



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

PROBLEMATICHE DI ISOLAMENTO DA VIBRAZIONI SU DRONI UTILIZZATI PER LA MANIPOLAZIONE REMOTA

Relatore: DORIA ALBERTO

Correlatore: COCUZZA SILVIO

Laureando: Rampazzo Riccardo

Matricola: 1153785

Anno Accademico 2018-2019

Dedico questo lavoro conclusivo ai miei genitori, Michele e Manuela, e a mia sorella Valentina, per il supporto morale dimostratommi negli anni, indispensabile per il raggiungimento di questo obiettivo.

Si ringrazia il Professore Alberto Doria e il Professore Silvio Cocuzza per le conoscenze e il coinvolgimento trasmessomi riguardo gli argomenti trattati.

Si ringraziano infine tutti quegli amici e parenti che mi son stati vicini e hanno creduto insieme a me affinché questo traguardo si concretizzasse.

Indice

1	Abstract-Sommario	1
2	Introduzione	3
2.1	I Droni	3
2.2	Droni e robotica	4
2.3	Droni e vibrazioni	8
3	Drone utilizzato	19
4	Sorgenti di eccitazione	27
4.1	Blade flapping	27
4.2	Effetti giroscopici	29
4.3	Sbilanciamento rotori	36
4.3.1	Simulazione bilanciamento totale	40
4.3.2	Simulazione con fasi casuali	44
4.3.3	Simulazione con eccentricità e masse diverse	48
4.3.4	Simulazione con motore non funzionante	51
4.3.5	Simulazione con motore rallentato	53
4.4	Effetto suolo	56
4.5	Aeroelasticità	57
5	Analisi modale sperimentale	61
5.1	Introduzione	61
5.2	Apparato sperimentale	68
5.3	Procedura e misurazioni	73
5.4	Analisi risultati	80
6	Modelli dinamici	89
6.1	Modello a 1 GDL con moto rigido	89
6.2	Modello a 2 GDL	93
6.3	Modello a 2 GDL con moto rigido	98
6.3.1	Funzioni di trasferimento	102
6.4	Altri modelli	105
7	Simulazioni	107
7.1	Simulazione: impulso unitario batteria	107
7.2	Simulazione: impulso unitario motori	109
7.3	Simulazione: impulso unitario struttura	110
7.4	Simulazione: eccitazione derivante dallo sbilanciamento	112
8	Conclusioni	115
8.1	Sviluppi futuri	115

9	Appendice	117
9.1	Confronto FRF batteria e blocco ibrido	117
9.2	Analisi modale singolo braccio con motore	119
9.3	Analisi modale batteria	121
9.4	Modello a 3 GDL con moto rigido	123
10	Bibliografia	125

1 Abstract-Sommario

The work carried out in this thesis aims to study the sources of excitation and the transmission ways of vibrations concerning a professional drone with eight rotors. The purpose of the analysis consists in the realization of a simplified dynamic model of the structure, to be used as a starting point for a future design of a manipulator arm, that will be attached to the base of the drone. The robotic arm will have the function of performing small loads handling operations in the industrial environment.

The structure of the thesis follows this scheme: an introduction in which the drones are presented with the activities in which they are mostly involved, both generally speaking and in the world of robotics, referring finally to the state of art of vibrational problems. The following chapter is a descriptive one: the drone purchased by the University, the *S1000* model of *DJI*, will be analyzed. All the studies, tests and considerations in the following paragraphs will deal with it.

The focus of chapter four is to study and research vibration sources; among these, the aspect of the unbalance of rotors is well treated, adding the creation of a parametric model related to the eight propellers. Various simulations will be carried out with different unbalance conditions: the aim is to obtain the relative force that can excite the structure. Chapter five is reserved for experimental modal analysis: after a brief explanatory introduction, the methodology used for the test is described together with the experimental apparatus adopted, paying finally attention to the results obtained in terms of vibration modes, natural frequencies and damping coefficients.

In chapter six, through the physical interpretation of the experimental vibration modes obtained from the modal analysis, dynamic models with concentrated parameters were created, with the aim of developing the physical reality in a mathematical environment, in order to perform numerical simulations based on interested conditions.

The obtained final model, relative to the vertical plane, has three degrees of freedom, which one is a rigid motion: the masses involved are the chassis, the engines and the battery. The interesting part deals with the relative positions between the frame and the battery and between the frame and the engines.

In conclusion, after obtaining the different transfer functions while changing the possible entrances of the system, in chapter seven were developed four simulations: in three of these the force is a unitary impulse subjected to the three masses, applied one at a time. The last test, instead, refers to a force generated by the unbalance of rotors, according to what was studied in the fourth chapter.

Il lavoro svolto in questa tesi ha come scopo lo studio delle sorgenti di eccitazione e delle vie di trasmissione delle vibrazioni relativamente ad un drone professionale ad otto rotori. Il fine dell'analisi consiste nella realizzazione di un modello dinamico semplificato della struttura, da utilizzare come punto di partenza per una futura progettazione di un braccio manipolatore, da rendere solidale alla base del drone. Il braccio robotico avrà la funzione di eseguire piccole operazioni di movimentazione di carichi in ambito industriale. La struttura della tesi segue questo schema: un capitolo introduttivo in cui si presentano i droni, le attività in cui vengono maggiormente utilizzati, sia in ambito generale che nel mondo della robotica, facendo infine riferimento allo stato dell'arte dei problemi vibrazionali.

Segue un capitolo descrittivo riguardante il drone acquistato dall'Università, il modello *S1000* della *DJI*, sul quale si svolgeranno tutti gli studi, prove e considerazioni nei paragrafi seguenti.

Il capitolo quattro riguarda lo studio e la ricerca delle sorgenti di vibrazione; tra queste, si approfondisce l'aspetto legato allo sbilanciamento dei rotori, con la creazione di un modello parametrico relativo agli otto propulsori. Verranno condotte diverse simulazioni al variare delle condizioni di sbilanciamento, con l'obiettivo di risalire alle relative forzanti che possono eccitare la struttura.

Il capitolo cinque è riservato all'analisi modale sperimentale: dopo una breve introduzione esplicativa, si descrivono la metodologia usata per la prova insieme all'apparato sperimentale adottato, evidenziando infine i risultati ottenuti in termini di modi di vibrare, frequenze naturali e coefficienti di smorzamento.

Nel capitolo sei, attraverso l'interpretazione fisica dei modi di vibrare sperimentali ottenuti dall'analisi modale, si sono creati dei modelli dinamici a parametri concentrati, con lo scopo di sviluppare la realtà fisica in ambiente matematico, per poter condurre delle simulazioni numeriche in base alle condizioni di interesse. Il modello finale ottenuto, relativo al piano verticale, è a tre gradi di libertà, di cui un moto rigido: le masse coinvolte riguardano il telaio, i motori e la batteria. I punti di interesse nella trattazione riguardano le posizioni relative tra telaio e batteria e tra telaio e motori.

In conclusione, dopo aver ricavato le diverse funzioni di trasferimento al variare dei possibili ingressi, nel capitolo sette si sono condotte quattro simulazioni: in tre di queste la forzante è costituita da un impulso unitario sottoposto a rotazione alle tre masse. L'ultima prova fa riferimento invece ad una forzante generata dallo sbilanciamento dei rotori, in accordo a quanto studiato nel quarto capitolo.

2 Introduzione

2.1 I Droni

Lo UAV, acronimo di Unmanned Aerial Vehicle (veicolo aereo senza pilota), è un aeromobile a pilotaggio remoto, comunemente noto come drone. Il suo utilizzo in ambito civile e militare trova notevoli applicazioni, soprattutto nelle circostanze in cui la presenza dell'uomo non è fisicamente possibile, oppure quando la vita dell'essere umano potrebbe essere messa in pericolo. Proprio per questi motivi, soprattutto negli ultimi vent'anni, i droni vengono usati sempre più comunemente in sostituzione di aeromobili con pilota. Parallelamente allo sviluppo di sensoristica sempre più miniaturizzata, l'impiego di UAV in ambito civile si è largamente diffuso: camere digitali e camere termiche ad infrarosso, sistemi GPS, rilevatori di sostanze ed altre tipologie di apparecchi elettronici di peso contenuto, hanno portato un netto miglioramento allo svolgimento di svariate attività in diversi campi, tra cui si cita:

- *Rilevamenti termici e strutturali*: equipaggiando gli UAV con telecamere ad infrarosso e sensori di qualità dell'aria, è possibile monitorare la salute degli edifici, andando ad analizzare l'efficienza energetica delle strutture, l'isolamento termico, la presenza di eventuali infiltrazioni ed il degrado dovuto all'umidità dell'aria.
- *Agricoltura*: i vantaggi che gli UAV offrono in ambito agricolo sono notevoli. Non solo permettono la sorveglianza ed il controllo di ettari di campi da remoto, ma monitorano in fase di lavoro le condizioni del terreno con la possibilità di comunicare tramite moduli WI-FI con le comuni macchine agricole, al fine di ottimizzare le risorse (acqua, pesticidi, ecc) là dove servisse maggiormente.
- *Monitoraggio ambientale e rilievi del territorio*: rispetto all'acquisizione di immagini con aeromobili tradizionali, l'impiego di droni per monitorare l'ambiente ha senza dubbio diversi vantaggi, come i minori costi e la possibilità di poter volare anche in condizioni avverse per l'uomo, come ad esempio in presenza di una nube tossica di fumo derivante da un incendio. La topografia moderna, inoltre, si basa su dati acquisiti tramite UAV, oltre che da immagini satellitari. I vantaggi di questo tipo di acquisizioni sono i medesimi citati sopra.
- *Manutenzione di grandi impianti*: Reti elettriche e ferroviarie, gasdotti e oleodotti, impianti eolici e fotovoltaici ed in generale impianti molto estesi possono essere efficientemente sorvegliati e controllati tramite droni.
Come già accennato in precedenza, grazie alla moderna sensoristica, è possibile eseguire ispezioni manutentive in tempi rapidi e a costi accessibili. Si pensi ad esempio ad un impianto fotovoltaico: grazie a sensori ottici e termocamere, si individua facilmente quale regione del pannello è meno efficiente e quindi da sostituire.
- *Videosorveglianza per calamità naturali*: In caso di eventi naturali catastrofici, come incendi, inondazioni, frane od operazioni di soccorso ad alta quota, l'utilizzo preventivo di droni per ispezionare la regione colpita rappresenta una fonte di sicurezza in più per la gestione e organizzazione delle operazioni di soccorso. Senza

dover fare dei rilevamenti di persona, le squadre di pronto intervento sono in grado di programmare dalla sala di controllo le modalità di azione affinché il soccorso avvenga nel modo più sicuro possibile.

- *Beni culturali*: Le acquisizioni di immagini tramite UAV ha sicuramente dato una svolta anche nelle ricerche in ambito archeologico e dei Beni culturali. Tra i vantaggi si registrano la velocità di esecuzione di fotografie e la creazione di modelli digitali del terreno, oltre che alla rapidità di esecuzione dei rilevamenti.
- *Trasporto e consegna*: Tra i vari campi in cui i droni hanno trovato maggior impiego, il più rivoluzionario è senza dubbio il settore logistico e del trasporto merci. Un esempio è il servizio a pagamento "PrimeAir" che offre Amazon: la più famosa azienda di commercio elettronico mondiale sta completamente rivoluzionando il metodo di spedizione dei prodotti. Dopo un massimo di 30 minuti dall'acquisto della merce, per i prodotti trasportabili, Amazon rende disponibili i colli ai clienti per mezzo di droni, usati come corrieri (Fig.1). Questa nuova modalità costituisce il futuro del mondo delle spedizioni, in quanto è molto rapida e allo stesso tempo rispettosa dell'ambiente [1].



Figura 1: Esempio di drone utilizzato da Amazon per il servizio "PrimeAir".

Per quanto riguarda l'ambito militare invece, gli UAV vengono sfruttati per missioni di spionaggio e difesa contro atti terroristici e per la sorveglianza a distanza di zone ad alto rischio. Non mancano infine droni equipaggiati per missioni d'assalto, sui quali esistono dibattiti aperti in termini di eticità e legalità, che però esulano dagli argomenti e dall'interesse di questa tesi.

2.2 Droni e robotica

Come già noto, in conclusione di questa tesi si vuole suggerire una linea guida per la progettazione di un manipolatore da inserire alla base del drone acquistato, in modo tale da disaccoppiare il più possibile la dinamica dello UAV da quella del robot e viceversa. In questo capitolo si presentano le soluzioni esistenti di "*aerial manipulator*", facendo riferimento al tipo di applicazione in cui sono più spesso coinvolti.

Characteristics of some quadcopter UAVs used in aerial manipulation.

Manipulation type	Application	Remarks
Robotic manipulator	Perching, load transportation, force/torque exertion, pick-and-place, structure inspection, drawer opening, valve turning, peg-in-hole insertion tasks	1-DoF, 2-DoF and several-DoF manipulators, the most common type at the present, manipulator instantaneous workspace limited by the presence of UAV
Gripper directly attached to UAV body	Perching, Load transportation	Compliant and non-compliant grippers, common in early UAM applications
UAV body or rigid tool attached to it	Force/torque exertion, structure inspection, aerial writing	Rigid tools attached to tilt-rotor UAVs efficient for large force exertion
Tether	Load transportation	Confined to applications requiring tensile forces only

Figura 2: Tabella riassuntiva delle applicazioni dei manipolatori aerei al variare del tipo di manipolatore [2].

La tabella rappresentata in Fig.2, sintetizza lo stato dell'arte riguardo ai manipolatori aerei, sia relativamente alle tipologie di applicazioni che ai tipi stessi di manipolatori. Per ogni categoria viene anche lasciata una breve considerazione:

- *Braccio robotico*: gli UAV sono sistemi sottoattuati; ciò significa che gli input sul controllo del movimento sono inferiori ai gradi di libertà dell'oggetto, pari a sei per un corpo non vincolato nello spazio. Nel caso in esame, andando a regolare le velocità dei motori, sono solo 4 i gradi di libertà direttamente governabili sul drone: la traslazione verticale e le rotazioni attorno ai tre assi, dette yaw, pitch e roll, ossia rispettivamente imbardata, beccheggio e rollio. Equipaggiando il drone con un braccio robotico a diversi gradi di libertà, si rende il manipolatore aereo non più sottoattuato a livello dell'end effector, e quindi più semplice da controllare anche se in uno spazio di lavoro ristretto a causa degli ingombri del drone. In letteratura le maggiori applicazioni in questo settore riguardano movimentazioni di carichi, operazioni di pick and place, aperture di cassette, rotazioni di valvole, posizionamenti di piccoli oggetti in fori dedicati e più in generale situazioni in cui ci siano coppie/forze da applicare [2]. Tra tutte, lo UAV attrezzato con un manipolatore robotico, rappresenta indubbiamente lo scenario più versatile e controllabile, a discapito però di costi e sforzi progettuali sicuramente maggiori.



Figura 3: Esempio di UAV equipaggiato con braccio robotico.

- *Pinze direttamente assemblate allo UAV*: le prime operazioni di manipolazione con droni vennero eseguite tramite pinze completamente solidali allo UAV. Ne esistono

di due tipologie: di più semplici che hanno solo la funzione di afferrare e trasportare, e di più articolate che permettono inoltre di gestire posizione e orientazione seppure con incertezze molto maggiori rispetto ai bracci robotici. Rappresentano una soluzione antiquata e poco flessibile, ormai obsoleta, con il vantaggio di costi e difficoltà progettuali e di realizzazione relativamente bassi.

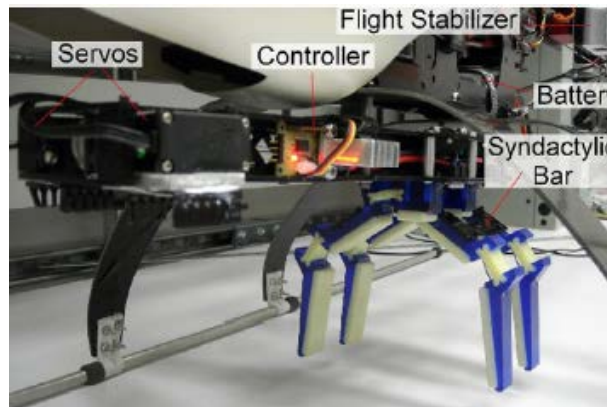


Figura 4: Esempio di UAV equipaggiato con pinze.

- *Strumento rigido solidale al drone*: un'altra categoria di manipolatori aerei è costituita da droni attrezzati con strumenti rigidi, che eseguono una singola funzione in base allo scopo prefissato. Per fare un paragone, questa categoria sta ad un braccio robotico come una macchina automatica sta ad un'isola robotizzata. Quest'ultima è molto più flessibile al netto di uno sforzo economico e progettuale quasi alla pari; una macchina automatica assolve infatti sempre allo stesso compito. In letteratura [2], si trovano testimonianze dell'utilizzo di manipolatori rigidi soprattutto per applicazioni generiche di forze sulle 3 dimensioni, sull'apertura e chiusura di porte e cassetti ed infine in ambito forestale, per lo spostamento di foglie e rami nei voli all'interno di boschi e flore rigorose.
- *Cavi e funi*: tiranti rigidi o funi rappresentano il modo più semplice per eseguire operazioni di trasporto. Inutilizzabili per posizionamenti, pick and place e compiti che prevedono applicazioni di forze e coppie, restano la tipologia di manipolatore più economica in assoluto. Il maggior problema legato a questa categoria riguarda la considerevole variazione del centro di massa del sistema in presenza o meno del manipolatore.



Figura 5: Esempio di UAV equipaggiato con cavi.

La tabella in Fig.6 mostra in modo schematico quanto accennato precedentemente.

Table 1 Comparison between different manipulating devices.					
Manipulating device	Cost	Difficulty	Availabile range	Stability	Application trend
Gripper	Low	Low	Low	High	Decrease
Manipulator	High	High	High	Middle	Rapidly increase
Cable and tether	Low	Suitable	Middle	Middle	Slowly decrease
Other	N/A	High	High	Middle	Increase

Figura 6: Confronto delle diverse tipologie di Aerial Manipulator [3].

Il vantaggio dell'automazione e della robotica in ambito industriale, dal punto di vista di risparmio di tempo durante il ciclo di produzione ed assemblaggio di un prodotto, è sotto l'occhio di tutti. Si pensi perciò al vantaggio di poter disporre di un manipolatore solidale a una piattaforma mobile: il drone ha la funzione di spostare all'interno dell'ambiente di lavoro il braccio robotico in modo tale che quest'ultimo possa eseguire l'attività richiesta: la flessibilità di un manipolatore aereo è decisamente maggiore di un'isola robotizzata fissa. D'altra parte, come citato in [2], esistono anche una serie di problematiche associate all'utilizzo di aerial manipulator rispetto alle isole robotiche tradizionali, come ad esempio:

- vincoli sul peso e sul carico utile, proporzionale alla potenza dei motori e quindi alla spinta generata da quest'ultimi;
- difficoltà di manovra in ambienti piccoli e chiusi, con il rischio che il drone urti i muri ed oggetti che circondano la stanza;
- difficoltà generale del controllo del solo drone, in quanto sistema sottoattuato: come riferito precedentemente, gli input sul controllo sono in numero inferiore dei gradi di libertà dello UAV nello spazio. Spesso quindi le equazioni del moto non sono disaccoppiate e sono fortemente non lineari;
- insorgenza e trasmissione di vibrazioni tra drone-manipolatore e viceversa. Se in un robot industriale forze e coppie che nascono durante un ciclo di lavoro vengono scaricate a telaio e quindi su una solida base, ciò non accade nel caso degli aerial

manipulator. Viceversa, quando l'end effector del manipolatore interagisce con il carico, il drone risentirà dell'interazione in termini di stabilità, così come ne risentirebbe il manipolatore se al drone fosse associato un nuovo spostamento.

2.3 Droni e vibrazioni

Nel presente capitolo si analizzano in generale aspetti legati alle vibrazioni degli UAV. Di qualsiasi natura esse siano, autoindotte o casuali, le vibrazioni costituiscono un problema per certe attività, come la presa o inserimento di oggetti, oppure lo scatto di buone foto senza incorrere in sfocature. Per questi motivi, in seguito verrà presentato lo stato dell'arte riguardo questa tematica, riportando i risultati e le idee che la comunità scientifica ha sviluppato fino a questo momento.

In [4] si fa riferimento a come le vibrazioni possano alterare i dati registrati dai sensori su micro-UAV. In particolare, il paper si focalizza sulla piattaforma inerziale, l'IMU (inertial measurement unit), che misura accelerazioni e rotazioni sui tre assi. Le vibrazioni sono solitamente segnali ad alta frequenza, quindi vengono viste come un disturbo per segnali campionati di interesse a bassa frequenza. Il problema si propone durante l'acquisizione: se la frequenza di campionamento dei sensori non risulta essere pari ad almeno il doppio della massima frequenza del segnale da campionare, il segnale in uscita sarà soggetto ad aliasing, ossia viene campionato un segnale a bassa frequenza che non ha nessuna caratteristica del segnale reale. Se si conosce la frequenza della vibrazione il problema non sussiste, si opta per una IMU che rispetti il teorema di Nyquist-Shannon, ma per micro-UAV la frequenza di campionamento per una IMU standard è di circa 100 Hz , ossia non è automatico che l'aliasing non sussista. Grazie ad una IMU professionale con frequenza di acquisizione a 800 Hz si sono acquisiti dati e analizzato spettri fino a 400 Hz , durante una comune prova in configurazione di volo. I risultati ottenuti sono i seguenti:

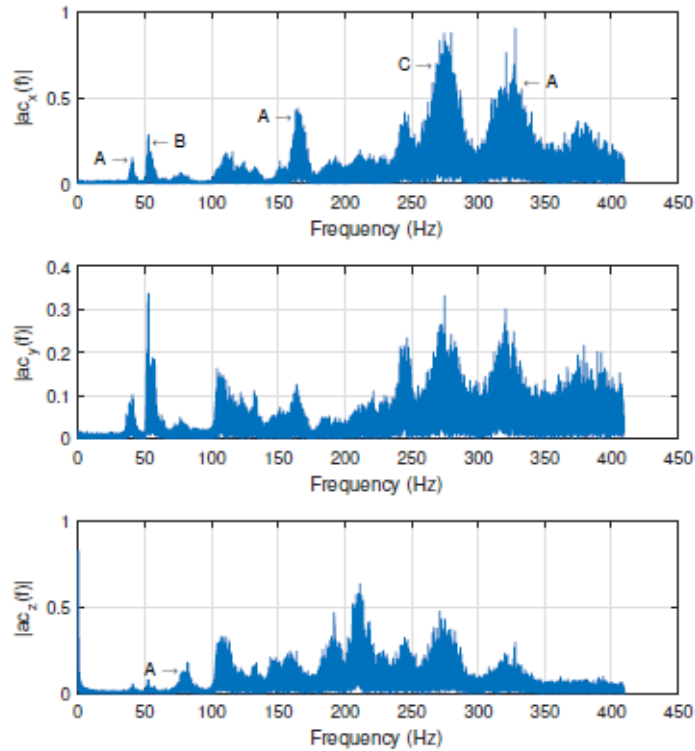


Figura 7: Spettro relativo alle accelerazioni rilevate nei tre assi.

In Fig. 7 si nota lo spettro in frequenza delle accelerazioni; come indicato dalle lettere è possibile individuare:

- A: vibrazioni attorno ai 40 Hz in direzione x e y e sugli 80 Hz in direzione z associabili agli spostamenti del carico ed in generale degli elementi posizionati sotto alla struttura, come la batteria;
- B: vibrazioni alla frequenza di 50 Hz originate dalla rotazione dei motori;
- C: vibrazioni legate alla struttura principale, ossia al telaio dello UAV.

Si noti come una IMU professionale abbia rilevato picchi in frequenza anche a circa 330 Hz , quindi il problema di aliasing sarebbe insorto certamente se si fosse campionato con l'IMU standard a 100 Hz .

Per isolare il sistema da vibrazioni ad alta frequenza, gli autori hanno installato diverse tipologie di smorzatori in silicone, a forma di lamina e di sfera, e rieseguito le stesse prove di volo. I risultati comuni ottenuti riportano:

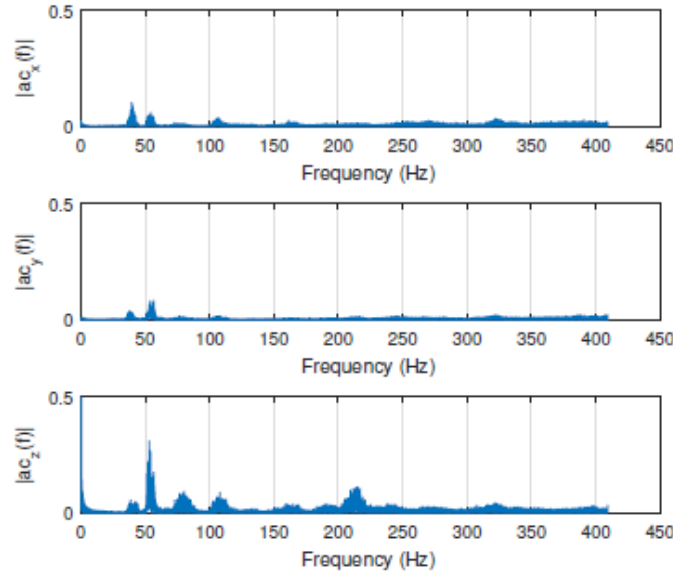


Figura 8: Spettro relativo alle accelerazioni rilevate nei tre assi con aggiunta di smorzatori.

Si noti come i vari picchi ad alta frequenza siano stati eliminati e come un IMU che acquisisce a 100 Hz sia in grado di rilevare i picchi maggiori attorno ai 50 Hz . Il parametro che si utilizza per valutare l'isolamento delle vibrazioni è chiamato *trasmissibilità*, pari al rapporto tra l'ampiezza di forza trasmessa ad una struttura rispetto a quella impressa:

$$T = F_t/F_0 \quad (1)$$

Si ricorda che $T < 1$ per $w \geq \sqrt{2}w_n$, ossia solo quando la pulsazione naturale del sistema è minore della pulsazione della forzante si è in una condizione favorevole per l'isolamento dalle vibrazioni.

Anche in [5] gli autori fanno riferimento alle conseguenze negative che le vibrazioni hanno sui quadricotteri, in particolar modo le stesse già analizzate in [4], ossia rispettivamente la scarsa qualità di immagini fotografiche e le problematiche sul controllo dello UAV derivanti da dati mal acquisiti dalla piattaforma inerziale. Il focus principale dell'articolo è però analizzare le principali fonti di insorgenza delle vibrazioni e capire come eliminarle, riconoscendo da cosa dipendono: le più pericolose risultano provenire dalla rotazione dei motori e dallo sbilanciamento di questi. Interessante capire come le rotazioni dei rotori attorno ad un asse di rollio e beccheggio, proprietà comunque che non tutti droni possiedono, influenzino il sistema.

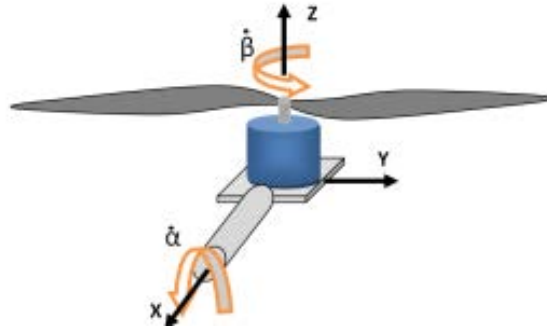


Figura 9: La rotazione α attorno all'asse x , manovra di tiltaggio del motore, è un'altra variabile nelle equazioni del moto, oltre alla rotazione β attorno all'asse z .

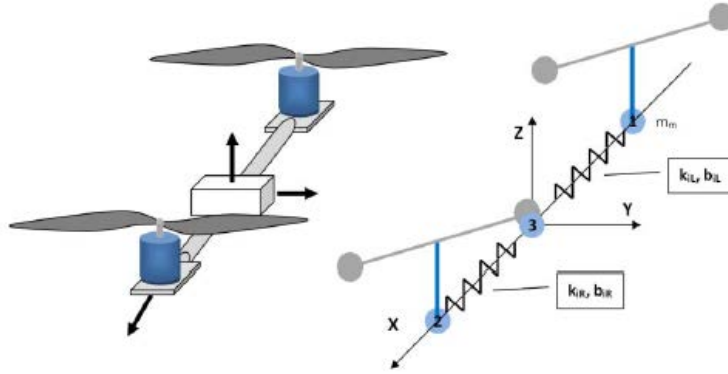


Figura 10: Modello schematicizzato a due motori con molle e smorzatori che collegano il corpo centrale.

Scrivendo le equazioni del moto per questo modello in riferimento al sistema di coordinate al centro del drone, si noterà come le forze nei tre assi non dipendano dalla posizione delle eliche ($\sin \beta, \cos \beta$), ma esclusivamente in modo non lineare dalla rotazione α , da $\dot{\alpha}^2$ e $\ddot{\alpha}$, ossia non sono di natura vibrante e non sono costanti a causa del tiltaggio dei rotori.

Per quanto riguarda invece le coppie nei tre assi, anch'esse dipendono non linearmente da $\alpha, \dot{\alpha}^2$ e $\ddot{\alpha}$, ma il contributo vibrante in questo caso è presente, con pulsazione pari al doppio della frequenza di rotazione delle eliche ($\sin 2\beta, \cos 2\beta$).

Nelle tre figure successive, Fig. 11,12 e 13, vengono rappresentati tre diversi risultati dello stesso sistema in tre diverse configurazioni:

- 1: Andamento rotante sinusoidale dell'elica;
- 2: Accelerazione angolare $[rad/s^2]$ lungo x in posizione 3;
- 3: Accelerazione angolare $[rad/s^2]$ lungo y in posizione 3;
- 4: Accelerazione angolare $[rad/s^2]$ lungo z in posizione 3.

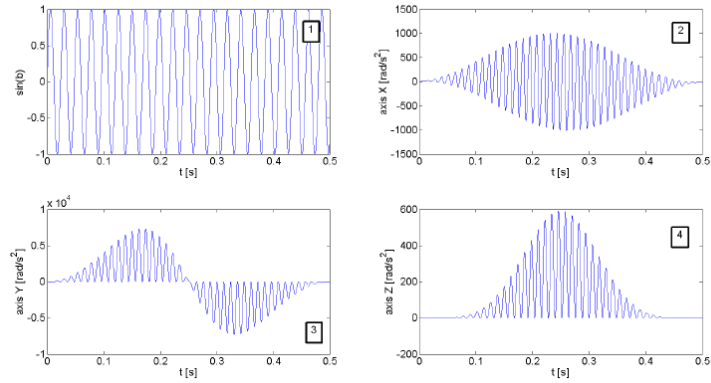


Figura 11: Risultati della simulazione con le due eliche in fase.

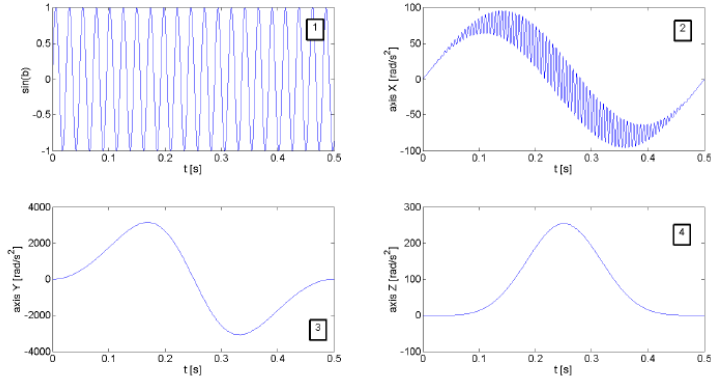


Figura 12: Risultati della simulazione con le due eliche sfasate di $\pi/2$.

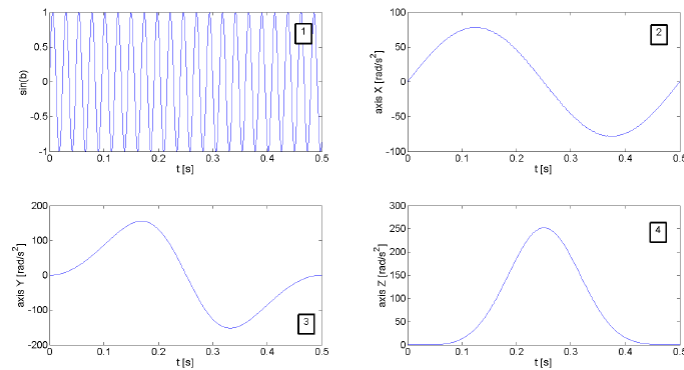


Figura 13: Risultati della simulazione con le due eliche sfasate di $\pi/2$ con diversi valori di rigidezze e smorzamenti rispetto al caso in Fig.12.

Si noti come in Fig.11 il modello restituisce accelerazioni angolari vibranti nel tempo, ad una pulsazione doppia rispetto a quella relativa alla rotazione delle pale; se si applica uno sfasamento alle eliche di $\pi/2$, Fig.12, le vibrazioni su y e su z si annullano, mentre

permangono su x ; solo cambiando in modo opportuno i valori di smorzamento e rigidezza anche in x si riescono ad annullare le vibrazioni, Fig.13. Gli involucri delle tre accelerazioni non sono di forma sinusoidale perfetta poiché dipendono, come già detto, anche da $\dot{\alpha}^2$ e $\ddot{\alpha}$.

Il ritenere lo sbilanciamento dei rotori la principale sorgente di vibrazione negli UAV è pensiero comune ad altri autori, come analizzato in [6]. In questo articolo l'obiettivo è effettuare un'analisi agli elementi finiti da confrontare con l'analisi modale sperimentale su un esacottero. Come forze in ingresso al modello numerico, gli sperimentatori hanno eseguito diverse prove andando a registrare le forze assiali e radiali derivanti dagli sbilanciamenti delle eliche.

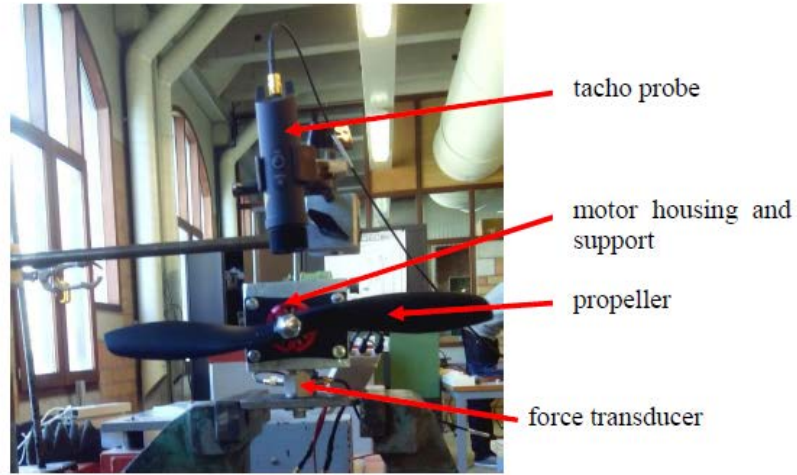


Figura 14: Apparato sperimentale: sonda tachimetrica per misurare la velocità di rotazione, supporto e sede del motore, elica e trasduttore di forza.

Si son calcolate le forze, sia radiali che assiali, al variare delle velocità angolari, nel range $200 - 14500 \text{ rpm}$, e al variare del materiale dell'elica, legno e plastica. In Fig. 15 si riporta l'esempio dello spettro radiale risultante relativamente ad un'elica in plastica.

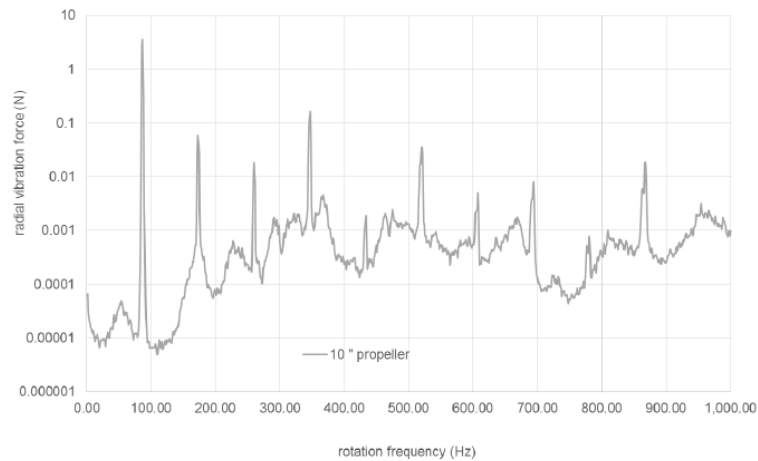


Figura 15: Spettro radiale risultante nel range $200 - 14500 \text{ rpm}$ per un'elica in plastica.

Gli spettri combinati assiale e radiale nel range di velocità analizzato sono poi stati inseriti nel modello agli elementi finiti per ricavare gli spostamenti della struttura, Fig. 16.

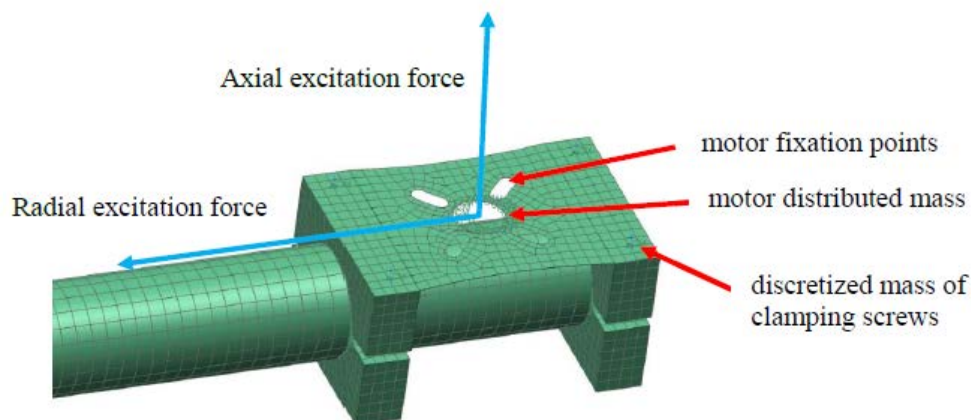


Figura 16: Forze in input nel modello FE.

I risultati numerici si sono poi confrontati con quelli derivanti dall'analisi modale sperimentale. Si può ritenere buono il paragone tra le frequenze naturali ricavate nei due differenti modi: Fig.17

mode	Resonance frequency numerical (Hz)	Resonance frequency experimental (Hz)	Relative difference (%)	Mode shape	MAC (%)
1	86	86	0,047		0.91
2	92,8	93	0,205		0.9
3	104,2	106	1,727		0.92
4	121,3	120	1,072		0.95
5	303,8	312	2,699		0.94
6	329,6	339	2,852		0.88

Figura 17: Confronto FEM e Analisi modale.

Un approccio meno tradizionale per la stima dei fenomeni vibratorii sugli UAV è proposto in [7]. L'obiettivo degli autori è ricavare i parametri relativi alle vibrazioni senza l'utilizzo di strumentazione specifica, ma a partire dal grado di sfocatura delle immagini raccolte dalla videocamera che già equipaggia il drone. L'idea principale dell'analisi proposta è che durante una ripresa in condizioni reali di volo, i frame delle immagini saranno soggetti a sfocatura, il cui grado varierà a seconda della posizione della videocamera in ogni istante temporale; calcolando il gradiente di sfocatura è possibile risalire alla frequenza ed anche all'ampiezza dei fenomeni vibratorii. Per ottenere una misurazione della sfocatura dei vari frame dell'immagine, si fa riferimento ai due parametri della distribuzione di Weibull, η e σ :

$$f(x, \eta, \sigma) = \frac{\eta}{\sigma} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{(\eta-1)} e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\eta}, x \geq 0 \quad (2)$$

In (2), $\sigma > 0$ e $\eta > 0$ rappresentano rispettivamente il parametro di scala e il parametro di forma della distribuzione. In Fig.18, viene riportata una stima del parametro di forma η al variare del grado di sfocatura.



Figura 18: Stima dei valori del parametro η per immagini con grado di sfocatura crescente.

Noti i parametri η e σ , si passa ad analizzare la variazione del grado di sfocatura in una prova di volo. In Fig.19, si plotta la variazione della sfocatura dell'immagine rispetto alla sequenza dei frame nel video; la fotocamera acquisisce 30 fotogrammi al secondo.

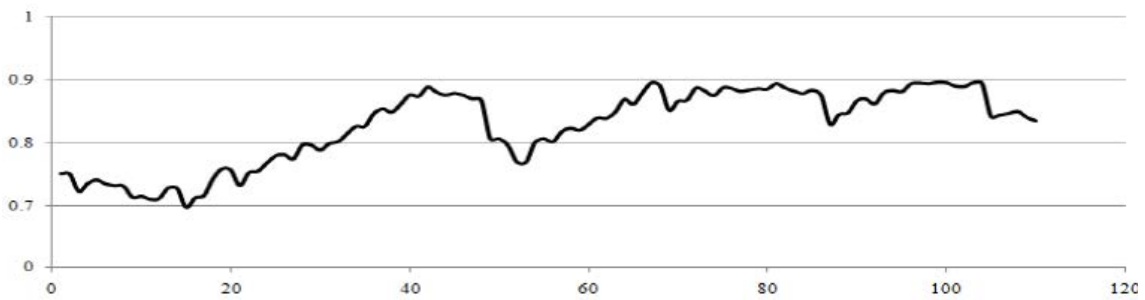


Figura 19: Variazione della sfocatura dell'immagine rispetto alla sequenza dei frame nel video.

Osservazioni: eseguendo una Fast Fourier Transform del segnale in Fig.19, si ottiene lo spettro rappresentato in Fig.20, in cui si riconosce un picco a bassa frequenza attorno ai 5 Hz imputabile allo spostamento del drone durante il volo, ed un altro picco a più alta frequenza, 15 Hz , dovuto ai fenomeni vibrazionali che insorgono.

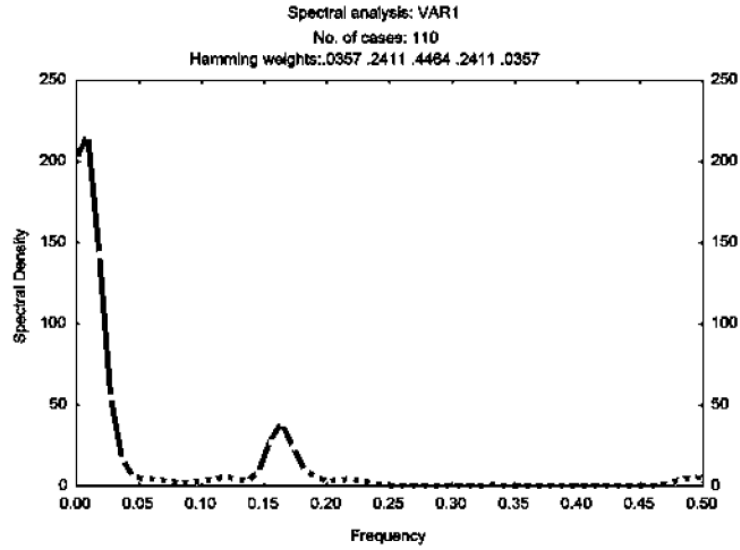


Figura 20: Fast Fourier Transform del segnale in Fig.19.

In conclusione di questo capitolo, si riporta il lavoro svolto dagli autori trattato nell'articolo [8]. Le tematiche affrontate trattano argomenti sulle vibrazioni negli UAV e il loro controllo e isolamento; in questo caso non si fa riferimento ad un multirottore ma ad un elicottero. Dopo aver creato il modello in ambiente VehicleSim, software multibody, si è simulato il sistema sbilanciando il rotore principale, andando ad analizzare lo spettro in frequenza delle vibrazioni rilevate sulla fusoliera, quindi trasmesse al sistema di visione agganciato inferiormente e che si vuole, per i motivi già analizzati, isolare il più possibile. La velocità di rotazione è 177.9 rad/s . In Fig.21 si riporta lo spettro risultante lungo l'asse x : si noti come la frequenza maggiormente eccitata sia presente a 28Hz , relativa allo sbilanciamento del rotore principale.

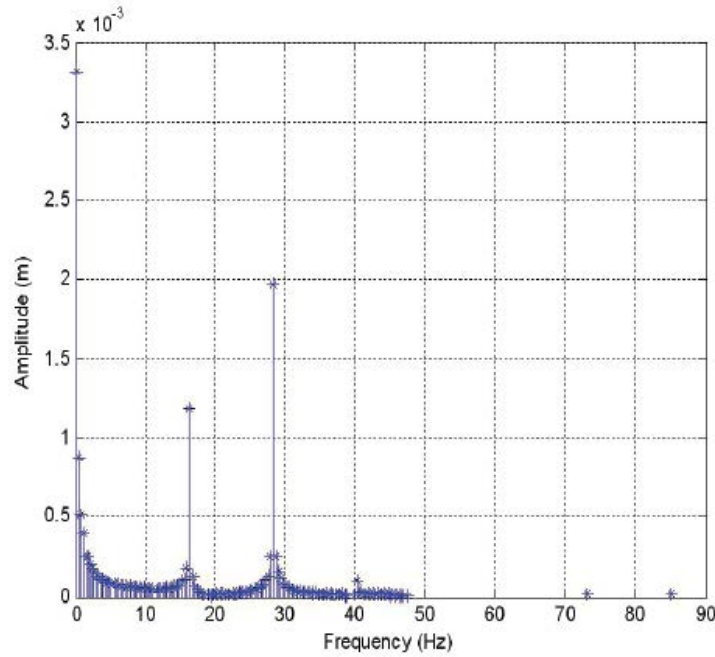


Figura 21: Spettro che risulta lungo l'asse x della fusoliera.

L'algoritmo di controllo sviluppato è un sistema molla-smorzatore con coefficiente di smorzamento variabile nel tempo, che si adatta al variare delle frequenze eccitate. Si è creata una tabella di riferimento in cui, per ogni combinazione di frequenze registrate negli assi cartesiani, si trovi il coefficiente di smorzamento ottimo per minimizzare lo spostamento della videocamera sui tre assi. Lo step successivo consiste nel creare un'intelligenza artificiale in grado di provvedere al $C(t)$ necessario al variare delle frequenze; si è scelto di utilizzare un ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System). Questo metodo di apprendimento automatico si basa su una rete neurale, di cui si forniscono i dati in ingresso e in uscita.

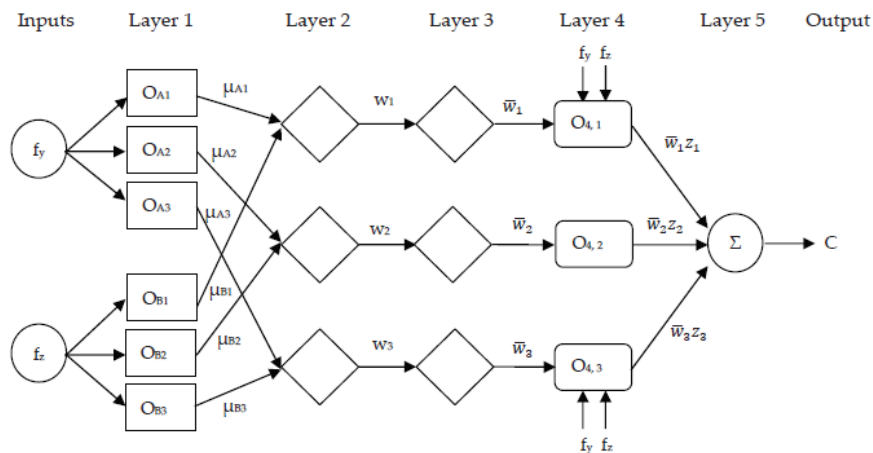


Figura 22: Architettura usata per l'Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System.

In ingresso alla rete si danno le frequenze registrate, in uscita i valori del coefficiente di smorzamento ricavati dalla tabella di riferimento precedentemente nominata. Il set di dati in input e output è necessario all'Anfis per la parte di training, in modo tale che poi l'algoritmo sia in grado di essere utilizzato in ambiente VehicleSim. Di seguito, in Fig.23, viene rappresentato un confronto tra il metodo tradizionale passivo molla-smorzatore, ed il metodo semiattivo con coefficiente di smorzamento adattato nel tempo. Si noti come, a parità di istante di tempo, lo spostamento nel caso del metodo ANFIS sia minore che nel caso del metodo passivo.

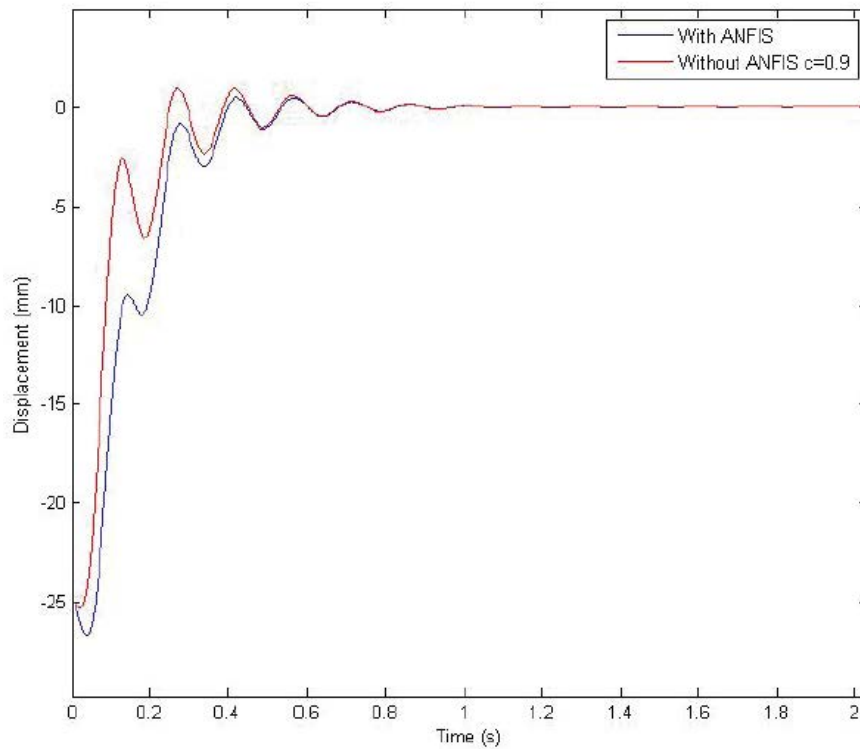


Figura 23: Differenza nell'oscillazione tra metodo passivo (in blu) e semi-attivo ANFIS (in rosso).

3 Drone utilizzato

In questo capitolo vengono rese note le caratteristiche del drone che si è deciso di acquistare, il modello S1000 della DJI. La casa costruttrice è la cinese SZ DJI Technology Co, con sede a Shenzhen, ma con stabilimenti di produzione in tutto il mondo. Oltre ad essere leader nella produzione di droni per il settore commerciale e civile, occupando il 70% del mercato mondiale, progetta e realizza telecamere, altre piattaforme di volo, sistemi stabilizzatrici, di controllo e di propulsione per il volo. Il maggiore campo di utilizzo è quello musicale, televisivo e cinematografico, al punto tale da ricevere in premio il “Technology & Engineering Emmy Award” in tale settore, nel 2017.



Figura 24: Drone DJI S1000.

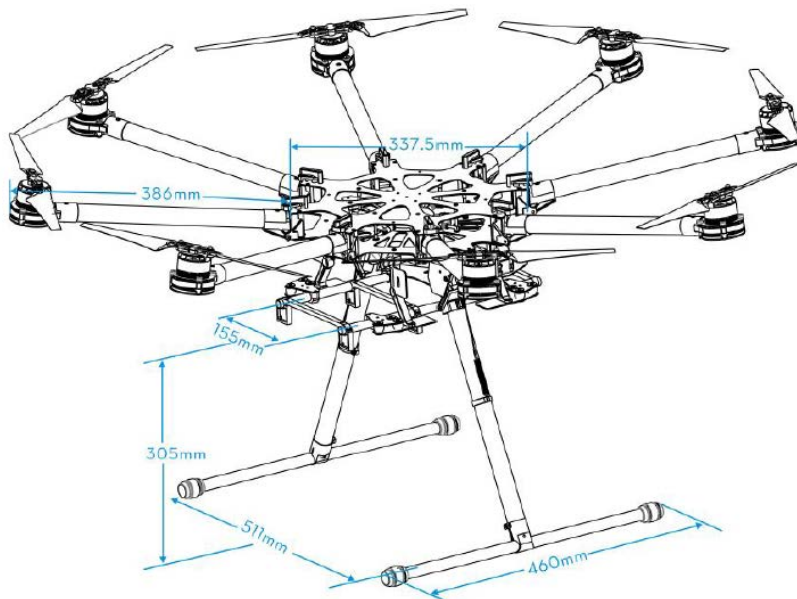


Figura 25: Principali quote di riferimento del drone DJI S1000.

Come si può osservare da Fig. 24 e 25, il modello S1000, che è in produzione dal 2014, è equipaggiato con otto motori, perciò si tratta di un ottacottero. La spinta derivante da quest'ultimi è tale da garantire il sollevamento di un peso complessivo fino a 11 *Kg*; il peso del drone senza attrezzatura è di 4,7 *Kg*, mentre la massima altezza raggiungibile in volo è di 150 *m*. Lo UAV è composto da un telaio in fibra di carbonio, che conferisce leggerezza e resistenza allo stesso tempo; le due gambe del carrello di atterraggio retrattile e gli otto bracci, pieghevoli a loro volta, che contengono gli otto rotori alle estremità, sono anch'essi in fibra di carbonio. Il fatto di possedere il carrello retrattile, oltre che bracci e antenna pieghevoli, è una caratteristica molto utile del dispositivo, in quanto il trasporto del drone risulta essere facilitato di molto, mentre in fase di volo la stabilità aumenta a causa dell'accentramento delle masse.



Figura 26: Particolare dei bracci e antenna pieghevoli.

Gli otto motori, disposti in modo tale da creare antimetria rispetto all'asse di beccheggio, ruotano in modo alternato sia in verso orario che in verso antiorario fino ad un massimo di 10000 *rpm*, in una configurazione denominata a "X"; gli effetti che tale configurazione comporta, rispetto ad un'alternativa configurazione a "+", verranno illustrati in seguito. I motori sui bracci opposti ruotano sempre equiversi. In Fig. 27, vengono rappresentati i versi di rotazione di ciascun motore.

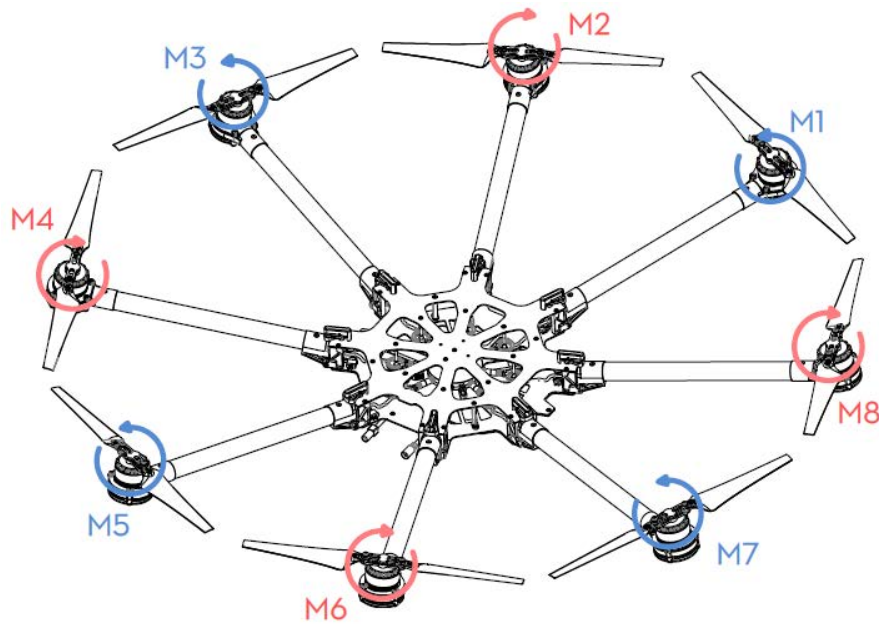


Figura 27: Versi di rotazione degli otto motori.

La configurazione ad “X”, sommata alla presenza di un angolo di 8° tra la parte centrale del telaio ed ogni braccetto e ad un angolo di 3° o -3° di tiltaggio del motore rispetto all’asse del braccetto (a seconda del verso di rotazione del motore), rendono il drone più stabile nelle manovre di rollio e beccheggio e più semplice da controllare nelle manovre di imbardata. Quanto detto è visibile in Fig. 28.

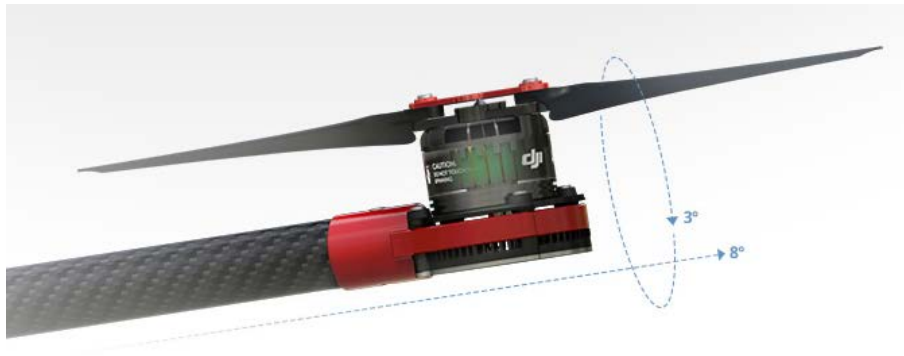


Figura 28: Dettagli degli angoli di inclinazione dei braccetti e dei motori.

Le eliche di ciascun motore misurano 15 pollici in diametro e sono realizzate in plastica ad alta resistenza, per questo motivo il peso è di soli 13 grammi l’una. Si fa inoltre presente che non c’è la possibilità di variare l’angolo di incidenza delle pale.

Questo modello di drone è stato pensato, come già evidenziato in precedenza, per ottimizzare videoriprese in campo musicale e cinematografico. Per questo motivo, sotto alla struttura portante in carbonio, è presente una staffa predisposta al montaggio della videocamera. Per quanto riguarda gli obiettivi di questa tesi però, ossia movimentazioni in

ambito industriale, la staffa sarà utilizzata per il fissaggio del manipolatore. Tra la staffa e il telaio sono presenti dei piccoli componenti in materiale elastomerico con la funzione di smorzare le vibrazioni provenienti dai rotori.



Figura 29: Dettaglio dei componenti in materiale elastomerico situati tra telaio e staffa di montaggio.

I motori sono di tipo brushless della serie *DJI4114 400Kv*, in cui 4114 rappresenta le dimensioni dello statore, rispettivamente diametro e lunghezza (41mm x 14mm), mentre 400Kv è la costante di forza controelettromotrice, espressa in $[rpm/V]$, che indica, al variare della velocità angolare del motore, quanto vale la tensione controelettromotrice, da sottrarre alla tensione di alimentazione in ingresso al motore per ricavare il valore netto della coppia motrice in uscita. Il peso complessivo di ogni motore, tenendo conto anche della ventola di raffreddamento, è di 158g; la massima potenza erogabile è di 500W.

Ogni motore è equipaggiato con delle ESC, Electronic Speed Controller, DJI da 40A del peso di 35 g ciascuna: grazie al controllo elettronico di velocità, in caso di guasto o malfunzionamento di un motore, viene garantita comunque stabilità durante il volo. Lo UAV, inoltre, ha installata una FCB DJI A2, Flight Control Board (Fig.30), con le seguenti caratteristiche:

- Output ESC supportato con frequenza di refresh a 400Hz;
- Temperatura operativa: $-5^{\circ}C$ to $60^{\circ}C$;
- Resistenza Massima al Vento: inferiore agli 8m/s;
- Velocità Massima Angolare in Yaw: 150deg/s;
- Massimo angolo di Tilt: 35°;
- Velocità di ascesa e discesa: 6m/s;
- Dimensioni Flight Controller: 54mm x 39mm x 14.9mm.

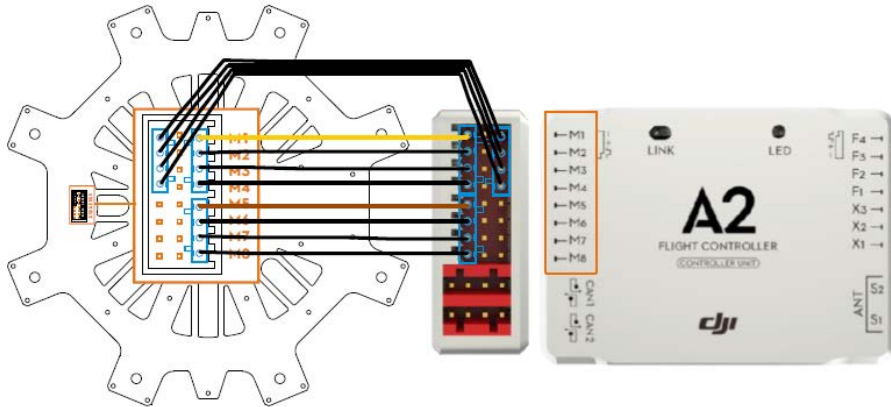


Figura 30: Flight Control Board DJI A2.

Il drone è equipaggiato con un GPS DJI A2, di dimensioni $62\text{ mm} \times 14.3\text{ mm}$, con accuratezza in hovering di $\pm 0.5\text{ m}$ in verticale e $\pm 1.5\text{ m}$ in orizzontale. Sono presenti una camera frontale dal peso di 20 g , un Gimbal, ossia staffe per il supporto del payload, un modulo wireless per la trasmissione video, un ricevitore per i segnali provenienti dal radiocomando ed una piattaforma inerziale come sensore per le rotazioni nei tre assi.

Infine, la batteria che alimenta l'elettronica di bordo è del tipo Li-PO, ossia a polimeri di litio, con le seguenti caratteristiche:

- Durata che spazia tra un minimo di 5 min ad un massimo di 15 min ;
- Capacità di 21500 mAh ;
- Voltaggio di 22.2 V ;
- Composizione $6S$, ossia son presenti sei celle disposte in serie;
- Scarico batteria a 20 C : significa che è possibile eseguire la scarica fino ad un massimo di venti volte la capacità;
- Peso: 2285 g ;
- Dimensioni: $60 \times 170 \times 95\text{ mm}$;
- Spinotto $AS150$ a prova di scintilla: collegamento semplificato e che evita cortocircuiti (Fig. 31).

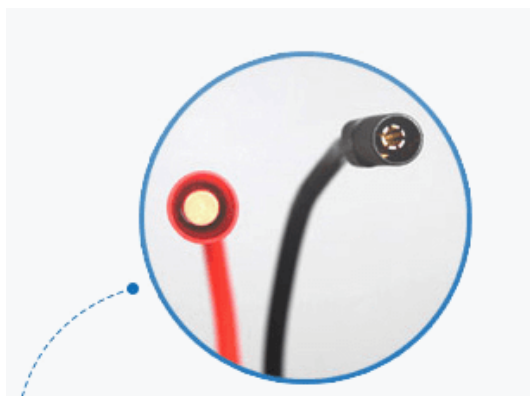


Figura 31: AS150 a prova di scintilla.

Si conclude questo capitolo evidenziando le performances dichiarate dal costruttore e con una tabella riassuntiva di quanto elencato precedentemente.

- *Velocità di crociera:*
 - Media 700 cm/s ;
 - Minima 20 cm/s ;
 - Massima 1500 cm/s .
- *Velocità di salita verticale:*
 - Media 300 cm/s ;
 - Minima 20 cm/s ;
 - Massima 600 cm/s .
- *Velocità di discesa verticale:*
 - Media 200 cm/s ;
 - Minima 20 cm/s ;
 - Massima 500 cm/s .

S1000 Product Release Notes	
Frame	
Diagonal Wheelbase	1045mm
Frame Arm Length	386mm
Frame Arm Weight (with Motor, ESC, Propeller)	325g
Center Frame Diameter	337.5mm
Center Frame Weight (with Landing Gear Mounting Base, Servos)	1330g
Landing Gear Size	460mm(Length)×511mm(Width)×305mm(Height) (Top width: 155 mm)
Motor	
Stator Size	41×14mm
kV	400rpm/V
Max Power	500W
Weight (with Cooling Fan)	158g
ESC	
Working Current	40A
Working Voltage	6S LiPo
Signal Frequency	30Hz - 450Hz
Drive PWM Frequency	8KHz
Weight (with Radiators)	35g
Foldable Propeller (1552/1552R)	
Material	High strength performance engineered plastics
Size	15×5.2inch
Weight	13g
Flight Parameters	
Takeoff Weight	6.0Kg - 11.0Kg
Total Weight	4.2Kg
Power Battery	LiPo (6S, 10000mAh-20000mAh, 15C(Min))
Max Power Consumption	4000W
Hovering Power Consumption	1500W (@9.5Kg Takeoff Weight)
Hovering Time	15min (@15000mAh& 9.5Kg Takeoff Weight)
Working Environment Temperature	-10 °C - +40 °C

Figura 32: Tabella riassuntiva *DJI S1000*.

Per altri approfondimenti si rimanda a [9], [10], [11] e [12].

4 Sorgenti di eccitazione

Uno degli scopi fondamentali di questa tesi è cercare di risalire alle principali sorgenti vibrazionali che possono influenzare in modo passivo il moto del braccio manipolatore durante il suo ciclo di lavoro. Almeno nella fase iniziale, lo studio si è focalizzato supponendo di lavorare in condizioni ben definite:

- Ambiente chiuso, ossia nessuna possibile influenza di folate casuali di vento; viene così a mancare una forzante di tipo random che avrebbe potuto eccitare il sistema;
- Volo in condizioni stazionarie: il drone si trova in una situazione tale per cui il peso è vinto dalle spinte generate dagli 8 rotori, rotanti alle stesse velocità angolari. Si supponga quindi il drone sollevato ad una quota stabilita che rimane costante durante il movimento del braccio robotico.

Fatte queste considerazioni, in seguito si mettono in evidenza le fonti analizzate, cercando quando possibile di quantificarne gli effetti. Si distinguerà inoltre tra cause più o meno rilevanti, in modo da assegnare un'ordine di grandezza a ciascuna fonte, per poter categorizzare le problematiche e semplificare in maniera consapevole i modelli successivi, in base alle condizioni di lavoro precedentemente definite.

4.1 Blade flapping

Il fenomeno fa riferimento ad una diversa spinta generata tra l'elica sinistra e destra di ogni rotore in un volo traslazionale, Fig.33.

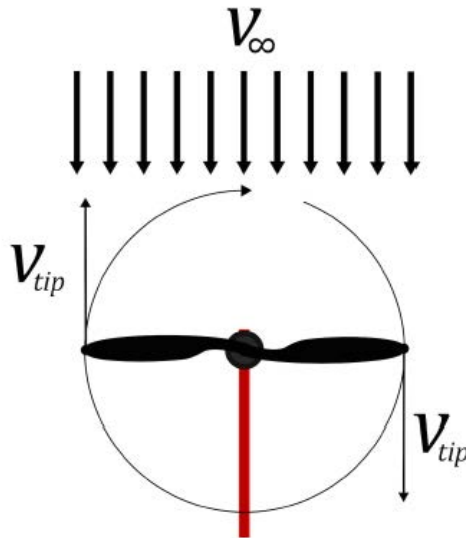


Figura 33: Fenomeno del blade flapping: la velocità tangenziale in corrispondenza delle punte delle estremità opposte delle eliche è differente; ciò comporta uno scompenso di *lift* [13].

Si prenda in esame il caso in cui V_{tip} sia parallela alla direzione della velocità del vento apparente V_∞ , si avrà:

$$V_{\text{bladeSX}} = V_{\text{tip}} - |V_{\infty}| \quad (3)$$

$$V_{\text{bladeDX}} = V_{\text{tip}} + |V_{\infty}| \quad (4)$$

Da (3) e da (4) si evince che la massima differenza di velocità tangenziale presente considerando le estremità delle punte è pari a $2|V_{\infty}|$. Considerando una pala infinitamente rigida, questo scompenso di velocità genererà a sua volta una differenza di spinta, a favore della pala destra nell'istante di tempo rappresentato in Fig. 33. La posizione della pala è funzione del tempo, di conseguenza anche la differenza di *lift* lo sarà; quest'ultima provocherà fenomeni vibratori, in particolare creerà un momento sul piano ortogonale all'asse di rotazione del motore, inducendo stress su quest'ultimo con la possibilità di arrivare a cedimenti.

Questo fenomeno fu osservato le prime volte nelle pale degli elicotteri, per i quali è stata trovata la soluzione al problema: gli angoli di incidenza delle pale destra e sinistra sono opposti e variabili nel tempo, tali da compensare la differenza di spinta che si genererebbe in presenza di blade flapping con stessi angoli di incidenza; la variazione dell'angolo è possibile permettendo alle pale di poter scorrere lungo l'asse di rotazione sul quale sono incernierate. Le condizioni presenti su di un elicottero, ossia di pale rigide e con la possibilità di ruotare, non sono però le stesse presenti sugli aeromobili, in cui le pale sono fisse e solitamente in plastica, quindi non rigide come nel caso degli elicotteri.

La caratteristica di una maggiore cedevolezza delle pale fisse non è però un difetto in questo caso, Fig.34.

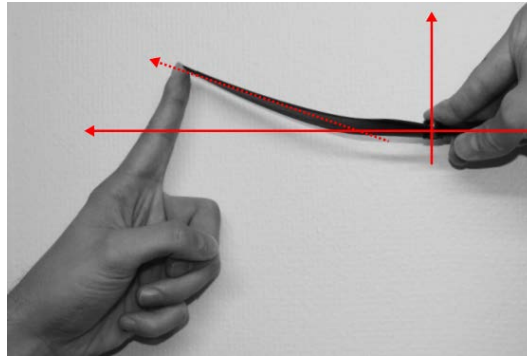


Figura 34: Dimostrazione della flessibilità delle pale in plastica di un ottacottero.

La presenza concomitante del vento apparente e di eliche non rigide porterà ad una nuova configurazione deformata del sistema, rappresentato in Fig.35.

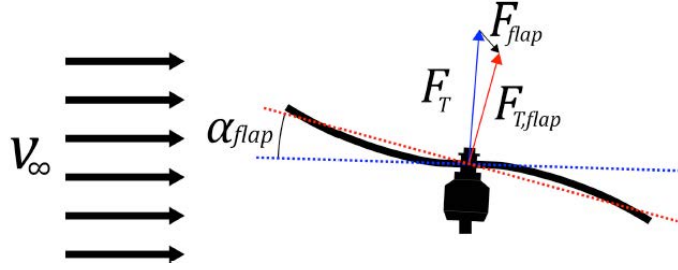


Figura 35: Configurazione deformata delle eliche nel caso di pale non rigide in plastica.

A causa della deformata delle pale si genera un nuovo vettore di spinta $F_{T,flap}$, in rosso, con α_{flap} angolo di incidenza, dipendente dalla rigidità delle eliche, che aumenta man mano che giunge aria, provocando il tiltaggio del rotore all'indietro.

La conseguenza di ciò è un naturale riequilibrio dello scompenso di lift: se negli elicotteri si permetteva la variazione dell'angolo di incidenza tramite una cerniera alla base delle eliche, negli ottacotteri la variazione di α_{flap} avviene per la maggiore cedevolezza delle pale. Sommando questo effetto al fenomeno del blade flapping, la spinta sarà equilibrata. Per poter quantificare l'effetto della rigidità delle eliche è necessario avere una stima dell'angolo di incidenza per poter svolgere delle simulazioni. Solitamente α_{flap} è misurato in galleria del vento per poi essere calcolato tramite best fitting dei dati raccolti, in modo tale da ricavare un'equazione per poter simulare lo scompenso di lift.

In questa tesi, quindi, sia per quanto riguarda la difficoltà oggettiva di ottenere una stima dell'angolo di incidenza, sia per le particolari condizioni di lavoro citate ad inizio capitolo (assenza di vento reale e assenza di vento apparente perché il drone è in volo stazionario), il fenomeno del blade flapping e dello scompenso di lift non verrà preso in considerazione.

4.2 Effetti giroscopici

L'effetto giroscopico è un fenomeno che nasce ogni qual volta un oggetto posto in rotazione vede cambiare nel tempo l'orientazione del proprio asse a causa di una azione esterna. L'azione che devia l'asse di rotazione provoca in output la rotazione del sistema perpendicolarmente all'asse di rotazione stessa e alla forza di input. Il fenomeno è spiegato dal principio fisico della conservazione nel tempo del momento angolare. Il vettore momento della quantità di moto $\mathbf{L}$ è così definito:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad (5)$$

In cui $\mathbf{p}$ rappresenta il vettore quantità di moto e $\mathbf{r}$ è il vettore congiungente il polo rispetto a cui si calcola il momento angolare e il punto di applicazione di $\mathbf{p}$. L'unità di misura nel sistema internazionale è $[kg \, m^2 \, s^{-1}]$.

Considerando la variazione nel tempo del momento della quantità di moto si ha [14]:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (6)$$

Supponendo fisso il polo rispetto a cui si calcola il momento angolare, il prodotto vettoriale $d\mathbf{r}/dt \times m\mathbf{v}$ è nullo in quanto il termine $d\mathbf{r}/dt$ coincide con $\mathbf{v}$ stesso, poiché il vettore velocità non dipende dal polo di riferimento.

Nel secondo termine in (6), $\mathbf{r} \times m d\mathbf{v}/dt = \mathbf{r} \times m\mathbf{a} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{M}$, in cui $\mathbf{M}$ è il momento meccanico della forza, espresso come prodotto vettoriale di braccio e forza.

Riscrivendo perciò (6) in forma sintetica si ottiene l'espressione:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M} \quad (7)$$

conosciuta come *teorema del momento angolare*: la derivata temporale del momento della quantità di moto è pari al momento della forza se entrambi i momenti sono riferiti allo stesso polo fisso in un sistema di riferimento inerziale.

Nel caso in cui la forza sia nulla, oppure i vettori $\mathbf{r}$ e $\mathbf{F}$ siano paralleli, il momento $\mathbf{M}$ sarà nullo, perciò:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M} = 0 \quad \text{ossia} \quad \mathbf{L} = \text{costante} \quad (8)$$

Il momento angolare si conserva nel tempo se il momento delle forze è nullo. Si ricorda che nell'equazione (8) si considerano solo i momenti delle forze esterne, infatti il momento risultante delle forze interne al sistema è identicamente nullo indipendentemente dal polo di riferimento. In seguito verrà richiamato questo teorema per spiegare la manovra di imbardata e la presenza o meno di effetti giroscopici nelle varie configurazioni di volo.

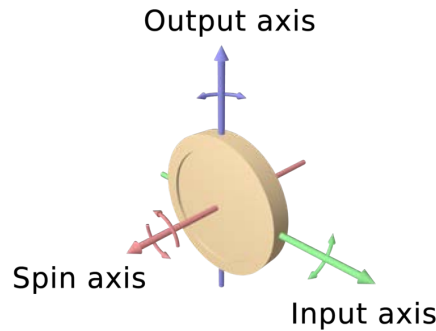


Figura 36: Un oggetto sottoposto ad un'azione che devia il proprio asse di rotazione, risponde con una rotazione perpendicolare al piano formato dall'asse di rotazione stesso e la forza deviante.

Nel caso specifico dello UAV, è necessario distinguere il problema in due parti:

- *effetto giroscopico motori*: sono presenti otto motori e durante le manovre gli assi di rotazione variano la rispettiva direzione nello spazio. Le inerzie in gioco sono piccole ma le velocità angolari sono elevate;
- *effetto giroscopico struttura*: anche la struttura può ruotare; in questo caso le velocità angolari sono minori rispetto al caso precedente, ma le inerzie coinvolte sono maggiori.

A seconda delle manovre che si vogliono attuare, diverse considerazioni devono essere fatte sul momento angolare del sistema, per capire se e dove sono presenti effetti giroscopici. A tal proposito, è necessario capire i tipi di manovre eseguibili e la modalità con cui si effettuano.

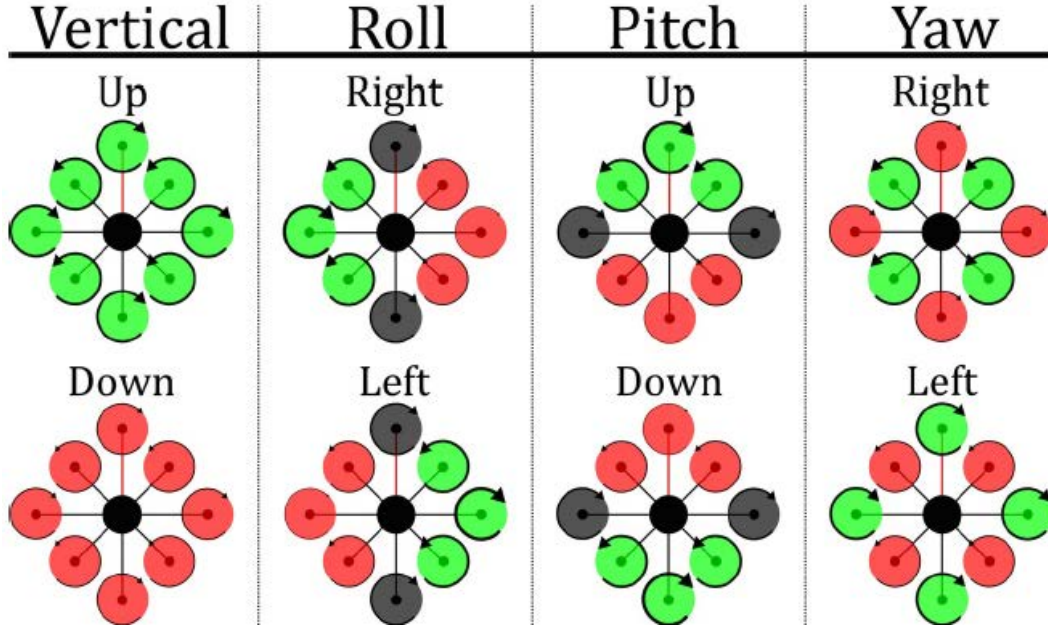


Figura 37: Tipologie e comandi da attuare per le manovre di un drone.

Come già anticipato nei capitoli precedenti, una delle problematiche dei droni è relativa al fatto che le azioni di controllo eseguibili per le manovre sono in numero inferiore ai sei gradi di libertà che il sistema possiede nello spazio. Gli spostamenti sono possibili grazie al controllo degli otto motori, sui quali si può agire solo in tre modi: aumentando, diminuendo o mantenendo costante la velocità angolare. Una panoramica delle azioni eseguibili dallo UAV, e dei comandi da applicare per ottenerle, è illustrata in Fig.37.

Si supponga una terna levogira, con asse x e y giacenti sul piano del foglio e rispettivamente positivi verso destra e verso l'alto, aventi origine al centro del drone, con z perpendicolare al piano e verso positivo uscente da quest'ultimo. In Fig.37 sono rappresentati otto motori di un drone in configurazione "+", il che significa che gli assi x e y identificano una separazione in numero dispari dei motori a destra e a sinistra degli assi stessi, in questo caso tre per lato (caso complementare, separando i motori in numero pari per lato, è quello di configurazione a "X", propria del *DJI S1000*). Si noti come i versi di rotazione siano alternativamente orario ed antiorario e che i motori sulla stessa congiungente ruotino equiversi.

Il significato dei colori è il seguente:

- *Verde*: aumento, in modulo, della velocità angolare. Supponendo di voler accelerare, per esempio, da 400 rad/s a 500 rad/s , nei motori che ruotano in verso antiorario verrà applicato un $\Delta\omega$ di $+100 \text{ rad/s}$, viceversa sarà di -100 rad/s per i motori con verso orario, che passeranno da una velocità angolare di -400 rad/s a -500 rad/s ;

- *Rosso*: diminuzione, in modulo, della velocità angolare. Supponendo di voler decelerare da 500 rad/s a 400 rad/s , nei motori che ruotano in verso antiorario verrà applicato un $\Delta\omega$ di -100 rad/s , viceversa sarà di $+100 \text{ rad/s}$ per i motori con verso orario, che passeranno da una velocità angolare di -500 rad/s a -400 rad/s ;
- *Grigio*: nessuna variazione di velocità, $\Delta\omega$ nullo.

In Fig.37, i $\Delta\omega$ sono costanti per ogni motore e di uguale modulo sia in accelerazione che in decelerazione.

Noto il significato dei colori ed associato il verso positivo di rotazione in senso antiorario, vengono di seguito analizzate le possibili manovre:

- *Vertical*: spostamento lungo l'asse z , il drone sale se tutti i motori accelerano, viceversa scende se tutti decelerano. Si supponga una manovra in salita: per tutti i motori si ha un incremento nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare per ogni motore pari a ΔL_0 . Supponendo una condizione di partenza in cui il vettore momento di quantità di moto avesse stesso valore L_i per tutti i motori, con segno positivo per quelli con verso di rotazione antiorario e negativo per quelli con verso orario, il valore finale del momento angolare L_f dopo la manovra sarà:

$$L_f = 8(L_i + \Delta L_0) = +4[(|L_i| + |\Delta L_0|)]_{CCW} - 4[(|L_i| + |\Delta L_0|)]_{CW} = 0 \quad (9)$$

in cui CCW sta per counterclockwise, antiorario, e CW per clockwise, orario. Si noti quindi come non ci siano effetti giroscopici legati alla struttura in quanto essa non ruota; anche quelli legati ai motori non sussistono, poiché sia gli assi non cambiano orientazione, sia il momento angolare finale è nullo.

- *Roll*: rotazione attorno all'asse y , positiva verso destra e negativa verso sinistra. La manovra si effettua mantenendo a velocità costante i motori che hanno l'asse di rotazione a distanza nulla dall'asse y , mentre si accelerano i motori sinistri e si decelerano i destri se si vuole rollare a destra, viceversa se a sinistra. Si supponga una manovra verso destra: per tutti i motori sinistri si ha un incremento nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare per ogni motore sinistro pari a ΔL_0 ; per tutti i motori destri si ha una diminuzione nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare per ogni motore destro pari a ΔL_0 ; i motori sull'asse y , entrambi con verso di rotazione orario, mantengono velocità ω_i , quindi momento angolare L_i ; si avrà:

$$L_f = +2[(|L_i| + |\Delta L_0|)]_{CCW} + 2[(|L_i| - |\Delta L_0|)]_{CCW} - [(|L_i| + |\Delta L_0|)]_{CW} - [(|L_i| - |\Delta L_0|)]_{CW} - 2[(|L_i|)]_{CW} = 0 \quad (10)$$

Si noti come anche in questo caso il momento angolare finale sulla struttura sia nullo, cosa non vera però per ogni singolo motore, in quanto tutti i motori sono in

rotazione e il loro asse sta variando orientazione perché la struttura rolla. Essendo l'interesse maggiore rivolto a ciò che accade alla struttura piuttosto che ai motori, definendo in questo modo un ordine di grandezza relativamente ai due effetti, verrà trascurato l'effetto giroscopico indotto dai singoli motori.

- *Pitch*: rotazione attorno all'asse x , positiva verso il basso e negativa verso l'alto. La manovra si effettua mantenendo a velocità costante i motori che hanno l'asse di rotazione a distanza nulla dall'asse x , mentre si accelerano i motori posteriori e si decelerano gli anteriori se si vuole un beccheggio verso l'alto, viceversa se verso il basso; Si supponga una manovra verso l'alto: per tutti i motori anteriori si ha un incremento nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare per ogni motore anteriore pari a ΔL_0 ; per tutti i motori posteriori si ha una diminuzione nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare per ogni motore posteriore pari a ΔL_0 ; i motori sull'asse x , entrambi con verso di rotazione orario, mantengono velocità ω_i , quindi momento angolare L_i ; si avrà:

$$L_f = +2[|L_i| + |\Delta L_0|]_{CCW} + 2[|L_i| - |\Delta L_0|]_{CCW} - [(|L_i| + |\Delta L_0|)]_{CW} - [(|L_i| - |\Delta L_0|)]_{CW} - 2[|L_i|]_{CW} = 0 \quad (11)$$

equazione identica alla (10), con l'unica differenza riguardo i motori coinvolti. Nel caso del beccheggio son valide le stesse considerazioni fatte nel caso precedente di manovra di rollio.

- *Yaw*: rotazione attorno all'asse z , positiva se verso sinistra (verso antiorario), negativa se verso destra (verso orario). Si supponga una manovra di imbardata oraria: per tutti i motori con rotazione antioraria si ha un incremento nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare pari a ΔL_0 ; per tutti i motori con rotazione oraria si ha una diminuzione nel modulo della velocità pari a $\Delta\omega_0$, che a sua volta comporta una variazione del modulo del momento angolare pari a ΔL_0 ; si avrà:

$$L_f = +4[|L_i| + |\Delta L_0|]_{CCW} - 4[|L_i| - |\Delta L_0|]_{CW} = 8[|\Delta L_0|] \quad (12)$$

Si noti da (12) che il momento angolare finale non è nullo in questo caso. Richiamando (7) e (8), si analizza il momento delle forze esterne in questa configurazione: le forze esterne applicate son le otto spinte generate dai motori e la forza di gravità. Tutte le forze hanno direzione parallela all'asse z e quindi nessuna di esse genera momento attorno all'asse di imbardata; ciò significa che nel caso in esame è valida l'equazione (8), quindi affinché la variazione di momento angolare sia nulla e valga il teorema di conservazione, sulla struttura deve essere applicato un momento della quantità di moto uguale in modulo ma di segno opposto al risultato ottenuto in (12), ossia una quantità pari a $-8[|\Delta L_0|]$. Quanto appena descritto è ciò che realmente accade, ed è il principio fisico che spiega la manovra di imbardata negli UAV. In questo caso, né i motori né la struttura subiscono una variazione di orientazione degli assi di rotazione, perciò in entrambi i casi non sono presenti effetti giroscopici.

Si ricorda comunque che le condizioni di lavoro non prevedono nessuna manovra e nessuna variazione di velocità dei motori; a maggior ragione nella trattazione gli effetti giroscopici possono essere trascurati.

Si riportano successivamente, per completezza di trattazione, delle osservazioni riguardanti l'influenza della configurazione del drone nelle manovre di controllo; quanto appena detto si basava su un ottacottero in configurazione "+", ma come già accennato il *DJI S1000* possiede una configurazione a "X".

Anche se relativamente a quadricotteri, in [15] si confrontano e si discutono gli effetti che le due diverse tipologie di configurazioni comportano nelle manovre di un drone.

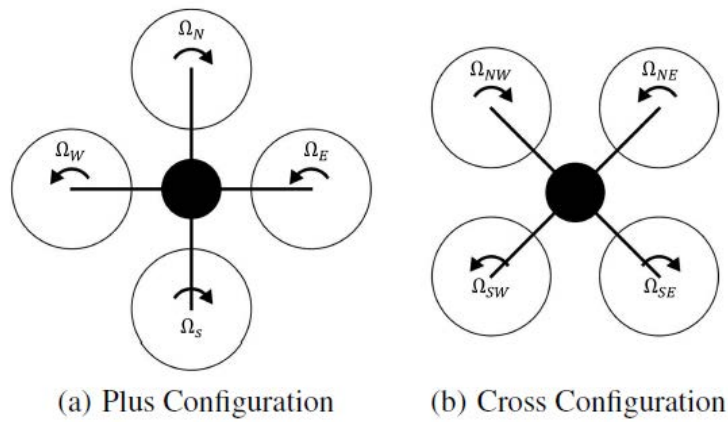


Figura 38: Configurazioni di volo di un quadricottero.

Si noti, come nel caso dell'ottacottero in Fig.37, che in Fig.38 (a) due ipotetici assi cartesiani x e y , con verso positivo verso destra e verso l'alto, separerebbero in numero dispari i motori, uno per lato in caso di un quadrirotore. Viceversa, in Fig.38 (b), la separazione coinvolgerebbe un numero pari di motori, due per lato, caratteristica della configurazione a "X". In entrambi i casi i motori opposti ruotano equiversi.

Si prenda in esame l'esempio di una manovra di pitch nei due casi; il controllo dei motori per un beccheggio all'indietro avverrà come in Fig.39:

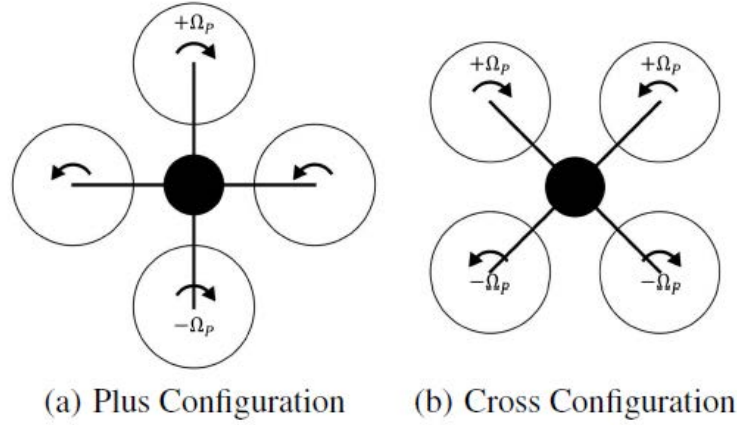


Figura 39: Controllo in una manovra di pitch.

Il controllo nel caso di configurazione a "X" avverrà sui quattro motori, aumentando la velocità e quindi la spinta sugli anteriori e diminuendo della stessa quantità la velocità angolare sui posteriori; nella configurazione a "+", invece, il controllo avviene nello stesso modo, ma solamente due motori vengono coinvolti in questo caso.

Sembrerebbe quindi, a primo impatto, più vantaggiosa una configurazione a "+", in quanto verrebbero dimezzate le operazioni di controllo; non si sta però considerando la relazione esistente tra velocità angolare e spinta/coppia che ne deriva. La dipendenza della forza generata su ciascun motore dalla velocità non è di tipo lineare, ma è proporzionale al quadrato di quest'ultima, ossia:

$$F_{lift} \propto \omega^2 \quad (13)$$

Quanto evidenziato in (13) ha conseguenze notevoli sul tipo di configurazione. Controllando solo due motori, come nel caso (a), la spinta generata sul motore accelerato non è completamente compensata dal motore decelerato, proprio a causa della non linearità presente. Ciò significa che oltre alla manovra di pitch che si vuole effettuare, nasce anche una rotazione attorno all'asse z , questo perché il momento angolare totale non è nullo lungo l'asse di imbardata. Sarà necessaria quindi un'azione di controllo ulteriore per evitare di accoppiare le due manovre.

Viceversa, nella configurazione (b), il momento angolare lungo z rimane nullo, poiché la differenza di spinta tra motori accelerati e decelerati viene compensata dal fatto che la manovra coinvolge coppie di motori con verso di rotazione opposto, perciò in questo caso è garantito il disaccoppiamento delle dinamiche, indipendentemente dal tipo di legame tra coppia e velocità.

Si ricorda che il controllo elettronico nei droni è relativo alla velocità angolare e non alla forza/coppia generata, infatti son equipaggiati con ESC.

Il fatto quindi di preferire l'una o l'altra configurazione è variabile caso per caso: se le variazioni di velocità son minime, gli effetti non lineari son trascurabili e una configurazione a "+" ha il vantaggio di un minor numero di motori coinvolti; viceversa se le variazioni di velocità angolare son consistenti, allora è preferibile adottare una configurazione a "X", in modo da evitare azioni correttive per manovre non di interesse.

4.3 Sbilanciamento rotori

Dal capitolo relativo ai droni e alle vibrazioni si è spesso osservato come il problema dello sbilanciamento dei rotori fosse comunemente analizzato in diversi ambiti e tra i vari autori. Anche in questa tesi, tra le fonti di vibrazione considerate, la tematica dello sbilanciamento è stata trattata in modo più approfondito rispetto alle altre sorgenti.

Quando si nota che un albero, su cui è calettato un rotore, appoggiato su due appoggi orizzontali, rotola e oscilla attorno ad una certa posizione fino a fermarsi, significa che è presente una condizione di *sbilanciamento statico*: nel rotore cioè vi è una distribuzione delle masse eccentrica. Posto in rotazione il sistema, esso ruota attorno ad un asse fisso non baricentrico con conseguente nascita di forze centrifughe:

$$F_{centrifuga} = me\omega^2 \quad (14)$$

Queste dipendono dal valore della massa m , dall'eccentricità e , e dal quadrato della velocità angolare ω . Si parla di sbilanciamento statico perché non è necessario porre in rotazione il sistema per identificarlo, ma sono sufficienti piccole oscillazioni per identificare la posizione dell'eccentricità nel rotore.

Si parla invece di *sbilanciamento dinamico* quando per identificare gli effetti dello sbilanciamento è necessario che il rotore sia in rotazione: se l'asse di rotazione è baricentrico ma non principale di inerzia si genereranno i seguenti momenti:

$$M_x = I_{yz}\omega^2 \quad M_y = -I_{xz}\omega^2 \quad (15)$$

validi se la velocità angolare è costante.

Per stimare gli effetti che dei possibili rotori sbilanciati hanno sulla struttura dello UAV si è creato uno script Matlab, denominato "Sbilanciamento_rotori_spazio.m", in cui si simulano diverse condizioni dei motori per analizzare i moti vibratori che ne conseguono.

Il modello creato è stato parametrizzato in termini di masse eccentriche, inerzie, eccentricità, velocità angolari e fasi iniziali, intese come posizioni delle eliche ad inizio volo.

L'iter seguito nello script è stato il seguente: per ciascuno degli otto motori, si è calcolata la forza centrifuga e i momenti derivanti dallo sbilanciamento dinamico su di un sistema di riferimento fisso, considerato inerziale, nelle sue componenti in x e y , con origine al centro del rotore. Tramite matrici di rotazione $[R]_{3 \times 3}$ si sono proiettati i vettori su un altro sistema di riferimento fisso, anch'esso inerziale in quanto in quiete rispetto ai precedenti, con origine al centro della struttura; si sono sommate le 8 componenti di forza in un unico vettore per poterlo graficare e analizzarne la vibrazione risultante nei tre assi cartesiani. Lo stesso è stato fatto per le 16 componenti di momento. Inoltre, si è scelto di plottare grafici adimensionali delle forze, specifici rispetto ad una forza centrifuga "*standardizzata*", presa come riferimento e idealmente rappresentativa di un problema semplificato, equivalente alla forza che nascerebbe se il drone fosse composto da un unico rotore ideale sbilanciato.

Il modulo della forza nominale usata per la normalizzazione si è posto sempre uguale al modulo della forza centrifuga presente nel primo motore:

$$F_{nominale} = m_{(M1)}e_{(M1)}\omega_{(M1)}^2 \quad (16)$$

Le assunzioni fatte per il motore 1, e quindi per il caso standard di sbilanciamento statico sono:

- $m = 5 \text{ g}$;
- $e = 2 \text{ mm}$;
- $\omega = 10000 \text{ rpm}$, ossia 1047.2 rad/s ;
- Forza centrifuga motore 1: $F_{nominale} = m_{(M1)}e_{(M1)}\omega_{(M1)}^2 = 10.97 \text{ N}$.

Per i restanti 7 motori si son considerate diverse casistiche per effettuare differenti simulazioni, a partire da condizioni identiche al motore 1, fino alla variazione in diverse percentuali dei parametri relativi al caso standard; si ricordano le condizioni discusse ad inizio capitolo: volo stazionario in assenza di forze esterne di tipo random. Ciò significa che i motori ruotano tutti alla stessa velocità, che si è scelto di porre uguale alla massima raggiungibile, ossia 10000 rpm .

Lo script è diviso in più sezioni: nella parte iniziale si definisce la variabile simbolica t , ossia il tempo, per eseguire i calcoli futuri in modo analitico utilizzando la libreria *Symbolic Math Toolbox*. Masse, inerzie, eccentricità, fasi e velocità angolari per ogni motore son raccolte rispettivamente in vettori riga 1×8 , in cui ogni colonna è rappresentativa del medesimo motore.

Come accennato precedentemente, il calcolo delle forze e i momenti dovute alle azioni sbilancianti sono calcolati in sistemi di riferimento fissi al centro di ogni motore. Gli assi cartesiani son così disposti:

- asse x ortogonale all'asse del braccetto del drone, con verso positivo verso destra. La rotazione attorno a questo asse determina l'angolazione di 8° dei bracci in carbonio rispetto al telaio;
- asse y parallela alla direzione del braccetto, con verso positivo verso la parte esterna del drone. La rotazione attorno a quest'asse determina l'angolazione di $\pm 3^\circ$ dei motori rispetto ai braccetti;
- asse z completa la terna levogira insieme agli assi x e y .

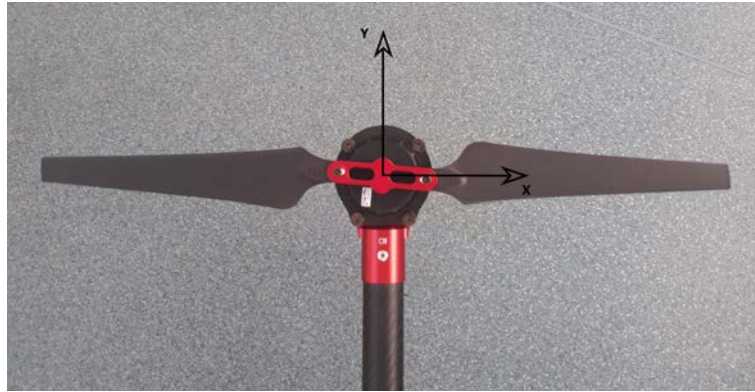


Figura 40: Sistema di riferimento fisso per ogni motore.

Il sistema fisso al centro della struttura è formato da un asse y positivo verso la parte frontale del drone, con x positivo verso destra e z verso l'alto, ossia uscente dal piano contenente la piastra in carbonio del telaio. La figura seguente rende visibile la terna di riferimento.



Figura 41: Sistema di riferimento fisso di struttura.

Per ogni motore, perciò, si sono calcolate le matrici di rotazione in modo da proiettare tutte le componenti di forze e momenti nel sistema fisso di struttura.

Come noto, l'ordine delle rotazioni applicate non gode della proprietà commutativa. La convenzione più semplice per esprimere in modo corretto le matrici di rotazione si è

rivelata essere la *yaw-roll-pitch*, spesso usata anche in dinamica del veicolo. Chiamando α , β e γ le rotazioni rispettivamente sull'asse z , x e y , si avrà:

$$R_{z,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_{x,\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \quad R_{y,\gamma} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

La matrice di rotazione finale risulta essere:

$$R_{zxy} = \begin{bmatrix} -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma + \cos\alpha\sin\gamma \\ \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta & \cos\beta\cos\gamma \end{bmatrix}$$

Per definire in maniera completa le otto matrici R_{zxy} è necessario assegnare un valore ad α , β e γ .

Come si vede da Fig.41, la prima rotazione attorno a z ha come scopo l'orientazione del sistema di riferimento sul piano xy per ogni motore. Essendoci otto motori equispaziati, essi son disposti ad una distanza angolare di 45° l'uno dall'altro. Il sistema fisso ha asse y esattamente a metà tra il motore 1 e il motore 8, perciò il vettore $1x8$ che identifica la prima rotazione per ogni motore sarà:

$$\alpha = (\pi/180) [22.5 \quad 67.5 \quad 112.5 \quad 157.5 \quad 202.5 \quad 247.5 \quad 292.5 \quad 337.5]$$

Si noti che il vettore è espresso in radianti e che la rotazione α è positiva per tutti i rotori.

La fase successiva consiste nel ruotare i nuovi sistemi di riferimento attorno all'asse x . Essendo tutti i motori inclinati di 8° verso il centro dello UAV, le componenti del vettore β saranno di uguale valore:

$$\beta = (\pi/180) [8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8]$$

Anche in questo caso l'unità di misura è il radiante e la rotazione è positiva.

La terza ed ultima rotazione è relativa al tiltaggio di 3° dei motori attorno al nuovo asse y , manovra che favorisce il controllo per le imbardate. In questo caso, per simmetria, i motori son tiltati in modo opposto in base al senso di rotazione: i motori dispari, che ruotano in verso antiorario, hanno terza rotazione negativa, viceversa è positiva per i motori pari con verso di rotazione orario.

$$\gamma = (\pi/180) [-3 \quad 3 \quad -3 \quad 3 \quad -3 \quad 3 \quad -3 \quad 3]$$

Si noti, come prima, che la rotazione è espressa in radianti.

Da qui in poi la trattazione e le simulazioni riguarderanno il solo sbilanciamento statico, ma lo stesso iter e risultati son validi anche per lo sbilanciamento dinamico. Il modulo normalizzato della forza centrifuga per ogni motore, chiamato F_0 , sarà:

$$F_{0i} = \frac{m_i e_i \omega_i^2}{F_{nominale}} \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (17)$$

quantità priva di unità di misura, con $F_{nominale}$ definita in (16).

Essendo le forze centrifughe dei vettori rotanti, nei sistemi di riferimento fissi dei motori saranno espresse tramite funzioni sinusoidali, rispettivamente:

$$F_{x_i,mot} = F_{0i} \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (18)$$

$$F_{y_i,mot} = F_{0i} \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (19)$$

Si fa presente che nel sistema di riferimento del motore, la componente lungo z della forza centrifuga non è presente.

Si moltiplicano ora le due quantità in (18) e (19) per le rispettive matrici di rotazione:

$$\begin{bmatrix} F_{x_i,strut} \\ F_{y_i,strut} \\ F_{z_i,strut} \end{bmatrix} = R_{zxy_i} \begin{bmatrix} F_{x_i,mot} \\ F_{y_i,mot} \\ 0 \end{bmatrix}$$

con

$$R_{zxy_i} = \begin{bmatrix} -\sin\alpha_i \sin\beta_i \sin\gamma_i + \cos\alpha_i \cos\gamma_i & -\sin\alpha_i \cos\beta_i & \sin\alpha_i \sin\beta_i \cos\gamma_i + \cos\alpha_i \sin\gamma_i \\ \cos\alpha_i \sin\beta_i \sin\gamma_i + \sin\alpha_i \cos\gamma_i & \cos\alpha_i \cos\beta_i & -\cos\alpha_i \sin\beta_i \cos\gamma_i + \sin\alpha_i \sin\gamma_i \\ -\cos\beta_i \sin\gamma_i & \sin\beta_i & \cos\beta_i \cos\gamma_i \end{bmatrix}$$

Il vettore $3 \times 1 \begin{bmatrix} F_{x_i,strut} \\ F_{y_i,strut} \\ F_{z_i,strut} \end{bmatrix}$ ha per ogni riga una componente che è un vettore 1×8 ;

tutte le colonne del vettore riga sono forze normalizzate espresse nel medesimo sistema di riferimento, ossia è possibile sommare tra di loro tali quantità per ottenere le forze risultanti nel sistema di strutta, $[F_X \ F_Y \ F_Z]^T$:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 F_{x_i,strut} \\ \sum_{i=1}^8 F_{y_i,strut} \\ \sum_{i=1}^8 F_{z_i,strut} \end{bmatrix}$$

In questo modo si è ottenuta l'espressione simbolica, funzione del tempo, delle forze agenti al centro della struttura del drone: la funzione è somma di sinusoidi e cosinusoidi il cui argomento è funzione della velocità di rotazione e della fase iniziale. Per quantificare e graficare i risultati, è sufficiente sostituire all'espressione analitica un vettore T , tempo discretizzato, che si è scelto far variare da 0 a 1 *secondi*, con 5000 elementi. Il tutto simula un'acquisizione delle forze ogni 0.0002 *s*, ossia con frequenza di campionamento di 5000 *Hz*.

Successivamente si eseguono diverse simulazioni in merito alle forze che nascono dallo sbilanciamento statico. Tutte le considerazioni precedenti sono valide nel caso in cui alla (14) si sostituiscano le espressioni in (15).

4.3.1 Simulazione bilanciamento totale

La prima simulazione è stata eseguita nell'ottica di osservare cosa comporta la presenza di uno sbilanciamento statico perfettamente identico su ogni rotore. Ciò che ci si aspetta

di ottenere come risultato è una completa assenza di forze in corrispondenza del sistema di riferimento fisso di struttura, sia a causa dell'uguale intensità delle forze prodotte, sia per il fatto di essere in condizioni di completa simmetria tra motori che ruotano in senso orario e antiorario, con conseguente completa compensazione degli effetti.

I parametri utilizzati per questa simulazione sono:

- *masse*: $10^{-3}[5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5] \text{ Kg}$
- *eccentricità*: $10^{-3}[2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2] \text{ m}$
- *velocità angolari*: $\frac{\pi}{30}[10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000] \text{ rad/s}$
- *fasi iniziali*: $\frac{\pi}{180}[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ rad}$

Per comodità di rappresentazione, i vettori rotanti delle forze centrifughe vengono rappresentati sotto forma di fasori, quindi numeri in notazione complessa. La notazione fasoriale è isofrequenziale, ossia i numeri raffigurati su uno stesso grafico hanno significato solo se i vettori rotanti associati ai fasori hanno tutti la stessa pulsazione. Per quanto riguarda i numeri complessi, si ricorda (si consideri f il fasore):

$$f = x + jy = re^{j\phi} \quad (20)$$

In cui $x = r \cos \phi$ e $y = r \sin \phi$ costituiscono rispettivamente la parte reale e la parte immaginaria del fasore; un modo differente per esprimere il numero complesso è attraverso modulo r e fase ϕ . Modulo e fase son legati a parte reale e immaginaria, infatti: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $\phi = \arctan_2(\frac{y}{x})$.

Per passare dalla rappresentazione fasoriale nel dominio della frequenza a quella vettoriale nel dominio del tempo, è sufficiente moltiplicare la parte reale del fasore per la componente sinusoidale $e^{j\omega t}$: in questo modo si ripristina la componente sinusoidale dipendente dal tempo. Nel caso in esame in cui le velocità angolari dei motori son tenute costanti e uguali negli otto motori, la notazione fasoriale ben si appresta per descrivere il fenomeno. I risultati ottenuti con una simulazione di 1s son i seguenti:

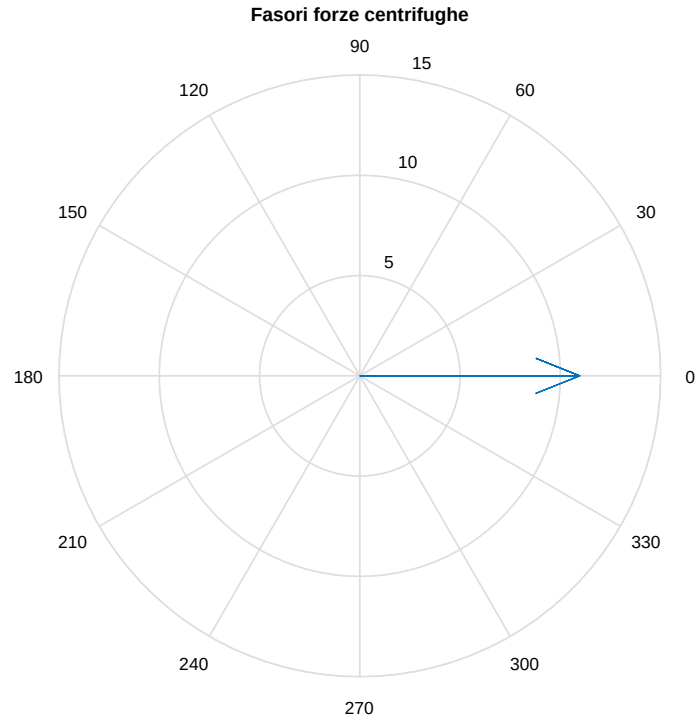


Figura 42: Notazione fasoriale delle otto forze centrifughe.

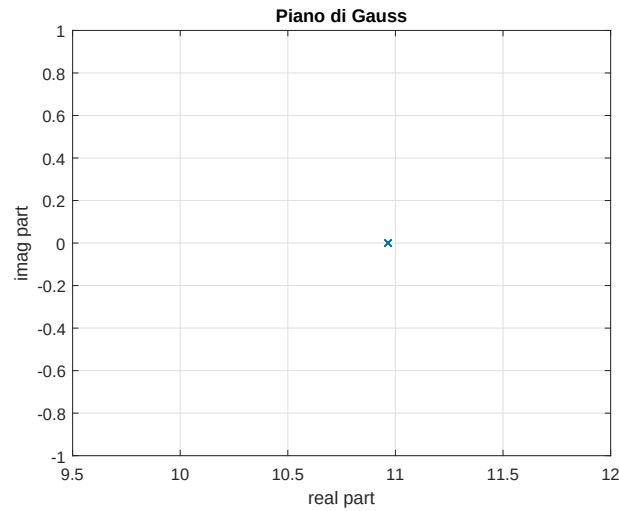


Figura 43: Rappresentazione nel piano di Gauss delle otto forze centrifughe.

In Fig.42 si notano gli otto fasori sovrapposti con fase nulla e modulo pari a $F_{nominale} = 10.97N$, cosa che si riscontra anche in Fig.43 in cui il modulo coincide con la parte reale, dato che l'assenza di sfasamento ha come conseguenza l'annullamento della parte immaginaria.

Se si guarda l'andamento temporale delle forze centrifughe normalizzate, Fig.44, e non, Fig.45, nel sistema di struttura, si osserva come l'ordine di grandezza della vibrazione sia di 10^{-14} su x e y , mentre perfettamente assente su z . L'andamento è puramente sinusoidale, dal momento che il valore finale è somma di sinusoidi alla stessa frequenza. Il periodo

dell'oscillazione è pari a $T = 6 \times 10^{-3} s$, corrispondente ad una frequenza di $166.67 Hz$, relativa ad una pulsazione di $1047.20 rad/s$, ossia la velocità dei motori. In Fig.46, in cui si è zummato tra 0.5 e $0.6 s$, è possibile notare il periodo della sinusoide.

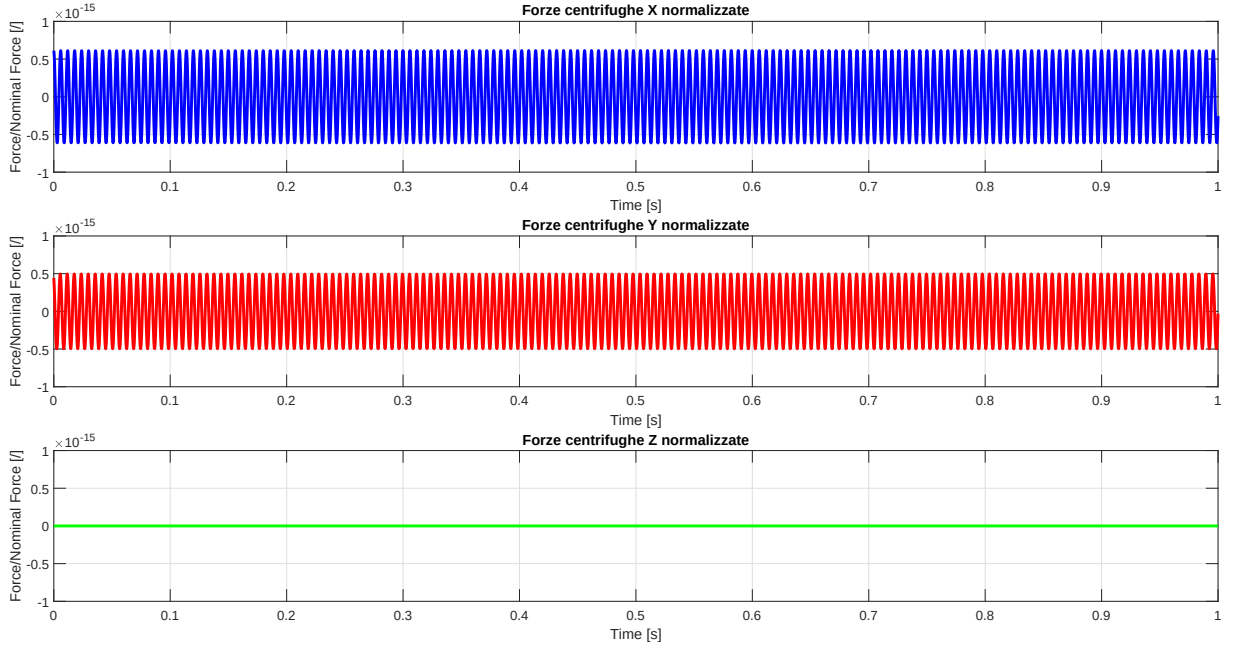


Figura 44: Forze centrifughe normalizzate.

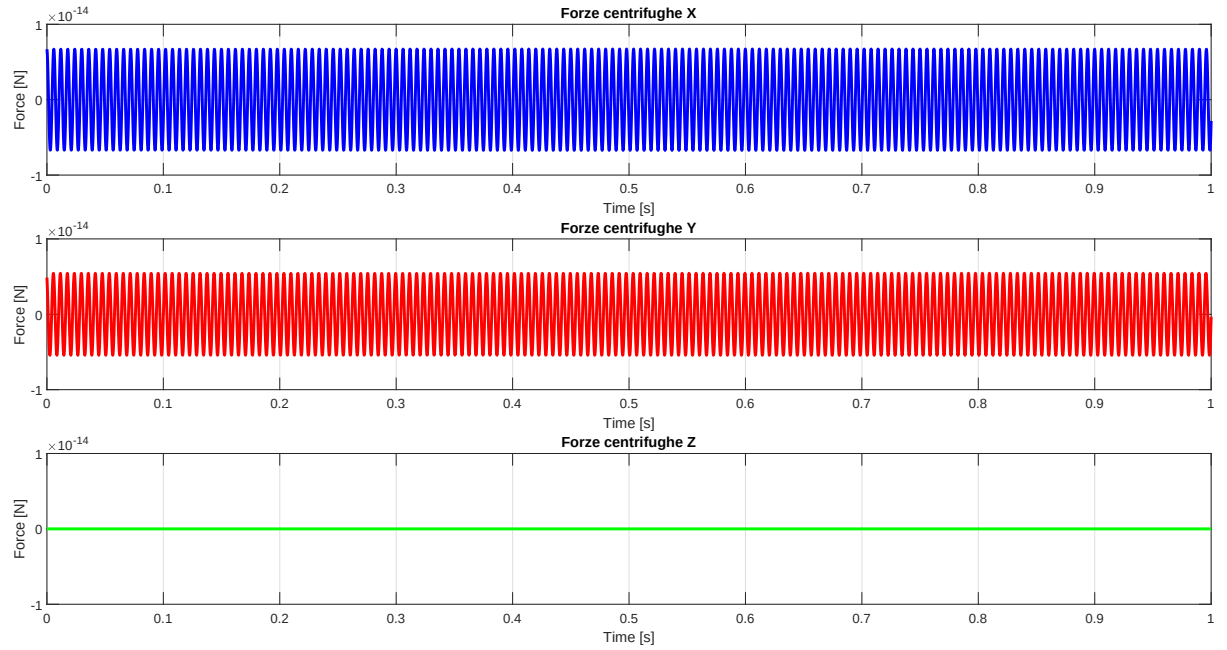


Figura 45: Forze centrifughe.

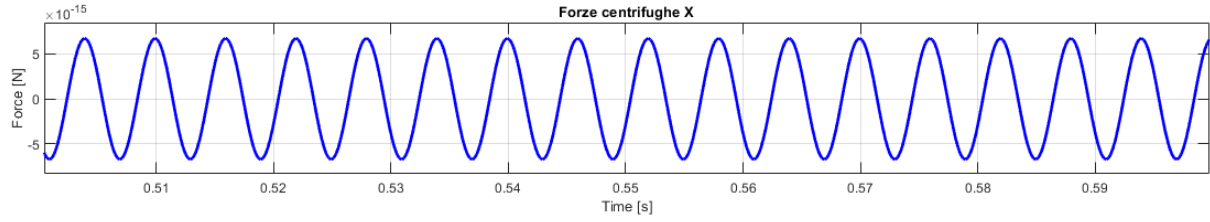


Figura 46: Zoom tra 0.5 e 0.6 secondi delle forze centrifughe in x : dettaglio del periodo dell'oscillazione.

Come era stato intuito, gli effetti di otto forze uguali e non sfasate vengono autocompensati in presenza di completa simmetria; si può dunque ritenere il sistema completamente bilanciato.

4.3.2 Simulazione con fasi casuali

La simulazione precedente rappresenta l'estremo dell'idealizzazione. Continuando a supporre che masse ed eccentricità siano uguali per ogni motore, e che questi ruotino ancora tutti e alla stessa velocità, si introduce nel sistema una casualità. Molto difficilmente tra un volo e il successivo si sarà disposti ad orientare le eliche in modo tale da avere sfasamenti nulli per ogni rotore; più probabilmente non si farà caso alla loro posizione e il decollo del drone avverrà con le eliche disposte in maniera completamente casuale. Le condizioni di questa prova sono:

- *masse*: $10^{-3}[5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5] \text{ Kg}$
- *eccentricità*: $10^{-3}[2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2] \text{ m}$
- *velocità angolari*: $\frac{\pi}{30}[10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000] \text{ rad/s}$
- *fasi iniziali*: $\frac{\pi}{180}[60 \ 217 \ 95 \ 234 \ 246 \ 266 \ 160 \ 30] \text{ rad}$

Son state eseguite diverse simulazioni con fasi random sempre differenti. Dopo aver intuito l'andamento dei risultati, si riporta un caso medio rappresentativo delle varie prove. Nell'elenco precedente, il vettore delle fasi è stato generato casualmente durante il codice.

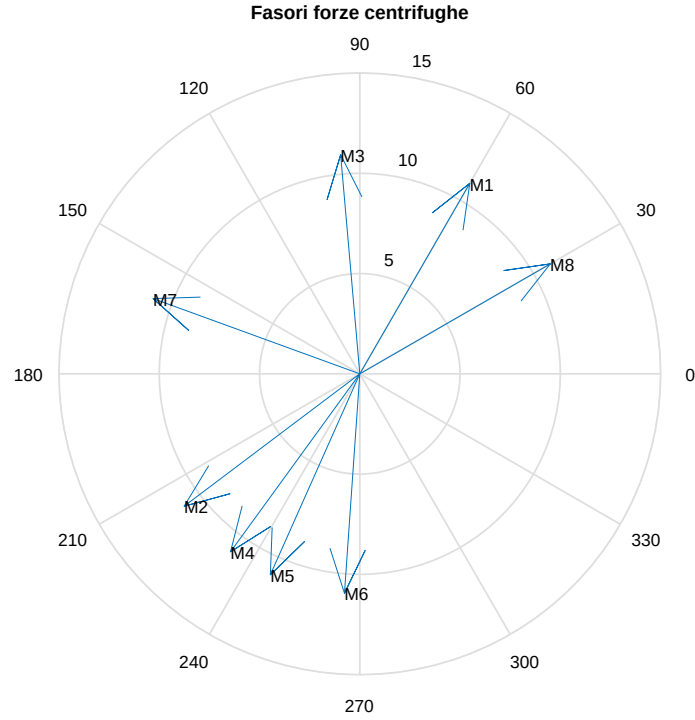


Figura 47: Notazione fasoriale delle otto forze centrifughe.

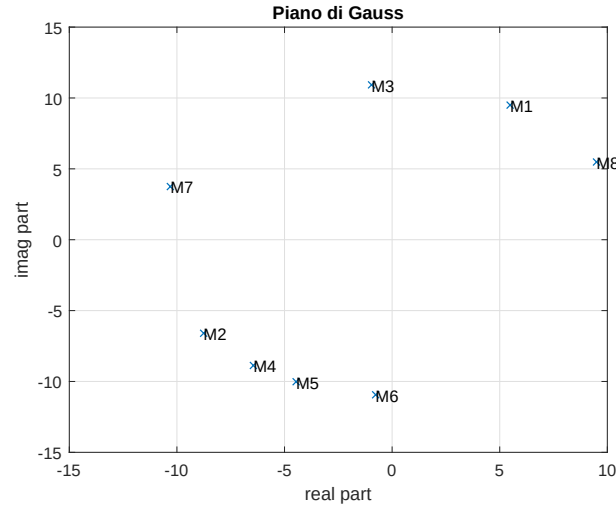


Figura 48: Rappresentazione nel piano di Gauss delle otto forze centrifughe.

Dalla Fig.47 si possono ben notare le fasi iniziali presenti in ogni motore. Si noti anche che il modulo delle forze centrifughe è uguale per tutti i motori ed identico al valore $F_{nominale}$ del caso precedente, in quanto gli altri parametri son rimasti invariati. Come nella prima simulazione, si riportano gli andamenti temporali delle forze centrifughe normalizzate e reali, Fig.49 e Fig.50, e lo zoom tra 0.5 e 0.6 *secondi* per mostrare il periodo dell'oscillazione, in Fig.51. Si noti che:

- la forza risultante in x vale 26.55 N, che corrisponde a 2.42 $F_{nominale}$;

- la forza risultante in y vale 35.90 N , che corrisponde a 3.27 $F_{nominale}$;
- la forza risultante in z vale 1.15 N , che corrisponde a 0.10 $F_{nominale}$;
- il periodo non è variato, $T = 6 \times 10^{-3} s$, e l'andamento risultante è un classico andamento sinusoidale, nonostante la presenza di otto componenti a fasi diverse.

Si approfondisce l'ultimo punto dell'elenco precedente: non è intuitivo infatti aspettarsi un andamento classico sinusoidale sommando diverse sinusoidi sfasate. Ricordando che la pulsazione è identica per ogni motore, si ha (si considerano ora due sinusoidi sfasate, ma il discorso si estende a n componenti):

$$A \sin(\omega t + \phi) + A \sin(\omega t) \quad (21)$$

applicando la prima formula di prostaferesi:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (22)$$

adattata al caso in esame in cui $\alpha = \omega t + \phi$ e $\beta = \omega t$, si ottiene:

$$\begin{aligned} A \sin(\omega t + \phi) + A \sin(\omega t) &= 2A \sin\left(\frac{\omega t + \phi + \omega t}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t + \phi - \omega t}{2}\right) \\ &= 2A \sin\left(\frac{2\omega t + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \\ &= 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \\ &= B \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

La quantità $2A \cos(\phi/2)$ è costante in quanto l'ampiezza A non è variabile, ed il coseno dell'angolo di fase è un numero, perciò si può pensare di riscrivere tale quantità come un nuovo valore di ampiezza B . Si è quindi verificato che l'andamento sinusoidale non varia rispetto alle pulsazioni delle varie componenti sommate, ma è solo la fase e l'ampiezza della vibrazione risultante a cambiare.

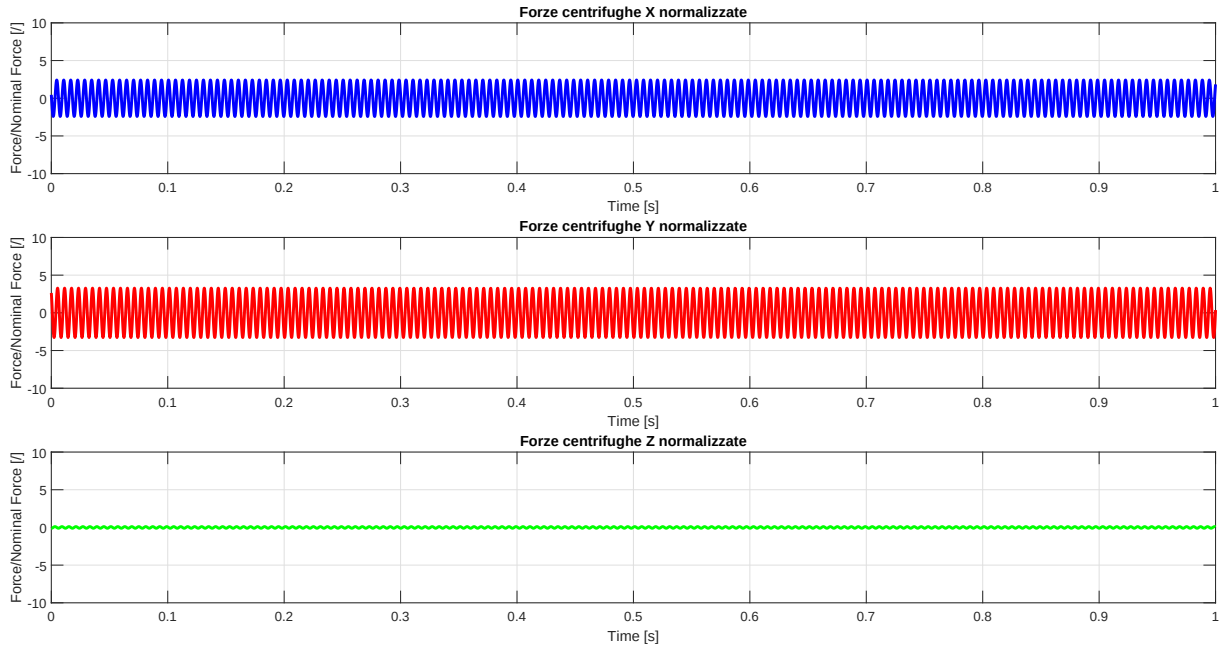


Figura 49: Forze centrifughe normalizzate.

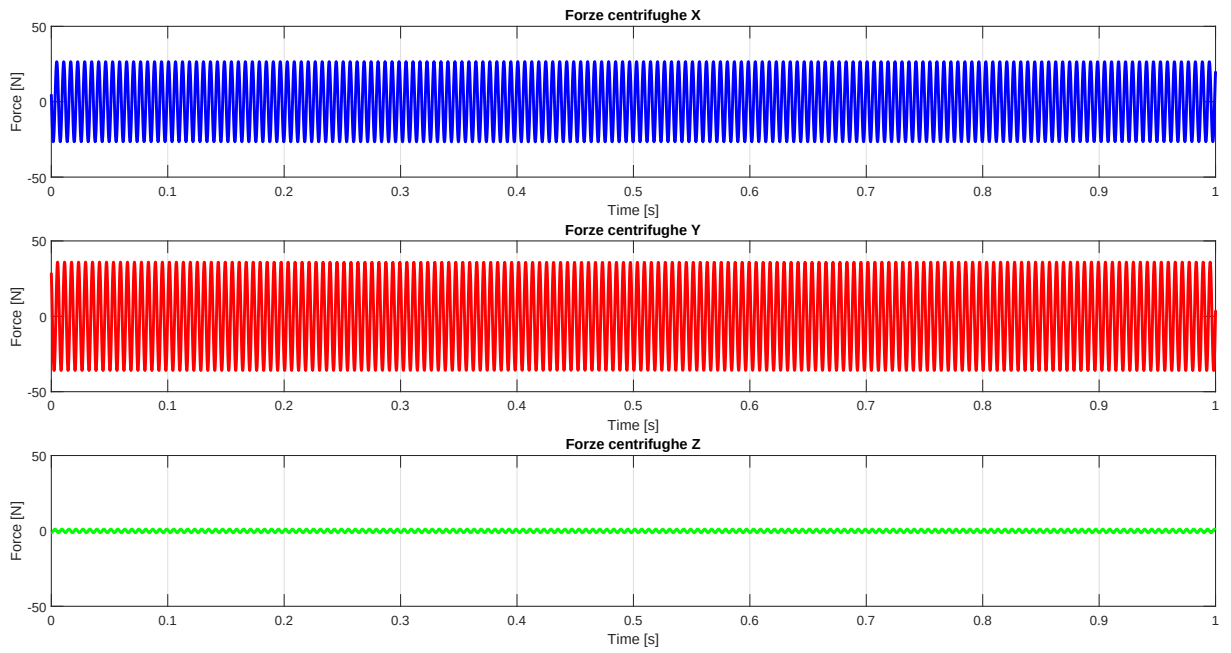


Figura 50: Forze centrifughe.

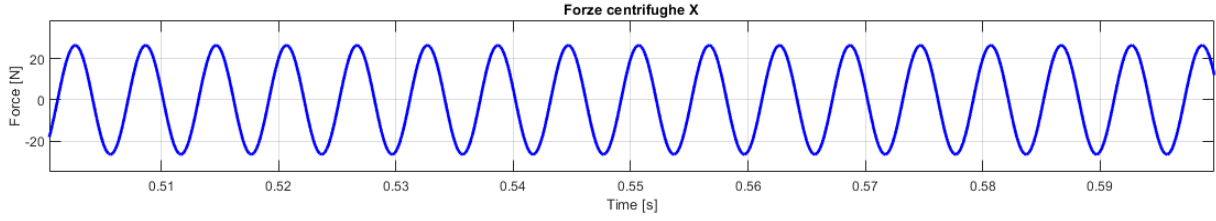


Figura 51: Zoom tra 0.5 e 0.6 secondi delle forze centrifughe in x : dettaglio del periodo dell'oscillazione.

I risultati di tale simulazione portano ad una conseguenza molto importante: ammesso che gli otto rotori siano staticamente sbilanciati in egual maniera, caso tra l'altro ideale e molto fortunoso, a meno che non si dispongano le eliche in una configurazione a sfasamento nullo, nasceranno indubbiamente dei fenomeni vibratori per il solo fatto che le pale si trovano in una posizione qualsiasi e casuale.

4.3.3 Simulazione con eccentricità e masse diverse

In questa simulazione l'obiettivo è analizzare quanto influiscono i parametri massa ed eccentricità nella vibrazione risultante. Si analizza quindi il caso ideale di sfasamenti nulli, modificando fino a un massimo del $\pm 20\%$ i vettori m ed e , ossia quelli che fanno variare la forza centrifuga linearmente.

Le condizioni di questa prova sono:

- *masse*: $10^{-3} [5 \ 5.5 \ 4.5 \ 4.5 \ 5.25 \ 4 \ 4.8 \ 6] \text{ Kg}$
- *eccentricità*: $10^{-3} [2 \ 2.2 \ 1.9 \ 1.8 \ 2.2 \ 2 \ 2.1 \ 2.2] \text{ m}$
- *velocità angolari*: $\frac{\pi}{30} [10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000] \text{ rad/s}$
- *fasi iniziali*: $\frac{\pi}{180} [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ rad}$

Simulando si ottiene:

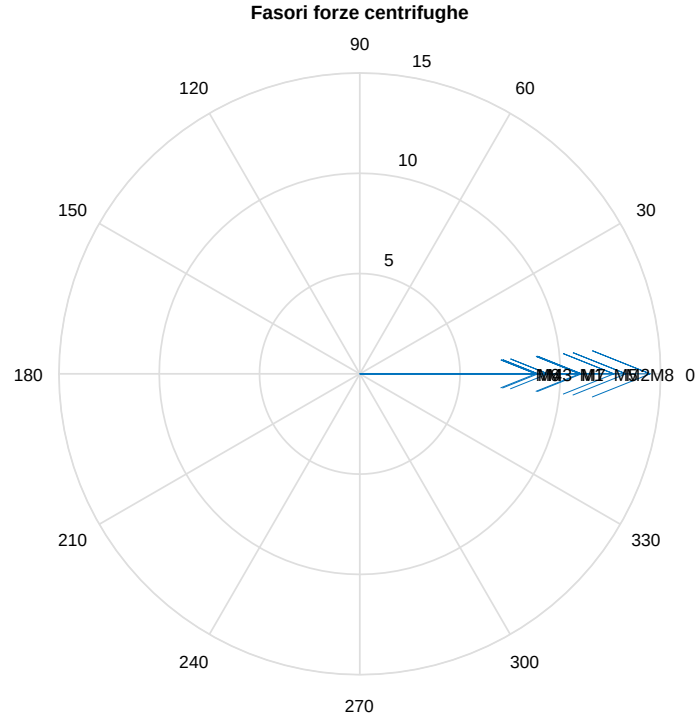


Figura 52: Notazione fasoriale delle otto forze centrifughe.

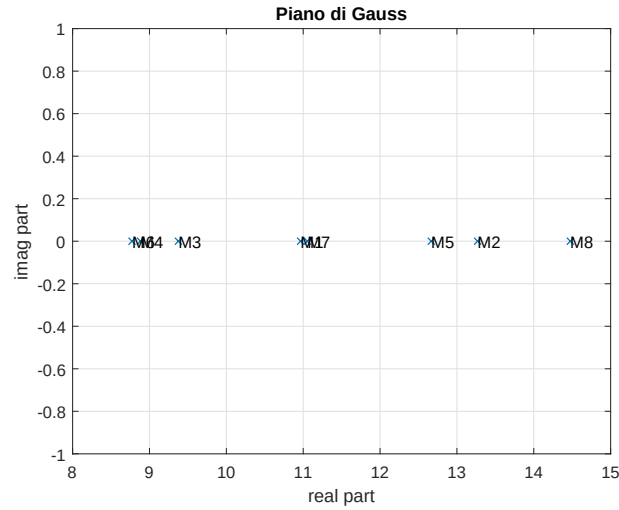


Figura 53: Rappresentazione nel piano di Gauss delle otto forze centrifughe.

Si noti come in Fig.52 i fasori siano in fase ma con modulo diverso e in Fig.53 parte reale della forza e modulo coincidano. Numericamente si ottiene, (Fig.54, 55, 56):

- la forza risultante in x vale 7.18 N , che corrisponde a $0.66\ F_{nominale}$;
- la forza risultante in y vale 7.74 N , che corrisponde a $0.71\ F_{nominale}$;
- la forza risultante in z vale 0.20 N , che corrisponde a $0.018\ F_{nominale}$;

- il periodo non è variato, $T = 6 \times 10^{-3} s$.

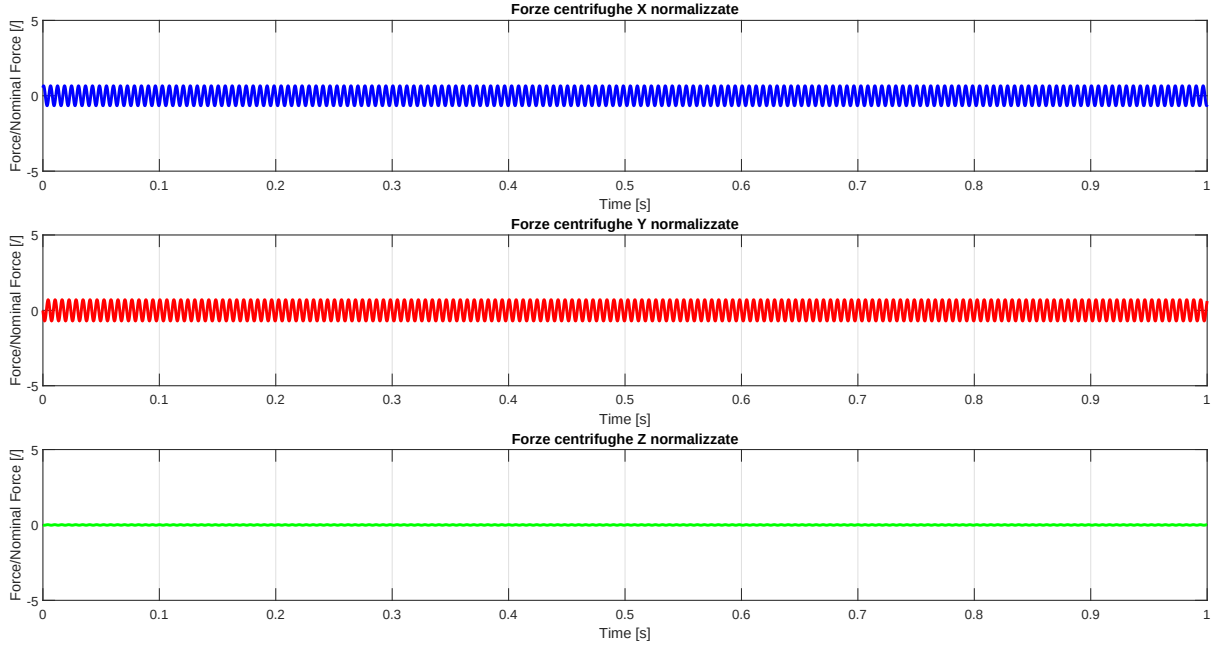


Figura 54: Forze centrifughe normalizzate.

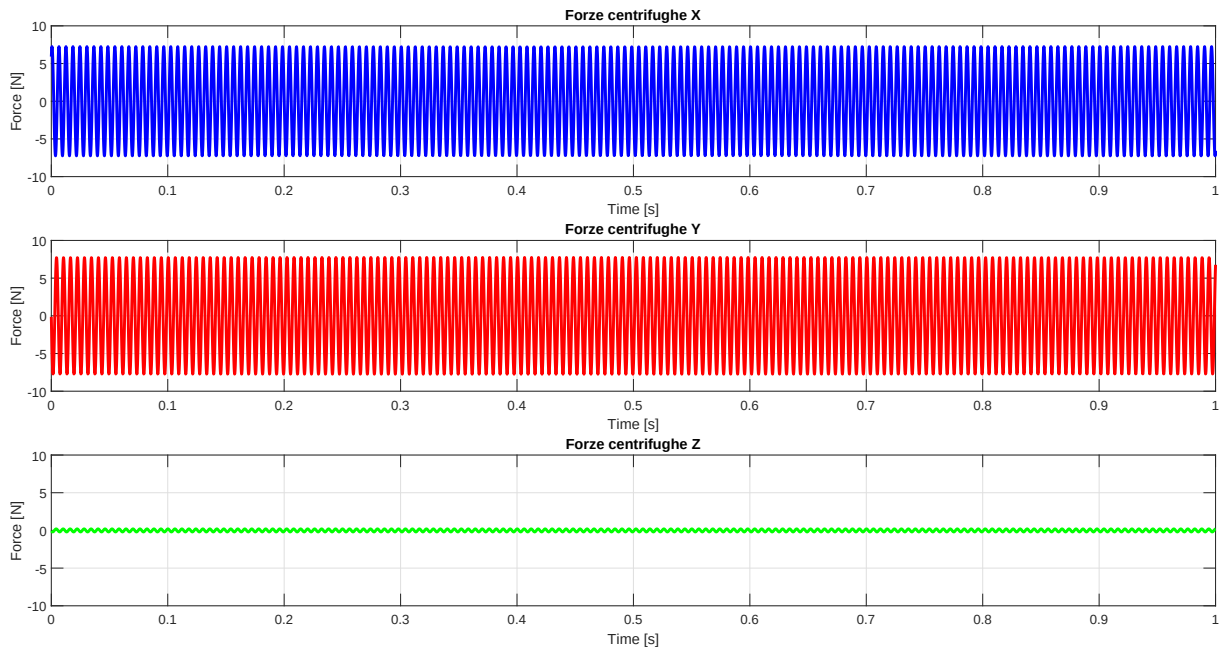


Figura 55: Forze centrifughe.

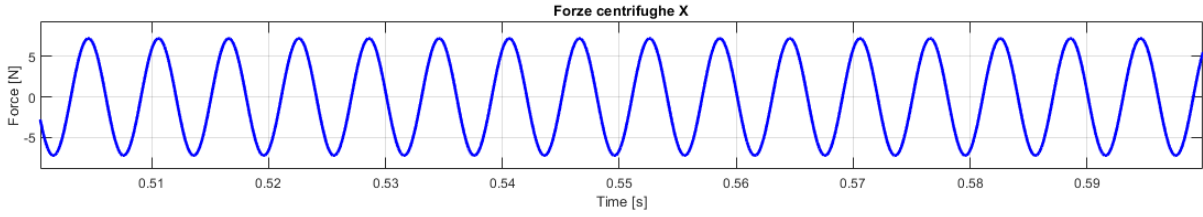


Figura 56: Zoom tra 0.5 e 0.6 secondi delle forze centrifughe in x : dettaglio del periodo dell'oscillazione.

Si deduce quindi che nel caso in cui i motori ruotassero in fase e con uno sbilanciamento contenuto in una variazione del $\pm 20\%$ rispetto al valore assunto per la normalizzazione, si avrebbe come conseguenza una vibrazione nei tre assi di ampiezza sempre minore rispetto al caso nominale. Tra questa simulazione e la precedente si registra una differenza di un ordine di grandezza sul valore dei risultati ottenuti: è quindi molto più influente lo sfasamento rispetto alle grandezze geometrico/massive. In un caso ipotetico e possibile in cui si presentano contemporaneamente le condizioni delle due simulazioni, l'effetto della posizione delle eliche sarà nettamente predominante rispetto ad altre cause di mancata simmetria tra rotori.

4.3.4 Simulazione con motore non funzionante

L'eventualità che un motore si guasti e non contribuisca più a generare spinta esiste. In questa sottosezione si simula il volo stazionario con sette motori, mantenendo inalterate le altre condizioni:

- *masse*: $10^{-3} [5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5] \text{ Kg}$
- *eccentricità*: $10^{-3} [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2] \text{ m}$
- *velocità angolari*: $\frac{\pi}{30} [10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 0 \ -10000] \text{ rad/s}$
- *fasi iniziali*: $\frac{\pi}{180} [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ rad}$

Si è posta nulla la velocità angolare del motore 7.

Per questo caso non si riportano il diagramma fasoriale e il piano di Gauss in quanto sarebbero identici alle Fig.42 e Fig.43, in cui fasori e croci sarebbero sovrapposti con l'assenza delle quantità relative al motore 7.

Gli andamenti temporali, invece, sono visibili in Fig.57, Fig.58 e Fig.59:

- la forza risultante in x vale 10.84 N , che corrisponde a $0.99 F_{nominale}$;
- la forza risultante in y vale 10.84 N , che corrisponde a $0.99 F_{nominale}$;
- la forza risultante in z vale 1.63 N , che corrisponde a $0.15 F_{nominale}$;
- il periodo non è variato, $T = 6 \times 10^{-3} \text{ s}$.

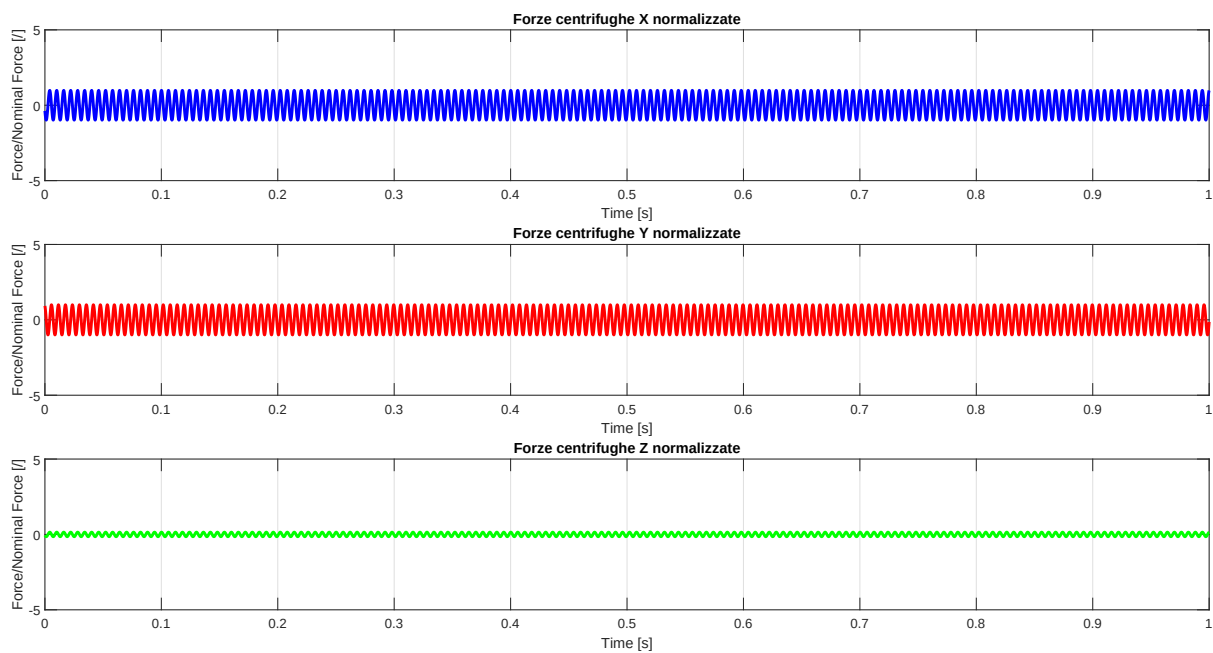


Figura 57: Forze centrifughe normalizzate.

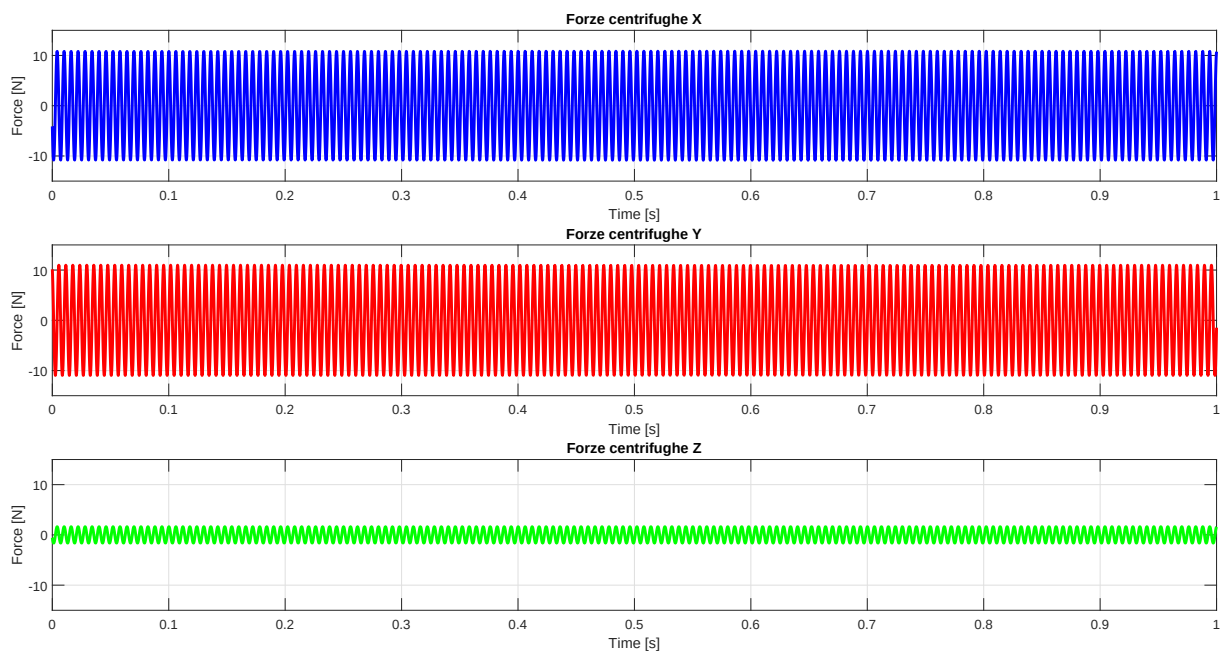


Figura 58: Forze centrifughe.

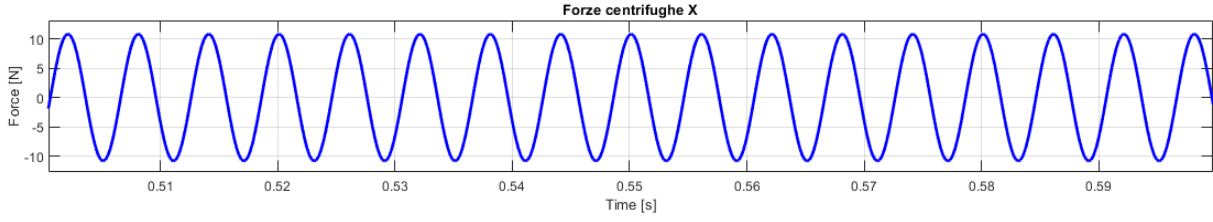


Figura 59: Zoom tra 0.5 e 0.6 secondi delle forze centrifughe in x : dettaglio del periodo dell'oscillazione.

Si può concludere che il volo eseguito con un motore spento porta alla nascita di vibrazioni come se si trattasse il caso nominale. Si registra quindi che è preferibile volare senza un motore che con tutti i motori con eliche sfasate, cosa che a primo impatto poteva sembrare non intuitiva.

4.3.5 Simulazione con motore rallentato

Altra eventualità è che un motore perda potenza e per problemi di natura elettrica o meccanica non riesca a mantenere la velocità target di 10000 *rpm*. In questo caso le pulsazioni degli otto motori non saranno più uguali, perciò una rappresentazione fasoriale isofrequenziale perde di significato, così come l'individuazione di parte reale e immaginaria nel piano di Gauss. Si consideri una variazione di velocità del 5% nel motore 7, che ruoterà perciò a 9500 *rpm*:

- *masse*: $10^{-3} [5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5] \text{ Kg}$
- *eccentricità*: $10^{-3} [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2] \text{ m}$
- *velocità angolari*: $\frac{\pi}{30} [10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 10000 \ -10000 \ 9500 \ -10000] \text{ rad/s}$
- *fasi iniziali*: $\frac{\pi}{180} [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ rad}$

La somma di sinusoidi a diversa frequenza non ha come risultato una singola sinusoide, ma un andamento sinusoidale caratterizzato da fenomeni di battimento, ossia nel tempo l'ampiezza della vibrazione varia a sua volta ad una certa frequenza. Nel segnale risultante sarà riconoscibile un periodo di oscillazione pari alla frequenza più alta in ingresso, e un secondo periodo caratteristico della variazione di ampiezza, con frequenza pari alla differenza delle frequenze dei due segnali che si vogliono sommare. In Fig.60 è possibile vedere il fenomeno: $\frac{2\pi}{\omega}$ è il periodo relativo al segnale a frequenza più elevata, mentre ϵ è la pulsazione che identifica la lenta variazione dell'ampiezza. In questo caso la pulsazione del battimento è $\omega_{bat} = 2\epsilon$, pari alla differenza delle pulsazioni delle sinusoidi sommate.

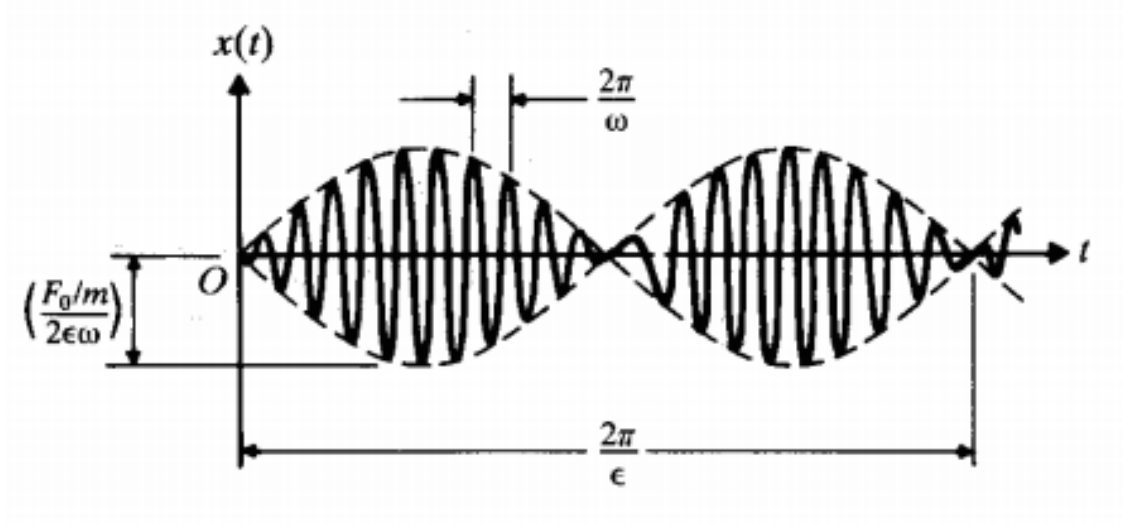


Figura 60: Esempio di battimento.

I risultati ottenuti dalla simulazione sono i seguenti :

- la forza risultante massima in x vale 20.51 N , che corrisponde a $1.87 F_{nominale}$;
- la forza risultante massima in y vale 20.84 N , che corrisponde a $1.90 F_{nominale}$;
- la forza risultante massima in z vale 3.10 N , che corrisponde a $0.28 F_{nominale}$;
- il periodo dell'oscillazione vale $T = 6 \times 10^{-3} \text{ s}$, relativo alla pulsazione di 1047.19 rad/s , ossia 10000 rpm ;
- il periodo del battimento vale $T_{bat} = 0.12 \text{ s}$, relativo alla pulsazione di 52.36 rad/s , ossia 500 rpm , che è esattamente pari a $10000 - 9500\text{ rpm}$.

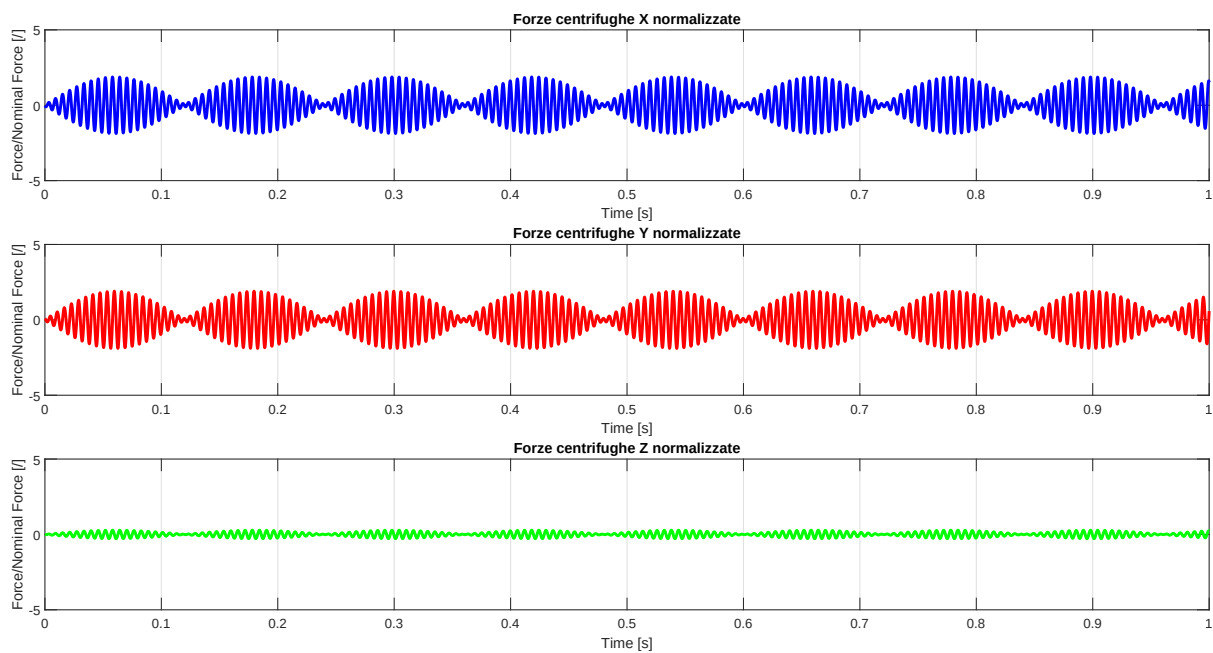


Figura 61: Forze centrifughe normalizzate.

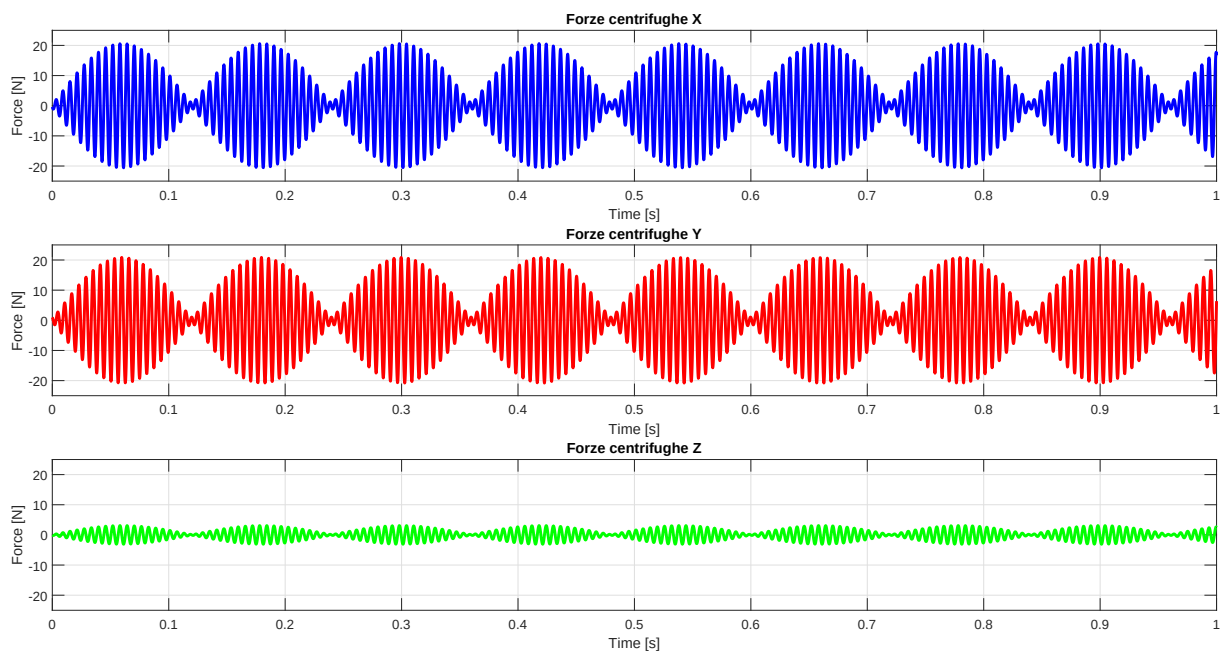


Figura 62: Forze centrifughe.

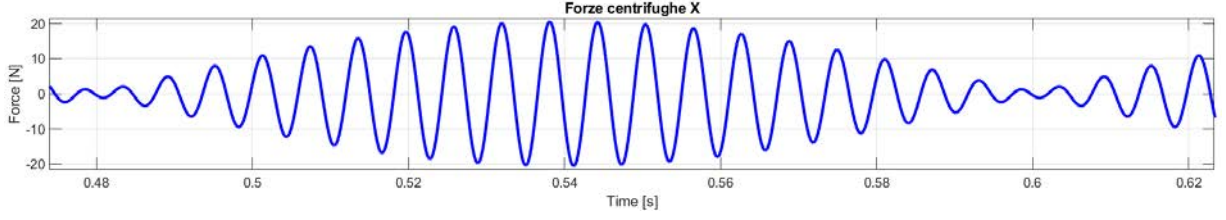


Figura 63: Zoom delle forze centrifughe in x : dettaglio del periodo dell'oscillazione e del periodo di battimento.

Concludendo, nel caso in cui uno solo dei motori perdesse il 5% di velocità rispetto agli altri, si verrebbe a creare una situazione sicuramente sfavorevole nel piano orizzontale, con vibrazioni in x e y pari al doppio del valore nominale. Per completezza di trattazione, si rende noto che per variazioni di velocità maggiori del 5%, le intensità dei fenomeni vibrazionali non subiscono stravolgimenti per quanto riguarda il modulo, ma si registra una frequenza di battimento maggiore a parità di intervallo temporale considerato; infatti, la differenza tra le pulsazioni delle sinusoidi aumenta, accorciando il periodo di battimento.

4.4 Effetto suolo

Altro aspetto da considerare, in caso di volo in ambiente ristretto e nelle fasi di decollo e atterraggio, è il fenomeno dell'effetto suolo: esso consiste in una variazione del campo fluidodinamico nelle vicinanze delle eliche quando le pale si trovano in corrispondenza di un muro o del terreno. Per quanto riguarda le condizioni già più volte citate in questa tesi, è di interesse capire quanto il fenomeno influisca sulla spinta generata sia in fase di decollo che in fase di atterraggio: infatti, quando il drone è appoggiato al terreno, ad elevati angoli di incidenza delle pale, si viene a formare un cuscinetto d'aria che sostiene il drone in modo maggiore rispetto a come succederebbe se la creazione dei moti vorticosi indotti dalle pale generassero una resistenza indotta tale da non creare questo fenomeno. La fase di atterraggio risulta quindi più lunga e complicata, viceversa la fase di decollo è facilitata. Si è dimostrato che l'impatto di questo fenomeno sulle performances di volo è minimo ad altezze da terra maggiori di una quantità pari al raggio del rotore, mentre sotto questa altezza la spinta necessaria per mantenere lo stato di hover decresce rapidamente. Per questi motivi si è soliti studiare il fenomeno attraverso un parametro adimensionale h/r , dove h è l'altezza da terra ed r rappresenta il raggio del rotore.

L'effetto suolo può essere stimato in modo empirico attraverso il modello formulato da Cheeseman and Bennet [13]:

$$\frac{F_{Th}}{F_{Tinf}} = \left[1 - \frac{1}{16} \left(\frac{r}{h} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\|v_B\|}{v_{ind}} \right)^2 \right]^{-1} \right]^{-1} \quad \frac{r}{h} < 2 \iff \frac{h}{r} > \frac{1}{2} \quad (24)$$

In cui F_{Th} è la spinta generata ad altezza h , F_{Tinf} è la spinta ad una qualsiasi altezza maggiore di r , v_B è la velocità di avanzamento e v_{ind} è la velocità dell'aria indotta. Si noti che la formula non ha senso se l'altezza è minore di metà del raggio. In caso di manovre di decollo o atterraggio v_B sarà nulla, perciò la (24) si riscrive come:

$$\frac{F_{Th}}{F_{T\inf}} = \left[1 - \frac{1}{16} \left(\frac{r}{h} \right)^2 \right]^{-1} \quad (25)$$

In Fig.64 è mostrato l'andamento descritto in (25).

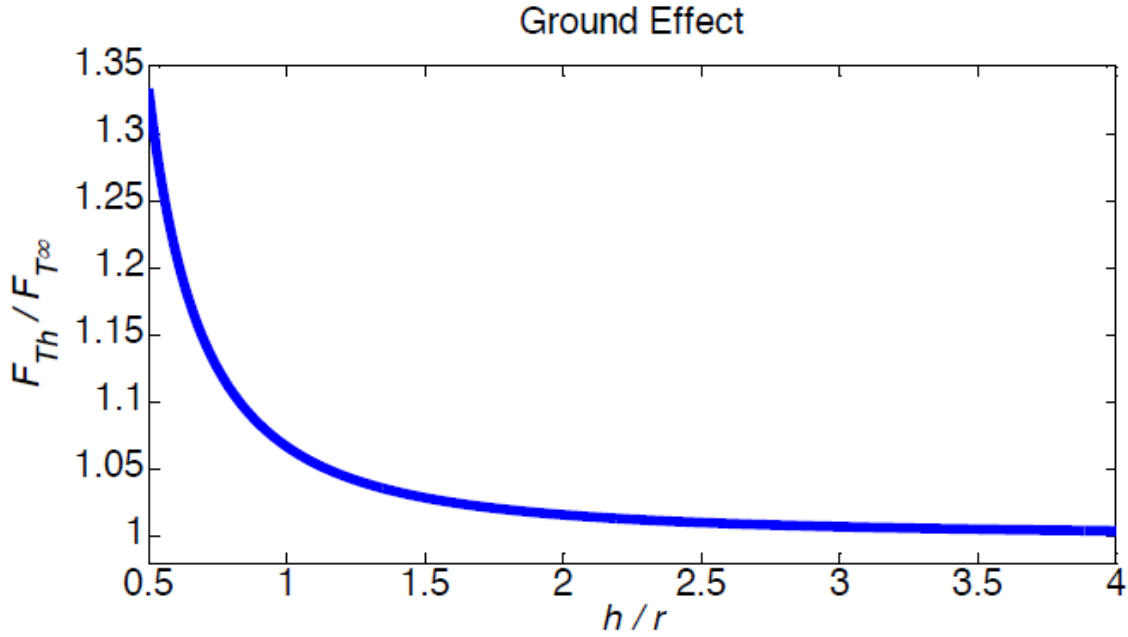


Figura 64: Andamento effetto suolo rispetto all'altezza normalizzata.

Si calcola ora il minimo rapporto h/r , per quantificare il massimo valore dell'effetto suolo. L'altezza tra la gamba e il centro del rotore è pari a 450.7 mm , mentre il raggio dell'elica è pari a 7.5 pollici, ossia 190.5 mm , perciò:

$$\frac{h_{min}}{r} = \frac{450.7}{190.5} = 2.37 \quad (26)$$

Inserendo il risultato di (26) in (25), si ottiene:

$$\frac{F_{Th}}{F_{T\inf}} = \left[1 - \frac{1}{16} \left(\frac{r}{h_{min}} \right)^2 \right]^{-1} = \left[1 - \frac{1}{16} \left(\frac{1}{2.37} \right)^2 \right]^{-1} = 1.011 \quad (27)$$

Da (27) si ricava che la spinta in più che si ha in prossimità del terreno è pari all' 1.1% in più rispetto a quella che si avrebbe ad altezza superiore qualsiasi. Si può pertanto ritenere che l'effetto suolo sia un fenomeno trascurabile.

4.5 Aeroelasticità

Altra fonte di fenomeni vibratorii è da ricercarsi nello studio tra le interazioni di forze aerodinamiche, elastiche ed inerziali. Si riporta in seguito un esempio di modello di aeroelasticità statica relativamente ad un profilo alare ad un grado di libertà, quello torsionale [16]. Il problema verrà analizzato dal punto di vista qualitativo ma non

quantitativo, soprattutto per la difficoltà nella stima dei parametri coinvolti nella trattazione. Si parla di aeroelasticità statica quando le forze aerodinamiche non sono funzione del tempo ma solo dai parametri geometrici e nelle equazioni si trascurano le derivate temporali. Il modello prevede la trattazione semplificata del profilo alare, sia dal punto di vista strutturale che aerodinamico; viene considerata come una trave rettilinea rigida e a sezione costante, sempre perpendicolare alla direzione del flusso. Considerando il flusso perfettamente bidimensionale e ritenendo costanti le caratteristiche aerodinamiche lungo le diverse sezioni del profilo, con dipendenza quindi solo dall'angolo d'attacco α , si avrà:

- *Portanza per unità di apertura alare*: $P' = qcC_p(\alpha)$
- *Momento aerodinamico per unità di apertura alare*: $M' = qc^2C_{MCA}$

In cui l'apice indica che si tratta di grandezze specifiche rispetto all'apertura alare, q rappresenta la pressione dinamica, c è la corda, utilizzata come lunghezza di riferimento per la normalizzazione dei coefficienti di portanza C_P e di momento M_{MCA} valutato nel centro aerodinamico, ossia il punto rispetto al quale il momento aerodinamico assume valore costante al variare dell'incidenza α .

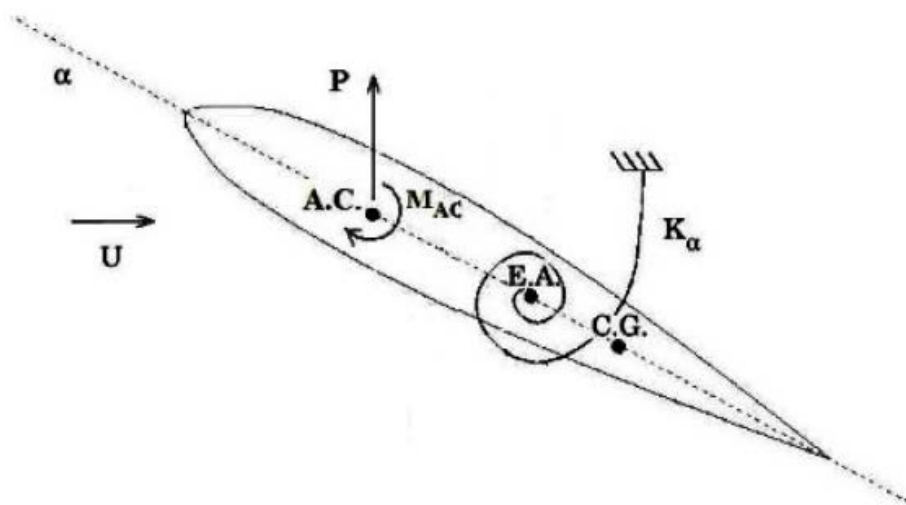


Figura 65: Profilo alare ad un grado di libertà.

In Fig.65 si fa anche riferimento a $E.A.$, punto di intersezione tra le varie sezioni e l'asse elastico, luogo dei punti congiungenti i centri di taglio delle varie sezioni, nonché asse di rotazione corrispondente all'unico grado di libertà del modello. Infine $K_\alpha = K_T$, costante elastica della molla torsionale.

Essendo le caratteristiche aerodinamiche costanti con l'apertura alare, ne consegue che per l'intera ala vale:

- *Portanza*: $P = qSC_p(\alpha)$
- *Momento*: $M = qScC_{MCA}$

Dove $S = c \cdot 1$, in cui 1 rappresenta l'apertura alare unitaria, così che si possa parlare di forze e momenti per unità di lunghezza.

Sotto le ipotesi di piccole rotazioni, sono ammissibili le seguenti approssimazioni:

- La portanza applicata al centro aerodinamico è sempre perpendicolare alla corda, con braccio costante rispetto al centro di taglio della sezione, pari ad e ;
- La resistenza aerodinamica fornisce un contributo trascurabile all'equilibrio alla rotazione.

Si scrive ora l'equilibrio alla rotazione utilizzando come polo il centro elastico: il sistema è in equilibrio quando forze elastiche ed aerodinamiche son uguali.

$$qSeC_p(\alpha_0 + \theta) + qScC_{MCA} = K_T\theta \quad (28)$$

In (28), $\alpha = \alpha_0 + \theta$, ossia l'angolo di incidenza totale è dato dalla somma dell'angolo iniziale considerata l'ala infinitamente rigida con il contributo dato dalla torsione. Per piccole oscillazioni si linearizza il coefficiente di portanza:

$$C_P(\alpha) = C_{P0} + \frac{\partial C_P}{\partial \alpha}(\alpha_0 + \theta) \quad (29)$$

Sostituendo la (29) in (28) si ottiene:

$$qS \left[cC_{MCA} + eC_{P0} + e \frac{\partial C_P}{\partial \alpha}(\alpha_0 + \theta) \right] = K_T\theta \quad (30)$$

Isolando θ :

$$\theta = \frac{qS(cC_{MCA} + eC_{P0} + e \frac{\partial C_P}{\partial \alpha}\alpha_0)}{K_T - qSe \frac{\partial C_P}{\partial \alpha}} \quad (31)$$

Dalla (31) è evidente come θ dipenda dalle forze aerodinamiche, infatti a denominatore si trova q . Ma a loro volta le forze aerodinamiche dipendono da $C_P(\alpha)$, che a sua volta è funzione di θ (come si evince da (29)). Il fatto che θ influisca sulla variazione di lift ha come conseguenza che la torsione introduce un effetto di retroazione al sistema, data la reciproca dipendenza tra spinta e angolo di torsione. Ciò comporta la nascita di fenomeni vibratorii data la continua variazione della forza aerodinamica che ne consegue. Il fenomeno è quantificabile a patto che si conoscano i parametri geometrici e aerodinamici completi, nonché l'angolo di α di incidenza.

5 Analisi modale sperimentale

Questo capitolo è dedicato all'analisi modale sperimentale: nella parte introduttiva si spiega cos'è e si tratta analiticamente il problema; successivamente si fa riferimento all'apparecchiatura e strumentazione utilizzata nel caso specifico applicato al drone, seguita dalla procedura proposta per eseguire le misurazioni. Infine si analizzano i risultati ottenuti, al fine di ottenere una stima dei parametri necessari per la realizzazione di un modello dinamico del sistema.

5.1 Introduzione

L'analisi modale sperimentale è una tecnica utilizzata per lo studio delle vibrazioni: permette agevolmente di stimare frequenze naturali, smorzamenti e modi di vibrare per sistemi tempoinvarianti e con caratteristiche lineari [17]. Le prime applicazioni sono da ricercarsi in campo aeronautico intorno al 1940, ma per anni l'utilizzo non è stato proficuo per complicità nelle tecniche sperimentali. Solo con lo sviluppo dei computer e parallelamente di tecniche numeriche avanzate per l'analisi dei segnali, come la Fast Fourier Transform (FFT), è stato possibile un maggiore e più diffuso impiego di questa tecnica. L'analisi modale permette di ottenere un modello matematico della struttura, per poi essere sfruttato in varie maniere, come: ottenere la risposta dinamica del sistema ad una forzante qualsiasi, oppure ottimizzare il sistema per una data forzante andando a cambiare valori di masse e rigidità del modello iniziale. Spesso si usa parallelamente ad una simulazione FEM per il confronto dei risultati e talvolta viene impiegata per il monitoraggio riguardo l'integrità strutturale dei componenti.

Come punto di partenza per la trattazione si consideri un sistema inizialmente ad un grado di libertà:

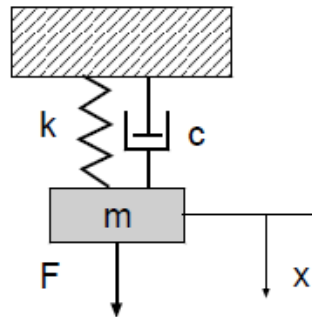


Figura 66: Sistema ad un grado di libertà.

In Fig.66, k rappresenta la rigidità del sistema, c lo smorzamento viscoso, F è la forzante di tipo armonico ed infine x è il grado di libertà traslazionale associato alla massa m . La forzante sarà del tipo $F = F_0 \cos(\omega t)$, ma per semplicità di trattazione si scriva l'equazione del moto in forma complessa:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (32)$$

La risposta forzata sarà del tipo:

$$x = x_0 e^{i\omega t} \quad (33)$$

ed è definita dalla funzione di trasferimento (FRF) $H(\omega)$, che è dipendente dalla pulsazione in forma complessa. La funzione di trasferimento, moltiplicata per l'ampiezza della forzante, rappresenta la variazione dell'ampiezza della risposta in campo complesso nel dominio della frequenza, ossia:

$$x_0 = \left[\frac{1}{m(\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_n\xi)} \right] F_0 = H(\omega)F_0 \quad (34)$$

Si noti come la funzione di trasferimento dipenda anche dai parametri caratteristici del sistema, ω_n e ξ , rispettivamente pulsazione naturale e rapporto di smorzamento viscoso. Essi son definiti come segue:

- *pulsazione naturale*: $\omega_n = \sqrt{k/m}$;
- *rapporto di smorzamento viscoso*: $\xi = c/2\sqrt{km}$.

La classica rappresentazione della funzione di trasferimento avviene tramite il modulo e la fase (Fig.67). Il modulo risulta essere:

$$|H(\omega)| = \left[\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right]^{-1} \quad (35)$$

mentre la fase:

$$\phi = \arctan_2 \frac{-2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (36)$$

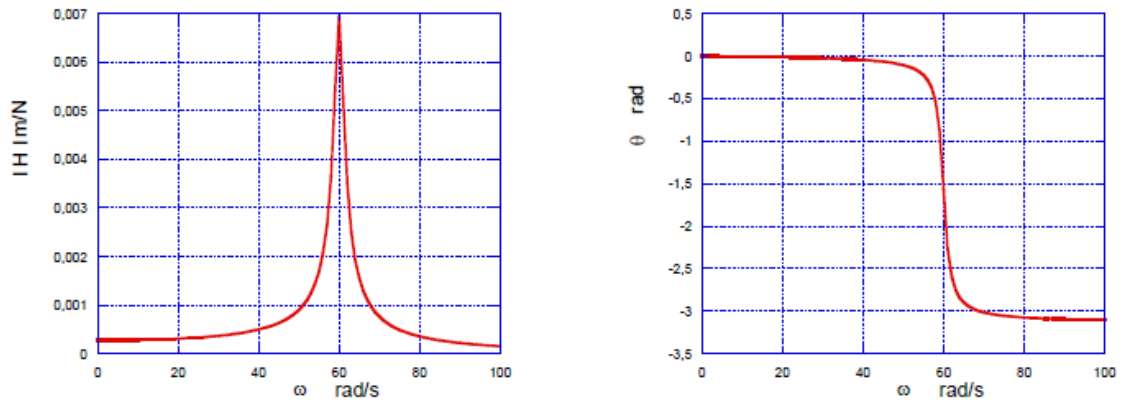


Figura 67: Esempi di grafici di modulo e fase.

Si noti, in Fig.67, che in corrispondenza della risonanza a 60 rad/s , il diagramma della fase presenta un ritardo di $\pi/2$. Prima della risonanza si ha assenza di sfasamento, mentre dopo si ha un ritardo di π .

Tramite (35) e (36) è anche possibile esprimere la risposta armonica del sistema nel dominio del tempo, considerando la parte reale dell'espressione (33), ottenendo:

$$x(t) = \frac{F_0}{k} |H(w)| \cos(\omega t + \phi) \quad (37)$$

Si passi ora ad analizzare sistemi ad N gradi di libertà con smorzamento proporzionale (o di Rayleigh), caso particolare in cui la matrice degli smorzamenti può essere ritenuta combinazione lineare delle matrici di massa e di rigidezza. Considerando forzanti armoniche, le equazioni del moto saranno del tipo:

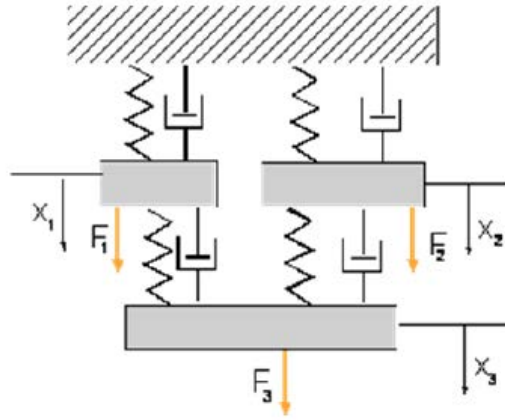


Figura 68: Esempio a N gradi di libertà, tre nel caso rappresentato.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad N \times N \quad (38)$$

In cui $F_i = F_{i0}e^{i\omega t}$ e $x_i = x_{i0}e^{i\omega t}$, con $i = 1, 2, \dots, N$.

Si ricava direttamente il valore delle ampiezze complesse delle risposte x_{0i} :

$$\{x_{0i}\} = [K + i\omega[C] - \omega^2[M]]^{-1} \{F_{0i}\} \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1,1}(\omega) & H_{1,2}(\omega) & \dots & H_{1,N}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & H_{i,j}(\omega) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{N,1}(\omega) & H_{N,2}(\omega) & \dots & H_{N,N}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{01} \\ F_{02} \\ \vdots \\ F_{0N} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Il generico elemento $H_{ij}(\omega)$ di H rappresenta l'ampiezza dello spostamento della i -esima coordinata generalizzata quando è applicata una forza unitaria sulla j -esima coordinata generalizzata. Essa è quindi la funzione di trasferimento relativa alla coordinata i -esima quando è applicata una forza armonica sulla coordinate j -esima.

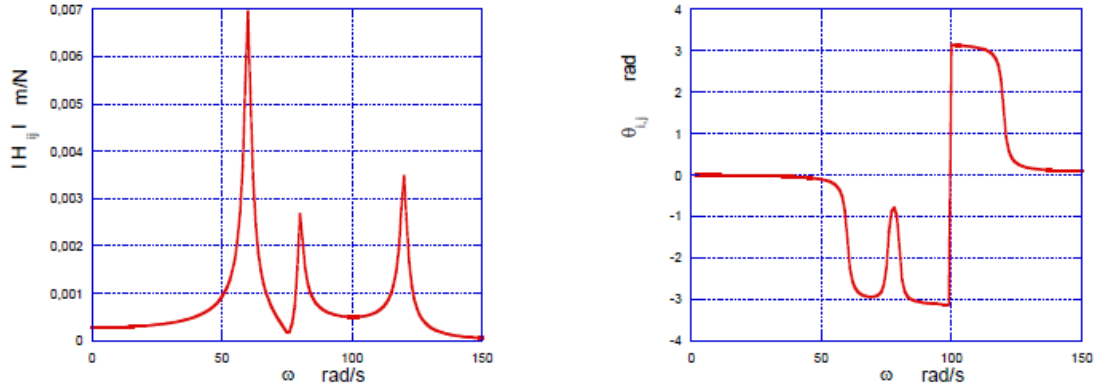


Figura 69: Esempio a N gradi di libertà, tre nel caso rappresentato.

E' importante evidenziare che le funzioni di trasferimento possono essere ricavate sperimentalmente eccitando in un punto il sistema con una forzante a frequenza variabile e misurando la risposta in un altro punto. Quindi i precedenti diagrammi possono essere ottenuti sperimentalmente.

Si cercano ora i modi di vibrare del sistema: si ricorda che sotto l'ipotesi di smorzamento viscoso proporzionale, i modi ottenuti in assenza di smorzamento sono identici a quelli ricavati nel caso in cui fosse presente. Per questo motivo si possono studiare le vibrazioni libere non smorzate, andando a trovare le frequenze naturali del sistema risolvendo il problema agli autovalori:

$$\det [[K] - \omega^2[M]] = 0 \quad (41)$$

da cui si ricavano N valori di ω_n^2 , che introdotte nel sistema lineare omogeneo:

$$[[K] - \omega_n^2[M]]\{\psi_n\} = \{0\} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (42)$$

con $\{\psi_n\} = \{\psi_{1n} \ \psi_{2n} \ \dots \ \psi_{Nn}\}^t$, che corrisponde all' autovettore relativamente all' n -esimo autovalore.

Una delle principali caratteristiche degli autovettori è che essi sono ortogonali alla matrice di massa e di rigidezza. Questa caratteristica è fondamentale in quanto si può definire una matrice $[U]$, chiamata matrice modale, in cui ogni colonna è composta dai vettori colonna $\{\psi_n\}$, e quindi dai diversi modi di vibrare. Sarà quindi così composta:

$$[U] = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \dots & \psi_{1N} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \dots & \psi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_{N1} & \psi_{N2} & \dots & \psi_{NN} \end{bmatrix} \quad (43)$$

Per le proprietà degli autovettori, si può dimostrare che la matrice modale diagonalizza sia la matrice di massa che la matrice rigidezza, cioè:

$$\bullet [K]_D = \begin{bmatrix} k_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{NN} \end{bmatrix} = [U]^t[K][U];$$

$$\bullet [M]_D = \begin{bmatrix} m_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & m_{NN} \end{bmatrix} = [U]^t [M] [U];$$

ossia gli elementi fuori diagonale in $[M]_D$ e $[K]_D$ son tutti nulli, mentre gli elementi sulla diagonale sono le masse modali e le rigidezze modali. Se inoltre si normalizzano gli autovettori rispetto alla matrice di massa, le matrici $[M]_D$ e $[K]_D$ non solo saranno diagonali, ma le masse modali saranno tutte unitarie e le rigidezze modali coincideranno con gli autovalori, ossia avranno valore pari al quadrato delle pulsazioni naturali. Altra caratteristica della matrice modale $[U]$ è di essere la matrice di cambio coordinate, da modali a fisiche. Sia $\{q(t)\} = \{q_1 \ q_2 \ \dots \ q_N\}^t$ il vettore delle deformate del sistema, sapendo che in ogni istante i modi di vibrare sono una base dello spazio delle deformate, si potrà scrivere:

$$\{q(t)\} = [U]\{\eta(t)\} \quad (44)$$

dove $\{\eta(t)\}$ rappresenta il vettore di coordinate modali (o principali).

L'espressione (44) è valida anche per le velocità e le accelerazioni, pertanto l'equazione del moto si può riscrivere in funzione delle coordinate modali e delle matrici di massa, rigidezza e smorzamento diagonali (quest'ultima sempre nell'ipotesi di smorzamento proporzionale).

$$[M]_D\{\ddot{\eta}(t)\} + [C]_D\{\dot{\eta}(t)\} + [K]_D\{\eta(t)\} = \{N(t)\} \quad (45)$$

In questo modo le N equazioni del moto in coordinate modali sono completamente disaccoppiate, ciò significa che dal punto di vista fisico un sistema complesso ad N gradi di libertà è riconducibile ad N sistemi ad un singolo grado di libertà, come rappresentato in Fig.70.

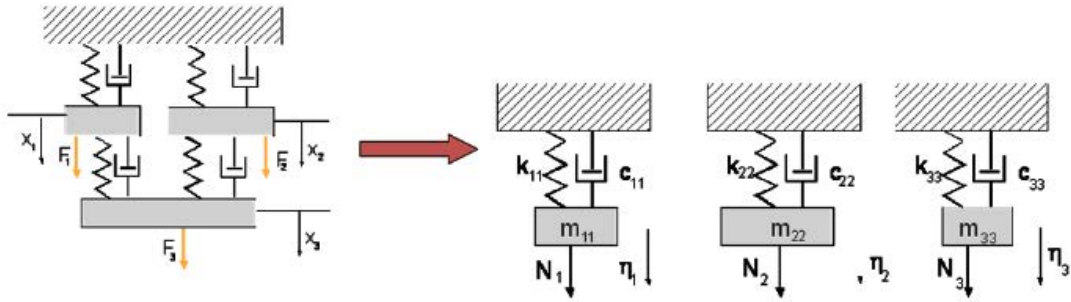


Figura 70: Conseguenza del passaggio in coordinate modali: disaccoppiamento in sistemi a 1 grado di libertà.

La k -esima riga delle N totali dell'espressione (45), sarà la seguente:

$$m_{kk}\ddot{\eta}_k(t) + c_{kk}\dot{\eta}_k(t) + k_{kk}\eta_k(t) = N_{k0}e^{i\omega t} \quad (46)$$

da cui, come in (34), si potrà scrivere:

$$\eta_{k0} = \left[\frac{1}{m_{kk}(\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_k\xi_k)} \right] N_{k0} \quad (47)$$

che rappresenta la k -esima funzione di trasferimento in coordinate modali. Sfruttando le proprietà sopra citate, dopo aver svolto passaggi analitici, tramite (46) e (47) si arriva alla seguente espressione in coordinate fisiche, che rappresenta il valore dell'ampiezza di spostamento della generica i -esima coordinata generalizzata, quando la forza è applicata alla j -esima coordinata generalizzata:

$$q_{i0} = \sum_{k=1}^N \frac{\psi_{ik}\psi_{jk}}{m_{kk}(\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_k\xi_k)} F_{j0} \quad (48)$$

Questa espressione, al netto di F_{j0} , non è altro che $H_{ij}(w)$, ottenuta però tramite parametri modali. Questo significa che l'espressione della funzione di trasferimento in ogni punto è nota analiticamente, qualsiasi sia il punto eccitato, ed è costituita da una combinazione lineare di risposte di sistemi ad un grado di libertà, ciascuna corrispondente ad un modo di vibrare. I coefficienti della combinazione sono il prodotto degli elementi ψ_{ik} e ψ_{jk} del modo di vibrare n -esimo, corrispondenti al punto di misura e al punto di eccitazione.

Noto che è possibile scrivere un'espressione analitica delle funzioni di trasferimento per sistemi ad N gradi di libertà, affinché si possano ricavare i parametri caratteristici del sistema, quindi modi di vibrare con relative frequenze naturali e coefficienti di smorzamento, sarà necessario misurare sperimentalmente le $H_{ij}(w)$.

Il primo problema da considerare per una corretta misurazione è la scelta dei punti di misura, e quindi di un'adeguata discretizzazione del sistema continuo in un sistema discreto che rappresenti al meglio la realtà fisica del problema. Vale la regola che in più punti si discretizza il sistema, migliori saranno i risultati finali. Ovviamente sarà necessario trovare un compromesso tra la qualità della misurazione, il tempo impiegato per le prove e lo spazio fisicamente raggiungibile dalla strumentazione.

Il passaggio successivo consiste nella scelta del tipo di eccitazione da applicare al sistema meccanico. Per ricavare le FRF sarà infatti necessario imporre una forzante esterna, misurandone l'intensità con celle di carico, e acquisire le accelerazioni dei punti tramite accelerometri; in questo modo è noto sia l'input che l'output, ossia la funzione di trasferimento.

L'eccitazione deve essere caratterizzata da frequenza variabile ed ampiezza la più possibile costante, per evitare che parti diverse delle FRF siano caratterizzate da rapporti segnale/rumore diversi e per evitare che si esaltino le non linearità eventualmente presenti. I tipi più comuni di eccitazione sono:

- *la forza sinusoidale di frequenza variabile, (sweep)*: l'eccitazione tipo sweep viene generalmente applicata con eccitatori di tipo piezo-elettrico, elettromagnetico o idraulico, garantisce un elevato rapporto segnale rumore, ma talvolta il collegamento tra eccitatore e struttura da eccitare può essere difficoltoso;

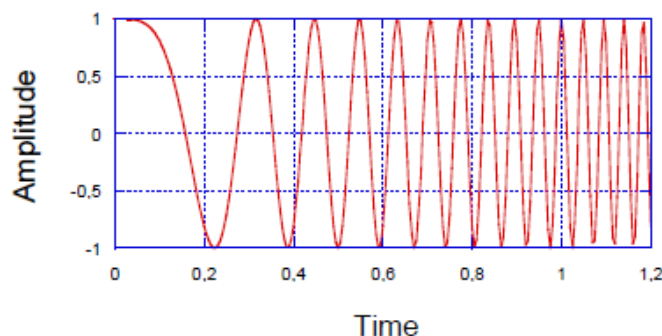


Figura 71: Eccitazione tipo sweep.

- *la forza impulsiva*: l'eccitazione impulsiva viene applicata tramite opportuni martelli strumentati ed è caratterizzata da questi andamenti nel dominio del tempo e della frequenza:

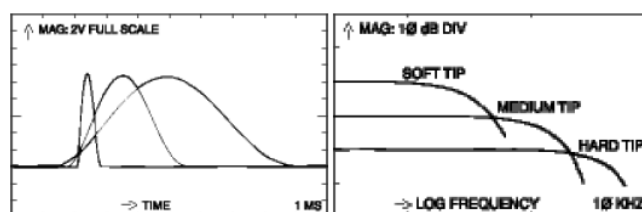


Figura 72: Eccitazione impulsiva.

Lo spettro risulta circa costante fino ad una frequenza di taglio che è legata alla durata dell'impulso. Più breve è la durata dell'impulso più alta è la frequenza di taglio. Più alta è la rigidità di contatto tra martello ed oggetto da colpire più breve è la durata dell'impulso. In genere i martelli sono forniti di punte di rigidità variabile per variare la durata dell'impulso. L'eccitazione impulsiva a martello è molto pratica, però ha un basso rapporto segnale/rumore ed è poco ripetibile.

In entrambi i tipi di eccitazione la forza applicata viene misurata in egual modo, tramite celle di carico integrate nella punta del martello o nella testa dello shaker. Gli accelerometri possono essere mono o triassiali e spesso di tipo piezoelettrico, sono di peso e dimensioni ridotte per introdurre un effetto di carico minore possibile all'interno del sistema.

I segnali misurati vengono poi digitalizzati ed elaborati dal software ModalView, tramite una piattaforma di acquisizione a quattro canali (uno dedicato al martello e tre corrispondenti ai tre assi dell'accelerometro), collegata al pc tramite porta USB.

Si può verificare che l'intera matrice delle FRF (che è anche simmetrica) fornisce un insieme di dati ridondanti dal punto di vista dell'identificazione dei parametri modali. Si può dimostrare che per ottenere i parametri modali di un sistema discretizzato a N gradi di libertà (avente quindi N modi di vibrare) sono sufficienti N FRF aventi in comune lo stesso punto di eccitazione o di misura. Quindi sono sufficienti una sola colonna o una sola riga della matrice delle FRF.

Quanto appena detto comporta l'esistenza di due diverse tecniche per lo svolgimento dell'analisi modale, chiamate nel software rispettivamente:

- *Roving response*: il punto di eccitazione rimane costante, la risposta viene misurata nei diversi punti. Questo significa fissare un grado di libertà j – *esimo*, quindi una colonna della matrice, andando a misurare le H_{nj} righe, ricavando completamente la j – *esima* colonna; questo metodo si rivela comodo soprattutto se si utilizza lo shaker come generatore di forzante, dato l'ingombro della strumentazione.
- *Roving excitation*: il punto di eccitazione varia per tutti i gradi di libertà, la risposta viene misurata in un unico punto. Questo significa fissare un grado di libertà i – *esimo*, quindi una riga della matrice, andando a misurare le H_{in} colonne, ricavando completamente la i – *esima* riga; questo metodo si rivela comodo soprattutto se si utilizza il martello come generatore di forzante, vista la rapidità con cui si può eseguire l'impulso in diversi punti.

Per controllare la qualità delle misurazioni si possono verificare due fenomeni. Si può analizzare la funzione di trasferimento diretta, ossia la H_{kk} , che gode della proprietà che successivamente ad una risonanza si presenta un' anti-risonanza. Se ciò non è verificato, la misurazione non è corretta. Inoltre, essendo la matrice delle funzioni di trasferimento simmetrica, ossia l'elemento H_{ij} è identico ad H_{ji} , è possibile eseguire la misurazione incrociata e verificare che le due quantità corrispondano.

5.2 Apparato sperimentale

Si procede ora con la descrizione degli strumenti utilizzati per la prova:

- *Martello strumentato*: Strumento utilizzato per generare la forzante in ingresso al sistema, con lo scopo di ottenere un impulso il più vicino possibile a quello ideale di Dirac. Come già accennato, la punta è determinante per la durata dell'impulso. La scelta della rigidità di contatto è stata eseguita tramite diverse eccitazioni di prova tra varie punte e la superficie del drone. Tra le tante disponibili, la punta scelta corrisponde ad un compromesso tra un impulso ideale e un colpo pulito: ossia la punta è stata scelta con una rigidità che non coincide con la massima disponibile, affinché non nascesse il fenomeno del *double hit*, ossia del doppio colpo, cosa che succede quando la rigidità della punta è così elevata da generare un secondo contatto tra punta e sistema eccitato, prima di essere in grado di spostare la mano dopo aver eseguito il colpo. Il martello e punta utilizzati son visibili in Fig.73:



Figura 73: Martello strumentato LW 34806.

Il martello è della PCB Piezotronics, modello LW 34806, la cui sensibilità certificata è di 2.351 mV/N . All'interno della testa si trova la cella di carico che raccoglie il segnale di forza generato, trasferito poi al modulo di acquisizione.

- *Accelerometro triassiale*: Per definire la funzione di trasferimento è necessario acquisire il segnale di forza (ingresso), e di accelerazione (uscita). L'accelerometro scelto è di tipo triassiale, perciò misura le accelerazioni contemporaneamente nei tre assi cartesiani. Il costruttore è il medesimo del martello strumentato, la PCB Piezotronics, che fornisce il certificato di calibrazione del sensore, riportando le sensibilità dello strumento nei tre assi: 50.5 mV/m/s^2 in x , 48.9 mV/m/s^2 in y e 51.0 mV/m/s^2 in z . Come per il martello, i dati del sensore vengono trasferiti al modulo di acquisizione.



Figura 74: Accelerometro triassiale.

- *Modulo di acquisizione*: I segnali provenienti dalla cella di carico e dall'accelerometro vengono acquisiti da un'unica piattaforma a quattro canali, la National Instruments

NI 9264. I quattro ingressi son numerati da 0 a 3: lo zero è riservato al martello, i restanti son relativi alle tre uscite dell'accelerometro.



Figura 75: Modulo di acquisizione a quattro canali.

- *PC Dell Latitude E7240*: Personal computer del laboratorio di analisi modale, su cui è installato il software ModalVIEW R2, necessario per l'elaborazione dei dati acquisiti durante le prove e quindi per la stima dei parametri modali;
- *Telaio e corde*: L'analisi modale deve essere svolta isolando al meglio il componente da testare dal resto del mondo, evitando quindi il più possibile interazioni con altri corpi. Dovendo lasciare il drone libero di vibrare, esso non può essere posto a terra. La soluzione migliore trovata è stata la seguente:



Figura 76: Metodo di fissaggio del drone sul telaio.

Come mostrato in Fig.76, si sono utilizzati quattro spezzoni di corda per sorreggere il peso dello UAV, appendendo la struttura in carbonio al telaio in quattro punti. Durante la fase di annodaggio, si è cercato di dare un tiro il più uniforme possibile tra i quattro punti e tale da indurre un'oscillazione a bassa frequenza alla struttura, in modo da interagire in maniera trascurabile con le frequenze di interesse dell'analisi modale. Si noti infine che tutte le eliche sono state manualmente disposte in fase, simulando quindi una condizione iniziale di volo priva di sfasamenti.

- *Calibro e cordella metrica*: Calibro ventesimale e cordella metrica da 3 m sono serviti per definire la posizione di tutti i punti di misura in cui è stato discretizzato il drone. Operazione fondamentale per poter vedere a video un'animazione dei modi di vibrare della struttura, dopo aver inserito nel software le coordinate geometriche di ogni punto.
- *Cera e cacciavite*: Affinché l'accelerometro fosse solidale alla struttura durante la fase di eccitazione, si è applicata della cera alla base del sensore tramite un piccolo cacciavite e la si è spalmata per rendere la base di appoggio uniforme.



Figura 77: Cera e cacciavite usati per le prove.

Il cacciavite è servito anche in fase di rimozione dello strumento: la cera in eccesso veniva rimossa per poi essere riutilizzata per la successiva misurazione, per evitare inutili sprechi.



Figura 78: Apparato strumentale al completo.

5.3 Procedura e misurazioni

Il primo passo da eseguire, come già descritto, è la scelta in quanti e quali punti discretizzare il sistema; non esiste una regola fissa per questa operazione. Maggiori sono i punti di misura, al meglio si sta descrivendo la struttura, ma i tempi di prova e di elaborazione dati si allungano. Altro aspetto da tenere in considerazione, di lato prettamente pratico, è l'ingombro fisico degli strumenti. Essendo il drone una struttura geometricamente complessa, non tutti i punti possono essere raggiunti dal martello per essere eccitati, così come l'accelerometro non potrà essere fissato in qualsiasi posizione. Considerati tutti questi aspetti contemporaneamente, si è deciso di eseguire l'analisi modale in 66 punti, di cui qui sotto si riporta una tabella riassuntiva (Fig.79).

Il punto 1 è al centro della struttura superiore in carbonio, i punti 2 3 4 e 5 son relativi rispettivamente al centro, a metà del braccio, base superiore e base inferiore del motore 1. I punti da 7 a 33 riguardano gli stessi punti precedenti relativamente ai motori da 2 a 8. I punti da 34 a 57 son relativi alle dodici giunzioni bullonate tra le due piastre in carbonio, da 34 a 45 disposti nella parte superiore in verso antiorario partendo dal motore 1, lo stesso nella parte inferiore, da 46 a 57. I punti da 58 a 61 son relativi ai supporti della massa sospesa, da 62 a 65 alle gambe della struttura ed infine il punto 66 riguarda il supporto della batteria.

Si fa ora presente che la tecnica utilizzata per ottenere i parametri modali è di roving response, andando ad ottenere quindi una colonna intera della matrice H , quadrata e 66×66 . In particolare il punto scelto come eccitazione è il punto 1, in quanto più facilmente accessibile dal martello, perciò si ricava per intero la prima colonna. Si era detto che il martello si meglio prestava per la tecnica roving exitation, ma gli spazi stretti della struttura permettono un alloggiamento semplificato dell'accelerometro rispetto al martello, così si è optato per l'eccitazione fissa.

PUNTI	DESCRIZIONE	PUNTI	DESCRIZIONE
1	centro struttura superiore	34	collegamento superiore piastre
2	centro M1	35	collegamento superiore piastre
3	centro braccio M1	36	collegamento superiore piastre
4	base superiore braccio M1	37	collegamento superiore piastre
5	base inferiore braccio M1	38	collegamento superiore piastre
6	centro M2	39	collegamento superiore piastre
7	centro braccio M2	40	collegamento superiore piastre
8	base superiore braccio M2	41	collegamento superiore piastre
9	base inferiore braccio M2	42	collegamento superiore piastre
10	centro M3	43	collegamento superiore piastre
11	centro braccio M3	44	collegamento superiore piastre
12	base superiore braccio M3	45	collegamento superiore piastre
13	base inferiore braccio M3	46	collegamento inferiore piastre
14	centro M4	47	collegamento inferiore piastre
15	centro braccio M4	48	collegamento inferiore piastre
16	base superiore braccio M4	49	collegamento inferiore piastre
17	base inferiore braccio M4	50	collegamento inferiore piastre
18	centro M5	51	collegamento inferiore piastre
19	centro braccio M5	52	collegamento inferiore piastre
20	base superiore braccio M5	53	collegamento inferiore piastre
21	base inferiore braccio M5	54	collegamento inferiore piastre
22	centro M6	55	collegamento inferiore piastre
23	centro braccio M6	56	collegamento inferiore piastre
24	base superiore braccio M6	57	collegamento inferiore piastre
25	base inferiore braccio M6	58	supporto massa sospesa
26	centro M7	59	supporto massa sospesa
27	centro braccio M7	60	supporto massa sospesa
28	base superiore braccio M7	61	supporto massa sospesa
29	base inferiore braccio M7	62	gambe
30	centro M8	63	gambe
31	centro braccio M8	64	gambe
32	base superiore braccio M8	65	gambe
33	base inferiore braccio M8	66	supporto batteria

Figura 79: Punti scelti con descrizione.

LISTA PUNTI	COORDINATA X [mm]	COORDINATA Y [mm]	COORDINATA Z [mm]	ROTAZIONE 1 [deg]	ROTAZIONE 2 [deg]	ROTAZIONE 3 [deg]	ROTAZIONE 4 [deg]
1	0.0	0.0	0.0	0	0	0	0
2	525.0	0.0	30.7	+180 su X	+8 su Y	+3 su X	0
3	325.0	0.0	18.0	-8 su Y	0	0	0
4	130.0	0.0	0.0	0	0	0	0
5	130.0	0.0	-40.0	+180 su X	-180 su Z	0	0
6	371.2	371.2	30.7	+45 su Z	+180 su X	+8 su Y	-3 su X
7	229.8	229.8	18.0	+45 su Z	-8 su Y	0	0
8	91.9	91.9	0.0	+45 su Z	0	0	0
9	91.9	91.9	-40.0	+45 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
10	0.0	525.0	30.7	+90 su Z	+180 su X	+8 su Y	+3 su X
11	0.0	325.0	18.0	+90 su Z	-8 su Y	0	0
12	0.0	130.0	0.0	+90 su Z	0	0	0
13	0.0	130.0	-40.0	+90 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
14	-371.2	371.2	30.7	+135 su Z	+180 su X	+8 su Y	-3 su X
15	-229.8	229.8	18.0	+135 su Z	-8 su Y	0	0
16	-91.9	91.9	0.0	+135 su Z	0	0	0
17	-91.9	91.9	-40.0	+135 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
18	-525.0	0.0	30.7	+180 su Z	+180 su X	+8 su Y	+3 su X
19	-325.0	0.0	18.0	+180 su Z	-8 su Y	0	0
20	-130.0	0.0	0.0	+180 su Z	0	0	0
21	-130.0	0.0	-40.0	+180 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
22	-371.2	-371.2	30.7	+225 su Z	+180 su X	+8 su Y	-3 su X
23	-229.8	-229.8	18.0	+225 su Z	-8 su Y	0	0
24	-91.9	-91.9	0.0	+225 su Z	0	0	0
25	-91.9	-91.9	-40.0	+225 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
26	0.0	-525.0	30.7	+270 su Z	+180 su X	+8 su Y	+3 su X
27	0.0	-325.0	18.0	+270 su Z	-8 su Y	0	0
28	0.0	-130.0	0.0	+270 su Z	0	0	0
29	0.0	-130.0	-40.0	+270 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
30	371.2	-371.2	30.7	+315 su Z	+180 su X	+8 su Y	-3 su X
31	229.8	-229.8	18.0	+315 su Z	-8 su Y	0	0
32	91.9	-91.9	0.0	+315 su Z	0	0	0
33	91.9	-91.9	-40.0	+315 su Z	+180 su X	-180 su Z	0
34	97.9	-40.6	0.0	+337.5 su Z	0	0	0
35	63.0	0.0	0.0	0	0	0	0
36	44.5	44.5	0.0	+45 su Z	0	0	0
37	40.6	97.9	0.0	+67.5 su Z	0	0	0
38	0.0	63.0	0.0	+90 su Z	0	0	0
39	-44.5	44.5	0.0	+135 su Z	0	0	0
40	-97.9	40.6	0.0	+157.5 su Z	0	0	0
41	-63.0	0.0	0.0	+180 su Z	0	0	0
42	-44.5	-44.5	0.0	+225 su Z	0	0	0
43	-40.6	-97.9	0.0	+247.5 su Z	0	0	0
44	0.0	-63.0	0.0	+270 su Z	0	0	0
45	44.5	-44.5	0.0	+315 su Z	0	0	0
46	97.9	-40.6	-40.0	+337.5 su Z	+180 su X	0	0
47	63.0	0.0	-40.0	+180 su X	0	0	0
48	44.5	44.5	-40.0	+45 su Z	+180 su X	0	0
49	40.6	97.9	-40.0	+67.5 su Z	+180 su X	0	0
50	0.0	63.0	-40.0	+90 su Z	+180 su X	0	0
51	-44.5	44.5	-40.0	+135 su Z	+180 su X	0	0
52	-97.9	40.6	-40.0	+157.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0
53	-63.0	0.0	-40.0	+180 su Z	+180 su X	+180 su Z	0
54	-44.5	-44.5	-40.0	+225 su Z	+180 su X	+180 su Z	0
55	-40.6	-97.9	-40.0	+247.5 su Z	+180 su X	0	0
56	0.0	-63.0	-40.0	+270 su Z	+180 su X	0	0
57	44.5	-44.5	-40.0	+315 su Z	+180 su X	0	0
58	75.0	-75.0	-140.0	+22.5 su Z	0	0	0
59	0.0	106.0	-140.0	+22.5 su Z	0	0	0
60	-75.0	75.0	-140.0	+202.5 su Z	0	0	0
61	0.0	-106.0	-140.0	+202.5 su Z	0	0	0
62	40.6	-97.9	-140.0	+112.5 su Z	-65 su Y	0	0
63	91.4	-220.5	-420.0	+112.5 su Z	-65 su Y	0	0
64	-40.6	97.9	-140.0	+112.5 su Z	+180 su X	+115 su Y	0
65	-91.4	220.5	-420.0	+112.5 su Z	+180 su X	+115 su Y	0
66	0.0	0.0	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	0	0

Figura 80: Posizioni nello spazio dei 66 punti e ordine delle rotazioni da applicare al sistema di riferimento fisso del punto 1 per ottenere i sistemi di riferimento locali relativi alle posizioni degli accelerometri negli altri punti.

In Fig.80 si riportano le coordinate nello spazio di ogni punto su cui si posiziona l'accelerometro e la sequenza di rotazioni da applicare, rispetto al sistema fisso del punto 1, per ottenere dei risultati concordi con la posizione scelta dell'accelerometro per ogni punto di misura.

Il sistema di riferimento fisso è mostrato in Fig.81: l'asse z ortogonale alla piastra superiore, con direzione positiva uscente, asse x e y giacenti sul piano della piastra, con direzione di x verso il motore 1 e y verso il motore 3. I versi positivi son entrambi uscenti, ossia dal centro verso i motori.



Figura 81: Posizionamento dell'accelerometro nel punto 1, corrispondente al sistema fisso di coordinate per la misurazione.

Solo dopo aver definito la posizione e le rotazioni dei 66 punti si è proseguito con il setup della strumentazione.

Nella sezione *performing measurement*, si son inizialmente assegnati i canali ai vari sensori, specificando unità di misura e sensibilità, Fig82:

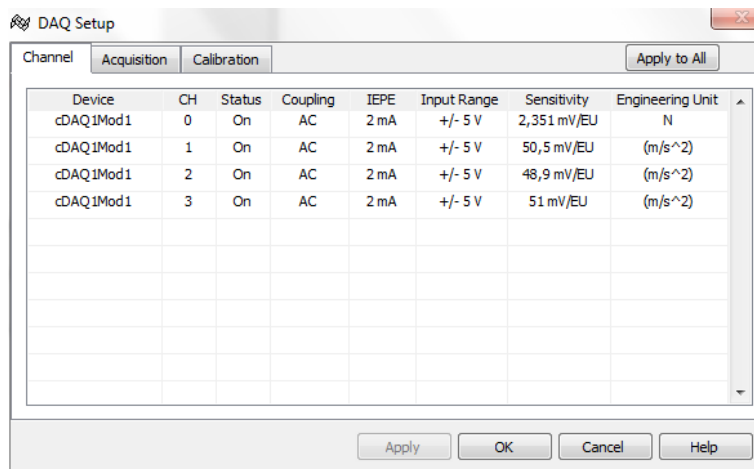


Figura 82: Configurazione dei canali nell'acquisitore.

Si è poi scelta la frequenza di campionamento, lasciata di default a 2048 Hz , con block size imposto di 2046 punti, in modo da ottenere una risoluzione di 1 Hz . Si è inoltre impostato un trigger a livello 0,1 % di sensibilità, conservando comunque i dati precedenti all'inizio dell'acquisizione con un pre-trigger del 10%, come visibile in Fig.83:

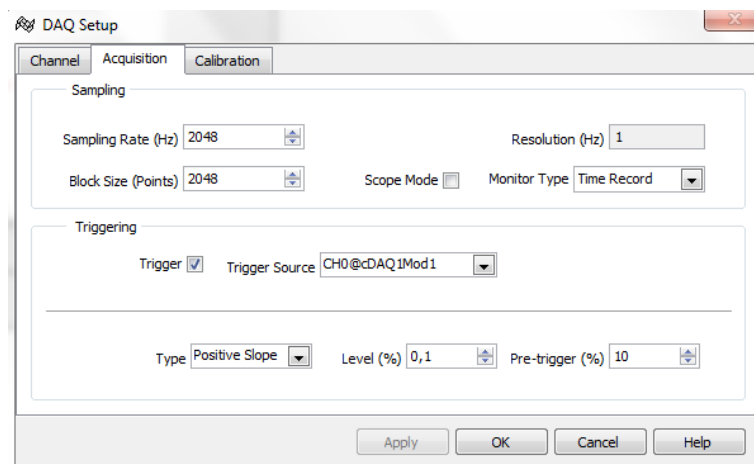


Figura 83: Scelta frequenza di campionamento e trigger.

Ultimo step del setup della strumentazione è la calibrazione dei sensori con le specifiche sopra menzionate.

Passo successivo è il setup delle misurazioni. Per prima cosa si definiscono il numero di gradi di libertà, 66, e il tipo di tecnica adottata, nel caso in esame roving response, selezionando il grado di libertà usato per l'eccitazione, ossia 1 z , e spuntando la risposta a rotazione per tutti i gradi di libertà e in tutti e tre gli assi, Fig.84:

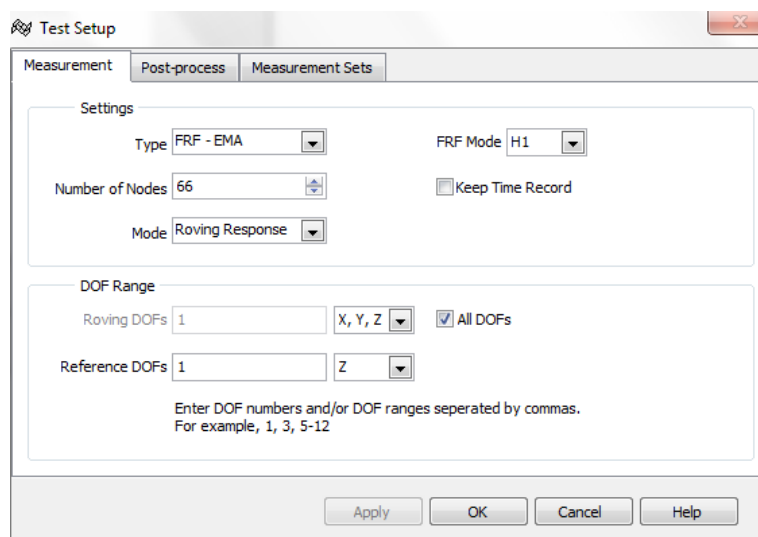


Figura 84: Setting per le misurazioni.

Per diminuire l'incertezza di misura, ogni FRF sarà calcolata sulla media RMS (root mean squared) con peso lineare su 3 colpi di martello: in questo modo le eccitazioni per una singola prova sono 198.

Son così definiti 66 set di misurazioni ognuno con eccitazione in 1z e risposta sui 3 assi. In Fig.85 si riporta come esempio il sessantaseiesimo set:

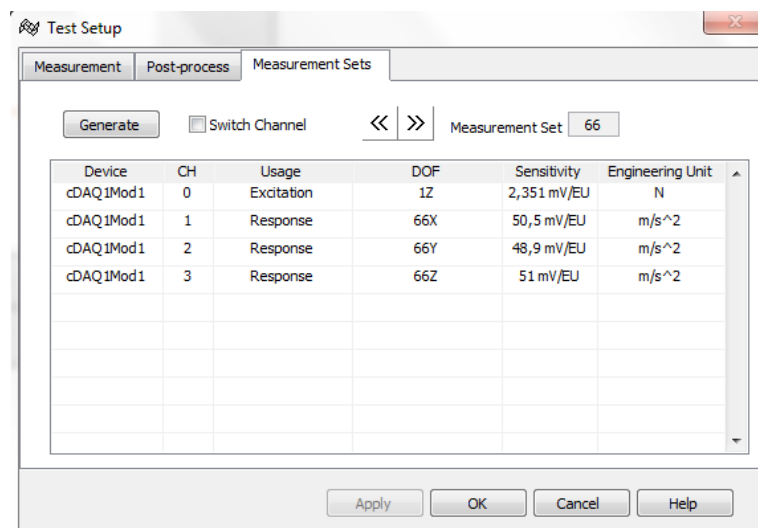


Figura 85: Setting numero 66; particolare del gdl eccitato e dei gdl di cui si misura l'uscita.

Il software è ora pronto ad acquisire: ciò è noto da una schermata riassuntiva come la seguente:

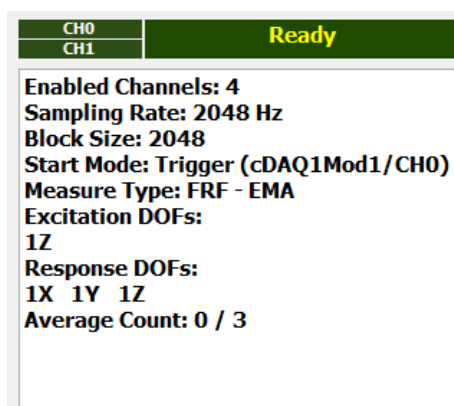


Figura 86: Schermata riassuntiva del setup strumentazione e misure.

Prima di procedere con l'analisi modale a 66 punti, si è dovuto affrontare un problema relativo alla messa in sicurezza del sistema e soprattutto delle persone addette ai lavori. In accordo con il responsabile della sicurezza ed il responsabile del laboratorio di meccanica delle vibrazioni, si è optato per isolare e non utilizzare i pacchi batteria, a causa di un rigonfiamento a bombatura tale da deformare la forma rettangolare iniziale dell'involucro contenente le celle. Per questo motivo, per garantire la totale incolumità delle persone, si sono utilizzate le batterie il meno possibile. Si è eseguita una rapida analisi modale a 5 punti di confronto tra il drone equipaggiato col pacco batterie danneggiato e successivamente con un blocco di materiale ibrido che rispettassee dimensioni e peso della batteria originale.

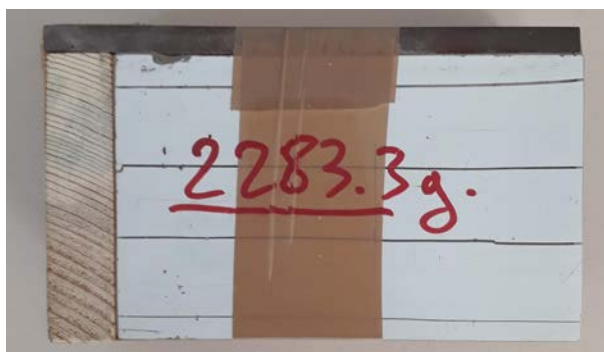


Figura 87: Blocco utilizzato in sostituzione della batteria per l'analisi modale.

Si ricorda che il peso della batteria è di 2.285 Kg . Il meglio che si è riusciti a fare, assemblando materiali disponibili in officina di diversa densità, rispettando gli ingombri $60 \times 160 \times 95$, è ciò che si nota in Fig.87: un'anima centrale in alluminio, a cui sono stati sovrapposti due piatti di PMMA sull'altezza, uno di acciaio in larghezza e uno di legno in lunghezza. Il peso complessivo risulta essere di 2283.3 g , ossia la differenza di peso è quantificabile in 1.7 g a favore della batteria.

Il risultato del confronto tra le FRF nei due casi è stato ritenuto accettabile, perciò per lavorare in sicurezza si è proseguito con l'analisi modale a 66 punti utilizzando il blocco realizzato in officina. In Appendice 9.1 si riportano i grafici delle funzioni di trasferimento delle due prove.

Definito totalmente strumentazione, procedura e problematiche riscontrate, si è proceduto con le 66 differenti eccitazioni. Per ovvi motivi, non possono essere evidenziati i 198 grafici di modulo e fase delle funzioni di trasferimento; nel paragrafo successivo se ne riporteranno degli esempi, quando si spiegheranno i diversi tipi di fit utilizzati per la stima delle frequenze.

5.4 Analisi risultati

Due metodi son stati utilizzati per la stima dei parametri modali del sistema:

- *Quick fit*: tipologia di fit polinomiale che funziona bene quando ci sono diversi modi in un piccolo range di frequenze ravvicinate;
- *Advanced fit*: tipologia di fit polinomiale che funziona bene in un ampio range di frequenze.

Per quanto riguarda il quick fit, è direttamente l'utente a selezionare l'intervallo di frequenza su cui stimare il valore dei parametri modali, selezionando anche il numero di picchi da ricercare all'interno della finestra considerata. In questo modo, il numero di modi di vibrare sarà variabile e deciso dall'utente; viceversa utilizzando un advanced fit, non è possibile decidere quanti modi son presenti nell'intervallo di frequenza considerato. Ne consegue che il numero di parametri modali sarà deciso dal software stesso. Nelle figure successive si riportano due esempi di quick fit e advanced fit per le FRF 1z1z e 5z1z.

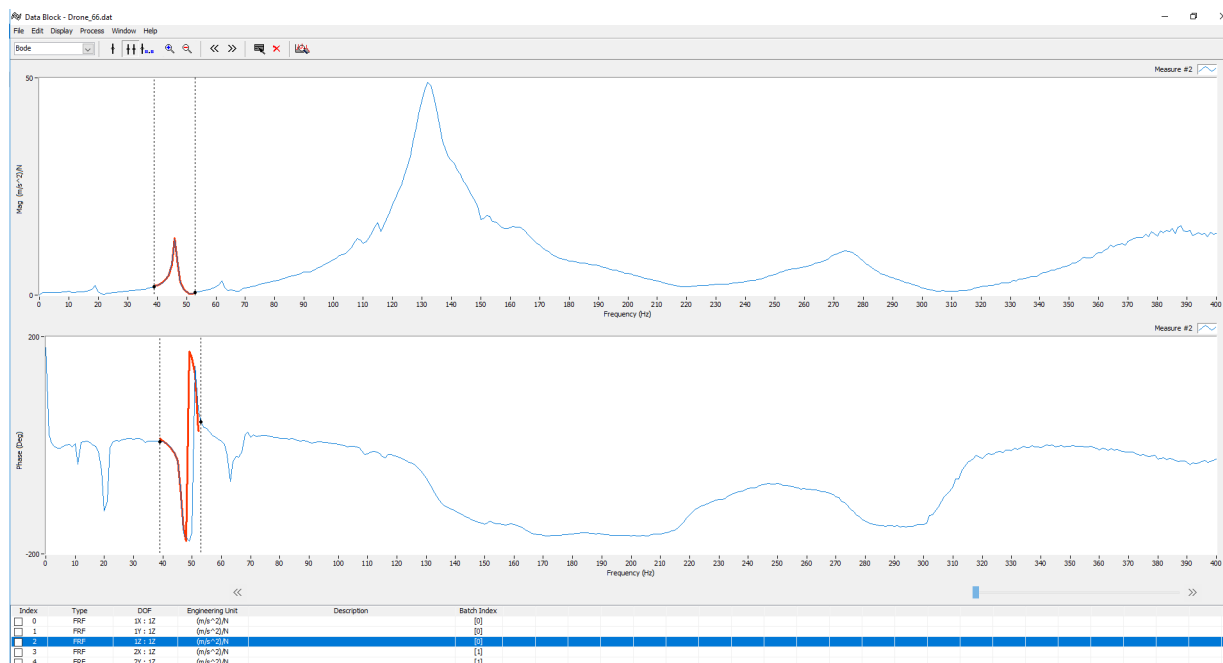


Figura 88: Quick fit in 1z1z.

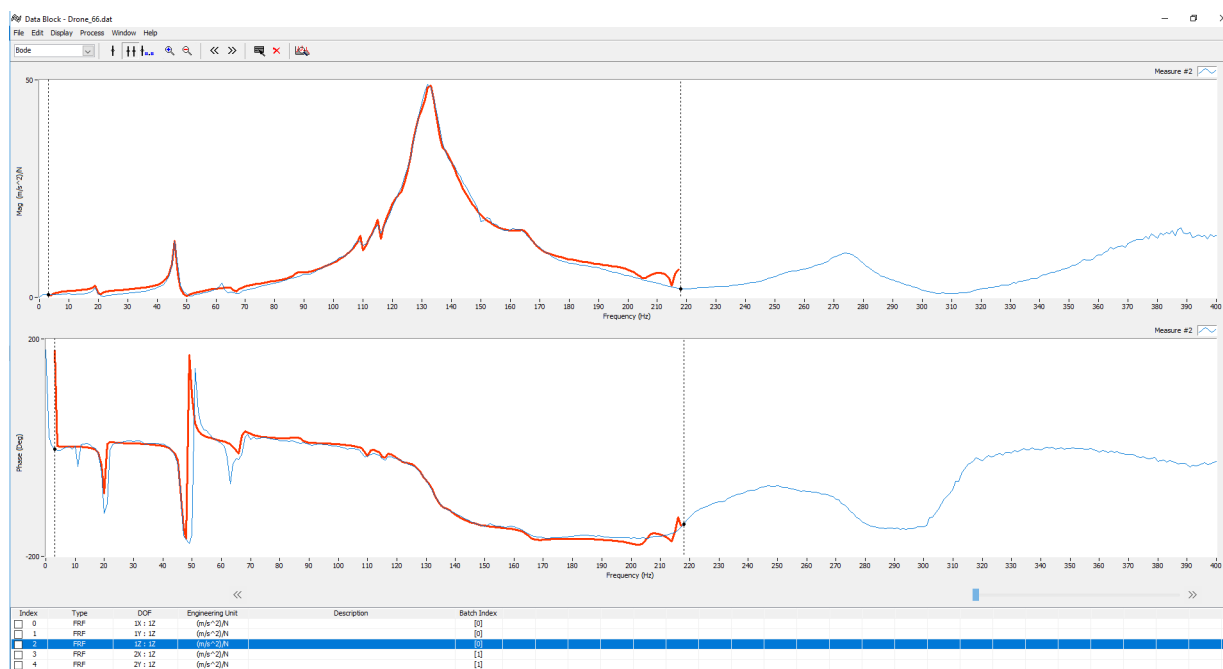


Figura 89: Advanced fit in 1z1z.

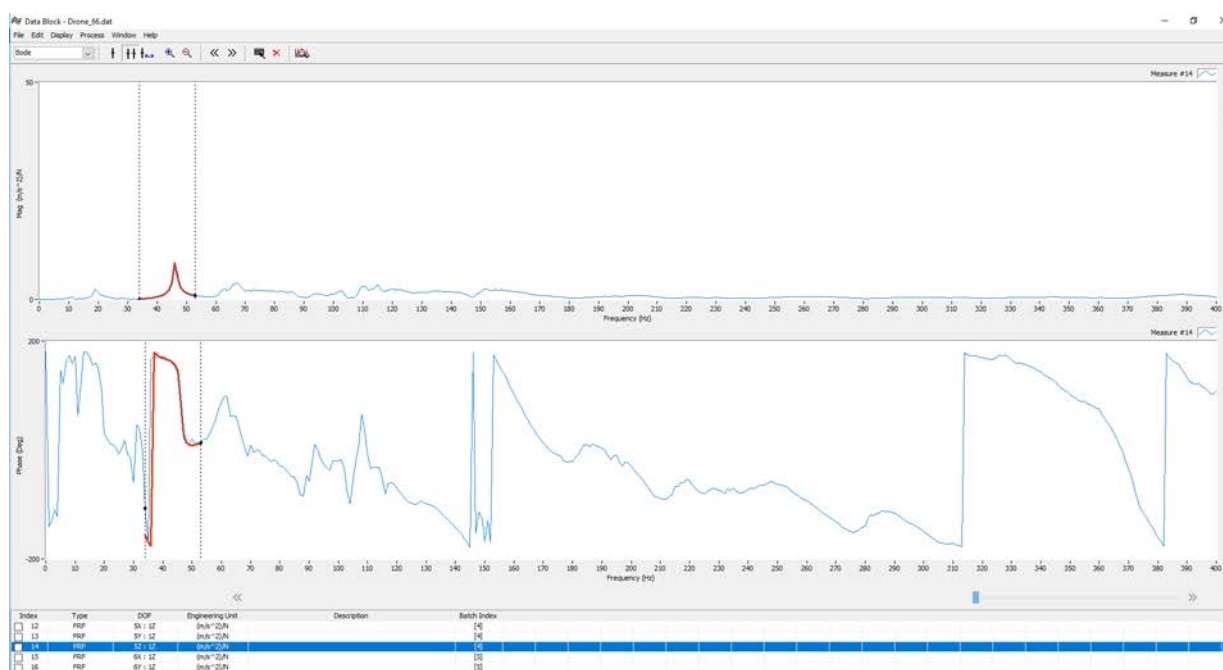


Figura 90: Quick fit in 5z1z.

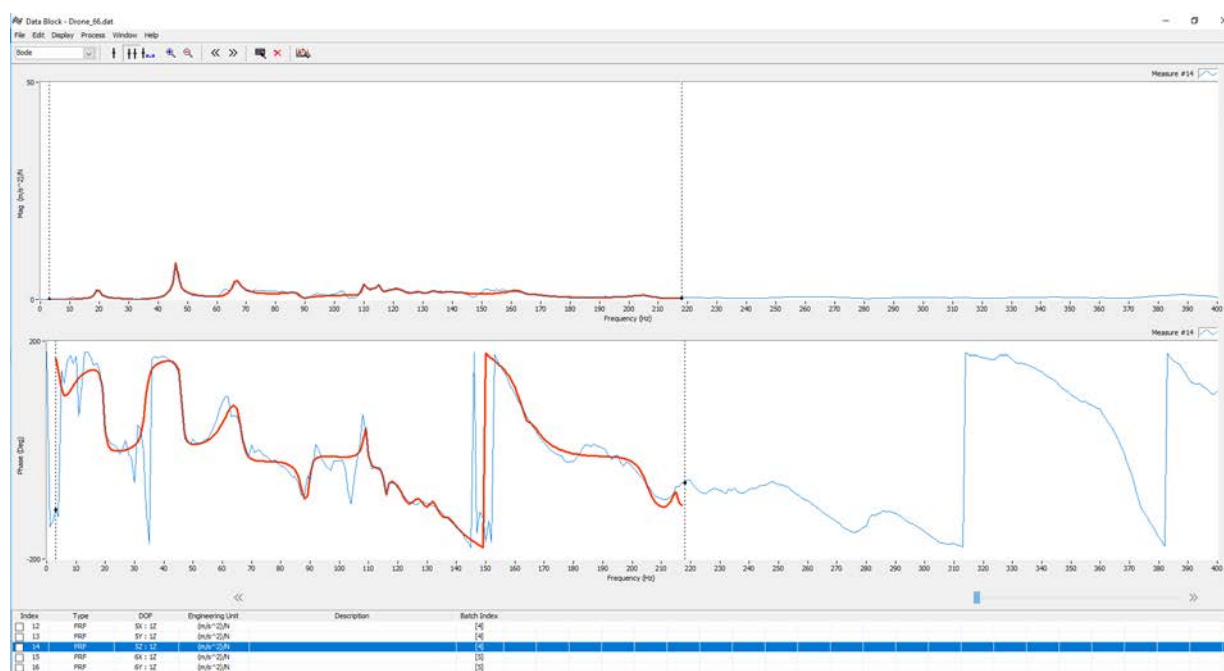


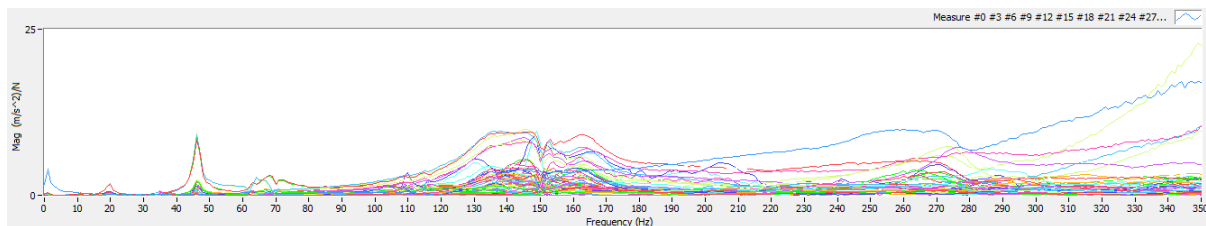
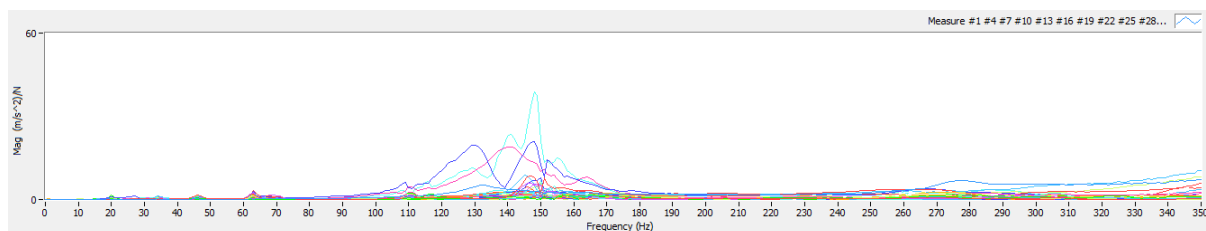
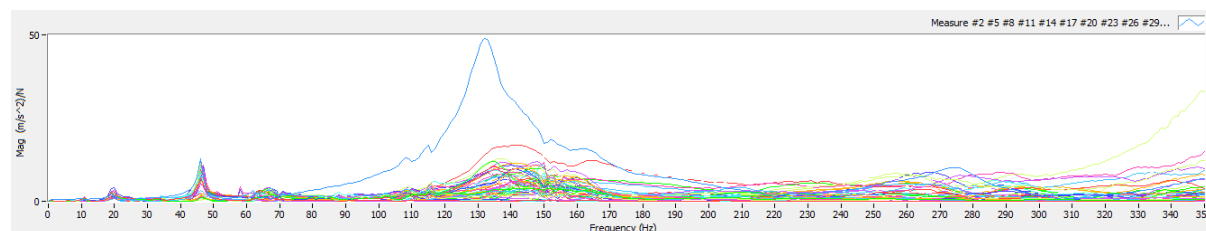
Figura 91: Advanced fit in 5z1z.

Dalle Fig.88, 89, 90 e 91 si può notare come il quick fit, utilizzato per l'identificazione di un unico picco a frequenza 46 Hz , si adatti bene sia al grafico del modulo che a quello della fase per entrambe le uscite misurate. Viceversa, utilizzando l'advanced fit su un range maggiore di frequenza, entrambe le uscite misurate non vengono fittate perfettamente nello stesso modo. Inoltre, vengono rilevate diverse frequenze naturali in valori maggiori di 250 Hz , che risultano essere ridondanti e di poco interesse per le considerazioni che si vogliono fare.

Per questi motivi, tra le due analisi effettuate si sono considerati i risultati relativi al quick fit delle FRF. In seguito si riporta la tabella delle frequenze naturali fittate con i relativi coefficienti di smorzamento, Fig.92, e si mostrano inoltre degli overlay dei moduli di ogni funzione di trasferimento relativamente ad ogni singolo asse, Fig.93,94e 95, in cui si possono riscontrare i valori riportati in tabella.

Index	Frequency (Hz)	Damping (%)
0	10,71	2,114
1	19,57	2,668
2	46,17	1,303
3	63,02	0,8385
4	109,5	0,5355
5	131	3,048
6	272,9	2,379

Figura 92: Frequenze naturali e coefficienti di smorzamento risultanti dal quick fit dei dati sperimentali.

Figura 93: Sovrapposizione di tutte le 66 risposte lungo asse x .Figura 94: Sovrapposizione di tutte le 66 risposte lungo asse y .Figura 95: Sovrapposizione di tutte le 66 risposte lungo asse z .

Il passo successivo consiste nel graficare i modi di vibrare relativamente alle frequenze di Fig.92. Per poter fare ciò, è necessario creare una modello semplificato 3D del drone: si son inseriti nel software i punti relativi a Fig.80, collegati tra loro da linee e piani, e assegnato alla struttura così creata i risultati ottenuti dal fit. Si riporta in seguito quanto ottenuto, commentando i risultati:

- *Primo modo*: $f_n = 10.71 \text{ Hz}$, $\xi = 2.114\%$

Per quanto riguarda questo modo, l'identificazione delle deformazioni, delle rigidzze e cedevolezza in gioco non è stata di semplice interpretazione, al contrario dei due modi seguenti, in cui l'individuazione degli elementi deformabili è stata più intuitiva. Ciò che si nota è una traslazione in fase dei motori anteriori, della batteria e di parte della struttura, con i motori posteriori che son in parte in opposizione e in parte fermi. L'ampiezza degli spostamenti dei motori anteriori, via via crescenti man mano che ci si allontana dal centro struttura, sembrerebbero coinvolgere la flessione dei bracci nel piano xz . Per andare a fondo alla questione, si è deciso di svolgere un'ulteriore analisi modale sperimentale del solo braccio e del motore $M1$, per verificare se intorno ai 10 Hz esistessero modi relativi alla flessione del braccio (per approfondire si veda Appendice 9.2). I risultati di questa ulteriore analisi non

hanno generato riscontri positivi con ciò che ci si aspettava: tra le diverse frequenze naturali misurate del singolo sistema braccio-motore, non solo è emerso che a 10 Hz non si verifica flessione sul piano xz , ma anche non si è notato un puro e chiaro modo di vibrare flessionale tra i picchi in frequenza fittati. Per questi motivi appena citati e per il fatto che, osservando le FRF in Fig.93, 94 e 95, il picco a 10 Hz ha modulo minore rispetto agli altri individuati, si è deciso di trascurare questo modo per l'identificazione dei parametri concentrati del modello dinamico. Per quanto riguarda invece il modo flessionale del braccetto, ulteriori approfondimenti possono essere trovati in Appendice 9.2. Per concludere in maniera più esaustiva possibile questo argomento, si ritiene utile indagare in modo mirato al tipo di sospensione usata durante la procedura di misurazione: è possibile che il metodo usato per mantenere il drone sospeso abbia indotto vibrazioni dell'ordine dei 10 Hz tali da generare risultati errati e non voluti nell'identificazione dei modi a bassa frequenza. Si suggerisce, in futuro, di provare a ripetere l'analisi provando una nuova tecnica di sospensione dello UAV.

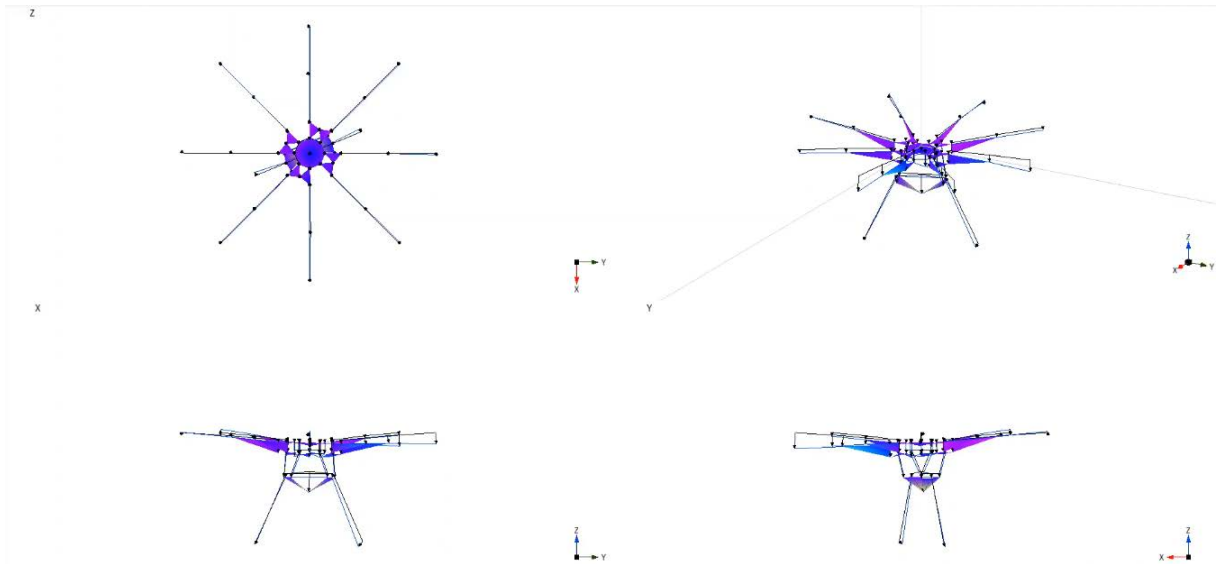


Figura 96: Spostamenti relativi al primo modo di vibrare.

- *Secondo modo:* $f_n = 19.57 \text{ Hz}$, $\xi = 2.668\%$

Tutta la struttura centrale comprensiva dei motori trasla rigidamente e nella direzione opposta del punto in corrispondenza della batteria. Queste considerazioni portano a concludere che il modo sia relativo alla cedevolezza dei supporti sismici, ossia la deformazione interessa l'elemento di connessione tra batteria e struttura principale.

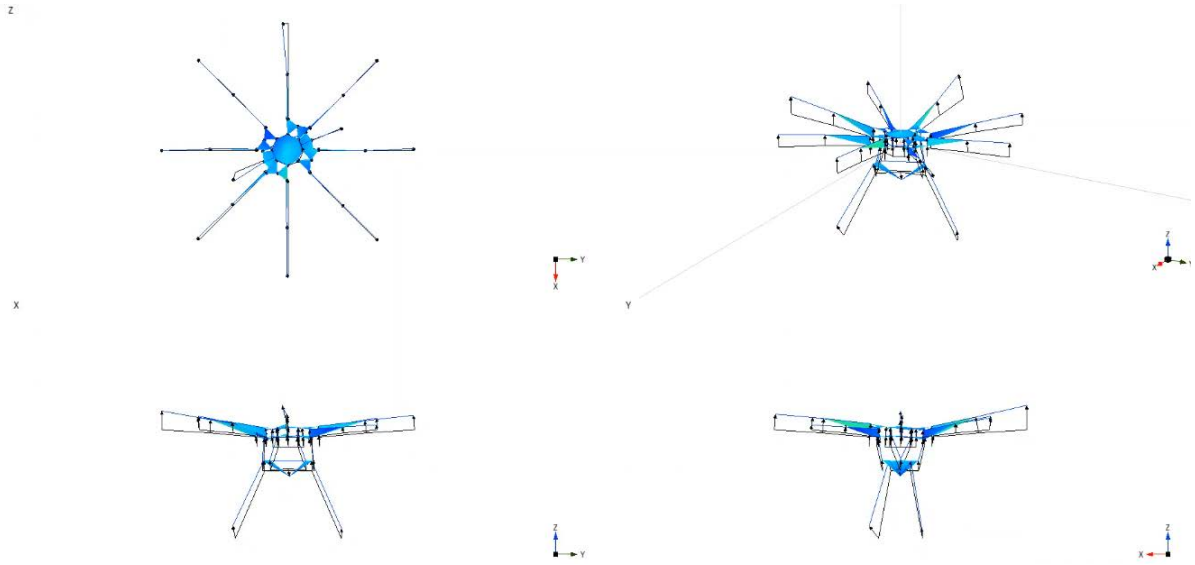


Figura 97: Spostamenti relativi al secondo modo di vibrare.

- *Terzo modo:* $f_n = 46.17 \text{ Hz}$, $\xi = 1.303\%$

Si noti come in questo caso il punto sulla batteria non sia interessato, mentre gli spostamenti riguardano esclusivamente la struttura e i motori. Gli spostamenti dei motori son sempre in opposizione rispetto alla struttura, con il punto centrale dei bracci che funge da nodo. Non si nota una flessione del braccio, ma una rotazione rigida del sistema attorno ai nodi centrali; da ciò si deduce che gli elementi deformabili son i punti di innesto dei bracci a telaio, ossia questo modo evidenzia la cedevolezza dei vincoli.

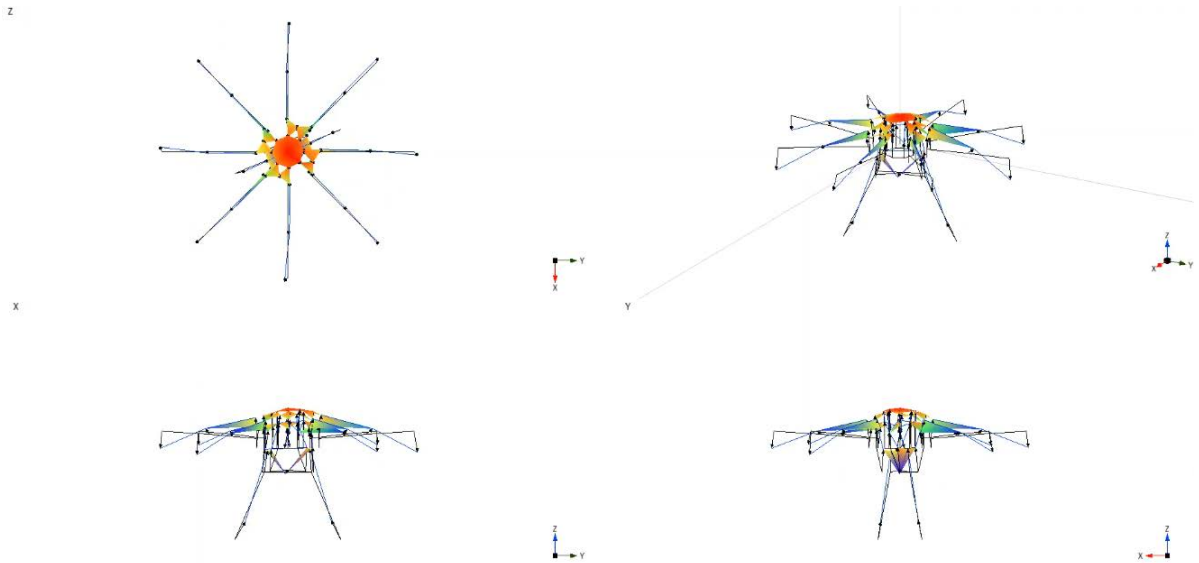


Figura 98: Spostamenti relativi al terzo modo di vibrare.

- *Quarto modo:* $f_n = 63.02 \text{ Hz}$, $\xi = 0.8385\%$

Nel caso in esame, la vista per meglio comprendere cosa accade alla data frequenza è quella dall'alto, ossia il piano xy . Il punto della batteria e il centro dei bracci sono dei nodi, mentre i motori ruotano in fase con i vincoli dei bracci: il modo è di tipo torsionale.

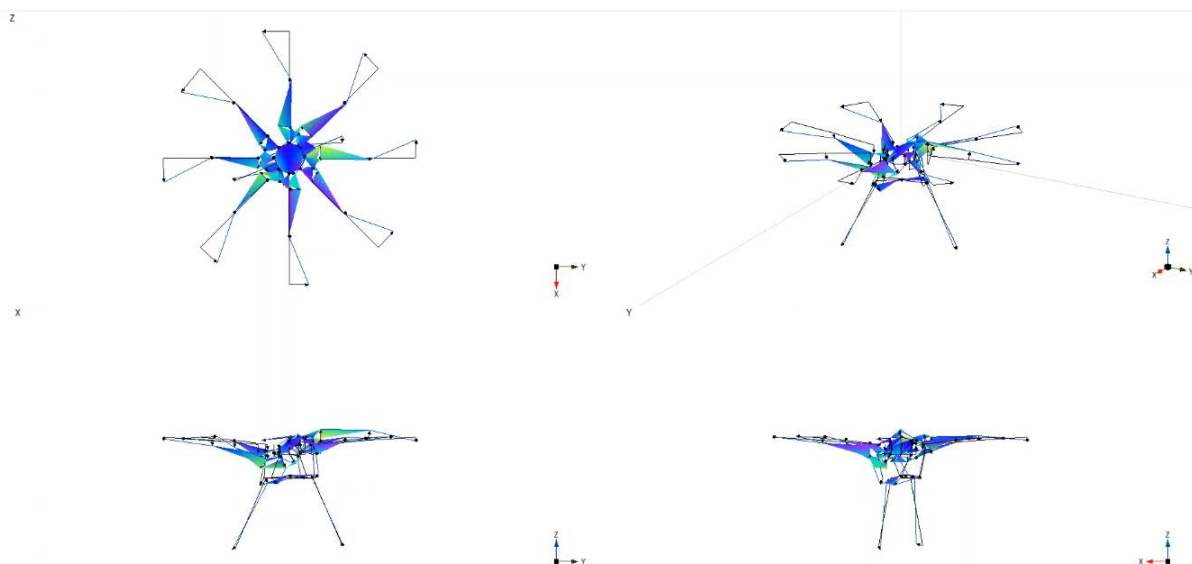


Figura 99: Spostamenti relativi al quarto modo di vibrare.

- *Quinto, sesto e settimo modo:* $f_n = 109.5, 131.0, 272.9 \text{ Hz}$, $\xi = 0.5355, 3.048, 2.379\%$

Per i modi trovati superiori ai 100 Hz non si riportano immagini in quanto gli spostamenti dei nodi comportano configurazioni deformate di difficile interpretazione. Riguardo a questi tre modi ad alta frequenza, segue una riflessione importante, indispensabile per dare un significato e una validità al lavoro svolto in seguito.

Nei capitoli successivi, infatti, si ricaverà un modello dinamico relativamente agli spostamenti sul piano verticale, sfruttando i dati sperimentali ricavati dal secondo e dal terzo modo di vibrare. Questo ha come conseguenza che il modello ha apparentemente validità limitata ai 50 Hz : infatti, frequenze naturali più elevate registrate sperimentalmente, non vengono viste dal modello. A questo punto, però, è necessario contestualizzare il problema: si ricordi che l'obiettivo ultimo è la realizzazione di un manipolatore da rendere solidale alla piattaforma su cui poggia la batteria. L'interesse primario è quindi studiare come il nodo scelto sul supporto batteria reagisce, in direzione z , alle alte frequenze trovate. Si è già detto che a 63.02 Hz il punto della batteria funge da nodo. Analizzando gli spostamenti dello stesso punto alle frequenze di $109.5, 131.0$ e 279.9 Hz , si nota lo stesso comportamento, ossia il punto è fermo e funge da nodo. Questo risultato è molto importante per quanto concerne il punto di interesse. Alle alte frequenze le deformazioni sono localizzate alla struttura, ai bracci e ai motori; nel caso peggiore, i supporti della massa sospesa sono interessati da spostamenti sul piano xy , ma ciò non accade per

il punto centrale del supporto batteria. Ne consegue che, per quanto riguarda il comportamento sul piano verticale e limitatamente alle condizioni di interesse, le considerazioni che si svolgeranno in seguito hanno validità anche alle alte frequenze.

Quanto appena detto permette di fare una considerazione importante nel caso di presenza di rotori sbilanciati: a seconda della velocità di questi, infatti, potrebbero nascere forzanti fino ad una frequenza massima superiore ai 160 Hz , quindi non è esclusa a priori un'eccitazione dei modi ad alta frequenza. Per quanto appena detto, però, la batteria non risentirà dell'ingresso, e gli spostamenti degli altri componenti vengono trascurati perché ritenuti fenomeni localizzati, per i quali, come già detto, è difficile risalire alle deformazioni e quindi a ricavare una rigidezza dell'elemento cedevole. Per confermare e dare maggiore validità a quanto appena discusso, si è ritenuto utile svolgere un'analisi modale sperimentale che interessasse la sola batteria, schematizzata in più punti, affinché non venisse generalizzato il comportamento di un singolo punto rispetto ad una massa che ha la forma di parallelepipedo. I risultati ottenuti confermano la teoria appena esposta: per un maggiore approfondimento di veda Appendice 9.3.

6 Modelli dinamici

In questo capitolo si vuole risalire alle caratteristiche di rigidità e smorzamento, proprie dei sistemi meccanici, caratteristiche dello UAV. A partire dall'analisi modale e passando attraverso la schematizzazione dei modi di vibrare trovati, si realizzano dei modelli dinamici a 2 e 3 gradi di libertà a parametri concentrati. Lo scopo sarà quello di simulare il sistema al variare delle forzanti in ingresso e di avere una prima base di modellazione per proseguire con lo step successivo, ossia la progettazione del manipolatore.

6.1 Modello a 1 GDL con moto rigido

In riferimento al modo a 19.57 Hz , si è identificato il seguente modello a due gradi di libertà (moto relativo e moto rigido):

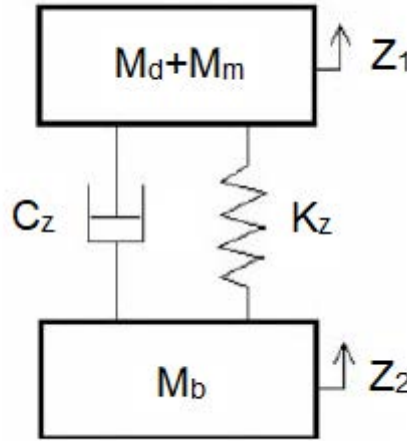


Figura 100: Modello ricavato dal modo a 19.57 Hz .

Si ricorda che nel modo in esame la struttura centrale, insieme a tutti gli otto bracci e motori, traslava rigidamente in opposizione alla batteria, identificando la cedevolezza del supporto sismico. In Fig.100 si schematizza quanto detto: la batteria di massa M_b è collegata tramite una molla di rigidità K_z e uno smorzatore con smorzamento C_z alla massa costituita dalla struttura del drone comprensiva dei motori ($M_d + M_m$). I due gradi di libertà fanno riferimento alla traslazione rigida delle due masse e al movimento relativo. Le equazioni del moto saranno:

$$\begin{cases} (M_d + M_m)\ddot{z}_1 = -K_z(z_1 - z_2) - C_z(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) \\ M_b\ddot{z}_2 = -K_z(z_2 - z_1) - C_z(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \end{cases}$$

da cui si ricavano le matrici:

$$M = \begin{bmatrix} (M_d + M_m) & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} K_z & -K_z \\ -K_z & K_z \end{bmatrix}$$

Da queste è possibile risolvere il problema agli autovalori, studiando le vibrazioni non smorzate, per la ricerca delle frequenze naturali del sistema, risolvendo:

$$\det[K - (\omega_n)^2 M] = 0$$

ricavando così il polinomio caratteristico, che in questo caso è di quarto grado rispetto ad ω_n . Considerando le sole radici positive, si ottiene:

- $\omega_{n1} = 0$, relativa al moto rigido;
- $\omega_{n2} = \sqrt{K_z \frac{(M_m + M_d + M_b)}{(M_m + M_d)M_b}}$, relativa al moto relativo.

Dalla seconda espressione è possibile risalire alla rigidezza K_z , unica incognita, sapendo che il modello è stato realizzato sulla base del modo a 19.57 Hz ; questo significa che la pulsazione naturale è nota e vale $\omega_{n2} = 19.57 \times 2\pi \text{ rad/s}$.

I valori delle masse son noti: $M_d = 3.332 \text{ Kg}$, $M_m = 1.368 \text{ Kg}$ e $M_b = 2.331 \text{ Kg}$. La rigidezza K_z sarà dunque:

$$K_z = \omega_{n2}^2 \frac{(M_m + M_d)M_b}{(M_m + M_d + M_b)} = 23560 \text{ N/m} \quad (49)$$

Per caratterizzare completamente il modello, si ricava infine il coefficiente di smorzamento C_z . Anche in questo caso viene in aiuto l'analisi modale precedentemente svolta: come noto, un secondo risultato dell'analisi è il valore di ξ , rapporto tra lo smorzamento e lo smorzamento critico:

$$\xi = \frac{C_z}{C_{z,critico}} = \frac{C_z}{2\sqrt{K_z m_{eq}}} \quad (50)$$

$$\text{dove } m_{eq} = \frac{(M_m + M_d)M_b}{(M_m + M_d + M_b)}.$$

Si può risolvere la (50) nell'unica incognita C_z , sapendo che $\xi = 0.02668$; si avrà:

$$C_z = 2\xi\sqrt{K_z m_{eq}} = 10.223 \text{ N/m/s} \quad (51)$$

La conferma che questo semplice modello rispecchia la realtà fisica a 19.57 Hz è data anche dall'analisi degli autovettori del sistema; in seguito si riporta la matrice 2×2 degli autovettori normalizzati rispetto alla matrice di massa: la prima colonna è relativa al primo modo e la seconda colonna al secondo modo.

$$AVett = \begin{bmatrix} -0.3771 & -0.2656 \\ -0.3771 & 0.5355 \end{bmatrix}$$

Si noti come nel primo modo, entrambe le masse si spostino della stessa quantità e nella stessa direzione, cosa che conferma la presenza del moto rigido. Nel secondo caso invece, viene messa in risalto il fatto che la batteria sia sempre in opposizione al moto della massa superiore.

Per poter parametrizzare questo e i successivi modelli, si è utilizzato il software *Matlab* per il calcolo analitico di rigidezze e smorzamenti; contemporaneamente, si è costruito il modello matematico utilizzando *Simulink*, sfruttando la libreria aggiuntiva *Mechanical* di

Simscape. In questo modo la realizzazione di un modello dinamico risulta intuitivamente più semplice nella costruzione, in quanto vengono visualizzati elementi massa, molla e smorzatore, tipicamente usati nella rappresentazione a parametri concentrati.

In Fig.101 si riporta il modello *Simscape* relativamente al caso in esame, supponendo l'eccitazione in ingresso alla massa ($Md + Mm$).

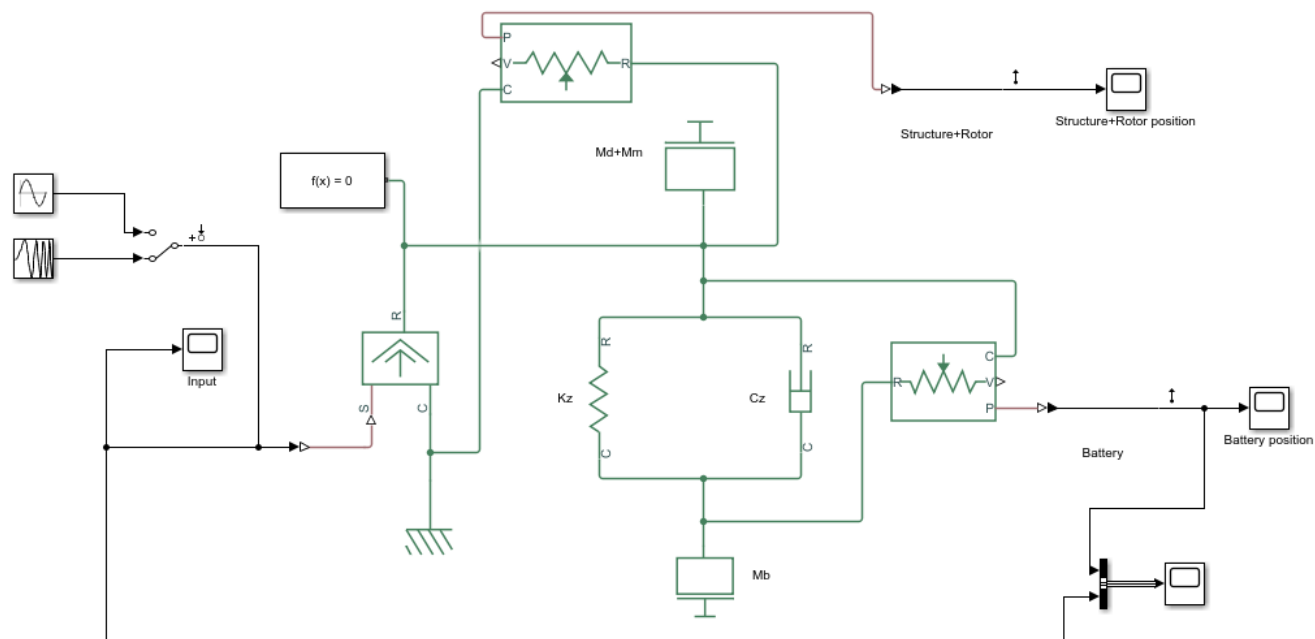


Figura 101: Schema *Simscape* relativamente al modo a 19.57 Hz.

Il modello è costituito dalle due masse collegate tramite molla e smorzatore. I restanti blocchi servono per poter simulare e analizzare i risultati: è necessario un input al sistema, in questo caso applicato alla massa ($Md + Mm$), rappresentato da uno sweep di ampiezza unitaria (funzione sinusoidale a frequenza crescente), identificato come una forza in ingresso al sistema dal blocco "doppia freccia" verticale. I blocchi con lettere R, C, V, P sono dei sensori: permettono di misurare velocità e posizione a scelta dei gradi di libertà del modello, rispetto ai riferimenti R e C . Infine, è presente un simbolo di messa a terra, identificatore di un riferimento fisso, e del blocco risolutore, che permette l'integrazione numerica delle equazioni differenziali del moto.

Simulando lo schema per 100 s, impostando lo sweep con una frequenza di 100 Hz come valore finale a 100 s, si ottiene:

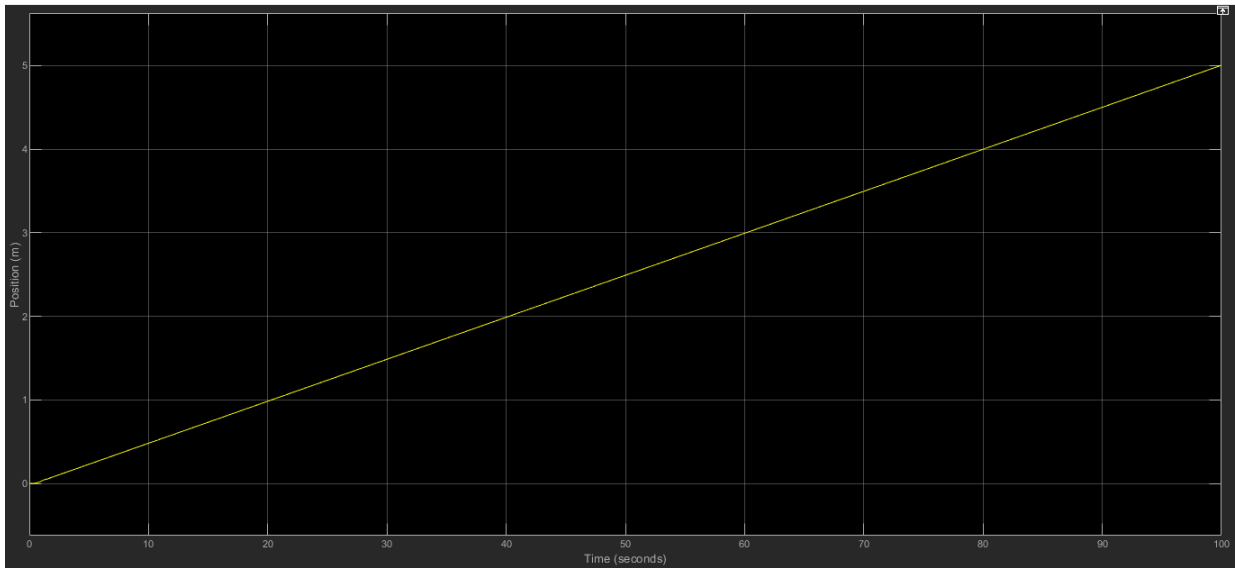
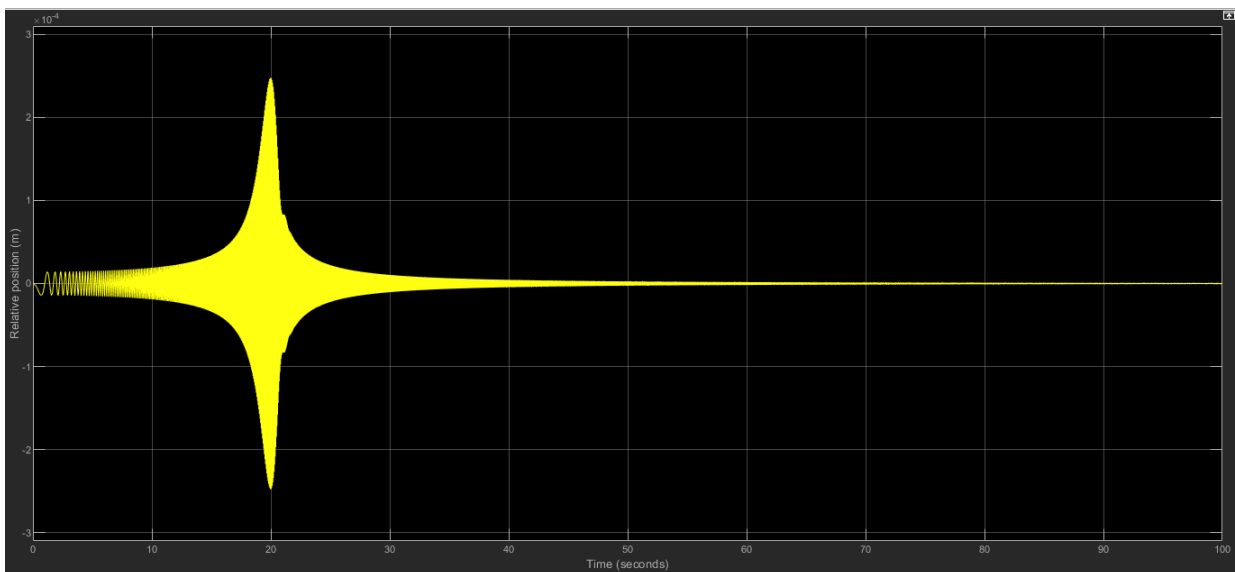
Figura 102: Posizione assoluta massa (M_d+M_m).

Figura 103: Spostamento relativo tra le due masse.

I risultati in Fig.102 e 103 identificano rispettivamente il moto rigido e il moto relativo tra le due masse. In particolare, la Fig.103 mostra un picco in corrispondenza di un valore di circa 19.5 s , risultato coerente in quanto, per come si è impostato, l'ingresso varia linearmente con il tempo, perciò in corrispondenza di 19.5 s la frequenza vale 19.5 Hz , che coincide con il valore della frequenza naturale.

Come conferma della correttezza del modello, si sono utilizzati i più comuni schemi a blocchi di *Simulink*, Fig.104, che hanno portato alle conclusioni viste precedentemente.

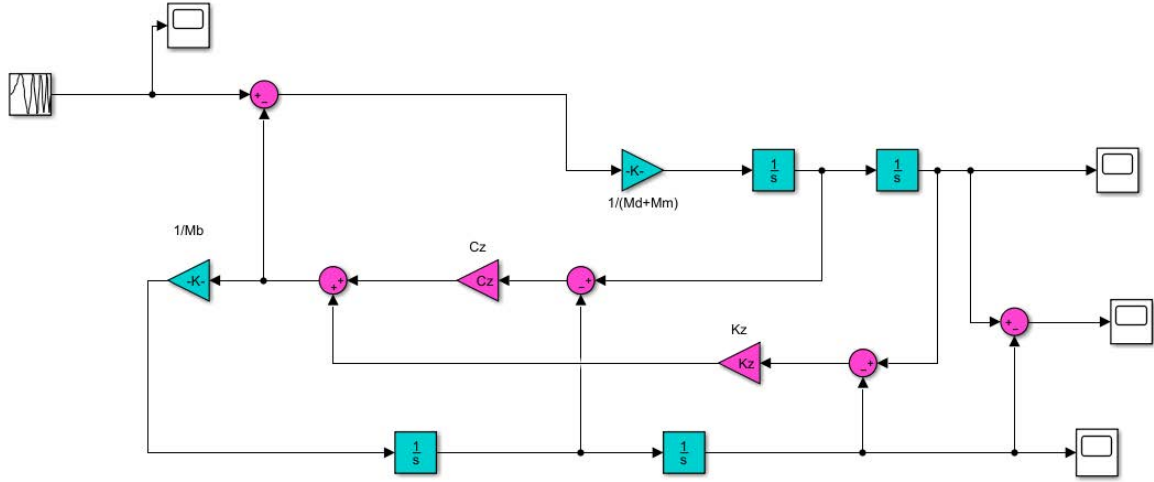


Figura 104: Schema *Simulink* relativamente al modello a 19.57 Hz.

Per inquadrare numericamente il problema, si riporta il valore di massimo spostamento relativo tra le due masse, cosa che avviene quando la forzante di ampiezza unitaria raggiunge il valore di frequenza uguale a quello di risonanza: $(z_1 - z_2)_{max} = 0.247 \times 10^{-3} m = 0.247 mm$.

6.2 Modello a 2 GDL

Dal modello studiato nel capitolo precedente si sono ricavati i valori rispettivamente di:

- Rigidezza verticale: $K_z = 23560 N/m$;
- Smorzamento verticale: $C_z = 10.223 N/m/s$.

Questi vengono ora sfruttati per determinare altri parametri in riferimento al modo di vibrare a 46.17 Hz. Si ricorda che a questa frequenza la batteria era ferma, mentre la struttura traslava in opposizione ai punti più esterni dei motori, con i centri dei bracci che fungevano da nodo. I punti di attacco dei bracci a telaio traslavano insieme alla struttura, imputando la causa della deformazione al cedimento del vincolo piuttosto che alla cedevolezza flessionale del braccio. Per questo motivo, è possibile identificare una rigidezza rotazionale tra struttura e motore. Per il fatto che i motori abbiano la stessa massa e traslino tutti in fase rispetto alla struttura, è possibile risalire alla rigidezza rotazionale dell'incastro considerando una massa equivalente costituita dalle otto masse dei motori, e una singola rigidezza composta dalla somma delle otto rigidezze di ogni incastro, dato che la particolare forma del modo di vibrare suggerisce un collegamento in parallelo tra i motori e la struttura. Da quanto detto è possibile ricavare un modello a due gradi di libertà, schematizzabile come segue:

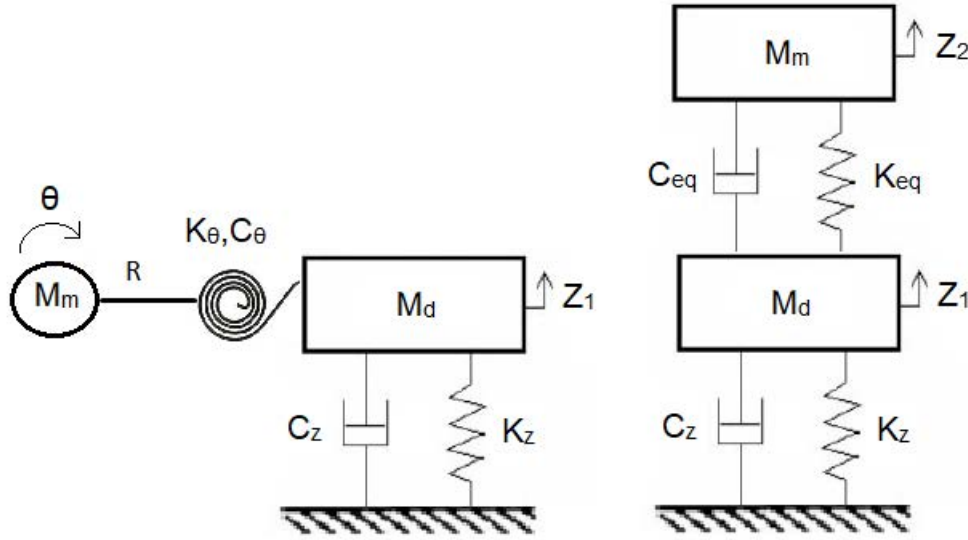


Figura 105: Modello ricavato dal modo a 46.17 Hz.

La massa M_m identifica otto volte la massa di un singolo motore, M_d è la massa della sola struttura. K_z e C_z , già noti, collegano la massa della struttura alla batteria, che è ferma, dunque a telaio. K_{eq} e C_{eq} rappresentano una rigidità e uno smorzamento traslazionali, equivalenti a K_θ e C_θ rotazionali, che collegano la struttura ai motori. Il legame tra le due grandezze è il seguente:

- $K_{eq} = K_\theta / R^2$;
- $C_{eq} = C_\theta / R^2$.

Dove $R = 0.386 \text{ m}$, corrispondente alla lunghezza del braccio del drone e $z_2 = R\theta$.

Come fatto nel caso precedente, si scrivono le equazioni del moto:

$$\begin{cases} M_d \ddot{z}_1 = -K_z z_1 - C_z \dot{z}_1 - K_{eq}(z_1 - z_2) - C_{eq}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) \\ M_m \ddot{z}_2 = -K_{eq}(z_2 - z_1) - C_{eq}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \end{cases}$$

da cui si ricavano le matrici:

$$M = \begin{bmatrix} M_d & 0 \\ 0 & M_m \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} (K_z + K_{eq}) & -K_{eq} \\ -K_{eq} & K_{eq} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} (C_z + C_{eq}) & -C_{eq} \\ -C_{eq} & C_{eq} \end{bmatrix}$$

Da queste è possibile risolvere il problema agli autovalori, studiando le vibrazioni non smorzate, per la ricerca delle frequenze naturali del sistema, risolvendo:

$$\det[K - (\omega_n)^2 M] = 0$$

ricavando così il polinomio caratteristico, che come nel caso precedente è di quarto grado rispetto ad ω_n , ma senza radici nulle. Delle due possibili soluzioni ne è nota solo una, quella relativa a 46.17 Hz, ossia $\omega_n = 290.09 \text{ rad/s}$.

Si può così risolvere il determinante nell'unica incognita K_{eq} , ottenendo un valore pari a: $K_{eq} = 79492 \text{ N/m}$, corrispondente a una rigidezza rotazionale complessiva di $K_\theta = 11844 \text{ Nm/rad}$, pari a 1481 Nm/rad per il singolo motore. Inserendo nel modello il valore appena trovato di K_{eq} , si può risolvere interamente il problema agli autovalori, ricavando il secondo valore di frequenza naturale relativo al modello in esame, che risulta pari a $\omega_{n1} = 11.12 \text{ Hz}$. In questo modo si risale alla matrice dinamica $[U]$, che ha per colonne gli autovettori del sistema, le cui proprietà vengono sfruttate per ricavare il coefficiente di smorzamento C_{eq} , al fine di caratterizzare in maniera completa questo modello.

Come già anticipatamente accennato, la matrice dinamica gode della proprietà di diagonalizzare la matrice di massa e la matrice di rigidezza. Nel caso particolare in cui gli autovettori fossero normalizzati rispetto alla matrice di massa, le masse modali e le rigidezze modali delle matrici diagonali sarebbero rispettivamente pari ad uno e agli autovalori.

Si avrà perciò che:

- $[M_D] = [U]^t[M][U]$;
- $[K_D] = [U]^t[K][U]$;
- $[C_D] = [U]^t[C][U]$.

Per quanto riguarda il modo in esame, dall'analisi modale è noto il coefficiente $\xi = 0.01303$. Di conseguenza è noto anche il valore sperimentale di C_{eq} , pari a

$$C_{eq_{sperimentale}} = 2\xi\sqrt{k_m m_m} \quad (52)$$

con k_m e m_m elementi di entrata (2,2) rispettivamente nelle matrici diagonali di rigidezza e di massa appena calcolate. Ponendo uguale il valore noto di (52) all'elemento (2,2) della matrice teorica degli smorzamenti $[C_D]$, si risale al valore teorico di C_{eq} , essendo l'unica incognita nell'uguaglianza.

Il risultato che ne deriva è $C_{eq} = 6.365 \text{ N/m/s}$, corrispondente ad un $C_\theta = 0.9483 \text{ Nm/rad/s}$, pari a 0.1185 Nm/rad/s per il singolo motore.

Caratterizzato completamente il modello, si osserva ora la matrice degli autovettori:

$$AVett = \begin{bmatrix} -0.4489 & -0.3140 \\ -0.4901 & 0.7006 \end{bmatrix}$$

La seconda colonna è quella di interesse, relativa al modo di vibrare a 46.17 Hz . Si noti infatti che la massa della struttura è in opposizione rispetto alla massa dei motori. Un'informazione aggiuntiva è data sul modo a 11.12 Hz , in cui le due masse si muovono in fase e circa della stessa quantità.

Come per il caso precedente, si è simulato il modello anche in *Simulink*, sia con libreria *Simscape*, che con il più tradizionale schema a blocchi. Supponendo l'eccitazione a forma di sweep sinusoidale applicata alla massa Md , si ottengono i seguenti risultati:

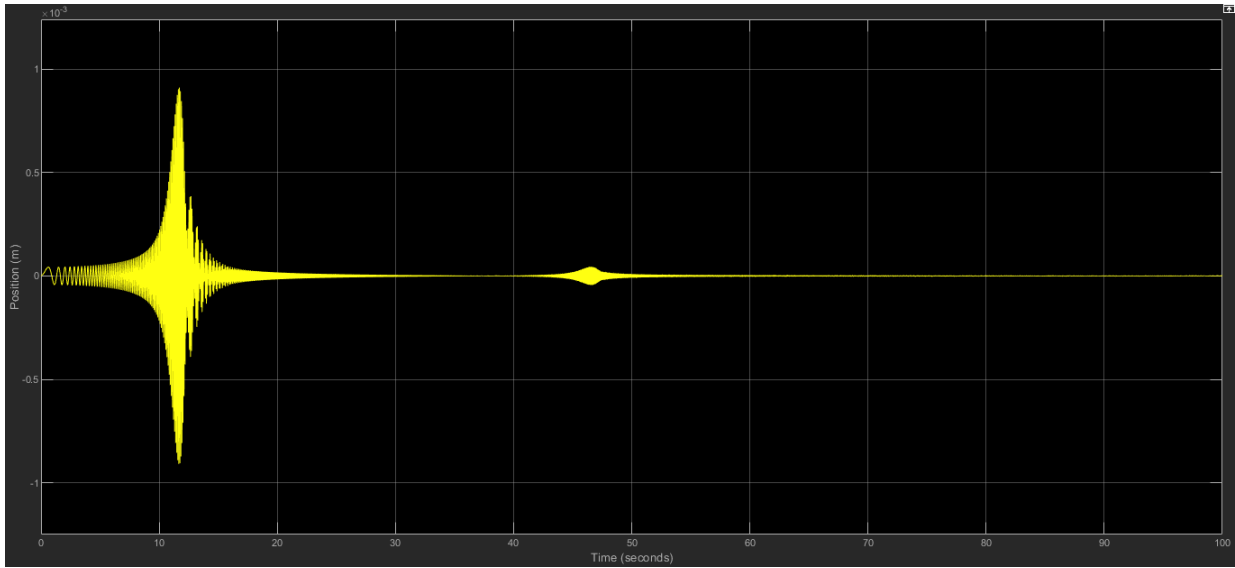


Figura 106: Posizione assoluta della massa Md con eccitazione in Md .

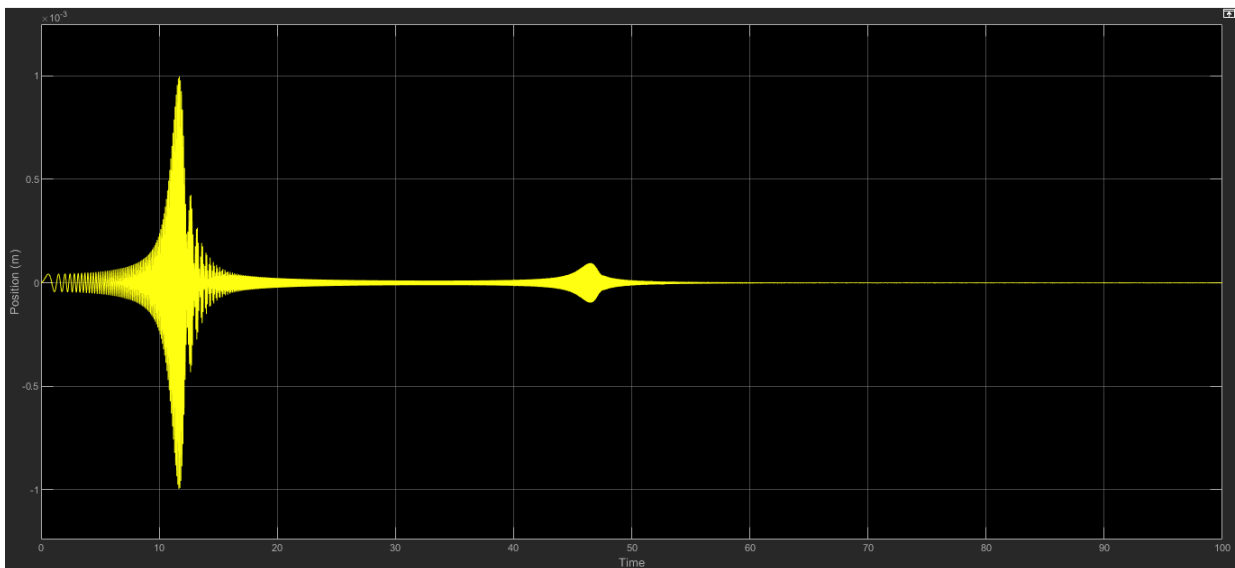


Figura 107: Posizione assoluta della massa Mm con eccitazione in Md .

Si notino i picchi a 11 e a 46 Hz . Per ulteriore conferma della correttezza del modello, si analizza anche la posizione relativa tra le due masse: analizzando gli autovettori, ci si aspetterebbe di vedere un'attenuazione della risonanza a 11 Hz dato che a questa frequenza le masse sono in fase e con ampiezza simile, viceversa, a causa dell'opposizione di fase a 46 Hz , si prospetta una accentuazione dello spostamento. La Fig.108 mostra la posizione relativa.

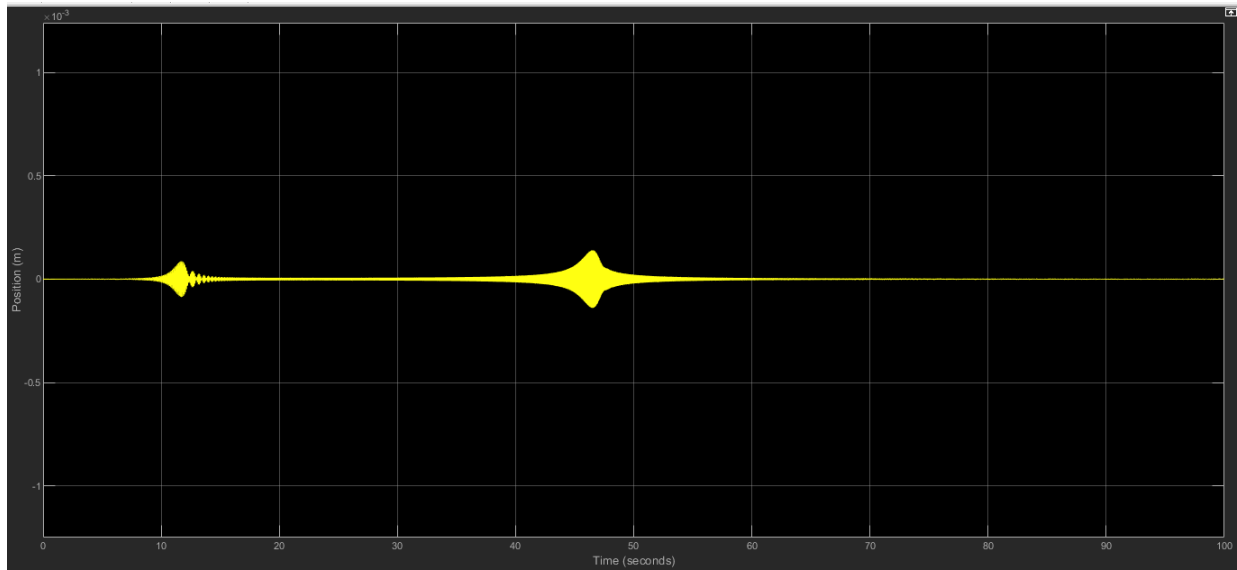


Figura 108: Posizione relativa tra le due masse.

Quanto detto precedentemente viene confermato dall'ultimo grafico.

Anche in questo caso si riportano i massimi valori numerici di spostamento riscontrati nel modello in esame: in corrispondenza degli 11 Hz si ricava $z_{1max} = 0.91\text{ mm}$ e $z_{2max} = 0.99\text{ mm}$.

La geometria degli schemi a blocchi utilizzata viene riportata nelle Fig.109 e 110.

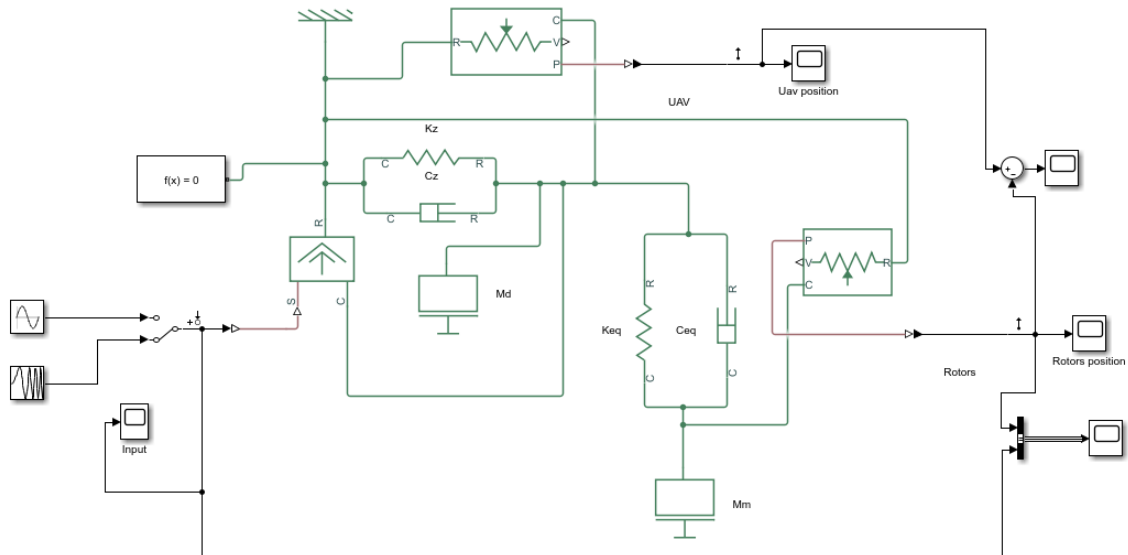


Figura 109: Schema *Simscape* relativamente al modo a 46.17 Hz .

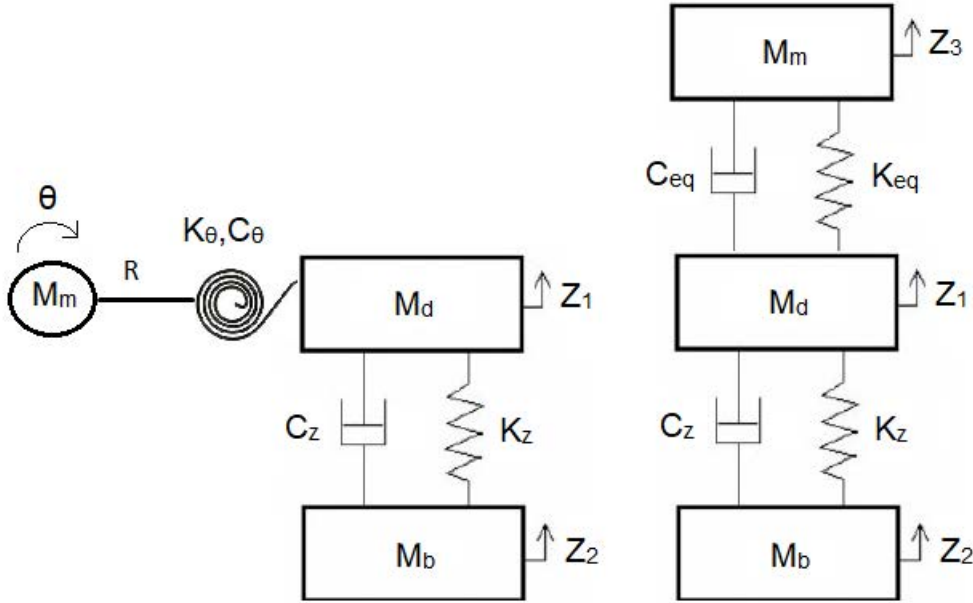


Figura 111: Modello ricavato dall'unione dei precedenti.

Come fatto nei casi precedenti, si scrivono le equazioni del moto:

$$\begin{cases} M_d \ddot{z}_1 = -K_z(z_1 - z_2) - C_z(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - K_{eq}(z_1 - z_3) - C_{eq}(\dot{z}_1 - \dot{z}_3) \\ M_b \ddot{z}_2 = -K_z(z_2 - z_1) - C_z(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ M_m \ddot{z}_3 = -K_{eq}(z_3 - z_1) - C_{eq}(\dot{z}_3 - \dot{z}_1) \end{cases}$$

da cui si ricavano le matrici:

$$M = \begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 \\ 0 & M_b & 0 \\ 0 & 0 & M_m \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} (K_z + K_{eq}) & -K_z & -K_{eq} \\ -K_z & K_z & 0 \\ -K_{eq} & 0 & K_{eq} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} (C_z + C_{eq}) & -C_z & -C_{eq} \\ -C_z & C_z & 0 \\ -C_{eq} & 0 & C_{eq} \end{bmatrix}$$

Da queste è possibile risolvere il problema agli autovalori, studiando le vibrazioni non smorzate, per la ricerca delle frequenze naturali del sistema, risolvendo:

$$\det[K - (\omega_n)^2 M] = 0$$

Le frequenze naturali e i coefficienti di smorzamento che si ottengono analiticamente, confermati sia dal modello *Simulink* che da *Simscape*, sono i seguenti:

- 0 Hz, moto rigido;
- 19.28 Hz, che si discosta dell' 1.48% dal valore sperimentale di 19.57 Hz;
- 46.26 Hz, che si discosta dello 0.19% dal valore sperimentale di 46.17 Hz;

- $\xi_1 = 0.0255$, che si discosta del 2.7% dal valore sperimentale di 0.0266;
- $\xi_2 = 0.0135$, che si discosta del 3.85% dal valore sperimentale di 0.0130.

Si ricorda che nella trattazione le frequenze naturali smorzate son state confuse con quelle non smorzate, dato che $\xi < 0.1$: una percentuale dell'errore nella discrepanza tra modello e realtà è imputabile a questa motivazione.

Gli autovettori confermano i modi di vibrare da cui si è ricavato il modello stesso:

$$AV_{ett} = \begin{bmatrix} -0.3771 & -0.2410 & -0.3159 \\ -0.3771 & 0.5338 & 0.0429 \\ -0.3771 & -0.3225 & 0.6963 \end{bmatrix}$$

dove la prima colonna evidenzia il moto rigido, la seconda la traslazione della batteria in opposizione al resto della struttura, e la terza l'opposizione di fase tra motori e struttura con batteria quasi ferma.

Come per i casi precedenti, si riportano successivamente gli schemi rappresentanti il modello matematico trattato, rappresentando gli spostamenti relativi, rispetto alla massa della struttura, nel caso di forzante unitaria di tipo sweep applicata ad M_d .

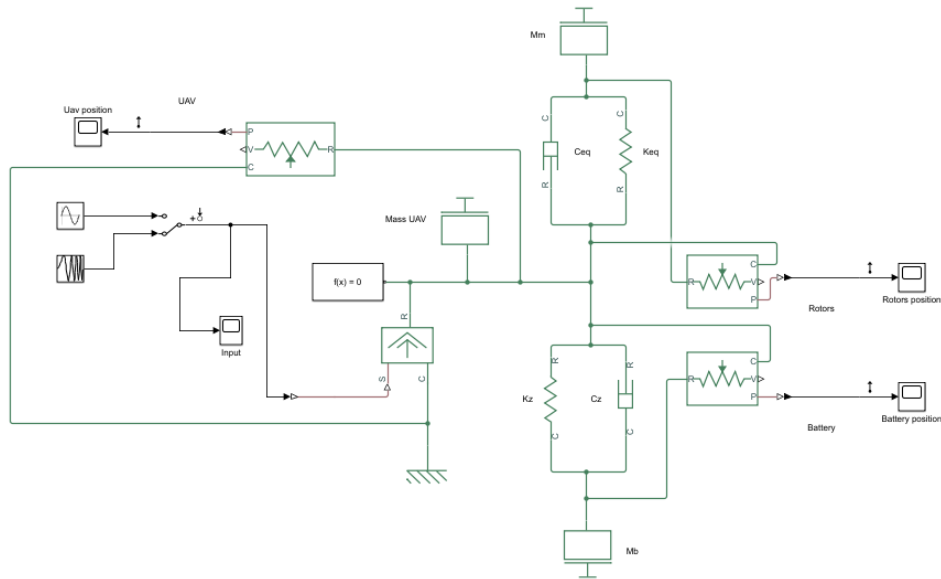
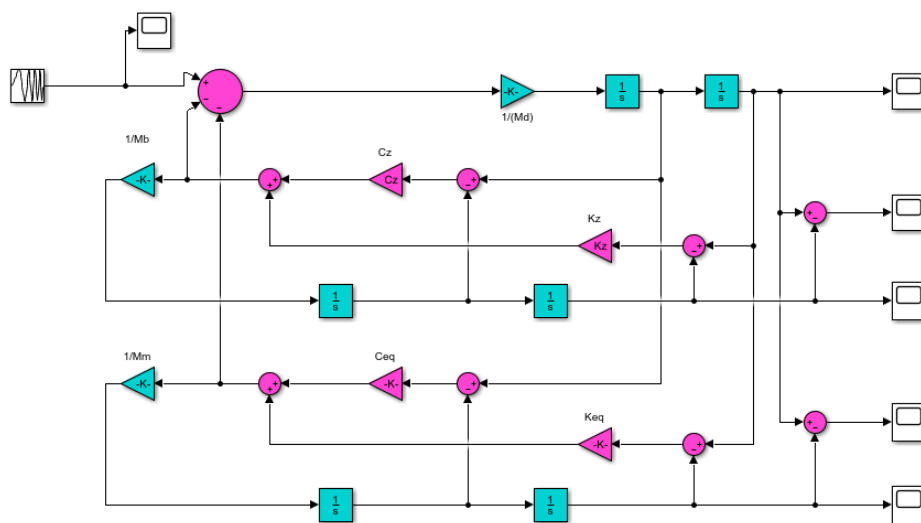
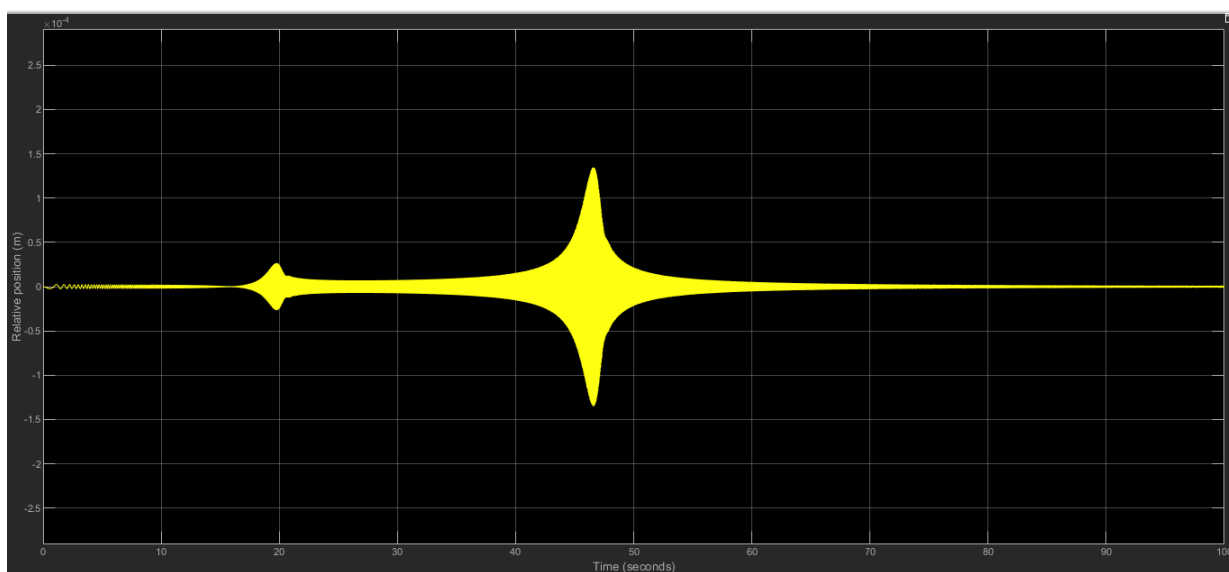
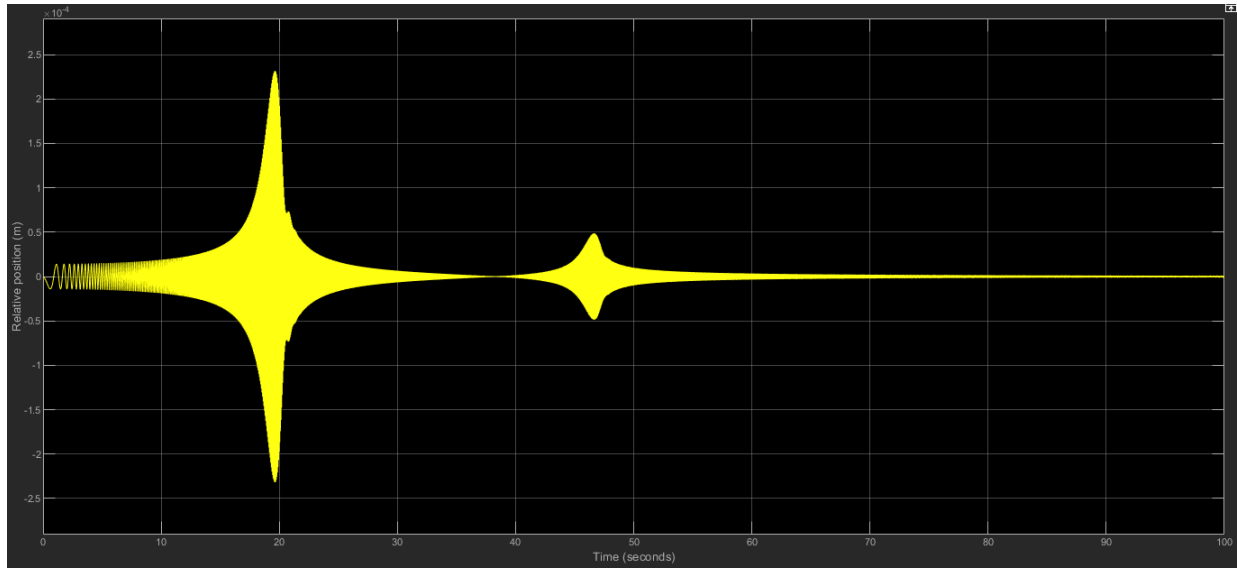


Figura 112: Schema *Simscape* relativamente al modello a tre GDL.

Figura 113: Schema *Simulink* relativamente al modello a tre GDLFigura 114: Posizione relativa tra M_d e M_m .

Figura 115: Posizione relativa tra M_d e M_b .

Si noti che, correttamente al significato fisico dei modi di vibrare, a 19 Hz viene coinvolto maggiormente lo spostamento della batteria, mentre a 46 Hz lo spostamento dei motori. Numericamente parlando, i massimi spostamenti varranno: $(z_1 - z_2)_{max} = 0.24\text{ mm}$ e $(z_1 - z_3)_{max} = 0.14\text{ mm}$.

6.3.1 Funzioni di trasferimento

In questa sottosezione si riportano le funzioni di trasferimento ricavabili dal modello a 3 gradi di libertà, relativamente ai moti relativi. Definiti gli output e l'input nel modello *Simscape*, dopo aver richiesto una linearizzazione del sistema, si ricavano le funzioni di trasferimento al variare della posizione dell'ingresso; in tutto quindi si ricavano 6 funzioni di trasferimento. In seguito si riportano i tre schemi *Simscape* con i relativi diagrammi di Bode in frequenza con scala lineare, in cui in ordinata son presenti il valore assoluto del modulo in m/N e la fase in gradi. I primi due grafici son riferiti al moto relativo della batteria, sotto son riportati quelli relativi ai motori.

Per quanto riguarda il caso con ingresso in M_d , lo schema usato per il calcolo delle funzioni di trasferimento è lo stesso riportato in Fig.112; i diagrammi di Bode ottenuti sono i seguenti:

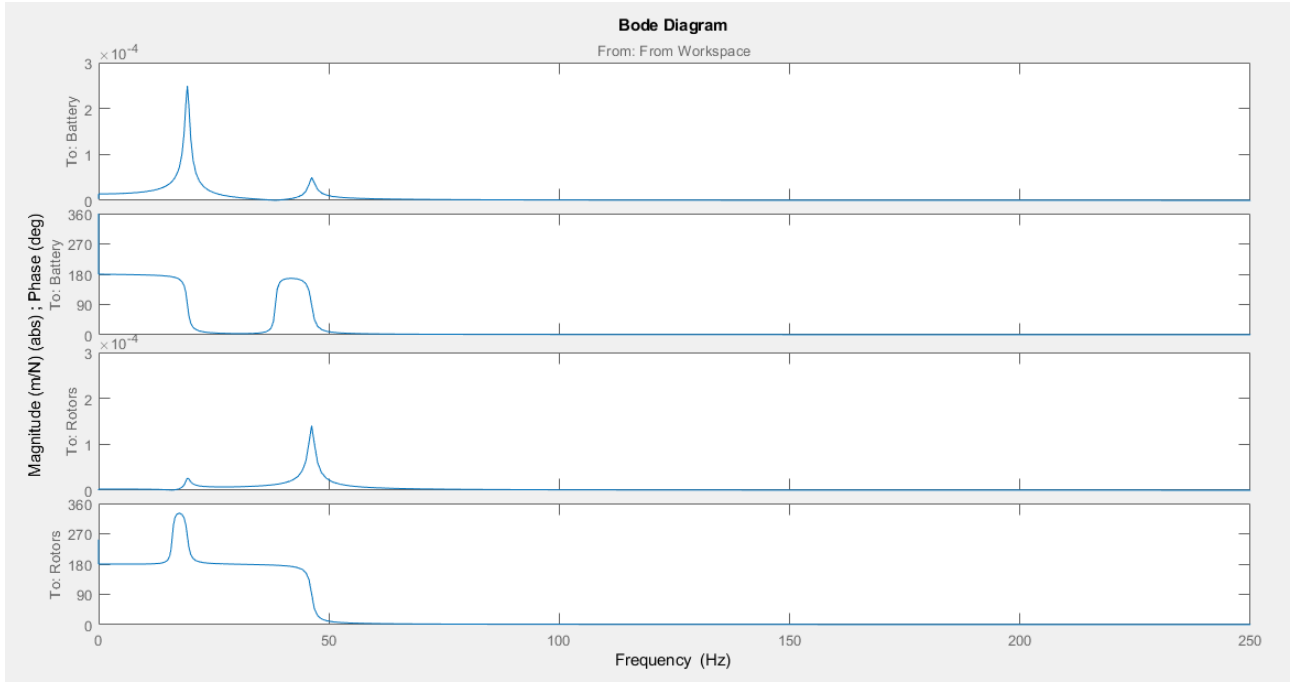


Figura 116: Diagrammi di Bode in scala lineare: si notino i picchi in corrispondenza delle frequenze naturali e i cambi di fase quando si verifica la risonanza. Caso di ingresso applicato in M_d .

Come ci si aspettava, il picco di risonanza maggiore nella batteria è in corrispondenza di 19.57 Hz , viceversa a 46.17 Hz per i motori.

Lo schema usato per ricavare le funzioni di trasferimento con ingresso in M_b è il seguente:

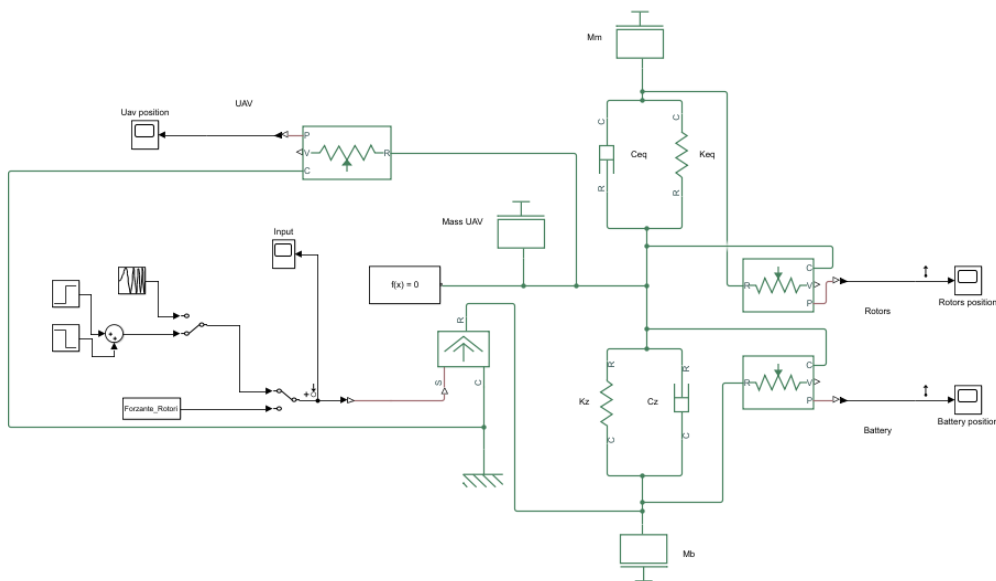


Figura 117: Schema *Simscape* relativamente al modello a tre GDL con ingresso in M_b .

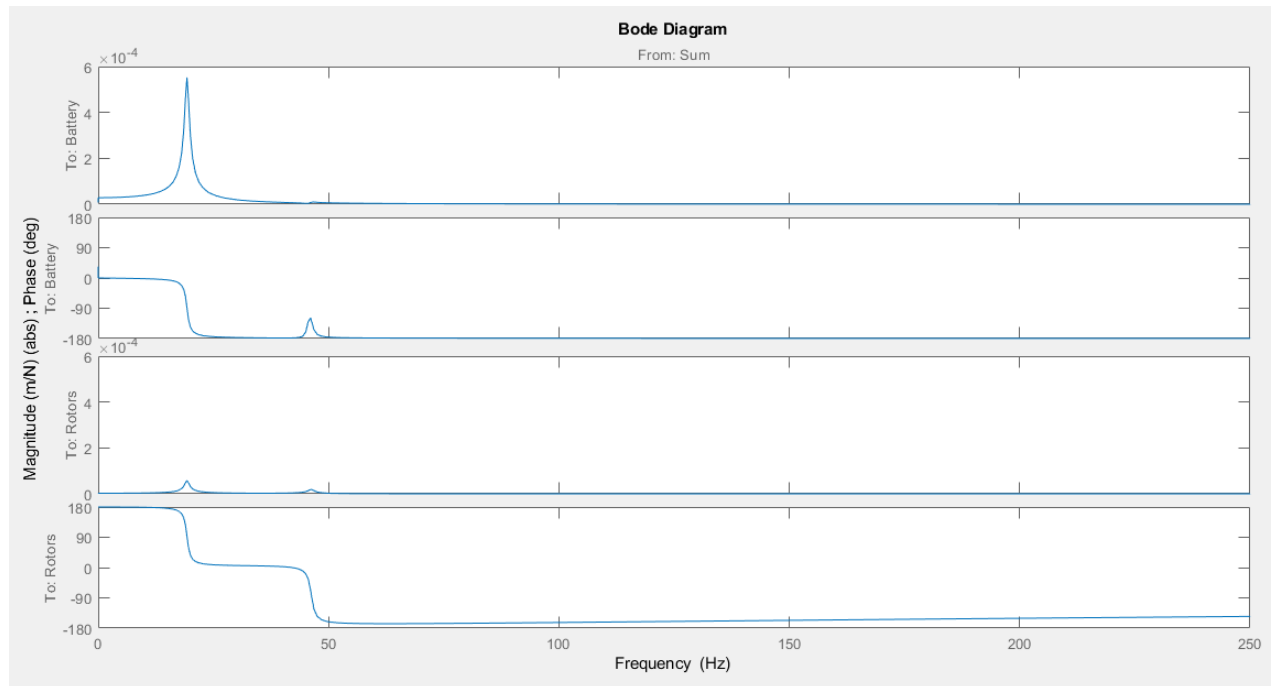


Figura 118: Diagrammi di Bode in scala lineare: si notino i picchi in corrispondenza delle frequenze naturali e i cambi di fase quando si verifica la risonanza. Caso di ingresso applicato in M_b .

Si noti come nella funzione diretta sia evidente il picco a 19.57 Hz , mentre sparisca quasi completamente quello a 46.17 Hz . Per quanto riguarda i motori, invece, entrambi i picchi sono ridotti in ampiezza rispetto alla diretta.

Infine, lo schema per l'ingresso posto in M_m è il seguente:

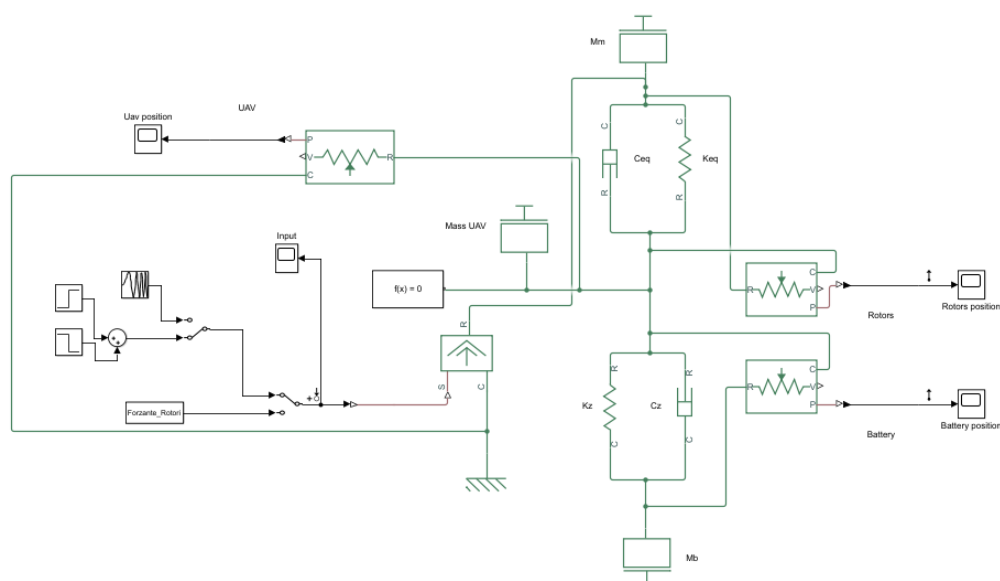


Figura 119: Schema *Simscape* relativamente al modello a tre GDL con ingresso in M_m .

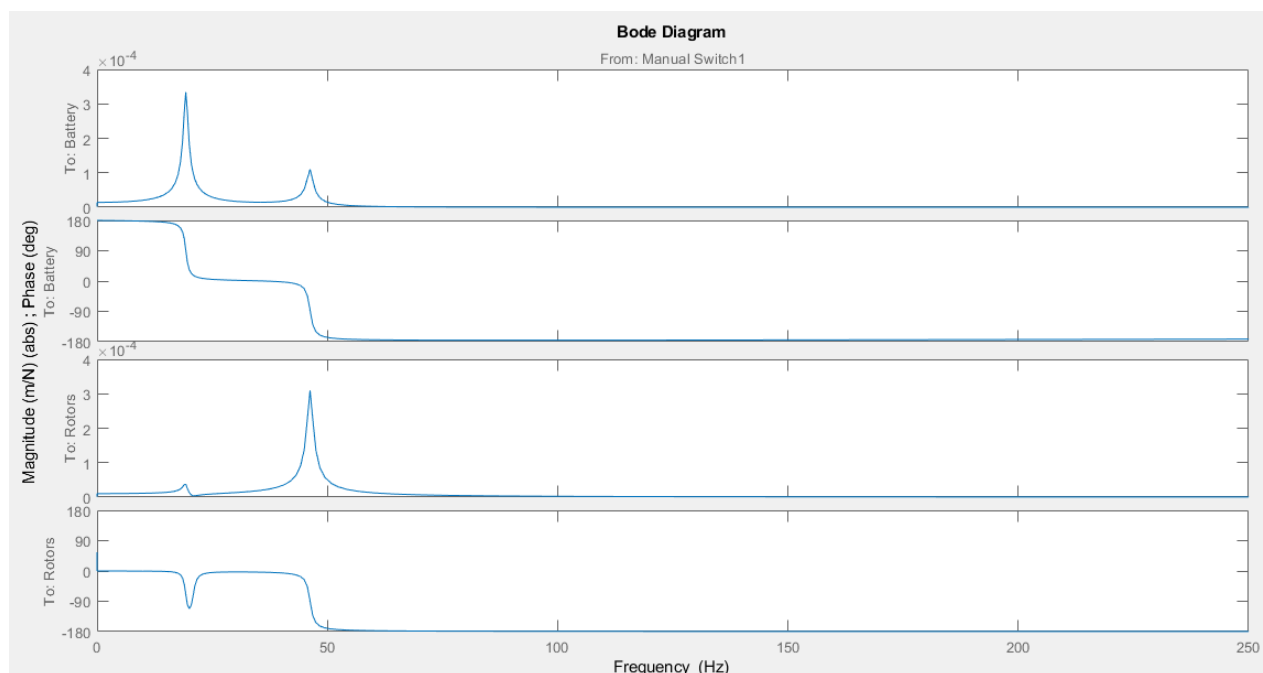


Figura 120: Diagrammi di Bode in scala lineare: si notino i picchi in corrispondenza delle frequenze naturali e i cambi di fase quando si verifica la risonanza. Caso di ingresso applicato in M_m .

Si noti, come nel caso precedente, che nella diretta è accentuato il picco relativo alla frequenza naturale interessata, ossia 46.17 Hz in questo caso. Contrariamente a prima, però, i picchi in frequenza relativi alla batteria non vengono annullati, ma addirittura a 19.57 Hz il modulo ha picco massimo circa uguale a quello riscontrato a 46.17 Hz nella funzione di trasferimento diretta.

Moltiplicando lo spettro in frequenza di un qualsiasi segnale in ingresso per i moduli rappresentati nelle Fig.116,118 e 120, si ottiene lo spettro in frequenza dei segnali in uscita. Nei successivi capitoli, si svolgeranno delle simulazioni supponendo determinate condizioni dinamiche, da cui, attraverso le funzioni di trasferimento appena ricavate, sarà possibile analizzare l'andamento nel tempo degli spostamenti relativi delle masse interessate.

6.4 Altri modelli

Dal momento che dal modello precedente è possibile ricavare la rigidità del singolo braccio, pari ad un ottavo della rigidità K_θ , si son sviluppati ulteriori due modelli, uno a 4 gradi di libertà, in cui si son suddivisi gli otto motori in motori destri e motori sinistri, ed uno a dieci gradi di libertà, in cui tutti i motori sono considerati elementi singoli. La trattazione di questi ulteriori due casi viene fatta in Appendice 9.4, in quanto le simulazioni del capitolo seguente sono state svolte utilizzando il modello a 3 gradi di libertà.

7 Simulazioni

Con riferimento al modello a tre gradi di libertà si riportano ora delle simulazioni, sottoponendo degli ingressi voluti al modello per analizzare il comportamento delle uscite, note già le funzioni di trasferimento.

7.1 Simulazione: impulso unitario batteria

Si pensi ad una casistica in proiezione a ciò che potrebbe succedere dopo la progettazione e l'installazione del braccio robotico: quest'ultimo verrà reso solidale al drone nei pressi del supporto della massa sospesa, ossia la batteria. Si supponga, in un primo momento, un braccio infinitamente rigido, la cui massa si vada a sommare a quella già presente della batteria. In questa sezione si vuole vedere una prima e preliminare risposta del modello ad un impulso unitario applicato ad M_b , andando a simulare, al netto della massa del futuro manipolatore, un possibile impatto istantaneo del braccetto.

Lo schema *Simscape* di riferimento è quello di Fig.117, corrispondente al seguente schema *Simulink*:

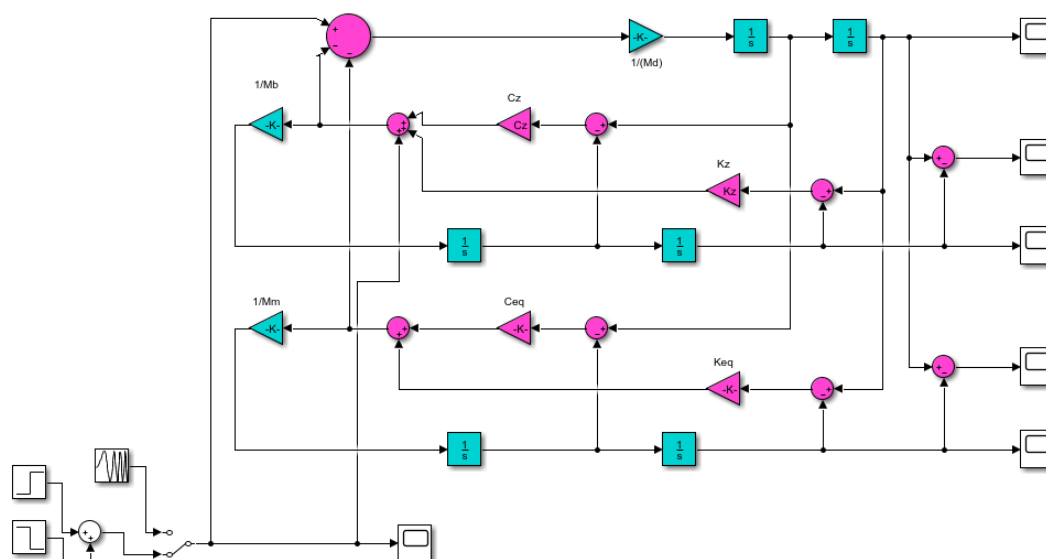
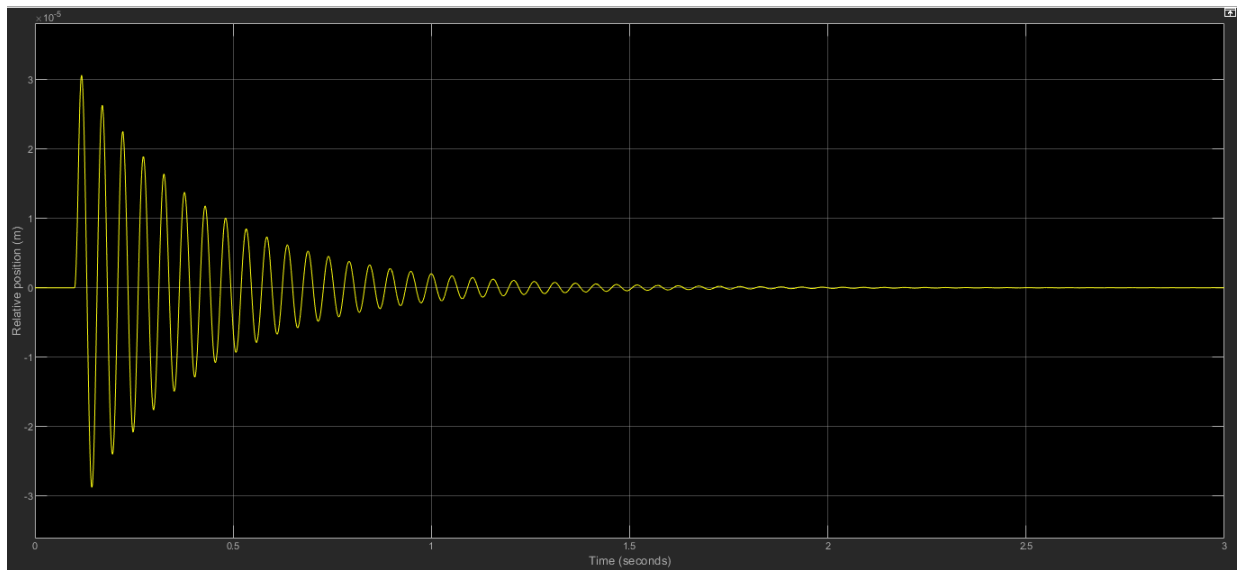
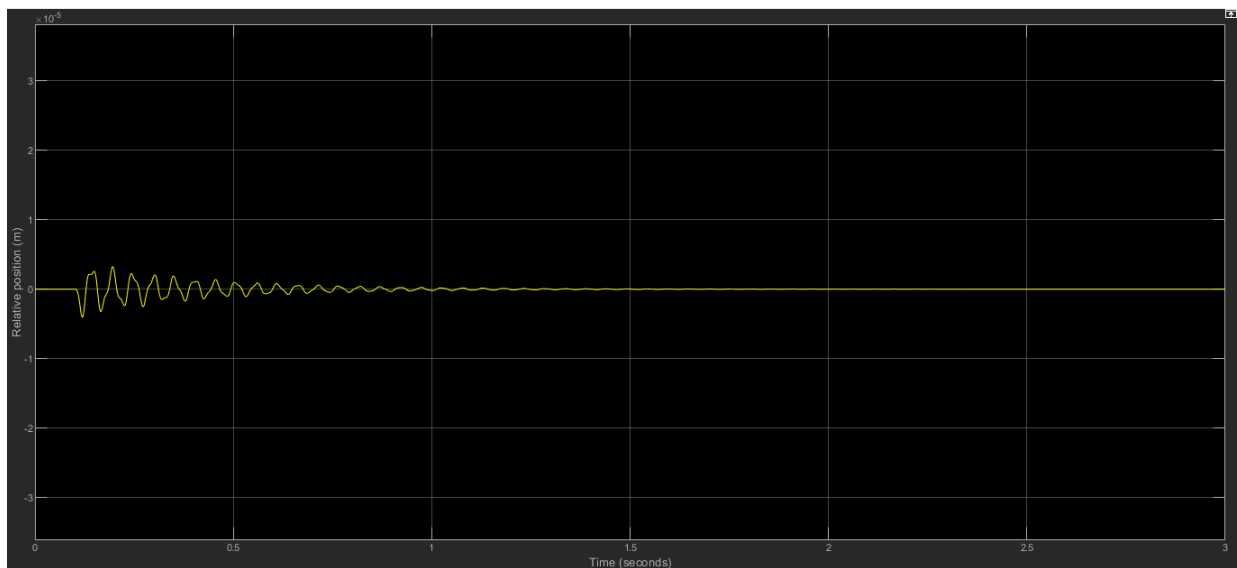


Figura 121: Schema *Simulink* relativamente all'impulso applicato alla batteria.

La simulazione è stata condotta per 3 secondi, a seguito di un impulso unitario applicato dopo un decimo di secondo dall'inizio della simulazione e della durata di un centesimo di secondo. I risultati che si ottengono sono i seguenti:

Figura 122: Posizione relativa tra M_d e M_b .Figura 123: Posizione relativa tra M_d e M_m .

Gli andamenti che ne risultano mostrano il classico andamento oscillatorio smorzato dei sistemi meccanici con ingresso ad impulso. Si osservi che lo spostamento relativo della batteria è di un ordine di grandezza maggiore rispetto a quello dei motori, anche se comunque dell'ordine dei centesimi di millimetro. Questi andamenti trovano conferma nell'analisi dei diagrammi di Bode di Fig.118.

7.2 Simulazione: impulso unitario motori

Si simula ora il modello applicando un impulso unitario in ingresso ai motori: lo schema *Simscape* e le funzioni di trasferimento associate son già note da Fig. 119 e 120, mentre lo schema *Simulink* associato è il seguente:

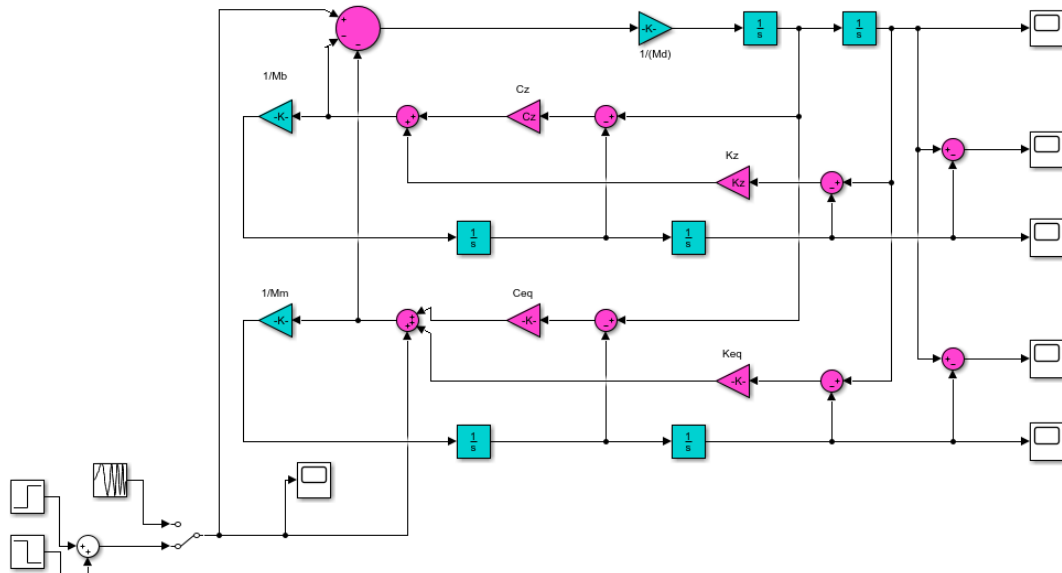


Figura 124: Schema *Simulink* relativamente all'impulso applicato ai motori.

L'andamento temporale delle risposte è il seguente:

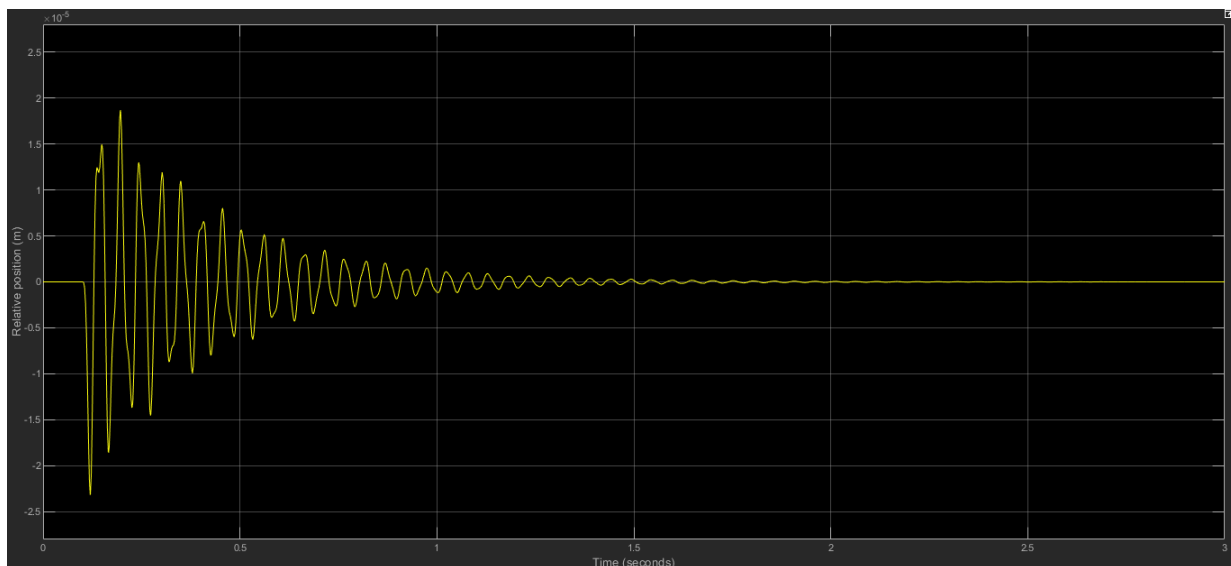
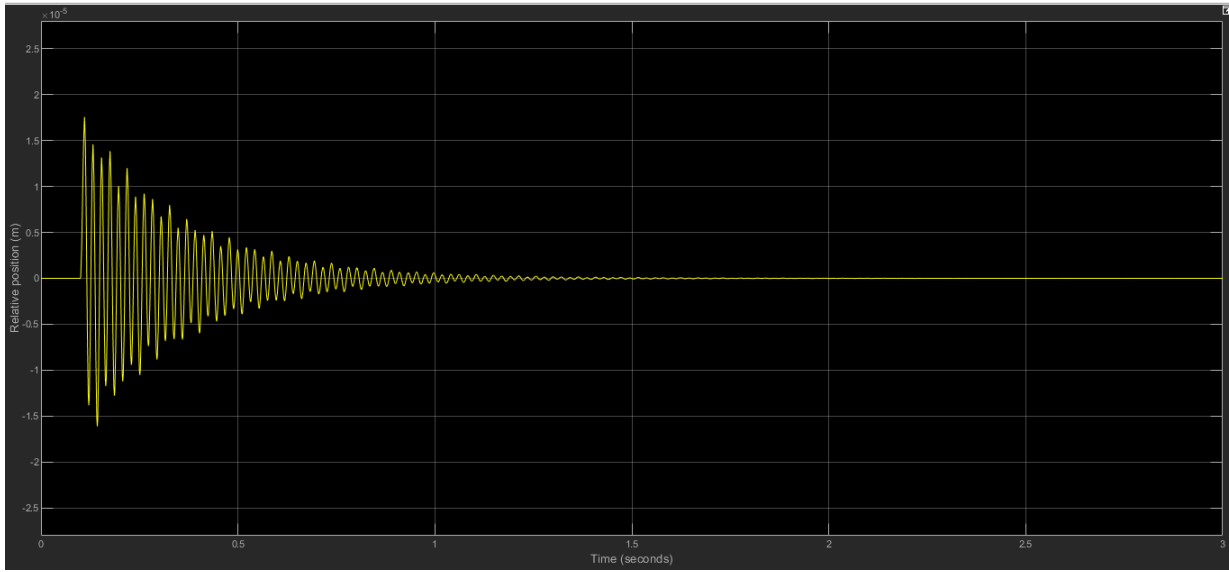


Figura 125: Posizione relativa tra M_d e M_b .

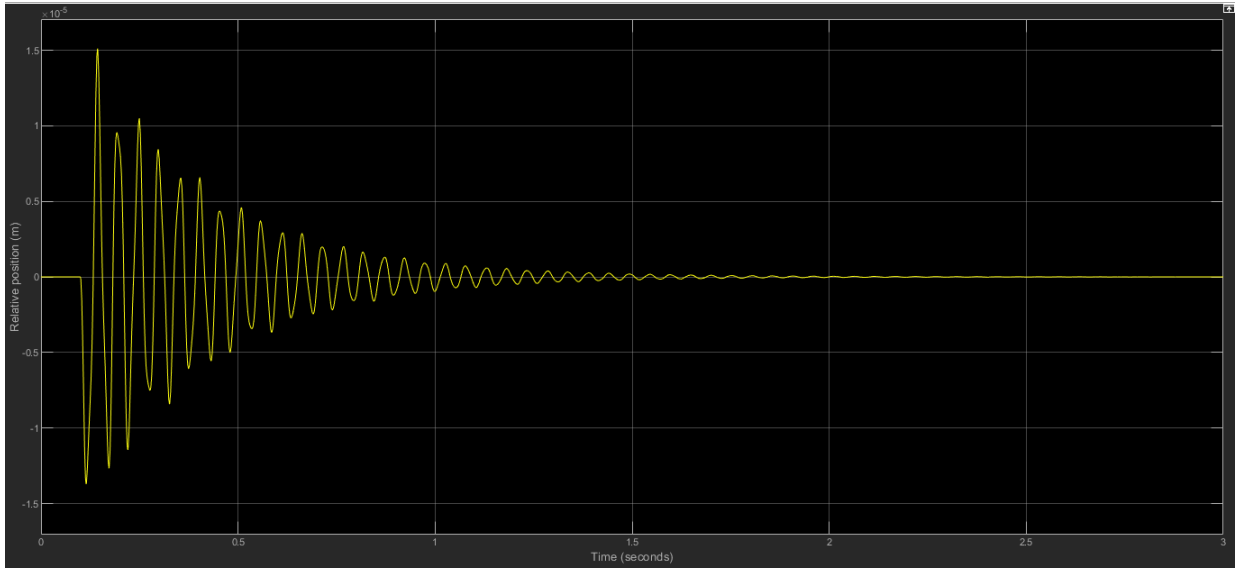
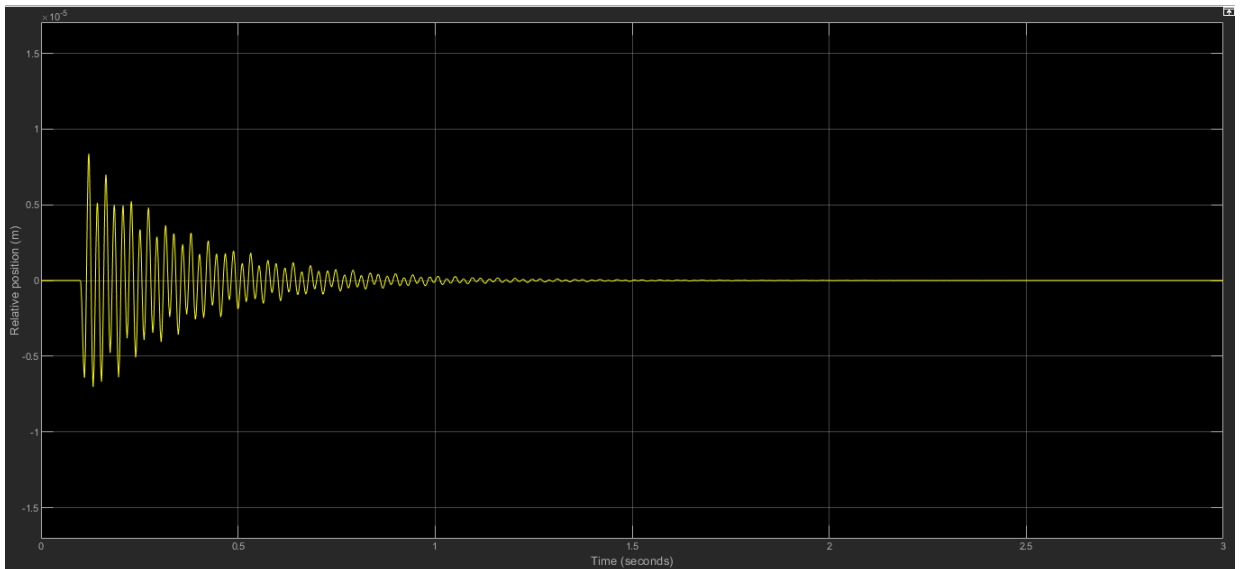
Figura 126: Posizione relativa tra M_d e M_m .

In entrambi i casi l'ampiezza di spostamento è dell'ordine dei centesimi di millimetro, come registrato nel caso precedente. Una situazione di questo tipo potrebbe essere rappresentativa di un vuoto improvviso di coppia nei motori di breve durata, o di un impatto breve dei motori stessi contro un oggetto o una parete.

7.3 Simulazione: impulso unitario struttura

Per completezza di trattazione, si riporta la risposta del sistema ad un ingresso impulsivo unitario applicato nella struttura principale in carbonio del drone. Questa configurazione potrebbe rappresentare l'urto istantaneo di un oggetto casuale durante il volo: si pensi ad esempio ad una goccia di pioggia in condizioni atmosferiche avverse. Gli schemi *Simscape*, *Simulink* e le funzioni di trasferimento sono già stati analizzati, si rimanda perciò rispettivamente alle Fig.112, 113 e 116.

Eseguendo, anche in questo caso, una simulazione di 3 s, gli andamenti temporali ottenuti risultano essere:

Figura 127: Posizione relativa tra M_d e M_b .Figura 128: Posizione relativa tra M_d e M_m .

Come ottenuto per le precedenti simulazioni, l'ordine di grandezza degli spostamenti, durante i decimi di secondo iniziali, è dell'ordine dei centesimi di millimetro.

7.4 Simulazione: eccitazione derivante dallo sbilanciamento

Per concludere, si supponga di conoscere quanto valga la forza risultante in direzione verticale derivante da un possibile sbilanciamento statico dei rotori: si prenda come esempio il caso analizzato nel Capitolo 4, sezione 3.5, ossia il caso relativo ad uno dei motori rallentato rispetto agli altri sette. Si ricordano gli effetti che questo comporta:

- il periodo dell'oscillazione vale $T = 6 \times 10^{-3} s$, relativo alla pulsazione di 1047.19 rad/s , ossia 10000 rpm ;
- il periodo del battimento vale $T_{bat} = 0.12 s$, relativo alla pulsazione di 52.36 rad/s , ossia 500 rpm , che è esattamente pari a $10000 - 9500 \text{ rpm}$.

In seguito si riporta l'andamento in ingresso con il rispettivo spettro in frequenza:

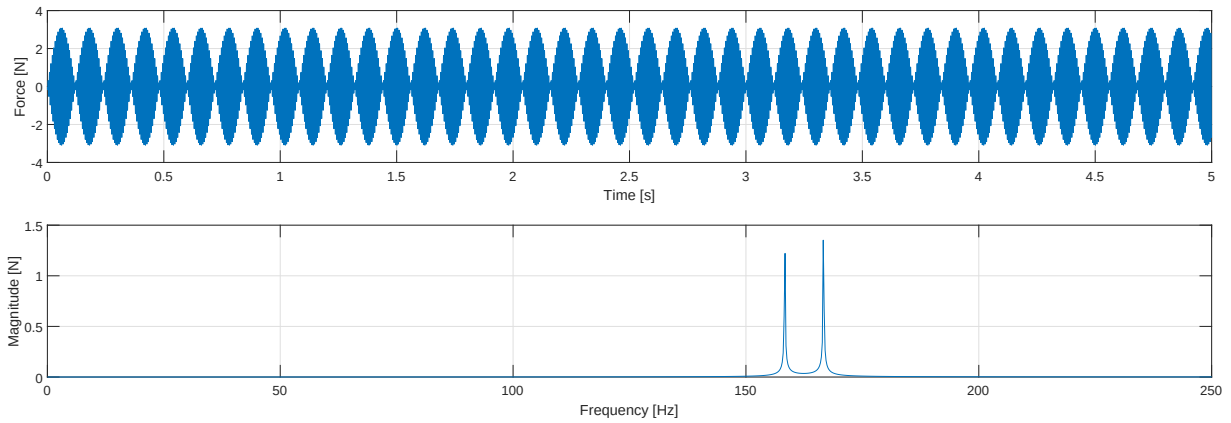
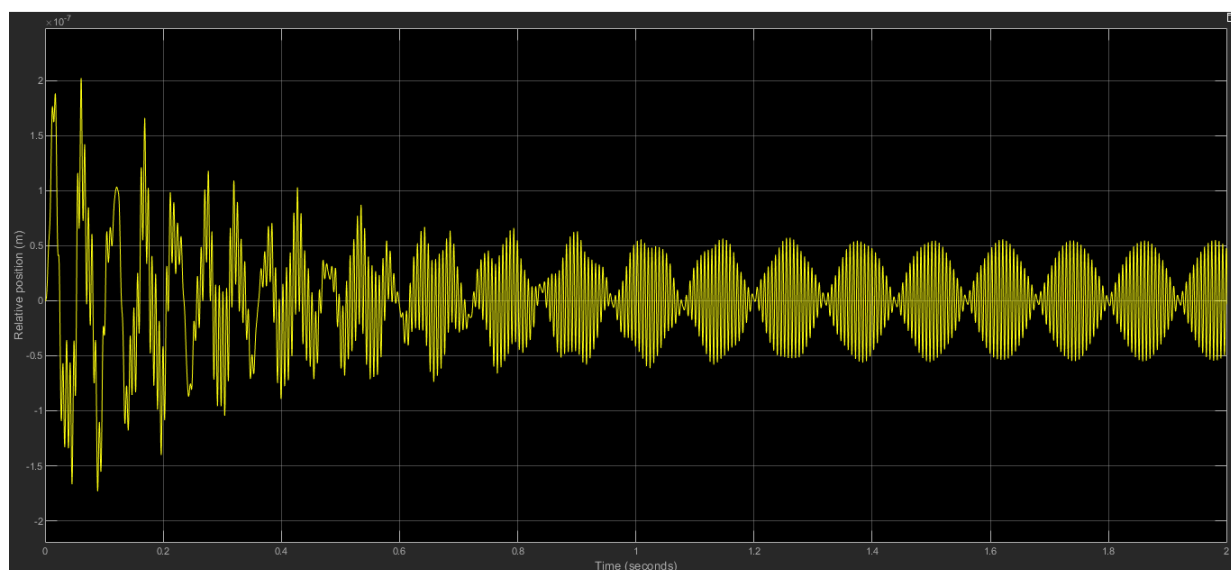
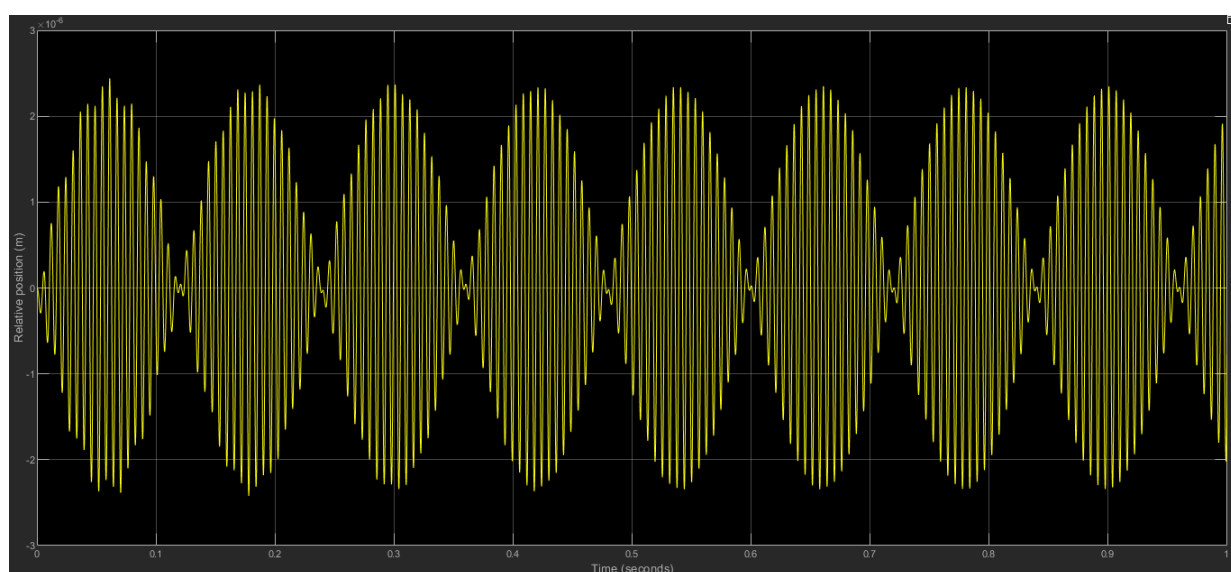


Figura 129: Andamento temporale e in frequenza dell'ingresso.

Si noti come la presenza di velocità di rotazione diverse comporti la comparsa dei battimenti.

Questa forzante sarà il nuovo input del sistema, simulato per 3 secondi nella stessa configurazione descritta in Fig.119, ossia con l'input di forza applicato alla massa M_m . Le funzioni di trasferimento, già note in Fig.120, permettono di prevedere quale sarà l'andamento delle risposte.

Infatti, per come costruito il modello, per frequenze maggiori di 50 Hz le funzioni di trasferimento tendono a zero, motivando il fatto che il sistema non riesce a reagire ad una frequenza elevata della forzante in ingresso. I grafici degli spostamenti relativi in uscita chiariscono il concetto appena espresso:

Figura 130: Posizione relativa tra M_d e M_b .Figura 131: Posizione relativa tra M_d e M_m .

Come ci si aspettava, dalle Fig.130 e 131, si nota la reazione del sistema all'input sinusoidale impresso. Viene mostrato il primo secondo dell'oscillazione per i motori: dopo un transitorio iniziale trascurabile, l'uscita si stabilizza sull'andamento in frequenza dell'ingresso ad un ampiezza dell'ordine di $10^{-6} m$, a conferma che la forzante eccita frequenze troppo elevate affinché il modello ne risenta. Lo stesso accade per la batteria, di cui si mostrano i primi 2 secondi di andamento, dato il transitorio iniziale più lungo, prima del successivo assestamento. In questo caso lo spostamento è dell'ordine di $10^{-7} m$, perciò anch'esso trascurabile.

Si ricordi, comunque, che tali frequenze potrebbero portare in risonanza il drone reale, in quanto dall'analisi modale erano emerse frequenze naturali al di sopra di $100 Hz$;

tuttavia, per quanto riguarda il comportamento in direzione z della struttura, le alte frequenze coinvolgono in modo trascurabile la zona delle batterie e del rispettivo supporto, interessando in maniera localizzata la base e i bracci in carbonio, aspetto essenziale per l'isolamento dalle vibrazioni del futuro manipolatore.

8 Conclusioni

Studiare le possibili sorgenti di eccitazione nello UAV e creare un modello semplificato a parametri concentrati che analizzasse la trasmissione delle vibrazioni erano i due principali obiettivi prefissati del lavoro di tesi. Tra le varie sorgenti ricavate, si sono analizzati i fenomeni aerodinamici di aeroelasticità e blade flapping in modo qualitativo, mentre gli aspetti legati all'effetto suolo, allo sbilanciamento dei rotori e agli effetti giroscopici sono stati trattati quantitativamente. In particolare, per quanto concerne lo sbilanciamento statico, è emerso che la condizione di volo in presenza di eliche sfasate è lo scenario peggiore possibile in termini di ampiezza di oscillazione, anche rispetto ad un volo con un motore non funzionante o un motore rallentato.

Attraverso l'analisi modale sperimentale a 66 punti, si sono ottenuti i parametri dinamici caratteristici del sistema meccanico, ossia frequenze naturali e coefficienti di smorzamento, parallelamente ai modi di vibrare della struttura. Sfruttando il significato fisico dei modi ottenuti, identificando gli elementi cedevoli e le deformate nei modi trovati a bassa frequenza a 19.57 Hz e a 46.17 Hz , si è risaliti ad un modello dinamico a parametri concentrati a tre gradi di libertà, corrispondenti alle posizioni delle masse rispettivamente della struttura principale, della batteria e dell'insieme degli otto motori. Nel modello, i valori di rigidezze e smorzamenti sono stati ricavati dall'analisi modale, sfruttando le proprietà degli autovettori e della matrice modale. Gli scopi prefissati possono dunque essere considerati raggiunti: per completezza di trattazione, si sono ricavati i diagrammi di Bode, in modulo e fase, del modello studiato al variare dell'ingresso della forzante. Le simulazioni condotte infine, avevano lo scopo di rappresentare delle possibili condizioni che potrebbero ricrearsi nella realtà, come un urto accidentale del futuro manipolatore o dei vuoti di coppia nei motori. Il sistema risponde agli impulsi unitari con spostamenti massimi non superiori ai centesimi di millimetro.

8.1 Sviluppi futuri

Il lavoro riportato in questa tesi rappresenta il primo passo di un progetto di ricerca più esteso. Come già riportato nel sommario, l'obiettivo finale della ricerca consiste nella progettazione e realizzazione di un manipolatore da rendere solidale alla base del drone, nei pressi del supporto della massa sospesa.

Con questa tesi si è cercato di caratterizzare il drone e di ricavarne un primo modello matematico nel piano verticale, esteso fino alle alte frequenze: in questo modo la progettazione del manipolatore è inserita in un contesto già studiato, perciò sarà possibile analizzare come e quanto le scelte progettuali relative al braccio robotico influenzino la dinamica vibrazionale dello UAV e viceversa. Si ricorda comunque che la progettazione del manipolatore dovrà sottostare a diverse condizioni imposte dall'esterno, come peso e ingombri massimi, dovute al carico limite trasportabile dal drone e alle dimensioni massime di stampa realizzabili dalla stampante 3d del dipartimento.

Oltre alla progettazione del braccio manipolatore, altre questioni devono essere meglio approfondite. Per esempio, potrebbe essere utile indagare riguardo al tipo di sospensione migliore affinché i risultati dell'analisi modale non siano influenzati da oscillazioni a bassa frequenza, così come sarebbe importante ricavare un valore di rigidezza flessionale del braccio compatibile con i risultati del modello a 4 gradi di libertà. Infine, per poter

verificare la presenza o meno di rotori sbilanciati o di altre fonti di vibrazione, sarebbe utile, quando i problemi burocratici e le condizioni di sicurezza lo permetteranno, eseguire un volo stazionario con il drone equipaggiato con un accelerometro triassiale, in modo da registrare le accelerazioni per fare un confronto tra forze ipotizzate e misurate.

9 Appendice

9.1 Confronto FRF batteria e blocco ibrido

Vengono di seguito riportati i diagrammi di Bode in scala lineare, modulo e fase, dell'analisi a 5 punti eseguita nei due casi comparativi di batteria e blocco. A titolo esemplificativo vengono riportate solo le doppie risposte lungo l'asse z per quanto riguarda i GDL 1 e 5.

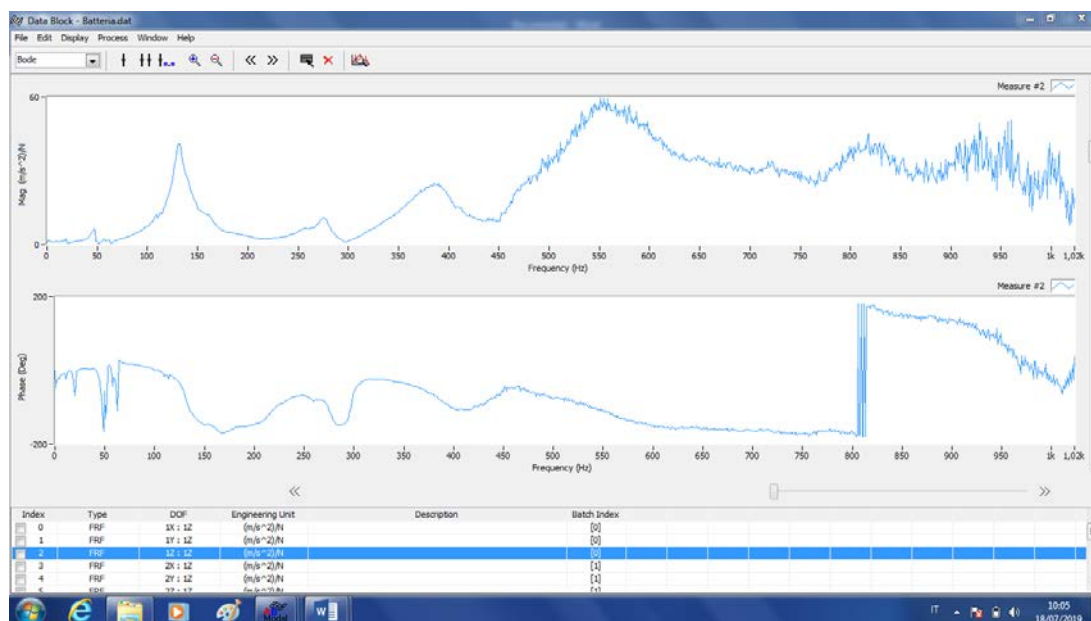


Figura 132: Batteria, 1z 1z.



Figura 133: Blocco, 1z 1z.

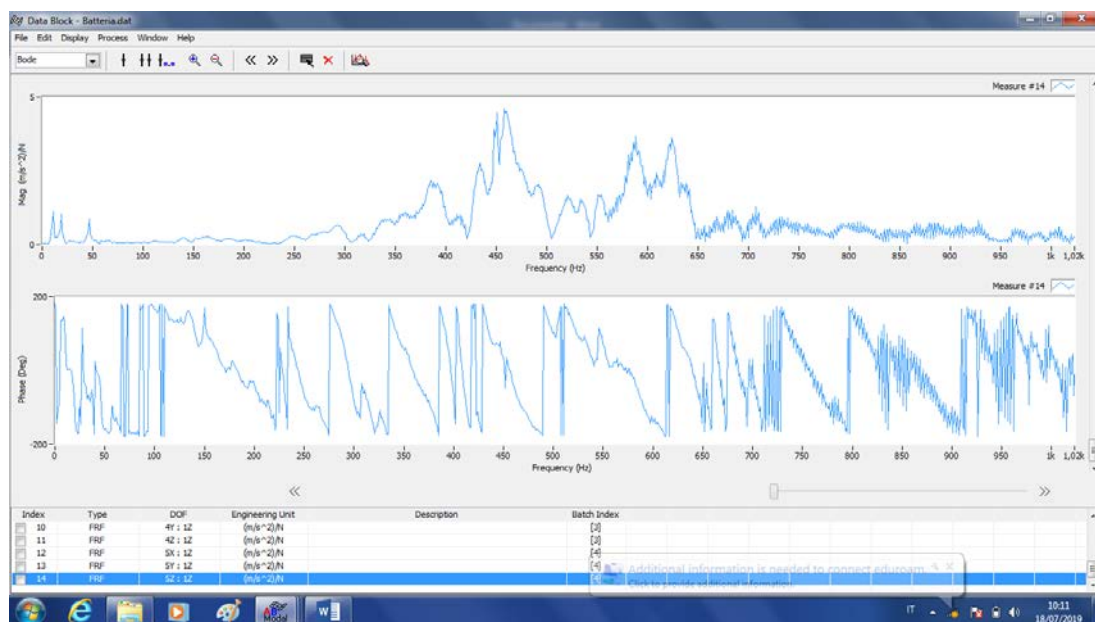


Figura 134: Batteria, 5z 1z.

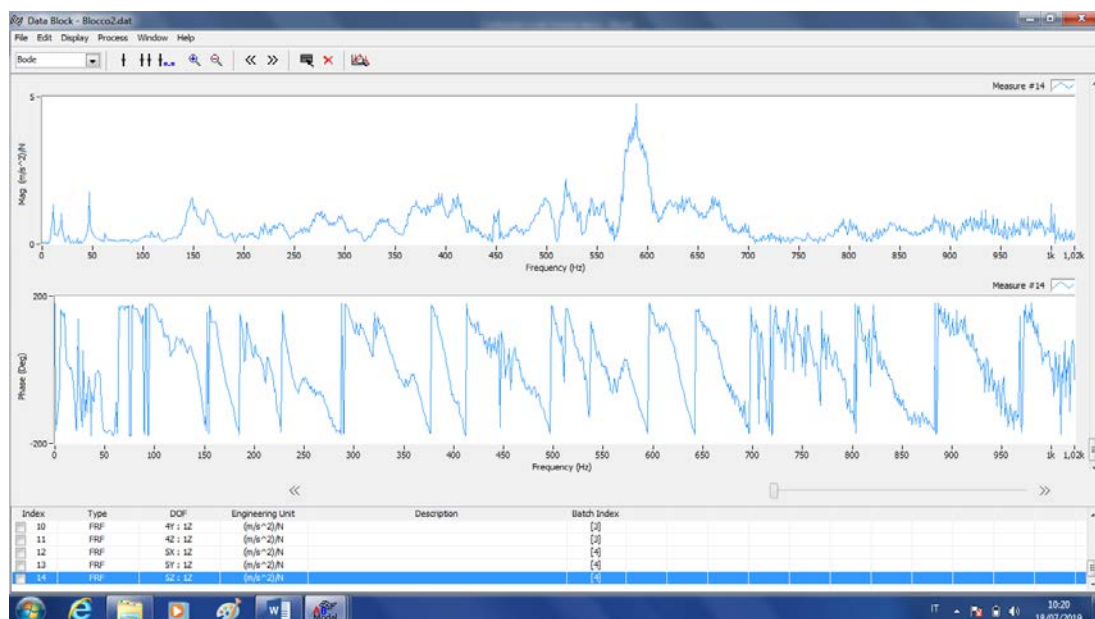


Figura 135: Blocco, 5z 1z.

Si noti, soprattutto sulla diretta, come in entrambi i casi siano presenti risonanze a 45 Hz e a 140 Hz.

Da *Simscape*, è possibile ricavare le funzioni di trasferimento del modello, dopo averne eseguito un'analisi lineare e definito quali sono gli ingressi e le uscite del sistema.

9.2 Analisi modale singolo braccio con motore

L'analisi modale di questo sottogruppo è stata svolta per cercare di risalire ad una frequenza naturale che identificasse un modo di vibrare flessionale del braccetto, aspettandosi che questo entrasse in un range di frequenze abbastanza basso, all'incirca di 10 Hz , per poter dare un significato fisico al primo modo identificato nell'analisi modale a 66 punti.

Per fare ciò, si è discretizzato il braccio in 5 punti, di coordinate e orientazioni riportate in Fig.136:

LISTA PUNTI	COORDINATA X [mm]	COORDINATA Y [mm]	COORDINATA Z [mm]	ROTAZIONE 1 [deg]	ROTAZIONE 2 [deg]	ROTAZIONE 3 [deg]	ROTAZIONE 4 [deg]	DESCRIZIONE
3	198.1	0.0	27.8	-8 su Y	0	0	0	centro
4	0.0	0.0	0.0	0	0	0	0	vincolo telaio
5	391.2	0.0	52.2	-8 su Y	180 su X	0	0	motore
75	104.0	0.0	14.6	-8 su Y	0	0	0	1/4 lunghezza
76	292.1	0.0	41.1	-8 su Y	0	0	0	3/4 lunghezza

Figura 136: Schema geometrico con cui si è schematizzato il braccio.

In seguito al *quick fit* delle FRF, si sono ottenuti i seguenti valori di frequenze naturali con coefficienti di smorzamento:

- 6.48 Hz con $\xi=0.0668$;
- 10.77 Hz con $\xi=0.05182$;
- 20.05 Hz con $\xi=0.02267$;
- 28.45 Hz con $\xi=0.02944$;
- 33.33 Hz con $\xi=0.03093$;
- 46.83 Hz con $\xi=0.01357$;
- 145.8 Hz con $\xi=0.01893$.

Come già anticipato durante la tesi, non solo attorno ai 10 Hz non si è riscontrato un modo flessionale, ma neanche a frequenze più elevate si è riusciti a notare una deformata che fosse indice chiaro di una flessione nel piano xz .

Tra tutti i picchi in frequenza fittati, quello che più si avvicina ad una deformata flessionale è il modo a 33.33 Hz , in cui si nota una flessione nel piano di interesse, combinata però con una flessione ulteriore nel piano xy . Ne scaturisce un modo "conico", combinazione delle due flessioni su piani diversi:

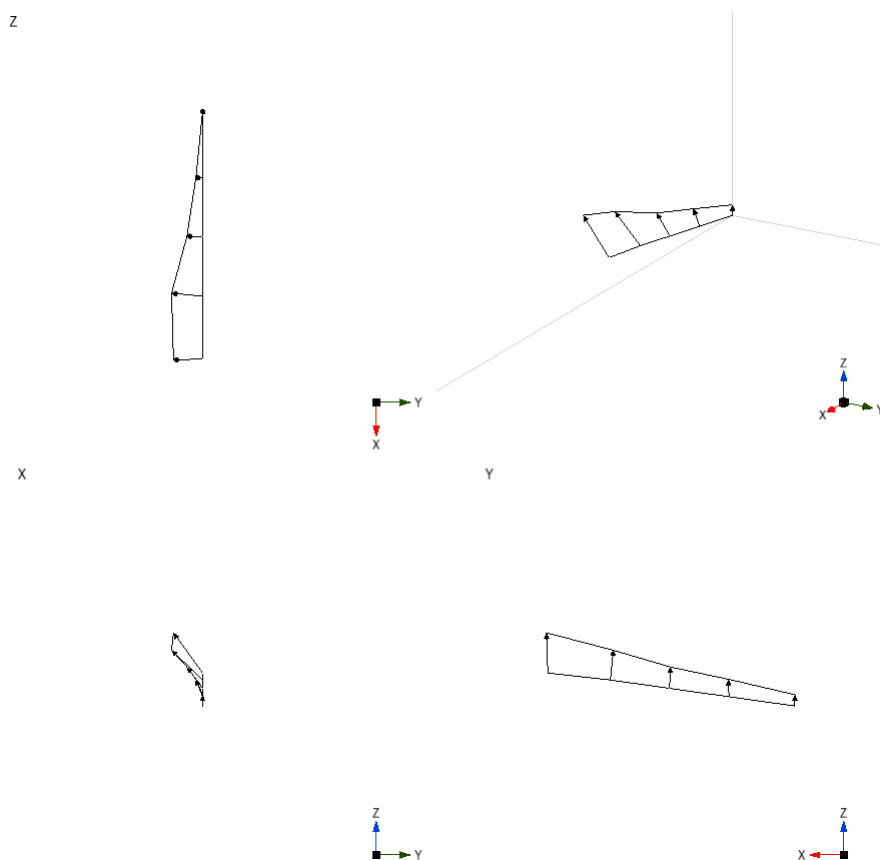


Figura 137: Spostamenti dei cinque punti del braccio a 33.33 Hz .

Per il fatto che non si è riusciti ad ottenere un modo flessionale unico nel piano xz , si è abbandonata la ricerca dell'elemento cedevole nel modo a 10 Hz , concentrandosi nei successivi modi ricavati dall'analisi modale a 66 punti per la ricerca delle caratteristiche meccaniche da inserire poi nei modelli a parametri concentrati.

9.3 Analisi modale batteria

Si riporta, in questa sezione, il lavoro svolto sul blocco sostitutivo della batteria, al fine di caratterizzarne il comportamento ad alta frequenza, con lo scopo di estendere la validità del modello a tre gradi di libertà sul piano verticale anche a frequenze superiori ai 50 Hz . La batteria è stata schematizzata con nove punti, uno centrale, già utilizzato per l'analisi modale a 66 punti, con gli otto rimanenti a completarne il perimetro. Il punto di eccitazione è rimasto il medesimo dell'analisi modale completa. In seguito si riportano le coordinate dei punti e le rotazioni applicate alle terne cartesiane:

LISTA PUNTI	COORDINATA X [mm]	COORDINATA Y [mm]	COORDINATA Z [mm]	ROTAZIONE 1 [deg]	ROTAZIONE 2 [deg]	ROTAZIONE 3 [deg]	ROTAZIONE 4 [deg]	DESCRIZIONE
66	-41.6	-17.2	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	supporto batteria
67	-13.4	32.3	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
68	0.0	0.0	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
69	13.4	-32.3	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
70	-28.2	-49.6	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
71	-69.8	-66.8	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
72	-83.1	-34.4	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
73	-96.5	-2.1	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria
74	-55.0	15.1	-130.0	+22.5 su Z	+180 su X	+180 su Z	0	punto perimetro batteria

Figura 138: Schema geometrico con cui si è schematizzata la batteria.

In seguito al *quick fit* delle FRF, si sono ottenuti i seguenti valori di frequenze naturali con coefficienti di smorzamento:

- 10.74 Hz con $\xi=0.03494$;
- 19.75 Hz con $\xi=0.02081$;
- 35.85 Hz con $\xi=0.01842$;
- 46.98 Hz con $\xi=0.01151$;
- 109.8 Hz con $\xi=0.006456$;
- 130.9 Hz con $\xi=0.0496$;
- 153.8 Hz con $\xi=0.0109$.

Si ritrovano i modi a circa 19 Hz e 46 Hz , in cui si riscontrano gli stessi comportamenti già menzionati nel capitolo di analisi dei risultati dall'analisi modale. Si nota, inoltre, come da frequenze superiori a 46 Hz la batteria non subisca spostamenti considerevoli lungo z . A titolo di esempio si riporta il caso di 130.9 Hz , in cui si nota il fenomeno descritto.

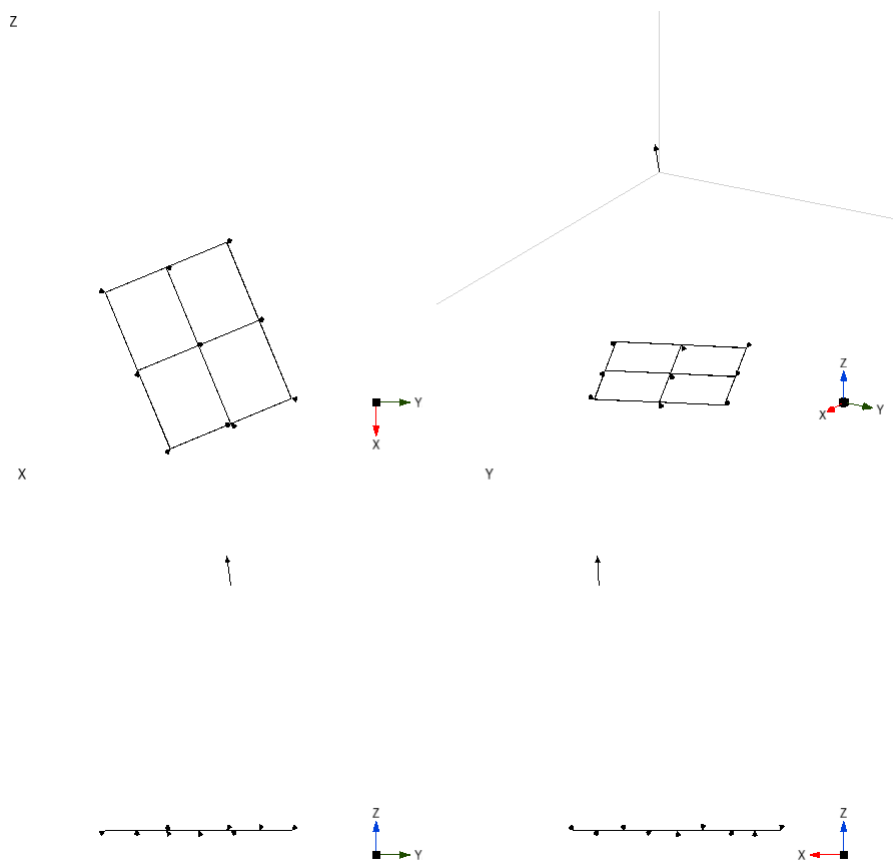


Figura 139: Modo a 130.9 Hz : si noti che i punti della batteria son tutti fermi quando il punto di eccitazione della struttura sta traslando.

L'analisi svolta permette quindi di confermare l'estensione di validità del modello a tre gradi di libertà sul piano verticale anche per frequenze superiori ai 50 Hz .

9.4 Modello a 3 GDL con moto rigido

Come già anticipato nella tesi, si fa ora riferimento ad un modello a 4 gradi di libertà, dove i motori vengono considerati per metà destri e per metà sinistri: lo schema a parametri concentrati è il seguente:

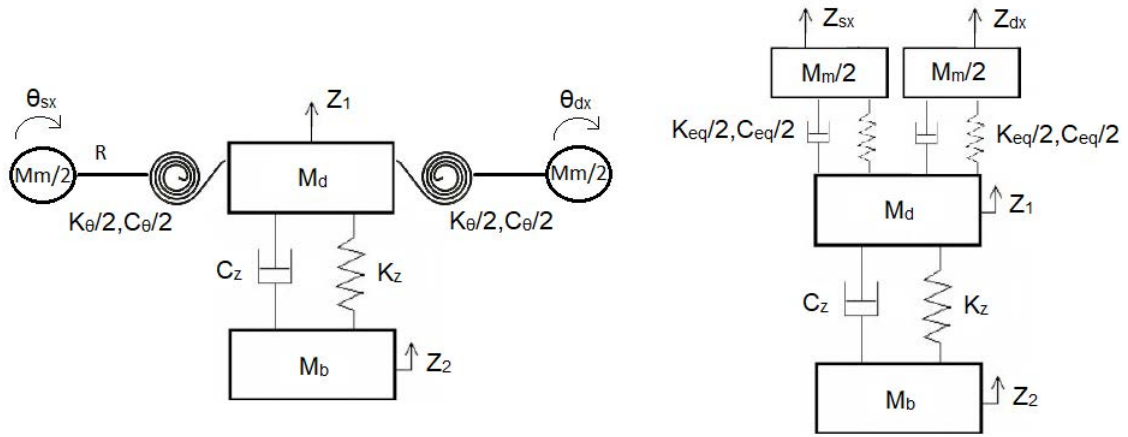


Figura 140: Modello a quattro gradi di libertà.

Si scrivono ora le equazioni del moto:

$$\begin{cases} M_d \ddot{z}_1 = -K_z(z_1 - z_2) - C_z(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - 0.5K_{eq}(2z_1 - z_{sx} - z_{dx}) - 0.5C_{eq}(2\dot{z}_1 - \dot{z}_{sx} - \dot{z}_{dx}) \\ M_b \ddot{z}_2 = -K_z(z_2 - z_1) - C_z(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ 0.5M_m \ddot{z}_{sx} = -0.5K_{eq}(z_{sx} - z_1) - 0.5C_{eq}(\dot{z}_{sx} - \dot{z}_1) \\ 0.5M_m \ddot{z}_{dx} = -0.5K_{eq}(z_{dx} - z_1) - 0.5C_{eq}(\dot{z}_{dx} - \dot{z}_1) \end{cases}$$

da cui si ricavano le matrici:

$$M = \begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5M_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5M_m \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} (K_z + K_{eq}) & -K_z & -0.5K_{eq} & -0.5K_{eq} \\ -K_z & K_z & 0 & 0 \\ -0.5K_{eq} & 0 & 0.5K_{eq} & 0 \\ -0.5K_{eq} & 0 & 0 & 0.5K_{eq} \end{bmatrix}$$

Da queste è possibile risolvere il problema agli autovalori, studiando le vibrazioni non smorzate, per la ricerca delle frequenze naturali del sistema, risolvendo:

$$\det[K - (\omega_n)^2 M] = 0$$

si ottengono le frequenze naturali, relative alla seguente matrice di autovettori:

$$f_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 19.28 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 38.37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 46.26 \end{bmatrix} \quad AVett = \begin{bmatrix} 0.3771 & 0.2410 & 0.0000 & -0.3159 \\ 0.3771 & -0.5338 & 0.0000 & 0.0429 \\ 0.3771 & 0.3225 & -0.8550 & 0.6963 \\ 0.3771 & 0.3225 & 0.8550 & 0.6963 \end{bmatrix}$$

Ciò che emerge di nuovo è relativo alla terza colonna della matrice modale: alla frequenza di 38.37 Hz , il motore destro e sinistro traslano in opposizione di fase mentre batteria e struttura son ferme. Il risultato potrebbe far riferimento alla rigidità flessionale del braccio, visto che il cedimento del vincolo è già riferito alla frequenza di 46 Hz , e l'analisi modale condotta sul singolo sottosistema braccio e motore aveva portato all'individuazione di un modo simile a 33.33 Hz .

Concludendo, si è anche studiato un modello a 10 gradi di libertà in cui ogni motore è indipendente: non sono però emersi risultati ulteriori rispetto al modello a 4 gdl, soprattutto non si è riscontrato, tra le dieci colonne degli autovettori, un modo riconducibile alla frequenza di 10 Hz ricavato dall'analisi modale.

Visto inoltre che dall'analisi sperimentale a 66 punti non si è riscontrato nessun modo intorno ai 30 Hz , si è deciso di proseguire, nella tesi, con il modello a 3 gradi di libertà per le prime simulazioni.

10 Bibliografia

1. <https://www.amazon.com/Amazon-Prime-Air/b?ie=UTF8&node=8037720011>
2. Hossein Bonyan Khamseh, Farrokh Janabi-Sharifi, Abdelkader Abdessameud, "Aerial manipulation—A literature survey", Department of Mechanical and Industrial Engineering, Ryerson University, Toronto, Canada, School of Science, Engineering, and Technology, Pennsylvania State University at Harrisburg, PA, USA; Robotics and Autonomous Systems, journal homepage: www.elsevier.com/locate/robot
3. Xilun DING, Pin GUO, Kun XU, Yushu YU, "A review of aerial manipulation of small-scale rotorcraft unmanned robotic systems", Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100083, China, Department of Mechanics and Maritime Sciences, Chalmers University of Technology, Gothenburg 41296, Sweden; Chinese Journal of Aeronautics, www.sciencedirect.com
4. Zhenming Li, Mingjie Lao, Swee King Phang, Mohamed Redhwan Abdul Hamid, Kok Zuea Tang, Feng Lin, "Development and Design Methodology of an Anti-Vibration System on Micro-UAVs", Mechanical Engineering, National University of Singapore, Temasek Laboratories, National University of Singapore, Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, International Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (IMAV) 2017
5. Stanisław Radkowski, Przemysław Szulim, "Analysis of vibration of rotors in unmanned aircraft", Faculty of Automotive, Warsaw University of Technology Warsaw, Poland, ©2014 IEEE
6. J.Verbeke, S.Debruyne, "Vibration analysis of a UAV multicopter frame", KU Leuven, Faculty of Engineering Technology Zeedijk 101, B-8400, Oostende, Belgium, ReserchGate, Conference Paper, September 2016
7. David Asatryan, Samvel Hovsepyan, "VISION-BASED APPROACH TO UAV VIBRATION ANALYSIS", Center for Critical Technologies of Russian-Armenian (Slavonic) University, International Journal "Information Theories and Applications", Vol. 24, Number 4, © 2017
8. G. Nicolás Marichal Plasencia, María Tomás Rodríguez, Salvador Castillo Rivera, Ángela Hernández López, "Modelling and Analysis of Vibrations in a UAV Helicopter with a Vision System", 1 Departamento de Ing. de Sistemas y Automática, Arquitectura y Tecnología de Computadoras, Universidad de La Laguna, La Laguna, Tenerife, Spain, The Engineering and Mathematics Department, City University, London, United Kingdom, International Journal of Advanced Robotic Systems, Accepted 27 Aug 2012
9. S1000 Product Release Notes, Date: February 24, 2014, S1000 User Manual Version: 1.00, S1000 ESC Firmware Version: 3.6
10. Spreading Wings S1000 User Manual, version 1.10, November 2014

11. Manuale di volo, SAPR S1X 2015/002
12. https://www.dji.com/it/spreading-wings-s1000?site=brandsite&from=insite_search
13. Markus Mikkelsen, "Development, Modelling and Control of a Multicopter Vehicle", Master's Thesis in Electronic Engineering (Specialization in Robotics and Control), 2015-09-24, Umeå University
14. P.Mazzoldi, M.Nigro, C.Voci, "Elementi di Fisica", EdiSES, seconda edizione
15. Robert Niemiec, Farhan Gandhi, "A Comparison Between Quadrotor Flight Configurations", Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, USA, Presented at the 42nd European Rotorcraft Forum, Lille, France, September 5–8, 2016.
16. Gaetano Moronese, "RELIABILITY BASED DESIGN OPTIMIZATION OF A NACA 0012 AIRFOIL SUBJECTED TO RANDOM GUSTS", Università degli Studi di Padova, Scuola di Ingegneria, Dipartimento di Ingegneria Industriale, Corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale, Anno accademico 2014-2015, Relatore: Prof. Ugo Galvanetto
17. Alberto Doria, "Analisi modale sperimentale", Università degli Studi di Padova, Scuola di Ingegneria, Dipartimento di Ingegneria Industriale.