



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

**Ottimizzazione di TRACE, un array di rivelatori  
segmentati di silicio, per lo studio di  
reazioni di trasferimento a LNL**

Relatore

Dr. Alain Goasduff

Correlatore

Dr. Marco Siciliano

Laureando

Anna Braghetto

Anno Accademico 2017/2018



# Indice

<b>Abstract</b>	<b>3</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>5</b>
1.1 Modello a cluster . . . . .	5
1.2 Reazione di trasferimento di cluster . . . . .	6
1.3 ProtoTRACE . . . . .	8
<b>2 Calcoli con FRESCO</b>	<b>9</b>
2.1 Potenziale di interazione . . . . .	9
2.2 Urto elastico . . . . .	10
2.3 Urto inelastico . . . . .	12
2.4 Reazione di trasferimento . . . . .	13
<b>3 Integrazione numerica</b>	<b>17</b>
3.1 Configurazione ad anello . . . . .	17
3.2 Configurazione a scatola . . . . .	18
3.2.1 Integrazione dei risultati di FRESCO . . . . .	22
3.3 Risultati . . . . .	25
<b>4 Rappresentazione con GEANT4</b>	<b>27</b>
4.1 Limiti . . . . .	27
4.2 Simulazioni . . . . .	28
<b>5 Conclusioni</b>	<b>31</b>
<b>A Integrazione numerica</b>	<b>33</b>
A.1 Configurazione ad anello . . . . .	33
A.2 Configurazione a scatola . . . . .	36
A.3 Integrazione dei risultati con FRESCO . . . . .	38
A.3.1 Codice . . . . .	38
A.3.2 Trasformazione tra sistemi di riferimento . . . . .	39
<b>Bibliografia</b>	<b>41</b>



# Abstract

Il disegno dell'array di rivelatori segmentati di silicio ProtoTRACE, il quale verrà accoppiato con lo spettrometro per raggi gamma GALILEO presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (INFN-LNL), è stato ottimizzato per lo studio di reazioni di trasferimento. In particolare si è determinata la configurazione ottimale per lo studio degli stati di cluster  $\alpha$  nel nucleo  $^{32}\text{S}$  tramite la reazione di trasferimento  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$ .

Con il programma FRESCO è stata determinata la distribuzione angolare della reazione in esame per 3 diversi stati del nucleo  $^{32}\text{S}$ : lo stato fondamentale  $0^+$ , il primo stato eccitato  $2^+$  con energia di eccitazione 2.23 MeV e il secondo stato eccitato  $0^+$  con energia di eccitazione 3.78 MeV. Le sezioni d'urto differenziali calcolate sono state successivamente integrate da un apposito programma scritto in C++, che determina il counting rate (numero di eventi rivelati al secondo) per ogni posizione ipotizzata per l'array.

In particolare, per l'array si è considerata una configurazione a scatola a base quadrata. Per ottenere risultati realistici si sono determinati con il programma GEANT4 i limiti imposti dalla struttura della camera di reazione e dalle componenti elettroniche tramite una rappresentazione tridimensionale dell'array di rivelatori all'interno della camera. Con delle simulazioni si è inoltre verificato che l'elettronica non introducesse un effetto ombra, perdendo così informazione.

I limiti trovati variando i parametri dei rivelatori (distanza dal bersaglio lungo l'asse del fascio, distanza dal fascio e inclinazione) sono stati poi introdotti nel programma in C++. Ciò ha permesso di studiare solo le configurazioni realmente compatibili con la strumentazione sperimentale. Si è dunque calcolato il counting rate per le varie combinazioni di parametri che caratterizzano il rivelatore, determinando i valori massimi è stato possibile determinare la configurazione ottimale per il canale di interesse.

Si osserva che per ogni stato la distanza dall'asse del fascio è la minima possibile in accordo con la struttura sperimentale e vale 6.8 cm. Per lo stato fondamentale e il secondo stato eccitato, entrambi con momento angolare  $J^\pi=0^+$ , le configurazioni ottimali coincidono e si trovano a una distanza dal bersaglio lungo l'asse del fascio di 6.7 cm e un'inclinazione di  $8^\circ$ . Per il primo stato eccitato  $2^+$  la configurazione ottimale si ottiene invece a inclinazione nulla e a una distanza lungo l'asse del fascio di 0.9 cm.

Grazie ai risultati ottenuti nel processo di ottimizzazione discusso in questa tesi, si è sviluppato un sistema di supporto per i rivelatori di ProtoTRACE, i quali verranno impiegati nella prossima campagna sperimentale di GALILEO.



# Capitolo 1

## Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro è l'ottimizzazione dell'array di rivelatori ProtoTRACE al fine di studiare il fenomeno della struttura a cluster tramite reazione di trasferimento. Tale array verrà poi posto all'interno della camera di reazione di GALILEO [1, 2] ai Laboratori Nazionali di Legnaro.

La posizione del rivelatore all'interno della camera di reazione è scelta in modo tale da massimizzare il numero di eventi rivelati al secondo (counting rate). Per fare ciò, il lavoro è stato sviluppato in 3 parti.

1. Utilizzando il programma per reazioni nucleari FRESCO [3], vengono stimate le sezioni d'urto per la reazione di trasferimento  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$  al fine di studiare gli stati di cluster  $\alpha$  nel  $^{32}\text{S}$ .
2. Tramite un apposito programma scritto in C++, sono calcolate la geometria dell'array, la copertura angolare prevista e la risoluzione angolare per diverse posizioni del rivelatore all'interno della camera. Successivamente, la posizione del rivelatore viene ottimizzata utilizzando le sezioni d'urto differenziali calcolate precedentemente con FRESCO.
3. Grazie a una rappresentazione tridimensionale dell'array di rivelatori con GEANT4 [4] vengono determinati i limiti imposti dalla componente elettronica dei rivelatori e dalla struttura della camera di reazione di GALILEO. Tali limiti vengono dunque introdotti nell'apposito programma scritto in C++ rendendo possibile l'ottimizzazione per configurazioni realmente compatibili con la camera.

Verranno ora introdotti i concetti fondamentali della struttura a cluster e delle reazioni di trasferimento, successivamente verrà descritto il rivelatore ProtoTRACE.

### 1.1 Modello a cluster

La descrizione dell'interazione nucleare, responsabile della coesione dei nuclei, è data dalla Cromodinamica Quantistica che considera i quark e i gluoni come i mattoni fondamentali. La descrizione dei nuclei a questo livello non è però possibile neppure per nuclei di massa leggera. Dunque, per descrivere le proprietà spettroscopiche del nucleo, l'approccio generale consiste nel considerare i nucleoni, protoni e neutroni, come i blocchi costituenti.

I nucleoni all'interno dei nuclei possono avere velocità che raggiungono un'importante frazione della velocità della luce. Di conseguenza, in opposizione all'idea generale di intendere il nucleo come una goccia sferica e statica, i nuclei possono essere visti come una collezione altamente dinamica di nucleoni fortemente correlati. Essendo i nucleoni fermioni, devono sottostare al principio di esclusione di Pauli e per minimizzare l'energia totale del sistema essi tendono a formare coppie di nucleoni identici con spin antiparallelo (come si può osservare in Figura 2.4). Combinando in questo modo coppie di protoni e neutroni si può formare una particella  $\alpha$  [5].

La particella  $\alpha$  costituisce una sottostruttura con diversi vantaggi: prima di tutto il nucleo  $^4\text{He}$  ha una delle energie di legame per nucleone più alte nella regione dei nuclei leggeri; il primo

stato eccitato del nucleo  ${}^4\text{He}$  si trova a un'alta energia di eccitazione ( $\sim 20$  MeV). Per queste due proprietà la particella  $\alpha$  può propagarsi senza essere perturbata all'interno della "zuppa nucleare". Diversi approcci teorici sono stati sviluppati negli ultimi decenni per descrivere questo fenomeno. Il più schematico assume l'esistenza di cluster  $\alpha$  all'interno dei nuclei. Per esempio, la struttura di alcuni stati del  ${}^{12}\text{C}$  può essere descritta come un insieme di 3 particelle  $\alpha$ . Altri ioni leggeri possono essere usati come blocchi fondamentali come  ${}^2\text{H}$  (deutone) oppure  ${}^3\text{H}$  (trizio) [6]. Un esempio di nucleo con struttura a cluster è il  ${}^7\text{Li}$ , costituito da una particella  $\alpha$  e da un nucleo di trizio. Nella Figura 1.1 è mostrato come il forte legame tra nucleoni nella particella  $\alpha$  e nel trizio permette lo studio del nucleo di  ${}^7\text{Li}$  limitandosi al comportamento dei cluster che lo costituiscono.

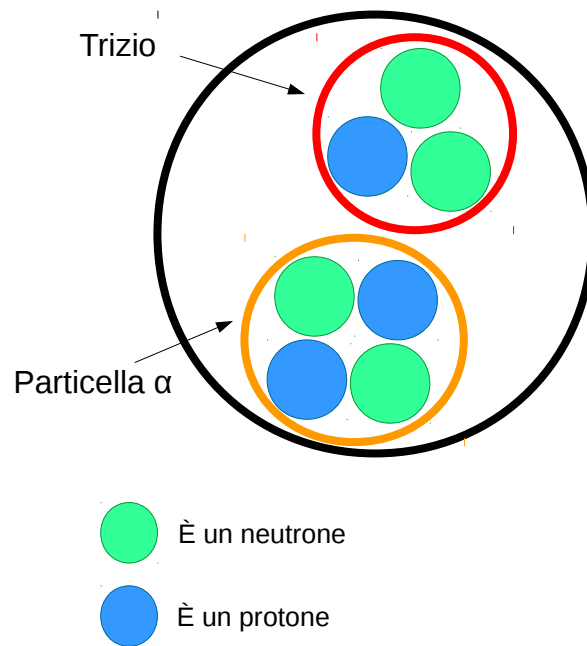


Figura 1.1: Rappresentazione schematica della struttura interna del nucleo  ${}^7\text{Li}$ ; costituito da una particella  $\alpha$ , a sua volta formata da una coppia di neutroni e una coppia di protoni, e da un nucleo di trizio, formato da una coppia di neutroni e un protone.

In Figura 1.2 si può invece osservare il diagramma di Ikeda dove è mostrata la struttura a cluster dei nuclei  ${}^8\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  e  ${}^{20}\text{Ne}$  in funzione dell'energia di eccitazione nucleare. Il diagramma di Ikeda mostra come il nucleo possa essere diviso in sottostrutture differenti in relazione all'energia di eccitazione. Per esempio, al crescere dell'energia di eccitazione, il nucleo  ${}^{16}\text{O}$  è inizialmente formato da singoli nucleoni, successivamente i nucleoni si legano in un nucleo di  ${}^{12}\text{C}$  e in una particella  $\alpha$ , infine il nucleo è costituito da 4 particelle  $\alpha$ .

## 1.2 Reazione di trasferimento di cluster

La reazione di trasferimento può avvenire tra nuclei che collidono. In questo tipo di reazione, uno o più nucleoni sono trasferiti da un nucleo a un altro. Queste reazioni si dividono in due tipi: il bersaglio riceve nucleoni dal proiettile (reazione di stripping) oppure il bersaglio cede nucleoni al proiettile (reazione di pick up) [6]. Quando uno dei due nuclei che si scontrano è debolmente legato e ha una struttura a cluster, la probabilità di trasferire all'altro una delle due sottostrutture aumenta considerevolmente.

Nel caso del  ${}^7\text{Li}$ , per esempio, il trasferimento di  ${}^3\text{H}$  o  ${}^4\text{He}$  è intensificato rispetto ad altri

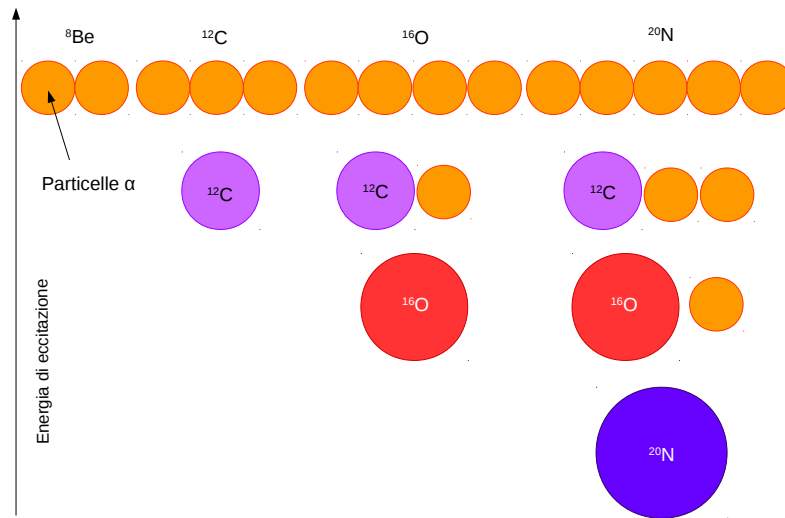


Figura 1.2: Rappresentazione del diagramma di Ikeda, adattato da [5]

proiettili. Il trasferimento può avvenire o a uno stato fondamentale oppure a uno eccitato, il quale si disecciterà emettendo raggi  $\gamma$  o evaporando particelle nel caso in cui l'energia di eccitazione sia troppo alta.

A seguito della reazione di trasferimento, nel canale in uscita i nuclei sono diversi da quelli in ingresso. Per esempio, come mostrato in Figura 1.2, se il  ${}^{12}\text{C}$  riceve una particella  $\alpha$  diventa un  ${}^{16}\text{O}$ .

In questo lavoro ci si è concentrati nella reazione di stripping  $\alpha$   ${}^{28}\text{Si}({}^7\text{Li}, {}^3\text{H}){}^{32}\text{S}$  al fine di identificare e studiare stati di  $\alpha$  cluster nel  ${}^{32}\text{S}$ . In questa reazione il proiettile  ${}^7\text{Li}$  colpisce il bersaglio  ${}^{28}\text{Si}$  e gli trasferisce il cluster  ${}^4\text{He}$ . A seguito della reazione si potranno dunque osservare i nuclei  ${}^3\text{H}$  e  ${}^{32}\text{S}$ . In questo lavoro vengono considerati tre stati per tale nucleo in uscita: lo stato fondamentale e i primi due eccitati.

Una rappresentazione schematica della reazione è esposta in Figura 1.3.

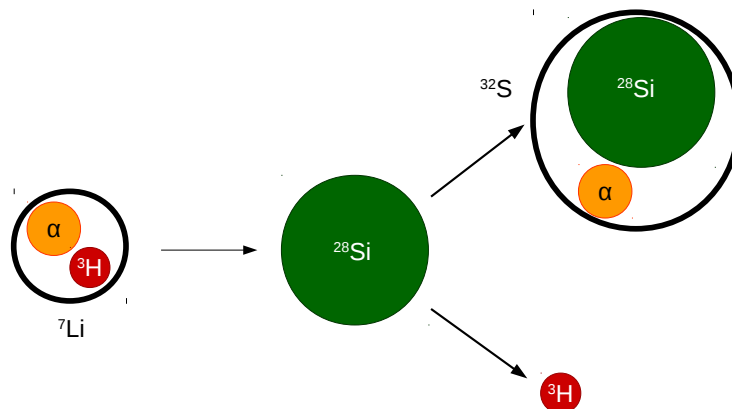


Figura 1.3: Rappresentazione schematica della reazione di stripping  $\alpha$   ${}^{28}\text{Si}({}^7\text{Li}, {}^3\text{H}){}^{32}\text{S}$ . Il  ${}^7\text{Li}$ , formato da una particella  $\alpha$  e un nucleo di trizio, colpisce il target di  ${}^{28}\text{Si}$  trasferendogli il nucleo di  ${}^4\text{He}$  e formando così un nucleo di  ${}^{32}\text{S}$ .

Analizzando i prodotti della reazione, in particolare l'energia e la distribuzione angolare del  ${}^3\text{H}$ ,

è possibile determinare l'energia di eccitazione e lo spin degli stati popolati nel  $^{32}\text{S}$ .

### 1.3 ProtoTRACE

ProtoTRACE è un progetto attualmente in fase di sviluppo ai Laboratori Nazionali di Legnaro. Il futuro array di rivelatori al silicio sarà costituito dai prototipi del rivelatore TRACE (TRacking Array for light Charged particles Ejectiles). Per la sua trasparenza ai raggi  $\gamma$ , la risoluzione in energia e il costo, il silicio è stato considerato il miglior materiale per TRACE [7], che verrà infatti accoppiato all'interno dell'array di rivelatori GPGe GALILEO [1, 2].

Ogni rivelatore ha un'area attiva di  $50 \times 20 \text{ mm}^2$ , divisi in 60 segmenti quadrati di  $4 \times 4 \text{ mm}^2$ , chiamati pad [8]. Ogni rivelatore è costituito da due strati, in modo tale da identificare le particelle leggere e cariche tramite il metodo tradizionale  $E-\Delta E$  oppure tramite un'analisi della forma del segnale (PSA) per la particella che si ferma nel primo rivelatore.

Il metodo  $E-\Delta E$  presenta dei limiti intrinseci dovuti allo spessore del rivelatore. Mentre il metodo dell'analisi di PSA è stato verificato in un esperimento con TRACE [9] mostrando che si tratta infatti di un buon metodo per lo studio degli ioni leggeri. Inoltre è stato verificato che il rivelatore lavora molto bene anche a basse energie.

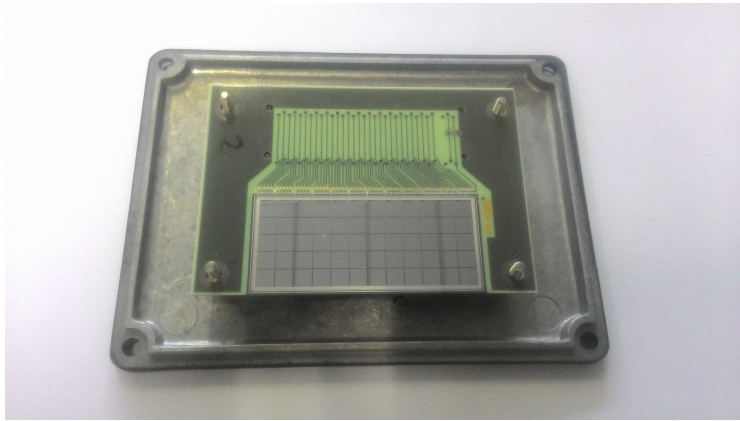


Figura 1.4: Rivelatore al silicio ProtoTRACE.

## Capitolo 2

# Calcoli con FRESCO

L'obiettivo di questa tesi è l'ottimizzazione del design di ProtoTRACE per studiare il fenomeno di clustering tramite reazioni di trasferimento. Considerando la geometria della camera di reazione di GALILEO ai Laboratori Nazionali di Legnaro, la posizione del rivelatore di silicio è scelta in modo tale da coprire la regione in cui la sezione d'urto è massima. Essendo la reazione di trasferimento di cluster un canale raro, il numero di risultati sperimentali è limitato; dunque, per questo lavoro le sezioni d'urto per tale reazione sono calcolate usando FRESCO [3]. Nonostante diverse combinazioni fascio-bersaglio siano state esaminate, in questo lavoro verrà discussa la reazione  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$ .

Essendo il codice per la reazione di trasferimento complicato, si decide di analizzare inizialmente reazioni più semplici. Viene infatti studiato l'urto elastico confrontando i risultati trovati con i valori sperimentali esposti nell'articolo [10]. Successivamente, si analizza l'urto inelastico, introducendo così i potenziali di deformazione nucleare per descrivere il passaggio dallo stato fondamentale a uno stato eccitato. Infine si studia la reazione di trasferimento per 3 diversi stati del nucleo  $^{32}\text{S}$ : lo stato fondamentale  $0^+$ , il primo stato eccitato  $2^+$  (con energia di eccitazione pari a 2.23 MeV) e il secondo stato eccitato  $0^+$  (con energia di eccitazione pari a 3.78 MeV). I risultati ottenuti, come per l'urto elastico, vengono confrontati con i valori sperimentali esposti nell'articolo [10].

In questo capitolo sono dunque descritti i potenziali e le parametrizzazioni considerate. Successivamente, viene presentato il paragone tra le sezioni d'urto differenziali calcolate e i risultati sperimentali per reazioni di urto elastico e inelastico e infine, reazioni di trasferimento. In particolare, per le varie reazioni studiate verranno discussi gli aggiustamenti dei potenziali di interazione.

### 2.1 Potenziale di interazione

Nelle reazioni nucleari, il potenziale di interazione può essere diviso in due componenti diverse: da un lato il potenziale repulsivo Coulombiano  $V_C(r)$  a lungo raggio e dall'altro il potenziale nucleare  $V_N(r)$  a corto raggio.

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r)$$

Il potenziale Coulombiano, che descrive l'interazione di un punto carico con una sfera uniformemente carica di raggio  $R_C$  [11], è

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_P Z_T e^2}{r} & r > R_C \\ \frac{Z_P Z_T e^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right) & r \leq R_C \end{cases} \quad (2.1)$$

dove  $Z$  è il numero atomico del proiettile (P) e del bersaglio (T),  $e$  è la carica elettrica e  $R_C = r_C A^{1/3}$  è il raggio nucleare con  $A$  la massa atomica del nucleo e  $r_C$  un parametro empirico

tra 1.0-2.0 fm. È possibile determinare l'altezza della barriera Coulombiana considerando il nucleo proiettile e bersaglio in una posizione di contatto, cioè  $r = r_C \left( A_P^{1/3} + A_T^{1/3} \right)$ . Per questa reazione vale  $V_C = 10.2$  MeV.

Il potenziale nucleare è descritto dal modello ottico che, in analogia all'ottica, prevede l'uso di un potenziale complesso di rifrazione. Il potenziale ottico ha quindi una parte reale e una immaginaria:

$$V_N(r) = V(r) + iW(r)$$

Per la componente reale  $V(r)$  e la componente immaginaria  $W(r)$  sono stati inizialmente considerati termini di superficie e di volume. Osservando che il contributo del potenziale di superficie è trascurabile, si è deciso per semplicità di utilizzare solo il potenziale di volume. Per i termini di volume si sceglie una forma di Wood-Saxon poichè altri potenziali (oscillatore armonico, gaussiano e così via) portano a risultati in cui le sezioni d'urto di assorbimento sono troppo piccole. Tuttavia, considerando una buca quadrata, è possibile riprodurre l'andamento costante del potenziale nucleare a corto raggio e ottenere l'effetto di saturazione delle forze nucleari; utilizzando un potenziale parabolico, invece, si riesce a riprodurre l'andamento a lunga distanza per la quale il potenziale nucleone-nucleone decresce esponenzialmente [12]. Una soluzione che concilia questi due andamenti è data dalla forma di Wood-Saxon, il cui potenziale è descritto come

$$\begin{cases} V(r) = -\frac{V_0}{1+e^{\frac{r-r_V}{a_V}}} \\ W(r) = -\frac{W_0}{1+e^{\frac{r-r_W}{a_W}}} \end{cases} \quad (2.2)$$

dove  $V_0$  e  $W_0$  sono le profondità della buca di potenziale,  $r_V$  e  $r_W$  sono i raggi a metà altezza della buca, mentre i parametri  $a_V$  e  $a_W$  sono le diffusività che determinano le pendenze delle curve. Il potenziale reale di volume descrive l'interazione del proiettile con i nucleoni del nucleo bersaglio, mentre il potenziale immaginario descrive la perdita di particelle del nucleo proiettile dovuta alla collisione con i nucleoni del nucleo bersaglio [11].

I parametri che compaiono nelle definizioni del potenziale Coulombiano, Eq. 2.1, e nucleare, Eq. 2.2, sono necessari per descrivere l'interazione nucleare ed effettuare quindi i corretti calcoli con FRESCO. Diverse parametrizzazioni (per esempio quella proposta da A. Winther [13]) sono state infatti utilizzate inizialmente, ma nessuna di queste ha portato ai risultati cercati a causa della massa leggera dei nuclei coinvolti e perchè il nucleo di litio è debolmente legato. Tali parametri sono stati allora raccolti nell'articolo [10], il quale descrive l'urto elastico e la reazione di trasferimento  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$ . I dati sperimentali esposti nell'articolo sono i risultati di reazioni svolte a energie di 48 MeV nel laboratorio, dunque, al fine di poterli confrontare con i valori ottenuti con FRESCO vengono anche questi ultimi determinati a tale energia.

I parametri che descrivono l'interazione tra i due nuclei in ingresso,  $^7\text{Li}$  e  $^{28}\text{Si}$ , sono raccolti nella seguente tabella.

Tabella 2.1: Parametri del potenziale esposti nell'articolo [10]

$V_0$ (MeV)	$r_V$ (fm)	$a_V$ (fm)	$W_0$ (MeV)	$r_W$ (fm)	$a_W$ (fm)	$r_C$ (fm)
180.72	1.21	0.832	12.4	2.1	0.756	1.2

## 2.2 Urto elastico

Nell'urto elastico il proiettile colpisce il bersaglio e i due modificano solamente la loro traiettoria, quindi non avvengono né scambi di particelle, né eccitazioni interne nel nucleo proiettile e nel nucleo bersaglio.

FRESCO svolge i calcoli nel sistema di riferimento del centro di massa. Nella figura sottostante sono poste le definizioni del sistema di riferimento del centro di massa e del laboratorio.

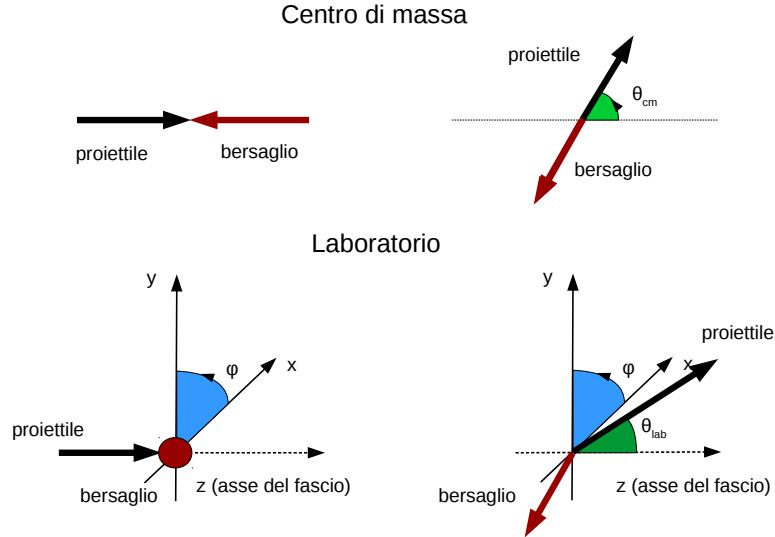


Figura 2.1: Sistemi di riferimento del centro di massa e del laboratorio prima e dopo un urto.

I calcoli, come detto precedentemente, vengono svolti ad energia nel laboratorio di 48 MeV. Successivamente viene esposto il confronto tra i risultati acquisiti con FRESCO e i dati sperimentali.

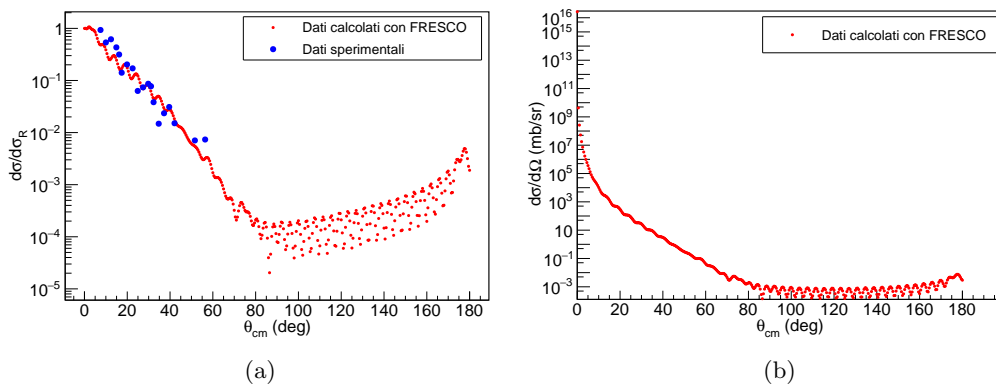


Figura 2.2: Sezione d'urto differenziale in funzione dell'angolo di diffusione ( $\theta_{cm}$ ) nel sistema del centro di massa per l'urto elastico tra un fascio di  ${}^7\text{Li}$  e un bersaglio di  ${}^{28}\text{Si}$  all'energia nel laboratorio di 48 MeV. A sinistra il confronto tra i valori, sperimentali e calcolati con FRESCO, delle sezioni d'urto differenziali normalizzate alla sezione d'urto di Rutherford. A destra le sezioni d'urto differenziali in funzione dell'angolo di emissione  $\theta$  determinate con FRESCO nel centro di massa.

In figura si riesce a osservare come i valori ottenuti con FRESCO riproducano molto bene i dati sperimentali. Il buon accordo tra l'esperienza e il calcolo permette di confermare il buon funzionamento del metodo.

## 2.3 Urto inelastico

Una volta verificato il metodo e la scelta del potenziale ottico, si è introdotta un'eccitazione interna del nucleo bersaglio. Per questa ragione si è studiato l'urto inelastico tra  $^{28}\text{Si}$  e  $^7\text{Li}$ , includendo per il bersaglio il passaggio dallo stato fondamentale a uno stato eccitato.

Il passaggio dallo stato fondamentale a uno stato eccitato è dovuto a un'eccitazione interna dei nucleoni del bersaglio. Includere tali effetti microscopici negli studi di reazioni è piuttosto complicato ed è tuttora argomento di studio in diversi gruppi. Un modo per introdurre gli effetti di questi processi microscopici si ottiene considerando correlazioni quadrupolari e ottupolari. Per fare ciò, nel modello utilizzato da FRESCO viene introdotta una deformazione sia del potenziale Coulombiano che del potenziale nucleare.

La deformazione del potenziale Coulombiano viene descritta da FRESCO tramite l'elemento  $k$ -esimo  $Mn(E_k)$  della matrice intrinseca ridotta [3]. Tali elementi si calcolano tramite la definizione di K. Alder e A. Winther [14] per gli elementi  $\langle I'|E_k|I\rangle$  della matrice ridotta.

Per una sfera uniformemente carica di raggio  $R$  (alla quale si approssima il nucleo) vale

$$Mn(E_k) = \frac{3Z\beta_k R^k}{4\pi}$$

dove  $Z$  è il numero atomico del nucleo eccitato,  $R$  il raggio e  $\beta_k$  è il parametro di deformazione relativo alla transizione  $0 \rightarrow k$  il cui valore è estratto da risultati sperimentali. Il parametro  $k$  descrive la transizione elettromagnetica;  $k=1$  rappresenta quindi una transizione di dipolo,  $k=2$  una transizione di quadrupolo e così a seguire.

La deformazione nucleare è invece descritta dalla lunghezza di deformazione

$$Def(k) = R\beta_k$$

Per la reazione di urto inelastico, si è considerata l'eccitazione del  $^{28}\text{Si}$  al primo stato  $2^+$  e  $4^+$ , i quali si diseccitano via transizioni di carattere E2, e quindi si è introdotta una deformazione di quadrupolo.

Tabella 2.2: Valori utilizzati per il calcolo delle deformazioni e risultati ottenuti

<b>R (fm)</b>	<b><math>\beta_2</math></b>	<b>Deformazione Coulombiana (e fm)</b>	<b>Deformazione nucleare (fm)</b>
3.6439	0.4073	18.0754	1.4842

Come per l'urto elastico, il potenziale di interazione tra il nucleo proiettile e bersaglio è descritto dai parametri raccolti in Tabella 2.1.

Introdotti tutti i potenziali è ora possibile calcolare le sezioni d'urto differenziali poste in Figura 2.3.

Si sono considerati tre possibili stati per il nucleo  $^{28}\text{Si}$ : il fondamentale  $0^+$  (tale reazione coincide con l'urto elastico), il primo eccitato  $2^+$  e il secondo eccitato  $4^+$ .

È ora possibile passare allo studio della reazione di trasferimento.

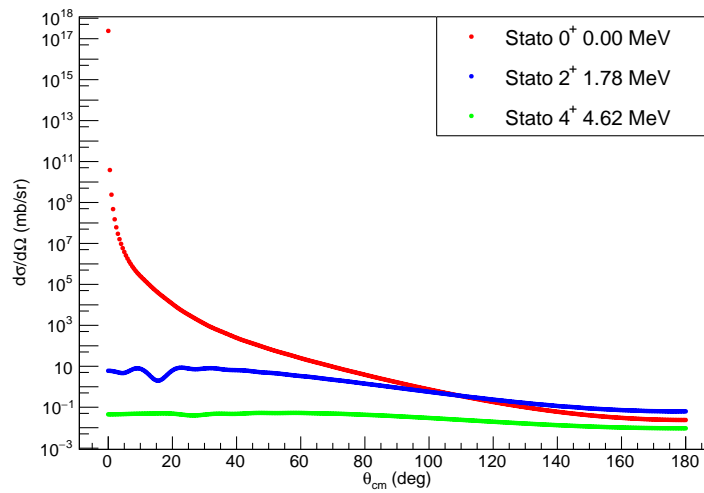


Figura 2.3: Sezioni d'urto differenziali in funzione dell'angolo di emissione  $\theta$  nel centro di massa per l'urto inelastico tra un fascio di  ${}^7\text{Li}$  e un bersaglio di  ${}^{28}\text{Si}$ . Nel calcolo è considerato lo stato fondamentale  $0^+$  del bersaglio (rosso) e l'eccitazione agli stati  $2^+$  (blu) e  $4^+$  (verde).

## 2.4 Reazione di trasferimento

Come introdotto nel capitolo precedente, nelle reazioni di trasferimento vi è un passaggio sia di nucleoni che di momento angolare dal nucleo proiettile al bersaglio e viceversa. In questa tesi viene studiato il trasferimento di cluster e, nello specifico della reazione considerata, il trasferimento di particelle  $\alpha$  tra il  ${}^7\text{Li}$  e il  ${}^{28}\text{Si}$ .

I prodotti della reazione sono nuclei di  ${}^3\text{H}$  e  ${}^{32}\text{S}$ ; le particelle  $\alpha$  del nucleo  ${}^7\text{Li} = {}^3\text{H} + {}^4\text{He}$  vengono trasferite al  ${}^{28}\text{Si}$  che diventa un nucleo  ${}^{32}\text{S} = {}^{28}\text{Si} + {}^4\text{He}$ .

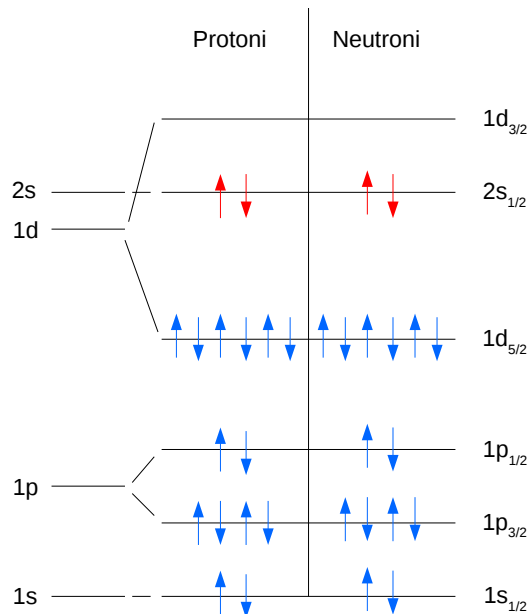


Figura 2.4: Rappresentazione dello schema dei livelli per il nucleo  ${}^{32}\text{S}$ . In rosso la particella  $\alpha$  e in blu il nucleo  ${}^{28}\text{Si}$ .

In Figura 2.4 si può osservare lo schema dei livelli dello stato fondamentale del  ${}^{32}\text{S}$ , il quale è

formato dai nucleoni costituenti la particella  $\alpha$  trasferita (in rosso) e dal nucleo ricevente  $^{28}\text{Si}$  (in blu).

Per descrivere la reazione è necessario introdurre nuovi potenziali che descrivano l'interazione tra i nuclei finali e gli stati legati in ingresso ed uscita.

Il potenziale di interazione tra i nuclei iniziali non cambia; i parametri sono riportati in Tabella 2.1, mentre i parametri del potenziale di interazione tra i due nuclei finali  $^3\text{H}$  e  $^{32}\text{S}$ , anche questi raccolti dall'articolo [10], sono posti in Tabella 2.3.

Tabella 2.3: Parametri del potenziale di interazione tra  $^3\text{H}$  e  $^{32}\text{S}$ .

$V_0$ (MeV)	$r_V$ (fm)	$a_V$ (fm)	$W_0$ (MeV)	$r_W$ (fm)	$a_W$ (fm)	$r_C$
145.0	1.14	0.73	19.8	1.59	0.8	1.11

Il potenziale dello stato legato in ingresso descrive il legame del nucleo  $^7\text{Li} = ^3\text{H} + ^4\text{He}$ , mentre, il potenziale dello stato legato in uscita descrive la struttura interna del nucleo  $^{32}\text{S} = ^{28}\text{Si} + ^4\text{He}$ . Per tali potenziali sono stati scelti i parametri che generano distribuzioni angolari in buon accordo con i dati sperimentali. Nelle tabelle successive sono raccolti i parametri del potenziale dello stato di legame in ingresso e in uscita per i diversi stati considerati.

Tabella 2.4: Parametri del potenziale di legame in ingresso e in uscita per lo stato fondamentale  $0^+$ .

	$V_0$ (MeV)	$r_V$ (fm)	$a_V$ (fm)	$r_C$ (fm)
Potenziale in ingresso	39.836	1.3	0.9	1.2
Potenziale in uscita	31.596	1.61	0.95	1.3

Tabella 2.5: Parametri del potenziale di legame in ingresso e in uscita per il primo stato eccitato  $2^+$ .

	$V_0$ (MeV)	$r_V$ (fm)	$a_V$ (fm)	$r_C$ (fm)
Potenziale in ingresso	38.327	1.4	0.72	1.2
Potenziale in uscita	49.317	1.3	0.7	1.2

Tabella 2.6: Parametri del potenziale di legame in ingresso e in uscita per il secondo stato eccitato  $0^+$ .

	$V_0$ (MeV)	$r_V$ (fm)	$a_V$ (fm)	$r_C$ (fm)
Potenziale in ingresso	45.921	1.2	0.78	1.2
Potenziale in uscita	27.171	1.6	0.87	1.2

Come detto in precedenza, non avviene solo scambio di particelle, ma anche di momento angolare, dunque l'inclusione di nuovi potenziali non è sufficiente per studiare la reazione di trasferimento; è, quindi, anche necessario descrivere la particella  $\alpha$  tramite il suo momento angolare.

Nel caso specifico della Figura 2.4 subito si osserva che il momento trasferito dalla particella  $\alpha$  al nucleo  $^{28}\text{Si}$  è  $J=0$  ( $L=0$ ,  $S=0$ ,  $N=2$ ). Al variare dello stato del nucleo  $^{32}\text{S}$  varia dunque anche il momento angolare trasferito. Per lo stato eccitato  $2^+$  il momento della particella  $\alpha$  relativamente al nucleo  $^{32}\text{S}$  è  $J=2$  ( $L=0$ ,  $S=2$ ,  $N=2$ ), mentre per il secondo stato eccitato  $0^+$  è  $J=0$  ( $L=0$ ,  $S=0$ ,  $N=2$ ). Nel nucleo iniziale,  $^7\text{Li}$ , la particella  $\alpha$  è descritta dai numeri quantici  $L=1$   $S=0$   $J=0$   $N=1$ .

I risultati ottenuti sono ora mostrati per i tre stati considerati.

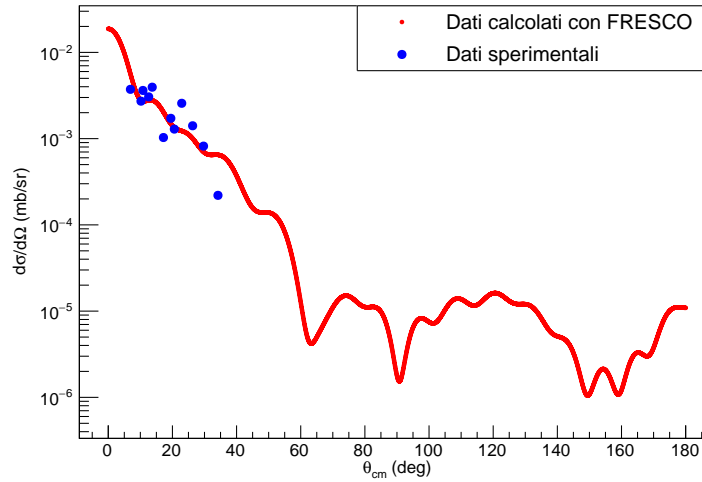


Figura 2.5: Confronto tra i dati sperimentali e ottenuti con FRESCO delle sezioni d'urto differenziali in funzione dell'angolo di emissione  $\theta$  per lo stato  $0^+$  0.00 MeV nel centro di massa.

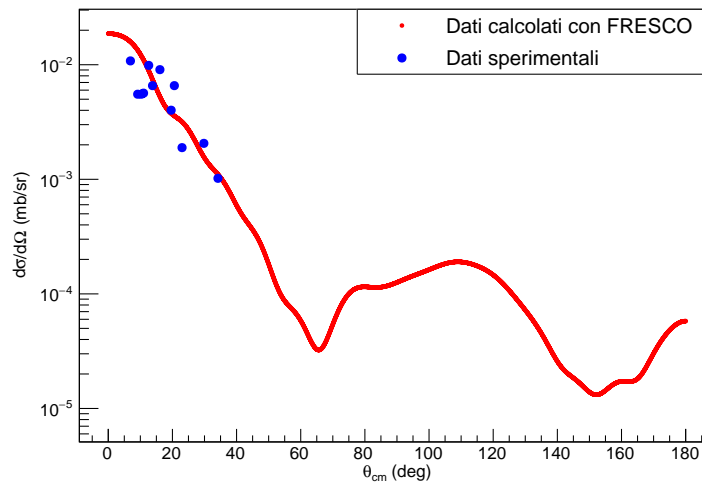


Figura 2.6: Confronto tra i dati sperimentali e ottenuti con FRESCO delle sezioni d'urto differenziali in funzione dell'angolo di emissione  $\theta$  per lo stato  $2^+$  2.23 MeV nel centro di massa.

Nelle Figure 2.5, 2.6 e 2.7 si può osservare come i dati sperimentali siano in buon accordo con i valori ottenuti con FRESCO per i 3 stati del  $^{32}\text{S}$  per angoli minori ai  $40^\circ$ . Per angoli maggiori infatti non si può effettuare un confronto non essendoci a disposizione dati sperimentali, ma dato il buon accordo per angoli più piccoli, si considera il modello funzionante. Si osserva inoltre che le distribuzioni angolari differiscono l'una dall'altra. In particolare per gli stati con momento angolare  $J^\pi=0^+$  si osserva una somiglianza nell'andamento. Questo fa presupporre che si ottengano, nel capitolo successivo, configurazioni ottimali simili per i due stati con  $J^\pi=0^+$  e diversa per lo stato con  $J^\pi=2^+$ . Tale differenza è dovuta ad un diverso momento angolare trasferito.

Si può ora procedere con l'integrazione delle sezioni d'urto differenziali ottenute con FRESCO in modo tale da determinare la miglior configurazione per l'array di rivelatori.

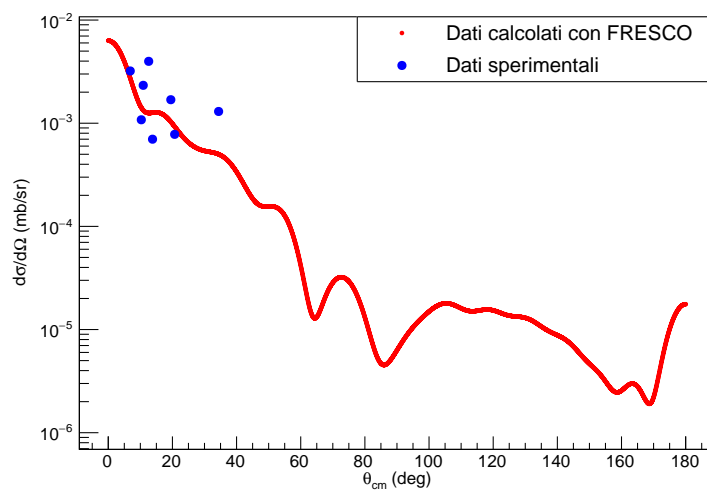


Figura 2.7: Confronto tra i dati sperimentali e ottenuti con FRESCO delle sezioni d'urto differenziali in funzione dell'angolo di emissione  $\theta$  per lo stato  $0^+$  3.78 MeV nel centro di massa.

## Capitolo 3

# Integrazione numerica

Grazie alle sezioni d'urto calcolate con FRESCO ed esposte nel capitolo precedente, è possibile ottimizzare il disegno per l'array di rivelatori di ProtoTRACE all'interno della camera di reazione di GALILEO. A questo fine è stato scritto un apposito programma in C++, il quale elabora i risultati ottenuti con FRESCO calcolando il counting rate (numero di eventi rivelati al secondo) atteso per diverse posizioni del rivelatore all'interno della camera. Dunque, la configurazione ottimale sarà quella per cui il valore della sezione d'urto integrata risulterà massimo per il canale di interesse, senza però perdere in risoluzione angolare.

Il programma è stato costruito per step. È stata inizialmente considerata una configurazione ad anello, per la quale i rivelatori vengono posizionati attorno al bersaglio mantenendo la superficie perpendicolare al raggio vettore che unisce il centro del bersaglio al centro del rivelatore stesso. Questa configurazione, pur essendo meccanicamente complicata, risulta la più semplice a livello computazionale. Una volta verificato il corretto funzionamento tramite l'analisi di una distribuzione uniforme, il codice è stato ampliato introducendo ulteriori gradi di libertà in modo da trovare l'effettiva configurazione ottimale. Tale configurazione, che verrà realmente utilizzata all'interno della camera, è detta a scatola e prevede il posizionamento dei rivelatori attorno all'asse del fascio. Anche in questo caso il codice è stato prima testato con una distribuzione uniforme per poi analizzare i risultati ottenuti con FRESCO.

### 3.1 Configurazione ad anello

La configurazione ad anello è la più semplice da ricostruire e analizzare a livello computazionale. Infatti, imponendo la perpendicolarità del rivelatore rispetto al raggio vettore, il numero di gradi di libertà è ridotto a 2: l'angolo  $\theta$  rispetto alla direzione del fascio e la distanza  $R$  dal bersaglio. In Figura 3.1 sono mostrati tali parametri.

Sfruttando la simmetria polare del sistema è possibile limitare lo studio a un solo rivelatore. L'intervallo angolare in  $\theta$  viene inoltre limitato tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$  poichè, secondo il progetto, negli angoli indietro è previsto il posizionamento di SPIDER [15, 16, 17], un altro array di rivelatori al silicio per lo studio di reazioni di eccitazione Coulombiana.

Il codice, descritto in dettaglio in Appendice A.1, viene ora testato tramite lo studio di una distribuzione uniforme in cui la sezione d'urto differenziale è  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1$  mb/sr. Per ogni rivelatore viene calcolata la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$ , la quale è definita come

$$\sigma_{int} = \int_{\Delta\Omega_{cov}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (3.1)$$

dove l'integrale è esteso a  $\Delta\Omega_{cov}$ , cioè l'angolo solido sotteso dal rivelatore. Per una distribuzione uniforme si osserva che la sezione d'urto integrata coincide con la copertura angolare:

$$\sigma_{int} = \Delta\Omega_{cov} = \int_{\Delta\Omega_{cov}} d\Omega = \int_{\theta_{inf}}^{\theta_{sup}} \int_{\phi_{inf}}^{\phi_{sup}} \sin\theta d\theta d\phi = (\cos\theta_{inf} - \cos\theta_{sup})\Delta\phi \quad (3.2)$$

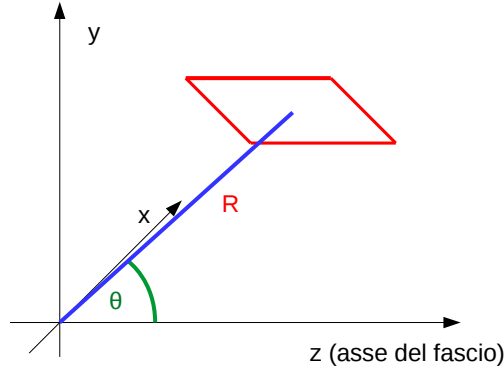


Figura 3.1: Parametri  $\theta$  e  $R$  che descrivono un singolo rivelatore nello spazio.

dove  $\theta_{inf}$  e  $\theta_{sup}$  sono gli angoli  $\theta$  calcolati per gli estremi in  $y$  del rivelatore, mentre  $\phi_{inf}$  e  $\phi_{sup}$  sono gli angoli  $\phi$  calcolati per gli estremi in  $x$  mostrati in Figura A.3. In Appendice A.1 è presente la definizione di tali angoli ed è inoltre mostrato come vengono determinati. In seguito,  $(\cos\theta_{inf} - \cos\theta_{sup})$  verrà sempre nominato  $\Delta \cos\theta$ .

Sono esposti in seguito i risultati ottenuti.

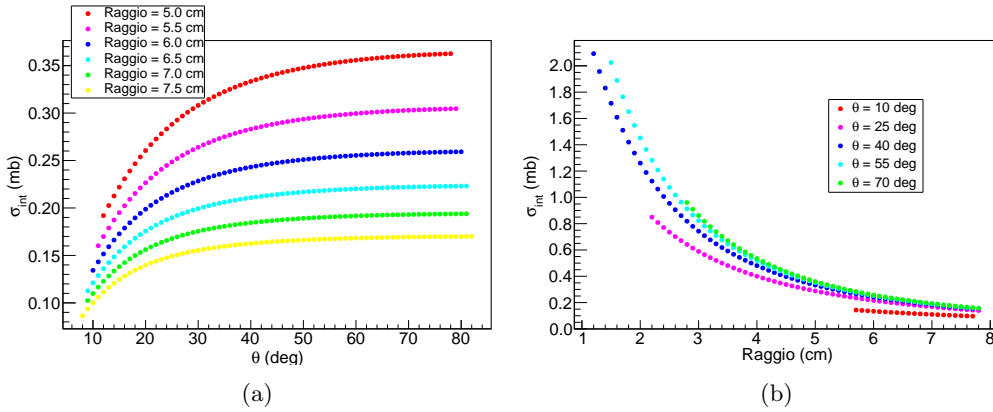


Figura 3.2: A sinistra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione dell'angolo  $\theta$  per raggi  $R$  differenti. A destra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione del raggio  $R$  per angoli  $\theta$  diversi.

Ci si aspetta che se il raggio dell'anello è minimo la copertura angolare sia massima;  $\Delta \cos\theta$  e  $\Delta\phi$  infatti aumentano al diminuire della distanza tra il rivelatore e il bersaglio. A raggio fissato e all'aumentare dell'angolo  $\theta$  si osserva invece che  $\Delta \cos\theta$  cresce più rapidamente di quanto  $\Delta\phi$  diminuisca; la copertura angolare  $\Delta\Omega_{cov}$  e dunque la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  aumentano.

Gli andamenti dei valori calcolati per la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  rispecchiano le previsioni, dunque l'analisi effettuata con la distribuzione uniforme ha verificato il corretto funzionamento del codice. Questo permette di passare alla configurazione che verrà poi realmente utilizzata all'interno della camera di reazione di GALILEO: la configurazione a scatola. Anch'essa verrà prima testata con una distribuzione uniforme.

## 3.2 Configurazione a scatola

La configurazione a scatola è la configurazione meccanicamente più semplice e per questa ragione sarà effettivamente utilizzata per i prossimi esperimenti.

In questa configurazione i rivelatori vengono posti in modo da formare una scatola attorno all'asse

del fascio.

In questo lavoro si considera una scatola a base quadrata, dunque 4 rivelatori vengono costruiti attorno al fascio. Successivamente tale array viene fatto slittare lungo l'asse z (vedi Fig. 3.3), e infine tale procedimento viene poi ripetuto aumentando la distanza dall'asse z, ottenendo così più configurazioni possibili.

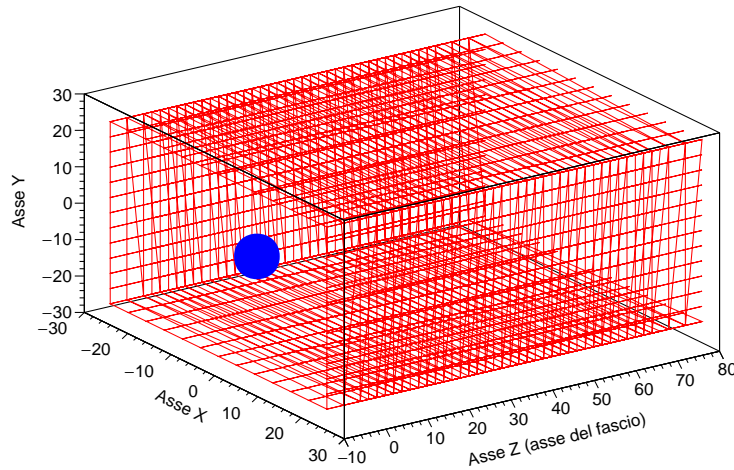


Figura 3.3: Rappresentazione schematica della configurazione a scatola per l'array di rivelatori al silicio. Essi sono stati costruiti a partire dalle coordinate dei pad in cui sono suddivisi, come per la configurazione ad anello.

Nei calcoli si è sfruttata la simmetria assiale del sistema per cui sono stati considerati solamente rivelatori paralleli al piano (xz). I risultati per la configurazione a scatola mostrata in Figura 3.3 sono stati poi ottenuti moltiplicando per 4 la sezione d'urto integrata della singola faccia. I parametri che descrivono il rivelatore sono rappresentati schematicamente in Figura 3.4.

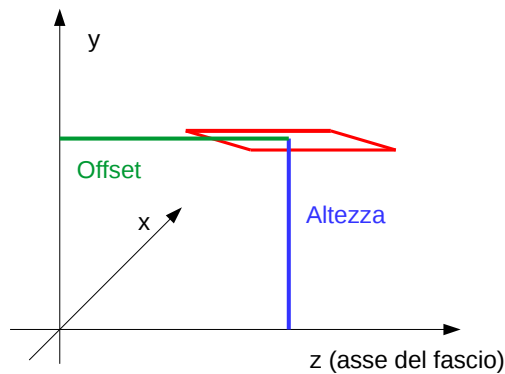


Figura 3.4: Parametri offset e altezza che descrivono un singolo rivelatore nello spazio.

Anche in questo caso il codice, descritto in Appendice A.2, viene testato con una sezione d'urto differenziale  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1 \text{ mb/sr}$ . Come per la configurazione ad anello, per questa distribuzione si calcola la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  per ogni rivelatore e se ne verifica il corretto andamento.

I valori sono stati calcolati per offset e altezze compresi tra i valori minimi e massimi assoluti

introdotti al capitolo successivo. Dunque per l'offset viene considerato l'intervallo  $[0.9;6.8]$ cm mentre per l'altezza  $[6.8;7.8]$ cm.

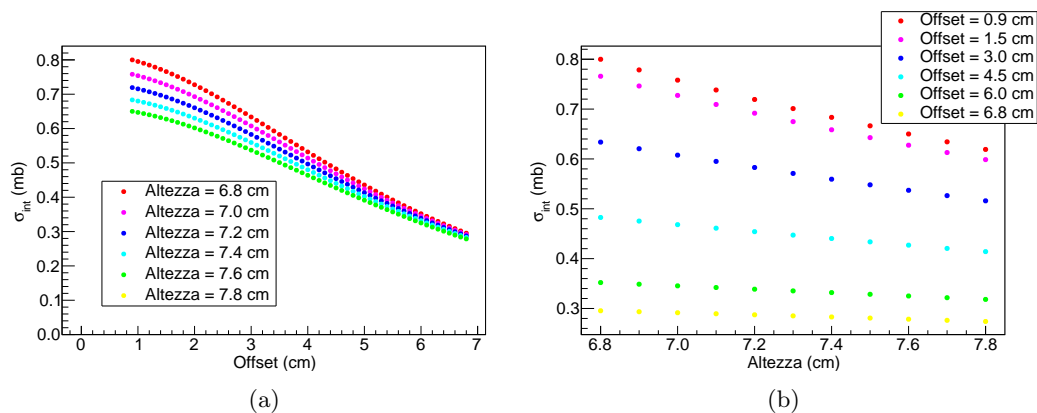


Figura 3.5: A sinistra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione dell'offset per altezze differenti. A destra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione dell'altezza per offset diversi.

Ci si aspetta che a offset fissato, all'aumentare dell'altezza sia  $\Delta \cos \theta$  che  $\Delta \phi$  diminuiscano; invece ad altezza fissata, all'aumentare dell'offset  $\Delta \cos \theta$  diminuisce, mentre  $\Delta \phi$  resta invariato. Tale andamento è ben mostrato in Figura 3.5, per offset e altezze differenti.

Verificato il funzionamento del codice è possibile aggiungere un ulteriore grado di libertà: l'inclinazione del rivelatore. L'aggiunta di tale parametro non introduce una rilevante difficoltà meccanica. La definizione di questo nuovo parametro viene mostrata in Figura 3.6.

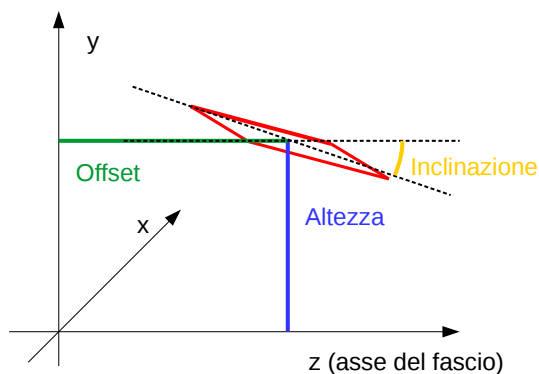


Figura 3.6: Parametri offset, altezza e inclinazione che descrivono un singolo rivelatore nello spazio.

Il codice viene nuovamente testato con una distribuzione uniforme a seguito dell'aggiunta dell'inclinazione.

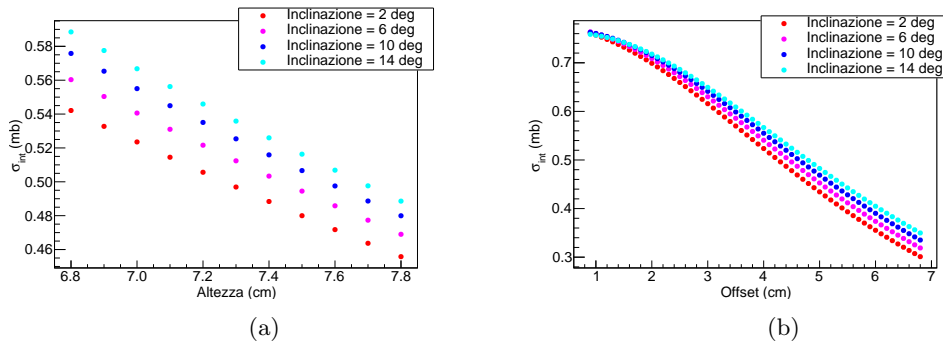


Figura 3.7: A sinistra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione dell'altezza per inclinazioni differenti ad offset=4.0cm fissato. A destra sezioni d'urto integrate  $\sigma_{int}$  in funzione dell'offset per inclinazioni diverse per altezza=7.0cm fissata.

Ci si aspetta che la sezione d'urto sia massima quando l'angolo pari a  $\frac{\pi}{2} - \text{inclinazione}$  coincida con l'angolo  $\theta$  tra il raggio vettore, perpendicolare al rivelatore, e l'asse del fascio, come in Figura 3.8.

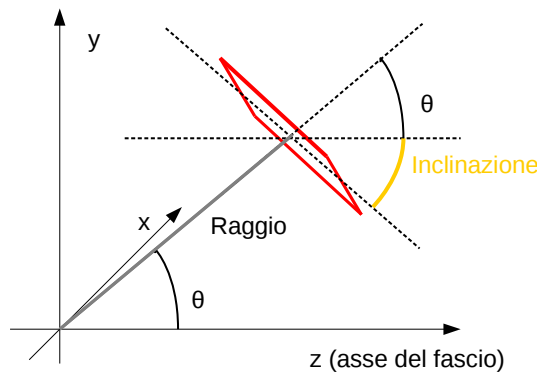


Figura 3.8: Rappresentazione schematica inclinazione ottimale e angolo  $\theta$ .

Ci si aspetta dunque che la sezione d'urto integrata aumenti all'aumentare dell'inclinazione, raggiungendo un massimo per l'inclinazione ottimale e diminuisca una volta superata. Tale andamento si osserva nel grafico in Figura 3.7b per piccoli offset. Si consideri per esempio un offset=1.2 cm, l'angolo  $\theta$  tra il raggio vettore perpendicolare al rivelatore e l'asse del fascio vale  $\simeq 80^\circ$  e l'inclinazione ottimale vale  $\simeq 10^\circ$ . Dunque per inclinazioni maggiori a quella ottimale, la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  diminuisce. Per il grafico in Figura 3.7a, tale andamento non si osserva, poiché per le configurazioni considerate il massimo non è raggiunto.

Viene inoltre determinata la risoluzione angolare, cioè l'angolo solido sotteso dal singolo pad. Ci si aspetta che la risoluzione sia diversa per i diversi pad a parità di offset, altezza e inclinazione. Per semplicità si decide di calcolare la risoluzione media come la copertura angolare dell'intero rivelatore diviso il numero di pad:

$$\text{Risoluzione angolare} = \frac{\Delta\Omega_{cov}}{60}$$

Per esempio, ad altezza fissata 6.8 cm e offset=1.0 cm la risoluzione angolare vale 0.013 sr mentre aumentando l'offset a 6.8 cm si trova una risoluzione di 0.005 sr.

Anche l'efficienza viene calcolata come la percentuale di angolo solido ricoperto rispetto a  $4\pi$ .

$$\text{Efficienza} = \frac{\Delta\Omega_{cov}}{4\pi}$$

Per le stesse posizioni considerate per il calcolo dell'efficienza geometrica si ottiene: 6.3% a offset=1.0 cm e 2.3% a offset=6.8 cm.

Il corretto funzionamento del codice è stato verificato, si può ora studiare il caso reale.

### 3.2.1 Integrazione dei risultati di FRESCO

Il codice è stato ampliato per poter leggere e utilizzare le sezioni d'urto differenziali calcolate con FRESCO. In tal modo sarà possibile determinare la migliore configurazione per studiare la reazione di trasferimento di cluster  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$  dipendentemente dallo stato di  $^{32}\text{S}$  che si vuole popolare. Vengono infatti considerati tre differenti stati per tale nucleo: il fondamentale  $0^+$ , il primo eccitato  $2^+$  (2.23 MeV) e infine il secondo eccitato  $0^+$  (3.78 MeV).

Come mostrato nel Capitolo 2, il programma FRESCO calcola le sezioni d'urto differenziali nel sistema di riferimento del centro di massa ma, essendo il codice costruito in modo tale da accettare dati determinati nel sistema del laboratorio, è necessario ricalcolare le sezioni d'urto differenziali in tale sistema di riferimento. In Appendice A.3 viene mostrata la trasformazione necessaria per ottenere i risultati nell'opportuno sistema di riferimento.

Per ogni distribuzione viene determinata la migliore configurazione tramite la ricerca dei massimi counting rate (CR) al variare di raggio, offset e inclinazione. Come detto in precedenza il counting rate è proporzionale alla sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  introdotta al capitolo precedente ed è definita come

$$CR = \frac{N_A}{A} \rho \Delta x_{\text{target}} I_{\text{fascio}} \sigma_{int} \quad (3.3)$$

dove  $N_A$  è il numero di Avogadro,  $I_{\text{fascio}}$  è l'intensità del fascio, mentre  $A$ ,  $\rho$  e  $\Delta x$  sono rispettivamente la massa atomica, la densità e lo spessore del bersaglio.

Per una distribuzione non uniforme la sezione d'urto integrata è più complicata da calcolare e si usa dunque l'approssimazione:

$$\sigma_{int} = \int_{\Delta\Omega_{cov}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \simeq Area \Delta\phi \quad (3.4)$$

dove l'*Area* è la superficie sotto la curva  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$  nell'intervallo  $\Delta\theta$  che corrisponde all'apertura angolare del rivelatore rispetto all'angolo  $\theta$ .

Volendo simulare un caso realistico, per i parametri appena descritti sono stati scelti valori (vedi Tabella 3.1) simili agli esperimenti che si terranno ai Laboratori Nazionali di Legnaro con GALILEO nel prossimo autunno.

Tabella 3.1: Parametri counting rate.

$N_A$	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
$A$	28 g/mol
$\rho$	2230 kg/m <sup>3</sup>
$\Delta x$	1 $\mu\text{m}$
$I_{\text{fascio}}$	10 pA

Una volta definiti i parametri dell'esperimento, si può facilmente ottenere la relazione tra i due:

$$CR \approx 300\sigma_{int} \quad (3.5)$$

dove CR è espresso in Hz e  $\sigma_{int}$  in mb.

In particolare per lo stato fondamentale la sezione d'urto integrata per altezza=6.8 cm fissata e diversi offset è

Tabella 3.2: Sezione d'urto integrata.

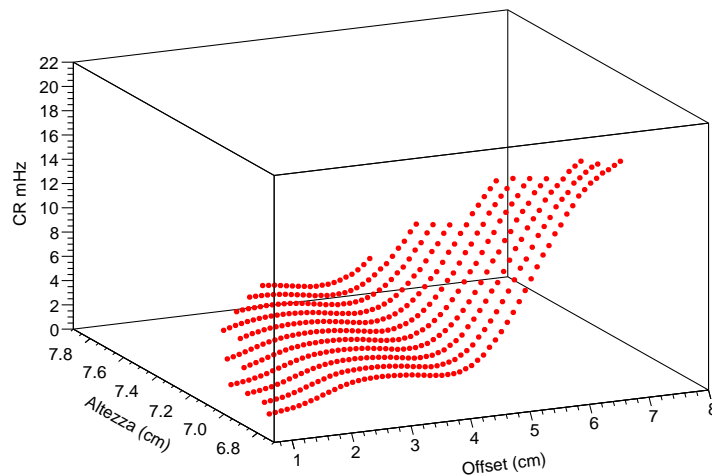
Offset (cm)	$\sigma_{int}$ (mb)
1.0	$4.65 \times 10^{-6}$
2.0	$8.64 \times 10^{-6}$
3.0	$1.04 \times 10^{-5}$
4.0	$9.02 \times 10^{-6}$
5.0	$2.27 \times 10^{-5}$
6.0	$4.79 \times 10^{-5}$

Il programma analizza ora il caso realistico, introducendo i limiti imposti dalla struttura della camera di reazione di GALILEO e dalle componenti elettroniche. In tal modo è possibile trascurare le posizioni non realizzabili.

I limiti, esposti nel capitolo successivo, vengono determinati tramite una rappresentazione tridimensionale dell'array di rivelatori, provvisti delle componenti elettroniche, all'interno della camera di reazione. Modificando altezza, offset e inclinazione è possibile verificare la compatibilità dell'array con la struttura della camera. I limiti sono esposti in Tabella 4.1.

L'analisi delle distribuzioni angolari ottenute con FRESCO è inizialmente svolta senza introdurre alcuna inclinazione.

Per i 3 stati considerati, le sezioni d'urto differenziali sono state ricalcolate nel sistema di riferimento del laboratorio e successivamente il counting rate è stato determinato per le varie configurazioni compatibili con la camera. Tali risultati sono posti in seguito e mostrano andamenti diversi a seconda dello stato considerato.

Figura 3.9: CR in funzione dell'offset e dell'altezza per lo stato fondamentale  $0^+$ .

In Figura 3.9 si può osservare che il counting rate cresce all'aumentare dell'offset e, a offset fissato, all'aumentare dell'altezza. Lo stesso andamento si può osservare in Figura 3.11. La somiglianza era infatti prevedibile in quanto entrambi gli stati relativi a tali distribuzioni hanno momento angolare  $J^\pi=0^+$ . Un andamento diverso si osserva invece per i risultati relativi allo stato  $2^+$  in Figura 3.10. Non si osserva infatti una netta differenza del counting rate tra offset minori e maggiori bensì il CR cresce agli estremi dell'intervallo dell'offset.

Per i 3 stati si cercano i valori di offset e altezza per cui il CR risulta massimo. Tra i risultati ottenuti sono però presenti configurazioni non accettabili, poichè i limiti trovati precedentemente non includono la totalità delle configurazioni ipotizzate. Vengono dunque scartati i massimi relativi a parametri incompatibili con la camera.

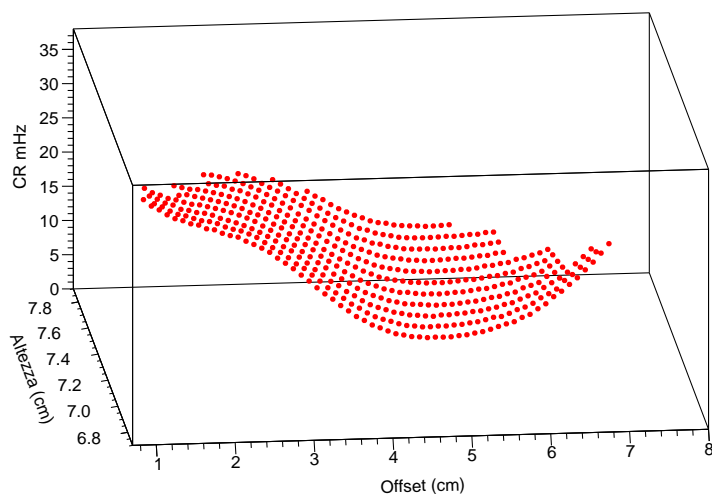


Figura 3.10: CR in funzione dell'offset e dell'altezza per lo stato  $2^+$  2.23 MeV.

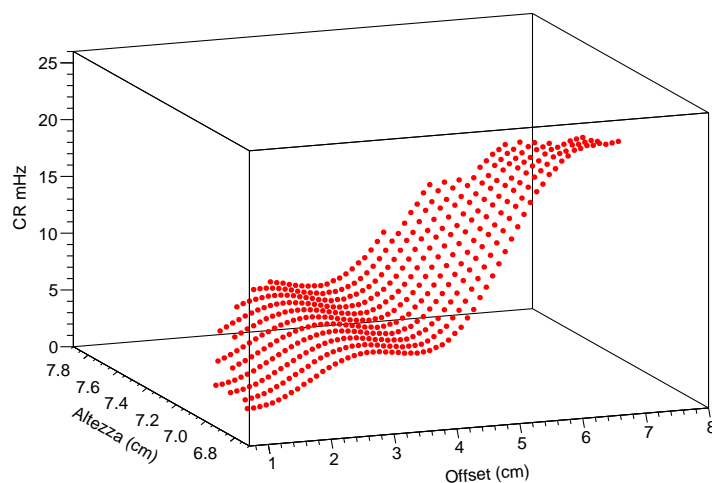


Figura 3.11: CR in funzione dell'offset e dell'altezza per lo stato  $0^+$  3.78 MeV

Si osserva che per tutti gli stati considerati l'altezza relativa alla configurazione ottimale corrisponde al valore minimo possibile di 6.8 cm. In Tabella 3.3 vengono riportati i valori di offset e CR per le configurazioni ottimali relative ai 3 diversi livelli energetici del  $^{32}\text{S}$ .

Tabella 3.3: Configurazioni ottimali con inclinazione nulla.

Stato	Offset (cm)	CR mHZ
$0^+$ (0.00 MeV)	6.8	18.79
$2^+$ (2.23 MeV)	0.9	33.94
$0^+$ (3.78 MeV)	6.8	23.30

Come previsto, le configurazioni ottimali per lo stato fondamentale e per il secondo stato eccitato coincidono. Alla loro configurazione ottimale si è visto che il CR per lo stato  $2^+$  è 25.61 mHz. Ci si aspetta dunque che per tale configurazione si osservino in maggioranza eventi relativi al primo stato eccitato ( $2^+$  2.23 MeV) mentre gli eventi che si osserveranno con minore probabilità

saranno relativi allo stato fondamentale. Ciò era prevedibile osservando le distribuzioni ottenute con FRESCO: risulta più probabile infatti popolare lo stato  $2^+$  rispetto agli altri considerati in questa analisi.

Si procede ora con l'inclusione dell'inclinazione. Si osserva che al variare dell'inclinazione le migliori configurazioni sono ancora relative alle stesse altezze per tutti gli stati e per entrambi gli stati con momento angolare  $J^\pi=0^+$  coincidono anche l'offset e l'inclinazione.

### 3.3 Risultati

Il programma ha riprodotto nella camera di reazione di GALILEO i rivelatori a diverse combinazioni di offset, altezza e inclinazione. Ogni configurazione è stata analizzata, determinandone per ogni stato considerato il counting rate (numero di eventi rivelati al secondo). Questo ha permesso di determinare le posizioni per cui è possibile ottenere più informazioni. Come esposto in precedenza, i risultati ottenuti sono diversi per stati con momento angolare differente, in quanto anche le distribuzioni angolari cambiano al variare del momento angolare trasferito. Nella tabella successiva sono riportate le migliori configurazioni ottenute per i diversi stati considerati e con dei realistici setup sperimentali; come per l'inclinazione nulla l'altezza è fissata a 6.8 cm.

Tabella 3.4: Configurazioni ottimali per i diversi stati.

Stato	Offset (cm)	Incl. ( $^\circ$ )	CR (mHz)
$0^+$ (0.00 MeV)	6.7	8	20.88
$2^+$ (2.23 MeV)	0.9	0	33.94
$0^+$ (3.78 MeV)	6.7	8	26.42



## Capitolo 4

# Rappresentazione con GEANT4

Grazie al programma descritto nel capitolo precedente, è possibile ottimizzare il design dell'array di rivelatori ProtoTRACE tramite l'integrazione delle distribuzioni angolari ottenute con FRESCO. Massimizzando la sezione d'urto integrata si trova infatti la posizione ottimale per il canale desiderato. Come anticipato, con il programma si studia la configurazione a scatola, in particolare a base quadrata, che verrà utilizzata all'interno della camera di reazione di GALILEO. Nel capitolo precedente, tuttavia, è stata considerata una situazione ideale in cui elementi, come l'elettronica o lo spessore reale del bersaglio e i conseguenti fenomeni che ne derivano (perdita di energia, straggling, etc.), sono stati trascurati. È dunque necessario determinare con il programma GEANT4 [4] i limiti imposti dalla camera di reazione e dall'elettronica del rivelatore. L'introduzione di tali limiti permette di studiare unicamente configurazioni realistiche e di effettuare l'ottimizzazione del disegno dell'array per posizioni compatibili con la strumentazione sperimentale. Inoltre, viene verificato che l'elettronica non copra il rivelatore, introducendo un effetto ombra e limitando così il numero di particelle rivelate e variandone l'energia.

### 4.1 Limiti

Tramite una rappresentazione tridimensionale dell'array di rivelatori all'interno della camera di reazione di GALILEO, con il programma GEANT4 [4] è possibile studiare le diverse configurazioni variandone offset, altezza e inclinazione (i parametri che descrivono il rivelatore introdotti al capitolo precedente esposti in Fig. 3.6).

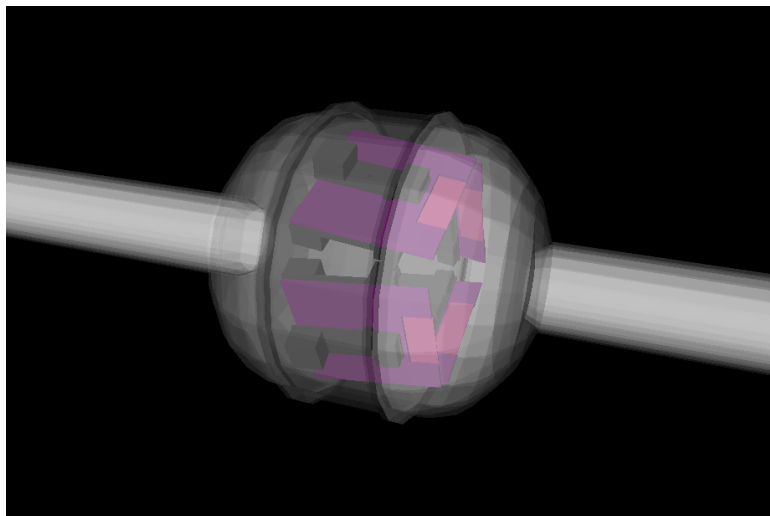


Figura 4.1: Rappresentazione tridimensionale dell'array di rivelatori con GEANT4 a offset, altezza e inclinazione generici.

Viene quindi inizialmente determinato il range per l'offset e per diversi valori di offset si cercano i limiti in altezza ( $h$ ). Infine, per ogni combinazione offset-altezza vengono cercate le inclinazioni massime, facendo attenzione che l'elettronica dei 4 rivelatori non si scontri. Si osserva che l'altezza minima è la stessa per ogni valore di offset e vale 6.8 cm. I limiti ottenuti sono posti in tabella, dove sono inclusi gli angoli estremali tra il raggio vettore e l'asse del fascio per ogni offset.

Tabella 4.1: Limiti imposti dalla camera di reazione e dall'elettronica dell'array.

Offset	Max h	Max deg (min h)	Max deg (max h)	$\Delta\theta$ (°)
0.9	6.8	0	0	82.46
1.0	6.8	1	1	81.63
1.5	7.1	8	0	77.56 - 78.07
2.0	7.3	11	0	73.61 - 74.68
2.5	7.5	13	1	69.87 - 71.57
3.0	7.6	15	1	66.19 - 68.46
3.5	7.7	13	1	62.76 - 65.56
3.8	7.8	12	0	60.80 - 64.03
4.0	7.8	11	0	59.53 - 62.85
4.5	7.8	10	0	56.50 - 60.02
5.0	7.8	9	0	53.67 - 57.34
5.3	7.8	8	0	52.07 - 55.80
5.5	7.7	8	3	51.03 - 54.46
6.0	7.4	7	13	48.58 - 50.96
6.5	7.0	6	8	46.29 - 47.12
6.8	6.8	5	5	45.00

Si osserva che in prossimità del bersaglio c'è poca libertà in altezza, mentre allontanandosi questa aumenta. I limiti appena determinati vengono inclusi nel programma descritto al capitolo precedente e vengono utilizzati per effettuare le simulazioni che analizzano l'effetto ombra.

## 4.2 Simulazioni

Una simulazione viene svolta per studiare l'effetto ombra dell'elettronica sul rivelatore. Vengono emesse particelle  $\alpha$  ad un energia di 20 MeV isotropicamente dal centro di un bersaglio di  $0.1 \text{ mg/cm}^2$  ( $0.05 \mu\text{m}$ ) di Au.

Se una particella impatta contro l'elettronica, parte o tutta la sua energia viene assorbita. In tal caso ci si aspetta o che le particelle rivelate non siano monoenergetiche o che il loro numero non rispecchi una distribuzione uniforme.

Le configurazioni utilizzate per le simulazioni sono compatibili con la camera, in particolare l'inclinazione dei rivelatori viene lasciata nulla.

Viene determinato inizialmente il numero di eventi rivelati e da questo si calcola l'efficienza assoluta come

$$\text{Efficienza} = \frac{\#\text{Eventi rivelati}}{\#\text{Eventi simulati}}$$

dove il numero di eventi simulati è 500000.

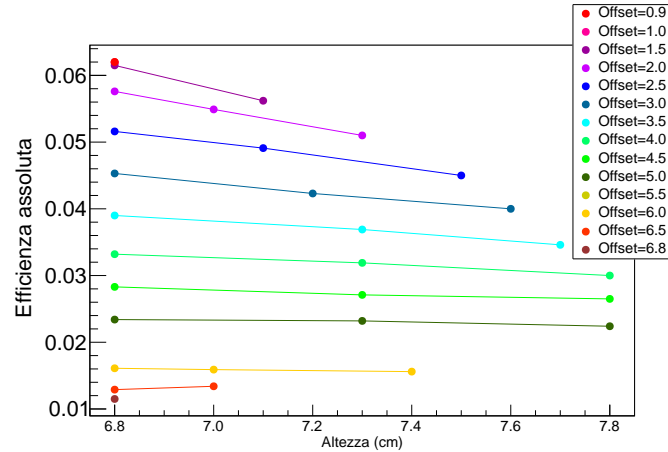


Figura 4.2: Efficienza assoluta del rivelatore in funzione dell'altezza per diversi offset.

Per una distribuzione isotropa, valgono dunque le previsioni per la distribuzione uniforme mostrate al Capitolo 3. Infatti, ci si aspetta che il numero di eventi rivelati sia proporzionale alla copertura angolare (vedi Fig. 3.5). A eccezione per l'offset=6.5 cm, non si osservano andamenti anomali e inaspettati. L'efficienza assoluta, essendo proporzionale al numero di eventi rivelati, ha lo stesso andamento del numero di questi ultimi.

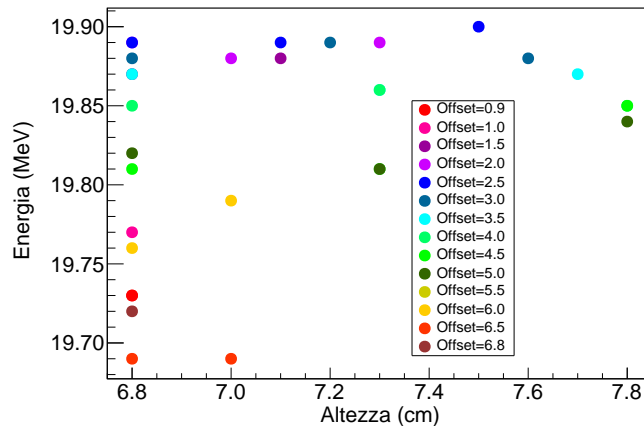


Figura 4.3: Energia media  $\alpha$  in funzione dell'altezza per diversi offset.

L'energia delle particelle  $\alpha$  risulta oscillare in un ristretto intervallo di 19.8 MeV. Non si osservano energie al di fuori di tale range, dunque non sono evidenziate configurazioni per le quali l'energia delle particelle venga assorbita precedentemente dall'elettronica. Una particella  $\alpha$  è infatti poco penetrante e nel caso di impatto con l'elettronica ci si aspetta che quasi tutta la sua energia venga persa.

In conclusione, i risultati ottenuti confermano che l'elettronica dei rivelatori non genera un effetto ombra. Tali configurazioni dell'array di rivelatori è dunque accettabile in quanto non introduce perdita di informazione.



## Capitolo 5

# Conclusioni

In questa tesi l'obiettivo è l'ottimizzazione del disegno dell'array di rivelatori segmentati al silicio ProtoTRACE in previsione della prossima campagna sperimentale di GALILEO ai Laboratori Nazionali di Legnaro, per studiare la reazione di trasferimento. In particolare ci si è concentrati sulla reazione di trasferimento  $^{28}\text{Si}(^7\text{Li}, ^3\text{H})^{32}\text{S}$  per studiare gli stati di cluster  $\alpha$  nel  $^{32}\text{S}$ .

La configurazione ottimale è stata trovata massimizzando la copertura angolare corrispondente al massimo della sezione d'urto differenziale per gli stati di interesse: lo stato fondamentale  $0^+$ , il primo stato eccitato  $2^+$  (2.23 MeV) e infine il secondo stato eccitato  $0^+$  (3.78 MeV). Tramite il programma FRESCO sono state calcolate le sezioni d'urto differenziali per ogni stato, le quali, a seguito di una trasformazione dal centro di massa al sistema di riferimento del laboratorio, sono state integrate con un programma scritto in C++. Con tale programma è stato studiato il disegno dell'array di rivelatori, in una configurazione a scatola a base quadrata, a diverse combinazioni di offset, altezza e inclinazione, tenendo conto inoltre dei limiti imposti dalla camera di reazione e dall'elettronica dei rivelatori.

Il disegno del singolo rivelatore, incluse le componenti elettroniche ancora in fase di progettazione, è stato importato nelle simulazione GEANT4 dell'array GALILEO. In questo modo è stato possibile scartare posizioni incompatibili con la strumentazione sperimentale. Verificato con delle simulazioni che l'elettronica non introducesse un effetto ombra, si sono determinate le configurazioni ottimali per i diversi stati. Il counting rate (CR) atteso è stato calcolato, tramite l'integrazione delle distribuzioni angolari, per ogni posizione ipotizzata. La configurazione ottimale è stata dunque trovata determinando i parametri per cui il valore del CR è risultato massimo.

Si osserva che per tutti gli stati l'altezza ottimale si trova a 6.8 cm. Per studiare lo stato fondamentale  $0^+$  e il secondo stato eccitato  $0^+$  si è osservato, come previsto, che le posizioni ottimali dell'array coincidono e si trovano per un offset di 6.7 cm e un'inclinazione di  $8^\circ$ . Questa posizione corrisponde all'angolo più piccolo che si può raggiungere per tale raggio. Per il secondo stato eccitato  $2^+$ , la configurazione ottimale si trova invece a piccole distanze dal bersaglio e in particolare a offset di 0.9 cm e inclinazione nulla.

Nel prossimo autunno verranno svolti i primi test sperimentali, posizionando l'array grazie a un sistema di supporto, ora in fase di sviluppo, nelle posizioni ottimali determinate in questo lavoro.



# Appendice A

## Integrazione numerica

Come anticipato nel Capitolo 3, in questa Appendice viene descritto il codice utilizzato, dato che la sezione d'urto calcolata con FRESCO è riferita al sistema del centro di massa (vedi Capitolo 2), in questa appendice viene anche descritta la trasformazione dei risultati dal sistema di riferimento nel centro di massa a quello del laboratorio.

### A.1 Configurazione ad anello

Nella configurazione ad anello i rivelatori vengono posti attorno al bersaglio, avendo cura che la loro superficie sia perpendicolare al raggio vettore congiungente il centro del rivelatore con il bersaglio. Viene ora mostrato il procedimento per costruire il singolo rivelatore ad una distanza fissata  $R$  tra il centro del rivelatore e il bersaglio e, ad un angolo  $\theta$  fissato tra il raggio  $R$  e l'asse del fascio. Variando poi  $R$  e  $\theta$  sarà possibile creare altri rivelatori e formare così anelli di raggio differente.

Il rivelatore è inizialmente costruito in un sistema di riferimento solidale a esso tramite il calcolo delle coordinate dei singoli pad in cui è suddiviso.

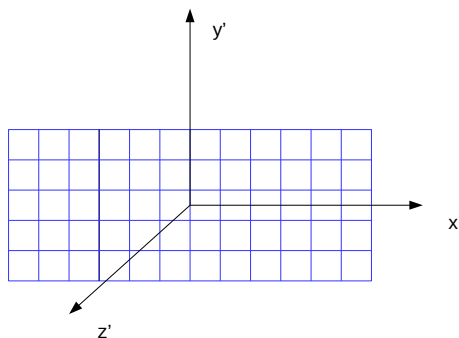


Figura A.1: Rappresentazione schematica del rivelatore e del sistema di riferimento solidale a esso: le coordinate del rivelatore vengono generate rispetto a questo sistema di riferimento. Il rivelatore è posto sul piano  $(x'y')$  ed il suo centro coincide con l'origine di tale sistema.

Questo permette di ricostruire più facilmente la configurazione ad anello nel sistema di riferimento del laboratorio tramite una rototraslazione delle coordinate dei pad.

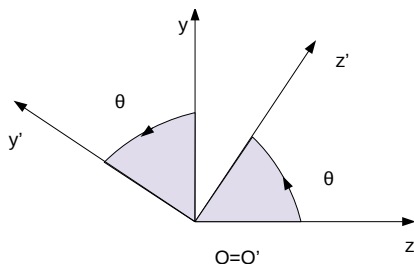


Figura A.2: Rappresentazione schematica della rotazione, di un angolo  $\theta$  generico, degli assi dei due sistemi di riferimento considerati.

La rotazione mostrata in figura è descritta dalla matrice seguente.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

L'angolo  $\theta$  posto in matrice è sempre da riferirsi al centro del rivelatore, descrive quindi l'inclinazione del raggio  $R$  che collega il centro del rivelatore all'origine, dove si suppone vi sia il bersaglio.

Alla rotazione va aggiunta ora la traslazione delle coordinate.

$$\begin{cases} x = x_0 + x' \\ y = y_0 + y' \cos \theta + z' \sin \theta \\ z = z_0 - y' \sin \theta + z' \cos \theta \end{cases}$$

Le costanti  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  descrivono la posizione del centro del rivelatore, infatti per tale punto  $x' = y' = z' = 0$ .

Una volta effettuata la rototraslazione delle coordinate è possibile calcolare gli angoli agli estremi del rivelatore e di conseguenza le coperture angolari in  $\theta$  e  $\phi$ . Questi vengono determinati a partire dalle coordinate polari sferiche.

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

Tali coordinate vengono sfruttate per calcolare i valori della distanza  $r$  tra un qualunque punto del rivelatore e il bersaglio, dell'angolo  $\theta$  tra un generico raggio  $r$  e l'asse del fascio ed infine dell'angolo  $\phi$ .

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) \\ \phi = \text{atan2}(y, x) \end{cases}$$

È ora possibile determinare gli angoli di interesse.

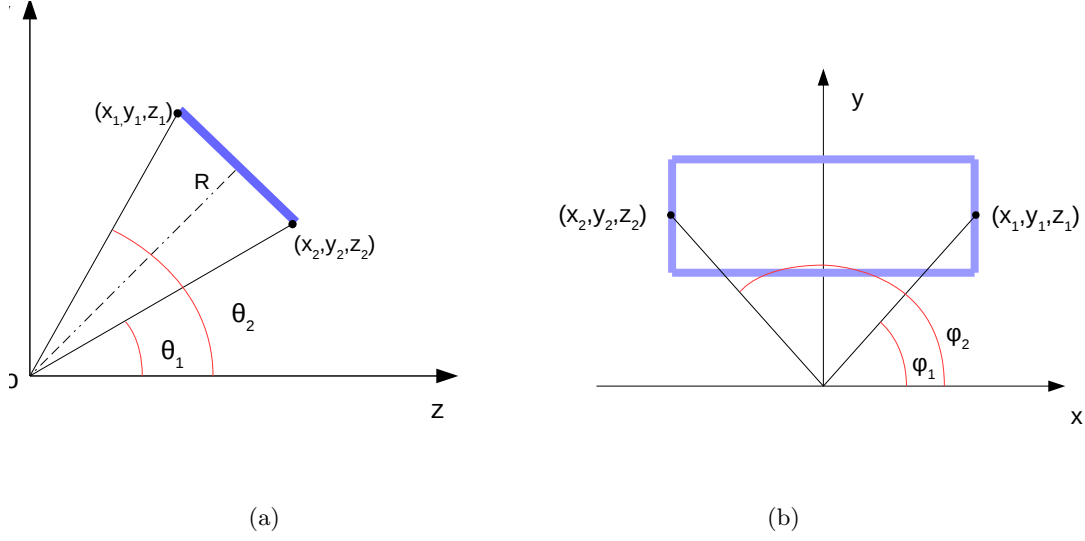


Figura A.3: Rappresentazione schematica della posizione del rivelatore per la configurazione ad anello. La proiezione nel piano yz (a) mostra come viene calcolata l'apertura angolare rispetto all'angolo  $\theta$ , mentre la proiezione sul piano xy (b) mostra l'apertura angolare dell'angolo  $\phi$ .

La copertura angolare in  $\theta$  è quindi calcolata come

$$\begin{cases} \theta_1 = \arccos\left(\frac{z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) \\ \theta_2 = \arccos\left(\frac{z_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) \end{cases} \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

mentre  $\Delta\phi$  è determinato come segue.

$$\begin{cases} \phi_1 = \text{atan2}(y_1, x_1) \\ \phi_2 = \text{atan2}(y_2, x_2) \end{cases} \quad \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

Calcolati gli angoli estremali, nel Capitolo 3 chiamati  $\theta_{inf}$  ( $=\theta_1$ ),  $\theta_{sup}$  ( $=\theta_2$ ),  $\phi_{inf}$  ( $=\phi_1$ ) e  $\phi_{sup}$  ( $=\phi_2$ ), è possibile determinare la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  che viene poi analizzata per verificare il corretto funzionamento del programma.

$$\sigma_{int} = \int_{d\Omega_{cov}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

dove l'integrale in  $d\Omega$  è esteso all'angolo solido ricoperto dal rivelatore  $\Delta\Omega_{cov}$ . Per una distribuzione uniforme con  $\frac{d\sigma}{d\Omega}=1$ , la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  coincide dunque la copertura angolare.

$$\sigma_{int} = \Delta\Omega_{cov} = \int_{\Delta\Omega_{cov}} d\Omega = \int_{\theta_{inf}}^{\theta_{sup}} \int_{\phi_{inf}}^{\phi_{sup}} \sin\theta d\theta d\phi = (\cos\theta_{inf} - \cos\theta_{sup})\Delta\phi$$

Il codice è stato dunque testato con successo e si può passare alla descrizione della configurazione a scatola.

## A.2 Configurazione a scatola

Nella configurazione a scatola i rivelatori sono posti intorno al fascio. Come mostrato nel Capitolo 3, si sfrutta la simmetria assiale costruendo i rivelatori solo su un piano parallelo al piano  $(xz)$ . In questa sezione è mostrato come si è sviluppato il codice per la costruzione e l'analisi di un singolo rivelatore.

Il rivelatore, come per la configurazione ad anello, viene inizialmente costruito nel suo sistema di riferimento.

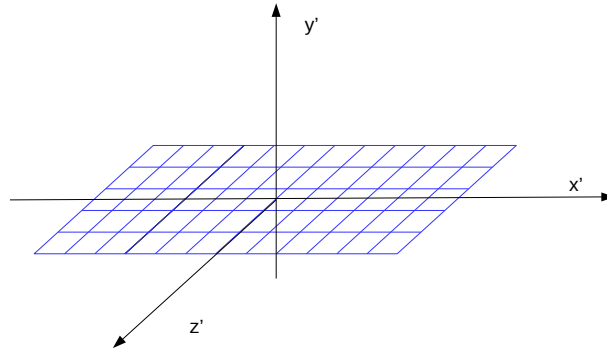


Figura A.4: Rappresentazione schematica del rivelatore e del sistema di riferimento solido a esso.

Viene introdotta un'inclinazione del rivelatore.

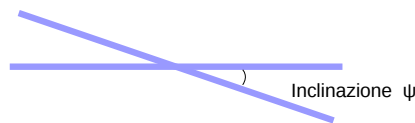


Figura A.5: Rappresentazione schematica dell'inclinazione del rivelatore.

L'inclinazione è descritta dalla seguente matrice.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}$$

L'angolo  $\psi$  in matrice è definito in Figura A.5, descrive quindi quanto il rivelatore è inclinato. È possibile ora passare al sistema di riferimento del laboratorio tramite una traslazione delle coordinate che posiziona il rivelatore inclinato in un determinato punto della camera.

Se le coordinate che descrivono il rivelatore nel suo sistema di riferimento sono  $(x', y', z')$ , allora la traslazione è

$$\begin{cases} x = x_0 + x' \\ y = y_0 + y' \\ z = z_0 + z' \end{cases}$$

dove, come per il caso della configurazione ad anello, le costanti  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  corrispondono alla posizione del centro del rivelatore nel sistema di riferimento del laboratorio. Variando poi tali costanti è possibile costruire rivelatori in posizioni diverse. In particolare  $y_0$  viene chiamata altezza

mentre  $z_0$  prende il nome di offset.

Una volta costruito correttamente il rivelatore nel laboratorio è possibile analizzare la sua posizione calcolando inizialmente gli angoli estremali. Sfruttando le coordinate polari sferiche sono state ricavate le equazioni necessarie per il calcolo della distanza  $r$  tra un punto qualsiasi del rivelatore e il bersaglio, degli  $\theta$  e  $\phi$  tra  $r$  e l'asse  $z$  e l'asse  $x$  rispettivamente.

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) \\ \phi = \text{atan2}(y, x) \end{cases}$$

Nelle due figure seguenti è mostrato come gli angoli estremali, e di conseguenza le coperture angolari, sono stati ottenuti.

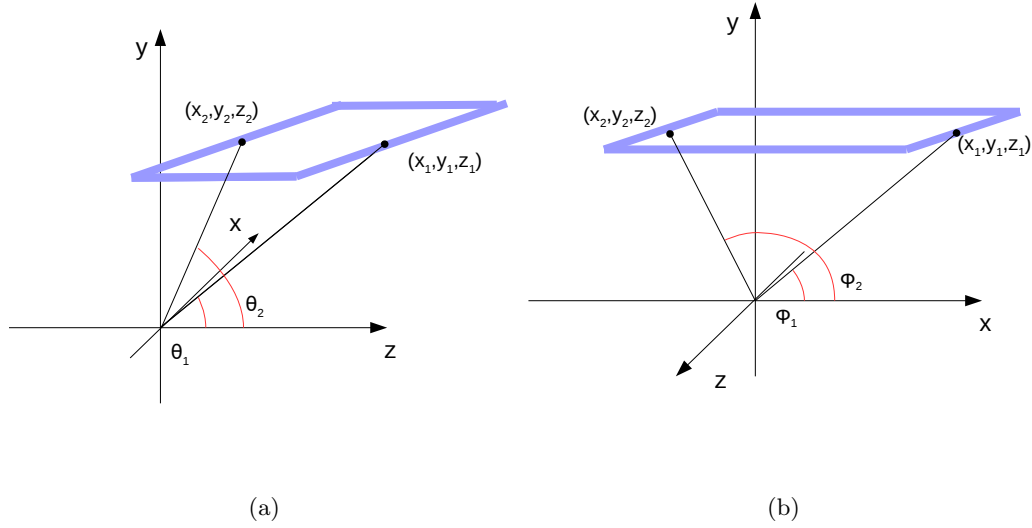


Figura A.6: Rappresentazione schematica della posizione del rivelatore per la configurazione a scatola. A la copertura angolare in  $\theta$  mentre a destra il calcolo effettuato per la copertura angolare in  $\phi$ .

La copertura angolare  $\Delta\theta$  viene quindi calcolata come

$$\begin{cases} \theta_1 = \arccos\left(\frac{z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}\right) \\ \theta_2 = \arccos\left(\frac{z_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}\right) \end{cases} \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

mentre  $\Delta\phi$

$$\begin{cases} \phi_1 = \text{atan2}(y_1, x_1) \\ \phi_2 = \text{atan2}(y_2, x_2) \end{cases} \quad \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

Determinati gli angoli estremali è possibile calcolare la sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  per una distribuzione uniforme per il rivelatore posto ad una generica posizione all'interno della camera di reazione.

$$\sigma_{int} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_{\theta_{inf}}^{\theta_{sup}} \int_{\phi_{inf}}^{\phi_{sup}} \sin\theta d\theta d\phi = (\cos\theta_{inf} - \cos\theta_{sup}) \Delta\phi$$

Una volta verificato il corretto funzionamento del codice si possono analizzare le sezioni d'urto differenziali acquisite con FRESCO per determinare la migliore configurazione dell'array all'interno della camera di reazione di GALILEO ai Laboratori Nazionali di Legnaro.

## A.3 Integrazione dei risultati con FRESCO

### A.3.1 Codice

Per determinare la migliore configurazione si analizza il counting rate del singolo rivelatore per ogni configurazione considerata. Il counting rate corrisponde al numero di eventi rivelati al secondo, dunque permette di determinare per quale posizione è possibile ottenere la maggior informazione. Come detto in precedenza tale grandezza è proporzionale alla sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$ . Per una distribuzione reale, il calcolo della sezione d'urto integrata  $\sigma_{int}$  risulta più complicato rispetto ad una distribuzione uniforme; la si calcola come

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \simeq Area \Delta\phi$$

dove  $\Delta\Omega_{cov}$  è l'angolo solido coperto, mentre  $\Delta\theta$  e  $\Delta\phi$  sono le coperture angolari rispettivamente in  $\theta$  e  $\phi$ . L'*Area* è mostrata nella figura seguente e si calcola suddividendo in istogrammi la superficie sotto la curva, compresa tra gli angoli  $\theta$  estremali definiti in precedenza.

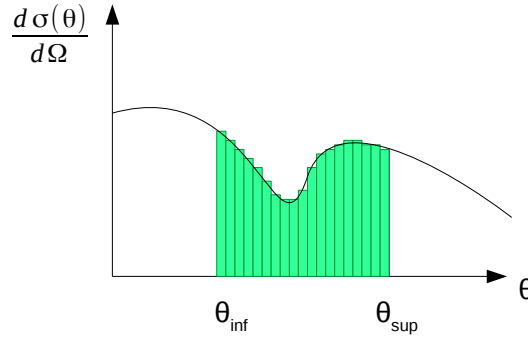


Figura A.7: Rappresentazione schematica della suddivisione dell'area in istogrammi.

L'Area è stata dunque calcolata come la somma dell'area di tutti gli istogrammi.

$$Area = \sum_{i=\theta_{inf}}^{\theta_{sup}} \sigma_{int_i} \Delta s_i$$

dove  $\sigma_{int_i}$  è la sezione d'urto differenziale  $i$ -esima (l'altezza dell'istogramma) mentre  $\Delta s_i$  è la base dell'istogramma  $i$ -esimo calcolata come  $\Delta s_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ .

Si può ora definire il counting rate

$$CR = \frac{N_A}{A} \rho \Delta x_{target} I_{fascio} \sigma_{int}$$

La costante di proporzionalità  $\frac{N_A}{A} \rho \Delta x_{target} I_{fascio}$  non varia nè per i diversi stati considerati nè per le diverse posizioni del rivelatore studiate.

Nella formula inoltre si è posta la risoluzione intrinseca del rivelatore pari a 1 (non compare infatti nell'equazione).

### A.3.2 Trasformazione tra sistemi di riferimento

Il programma è stato sviluppato in modo tale da poter acquisire valori determinati nel laboratorio, è dunque necessario effettuare la trasformazione degli angoli e delle sezioni d'urto differenziali ottenute con FRESCO tra il sistema del centro di massa e il sistema di riferimento scelto per l'analisi.

La trasformazione per l'angolo  $\theta$  è

$$\theta_{lab} = \text{atan2} \left( \frac{\sin \theta_{cm}}{\cos \theta_{cm} + \frac{m_P}{m_T}} \right)$$

mentre la sezione d'urto differenziale è stata calcolata nel laboratorio come

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{cm} \frac{\left[ 1 + \left( \frac{m_P}{m_T} \right)^2 + 2 \cos \theta_{cm} \left( \frac{m_P}{m_T} \right) \right]^{3/2}}{1 + \cos \theta_{cm} \left( \frac{m_P}{m_T} \right)}$$

Dove  $m_P$  e  $m_T$  corrispondono alla massa rispettivamente del proiettile e del bersaglio. Poichè le sezioni d'urto differenziali acquisite con FRESCO sono relative ai nuclei in uscita, tali masse sono riferite al nucleo di trizio (proiettile) e di  $^{32}\text{S}$  (bersaglio).

È ora possibile effettuare i calcoli per i tre dataset relativi ai diversi stati del nucleo uscente  $^{32}\text{S}$ .

$\theta_{cm}$ (°)	$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right _{cm}$ ( $\mu\text{b}$ )	$\theta_{lab}$ (°)	$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right _{lab}$ ( $\mu\text{b}$ )
6.9	3.73	6.32	4.46
10.2	2.72	9.33	3.25
10.8	3.62	9.88	4.32
12.6	3.05	11.53	3.64
13.7	3.95	12.53	4.71
17.2	1.03	15.74	1.22
19.5	1.72	17.85	2.04
20.6	1.29	18.86	1.53
22.9	2.57	20.98	3.04
26.3	1.41	24.11	1.66
29.7	0.82	27.24	0.96
34.2	0.22	31.40	0.26

Tabella A.1: Dati sperimentali ottenuti nel centro di massa e ricalcolati nel laboratorio per lo stato fondamentale  $0^+$ .

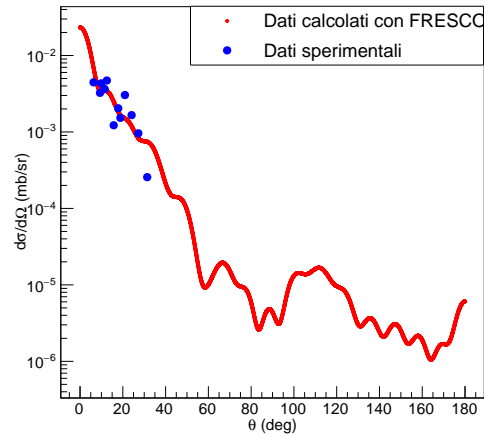


Figura A.8: Confronto dati sperimentali e ottenuti con FRESCO nel laboratorio per lo stato fondamentale  $0^+$ .

$\theta_{cm}$ ( $^{\circ}$ )	$\frac{d\sigma}{d\Omega} _{cm}$ ( $\mu b$ )	$\theta_{lab}$ ( $^{\circ}$ )	$\frac{d\sigma}{d\Omega} _{lab}$ ( $\mu b$ )
6.9	10.8	6.32	12.91
9.2	5.53	8.39	6.60
10.3	5.53	9.42	6.60
11.0	5.65	10.06	6.74
12.6	9.87	11.53	11.76
13.8	6.57	12.63	7.83
16.1	9.06	14.73	10.77
19.6	4.01	17.94	4.76
20.6	6.57	18.86	7.78
23.0	1.89	21.07	2.23
29.8	2.06	27.33	2.42
34.2	1.02	31.40	1.19

Tabella A.2: Dati sperimentali ottenuti nel centro di massa e ricalcolati nel laboratorio per lo stato eccitato  $2^+$  (2.23 MeV).

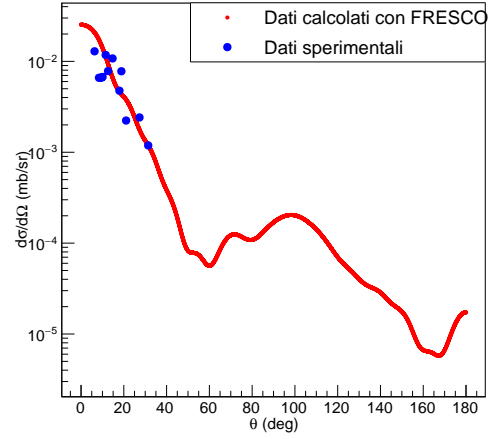


Figura A.9: Confronto dati sperimentali e ottenuti con FRESCO nel laboratorio per lo stato eccitato  $2^+$  (2.23 MeV).

$\theta_{cm}$ ( $^{\circ}$ )	$\frac{d\sigma}{d\Omega} _{cm}$ ( $\mu b$ )	$\theta_{lab}$ ( $^{\circ}$ )	$\frac{d\sigma}{d\Omega} _{lab}$ ( $\mu b$ )
6.9	3.21	6.26	3.84
10.3	1.08	9.42	1.29
10.9	2.33	9.97	2.78
12.6	3.98	11.53	4.74
13.8	0.7	12.63	0.83
19.5	1.69	17.85	2.00
20.7	0.78	18.95	0.92
34.4	1.3	31.59	1.51

Tabella A.3: Dati sperimentali ottenuti nel centro di massa e ricalcolati nel laboratorio per lo stato eccitato  $0^+$  (3.78 MeV).

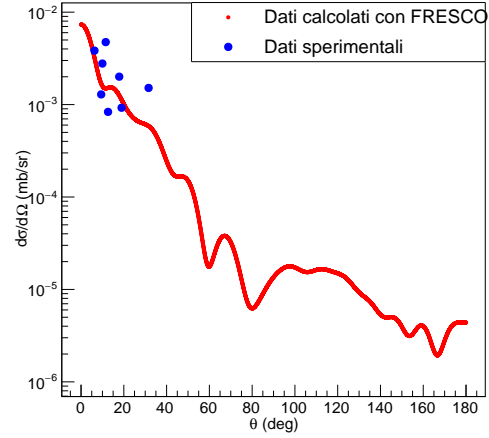


Figura A.10: Confronto dati sperimentali e ottenuti con FRESCO nel laboratorio per lo stato eccitato  $0^+$  (3.78 MeV).

# Bibliografia

- [1] J.J. Valiente Dobón, et al., *Status of the Gamma-Ray Spectrometer GALILEO*, LNL Annual Report **241** (2015), 95
- [2] D. Mengoni et al., *The GALILEO array at LNL*, LNL Annual Report **240** (2014), 68
- [3] <http://www.fresco.org.uk/>
- [4] <https://geant4.web.cern.ch/>
- [5] M. Freer, *The clustered nucleus: cluster structures in stable and unstable nuclei*, Rep. Prog. Phys. **70** (2007), 2149-2210
- [6] P.E. Hodgson et al., *Cluster emission, transfer and capture in nuclear reactions*, Phys. Rep. **374** (2003), 1-89
- [7] D. Mengoni, *TRACE: a highly-segmented Silicon detector for light charged particles emitted in fusion-evaporation and direct nuclear reaction*, Tesi di Dottorato Università di Camerino (2006)
- [8] D. Mengoni et al., *Digital pulse-shape analysis with a TRACE early silicon prototype*, Nucl. Instr. and Meth. A **764** (2014), 241-246
- [9] N. Cieplicka et al., Eur. Phys. J. (2018) (accettato)
- [10] T. Madhusoodhanan et al., *Study of  $\alpha$ -transfer reaction  $^{28}\text{Si}({}^7\text{Li}, t){}^{32}\text{S}$* , J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **28** (1999), 1987
- [11] B.V. Carlson *The Optical Model*, Joint ICTP-IAEA Workshop on Nuclear Reaction Data for Advanced Reactor Technologies (2010)
- [12] P.E. Hodgson *The nuclear optical model*, Rep. Prog. Phys. **34** (1971), 765
- [13] A. Winther, *Grazing reactions in collisions between heavy nuclei*, Nucl. Phys. A **572** (1994), 191
- [14] K. Alder and A. Winther, *Theory of Coulomb excitation*, Phys. Rev. **96** (1954) 237
- [15] K. Hadyńska-Klęk et al., *SPIDER: a new charge particle detector for the Coulomb excitation studies with GALILEO*, LNL Annual Report **242** (2016), 97.
- [16] M. Rocchini et al., *Commissioning of SPIDER detector for Coulomb excitation studies with GALILEO*, LNL Annual Report **250** (2017), 100.
- [17] M. Rocchini et al., *First measurement with a new setup for low-energy Coulomb excitation studies at INFN LNL*, Phys. Scripta **92** (2017), 074001