

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Corso di Laurea Magistrale

in

Ingegneria dell'Innovazione del Prodotto

Tesi di Laurea Magistrale

Modellizzazione della propagazione della cricca nei materiali metallici

Relatore: Ch. Mo Prof. Paolo Ferro

Laureando: Gianluca Faggionato

Matricola: 1183495

Anno Accademico 2019/2020

Ai miei genitori Camilla e Romeo e ai miei cari, per avermi sostenuto in ogni momento della mia vita. Senza di loro non potrei essere quello che sono oggi e questo lavoro di tesi non esisterebbe.

Ai miei migliori amici, per i meravigliosi momenti fin qui condivisi insieme.

“The authors are hesitant but cannot resist the temptation to draw the straight line slope 1/4 through the data...”

(P. C. Paris e F. Erdogan suggeriscono nel loro articolo del 1963, con un’osservazione a parte, la futura equazione di Paris dopo aver revisionato dei dati sperimentali di una lega Al 2024 – T3, in un grafico doppio log da/dN vs ΔK .)

“We dance round in a ring and suppose. But the secret sits in the middle and knows.”

(Robert Frost)

“C’è una crepa in ogni cosa. Ed è da lì che entra la luce.”

(Leonard Cohen)

Sommario

Il presente lavoro di tesi è focalizzato sullo studio della propagazione della cricca (*"Fatigue Crack Growth"*, FCG) nei materiali metallici. Dopo un breve riassunto dei concetti teorici fondamentali della meccanica della frattura, saranno descritti i principali meccanismi che innescano la nucleazione e la propagazione di cricche all'interno di materiali metallici. Particolare attenzione sarà posta sugli aspetti microstrutturali che regolano questi fenomeni. Successivamente, saranno esposti dal punto di vista teorico l'*"eXtended Finite Element Method"* (XFEM) e il *"Maximum Circumferential Stress Criterion"*. Le parti centrali di questa tesi saranno dedicate all'utilizzo del software ANSYS Mechanical 17.2. Le simulazioni utilizzeranno l'ambiente XFEM presente in ANSYS, basato sui concetti teorici presentati precedentemente, per ricavare le curve di Paris dei modelli costruiti. I risultati numerici saranno confrontati con i risultati sperimentali di alcune prove di FCG disponibili in letteratura. L'obiettivo dell'ultima parte della tesi è quello di simulare la propagazione della cricca in presenza di difetti od ostacoli microstrutturali: saranno simulate delle condizioni di FCG in alcuni materiali metallici con la presenza di inclusioni, precipitati, porosità. In conclusione i risultati ottenuti verranno discussi, in modo tale da trarre le conclusioni sull'utilizzo dell'XFEM come strumento di previsione della propagazione della cricca. Saranno inoltre elencati alcune idee per le successive simulazioni.

Indice

| | |
|---|-----------|
| 1. Introduzione: la meccanica della frattura | 1 |
| 1.1. La Meccanica della Frattura Lineare Elastica | 1 |
| 1.1.1. Sollecitazioni statiche | 1 |
| 1.1.2. Campo di utilizzo della MFLE per sollecitazioni statiche | 7 |
| 1.2. Sollecitazioni dinamiche | 9 |
| 1.2.1. La curva di Paris | 9 |
| 1.2.2. La determinazione sperimentale della curva di Paris | 11 |
| 1.2.3. Previsione della vita residua di un componente criccato | 14 |
| 1.2.4. Il diagramma di Kitagawa – Takahashi | 15 |
| 1.3. Estensione della MFLE ai fenomeni plastici. Cenni di Meccanica della Frattura Elasto – Plastica | 18 |
| 1.4. Scopo della tesi | 21 |
| 2. Il processo di FCG nei materiali metallici | 25 |
| 2.1. Fase 1: deformazione plastica ciclica | 26 |
| 2.2. Nucleazione di microcricche | 28 |
| 2.3. Propagazione di microcricche | 32 |
| 2.3.1. Effetti della microstruttura sulla propagazione | 39 |
| 2.4. Propagazione di macrocricche e rottura | 43 |
| 2.4.1. La zona plastica ciclica e la sua estensione | 45 |
| 2.4.2. Crack closure | 47 |
| 3. Il metodo XFEM per lo studio di problemi di FCG | 51 |
| 3.1. Il Finite Element Method (FEM) | 51 |
| 3.2. L'eXtended Finite Element Method (XFEM) | 54 |
| 3.2.1. Il maximum circumferential stress criterion | 60 |
| 3.3. XFEM in Ansys Mechanical per analisi di FCG | 64 |
| 3.3.1. Tipologie di sollecitazione | 64 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3.2. Metodo di analisi | 65 |
| 3.3.3. Definizione della zona di propagazione della cricca | 66 |
| 3.3.4. Definizione della legge di Paris | 70 |
| 3.3.5. Set up della procedura di soluzione | 70 |
| 3.3.6. Post – processor | 73 |
| 4. Elaborazione della curva di Paris nei materiali metallici con l'XFEM | 75 |
| 4.1. Curva di Paris di un AISI 316 | 75 |
| 4.1.1. Proprietà del materiale ed elemento utilizzato | 76 |
| 4.1.2. Costruzione della geometria del modello | 76 |
| 4.1.3. Mesh della aree | 77 |
| 4.1.4. Modellazione della cricca iniziale | 78 |
| 4.1.5. Condizioni di vincolo e di carico | 79 |
| 4.1.6. Soluzione | 80 |
| 4.1.7. Post – processor | 81 |
| 4.1.8. Elaborazione dei dati | 84 |
| 4.2. Curva di Paris di una lega Al 6061 T6 | 87 |
| 4.2.1. Proprietà del materiale | 87 |
| 4.2.2. Condizioni di carico e di vincolo | 87 |
| 4.2.3. Soluzione | 88 |
| 4.2.4. Elaborazione dei dati | 88 |
| 4.3. Conclusioni sulla verifica del modello | 91 |
| 5. La propagazione della cricca in presenza di ostacoli microstrutturali: alcuni casi studio | 93 |
| 5.1. Elemento utilizzato | 94 |
| 5.2. Costruzione della geometria del modello | 94 |
| 5.2.1. Costruzione di keypoints, linee e aree | 94 |
| 5.2.2. Mesh delle aree | 95 |
| 5.2.3. Modellazione della cricca iniziale | 96 |
| 5.2.4. Condizioni di carico e di vincolo | 97 |
| 5.2.5. Soluzione del modello | 98 |

| | | |
|-------------|--|------------|
| 5.3. | Post – processor sferoide centrato | 98 |
| 5.3.1. | Sferoide di grafite all'interno di una ghisa | 98 |
| 5.4. | Variazione della posizione dello sferoide | 101 |
| 5.5. | Post – processor sferoide decentrato | 103 |
| 5.5.1. | Sferoide di grafite all'interno di una ghisa | 103 |
| 5.5.2. | Sferoide di precipitato all'interno di un acciaio | 106 |
| 5.5.3. | Sferoide di precipitato in una lega di alluminio | 108 |
| 5.5.4. | Porosità all'interno di un acciaio | 109 |
| 5.6. | Simulazioni con due sferoidi | 111 |
| 5.6.1. | Due sferoidi di grafite in una ghisa sferoidale | 112 |
| 5.6.2. | Due sferoidi di precipitato in un acciaio | 115 |
| 5.7. | 3D FCG Analysis: un caso studio | 118 |
| 6. | Conclusioni finali | 123 |
| 6.1. | Considerazioni sull'ambiente XFEM in ANSYS Mechanical 17.2 e versioni successive | 123 |
| 6.2. | Analisi future | 124 |
| 6.2.1. | Gradienti di proprietà elastiche | 124 |
| 6.2.2. | La propagazione di cricche con difetti multipli | 125 |
| | Appendice | 127 |
| a. | Geometria del modello per ricavare le curve di Paris | 127 |
| b. | Geometria del modello per l'analisi del percorso di propagazione | 130 |
| c. | Definizione della cricca iniziale | 137 |
| d. | Condizioni di vincolo e di carico | 138 |
| e. | Soluzione | 138 |
| f. | Post – processor per la curva di Paris | 139 |
| | Bibliografia | 141 |

1. Introduzione: la meccanica della frattura

La meccanica classica ha fornito per molti anni validi strumenti agli ingegneri per il dimensionamento statico e dinamico di componenti meccanici. La progettazione statica era basata sulle sollecitazioni semplici (per esempio trazione, compressione, flessione, torsione), la progettazione dinamica era basata sulla curva di Wöhler e i criteri di resistenza trascuravano la possibile presenza di difetti nel materiale (“*safe life design*”). La formazione di cricche, innescate dai difetti nel materiale durante la vita del componente, e la loro propagazione erano eventi non considerati durante la progettazione. La meccanica classica ha iniziato a mettere in evidenza le proprie lacune a partire dagli anni '50, quando si è reso necessario considerare l'origine microscopica dei fenomeni di cedimento e di rottura. La meccanica della frattura è nata proprio con lo scopo di studiare la presenza dei difetti e delle cricche nel materiale, poiché essi sono inevitabili durante il processo di produzione dei componenti. Con l'introduzione di questa teoria, è stato possibile iniziare a progettare tollerando la presenza di difetti nel materiale (“*defect/damage tolerant design*”). A tal riguardo, la meccanica della frattura ha lo scopo di rispondere alle seguenti domande:

- Il pezzo criccato può sopportare una sollecitazione statica definita o cede di schianto?
- In presenza di una sollecitazione affaticante, qual è la vita residua del componente criccato? Il confronto tra vita residua e vita prevista a progetto permetterà di capire se e quando è necessario intervenire con azioni di manutenzione.

1.1. La Meccanica della Frattura Lineare Elastica

1.1.1. Sollecitazioni statiche

Le fondamenta matematiche della meccanica della frattura lineare elastica (MFLE) sono le equazioni definite da G. R. Irwin (1957). Esse descrivono l'andamento del campo tensionale in prossimità dell'apice di una cricca, in condizione di materiale lineare elastico isotropo. Tale campo tensionale può essere caratterizzato secondo tre modalità di applicazione di una sollecitazione (fig. 1.1):

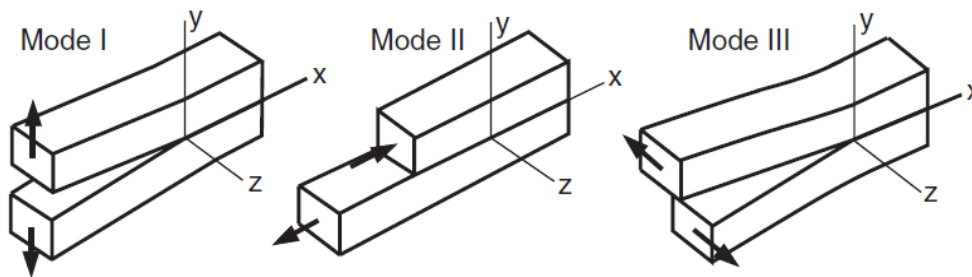


Figura 1.1: le tre modalità di applicazione di una sollecitazione in un componente criccato. [1]

- Modo I, apertura (“*Opening*”): è il più importante dal punto di vista applicativo e largamente trattato nella letteratura. La sollecitazione tende a provocare un’apertura delle facce della cricca;
- Modo II, scorrimento (“*Sliding*”): la sollecitazione tende a far scorrere le due facce della cricca sul piano in cui giace la cricca;
- Modo III, lacerazione o strappo (“*Tearing*”): la sollecitazione provoca uno scorrimento delle facce della cricca lungo la direzione ortogonale al piano sul quale giace la cricca. È rilevante nei componenti soggetti a torsione.

La cricca può anche essere sollecitata con una combinazione dei tre modi descritti: in tal caso, data l’ipotesi lineare elastica fatta in precedenza, si parlerà di un modo misto. La progettazione con la meccanica classica prevede di utilizzare un criterio di punto nella progettazione, ovvero di utilizzare il punto più gravoso nel componente per effettuare il dimensionamento. Tuttavia, utilizzando questa metodologia per studiare una sollecitazione di modo I applicata ad una piastra infinita con una cricca centrata, si incontra il problema di dover trattare un campo tensionale con una singolarità. Infatti, in corrispondenza dell’apice della cricca, le tensioni crescono rapidamente e tendono ad infinito. A causa di questa singolarità, le tensioni all’apice della cricca non sono più una grandezza significativa per la progettazione meccanica, ed è necessario valutare la gravosità del danno con un criterio di campo piuttosto che di punto. Per descrivere questo problema Irwin, nel 1957, ha posizionato un sistema di riferimento cartesiano (x, y, z) e uno polare (r, θ) all’apice di una cricca in un materiale lineare elastico isotropo:

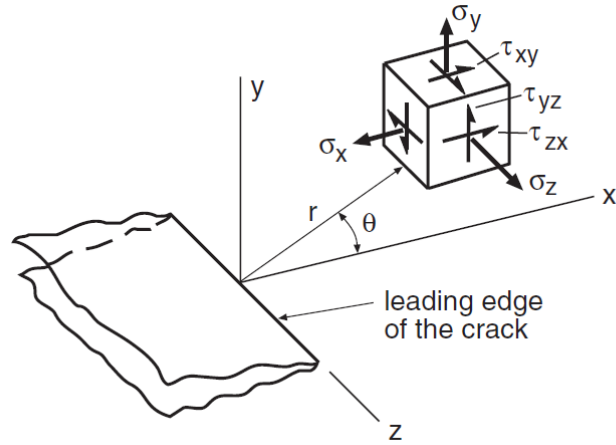


Figura 1.2: il sistema di riferimento adottato da Irwin per studiare i campi tensionali attorno l'apice di cricca. [1]

Ipotizzando di sollecitare la cricca con un modo I, il generico stato di tensione in un punto P di coordinate polari (r, θ) vicino all'apice è dato dalle seguenti equazioni:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{3}{2}\theta + 3 \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.1)$$

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(-\cos \frac{3}{2}\theta + 5 \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.2)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3}{2}\theta \right) \quad (1.3)$$

All'interno delle equazioni di Irwin compare il fattore di intensificazione delle tensioni K_I ("Stress Intensity Factor", SIF), di cui si parlerà in seguito. Analoghe equazioni possono essere scritte anche per le sollecitazioni di modo II e III. I punti più importanti sono quelli che giacciono sull'asse della cricca: infatti è ragionevole pensare che, con una sollecitazione di modo I, la cricca aumenti le proprie dimensioni mantenendo la stessa orientazione (condizione di "self - similarity" della cricca). Lungo tale direzione, le equazioni di Irwin si semplificano come segue:

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_y = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \quad (1.4)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_x = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \quad (1.5)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (1.6)$$

È importante scrivere le seguenti considerazioni sulle equazioni di Irwin:

- quando $r \rightarrow \infty$, ovvero nelle zone distanti dall'apice della cricca, le equazioni restituiscono delle tensioni tendenti a zero. In realtà si deve ritrovare il valore di tensione nominale applicata alla piastra. Questa osservazione porta alla conclusione che le equazioni di Irwin sono valide localmente attorno l'apice di cricca e non possono essere utilizzate lontano da tale punto (si può assumere come regione di validità $r \leq a/10$, a lunghezza di cricca);
- quando $r \rightarrow 0^+$, le equazioni di Irwin restituiscono delle tensioni singolari tendenti ad ∞ . Questo risultato ricorda come sia necessario abbandonare il criterio puntuale per analizzare le tensioni all'apice di cricca, per adottarne uno che descriva l'intensità dei campi tensionali;

In realtà non ha senso fisico assumere che le tensioni siano singolari, a causa dei limiti delle proprietà dei materiali. È più verosimile assumere che sia presente una zona plasticizzata (“*plastic zone*”), in cui il materiale raggiunge localmente la tensione di snervamento σ_{sn} .

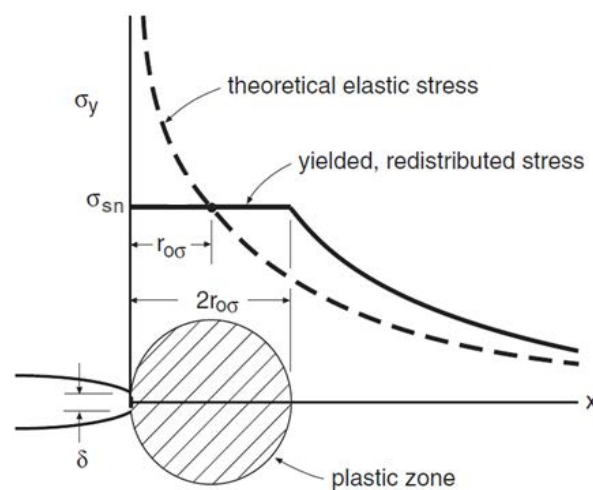


Figura 1.3: rappresentazione della zona plasticizzata, andamento delle tensioni teoriche secondo le equazioni di Irwin (linea tratteggiata) e delle tensioni reali redistribute (linea continua). [1]

Per un materiale elastico – perfettamente plastico, Irwin ha stimato che lo snervamento del materiale si verifica quando $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{sn}$ e fino ad una distanza dall'apice di cricca pari a:

$$r_{o\sigma} \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (\text{tensione piana}) \quad (1.7)$$

$$r_{o\sigma} \approx \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (\text{deformazione piana}) \quad (1.8)$$

A causa dello snervamento del materiale all'interno della zona plasticizzata, le tensioni sono più piccole rispetto a quelle previste dalle equazioni di Irwin (fig. 1.3). Tuttavia, per mantenere l'equilibrio a seguito della plasticizzazione, si verifica una redistribuzione delle tensioni e la parte elastica viene tralata a destra. La minor resistenza esercitata dal materiale snervato porta la zona plasticizzata ad estendersi fino a $2r_{o\sigma}$. All'interno della zona plasticizzata le equazioni di Irwin non sono valide, ma se essa è di piccole dimensioni (“*small scale yielding*”) le tensioni si redistribuiscono verso l'esterno (fig. 1.3). In questo modo si ristabilisce l'equilibrio e non si alterano significativamente le tensioni iniziali descritte dalle equazioni di Irwin. Si individua così una regione più ampia a comportamento elastico detta “zona di processo” (fig. 1.4). Questo ragionamento è valido solo se la tensione nominale $\sigma \leq 0,5 \div 0,6 \sigma_{sn}$: oltre questo valore la zona plasticizzata aumenta notevolmente la sua estensione, e non è possibile utilizzare l'approccio lineare elastico.

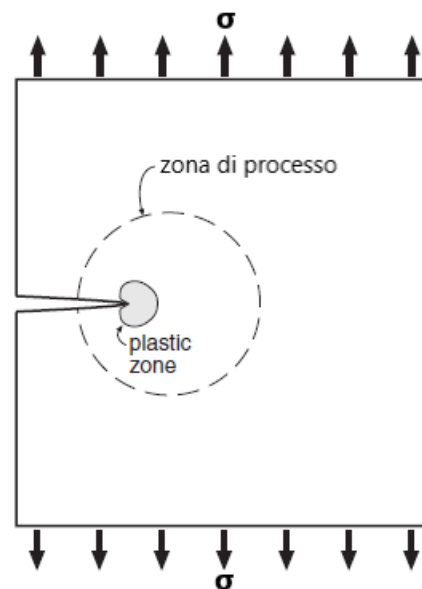


Figura 1.4: rappresentazione della zona plasticizzata e della zona di processo attorno l'apice di cricca. [1]

Lo “*Stress Intensity Factor*” K_I è definito dalla seguente espressione matematica:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0) \quad (1.9)$$

ed è misurato in $MPa \cdot m^{0.5}$ (oppure $MPa \cdot mm^{0.5}$). Analoghe definizioni possono essere scritte anche per K_{II} e K_{III} . Lo SIF è stato introdotto per caratterizzare l'intensità del campo tensionale vicino all'apice di cricca e, per estensione, la gravosità della cricca. L'introduzione di questa grandezza fisica è molto importante perché risolve il problema della singolarità tensionale, e permette di adottare un criterio di campo per la progettazione. L'equazione di Irwin per la tensione σ_y di apertura, lungo l'asse della cricca, può essere riscritta con la seguente equazione:

$$\log \sigma_y = \log K_I + \log(2\pi r)^{-0.5} \quad (1.10)$$

In un diagramma doppio logaritmico l'equazione (1.10) fornisce la distribuzione di tensione, rappresentabile con un fascio di rette parallele e coefficiente angolare -0.5 :

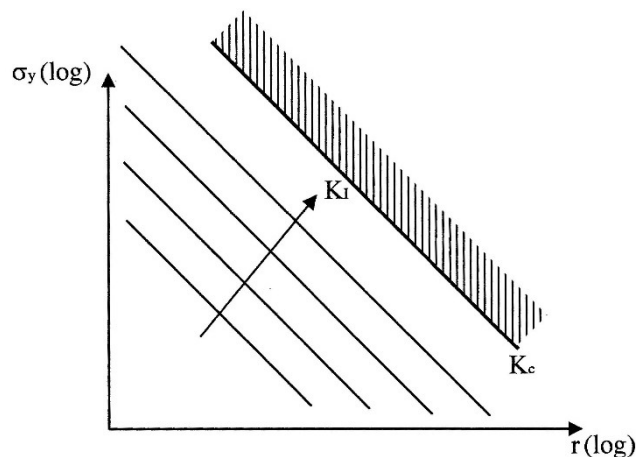


Figura 1.5: distribuzione della tensione di apertura di una cricca. [2]

La quota delle rette è controllata da K_I , il quale fornisce l'intensità della distribuzione asintotica. Poiché K_I è costante in prossimità dell'apice di cricca (escludendo le zone troppo vicine e troppo lontane dall'apice), esso fornisce il parametro di campo utile a definire il criterio di progettazione statica ricercato:

$$K_I < K_{Ic} \quad (1.11)$$

K_{Ic} , ovvero la tenacità a frattura, è un valore limite del materiale. Se il criterio (1.11) è verificato, il componente criccato lavora in sicurezza dal punto di vista statico. Al

contrario invece avviene la rottura statica del componente. Per utilizzare il criterio (1.11) è necessario conoscere il valore di K_I , che dipende dai seguenti fattori:

- tipologia di sollecitazione applicata;
- intensità della sollecitazione applicata;
- dimensioni assolute del componente;
- geometria del componente e rapporti geometrici.

Il calcolo di K_I può essere eseguito per via analitica con l'uso di appositi manuali (ad esempio "*The Stress Analysis of Cracks Handbook*", H. Tada – P.C. Paris – G. R. Irwin), oppure con l'analisi numerica e il metodo degli elementi finiti. Per quanto riguarda K_{Ic} , esso può essere ricavato da appositi manuali che raccolgono dati su vari materiali oppure mediante prove sperimentali normate (ad esempio ASTM – E399).

1.1.2. Campo di utilizzo della MFLE per sollecitazioni statiche

La MFLE, se utilizzata senza adottare alcuni accorgimenti, può portare a progettare in svantaggio di sicurezza e commettere gravi errori sulla sicurezza statica dei componenti meccanici. Si consideri ad esempio una piastra infinita con una cricca centrata. Vale la seguente relazione:

$$K_I = \alpha \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} \quad (1.12)$$

dove:

- α : fattore di forma;
- σ_{nom} : tensione nominale applicata sulla piastra;
- a : lunghezza della cricca.

Ipotizzando per il momento $\alpha = 1$, si può ricavare la tensione nominale a rottura:

$$\sigma_{nom,R} = \sigma_{th} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} \quad (1.13)$$

L'andamento di σ_{th} può essere visualizzato in un grafico doppio logaritmico con una retta con andamento monotono decrescente e coefficiente angolare -0.5 :

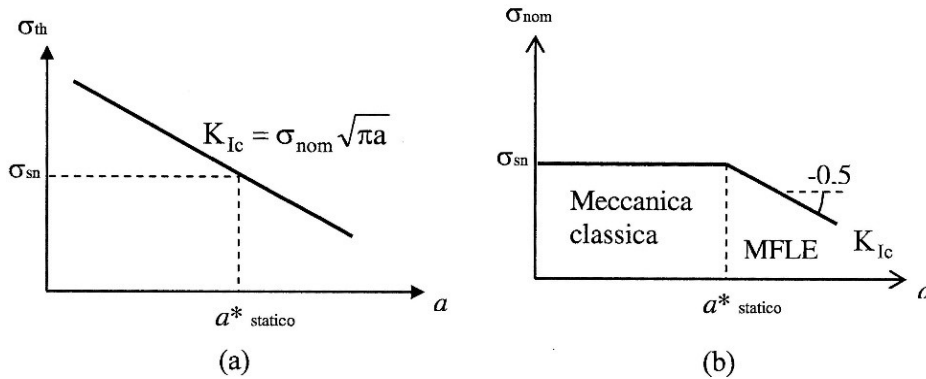


Figura 1.6: (a) andamento della tensione σ_{th} e (b) campo di applicazione della meccanica classica e MFLE. [2]

Si nota che il comportamento descritto dalla retta in fig. 1.6a non è sempre corretto dal punto di vista fisico. Per $a \rightarrow 0$, $\sigma_{th} \rightarrow \infty$ ma la tensione nominale non può superare le proprietà del materiale, per esempio σ_{sn} . Aggiungendo σ_{sn} al grafico (fig. 1.6b), si può notare una lunghezza di cricca $a^*_{statico}$ tale che:

- se $a < a^*_{statico}$: il limite di resistenza è la tensione di snervamento del materiale, quindi la progettazione dovrà seguire i criteri della meccanica classica. Il componente non è sensibile alla presenza della cricca;
- se $a > a^*_{statico}$: il limite di resistenza è σ_{th} , quindi la progettazione si baserà sulla MFLE. In questo caso il componente è sensibile alla cricca.

Si può facilmente dimostrare che $a^*_{statico}$ è una proprietà del materiale, poiché:

$$\sigma_{th} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a^*_{statico}}} = \sigma_{sn} \rightarrow a^*_{statico} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (1.14)$$

Per una cricca con fattore di forma $\alpha > 1$ il campo di validità della MFLE si amplia e la dimensione massima del difetto tollerabile diminuisce:

$$a^*_{f,statico} = \frac{1}{\pi \alpha^2} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (1.15)$$

1.2. Sollecitazioni dinamiche

1.2.1. La curva di Paris

La presenza di difetti all'interno di un componente meccanico è un fenomeno inevitabile durante tutto il suo processo di produzione. Con l'applicazione di sollecitazioni dinamiche i difetti si sviluppano in cricche via via più estese, fino al raggiungimento di una dimensione critica in cui avviene la rottura. Per questo motivo si parla di “*Fatigue Crack Growth*” (o abbreviato FCG). Per studiare questo fenomeno e progettare a fatica componenti meccanici in presenza di difetti, è fondamentale utilizzare la curva di Paris (P. C. Paris, F. Erdogan – 1963). Essa è definita in un grafico doppio logaritmico, in cui la velocità di propagazione della cricca da/dN [mm/ciclo] è in funzione della variazione di SIF ΔK [MPa · m^{0.5}]. L'andamento della curva di Paris per un acciaio A533B – 1 è riportato in seguito:

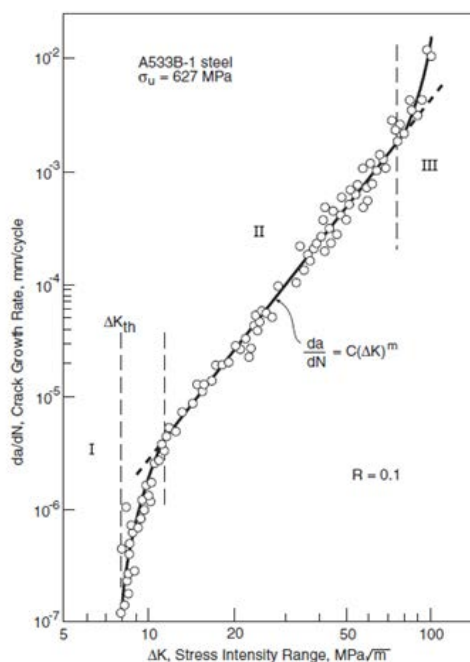


Figura 1.7: curva di Paris per un acciaio A533B – 1. [1]

Nella curva di Paris possono essere evidenziate tre zone:

- Zona I, vita infinita: è posizionata al di sotto del valore di soglia ΔK_{th} (“*fatigue crack growth threshold*”). Per $\Delta K < \Delta K_{th}$ la cricca ha teoricamente una velocità di propagazione nulla e il componente ha una durata illimitata nel tempo.

- Zona II, vita a termine: se $\Delta K > \Delta K_{th}$, la velocità di propagazione ha un valore finito. Di conseguenza, la cricca si propaga con tale velocità e aumenta progressivamente la sua lunghezza. In questa regione, la curva ha un andamento lineare e vale l'equazione di Paris:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1.16)$$

dove C è una costante ed m è la pendenza del tratto rettilineo. Entrambi i parametri sono di natura sperimentale, e sono calcolati per ogni materiale con un best – fitting dei punti della curva ottenuti;

- Zona III, rottura: con l'aumentare delle dimensioni della cricca, aumenta la velocità di propagazione. Poco prima della rottura del componente, la propagazione della cricca diventa instabile. Quando la curva incontra $\Delta K_{max} = K_{Ic}$, $da/dN \rightarrow \infty$ con un asintoto verticale e il componente cede di schianto (rottura statica).

Anche se quello che succede all'apice di cricca è un fenomeno non lineare elastico, non è completamente sbagliato utilizzare il parametro ΔK : infatti, la zona non lineare è molto piccola ed è inglobata all'interno di una “zona di processo” più ampia a comportamento lineare elastico che controlla la propagazione della cricca (come in fig. 1.4). Normalmente le curve di Paris sono ricavate con un rapporto di ciclo $R = 0$, tuttavia per tenere in considerazione la presenza di sollecitazioni con $R \neq 0$ esistono vari metodi. Uno di quelli più utilizzati è la formula di K. Walker (1970):

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K^m}{(1 - R)^{m(1-\gamma)}} \quad (1.17)$$

- C ed m : parametri della curva di Paris per $R = 0$;
- γ : coefficiente empirico che dipende dal materiale.

L'influenza del rapporto di ciclo sulla curva di Paris è illustrata nella seguente figura:

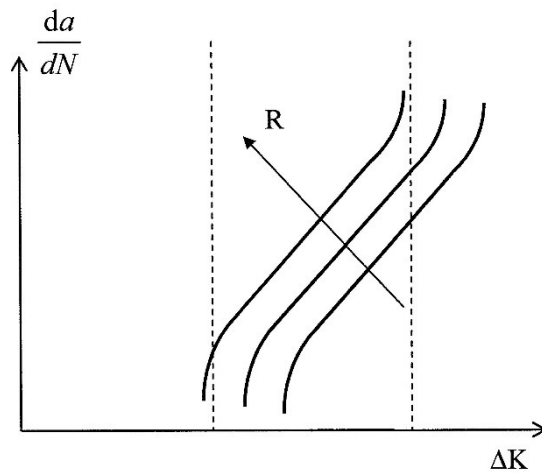


Figura 1.8: influenza del rapporto di ciclo sulla curva di Paris. [2]

1.2.2. La determinazione sperimentale della curva di Paris

La determinazione della curva di Paris è un'attività sperimentale regolamentata dalla norma ASTM – E647. Un provino di materiale con una cricca iniziale viene sollecitato, in controllo di tensione, con un carico ciclico $\Delta\sigma_{nom}$ e rapporto di ciclo $R = 0$. La cricca iniziale viene realizzata partendo da un intaglio a spigolo vivo nel provino. Successivamente viene innescata la cricca applicando un carico ciclico di bassa intensità. Generalmente, per prove con sollecitazioni di Modo I, viene utilizzato uno standard “Compact Tension Specimen” come quello in fig. 1.9:

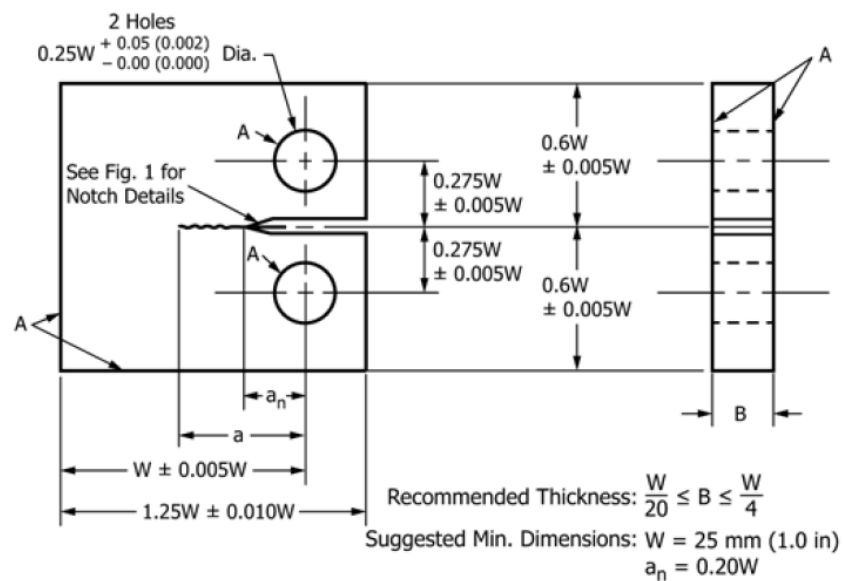


Figura 1.9: geometria di un Compact Tension Specimen. [3]

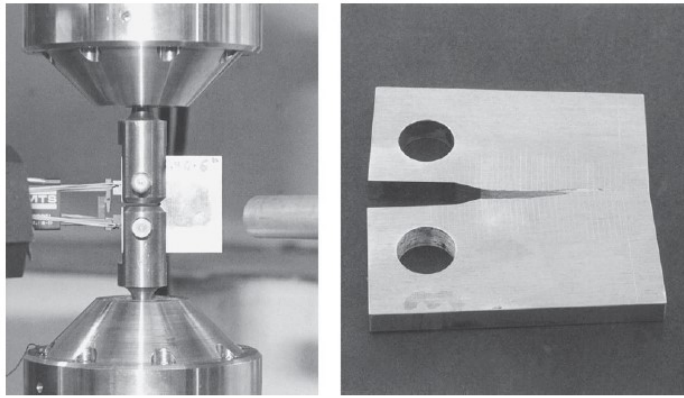


Figura 1.10: prova per la determinazione della curva di Paris (sx) e CT Specimen criccato (dx). [1]

Dopo aver completato le fasi preparatorie, il provino viene sollecitato con un carico ciclico di ampiezza $\Delta\sigma_{nom}$ e rapporto di ciclo $R = 0$. La propagazione della cricca viene rilevata associando il numero di cicli di carico N_i alla lunghezza di cricca raggiunta a_i . In questo modo, con una serie di monitoraggi nel tempo dell'evoluzione della cricca, è possibile costruire un grafico N/a simile a quello riportato nella seguente figura:

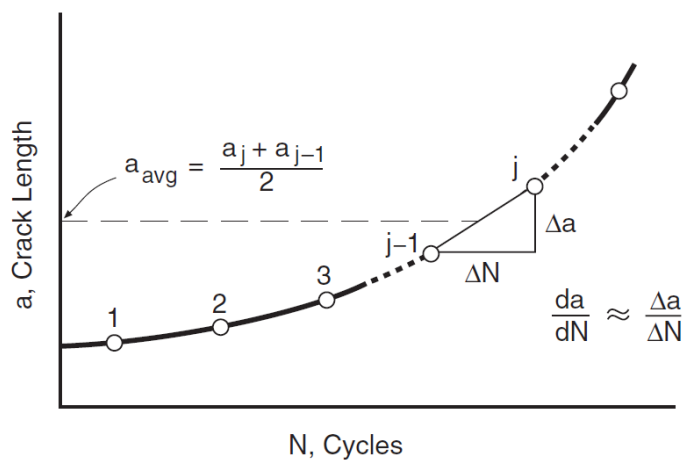


Figura 1.11: un esempio di curva $N - a$. [1]

Le lunghezze di cricca a_i possono essere misurate semplicemente con delle ispezioni visive, attraverso un microscopio ottico e una serie millimetrata di tratti sul provino. Esistono anche metodi più sofisticati, per esempio basati sull'aumento della deflessione del provino, a cui è associata una diminuzione della rigidità; quest'ultima può essere usata per calcolare la lunghezza di cricca raggiunta. Un altro metodo consiste nel far passare una corrente elettrica attraverso il provino e nel misurare la variazione di tensione causata dalla propagazione della cricca.

A partire dal grafico N/a è possibile stimare la velocità di propagazione della cricca da/dN . La normativa ASTM – E647 suggerisce due metodi:

- Metodo della secante: determina il valore di da/dN mediante la pendenza del tratto rettilineo tra due punti sperimentali consecutivi.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_i \approx \left(\frac{\Delta a}{\Delta N}\right)_i = \frac{a_i - a_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} \quad (1.18)$$

Il valore di velocità calcolato è associato ad una lunghezza di cricca media $a_{m,i}$ e ad un numero di cicli medio $N_{m,i}$:

$$a_{m,i} = \frac{a_i + a_{i-1}}{2} \quad (1.19)$$

$$N_{m,i} = \frac{N_i + N_{i-1}}{2} \quad (1.20)$$

- Metodo polinomiale: determina il valore di da/dN interpolando un polinomio di best fitting del secondo ordine su una serie di punti $(2n + 1)$, $n = 1, 2, 3 \dots$. Dal polinomio $a(N)$ si ricava la velocità di propagazione mediante una derivazione.

Ora, conoscendo le lunghezze a_i e $\Delta\sigma_{nom}$, è possibile valutare $\Delta K_{I,i}$ e costruire la curva di Paris:

$$\Delta K_{I,i} = \alpha_i \Delta\sigma_{nom} \sqrt{\pi a_{m,i}} \quad (1.21)$$

Come anticipato, una curva del tipo (1.16) interpola bene i dati sperimentali. Durante questa prova è molto importante ricordarsi che la velocità di propagazione aumenta all'aumentare della lunghezza di cricca. Infatti, come è possibile notare in fig. 1.11, la curva N/a parte con una velocità molto bassa e accelera con la propagazione della cricca. È quindi necessario fare molta attenzione durante la fase di accelerazione ed ispezionare frequentemente la lunghezza della cricca, altrimenti punti sperimentali adiacenti potrebbero risultare troppo distanti tra loro per tracciare correttamente la curva.

La determinazione della curva di Paris, come già scritto, è generalmente condotta con un rapporto di ciclo $R = 0$, o al limite con $R = 0.1 \div 0.2$. Variazioni di R all'interno di questo intervallo producono effetti trascurabili sui materiali più comuni, e quindi i test in questo range sono comunemente accettati come standard. Oltre al rapporto di ciclo, un'ampia gamma di variabili può influenzare la propagazione della cricca in un materiale. Per questo motivo, può essere vantaggioso includere nei test sperimentali alcune variabili che anticipano le modalità d'impiego del materiale. Alcune di esse possono essere per esempio: la temperatura, la frequenza del carico, le condizioni ambientali che facilitano l'attivazione di corrosione. Un altro parametro importante su cui è necessario fare molta attenzione è ΔK_{th} : la sua determinazione è un processo laborioso, che necessita di prove dedicate in “ ΔK decreasing”. I dettagli di queste prove dedicate sono inseriti all'interno della ASTM – E647.

1.2.3. Previsione della vita residua di un componente criccato

La stima della vita residua di un componente criccato si basa sull'integrazione dell'equazione di Paris. Assumendo a_i : lunghezza iniziale della cricca, a_f : lunghezza finale si ottiene:

$$\begin{aligned}
 N &= \int_0^{N_f} dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{dN}{da} da = \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{C \Delta K^m} da = \\
 &= \frac{1}{C} \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{(\alpha \Delta \sigma_{nom} \sqrt{\pi a})^m} da = \frac{1}{C \Delta \sigma_{nom}^m \pi^{m/2}} \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{(\alpha \sqrt{a})^m} da \quad (1.22)
 \end{aligned}$$

Ipotizzando che α sia costante nel dominio di integrazione:

$$\frac{1}{C \Delta \sigma_{nom}^m \pi^{m/2} \alpha^m} \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{a^{m/2}} da = \frac{a_f^{1-\frac{m}{2}} - a_i^{1-\frac{m}{2}}}{\left(1 - \frac{m}{2}\right) C \Delta \sigma_{nom}^m \pi^{m/2} \alpha^m} \quad (1.23)$$

Dato che $a_f \gg a_i$, la vita residua del componente dipende principalmente da a_i . Per questo è molto importante misurare con precisione la cricca iniziale, mentre per la

cricca finale è sufficiente una stima. Nella realtà però $\alpha \neq costante$, e quindi non è possibile svolgere l'integrazione analitica della curva di Paris. Nonostante ciò, si può procedere in due modi:

- Integrazione numerica: si esplicita l'espressione di α , la si inserisce all'interno dell'integrazione e si risolve l'integrale per via numerica;
- Discretizzazione del dominio di integrazione: si suddivide il dominio $[a_i, a_f]$ in n parti, all'interno delle quali si considera $\alpha = costante$. Così facendo si può applicare la formula ricavata sopra per ogni intervallo:

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_n \quad (1.24)$$

Dato che gli intervalli più importanti sono quelli iniziali, ne è sufficiente un numero limitato.

Per stimare a_f rapidamente si può ipotizzare che la rottura avvenga quando:

$$\Delta K_{max} = \alpha(a_f) \sigma_{max} \sqrt{\pi a_f} = K_{Ic} \rightarrow \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi} \sigma_{max}} = \alpha(a_f) \sqrt{a_f} \quad (1.25)$$

A questo punto si procede per sostituzione, impostando valori di tentativo per $\alpha(a_f)$ e a_f fino a che l'equazione (1.25) risulta verificata.

1.2.4. Il diagramma di Kitagawa – Takahashi

Come per le sollecitazioni statiche, l'uso improprio della MFLE in presenza di una qualsiasi cricca può portare a dimensionare il componente meccanico in svantaggio di sicurezza. Per capire in quali situazioni applicare la MFLE, è molto utile introdurre il diagramma di H. Kitagawa e S. Takahashi (1976). Si consideri una piastra con una cricca centrale di lunghezza $2a \ll w$, dove w è la dimensione della piastra. Supponendo per ora che $\alpha = 1$ è possibile scrivere:

$$\Delta K_I = \Delta \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} \quad (1.26)$$

In condizioni di incipiente cedimento si riscrive la (1.26) come segue

$$\Delta K_{th} = \Delta \sigma_{th} \sqrt{\pi a} \rightarrow \Delta \sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi a}} \quad (1.27)$$

L'equazione appena scritta può essere visualizzata nel grafico seguente:

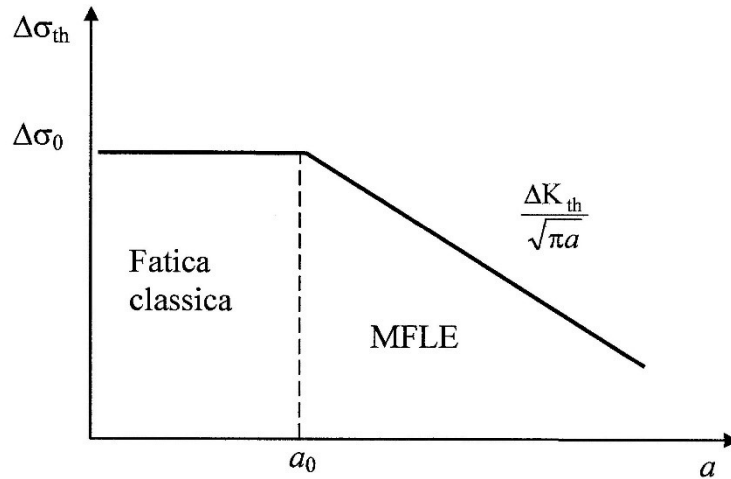


Figura 1.12: il diagramma di Kitagawa – Takahashi. [2]

Anche in questo caso, quando $a \rightarrow 0$, $\Delta \sigma_{th} \rightarrow \infty$. Questo risultato non ha senso dal punto di vista fisico, poiché il materiale vergine (senza cricche e altre discontinuità) presenta un limite di fatica $\Delta \sigma_0$ (generalmente questo limite è ricavato dalla curva di Wöhler a 2×10^6 cicli). Inserendo questa informazione nel grafico si ottiene il diagramma di Kitagawa – Takahashi. Si evidenzia così una lunghezza di cricca a_0 chiamata cricca intrinseca, oppure parametro di El Haddad – Smith – Topper (1979):

- $a \geq a_0$: è una condizione di danneggiamento per il componente, la cricca tenderà a propagarsi fino alla rottura. In quest'area del diagramma valgono i criteri della MFLE per stimare la vita residua del componente;
- $a < a_0$: è una condizione non critica, in cui il danneggiamento non influenza il comportamento a fatica del componente. In quest'area del diagramma quindi il materiale si comporta come se fosse vergine, e valgono i principi della meccanica classica (curva di Wöhler).

Il parametro a_0 è quindi estremamente importante per la progettazione a fatica, perché permette di distinguere difetti trascurabili da quelli critici per il componente. Il punto angoloso che risulta dall'intersezione delle due rette è puramente teorico: nella realtà è possibile ipotizzare una transizione graduale tra le due zone del diagramma. Una

curva di raccordo è stata introdotta da T. H. Topper, da cui deriva la seguente equazione:

$$\Delta K_{th} = \Delta\sigma_{th}\sqrt{\pi(a + a_0)} \rightarrow \Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi(a + a_0)}} \quad (1.28)$$

- $a \gg a_0$: non c'è una significativa variazione tra a e $a + a_0$ quindi $\Delta\sigma_{th} \approx \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi a}}$;
- $a \rightarrow 0$: si ritrovano le proprietà del materiale base $\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi a_0}} = \Delta\sigma_0$;
- $a \approx a_0$: $\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{2\pi a}}$ quindi la curva reale è più bassa rispetto il punto angoloso.

Il diagramma di Kitagawa – Takahashi con il raccordo introdotto da Topper diventa:

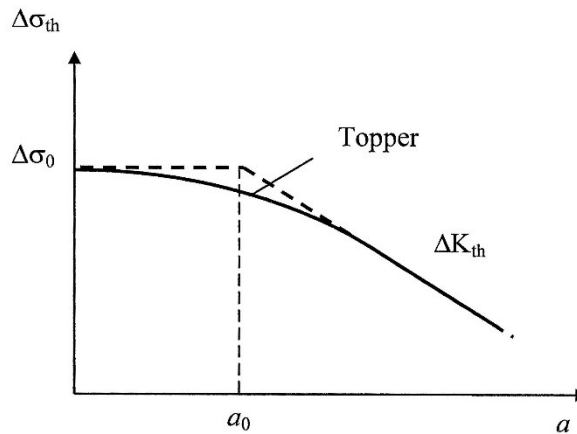


Figura 1.13: il diagramma di Kitagawa – Takahashi con il raccordo descritto da Topper. [2]

Per componenti reali con $\alpha \neq 1$ le equazioni appena descritte si modificano come segue:

$$\Delta K_{th} = \alpha\Delta\sigma_{th}\sqrt{\pi a} \rightarrow \Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\alpha\sqrt{\pi a}} \quad (1.29)$$

La resistenza reale a fatica dei componenti criccati è più bassa di un fattore $1/\alpha$. Il nuovo punto di intersezione sarà:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\alpha\sqrt{\pi} a_D} = \Delta\sigma_0 \rightarrow a_D = \frac{\Delta K_{th}^2}{\alpha^2 \pi \Delta\sigma_0^2} = \frac{a_0}{\alpha^2} \quad (1.30)$$

1.3. Estensione della MFLE ai fenomeni plastici. Cenni di Meccanica della Frattura Elasto – Plastica

La MFLE è stata sviluppata per descrivere i meccanismi di frattura e, successivamente, i meccanismi di FCG in condizioni lineari elastiche. Nei paragrafi precedenti è stato descritto come i concetti della MFLE possono essere utilizzati in prossimità dell'apice della cricca, se l'estensione della zona plastica non lineare è limitata all'interno di una zona più ampia a comportamento lineare elastico (zona di processo). Per tener conto della presenza della plasticità all'apice della cricca è possibile modificare l'equazione $K_I = \alpha\sigma\sqrt{\pi a}$. Si considerino le tensioni redistribuite vicino alla zona plastica in fig. 1.3. Le tensioni fuori dalla zona plastica possono essere ben approssimate con le equazioni dei campi tensionali lineari elastici, utilizzando una cricca fittizia con dimensione:

$$a_e = a + r_{o\sigma} \quad (1.31)$$

Utilizzando a_e per calcolare K_I , si nota un aumento dello SIF:

$$K_{e,I} = \alpha\sigma\sqrt{\pi(a + r_{o\sigma})} \quad (1.32)$$

Dato che α dipende da a_e e $r_{o\sigma}$ viene calcolato con l'equazione (1.7) o (1.8) (a seconda del caso), è necessario procedere con delle iterazioni per ricavare $K_{e,I}$. Questa modifica dello SIF permette di utilizzare la MFLE in condizioni di limitata plasticità ($\sigma \leq 0,5 \div 0,6 \sigma_{sn}$). Quando la tensione applicata $\sigma \geq 0,8 \sigma_{sn}$ si assiste ad un comportamento plastico non trascurabile, non è più possibile utilizzare la MFLE o le correzioni sopra esposte. Si introduce quindi la Meccanica della Frattura Elasto – Plastica (MFEP). Uno strumento molto utilizzato per descrivere fenomeni di MFEP è il $J - integral$, formulato da J. Rice (1968) e basato su un integrale di linea attorno un percorso chiuso attorno all'apice della cricca. Il $J - integral$ viene definito come segue:

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \quad (1.33)$$

All'interno dell'espressione del J – *integral* sono definite le seguenti grandezze:

- Γ è un qualsiasi percorso chiuso che abbraccia l'apice della cricca, orientato in senso antiorario come in fig. 1.14;
- W è la densità di energia di deformazione;
- \mathbf{T} è vettore delle tensioni:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (1.34)$$

- \mathbf{n} è il vettore normale al percorso Γ , di componenti n_x, n_y, n_z ;
- \mathbf{u} è il vettore spostamento;
- ds è la coordinata curvilinea, ovvero l'incremento di lunghezza attorno un percorso che abbraccia l'apice della cricca.

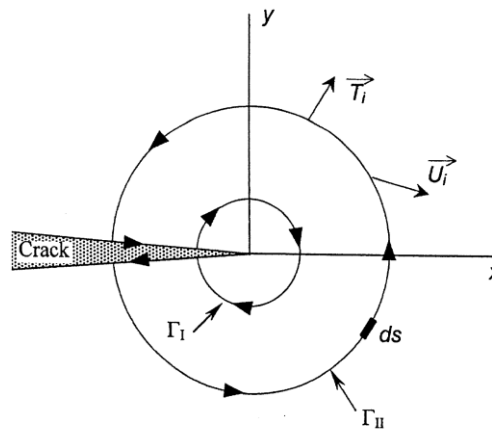


Figura 1.14: schematizzazione dell'apice della cricca con due possibili percorsi Γ_I e Γ_{II} per la definizione del J – *integral*. [4]

È possibile dimostrare una delle principali proprietà di J : se valutato lungo un percorso chiuso che non collasi nell'apice della cricca, J risulta nullo e quindi è indipendente dal percorso scelto per valutarlo. Per cui calcolando J lungo i percorsi Γ_I e Γ_{II} in fig. 1.14 si ricavano valori identici. Questo permette di scegliere un percorso Γ che sia lontano dall'apice della cricca, in modo tale che esso passi solamente attraverso zone a comportamento elastico lineare. Scegliendo opportunamente il percorso da seguire, per esempio dove le sollecitazioni e gli spostamenti elastici, il parametro J può essere facilmente calcolato. Per il caso elasto – plastico vale:

$$J = J_e + J_p \quad (1.35)$$

J_e e J_p sono rispettivamente la componente elastica e plastica del J – *integral*. Nel caso lineare elastico si ha $J = J_e = G$ dove G è la “*Strain Energy Release Rate*” (ovvero l’energia elastica di deformazione per unità di superficie richiesta per la propagazione della cricca):

$$J = G = \frac{K^2}{E} \quad \text{tensione piana} \quad (1.36)$$

$$J = G = \frac{K^2}{E} (1 - \nu^2) \quad \text{deformazione piana} \quad (1.37)$$

La definizione originale del parametro J è stata formulata nell’ipotesi di materiale elastico non lineari. Tuttavia nei casi di interesse ingegneristico il comportamento non lineare è dovuto alla presenza del comportamento plastico del materiale, come nei metalli. Per materiali che esibiscono comportamento elasto – plastico, il J – *integral* perde la relazione fisica con G . Nonostante ciò, descrive molto bene l’intensità delle tensioni e deformazioni elasto – plastiche attorno l’apice della cricca. Per ricavare il J – *integral* è possibile utilizzare metodi sperimentali (presenti nella normativa ASTM E1820) oppure metodi numerici. È possibile ricavare un valore critico di J , chiamato J_{Ic} , che definisce l’incipiente cedimento per una sollecitazione di Modo I, esattamente come per il K_{Ic} nella MFLE. L’utilizzo di J è stato esteso anche alla descrizione di problemi di FCG in materiali elasto – plastici. Nel caso di sollecitazioni cicliche si possono riscrivere le equazioni (1.33) e (1.35) ottenendo:

$$\Delta J = \int_{\Gamma} \Delta W dy - \Delta T \frac{\partial \Delta u}{\partial x} ds \quad (1.38)$$

$$\Delta J = \Delta J_e + \Delta J_p \quad (1.39)$$

I lavori sperimentali basati su ΔJ per caratterizzare problemi di FCG sono stati condotti da N. E. Dowling et al. (1976 – 1979) [4] per un’ampia gamma di materiali in condizioni elasto – plastiche. In questi lavori è stato dimostrato come i dati di FCG possono essere correlati al ΔJ per un’ampia gamma di materiali. Di conseguenza ΔJ è molto utilizzato per caratterizzare il comportamento di FCG nei materiali in cui la

componente plastica non può essere trascurata. Nell'ipotesi di tensione piana e comportamento lineare – elastico:

$$\Delta J = \Delta G = \frac{\Delta K^2}{E} \quad (1.40)$$

1.4. Scopo della tesi

La filosofia alla base del “*damage tolerant design*” è quella di accettare la presenza di difetti e cricche all'interno dei materiali. Essi sono presenti a partire dal processo produttivo del materiale e vengono amplificati durante la vita in esercizio dai fenomeni affaticanti. I tre requisiti per applicare con successo il “*damage tolerant design*” sono [4]:

- Resistenza residua: è la resistenza del componente criccato in un dato momento della sua vita. Un materiale privo di difetti ha una resistenza residua ricavabile dalla curva di Wöhler ($\Delta\sigma_0$ a 2×10^6 cicli); con la formazione di una cricca e della sua evoluzione, la resistenza residua $\Delta\sigma_{th}$ diminuisce (figg. 1.12 e 1.13). Essa dipende dal materiale e dalla gravosità della cricca ma anche da fattori esterni come la geometria e posizione della cricca, ambiente, tipo di sollecitazioni applicate. Come visto, la MFLE offre validi strumenti per stimare $\Delta\sigma_{th}$;
- Monitoraggio dei difetti: utilizzando le tecniche di controllo non distruttivo, la formazione e l'avanzamento di cricche possono essere controllati. In questo modo ci si assicura che i carichi applicati siano inferiori alla $\Delta\sigma_{th}$ e che la sostituzione del componente avvenga prima del cedimento in servizio;
- “*FCG Analysis*”: il comportamento della cricca durante la vita del componente e la sua direzione di propagazione devono essere tenuti in considerazione per una corretta progettazione “*damage tolerant*”. La MFLE offre metodi analitici per stimare la propagazione e la vita residua, ma negli ultimi anni sono stati sviluppati metodi numerici basati sul metodo degli elementi finiti per simulare la propagazione e l'evoluzione del danno.

Il “*damage tolerant design*” è quindi basato sull’abilità di tener traccia dell’evoluzione del danno lungo tutta la vita del componente, e richiede un’ampia conoscenza degli aspetti sopracitati per valutare il comportamento del danno. La propagazione delle cricche è una delle fonti di cedimenti catastrofici di strutture e componenti meccanici, per questo è di vitale importanza garantirne la durabilità e la sicurezza. In ambito industriale l’accurata previsione della direzione di propagazione e della vita a fatica di un componente meccanico sono le principali grandezze coinvolte nella “*FCG Analysis*”. Le prove sperimentali sono necessarie in alcuni ambiti industriali (per esempio nell’ambito aerospaziale e navale) ma recentemente, a causa degli elevati costi per sostenere tali prove, sono stati sviluppati precisi metodi di simulazione numerica, per prevedere il percorso di propagazione e la vita a fatica in condizioni statiche e dinamiche. Le simulazioni numeriche, che utilizzano software basati sull’ “*eXtended Finite Element Method*”, permettono di minimizzare il carico di lavoro sperimentale e ridurre tempi e costi di progettazione.

Con queste premesse in mente, lo scopo del presente lavoro di tesi è quello di investigare gli aspetti legati alla “*FCG Analysis*” nei materiali metallici. Saranno descritti in dettaglio, dal punto di vista teorico, i fenomeni che influenzano l’innesco e la propagazione della cricca, dal punto di vista del materiale e della sua microstruttura. Successivamente, utilizzando ANSYS Mechanical e il suo pacchetto dedicato alla “*FCG Analysis*”, verrà simulata la propagazione della cricca in alcuni materiali metallici con porosità, inclusioni e precipitati. Il presente lavoro di tesi si sviluppa nei seguenti punti:

- Analisi della letteratura sugli aspetti che influenzano l’innesco e la propagazione della cricca nei materiali metallici;
- Trattazione analitica dell’XFEM e descrizione della sua implementazione all’interno di ANSYS Mechanical 17.2;
- Trattazione analitica del “*Maximum Circumferential Stress Criterion*” utilizzato da ANSYS Mechanical 17.2 per descrivere la direzione di propagazione della cricca;

- Utilizzo dell'XFEM in ANSYS Mechanical 17.2 per ricavare le curve di Paris di alcuni materiali metallici. Esse saranno validate mediante un confronto con delle prove sperimentali di FCG pubblicate in articoli su riviste scientifiche;
- Utilizzo del modello XFEM per la simulazione della propagazione della cricca in presenza di difetti e ostacoli microstrutturali in alcuni materiali metallici;
- Conclusioni sui risultati delle analisi effettuate e possibili futuri sviluppi.

2. Il processo di FCG nei materiali metallici

La definizione attribuita al concetto di “fatica” dallo standard ASTM è la seguente: *“The process of progressive localized permanent structural change occurring in a material subjected to conditions that produce fluctuating stresses and strains at some point or points and that may culminate in cracks or complete fracture after a sufficient number of fluctuations”* [4]. La fatica è quindi un fenomeno progressivo nel tempo che ha luogo in aree localizzate di un componente meccanico. In queste aree sono presenti elevate tensioni e deformazioni a causa dei carichi esterni applicati, variazioni geometriche, disomogeneità del materiale. L’applicazione di sollecitazioni cicliche, con intensità ed ampiezza variabili oltre determinati limiti del materiale, causa cambiamenti strutturali permanenti ed innesca la formazione di cricche. Esse si propagano all’interno del materiale nel tempo, fino al punto in cui esso non può più sopportare le sollecitazioni applicate. A questo punto avviene la rottura, ovvero la separazione del componente in due o più parti. Nella prima parte introduttiva è stata descritta la curva di Paris, uno strumento fondamentale per lo studio del comportamento a fatica in presenza di difetti all’interno del materiale. L’equazione di Paris, che descrive il tratto rettilineo nella zona II della curva, rappresenta accuratamente il comportamento di una vasta gamma di materiali. Nonostante ciò, è evidente la semplificazione di un fenomeno molto più complesso. Per spiegare meglio i fenomeni fisici che concorrono a definire il comportamento a fatica di un materiale, e che causano i cambiamenti strutturali accennati, è possibile dettagliare la vita a fatica di un materiale metallico nelle seguenti cinque fasi [5]:

1. Deformazione plastica ciclica;
2. Nucleazione di una o più microcricche;
3. Propagazione e/o coalescenza di microcricche;
4. Propagazione di una o più macrocricche;
5. Rottura finale.

Queste cinque fasi sono molto complesse e sono influenzate da molte variabili. Questo significa che il comportamento a fatica di un materiale metallico è caratterizzato da una certa variabilità, anche quando vengono testati campioni simili.

Nei prossimi paragrafi si descrivono le cinque fasi dell'evoluzione dei fenomeni affaticanti e l'influenza della microstruttura sulla propagazione della cricca.

2.1. Fase 1: deformazione plastica ciclica

La prima delle cinque fasi che caratterizza i fenomeni affaticanti è la presenza di una deformazione plastica ciclica sufficientemente elevata nel materiale. Nei materiali metallici policristallini la deformazione plastica attiva il movimento delle dislocazioni presenti all'interno dei grani cristallini. La deformazione plastica avviene principalmente nelle zone superficiali del materiale, poiché qui i grani cristallini sono meno vincolati tra di loro rispetto alle zone centrali del materiale. Il movimento delle dislocazioni genera delle deformazioni tangenziali lungo dei piani cristallografici. Le dislocazioni raggiungono la superficie e si accumulano impilandosi una dopo l'altra, creando uno slittamento ("slip step") (fig. 2.1a). Lo slip appare come una banda all'interno del singolo grano cristallino, poiché è causato dal movimento delle dislocazioni lungo il piano cristallografico dove è presente la massima deformazione tangenziale.

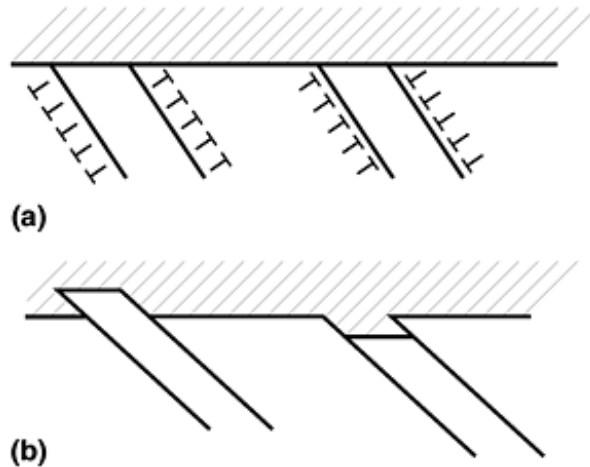


Figura 2.1: (a) impilamento delle dislocazioni e (b) generazione di intrusioni ed estrusioni. [5]

Se il materiale fosse soggetto ad un'alternanza carico – scarico perfettamente simmetrica, il cambiamento strutturale sarebbe reversibile e lo slip step sarebbe cancellato. Tuttavia il fenomeno è irreversibile (anche se avviene nella stessa banda), per cui si assiste alla formazione di altri slip su piani cristallografici paralleli e

adiacenti. Questo meccanismo porta all'accumulazione degli slip sulla superficie. Il numero di slip step creato in questa fase è collegato alla microstruttura e al comportamento del materiale:

- Se è fragile le dislocazioni non hanno molta libertà di movimento, quindi il numero di slip sarà basso;
- Se è duttile le dislocazioni possono muoversi facilmente e il numero di slip sarà elevato;
- Se il comportamento è intermedio, le dislocazioni hanno un certo grado di libertà nel movimento e il numero di slip sarà limitato.

Nelle successive alternanze gli stress e le deformazioni tangenziali controllano la formazione di slip. A seconda dell'orientazione delle dislocazioni, gli slittamenti accumulati possono creare estrusioni e intrusioni sulla superficie (figg. 2.1b e 2.2):

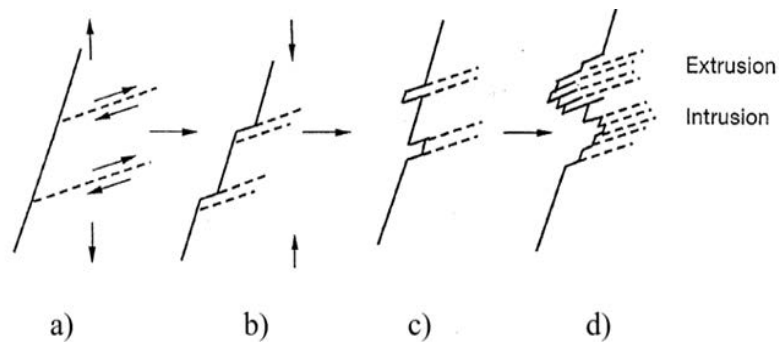


Figura 2.2: meccanismo di creazione delle intrusioni ed estrusioni nel tempo. [4]

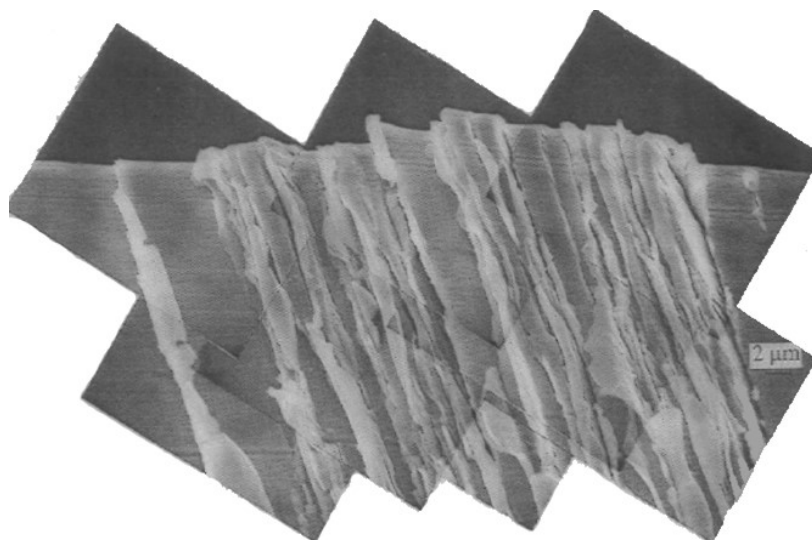


Figura 2.3: particolare al microscopio delle intrusioni ed estrusioni sulla superficie di un materiale metallico (lega di Cu) [Ma & Laird, 1989 Copyright Pergamon Press].

Le estrusioni e le intrusioni generate con questo meccanismo agiscono come delle concentrazioni di tensione sulla superficie. Esse possono essere eliminate, per esempio con una lucidatura elettrochimica, così da aumentare la vita a fatica del componente; ma alcune di esse possono riformarsi con una nuova applicazione di sollecitazioni cicliche: in questo caso si parla di “*persistent slip band*”. Esistono degli studi [4] che hanno dimostrato come l’innescò di microcricche, durante la fase di nucleazione, avvenga in corrispondenza di questi particolari difetti superficiali, poiché essi creano la condizione ideale per la nucleazione del danneggiamento. Questo fornisce la prova che i primi momenti della vita a fatica di un componente meccanico sono descrivibili come un fenomeno superficiale. La deformazione plastica ciclica può impilare le dislocazioni e formare slip step anche in prossimità di difetti microstrutturali quali ad esempio bordi grano, inclusioni, precipitati e porosità. In generale qualsiasi eterogeneità nel materiale, che produce concentrazione di tensioni, è il sito preferenziale in cui può innescarsi la nucleazione delle microcricche.

2.2. Nucleazione di microcricche

Le nucleazione e la propagazione delle microcricche sono generalmente le fasi più estese della vita di un componente meccanico. Le fasi successive invece sono relativamente brevi a causa dell’accelerazione della propagazione del danno. La nucleazione delle microcricche è controllata dall’intensità della deformazione plastica all’apice delle intrusioni/estrusioni, le quali sono state create dagli slip visti nella fase precedente. Le microcricche che si innescano con il meccanismo degli slip step sulla superficie tendono inizialmente a crescere lungo il piano di massima tensione tangenziale, posizionato a $\pm 45^\circ$ rispetto la direzione della sollecitazione (fig. 2.4). Fino a quando la dimensione della microcricca è nell’ordine di qualche grano cristallino, la natura elastica anisotropa della microstruttura influenza la nucleazione del danno. La presenza della microcricca stessa contribuisce ad aumentare l’anisotropia, formando campi tensionali non omogenei con concentrazione di tensioni al suo apice.

La dimensione dell'innesco, nell'ordine di qualche grano cristallino, dipende fortemente dalle caratteristiche del materiale quali l'attitudine alla formazione di slip, la dimensione della grana cristallina e l'estensione della zona plastica in prossimità dell'apice della microcricca. Fino a che la dimensione della microcricca e la dimensione della zona plasticizzata sono confinate entro qualche grano (Stage I, fig. 2.4), la crescita del danno avviene lungo la direzione della massima tensione tangenziale:

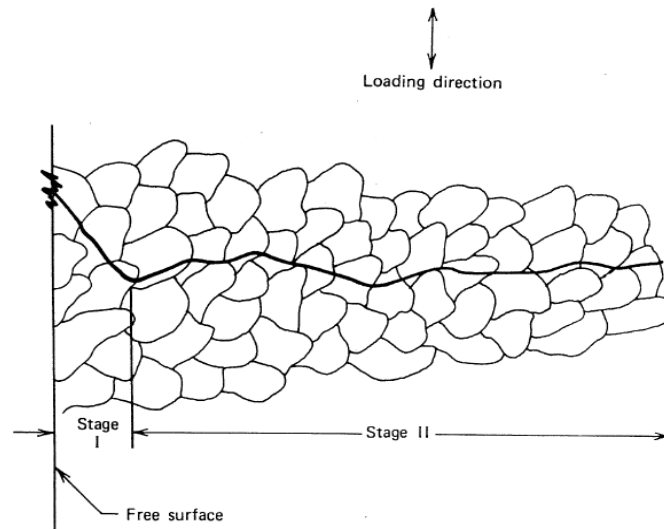


Figura 2.4: rappresentazione della nucleazione e propagazione di una microcricca a partire dalla superficie, nelle prime fasi di vita di un componente meccanico. [4]

La formazione degli slip sulla superficie non è l'unico sito di innesco per la nucleazione delle microcricche. Sotto l'azione di carichi ciclici esse possono nucleare anche a causa della rugosità superficiale, risultante dai processi di produzione del componente. Gli slip step possono anche accumularsi all'interfaccia tra discontinuità (inclusioni, particelle di fasi secondarie, bordi grano, porosità) e materiale base, aumentando il comportamento plastico in queste zone e favorendo la nucleazione

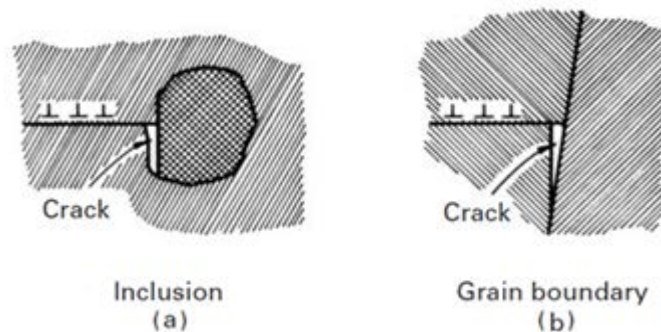


Figura 2.5: schematizzazione della fase di nucleazione di una cricca in prossimità di (a) inclusioni e (b) bordi grano. [6]

Nelle figg. 2.6, 2.7 sono raffigurati due esempi di nucleazione di microcricche all'interfaccia discontinuità – materiale base:

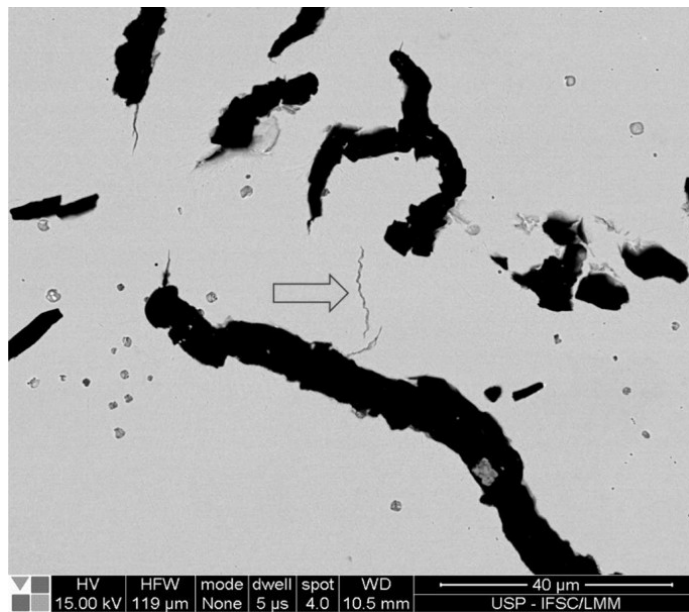


Figura 2.6: nucleazione di microcricche a partire dalle inclusioni in una ghisa a grafite compatta (vermicolare). [5]

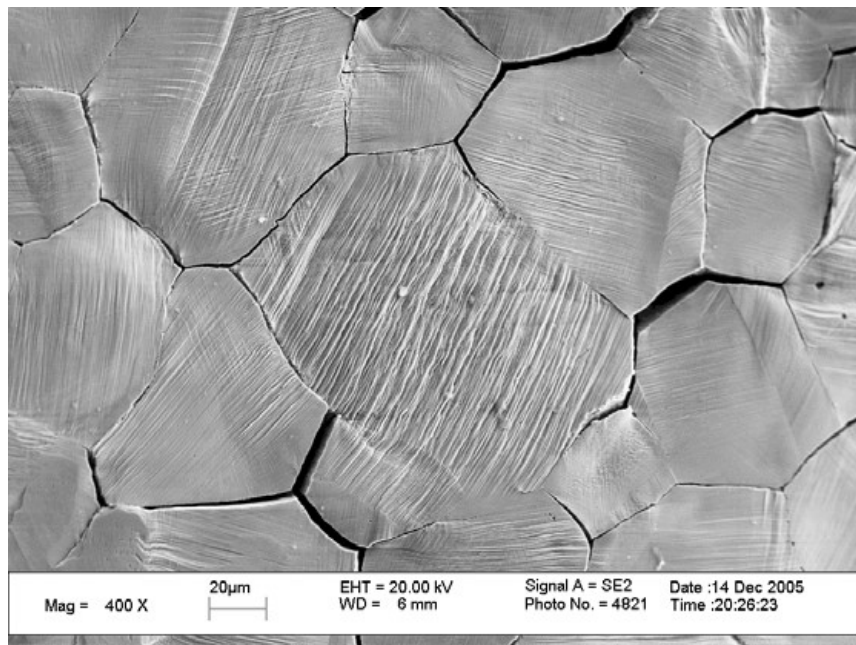


Figura 2.7: nucleazione di microcricche tra i bordi grano. [7]

I principali fattori che influenzano la fase di nucleazione di microcricche e la sua durata temporale sono i seguenti [5]:

- Sollecitazioni affaticanti: maggiore è l'ampiezza delle sollecitazioni, minore sarà la frazione di vita spesa per la nucleazione di microcricche. Per alte ampiezze la fase di nucleazione è trascurabile e la maggior parte della vita a fatica viene spesa per la propagazione delle cricche. Anche l'asimmetria del ciclo affaticante influenza la fase di nucleazione: se durante il ciclo sono presenti fasi in compressione, la nucleazione sarà limitata poiché si presume che la cricca non aumenti la sua dimensione quando è compressa;
- Geometria: la presenza di intagli e variazioni geometriche riduce molto la fase di nucleazione, e la maggior parte della vita a fatica viene spesa per la propagazione di cricche;
- Ambiente: la presenza di ambienti che intaccano la superficie del materiale può favorire la formazione di siti di concentrazione di tensioni, e diminuire la durata della fase di nucleazione;
- Temperatura: per i materiali metallici, al diminuire della temperatura la frazione di vita spesa per la nucleazione diminuisce; per temperature superiori a $0.5T_f$ la nucleazione è accelerata a causa dei fenomeni di creep tra i bordi grano o all'interfaccia con fasi secondarie;
- Rugosità superficiale: un'elevata rugosità della superficie comporta la presenza di molti siti di concentrazione di tensioni e di propagazione di microcricche. Questo comporta una diminuzione della vita spesa per la nucleazione;
- Composizione chimica: la composizione chimica può influenzare la nucleazione delle microcricche, a seconda dell'influenza sulla resistenza degli strati superficiali. Per esempio l'effetto può essere desiderato (trattamenti termici massivi e superficiali, trattamenti termochimici, rivestimenti superficiali) oppure non desiderato (decarbizzazione, ossidazione);
- Tensioni residue: la presenza di tensioni residue di trazione sulla superficie possono aumentare la durata della nucleazione; tensioni residue di compressione invece la inibiscono.

Un elevato numero di microcricche si forma durante la prima parte ($20 \div 30\%$) di vita totale a fatica, ma in questa fase l'interazione tra di loro è debole. Quando il numero di microcricche raggiunge un valore critico dipendente dal materiale, la fase di nucleazione si conclude. Il danneggiamento prosegue con l'inizio della fase di propagazione delle microcricche. Esistono molti studi ed interpretazioni riguardo la definizione della fine della fase di nucleazione [5]. Uno dei metodi più utilizzati prevede che, durante la transizione dalla fase di nucleazione a quella di propagazione delle microcricche, il controllo dei fenomeni affaticanti passi dalla deformazione plastica ciclica alla MFLE. Infatti la fine della fase di nucleazione può essere vista come il numero di cicli necessario per innescare una microcricca di dimensione critica. Il confine tra le due fasi può essere definito dal diagramma di Kitagawa – Takahashi, descritto nella parte introduttiva, in cui viene evidenziata la dimensione critica della microcricca.

2.3. Propagazione di microcricche

A causa della continua applicazione di sollecitazioni affaticanti, le microcricche innescate sulla superficie o all'interfaccia tra discontinuità possono propagarsi e/o coalescere. Quando il controllo della propagazione passa dalla massima tensione tangenziale alla massima tensione di trazione, la direzione di propagazione della microcricca si stabilizza lungo con la direzione perpendicolare al carico applicato (Stage II, fig. 2.4). In questa fase le microcricche possono crescere attraverso i grani cristallini (crescita transcristallina) oppure lungo i bordi grano (crescita intercristallina), a seconda del materiale, delle sollecitazioni applicate, e delle condizioni ambientali.

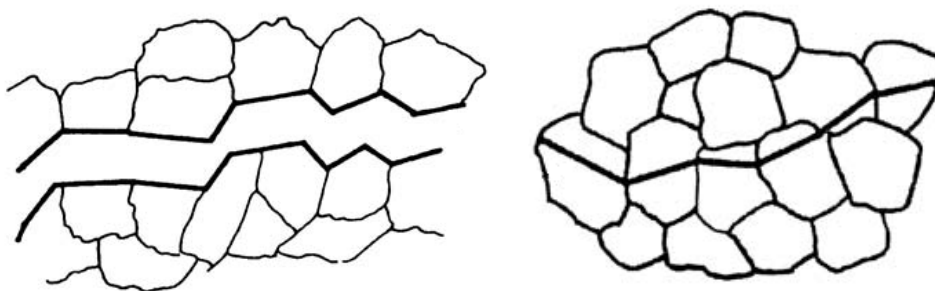


Figura 2.8: (sx) esempio di crescita intercristallina e (dx) transcristallina di una cricca. [5]

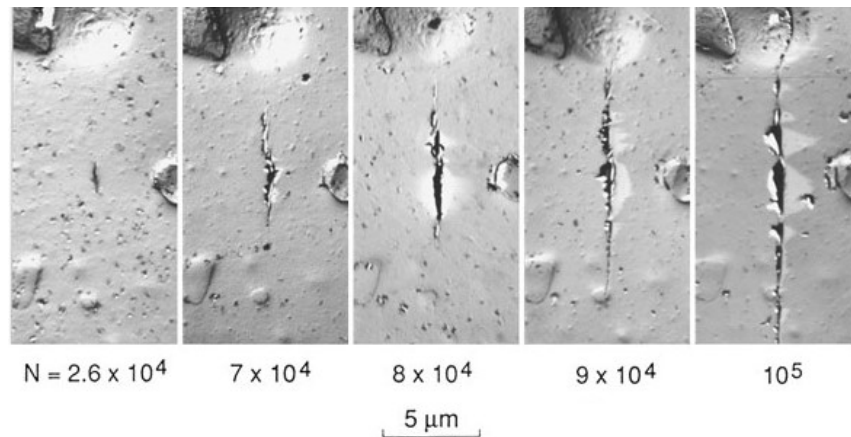


Figura 2.9: evoluzione nel tempo della propagazione di una microcricca innescata a partire da un'inclusione. [1]

Data la forte influenza delle sollecitazioni plastiche cicliche e della microstruttura, qualsiasi disomogeneità della microstruttura può agire come una barriera alla propagazione del danno. Un esempio di questo tipo è la presenza dei bordi grano lungo il percorso di propagazione: la velocità di propagazione da/dN diminuisce quando la microcricca incontra un bordo grano. Dopo averlo superato la velocità aumenta durante la propagazione nel grano successivo, e diminuisce nuovamente in prossimità del bordo grano successivo. Questo comportamento è illustrato nel seguente grafico:

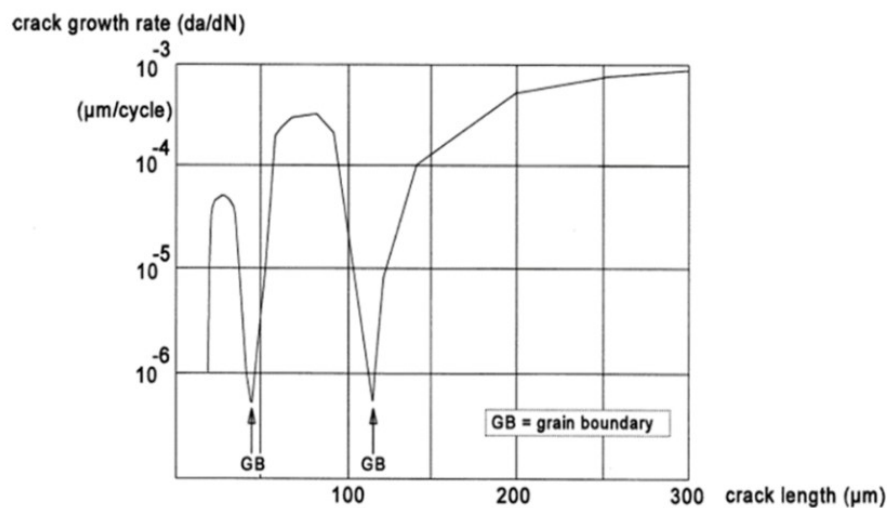


Figura 2.10: effetto dei bordi grano (GB) sulla propagazione di microcricche in una lega di alluminio. [8]

Quando la cricca raggiunge una determinata lunghezza critica, la velocità di propagazione non risente più dei bordi grano e la sua crescita si stabilizza. L'analisi delle superfici di frattura con un microscopio elettronico può rivelare una moltitudine di meccanismi di propagazione delle microcricche. I tre meccanismi più diffusi sono:

- Formazione di striature (“*striation*”): spesso presenti in materiali duttili, meno frequenti in materiali fragili/alto – resistenziali. Alcuni studi dimostrano una correlazione tra striature e il corrisponde ciclo di carico: esse si formano a causa del carico/scarico plastico della sollecitazione affaticante all’apice della cricca. La formazione delle striature è influenzata da molte variabili tra cui le condizioni di carico, le proprietà del materiale, la microstruttura;

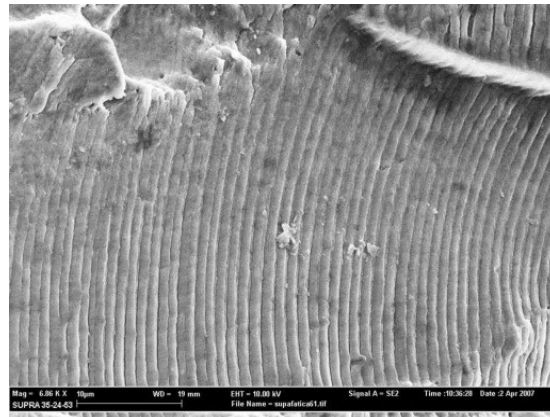


Figura 2.11: immagine al SEM di una superficie di frattura con striature. [9]

- Formazione di microcavità (“*microvoid*”): spesso presente in materiali duttili, consiste nella nucleazione e crescita di microcavità. La formazione di vuoti è stata attribuita principalmente alla separazione dell’interfaccia tra precipitato/inclusione e matrice metallica. La dimensione e la densità di distribuzione delle cavità sono correlate alla dimensione e alla distribuzione delle inclusioni/precipitati e alle proprietà della matrice metallica. Questo meccanismo richiede molta energia per manifestarsi, tipicamente quando la velocità di propagazione è elevata.

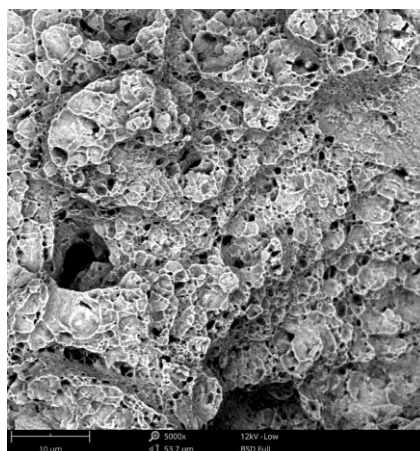


Figura 2.12: immagine al SEM di una superficie di frattura con microvoids. [10]

- Microfrattura (“*microcleavage*”): è considerato un processo a bassa energia e quindi è un meccanismo di propagazione indesiderato. Questo meccanismo comporta la frattura lungo uno specifico piano cristallografico ed è di natura transcristallina. Di conseguenza, quando la frattura incontra un altro grano o un bordo grano il suo percorso viene deviato. La superficie di frattura è brillante a causa delle numerose sfaccettature piane in essa. Questo meccanismo è tipico per i materiali cristallini a comportamento fragile e le probabilità che si verifichi aumentano se la deformazione plastica viene limitata (basse T, alte velocità di deformazione, in geometrie intagliate).



Figura 2.13: immagine al SEM di una superficie di frattura con *microcleavage*. [10]

Con questi meccanismi, le microcricche propagano sotto la continua azione di carichi ciclici affaticanti: alcune di esse possono anche coalescere tra di loro e quelle più gravose continuano a crescere. Le altre microcricche invece possono fermarsi per vari motivi: tensioni di compressione all’apice della microcricca, che precludono il suo avanzamento; crescita lontana dalle zone di concentrazione di tensioni come intagli/variazioni geometriche; presenza di un’interfaccia con un’inclusione/precipitato che richiede un’energia maggiore di quella disponibile all’apice della microcricca. Queste osservazioni sulla propagazione dimostrano che variazioni locali del campo tensionale o della microstruttura possono influenzare molto la traiettoria della microcricca e la sua velocità da/dN . Per esempio, nel caso della presenza di inclusioni o particelle di fasi secondarie, la velocità di propagazione da/dN può essere momentaneamente ritardata se la particella rimane intatta; oppure accelerata se si creano vuoti all’interfaccia o si frattura.

Alcune microcricche invece, dopo la fase di nucleazione, possono terminare la loro propagazione e fermarsi. A partire dal 1956, N. E. Frost ha investigato questa situazione in alcuni componenti intagliati, definendo le cricche osservate come “*non – propagating fatigue cracks*” (o anche “*sleeping cracks*”) [8]. Frost ha eseguito una serie di prove sperimentali complesse, con lo scopo di analizzare il ruolo giocato dalla geometria locale (nella fattispecie il raggio di raccordo dell’intaglio) nella vita a fatica dei componenti. In queste prove sperimentali Frost ha evidenziato che alcune microcricche possono arrestarsi quando raggiungono la lunghezza di qualche grano, come nella seguente immagine:

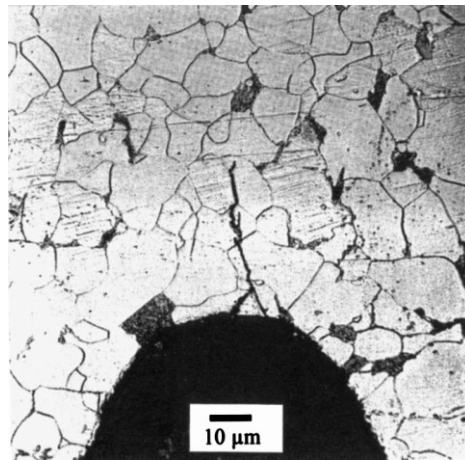


Figura 2.14: un esempio di “*sleeping cracks*” alla base di un intaglio a “V” in un acciaio. [8]

Frost ha osservato che la nucleazione di microcricche a basse sollecitazioni cicliche non poteva essere evitata, a causa dei picchi di tensione alla base dell’intaglio. Questi picchi di tensione erano però insufficienti a far mantenere una velocità di propagazione alla microcricca, di conseguenza esse si fermavano. Frost ha ipotizzato che la microcricca si arresta non per aver incontrato una barriera nella microstruttura, ma per un cambiamento nei campi tensionali all’apice della microcricca. Durante le sue prime prove sperimentali, Frost non ha osservato “*sleeping cracks*” per provini non intagliati. Nonostante ciò, ha concluso che in provini intagliati con raggio di raccordo piccolo le microcricche possono essere innescate per sollecitazioni cicliche sotto il limite di fatica del materiale. Negli anni ’70, i successivi studi di Frost hanno evidenziato che anche nei provini non intagliati le microcricche possono fermarsi dopo la fase di nucleazione. L’innescò delle microcricche avviene ancora sotto il limite di fatica del materiale, ma l’arresto della propagazione può essere spiegato con la presenza di barriere microstrutturali (ad esempio bordi grano, fasi secondarie,

inclusioni). I risultati ottenuti in tutte queste prove sperimentali sono stati raggruppati nel diagramma di Frost (1974):

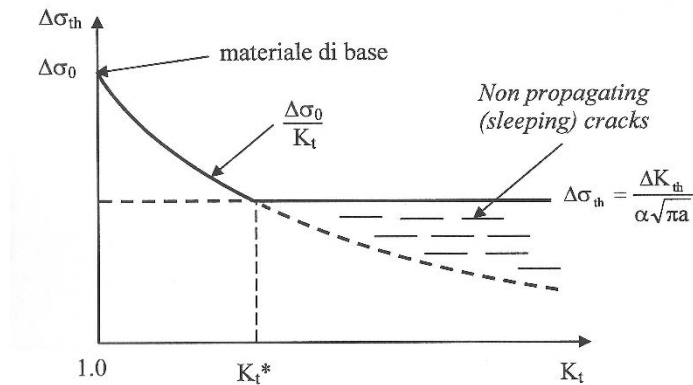


Figura 2.15: schematizzazione del diagramma di Frost. [2]

Si consideri un componente con un intaglio a “U”, caratterizzato da un ampio raggio di raccordo ρ e una profondità a . La geometria dell’intaglio è tale che il fattore teorico di concentrazione di tensione sia $K_t \approx 1$. Con queste ipotesi è ragionevole assumere una completa sensibilità all’intaglio e stimare il limite di fatica del materiale intagliato con la seguente equazione:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta\sigma_0}{K_t} \quad (2.1)$$

dove $\Delta\sigma_0$ è il limite di fatica del materiale base senza intagli. Diminuendo progressivamente il raggio di raccordo, mantenendo $a = costante$, il fattore K_t e il limite di fatica del componente intagliato diminuiscono proporzionalmente (vedi fig. 2.15). Continuando a diminuire il raggio di raccordo, la sensibilità all’intaglio non è più completa e K_t non controlla più la resistenza a fatica del componente. Se $\rho \rightarrow 0$ l’intaglio può essere considerato come una cricca: in questo caso il $K_t \rightarrow \infty$ e l’equazione (2.1) restituirebbe una tensione $\Delta\sigma_{th} \rightarrow 0$. Tuttavia la presenza di una cricca non porta necessariamente a rottura il componente, come descritto nel capitolo 1 con il diagramma di Kitagawa – Takahashi: esiste una soglia ΔK_{th} al di sotto della quale la cricca non propaga. Introducendo l’equazione (1.29) all’interno del diagramma di Frost, è possibile tracciare una retta orizzontale. Le due curve si intersecano in un punto in corrispondenza di un valore K_t^* tale che:

- $K_t > K_t^*$ (ρ grande): l'intaglio si comporta come una cricca di lunghezza a e si ha una parziale sensibilità. Si ha solo l'innescò di microcricche che però non propagano;
- $K_t < K_t^*$ (ρ piccolo): la sensibilità all'intaglio è completa, e il K_t comanda la vita a fatica del componente.

Si individua inoltre una regione, compresa tra le due curve, in cui le cricche non propagano perché al di sotto della soglia ΔK_{th} : esse sono definite “*non – propagating fatigue cracks*”. Si descrive ora brevemente il comportamento delle microcricche all'interno della curva di Paris. Alcuni studi [4] hanno evidenziato che le microcricche possono propagarsi con una velocità molto più alta della corrispondente velocità delle macrocricche (a parità di ΔK), e che possono propagarsi anche per valori di $\Delta K < \Delta K_{th}$. Questo amplia a sinistra la zona I della curva di Paris, come schematizzato nella seguente figura:

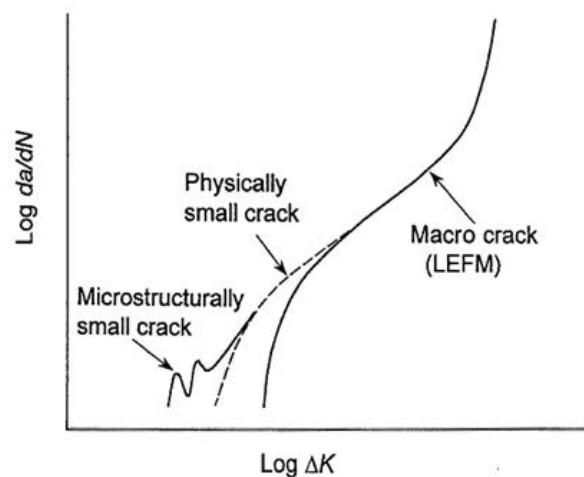


Figura 2.16: andamento della curva di Paris per microcricche e macrocricche a confronto. [4]

È necessario ora fare la seguente distinzione: si definiscono “*microstructurally small cracks*” (MSC) le microcricche con una lunghezza comparabile alla scala della microstruttura, per esempio la dimensione della grana cristallina; invece le “*physically small cracks*” (PSC) sono microcricche con una lunghezza tipicamente compresa tra 0.1 e 1 mm. Se la curva di Paris venisse utilizzata per descrivere la propagazione delle microcricche nelle fasi iniziali di nucleazione e accrescimento si potrebbe sottostimare l'evoluzione del danno (vedi fig. 2.16). Le MSC sono influenzate dalla microstruttura e sono generalmente caratterizzate da continue accelerazioni/decelerazioni della

velocità da/dN . Questo accrescimento discontinuo è causato dall'interazione dell'apice della microcricca con gli elementi che compongono la microstruttura (ad esempio bordi grano, inclusioni, precipitati, porosità). Le MSC nucleano all'interno del grano cristallino e la loro velocità di propagazione è più alta di quella osservata per le macrocricche nella curva di Paris. Quando le MSC incontra un elemento della microstruttura che crea un ostacolo, la velocità da/dN decresce. La continua applicazione di sollecitazioni cicliche può provocare un danno all'apice di cricca sufficiente per permettere alla cricca di propagare nei grani adiacenti, incrementando nuovamente da/dN . Quando la MSC raggiunge una lunghezza di qualche grano, gli elementi della microstruttura influenzano meno la velocità di propagazione rispetto alle prime fasi di accrescimento. A questo punto la curva delle MSC si raccorda con la curva delle PSM e delle macrocricche. La crescita delle MSC esce dal campo di applicazione della meccanica del continuo e MFLE, a causa della natura disomogenea e non isotropa della microstruttura. In genere lo studio del comportamento delle MSC ruota attorno all'utilizzo di metodi probabilistici, statistici e di meccanica del danneggiamento. Le PCS generalmente non violano i limiti della MFLE, però hanno una velocità di propagazione più elevata rispetto alle macrocricche a parità di ΔK . L'andamento della curva di Paris nella zona I è simile a quello delle macrocricche, ma le PCS hanno da/dN più elevati e ΔK_{th} più bassi. In questa regione della curva di Paris il fenomeno di crack closure può influenzare significativamente il parametro ΔK . Infatti, il comportamento delle PSC può essere associato alla mancanza di contatto tra le facce della cricca durante l'avanzamento dell'apice, l'opposto di quello che accade per le macrocricche a parità di rapporto di ciclo. Quindi l'effetto di chiusura è meno significativo per le PSC rispetto alle macrocricche perché esse non sono lunghe a sufficienza per avere contatto tra le facce della cricca prima del punto minimo di carico. L'accrescimento delle PSC è simile a quello delle macrocricche per alti ΔK e nelle zone II e III coincide con l'andamento delle macrocricche.

2.3.1. Effetti della microstruttura sulla propagazione

La fase più significativa per la definizione della resistenza a fatica di un componente meccanico è la propagazione delle microcricche nella matrice metallica: per aumentare la vita del componente è quindi necessario aumentare la sua resistenza alla propagazione del danno. Tuttavia, da un punto di vista microstrutturale, le condizioni

che aumentano la resistenza alla propagazione di microcricche possono invece diminuire la resistenza alla propagazione della macrocricca (e viceversa). È dunque necessario uno studio approfondito sulla microstruttura del materiale considerato, così da soddisfare i requisiti del “*damage tolerant desing*”. Di seguito si illustrano i principali fattori microstrutturali che influenzano la propagazione.

2.3.1.1. Dimensione grana cristallina

A partire dagli studi indipendenti di E. O. Hall (1951) e N. J. Petch (1953), è stato dimostrato che la dimensione della grana cristallina influenza le proprietà meccaniche del materiale. Questa relazione è descritta dall’equazione di Hall – Petch:

$$\sigma_{sn} = \sigma_0 + kD^{-0.5} \quad (2.2)$$

dove σ_0 e k sono costanti del materiale, D è la dimensione della grana cristallina. La microstruttura influenza anche la tenacità a frattura K_{Ic} e il comportamento della propagazione delle microcricche. Una grana cristallina molto fine può aumentare K_{Ic} e la resistenza alla nucleazione di microcricche. Questo è motivato dal fatto che i bordi grano agiscono come un ostacolo, deviando il percorso di propagazione e rallentando la velocità da/dN . Quando la microcricca passa alla fase di macrocricca, una grana fine può diminuire il ΔK_{th} e facilitare un percorso di propagazione rettilineo ad alta velocità da/dN . Una grana più grossolana invece, a discapito di una riduzione di K_{Ic} , può deviare il percorso di propagazione delle macrocricche in una sorta di zig – zag tra i grani. La traiettoria che ne risulta aumenta la resistenza alla propagazione di macrocricche e può attivare fenomeni di *crack closure* (vedi paragrafo 2.4.2). Alcuni studi recenti [12] hanno investigato le proprietà di materiali metallici con grana fine e ultrafine ($< 1 \mu\text{m}$), con il fine di capirne le caratteristiche di resistenza meccanica. Al diminuire della dimensione della grana cristallina è stato notato un aumento della resistenza alla nucleazione di cricche, ma una maggiore suscettibilità alla propagazione. Questo aspetto ha portato all’idea di ottenere con tecniche di elettrodeposizione dei materiali con una microstruttura linearmente crescente lungo il percorso di propagazione delle cricche, così da controllare la stabilità dell’evoluzione del danno. Elevate sollecitazioni cicliche provocano la propagazione del danno e la formazione di una zona plastica all’apice della microcricca. La distanza di propagazione della microcricca è molto influenzata dalla microstruttura e può essere

correlata alla dimensione della grana cristallina per molti materiali. Molti modelli sono stati elaborati per tener conto della dimensione della microstruttura, tra cui quello descritto dalla seguente equazione [5]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(\sigma_{sn} \varepsilon_f E)^{\frac{1}{\beta}}} \frac{1}{L^{\frac{1}{\beta-1}}} \Delta K^{\frac{2}{\beta}} \quad (2.3)$$

dove C è la costante della curva di Paris, ε_f è la deformazione a rottura del materiale, β è l'esponente di Manson – Coffin e L è la dimensione della zona plastica all'apice di cricca. Si nota che la velocità di propagazione diminuisce all'aumentare della zona plastica, che è collegata alla dimensione del grano cristallino.

2.3.1.2. Interazioni con i bordi grano

Quando il percorso di propagazione è di natura transcristallina, ovvero all'interno del singolo grano cristallino, la microcricca si estende lungo la direzione di un particolare piano cristallografico. La presenza del bordo grano e il cambio di orientazione della microstruttura da un grano all'altro rallenta la crescita della microcricca e aumenta la resistenza alla frattura. In alcuni casi la direzione di propagazione può anche modificarsi a causa dell'influenza dell'orientazione della grana cristallina. Alcuni studi [11] hanno evidenziato che il cambio di direzione della microcricca, a causa dell'interazione con i bordi grano, può avvenire principalmente in due modi:

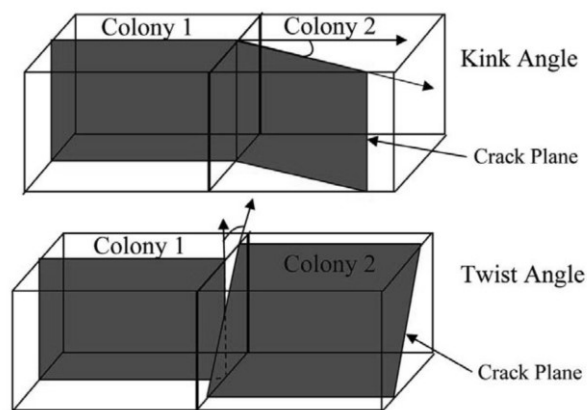


Figura 2.17: le due modalità di cambio di direzione di propagazione del danno tra due grani adiacenti. [11]

Queste indagini sono state sviluppate con delle osservazioni sui meccanismi di evoluzione della propagazione, e in particolare investigando la morfologia della

superficie di frattura dei campioni in prova. All'aumentare delle dimensioni della microcricca, il numero di grani interessato dalla zona plastica aumenta e le proprietà della microstruttura si livellano su dei valori medi: questo comporta una minor influenza dei bordi grano sul percorso di propagazione.

2.3.1.3. Presenza di inclusioni e precipitati

La presenza di inclusioni e precipitati all'interno dei materiali metallici può essere una causa di innesco del danneggiamento. Se queste discontinuità sono di natura fragile e la matrice metallica circostante è duttile, l'applicazione di sollecitazioni affaticanti può causare la rottura dell'inclusione/precipitato. In alcuni casi invece l'interfaccia inclusione – matrice metallica è debole, per cui in queste zone può innescarsi la formazione di microcavità. Il materiale tra le microcavità si deforma plasticamente ed è soggetto a strizione in scala microscopica. I vuoti che si formano con questo meccanismo possono ingrandirsi e/o coalescere tra di loro, portando a zone ad alta concentrazione di tensione da cui le microcricche possono propagare.

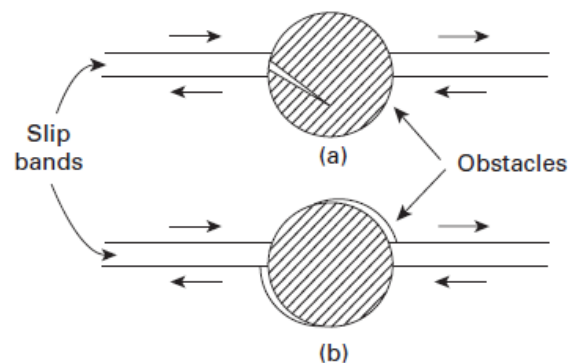


Figura 2.18: l'applicazione di sollecitazioni affaticanti può provocare (a) la rottura della particella fragile oppure (b) la formazione di microcavità. [6]

Alcuni studi hanno anche evidenziato come le particelle che si trovano tra i grani cristallini possono deflettere le microcricche intergranulari all'interno del grano aumentando la resistenza alla frattura [5].

2.3.1.4. Cambiamenti di fase all'apice della microcricca

In alcuni materiali vi è la possibilità di avere dei cambiamenti microstrutturali davanti l'apice della microcricca durante la propagazione, poiché quando questo avviene si libera energia che è assorbita dal materiale. I cambiamenti della microstruttura possono sia accelerare sia frenare la propagazione del danno. Un esempio pratico è dato dalla

famiglia degli acciai TRIP (“*TRansformation Induced Plasticity*”): l’austenite residua metastabile presente al loro interno si trasforma progressivamente in martensite, a causa della zona plastica presente all’apice della cricca durante la propagazione. La trasformazione aumenta il volume del materiale, aumenta la resistenza attraverso il meccanismo di “*strain hardening*” e ritarda la strizione. Queste caratteristiche permettono agli acciai TRIP di essere impiegati dove è necessario avere nello stesso momento alta resistenza, alta deformabilità, ed elevata resistenza agli urti [13].

2.4. Propagazione di macrocricche e rottura

Quando la microcricca raggiunge la lunghezza di qualche grano cristallino, il suo fronte di avanzamento deve rimanere coerente come schematicamente illustrato in fig. 2.19:

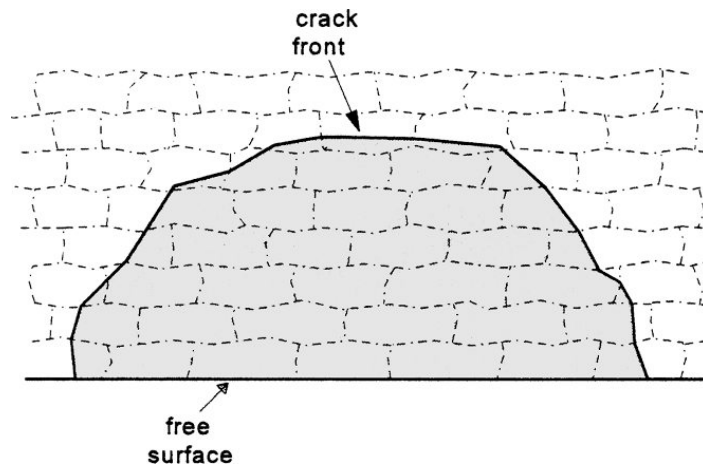


Figura 2.19: schematizzazione del fronte di avanzamento della cricca visto dall’alto. [8]

Per mantenere la coerenza, la cricca non può propagare in ogni grano lungo una direzione arbitraria e ad una velocità di propagazione indipendente da quella dei grani adiacenti. La continuità impedisce quindi elevati gradienti di propagazione lungo il fronte di avanzamento. Non appena il numero di grani coinvolti nell’accrescimento è sufficientemente elevato, la propagazione avviene come un processo più o meno costante al fronte di avanzamento. Da questo punto in poi le proprietà superficiali del materiale, che avevano influenzato le prime fasi di nucleazione e propagazione, non hanno più effetto sull’accrescimento del danno. La velocità di propagazione della cricca dipende ora solo dalle proprietà macroscopiche del materiale. Quando la cricca supera la dimensione critica, si può parlare di macrocricca. Ipotizzando che la zona plastica non lineare sia confinata in una regione piccola in prossimità dell’apice della

cricca, il parametro che controlla l'accrescimento della macrocricca è ΔK . Di conseguenza valgono le relazioni della MFLE descritte nel primo capitolo e la curva di Paris per descrivere la propagazione della macrocricca:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (2.4)$$

Per tenere in considerazione l'effetto del rapporto di ciclo R è possibile utilizzare il modello di Walker (vedi capitolo 1), oppure il modello di R. G. Forman (1967) [8]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R)(K_{Ic} - K_{max})} \quad (2.5)$$

Si nota che da/dN aumenta se $K_{max} \rightarrow K_{Ic}$, quindi viene contato anche l'effetto dell'asintoto verticale in corrispondenza della frattura. Per tener conto dell'asintoto in corrispondenza di ΔK_{th} è possibile usare il modello di E. K. Priddle (1976) [8]:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_{Ic} - K_{max}} \right]^m \quad (2.6)$$

Infine, il modello NASGRO descrive bene la propagazione della cricca in tutte e tre le zone della curva di Paris è stato sviluppato dalla "National Aeronautics and Space Administration" (NASA) e pubblicato da R. G. Forman e S. R. Mettu (1992):

$$\frac{da}{dN} = C \left[\Delta K \left(\frac{1-f}{1-R} \right) \right]^m \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_{Ic}} \right)^q} \quad (2.7)$$

Le costanti del materiale p, q sono ricavate da test sperimentali, mentre il parametro f è così definito:

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} \quad (2.8)$$

dove K_{op} è il valore dello SIF della porzione di ciclo in cui la cricca si apre. La microstruttura non influenza significativamente il comportamento delle macrocricche, a causa delle elevate velocità di propagazione in gioco. La resistenza alla propagazione della macrocricca dipende quindi dalle proprietà macroscopiche del materiale.

Tuttavia, quando nel materiale sono presenti alte tensioni affaticanti, la zona plastica può estendersi notevolmente oltre l'apice della cricca: in questo caso le discontinuità della microstruttura come inclusioni e precipitati possono fratturarsi anche se distanti. La separazione dell'interfaccia con il materiale base può influenzare il comportamento globale dell'avanzamento della macrocricca, accelerando la propagazione del danno [5]. La vita spesa dal materiale in questa fase è molto corta rispetto alle precedenti, a causa dell'accelerazione della propagazione del danno fino alla rottura statica. Si descrivono ora due particolari fenomeni che avvengono durante la propagazione delle macrocricche: la formazione della zona plastica ciclica e la sua estensione, e la chiusura delle facce della cricca ("crack closure").

2.4.1. La zona plastica ciclica e la sua estensione

Nella parte introduttiva è stata descritta la zona plastica e la sua estensione $2r_{o\sigma}$ davanti l'apice della cricca, in presenza di sollecitazioni statiche:

$$2r_{o\sigma} \approx \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad \text{tensione piana} \quad (2.9)$$

$$2r_{o\sigma} \approx \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad \text{deformazione piana} \quad (2.10)$$

Quando il materiale è soggetto a sollecitazioni affaticanti, l'estensione della zona non lineare vicino l'apice della cricca cambia nel tempo. Si consideri la seguente figura:

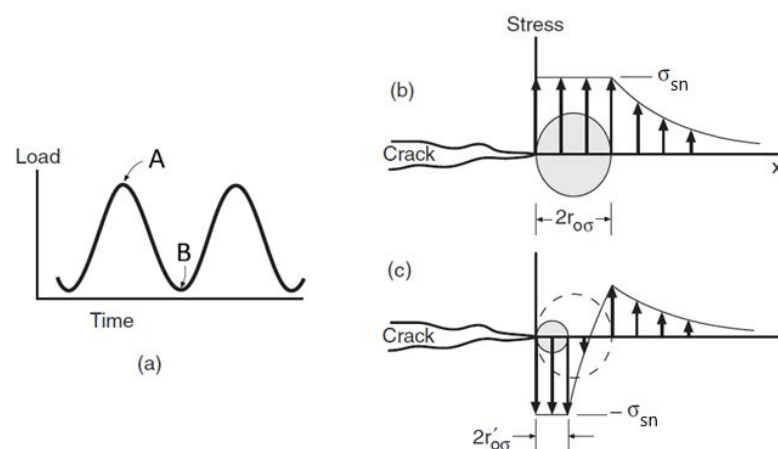


Figura 2.20: (a) carico ciclico applicato ad un componente criccato, (b) zona non lineare all'apice di cricca nel punto A e (c) nel punto B del ciclo di carico. Si nota la variazione di estensione della zona non lineare. [1]

Si ipotizzi di sollecitare il materiale con un carico statico di intensità pari a quella del punto A (fig. 2.20a): esso produce una zona plastica e una distribuzione di tensioni di trazione attorno all'apice della cricca (fig. 2.20b), come già discusso in precedenza. L'estensione della zona plastica in questo caso è $2r_{o\sigma}$. Ipotizzando ora di diminuire l'intensità delle sollecitazioni fino al punto B, l'intensità del campo tensionale all'apice di cricca diminuisce e cambia segno diventando di compressione (fig. 2.20c). Per un materiale elastico – perfettamente plastico, nel caso di sollecitazione statica, la tensione massima dentro la zona plastica è pari a σ_{sn} ; nel caso di sollecitazione ciclica la variazione di tensione può essere compresa tra σ_{sn} e $-\sigma_{sn}$. A causa di questa variazione tensionale l'estensione della zona plastica diminuisce fino a $2r'_{o\sigma} < 2r_{o\sigma}$. Si evidenzia il fatto che le tensioni all'interno della zona plastica $2r'_{o\sigma}$ sono di compressione, mentre fuori dalla zona plastica le tensioni di compressione passano gradualmente a tensioni di trazione. È possibile stabilire che la dimensione $2r'_{o\sigma}$ della zona plastica può essere stimata con le seguenti espressioni [4]:

$$2r'_{o\sigma} \approx \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K}{2\sigma_{sn}} \right)^2 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\Delta K}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad \text{tensione piana} \quad (2.11)$$

$$2r'_{o\sigma} \approx \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\Delta K}{2\sigma_{sn}} \right)^2 = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{\Delta K}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad \text{deformazione piana} \quad (2.12)$$

Queste espressioni valgono per rapporti di ciclo $R \geq 0$. Se durante l'applicazione della sollecitazione ciclica il materiale presenta “*hardening*” o “*softening*”, la σ_{sn} deve essere sostituita con la resistenza ciclica del materiale. Il parametro ΔK , che controlla la propagazione delle cricche, controlla anche l'estensione della zona plastica. Questa assunzione può sembrare a prima vista errata, poiché ΔK è un parametro lineare elastico. In realtà nel capitolo introduttivo era stato spiegato come questa affermazione non sia un problema: la zona plastica non lineare è piccola rispetto le dimensioni della cricca e confinata all'interno di una zona di processo lineare elastica più estesa. Questo vale ancora di più ancora nel caso di problemi di FCG, perché la dimensione della zona plastica per sollecitazioni cicliche $2r'_{o\sigma}$ è molto più piccola rispetto alla corrispettiva dimensione vista per sollecitazioni monotone $2r_{o\sigma}$. Di conseguenza la MFLE può essere utilizzata per studiare questi fenomeni senza commettere grossi errori, anche per materiali che esibiscono elevata plasticità o per la zona III della curva di Paris. Inoltre la frazione di vita spesa nella zona III della curva di Paris è molto piccola

rispetto alle precedenti e non c'è la necessità di avere un'elevata accuratezza per descrivere i meccanismi coinvolti.

2.4.2. Crack closure

Il fenomeno di chiusura della cricca (*“crack closure”*) è stato studiato per la prima volta da W. Elber nel 1970, il quale ha raccolto una serie di dati sperimentali su vari materiali metallici. Elber ha notato che un cricca sottoposta a sollecitazioni cicliche di trazione può chiudersi, alterando il valore del ΔK presente realmente all'apice di cricca rispetto a quello teorico previsto dalla MFLE. Teoricamente l'intensità di ΔK davanti all'apice della cricca definisce in modo univoco la velocità di propagazione. Nonostante ciò, lo studio del fenomeno di *crack closure* ha evidenziato che la velocità di propagazione è influenzata non solo dalle condizioni davanti all'apice di cricca, ma anche dal contatto delle facce dietro l'apice della cricca. Il fenomeno di chiusura è riconducibile alla formazione della zona plastica ciclica discussa in precedenza. Elber ha suggerito che, durante l'avanzamento della cricca, si forma una porzione residua di materiale deformato plasticamente alle spalle dell'apice di cricca. Questa porzione di materiale riduce l'apertura della cricca e la velocità del suo avanzamento prima che la sollecitazione affaticante arrivi al suo punto di minimo. La chiusura delle facce provoca quindi una riduzione dell'intensità di ΔK quando la cricca propaga attraverso la regione plastica non lineare $2r'_o\sigma$. Si consideri la seguente figura, la quale mostra la variazione di ΔK nel tempo:

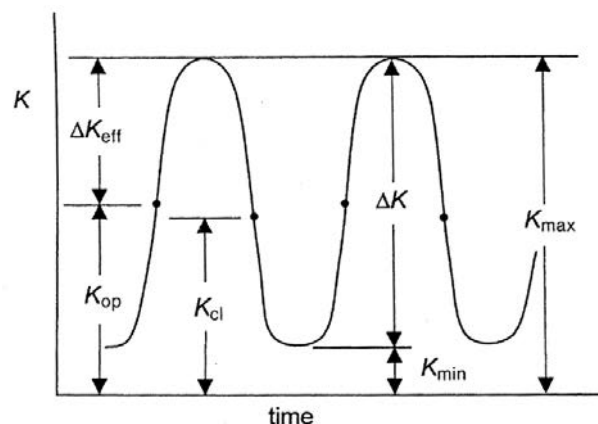


Figura 2.21: andamento di ΔK nel tempo a causa dell'applicazione di una sollecitazione affaticante. [4]

Si definisce K_{op} lo SIF relativo alla porzione di ciclo in cui la cricca si apre; K_{cl} lo SIF relativo alla porzione di ciclo in cui la cricca si chiude. In generale questi due valori sono diversi, ma possono esistere casi in cui essi coincidono. Si nota che $K_{op} > K_{min}$. Sapendo che teoricamente all'apice di cricca è presente $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, si definisce ΔK_{eff} lo SIF realmente presente all'apice:

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (2.13)$$

$$K_{op} = \Delta K \left(\frac{1}{1-R} - 0.5 - 0.4R \right) \quad (2.14)$$

È possibile scrivere che $\Delta K_{eff} < \Delta K$, ed è la parte di ciclo affaticante che provoca realmente il danneggiamento; la parte di ciclo sotto K_{op} ha poca o nulla influenza sulla propagazione della cricca. Per alti valori di R il fenomeno di *crack closure* diminuisce la sua intensità, perché $K_{op} \approx K_{min}$ e $\Delta K_{eff} \approx \Delta K$. Si definisce “*closure ratio*” il parametro U che indica la parte di ciclo in cui la cricca è aperta:

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} = \frac{1 - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} \quad (2.15)$$

Se $U = 1$ la cricca non subisce chiusura, mentre per condizioni severe di chiusura U è molto basso. L'effetto di “*crack closure*” nella zona I della curva di Paris (= vicino a ΔK_{th}) è di grande interesse perché è dove viene spesa la maggior parte della vita del componente. In questa zona la chiusura della cricca è molto significativa perché i parametri che la influenzano direttamente sono gli stessi che controllano la propagazione della cricca (rapporto di ciclo, condizioni ambientali, microstruttura). A seconda che il ciclo affaticante abbia R costante o variabile, una buona conoscenza delle reali condizioni di carico ($\rightarrow \Delta K_{eff}$) che provocano l'apertura della cricca può essere utile per stimare l'effettiva velocità di propagazione della cricca. A partire dal lavoro iniziale di Elber sono stati identificati molti meccanismi coinvolti nella chiusura della cricca, i quali possono diminuire o aumentare la velocità di propagazione della cricca. I meccanismi più studiati sono i seguenti [4] [5]:

- “*Plasticity – induced closure*”: è molto rilevante nei materiali metallici quando sono sollecitati con rapporti di ciclo bassi e in condizione di tensione piana. La deformazione plastica ciclica del materiale davanti all’apice di cricca (fig. 2.20) può causare la chiusura delle facce della cricca. Il materiale davanti all’apice viene allungato a causa di deformazioni localizzate, e queste possono non essere completamente recuperate quando il materiale viene lasciato alle spalle dell’apice durante l’avanzamento. Quando il ciclo di sollecitazione è nella fase di scarico, le superfici della cricca così deformate possono chiudersi prima che il carico raggiunga il punto di minimo. Questo meccanismo è considerato rilevante per ΔK elevati sulla base di osservazioni sul parametro U : esso decresce rapidamente quando $K \rightarrow \Delta K_{th}$;
- “*Oxide – induced closure*”: questo meccanismo è più o meno rilevante per la propagazione della cricca, a seconda dell’ambiente in cui si trova il materiale. In generale non si manifesta quando si opera in un ambiente secco, non ossidante e per alti rapporti di ciclo. Nel caso invece di ambiente corrosivo o umido, materiali come l’acciaio e le leghe di alluminio possono formare uno strato di ossido sulla nuova superficie creata dalla frattura. Le facce della cricca ossidate, durante il ciclo affaticante, possono quindi chiudersi riducendo la velocità di propagazione. Per alti rapporti di ciclo il contatto tra le facce ossidate è minimizzato a causa della maggiore apertura della cricca; per alti ΔK l’avanzamento della cricca è così rapido da non permettere lo sviluppo dello strato di ossido.
- “*Roughness – induced closure*”: questo meccanismo può essere collegato alla presenza di asperità e superfici rugose alle spalle dell’apice di cricca. Alcuni studi si sono focalizzati sull’effetto di questo meccanismo sulla propagazione della cricca: in essi sono stati evidenziate parziali chiusure in zone localizzate in cui avviene il contatto tra le facce della cricca. Più la superficie di frattura è rugosa, più le facce della cricca possono entrare in contatto durante l’applicazione del carico ciclico. Questo meccanismo si attiva per bassi rapporti di ciclo e in prossimità di ΔK_{th} (bastano dei piccoli spostamenti per attivarlo): esso provoca una diminuzione di ΔK_{eff} e quindi un rallentamento

della propagazione. Il suo effetto però è ritenuto meno significativo rispetto quelli citati precedentemente.

I tre meccanismi di “*crack closure*” appena descritti sono riassunti graficamente nella seguente immagine:

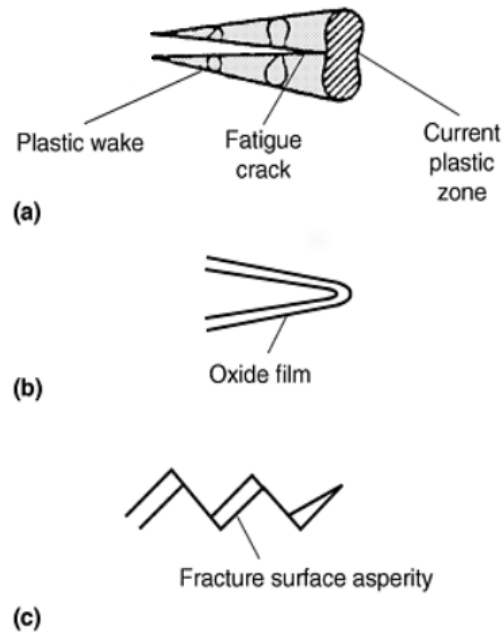


Figura 2.22: schematizzazione dei tre meccanismi più importanti di *crack closure*. [5]

3. Il metodo XFEM per lo studio di problemi di FCG

La presenza di difetti all'interno dei materiali può, come descritto nei capitoli precedenti, essere la causa della nucleazione e propagazione di cricche. Per progettare con il criterio “*damage tolerant*” è quindi molto importante adottare degli strumenti che permettano di descrivere il comportamento delle cricche. Se dal punto di vista teorico la MFLE e la “*FCG Analysis*” sono fondamentali per progettare in presenza di difetti nel materiale, dal punto di vista numerico il “*Finite Element Method*” (FEM) è ritenuto uno degli strumenti più importanti per simulare il comportamento dei componenti meccanici con difetti. Utilizzando il FEM è stato possibile sviluppare vari modelli per simulare la presenza di difetti all'interno del materiale, basandosi sulla MFLE e sul calcolo degli SIFs. Tuttavia lo svantaggio più grande nell'utilizzare il metodo FEM per simulare la propagazione della cricca è la necessità di aggiornare la mesh utilizzata ad ogni substep. Inoltre è difficilmente utilizzabile in situazioni che non siano riconducibili a sollecitazioni di Modo I [14]. L’“*eXtended Finite Element Method*” (XFEM) è nato con lo scopo di poter simulare la propagazione del danneggiamento senza dipendere dall'aggiornamento della mesh, colmando le lacune del classico FEM. Dopo un breve riassunto teorico del FEM, in questo capitolo si descrivono le fondamenta teoriche dell'XFEM e i comandi in linguaggio APDL di ANSYS Mechanical 17.2 necessari per la simulazione della propagazione della cricca, in presenza di sollecitazioni affaticanti.

3.1. Il Finite Element Method (FEM)

Il metodo degli elementi finiti (“*Finite Element Method*”, FEM) si basa sulla discretizzazione di un sistema meccanico continuo con una griglia di elementi finiti (“*mesh*”). La discretizzazione può essere effettuata con varie tipologie di forme di elemento finito (triangolare, quadrangolare, tetraedrico, parallelepipedo), a seconda del componente da modellare. Ogni elemento possiede un certo numero di nodi: per elementi piani ad ogni nodo sono associati 2 gradi di libertà (gli spostamenti consentiti nel piano); per elementi solidi ad ogni nodo sono associati 3 gradi di libertà (gli spostamenti nello spazio). Il FEM si basa sulla seguente equazione:

$$\{F\} = [K] \cdot \{f_n\} \quad (3.1)$$

dove $\{F\}$ e $\{f_n\}$ rappresentano rispettivamente il vettore delle forze e degli spostamenti nodali; $[K]$ è definita come la matrice di rigidezza del sistema meccanico a cui si fa riferimento. Il campo degli spostamenti $\{f\}$ di un punto generico all'interno del singolo elemento può essere approssimato con delle opportune funzioni di forma. Considerando un problema piano si avrà quindi:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = [N] \cdot \{f_n\} \quad (3.2)$$

La matrice $[N]$ all'interno della (3.2) è la matrice delle funzioni di forma, la quale contiene dei polinomi nelle variabili (x, y) . Nel caso di elementi piani la dimensione di $[N]$ è $2 \times 2N_n$, N_n numero di nodi dell'elemento; invece nel caso di elementi solidi gli spostamenti sono (u, v, w) e la dimensione di $[N]$ è $3 \times 3N_n$. Il campo delle deformazioni si ottiene differenziando il campo degli spostamenti rispetto le coordinate (x, y, z) . Nel caso piano si ottiene:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Indicando con $\{N_1\}$ e $\{N_2\}$ rispettivamente la prima e la seconda riga della matrice $[N]$, possiamo scrivere la seguente relazione tra le deformazioni in un punto generico e gli spostamenti nodali:

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{f_n\} \quad (3.4)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ \frac{\partial N_2}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} + \frac{\partial N_2}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Si nota che il campo di deformazione ha un grado di precisione inferiore rispetto il campo di spostamenti a causa della differenziazione. Ipotizzando un comportamento lineare elastico del materiale, la relazione tra tensioni e deformazioni è regolata dalla legge di Hooke:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (3.6)$$

Per una condizione di tensione piana la matrice di rigidità del materiale risulta:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\nu} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Per un generico punto è possibile definire la densità di energia di deformazione:

$$W = \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} = \frac{1}{2} ([B] \{f_n\})^T [D] [B] \{f_n\} = \frac{1}{2} \{f_n\}^T [B]^T [D] [B] \{f_n\} \quad (3.8)$$

Indicando con V il volume dell'elemento, l'energia di deformazione totale sull'elemento sarà:

$$E_{tot} = \int_V W dV = \int_V \frac{1}{2} \{f_n\}^T [B]^T [D] [B] \{f_n\} dV = \frac{1}{2} \{f_n\}^T \left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right) \{f_n\} \quad (3.9)$$

Il lavoro esterno è pari a:

$$L = \{f_n\}^T \{F\} = \{f_n\}^T [K] \{f_n\} \quad (3.10)$$

Per il Teorema di Clapeyron in un sistema meccanico l'energia interna è pari a metà del lavoro esterno L per cui:

$$\frac{1}{2} \{f_n\}^T \left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right) \{f_n\} = \frac{1}{2} \{f_n\}^T [K] \cdot \{f_n\} \quad (3.11)$$

Da questa espressione è possibile ricavare la matrice di rigidità del generico elemento:

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (3.12)$$

Si nota che la matrice di rigidezza dell'elemento non ha una forma esatta perché dipende dalle funzioni di forma utilizzate ($[B]$). Di conseguenza l'accuratezza del metodo dipende dalla densità della mesh e dal grado di raffinatezza con cui viene discretizzato il componente. Inoltre la matrice di rigidezza dipende dal volume del solido V e dal materiale di cui è costituito $[D]$ [15].

3.2. L'eXtended Finite Element Method (XFEM)

Con il classico FEM le cricche sono modellate esplicitamente come parte della geometria del modello. Quando la cricca propaga, la mesh deve essere necessariamente aggiornata per poter continuare con la simulazione. L'“*eXtended Finite Element Method*” (XFEM), introdotto per la prima volta da T. Belytschko et al. nel 1999, non necessita di aggiornare la mesh per tener traccia della propagazione del danno: di conseguenza è molto utilizzato per simulare il comportamento di cricche ed altre discontinuità. A questo scopo all'interno dell'XFEM sono stati incrementati i gradi di libertà del modello grazie a delle funzioni di spostamento aggiuntive rispetto al classico FEM [14] [16]:

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i \in S_m} N_i(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{a}_i + \sum_{i \in S_n} H(\boldsymbol{x}) N_i(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{b}_i + \sum_{i \in S_k} \left[N_i(\boldsymbol{x}) \sum_{j=1}^4 F_j(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{c}_i^{(j)} \right] \quad (3.13)$$

dove:

- $f(\boldsymbol{x})$: vettore degli spostamenti;
- S_m, S_n, S_k : sono rispettivamente il set di nodi totale, il set di nodi degli elementi tagliati dalla cricca in cui è attiva $H(\boldsymbol{x})$, il set di nodi attorno l'apice di cricca (vedi fig. 3.1);
- $N_i(\boldsymbol{x})$: la convenzionale matrice delle funzioni di forma;
- \boldsymbol{a}_i : vettore degli spostamenti nodali;
- $H(\boldsymbol{x})$: funzione di Heaviside, la quale è una funzione a gradino. Essa è pari a +1 o -1 a seconda del lato della cricca preso in considerazione. È utilizzata

per rappresentare il campo di spostamento discontinuo negli elementi che sono stati tagliati completamente dalla cricca;

- \mathbf{b}_i : gradi di libertà aggiuntivi sugli spostamenti;
- $F_j(\boldsymbol{\chi})$: funzione elastica dell'apice della cricca, varia a seconda del materiale. È utilizzata per definire la discontinuità nel modello. È costruita usando le definizioni dei campi di spostamento di Modo I e II della cricca;
- $\mathbf{c}_i^{(j)}$: gradi di libertà dei nodi che tengono conto della singolarità all'apice di cricca.

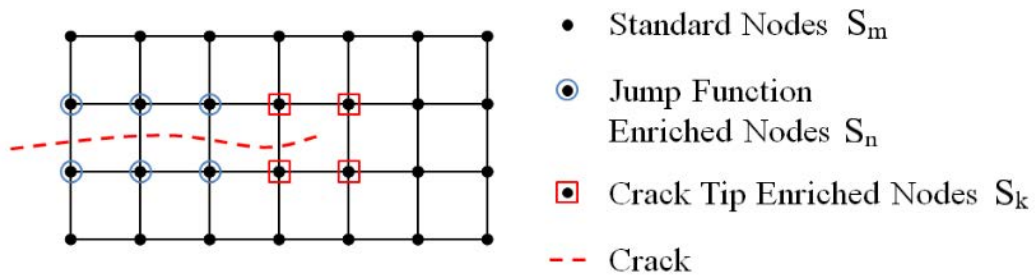


Figura 3.1: schematizzazione della mesh all'interno di un modello XFEM con una cricca. Si notano i vari set di nodi S_m, S_n, S_k presenti all'interno dell'eq. (3.13) [17]

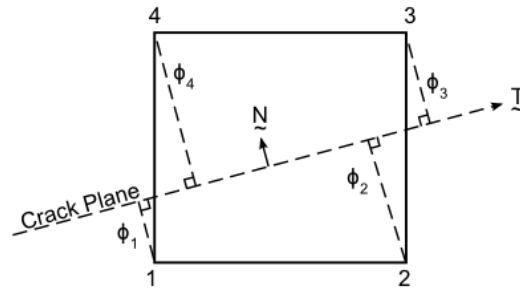
I termini aggiuntivi sono attivati solamente sull'elemento contenente l'apice della cricca. Per un materiale lineare elastico isotropo e con l'origine del sistema di coordinate polari (r, θ) posizionato all'apice della cricca, $F_j(\boldsymbol{\chi})$ è così definita:

$$F_j(\boldsymbol{\chi}) = \sqrt{r} \left[\sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right] \quad (3.14)$$

Il “*Level Set Method*” (1988) è stato introdotto all'interno dell'XFEM da Belytschko et al. nel 2001 [17]: all'interno di un modello 2D la cricca è una curva aperta delimitata da un punto, che rappresenta il suo apice (in un modello 3D la cricca è una superficie delimitata da una linea, che rappresenta il fronte di avanzamento). Questo metodo sostituisce la modellazione esplicita della cricca nel modello, ritenuta poco efficace. Per definire la cricca vengono utilizzate due funzioni di distanza (“*level set functions*”) φ e ψ all'interno della mesh del modello. Chiamando con t l'intervallo di tempo di un substep dell'analisi:

- $\varphi(x, t)$: rappresenta la distanza dei nodi dell'elemento considerato dal piano di propagazione della cricca; deve essere $\varphi(x, t) \neq 0$ ($\varphi(x, t) = 0$ è invalido).

$$\varphi(x, t) = \sum_{i \in S_n} \varphi_i(t) N_i(x) \quad (3.15)$$

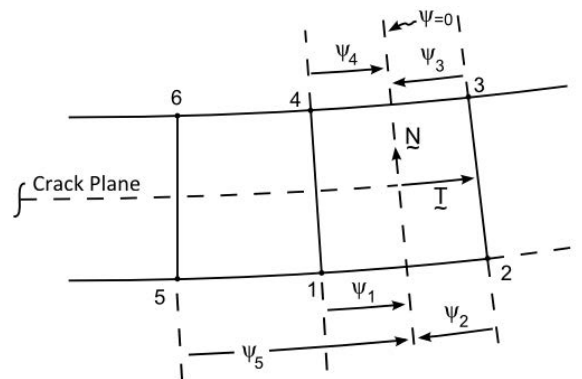


\underline{N} = Normal to crack plane
 \underline{T} = Tangent to crack plane
 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ = Signed normal distances of nodes
 distances of nodes 1, 2, 3, 4 from
 the crack plane

Figura 3.2: schema per la valutazione di $\varphi(x, t)$. [16]

- $\psi(x, t)$: rappresenta la posizione dei nodi dell'elemento considerato dall'apice della cricca. $\psi(x, t) = 0$ rappresenta il piano perpendicolare al piano della cricca sull'apice, $\psi(x, t) > 0$ davanti l'apice della cricca.

$$\psi(x, t) = \sum_{i \in S_n} \psi_i(t) N_i(x) \quad (3.16)$$



\underline{T} = Tangent to crack plane
 \underline{N} = Normal to crack plane
 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_{etc.}$ = Signed normal distance of nodes
 1, 2, 3, etc. from the $\psi=0$ plane

Figura 3.3: schema per la valutazione di $\psi(x, t)$. [16]

La cricca è definita, attraverso la mesh del modello, come il subset dei valori nulli della funzione $\varphi(x, t)$ dove $\psi(x, t) < 0$. L'apice della cricca invece è l'intersezione degli zeri delle due "level set functions". Un altro vantaggio delle funzioni φ e ψ è quello di offrire un metodo conveniente per descrivere i campi di tensione e deformazione dell'apice della cricca. Di conseguenza è possibile adottare il sistema di coordinate definito dalle "level set functions" (φ, ψ) al posto delle coordinate polari (r, θ) :

$$r = \sqrt{\varphi^2 + \psi^2} \quad (3.17)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\psi}{\varphi} \quad (3.18)$$

Il campo di deformazione può essere ottenuto differenziando il campo degli spostamenti (3.13) come in precedenza, e si ottiene la seguente espressione:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{i \in S_m} \mathbf{B}_i \mathbf{a}_i + \sum_{i \in S_n} \mathbf{B}_i^{(0)} \mathbf{b}_i + \sum_{i \in S_k} \left(\sum_{j=1}^4 \mathbf{B}_i^{(j)} \mathbf{c}_i^{(j)} \right) \quad (3.19)$$

\mathbf{B}_i è la matrice che lega le deformazioni agli spostamento nodali, come nel classico FEM; $\mathbf{B}_i^{(0)}$ e $\mathbf{B}_i^{(j)}$ sono le matrici delle deformazioni aggiuntive per l'XFEM, e sono così definite:

$$\mathbf{B}_i^{(0)} = H(\boldsymbol{\chi}) \mathbf{B}_i \quad (3.20)$$

$$\mathbf{B}_i^{(j)} = F_j(\boldsymbol{\chi}) \mathbf{B}_i, \quad j = \{1, \dots, 4\} \quad (3.21)$$

Il campo tensionale può essere scritto come:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \left[\sum_{i \in S_m} \mathbf{B}_i \mathbf{a}_i + \sum_{i \in S_n} \mathbf{B}_i^{(0)} \mathbf{b}_i + \sum_{i \in S_k} \left(\sum_{j=1}^4 \mathbf{B}_i^{(j)} \mathbf{c}_i^{(j)} \right) \right] \quad (3.22)$$

\mathbf{D} è la classica matrice di rigidezza del materiale introdotta nel FEM. Il metodo risolve sempre la classica equazione:

$$\{F\} = [K] \cdot \{Q\} \quad (3.23)$$

dove $\{F\}$ è il vettore delle forze esterne nodali, $[K]$ è la matrice di rigidità del sistema e $\{Q\}$ è il vettore degli spostamenti del sistema. I vettori $\{F\}$ e $\{Q\}$ e la matrice $[K]$ tengono conto sia della parte convenzionale del FEM sia di quella aggiuntiva introdotta in precedenza. Nelle simulazioni in cui sono presenti cricche, i criteri per l'innescamento della propagazione e per il calcolo della direzione di propagazione devono essere specificati: quelli più usati, secondo la MFLE, sono il “*maximum circumferential stress criterion*” (paragrafo 3.2.1) oppure il “*mimimum strain energy density criterion*”. Normalmente nell'XFEM il calcolo degli SIFs di Modo I e II è effettuato con metodi numerici (quello più utilizzato è basato sul calcolo dell'“*interaction integral*” e del $J - integral$ nel dominio del modello [16]).

In linea generale l'analisi XFEM della propagazione di una cricca all'interno del modello si svolge nella seguente procedura di base:

1. Costruzione della mesh di elementi finiti nel modello;
2. Definizione della posizione della cricca con le funzioni $\varphi(x, t)$ e $\psi(x, t)$;
3. Inizio $i -$ esimo substep dell'analisi: applicazione del carico ciclico in modo quasi statico, dal valore minimo al valore massimo. Il modello XFEM viene risolto partendo dal campo di spostamenti $f(x)$;
4. Determinazione di ΔK_I e ΔK_{II} per via numerica;
5. Applicazione di un criterio per la propagazione, per esempio il “*maximum circumferential stress criterion*”. Se viene soddisfatto, la cricca propaga;
6. Determinazione della direzione di propagazione θ^*_i ;
7. Calcolo dell'incremento di lunghezza di propagazione Δa_i ;
8. Determinazione dei cicli di carico ΔN_i necessari per incrementare la lunghezza della cricca della quantità Δa_i (basato su un modello di FCG, per esempio Paris, e conoscendo le proprietà del materiale);
9. Aggiornamento del numero totale di cicli di carico $N_i = N_{i-1} + \Delta N_i$;
10. Ridefinizione della posizione della cricca con i valori aggiornati di $\varphi(x, t)$ e $\psi(x, t)$, senza remeshing;
11. Nuovo substep: l'analisi riprende dal punto 3.

La formulazione teorica dell'XFEM finora esposta prende il nome di “*Singularity – based Method*”, poiché considera la presenza di una singolarità

all'apice della cricca. Un'altra formulazione dell'XFEM molto importante prende il nome di “*Phantom – node Method*” introdotto da J. H. Song, P. Areias e T. Belytschko nel 2006: essa considera solo la discontinuità degli spostamenti tra le facce della cricca, e ignora la presenza della singolarità. Questa formulazione rappresenta la discontinuità con dei subelementi, ognuno dei quali contiene dei nodi reali e dei nodi fittizi (“*phantom nodes*”) con gradi di libertà fittizi (“*phantom degree of freedom*”). Prima della frattura i subelementi si muovono insieme comportandosi come un elemento unico. Dopo essere stati tagliati dalla cricca, i subelementi si muovono indipendentemente tra loro (vedi fig. 3.4). La formulazione degli spostamenti nel “*Phantom – node Method*” è la seguente:

$$f(x) = \sum_{i \in S_1} \mathbf{u}_i^{(1)}(t) N_i(x) H(-g(x)) + \sum_{i \in S_2} \mathbf{u}_i^{(2)}(t) N_i(x) H(g(x)) \quad (3.24)$$

- $\mathbf{u}_i^{(1)}(t)$: vettore degli spostamenti del subelemento 1;
- S_1 : set di nodi del subelemento 1;
- $\mathbf{u}_i^{(2)}(t)$: vettore degli spostamenti del subelemento 2;
- S_2 : set di nodi del subelemento 2;
- $g(x)$: funzione della superficie della cricca;
- $H(g(x))$ e $H(-g(x))$: funzione di Heaviside

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

Questa formulazione ha il vantaggio di non avere bisogno di termini aggiuntivi per tenere conto della singolarità all'apice della cricca. Questo permette di poter integrare il metodo “*Phantom – node*” direttamente all'interno del comune FEM.

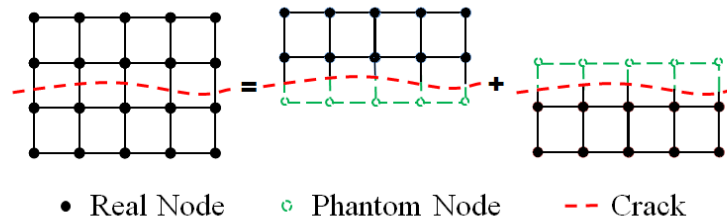


Figura 3.4: schematizzazione della mesh all'interno di un modello XFEM basato sul phantom – node method. [17]

In conclusione, il metodo XFEM offre principalmente i seguenti vantaggi rispetto al tradizionale FEM:

- È un valido strumento per analisi 2D e 3D di problemi stazionari e/o di fatica, con materiale lineare elastico isotropo, in presenza di cricche e discontinuità;
- Permette la simulazione della propagazione della cricca all'interno della mesh del modello, senza la necessità di modificarla ad ogni substep dell'analisi;

3.2.1. Il maximum circumferential stress criterion

Nel capitolo introduttivo è stato descritto il concetto di “*self – similarity*” per una cricca sollecitata di Modo I. Nel caso di una sollecitazione mista di Modo I e II questa caratteristica non è rispettata, e la direzione di propagazione non è più rettilinea davanti l'apice della cricca. Il campo tensionale, in prossimità dell'apice di cricca e in condizione di sollecitazione mista statica, è descritto dalle seguenti relazioni:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.26)$$

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(5 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.27)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.28)$$

Le componenti di tensione σ_{rr} e $\tau_{r\theta}$ non verranno prese in considerazione poiché non contribuiscono attivamente alla determinazione della direzione di propagazione. La $\sigma_{\theta\theta}$ è scritta frequentemente in letteratura anche con la seguente equazione:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^3 - \frac{3K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.29)$$

Per studiare la condizione di propagazione della cricca e in quale direzione essa avvenga, F. Erdogan e G. Sih hanno introdotto nel 1963 il “*maximum circumferential stress criterion*” (MCS). In esso viene stabilito che:

- La cricca propaga solo se lo SIF equivalente di Modo Misto I + II all'apice della cricca è maggiore della tenacità a frattura K_{Ic} di puro Modo I:

$$K_{eq,max} \geq K_{Ic} \quad (3.30)$$

- La cricca propaga nella direzione θ^* in cui $K_{eq,max}$ è massimo, ovvero dove la tensione $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ è massima:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (3.31)$$

Il $K_{eq,max}$ all'interno della (3.30) può essere espresso come segue:

$$K_{eq,max} = \sqrt{2\pi r} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta^*) = K_I \left(\cos \frac{\theta^*}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta^* \cos \frac{\theta^*}{2} \quad (3.32)$$

Si ricava ora analiticamente la direzione θ^* in cui avviene la propagazione. Definendo $\Phi = K_{II}/K_I$ è possibile riscrivere la $\sigma_{\theta\theta}$ nel seguente modo:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} - 3\Phi \sin \frac{\theta}{2} - 3\Phi \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.33)$$

L'angolo in corrispondenza del quale la $\sigma_{\theta\theta}$ è massima si ricava dalla (3.31), ovvero:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = -\frac{3}{2} \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} + \Phi \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] = 0 \quad (3.34)$$

È opportuno a questo punto fare delle semplificazioni, utilizzando delle relazioni trigonometriche [2]:

$$\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} = 2 \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \quad (3.35)$$

$$\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} = 2 \cos \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) \quad (3.36)$$

Questo porta a scrivere che:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = \sin \theta + \Phi(3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (3.37)$$

La soluzione della (3.37) è:

$$\theta^* = -\arccos\left(\frac{3\Phi^2 + \sqrt{1 + 8\Phi^2}}{1 + 9\Phi^2}\right) = -\arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right) \quad (3.38)$$

Dalla (3.38) è possibile notare che:

- Nel caso di puro Modo I, $K_{II} = 0$ ($\Phi = 0$) e l'angolo $\theta^* = 0$. Si ritrova la condizione di propagazione del Modo I in cui la cricca propaga davanti a sé;
- Nel caso di puro Modo II, $K_I = 0$ ($\Phi \rightarrow \infty$) e l'angolo $\theta^* \approx \pm 70.53^\circ$.

In fig. 3.5, elaborata con il software MatLab, viene illustrato l'andamento di $\sigma_{\theta\theta}$ (azzurro) nei casi notevoli $K_{II} = 0$ e $K_I = 0$, la direzione θ^* (arancione) e la posizione della cricca (linea tratteggiata nera):

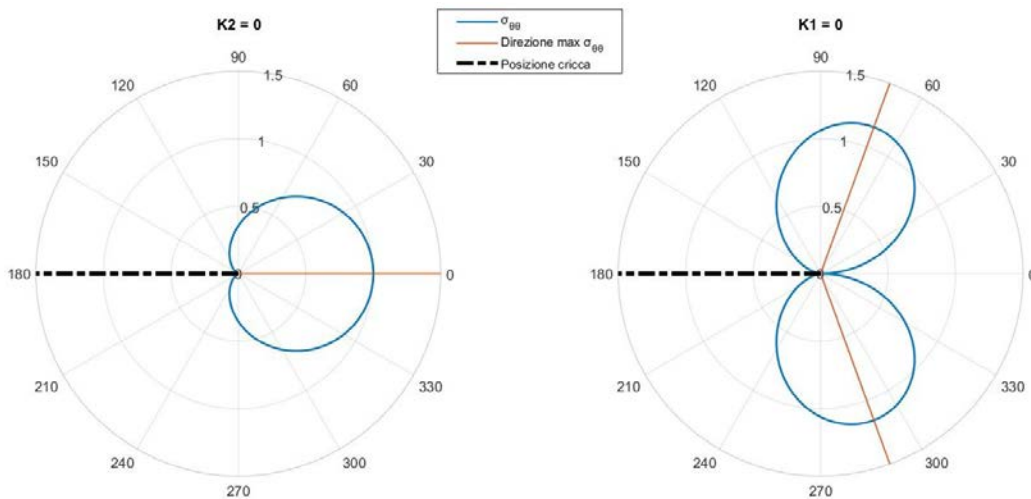


Figura 3.5: (sx) andamento di $\sigma_{\theta\theta}$ nel caso $K_{II} = 0$ e (dx) nel caso $K_I = 0$.

Il valore di K_I è sempre maggiore o uguale a zero, dato che la sollecitazione di Modo I può essere solo positiva o nulla. Il valore di K_{II} invece, legato alla sollecitazione di taglio di Modo II, può essere positiva o negativa a seconda del verso della sollecitazione. Il segno di K_{II} decide l'orientazione dell'angolo θ^* :

$$\tau > 0 \rightarrow K_{II} > 0 \rightarrow \theta^* < 0 \quad (3.39)$$

$$\tau < 0 \rightarrow K_{II} < 0 \rightarrow \theta^* > 0 \quad (3.40)$$

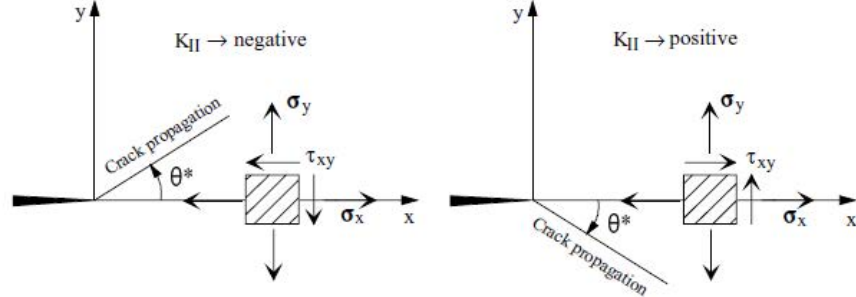


Figura 3.6: schematizzazione della variazione della direzione θ^* a seconda del segno di K_{II} . [17]

È possibile riscrivere la (3.38) per sollecitazioni cicliche, sapendo che:

$$\Delta K_I = K_{I,max} - K_{I,min} \quad (3.41)$$

$$\Delta K_{II} = K_{II,max} - K_{II,min} \quad (3.42)$$

$$\Delta \sigma_{\theta\theta} = \frac{\Delta K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{\Delta K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.43)$$

La condizione per l'innescio della propagazione è la seguente:

$$\Delta K_{eq,max} = \sqrt{2\pi r} \Delta \sigma_{\theta\theta}(r, \theta^*) = \Delta K_I \left(\cos \frac{\theta^*}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} \Delta K_{II} \sin \theta^* \cos \frac{\theta^*}{2} \geq \Delta K_{th} \quad (3.44)$$

La propagazione instabile invece avviene quando $\Delta K_{eq,max} = K_{Ic}$.

3.3. XFEM in Ansys Mechanical per analisi di FCG

Nell'ambiente XFEM per analisi di FCG in ANSYS Mechanical 17.2 sono considerati la singolarità all'apice della cricca e il salto di spostamenti tra le facce della cricca. Inoltre, la cricca può terminare all'interno di un elemento. Le principali caratteristiche del programma sono [16]:

- È basato sul “*Singularity – based Method*”;
- È basato sulla legge di Paris con ΔK_{eq} dalla (3.44):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m \quad (3.45)$$

- È possibile effettuare analisi 2D (con l'elemento PLANE182) con materiale lineare elastico isotropo;
- Durante la propagazione, il metodo assume come ipotesi che la cricca tagli l'elemento davanti all'apice completamente;
- Ignora le grandi deflessioni, la zona plastica all'apice della cricca, effetti di crack closure, effetti non lineari legati alla geometria, effetti di compressione;
- Deviazioni della cricca possono esserci solo sui lati degli elementi. La propagazione della cricca all'interno dell'elemento avviene con direzione costante.

3.3.1. Tipologie di sollecitazione

In ANSYS Mechanical 17.2 sono utilizzabili solo sollecitazioni ad ampiezza costante:

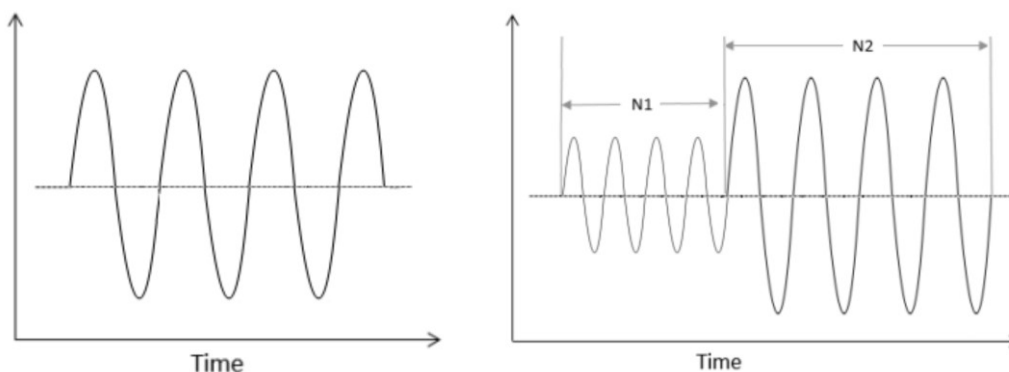


Figura 3.7: esempi di sollecitazioni cicliche supportate in ANSYS Mechanical con XFEM. [16]

Se il carico ciclico varia la sua ampiezza dopo un certo numero di cicli N_i , allora ogni set di cicli N_i ad ampiezza costante deve essere applicato separatamente. Analogamente è possibile simulare anche sovraccarichi.

3.3.2. Metodo di analisi

Una simulazione di FCG in ANSYS si svolge principalmente nei seguenti passaggi:

- Calcolo di K_{max} quando è applicato il carico massimo;
- Calcolo di K_{min} quando è applicato il carico minimo;
- Calcolo di Δa o ΔN a seconda del tipo di simulazione impostata;
- L'analisi si ferma se la massima estensione della cricca viene raggiunta.

Il calcolo di K_{max} e K_{min} utilizza il rapporto di ciclo ed è realizzato numericamente durante l'analisi (con il metodo dell' "*interaction integral*"). La propagazione della cricca può essere impostata con due modelli: "*Life – Cycle Method*" (LC) oppure "*Cycle – by – Cycle Method*" (CBC).

3.3.2.1. Life – Cycle method (LC)

È utilizzato quando si vuole simulare una sollecitazione ad ampiezza costante. L'incremento della lunghezza Δa è specificato dall'utente, e il numero incrementale di cicli ΔN è calcolato dal programma con la legge di Paris. L'estensione massima della cricca è limitata alla lunghezza dell'elemento davanti all'apice della cricca. La propagazione avviene sempre un elemento alla volta.

3.3.2.2. Cycle – by – cycle method (CBC)

È utilizzato quando si vuole simulare una sollecitazione con blocchi di carico ad ampiezza costante e sovraccarichi. Il valore di cicli incrementale ΔN è specificato dall'utente, e l'estensione della cricca Δa è calcolata dal programma con la legge di Paris. La lunghezza Δa può tagliare l'elemento anche parzialmente. Se in qualsiasi momento la lunghezza calcolata Δa eccede la dimensione dell'elemento, il programma imposta l'estensione della cricca Δa fino alla parte rimanente di elemento non tagliato,

e ricalcola ΔN sulla base del valore Δa aggiornato. Il programma non modifica l'angolo di propagazione finché l'elemento non risulta completamente tagliato.

3.3.3. Definizione della zona di propagazione della cricca

Si descrive la procedura di base per modellare la presenza di una cricca nel modello, con i comandi in linguaggio APDL.

3.3.3.1. Definizione della zona della cricca iniziale

Si definisce la zona del modello dove si andrà a modellare la cricca iniziale. Gli elementi al suo interno avranno le componenti di spostamento aggiuntive descritte nell'equazione (3.13). In questa regione possono essere definite più di una cricca iniziale. Bisogna prestare attenzione a non esagerare con l'estensione di questa regione, perché può essere oneroso per il calcolatore portare a convergenza l'analisi. La zona in cui sarà presente la cricca iniziale è definita con il comando **XFENRICH**:

- **XFENRICH**, *EnrichmentID*
EnrichmentID è il nome assegnato alla zona.
- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*
CompName è il nome del componente in cui la cricca è definita e in cui propaga.
- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*, *MAT_ID*
MAT_ID è il nome del materiale utilizzato per descrivere la zona in cui la cricca propaga.

Si specifica il metodo appropriato per l'analisi XFEM:

- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*, , PHAN (default)
Phantom – node method.
- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*, , SING
Singularity – based method.

3.3.3.2. Definizione del raggio della singolarità dall'apice della cricca.

È applicabile solo con il “*Singularity – based Method*”. Di default la funzione di singolarità agisce solo sull'elemento all'apice della cricca. Tuttavia è possibile tener conto dell'effetto della singolarità sugli elementi adiacenti all'apice e all'interno di un'area circolare di raggio specificato:

- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*, , SING, RADIUS

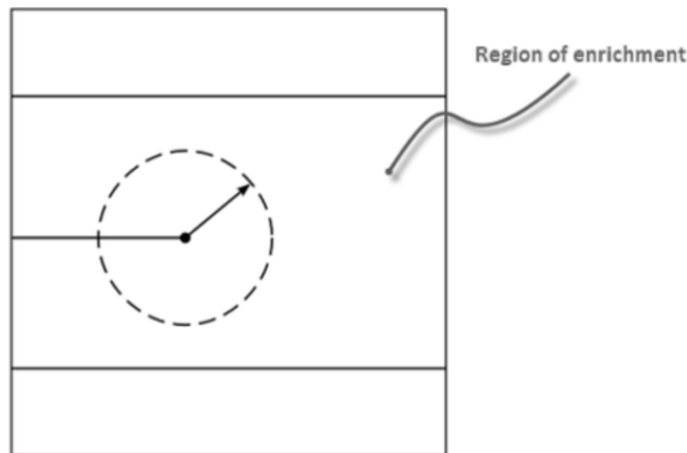


Figura 3.8: schema della zona in cui è definita la cricca iniziale e della lunghezza raggio della singolarità dall'apice della cricca. [16]

3.3.3.3. Definizione della snap tolerance

Quando viene usato il “*Singularity – based Method*” è buona norma posizionare l'apice della cricca in prossimità del centro dell'elemento. Per facilitare il posizionamento è possibile impostare una “*snap tolerance*”, la quale permette all'apice di posizionarsi automaticamente sul lato dell'elemento più vicino. Il programma considera la “*snap tolerance*” e la lunghezza media dell'elemento per definire dove posizionare l'apice della cricca. *Defaut snap* = $1e^{-6}$.

- **XFENRICH**, *EnrichmentID*, *CompName*, , SING, RADIUS, SNAPTOLER

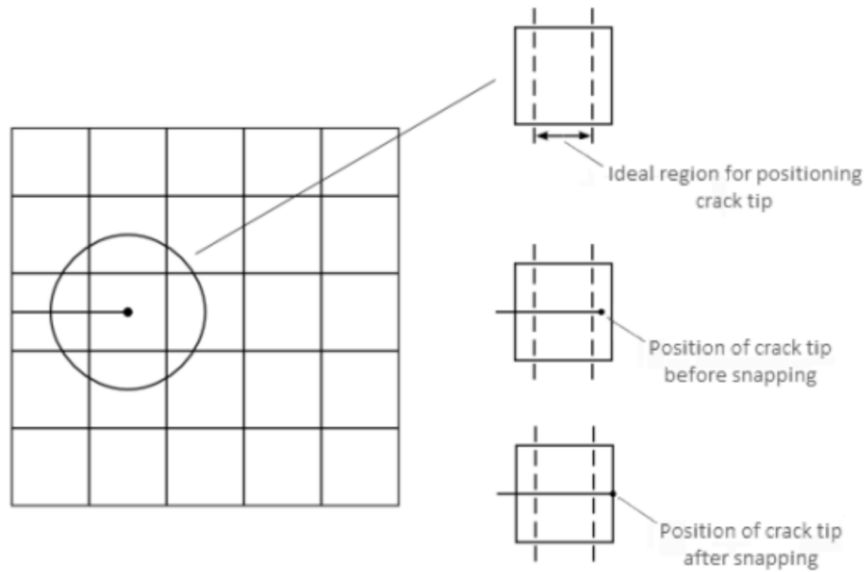


Figura 3.9: schema del posizionamento dell'apice di cricca e della snap tolerance all'apice della cricca. [16]

3.3.3.4. Definizione della cricca iniziale

Si definiscono i valori di φ (PHI) e ψ (PSI) necessari per definire la posizione della cricca nel modello:

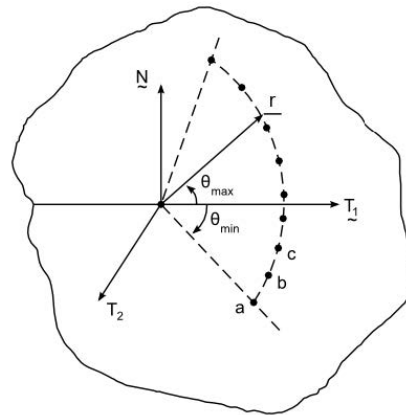
- **XFDATA**, *LSM*, *ELEMNUM*, *NODENUM*, *PHI*, *PSI*

Questo comando va ripetuto per ogni elemento lungo la cricca iniziale, per cui sarà necessario utilizzare un ciclo **do** (vedi Appendice). Con il metodo SING l'apice della cricca può essere posizionato all'interno o sul bordo dell'elemento; con il metodo PHAN invece l'apice della cricca deve essere posizionato sul bordo dell'elemento. Se vengono definite più cricche iniziali, i valori di φ (PHI) e ψ (PSI) dovranno essere associati alla corretta cricca.

3.3.3.5. Definizione del criterio di propagazione della cricca

Deve essere specificato un criterio per la propagazione della cricca. Quando il valore critico di tale criterio viene raggiunto davanti all'apice, vengono introdotti dei segmenti coesivi all'interno dell'elemento davanti all'apice che lo tagliano completamente. La velocità di propagazione è tale che solo un elemento alla volta viene tagliato. Il criterio maggiormente utilizzato è il “*maximum circumferential stress*”

“*criterion*” (STTMAX in ANSYS), in cui viene valutata la $\sigma_{\theta\theta}$ attorno l’apice della cricca:



T_1, N, T_2 = Crack front tangents and normal
 θ_{min} = Minimum angle measured from T_1
 θ_{max} = Maximum angle measured from T_1
 R = Radius at which STTMAX (or PSMAX) is evaluated
 $a, b, c...$ = Area sampling prints

Figura 3.10: schema sulla valutazione della $\sigma_{\theta\theta}$ davanti all’apice della cricca. [16]

È possibile specificare la distanza r e l’angolo θ a cui valutare la tensione $\sigma_{\theta\theta}$. Il criterio viene specificato con il seguente comando:

- **TB, CGCR, , , , STTMAX**

La direzione di propagazione per il criterio STTMAX è sempre la direzione in cui la $\sigma_{\theta\theta}$ è massima (ovvero θ^* , vedi trattazione teorica).

3.3.3.6. Specificazione della zona coesiva per la cricca iniziale

Può essere specificato se la cricca iniziale nel modello abbia o meno una zona coesiva all’apice. In questo caso si utilizza il comando **TB, CZM, , , , BIL1** e specificando le costanti del materiale con il comando **TB, DATA**. Inoltre deve essere specificato il material ID nel comando **XFENRICH** per invocare la zona coesiva.

3.3.3.7. Contatto tra le facce della cricca

Di default l’interazione tra le facce della cricca è considerata usando una funzione di contatto lungo la direzione normale alle facce. Il contatto è attivato solo nel caso in cui le superfici siano sufficientemente vicine o penetrino tra loro. Le facce della cricca

sono assunte con contatto senza attrito. Questo comportamento non può essere modificato.

3.3.3.8. Valutazione del criterio di propagazione

Definizione degli elementi che formano il fronte della cricca:

- **CINT**, *CXFE*, *CompName*

Definizione della distanza r davanti all'apice della cricca a cui viene valutata $\sigma_{\theta\theta}$:

- **CINT**, **RADIUS**, *VALUE*

Di default la distanza (*VALUE*) è due volte la lunghezza media di tutti gli elementi presenti all'interno di *CompName*.

3.3.4. Definizione della legge di Paris

Si utilizza il seguente comando per inserire la legge di Paris nel modello:

- **TB**, **CGCR**, , , , **PARIS**

TBDATA, 1, *Value1*, *Value2*

Value1, *Value2* sono le costanti m e C della legge di Paris.

3.3.5. Set up della procedura di soluzione

L'analisi di FCG può utilizzare solo una procedura di analisi statica:

- **ANTYPE**, **STATIC**

Di default la sollecitazione è applicata a blocchi di carico (**KBC**, 1). Il tempo totale specificato (**TIME**) non ha effetto sulla sollecitazione o sulle condizioni al contorno. In ogni substep dell'analisi di FCG viene ricavata una soluzione con i relativi parametri di FCG e di propagazione della cricca. È possibile definire con **DELTIM** o **NSUBST** il controllo dell'estensione della cricca in un dato substep dell'analisi.

3.3.5.1. Calcolo dei SIFs

Vengono valutati gli SIFs nella parte di soluzione. Si specifica il dominio in cui essi vengono calcolati:

- **CINT**, NEW, *ID*

Dove *ID* è il numero specificato dall'utente per identificare il calcolo dei parametri di frattura corrente. Si specifica il tipo di parametro desiderato:

- **CINT**, TYPE, SIFS

Si specifica il nome del componente contenente il set di elementi della cricca:

- **CINT**, CFXE, *CompName*

Si specifica il numero di contorni richiesti:

- **CINT**, NCON, *n*

Il programma calcola numericamente K_{max} , K_{min} e ΔK e ne calcola la media dal contorno 3 al contorno *n*.

3.3.5.2. Impostare i parametri di FCG

Il calcolo dei parametri di FCG viene realizzato nella fase di soluzione del modello, dopo aver raggiunto la convergenza. Per iniziare un nuovo set di parametri:

- **CGROW**, NEW, *SETNUM*

Si specifica l'ID di calcolo della cricca (lo stesso usato in **CINT**, NEW, *ID*):

- **CGROW**, CID, *ID*

Si specifica il metodo XFEM:

- **CGROW**, METHOD, XFEM

Si specifica la legge di FCG (*MATID* è quello usato per **TB**, CGCR):

- **CGROW**, FCOPTION, MTAB, *MATID*

Opzionale: si specifica di fermare l'analisi se l'estensione della cricca raggiunge un certo valore:

- **CGROW**, STOP, CEMX, *Value*

3.3.5.3. Calcolo di FCG

Con il metodo LC:

- **CGROW**, FCG, METH, LC

Opzionale: si specifica il valore minimo di $\Delta K_{eq,max}$

- **CGROW**, FCG, DKMIN, *VALUE*

La cricca non propaga se $\Delta K_{eq,max} < VALUE$

Si specifica il rapporto di ciclo:

- **CGROW**, FCG, SRAT, *VALUE*

Con il metodo CBC:

- **CGROW**, FCG, METH, CBC

Si specifica il massimo (DAMX) e il minimo (DAMN) Δa (opzionale):

- **CGROW**, FCG, DAMX, *VALUE*
- **CGROW**, FCG, DAMN, *VALUE*

Si specifica il numero incrementale di cicli ΔN :

- **CGROW**, FCG, DN, *VALUE*

Si specifica il valore minimo di $\Delta K_{eq,max}$ (opzionale):

- **CGROW**, FCG, DKMIN, *VALUE*

La cricca non propaga se $\Delta K_{eq,max} < VALUE$

Si specifica il rapporto di ciclo:

- **CGROW**, FCG, SRAT, *VALUE*

3.3.6. Post – processor

Per l'elaborazione della curva di Paris si possono salvare Δa_i , ΔK_i , ΔN_i :

- ***DIM**, *Nome_variabile*, array, ndatasets, 1

Nome_variabile è il nome della variabile Δa_i , ΔK_i , ΔN_i che si vuole salvare. Essa viene salvata in una matrice $1 \times ndatasets$, dove *ndatasets* è il numero di substep effettuati durante l'analisi. Con un ciclo **do** si salvano i risultati nella matrice *Nome_variabile*:

- ***do**, i, 1, ndatasets
 set, , , , , , i
 ***get**, pval, CINT, 1, CTIP, NODE_CRKTP, CONTOUR, 1,
 DTYPE, ...
 ***VFILL**, *Nome_variabile* (i, 1), DATA, pval
***enddo**

NODE_CRKTP è il numero del nodo all'apice della cricca nell'*i* – esimo substep. DTYPE può essere “tota” (Δa_i), “totn” ΔN_i , “dltk” (ΔK_i). Sono inoltre disponibili tutti i risultati di una normale analisi FEM (ad esempio tensioni e deformazioni nodali).

4. Elaborazione della curva di Paris nei materiali metallici con l'XFEM

In questo capitolo si elaborano le curve di Paris di alcuni materiali metallici, utilizzando l'ambiente XFEM in ANSYS Mechanical 17.2. A questo scopo si costruisce un modello 2D simile ad un provino CT, impostando la condizione di materiale lineare elastico isotropo. Successivamente è stata inserita una cricca iniziale all'interno del modello utilizzando i comandi in linguaggio APDL dell'XFEM (*ANSYS Documentation* [16]). Applicando una sollecitazione di Modo I al provino, la cricca propaga in condizione di “*self-similarity*” davanti al proprio apice. Dopo aver risolto il modello, sono stati elaborati i risultati del post – processor per costruire il tratto rettilineo della curva di Paris. Il risultato numerico è stato infine validato, confrontandolo con delle prove sperimentali di FCG ricavate da articoli scientifici presenti in letteratura. Per validare correttamente il modello XFEM, la geometria della piastra 2D ed i carichi ad essa applicati in questo capitolo sono riconducibili a quelli utilizzati nelle prove sperimentali [18] [19].

4.1. Curva di Paris di un AISI 316

La prima curva di Paris è stata ricavata con un AISI 316 [18], appartenente alla famiglia degli acciai inossidabili austenitici grazie alle elevate percentuali di cromo (dal 16.5% al 18.5%), di nichel (dal 10% al 13%) e di molibdeno (dal 2% al 3%). L'AISI 316 viene utilizzato principalmente in campo edile e civile in ambiente esterno, in presenza di acqua marina (per un periodo limitato di tempo), nel settore navale non pesante, nel settore alimentare e agroalimentare e nel settore chimico (in condizioni poco aggressive). In generale è utilizzato in applicazioni cui è richiesto:

- Buona resistenza alla corrosione in condizioni ambientali standard o poco corrosive;
- Buone proprietà meccaniche a basse temperature;
- Buone proprietà meccaniche ad alte temperature;
- Buona duttilità e lavorabilità;
- Eccellente saldabilità.

Si elencano ora le principali operazioni per modellare il provino CT con l'XFEM. Il codice in linguaggio APDL è elencato in Appendice.

4.1.1. Proprietà del materiale ed elemento utilizzato

Proprietà elastiche del materiale inserite nel modello [18]:

- Modulo elastico acciaio: 206000 MPa;
- Coefficiente di Poisson acciaio: 0.3.

Costanti della legge di Paris del materiale [18]:

- costante C: $4.051e^{-8} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$;
- costante m: 2.348.

Elemento utilizzato per l'analisi XFEM:

- PLANE182 (KEYOPT in fig. 4.1)

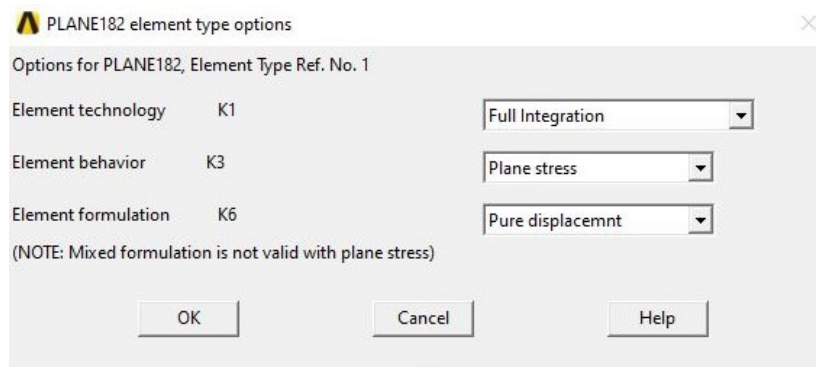


Figura 4.1: KEYOPT dell'elemento PLANE182 utilizzate nell'analisi.

4.1.2. Costruzione della geometria del modello

Si modella una piastra 2D quadrata 75 mm x 75 mm, al fine di poter simulare il provino CT utilizzato nelle prove sperimentali di FCG [18]. Si inseriscono prima i keypoints e poi si costruiscono le linee, con un n° di divisioni (NDIV) e spacing – ratio (SPACE) adeguati alla fase successiva di mesh:

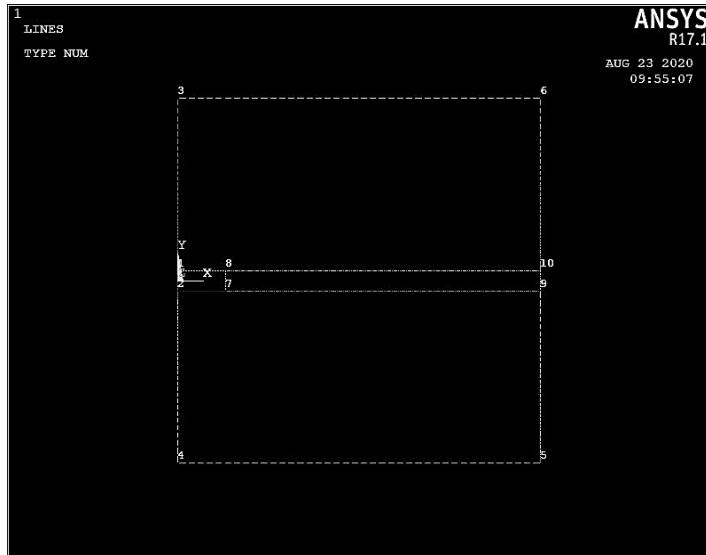


Figura 4.2: keypoints e linee costruite per il modello della piastra CT.

Vengono definite le aree del modello utilizzando le linee appena costruite:

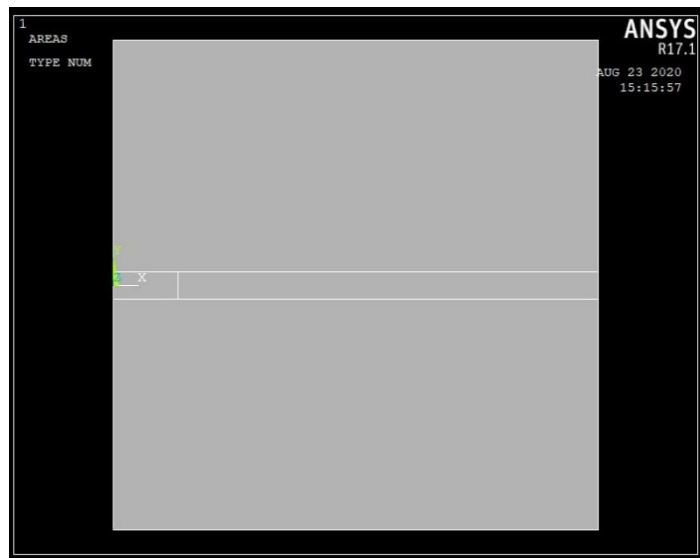


Figura 4.3: aree del modello create a partire dai KP e linee creati precedentemente.

4.1.3. Mesh della aree

La parte centrale del modello, in cui sarà definita la cricca iniziale, viene meshata in modalità “*mapped*” per avere una mesh ordinata e densa. La scelta della densità della mesh è molto importante per avere una soluzione accurata, ma bisogna fare attenzione al numero totale di nodi (l’analisi potrebbe avere difficoltà a convergere se si esagera con il numero di nodi).

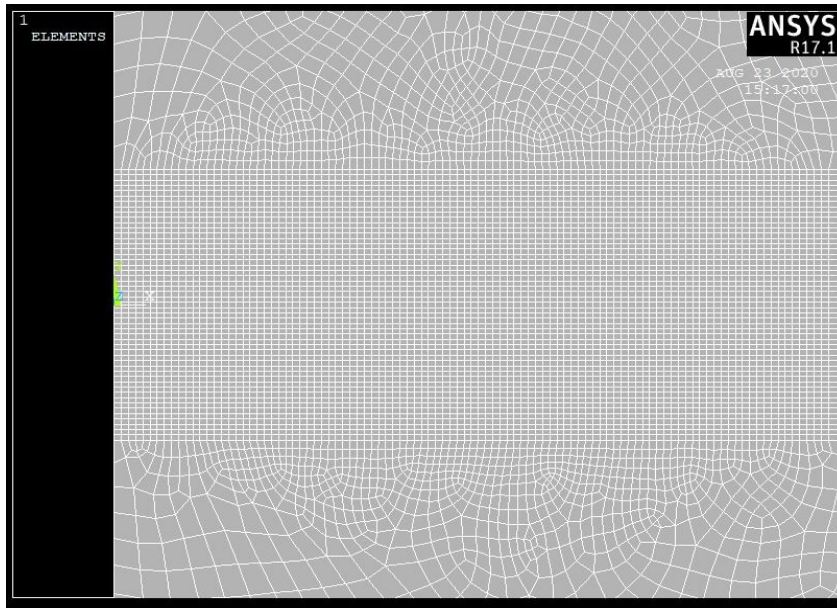


Figura 4.4: particolare della mesh “mapped” utilizzata nelle aree centrali del modello, in cui sarà successivamente modellata la cricca iniziale.

Le aree esterne invece sono state meshate in modalità “free” poiché non necessitano di una particolare densità od ordine di elementi:

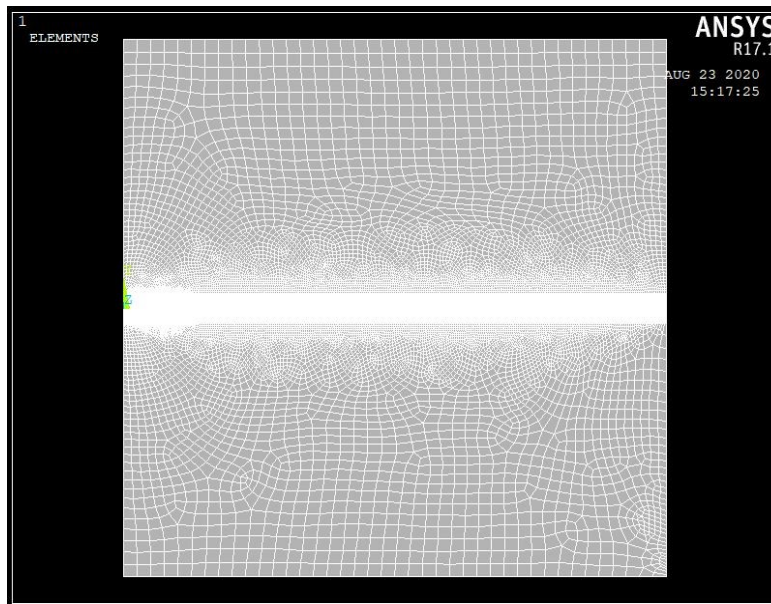


Figura 4.5: mesh “free” utilizzata per le zone esterne del modello.

4.1.4. Modellazione della cricca iniziale

Si definisce la zona in cui la cricca propaga compilando i campi del comando **XFENRICH**. Successivamente si crea l’innesco della cricca, impostando la posizione

dell'apice della cricca alle coordinate $y_c = 0 \text{ mm}$, $x_c = 0.5 \text{ mm}$. Così facendo la lunghezza iniziale dell'innescò è pari a 0.5 mm . Con il comando **XFDATA** e un ciclo **do** viene creata la cricca iniziale nel modello (vedi Appendice per maggiore dettaglio):

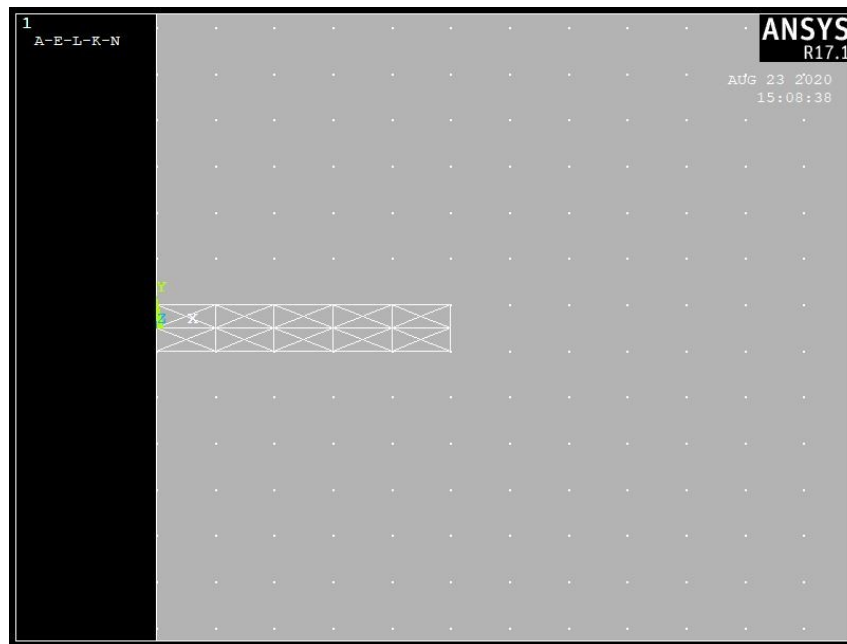


Figura 4.6: definizione della cricca iniziale all'interno della zona centrale del modello.

Si imposta infine l'elemento dell'apice della cricca, specificando il numero di elemento in cui esso si trova.

4.1.5. Condizioni di vincolo e di carico

Si applica una pressione omogenea agli estremi della piastra per simulare una sollecitazione di Modo I (fig. 4.7). Il valore della pressione da applicare è stato calcolato utilizzando la forza massima utilizzata nella prova sperimentale presa come riferimento [18]. Sapendo che lo spessore del provino è 22 mm e la forza applicata è $F_{max} = 28000 \text{ N}$, il valore di pressione da applicare è pari a:

$$p = \frac{F_{max}}{A} = \frac{28000}{(75 \times 22)} = 16.97 \text{ MPa} \quad (4.1)$$

Si vincolano tutti i gradi di libertà dei due nodi centrali sul lato opposto a quello dove è stata modellata la cricca (vedi fig. 4.8).

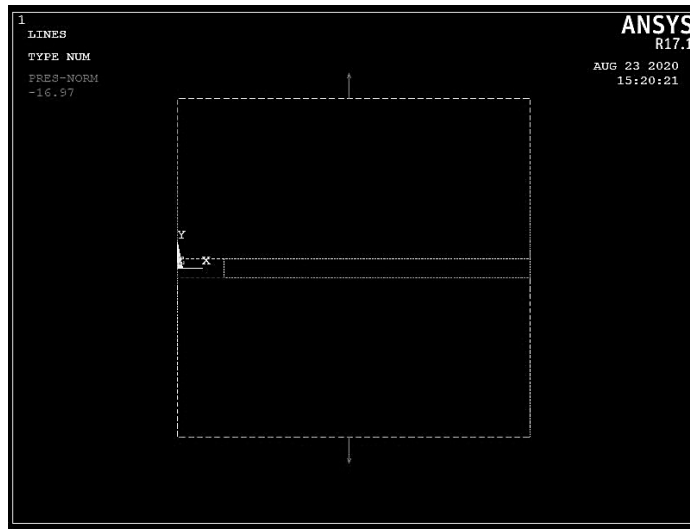


Figura 4.7: pressione applicata agli estremi della piastra per simulare una condizione di carico di Modo I.

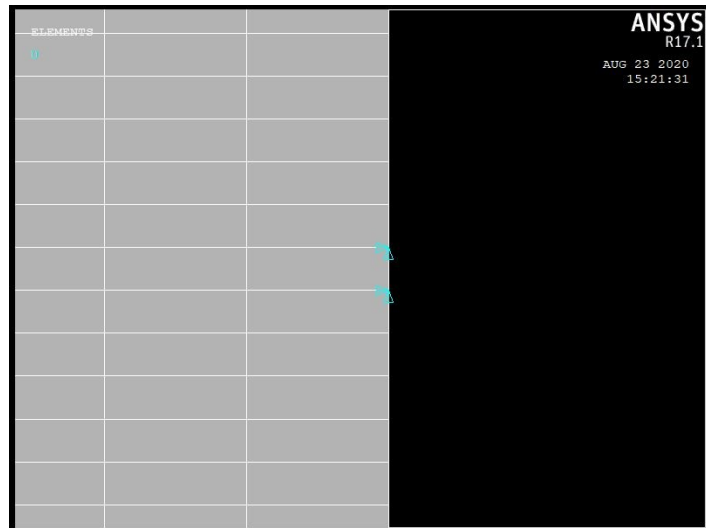


Figura 4.8: nodi centrali vincolati sul lato opposto rispetto a quello della cricca iniziale.

4.1.6. Soluzione

Si imposta la parte di soluzione del modello:

- $Time = 10 \text{ sec}$;
- $\Delta Time = 0.1 \text{ sec}$ per ogni substep;
- Si imposta il calcolo degli SIFs con XFEM;
- Si imposta il Life – Cycle Method (LC);
- Rapporto di ciclo $R = 0.1$ [18].

4.1.7. Post – processor

Dopo che l'analisi si è conclusa, è possibile salvare i risultati Δa , ΔK , ΔN elaborati da ANSYS: *List* → *Other* → *Named Parameters*. Essi sono salvati in un file “nome_file.lis” per essere importati in Excel ed essere utilizzati successivamente. Il percorso di propagazione all'interno della mesh è il seguente:

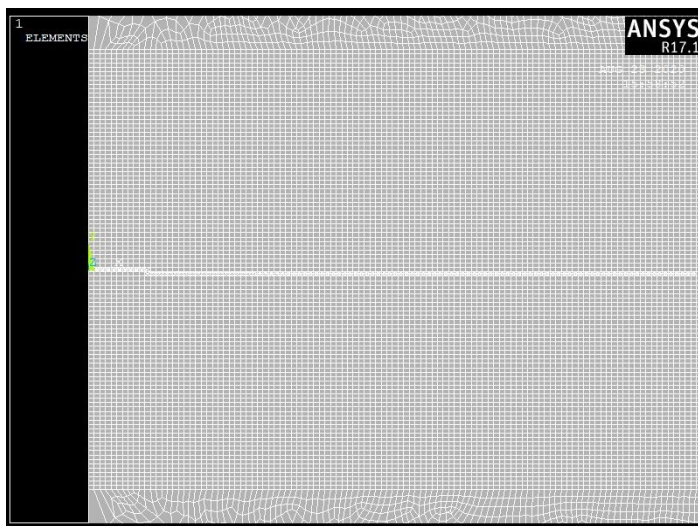


Figura 4.9: il percorso di propagazione della cricca.

Come da previsione teorica, la direzione di propagazione è rettilinea davanti all'apice della cricca. Di seguito sono riportate tre immagini della “*deformed shape*” in tre substep dell'analisi:

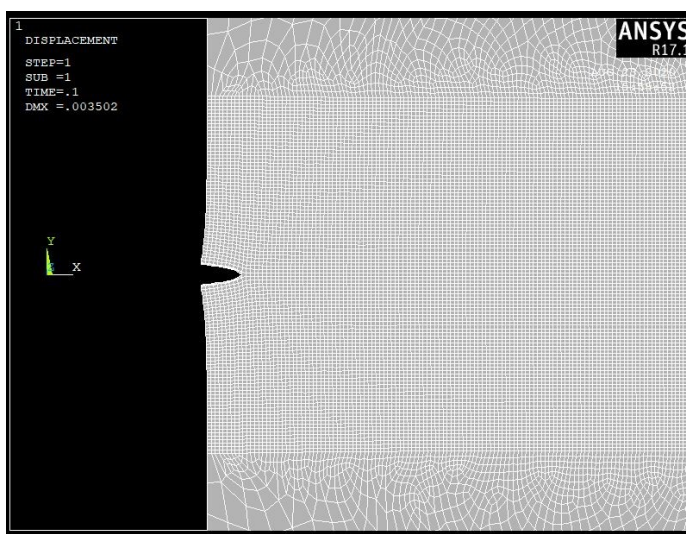


Figura 4.10: deformato del modello al substep 1 ($\Delta T = 0.1$ sec).



Figura 4.11: deformata del modello al substep 50 ($\Delta T = 5$ sec).

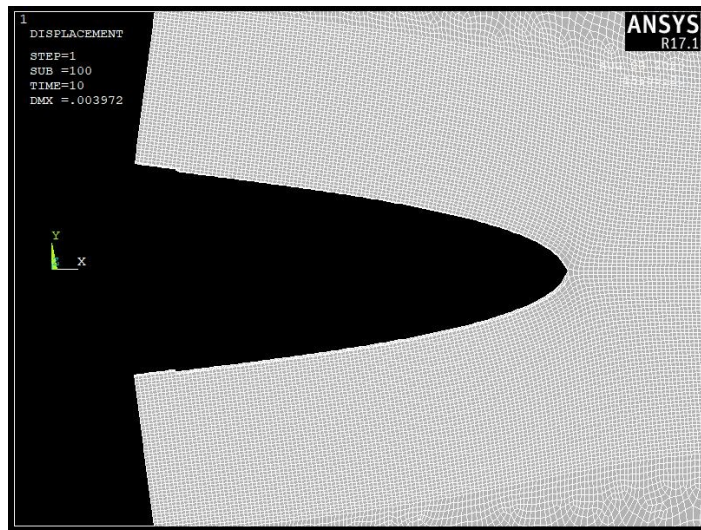


Figura 4.12: deformata del modello al substep 100 ($\Delta T = 10$ sec).

Nel post – processor è possibile inoltre visualizzare tutti i risultati di una classica analisi FEM, per ogni substep. Si riportano nelle figg. 4.13, 4.14 e 4.15 le soluzioni nodali relative alla “1st principal stress” di tre substep dell’analisi.

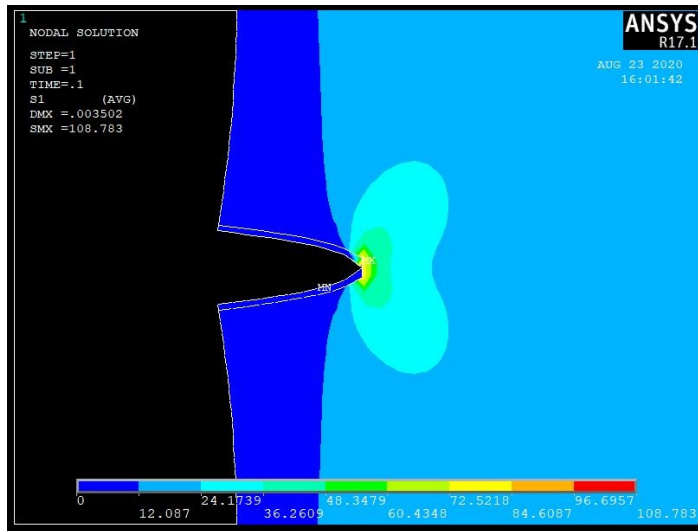


Figura 4.13: 1st principal stress at substep 1 ($\Delta T = 0.1$ sec).

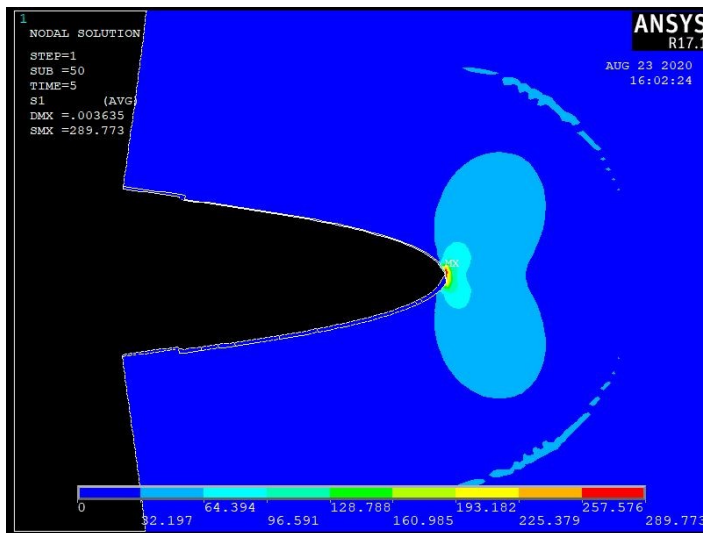


Figura 4.14: 1st principal stress at substep 50 ($\Delta T = 5$ sec).

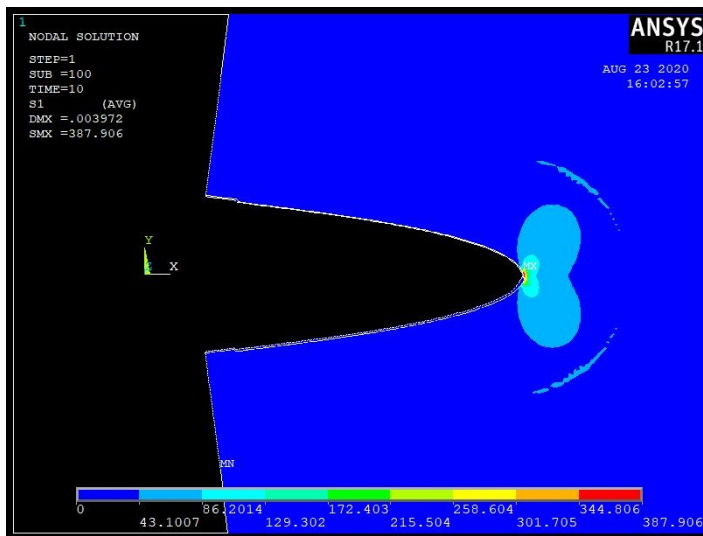


Figura 4.15: 1st principal stress at substep 100 ($\Delta T = 10$ sec).

4.1.8. Elaborazione dei dati

I risultati numerici di Δa , ΔK , ΔN elaborati da ANSYS sono stati importati all'interno di Excel per poter essere elaborati e confrontati con quelli sperimentali di riferimento.

4.1.8.1. Grafico $\Delta a/\Delta N$

Si costruisce il grafico $\Delta a/\Delta N$. Lo zero sull'asse delle ordinate è riferito alla lunghezza iniziale della cricca (0.5 mm).

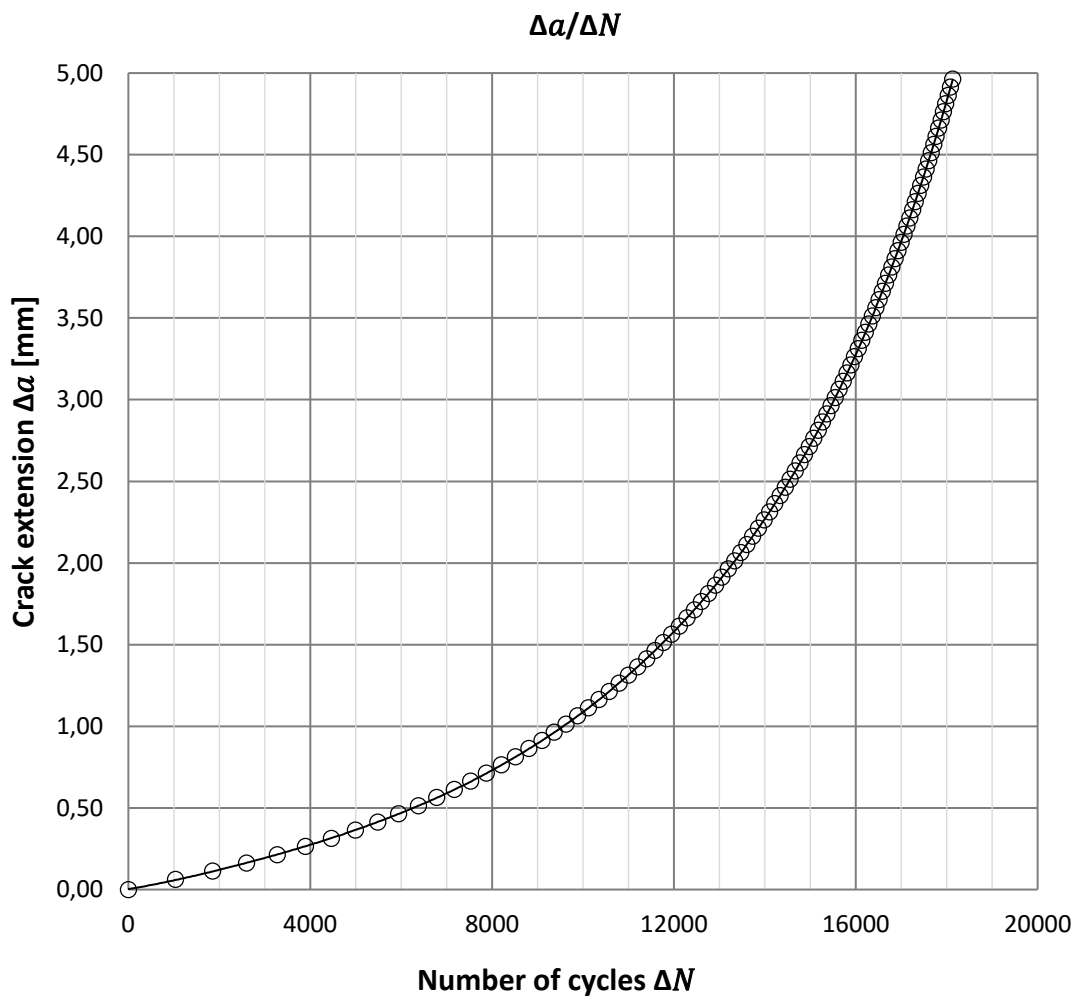


Figura 4.16: andamento dell'estensione della cricca in funzione del numero di cicli di carico.

4.1.8.2. Grafico $\Delta a/\Delta K$

Si costruisce il grafico $\Delta a/\Delta K$:

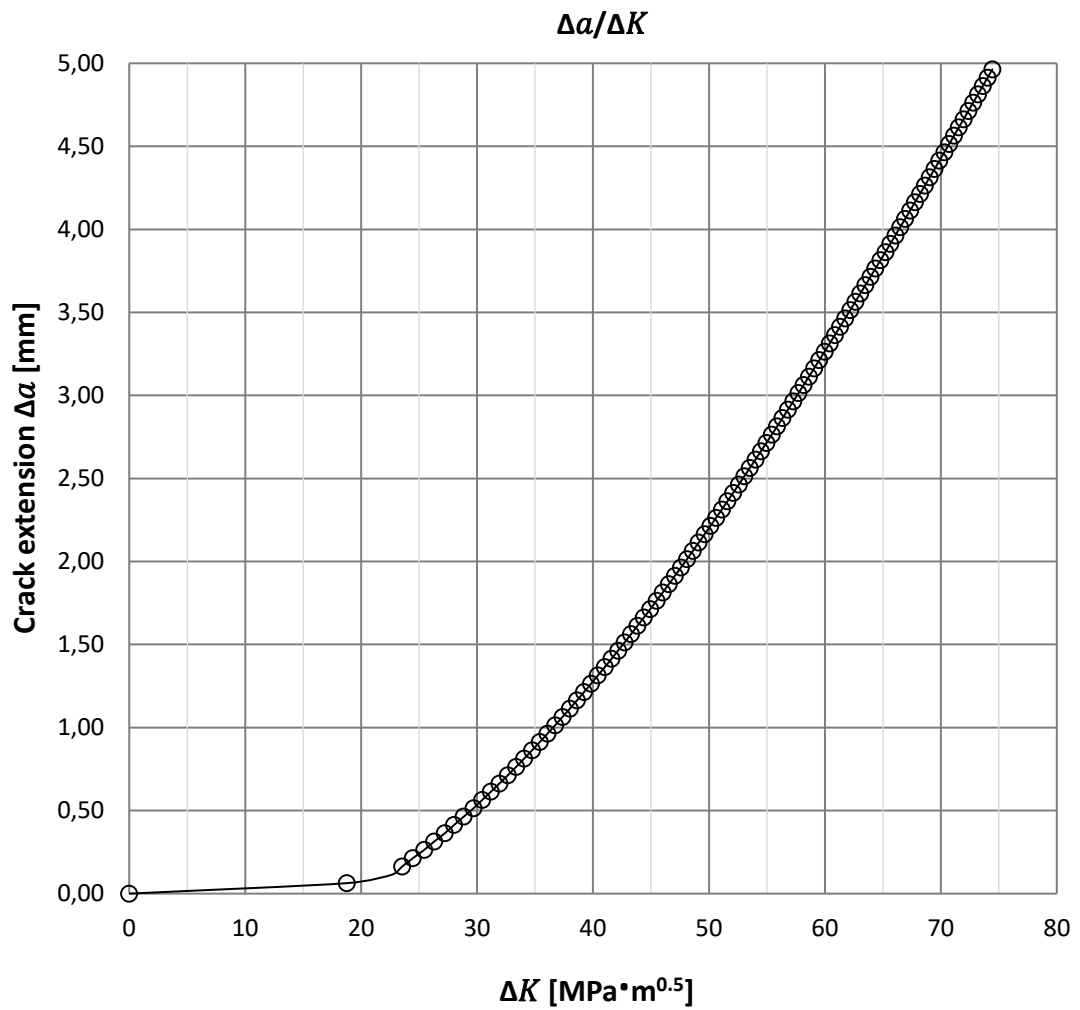


Figura 4.17: andamento dell'estensione della cricca in funzione della variazione di SIF.

4.1.8.3. Curva di Paris

Si calcola in Excel la velocità di propagazione da/dN , con il metodo della secante, utilizzando coppie di $(\Delta a, \Delta N)$ consecutive. Successivamente si costruisce il tratto rettilineo della curva di Paris associando da/dN a ΔK :

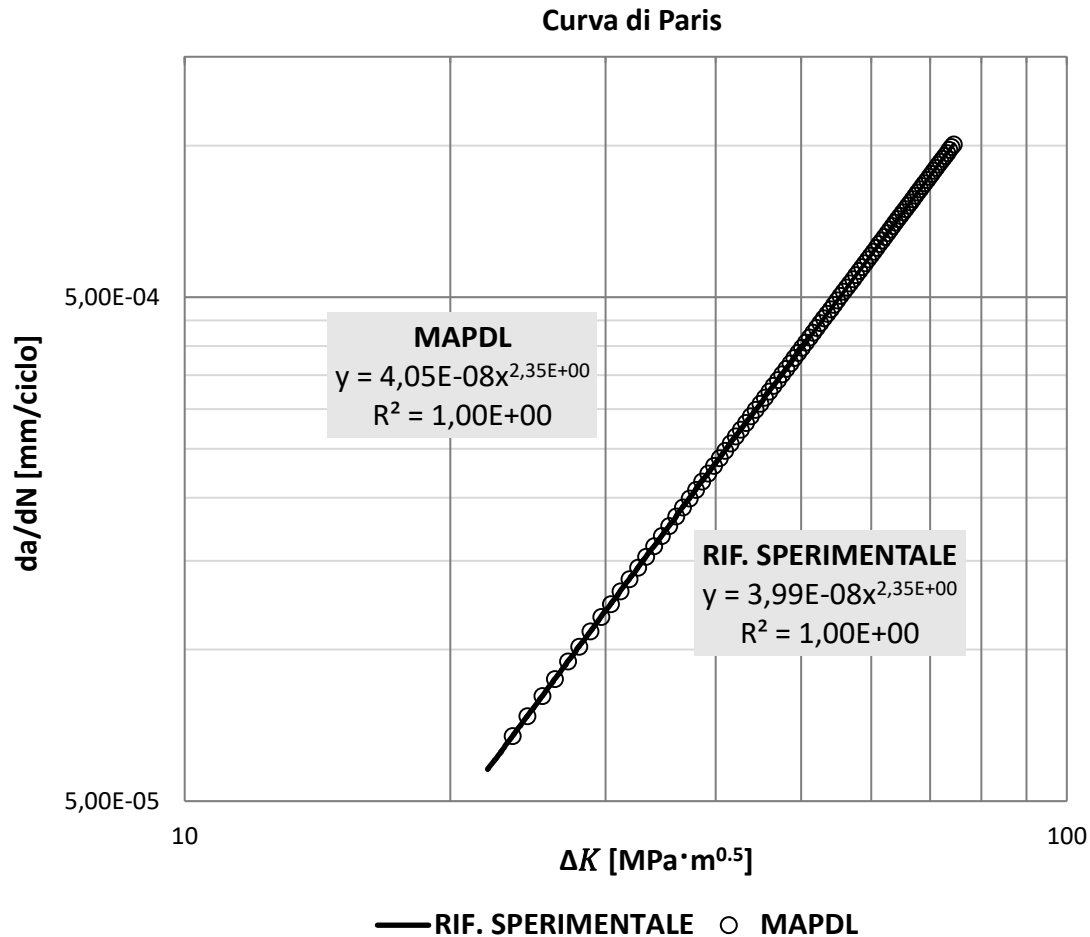


Figura 4.18: confronto tra la curva di Paris elaborata da ANSYS e quella sperimentale per l'acciaio AISI 316. [18]

I valori calcolati numericamente da ANSYS sono verificati con il confronto con i valori di riferimento sperimentale [18]. Nel grafico di fig. 4.18 sono illustrate le equazioni delle linee di tendenza dei dati numerici (MAPDL) e sperimentali (RIF. SPERIMENTALE). Il piccolo scontamento del parametro C nell'equazione del riferimento sperimentale è dovuta all'estrapolazione manuale dei punti dalla curva di Paris presente nell'articolo scientifico.

4.2. Curva di Paris di una lega Al 6061 T6

La seconda curva di Paris è stata ricavata con una lega Al 6061 T6 [19] appartenente alla famiglia leghe di alluminio indurite per precipitazione. Al suo interno sono presenti magnesio (dal 0.8% al 1.2%) e silicio (dal 0.4% al 0.8%) come principali elementi in lega. Il trattamento termico T6 (solubilizzazione – tempra – invecchiamento) viene utilizzato per massimizzare l'indurimento per precipitazione del materiale e aumentarne le proprietà meccaniche. È utilizzata in applicazioni aeronautiche e strutturali, in quanto possiede:

- Buona estrudibilità;
- Buona lavorabilità;
- Buone proprietà meccaniche;
- Elevata resistenza alla corrosione;
- Eccellente saldabilità.

La procedura è identica a quella utilizzata per l'AISI 316, cambiano solo le proprietà del materiale inserite nel modello XFEM.

4.2.1. Proprietà del materiale

Proprietà elastiche del materiale inserite nel modello [19]:

- Modulo elastico acciaio: 68900 MPa;
- Coefficiente di Poisson acciaio: 0.33.

Costanti della legge di Paris del materiale [19]:

- costante C: $4.341e^{-7} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$;
- costante m: 2.618.

4.2.2. Condizioni di carico e di vincolo

$$p = \frac{F_{max}}{A} = \frac{14000}{(75 \times 22)} = 8.5 MPa \quad (4.2)$$

Le condizioni di carico e di vincolo sono identiche a quelle usate in precedenza.

4.2.3. Soluzione

Si imposta la soluzione del modello:

- $Time = 10 \text{ sec}$;
- $\Delta Time = 0.1 \text{ sec}$ per ogni substep;
- Si imposta il calcolo degli SIFs con XFEM;
- Si imposta il Life – Cycle Method (LC);
- Rapporto di ciclo $R = 0.1$ [19];

4.2.4. Elaborazione dei dati

I risultati numerici di Δa , ΔK , ΔN elaborati da ANSYS sono stati importati all'interno di Excel per poter essere elaborati e confrontati con quelli sperimentali di riferimento.

4.2.4.1. Grafico $\Delta a/\Delta N$

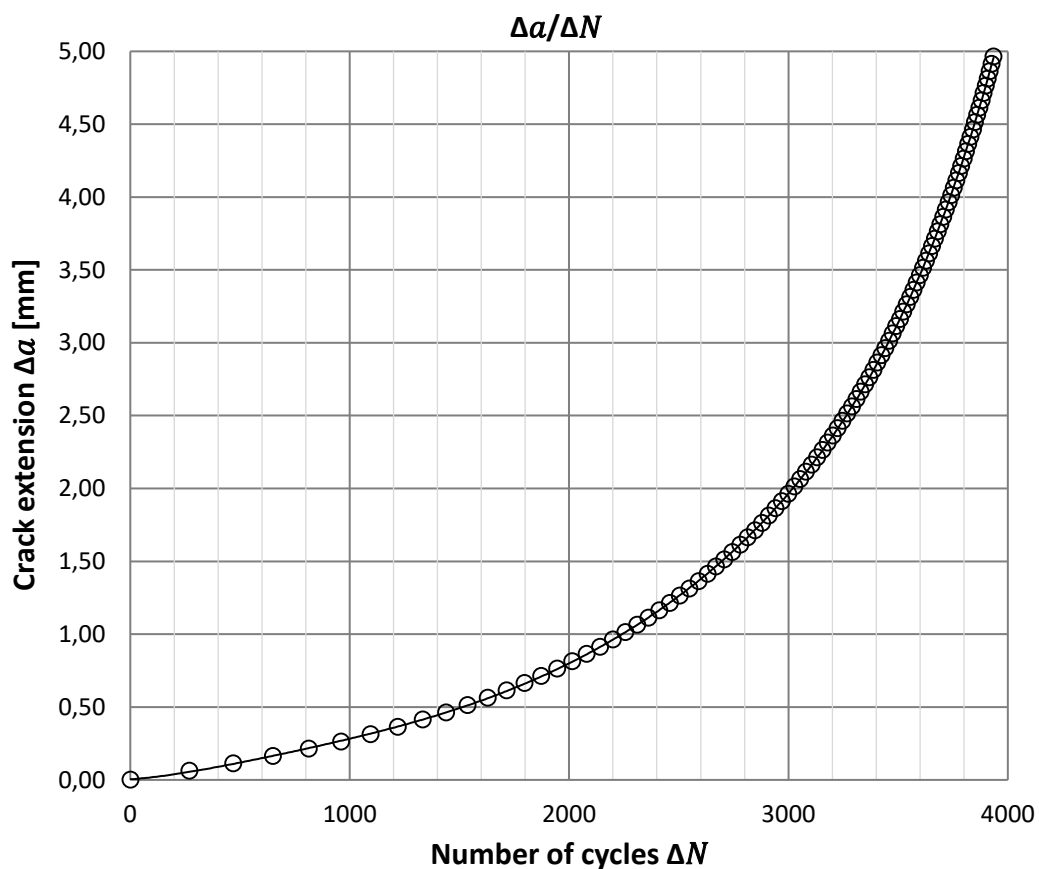


Figura 4.19: andamento dell'estensione della cricca in funzione del numero di cicli di carico.

4.2.4.2. Grafico $\Delta a/\Delta K$

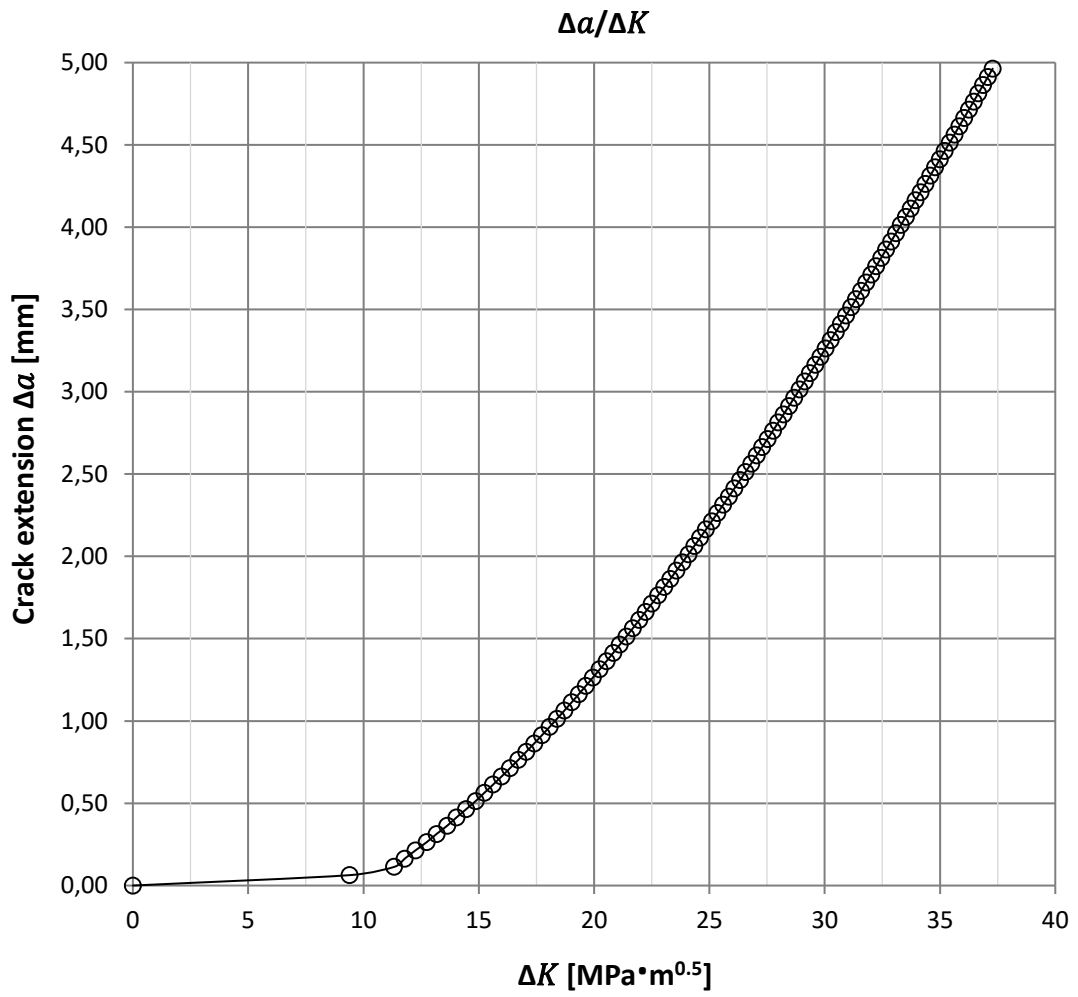


Figura 4.20: andamento dell'estensione della cricca in funzione della variazione di SIF.

4.2.4.3. Curva di Paris

Si calcola in Excel la velocità di propagazione da/dN , con il metodo della secante, utilizzando coppie di $(\Delta a, \Delta N)$ consecutive. Successivamente si costruisce il tratto rettilineo della curva di Paris associando da/dN a ΔK :

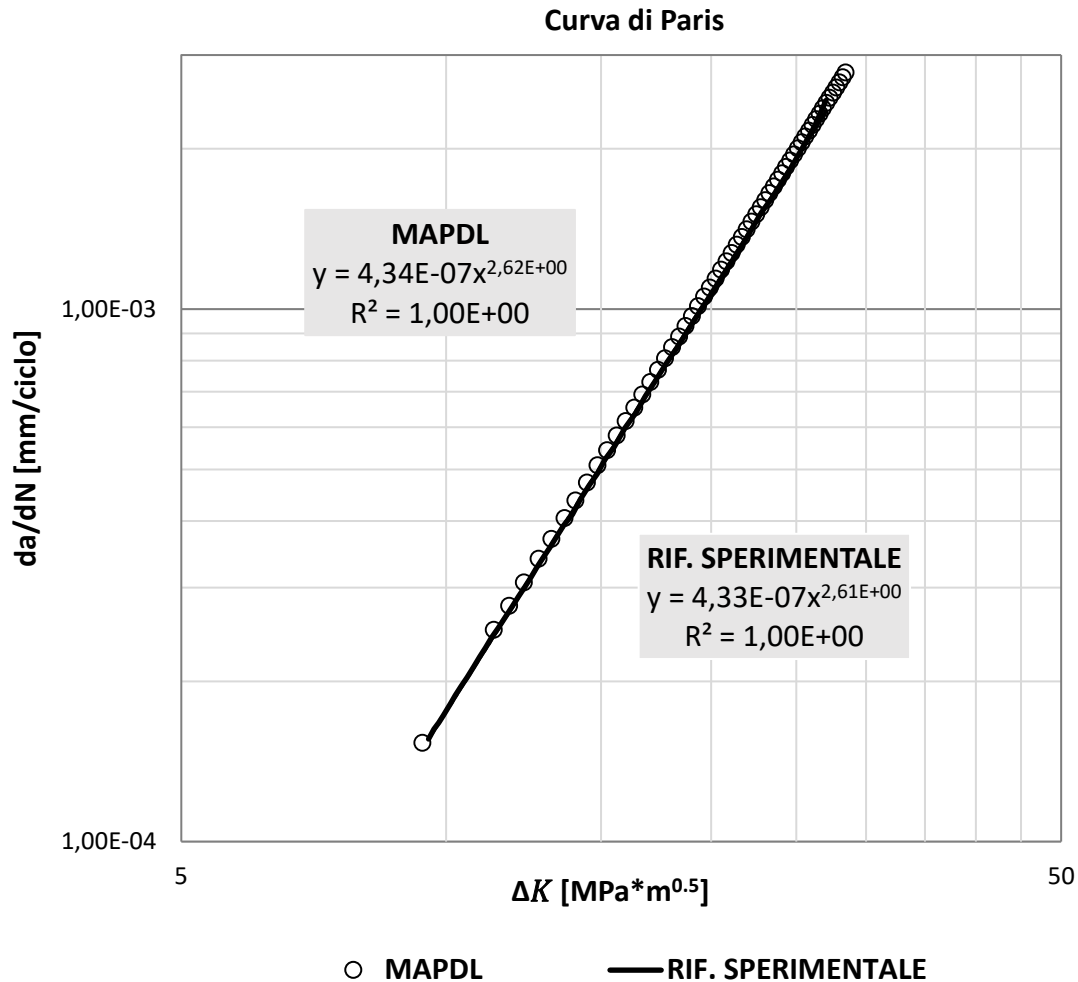


Figura 4.21: confronto tra la curva di Paris di ANSYS e quella sperimentale per la lega di alluminio Al 6061 T6. [19]

I valori calcolati numericamente da ANSYS sono verificati con il confronto con i valori di riferimento sperimentale [19]. Nel grafico sono illustrate le equazioni delle linee di tendenza dei dati numerici (MAPDL) e sperimentali (RIF. SPERIMENTALE). Il piccolo scontamento del parametro C nell'equazione del riferimento sperimentale è dovuta all'estrapolazione manuale dei punti dalla curva di Paris presente nell'articolo scientifico.

4.3. Conclusioni sulla verifica del modello

Il modello creato in ANSYS Mechanical 17.2, mediante l'uso dell'XFEM, permette di simulare correttamente la propagazione di una cricca, all'interno di un materiale lineare elastico isotropo, conoscendo le proprietà del materiale e le costanti della legge di Paris. Il confronto dei risultati numerici elaborati da ANSYS con quelli di riferimento sperimentali, a parità di geometria e condizione di carico, ha permesso di verificare che:

- I risultati numerici del modello XFEM utilizzato sono, a parità di ogni condizione, in accordo con quelli sperimentali;
- La densità della mesh utilizzata per discretizzare la regione in cui è stata modellata la cricca è tale da garantire un'ottima accuratezza della simulazione.

È quindi possibile utilizzare l'XFEM in fase di progettazione per prevedere accuratamente il comportamento della propagazione della cricca e la vita residua del componente. Inoltre, noto il materiale e le sue proprietà, può essere utilizzato per ridurre tempi e costi dell'attività sperimentale.

5. La propagazione della cricca in presenza di ostacoli microstrutturali: alcuni casi studio

In questo capitolo si modellano alcuni casi di propagazione di una cricca attraverso la microstruttura, utilizzando l'ambiente XFEM in ANSYS e i comandi in linguaggio APDL descritti in precedenza. Inoltre nell'ultimo paragrafo si riporta un recente caso studio preso dalla letteratura. I modelli in cui è stata studiata la propagazione della cricca hanno i seguenti ostacoli microstrutturali:

- Sferoide di grafite all'interno di una ghisa;
- Sferoide di precipitato intermetallico all'interno di un acciaio;
- Sferoide di precipitato intermetallico all'interno di una lega di alluminio;
- Porosità all'interno di un acciaio.

Nelle simulazioni lo sferoide è stato modellato in posizione centrale rispetto l'apice della cricca, e successivamente in posizione decentrata. In questo modo è stato possibile simulare la propagazione della cricca in prossimità dell'ostacolo ed osservare eventuali variazioni della direzione della cricca. Nelle simulazioni effettuate sono state inserite le seguenti proprietà per i materiali utilizzati:

- $E_{ghisa} = 120 \text{ GPa}$; $\nu_{ghisa} = 0.3$;
- $E_{acciaio} = 206 \text{ GPa}$; $\nu_{acciaio} = 0.3$;
- $E_{alluminio} = 68.9 \text{ GPa}$; $\nu_{alluminio} = 0.33$;
- $E_{grafite} = 22 \text{ GPa}$; $\nu_{grafite} = 0.3$;
- $E_{precipitato} = 500 \text{ GPa}$; $\nu_{precipitato} = 0.3$;
- $E_{porosità} = 1000 \text{ MPa}$ per simulare una porosità; $\nu_{porosità} = 0.3$.

Costanti della legge di Paris dei materiali base utilizzati:

- Ghisa: $C = 6e^{-13} \frac{\text{mm/ciclo}}{(\text{MPa}\sqrt{m})^m}$, $m = 7.5$ [20];
- Acciaio: $C = 2.29e^{-13} \frac{\text{mm/ciclo}}{(\text{MPa}\sqrt{m})^m}$, $m = 3$ [16];

- Alluminio: $4.341e^{-7} \frac{\text{mm/ciclo}}{(\text{MPa}\sqrt{m})^m}$, $m = 2.618$ [19].

5.1. Elemento utilizzato

L'elemento utilizzato per l'analisi è ancora il PLANE182, con le stesse caratteristiche descritte nel capitolo dedicato alla validazione del modello.

5.2. Costruzione della geometria del modello

La geometria generale del modello rimane costante in tutte le simulazioni, mentre sono state modificate la posizione dello sferoide e le proprietà dei materiali a seconda del caso specifico. Si modella una piastra 2D di altezza 20 mm e lunghezza 10 mm con un'area circolare nella zona centrale ($\text{raggio} = 0.1 \text{ mm}$), in modo da simulare la presenza di un generico sferoide. Si elencano di seguito i principali passaggi per costruire il modello in ANSYS. Il codice in linguaggio APDL per la costruzione della geometria è riportato in Appendice.

5.2.1. Costruzione di keypoints, linee e aree

Sono stati inseriti i keypoints e sono state modellate le linee, definendo opportuni n° divisioni e spacing – ratio per la successiva fase di mesh. Successivamente, sono state create le aree:

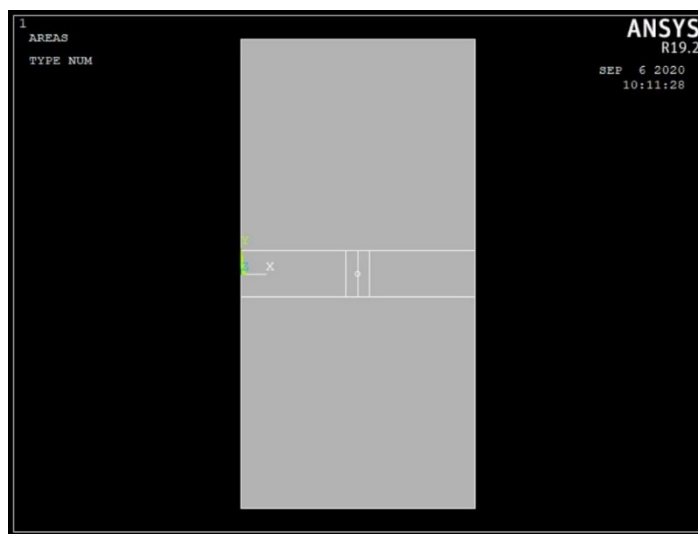


Figura 5.1: modellazione delle aree della piastra.

Nella fig. 5.2 si evidenziano, con un ingrandimento, le aree centrali del modello e l'area circolare per simulare la presenza di uno sferoide. Il centro dell'area circolare utilizzata per simulare lo sferoide ha coordinate $y = 0.0 \text{ mm}$, $x = 5 \text{ mm}$:

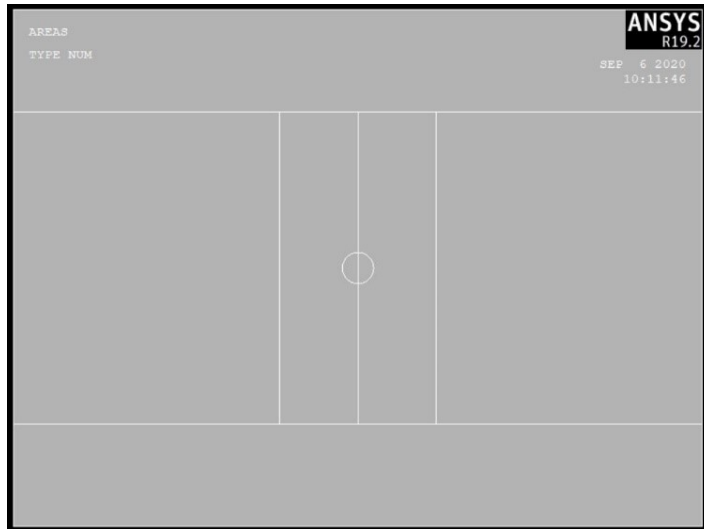


Figura 5.2: particolare delle aree centrali della piastra e dell'area circolare che funge da sferoide.

5.2.2. Mesh delle aree

Per la configurazione con sferoide centrato si meshano le aree centrali con la modalità “mapped”:

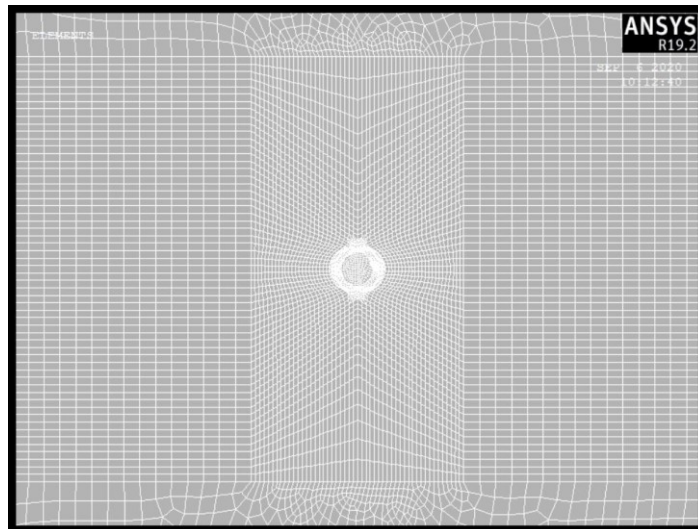


Figura 5.3: dettaglio della mesh nelle aree centrali della piastra.

Lungo il perimetro dello sferoide è stato utilizzato il comando “refine at”, incrementando la densità degli elementi e avere più precisione sulla determinazione

della direzione di propagazione della cricca. L'area dello sferoide è stata meshata in modalità "free". Particolare dello sferoide dopo il comando "refine at":

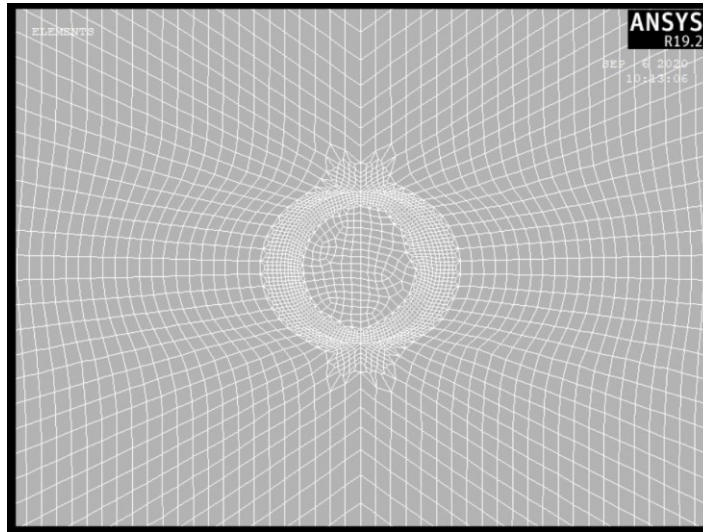


Figura 5.4: particolare della mesh all'interfaccia sferoide – materiale base.

Le aree esterne sono state modellate in modalità "free", poiché non hanno bisogno di una particolare densità e ordine degli elementi.

5.2.3. Modellazione della cricca iniziale

La modellazione della cricca iniziale è stata realizzata con la stessa procedura della fase di validazione del modello XFEM. L'apice della cricca è stato posizionato alle coordinate $y_c = 0 \text{ mm}$, $x_c = 4.5 \text{ mm}$.

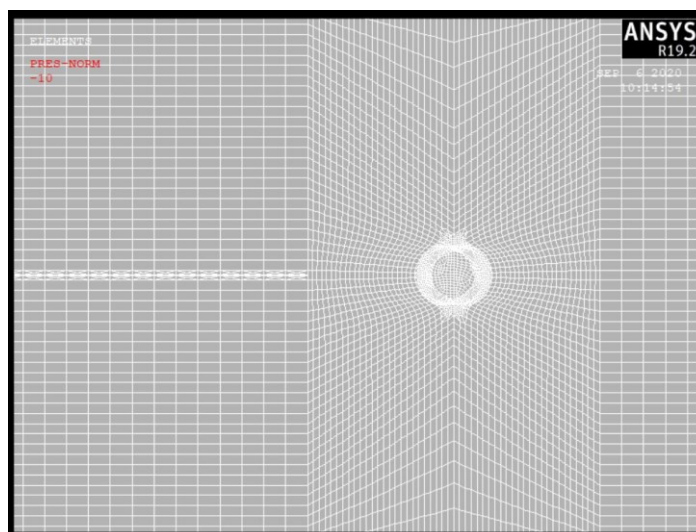


Figura 5.5: posizione della cricca iniziale rispetto lo sferoide.

5.2.4. Condizioni di carico e di vincolo

È stata applicata una pressione uniforme $p_{max} = 10 \text{ MPa}$ agli estremi della piastra, così da permettere la propagazione della cricca:

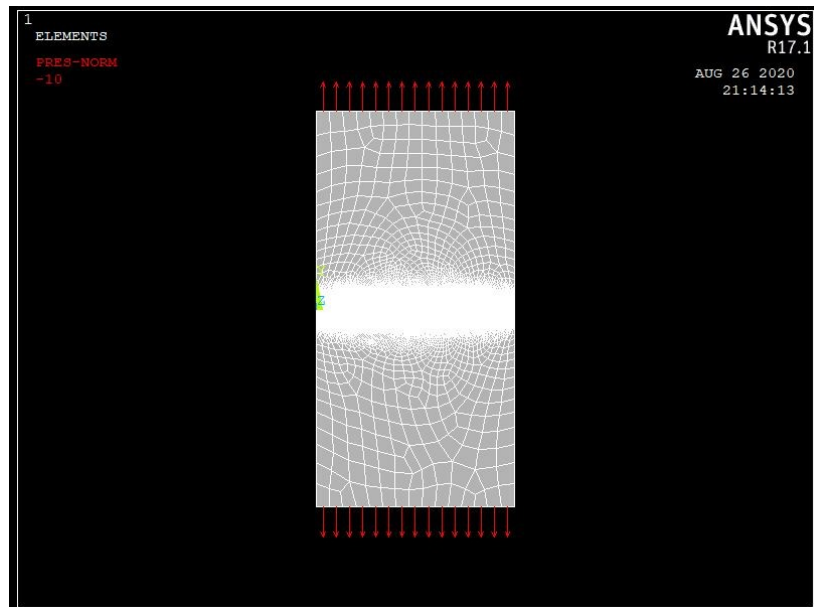


Figura 5.6: applicazione della pressione alle estremità della piastra.

Nella parte di soluzione si specificherà che la sollecitazione applicata è ciclica con rapporto di ciclo $R = 0$. Sono stati vincolati tutti i gradi di libertà dei due nodi centrali sul lato della piastra opposto a quello in cui parte la cricca iniziale:

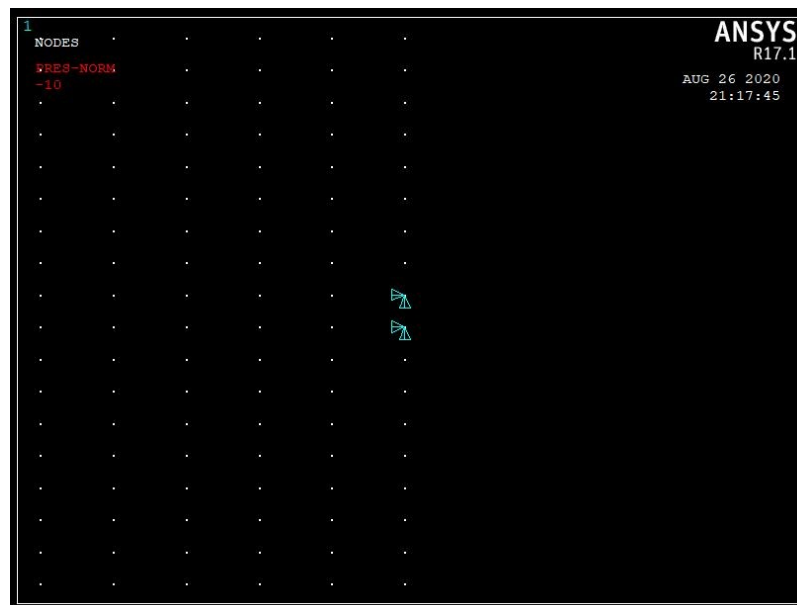


Figura 5.7: condizioni di vincolo applicate alla piastra.

5.2.5. Soluzione del modello

Si imposta la soluzione del modello:

- $Time = 10\ sec$;
- $\Delta Time = 0.1\ sec$ per ogni substep;
- Si imposta il calcolo degli SIFs con XFEM;
- Si imposta il Life – Cycle Method (LC);
- Rapporto di ciclo $R = 0$.

5.3. Post – processor sferoide centrato

5.3.1. Sferoide di grafite all'interno di una ghisa

Il percorso di propagazione è il seguente:

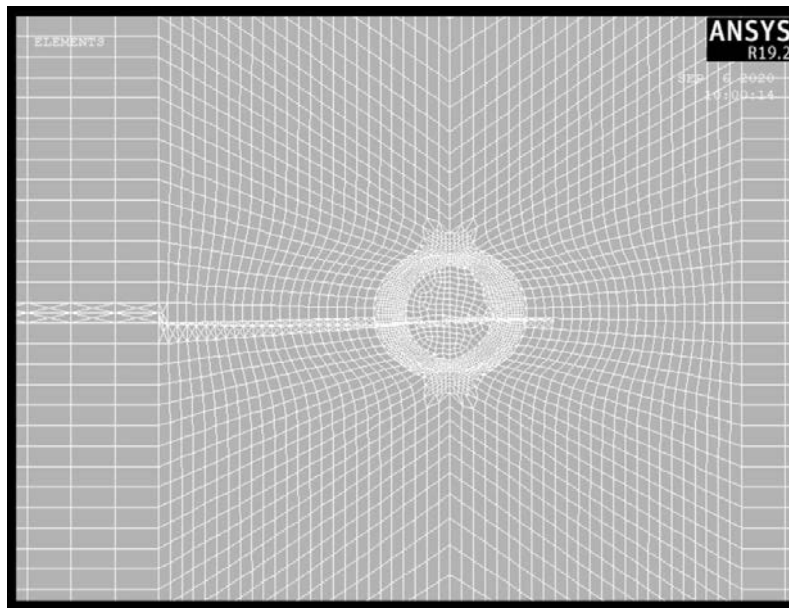


Figura 5.8: percorso di propagazione della cricca all'interno di una ghisa con uno sferoide centrale di grafite.

La direzione di propagazione è rettilinea e $\theta^* = 0$. Lo sferoide in posizione centrale non influenza il percorso di propagazione del danno, e la cricca propaga con un puro Modo I. Nella fig. 5.9 è rappresentato un esempio di una micrografia del caso studiato:

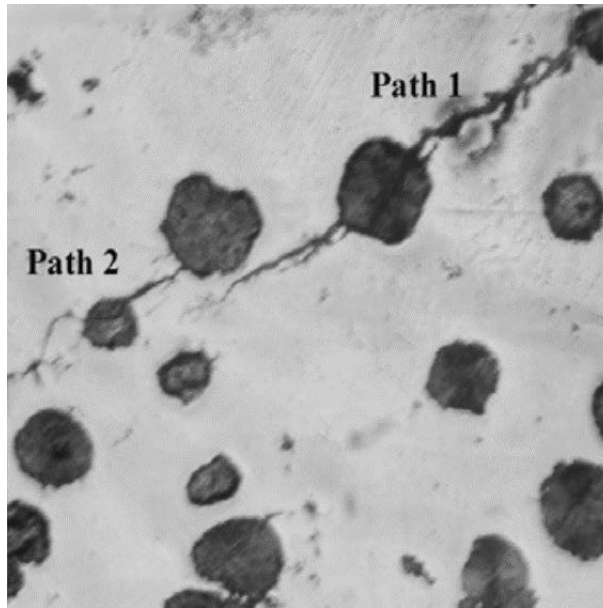


Figura 5.9: propagazione di una cricca all'interno di una ghisa sferoidale. Lo sferoide è centrato rispetto l'apice della cricca. [5]

Nelle seguenti figure sono illustrati i campi tensionali in alcuni substep salienti dell'analisi:

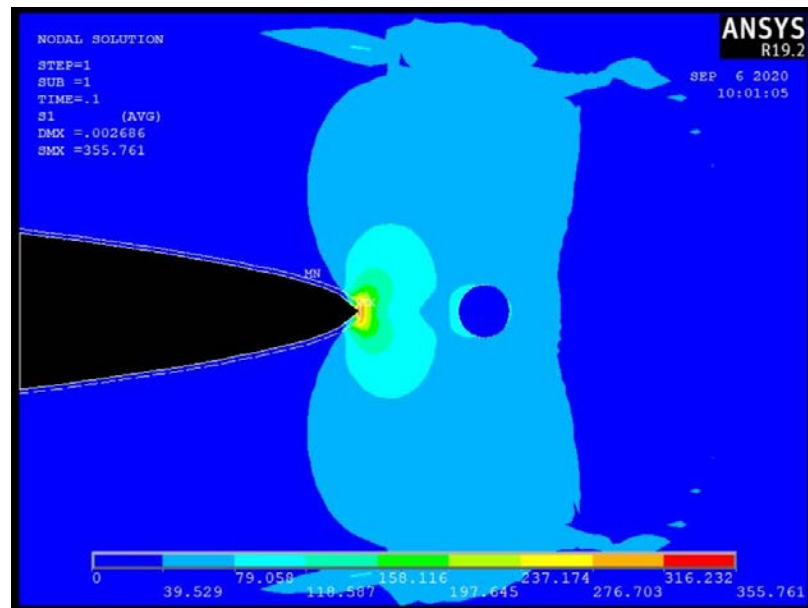


Figura 5.10: 1st principal stress (substep = 1).

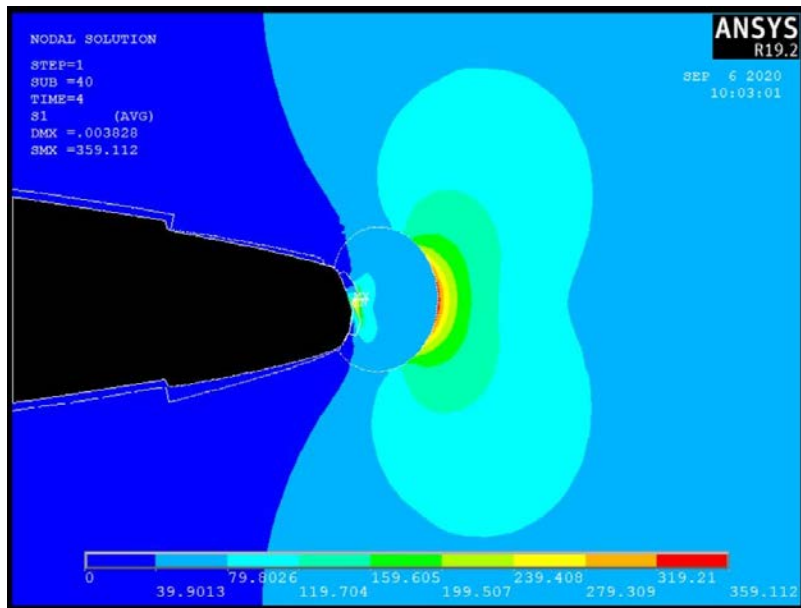


Figura 5.11: 1st principal stress (substep = 40).

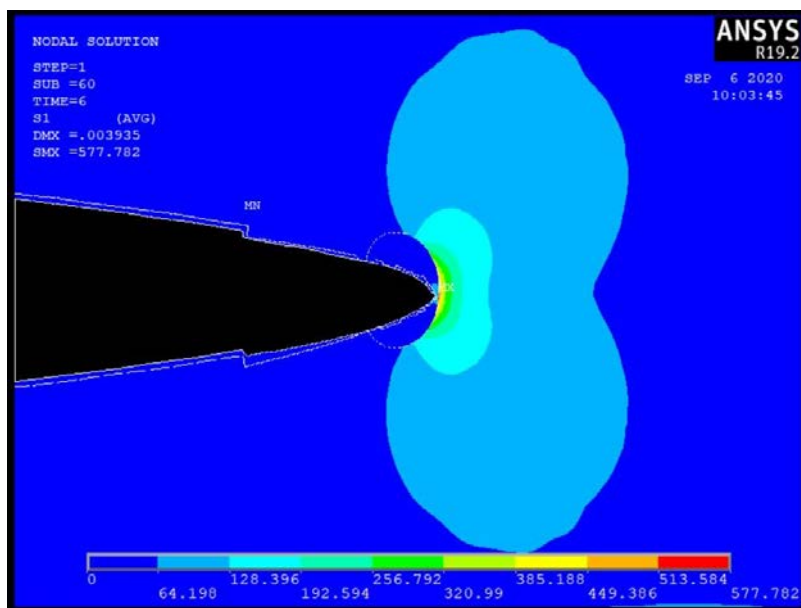


Figura 5.12: 1st principal stress (substep = 60).

La direzione di propagazione rimane costante per tutta la durata della simulazione, quindi, secondo il criterio MCS e la formula (3.38), $K_{II} = 0 \rightarrow \theta^* = 0^\circ$. Di conseguenza la presenza dello sferoide centrato non influenza la direzione della propagazione della cricca.

5.4. Variazione della posizione dello sferoide

Per simulare la propagazione della cricca in condizioni generiche, è stata cambiata la posizione dello sferoide. Nello specifico, la posizione dello sferoide è stata decentrata rispetto la posizione dell'apice della cricca. Il centro dell'area circolare utilizzata per simulare lo sferoide decentrato ha coordinate $y = 0.1 \text{ mm}$, $x = 5 \text{ mm}$:

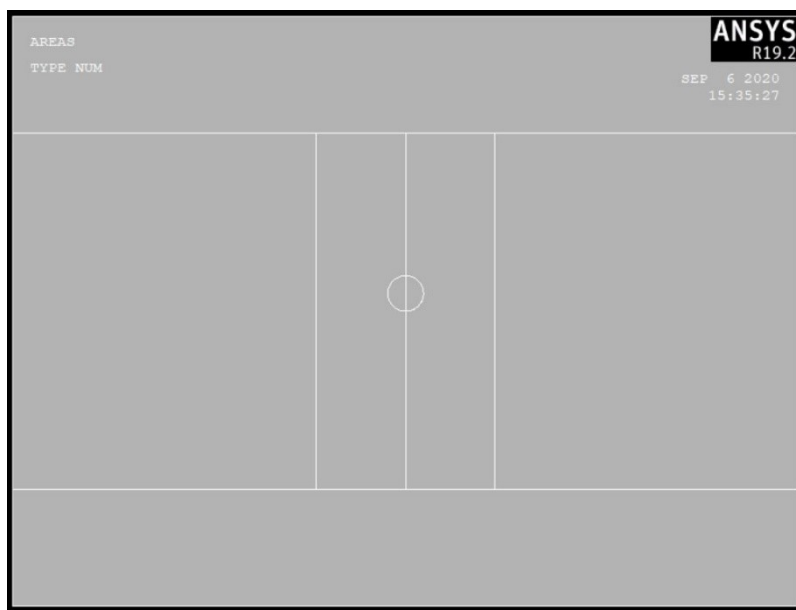


Figura 5.13: geometria del modello con sferoide decentrato.

La nuova configurazione ha portato alla modifica della mesh nel modello: la parte centrale e le aree esterne sono state meshate in modalità “free”, mentre l'area in cui è stata modellata la cricca rimane “mapped”.

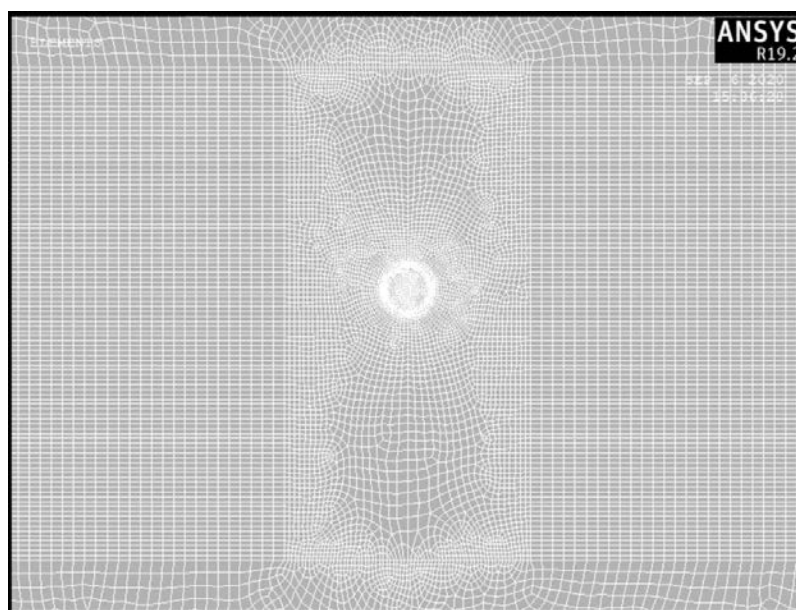


Figura 5.14: mesh delle aree centrali.

Nella fig. 5.15 è illustrato un particolare dell'interfaccia sferoide – materiale base, dove è stato usato il comando “refine at” per aumentare la densità della mesh:

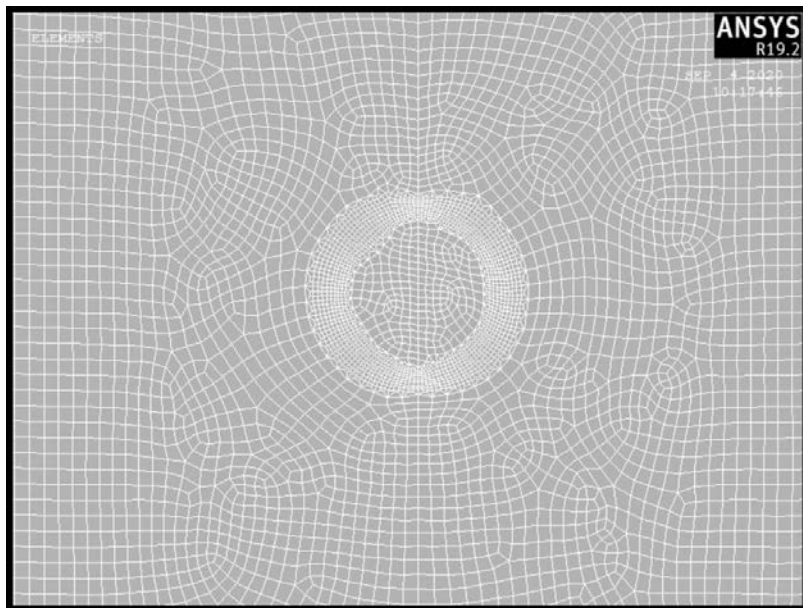


Figura 5.15: particolare della mesh all'interfaccia sferoide – materiale base.

È stata poi modellata la cricca iniziale con gli stessi parametri usati in precedenza, con l'apice posizionato alle coordinate $y_c = 0 \text{ mm}$, $x_c = 4.5 \text{ mm}$:

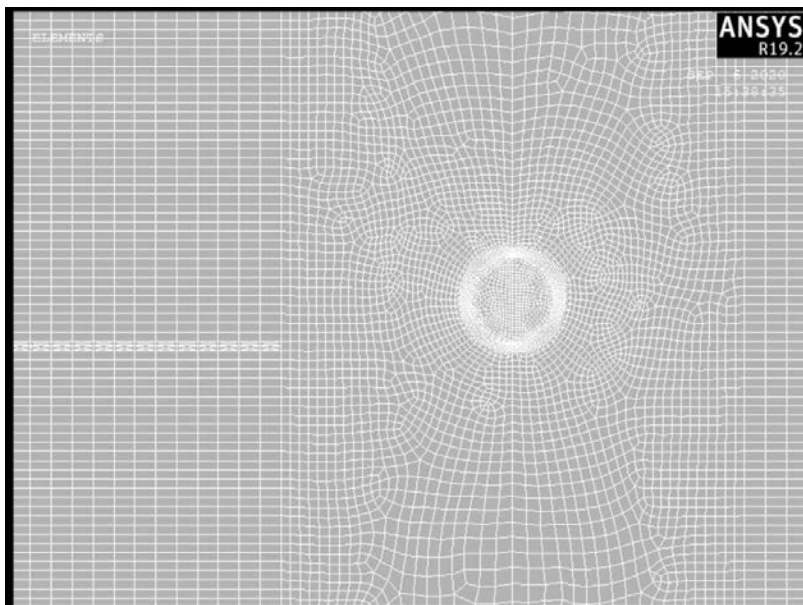


Figura 5.16: posizione della cricca iniziale rispetto lo sferoide.

Le condizioni di vincolo, di carico e di soluzione rimangono invariate.

5.5. Post – processor sferoide decentrato

5.5.1. Sferoide di grafite all'interno di una ghisa

Il percorso di propagazione della cricca è il seguente:

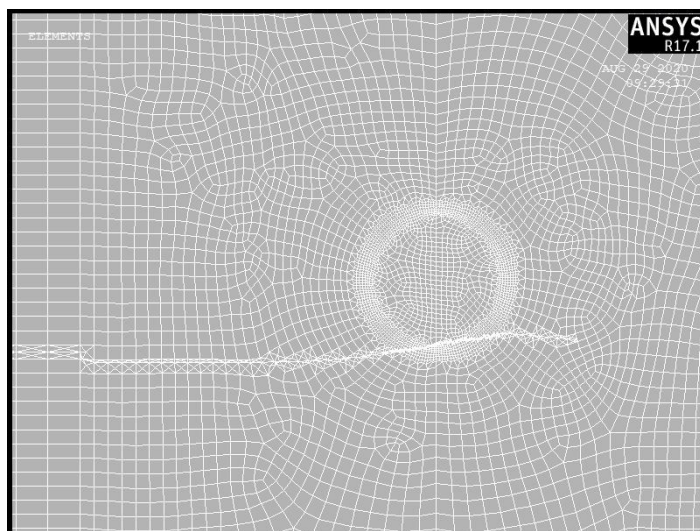


Figura 5.17: percorso di propagazione della cricca all'interno di una ghisa in prossimità di uno sferoide di grafite.

Si nota una deviazione del percorso di propagazione verso l'interno dello sferoide di grafite. La presenza dello sferoide (con modulo elastico inferiore rispetto alla matrice metallica circostante) provoca un'alterazione dei campi tensionali all'apice della cricca, rispetto la normale condizione di propagazione rettilinea. Questo comporta la deviazione della direzione di propagazione, come nella seguente figura:

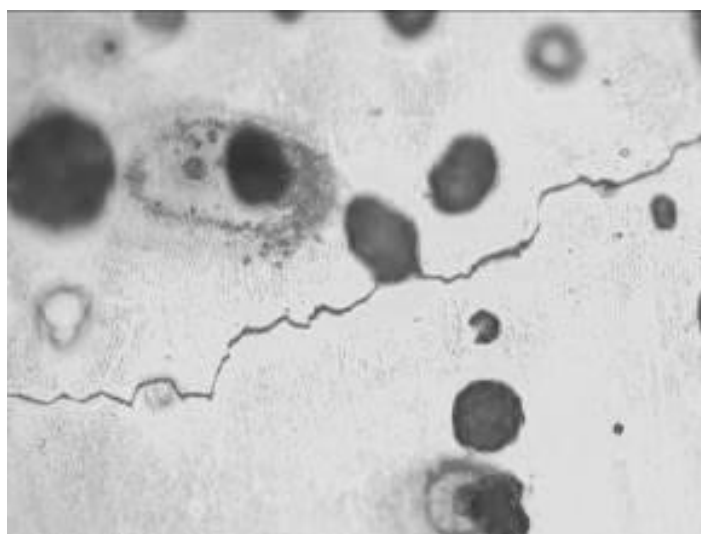


Figura 5.18: propagazione di una cricca all'interno di una ghisa sferoidale. Lo sferoide è decentrato rispetto l'apice della cricca. [21]

Ricordando il criterio MCS e la formula per ricavare θ^* (3.38), è possibile stabilire che l'inizio della propagazione è caratterizzato dalla sola presenza di una sollecitazione di Modo I ($K_{II} = 0 \rightarrow \theta^* = 0^\circ$); in prossimità dello sferoide invece entra in gioco una sollecitazione indotta di Modo II, a causa della presenza dello sferoide, che fa deviare la cricca ($\theta^* > 0^\circ \rightarrow K_{II} < 0$). I campi tensionali in alcuni substep salienti dell'analisi sono i seguenti:

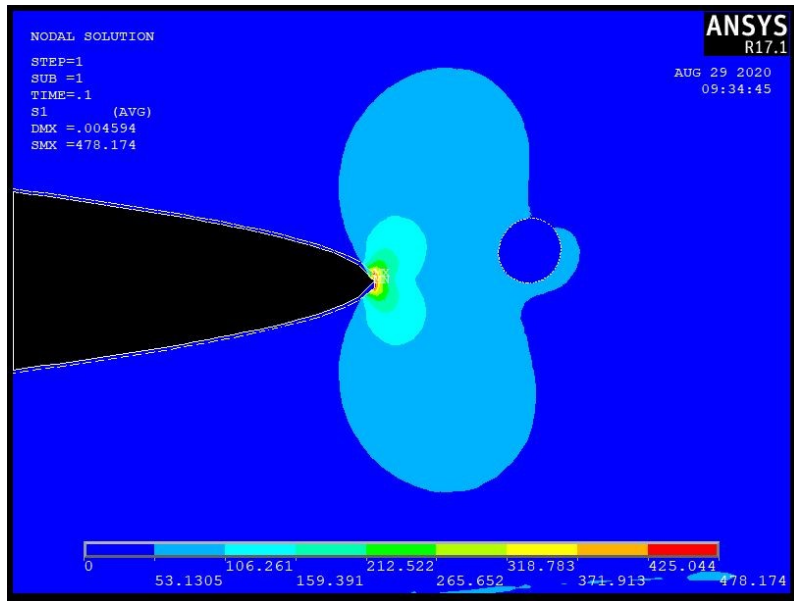


Figura 5.19: 1st principal stress (substep = 1).

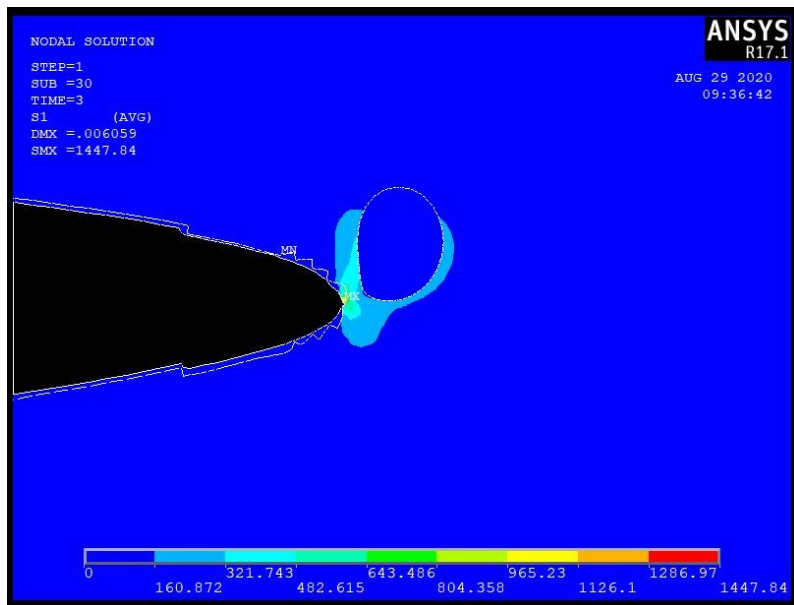


Figura 5.20: 1st principal stress (substep = 30).

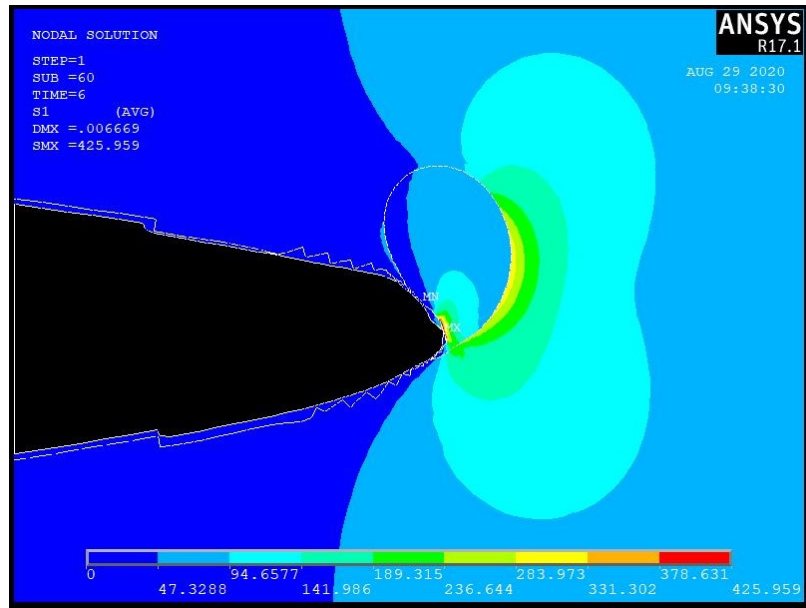


Figura 5.21: 1st principal stress (substep = 60).

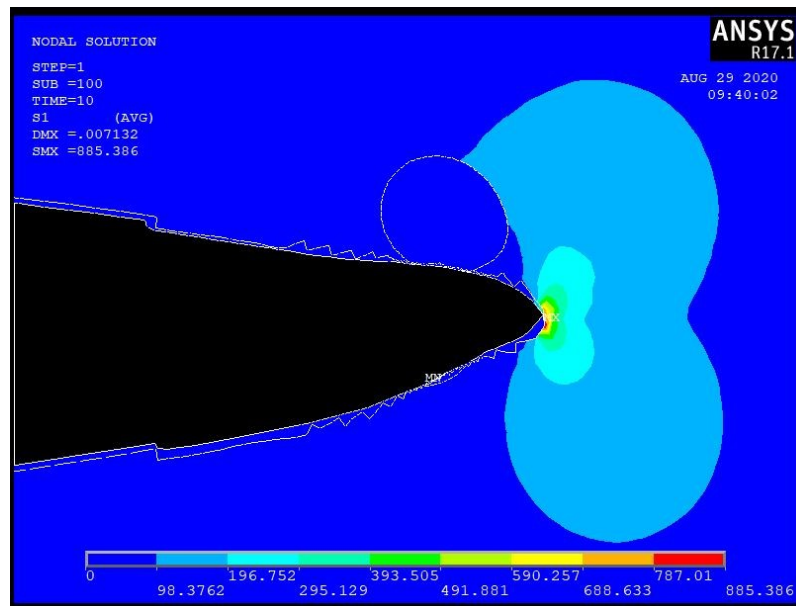


Figura 5.22: 1st principal stress (substep = 100).

Dopo aver superato lo sferoide, la cricca non risente più delle variazioni tensionali causate dalla presenza del difetto e ritorna a propagare in condizione di puro Modo I.

5.5.2. Sferoide di precipitato all'interno di un acciaio

Un precipitato intermetallico, per esempio un carburo, è di natura fragile e molto duro. Il percorso di propagazione della cricca è il seguente:

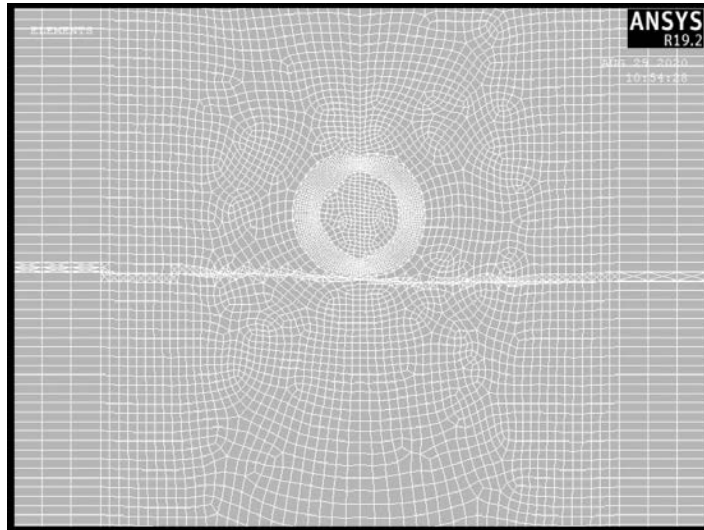


Figura 5.23: percorso di propagazione della cricca all'interno di un acciaio in prossimità di uno sferoide di precipitato.

Non si notano deviazioni del percorso di propagazione in prossimità dello sferoide di precipitato. La presenza dello sferoide (con modulo elastico maggiore rispetto alla matrice metallica circostante) non influenza i campi tensionali all'apice della cricca e $\theta^* \approx 0^\circ \rightarrow K_{II} \approx 0$. Quindi non entrano in gioco sollecitazioni indotte di Modo II. I campi tensionali in alcuni substep salienti dell'analisi sono i seguenti:

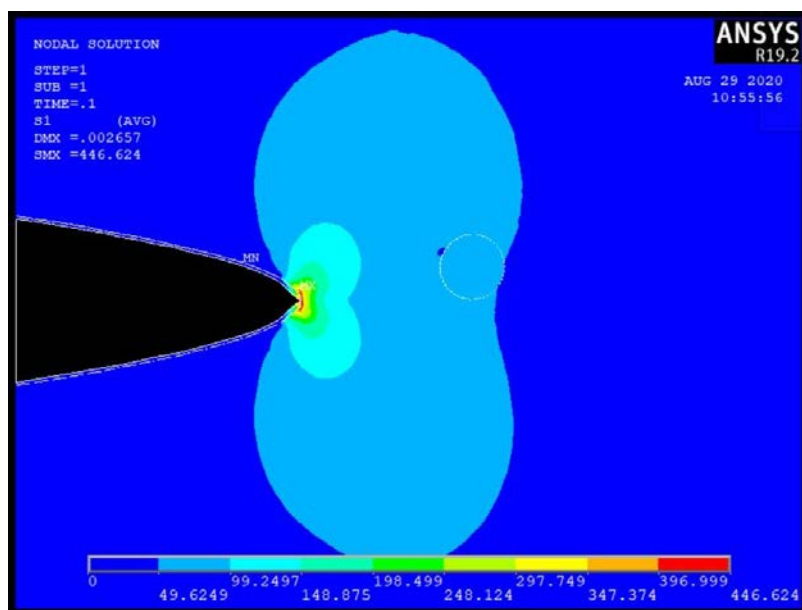


Figura 5.24: 1st principal stress (substep = 1).

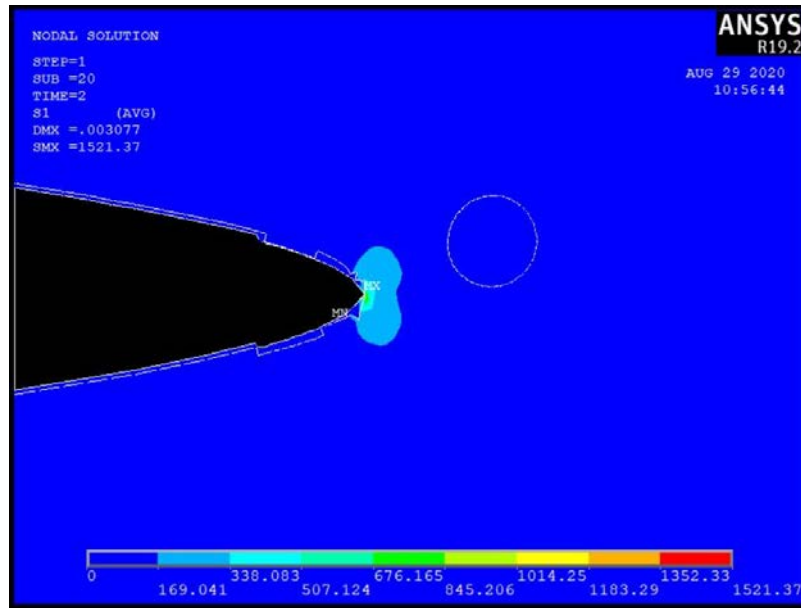


Figura 5.25: 1st principal stress (substep = 20).

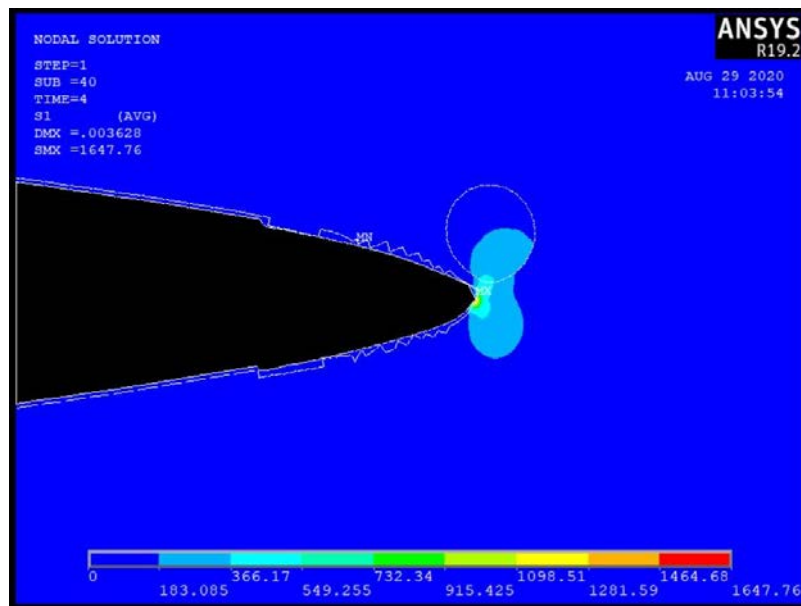


Figura 5.26: 1st principal stress (substep = 40).

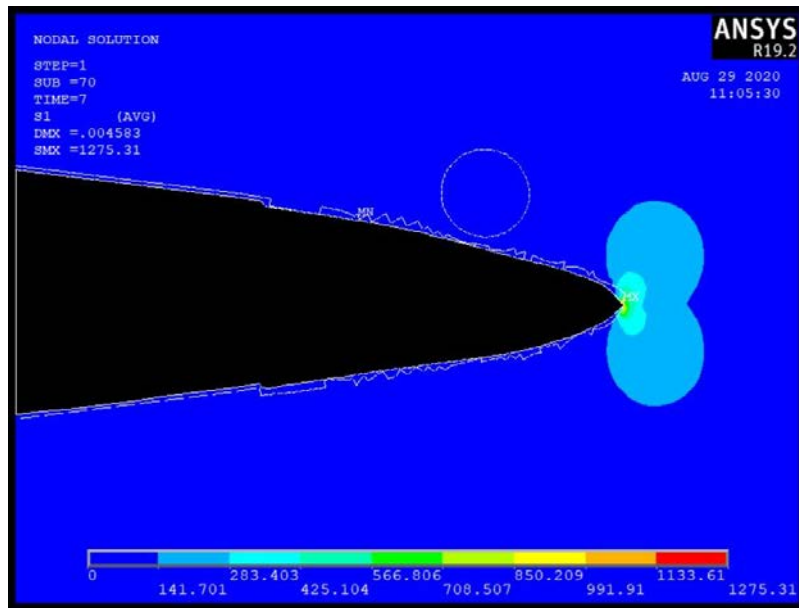


Figura 5.27: 1st principal stress (substep = 70).

5.5.3. Sferoide di precipitato in una lega di alluminio

Il percorso di propagazione è il seguente:

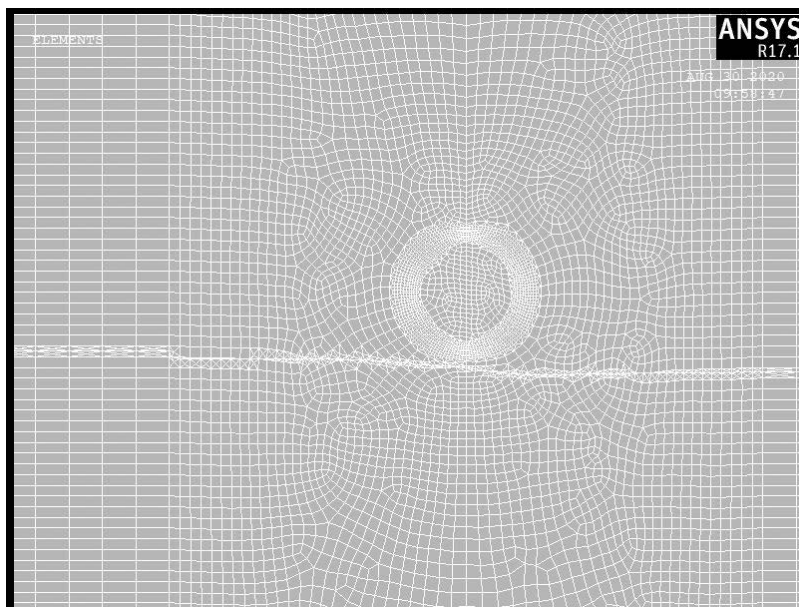


Figura 5.28: percorso di propagazione della cricca all'interno di una lega di alluminio in prossimità di uno sferoide di precipitato.

Il percorso di propagazione è molto simile a quello simulato per un acciaio. Lo sferoide non influenza in maniera evidente il percorso di propagazione ($\theta^* \approx 0^\circ \rightarrow K_{II} \approx 0$). I campi tensionali hanno una forma molto simile a quella del caso precedente (cambiano solo i valori relativi all'intensità poiché cambia il materiale base).

5.5.4. Porosità all'interno di un acciaio

Il percorso di propagazione è il seguente:

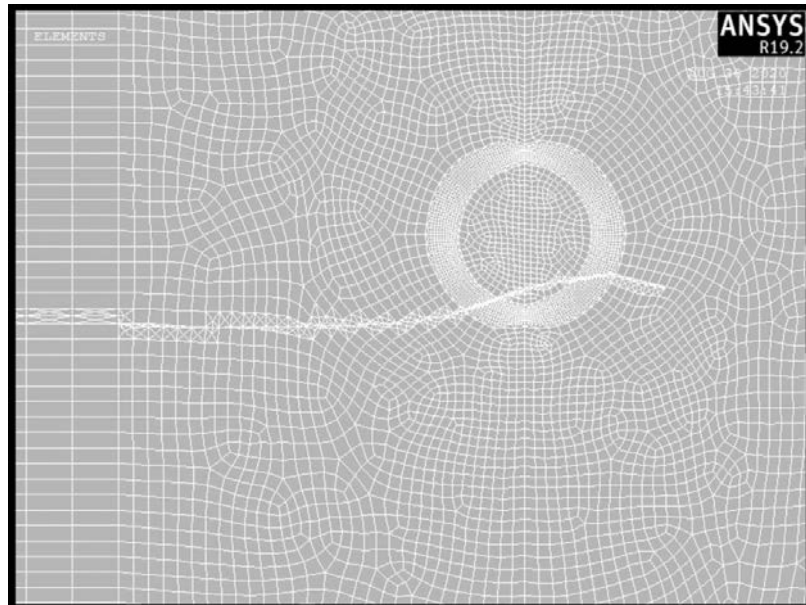


Figura 5.29: percorso di propagazione della cricca all'interno di un acciaio in prossimità di una porosità.

La modellazione esplicita di un vuoto ha mostrato risultati non attendibili o simulazione che non convergevano. È stato quindi ipotizzato di inserire uno sferoide con $E_{porosità} = 1000 \text{ MPa}$, approssimando così la presenza di un vuoto, e questo ha permesso di portare a convergenza la simulazione. Si nota una maggiore deviazione del percorso di propagazione della cricca verso l'interno dello sferoide.

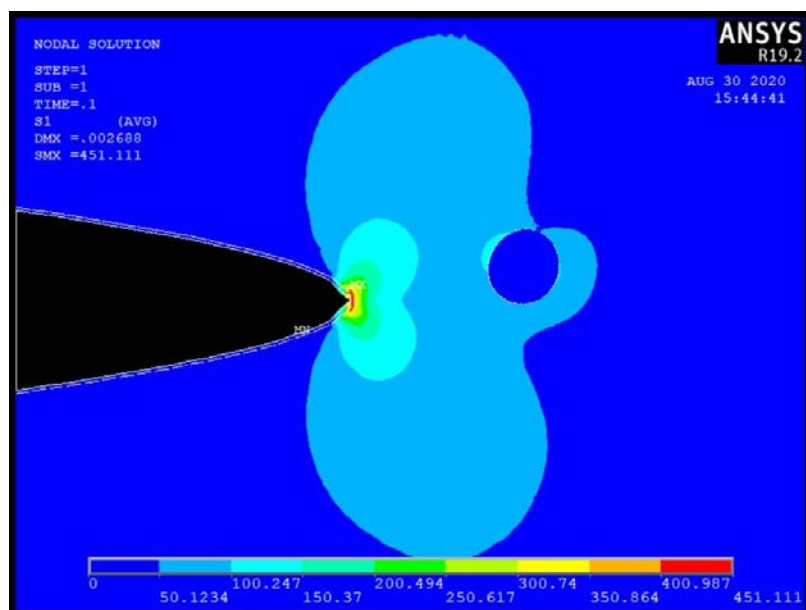


Figura 5.30: 1st principal stress (substep = 1).

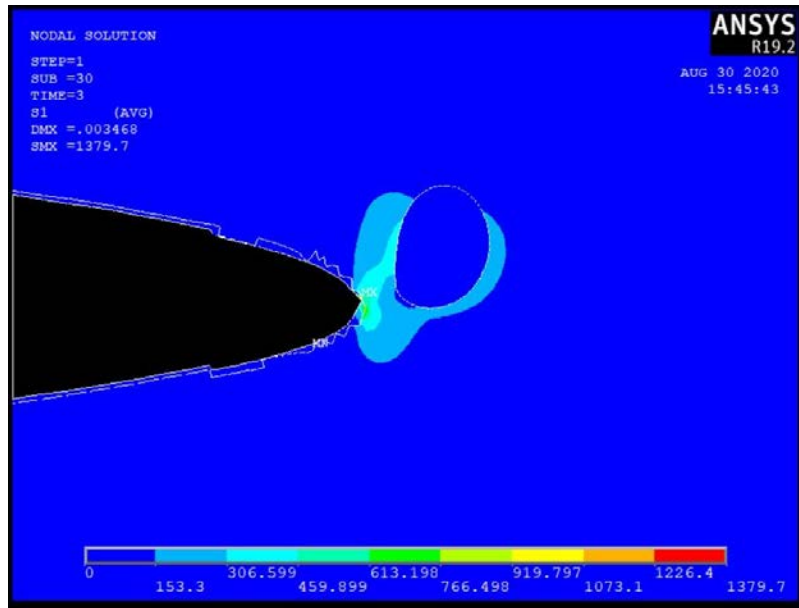


Figura 5.31: 1st principal stress (substep = 30).

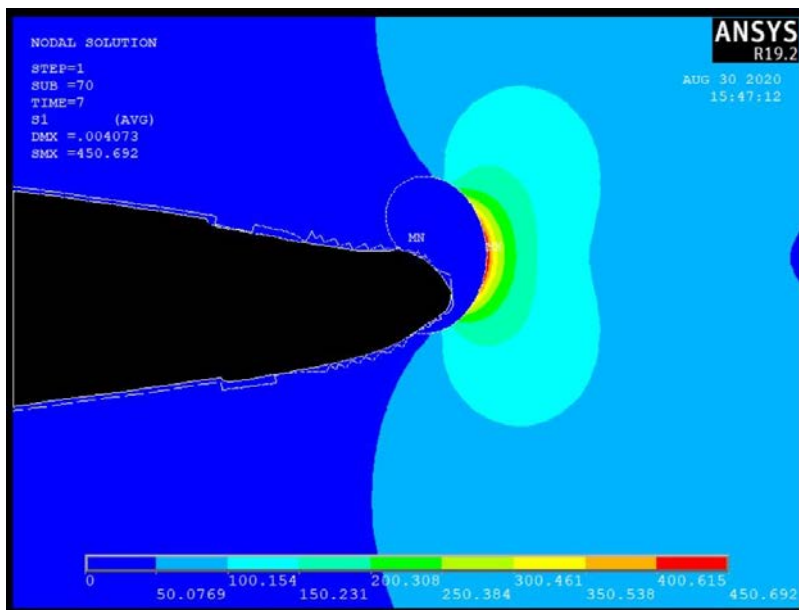


Figura 5.32: 1st principal stress (substep = 70).

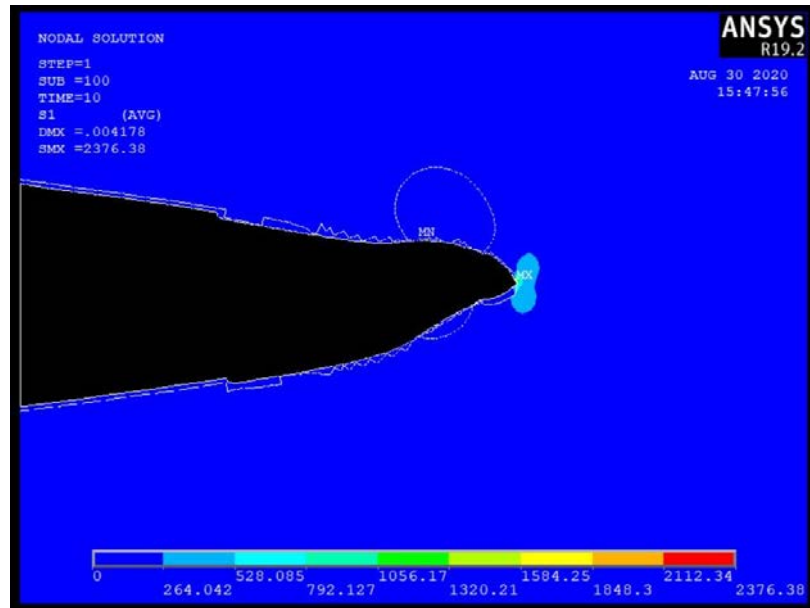


Figura 5.33: 1st principal stress (substep = 100).

Dopo aver superato la porosità, la cricca non risente più delle variazioni tensionali causate dalla presenza del difetto e ritorna a propagare in condizione di puro Modo I.

5.6. Simulazioni con due sferoidi

Si inserisce ora un secondo sferoide per simulare la direzione di propagazione della cricca dopo il superamento del primo sferoide. Il secondo sferoide ha il centro posizionato alle coordinate $y = -0.1 \text{ mm}$, $x = 5.25 \text{ mm}$.

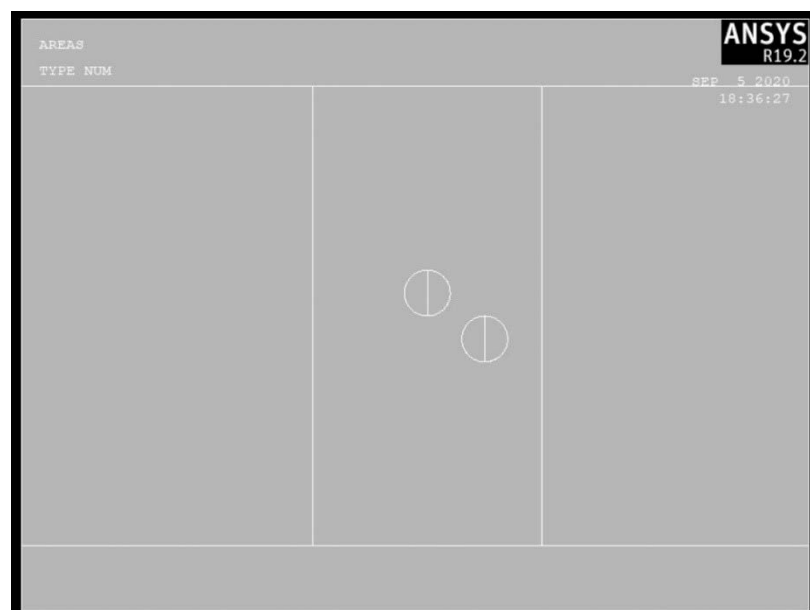


Figura 5.34: geometria dei due sferoidi nell'area centrale della piastra.

È stato poi allungato il tempo di simulazione a $Time = 12\text{ sec}$, in modo da permettere alla cricca di raggiungere il secondo sferoide. Tutte le altre condizioni (geometria, materiali, vincoli, carichi) sono rimaste costanti.

5.6.1. Due sferoidi di grafite in una ghisa sferoidale

Il percorso di propagazione è il seguente:

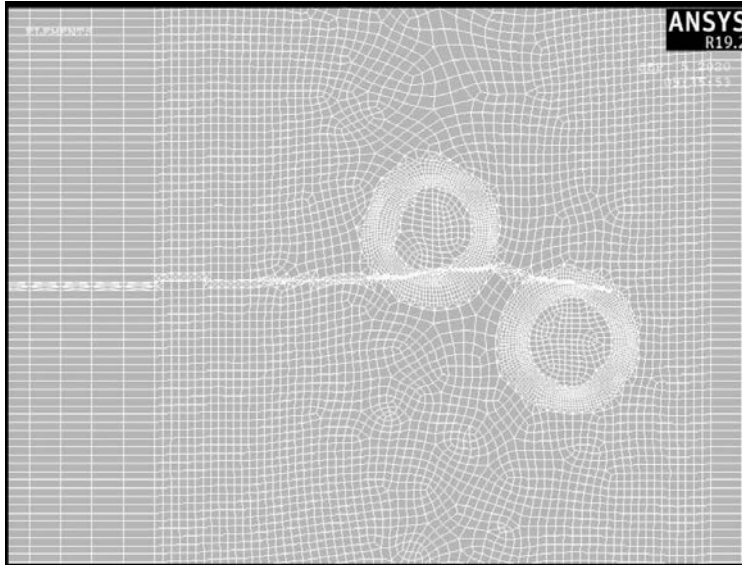


Figura 5.35: percorso di propagazione della cricca all'interno di una ghisa in prossimità di due sferoidi di grafite.

Anche in questo caso, come in quello precedente con un solo sferoide, si nota una deviazione del percorso di propagazione verso l'interno del primo sferoide di grafite. Dopo averlo superato, la cricca viene deviata di nuovo verso l'interno del secondo sferoide di grafite.

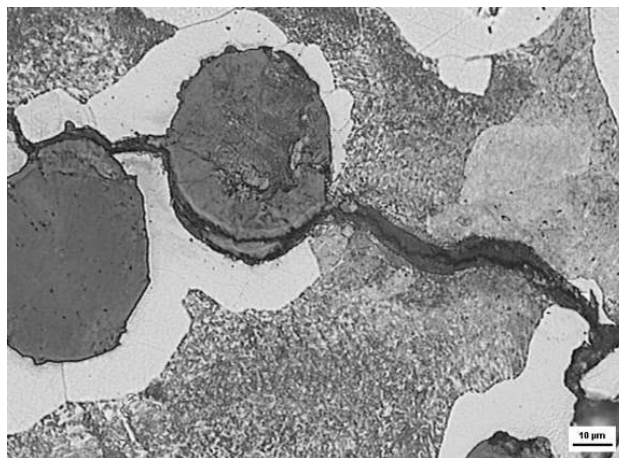


Figura 5.36: propagazione di una cricca all'interno di una ghisa sferoidale. Si nota la deviazione in prossimità del secondo sferoide. [22]

Ricordando il criterio MCS e la formula per ricavare θ^* (3.38), l'inizio della propagazione è caratterizzato dalla sola presenza di una sollecitazione di Modo I ($K_{II} = 0 \rightarrow \theta^* = 0^\circ$); in prossimità del primo sferoide entra in gioco una sollecitazione indotta di Modo II che fa deviare la cricca ($\theta^* > 0^\circ \rightarrow K_{II} < 0$); in prossimità del secondo sferoide la sollecitazione indotta di Modo II cambia segno ($\theta^* < 0^\circ \rightarrow K_{II} > 0$). La presenza degli sferoidi provoca un'alterazione dei campi tensionali all'apice della cricca, rispetto la normale condizione di propagazione rettilinea.

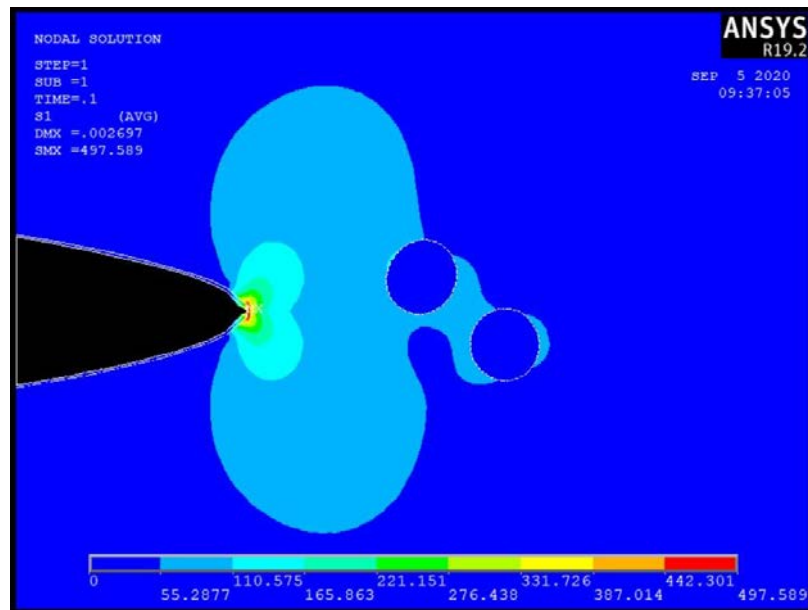


Figura 5.37: 1st principal stress (substep = 1).

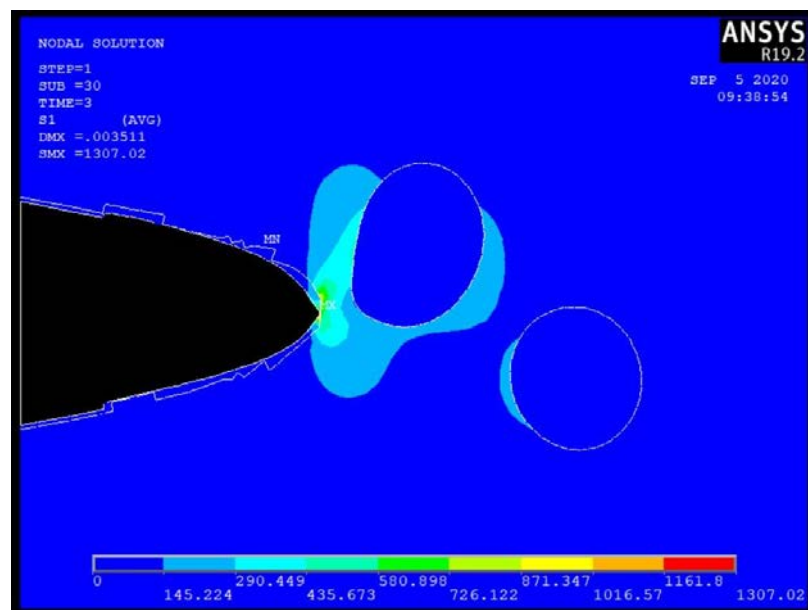


Figura 5.38: 1st principal stress (substep = 30).

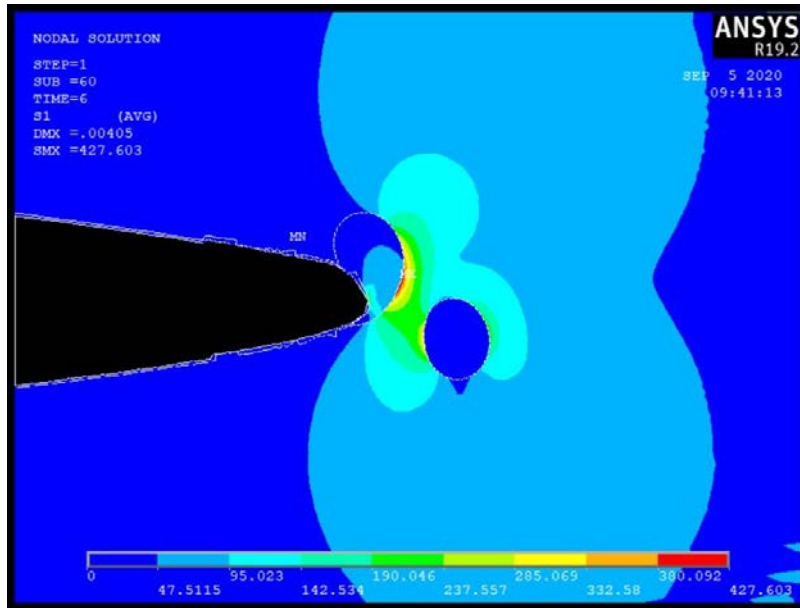


Figura 5.39: 1st principal stress (substep = 60).

In fig. 5.39 si nota inoltre una concentrazione di tensione all'interfaccia tra il primo sferoide e il materiale base, nel momento in cui la cricca inizia a propagare all'interno dello sferoide.

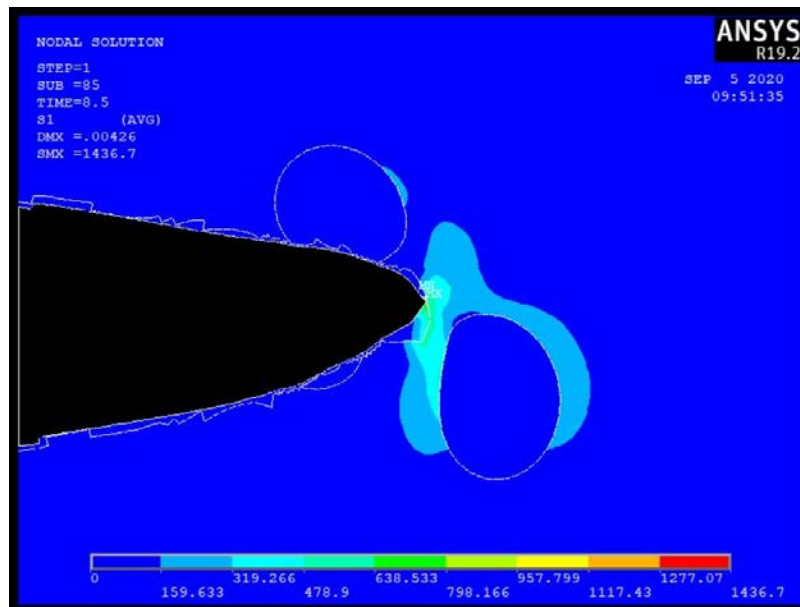


Figura 5.40: 1st principal stress (substep = 85).

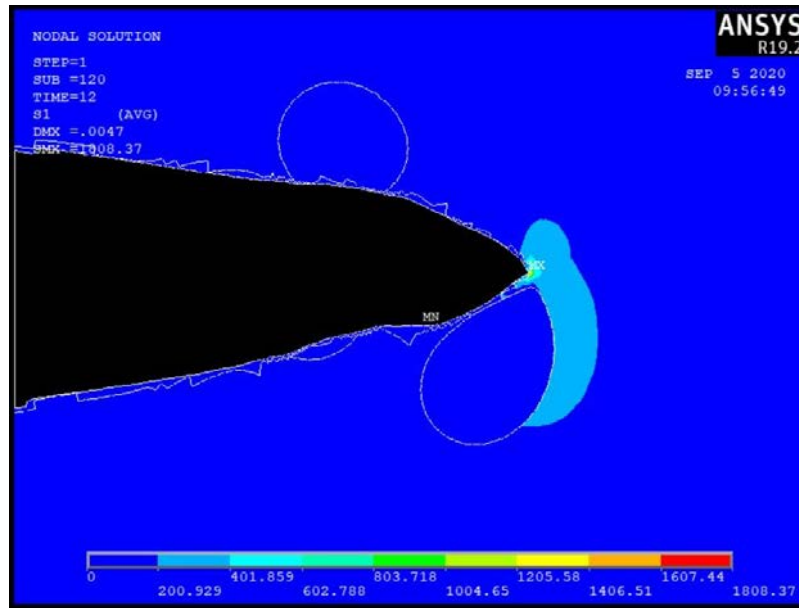


Figura 5.41: 1st principal stress (substep = 120).

La cricca, dopo aver tagliato una parte del secondo sferoide, continua a propagare con $\theta^* = 0^\circ$ poiché non ci sono più sollecitazioni indotte di Modo II.

5.6.2. Due sferoidi di precipitato in un acciaio

Il percorso di propagazione è il seguente:

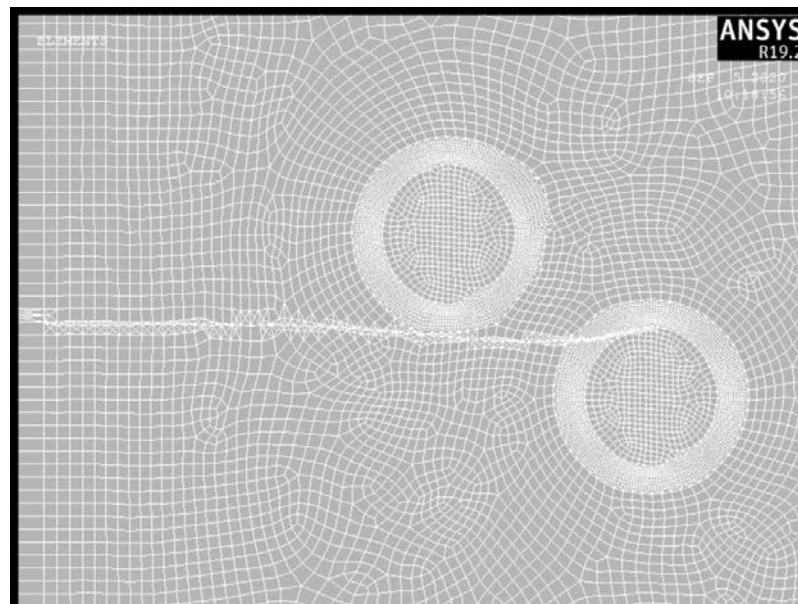


Figura 5.42: percorso di propagazione della cricca all'interno di un acciaio in prossimità di due sferoidi di precipitato.

Si nota che il percorso di propagazione devia leggermente attorno al primo sferoide ($\theta^* \approx 0^\circ \rightarrow K_{II} \approx 0$) e, quando incontra il secondo, devia verso l'esterno dello sferoide ($\theta^* > 0^\circ \rightarrow K_{II} < 0$).

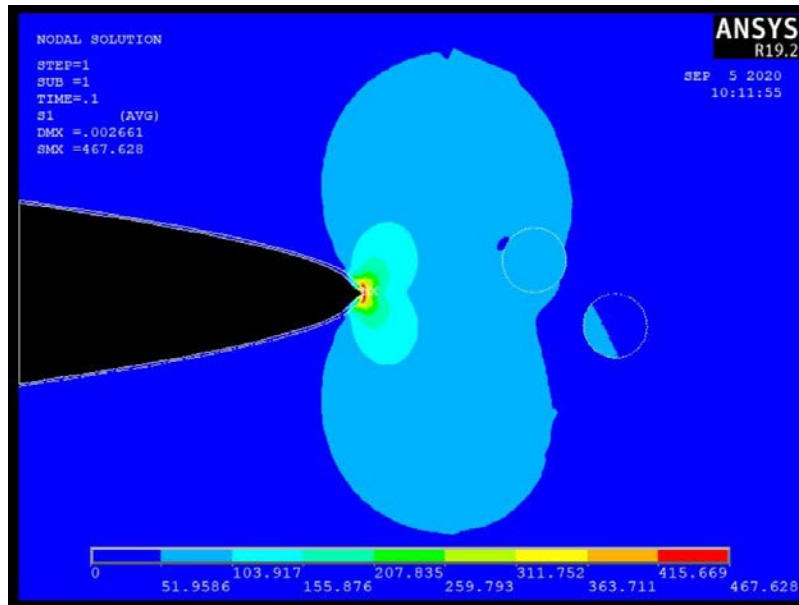


Figura 5.43: 1st principal stress (substep = 1).

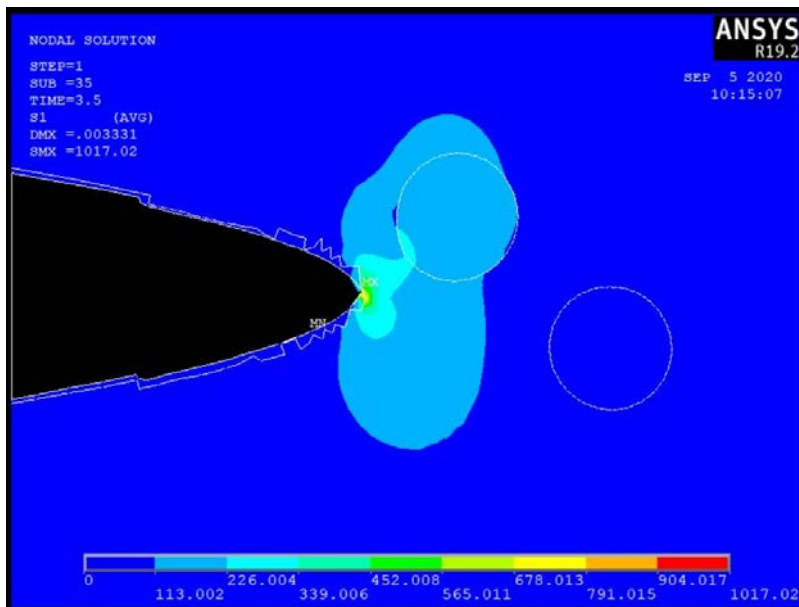


Figura 5.44: 1st principal stress (substep = 35).

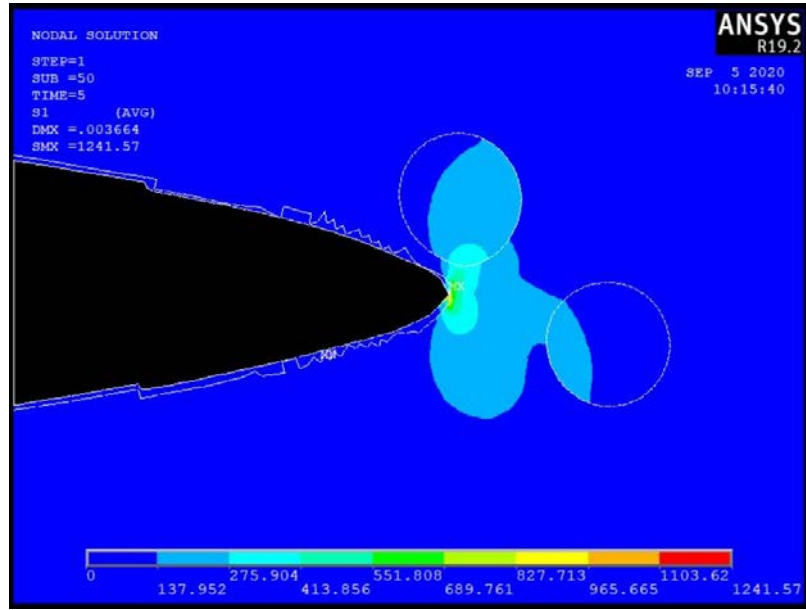


Figura 5.45: 1st principal stress (substep = 50).

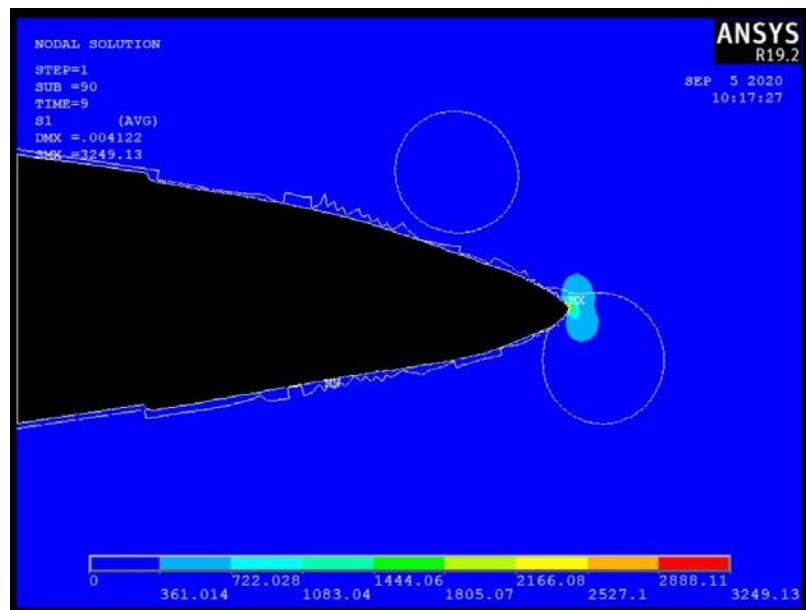


Figura 5.46: 1st principal stress (substep = 90).

5.7. 3D FCG Analysis: un caso studio

Si illustra in questo paragrafo, a titolo esemplificativo, un articolo sperimentale di “*FCG Analysis*” su un modello 3D. I ricercatori A. M. Alshoaibi e Y. Ali Fageehi hanno recentemente pubblicato (07/2020) un articolo scientifico, in cui si utilizza l’ambiente XFEM in ANSYS 19.2 per prevedere la direzione di propagazione di una cricca e la vita a fatica in quattro provini CT modificati [23]. I risultati delle simulazioni numeriche sono stati confrontati con quelli delle prove sperimentali condotte sui provini CT reali, al fine di verificare l’accuratezza del metodo XFEM. Nella versione 19.2 di ANSYS Mechanical l’ambiente XFEM per analisi di FCG, sempre basato sul “*Singularity – based Method*” e sulla legge di Paris, supporta analisi 2D (PLANE182) e 3D (SOLID185) con materiale lineare elastico isotropo. ANSYS Mechanical 19.2 permette quindi di effettuare anche analisi di componenti solidi, ed elimina la limitazione alle sole analisi 2D delle precedenti versioni. Un altro strumento per analisi di 3D di FCG in ANSYS Mechanical 19.2 prende il nome di “*S.M.A.R.T. Method*” (“*Separating, Morphing, Adaptive and Remeshing Technology*”), ed è utilizzato nello studio sopraccitato [23]. La sua caratteristica principale è quella di aggiornare automaticamente la mesh ad ogni substep, attorno all’apice della cricca durante la sua propagazione. L’aggiornamento della mesh all’apice della cricca è integrato all’interno della parte Mechanical APDL e non è necessario uscire/rientrare nella parte di Solution ad ogni substep [16]. Inoltre aumenta automaticamente l’accuratezza dei risultati calcolati nella regione dove c’è maggiore concentrazione di tensione, così da migliorare il risultato finale e la sua visualizzazione nel post – processor. Le altre caratteristiche dello “*S.M.A.R.T. Method*” sono:

- Supporta analisi 3D con elemento SOLID187;
- Supporta sollecitazioni di Modo I;
- Solo una cricca può essere definita nel dominio di analisi;
- Il materiale è assunto lineare elastico isotropo;
- Non sono considerati effetti plastici, non linearità geometriche, effetti di compressione, e fenomeni di crack closure all’apice della cricca.

Durante le simulazioni numeriche 3D con lo “*S.M.A.R.T. Method*” dell’articolo menzionato precedentemente ([23]), sono stati utilizzati il “*Maximun Circumferential*

"Stress Criterion" (MCS) e la legge di Paris $\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m$ per descrivere la propagazione della cricca e stimare la vita a fatica del componente. Le simulazioni numeriche sono state condotte su quattro provini CT modificati con un terzo foro in acciaio al carbonio come illustrato in fig. 5.47:

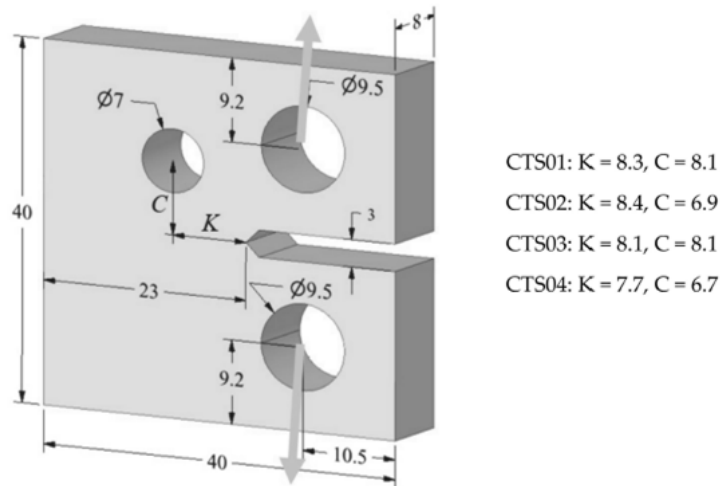


Figura 5.47: geometria del provino CT modificato utilizzato per l'analisi numerica con XFEM. [23]

Il foro aggiuntivo è stato modellato esplicitamente all'interno del provino CT per studiare la propagazione della cricca al variare della sua posizione. La posizione del foro rispetto l'apice della cricca iniziale, individuata dalle quote C e K in fig. 5.47, è stata modificata per ogni provino. La simulazione numerica è stata eseguita con un carico ciclico di ampiezza costante e $R = 0.1$, in condizione di materiale lineare elastico isotropo. I provini sono stati meshati all'interno di ANSYS Workbench:

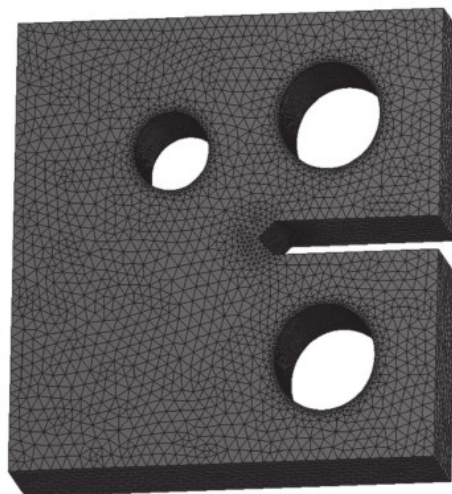


Figura 5.48: mesh del provino CT. [23]

Si riportano nelle figg. 5.49 e 5.50 i risultati numerici della direzione di propagazione nei provini CTS01 e CTS02, paragonate con i risultati delle prove sperimentali condotte con i provini CT reali:

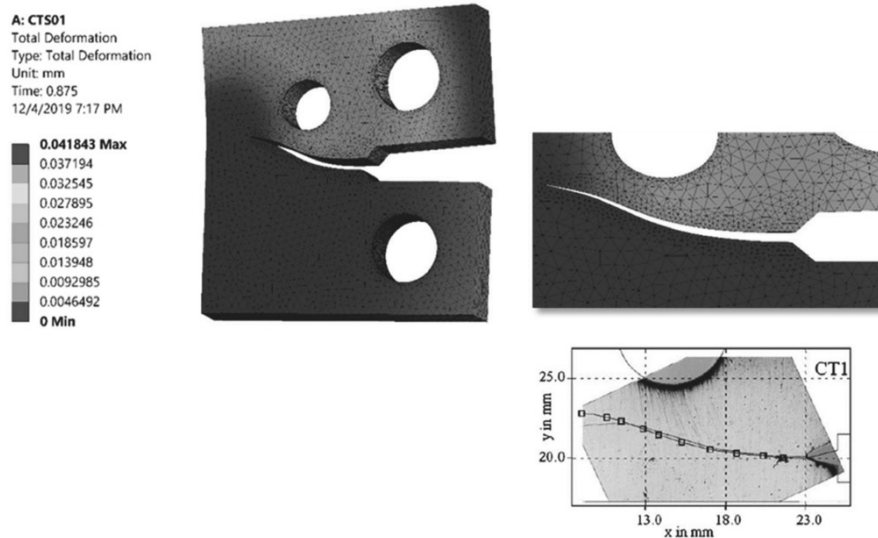


Figura 5.49: risultato numerico della deformata e della direzione di propagazione della cricca nel provino CTS01. [23]

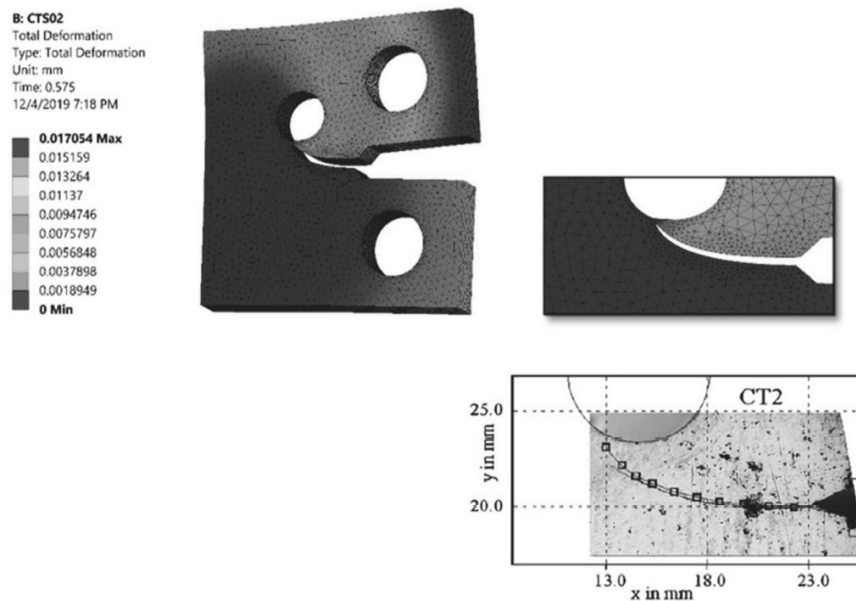


Figura 5.50: risultato numerico della deformata e della direzione di propagazione della cricca nel provino CTS02. [23]

Si nota che il risultato della simulazione XFEM con lo “S.M.A.R.T. Method” è in perfetto accordo con i risultati sperimentali. Si possono inoltre visualizzare tutti gli altri risultati all’interno del post – processor per ogni substep (ad esempio i campi tensionali). Lo SIF per un normale provino CT soggetto ad una sollecitazione di Modo I è dato dalla seguente equazione [23]:

$$K_I = \frac{P}{t\sqrt{w}} \alpha = \frac{P}{t\sqrt{w}} f(a/w) \quad (5.1)$$

dove P è il carico applicato, t e w sono rispettivamente lo spessore e la larghezza del provino, a è l'estensione della cricca. Il fattore di forma $\alpha = f(a/w)$ può essere espresso con la seguente espressione [23]:

$$f(a/w) = \frac{2 + \frac{a}{w}}{\left(1 - \frac{a}{w}\right)^{3/2}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{w}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{w}\right)^4 \right] \quad (5.2)$$

La presenza di un foro all'interno del provino utilizzato nelle simulazioni produce una deviazione della direzione di propagazione. Ricordando il criterio MCS e la formula per ricavare θ^* (3.38), è possibile stabilire che il foro induce una sollecitazione di Modo II oltre a quella di Modo I già presente. Per cui non è possibile utilizzare l'equazione (5.1) con la (5.2). In queste condizioni il metodo XFEM è molto utile perché, ad ogni substep dell'analisi, salva K_I calcolato numericamente durante la simulazione. Lo SIF calcolato viene inserito all'interno della (5.1) e viene ricavato $f(a/w)$. Con la serie di dati di $f(a/w)$ si ricava un polinomio del quarto ordine con un best fitting. Per esempio per il CTS01 e il CTS02 Alshoabi e Fageehi hanno ricavato le seguenti espressioni:

$$K_{I,01} = \frac{P}{wt} \sqrt{\pi a} \left[10.44 + 58.9 \left(\frac{a}{w}\right) - 235.85 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 1572.1 \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 209.07 \left(\frac{a}{w}\right)^4 \right] \quad (5.3)$$

$$K_{I,02} = \frac{P}{wt} \sqrt{\pi a} \left[2.55 + 24.32 \left(\frac{a}{w}\right) - 84.37 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 175.9 \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 106.8 \left(\frac{a}{w}\right)^4 \right] \quad (5.4)$$

L'equazione dello SIF così ottenuta è utile per la valutazione del comportamento della propagazione della cricca. Da questa elaborazione dei dati, Alshoabi e Fageehi hanno notato che la traiettoria della cricca è molto influenzata dalla posizione del foro rispetto l'apice della cricca. Infatti, la cricca può propagare verso il foro fino ad entrarci dentro (CTS02), oppure essere deviata dal foro e continuare a crescere lontano dal foro (CTS01). Questa differenza di comportamento della cricca si traduce in una differenza della vita a fatica del componente. Nel grafico in fig. 5.51 si confrontano i risultati

numerici di $\alpha = f(a/w)$ dei provini CTS01 e CTS02, all'aumentare della dimensione della cricca:

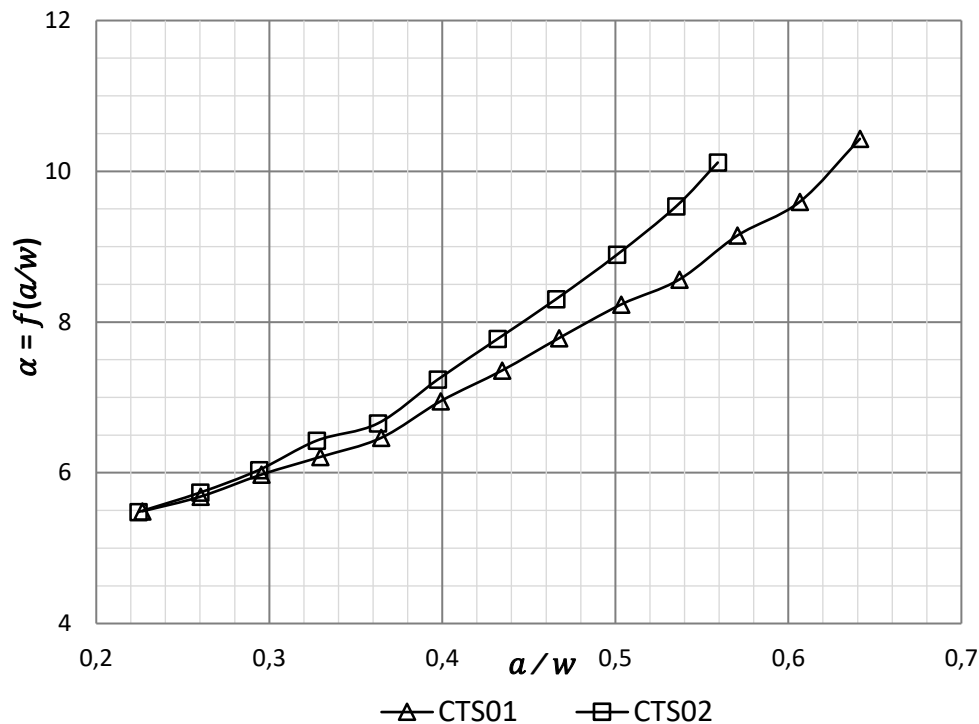


Figura 5.51: confronto dei risultati numerici di $\alpha = f(a/w)$ dei provini CTS01 e CTS02. (Dati estrapolati da [23])

In questo grafico si nota che il fattore di forma dipende dall'estensione della cricca e anche dalla posizione del foro rispetto l'apice della cricca. Variando la posizione del foro, a parità di estensione della cricca a , si nota una variazione del fattore di forma α e di conseguenza del K_I . La posizione del foro gioca quindi un ruolo di primo piano: mette in luce il grande aiuto fornito dalla modellazione numerica con XFEM per simulare il comportamento della cricca, che sarebbe altrimenti oneroso da prevedere con prove sperimentali dedicate. La stima della vita a fatica dei provini è stata stimata con l'equazione di Paris $\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m$. Alshoaibi e Fageehi hanno dimostrato che la previsione della vita a fatica elaborata dalla simulazione XFEM è in accordo con i risultati delle prove sperimentali. Inoltre la simulazione XFEM si è rivelata più accurata delle normali simulazioni FEM effettuate su modelli analoghi.

6. Conclusioni finali

Le simulazioni effettuate all'interno dell'ambiente XFEM in ANSYS Mechanical 17.2 hanno permesso di verificare l'accuratezza del metodo per lo studio della propagazione di cricche, in un materiale lineare elastico isotropo. Con questo metodo, e i comandi in linguaggio APDL descritti nei capitoli precedenti, è possibile simulare con precisione prove di FCG all'interno di componenti meccanici 2D. La curva di Paris ottenuta dai risultati del post – processor ricrea correttamente i dati ricavati dagli articoli sperimentali di riferimento [18] [19]. Inoltre è possibile prevedere il percorso di propagazione della cricca all'interno di materiali metallici, in presenza di difetti microstrutturali come per esempio inclusioni, porosità, precipitati. Questi risultati permettono all'XFEM di essere utilizzato quando le prove sperimentali risultano difficili e/o molto onerose, e permettono inoltre di utilizzare questo metodo durante la fase di progettazione di un componente meccanico.

6.1. Considerazioni sull'ambiente XFEM in ANSYS Mechanical 17.2 e versioni successive

Il pacchetto di strumenti XFEM di ANSYS Mechanical 17.2 per analisi di FCG può essere utilizzato efficacemente per progettare secondo il criterio “*damage tolerant*”. Tuttavia, sono evidenti delle lacune nella versione 17.2:

- È possibile utilizzare solo elementi di tipo PLANE182 per analisi 2D, non sono possibili analisi 3D;
- È possibile ricavare la curva di Paris solo per casi di propagazione di cricche in un materiale isotropo lineare elastico (c'è la possibilità di inserire solo le proprietà di un materiale alla volta);
- Bisogna prestare molta attenzione a come si modella la mesh, per avere una soluzione convergente.

Le più recenti versioni di ANSYS Mechanical hanno introdotto una serie di aggiornamenti per migliorare l'analisi numerica. È stata introdotta la possibilità di simulare problemi di FCG in modelli solidi, come illustrato nel paragrafo 5.7. I comandi in linguaggio APDL utilizzati nel capitolo 4 per ricavare la curva di Paris non

possono essere utilizzati per lo stesso scopo se la cricca incontra due materiali diversi (come nei casi studiati nel capitolo 5). Infatti è possibile salvare solo una coppia di coefficienti C ed m , di conseguenza quando la cricca incontra un materiale diverso ANSYS non restituisce valori di ΔN attendibili. Tuttavia i valori di Δa , ΔK e la direzione di propagazione non risentono di questa limitazione, poiché sono calcolati numericamente dal software e non dipendono da C ed m [16]. Particolare attenzione deve essere posta durante la fase di mesh del componente. La precisione e la convergenza della soluzione dipendono molto dall'ordine e dalla densità di elementi nel modello. Infatti, in alcune simulazioni si è osservata una difficoltà ad ottenere la convergenza della soluzione a causa della posizione degli elementi nel dominio. Per risolvere il modello basta impostare per tentativi la giusta densità di elementi attorno l'apice della cricca. È necessario però prestare attenzione a non appesantire troppo la simulazione con un eccesso di nodi ed elementi.

6.2. Analisi future

6.2.1. Gradienti di proprietà elastiche

Alcune idee per delle analisi future possono essere ricavate dalle simulazioni effettuate nei capitoli precedenti. Lo sferoide è stato simulato con un'area circolare all'interno del materiale base circostante e l'interfaccia è stata meshata con il comando "refine at". Una possibile evoluzione del modello, per delle successive simulazioni, è la creazione di uno sferoide con un guscio esterno come in fig. 6.1:

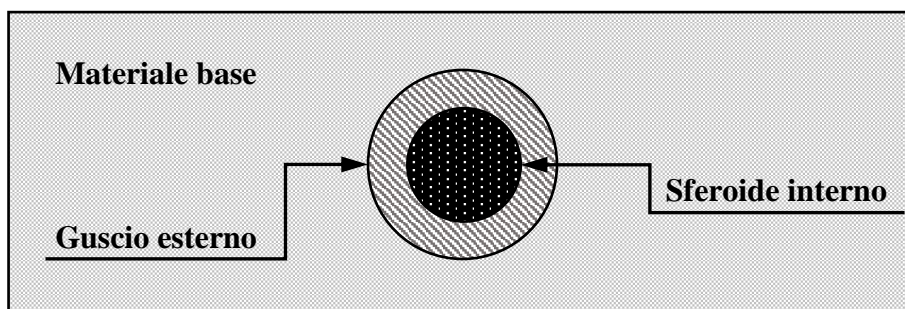


Figura 6.1: schematizzazione di una possibile evoluzione della modellazione dello sferoide.

Dato che è possibile inserire solo materiali isotropi, eventuali gradienti di proprietà elastiche all'interno della microstruttura non sono in teoria modellabili. Tuttavia è possibile ovviare a questa limitazione utilizzando più materiali in serie con proprietà diverse, come in fig. 6.1. Questo può permettere di modellare varie situazioni, come

per esempio strutture ferritico – perlitiche in una ghisa sferoidale in fig. 6.2, oppure fenomeni di decoesione sferoide – matrice metallica in fig. 6.3:

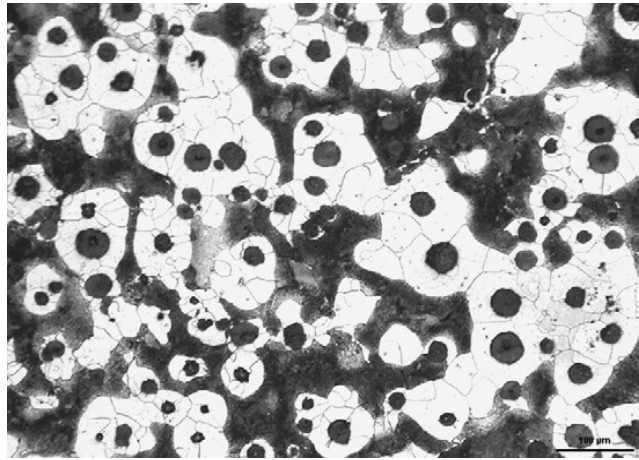


Figura 6.2: struttura ferritico – perlitica in una ghisa sferoidale. [24]

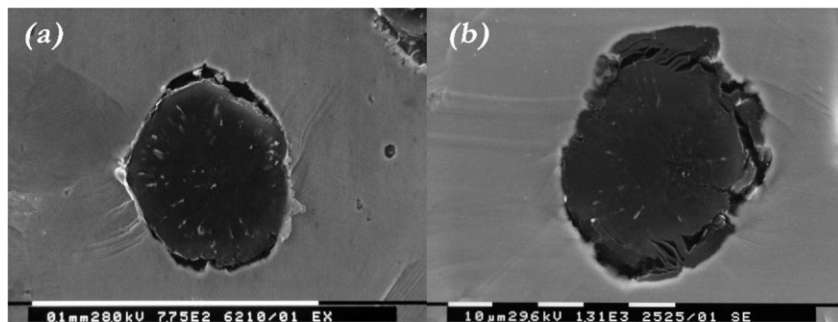


Figura 6.3: due tipologie di fenomeni di decoesione tra sferoide di grafite e matrice metallica circostante in una ghisa sferoidale. [24]

6.2.2. La propagazione di cricche con difetti multipli

Alcune future simulazioni XFEM con il “*Singularity – based Method*” potranno essere basate sulla modellazione di più di una cricca e più di un difetto, in modo da prevedere la vita a fatica e fenomeni di FCG in componenti con una moltitudine di ostacoli microstrutturali. Alcune simulazioni 2D in queste condizioni sono state eseguite da I.V. Singh et al. [25], come riportato in fig. 6.4:

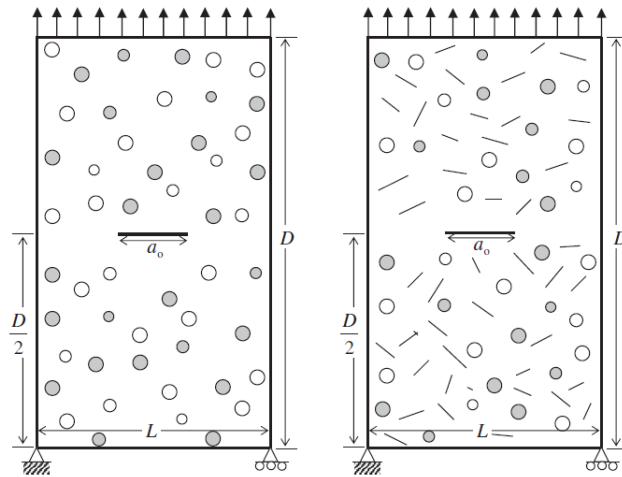


Figura 6.4: piastre 2D con fori (aree circolari bianche), inclusioni (aree circolari grigie), microcricche (linee nere sottili) e cricca iniziale (al centro). [25]

Sono stati modellati fori, inclusioni e microcricche di varie dimensioni e sono stati posizionati casualmente nel modello. I.V. Singh et al. hanno dimostrato che i risultati di FCG ottenuti con il metodo XFEM sono in accordo con quelli sperimentali e quelli ottenuti con il comune FEM. In future analisi, la propagazione della cricca potrà essere sviluppata con modelli XFEM 3D “Singularity – based” oppure con modelli XFEM 3D utilizzando lo “S.M.A.R.T. Method”. In queste simulazioni si potranno calcolare i fattori di forma α , prevedere la direzione di propagazione della cricca e stimare la vita a fatica del componente. Alcuni lavori sperimentali sono stati condotti nella direzione di simulare problemi di propagazione di microcricche, per correlare le proprietà di FCG con la dimensione dei grani, l’orientazione di bordi grano, la presenza di seconde fasi e altre condizioni microstrutturali [14]. Eventuali futuri sviluppi potranno investigare l’utilizzo di tali metodi per studiare l’influenza della microstruttura nella propagazione. Il confronto dei risultati numerici con quelli sperimentali dimostra che l’XFEM in ANSYS Mechanical può essere considerato uno strumento efficace nella simulazione della propagazione di cricche e microcricche, riducendo tempi e costi della fase sperimentale. Inoltre aiuta gli ingegneri nella fase di dimensionamento e progettazione secondo il criterio “*damage tolerant*”.

Appendice

Si elencano i comandi in linguaggio APDL per la costruzione dei modelli utilizzati durante le simulazioni XFEM.

a. Geometria del modello per ricavare le curve di Paris

```
!***** PREPROCESSOR *****  
/PREP7  
  
!***** PROPRIETÀ DEL MATERIALE *****  
*SET,E1, ... !--- modulo elastico materiale  
*SET,NU1, ... !--- coefficiente di Poisson materiale  
  
! *** Costanti legge di Paris ***  
*SET,C, ...  
*SET,M, ...  
  
!*** Elemento utilizzato ***  
ET, 1, 182  
  
!*** Materiale lineare elastico isotropo ***  
MP, EX, 1, E1  
MP, NUXY, 1, NU1  
  
!*** Specificazione legge Paris ***  
TB, CGCR, 2, , , PARIS  
TBDATA, 1, C, M  
  
!***** GEOMETRIA DEL MODELLO *****  
!*** Modellazione dei KP  
K, ,0,2,,  
K, ,0,-2,,  
K, ,0,36,,  
K, ,0,-36,,  
K, ,75,-36,,  
K, ,75,36,,  
K, ,10,-2,,  
K, ,10,2,,  
K, ,75,-2,,  
K, ,75,2,,  
  
!*** Modellazione delle linee  
LSTR, 2, 4  
LSTR, 2, 1  
LSTR, 1, 3
```

```
LSTR, 3, 6
LSTR, 4, 5
LSTR, 5, 9
LSTR, 9, 10
LSTR, 10, 6
LSTR, 1, 8
LSTR, 2, 7
LSTR, 7, 8
LSTR, 8, 10
LSTR, 7, 9
```

!*** Modellazione delle Aree

```
FLST,2,4,4
FITEM,2,2
FITEM,2,11
FITEM,2,10
FITEM,2,9
AL,P51X
```

```
FLST,2,4,4
FITEM,2,11
FITEM,2,7
FITEM,2,13
FITEM,2,12
AL,P51X
```

```
FLST,2,5,4
FITEM,2,1
FITEM,2,10
FITEM,2,13
FITEM,2,6
FITEM,2,5
AL,P51X
```

```
FLST,2,5,4
FITEM,2,3
FITEM,2,9
FITEM,2,12
FITEM,2,8
FITEM,2,4
AL,P51X
```

!*** Scelta delle divisioni e spacing – ratio delle linee

```
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,9
FITEM,5,-10
CM,_Y,LINE
LSEL, , , P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, , _Y
```

```
!*  
LESIZE,_Y1, , ,200, , , ,1  
!*
```

```
FLST,5,2,4,ORDE,2  
FITEM,5,12  
FITEM,5,-13  
CM,_Y,LINE  
LSEL, , , ,P51X  
CM,_Y1,LINE  
CMSEL,,_Y  
!*  
LESIZE,_Y1, , ,200, , , ,1  
!*
```

```
FLST,5,4,4,ORDE,4  
FITEM,5,1  
FITEM,5,3  
FITEM,5,6  
FITEM,5,8  
CM,_Y,LINE  
LSEL, , , ,P51X  
CM,_Y1,LINE  
CMSEL,,_Y  
!*  
LESIZE,_Y1, , ,40,5, , , ,1  
!*
```

```
FLST,5,2,4,ORDE,2  
FITEM,5,4  
FITEM,5,-5  
CM,_Y,LINE  
LSEL, , , ,P51X  
CM,_Y1,LINE  
CMSEL,,_Y  
!*  
LESIZE,_Y1, , ,40, , , , ,1  
!*
```

```
FLST,5,3,4,ORDE,3  
FITEM,5,2  
FITEM,5,7  
FITEM,5,11  
CM,_Y,LINE  
LSEL, , , ,P51X  
CM,_Y1,LINE  
CMSEL,,_Y  
!*  
LESIZE,_Y1, , ,101, , , , ,1  
!*
```

```

!***** MESH *****
!*** Modellazione della mesh mapped nell'area centrale
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*

```

```

!*** Modellazione della mesh free nelle aree esterne
MSHKEY,0
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*

```

b. Geometria del modello per l'analisi del percorso di propagazione

```

!***** PREPROCESSOR *****
/PREP7

!***** PROPRIETÀ DEI MATERIALI *****
*SET,E1, ... !--- modulo elastico materiale base
*SET,NU1, ... !--- coefficiente di Poisson materiale base
*SET,E2, ... !--- modulo elastico materiale sferoide
*SET,NU2, ... !--- coefficiente di Poisson materiale sferoide

```

! *** Costanti legge di Paris ***

*SET,C, ...

*SET,M, ...

!*** Elemento utilizzato ***

ET,1,182

!*** Materiale lineare elastico isotropo ***

MP, EX, 1, E1

MP, NUXY, 1, NU1

MP, EX, 2, E2

MP, NUXY, 2, NU2

!*** Specificazione legge di Paris ***

TB, CGCR, 2, , , PARIS

TBDATA, 1, C, M

!***** GEOMETRIA DEL MODELLO *****

!*** Modellazione dei KP

K, ,0,1,,

K, ,0,-1,,

K, ,0,-10,,

K, ,0,10,,

K, ,10,10,,

K, ,10,-10,,

K, ,10,-1,,

K, ,10,1,,

K, ,4.5,1,,

K, ,4.5,-1,,

K, ,5.5,1,,

K, ,5.5,-1,,

K, ,5,-1,,

K, ,5,1,,

K, ,5,0.1,,

K, ,5.1,0.1,,

K, ,4.9,0.1,,

K, ,5,0.2,,

K, ,5,0,,

!*** Modellazione delle linee ed archi

LSTR, 2, 3

LSTR, 7, 6

LSTR, 3, 6

LSTR, 2, 1

LSTR, 7, 8

LSTR, 10, 2

```

LSTR, 9, 1
LSTR, 11, 8
LSTR, 12, 7
LSTR, 1, 4
LSTR, 8, 5
LSTR, 5, 4
LSTR, 9, 10
LSTR, 9, 14
LSTR, 14, 11
LSTR, 10, 13
LSTR, 13, 12
LSTR, 12, 11
LSTR, 18, 19
LSTR, 18, 14
LSTR, 19, 13
!*
LARC,18,17,15,0.1,
!*
LARC,17,19,15,0.1,
!*
LARC,19,16,15,0.1,
!*
LARC,16,18,15,0.1,

FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,22
FITEM,2,-23
LCOMB,P51X, ,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,24
FITEM,2,-25
LCOMB,P51X, ,0
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,19
FITEM,5,22
FITEM,5,24
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y

```

!*** Modellazione delle divisioni e spacing – ratio delle linee

```

!*
LESIZE,_Y1, , ,30, , , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,20
FITEM,5,-21
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X

```

```

CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,35,6, , , ,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,4
FITEM,5,-5
FITEM,5,13
FITEM,5,18
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,101, , , , ,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-17
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,35, , , , ,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,6
FITEM,5,-9
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,100, , , , ,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,10
FITEM,5,-11
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,15,5, , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2

```

```
FITEM,5,3
FITEM,5,12
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,15, , , ,1
!*
```

```
!*** Modellazione delle aree
```

```
FLST,2,2,4
FITEM,2,22
FITEM,2,19
AL,P51X
FLST,2,2,4
FITEM,2,19
FITEM,2,24
AL,P51X
FLST,2,6,4
FITEM,2,13
FITEM,2,14
FITEM,2,16
FITEM,2,21
FITEM,2,22
FITEM,2,20
AL,P51X
FLST,2,6,4
FITEM,2,20
FITEM,2,24
FITEM,2,21
FITEM,2,17
FITEM,2,18
FITEM,2,15
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,6
FITEM,2,4
FITEM,2,7
FITEM,2,13
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,18
FITEM,2,9
FITEM,2,5
FITEM,2,8
AL,P51X
FLST,2,7,4
FITEM,2,10
FITEM,2,7
```

```
FITEM,2,14
FITEM,2,15
FITEM,2,8
FITEM,2,11
FITEM,2,12
AL,P51X
FLST,2,7,4
FITEM,2,6
FITEM,2,16
FITEM,2,17
FITEM,2,9
FITEM,2,2
FITEM,2,3
FITEM,2,1
AL,P51X
```

```
!***** MESH *****
```

```
!*** Modellazione della mesh del modello ***
```

```
!*** Sferoide
```

```
TYPE, 1
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
!*
MSHKEY,0
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,AREA
ASEL, , , P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
```

```
!*** Area di propagazione della cricca ed area esterna
```

```
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
!*
MSHKEY,0
```

```

FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,22
FITEM,5,24
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
!*
!*
LREF,_Y1, , ,1,1,1,1
CMDELE,_Y1
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,5
FITEM,5,-6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
MSHKEY,1
AMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
MSHKEY,0
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,7
FITEM,5,-8
CM,_Y,AREA

```

```

ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

c. Definizione della cricca iniziale

```

!***** XFEM *****
!*** Definizione zona propagazione
ESEL, S, CENT, y, ..., ... !inserire nello spazio i limiti lungo y della zona
ESEL, R, CENT, x, ..., ... !inserire nello spazio i limiti lungo x della zona
CM, testcmp, elem
allsel

!*** Arricchimento gradi di libertà ed impostazione Singularity – based Method
XFENRICH, ENRICH1, testcmp, , SING, 1.5, 0.001
allsel

!*** Modellazione cricca iniziale
*SET, yc, ... !inserire nello spazio la coordinata y dell'apice della cricca
*SET, xc, ... !inserire nello spazio la coordinata x dell'apice della cricca
ESEL, s, cent, x, 0, xc
ESEL, r, cent, y, -1e-3, 1e-3
cm, cnelem, elem
*SET, nelem, 1000
*SET, iel, 0
*SET, Phi, 0.0
*SET, Psi, 0.0
*do, i, 1, nelem, 1
    *SET, iel, elnext(iel)
    *if, iel, ne, 0, then
        *do, j, 1, 4, 1
            *SET, nd, nelem(iel,j)
            *SET, Phi, ny(nd) - yc
            *SET, Psi, nx(nd) - xc
            XFDATA, ENRICH1, LSM, iel, nd, Phi, Psi
        *enddo
    *endif
*enddo
XFLIST

!*** Impostazione elemento apice cricca
ESEL, s, elem, , ... !inserire numero elemento in cui è presente l'apice della cricca

```

CM, crktipelem, elem
allsel, all

d. Condizioni di vincolo e di carico

```
!***** CONDIZIONI VINCOLO E CARICO *****  
!*** Condizioni di carico  
FLST,2,2,4,ORDE,2  
FITEM,2,4  
FITEM,2,-5  
/GO  
!*  
SFL,P51X,PRES, ... !inserire il valore di pressione da applicare  
  
!*** Condizioni di vincolo  
FLST,2,2,1,ORDE,2  
FITEM,2, ... !ID primo nodo da vincolare  
FITEM,2, ... !ID secondo nodo da vincolare  
!*  
/GO  
D,P51X, ,0, , , ,ALL, , , , ,
```

e. Soluzione

```
!***** SOLUZIONE *****  
/SOL  
antype, 0  
time, ... !inserire tempo totale di simulazione  
deltim, 0.1, 0.1, 0.1  
outres, all, all  
  
CINT, new, 1  
CINT, type, SIFS  
CINT, cxfe, crktipelem  
CINT, ncon, 8  
CINT, norm, 0, 2  
  
!*** Impostazioni FCG ***  
CGROW, new, 1  
CGROW, cid, 1  
CGROW, method, xfem  
CGROW, fcoption, mtab, 2  
CGROW, FCG, METH, LC !Metodo Life - Cycle  
CGROW, FCG, DAMX, 0.1 !Massimo incremento di lunghezza di cricca  
CGROW, FCG, SRAT, ... !Inserire il rapporto di ciclo della sollecitazione  
kbc, 1  
solve  
FINISH
```

f. Post – processor per la curva di Paris

```
!***** POST PROCESSOR *****
```

```
/POST1
```

```
!*** Salvataggio dei data sets dell'analisi
```

```
*GET, ndatasets, active, 0, set, nset
```

```
!*** Definizione matrici per il salvataggio di  $\Delta N$ ,  $\Delta a$ ,  $\Delta K$ 
```

```
*DIM, DN, table, ndatasets, 1
```

```
*DIM, DA, table, ndatasets, 1
```

```
*DIM, DK, table, ndatasets, 1
```

```
!*** Salvataggio data sets nelle matrici
```

```
*DO, i, 1, ndatasets
```

```
!Salvataggio ID number nodo apice cricca
```

```
*GET, NODE_CRKTP, CINT, 1, NODE, 1
```

```
*SET, , , , , , i ! lettura i-esimo data set
```

```
*GET, pval, CINT, 1, CTIP, NODE_CRKTP, CONTOUR, 1, DTYPE, totn
```

```
*VFILL, DN(i, 1), DATA, pval
```

```
*GET, pval, CINT, 1, CTIP, NODE_CRKTP, CONTOUR, 1, DTYPE, tota
```

```
*VFILL, DA(i, 1), DATA, pval
```

```
*GET, pval, CINT, 1, CTIP, NODE_CRKTP, CONTOUR, 1, DTYPE, dltk
```

```
*VFILL, DK(i, 1), DATA, pval
```

```
*enddo
```

```
FINISH
```


Bibliografia

- [1] N. E. Dowling, *Mechanical Behaviour of Materials*, Pearson, 2013.

- [2] M. Zappalorto, *Appunti del Corso di Meccanica dei Materiali*, A.A. 2018/2019.

- [3] International ASTM, «*Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates*» n. Designation: E647 – 15, p. 12, 2017.

- [4] R. I. Stephens, A. Fatemi, R. R. Stephens, H. O. Fuchs, *Metal Fatigue in Engineering*, Wiley Interscience, 2001.

- [5] ASM International, *Fatigue and Fracture*, ASM International, 1996.

- [6] K. Kumar Chawla, Marc André Meyers, *Mechanical Behaviour of Materials*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2009.

- [7] K. S. Chan, «*Roles of microstructure in fatigue crack initiation*», *International Journal of Fatigue*, n. 32, pp. 1428 - 1447, 2010.

- [8] J. Schijve, *Fatigue of Structures and Materials*, Springer, 2009.

- [9] L. Allegrucci, M. Amura, M. Bernabei, «Chapter 5» in *Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Aerospace and Automotive Industries*, Elsevier, 2016, pp. 87 - 116.

- [10] D. Marchand, «*Nanoscience Instruments*» [Online]. Available: <https://www.nanoscience.com/applications/materials-science/fractography/>. [Consultato il giorno 01/08/2020].
- [11] S. Kumar, William A. Curtin, «*Crack interaction with microstructure*» *Materials Today*, vol. 10, n. 9, pp. 34 - 44, 2007.
- [12] P. Cavaliere, «*Problematiche di fatica e frattura in metalli con grano ultrafine e nanometrico*» in *Workshop IGF*, Forni di Sopra, 7 - 9 gennaio 2010.
- [13] F. Bonollo, *Dispense del corso di "Prodotti Metallurgici Innovativi e Multifunzionali"*, A.A. 2018/2019, Università degli Studi di Padova - DTG .
- [14] H. Lia, J. Lib, H. Yuanc, «*A review of the extended finite element method on macrocrack and microcrack growth simulations*» *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, n. 97, pp. 236 - 249, 2019.
- [15] P. A. Carraro, *Dispensa di teoria del corso di Metodi di Progettazione Meccanica*, A.A. 2017/2018, Università degli Studi di Padova – DTG.
- [16] ANSYS Mechanical, *Fracture Analysis Guide*, 2018.
- [17] J. H. Melson, Master Thesis: *Fatigue Crack Growth Analysis with Finite Element Methods and a Monte Carlo Simulation*, Master of Science In Mechanical Engineering (Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University), May 2, 2014.

- [18] S. Sajith, S.S. Shukla, K.S.R.K. Murthy, P.S. Robi, «*Mixed mode fatigue crack growth studies in AISI 316 stainless steel*» *European Journal of Mechanics / A Solids*, vol. 80, 2020.
- [19] S. Sajith, K.S.R.K. Murthy, P.S. Robi, «*Experimental and numerical investigation of mixed mode fatigue crack growth models in aluminum 6061-T6*» *International Journal of Fatigue*, vol. 130, 2020.
- [20] H Mohebbi, D. A. Jesson, M. J. Mulheron, P. A. Smith, «*The Fracture and Fatigue Properties of Cast Irons*» Faculty of Engineering and Physical Sciences - University of Surrey, Guildford, Surrey GU2 7XH UK.
- [21] S. Chidambaram, A. Kamaraj, «*Failure investigation of an industrial crankshaft made of ductile iron*» *ADVANCES in NATURAL and APPLIED SCIENCES*, n. 8, pp. 25 - 30, 2017.
- [22] L. Bubenko, R. Konečná, G. Nicoletto, «*Observation of Fatigue Crack Paths in Nodular Cast Iron and ADI Microstructures*» *Materials Engineering*, vol. 16, n. 3, pp. 13-18, 2009.
- [23] Abdunaser M. Alshoaibi, Yahya Ali Fageehi, «*Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth Path and Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth Path*» *MDPI Materials*, n. 13, 2020.
- [24] M. Cavallini, O. Di Bartolomeo, F. Iacoviello «*Fatigue Crack Propagation Damaging Micromechanisms in Ductile Cast Irons*» *Engineering Fracture Mechanics*, n. 75, pp. 694 - 704, 2008.

[25] I.V. Singh, B.K. Mishra, S. Bhattacharya, R.U. Patil, «*The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method*» *International Journal of Fatigue*, n. 36, pp. 109-119, 2012.