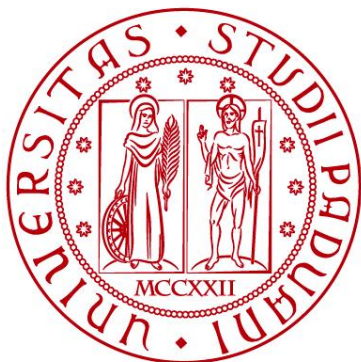




UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea Triennale in Astronomia

Raffreddamento anomalo delle nane bianche
nella Via Lattea viste da GAIA:
l'origine del Q-branch

Relatore:
Prof.ssa Paola Marigo

Laureanda:
Helena Luciani
Matr. 1118354

Anno Accademico 2019/2020

A mio nonno e a mia figlia.

Sommario

Lo scopo di questa tesi è analizzare l'origine del Q-branch, una regione del diagramma H-R popolata da nane bianche massicce che devia dal ramo principale delle nane bianche della Via Lattea. Verranno delineate le fasi evolutive che precedono la formazione di una nana bianca e descritto il raffreddamento della stessa, facendo riferimento alle equazioni fondamentali. A livello fisico, verrà fatta una descrizione della condizione di degenerazione della materia e del processo di cristallizzazione, fenomeno di rilevante importanza durante il raffreddamento, poiché in grado di rallentarlo. Quindi si descriverà il problema osservativo rivelato dall'analisi dei dati di GAIA (DR2), che risulta essere proprio la presenza del Q-branch, non previsto dai modelli teorici precedenti. Una volta compresa l'esistenza di una nuova popolazione di nane bianche che presenta un ritardo extra nel raffreddamento in aggiunta a quello dovuto alla cristallizzazione, verranno presentate e discusse le possibili soluzioni che tentano di spiegare l'accumulo di oggetti in corrispondenza di questa zona del diagramma H-R.

Indice

1	Evoluzione delle stelle di massa piccola e intermedia	2
1.1	Evoluzione dopo la sequenza principale	3
1.2	La fase AGB	6
1.2.1	La fase <i>early-AGB</i>	7
1.2.2	I puls termici	7
1.3	La fase post-AGB	11
2	Evoluzione delle nane bianche	12
2.1	La degenerazione degli elettroni	12
2.2	Le nane bianche	15
2.2.1	Proprietà ed evoluzione	17
2.3	La cristallizzazione	19
3	Problema osservativo	24
3.1	Evidenze osservative	28
3.2	Una nuova popolazione di nane bianche	30
4	Possibili soluzioni	34
4.1	Descrizione del modello	35
4.2	La sedimentazione del ^{22}Ne	39
5	Conclusioni	42

Capitolo 1

Evoluzione delle stelle di massa piccola e intermedia

Le stelle hanno origine dal collasso gravitazionale nelle regioni più dense e fredde delle nubi molecolari. Grazie al teorema del viriale, questi oggetti si contraggono, causando un aumento della temperatura centrale finché non viene raggiunto il valore necessario per la fusione dell'idrogeno. Questo processo blocca la contrazione, in quanto è in grado di fornire il gradiente di pressione necessario a mantenere la stella in equilibrio idrostatico. Durante questa fase la stella si trova sulla sequenza principale del diagramma H-R e il bruciamento dell'idrogeno crea nuclei di elio attraverso la catena $p-p$ e il ciclo CNO. Quando l'idrogeno nella regione centrale è esaurito la stella si discosta dalla sequenza principale e il nucleo stellare composto essenzialmente da elio riprende la contrazione, finché, raggiunta una temperatura centrale di $10^8 K$, avviene l'innesco delle reazioni di fusione nucleare dell'elio.

1.1 Evoluzione dopo la sequenza principale

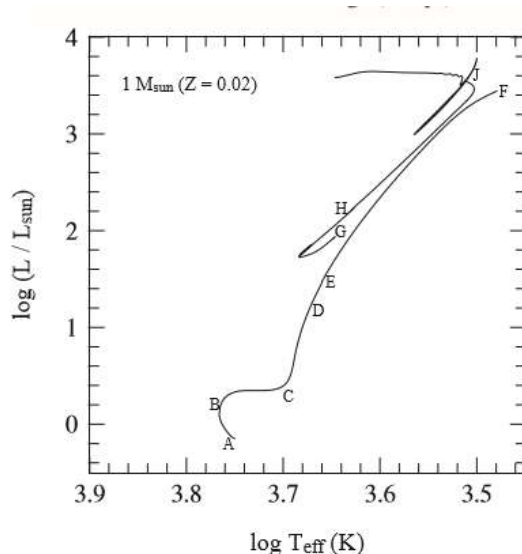


Figura 1.1: Grafico che mostra l'evoluzione di una stella di $1 M_{\odot}$, evidenziando i punti salienti della sua evoluzione. Al punto F si raggiunge un'elevata luminosità con il flash dell'elio.

Le stelle con massa iniziale compresa tra circa 0.8 e $2 M_{\odot}$ hanno un nucleo radiativo mentre si trovano sulla sequenza principale del diagramma H-R, perciò, quando se ne discostano, i loro nuclei risultano molto densi e in procinto di diventare degeneri. Quando il nucleo di elio supera $0.1 M_{\odot}$, la densità è alta abbastanza da fare in modo che la pressione sia dominata dal contributo della degenerazione degli elettroni. Il punto B della Figura 1.1 segna la fine del bruciamento dell'idrogeno centrale durato circa 9 Gyr. A questo punto, il nucleo cresce in massa e si contrae, mentre il guscio esterno si espande, fino ad arrivare al punto C, in cui il nucleo di elio diventa degenere. Intanto, il guscio si è raffreddato ed è diventato in gran parte convettivo: ora la stella si trova alla base del ramo delle giganti rosse (*red giant branch, RGB*). Tutte le stelle di questo tipo, hanno in comune il fatto che i loro nuclei diventano degeneri prima che la temperatura è alta abbastanza da innescare il bruciamento dell'elio, perciò entrano nella fase RGB in equilibrio termico. L'evoluzione prosegue in modo simile per tutti gli oggetti, indipendentemente dalla massa, poiché in tutti vi è una forte differenza di densità ed un elevato gradiente di pressione tra nucleo e guscio. Si

definisce la relazione tra la massa del nucleo e la luminosità:

$$L \approx 2.3 \cdot 10^5 L_{\odot} \left(\frac{M_c}{M_{\odot}} \right)^6 \quad (1.1)$$

Da notare che nella formula non compare la massa totale, ma solo quella del nucleo. Fintanto che lo strato di idrogeno aggiunge massa al nucleo di elio, quest'ultimo si contrae lentamente, facendo aumentare raggio totale e luminosità. L'alta luminosità si traduce in un bruciamento più rapido dello strato di idrogeno, portando ad un veloce accrescimento della massa interna e ad un aumento del tasso di produzione dell'energia nucleare. In questo modo, l'evoluzione RGB accelera. Al punto D del grafico, il guscio convettivo raggiunge gli strati centrali. Dopodiché, sulla superficie l'abbondanza dell'elio aumenta e quella dell'idrogeno diminuisce, ma un cambiamento notevole avviene al rapporto C/N, che cala drasticamente. Questa fase è detta primo rimescolamento (*first dredge-up*). Al punto E, lo strato attivo di idrogeno ha eliminato la discontinuità lasciata dal guscio convettivo. Una volta raggiunta l'estremità del ramo delle giganti rosse, l'elio inizia a reagire nel nucleo provocando il cosiddetto *flash dell'elio*.

Le reazioni vengono innescate quando $T_c \approx 10^8 \text{ K}$ e $\rho_c \approx 10^6 \text{ gr/cm}^3$, cioè quando il nucleo si trova in condizioni di forte degenerazione, provocando una situazione di instabilità termica che porta ad una fuga termonucleare. Tutta l'energia rilasciata dalla fusione va ad aumentare l'energia interna degli ioni non-degeneri, facendo crescere la temperatura. Ciò porta ad un'enorme sovrapproduzione di energia e il nucleo di elio raggiunge una spropositata luminosità dell'ordine di $10^{10} L_{\odot}$, comparabile a quella di una piccola galassia, il tutto nell'arco di pochi secondi. Questo fenomeno è detto *He flash*. Ci troviamo in corrispondenza del punto F della Figura 1.1. Una serie di piccoli flash seguono l'evento principale, in un arco di tempo che dura circa 1.5 Myr, prima che la degenerazione del nucleo sia completamente rimossa, il nucleo diventi convettivo e le reazioni dell'elio procedano in maniera stabile.

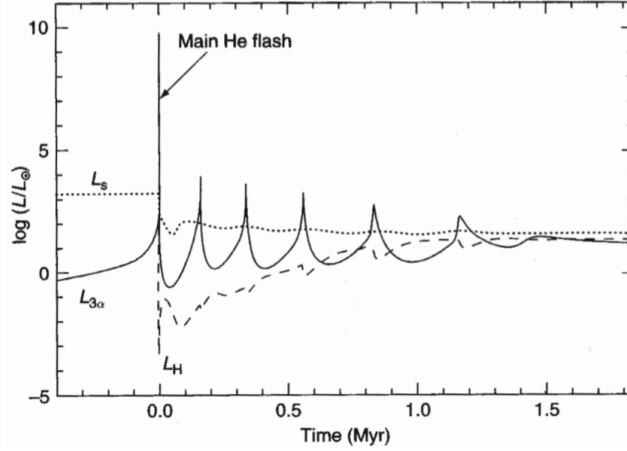


Figura 1.2: Rappresentazione del flash dell'elio. Evoluzione della luminosità superficiale L_S , della luminosità dell'elio $L_{3\alpha}$ e della luminosità dell'idrogeno L_H in stelle di piccola massa. (Figura ripresa da [1])

Nelle stelle con $M \leq 2 M_\odot$, la fase del bruciamento dell'elio differisce sotto alcuni aspetti dalle stelle con massa intermedia o elevata:

1. l'elio inizia a bruciare in condizioni degeneri, dando origine ad un flash,
2. tutte le stelle entrano in questa fase con la stessa massa del nucleo $M_c \approx 0.45 M_\odot$,
3. la luminosità è indipendente dalla massa.

La temperatura cresce a densità costante, la degenerazione del nucleo viene eliminata quando $T \approx 3 \cdot 10^8 K$ e il gas inizia a comportarsi come un gas ideale con l'elio che brucia in condizioni di stabilità.

La durata media del bruciamento dell'elio nel nucleo è pari a 120 Myr.

Nelle stelle di massa intermedia, comprese tra $2-8 M_\odot$, le condizioni per l'innesco del bruciamento dell'elio sono diverse da quelle trattate in precedenza, poiché il nucleo è non-degenere.

In questo caso, le reazioni avvengono in un regime termicamente stabile. L'alta produzione di energia dà origine ad un nucleo convettivo, con massa inizialmente pari a $0.2 M_\odot$.

Al suo interno, la reazione principale è la 3α , che converte ^4He in ^{12}C ; successivamente si ha $^{12}\text{C} + \alpha \rightarrow ^{16}\text{O}$. La maggior parte della luminosità durante questa fase deriva dallo strato di idrogeno attivo attorno al nucleo. Le proprietà del nucleo di elio

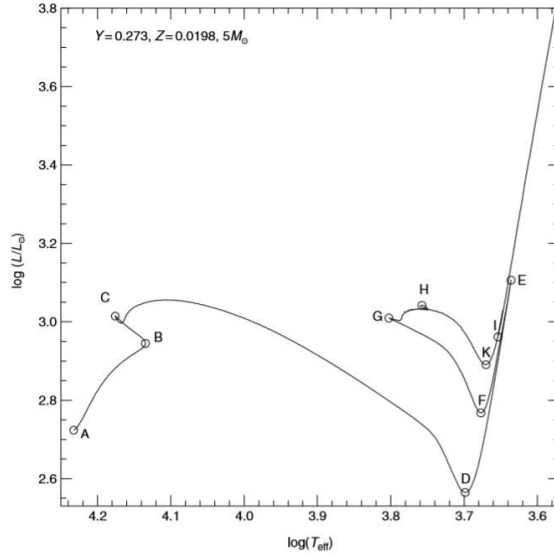


Figura 1.3: L'evoluzione di una stella di $5 M_{\odot}$ durante le fasi di bruciamento dell'idrogeno e dell'elio. È visibile il blue loop tra i punti E-I.

dipendono essenzialmente dalla sua massa e sono influenzate dagli strati circostanti. La massa del nucleo cresce con il tempo, così come la luminosità L_{He} . Quando il raggio inizia a contrarsi anche la luminosità diminuisce e la stella si muove lungo la *Hayashi line*. Il guscio diventa radiativo, la stella lascia il ramo delle giganti e la temperatura effettiva cresce. Questo è l'inizio del cosiddetto *blue loop*, una fase dell'evoluzione in cui la stella passa dall'essere fredda all'essere calda, prima di raffreddarsi di nuovo.

1.2 La fase AGB

Le stelle comprese tra $0.6 - 8 M_{\odot}$ evolvono lungo il ramo asintotico delle giganti rosse (*asymptotic giant branch, AGB*) nel diagramma H-R, dopo aver esaurito idrogeno ed elio e aver formato un nucleo di carbonio e ossigeno. Il tempo che una stella trascorre nella fase AGB è $\leq 1\%$ della sua vita totale, eppure è fondamentale, in quanto definisce il prodotto finale della sua evoluzione.

Ci troviamo in uno stadio avanzato, in cui le stelle raggiungono il massimo della loro luminosità, pur essendo molto fredde. La loro struttura interna è caratterizzata dalla presenza di un nucleo degenere di carbonio e ossigeno, circondato da un guscio di elio che fonde in carbonio, a sua volta circondato da un guscio più esterno di idrogeno

che fonde in elio. La fase AGB è breve, ma contraddistinta da due importanti avvenimenti: la nucleosintesi e la perdita di massa.

1.2.1 La fase *early-AGB*

La fase AGB ha inizio con l'esaurimento dell'elio centrale e la conseguente contrazione del nucleo di CO. Tutti gli strati al di sotto del guscio in cui brucia l'idrogeno si contraggono, finché non viene innescato il bruciamento dell'elio in una *shell* attorno al nucleo. In questo modo, gli strati attivi saranno due e creeranno il cosiddetto effetto del *doppio specchio*: il nucleo si contrae, lo strato adiacente ricco di elio si espande, l'involucro esterno si contrae.

A causa dell'espansione, la temperatura della regione di idrogeno diminuisce e le reazioni si bloccano. A questo punto, tutto l'involucro esterno inizia ad espandersi, comprese le regioni di He e H, come conseguenza della contrazione del nucleo. Durante questa fase, chiamata *early AGB*, tutta la luminosità è fornita dal bruciamento dell'elio nella shell. Questo processo provvede ad accrescere la massa del nucleo, che diventa degenere a causa dell'elevata densità.

L'espansione e il raffreddamento dell'involucro esterno fanno sì che i moti convettivi giungano fino alla discontinuità di composizione lasciata dall'estinzione della shell di idrogeno, lasciando che avvenga il secondo rimescolamento (*dredge-up*), che interessa solo stelle con massa $M \geq 4 M_{\odot}$. L'opacità del guscio esterno cresce a causa del raffreddamento e la luminosità aumenta in seguito alla maggiore produzione di energia da parte dello strato di elio.

Per stelle di piccola massa, il bruciamento dell'idrogeno resta attivo anche se con bassa produzione, prevenendo la penetrazione dello strato convettivo, motivo per il quale il secondo *dredge-up* non avviene.

Nel materiale rimescolato, l'idrogeno viene trasformato in elio, mentre il ^{12}C e il ^{16}O vengono quasi totalmente convertiti in ^{14}Ne dal ciclo CNO. Grazie ai moti convettivi, questi elementi compaiono in superficie. Un altro importante effetto del rimescolamento è la riduzione della massa del nucleo, dalla quale dipende la massa della restante nana bianca.

1.2.2 I puls termici

Quando lo strato che brucia l'elio entra in contatto con la discontinuità H-He, la luminosità diminuisce e il carburante si esaurisce. Come conseguenza, gli strati superiori si contraggono, riscaldando la shell di idrogeno finché non viene riattivata. Ci si trova in una situazione in cui gli strati di idrogeno ed elio forniscono entrambi

energia: è la fase del *double shell burning*. In ogni caso i due strati non bruciano seguendo lo stesso ritmo, poiché quello dell'elio diviene termicamente instabile e soggetto a dei *pulsi termici*.

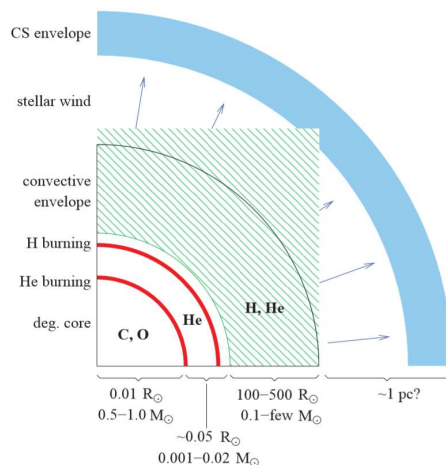


Figura 1.4: Struttura di una stella durante la fase dei puls termici. Essa è composta da un nucleo degenere di carbonio e ossigeno circondato da una shell di elio compresa tra le due shell di bruciamento nucleare, elio in basso e idrogeno in alto, e un guscio convettivo esterno molto esteso.

Dalla Figura 1.4 apprendiamo la composizione di una stella coinvolta nella fase dei puls termici. Il nucleo degenere misura circa $0.01 R_{\odot}$, con una massa compresa tra $0.5 - 1.0 M_{\odot}$. È molto compatto e circondato da due strati attivi molto vicini tra loro, separati soltanto da una regione di $\sim 0.05 R_{\odot}$ ricca di He. Il guscio esterno, invece, è tenue ed estremamente esteso, con raggio che può variare tra $100 - 500 R_{\odot}$, $10^4 - 10^5$ volte la grandezza del nucleo. Questo involucro esterno è gradualmente eroso dai forti venti stellari, che comportano la formazione di una nube circumstellare di polveri. A causa di questo gas circumstellare la profondità ottica aumenta, finché la stella non viene resa otticamente invisibile: le emissioni stellari sono assorbite dalle polveri ed emesse in infrarosso. Il guscio convettivo, l'atmosfera e l'involucro circumstellare hanno una composizione chimica ricca e mutevole, a causa del processo di nucleosintesi. I puls termici e i moti convettivi danno origine ad una nucleosintesi unica di ^{12}C , ^{14}N e elementi più pesanti del ferro, rendendo gli strati interni e l'atmosfera ricchi di carbonio. L'instabilità del bruciamento dell'elio è responsabile dei periodici puls termici, descritti in seguito.

- Per la maggior parte del tempo, il guscio di elio risulta inattivo. Lo strato di idrogeno aggiunge massa alla regione ricca di elio tra le due shell, nella quale aumenta la pressione e la temperatura in corrispondenza della sua parte inferiore.
- Quando la massa della regione intermedia raggiunge un valore critico, l'elio riprende a bruciare in maniera instabile, dando origine ad un flash, causa di una fuga termonucleare. Il valore di $L_{He} \approx 10^8 L_{\odot}$ viene raggiunto in un tempo estremamente breve. L'elevato flusso energetico trasforma la zona intermedia in una regione convettiva.
- La maggior parte dell'energia rilasciata dal flash dell'elio contribuisce all'espansione della zona intermedia, che si raffredda causando non solo la fine dell'effetto del flash, ma anche lo spegnimento dello strato di idrogeno attivo.
- In alcuni casi, il materiale appartenente alla zona intermedia si mescola con quello dello strato esterno: avviene il terzo rimescolamento (*third dredge-up*), responsabile della presenza del ^{12}C in superficie.
- In seguito, lo strato di idrogeno viene riattivato, mentre quello di elio si spegne. Segue una fase di stabilità, in cui la massa della regione di intershell cresce, finché non raggiunge di nuovo le condizioni necessarie per provocare il successivo pulso termico.

Il terzo dredge-up ha delle importanti conseguenze: a differenza dei rimescolamenti precedenti, questo porta ad un'importante nucleosintesi e, inoltre, limita la grandezza del nucleo di CO. I moti convettivi trasportano in superficie i prodotti del bruciamento dell'elio, tra i quali vi è anche il carbonio. Se il rapporto $C/O > 1$, avremo che tutti gli atomi di ossigeno saranno legati nel CO, mentre il carbonio andrà a formare molecole come C_2, CN . Le stelle AGB in cui questo accade sono classificate come stelle al carbonio con tipo spettrale C, e sono considerate le principali produttrici di carbonio, azoto ed elementi più pesanti del ferro.

In stelle con $M \geq 4 M_{\odot}$, la temperatura alla base dell'involuppo convettivo durante i puls termici diviene talmente alta da innescare la fusione dell'idrogeno e dare inizio al ciclo CNO. Questo processo è chiamato *hot burning bottom* e ha due conseguenze: un incremento della luminosità superficiale, che porta ad infrangere la relazione M_c - L , e la conversione di ^{12}C in ^{14}N , oltre a dei cambiamenti riguardanti la composizione superficiale, in cui alla fine l'azoto sarà l'elemento più abbondante.

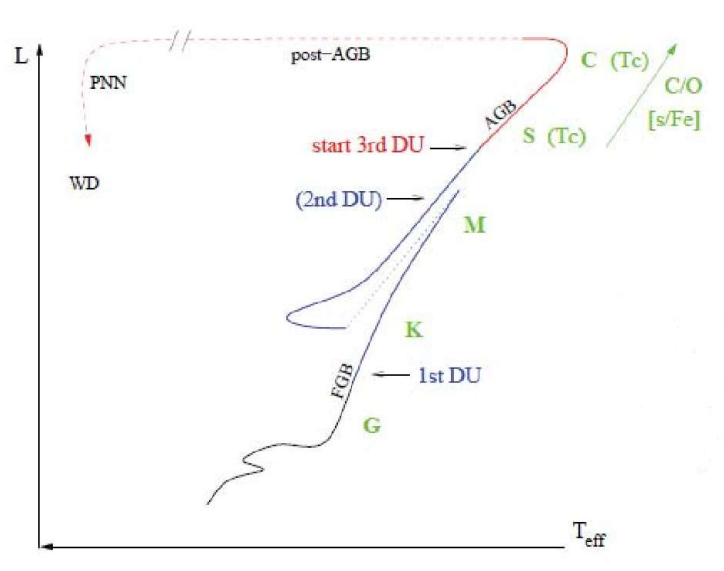


Figura 1.5: Evoluzione schematica di una stella di massa piccola nel diagramma H-R, in cui sono indicati i vari *dredge-up*. Lo stadio finale prevede il raffreddamento di una nana bianca.

Se la massa del nucleo di CO cresce abbastanza da raggiungere il valore limite della massa di Chandrasekhar, il carbonio che comincerà a bruciare potrebbe produrre un flash capace di distruggere l'intera stella. Le osservazioni, però, ci spingono a credere che questa distruzione sia poco probabile nelle stelle AGB, perché la perdita di massa diviene talmente significativa che l'intero guscio di idrogeno viene rimosso prima che il nucleo abbia il tempo di crescere significativamente. Questa elevata perdita di massa è dovuta al forte vento stellare che caratterizza le stelle AGB. Le AGB sono stelle variabili a lungo periodo soggette ad impulsi, che generano delle onde d'urto nell'atmosfera, spingendo il gas verso l'esterno e aumentando la densità degli strati atmosferici più lontani dal centro. Ad una distanza di circa 1.5 - 2 raggi stellari, la temperatura è di $\sim 1500K$, bassa abbastanza da far condensare le particelle di polveri, che possono essere facilmente accelerate dalla pressione di radiazione.

Quando si entra in questa fase di intensi venti stellari, detti *superwind*, ci può essere una perdita di massa che raggiunge valori pari a $\sim 10^{-4}M_{\odot}/yr$. Essi sono capaci di rimuovere rapidamente il guscio di idrogeno, segnando la fine della fase AGB.

L'alto tasso di perdita di massa durante quest'ultima fase determinerà la luminosità massima che una stella AGB può raggiungere e la sua massa finale, ovvero la

massa della nana bianca rimanente.

1.3 La fase post-AGB

Dopo aver lasciato il ramo asintotico delle giganti rosse, la stella inizia ad evolvere a temperature effettive crescenti, mantenendo costante la luminosità, poiché lo strato di idrogeno è ancora attivo e la relazione massa-luminosità del nucleo è ancora valida. Durante la fase post-AGB, la stella resta in completo equilibrio. L'evoluzione prosegue per $\sim 10^4$ yrs ad alte temperature, il guscio viene eroso nella parte inferiore dal bruciamento dell'idrogeno e nella parte superiore dalla perdita di massa. Quando la temperatura supera i 30'000 K, si sviluppa un vento debole ma veloce, guidato dalla pressione di radiazione in UV, che distrugge i grani di polvere appartenenti allo strato circumstellare, dissociando le molecole e ionizzando il gas. Parte del gas circumstellare diventa quindi una regione HII che, emettendo linee di ricombinazione, appare come una nebulosa planetaria. Quando la massa del guscio esterno arriva ad avere un valore di circa $10^{-5}M_{\odot}$ e $T_{eff} \approx 10^5$ K, lo strato di idrogeno si estingue. È a questo punto che la luminosità inizia a decrescere e la stella comincia il processo di raffreddamento come nana bianca.

Capitolo 2

Evoluzione delle nane bianche

2.1 La degenerazione degli elettroni

La degenerazione degli elettroni è un fenomeno molto importante previsto dalla meccanica quantistica che interessa stelle, in particolare nuclei soggetti a contrazione, come nel caso delle nane bianche, all'interno delle quali la densità raggiunge livelli estremamente elevati. In meccanica quantistica, la precisione con la quale è possibile conoscere simultaneamente posizione e momento di una particella è limitata dal principio di indeterminazione di Heisenberg $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$. Gli effetti quantici diventano importanti quando la distanza tra le particelle è paragonabile alla lunghezza d'onda di de Broglie, $\lambda = h/p$. Pertanto, quando vi è una contrazione significativa, la distribuzione degli elettroni non potrà più essere rappresentata dalla distribuzione classica di Maxwell-Boltzmann a causa del principio di esclusione di Pauli, secondo il quale ogni stato quantico può essere occupato soltanto da una particella. Quindi l'espressione che dà il numero di particelle per unità di volume con momento compreso tra p e $p + dp$ è la distribuzione di Fermi-Dirac:

$$n_e(p)dp = \frac{2}{h^3} \frac{1}{e^{(p^2/2m_e kT) - \psi} + 1} 4\pi p^2 dp \quad (2.1)$$

in cui $\psi = \mu/kT$ è il *parametro di degenerazione*.

A causa degli elevati momenti e delle grandi velocità, questi elettroni eserciteranno una forte pressione, detta *pressione di degenerazione*.

La transizione da un gas ideale a un gas totalmente degenere avviene in modo graduale, con un passaggio intermedio di degenerazione parziale, che corrisponde a $\psi \sim 0$.

Nel limite in cui $T \rightarrow 0$ e $\psi \gg 0$, si ha *degenerazione completa*. Quando $T=0$ l'energia interna degli elettroni, che corrisponde all'energia cinetica, è uguale all'energia libera. Gli elettroni occupano tutti e soli gli stati con momento inferiore al momento massimo, detto *momento di Fermi*, p_F :

$$p_F = h \left(\frac{3}{8\pi} n_e \right)^{1/3} \quad (2.2)$$

$$n_e(p) = \frac{8\pi p^2}{h^3} \text{ se } p \leq p_F \quad (2.3)$$

$$n_e(p) = 0 \text{ se } p > p_F \quad (2.4)$$

Nel limite non-relativistico, abbiamo che la pressione degli elettroni è espressa dalla formula:

$$P_e = K_{NR} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3} \quad (2.5)$$

Se più elettroni vengono compressi in un dato volume, stando al principio di indeterminazione di Heisenberg, devono occupare stati con momento maggiore. Se la densità cresce ulteriormente, ad un certo punto gli elettroni raggiungeranno la velocità della luce passando al regime relativistico e la loro pressione sarà calcolabile attraverso la seguente relazione:

$$P_e = K_{ER} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3} \quad (2.6)$$

Da notare che, oltre alla costante K , rispetto al caso non-relativistico varia anche l'esponente.

È chiaro che la pressione, in caso di degenerazione del gas, è indipendente dalla temperatura. Questo ha importanti conseguenze nell'evoluzione della stella.

In condizioni normali, la pressione totale di un gas è data dalla somma dei contributi di elettroni, ioni e radiazione: $P_{tot} = P_{el} + P_{ioni} + P_{rad}$. Nel caso di degenerazione, domina la componente di pressione degli elettroni, mentre le altre risultano trascurabili: $P_{tot} \approx P_{el}$.

Gli ioni che compongono il gas, pur determinando quasi totalmente la densità dello stesso, contribuiscono in maniera trascurabile alla pressione totale. La densità necessaria affinché anche gli ioni diventino degeneri è molto elevata e non sarà mai raggiunta, perché prima di arrivare al valore necessario i protoni del nucleo cattureranno gli elettroni liberi e la composizione atomica sarà per la maggior parte di neutroni.

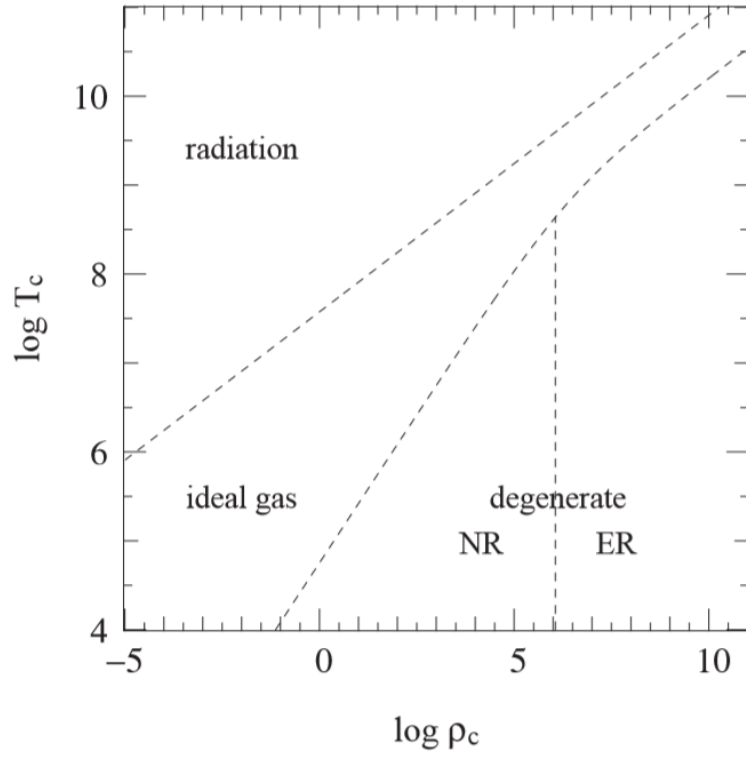


Figura 2.1: Nel piano $\log T_c - \log \rho_c$ sono rappresentati i principali domini delle equazioni di stato, divisi a seconda delle regioni in cui prevale la pressione di radiazione, di gas ideale e di degenerazione, relativistica e non.

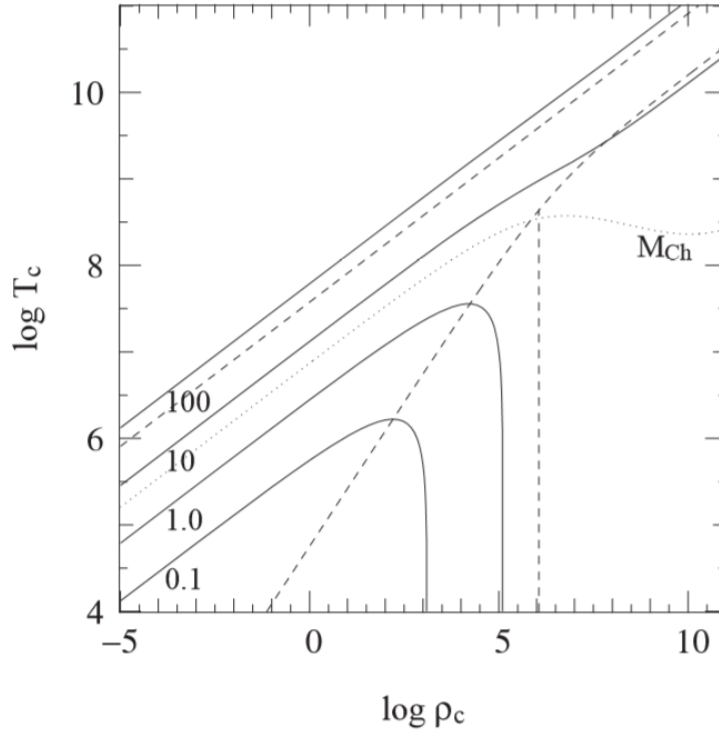


Figura 2.2: Nello stesso piano sono mostrate schematicamente l'evoluzione della densità e della temperatura centrali in stelle che si contraggono, con masse comprese tra 0.1 - 100 $M_\odot$. È indicato anche il limite di Chandrasekhar.

Nella Figura 2.2 si nota come le stelle con massa inferiore a $\sim 8M_\odot$, una volta entrate nel regime di degenerazione, si raffreddano a densità costante, cioè diventano delle nane bianche. Tuttavia, esiste una massa limite oltre la quale una struttura totalmente degenere in regime relativistico non può mantenere la condizione di equilibrio idrostatico, detta massa di Chandrasekhar.

2.2 Le nane bianche

Lo stadio finale dell'evoluzione, per tutte quelle stelle con massa iniziale inferiore a $8M_\odot$, prevede la formazione di una nana bianca, un oggetto degenere in fase di raffreddamento. La natura compatta delle nane bianche fa sì che esse abbiano un'elevata densità, una forte gravità superficiale e una bassa luminosità, essendo stelle

fredde. Tutti gli oggetti di questo tipo perdono il loro guscio esterno a causa dell'azione dei forti venti stellari durante la fase AGB. Pertanto, la stella prosegue la sua evoluzione con un nucleo degenere circondato da un involucro non-degenere, che costituisce circa il 10^{-2} della massa totale. La maggior parte delle nane bianche ha un nucleo di CO con una distribuzione di massa che picca intorno alle $0.6 M_{\odot}$.

La composizione chimica in superficie è completamente differente da quella interna. La forte gravità favorisce la separazione degli elementi, attirando in basso quelli più pesanti e lasciando in superficie gli elementi leggeri, come l'idrogeno. La maggior parte delle nane bianche presenta, infatti, uno spettro dominato dalle righe di idrogeno, che le classifica come DA. Una minoranza è caratterizzata dalle righe spettrali dell'elio: le DB. Alcune, le DQ, presentano righe di carbonio.

Nelle nane bianche, la temperatura interna non è abbastanza alta da innescare reazioni nucleari, perciò irradiano l'energia termica immagazzinata dagli ioni al loro interno. Mentre la luminosità decresce, la stella evolve con un raggio approssimativamente costante, tipicamente intorno a $\sim 0.01 R_{\odot}$, e densità dell'ordine di 10^6 g cm^{-3} . Quando approssimiamo la pressione del gas con la pressione di degenerazione nel regime non-relativistico richiedendo che questa bilanci la gravità, otteniamo la relazione massa-raggio, che è della forma $R \propto M^{-1/3}$. L'aumento della massa implica una diminuzione del raggio, perciò un incremento della densità. Quando la densità è alta abbastanza da far entrare gli elettroni degeneri nel regime relativistico, la relazione massa-raggio perde la sua validità e le due quantità risultano indipendenti. Se la configurazione di equilibrio è indipendente dal raggio, vuol dire che l'equilibrio idrostatico sarà influenzato soltanto dalla variazione della massa. Per questo motivo esiste una massa limite oltre la quale l'equilibrio non sussiste. Questo specifico valore è conosciuto come *massa di Chandrasekhar*:

$$M_{Ch} = 1.459 \left(\frac{2}{\mu_e} \right)^2 M_{\odot} \quad (2.7)$$

Per una nana bianca con un nucleo di CO, essendo $\mu_e = 2$ per il carbonio, $M_{Ch} = 1.44 M_{\odot}$. Quando $M \approx M_{Ch}$ tutti gli elettroni diventano relativistici e il raggio della stella va a zero. Le nane bianche con massa maggiore di M_{Ch} collassano, poiché la pressione di degenerazione relativistica è insufficiente per bilanciare la gravità. Se $M < M_{Ch}$ la pressione del gas causa l'espansione della stella, permettendole di tornare al regime non-relativistico e ristabilendo una relazione massa-raggio valida per il mantenimento dell'equilibrio. La teoria di Chandrasekhar assume che gli elettroni siano completamente degeneri e che non interagiscano tra loro. Quest'ultima assunzione non è del tutto esatta, poiché bisogna tener conto delle interazioni elettrostatiche tra elettroni e ioni, che generano una correzione negativa alla pressione

di degenerazione, comportando un raggio minore di quello previsto a una particolare massa.

2.2.1 Proprietà ed evoluzione

Come abbiamo visto, l'equazione di stato della materia degenera non dipende dalla temperatura, quindi la struttura di una nana bianca non è legata alle sue proprietà termiche. Neanche le caratteristiche del nucleo sono influenzate dall'involuppo esterno. All'interno della zona centrale gli elettroni degeneri forniscono un'alta conduttività termica, quindi un basso gradiente di temperatura, derivante anche dalla bassa luminosità. Per questo motivo, la temperatura interna è in buona approssimazione costante. Gli strati esterni sono molto meno densi, opachi e non-degeneri e il trasporto di energia avviene sotto forma di radiazione, meno efficiente del tipo di trasporto interno. In questa regione, che agisce come un isolante tra il nucleo e lo spazio esterno, è presente un alto gradiente di temperatura. Dopo aver trovato la relazione che lega la densità alle altre quantità (quali R, T, M e L) negli strati esterni, assumiamo che il punto di transizione tra materia degenera e non-degenera si trovi dove la pressione degli elettroni degeneri eguaglia la pressione degli elettroni appartenenti al gas ideale del guscio. Gli ioni, che costituiscono la maggior parte della massa totale, sono ovunque non-degeneri e accumulano l'energia termica, unica fonte di energia della stella. Quindi, eguagliando le due pressioni, si ottiene:

$$\frac{R}{\mu_e} \rho_b T_b = K_{NR} \left(\frac{\rho_b}{\mu_e} \right)^{5/3} \quad (2.8)$$

Supponendo il nucleo isoterma, quindi $T_b \approx T_c$, dalla (2.8) possiamo derivare la relazione che lega la temperatura del nucleo alla massa e alla luminosità: $T_c^{7/2} = \alpha L/M$, dove α è una costante che dipende da μ . Considerando una nana bianca di tipo DA, si ricava:

$$T_c \approx 7.7 \cdot 10^7 K \left(\frac{L/L_\odot}{M/M_\odot} \right)^{2/7} \quad (2.9)$$

La massa e la luminosità tipica di una nana bianca implicano un nucleo freddo, con $T_c < 2 \cdot 10^7 K$. Utilizzando i risultati ottenuti finora è possibile sviluppare un modello di raffreddamento, il quale implica una variazione di luminosità nel tempo. Dato che non vi è nessuna fonte di energia nucleare, dal teorema del viriale sappiamo che la luminosità irradiata deriva da una diminuzione dell'energia interna, ovvero dell'energia termica immagazzinata negli ioni del nucleo degenera, pari a:

$$E_{in} = c_v M T_c \quad (2.10)$$

dove c_v è il calore specifico per unità di massa. La luminosità sarà quindi:

$$L = -\frac{dE_{in}}{dt} = -c_v M \frac{dT_c}{dt} \quad (2.11)$$

Inserendo la (2.11) in $T_c^{7/2} = \alpha L/M$, otteniamo un'equazione differenziale a variabili separabili:

$$T_c^{7/2} = -\alpha c_v \frac{dT_c}{dt} \quad (2.12)$$

Si definisce t_0 come l'istante iniziale del raffreddamento, quindi vale $T_{c,0} \gg T_c$. Risolvendo la (2.12) si ottiene il tempo di raffreddamento $t - t_0$, che indichiamo con τ :

$$\tau = \frac{2}{5} \alpha c_v (T_c^{-5/2} - T_{c,0}^{-5/2}) \quad (2.13)$$

Quando la stella si è raffreddata significativamente, poiché $T_c \ll T_{c,0}$, si considera soltanto T_c e si ricava la relazione che lega il tempo di raffreddamento sia alla temperatura del nucleo che alla massa e alla luminosità:

$$\tau \approx \frac{2}{5} \alpha c_v T_c^{-5/2} = \frac{2}{5} c_v \alpha^{2/7} \left(\frac{L}{M} \right)^{-5/7} \quad (2.14)$$

Sostituendo il valore di α ricavato in precedenza nella (2.9) e il calore latente c_v per un gas monoatomico formato da ioni, si ha la cosiddetta *legge di Mestel* per il raffreddamento di una nana bianca DA:

$$\tau \approx \frac{1.05 \cdot 10^8 \text{ yr}}{\mu_{ion}} \left(\frac{L/L_\odot}{M/M_\odot} \right)^{-5/7} \quad (2.15)$$

Da questa legge si deduce che le nane bianche massicce hanno tempi di raffreddamento maggiori, poiché hanno un numero più elevato di ioni al loro interno, quindi più energia termica a disposizione.

La (2.15) è la legge più semplice per il raffreddamento, che non tiene conto di altri fenomeni che possono influenzare il processo. Alcuni esempi di energie aggiuntive possono riguardare i neutrini e la cristallizzazione. Quest'ultima verrà discussa in seguito.

Ad alte luminosità e temperature, l'energia rilasciata dalla nana bianca non proviene soltanto dalla radiazione superficiale, ma anche dall'emissione dei neutrini da parte del nucleo. Questa ulteriore perdita di energia fa sì che il raffreddamento avvenga più velocemente di quello previsto dalla legge di Mestel. Quando la luminosità scende sotto un determinato valore, la perdita di neutrini diventa trascurabile e il raffreddamento rallenta. In questo caso, si ha un τ maggiore rispetto alla (2.15), a

causa della lenta contrazione del guscio non-degenere nella fase precedente. L'età totale di una stella, oltre al tempo di raffreddamento, include anche il tempo di evoluzione del progenitore.

2.3 La cristallizzazione

Modelli più realistici tengono conto dell'effetto della contrazione del guscio non-degenere e, in particolare, degli effetti dell'interazione coulombiana e della cristallizzazione, fonti di energia aggiuntiva durante la fase del raffreddamento.

Γ misura il rapporto tra le interazioni elettrostatiche e l'energia termica degli ioni, ed è definito generalmente come *parametro di Coulomb*:

$$\Gamma_C = \frac{Z^2 e^2}{dKT} = 2.275 \cdot 10^5 \frac{Z^2 \rho^{1/3}}{A^{1/3} T} \quad (2.16)$$

in cui $d \approx (\frac{4\pi}{3}n)^{-1/3}$ è la distanza media tra particelle con massa Am_u e n è la densità numerica $n = \rho/(Am_u)$. La quantità $\epsilon_c \approx Z^2 e^2/d$ è la tipica energia coulombiana per particelle con carica Ze , mentre l'energia cinetica media è $\epsilon_{kin} = \frac{3}{2}kT$. Le interazioni coulombiane diventano significative all'aumentare della densità o al diminuire della temperatura, in pratica quando $\Gamma_C \gg 1$. In particolare, quando $\Gamma \approx 170$ gli ioni vanno a formare un reticolo cristallino, prendendo parte ad un processo di *cristallizzazione* che rilascia calore latente, rallentando il raffreddamento. Una volta che la cristallizzazione è completata, c_v diminuisce e il raffreddamento riprende ad essere più veloce.

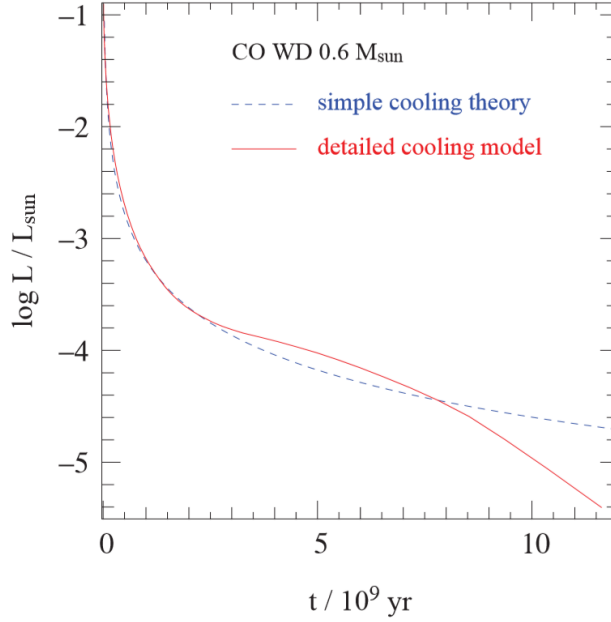


Figura 2.3: Modelli di raffreddamento per nane bianche con nucleo di CO con massa $0.6 M_{\odot}$. In blu la legge di Mestel del raffreddamento che prevede $L \propto t^{-7/5}$. In rosso un modello che tiene conto anche degli effetti della cristallizzazione.

Dalla Figura 2.3 si nota la differenza tra il modello di raffreddamento semplice e quello con gli effetti della cristallizzazione. In quest'ultimo, è visibile un rallentamento del processo a circa 2 Gyr, con una successiva ripresa intorno ai 7 Gyr, quando la cristallizzazione è quasi completata. Una volta che la stella si è raffreddata significativamente, la temperatura del nucleo risulta essere molto più bassa del suo valore iniziale. Essa è collegata al tempo di raffreddamento dalla relazione (2.14).

Nelle stelle con massa $M \leq 1 M_{\odot}$ le interazioni coulombiane contribuiscono significativamente all'energia totale della stella. Quando $\Gamma_C \gg 1$ le interazioni di Coulomb dominano sui moti termici degli ioni, i quali tendono a formare un reticolo cristallino. In questo modo, dallo stato liquido si passerà a quello solido e questa transizione di fase avrà luogo quando $\Gamma_C \approx 180$. Si tratta di una situazione che non coinvolge le stelle che si trovano nella fase di bruciamento dell'idrogeno, ma che si verifica durante il raffreddamento, nel corso del quale la densità rimane costante. Questo fenomeno avviene soltanto nelle regioni in cui gli elettroni sono fortemente degenerati, quindi nel nucleo.

Il processo di cristallizzazione produce due importanti effetti:

1. rilascio di calore latente,
2. separazione degli elementi in base alla densità.

Il calore latente viene rilasciato quando ha luogo la transizione di fase e si passa da una densità minore ad una maggiore. Questo vuol dire che durante la cristallizzazione del nucleo viene liberata più energia del previsto, che si propaga dal centro agli strati esterni, rallentando il raffreddamento. In una nana bianca con piccola massa la cristallizzazione avverrà ad una luminosità minore rispetto ad una stella con massa maggiore, poiché raggiungerà il valore di $\Gamma = 180$ quando il suo nucleo sarà più freddo, essendo meno densa. La temperatura alla quale avviene la cristallizzazione, quindi, dipende dalla massa della stella. Inoltre, prima avviene la cristallizzazione, minore sarà il Δt di raffreddamento. Essendo $\Delta t \sim \frac{\Delta E}{L}$, per una data ΔE , significherà avere un'elevata luminosità L all'inizio del fenomeno.

Inoltre, vi è un rilascio di energia gravitazionale dovuto alla sedimentazione degli elementi nel nucleo. Essa è inserita nel termine ϵ_g nel bilancio dell'energia, trascurabile quando le reazioni nucleari sono efficienti, ma significativa nel caso delle nane bianche poiché influenza il tempo di raffreddamento, causandone un aumento del $\sim 10\%$. Questo rilascio è spiegato dal fatto che gli elementi che compongono il nucleo non sono completamente mescolabili tra loro nella fase solida.

Supponiamo di avere un nucleo liquido, uniformemente composto da due elementi con frazione di massa X_1 e X_2 , con $X_1 < X_2$. Dal diagramma di fase rappresentato in seguito è possibile notare come varia l'abbondanza dei due elementi nel momento in cui avviene la transizione di fase.

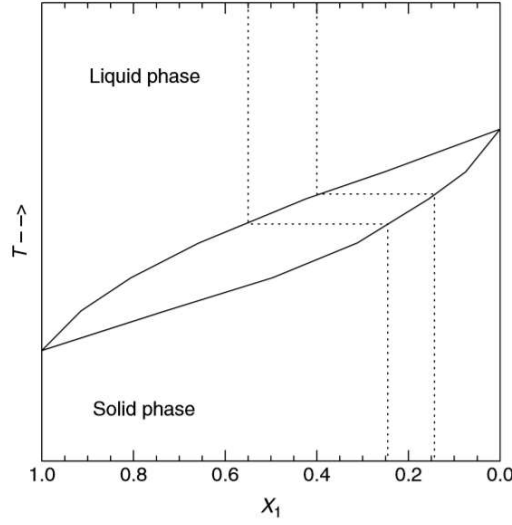


Figura 2.4: Diagramma di fase utile per determinare la variazione dell'abbondanza degli elementi dalla fase liquida a quella solida. La forma del diagramma è simile a quella utilizzata per un composto di CO. Sull'asse delle ascisse vi è l'abbondanza dell'elemento X_1 , sulle ordinate la temperatura. Le curve delimitano il campo di esistenza delle due fasi. Le linee tratteggiate rappresentano gli elementi: inizialmente si ha $X_1 = 0.4$ in fase liquida (in alto), poi la temperatura inizia a calare finché non raggiunge il punto in cui avviene la transizione di fase a T costante, quindi continua il raffreddamento nella fase solida con un valore di X_1 minore di quello iniziale.

Notiamo come X_1 diminuisce durante la cristallizzazione, mentre X_2 aumenta, essendo $X_2 = 1 - X_1$. Pertanto, il corrispettivo di X_1 nella fase liquida, oltre il confine di cristallizzazione, deve aumentare come conseguenza della conservazione di massa. Questi valori differenti causano un'instabilità nei moti convettivi, che propagandosi ripristinano rapidamente l'omogeneità della fase liquida, modificando il valor medio di X_1 affinché sia maggiore di quello del successivo strato imperturbato. La regione convettiva si estende verso l'esterno, fin quando la stabilità non viene ristabilita. Il ciclo si ripete finché il nucleo degenere non è completamente cristallizzato.

Essendo la luminosità funzione della temperatura del nucleo T_c , è possibile stimare il ritardo causato dalla solidificazione applicando la relazione:

$$\Delta t = \int_0^{M_{WD}} \frac{\epsilon_g(T_c)}{L(T_c)} dm \quad (2.17)$$

Il ritardo totale dipende essenzialmente da queste tre quantità: rilascio di energia gravitazionale, massa e luminosità. Come già detto, ad una massa maggiore corrisponde un Δt maggiore, mentre la luminosità risulta essere inversamente proporzionale al ritardo.

La differenziazione di un composto di CO può causare un ritardo nel raffreddamento di $\sim 2Gyr$. Questo valore può variare a seconda degli elementi considerati. Ad esempio, assumendo che l'abbondanza del neon sia pari a $X_{22} = 0.02$, il deposito di ^{22}Ne riesce a mantenere calda la WD per molti Gyr.

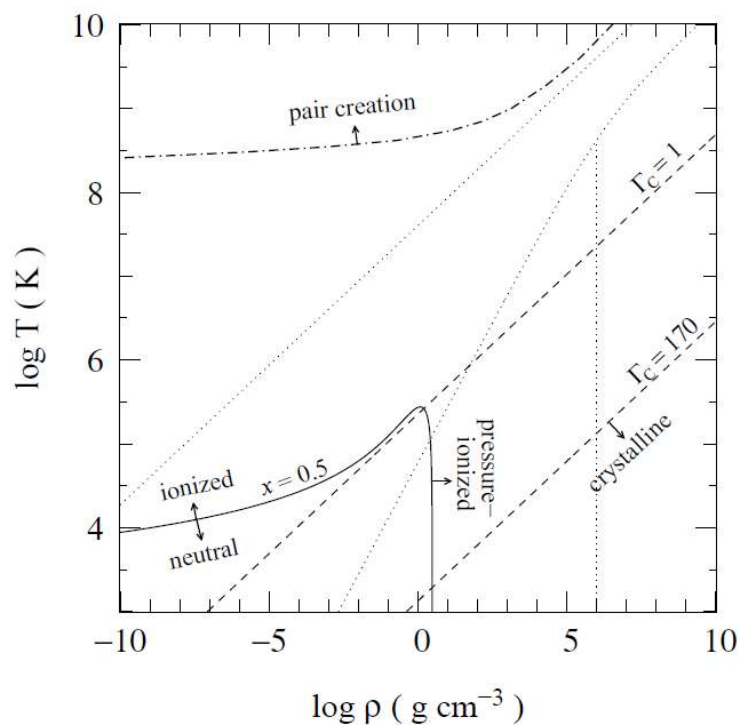


Figura 2.5: Mostra il dominio della cristallizzazione in un grafico come quello in Figura 2.1. Sono indicati due valori significativi di Γ_c , di particolare importanza $\Gamma = 170$ che denota l'inizio della cristallizzazione, che avviene esclusivamente nel regime di degenerazione.

Capitolo 3

Problema osservativo

Il satellite GAIA, lanciato in orbita dall'ESA nel 2013, ha l'obiettivo di effettuare misure astrometriche di altissima precisione all'interno della nostra galassia. La sonda effettua anche misure fotometriche dalle quali ricava le velocità radiali degli oggetti osservati. In questo modo, si avrà una mappa tridimensionale della Via Lattea estremamente dettagliata, che permetterà di studiarne l'evoluzione, la formazione, la struttura e molti altri aspetti. I dati analizzati in questo caso sono quelli del secondo *data release* (DR2), che forniscono parallasse e moti propri. Il gran numero di stelle osservate ha consentito di ridefinire in maniera più accurata il diagramma H-R. In particolare, è stato ricostruito il diagramma H-R delle nane bianche, rappresentato in Figura 3.2. Attraverso di esso è possibile confrontare le predizioni teoriche dei modelli di evoluzione stellare con le osservazioni, per verificarne l'accuratezza.

Di seguito, il diagramma H-R analizzato dal punto di vista della composizione chimica. Sono coinvolte nane bianche di tipo DA, DB e DQ, le quali differiscono in base agli elementi che presentano nel loro spettro: righe di idrogeno, elio e carbonio, rispettivamente. Ai fini della discussione che segue è fondamentale introdurre il concetto di età fotometrica, intesa come l'età totale (tempo di vita nucleare e tempo di raffreddamento) della stella ricavata utilizzando una griglia di isocrone nel diagramma H-R, costruite a partire da:

- modelli evolutivi delle fasi antecedenti a quella di nana bianca,
- sequenze teoriche di raffreddamento di nane bianche,
- una relazione massa iniziale-massa finale, $M_{in} - M_{fin}$ [2] (Cummings et al. 2018).

Quest'ultima relazione pone in correlazione la massa della nana bianca (massa finale) con la massa iniziale del progenitore e pertanto consente di accordare, per ogni data

massa di WD, la traccia evolutiva di pre-WD con la corrispondente sequenza di raffreddamento.

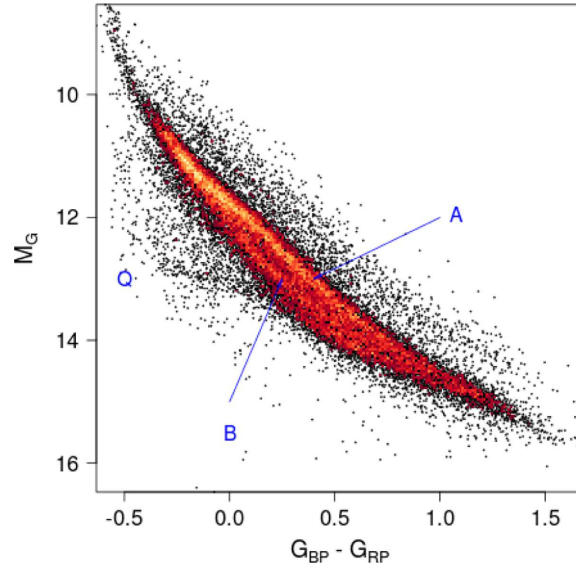


Figura 3.1: Il diagramma H-R generato da GAIA Data Release 2 (DR2) mostra dove si collocano le tre popolazioni caratteristiche: A,B e Q.

Il nome *Q-branch* deriva dalla concentrazione di nane bianche di tipo Q all'interno del ramo. È evidenziato in rosso nella Figura 3.2.

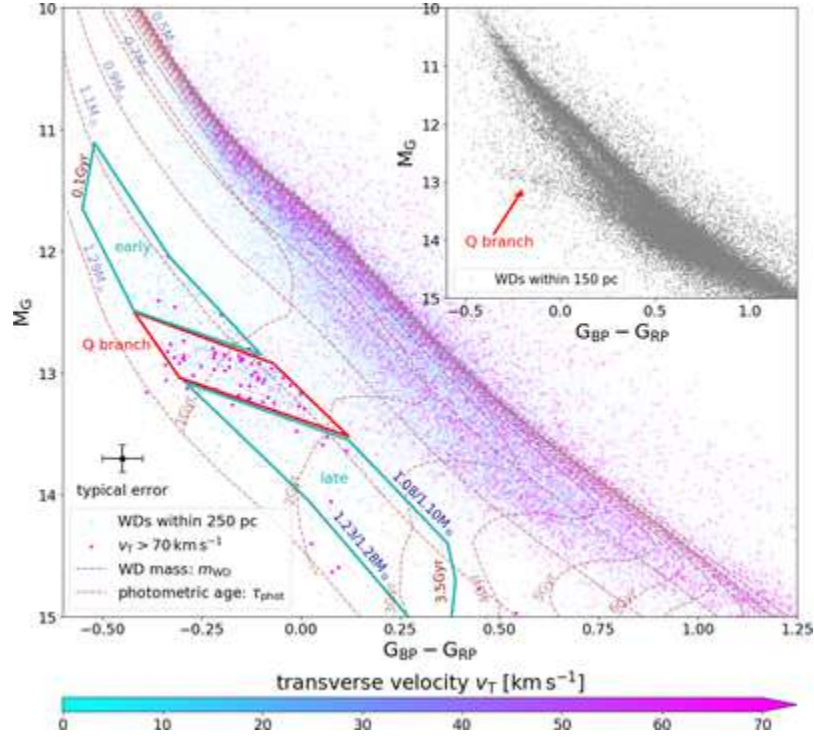


Figura 3.2: Diagramma H-R delle nane bianche che corrispondono ai criteri di selezione apportati ai dati di GAIA. Nel diagramma sono indicate le nane bianche con elevata velocità trasversale $v_T > 70 \text{ km/s}$ e quelle con massa maggiore di $1.08 M_\odot$. Inoltre, vengono tracciate le masse e le età fotometriche ottenute usando il modello combinato ONe e CO per le WD con grande massa. Le curve con massa costante sono le curve di raffreddamento.

Gli oggetti presi in considerazione, che si trovano entro un raggio di 250 pc dal punto di osservazione, sono stati codificati in base alla loro velocità trasversale rispet-

to al LSR (Local Standard of Rest). Nel pannello in alto a destra è stata selezionata una distanza di 150 pc per evidenziare un raggruppamento di nane bianche che si discostano dal ramo principale in cui si trovano le altre WD. La loro traccia di raffreddamento è divisa in tre segmenti, che sono stati definiti: *early*, *Q-branch*, *late*. In corrispondenza del Q-branch si misura una distribuzione di densità abbastanza elevata, che crea una discrepanza tra osservazioni e teoria. Dalla selezione apportata ai dati di GAIA, sono stati assunti come appartenenti al Q-branch tutte le nane bianche con:

$$0.1 \text{ Gyr} < \tau_{\text{phot}} < 3.5 \text{ Gyr}$$

$$1.08 M_{\odot} < m_{WD} < 1.23 M_{\odot}$$

per i quali è stata tracciata una distribuzione che descrive la densità in funzione dell'età fotometrica.

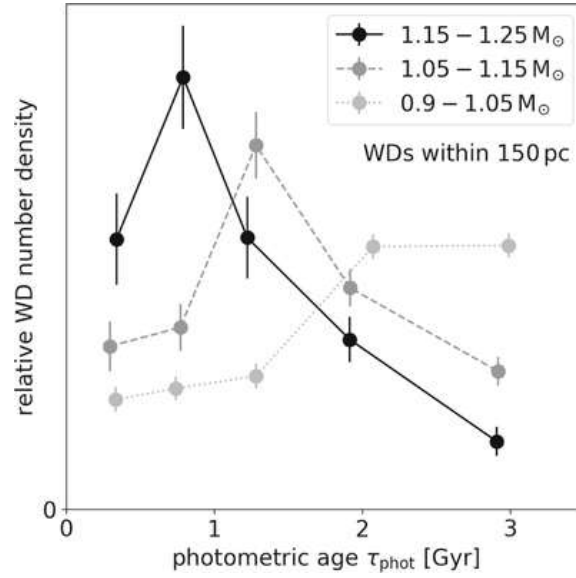


Figura 3.3: Per tre diversi range di massa, si rappresenta la distribuzione di densità degli oggetti con età fotometrica compresa nell'intervallo stabilito in precedenza. Il grafico traccia la posizione del Q-branch, in corrispondenza del picco di densità dato dalle stelle massive.

Dalla Figura 3.3, si evince che maggiore è la massa delle nane bianche considerati e maggiore sarà la densità di WD in corrispondenza di una determinata età fotometrica. Il picco più elevato interessa le nane bianche comprese tra $1.15 - 1.25 M_{\odot}$, concentrate a $\tau_{\text{fot}} \sim 1 \text{Gyr}$. Tutte le nane bianche appartenenti ai tre intervalli di massa risultano avere la stessa età fotometrica una volta usciti dal Q-branch, ma in realtà le WD con massa maggiore saranno più vecchie di quanto appaiono. Ciò suggerisce l'esistenza di un fenomeno che blocca il raffreddamento delle nane bianche massive, causandone un accumulo in una zona specifica del grafico. L'addensamento osservato in corrispondenza del Q-branch coincide con il picco tracciato in Figura 3.3. L'effetto che ci troviamo ad analizzare è maggiore rispetto a quello previsto dal modello che tiene conto della sola cristallizzazione. La situazione osservata non coincide con nessuna delle tracce di raffreddamento predette dai modelli teorici. In altre parole, il Q-branch rivela un'anomalia nell'evoluzione delle nane bianche, che si riflette in maniera rilevante sulla sua età finale, alterando la veridicità dei risultati fotometrici. Si andranno quindi a modificare i modelli teorici cercando la causa di tale comportamento, ipotizzando le possibili soluzioni in grado di giustificare tale ritardo.

3.1 Evidenze osservative

Dal momento in cui il modello teorico di riferimento tiene conto degli effetti della cristallizzazione, non si dovrebbe riscontrare nessun'anomalia nel grafico dell'età fotometrica. Il risultato ottenuto dai dati osservativi da [4] Tremblay et al.(2019), però, porta ad un'antitesi.

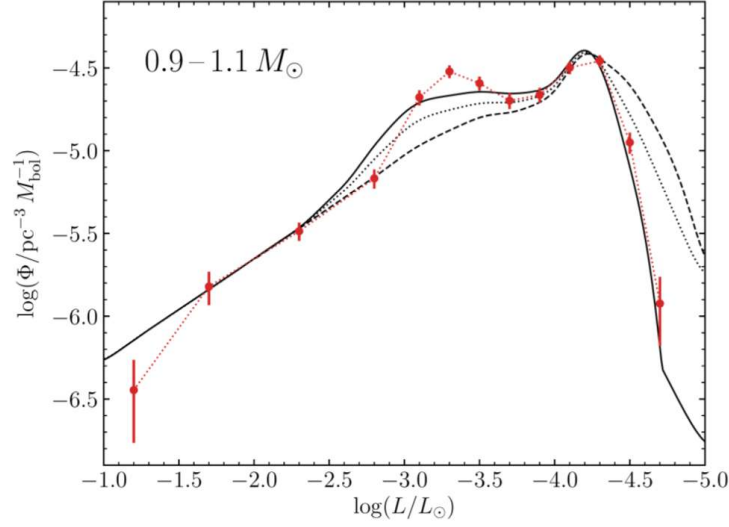


Figura 3.4: Funzione di luminosità per nane bianche massive entro i 100 pc dal punto di osservazione, ripresa da Tremblay [4]. Tre modelli di evoluzione confrontati con i dati di GAIA. La linea continua rappresenta il modello che tiene conto sia del rilascio del calore latente sia dell’energia gravitazionale; la linea punteggiata considera soltanto il calore latente; la linea tratteggiata trascura entrambi gli effetti.

Il modello che include entrambi gli effetti della cristallizzazione, ovvero rilascio di calore latente e di energia gravitazionale, è quello che descrive al meglio la funzione di luminosità dei dati ottenuti da GAIA. Il primo picco presente nella Figura 3.4 è una manifestazione diretta dell’effetto della cristallizzazione e il secondo, a luminosità minori, deriva dall’età finita del disco galattico, stimata intorno ai 10 Gyr. [4] Quest’ultimo picco trova riscontro nei dati di GAIA, mentre il primo risulta più pronunciato, a testimonianza dell’esistenza di un altro processo da considerare. La cristallizzazione o l’evoluzione binaria non sono sufficienti per spiegare la distribuzione piccata. Perciò bisogna cercare un’altra fonte di energia che sia in grado di produrre un addensamento di nane bianche in questa zona specifica del diagramma. Si deduce l’esistenza di una fonte di energia *extra*, che ha origine da un processo che va ad aggiungersi alla cristallizzazione.

Oltre all’età fotometrica, per evidenziare questa anomalia si può utilizzare anche la velocità trasversale, essendo in relazione con l’età stellare tramite la relazione età-velocità di dispersione (*age-velocity dispersion relation*, *AVR*). Infatti, è noto che maggiore è la velocità di dispersione e maggiore sarà l’età della stella nella Via

Lattea. Nell'alone, regione a cui appartengono stelle vecchie di popolazione II, la velocità di dispersione è circa 65 km s^{-1} . [14]

In relazione a questi dati, è possibile osservare due anomalie riguardanti le WD situate all'interno del Q-branch:

- Eccesso di nane bianche con $v_T > 70 \text{ km s}^{-1}$ che stando all'affermazione precedente devono essere stelle vecchie, ma l'età del Q-branch risulta compresa solamente tra 0.5 - 2 Gyr.
- Nel *late segment* le nane bianche risultano avere una velocità di dispersione minore rispetto a quelle che si trovano nel Q-branch, in contraddizione con l'AVR.

È intuitivo affermare che le nane bianche del Q-branch hanno seguito un tipo di raffreddamento differente rispetto a quelle già presenti nel *late segment*.

3.2 Una nuova popolazione di nane bianche

L'unico modo per spiegare la situazione descritta è supporre di avere due diverse popolazioni con due distinti meccanismi di raffreddamento. Sotto questa ipotesi, ci troveremo quindi a discutere di una popolazione che segue i modelli teorizzati in precedenza e un'altra, pari a circa il 6% del totale, che blocca il suo raffreddamento in corrispondenza del Q-branch. Prima di questa particolare regione del diagramma, le due popolazioni non mostrano alcuna differenza, ma una volta raggiunto il ramo, il raffreddamento prosegue in maniera diversa. La seconda popolazione presenterà un raffreddamento più lento, causando due importanti effetti:

1. un aumento di densità dovuto all'accumulo di nane bianche,
2. una variazione dell'età fotometrica, che porterà questi oggetti ad apparire più giovani di quanto siano realmente.

Questa discrepanza riguardante l'età della nana bianca è uno degli effetti fondamentali del ritardo, che permane anche quando scompare l'accumulo di densità.

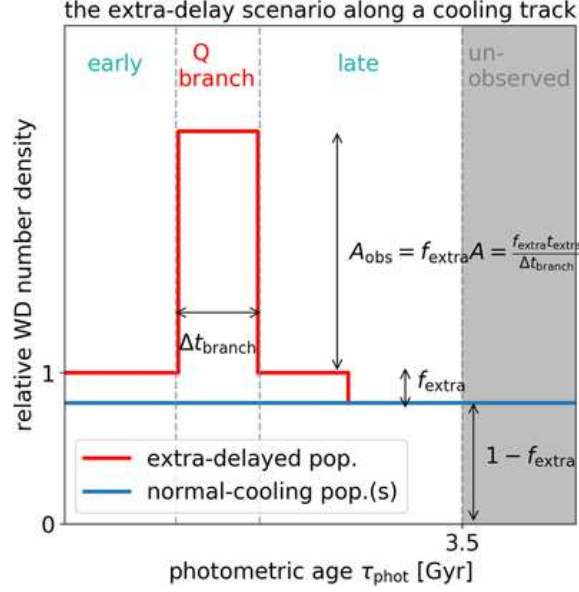


Figura 3.5: Rappresentazione dell'*extra delay* che coinvolge solamente il Q-branch.

Con lo scopo di quantificare il ritardo Δt_{branch} , nella Figura 3.5 è stata fatta una simulazione del raffreddamento delle due popolazioni ed è stato trovato che $\Delta t_{branch} = 0.74 \text{ Gyr}$, il che vuol dire che le nane bianche appartenenti alla seconda popolazione impiegano molto più tempo ad attraversare il Q-branch, mentre quelle che seguono un normale processo di raffreddamento non vengono rallentate durante il loro passaggio attraverso di esso. La nuova popolazione di WD è composta da DQ con massa e velocità elevate. Tuttavia, la frazione di nane bianche di tipo Q risulta essere $F_{DQ} = 53 \pm 16\%$. Ciò vuol dire che a far parte del Q-branch non sono solo le DQ: l'altra metà della popolazione, infatti, è composta da nane bianche di tipo A. Ad oggi non è noto il motivo dell'esistenza di questa popolazione mista. Questa, però, non è l'unica particolarità della nuova popolazione di WD. La zona convettiva di una normale nana bianca avente la stessa temperatura delle DQ che compongono il Q-branch, non è profonda abbastanza da riuscire a portare in superficie il carbonio. Per questo motivo anche la loro composizione è considerata anomala. [9]

Di seguito sono elencate alcune caratteristiche delle DQ appartenenti al Q-branch e delle DQ calde:

- le DQ calde, oltre ad essere molto rare, hanno una temperatura maggiore di 18'000 K, un'atmosfera fortemente dominata dal carbonio, la possibilità di essere variabili e una grande probabilità di avere un campo magnetico;
- le DQ appartenenti al Q-branch presentano un'atmosfera dominata da elio con quantità pari a $10^{-4} - 10^{-1}$ di carbonio e un campo magnetico non rilevabile o assente.
- Per quanto riguarda la cinematica, le DQ calde sono mediamente più veloci delle nane bianche normali, mentre le DQ del Q-branch sono ancora più veloci delle precedenti, circostanza che può essere spiegata attraverso l'appartenenza alla nuova popolazione.
- Entrambe hanno una massa elevata e hanno origine da una fusione.

Questo porta a considerare l'eventualità che le DQ del Q-branch siano un'evoluzione delle DQ calde. Quest'ipotesi può essere verificata attraverso i dati numerici. Nella regione che precede il Q-branch, la percentuale di DQ calde è pari a $4 \pm 1.4\%$ e quelle appartenenti alla popolazione con un ritardo extra è $f_{extra} = 6.4\%$, metà delle quali sono DQ. Questo indica che l'ipotesi precedente può essere considerata valida, in quanto la frazione presente nel Q-branch rientra nella barra di errore della frazione precedente.

Un ulteriore modo per testare che le nane bianche con un ritardo extra siano prodotte da una fusione è misurare la frazione di sistemi binari. La velocità del *kick* di pochi km s^{-1} , (stimata dai risultati di Dan et al. 2014 [13]) derivante da una fusione, potrebbe distruggere molti sistemi binari, facendone così risultare bassa la concentrazione. Questo è quello che ci aspettiamo di trovare nel Q-branch, avendo ipotizzato che le DQ siano prodotte dalla fusione di due WD. La concentrazione di DQ appartenenti alla popolazione con ritardo extra risulta elevata. La frazione di sistemi binari risulta essere $0.8 \pm 0.4\%$, a supporto dell'ipotesi precedente. Pertanto, le DQ del Q-branch possono essere ritenute una nuova classe di nane bianche.

In sintesi, partendo dalla distribuzione di velocità, abbiamo affermato che tutte le nane bianche di tipo Q ($53 \pm 16\%$) che si trovano nel Q-branch fanno parte della popolazione con un ritardo extra nel raffreddamento. Esse formano un'altra classe di nane bianche di tipo Q, oltre alle DQ calde e le DQ standard. Inoltre, i dati numerici mostrano che questa nuova classe di WD può essere un'evoluzione delle DQ calde, avendo entrambe origine dalla fusione di due nane bianche.

Nel capitolo successivo, verranno discusse delle possibili soluzioni al problema osservativo appena trattato.

Capitolo 4

Possibili soluzioni

Dopo aver supposto l'esistenza di una nuova popolazione di nane bianche che, oltre ad avere una massa elevata, presentano un ritardo *extra* nel raffreddamento, in questa sezione verranno valutate le possibili soluzioni al problema. Verrà teorizzato un modello che includa una fonte di energia *extra* in grado di produrre gli effetti osservati nei dati.

Nel capitolo precedente è stata ipotizzata l'origine dalla fusione di due nane bianche per la nuova popolazione di WD, per la quale si considera quindi un ritardo indicato con Δt_{merger} , presente in tutti i segmenti (*early*, *Q-branch*, *late*). Questi oggetti, quindi, per un dato τ_{tot} risulteranno essere più vecchi rispetto a stelle evolute singolarmente, perciò presenteranno una maggiore velocità di dispersione, essendo le due quantità correlate tramite l'AVR. Pertanto, la frazione dei prodotti di fusione può essere stimata dalla distribuzione di velocità delle nane bianche con massa elevata. Cheng et al. (2019b)[7] hanno selezionato le nane bianche con massa compresa tra $0.8 - 1.3 M_{\odot}$ appartenenti al Q-branch per usare le loro v_T , al fine di dedurre la frazione dei prodotti di fusione. Hanno così trovato un evidente eccesso di velocità, deducendo che circa il $20 \pm 6\%$ di esse risulta essere prodotto dalla fusione di due nane bianche.

In base a quanto detto, è stato teorizzato un nuovo modello di evoluzione che:

- include fusioni di due nane bianche,
- utilizza una relazione anisotropa per l'AVR
- si attiene alle osservazioni.

Tuttavia, il Δt_{merger} non basta a giustificare i risultati ottenuti dai dati: è necessaria un'altra fonte di energia che rallenti ulteriormente il raffreddamento delle nane bianche.

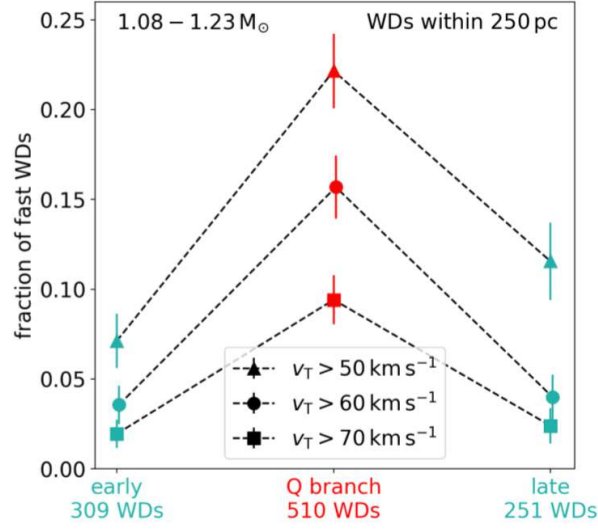


Figura 4.1: Il grafico mostra le frazioni di WD aventi alte velocità di dispersione presenti nei tre segmenti. Nel Q-branch c'è un'elevata densità di oggetti con alta v_T , addirittura maggiore di 70 km s^{-1} .

4.1 Descrizione del modello

Il passo successivo sarà analizzare i ritardi Δt_{merger} e Δt_{extra} . Per farlo, consideriamo tre diversi tipi di popolazione:

- una generica popolazione di nane bianche evolute singolarmente seguendo un normale raffreddamento;
- una popolazione di prodotti di fusione tra due nane bianche, caratterizzate dal Δt_{merger} , che seguono un normale processo di raffreddamento;
- una popolazione con un ritardo extra nel raffreddamento.

Inoltre, per semplicità, si andranno a considerare due situazioni estreme per la popolazione che presenta un ritardo extra, in cui:

1. *tutti* i componenti avranno anche il ritardo dovuto alla fusione (setup 1),
2. *nessun* componente avrà il ritardo dovuto alla fusione (setup 2).

La funzione di distribuzione $p(y)$ è definita come la media ponderata della distribuzione di ogni popolazione:

$$p(y) = f_s p_s(y) + f_m p_m(y) + f_{extra} p_{extra}(y) \quad (4.1)$$

in cui con s indichiamo la singola evoluzione e con m quella che prevede il *merger*. Vale $f_s + f_m + f_{extra} = 1$.

In questo caso, gli osservabili y sono: la velocità trasversale v_T e l'età fotometrica τ_{fot} , collegati tra loro tramite la relazione età-velocità di dispersione. Il ritardo $\Delta t = \tau - \tau_{fot}$ include i contributi del ritardo extra e/o di fusione. È stato costruito un modello bayesiano basato sull'equazione (4.1) grazie al quale la densità di probabilità degli osservabili y può essere espressa attraverso la distribuzione del ritardo $p(\Delta t)$ e un modello di velocità $p(v_T|\tau)$. I parametri liberi del modello includono f_m, f_{extra} e t_{extra} .

Di seguito, le assunzioni per il modello considerato:

1. attraversando il Q-branch, tutti gli oggetti appartenenti alla popolazione con ritardo extra, rallentano il loro raffreddamento di un fattore costante, che svanisce una volta attraversata la regione.
2. La distribuzione di velocità è una gaussiana in funzione del tempo.
3. La distribuzione dell'età reale delle nane bianche entro 250 pc è uniforme al di sopra di 11 Gyr.
4. Il prodotto derivato dalla fusione risulta caldo abbastanza da fare in modo che la sua età di raffreddamento eguagli l'età fotometrica.
5. Una distribuzione fissata per il tempo di ritardo dei prodotti della fusione e una parametrizzazione dell'AVR.

Bisogna far presente che lungo il Q-branch non è possibile capire se la nana bianca ha appena iniziato o è prossima a finire il processo di raffreddamento extra, poiché l'incertezza del diagramma H-R è paragonabile alla larghezza del Q-branch. Il Δt_{merger} ha origine dall'evoluzione binaria che avviene prima della fusione e può essere approssimato da $p(\Delta t_{merger}) \propto \Delta t_{merger}^{-0.7}$ per $\Delta t_{merger} > 0.5$ Gyr. L'AVR per le stelle di alone è ancora materia di dibattito, ma per quelle giovani può essere rappresentato in ogni direzione da una legge di potenza.

Applicato il modello bayesiano ai 1070 campioni, troviamo che la frazione di nane bianche soggette a raffreddamento extra è:

$$f_{extra} = 6.4_{-1.5}^{+2.3}\% \text{ (setup 1)}$$

$$f_{extra} = 9.2^{+4.4}_{-2.7}\% \text{ (setup 2)}$$

e la lunghezza del tempo di raffreddamento è:

$$t_{extra} \geq 8 \text{ Gyr (setup 1)}$$

$$t_{extra} \geq 10 \text{ Gyr (setup 2)}.$$

La differenza tra i t_{extra} dei due setup di popolazioni (2 Gyr) corrisponde esattamente al punto in cui è collocato il picco della distribuzione del ritardo dovuto alla fusione. Il limite inferiore del t_{extra} dipende dalla parametrizzazione dell'AVR e dal tipo di stelle considerate. Se fossero stati esaminati campioni di stelle più giovani, il limite inferiore sarebbe stato più basso.

A volte, può accadere che t_{extra} venga sovrastimato dato che ad elevate dispersioni di velocità la distribuzione non è esattamente Gaussiana. In questo caso, la dispersione dell'alone è stata considerata un parametro libero, perciò il problema non sussiste.

Infine, viene calcolata la percentuale delle nane bianche appartenenti al Q-branch che subiscono un ritardo extra nel raffreddamento, che risulta pari a $(47 \pm 8)\%$. Questo dato è stato ricavato solamente dalle informazioni in merito alla distribuzione di velocità .

Le velocità nelle tre direzioni $U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot} = (10.3 \pm 1.0, 7.3 \pm 1.0, 6.7 \pm 0.5) km \ s^{-1}$ sono consistenti con le misure di [16] basate su nane bianche di massa standard. Anche con i risultati di [17], tranne che per $V_{\odot}$, a causa delle diverse assunzioni iniziali e del gradiente di metallicità presente nel disco. Prima della missione GAIA, fu riportato un inaspettatamente alto AVR per le giovani nane bianche, che ora sappiamo corrispondere alla presenza del ritardo extra e/o di fusione nel modello di raffreddamento.

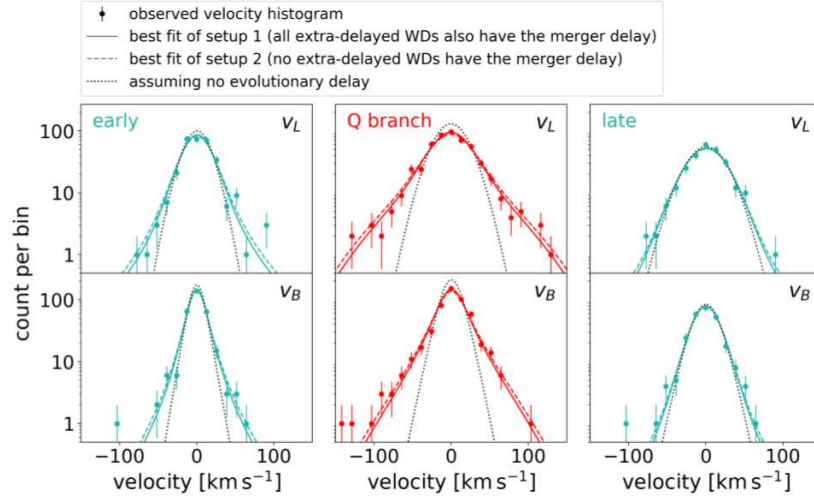


Figura 4.2: Distribuzioni di velocità osservate e derivate dal modello. Sono state considerate entrambe le componenti della velocità trasversale, v_L e v_B . La riga punteggiata mostra il caso in cui non viene preso in considerazione nessun ritardo. I dati osservati corrispondono alle predizioni teoriche, pertanto risulta evidente la necessità di assumere i due ritardi di raffreddamento.

La Figura 4.2 manifesta una forte differenza tra i valori di velocità trasversale misurati e il modello che non prevede ritardi nell'evoluzione. Questa discrepanza interessa maggiormente il Q-branch, in particolare nella sua componente longitudinale. Ciò è a sostegno dell'ipotesi che prevede l'esistenza di una popolazione con un ritardo extra, oltre a quella caratterizzata dal ritardo dovuto alla fusione. Per spiegare la distribuzione di velocità nel Q-branch, c'è bisogno di considerare una fonte di energia che:

- abbia un effetto altamente piccato nel Q-branch;
- sia selettiva, cioè interessi soltanto il 6% delle nane bianche con massa elevata;
- sia potente abbastanza da creare un ritardo di 8 Gyr, in aggiunta a quello già prodotto dalla cristallizzazione e dalla fusione.

Stando a questi requisiti, è già possibile escludere il rilascio di energia dovuto alla separazione di fase e al calore latente, non essendo selettivi e piccati abbastanza.

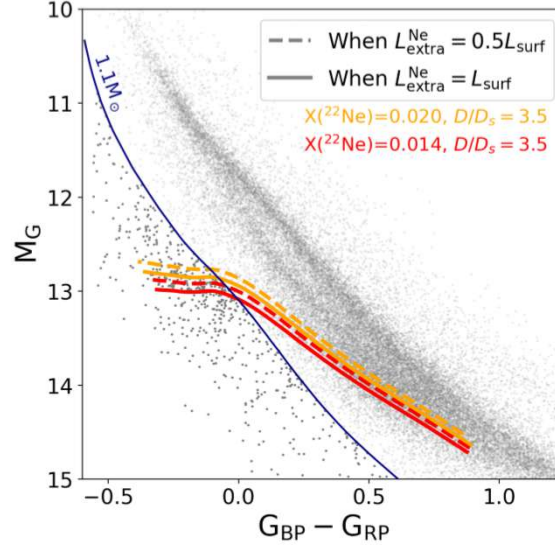


Figura 4.3: Il deposito di ^{22}Ne in nane bianche di tipo DA con nucleo di CO, quando L_{extra}^{Ne} si avvicina a L_{sup} . Nel grafico due diverse abbondanze di ^{22}Ne . L'andamento, la posizione e la pendenza corrispondono al Q-branch.

[6] (Cheng et al., 2019) hanno dimostrato che una possibile energia *extra* potrebbe essere quella originata dalla sedimentazione del ^{22}Ne nel nucleo di CO.

4.2 La sedimentazione del ^{22}Ne

^{22}Ne , ricco di neutroni, è prodotto da carbonio, azoto e ossigeno presenti nel nucleo dei progenitori. Durante la fase del bruciamento dell'idrogeno, il ciclo CNO produce il reagente ^{14}Ne . Durante il bruciamento dell'elio, tutto il ^{14}Ne viene convertito in ^{22}Ne . A causa della presenza di due neutroni in più, ^{22}Ne risente maggiormente della forza di gravità e meno della forza diretta verso l'esterno dovuta al gradiente di pressione degli elettroni. Quindi, i nuclei di ^{22}Ne si depositano gradualmente al centro della nana bianca, rilasciando energia gravitazionale. [18]

Ora bisogna verificare se la sedimentazione del ^{22}Ne soddisfa le condizioni elencate in 4.1. Innanzitutto, bisogna tener conto che il ritardo viene provocato solamente dal contributo frazionario che la sorgente energetica *extra* dà alla luminosità superficiale (L_{extra}/L_{sup}): più è alto, meno si consumerà l'energia termica della stella. In questo modo, il processo di raffreddamento si arresterà o procederà in maniera molto lenta. Assumendo nullo l'effetto di cristallizzazione, L_{extra}^{Ne} eguaglierà L_{sup} ad una tempera-

tura superficiale T_{eff} , il cui valore dipenderà dalla massa della nana bianca. Quando questo accadrà, il processo di raffreddamento verrà bloccato in corrispondenza della temperatura effettiva, finché il ^{22}Ne non sarà terminato. In questo modo, verrà a crearsi un ritardo molto piccato, rispettando la prima delle condizioni richieste in 4.1. In accordo con [18], l'energia rilasciata dalla sedimentazione del ^{22}Ne può essere espressa da:

$$L_{extra}^{Ne} = \int_0^R FVn(^{22}\text{Ne})4\pi r^2 dr \quad (4.2)$$

L_{extra}^{Ne} si basa sull'abbondanza di ^{22}Ne , sulla massa e sulla composizione del nucleo e sul fattore di autodiffusione D/D_s .

Quando una nana bianca si raffredda, L_{sup} diminuisce drasticamente, mentre L_{extra} non subisce grandi variazioni. Le due luminosità si eguaglieranno ad una certa temperatura, che corrisponde alla zona effettiva della sedimentazione del ^{22}Ne , in cui il tasso di raffreddamento viene influenzato significativamente. Questo particolare valore della temperatura è definito come:

$$T_{eff} = K^{0.29} g^{0.65} R^{0.18} \quad (4.3)$$

in cui g e R sono in funzione della massa. In questi calcoli è stata utilizzata la relazione:

$$T_c \propto (T_{eff}^4/g)^{0.41} \quad (4.4)$$

che lega la temperatura centrale a quella superficiale e alla gravità in modo più realistico rispetto alle assunzioni fatte nel modello di Mestel.

La sedimentazione del ^{22}Ne avviene prevalentemente in nuclei di CO e in WD ricche di metalli, perciò anche la condizione di selettività imposta in precedenza viene rispettata. Ritenendo che le nane bianche con massa elevata e nucleo di CO abbiano origine da una fusione, se il ritardo extra nel raffreddamento fosse davvero causato dalla sedimentazione del ^{22}Ne , significherebbe che il *setup 1* del modello è corretto.

Per fare in modo che la sedimentazione del ^{22}Ne abbia un forte effetto, L_{extra}^{Ne} deve essere alta abbastanza da riuscire a eguagliare L_{sup} prima che abbia luogo la cristallizzazione. La parte centrale della nana bianca dovrà quindi essere in uno stato liquido, o equivalentemente dovrà valere $1 < \Gamma < 170$. La cristallizzazione è un processo che può influire sulla sedimentazione del ^{22}Ne riducendo la sua possibilità di movimento nel plasma [18]. Se la cristallizzazione avviene dopo che la nana bianca è giunta in corrispondenza del Q-branch, la sedimentazione del ^{22}Ne è in grado di bloccare il raffreddamento per un tempo pari a circa 8.9 e 6.2 Gyr per nane bianche con massa 1 e 1.2 $M_{\odot}$, rispettivamente. Questi valori sono conformi alle osservazioni.

Ad ogni modo, il tempo di ritardo dipende dalla temperatura alla quale avviene la cristallizzazione. Una bassa temperatura di fusione si traduce in una cristallizzazione tardiva, quindi in un aumento del ritardo causato dal ^{22}Ne .

La sedimentazione del ^{22}Ne ha la capacità di riscaldare la nana bianca e far sì che il nucleo resti nella fase liquida per un tempo maggiore. In questo modo, la L_{extra}^{Ne} le permetterà di brillare più a lungo. Aumentando l'abbondanza del ^{22}Ne è possibile alterare la separazione di fase durante la cristallizzazione .

Stando alle considerazioni fatte finora e facendo riferimento alla figura 4.3, l'ipotesi più probabile è che sia l'energia gravitazionale rilasciata dalla sedimentazione del ^{22}Ne a provocare il ritardo extra che interessa le nane bianche appartenenti al Q-branch.

Capitolo 5

Conclusioni

Dai dati ad altissima precisione di GAIA, che tra i tanti parametri forniscono anche moti propri e parallasse di tutti gli oggetti della Via Lattea, è stato possibile ricostruire il diagramma H-R, in particolare quello delle stelle con bassa luminosità: le nane bianche. In questo diagramma è cruciale la presenza di un accumulo di oggetti con massa elevata in corrispondenza di una regione particolare, detta Q-branch a causa della presenza di nane bianche di tipo Q per una quantità pari a $53 \pm 16\%$. Le caratteristiche delle nane bianche in questione hanno rivelato un'anomalia nell'evoluzione, poiché il processo di cristallizzazione, già tenuto in considerazione nei modelli teorici, non è in grado di procurare un effetto così piccato. Le informazioni ricavate dalla velocità trasversale mostrano un eccesso di nane bianche con $v_T > 70 km s^{-1}$ che, stando alla relazione età-velocità di dispersione, presentano un'età fotometrica molto minore di quella reale. I dati numerici suggeriscono l'esistenza di un ritardo extra differente da quello derivante dalla cristallizzazione o dall'evoluzione binaria tipica di nane bianche massicce. Questo ritardo extra necessita di un'ulteriore fonte di energia, selettiva, con un effetto piccato e abbastanza forte da far sì che il ritardo prodotto sia di circa 8 Gyr. Per studiare il comportamento delle nane bianche che presentano questo ritardo extra, è stata ipotizzata l'esistenza di tre popolazioni distinte: una di stelle evolute singolarmente con un normale raffreddamento, una con evoluzione binaria e il conseguente ritardo nel raffreddamento e una caratterizzata, appunto, dalla presenza del ritardo extra. Inoltre, sono stati valutati i casi in cui quest'ultima presenti, per tutte o per nessuna componente, il ritardo dovuto alla fusione. Il modello statistico ha utilizzato la discrepanza tra l'età fotometrica e l'età dinamica ricavata dalla distribuzione di velocità per quantificare il ritardo extra. È risultato che circa il 6% delle nane bianche con massa compresa tra $1.08-1.25 M_{\odot}$ subiscono un ritardo extra nel raffreddamento che le porta a fermarsi per circa 8

Gyr in prossimità del Q-branch. Circa il 20% delle DQ appartenenti al Q-branch ha origine dalla fusione di due nane bianche. In sintesi, partendo dalla distribuzione di velocità, è stato supposto che tutte le nane bianche di tipo Q che si trovano nel Q-branch fanno parte della popolazione con un ritardo extra nel raffreddamento. Esse formano un'altra classe di nane bianche di tipo Q, oltre alle DQ calde e le DQ standard. Inoltre, i dati numerici mostrano che questa nuova classe di oggetti può essere un'evoluzione delle DQ calde, avendo entrambe origine dalla fusione di due nane bianche.

L'ipotesi avanzata per rispondere a questo comportamento anomalo è che l'energia extra venga prodotta dalla sedimentazione del ^{22}Ne nel nucleo di CO. In effetti, questo processo è in grado di produrre un effetto estremamente piccato, conforme alle osservazioni, poiché l'energia gravitazionale prodotta dalla sedimentazione del ^{22}Ne mantiene la nana bianca calda per un lungo periodo di tempo. La zona effettiva della sedimentazione del ^{22}Ne corrisponde in forma e posizione al Q-branch. Tenendo presente questo processo, andranno riconsiderati tutti i risultati ottenuti finora collegati all'AVR, alla formazione stellare e alla distribuzione di massa delle nane bianche massicce.

Ringraziamenti

Ringrazio la mia relatrice, la Prof.ssa Paola Marigo, per la professionalità e la dedizione con la quale mi ha seguita, a distanza, in un momento particolare e delicato come quello che stiamo vivendo adesso. Ringrazio le persone con cui ho condiviso questo percorso, vicine e lontane, e la mia famiglia.

Bibliografia

- [1] Salaris M., Cassisi S., *Evolution of Stars and Stellar Populations*, J. Wiley, 2004
- [2] Cummings J.D., Kalirai J.S., Tremblay P.E., et al., The white dwarf initial-final mass relation for progenitor stars from 0.85 to 7.5 $M_{\odot}$
- [3] Cheng S., Cummings J.D., Ménard B., A cooling anomaly of high-mass white dwarfs, 2019
- [4] Tremblay P.E., Fontaine G. et al., Core crystallisation and pile-up in the cooling sequence of evolving white dwarfs stars, 2019
- [5] Isern J., Hernanz M. et al., *The physics of crystallizing white dwarfs*, 1997
- [6] Cheng S., Two delays in white dwarfs evolution revealed by GAIA, 2019
- [7] Cheng S., Cummings J.D., Ménard B., Toonen S., Double-white dwarf merger products among high-mass white dwarfs, 2020
- [8] Marigo P., *Appunti del corso di Astrofisica teorica*, 2019
- [9] Dufour P., Bergeron P., Fontaine G., Detailed spectroscopic and photometric analysis of DQ white dwarfs, 2005
- [10] Dufour P., Fontaine G., et al., Follow-up observations of the second and third known pulsating hot DQ white dwarfs, 2009
- [11] Dufour P., Fontaine G., Vornanen T., et al., White dwarfs with carbon dominated atmosphere: new observations and analysis, 2013
- [12] Williams K.A., Winget D.E., et al., Photometric variability in a warm, strongly magnetic DQ white dwarf, SDSS J103655.39+652252.2, 2013

- [13] Dan M., Rosswog S., et al., The structure and fate of white dwarf merger remnants, 2014
- [14] Sharma S. et al., Kinematic modeling of the Milky Way using the RAVE and GCS Stellar Survey, 2014
- [15] Temmink K.D., Toonen S. et al., The fault in our stars: underestimating the age of single white dwarfs due to binary mergers, 2019
- [16] Rowell N., Kilic M., The kinematics of Galactic disc white dwarfs in GAIA DR2, 2019
- [17] Schorinch R., Binney J., Dehnen W., Local kinematics and the local standard of rest, 2010
- [18] Bildsten L., Hall D.M., Gravitational settling of ^{22}Ne in liquid white dwarf interiors, 2001