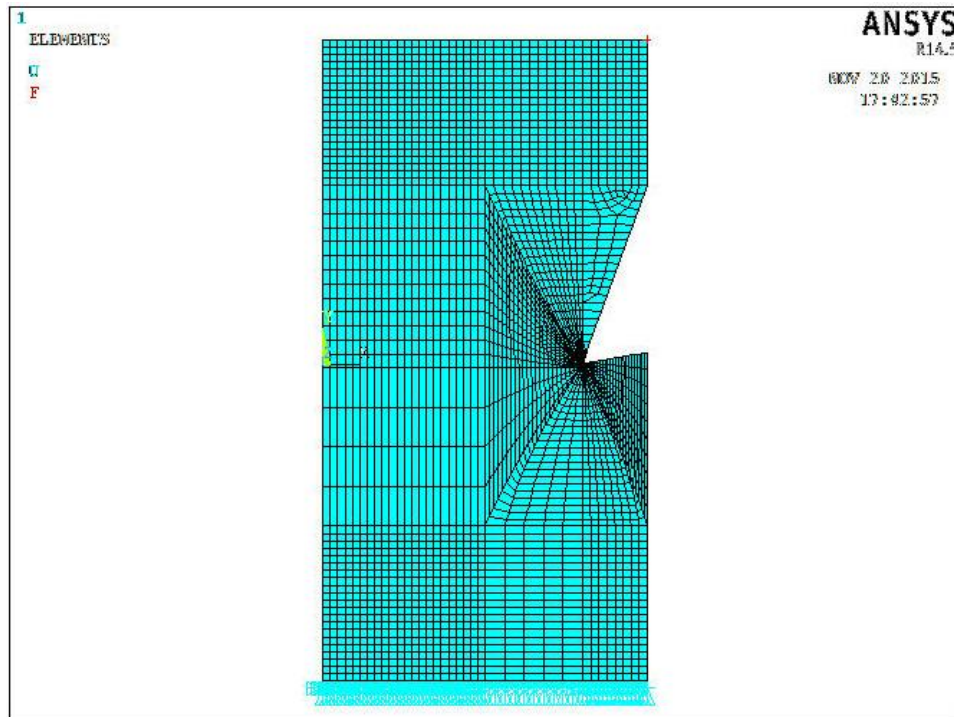


Figura 370: Vista frontale della mesh fine per angolo di apertura intaglio 60°

E' facile vedere come la mesh sia realizzata con elementi distribuiti il più regolarmente possibile e come questi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con la creazione del "path", lungo la bisettrice dell'intaglio, per la tensione $\tau_{\theta z}$ necessaria alla determinazione del grado di singolarità dei campi di tensione e quindi dell'NSIF analitico di Modo III K_3 , valore che sarà successivamente confrontato con quelli ottenuti dal SED.

In Figura 371 si riporta l'andamento dei campi di tensione lungo la bisettrice dell'intaglio di apertura 60°.

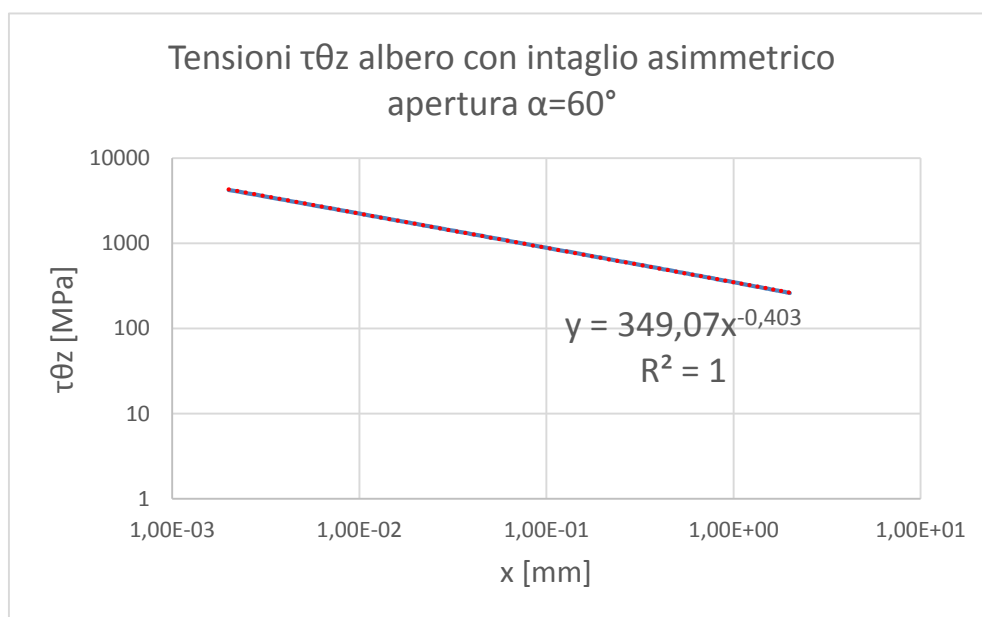


Figura 371: Andamento dei campi di tensione $\tau_{\theta z}$ per albero con angolo di apertura intaglio 60°

Essendo nel caso di intaglio di apertura 60° , è facile notare come la tensione $\tau_{\theta z}$ sia singolare, andando infatti all'infinito all'avvicinarsi all'apice dell'intaglio ed inoltre il valore della pendenza del campo di tensione $\tau_{\theta z}$ sia pari a $-0,403$, essenzialmente il medesimo ottenuto per gli intagli di apertura 60° analizzati ai capitoli 6, 7 e 9. E' ora possibile determinare il valore dell'NSIF analitico di Modo III K_3 attraverso l'Equazione 18; si riporta quindi in Figura 372 il grafico rappresentante l'andamento di K_3 lungo la bisettrice.

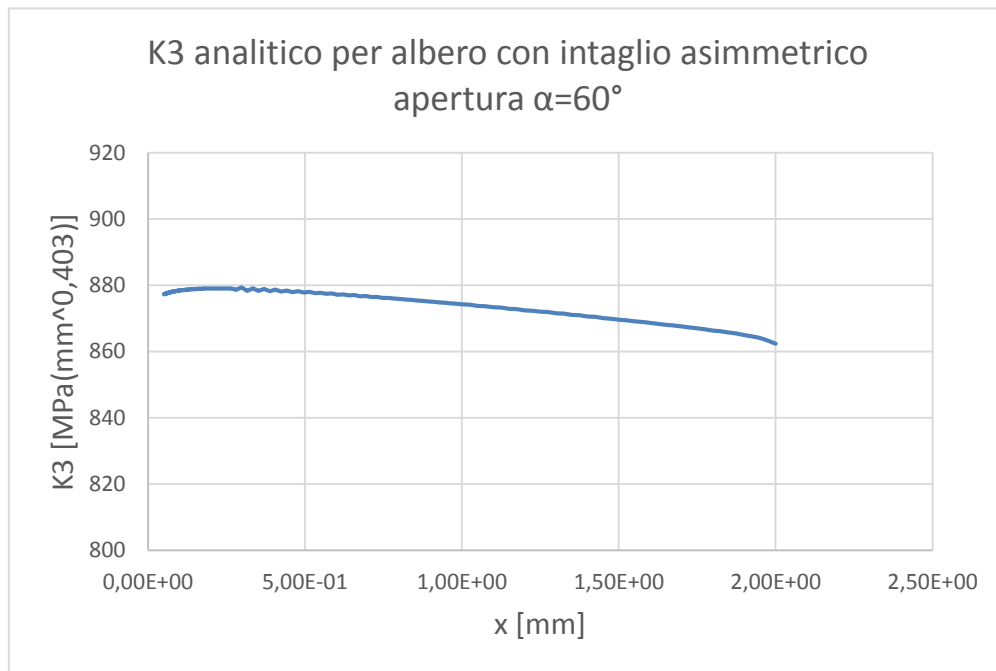


Figura 372: K_3 per albero intagliato con angolo di apertura $2\alpha=60^\circ$

Si vede quindi come il valore ottenuto sia essenzialmente costante e pari a $875 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$, con una differenza massima tra valore massimo e minimo pari a $17 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$ per cui una differenza del 1,9% rispetto al valore medio di K_3 , e quindi può essere considerata trascurabile.

Si va ora ad ottenere il valore del SED da mesh fine attraverso i comandi del codice Ansys andando a calcolare il rapporto tra l'energia di deformazione, SE , nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMfine} = \frac{SE}{V} = 3,630552 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ fine} = 881,6\ MPamm^{0,403}$$

Si nota facilmente quindi come i due valori ottenuti, K_3 analitico e K_3 da mesh fine, siano molto vicini con una differenza pari a 5,9 MPa(mm^{0,403}), in termini relativi circa lo 0,67%, il che permette di affermare come il valore ottenuto attraverso l'analisi FEM della mesh fine sia in buon accordo con quello teorico e quindi fornisca una buona stima del K_3 .

10.1.3.2 Mesh rada

In analogia ai modelli realizzati precedentemente in questo lavoro, dopo avere definito il materiale e gli elementi come riportato al Paragrafo 10.1, si è partiti dunque dal definire il posizionamento dei Keypoints sul piano di lavoro in Ansys. Successivamente sono stati collegati i suddetti Keypoints con delle linee di costruzione al fine di ottenere la geometria voluta, riportata interamente in Figura 373 ed in vista zoomata nella parte centrale in Figura 374.

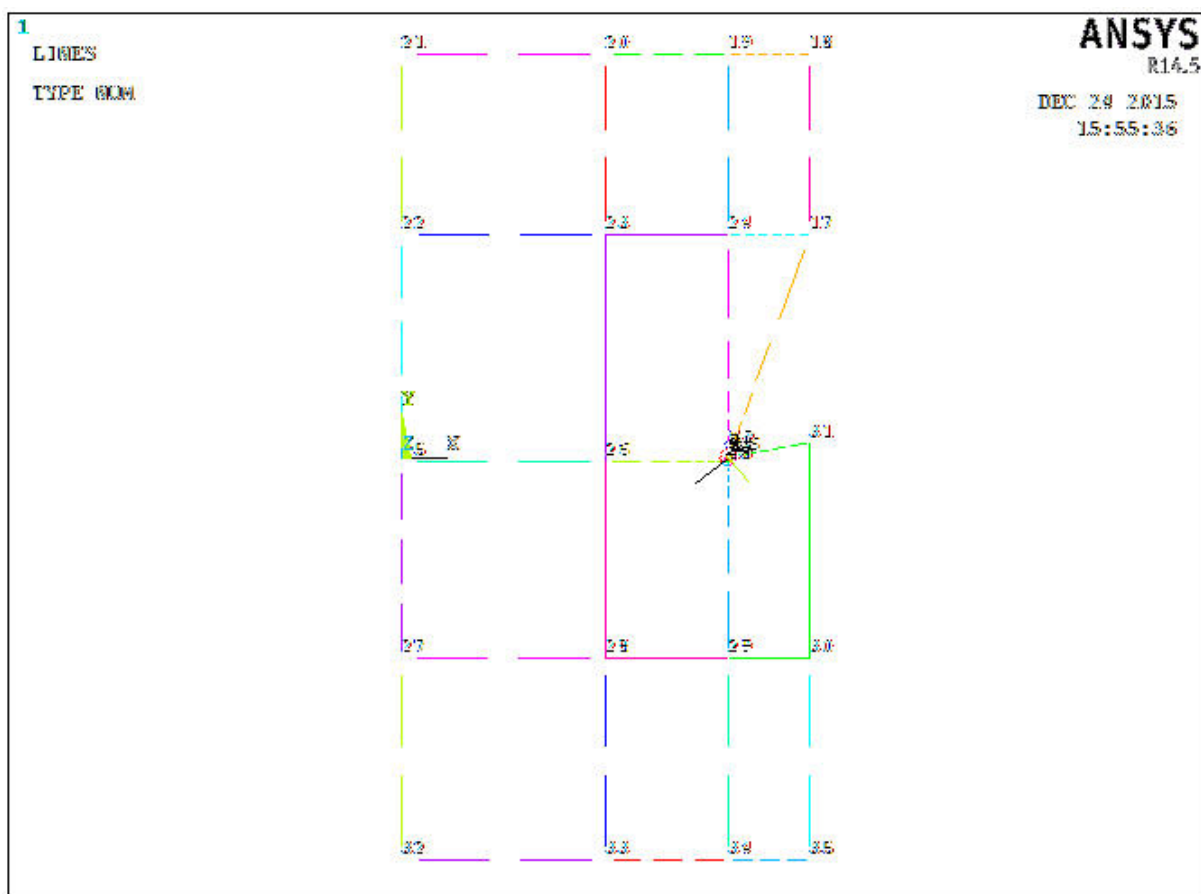


Figura 373: Modello studiato angolo apertura intaglio 60°, linee di costruzione rade

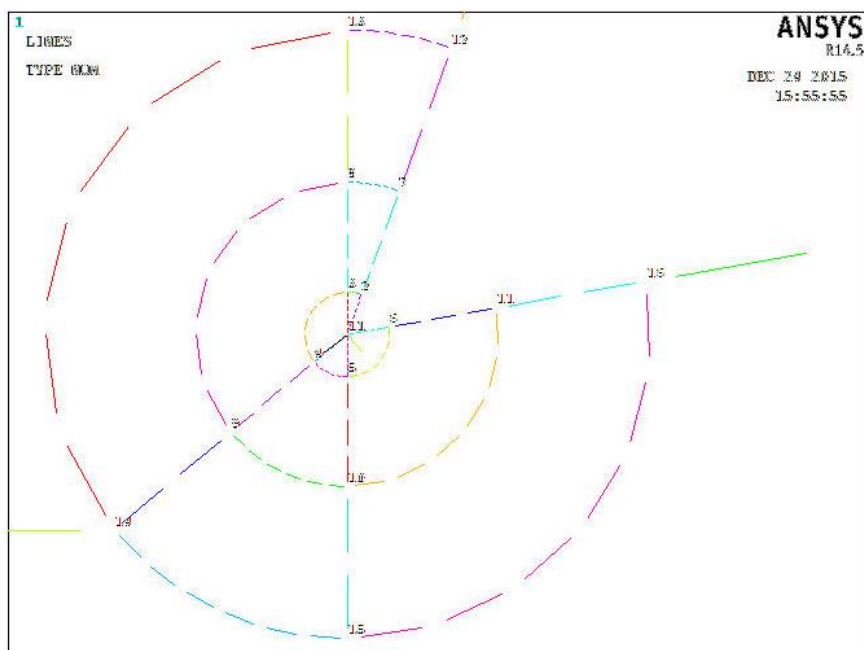


Figura 374: Modello studiato, vista zoomata della zona centrale dell'intaglio

Si procede con la realizzazione della seconda mesh del provino intagliato con angolo di apertura 60°: la mesh rada, ovvero quella meno fitta e dettagliata. Si è avviata la soluzione del caso in esame, non prima però di aver applicato i vincoli alla base dell'albero, come visibile nelle Figure 375 e 376, dove si può distinguere il carico F_z applicato alla struttura e definito dall'Equazione 21.

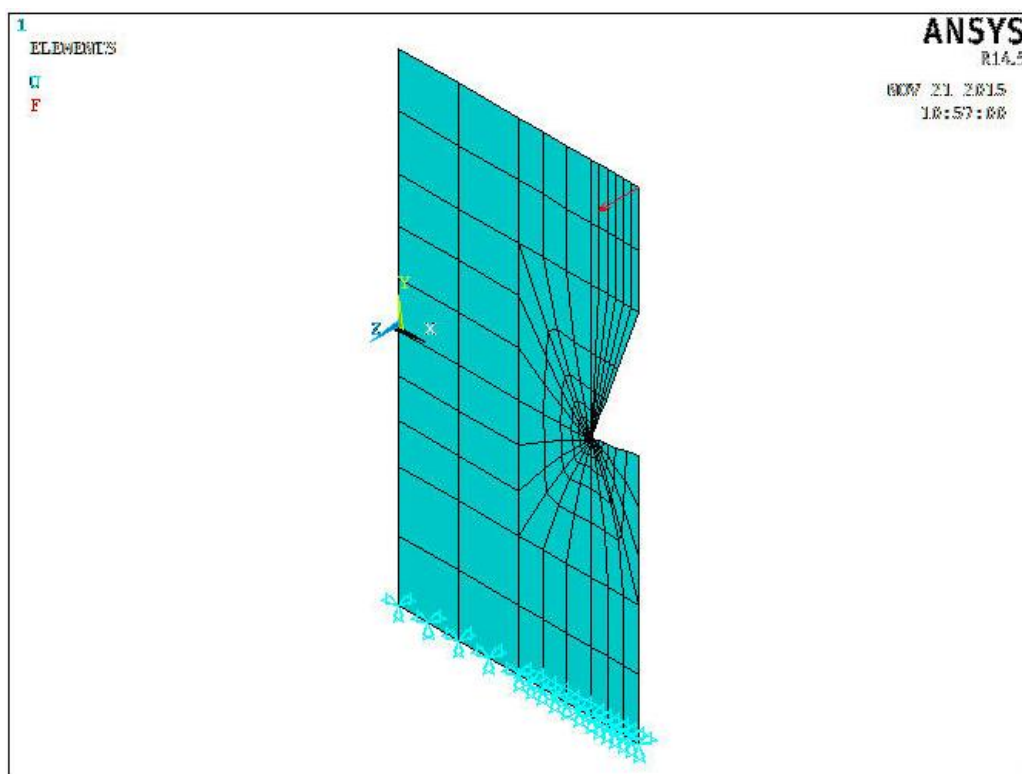


Figura 375: Vista isometrica della mesh rada, si apprezzano il carico applicato ed i vincoli nella corretta direzione per angolo di apertura intaglio 60°

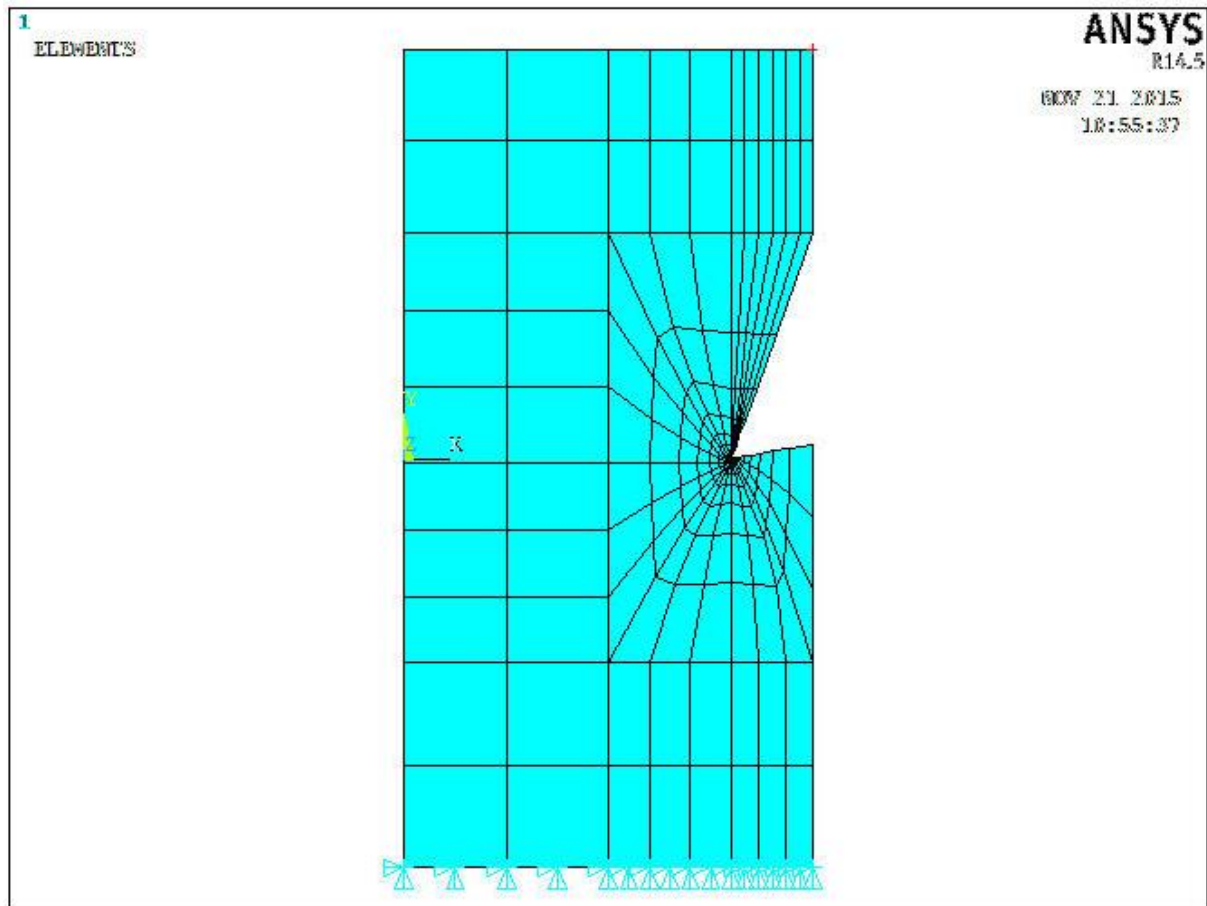


Figura 376: Vista frontale della mesh rada per angolo di apertura intaglio 60°

Si vede come la mesh sia molto regolare e come gli elementi si infittiscano man mano nell'intorno dell'apice dell'intaglio, anche se chiaramente meno rispetto alla mesh fine. Eseguita quindi la risoluzione del modello si è proceduto con il calcolo del SED attraverso i comandi di Ansys andando a svolgere il rapporto tra l'energia di deformazione, SE, nel volume di controllo di raggio $R_0 = 0,28 \text{ mm}$ ed il volume V del volume di controllo, si ottiene quindi:

$$\bar{W}_{FEMrada} = \frac{SE}{V} = 3,632533 \text{ Nmm/mm}^3$$

E' ora possibile ottenere il valore del NSIF di Modo III K_3 , attraverso la densità di energia di deformazione appena calcolata, utilizzando l'Equazione 22, il risultato ottenuto è di seguito riportato.

$$K_{3mesh\ rada} = 881,9 \text{ MPamm}^{0,403}$$

Andando ora a confrontare questo valore con quelli ottenuti analiticamente e numericamente da mesh fine si nota facilmente come la differenza tra quest'ultimo dato e quello teorico sia pari a $6,1 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,7%, quindi un valore molto esiguo.

Ulteriormente inferiore è la differenza tra il K_3 da mesh rada ed il K_3 da mesh fine che si attesta a $0,24 \text{ MPa}(\text{mm}^{0,403})$, che in termini relativi si traduce in una differenza dello 0,03%, valore essenzialmente trascurabile. Si può affermare perciò, viste le esigue differenze tra i valori ricavati con differenti approcci che anche utilizzando un modello semplice e meno dettagliato si riescono ad ottenere stime del K_3 corrette e fruibili per le analisi successive.

10.1.4 Confronto tra risultati ottenuti per alberi con intagli a V asimmetrica

In questo paragrafo sarà eseguito un confronto generale tra tutti i valori di K_3 ottenuti nelle analisi svolte al capitolo corrente in modo tale da ottenere un chiaro riscontro sulla bontà dei risultati ottenuti. Si riportano quindi nella tabella sottostante i valori ricavati nelle precedenti analisi, ed in Figura 377 il grafico di sintesi avente in ascissa l'angolo di apertura dell'intaglio 2α e in ordinata il rispettivo valore del K_3 ottenuto analiticamente, da SED e mesh fine e da SED con mesh rada.

2α [deg]	K_3 da SED mesh rada [MPa(mm ^x)]	K_3 analitico [MPa(mm ^x)]	K_3 da SED mesh fine [MPa(mm ^x)]
30	980	981	979
45	936	933	935
60	881	875	881

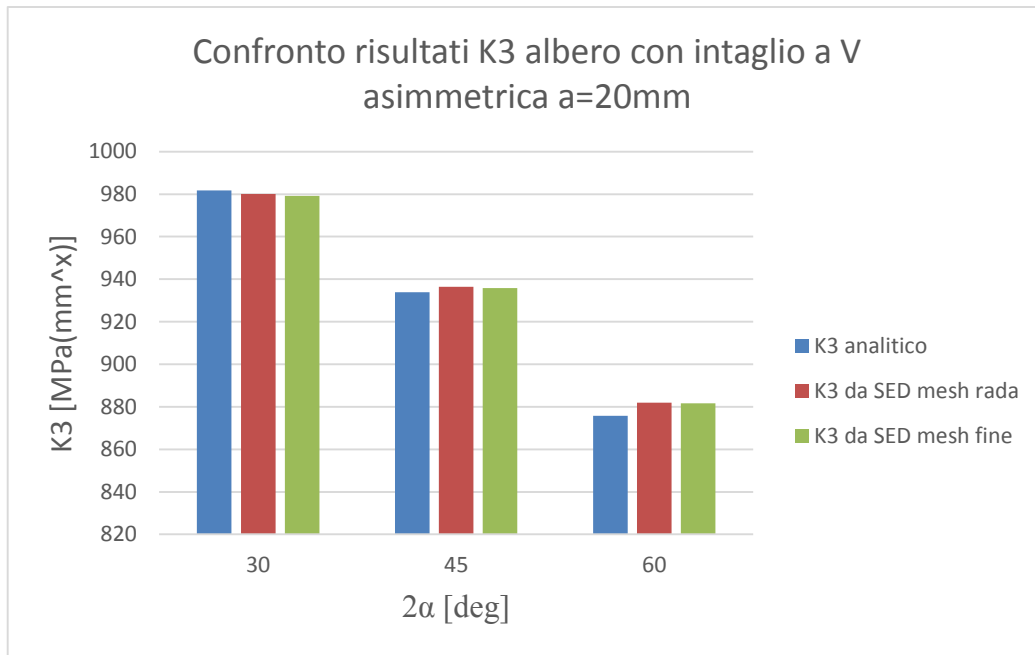


Figura 377: Confronto dei K_3 ottenuti per alberi con intaglio a V asimmetrica

Come è immediato vedere, anche in quest'ultima analisi, tutti i valori di K_3 ottenuti (analitico, per mesh fine e per mesh rada) coincidono per ogni ampiezza di intaglio analizzata, si nota una leggera differenza, per gli alberi con intaglio di apertura $\alpha = 45^\circ$ e 60° nel solo valore analitico che risulta leggermente inferiore rispetto a quelli ottenuti da SED, ma vista l'entità dei valori in gioco questa differenza può essere considerata trascurabile. Questo porta ad affermare come attraverso una mesh rada si possano ottenere delle ottime stime del K_3 e non sia quindi necessario costruire complessi, e computazionalmente dispendiosi, modelli agli elementi finiti, anche nel caso di alberi con intagli a mezza V.

Capitolo 11

Analisi del fattore di intensificazione delle tensioni a Modo III, K_3 , in alberi con intagli a “V” alla riduzione minima degli elementi nella mesh

Dopo aver ampiamente verificato la bontà dei valori di K_3 ottenuti da SED e da mesh rada nei capitoli precedenti, si procederà ora all'esecuzione di un'analisi tra alberi soggetti a Modo III al fine di valutare la variazione di K_3 al ridursi graduale del numero di elementi componenti la mesh nella zona del volume di controllo di raggio R_0 necessario al calcolo del SED.

I valori saranno ottenuti al variare dell'angolo 2α di apertura dell'intaglio, i casi trattati presenteranno angoli di apertura $2\alpha = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ e 135° ; per tutti la profondità a dell'intaglio sarà pari a 20 mm.

Quest'analisi è di fondamentale importanza essendo necessario essere consapevoli del punto in cui la riduzione degli elementi componenti la mesh porta ad una deviazione del risultato non più accettabile.

11.1 Considerazioni sui modelli analizzati

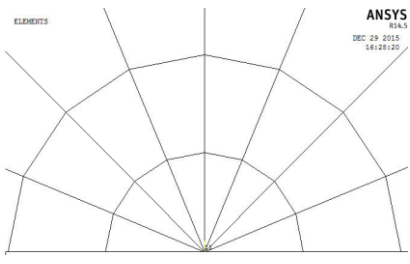
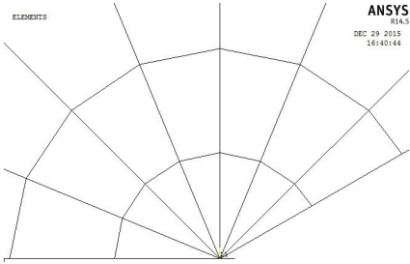
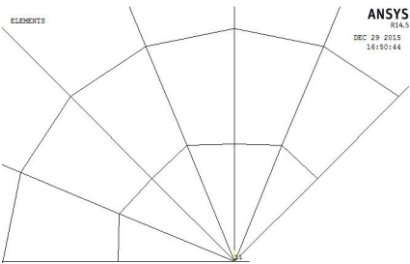
Analogamente alle analisi condotte nei capitoli precedenti, nei modelli analizzati saranno mantenute le medesime dimensioni generali come riportato in Figura 101, variando esclusivamente l'angolo 2α di apertura dell'intaglio, secondo i valori sopra riportati. Per il confronto tra i valori ottenuti con le differenti mesh (fine e rada) ed il valore analitico saranno considerati quelli ottenuti al Capitolo 6, mentre nell'analisi corrente saranno ricavati i valori di K_3 per una mesh molto rada e per una mesh “minimale”, così definita poiché composta dal numero minimo di elementi utilizzabili per la discretizzazione.

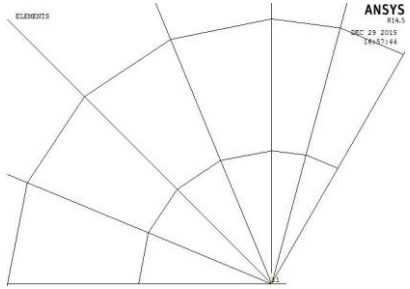
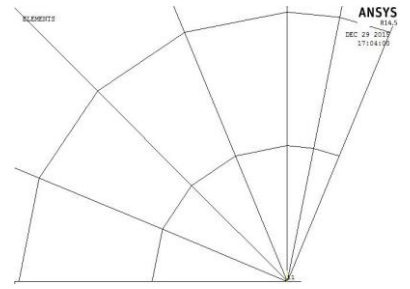
11.2 Analisi svolte e risultati ottenuti

Nei due paragrafi successivi saranno riportati in modo aggregato i risultati ottenuti per tutti i modelli analizzati, rispettivamente per mesh molto rada e per mesh minimale, concludendo infine con un confronto tra i valori ottenuti.

11.2.1 Mesh molto rada

Nel paragrafo corrente saranno riportati i risultati ottenuti (K_3 e SED) per tutti gli alberi analizzati con mesh molto rada, accompagnati da uno spaccato della zona di raggio R_0 racchiudente il volume di controllo in cui si va ad ottenere il valore del SED, necessario al calcolo del K_3 , ed al numero degli elementi presenti all'interno del volume di controllo, questo in modo tale da avere un immediato riscontro della semplicità del modello utilizzato rispetto alla mesh fine del Capitolo 6.

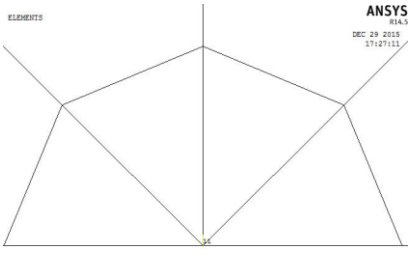
Angolo apertura intaglio [deg]	Vista volume di controllo	SED [Nmm/mm ³]	K_3 [MPa(mm ^x)]	Numero elementi volume di controllo
0		7,361415	1012	16
60		4,567919	990	14
90		3,075996	932	12

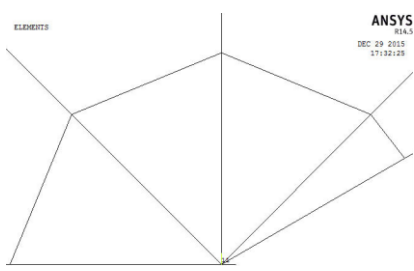
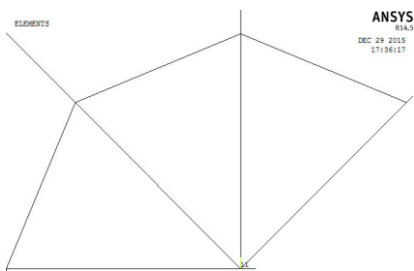
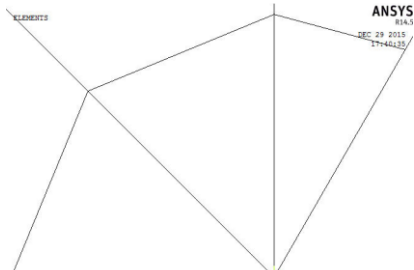
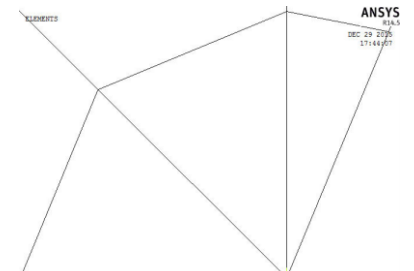
120		1,768142	833	12
135		1,224190	763	12

Come si può facilmente notare il numero di elementi impiegati in queste analisi è di un ordine di grandezza inferiore rispetto a quelli impiegati nelle mesh fini, il che fornisce già una chiara idea del risparmio computazionale che questi ultimi modelli garantiscono.

11.2.2 Mesh minimale

Nel paragrafo corrente saranno riportati i risultati ottenuti (K_3 e SED) per tutti gli alberi analizzati con mesh minimale, accompagnati da uno spaccato della zona di raggio R_0 racchiudente il volume di controllo in cui si va ad ottenere il valore del SED, necessario al calcolo del K_3 , ed al numero degli elementi presenti all'interno del volume di controllo, questo in modo tale da avere un immediato riscontro della semplicità del modello utilizzato rispetto a tutte le precedenti tipologie di mesh analizzate.

Angolo apertura intaglio [deg]	Vista volume di controllo	SED [Nmm/mm ³]	K_3 [MPa(mm ^x)]	Numero elementi volume di controllo
0		7,960988	1053	4

60		4,953984	1031	4
90		3,341019	972	3
120		1,897686	863	3
135		1,303135	787	3

Come si può facilmente notare il numero di elementi impiegati in queste analisi è il minore fisicamente impiegabile, il che fornisce già una chiara idea del risparmio computazionale che questi ultimi modelli garantiscono rispetto a tutti quelli precedentemente realizzati in questo lavoro di tesi.

11.2.3 Confronto tra risultati ottenuti con mesh molto rada e minimale

Nel seguente paragrafo si riporta in Figura 378 il grafico di confronto riportante i valori calcolati nei Paragrafi 11.2.1 ed 11.2.2 così da avere un'effettiva panoramica sulla differenza tra quelli ottenuti con mesh molto rada e quelli da mesh minimale. Questo confronto è di fondamentale importanza poiché permette di avere una chiara idea sul raggiungimento degli obiettivi di questo lavoro cioè l'utilizzo di mesh rade e computazionalmente poco dispendiose per il calcolo di parametri fondamentali quali lo Stress Intensity Factor di Modo III K_3 e la Strain Energy Density SED.

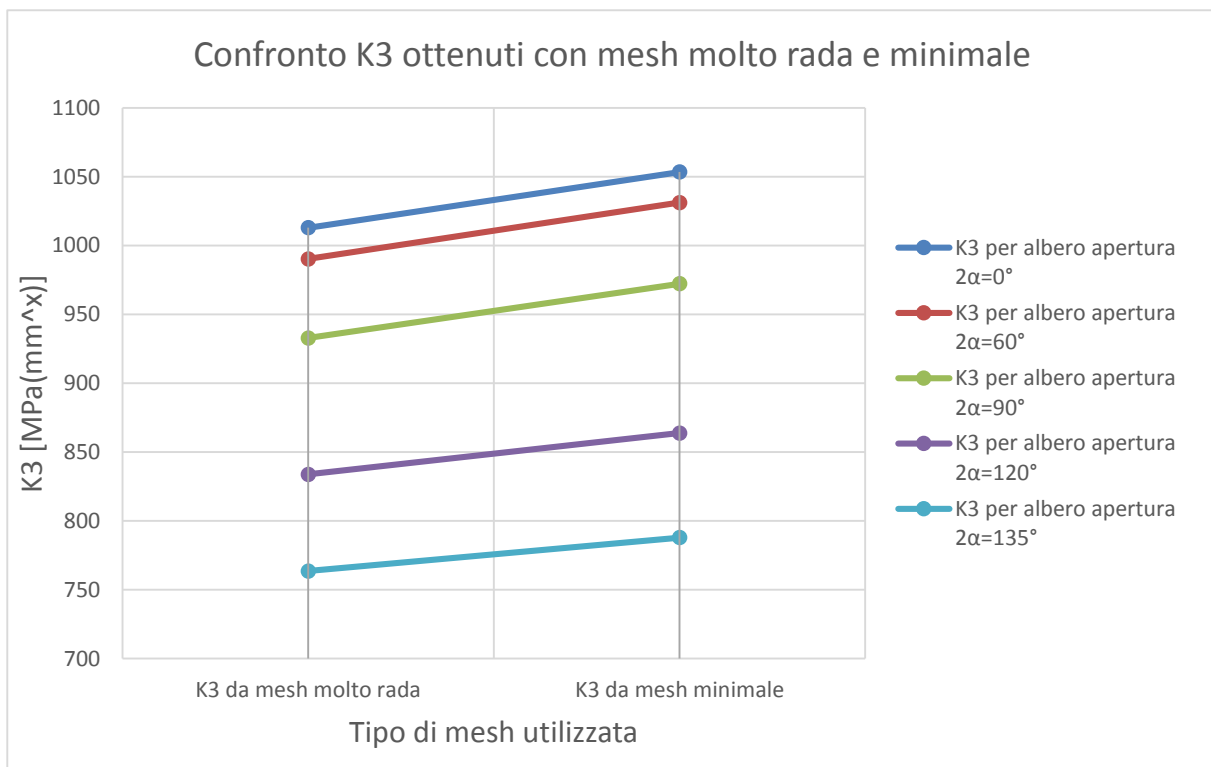


Figura 378: Valori K_3 per mesh molto rada e mesh minimale

Come è immediato vedere i valori di K_3 ottenuti con mesh minimale risultano maggiori, per tutti i modelli analizzati, rispetto a quelli ottenuti con mesh molto rada. Osservando la differenza tra K_3 ottenuto con mesh rada e K_3 ottenuto con mesh minimale, risulta che quest'ultimo è mediamente maggiore di un 3/4%. Questa differenza risulta essere spiegata dalla drastica diminuzione di elementi utilizzati nella zona del volume di controllo per la mesh minimale, poiché come è ben visibile nella precedente tabella si è arrivati a discretizzare questa zona con soli 3 elementi quando nella mesh molto rada al più ne erano presenti 12. Essendo diminuito di 4 volte il numero di elementi impiegati è più che giustificata una variazione di K_3 pari al 3/4%, per cui assolutamente accettabile vista l'entità dei valori in gioco, si può quindi confermare la bontà della stima fornita dalla mesh minimale rispetto alla mesh molto rada.

11.3 Confronto tra tutti i risultati ottenuti con tutte le mesh analizzate

Nel precedente Paragrafo 11.2.3 si sono confrontati i valori ottenuti nel capitolo corrente ottenuti da mesh molto rada e mesh minimale. In questo paragrafo si andrà oltre andando a confrontare tutti i valori di K_3 ottenuti per alberi con intaglio di profondità $a = 20\text{mm}$, per tutte le tipologie di mesh (fine, rada, molto rada e minimale) ed il valore analitico. Per i valori di K_3 analitico, da mesh fine e da mesh rada ci si è basati sull'analisi svolta al Capitolo 6 andando a calcolare il valore di K_3 attraverso i valori di SED precedentemente ottenuti. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 379.

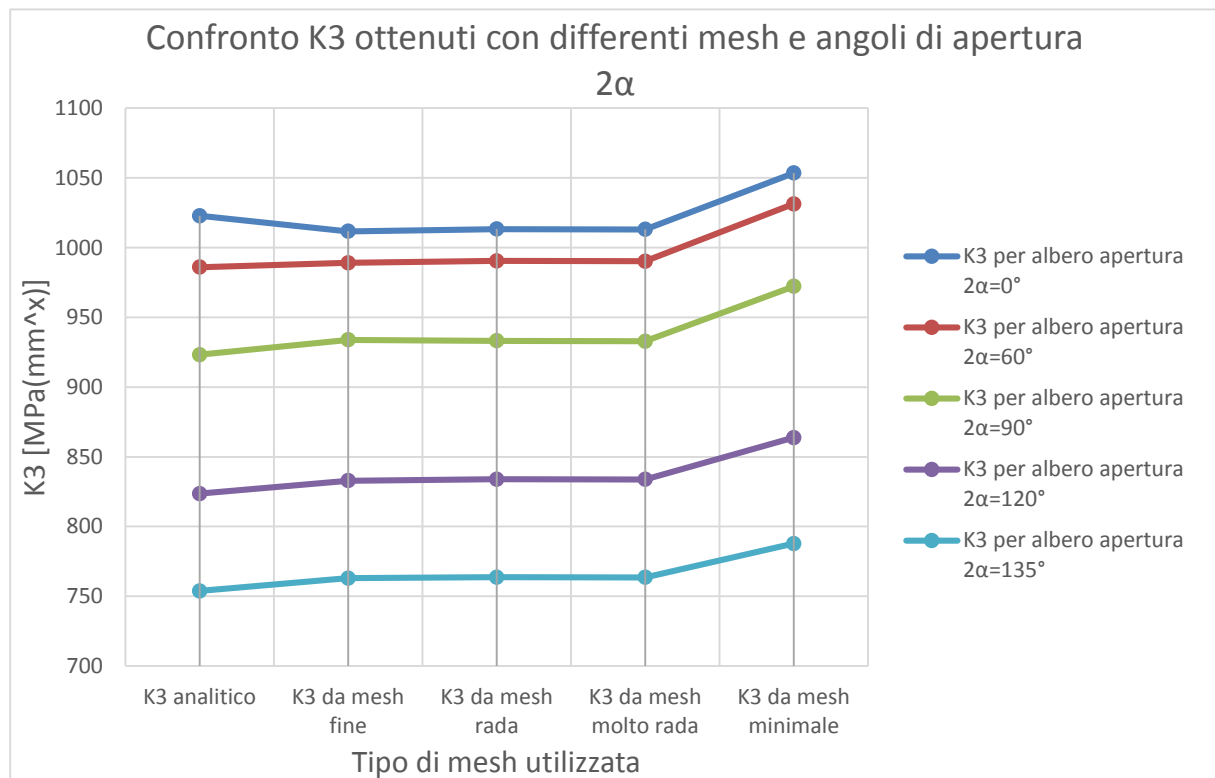


Figura 379: Valori K_3 analitico, da mesh fine, da mesh rada, da mesh molto rada e da mesh minimale

In Figura 379 è riportata una sintesi molto chiara del lavoro svolto nella parte dedicata allo Stress Intensity Factor di Modo III K_3 in questo lavoro di tesi. Da una semplice osservazione si può affermare come siano stati chiaramente raggiunti gli obiettivi posti, infatti è ampiamente confermato come attraverso mesh estremamente semplici e computazionalmente poco dispendiose si possano ottenere stime corrette di K_3 in tutti i casi di intaglio a V simmetrica, ma grazie alle analisi svolte ai Capitoli 8, 9 e 10 questo concetto è facilmente estendibile anche ad altre tipologie di intagli soggetti a Modo III. Dalla Figura 379 si vede infatti come al variare dell'angolo di apertura dell'intaglio il valore di K_3 rimanga pressoché costante nel caso analitico, da mesh fine, da mesh rada e da mesh molto rada, la sola differenza apprezzabile si nota nel K_3 analitico che risulta leggermente inferiore per gli intagli di apertura 60° , 90° , 120°

e 135° e leggermente superiore nella cricca di 0° di apertura; queste differenze tra il valore analitico ed i successivi si attestano attorno all'1% il che permette di affermare come sia possibile spingersi alla realizzazione di una mesh come quella denominata molto rada ed ottenere delle ottime stime di K_3 . Come visto in Figura 378 i valori ottenuti per mesh minimale sono risultati mediamente superiori alle altre tipologie di mesh di un 3/4% mentre rispetto al valore analitico la differenza si attesta mediamente attorno a un 5%, valore comunque trascurabile vista l'entità delle cifre in gioco. Questa è la definitiva conferma che è possibile ottenere delle ottime stime di K_3 anche impiegando una mesh realizzata con il minor numero di elementi possibile.

Conclusioni

Il lavoro di tesi svolto ha permesso di raggiungere importanti obiettivi nel calcolo di parametri fondamentali nella progettazione, quali T stress e lo Stress Intensity Factor di Modo III K_3 . Si è verificato, in un gran numero di casi, come sia possibile ottenere i parametri sopra citati attraverso modelli agli elementi finiti molto semplici, veloci da realizzare e soprattutto poco dispendiosi da calcolare. Nella prima parte della tesi si è trattato il caso della T stress; si sono dimostrati i risultati ottenuti dal Prof. Ayatollahi, Pavier e Smith presentati nell'articolo "Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading" in cui veniva introdotto il metodo degli spostamenti per il calcolo della T stress da mesh rade. Sono stati analizzati diversi casi iniziando da un provino SEN criccato soggetto a Modo I, questo è stato realizzato con tre differenti mesh (fine, rada e molto rada) ottenendo una buona corrispondenza con i risultati dell'articolo del Prof. Ayatollahi per la mesh fine e rada attraverso il metodo degli spostamenti, mentre si è notata una marcata divergenza dei valori ottenuti da mesh molto rada a prova dell'esistenza di un limite al diradamento delle mesh per l'applicazione del metodo degli spostamenti. Si è proceduto poi con l'analisi di un provino DEN soggetto a Modo I. Analogamente al caso precedente anche questo è stato realizzato con tre differenti tipologie di mesh ed i risultati ottenuti hanno rispecchiato il trend riscontrato col provino SEN, al maggior diradarsi della mesh i risultati divergono, fenomeno ben evidente soprattutto nel caso della mesh molto rada, le altre tipologie di mesh forniscono comunque valori accettabili. Questo aspetto andrà ulteriormente indagato in lavori ulteriori.

Il lavoro sulla T stress è poi proceduto con l'analisi di due piastre criccate soggetto a Modo misto I/II, differenti per l'ampiezza della cricca inclinata centrale pari a 2 mm e 40 mm. Anche per le piastre soggette a modo misto si sono realizzate tre differenti mesh (fine, rada e molto rada) su cui si è applicato il metodo delle tensioni ed il metodo degli spostamenti. I risultati ottenuti sono risultati esatti e coerenti per tutti i modelli analizzati, anche al diradarsi della mesh, questa è stata una grande conferma della bontà del metodo degli spostamenti applicato al Modo misto I/II. Un'ulteriore approfondimento della trattazione riguardante la T stress lo si è fatto applicando il metodo delle tensioni ad una mesh rada ed anche qui si è potuta constatare la bontà dei valori di T stress ottenuti, quest'aspetto andrà ulteriormente indagato. A conclusione della prima parte di tesi va evidenziato il fatto che le analisi sulle mesh rade e molto rade sono state svolte su due tipologie di modelli: modelli grossolani, in cui non si è curata molto la forma e la disposizione degli elementi e modelli regolari in cui gli elementi risultano ben proporzionati e regolarmente distribuiti; va quindi fatto notare come si siano ottenuti buoni valori di T stress sia dalle mesh regolari che dalle mesh grossolane attraverso il metodo degli spostamenti a riprova dell'efficacia e dell'efficienza che questo approccio garantisce.

Nella seconda parte del lavoro di tesi si è passati a valutare un altro parametro fondamentale nella progettazione, lo Stress Intensity Factor di Modo III K_3 . Essendo il lavoro incentrato sull'utilizzo di mesh rade per il calcolo dei parametri voluti, ci si è concentrati inizialmente sulla verifica della bontà della stima ottenuta del valore di densità di energia di deformazione (SED) da mesh rade e molto rade, essendo questo l'unico parametro che permette di ricavare il K_3 senza l'impiego di mesh dettagliate. Verificata la bontà delle stime di SED ottenute da FEM attraverso mesh rade e molto rade per alberi con intagli a V simmetrica soggetti a Modo III, si è potuto procedere con il calcolo del K_3 per numerosi casi di alberi con la stessa geometria. Anche in questo caso i risultati ottenuti da mesh rada e molto rada si sono rivelati perfettamente in linea con i quelli analitici e da SED con mesh fine, a dimostrazione che è possibile ottenere delle ottime stime di K_3 attraverso il SED utilizzando integralmente modelli molto semplici e computazionalmente poco dispendiosi. Si è proceduto quindi con la verifica della bontà di questo approccio anche per altre geometrie di intaglio (intagli a C non raccordata, intagli a mezza V ed intagli a V asimmetrica) ed analogamente alle analisi svolte in precedenza i valori di K_3 ottenuti sono risultati essere perfettamente in linea con quelli teorici e da SED con mesh fine. Dopo aver verificato la bontà dell'approccio su un vasto range di geometrie di intaglio e dimensioni si può affermare che il valore di K_3 può essere correttamente stimato utilizzando il SED ottenuto da mesh molto diradate. Un'ultima verifica che si è realizzata in questo lavoro è stata quella relativa alla mesh minimale, più precisamente si è visto se con una mesh realizzata con il minor numero di elementi fisicamente fosse possibile ottenere una buona stima di K_3 . I risultati ottenuti sono stati molto incoraggianti poiché anche dimostrando una piccola divergenza da quelli ottenuti con mesh rada, la mesh minimale ha fornito una stima comunque accettabile del K_3 . Questo è stato un risultato di notevole importanza avendo dimostrato la possibilità di ottenere buoni risultati attraverso il modello in assoluto più semplice da realizzare e meno dispendioso da analizzare.

Bibliografia

- [1] Westergaard. Bearing pressure and cracks. J Appl Mech 1939;6:A49–53.
- [2] Tada H, Paris PC, Irwin GR. The Stress Analysis of Cracks Handbook. 3rd ed. New York: American Society of Mechanical Engineers; 2000.
- [3] Irwin, G.R. "Fracture", in Handbuch der Physik VI, 1958.
- [4] Wells AA, Post D. The dynamic stress distribution surrounding a running crack - A photoelastic analysis. Proceedings of the society for experimental stress analysis 1958;16(1):93–6.
- [5] Williams ML. Stress distribution at the base of a stationary crack. J Appl Mech 1957:109–14.
- [6] Bueckner HF. A novel principle for computation of stress intensity factors. Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Mechanik 1970;50(9). p. 529-&.
- [7] Fett T. A compendium of T-Stress Solutions. Forschungszentrum Karlsruhe; 1998.
- [8] Fett T. T-stresses for cracks ahead of slender notches. Int J Fract 1996;82(2):R33–7.
- [9] Fett T. A Green's function for T-stresses in an edge-cracked rectangular plate. Eng Fract Mech 1997;57(4):365–73.
- [10] Fett T. An approximative Green's function for T-stresses in edge-cracked discs. Int J Fract 1997;83(4):L53–7.
- [11] Fett T. Friction-induced bridging effects caused by the T-stress. Eng Fract Mech 1998;59(5):599–606.
- [12] Fett T. Stress intensity factors and T-stress in edge-cracked rectangular plates under mixed boundary conditions. Eng Fract Mech 1998;60(5–6):625–30.

- [13] Fett T. T-stresses in rectangular phases and circular disks. *Eng Fract Mech* 1998;60(5–6):631–52.
- [14] Fett T, Munz D, Dai X, White KW. Bridging stress relation from a combined evaluation of the R-curve and post-fracture tensile tests. *Int J Fract* 2000;104(4):375–85.
- [15] Fett T. Stress intensity factors and T-stress for internally cracked circular disks under various boundary conditions. *Eng Fract Mech* 2001;68(9):1119–36.
- [16] Fett T. Stress intensity factors and T-stress for single and double-edge-cracked circular disks under mixed boundary conditions. *Eng Fract Mech* 2002;69(1):69–83.
- [17] Fett T, Munz D. T-stress and crack path stability of DCDC specimens. *Int J Fract* 2003;124(1–2):L165–70.
- [18] Fett T, Rizzi G. Fracture mechanics parameters of crack surface zones under volumetric strains. *Int J Fract* 2004;127(1):L117–24.
- [19] Fett T, Rizzi G. Weight functions for stress intensity factors and tstress for oblique cracks in a half-space. *Int J Fract* 2005;132(1):L9–L16.
- [20] Fett T, Rizzi G, Munz D. T-stress solution for DCDC specimens. *Eng Fract Mech* 2005;72(1):145–9.
- [21] Fett T, Munz D. Influence of narrow starter notches on the initial crack growth resistance curve of ceramics. *Arch Appl Mech* 2006;76(11–12):667–79.
- [22] Fett T, Rizzi G. T-stress of cracks loaded by near-tip tractions. *Eng Fract Mech* 2006;73(13):1940–6.
- [23] Fett T, Rizzi G, Munz D, Hoffmann M, Oberacker R, Wagner S. Bridging interactions in ceramics and consequences on crack path stability. *J Ceram Soc Jpn* 2006;114(1335):1038–43.
- [24] Theo Fett GR, Hans-Achim Bahr. Green's functions for the T-stress of small kink and fork cracks. *Eng Fract Mech* 2006;73.

- [25] Fett T, Rizzi G, Bahr HA, Bahr U, Pham VB, Balke H. Analytical solutions for stress intensity factor, T-stress and weight function for the edge-cracked half-space. *Int J Fract* 2007;146(3):189–95.
- [26] Fett T, Rizzi G, Guin JP, Lopez-Cepero JM, Wiederhorn SM. A fracture mechanics analysis of the double cleavage drilled compression test specimen. *Eng Fract Mech* 2009;76(7):921–34.
- [27] Xiao QZ, Karihaloo BL. Approximate Green's functions for singular and higher order terms of an edge crack in a finite plate. *Eng Fract Mech* 2002;69(8):959–81.
- [28] Sham TL. A unified finite element method for determining weight functions in two and three dimensions. *Int J Solids Struct* 1987;23(10):1357–72.
- [29] Yang YY. Effect of the regular term on the stress field in a joint of dissimilar materials under remote mechanical load. *Arch Appl Mech* 1999;69(6):364–78.
- [30] Sanford RJ. A critical re-examination of the westergaard method for solving opening-mode crack problems. *Mech Res Commun* 1979;6(5):289–94.
- [31] Cardew GE, Goldthorpe MR, Howard IC, Kfoury AP. On the elastic T-Term, Fundamentals of deformation and fracture. In: Bilby BA, Miller KJ, Willis JR, editors. *Proceedings of the Eshelby Memorial Symposium, Sheweld, 2±5 April 1984*. Cambridge University Press, 1985. p. 465±76.
- [32] M.R. Ayatollahi, M.J. Pavier e D.J. Smith: Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading. *International Journal of Fracture*, pubblicato online: 21 Giugno 1998.
- [33] P. Lazzarin, P. Livieri, F. Berto, M. Zappalorto: Local strain energy density and fatigue strength of welded joints under uniaxial and multiaxial loading. *Science Direct, Engineering Fracture Mechanics* 11 December 2006; 1875-1889.