

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"

CORSO DI LAUREA IN
FISICA

La Macchina di Antikythera e il Realismo di Tolomeo

Relatore:

PROF. GIULIO PERUZZI

Laureando:

MATTEO PERNINI

1001726

Anno Accademico 2020/2021

Abstract

Che nella stesura della sua opera fondamentale, l'Almagesto, Claudio Tolomeo abbia attinto dai risultati dell'astronomia ellenistica è fatto acclarato. L'esistenza di alcuni antichi manufatti quali la Macchina di Antikythera sembrano, però, in contraddizione con alcune affermazioni presenti nell'Almagesto circa lo stato delle conoscenze sul cosmo raggiunto dai pensatori del IV-I secolo a.C. Scopo della presente disamina è quello di approfondire il rapporto tra Tolomeo e le sue fonti ellenistiche, indagando se egli avesse o meno coscienza dell'esistenza di una teoria planetaria antecedente al suo lavoro.

Indice

1	L’<i>Almagesto</i> e le sue fonti	1
2	La Macchina di Antikythera	5
2.1	La struttura della Macchina	6
2.2	Il funzionamento della Macchina	10
2.3	Il meccanismo pin-and-slot	14
2.4	Confronto fra le stime dell’anomalia lunare in Ipparco e nella Macchina di Antikythera	17
2.5	Accuratezza della Macchina di Antikythera e stima degli errori . .	25
2.6	Scienza e tecnica nell’età ellenistica	29
3	La contraddizione di Tolomeo	31
3.1	<i>Ipotesi e fenomeni</i> nell’età ellenistica	33
3.2	<i>Ipotesi e fenomeni</i> nell’ <i>Almagesto</i>	36
4	Conclusioni	41
A	<i>Sulla forma degli ingranaggi e la precisione della Macchina di Antikythera</i>	45
B	<i>Sui sistemi di numerazione nell’Almagesto e la matematica pre-tolomaica</i>	47
	Bibliografia	53

Capitolo 1

L'Almagesto e le sue fonti

Se si pensa che essa ha costituito il riferimento dell'astronomia matematica per quattordici secoli, dal II d.C. (si stima un periodo di composizione intorno al 150 d.C.) sino all'affermazione del modello copernicano, non è peregrino affermare che la *Sintassi Matematica* (meglio nota col nome datole dagli Arabi, l'*Almagesto*) sia di fatto l'opera astronomica più letta e studiata della storia. Del suo autore, Claudio Tolomeo, si hanno poche e lacunose notizie, desunte per lo più dal contenuto delle opere pervenuteci, di cui l'*Almagesto* è indubbiamente la punta di diamante. In esso è sviluppata una teoria del cosmo – geocentrico e delimitato dalla sfera delle stelle fisse – che, per mezzo di strumenti geometrici, consente di prevedere le posizioni di Sole, Luna e cinque pianeti osservabili a occhio nudo per un tempo indefinito. Tale teoria, come è noto, è basata sulla composizione di moti circolari uniformi¹, il che rendeva il modello assai efficiente, dato che la descrizione dei movimenti dei pianeti come successione di moti circolari uniformi, in cui la prima orbita (il *deferente*) è centrata sulla Terra e le successive (gli *epicicli*) sui punti che descrivono la circonferenza precedente è equiparabile, come osservato originariamente da Giovanni Schiapparelli e in tempi più recenti formalmente dimostrato da Giovanni Gallavotti², alla moderna espansione in serie di Fourier. La precisione nella descrizione del moto è, dunque, tanto maggiore, quanto maggiore è il numero di epicicli usati. Scrive lo storico della scienza Lucio Russo che nell'*Almagesto*

«il numero di moti circolari necessari per ottenere un buon accordo
con i dati sperimentali viene ridotto a due (un 'deferente' e un epiciclo)

¹Idea, come nota L. Russo, già usata da Apollonio di Perga, Cfr. L. Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 109.

²G. Gallavotti, *Quasi periodic motions from Hipparchus to Kolmogorov*, in: Rendiconti Accademia Nazionale dei Lincei, Matematica e Applicazioni, 2001, pp. 125-152.

mediante l'introduzione di eccentrici (spostando, cioè, il centro del 'deferente' dalla posizione della Terra) e di equanti (supponendo cioè che i moti considerati [...] abbiano velocità angolare costante rispetto a un punto, detto punto equante)»³

Nel costruire una teoria tanto elaborata, Tolomeo poté fondare in larga misura il proprio lavoro sulle speculazioni e i risultati ottenuti dai suoi predecessori di età ellenistica⁴, fra cui vanno senz'altro ricordati almeno Aristarco di Samo, Apollonio di Perga, Eratostene e Ipparco, le cui opere, però, come in genere la maggior parte dei contributi astronomici dell'antichità, sono andate perdute, probabilmente oscurate e "rese obsolete" dal successo dell'*Almagesto*⁵. Si sarebbe dunque tentati di pensare (come, di fatto, si pensò per molti secoli), in ottemperanza a un sottaciuto principio di crescita monotona del sapere umano, che tutte le conoscenze astronomiche anteriori all'*Almagesto* siano in esso confluite a formare la base su cui Tolomeo edificò la propria rivoluzionaria visione del cosmo. Dal momento, però, che l'astronomia pre-tolomeica viene ricostruita a partire dalle informazioni contenute nell'*Almagesto*, si vede bene come la sbrigativa conclusione abbia il carattere di una tautologia. A ciò si aggiunga che, a partire dal 212 a.C., anno del sacco di Siracusa e dell'avanzata delle truppe romane nel Mediterraneo, l'età d'oro del sapere ellenistico andò rapidamente declinando, molti pensatori furono perseguitati o ridotti in schiavitù, la celebre biblioteca di Alessandria passò dalla direzione di Aristarco di Samotracia, uno dei massimi filologi dell'antichità, a quella di un generale romano di cui è rimasto solo il nome, Cida, e gli studi astronomici cessarono quasi del tutto per oltre due secoli. A riprova di questo si legga la seguente osservazione di Lucio Russo:

«Questa interruzione, che è spesso ignorata, risulta anche dalle date delle osservazioni astronomiche citate nell'*Almagesto*, che sono distribuite su un periodo di quasi un millennio, dal 720 a.C. al 150 d.C. con una significativa interruzione di 218 anni: dal 126 a.C. (data dell'ulti-

³L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 110.

⁴Si intende, con età ellenistica, un preciso contesto storico e culturale, collocato tra il IV e il I secolo a.C. e avente il suo centro ad Alessandria d'Egitto.

⁵In particolare, scrive G.J. Toomer nell'introduzione alla sua traduzione inglese dell'*Almagesto*: "its success contributed to the loss of the most of the work of Ptolemy's scientific predecessors notably Hipparchus, by the end of antiquity, because, being obsolete, they ceased to be copied", Cfr. G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd, Londra, 1984, p. 1.

ma osservazione citata di Ipparco) al 92 d.C. (data di un'osservazione della Luna di Agrippa).⁶»

In un articolo del 1994⁷ lo stesso Russo aveva proposto un interessante istogramma, mutuato a sua volta da un testo di G. J. Toomer, in cui si registrava il numero di osservazioni astronomiche per quinquennio. Lo riproponiamo di seguito in Figura 1.1 quale chiara illustrazione del vuoto di due secoli di cui si è detto.

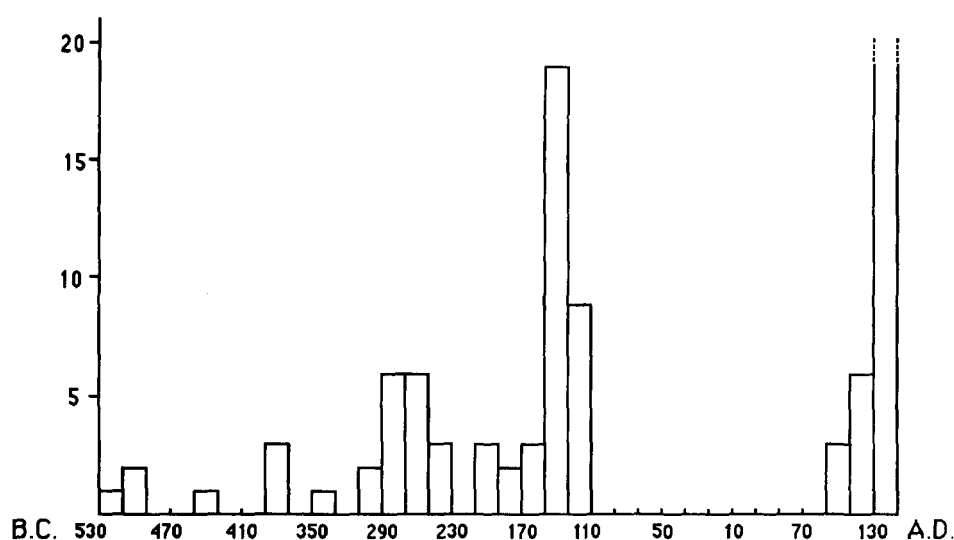


Figura 1.1: Per ragioni grafiche quattro osservazioni di eclissi lunari negli anni 720 a.C. – 620 a.C. sono state omesse. Le prime osservazioni che seguirono l'età di Ipparco riguardarono la Luna e furono negli anni 92 d.C. e 98 d.C., rispettivamente a nome di Agrippa e Menelao. Immagine tratta da Russo (1994)

Alla luce di ciò, si nota l'impossibilità di porre Tolomeo in diretta continuità con la tradizione precedente; né ciò è tutto, dato che a questo vuoto di oltre due secoli ha corrisposto un inevitabile regresso metodologico. Scrive, ancora, Russo: "abbiamo già visto in più casi come l'interruzione dell'insegnamento orale avesse reso incomprensibili le antiche opere conservate"⁸, facendo poi l'esempio di Epiteto, che all'inizio del II secolo d.C. ammette di non essere più in grado di capire le opere di Crisippo. È dunque chiaro quanto si debba dubitare dell'attendibilità delle considerazioni tolemaiche sul pensiero antico, in specie per il fatto che esse

⁶L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 259.

⁷L. Russo, *The Astronomy of Hipparchus and his time: A study based on pre-ptolemaic sources*. In: *Vistas in Astronomy*, vol. 38, 1994, p. 210.

⁸L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 259.

dovevano risultargli sostanzialmente inaccessibili nella loro forma originaria per via del divario culturale che li separava. A dispetto dell'orgoglio con cui Tolomeo si intesta il primato dell'elaborazione di una teoria planetaria, va sottolineato che non solo in età ellenistica era stata elaborata un'ipotesi eliocentrica (come dedotto dal celebre passo dell'*Arenario*, in cui Archimede attribuisce l'intuizione della centralità del Sole ad Aristarco⁹).

Come chiaro esempio di quanto progredite fossero le conoscenze astronomiche (e tecniche) nell'età ellenistica, basti considerare la Macchina di Antikythera, un manufatto recuperato agli albori del secolo scorso, cui è dedicato il prossimo capitolo.

⁹"His [di Aristarco, *ndr*] hypotheses are that the fixed stars and the sun remain unmoved, that the earth revolves about the sun in the circumference of circle, the sun lying in the middle of the orbit...", Cfr. T.L. Heath (a cura di), *The Works of Archimedes*, Dover Publications, London, 2002, p. 302.

Capitolo 2

La Macchina di Antikythera

Nell'estate del 1902 un gruppo di pescatori di spugne, persa la rotta a causa di una tempesta, dovette rifugiarsi presso Antikythera, un'isoletta rocciosa a sud del Peloponneso. In quell'occasione fu scoperto, al largo della costa, il relitto di una nave, al cui interno venne ritrovata un'oggettistica di pregio assai variegata, tra cui alcune monete, che permisero di datare il naufragio intorno al 60 a.C. Il rinvenimento più singolare fu, però, quello dei resti di un meccanismo, poi denominato Macchina di Antikythera, in grado di simulare il moto longitudinale di Sole, Luna e pianeti, prevedere l'occorrenza di eclissi e fornire ulteriori nozioni di natura calendariale. Essa è il più antico¹ esemplare a noi pervenuto di *sphairopoiia* (dal greco "costruzione di sfere"), nome con cui si indica la pratica di costruire modelli che imitino la geometria e i movimenti dei corpi celesti². Si tratta – secondo la ricostruzione operata da John Seiradakis e Michael Edmunds³ – di un oggetto rettangolare di piccole dimensioni (330 mm x 180 mm x 80 mm), realizzato in bronzo e dotato di una copertura in legno e di due lastre protettive, anch'esse in bronzo, con delle iscrizioni, che spiegano il ruolo dei vari quadranti e le modalità di funzionamento. Dal relitto furono recuperati 82 frammenti, attualmente conservati presso il Museo Archeologico Nazionale di Atene. Tra questi quello di maggiori dimensioni è il cosiddetto frammento A (180 mm x 150 mm), che comprende all'incirca 27 ingranaggi, mentre i più piccoli presentano dimensioni

¹X. Moussas, *The Antikythera Mechanism, the oldest known astronomical device and Mechanical Universe*, EPSC Abstracts, Vol. 5, 2010.

²Va qui specificato come alla medesima nozione di *sphairopoiia* pertengano, del pari, meccanismi di notevole complessità quali la Macchina di Antikythera e semplici sfere armillari. La stessa Macchina, poi, seguendo l'ipotesi condivisa dai ricercatori, sarebbe stata, di fatto, uno strumento didattico più che professionale, come si vedrà in seguito.

³J. H. Seiradakis, M. G. Edmunds, *Our Current Knowledge of the Antikythera Mechanism*, in: *Nature Astronomy*, 2018, pp. 35-42.

anche di pochi millimetri.

2.1 La struttura della Macchina

Sul lato frontale del dispositivo (Figura 2.1) era indicata, tramite l'impiego di sette lancette, la posizione di Luna, Sole e cinque pianeti su una scala graduata, suddivisa in dodici parti di circa 30° l'una e associate ai corrispondenti segni zodiacali.



Figura 2.1: Ipotesi di ricostruzione di come doveva apparire esternamente la Macchina. Immagine tratta da Seiradakis e Edmunds (2018)

Sebbene di questa ghiera – come, del resto di molte altre parti della macchina – non ci siano pervenuti frammenti, possiamo inferirne l'esistenza dalle iscrizioni trovate sulla tavoletta bronzea che fungeva da copertura e riportava, come detto, istruzioni sul funzionamento. Una seconda scala, posta su una ghiera esterna, portava incisi i nomi dei dodici mesi secondo il calendario egiziano ed era suddivisa in 365 tacche, corrispondente ciascuna a un giorno dell'anno. L'impiego del calendario egiziano come strumento di scansione temporale era particolarmente utile nell'astronomia antica, in quanto, essendo in esso invariabile il numero di giorni dell'anno, consentiva di stimare con soddisfacente precisione gli intervalli tra le diverse osservazioni di un dato fenomeno celeste. A tal proposito, però, la discrepanza di 6 ore tra anno egiziano e anno solare, causava nel primo il ritardo di un giorno ogni quattro anni: da ciò la necessità che la ghiera esterna del dispositivo di Antikythera potesse ruotare per mano dell'utente, così da adattare la scansione dei giorni alla sottostante scala zodiacale. Le parti superiore e inferiore del lato frontale erano poi occupate da un *parapegma*, di cui ci sono pervenuti

alcuni frammenti. Esso era una sorta di almanacco che raccoglieva informazioni su eventi astronomici o connetteva questi ultimi – ad esempio solstizi ed equinozi, come anche il tramonto eliaco di una stella fissa – a particolari condizioni meteorologiche ad essi associate o da essi causate.

Per quanto concerne il meccanismo sul lato posteriore del dispositivo, una iscrizione, trovata su un frammento, ci aiuta a far luce sul suo funzionamento; essa recita: "spirale divisa in 235 sezioni"⁴. Tale numero è significativo, in quanto corrisponde ai mesi lunari o "sinodici" (ossia all'intervallo di tempo che separa due identiche fasi lunari) che compongono il ciclo di Metone. Esso coincide col ritorno della Luna nella stessa fase nel medesimo giorno dell'anno. Le 235 sezioni, disposte a spirale, che occupano la parte superiore del retro del dispositivo (Figura 2.2), non possono allora che riferirsi a questa notazione calendariale, tanto più che all'interno della spirale si trovavano in origine altri due quadranti divisi in quattro settori. Questa precisa ripartizione in quarti e la presenza del vicino ciclo di Metone lasciano pochi dubbi sul fatto che uno dei due quadranti fosse deputato a scandire gli anni secondo il ciclo di Callippo, ossia un ciclo di 76 anni a seguito del quale Sole, Luna e Terra si ritrovano nelle stesse posizioni relative, e che corrisponde al periodo necessario per il verificarsi di 940 lunazioni, il che a sua volta coincide con quattro volte un ciclo di Metone (meno un giorno⁵). È bene ora sottolineare che l'impiego di queste scansioni temporali riferite a precisi eventi astronomici era, nell'antichità, strettamente legato ai ritmi della natura, e di conseguenza cadenzava l'intera vita dei popoli del Mediterraneo orientale, dalle incombenze legate all'agricoltura ai riti religiosi. Le Olimpiadi, per fare un esempio che si ritrova scritto sul retro della Macchina di Antikythera, cominciavano in occasione di una luna piena a mezzo dell'estate – il che suggerisce cadessero tra il primo e il secondo mese dopo il solstizio. Si comprende allora l'importanza di un dispositivo calendariale che consentisse di prevedere con buona precisione le occorrenze astronomiche cui si legavano i riti e la vita delle comunità del Mediterraneo. Da ciò l'intuizione di Freeth et al. (2008) che il secondo ciclo quadripartito all'interno della spirale di Metone fosse associato ai giochi panellenici di Olimpia, Delfi, Nemea e Corinto⁶.

Per determinare la natura del meccanismo sulla parte inferiore della parete retrostante possiamo adoperare il medesimo sistema, interrogando le iscrizioni

⁴Freeth et al., *Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism*, in: *Nature*, vol. 444, 2006, p. 587.

⁵*Ibid.*

⁶Freeth, T., Jones, A., Steele, J. M., Bitsakis, Y., *Calendars with Olympiad display and eclipse prediction on the Antikythera mechanism*, in: *Nature*, 2008, vol. 454, pp. 614–617.

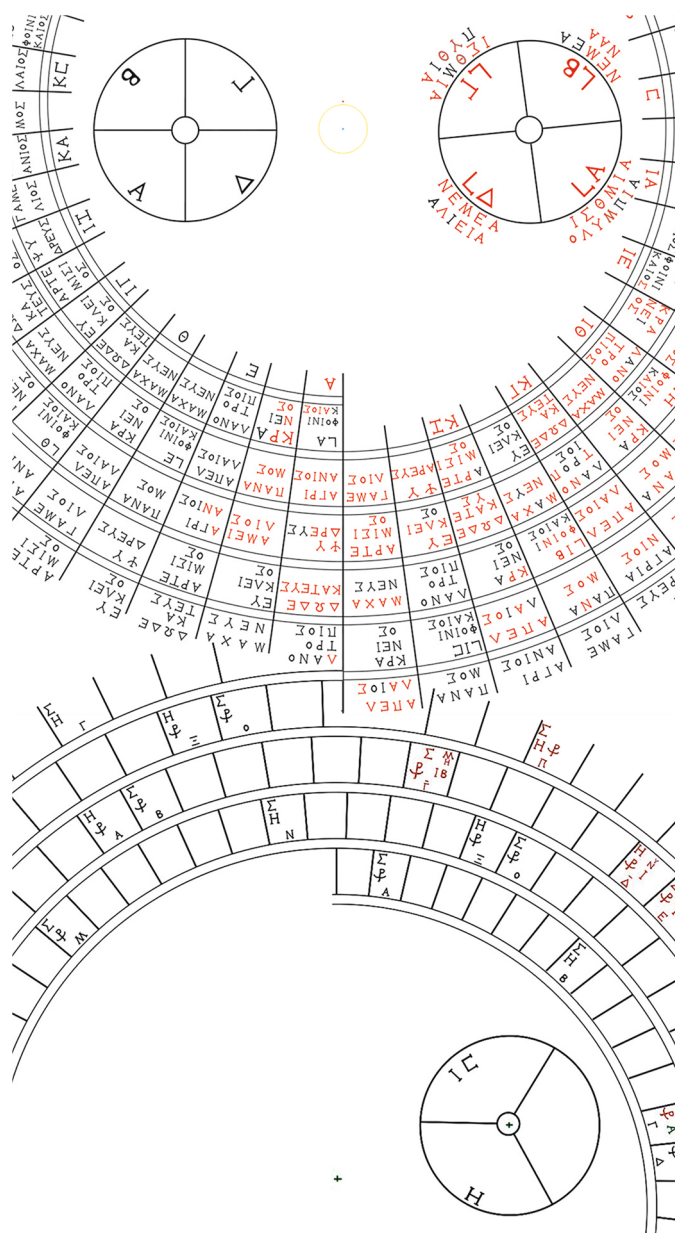


Figura 2.2: Struttura delle due spirali sul retro della Macchina di Antikythera. Immagine tratta da Freeth et al. (2006)

pervenuteci. Accanto a quella che ci appare come una seconda spirale leggiamo la parola "Pharos" e alcune indicazioni geografiche, quali "da sud", "verso est", "ovest-nord-ovest" e "est-sud-est"⁷, il che suggerisce che il meccanismo fosse una sorta di calendario delle eclissi, poiché queste si verificano in limitate aree geografiche ed era frequente che le loro osservazioni fossero nell'antichità accompagnate da una registrazione dei venti e della loro direzione. Tutto ciò lascia supporre

⁷Freeth et al., *Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism*, in: *Nature*, vol. 444, 2006, p. 588.

che la seconda spirale rappresentasse il ciclo di Saros, ossia il periodo dopo cui si ripetono le medesime eclissi lunari e solari, corrispondente a 223 mesi sinodici. L'origine di questo ciclo si pone all'intersezione di tre importanti periodi lunari:

- il ritorno alla stessa fase, poiché una eclissi potrà verificarsi solo in concomitanza di Luna nuova o Luna piena (mese sinodico, pari a 29,53 giorni);
- l'attraversamento da parte della Luna del piano orbitale Terra-Sole, (mese draconico, pari a 27,21 giorni);
- il passaggio del Sole per uno stesso nodo (anno draconico, pari a 346,62 giorni).

Di questi tre valori il minimo comune multiplo è 6585, per l'appunto corrispondente, a meno di 8 ore, al numero di giorni in 223 mesi sinodici⁸. Per correggere questa imprecisione – nel lungo periodo sempre più rilevante – era previsto un quadrante ausiliario nello spazio interno alla spirale, che riproduceva il ciclo di Exeligmos, ossia un periodo di 54 anni, pari a tre cicli di Saros. Il quadrante era internamente tripartito e due dei settori presentavano iscrizioni con i numeri 8 e 16. In questo modo, a seconda di dove si trovava la lancetta più piccola, era possibile sapere quante ore dovevano essere aggiunte all'orario indicato dal puntatore principale. Lungo la spirale del ciclo di Saros l'analisi tomografica ha rilevato la presenza di alcuni segni a intervalli di uno, cinque e sei mesi. Si tratta, quasi certamente, di previsioni di eclissi, in cui la lettera Σ fa riferimento alle eclissi lunari e la lettera H indica invece quelle solari. Quando il puntatore raggiungeva una di queste iscrizioni, l'utente sapeva che in quel mese una eclissi solare o lunare avrebbe potuto verificarsi e ulteriori segni incisi lungo la spirale lo avrebbero informato anche, seppure approssimativamente, dell'eventuale orario di picco. La ragione principale per cui i due cicli suddetti siano rappresentati tramite una forma a spirale è suggerita dall'analisi dei frammenti (in specie il cosiddetto frammento B, delle dimensioni dell'ordine di qualche centimetro) tramite tomografia computerizzata. In seguito a questo studio si è ipotizzata la presenza di una lancetta o puntatore, dotata di un piccolo perno in punta, che veniva posizionato lungo le scanalature della spirale. Azionando il meccanismo

⁸"The Saros cycle is not an integer number of days (6585 e 1/3), causing the eclipses in successive cycles to be displaced by eight hours in time (and solar eclipses, only visible at limited geographical locations, to be displaced by 120° in longitude)". Cfr. Freeth et al., *Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism*, in: *Nature*, vol. 444, 2006, p. 588.

tramite la manovella esterna, la lancetta ruotava e il perno, come la punta di un giradischi, la obbligava a seguire il piccolo solco della spirale, muovendosi dall'interno verso l'esterno. Ciò era reso possibile da un piccolo binario centrale, cui il puntatore era fissato e che gli consentiva di muoversi radialmente: giunto a fine corsa – ossia al termine della spirale – sarebbe toccato all'operatore riportarlo manualmente nella posizione di partenza.

2.2 Il funzionamento della Macchina

Di seguito presentiamo una breve ricostruzione del funzionamento del meccanismo così com'è proposta in Edmunds (2014), utilizzando le informazioni relative ai cicli esposte nel precedente paragrafo per valutare la bontà delle ipotesi avanzate dagli studiosi. Come osservato in Figura 2.1, sulla parete destra del dispositivo c'era una manopola che, se ruotata, metteva in moto un ingranaggio principale dotato di 48 denti a sezione triangolare⁹. A prima vista tali triangoli si direbbero grossomodo equilateri, ma l'apertura dell'angolo corrispondente alla punta smussata è più prossima ai 75° che ai 60°. Cinque dei trenta ingranaggi pervenutici sono completi, mentre altri sette, seppure danneggiati, rivelano una ghiera con sequenze continue di metà o più denti. Per i rimanenti ingranaggi, o frammenti di essi, è stato possibile stimare il numero di denti originariamente previsto adattando un modello alle immagini ricavate dall'analisi tomografica a raggi X dei reperti e valutandone l'incertezza previa minimizzazione dello scarto quadratico medio. In conclusione, per 14 degli ingranaggi si è potuto ricostruire con buona precisione l'aspetto originale, mentre per altri 15 l'errore è compreso entro due denti. La seguente ricostruzione del movimento delle ruote dentate all'interno del meccanismo è da considerarsi in via ipotetica, sebbene, come si vedrà, supportata da significative evidenze, e prevede l'utilizzo di 29 dei 30 ingranaggi o frammenti, con l'aggiunta di 3 ghiera, la cui presenza è da assumere in via ipotetica – e che vanno considerate di fatto perdute – il cui numero di denti è stato stimato consistentemente con la loro plausibile dimensione (a sua volta dedotta dalla necessaria collocazione all'interno del meccanismo per il funzionamento dei quadranti esterni). Seguendo la notazione proposta in Freeth et al. (2006), ciascun ingranaggio è denominato attraverso la combinazione di una lettera, corrispondente all'asse

⁹Per una trattazione di come la scelta di questa geometria si ripercuotesse sul buon funzionamento del meccanismo e per una valutazione della sua precisione in relazione ad altre macchine e calcolatori di epoca successiva si rimanda all'Appendice A.

su cui è montato, e di un numero in ordine crescente man mano che ci si sposta dalla parete frontale a quella posteriore.

In Figura 2.3 è mostrato il funzionamento della spirale alta sulla parete posteriore, ossia quella relativa al ciclo di Metone e al corrispettivo ciclo ausiliario di quattro anni corrispondente ai giochi olimpici. Le seguenti immagini, di volta in volta, vedranno colorati in giallo gli ingranaggi di cui ci interesseremo, in verde quelli solo ipotetici e di cui non ci è pervenuta traccia e in rosso quelli rimanenti. Vediamo ora che la rotazione della manopola esterna, azionando la ruota a 48 denti denominata $a1$, trasferisce il movimento a tutti gli ingranaggi interni, sino ad azionare le lancette e i puntatori che esternamente segnano il trascorrere degli anni. Dal punto di vista della nomenclatura – desunta dalla trattazione di Edmunds (2014) – è bene dire che ciascun ingranaggio sarà indicato, come sopra esposto, in notazione alfanumerica e porterà indicato tra parentesi il relativo numero di denti della ghiera (stimato o presunto). Inoltre il segno ”+” corrisponderà a un collegamento tra ingranaggi che si trovano sul medesimo asse, mentre un segno ”-” farà riferimento a ruote, montate su bracci distinti, con denti a contatto.

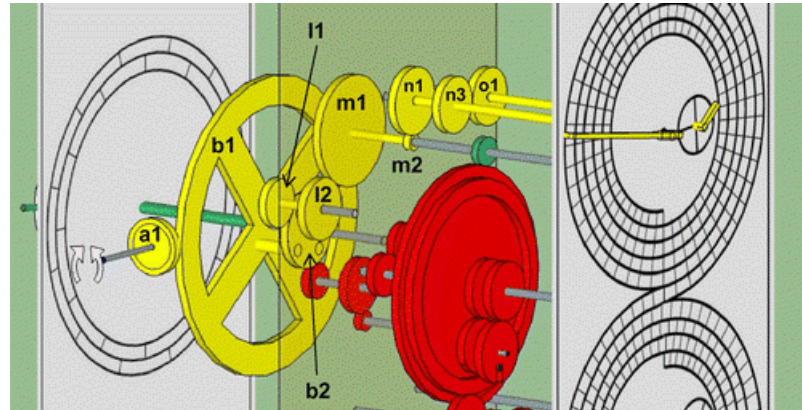


Figura 2.3: Ricostruzione grafica tratta da Edmunds (2014) del funzionamento del ciclo di Metone e del ciclo ausiliario di quattro anni relativo ai giochi olimpici

L'ingranaggio $b1$ (relativo al già nominato frammento A , quello di maggiori dimensioni) è connesso al puntatore relativo al Sole e, dunque, un suo giro completo coincide con il trascorrere di un anno solare. Per N giri – ossia N anni – di $b1$, che si trova sullo stesso asse di $b2$, le corrispondenti rotazioni sono:

$$\text{Ciclo di Metone: } b2(64) - l1(38) + l2(53) - m1(96) + m2(15) - n1(53) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ciclo dei giochi: } & b2(64) - l1(38) + l2(53) - m1(96) + m2(15) + \\ & - n1(53) + n3(57) - o1(60) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Da cui, rispettivamente:

$$\text{Ciclo di Metone: } N \times \frac{64}{38} \times \frac{53}{96} \times \frac{15}{53} = N \times \frac{5}{19} \quad (2.3)$$

$$\text{Ciclo dei giochi: } N \times \frac{64}{38} \times \frac{53}{96} \times \frac{15}{53} \times \frac{57}{60} = N \times \frac{1}{4} \quad (2.4)$$

Si vede quindi che per 19 rotazioni complete di $b1$ il puntatore del ciclo di Metone completa 5 rotazioni sul suo quadrante, di fatto giungendo alla fine della spirale. E poiché, come ricordato in Freeth et al. (2006), i 235 mesi lunari che compongono le stazioni del ciclo corrispondono con buona approssimazione a 19 anni solari, il calcolo appena svolto corrobora l'ipotesi che il quadrante in oggetto fosse deputato a rappresentare il ciclo di Metone. Similmente si può concludere per la corretta attribuzione del quadrante interno a strumento deputato alla scansione dei quadriennali giochi olimpici, dacché un suo ciclo completo è ottenuto dopo 4 giri di $b1$ (ossia al trascorrere di 4 anni solari).

Un calcolo analogo può essere applicato al quadrante inferiore, ossia al ciclo di Saros, per il quale, essendo esso pari a 223 mesi lunari (≈ 18 anni solari), ci si attende che un intero ciclo della spirale (ossia 4 giri) venga completato dopo circa 18 giri completi del puntatore solare. Gli ingranaggi del ciclo in oggetto sono rappresentati di seguito in colore giallo in Figura 2.4:

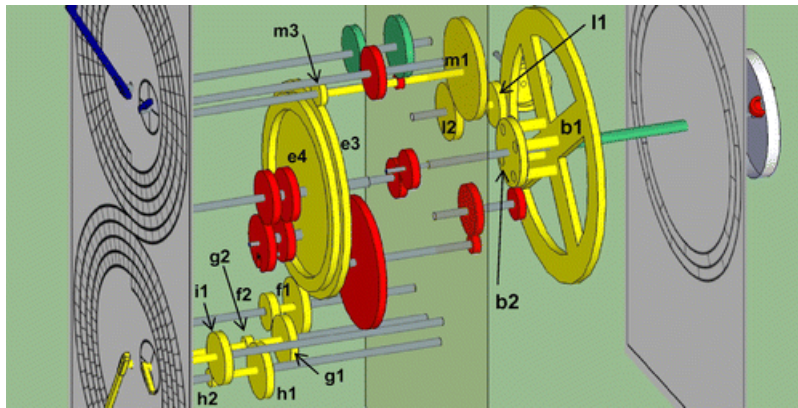


Figura 2.4: Ricostruzione grafica tratta da Edmunds (2014) del funzionamento del ciclo di Saros

$$\begin{aligned} \text{Ciclo di Saros: } & b2(64) - l1(38) + l2(53) - m1(96) + m3(27) + \\ & - e3(223) + e4(188) - f1(53) + f2(30) - g1(54) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Da cui, come sopra, si ricava il seguente calcolo, che conferma i valori attesi nel caso del ciclo di Saros:

$$\begin{aligned} \text{Ciclo dei giochi: } N \times \frac{64}{38} \times \frac{53}{96} \times \frac{27}{233} \times \frac{188}{53} \times \frac{30}{54} = \\ = N \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{235}{223}\right) \approx N \times \left(\frac{4}{18,029}\right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ci occupiamo infine di svolgere le medesime operazioni nel caso del cosiddetto "pin-and-slot mechanism", ossia un dispositivo, incluso nei frammenti pervenuti, che aveva il fine di riprodurre l'anomalia lunare¹⁰ e di cui, costituendo esso di fatto l'elemento chiave della nostra ricerca, ci occuperemo diffusamente nel prossimo paragrafo.

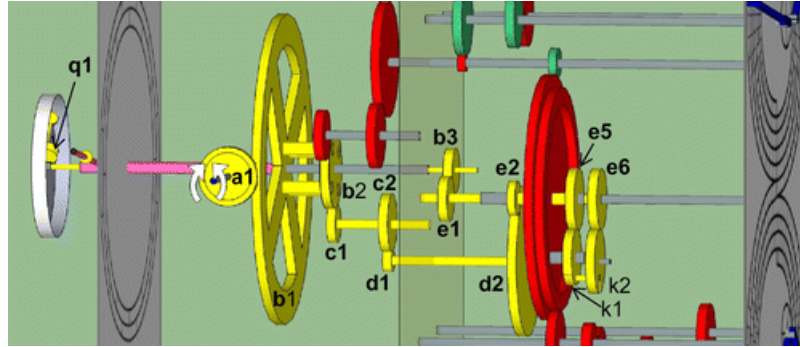


Figura 2.5: Ricostruzione grafica tratta da Edmunds (2014) del treno di ingranaggi che riproduce l'anomalia lunare tramite l'impiego del meccanismo pin-and-slot

Come si vede nel sistema di ingranaggi in giallo in Figura 2.5, la rotazione dell'ormai consueto $b2$ (azionato tramite la manopola esterna e connesso al puntatore solare) trasferisce il movimento alle coppie di ingranaggi $(e2, e5)$ e $(e1, e6)$ montate su un doppio asse concentrico, che azionano di rimando la ruota $b3$, deputata in origine ad azionare il puntatore lunare sul quadrante frontale della Mac-

¹⁰Il contenuto di questa sezione è prevalentemente tratto da C. Carman, A. Thorndike e J. Evans, *Solar Anomaly and Planetary Displays in the Antikythera Mechanism*, in: *Journal for the History of Astronomy*, Vol. 41, 2012, pp. 1-40.

china. Adoperando il medesimo schema alfanumerico dei cicli precedentemente esaminati, si ottiene:

$$\begin{aligned} \text{Puntatore lunare: } & b2(64) - c1(39) + c2(48) - d1(24) + d2(127) - e2(32) + \\ & - e5(50) - k1(50)[+]k2(50) - e6(50) + e1(32) - b3(32) \end{aligned} \quad (2.7)$$

L'impiego del simbolo $[+]$ fa riferimento al fatto che gli ingranaggi $k1$ e $k2$ giacciono su due assi leggermente sfasati, accorgimento che, come verrà spiegato nel prossimo paragrafo, consente di rendere variabile la velocità angolare di rotazione degli ingranaggi e dunque di riprodurre in prima approssimazione l'effetto dell'anomalia lunare. Segnaliamo, inoltre, che le ultime tre coppie di ingranaggi menzionate in formula $(e5, k1)$, $(k2, e6)$, $(e1, b3)$ hanno, secondo la ricostruzione in Seiradakis ed Edmunds (2018), lo stesso numero di denti, per cui si è scelto di ignorarli nel consueto calcolo delle rotazioni relative a $b1$:

$$\text{Puntatore lunare: } N \times \frac{64}{36} \times \frac{48}{24} \times \frac{127}{32} = \left(\frac{2}{19}\right) \times 127 \approx 13,368 \quad (2.8)$$

Si ricava che un giro completo del puntatore solare corrisponde a poco più di 13 giri di quello della Luna e da questo risultato è possibile risalire a una durata del mese lunare pari a $365/13,368 \approx 27,3$ giorni, che restituisce con buona approssimazione la durata attesa di 27,5 giorni.

2.3 Il meccanismo pin-and-slot

In questo paragrafo ci dedicheremo ad approfondire il funzionamento del meccanismo pin-and-slot, indagando il suo ruolo nel riprodurre l'effetto dell'anomalia lunare. Esso consta di quattro ingranaggi indicati nella ricostruzione di Figura 2.6 con le sigle $k1$, $k2$, $e5$, $e6$ (a loro volta vincolati a un ingranaggio più grande $e3$, libero di ruotare separatamente). Sebbene nello strumento originale le quattro ruote avessero lo stesso numero di denti, condizione sufficiente al funzionamento della struttura è che siano uguali a due a due (in particolare $k1=e5$, $k2=e6$). Supponiamo che $e3$ sia per il momento fermo e azioniamo manualmente l'ingranaggio $e5$, che si muove in senso orario di moto uniforme alla frequenza siderale media (ω) della luna. La rotazione di $e5$ mette in movimento l'ingranaggio $k1$,

che ruota in senso antiorario, anch'esso di moto uniforme, attorno al centro C_1 . Ora, k_1 e k_2 sono fissati su un medesimo perno "a scalino", in maniera tale da poter ruotare attorno a due centri leggermente sfalsati. Sulla superficie di k_1 è inoltre presente un perno (il *pin*), che si innesta come la puntina di un giradischi in una fessura radiale (lo *slot*) aperta su k_2 . In tale modo, pur essendo fissata sul cerchio k_1 e muovendosi con questo di moto uniforme, la puntina, trascinando l'ingranaggio k_2 , verrà a trovarsi a distanze variabili dal centro C_2 , imprimendo così a k_2 un moto antiorario non uniforme: in particolare la rotazione risulterà più rapida quando il perno si trovi vicino a C_2 e più lento quando sia a maggiore distanza lungo la fessura. Questo movimento è, infine trasmesso al cerchio e_6 , centrato anch'esso sul punto E, ma svincolato da e_5 . Il risultato dell'intero processo è quello di tradurre un moto uniforme in entrata in uno non uniforme sullo stesso asse in uscita.

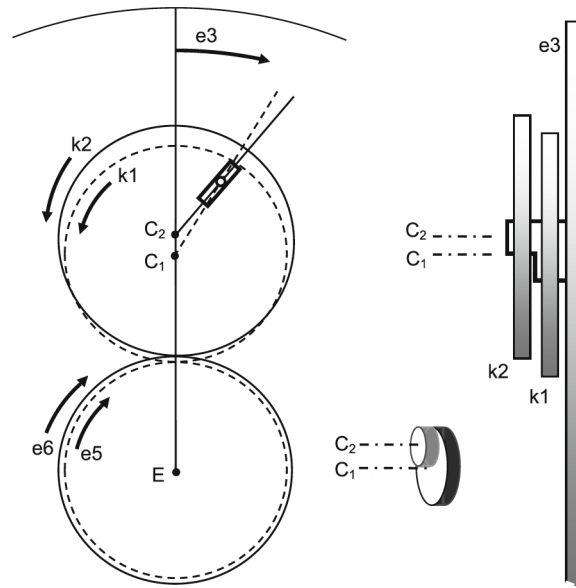


Figura 2.6: Ricostruzione del meccanismo pin-and-slot tratta da Carman, Thorndike e Evans (2012)

L'importanza di questa trattazione è relativa al fatto che l'anomalia generata attraverso lo strumento è equivalente a quella prevista da una generica teoria ad epicicli, come si può facilmente intendere studiando il modello di Figura 2.7. Sia C_1 la posizione della Terra e k_1 il suo deferente, lungo il quale il punto D si muove in senso orario alla frequenza ω : l'angolo θ cresce allora linearmente con il tempo. Sia poi M la posizione della Luna, che si muove in senso antiorario lungo

l'epiciclo alla medesima velocità angolare ω , in modo tale che in ogni istante sia $\omega = \alpha$. Possiamo a questo punto immaginare un chiaro parallelismo con il "pin-and-slot mechanism", in cui $k1$ si muove uniformemente, e con esso il punto D che fa le veci del perno nella Macchina di Antikythera, muovendosi lungo la congiungente C_2Z . Se ipotizziamo che la distanza tra i due centri C_1C_2 sia pari al raggio DM dell'epiciclo, i punti C_2C_1MD generano un parallelogramma, per cui vale $\phi = \theta + q$, ossia il moto angolare di Z rispetto a C_2 sarà uguale al moto di M visto da C_1 . Detto altrimenti: l'ingranaggio $k2$ riproduce precisamente il moto angolare della Luna nel modello a epicicli così come è visto dalla Terra.

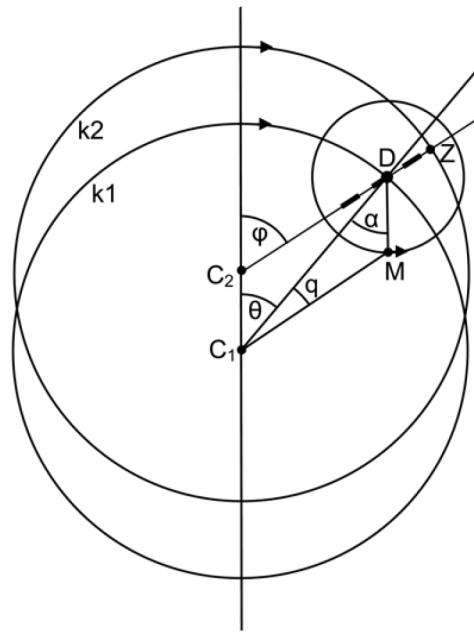


Figura 2.7: Equivalenza tra il modello a epicicli e il meccanismo pin-and-slot. Immagine tratta da Carman, Thorndike e Evans (2012)

Similmente a quanto sinora visto, è possibile dimostrare che il medesimo meccanismo riproduce correttamente anche i moti di un modello eccentrico, equivalente, come illustrato in Figura 2.8, al già descritto modello a epicicli. Difatti, considerando un punto C_3 al di sotto di C_1 e tale che l'eccentricità della Luna sia pari al raggio dell'epiciclo, ossia tale che $C_1C_3 = DM$, vediamo che si forma un parallelogramma C_1C_3MD analogamente al caso precedente. Concludiamo quindi che, per un osservatore in C_1 , il moto angolare di M sull'epiciclo sarà uguale a un moto circolare uniforme attorno a C_3 .

Rimane da chiarire la funzione del disco $e3$, che sinora abbiamo mantenuto in quiete. Esso risponde all'esigenza di considerare il moto della cosiddetta "linea

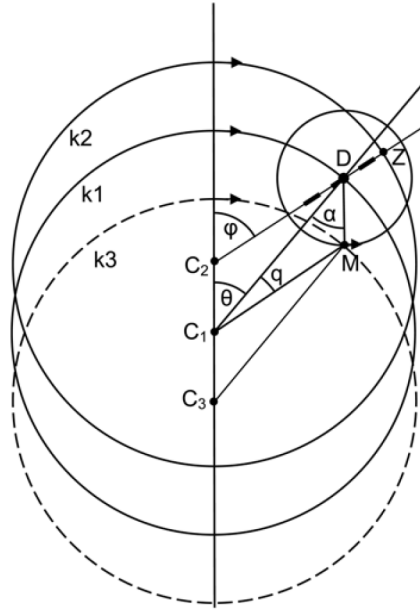


Figura 2.8: Equivalenza tra il modello a eccentrici e il meccansimo pin-and-slot. Immagine tratta da Carman, Thorndike e Evans (2012)

degli apsi”. Difatti il periodo dell’anomalia lunare, ossia il mese anomalistico, coincide con il tempo impiegato dalla Luna per ritornare nella stessa posizione *rispetto alla Terra*; d’altra parte il mese siderale è il tempo da essa impiegato per ritornare al punto di partenza *rispetto alle stelle fisse*. A causa dell’avanzamento della linea degli apsi, si ha che il mese anomalistico è leggermente più lungo del mese siderale e questo effetto era ottenuto, nel congegno di età ellenistica, facendo ruotare il disco $e3$ in verso opposto alla rotazione dei k , con velocità angolare $\tilde{\omega}$ corrispondente alla velocità di rotazione della linea degli apsi lunare. In questo modo, un osservatore esterno al disco avrebbe misurato per $k1$ una velocità angolare pari alla differenza $\omega - \tilde{\omega}$. Funzione di $e3$ è dunque quella di convertire il mese siderale in mese anomalistico.

2.4 Confronto fra le stime dell’anomalia lunare in Ipparco e nella Macchina di Antikythera

Nel IV libro dell’*Almagesto* Tolomeo si occupa del moto lunare, mettendo a confronto i risultati di Ipparco con quelli derivati dalla propria procedura di calcolo. In particolare l’astronomo di età ellenistica aveva stimato il rapporto tra alcune lunghezze in quello che – con sguardo odierno – possiamo senz’altro definire un modello dei moti celesti. Dal canto suo Tolomeo, più che a indagare le ragioni

alla base delle discrepanze tra i modelli, sembra interessato a persuadere il lettore della correttezza dei propri risultati, mentre quel che a noi preme è anzitutto la possibilità di usare il contenuto del libro per ricostruire le misurazioni di Ipparco e confrontarne, in un secondo momento, i valori con le corrispettive stime ricavate dall'analisi tomografica dei frammenti della Macchina di Antikythera, al fine di verificare se – e fino a che punto – si possa rintracciare una corrispondenza tra la teoria ellenistica del moto dei corpi celesti e l'intuizione concettuale che presiedette alla costruzione del meccanismo. Quel che ci dà Tolomeo è, in altre parole, l'indiretta ricostruzione di un metodo, di cui proponiamo nel corrente paragrafo un esempio al fine di esplicitare la natura di dati che, letti senza conoscere le procedure di calcolo che ne sono alla base, rischierebbero di apparire incomprensibili. Impiegheremo a tale scopo tanto i calcoli contenuti nell'*Almagesto* – e discussi da G. J. Toomer nelle note della sua introduzione all'opera –, quanto la fondamentale analisi di Dennis D. Duke, contenuta nell'articolo del 2005 *Hipparchus' Eclipse Trios and Early Trigonometry*. Per una breve premessa sulla notazione sessagesimale adoperata da Tolomeo e gli strumenti matematici di Ipparco si rimanda all'Appendice B, di cui si consiglia una lettura preliminare.

Leggiamo, anzitutto, quanto scrive Tolomeo nel paragrafo 11 del IV libro dell'*Almagesto* nella traduzione di Toomer:

«Now that we have demonstrated the above, it would be quite reasonable for someone to ask why it is that the ratio [of the eccentricity] found by Hipparchus from the lunar eclipses which he adduced for the determination of this anomaly is neither identical with the one determined by us, nor [consistent with itself, since] the first ratio he found, using the eccentric hypothesis, differs from the second, which was calculated from the epicyclic hypothesis. For in his first demonstration he derives the ratio between the radius of the eccentre and the distance between the centres of the eccentre and the ecliptic as about $3144 : 327\frac{2}{3}$ (wich is the same as 60:6;15), while in the second he finds the ratio between the line joining the centre of the ecliptic to the centre of the epicycle, and the radius of the epicycle, as $3122\frac{1}{2} : 247\frac{1}{2}$ (wich is the same as 60:4;46).»¹¹

Per ricavare le suddette stime, Ipparco sarebbe ricorso all'analisi di due distinte serie di tre eclissi lunari, generalmente note in letteratura come Trio A

¹¹G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, p. 211.

(rilevato a Babilonia intorno al 300 a.C.) e Trio B (rilevato a Babilonia nel 200 a.C.). Di seguito analizzeremo i dati del Trio A, ossia quelli relativi al modello a eccentrici. Gli intervalli di tempo intercorsi tra le eclissi e la corrispondente longitudine della Luna, secondo quanto riportato nell'Almagesto, sono:

$$\begin{aligned} A2 - A1 &: 177^d 13 \frac{3^h}{4} \quad e \quad 173 - \frac{1^\circ}{8} \\ A3 - A2 &: 177^d 1 \frac{2^h}{3} \quad e \quad 175 + \frac{1^\circ}{8} \end{aligned}$$

Al fine di rendere più esplicito per il lettore odierno il ragionamento di Ipparco, riportiamo brevemente i passaggi della sua analisi prima in forma algebrica, pur consapevoli di quanto l'operazione sia anacronistica. In un secondo momento sostituiremo alle variabili i valori corrispondenti trovati da Ipparco, cercando di ripetere i calcoli nella forma più prossima a quelli effettuati dall'astronomo.

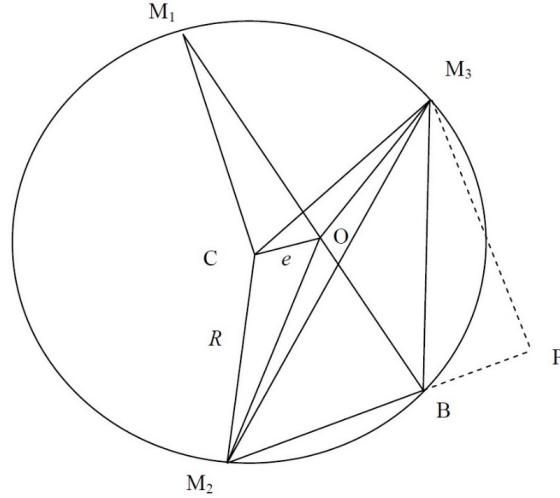


Figura 2.9: Modello lunare a eccentrici. Immagine tratta da Duke (2005)

In Figura 2.9 i punti M_1 , M_2 , M_3 corrispondono alla localizzazione tre eclissi registrate nel 300 a.C; il punto O rappresenta la Terra, ossia la posizione dell'osservatore; C è infine il centro dell'orbita di raggio R. Definiamo gli angoli:

$$\begin{aligned} M_1CM_2 &= \alpha_1 & M_1OM_2 &= \zeta_1 \\ M_2CM_3 &= \alpha_2 & M_2OM_3 &= \zeta_2 \\ M_1CM_3 &= \alpha_3 & M_1OM_3 &= \zeta_3 \end{aligned}$$

Concentriamoci sull'eclisse in M_1 e prolunghiamo la linea M_1O sino a intersecare la circonferenza sul lato opposto nel punto B . Ora, per un fissato valore di $OB = d$, possiamo determinare in via algebrica i valori M_2B , M_3B , M_1M_3 , R , M_1B e il rapporto $\frac{R}{e}$, ossia quello riportato infine nell'*Almagesto*.

1. Per la relazione euclidea che lega angoli al centro e angoli alla circonferenza, troviamo:

$$\begin{aligned} M_1BM_2 &= \frac{\alpha_1}{2} \\ M_2BM_3 &= 180^\circ - \frac{\alpha_2}{2} \\ M_3BM_1 &= \frac{\alpha_3}{2} \end{aligned} \tag{2.9}$$

2. Da questi si ricava:

$$\begin{aligned} OM_2B &= \zeta_1 - \frac{\alpha_1}{2} \\ OM_3B &= \zeta_3 - \frac{\alpha_3}{2} \end{aligned} \tag{2.10}$$

3. Applicando ai triangoli OM_2B e OBM_3 il corrispettivo dell'odierno Teorema dei Seni riferito alle corde, si ha:

$$\frac{M_2B}{d} = \frac{\text{chord}[2 \cdot (180^\circ - \zeta_1)]}{\text{chord}[2 \cdot (OM_2B)]} \tag{2.11}$$

$$\frac{M_3B}{d} = \frac{\text{chord}[2 \cdot (180^\circ - \zeta_3)]}{\text{chord}[2 \cdot (OM_3B)]} \tag{2.12}$$

4. Dal triangolo BPM_3 si ottiene:

$$M_3P = M_3B \cdot \frac{\text{chord}(\alpha_2)}{\text{chord}(2 \cdot 90^\circ)} \tag{2.13}$$

$$M_2P = M_2B + M_3B \cdot \frac{\text{chord}(180^\circ - \alpha_2)}{\text{chord}(2 \cdot 90^\circ)} \tag{2.14}$$

Per il Teorema di Pitagora vale:

$$M_2 M_3 = \sqrt{M_2 P^2 + M_3 P^2} \quad (2.15)$$

5. Dalla definizione di corda (vedi Appendice B):

$$R = \frac{M_2 M_3}{\text{chord}(\alpha_2)} \quad (2.16)$$

Si noti, di passaggio, come tutte le lunghezze che andiamo a ricavare siano proporzionali a d .

6. Invertendo la definizione di corda si ha:

$$M_3 C B = \text{chord}^{-1}\left(\frac{M_3 B}{R}\right) \quad (2.17)$$

$$M_1 C B = M_3 C B + \alpha_3 \quad (2.18)$$

7. Di nuovo, dalla definizione di corda applicata al triangolo $M_1 C B$, si ottiene:

$$M_1 B = R \cdot \text{chord}(M_1 C B) \quad (2.19)$$

8. Vale, infine:

$$(R + e)(R - e) = R^2 - e^2 = O B \cdot M_1 O = d \cdot (M_1 B - d) \quad (2.20)$$

$$\frac{R}{e} = \frac{\frac{R}{d}}{\sqrt{\left(\frac{R}{d}\right)^2 + 1 - \frac{M_1 B}{d}}} \quad (2.21)$$

Una volta determinato l'algoritmo, sostituiamo alle variabili α_1 , α_2 , α_3 i corrispettivi valori numerici, ricavabili a partire dagli intervalli di tempo e longitudine registrati durante le eclissi. Per una stima di questi angoli occorre partire dalla valutazione dell'anomalia e longitudine media della Luna definite nei capitoli 2-3 del IV libro dell'*Almagesto*, con l'ovvio sottinteso che esse dipendono da quali stime si sia scelto di adottare per la durata del mese sinodico e dell'anno solare. In particolare Tolomeo non riferisce le circostanze in cui Ipparco avrebbe

effettuato le sue stime, lasciando il dubbio che i valori reali possano essere differenti¹². Sapendo che la velocità angolare media della Luna (ω_m) è stimata pari a $13; 10, 34, 58, 33, 30, 30$ °/giorno¹³, ricaviamo, a titolo d'esempio, il valore di α_1 :

$$\alpha_1 = \omega_m(t_2 - t_1) = \frac{13; 10, 34, 58, 33, 30, 30^\circ}{1\text{giorno}} \cdot 177, 57\text{giorni} \approx 159; 59, 14^\circ$$

Analogamente si ricavano i valori per tutti gli angoli, ottenendo:

$$\begin{array}{ll} \alpha_1 = 159; 59, 14^\circ & \zeta_1 = 153; 5, 37^\circ \\ \alpha_2 = 153; 24, 33^\circ & \zeta_2 = 155; 23, 59^\circ \\ \alpha_3 = 46; 36, 11^\circ & \zeta_3 = 51; 30, 23^\circ \end{array}$$

Sostituendo queste stime nell'algebra precedentemente descritta e impiegando una corrispondente numerazione dei passaggi, si ha:

3.

$$M_2B = d \cdot \frac{\text{chord}[2 \cdot (180^\circ - \zeta_1)]}{\text{chord}[2 \cdot (\zeta_1 - \frac{\alpha_1}{2})]} = d \cdot \frac{3111 \frac{5}{6}}{6579} \quad (2.22)$$

$$M_3B = d \cdot \frac{\text{chord}[2 \cdot (180^\circ - \zeta_3)]}{\text{chord}[2 \cdot (\zeta_3 - \frac{\alpha_3}{2})]} = d \cdot \frac{5368 \frac{1}{9}}{3230 \frac{3}{4}} \quad (2.23)$$

4.

$$M_3P = M_3B \cdot \frac{\text{chord}(\alpha_2)}{2 \cdot 3438} = d \cdot \frac{5368 \frac{1}{9}}{3230 \frac{3}{4}} \cdot \frac{6691 \frac{5}{7}}{2 \cdot 3438} = d \cdot \frac{5559 \frac{1}{2}}{3438} \quad (2.24)$$

Dove a $\text{chord}(2 \cdot 90^\circ)$ si è associato il diametro della circonferenza impiegata da Ipparco per stimare le sue tavole delle corde, pari $2 \cdot 3438$ unità (si

¹²A tal proposito D.W. Duke inserisce una correzione (adottata anche in questa tesi) sulla stima di ζ_3 . Difatti, se utilizzassimo i valori ricavati dai parametri registrati nell'*Almagesto* non riusciremmo a trovare il risultato che lo stesso Tolomeo attribuisce a Ipparco, segno che nelle ripetute trascrizioni qualche dato deve essere stato alterato.

¹³G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, p. 179

rimanda, per approfondimenti, all'Appendice B).

$$\begin{aligned} M_2P &= M_2B + M_3B \cdot \frac{\text{chord}(180^\circ - \alpha_2)}{2 \cdot 3438} = \\ &= d \cdot \frac{3111 \frac{5}{6}}{6579} + d \cdot \frac{5368 \frac{1}{9}}{3230 \frac{3}{4}} \cdot \frac{1580 \frac{6}{7}}{2 \cdot 3438} = d \cdot \frac{2939 \frac{1}{2}}{3438} \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$5. \quad M_2M_3 = \sqrt{M_2P^2 + M_3P^2} = d \cdot \frac{6288 \frac{3}{4}}{3438} \quad (2.26)$$

$$6. \quad R = \frac{M_2M_3}{\text{chord}(\alpha_2)} = d \cdot \frac{3144 \frac{3}{8}}{3346} \quad (2.27)$$

$$7. \quad M_3CB = \text{chord}^{-1}\left(\frac{M_3B}{R}\right) = 124; 16^\circ \quad (2.28)$$

$$M_1CB = M_3CB + \alpha_3 = 170; 52^\circ \quad (2.29)$$

$$8. \quad M_1B = R \cdot \frac{\text{chord}(M_1CB)}{3438} = d \cdot \frac{6441 \frac{1}{3}}{3438} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} 9. \quad \frac{R}{e} &= \frac{\frac{R}{d}}{\sqrt{\left(\frac{R}{d}\right)^2 + 1 - \frac{M_1B}{d}}} = \\ &= \frac{3144 \frac{3}{8}}{\sqrt{\left(3144 \frac{3}{8}\right)^2 + 3346^2 - 3144 \frac{3}{8} \cdot 3346 \cdot \frac{6854 \frac{1}{6}}{3438}}} = \frac{3144 \frac{3}{8}}{327 \frac{5}{7}} \end{aligned} \quad (2.31)$$

La prossimità del risultato alla stima del rapporto tra il raggio del cerchio eccentrico e la distanza tra esso e il centro dell'epiciclo cui, secondo Tolomeo, pervenne Ipparco – ossia il già citato valore $\frac{3144 \frac{3}{8}}{327 \frac{5}{7}}$ ¹⁴ – lascia ragionevolmente supporre che la ricostruzione operata in Duke (2005) riproduca con sufficiente fedeltà i calcoli dell'astronomo greco. La leggera discrepanza è con tutta probabilità da attribuirsi al fatto che, sebbene presentati in forma arrotondata tramite una frazione, le operazioni sono state svolte per mezzo di un foglio di calcolo in *Excel*

¹⁴G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, p. 211.

e, dunque, alla massima precisione, mentre quelle di Ipparco dovettero essere necessariamente delle approssimazioni. Seguendo quanto scrive Tolomeo¹⁵, convertiamo i risultati di Ipparco relativi ai due modelli (quello a eccentrici e quello a epicicli) in notazione sessagesimale:

$$3144 : 327 \frac{2}{3} \approx 60 : 6; 15 = \text{chord}(\theta_1) \quad (2.32)$$

$$3122 \frac{1}{2} : 257 \frac{1}{2} \approx 60 : 4; 46 = \text{chord}(\theta_2) \quad (2.33)$$

Con tale scrittura si intende considerare, ad esempio nel primo caso, la lunghezza della corda che sottende un angolo θ_1 , staccata su una circonferenza di raggio convenzionalmente pari, in Tolomeo, a 60 unità. Ricordando, poi, che vale la relazione:

$$\text{chord}(\theta) = 2R \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.34)$$

ricaviamo il valore in gradi della variazione angolare dovuta all'anomalia:

$$\theta_1 = 2\arcsin\left(\frac{\text{chord}(\theta_1)}{2R}\right) = 2\arcsin\left(\frac{6,15}{120}\right) \approx 5,9^\circ \quad (2.35)$$

$$\theta_2 = 2\arcsin\left(\frac{\text{chord}(\theta_2)}{2R}\right) = 2\arcsin\left(\frac{4,76}{120}\right) \approx 4,5^\circ \quad (2.36)$$

L'interesse di questi valori è legato al fatto che in Freeth et al. (2006) viene data, per via di misurazioni effettuate con l'analisi tomografica dei frammenti del meccanismo, una stima del rapporto tra la distanza tra i centri degli ingranaggi k_1 e k_2 e la distanza dal centro di k_1 del perno (*pin*):

$$\epsilon \approx \frac{1,1 \text{ mm}}{9,6 \text{ mm}} \approx 0,1146 \quad (2.37)$$

A questo valore di eccentricità corrisponde una variazione angolare di $6,5^\circ$, confrontabile coi valori stimati con la procedura illustrata a partire dai dati di Ipparco. Scrivono, a tal proposito, gli autori:

«According to Ptolemy, Hipparchos made two estimates for a lunar anomaly parameter, based on eclipse data, which would require angular variations of 5.9° or 4.5° here – although estimates of the anomaly from Babylonian astronomy were generally larger. The difference from

¹⁵*Ibid.*

our estimated value is probably not significant given the difficulty of precise measurement of the axes in the CT.»¹⁶

2.5 Accuratezza della Macchina di Antikythera e stima degli errori

La prossimità tra le variazioni angolari riportate nell'*Almagesto* e attribuite a Ipparco e il corrispondente valore ottenuto sperimentalmente da Freeth et al. (2006) lascerebbe supporre che tra la Macchina di Antikythera e le teorie astronomiche di età ellenistica vi sia un qualche legame¹⁷. Per approfondire la questione sarebbe opportuno ricavare una stima degli errori associati alle misure, in modo tale da poter mettere adeguatamente a confronto i risultati. Come si è visto, Freeth et al. glissano sulla questione e si limitano a rilevare un accordo tra i dati un po' generico, probabilmente perché si tratta di una breve digressione all'interno di un lavoro che indaga principalmente il funzionamento meccanico del manufatto. Non ci è dunque possibile conoscere la precisione con cui sono state misurate le distanze tramite tomografia computerizzata. Tuttavia, sebbene l'argomento non sia affatto decisivo, vogliamo stimare, basandoci sulle indagini di Edmunds (2011), l'accuratezza della stessa Macchina di Antikythera, così da mettere a confronto la variazione angolare calcolata in Freeth et al. (2006) con gli errori sistematici e casuali introdotti nella modellizzazione operata dal meccanismo. Secondo quanto scrive Edmunds¹⁸ le incertezze di tipo sistematico sono da intendersi come deviazioni su larga scala rispetto al modello ideale degli ingranaggi e riguardano per lo più una traslazione costante nelle spaziature tra i denti della ruota, che si traduce in un errore periodico sull'insieme del meccanismo. Diversamente, le incertezze casuali sono da intendersi come impreviste variazioni nella posizione dei denti triangolari rispetto al luogo che dovrebbero occupare in un ingranaggio ideale. In merito alle incertezze cosiddette *di rappresentazione*, da lui indicate come l'errata traduzione in chiave meccanica dei concetti di una preesistente teoria, Edmunds sorvola senza porre troppe questioni. L'analisi della posizione dei

¹⁶Freeth et al., *Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism*, in: *Nature*, vol. 444, 2006, p. 590.

¹⁷Si sarebbe tentati di dire, con spirito moderno, che la Macchina sia il prodotto tecnologico di una preesistente teoria sul moto dei corpi celesti ma, come si vedrà meglio ora, assumere una simile prospettiva significherebbe fraintendere il rapporto tra teoria e meccanica in età ellenistica.

¹⁸M. G. Edmunds, *An Initial Assessment of the Accuracy of the Gear Trains in the Antikythera Mechanism*, in: *Journal for the History of Astronomy*, Vol. 42, 2011, p. 307.

denti in ciascun ingranaggio si basa sull'impiego del metodo dei minimi quadrati applicato al modello di una ruota ideale di n denti e alle spaziature angolari tra le loro punte, attraverso una variazione di n , corrispondentemente al tipo di ingranaggio, e della posizione di un arbitrario dente di partenza.

Un primo passo consiste nel definire l'incertezza sistematica relativa alla posizione del presunto centro della ruota. Con un semplice modello geometrico Edmunds mostra che l'effetto di questa lieve deviazione è di introdurre una variazione quasi-sinusoidale¹⁹ nelle spaziature tra i denti. Un secondo effetto è dovuto a una inclinazione del piano dell'ingranaggio rispetto all'immagine ricostruita a partire dai dati estratti tramite l'analisi tomografica. Di nuovo, un semplice modello geometrico mostra che questa inclinazione conduce a una doppia variazione sinusoidale nelle spaziature tra i denti²⁰. Operando, come sopra, una regressione secondo i minimi quadrati, si ottiene che la maggior parte degli ingranaggi mostra una inclinazione di circa 10° (dove la deviazione è maggiore si ritiene che ciò sia da attribuire alla consunzione del reperto). Una volta definite le correzioni rispetto alla posizione del centro e all'inclinazione dell'ingranaggio, andiamo a stimare l'errore casuale nelle spaziature tra i denti per mezzo dello scarto quadratico medio delle posizioni angolari dei denti misurate sui reperti rispetto a un modello perfettamente spaziato. Si verifica così che le deviazioni standard misurate sono più piccole dove sono minori le spaziature tra i denti, ma se si valuta l'errore in termini frazionari – ossia dividendo lo scarto quadratico medio per le spaziature espresse in gradi – non è più possibile rilevare un andamento di questo tipo. Nella Figura 2.10 tratta da Edmunds (2011) si vede la distribuzione dell'errore frazionario sopra definito per ciascuno degli ingranaggi in nostro possesso.

Da questa immagine troviamo che la maggior parte degli ingranaggi presenta un errore statistico compreso tra 0,04 e 0,08. Edmunds adopera questi valori per definire i limiti di una classificazione in quattro casi, o "esempi", denominati secondo le lettere A, B, C, D, dal migliore – ossia quello che associa alle spaziature tra i denti l'errore casuale più basso (0,04) e nessun errore sistematico – al peggiore – con incertezza casuale pari a 0,08 ed errore sistematico di 2° per ogni ingranaggio. Il *Caso B*, ossia quello che in ultima analisi Edmunds ritiene essere

¹⁹Se un arco di circonferenza è visto sotto l'angolo θ dal vero centro O e sotto l'angolo θ' da un punto O' lievemente traslato rispetto a O , Edmunds dimostra che la relazione tra i due angoli è della forma: $\sin(\theta') = \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 + \frac{2d}{r}\cos(\theta) + \frac{d^2}{r^2}}}$, con r = raggio e $d = OO'$.

²⁰Può essere utile per comprendere l'operazione di Edmunds immaginare un orologio visto da una certa distanza e inclinato rispetto all'asse passante per le ore 3 e 9: gli angoli in prossimità delle ore 3 e 9 appariranno più stretti e quelli situati sulle 6 e le 12 più larghi, sebbene l'apertura angolare sia la stessa.

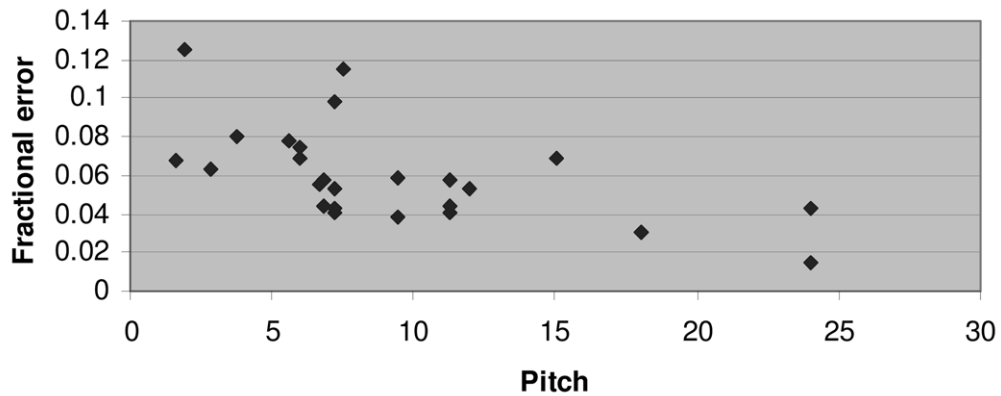


Figura 2.10: Errore frazionario (definito come il rapporto tra lo scarto quadratico medio e la spaziatura tra i denti dell'ingranaggio) nella posizione delle punte rispetto a un modello ottimale. Immagine tratta da Edmunds (2011)

il più adatto a rappresentare il comportamento della Macchina di Antikythera, assegna agli ingranaggi relativi al puntatore lunare (quello che a noi interessa) un errore casuale di $0,04$ e una incertezza sistematica pari a $0,5^\circ$.

In merito agli ingranaggi che compongono il meccanismo lunare, Edmunds esprime l'intenzione di trattarli come fossero un normale treno di 12 ruote dentate, ignorando così le complicazioni dovute alla presenza del pin-and-slot mechanism. Gli errori esposti in questa trattazione saranno dunque da considerare sottostimati.

La domanda, ora, da porsi è come si propaghi l'errore associato al singolo ingranaggio sull'intero treno e quale sia infine l'incertezza risultante sulla posizione del puntatore. Edmunds calcola che lo scarto quadratico medio in uscita (considerando che un giro della ruota *b1* corrisponde a 13,37 cicli del puntatore lunare) sia pari, nel *Caso B*, a 7° , ossia del medesimo ordine di grandezza dell'anomalia precedentemente stimata, e nel giro di un anno possa arrivare a una deviazione fino a 20° . Errori così ingenti rivelano che, se anche il meccanismo fosse stato costruito al fine di restituire l'anomalia lunare secondo quanto previsto da una antecedente teoria del cosmo, avrebbe fallito molte delle previsioni calendariali. Edmunds conclude la sua disamina suggerendo che questo indichi come la Macchina di Antikythera non sarebbe stata originariamente destinata a scopi scientifici – per cui accuratezze ben maggiori si sarebbero rese necessarie – ma didattici ed educativi, come sembrerebbe indicato anche dalla presenza del ciclo relativo ai Giochi Panellenici. Alla luce di questi risultati, la prossimità del valore angolare per l'anomalia trovato da Freeth et al. (2006) con quelli stimati da Ipparco è da intendersi unicamente come segno di una plausibile compresenza,

nell'epoca in cui lo strumento fu realizzato, di uno studio teorico e una ricerca meccanica sull'argomento dei moti celesti, con possibili interferenze reciproche, secondo l'usuale relazione tra teoria e prassi nel mondo ellenistico, cui si accenna brevemente nel prossimo paragrafo. È chiaro allora come il nostro proposito originario di associare un errore alle misure sperimentali non gioverebbe a fare della Macchina di Antikythera il chiaro esempio dell'esistenza di una teoria del cosmo pienamente sviluppata. Pur riconoscendo che la vicinanza dei valori stimati da Freeth et al. a quelli di Ipparco difficilmente può attribuirsi a una mera coincidenza, ci limitiamo a segnalare come il manufatto in questione testimoni quantomeno l'indiscutibile impegno dei meccanici di età ellenistica verso una ricostruzione il più possibile accurata del moto lunare. Nel fare ciò essi ricorsero a strumenti, quali il pin-and-slot mechanism, la cui ideazione ha richiesto, se non una teoria completa, almeno una idea geometrica sufficientemente chiara del funzionamento di una struttura a epicicli. La medesima idea, a ben vedere, che ritroveremo due secoli dopo in Tolomeo.

Segnaliamo, a conclusione di questa breve disamina, che in un articolo del 2009 il fisico E. Gourtsoyannis, docente presso l'International School of Lyon, ha dimostrato che, ricavando una espressione per la velocità angolare degli ingranaggi k_1 e k_2 in funzione del parametro di eccentricità ϵ e stimando il valore di quest'ultimo per via di una interpolazione delle velocità angolari della Luna misurate a partire dalle coordinate celesti l'accordo con il corrispondente dato sperimentale ricavato dalla Macchina di Antikythera è molto alto, con una precisione fino alla terza cifra decimale. L'autore conclude che:

«The methodology developed in this paper has resulted in a meaningful comparison of numerical parameters, which link quantitatively the Antikythera Mechanism to the Lunar Anomaly. The Epicyclical Theory realized in the Mechanism, passed the test with flying colors! One of the major implications of this analysis is that at around the time that the Greek astronomer Hipparchus was active (2nd century BC), a highly specialized device had been constructed. That device incorporated a fully developed theory of epicyclical motion that predicted very accurately the motion of the Moon, almost three centuries before Ptolemy.»²¹

²¹E. Gourtsoyannis, *Hipparchus vs. Ptolemy and the Antikythera Mechanism: Pin-Slot device models lunar motions*, in: *Advances in Space Research*, Vol. 46, 2010, p. 544.

Se abbiamo deciso di omettere la procedura per ricavare tale risultato, apparentemente assai rilevante per ciò che si vorrebbe qui dimostrare, è perché essa mescola, in maniera a nostro avviso indiscriminata, strumenti di calcolo antichi e moderni (tra cui uno sviluppo binomiale della funzione velocità angolare), ignorando del tutto gli anacronismi derivati da un simile progetto e sorvolando, in più, sugli errori nella misura delle distanze legati al processo di ricostruzione tomografica del meccanismo a partire dai frammenti. La cauta conclusione da noi esposta poco sopra ci appare bastevole, come minima condizione, per gli scopi di questa tesi.

2.6 Scienza e tecnica nell'età ellenistica

Prima di proseguire la trattazione, vale la pena soffermarsi un momento sulla questione se un modello dei moti celesti abbia preceduto e guidato la costruzione della Macchina o viceversa il congegno, originariamente strutturato in maniera tale da rendere conto delle tavole lunari di Ipparco, abbia costituito lo sprone per una qualche, pur approssimativa, sistemazione teorica dei dati raccolti tramite le osservazioni celesti. Sebbene il quesito appaia assai stimolante per chi guardi al passato con gli occhi di un contemporaneo, improntato a rigorosi distinguo tra speculazioni teoriche e applicazioni meccaniche, tocca rilevare come il problema, in questa chiave, sia mal posto. Il momento speculativo e quello realizzativo erano in effetti nel mondo greco strettamente intrecciati, al punto che persino la matematica – che nella percezione moderna rappresenterebbe l'apice del pensiero astratto – era in realtà connessa alla pratica del disegno con riga e compasso. Ancor più ciò è vero in età ellenistica, ossia in un contesto culturale in cui agli sviluppi della filosofia naturale greca si affiancano le competenze tecnologiche derivanti dai contatti con l'Egitto e la Mesopotamia, in seguito alle conquiste di Alessandro Magno. Non è dunque un rapporto unidirezionale quello tra scienza e tecnica. Esso vive anzi di un mutuo incentivo al progresso, in cui la pratica costruttiva funge anche da dimostrazione di un certo modello e questo, a sua volta, muove dall'esigenza di risolvere un particolare problema pratico²².

²²Per approfondimenti si veda il breve saggio di L. Russo *Scienza e tecnologia: qualche spunto storico* all'indirizzo: <https://anticiteraorg.files.wordpress.com/2018/12/Scienza-e-tecnologia-1.pdf>

Capitolo 3

La contraddizione di Tolomeo

Alla luce di quanto detto, sorge una domanda: Tolomeo era a conoscenza dell'esistenza di oggetti quali la Macchina di Antikythera? La risposta può essere desunta da quanto affermato dallo stesso Tolomeo in un passo delle *Ipotesi Planetarie*, opera in cui viene esposto un modello del cosmo basato sulla teoria a epicicli dell'*Almagesto*. Rivolgendosi a Siro, il medesimo destinatario dell'*Almagesto*, l'autore scrive:

«Here we have taken the task to set out the thing itself briefly, so that it can be more readily comprehended by both ourselves and by those choosing to arrange the models in an instrument, either doing this in a more naked way by restoring each of the motions to its respective epoch by hand, or through a mechanical approach, combining the models with one another and with the motion of the whole.¹»

Lo scopo è, dunque, quello di fornire indicazioni per la costruzione di uno strumento in grado di mostrare i risultati della sua teoria, specificando che un tale congegno sarebbe utile anche a “noi”, cioè a coloro in grado di comprendere risultati matematici in via astratta. Delle due possibilità meccaniche cui si accenna, quella in cui i moti siano realizzati tutti assieme – anziché attivati singolarmente a mano dall'utente – è evidentemente del tipo della Macchina di Antikythera. Nel prosieguo Tolomeo critica alcuni esempi di *sphairopoia*, lasciando intendere come essa fosse pratica ben nota:

«Indeed, this is not the accustomed manner of sphairopoia; for this, apart from failing to represent the models, presents the phenomenon

¹E. A. Hamm, *Ptolemy's Planetary Theory: An English Translation of Book One, Part A of the Planetary Hypotheses with Introduction and Commentary*, University of Toronto, 2011, p. 73.

only, and not the underlying, so that the craftsmanship, and not the models, becomes the exhibit; but rather [the manner, *ndr*] according to which the arrangement together with the different motions under our view, along with the anomalies that are apparent to observers, are subject to uniform and circular courses, even if it is not possible to intertwine them all in a way that is worthy of the aforementioned, but having to exhibit separately each [model, *ndr*] in this way.²»

In un passo successivo, proponendosi di rappresentare i moti dei corpi celesti secondo i propri modelli con la massima chiarezza, Tolomeo scrive:

«Concerning the positions and arrangement of the circles causing the anomalies, we will apply the simpler version in respect to the method of instrument-making, even if some small variations will follow, and moreover we fit the motions to the circles themselves, as if they are freed from the spheres that contain them so that we can gaze upon the visual impact of the models bare and unconcealed.³»

Da questi brevi estratti risulta che Tolomeo avesse una nozione piuttosto precisa di congegni in grado di rappresentare esternamente i fenomeni celesti per via di ingranaggi estremamente complessi. Paragonando poi la descrizione assai approssimativa che di questi oggetti offre Cicerone in un brano del *De Republica*, ove si dice che il generale Marcello aveva riportato dal sacco di Siracusa un meccanismo di complicata fattura in cui erano mostrati i movimenti del Sole, della Luna e dei pianeti⁴, alla cura mostrata da Tolomeo nel definirne il funzionamento, si ricava facilmente l'impressione che egli non stia parlando di cose lette o sentite, ma di congegni di cui abbia avuto esperienza diretta. Del resto, pur non essendoci notizia di macchine simili realizzate al tempo di Tolomeo (quando verosimilmente, per via di quel vuoto di oltre due secoli cui si è accennato, la stessa tecnica necessaria a produrle era andata perduta), non si stenta a credere che vari esempi di *sphairopoiia* risalenti a epoche passate fossero stati conservati

²*Ibid.*

³E. A. Hamm, *Ptolemy's Planetary Theory: An English Translation of Book One, Part A of the Planetary Hypotheses with Introduction and Commentary*, University of Toronto, 2011, p. 46.

⁴“Hoc autem sphaerae genus, in quo solis et lunae motus inessent et earum quinque stellarum quae errantes et quasi vagae nominarentur, in illa sphaera solida non potuisse finiri, atque in eo admirandum esse inventum Archimedi, quod excogitasset quem ad modum in dissimilibus motibus inaequabiles et varios cursus servaret una conversio”. Cfr. M.T. Cicerone, *De Republica*, Paravia, Torino, 1944, p. 22.

(anche solo in chiave ornamentale) e ciò in virtù della semplicità con cui potevano essere azionati, in contrapposizione alle insormontabili difficoltà interpretative di molti testi specialistici della medesima epoca andati invece perduti. Sia detto di passaggio, inoltre, che, in seguito alla diffusione dell'astrologia nel Mediterraneo durante il I secolo a.C., uno strumento in grado di prevedere le posizioni dei corpi celesti non mancava di esibire una certa utilità.

Risulta in questo modo una palese contraddizione tra la pretesa esposta nel II capitolo del IX libro dell'*Almagesto*, ove Tolomeo, appena prima di iniziare lo studio del moto dei pianeti, rivendica di essere il primo ad avere elaborato una teoria planetaria, e la sua conoscenza di esempi di *sphairopoiia* affini alla Macchina di Antikythera, in cui l'analogia tra il funzionamento del meccanismo e l'idea di una dinamica celeste ad epicicli (secondo quanto mostrato nel paragrafo 2.3) è preciso indice di quel notevole grado di avanzamento dell'astronomia greca, di cui, citando Russo, si è già detto. Derubricare l'apparente incoerenza mostrata da Tolomeo a una studiata – e per ciò stesso maliziosa – strategia volta a mettere in ombra i suoi predecessori è, a ben vedere, gesto superficiale, nonché altrettanto malizioso. Se infatti ai nostri occhi appare del tutto inverosimile pensare di poter costruire un meccanismo che riproduca il moto dei corpi celesti senza prima avere sviluppato una precisa teoria e un modello di quei moti, non è affatto detto che lo stesso valesse per Tolomeo. Ancora una volta il centro della questione è la profonda distanza culturale che separa l'autore dell'*Almagesto* dai pensatori dell'età ellenistica.

3.1 Ipotesi e fenomeni nell'età ellenistica

Al fine di approcciare la metodologia con cui gli antichi affrontavano lo studio della natura e in particolare dell'astronomia può essere utile prendere a esempio alcuni testi pervenutici e tentare, in un percorso a ritroso, di estrarre dalle loro comunanze strutturali un qualche principio epistemologico generale. Secondo la comune opinione degli studiosi che ne hanno analizzato i testi, il trattato di Aristarco *Sulle dimensioni e le distanze del Sole e della Luna*, gli *Elementi* di Euclide, l'opera *Sui galleggianti* di Archimede presentano una struttura ricorrente, in cui a un set di ipotesi ($\nu\pi\theta\theta\epsilon\sigma\iota\zeta$) di partenza segue, per deduzione, un insieme di proposizioni che costituisce il contenuto della teoria. Va qui precisato che, a dispetto della diversità degli argomenti trattati, il termine greco oggi traducibile con matematica connetteva all'epoca un complesso di discipline tra

cui la geometria, l'ottica, l'idrostatica e l'astronomia, il cui comune denominatore era appunto l'assunzione di una metodologia assiomatico-deduttiva. Il punto di partenza di ogni dimostrazione è un arbitrario insieme di ipotesi, ove con questo termine si vuole letteralmente indicare "ciò che sta sotto"⁵ e che costituisce la base di un determinato ragionamento. A partire dalle ipotesi, il pensatore elabora una serie di proposizioni legate tra loro da rapporti logico-deduttivi, al fine di descrivere e spiegare determinati *fenomeni* (*φαινόμενα*, letteralmente: "ciò che appare"). Con questo termine, col quale oggi si indica prevalentemente un'occorrenza esterna al soggetto osservante, nel mondo ellenistico ci si riferiva all'atto della percezione, ossia all'interazione di soggetto e oggetto. Leggiamo quanto scrive Alessandro Amabile:

«I phainomena, essendo legati alle percezioni, costituiscono il punto di partenza euristico nella costruzione di una teoria scientifica. In un secondo momento, tali phainomena dovranno essere dedotti logicamente da un ristretto numero di ipotesi, rispetto alle quali assumeranno il ruolo di effetti.»⁶

La relazione tra le ipotesi e fenomeni è dunque speculare, come rileva indirettamente Russo⁷ commentando un passo dell'opera *Sui galleggianti* di Archimede. In esso il matematico individua il postulato per cui porzioni di liquido contigue e allo stesso livello, se compresse in diversa misura, non sono in equilibrio; inoltre ogni porzione è compressa dalla parte di fluido che le è posta sopra verticalmente, salvo non vi siano ulteriori pressioni esterne. Da questa ipotesi Archimede deduce (sebbene non nell'opera pervenutaci) il fenomeno del principio dei vasi comunicanti, ma è ragionevole immaginare che sia stata la stessa osservazione del fenomeno a suggerirgli l'ipotesi impiegata nella deduzione.

Sorge, a tal proposito, una questione cruciale: come indagare ed eventualmente giustificare la correttezza di un insieme di ipotesi, quando esse non siano auto-evidenti come poteva essere il caso dei postulati di Euclide⁸? L'esempio ora

⁵Aristotele utilizza l'espressione *υποθεσις* per trattare dei "fondamenti" del governo e similmente, ossia col significato di "base" o "fondamento", il termine si presenta negli scritti antichi, a dimostrazione della profonda diversità rispetto all'uso contemporaneo.

⁶Il brano è tratto dalla tesi magistrale di A. Amabile dal titolo *Le fonti ellenistiche dell'Almagesto* di Tolomeo, con relatori L. Russo, G. Covone, A. Della Corte, discussa presso l'Università degli studi di Napoli nel 2018.

⁷L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 95.

⁸Precisiamo, di passaggio, che la proprietà di auto-evidenza riguarda unicamente i postulati I-II-III-IV. Il V postulato, come bene aveva compreso Euclide, che cercò di impiegarlo il meno

citato sulla deduzione del principio di Archimede è un buon esempio di ipotesi non immediatamente intuitiva e neppure verificabile, dacché risulta impossibile indagare il comportamento di parti di un fluido che non sia in equilibrio, ma si potrebbe anche citare, come caso generale, l'eventualità di una ipotesi costruita attorno a una affermazione di carattere universale (si veda qualsiasi proposizione introdotta dalla locuzione "per ogni"). Una seconda questione di primaria importanza è: cosa accade nel caso in cui differenti gruppi di ipotesi consentano di dedurre logicamente i medesimi fenomeni? Il caso, tutt'altro che infrequente, è bene esemplificato da un passo di Gemino di Rodi (citato nel commento di Simplicio alla *Fisica* di Aristotele):

«A volte [l'astronomo] attraverso un'ipotesi trova il modo di salvare i fenomeni. Per esempio perché il Sole, la Luna e i pianeti appaiono muoversi irregolarmente? Se supponiamo che le loro orbite circolari siano eccentriche o che gli astri si muovano su un epiciclo, l'irregolarità che appare sarà salvata e bisognerà investigare in quanti modi diversi si potranno rappresentare i fenomeni.»⁹

In queste poche righe appare espresso in tutta evidenza il programma dell'astronomia ellenistica: salvare i fenomeni, vale a dire impegnarsi nella creazione di modelli che rendano pienamente conto dei moti celesti così come essi vengono osservati. Senza suggerire affinità ingombranti, riconosciamo nelle parole di Gemino l'enunciazione di un programma che ricorda la definizione di "empirismo" proposta dal filosofo della scienza Bas Van Fraassen nel suo fondamentale *The Scientific Image*:

«Science aims to give us theories which are empirically adequate; and acceptance of a theory involves as belief only that it is empirically adequate. This is the statement of the anti-realist position I advocate; I shall call it constructive empiricism.»¹⁰

Specificando, poco più avanti che:

possibile nelle sue dimostrazioni, era tutt'altro che intuitivo e, di fatto, la sua negazione aprì la strada, nel XIX secolo, alle geometrie non euclidee.

⁹L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997, p. 227.

¹⁰B. Van Fraassen, *The Scientific Image*, Oxford University Press, 1980, p. 12.

«a theory is empirically adequate exactly if what it says about the observable things and events in this world, is true – exactly if it ‘saves the phenomena’»¹¹

Va, ora, precisato che pensare di far coincidere la nozione di ”salvare i fenomeni” che poteva avere un pensatore di età ellenistica con l’Empirismo Costruttivo di Van Fraassen è del tutto errato, non fosse altro per il fatto che la richiesta di adeguatezza empirica, nella teoria del filosofo di origini olandesi, va estesa a *tutti* i fenomeni, passati, presenti e futuri e si impone dunque come una condizione estremamente impegnativa e dirimente, nonché del tutto estranea al pensiero greco. Oltretutto la definizione di Van Fraassen verte su posizioni post-galileiane e non è dunque in alcun modo impiegabile a posteriori per etichettare posizioni antecedenti alla rivoluzione scientifica. Se si è voluto tracciare un legame è perché la definizione di Van Fraassen è quella che, a nostro giudizio, descrive meglio le condizioni minimali del programma empirista e, nelle sue linee generali, ci consente di riconoscere una certa prossimità al progetto dell’astronomia ellenistica così come dichiarato da Gemino.

3.2 Ipotesi e fenomeni nell’*Almagesto*

Quanto disti la prospettiva tolemaica dall’empirismo ellenistico è evidente dal vario impiego del termine *ipotesi* nell’*Almagesto*. A un primo significato, che sostanzialmente conserva l’idea di ”fondamento” già rilevata negli scritti di Aristarco, Euclide e Archimede, se ne affianca un secondo, più ambiguo, per il quale può essere utile leggere un passo dell’introduzione di G.J. Toomer alla sua traduzione dell’*Almagesto*:

«*hypothesis*. With some hesitation, I have used this to translate $\nu\pi\theta\epsilon\sigma\iota\zeta$, although the connotation in the *Almagest* never really coincides with the modern one. Whereas we use ‘hypothesis’ to denote a tentative theory which has still to be verified, Ptolemy usually means by $\nu\pi\theta\epsilon\sigma\iota\zeta$ something more like ‘model’, ‘system of explanation’, often indeed referring to ‘the hypotheses which we have demonstrated’»¹²

¹¹ *Ibid.*

¹² G.J. Toomer, *Ptolemy’s Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, pp. 23-24.

Per Tolomeo l'*ipotesi* è dunque qualcosa che può essere dimostrato e questa dimostrazione è in qualche modo richiesta per poterne accettare la validità. Un'accezione ben lungi da quella ellenistica, in cui la deduzione dei *phainomena* non implicava alcunché sulla verità delle ipotesi.

Questa osservazione si innesta su una più generale questione di carattere storiografico assai dibattuta in letteratura: in che modo Tolomeo pensava ai suoi modelli geometrico-cinematici dei moti planetari? Secondo una tesi sostenuta fra gli altri dallo strumentalista Pierre Duhem¹³, essi sarebbero unicamente degli artifici adoperati per calcolare le posizioni dei corpi celesti e sviluppare previsioni in accordo con le osservazioni. In questo senso il metodo tolemaico non sembrerebbe diverso da quello impiegato dai pensatori di età ellenistica che prevedeva di "salvare i fenomeni". Rimarrebbe però da spiegare quale significato assuma in tale contesto la dimostrazione delle ipotesi.

A titolo d'esempio può essere utile discutere brevemente il paragrafo I.7 dell'*Almagesto*, dove Tolomeo tratta dell'immobilità della Terra. L'*ipotesi* è da lui provata scomponendo il problema in due parti: che la Terra si allontani dal centro del cosmo – come cadesse in una direzione – è anzitutto contrario ai fenomeni e dunque da rigettare; che essa si muova attorno al proprio asse è invece negato da alcune considerazioni che si rifanno alla fisica di Aristotele e alla distinzione tra corpi pesanti e corpi leggeri. L'argomento è riassumibile nel seguente modo: se la Terra, che è così densa e pesante, avesse un moto proprio, questo dovrebbe essere estremamente violento dato che le consentirebbe di completare un giro su se stessa in appena un giorno; di conseguenza tutti i corpi non a contatto con la Terra si muoverebbero in verso opposto, a meno dell'ulteriore supposizione che l'aria ruoti assieme a essa e faccia in qualche modo da collante. Come si vede, mentre per rigettare la prima opzione una semplice considerazione di incompatibilità coi fenomeni è sufficiente, nel secondo caso Tolomeo è costretto a invocare ragioni teoriche per dimostrare l'assurdità dell'assunto. Egli è oltretutto consapevole di questo dal momento che, parlando di coloro che sostengono il moto terrestre, scrive:

«However, they do not realise that, although there is perhaps nothing in the celestial phenomena which would count against that hypothesis, at least from simpler considerations, nevertheless from what would

¹³P. Duhem, *Sózēin tà phainómena. Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée*, Librairie Philosophique J Vrin, Paris, 1989.

occur here on earth and in the air, one can see that such a notion is quite ridiculous.»¹⁴

Come nota Ferruccio Franco Repellini¹⁵, l'ipotesi di un movimento rotatorio della Terra qui presa in esame deriva da un'idea di Eraclide Pontico (IV secolo a.C.), che pone comunque il globo terrestre come centro di rotazione del Sole e degli altri pianeti, senza in alcun modo suggerire una tesi eliocentrica. Sebbene ai nostri occhi post-copernicani la discussione sul moto della Terra appaia dunque di grande rilevanza, per Tolomeo, che mai considerò l'ipotesi eliocentrica e intendeva solamente distinguere tra due forme di geocentrismo, essa sarebbe dovuta risultare secondaria, dal momento che, come egli stesso ammette, non vi sarebbero ripercussioni sui fenomeni. Il fatto invece che si impegni a confutare una ipotesi geometricamente equivalente alla propria, introducendo ragioni teoriche laddove non disponga di un'altra via, rivela un atteggiamento che va oltre il semplice accordo coi fenomeni. In contrasto con quanto sostenuto da Duhem, Tolomeo sembra qui porsi una questione che non è più quella della sola adeguatezza del modello, ma che in qualche modo chiama in causa il problema della sua verità.

Quale sia, infine, il programma di Tolomeo è detto in un passo degli *Harmonica* – un trattato di teoria musicale

«The purpose of the harmonicist would be then to preserve in every way the reasoned hypothesis of the canon which do not in any way at all conflict with the perceptions as most people interpret them, just as the purpose of the astrologer is to preserve the hypothesis of the heavenly movements concordant with observable paths.»¹⁶

Ecco il fine dell'astronomia tolemaica: non (solo) salvare i fenomeni, ma salvare le *ipotesi*, lavorando strenuamente per ricondurre i primi sotto il segno delle seconde. In qualche modo è come se nel passaggio dall'età ellenistica a quella imperiale si fosse prodotta una redistribuzione del peso dato alle *ipotesi* e ai *fenomeni* nella struttura del pensiero deduttivo; una redistribuzione ora sbilanciata in favore delle *ipotesi*. È tuttavia bene sottolineare come ciò non implichi una destituzione di importanza dell'accordo con i dati osservativi, che rimane il metro della bontà di una teoria, ma, una volta che tale accordo sia dato, le ipotesi

¹⁴G.J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, p. 45.

¹⁵F. F. Repellini, *Scienza greco-romana. Tolomeo*, voce dell'Enciclopedia Treccani, 2001, https://www.treccani.it/enciclopedia/elenco-opere/Storia_della_Scienza/S

¹⁶J. Solomon, *Ptolemy Harmonics*, Brill, Boston, 2000, pp. 7-8.

divengono affermazioni sullo stato del mondo fisico e non più esclusivamente le premesse di una possibile interpretazione dei fenomeni.

Capitolo 4

Conclusioni

Appare ora più chiara, alla luce di quanto visto, l'incomprensione di Tolomeo. Due secoli durante i quali l'attività scientifica era cessata avevano prodotto una insanabile frattura culturale e un conseguente, inevitabile regresso metodologico, che non consentiva ai pensatori del II secolo d.C. di inquadrare correttamente le teorie (e le invenzioni meccaniche) dell'Ellenismo entro l'originaria cornice di un pensiero empirista. Come si è visto, i pensatori dell'età ellenistica non intendevano stabilire la verità delle ipotesi impiegate nei modelli: esse erano semplici assunzioni, che avrebbero potuto essere sostituite con altre in piena legittimità, dando origine a una diversa teoria. Quando, per le vicissitudini suddette, questa prospettiva sull'indagine della natura venne a cadere, l'intercambiabilità delle ipotesi non poté più essere compresa ed esse, imbrigliate in una visione manichea che distingue proposizioni "vere" da proposizioni "false", vennero considerate affermazioni della cui validità non si era certi.

Un congegno come la Macchina di Antikythera costituisce la piena realizzazione del programma di salvare i fenomeni, ma nella visione realista di Tolomeo ciò non è sufficiente a considerare il movimento dei suoi ingranaggi come una rappresentazione *fedele* dei moti planetari. Difatti la Macchina preserva le apparenze dei moti, ma manca di *esibire le ipotesi*, secondo quanto dichiarato da Tolomeo a proposito della sua insoddisfazione per gli esempi di *sphairopoia*¹ a lui noti, in maniera tale che a emergere è la sola raffinatezza dell'arte artigiana, mentre i modelli rimangono inesplicati.

¹"[the accustomed manner of sphairopoia, *ndr*] apart from failing to represent the models, presents the phenomenon only, and not the underlying" Cfr. E. A. Hamm, *Ptolemy's Planetary Theory: An English Translation of Book One, Part A of the Planetary Hypotheses with Introduction and Commentary*, University of Toronto, 2011, p. 73

Nel capitolo 3 abbiamo discusso alcuni argomenti per provare ad affiancare la metodologia dei pensatori ellenistici a quello che modernamente chiameremmo "empirismo". Va da sé che nella cultura dell'epoca, antecedente la rivoluzione scientifica, non vi era alcuna idea di che cosa espressioni quali "empirismo", "strumentalismo" e "realismo scientifico" potessero significare e perciò, come è logico attendersi, nemmeno nelle opere degli antichi vi è alcuna dichiarazione esplicita che possa ricondurre all'una o all'altra posizione. Si tratta a ben vedere di classificazioni inattendibili, se prese alla lettera, e desunte oltretutto implicitamente dall'atteggiamento metodologico di quei pensatori per come siamo stati in grado di ricostruirlo. Lo scopo dell'operazione non è allora quello di fondare a posteriori una epistemologia per gli antichi che impieghi etichette nate quasi due millenni dopo, ma solo di rilevare alcune minime similitudini di atteggiamento nel considerare i rapporti tra il mondo, la teoria e i suoi modelli che possano aiutarci a inquadrare la profonda distanza tra Tolomeo e i suoi predecessori, nonché a far luce sulle ragioni delle incomprensioni di cui si è detto.

A tal proposito, il IX libro dell'*Almagesto* si apre con la seguente considerazione:

«[...] although he [Hipparchus, ndr] investigated the theories of the sun and the moon, and, to the best of his ability, demonstrated with every means at his command that they are represented by uniform circular motions, did not even make a beginning in establishing theories for the five planets [...]»²

Appare, in conclusione, verosimile che Tolomeo, pur a conoscenza di esemplari di *sphairopoiia* affini alla Macchina di Antikythera non abbia potuto considerarli, in piena buona fede, prove dell'esistenza di una effettiva teoria planetaria ampiamente sviluppata antecedente il suo lavoro. Ciò non stupisce, se è vero, come scrive Repellini, che

«nelle opere di Tolomeo si avverte l'intento di esaurire l'intero specifico campo di indagine considerato, senza omettere nulla; le più ampie hanno in effetti l'impianto di manuali e in esse è sempre trattata una quantità molto grande di fenomeni ed è sempre presente l'intento di riorganizzare in modo coerente l'insieme»³

²G.J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, p. 421

³F. F. Repellini, *Scienza greco-romana. Tolomeo*, voce dell'Enciclopedia Treccani, 2001, https://www.treccani.it/enciclopedia/elenco-opere/Storia_della_Scienza/S

Gli esemplari di *sphairopoiia* di cui egli probabilmente poteva disporre riproducevano un numero limitato di eventi celesti e presentavano inevitabilmente una accuratezza inferiore a quella della sua trattazione matematica, tuttavia ci sembra che la perentorietà con cui, nel passo citato, si nega che Ipparco abbia anche solo iniziato a elaborare una teoria completa possa essere meglio compresa se si assume che nella prospettiva tolemaica "salvare i fenomeni" sia di fatto una posizione insufficiente, fintantoché non si possa risalire alla verità delle ipotesi che hanno generato il modello.

Rimane ora da chiedersi se – ed eventualmente fino a che punto – la frequentazione di simili meccanismi abbia potuto, in maniera più o meno diretta, ispirare la messa a punto dei suoi modelli per i moti dei corpi celesti. Un tentativo di risposta affermativa è suggerito nella parte conclusiva della summenzionata tesi di Amabile sulle fonti ellenistiche dell'*Almagesto*, ma il lavoro degli storici della scienza sulle relazioni tra la *sphairopoiia* e lo sviluppo delle teorie sulla dinamica celeste è tutt'altro che terminato.

Appendice A

Sulla forma degli ingranaggi e la precisione della Macchina di Antikythera

L'utilizzo di ingranaggi a dentatura triangolare è attestato sin dall'antichità. Sin al 1300 d.C. non vi è, inoltre, notizia dell'impiego di altri profili per le ruote dentate e ancora alla geometria triangolare si richiama al principio del XIV secolo l'abate e matematico medievale Richard di Wallingford, secondo quanto si apprende dai disegni contenuti nel suo *Tractatus Horologii Astronomici* (1327), nell'ideare il meccanismo di un celebre orologio astronomico che fu completato solo dopo la sua morte. È, però, in quegli anni che alcune migliorie negli apparati meccanici cominciano a farsi strada, come testimoniato dall'ipotesi di ricostruzione di J. S. North di un astrolabio di provenienza francese, definito, secondo la traduzione di un manoscritto latino di cui ci sono pervenute tre copie (due di esse conservate presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano), "a device of certain remarkable wheels, by which the true places of all the planets are known, and also the hours of day and night"¹. Un minore numero di ingranaggi e l'utilizzo di denti sempre più lisci e arrotondati favoriva un miglior trasferimento della velocità angolare da una ruota all'altra e, dunque, il raggiungimento di migliori prestazioni, che si affineranno ulteriormente nei secoli a venire con l'impiego di una dentatura epicicloidale – i cui meriti, pur già suggeriti in alcuni disegni di Leonardo da Vinci, verranno dimostrati nel XVII secolo dal danese Olaus Roemer e dal matematico francese Gérard Desargues – e poi dal profilo a evolvente

¹J.D. North, *Opus quorundam rotarum mirabilium*, in: *Stars, Minds and Fate*, Hambledon Press, 1989, pp. 135-169.

studiato nel Settecento dal matematico Eulero.

Per confrontare l'accuratezza della Macchina di Antikythera con quella di meccanismi analoghi (ossia funzionanti per mezzo di ruote dentate) di epoca successiva, si può adoperare il seguente criterio. Si consideri, nel posizionare un dente su un ingranaggio di raggio D , un errore tangenziale δ ; l'errore angolare associato è $\frac{\delta}{D}$. Possiamo, allora, definire un errore frazionario nella forma $\epsilon = \frac{\delta}{D}$, ove θ è l'angolo associato al dente che stiamo considerando, ossia, per una ruota con N denti: $\theta = \frac{2\pi}{N}$. Infine, si ottiene:

$$\delta = \frac{2\pi D\epsilon}{N}$$

Assegniamo, allora, al termine $\frac{D\epsilon}{N}$ il significato di misura dell'accuratezza del manufatto. Valori di ϵ sono stati stimati tanto per la Macchina di Antikythera quanto per altri meccanismi, quali una meridiana bizantina (circa 520 d.C.), l'astrolabio di Abi Bakr (circa 1222 d.C.), uno dei meccanismi dell'orologiaio inglese John Harrison (1776 d.C.), un orologio del XX secolo e il frammento di un ingranaggio trovato a Olbia e tradizionalmente associato al Planetario di Archimede. Tipici valori di $\frac{D\epsilon}{N}$ sono:

Modello	$\frac{D\epsilon}{N}$
Antikythera	$\approx 0,011$
bizantino	0,024
Abi Bakr	0,022
Harrison	0,007
XX secolo	0,006
Olbia	0,009

La precisione della Macchina di Antikythera è, dunque, paragonabile ai meccanismi di età medievale, ma chiaramente inferiore agli orologi più moderni. Come nota Edmunds, l'elevata precisione del meccanismo di Olbia è dovuta alla forma epicicloidale dei suoi denti (e potrebbe anche suggerire una origine post-medievale).

Appendice B

Sui sistemi di numerazione nell'Almagesto e la matematica pre-tolemaica

Si propone, di seguito, una breve illustrazione dei metodi e degli strumenti di calcolo impiegati nell'*Almagesto* di Tolomeo e in questa tesi. Si tratta, in taluni casi, di concetti resi obsoleti dalle forme di calcolo sviluppate in epoche successive e con cui, dunque, il lettore odierno potrebbe avere scarsa familiarità; da ciò l'opportunità di queste brevi note.

1. *Il sistema numerico sessagesimale e la notazione di Tolomeo*

Come esplicitato da Toomer nella sua introduzione all'*Almagesto*¹, il sistema sessagesimale, già in uso in età ellenistica, fu con buona probabilità ereditato dai matematici babilonesi come strumento assai utile a esprimere termini frazionari. A titolo d'esempio:

$$6, 13; 10, 0, 58 \rightarrow 6 \cdot 60 + 13 + \frac{10}{60} + \frac{0}{60^2} + \frac{58}{60^3} \quad (\text{B.1})$$

Tolomeo, in particolare, lo utilizza solo per le frazioni, in modo tale che il numero sarà da lui scritto:

$$373; 10, 0, 58 \quad (\text{B.2})$$

Sebbene questa scrittura consenta una maggior precisione, ove essa non sia richiesta Tolomeo ricorre al tradizionale sistema di esplicitare le frazioni,

¹G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984, pp. 6-7.

prediligendo quelle unitarie. Il numero decimale 0,75, ad esempio, sarà scritto in forma:

$$0,75 \rightarrow \frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{3} \quad (\text{B.3})$$

ove, con l'ultima scrittura, si sottintende la somma delle due frazioni.

2. *Trigonometria*

La sola funzione trigonometrica usata da Tolomeo è la corda – $chord(\theta)$ –, che restituisce, dato un angolo centrato sull'origine di una circonferenza, la lunghezza del segmento che congiunge i due punti di intersezione fra le semirette dell'angolo e la circonferenza. Nel 1973² Toomer suggerì che lo stesso Ipparco avesse usato, nelle sue stime astronomiche, una analoga tavola delle corde, originata a partire da una circonferenza di 21600 unità, ossia il numero di minuti d'arco (o *primi*, detto *primo* $1/60^\circ$) in 360° , con raggio $R' = 3438$ unità. Partendo, poi, da una stima ragionevolmente accurata dei valori π ($\approx \sqrt{10}$), $chord(90^\circ)$ e $chord(60^\circ)$, Ipparco, poté impiegare semplici teoremi di geometria euclidea (di certo ben noti all'epoca in quanto usati da Archimede nel fondamentale trattato sulla *Misura del cerchio*³) che legano tra loro $chord(180^\circ - \alpha)$ e $chord(\frac{\alpha}{2})$ alla $chord(\alpha)$ per redigere una tavola delle corde per angoli con incrementi di $7\frac{1}{2}^\circ$. Assumendo, come sembra ragionevole dato il lavoro di Archimede, che le stime impiegate da Ipparco per i valori π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ siano sufficientemente accurate, possiamo provare a ricostruire in Figura B.1 una tabella delle corde analoga a quella ch'egli forse utilizzò per i calcoli astronomici.

In termini odierni la corda che sottende l'angolo α è legata al seno dell'angolo dalla formula:

$$chord(\theta) = 2R \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{B.4})$$

con R raggio della circonferenza.

Notiamo, infine, che il valore di 3438 unità presumibilmente assegnato al raggio da Ipparco deriva dall'analogia operata da Toomer con la tavola dei

²G. J. Toomer, *The Chord Table of Hipparchus and the Early History of Greek Trigonometry*, in: *Centaurus*, Vol. 18, pp. 6-28.

³Nell'opera, che contiene tre teoremi, Archimede procede inscrivendo e circoscrivendo a una circonferenza poligoni regolari fino a stimare una misura per la stessa circonferenza compresa tra $(3+1/7)$ e $(3+10/71)$ volte il diametro. In altre parole, egli trova che $(3+10/71) < \pi < (3+1/7)$.

Angle(degrees)	Chord
0	0
7 1/2	450
15	897
22 1/2	1341
30	1780
37 1/2	2210
45	2631
52 1/2	3041
60	3438
67 1/2	3820
75	4186
82 1/2	4533
90	4862
97 1/2	5169
105	5455
112 1/2	5717
120	5954
127 1/2	6166
135	6352
142 1/2	6511
150	6641
157 1/2	6743
165	6817
172 1/2	6861
180	6875

Figura B.1: Tabella delle corde presumibilmente adottata da Ipparco. Immagine tratta da Duke (2005)

seni compilata dal matematico indiano Aryabhata nel VI secolo d.C. Si tratta dunque di una intuizione al momento non suffragata da prove e in Duke (2006) essa è discussa anche alla luce del fatto che i calcoli per il Trio B attribuiti a Ipparco nell'*Almagesto* sembrerebbero non essere consistenti con questa ipotesi. Nella sua analisi Duke evidenzia il problema e propone una soluzione matematica che consiste nell'esplicitare il valore del parametro d nell'equazione. Parametro di cui noi abbiamo potuto disinteressarci per via del fatto che, operando in forma algebrica, abbiamo visto come esso venisse a elidersi durante le divisioni, ma al quale Ipparco dovette con ogni probabilità assegnare un valore. Se tale valore fosse pari a $d = 3,612 \approx 1,000\sqrt{10}$, ossia all'approssimazione per π che si riscontra in molti testi indiani di astronomia, il raggio di 3438 unità permetterebbe di risalire ai risultati riportati da Tolomeo in entrambi i modelli. L'operazione è, come si vede, arbitraria, ma è con onestà che Duke ammette, al termine dell'articolo, come la possibilità che Ipparco abbia usato un unico valore per il raggio della circonferenza è sostanzialmente equivalente a quella per

cui abbia fatto ricorso a due distinti valori del raggio per il calcolo del Trio A e del Trio B. La prima possibilità sembra essere, finora, la più sostenuta in letteratura, cionondimeno segnaliamo che in tempi recenti più di uno studioso ha avanzato dubbi sul fatto che le tavole dei seni indiane siano in qualche modo collegate alle tavole delle corde di età greca. Scrive, in particolare Bo C. Klintberg in un articolo del 2005:

«With mathematical reconstructions and philosophical arguments it has been shown that Toomer's 1973 paper never contained any conclusive evidence for his claims that Hipparchus had a 3438-based chord table, and that the Indians used that table to compute their sine tables. Recalculating Toomer's reconstructions with a 3600 radius – i.e. the radius of the chord table in Ptolemy's *Almagest*, expressed in 'minutes' instead of 'degrees' – generates Hipparchan-like ratios similar to those produced by a 3438 radius. It is therefore possible that the radius of Hipparchus's chord table was 3600, and that the Indians independently constructed their 3438-based sine table»⁴

3. Teoremi impiegati nei calcoli del paragrafo 2.4

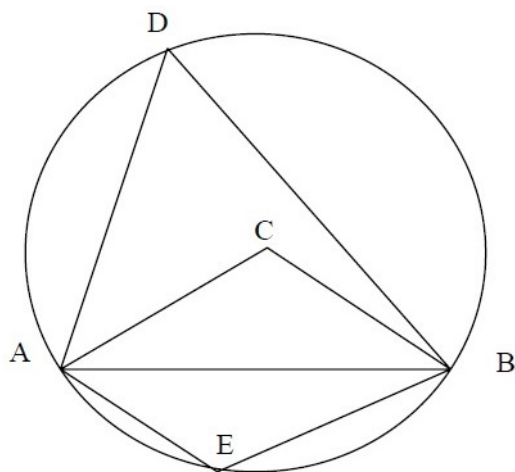


Figura B.2: Immagine tratta da Duke (2005)

⁴B. C. Klintberg, *Hipparchus' 3600-based chord table and its place in the history of ancient Greek and Indian Trigonometry*, in: *Indian Journal of History of Science*, Vol. 40, 2005, pp. 169-203.

- (a) Si consideri il cerchio di centro C e raggio $CA = CB = R$. Sia l'angolo $ACB = \alpha$. Valgono, allora, le seguenti relazioni:

$$\text{chord}(\alpha) = \frac{AB}{R} = 2\sin\frac{\alpha}{2} \quad (\text{B.5})$$

- (b) Per ogni punto D sull'arco di circonferenza maggiore vale $ADB = \alpha/2$; per ogni punto E sull'arco minore vale $AEB = 180^\circ - \alpha/2$.
- (c) Vale, inoltre, una relazione equivalente alla Legge dei seni:

$$\frac{\text{chord}(2 \angle ABC)}{AB} = \frac{\text{chord}(2 \angle CBA)}{AC} = \frac{\text{chord}(2 \angle BAC)}{BC} \quad (\text{B.6})$$

- (d) Si consideri la Figura B.3:

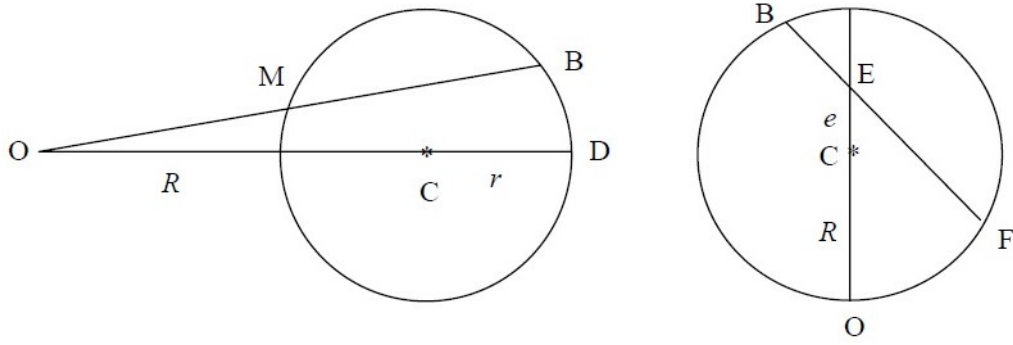


Figura B.3: Immagine tratta da Duke (2005)

Nella parte sinistra, dati $OC = R$ e $CD = r$, vale:

$$(R + r)(R - r) = R^2 - r^2 = OB \cdot OM \quad (\text{B.7})$$

Nella parte destra, dati $OC = R$ e $CE = e$, vale:

$$(R + r)(R - r) = R^2 - r^2 = FE \cdot EB \quad (\text{B.8})$$

Bibliografia

- [1] Amabile A., *Le fonti ellenistiche nell'Almagesto di Tolomeo*, tesi magistrale per la Laurea in Fisica, relatori: L. Russo, G. Covone, A. Dalla Corte, discussa nel 2018 presso l'Università degli Studi di Napoli, 2013, http://www.fisica.unina.it/documents/12375590/13725484/2810_Amabile_21-03-2019.pdf.
- [2] Carman C., Thorndike A., Evans J., *Solar Anomaly and Planetary Displays in the Antikythera Mechanism*, in: *Journal for the History of Astronomy*, Vol. 41, 2012, pp. 1-40.
- [3] Duke D. W., *Hipparchus' Eclipse Trio and Early Trigonometry*, in: *Centaurus*, Vol. 47, 2005, pp. 163-177.
- [4] Edmunds M. G., *An Initial Assessment of the Accuracy of the Gear Trains in the Antikythera Mechanism*, in: *Journal for the History of Astronomy*, Vol. 42, 2011, pp. 307-320.
- [5] Edmunds M. G., *The Antikythera Mechanism and the mechanical universe*, in: *Contemporary Physics*, Vol. 55, 2014, pp. 263-285.
- [6] Freeth et al., *Decoding the Ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism*, in: *Nature*, Vol. 444, 2006, pp. 587-591.
- [7] Gourtsoyannis, *Hipparchus vs. Ptolemy and the Antikythera Mechanism: Pin-Slot device models lunar motions*, in: *Advances in Space Research*, Vol. 46, 2010, pp. 540-544.
- [8] Russo L., *The Astronomy of Hipparchus and his time: A study based on pre-ptolemaic sources*, in: *Vistas in Astronomy*, vol. 38, 1994, pp. 207-248.
- [9] Russo L., *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 1997.

- [10] Seiradakis J. H., Edmunds M. G., *Our Current Knowledge of the Antikythera Mechanism*, in: *Nature Astronomy*, pp. 35–42.
- [11] Toomer G. J., *Ptolemy's Almagest*, Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1984.
- [12] Van Fraassen B., *The Scientific Image*, Oxford University Press, 1980.