Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”
Corso di Laurea Triennale in Fisica

Simmetria e asimmetria nel mondo della natura

Relatore:
Prof. Giulio Peruzzi

Laureanda:
Marta Morico
Matricola 1047261

Anno Accademico 2015-2016

Indice

Capitolo 1

Introduzione

Il concetto di simmetria ha avuto origine fin dai tempi più antichi: è infatti noto che già per gli antichi Greci costituiva un elemento fondamentale nelle principali disquisizioni filosofico-matematiche tra gli intellettuali di allora. Il primo ambito in cui si può notare questo concetto è l'architettura e da qui si può capire che non è stato solo un tema greco, ma tutte le maggiori civiltà succedute hanno ricercato la simmetria: dai Romani con il Colosseo, fino agli Arabi con tutte le loro strutture. Insomma, la simmetria ha da sempre affascinato l'uomo, il quale si è accostato allo studio dei fenomeni della natura, spinto dalla curiosità nata dalla presenza di simmetria. Nessun campo è escluso: tutto, l'intero Universo, la fisica dell'infinitamente grande, fino a quella dell'infinitamente piccolo, è pervaso dalla simmetria. Essa, tuttavia, acquisisce diversi significati in relazione alle epoche e alle teorie esistenti: come si spiegherà chiaramente nel primo capitolo, esistono fondamentalmente due simmetrie, date le due diverse accezioni che il termine acquisisce per gli antichi o per i moderni. Proseguendo con l'analisi di tale concetto, si parlerà di "invarianza rispetto ad un gruppo di trasformazioni"[1] con la conseguente definizione generica di simmetria nella scienza. La simmetria inoltre ha assunto un'importante funzione nelle espressioni matematiche tra quantità fisiche (leggi della natura). Verrà chiarito in questo ambito il concetto di gruppo, ossia un insieme che soddisfa determinate proprietà e, successivamente, si analizzerà la connessione tra la simmetria e i principi di conservazione: in particolare, verranno spiegate con opportuni esempi la conservazione dell'energia, del momento angolare e della quantità di moto, i tre principi fondamentali della fisica. I più clamorosi successi nella scoperta di nuove particelle nel secolo scorso si sono avuti, tuttavia, dall'apparente violazione dei principi appena delineati: fu così che negli anni Trenta del Novecento, analizzando un processo di decadimento, Pauli scoprì il neutrino. Sarà inserita a questo punto la figura di Emmy Noether, una delle donne più influenti nella storia della scienza e, dopo un excursus riguardante il formalismo matematico utilizzato, verranno esplicitati i suoi teoremi: se un sistema è invariante per una certa trasformazione, allora avrà una corrispondente quantità conservata.

[1] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, febbraio 2001, p.3.

Nella seconda parte di questa tesi si approfondirà il concetto di simmetria, collegato in questo caso al concetto di "indifferenza tra alternative equivalenti" e si esaminerà il principio di ragion sufficiente e l'analogo principio di Curie. Verranno poi esplicitate le tre trasformazioni per cui le particelle presentano proprietà di invarianza, ossia la parità, l'inversione temporale e la coniugazione di carica e verranno analizzati, invece, i casi in cui si osserva la loro violazione (per la parità, ad esempio, sarà citato l'esperimento di Madame Wu). Inoltre, sarà esaminato storicamente il percorso che ha portato gli scienziati a scoprire la violazione delle simmetrie combinate di parità e carica, ma l'inviolabilità della composizione di parità, inversione temporale e carica (CPT). I fenomeni più sorprendenti e interessanti sono stati, poi, spiegati tramite il concetto di rottura di simmetria: in particolare, verrà esaminato l'esempio proveniente dalla biologia, cioè al fatto che alla base dell'origine delle tigri vi sia un meccanismo di rottura di simmetria. Proseguendo, sarà riportato a grandi linee il meccanismo di Higgs, responsabile della rottura di simmetria dell'interazione elettrodebole. Maggiori dettagli a riguardo richiederebbero una conoscenza di base più ampia. Nell'ultimo capitolo, invece, verrà analizzata la simmetria nelle molecole esaminando inizialmente il concetto di chiralità e apportando esempi di molecole biologiche come il DNA e le proteine. Verrà osservato il concetto di simmetria nei processi di riproduzione cellulare (mitosi), scoprendo che la presenza di simmetria nel fuso mitotico, controllata da specifiche proteine, è di importanza vitale per le cellule stesse: molte patologie come il cancro si originano proprio dalla mancanza di simmetria al momento della divisione cellulare. Infine, verrà considerata la simmetria nei cristalli, esplicitando la loro struttura cristallina, le proprietà di invarianza e i corrispettivi elementi (assi di rotazione, di inversione, di rotoriflessione, ecc). In particolare, a titolo di esempio, verrà delineata la struttura cristallina dei cristalli di ghiaccio che si sviluppano da una struttura esagonale iniziale e poi, a seconda delle condizioni ambientali in cui si trovano, assumono le forme più svariate. Si potrebbe parlare di simmetria infinitamente, poiché è un concetto che ha trovato moltissimi impieghi in tutti i campi. L'ambito propriamente scientifico rappresenta, comunque, quello più interessante e affascinante: a tutti è capitato di provare stupore di fronte al fenomeno fisico di un fiocco di neve! In questa tesi si sono scelti gli ambiti più curiosi basati sul concetto di simmetria: l'esempio della tigre, oppure del fuso della mitosi nella riproduzione cellulare sono originali, nel senso che nessuno si immaginerebbe un animale o qualche patologia essere il prodotto di una rottura di simmetria.

Capitolo 2

Definizioni e primi elementi

2.1 La simmetria nell'antichità

2.1.1 Significato di simmetria e diversa notazione tra antichi e moderni

Esistono diversi significati della parola 'simmetria'a seconda dell'ambito in cui essa viene utilizzata. La definizione usuale nei vocabolari è affine a quella matematica, ossia, la simmetria viene definita come l'operazione matematica che sposta un oggetto lasciandone invariata la forma. In questo senso, la simmetria è un'isometria, cioè un "movimento" rigido che preserva le lunghezze dei segmenti, la misura degli angoli e delle aree. Dati quindi due punti A e B che costituiscono il segmento AB ad esempio, attraverso una mappa tra due spazi metrici, euclidei, (definizione matematica di isometria), si arriva al segmento $A'B'$ la cui misura risulta essere la stessa di quella del segmento di partenza. Si può quindi ottenere un'infinità di segmenti congruenti operando delle traslazioni, delle rotazioni o delle riflessioni, che sono i tre tipi di isometria.
Fin dai tempi più antichi, la simmetria è stata oggetto di stupore prima, e di studio poi. E' un concetto noto ancora ai Greci che, nella progettazione e costruzione dei loro monumenti, hanno ricercato la simmetria in ogni particolare giunto fino al giorno d'oggi.
D'altra parte, il termine simmetria ha derivazione greca: si compone delle due parole "syn" e "metron" il cui significato è "con misura". La simmetria si trova correlata quindi con le nozioni di "proporzione" e di "armonia" e quindi di bellezza.
L'interesse per la simmetria raggiunse, in seguito, i Romani: Vitruvio nel *De Architectura*, trattato di architettura datato 27 a.C., sottolinea che solo dalla simmetria, intesa nel senso degli antichi, un'opera architettonica può essere definita bella, e questo principio rimase più o meno immutato fino a tutto il Rinascimento.

Ciò che sta scritto nel testo vitruviano è quanto segue:
La simmetria nasce dalla proporzione che consiste nella commisurabilità delle singole parti di tutta l'opera...Nessun tempio potrebbe avere una razionale proget-

tazione senza simmetria e senza proporzione.[1]
Le parole di Vitruvio riassumono chiaramente il significato che gli antichi attribuivano alla simmetria. La commensurabilità è la traduzione matematica del concetto di *commisurazione*, e due termini possono dirsi tra loro commensurabili se sono multipli interi di un'uguale misura precedentemente stabilita. Hanno quindi un sottomultiplo comune e questo rappresenta il significato di simmetria presente anche nella Prefazione del X libro degli *Elementi* di Euclide. Egli spiega infatti che

> "commensurabili si chiamano le grandezze che sono misurate da una stessa misura, incommensurabili quelle grandezze delle quali non si trova alcuna misura comune"[2].

Si può dedurre che nella definizione che attribuivano gli antichi al termine *simmetria* è insito il concetto di *rapporto numerico* tra le parti (proporzione). Proprio questo concetto permetteva di spiegare per esempio, attraverso dei miti (come nel *Timeo*), sia la costituzione di tutte le cose naturali, sia il problema delle origini e del funzionamento del cosmo. L'essere vivente, in particolare, risultava essere "la composizione di parti aggregate insieme considerando precisi rapporti", quindi veniva detto "simmetrico".
Paradigmatico di queste idee è un disegno a matita, il cui soggetto è presente nelle attuali monete: l'*Uomo Vitruviano* di Leonardo da Vinci, dimostrazione del fatto che il corpo umano si può inscrivere nelle figure perfette del cerchio e del quadrato, centrati entrambi nell'ombelico, considerato come il "centro naturale del corpo umano"[3]. Viene messo in risalto l'aspetto di unità delle membra tra loro in relazione da un sistema di rapporti numerici definiti, così come avveniva nella scultura classica che obbediva al "canone policleteo": l'imponenza dell'opera derivava, per l'appunto, da un accordo armonico tra le parti. Molti sono stati poi gli artisti che nel Rinascimento hanno riscoperto il mito classico della bellezza riprendendo tutti gli elementi appena delineati. Questo tipo di approccio alla simmetria si ritrova, inizialmente, anche in Claude Perrault, medico e architetto del XVII secolo, fratello del più noto Charles Perrault. Questi precisava che la simmetria consisteva in un "rapporto di ragione di parti proporzionate": il "rapporto di ragione che hanno le grandezze delle parti, le une rispetto alle altre o ognuna rispetto al tutto"[4].
In questo caso, la commisurabilità di cui parlava Vitruvio diventa un rapporto di ragione. Ma Perrault individua anche un'altra nozione di simmetria: essa, infatti, vista come rapporto di ragione si presta ad essere interpretata come un rapporto d'uguaglianza tra parti opposte,

> "il rapporto che le parti destre hanno con le sinistre, le alte con le basse, le frontali con le posteriori e in generale a tutto ciò che può renderle simili"[5].

[1]Citazione riportata da it.wikipedia.org/wiki/Proporzione_(architettura)
[2]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap I, p.17.
[3]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap I, p.21.
[4]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. I, p.22.
[5]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. I, p.14.

Infatti, nell'uso comune la simmetria viene definita come bilaterale: una perfetta uguaglianza tra le parti destre e sinistre (un caso particolare della simmetria di riflessione). Questo tipo di simmetria era già stata individuata da Pascal, il quale con la parola 'simmetria'richiamava ancora una volta le caratteristiche del corpo umano.

Ed è proprio sul rapporto di uguaglianza che si basa la nozione moderna di simmetria. Parti identiche possono essere "scambiate" o "sostituite" grazie all'applicazione di operazioni matematiche quali traslazioni, rotazioni, riflessioni. Queste costituiscono le basi per lo sviluppo del concetto di simmetria da un punto di vista specificamente scientifico. Una relazione di uguaglianza viene istituita tra due elementi se soddisfa le seguenti condizioni[6]

- ogni elemento è uguale a sé stesso;
- se un elemento A è uguale ad un elemento B, allora B è a sua volta uguale ad A;
- se un elemento A è uguale ad un elemento B, B è uguale a C, allora A è uguale a C.

Le proprietà sopra descritte sono note in matematica come proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva e introducono tre diverse operazioni:

- operazione d'identità;
- operazione inversa;
- operazione prodotto.

Come si è detto all'inizio (la definizione iniziale è quella utilizzata tuttora, ossia quella moderna), una figura risulta essere simmetrica se scambiando le singole parti, l'intera rappresentazione rimane inalterata. La simmetria, allora, viene formulata in termini di "invarianza sotto l'azione di trasformazioni" ed è la definizione usata nella scienza. In questo senso, la simmetria può riferirsi alle relazioni di natura matematica che descrivono i fenomeni: essa è fondamentale nelle leggi fisiche o leggi della natura, perché, come si vedrà nei capitoli successivi, ad ogni sistema fisico che contenga delle simmetrie, corrispondono delle quantità conservate, quindi esiste una stretta relazione, una relazione biunivoca si potrebbe dire, tra le leggi di simmetria e quelle di conservazione. La differenza principale tra le due nozioni di simmetria, comunque, sta nel fatto che, mentre per gli antichi le parti sono unite tra loro tramite dei rapporti numerici, per i moderni, sono congiunte attraverso "operazioni di scambio".

[6] E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. III, p.45.

2.1.2 Concetto di gruppo

Il concetto di simmetria che hanno i moderni, a partire soprattutto dalla seconda metà dell'Ottocento, proviene dalla matematica: viene introdotta la definizione di *gruppo* e con esso la teoria dei *gruppi di trasformazioni*.
Un insieme G si dice *gruppo* se su di esso è definita una legge di composizione (moltiplicazione) tale che:

- per ogni g_1 e g_2 appartenenti a G, esiste $g = g_1\ g_2$ appartenente ancora a G;
- la moltiplicazione è associativa $(g_1\ g_2)g_3 = g_1(g_2\ g_3)$;
- esiste un elemento neutro e appartenente a G tale che $eg = ge = g$;
- per ogni g appartenente a G esiste uno ed un solo elemento g^{-1} detto inverso di g tale che $g\ g^{-1} = g^{-1}g = e$.

Le proprietà che fanno, di un insieme di operazioni, un gruppo, sono in parte quelle che definivano una relazione di uguaglianza. La connessione tra l'uguaglianza o equivalenza di una figura con la simmetria diventa con questo formalismo matematico un gruppo di simmetria.
I gruppi di simmetria insomma si possono definire come l'insieme di tutte le simmetrie che mandano una figura in sé stessa.
Ad esempio, un gruppo di trasformazioni che si possono applicare ad una figura sono le rotazioni: si considera un asse di rotazione proprio o semplice, un asse passante per l'oggetto tale per cui una rotazione di 360° intorno a quell'asse fornisce un modello dell'oggetto identico a quello iniziale. Altro gruppo sono le riflessioni (o rotoriflessioni) attorno ad un piano: il piano di riflessione è quello che divide l'oggetto a metà (specchio). L'asse di roto-riflessione è la combinazione di una rotazione attorno ad un asse seguita da una riflessione attraverso un piano rispetto all'asse. Questi sono alcuni dei più semplici esempi di gruppi: per ognuna delle operazioni geometriche descritte è possibile scegliere due elementi la cui composizione rappresenta ancora un elemento plausibile; tre elementi si possono connettere tra loro associativamente; si può trovare un elemento che riproduce l'elemento di partenza (rotazione di angolo zero o 360°), e così via.
Esistono diversi tipi di gruppi di simmetria: ad esempio nei cristalli, in tre dimensioni, se ne contano più di 200!
Le operazioni di simmetria quindi soddisfano le proprietà descritte sopra, perché il prodotto tra due operazioni è ancora una simmetria della figura: infatti, se si prende una stella marina[7], e la si ruota prima di $\frac{2}{5}$ di giro e poi di $\frac{3}{5}$, ciò che ottengo risulta essere uguale a quello che avrei acquisito effettuando direttamente una rotazione di un giro.
Tali manovre si possono dunque applicare sia sugli oggetti più familiari, concreti (come la stella nell'esempio precedente), sia su oggetti più astratti come le leggi

[7] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, p.8.

fisiche. E proprio tramite esse la natura si 'esprime': le leggi della natura sono, appunto, l'alfabeto con cui la natura parla all'uomo; dunque sono quelle che permettono di descrivere, comprendere e prevedere un qualsiasi fenomeno fisico. Sono relazioni (uguaglianze o disuguaglianze) tra grandezze, differenti tra loro, poiché alcune di queste hanno valenza universale, altre sono di "applicabilità limitata", altre riescono a predire l'evoluzione temporale dei sistemi o li descrivono in un determinato istante[8].

2.1.3 Le leggi fisiche: leggi della natura

Le leggi fondamentali sono tutte leggi di "evoluzione", nel senso che ora si precisa: è possibile conoscere lo stato di un sistema in ogni istante, note le condizioni iniziali e pertanto permette di comprendere come evolve il sistema. Queste leggi obbediscono ai principi di simmetria che "indossano" la veste di superleggi. In pratica è come se le leggi fisiche costituissero una società dittatoriale che rispetta indiscutibilmente determinate leggi, le leggi di simmetria. Il celebre fisico Eugene Wigner spiega che

"le simmetrie sono leggi che le leggi di natura devono rispettare"[9]

Quando si applicano i principi di simmetria alle leggi, si ottengono invarianze rispetto a certe trasformazioni effettuate. Oltre alle trasformazioni che già si conoscono e che all'inizio del capitolo erano tipi di isometrie, ne esistono altre: ad esempio le trasformazioni di Lorentz che permettono di cambiare il sistema di riferimento (*principio di relatività*). Prima della "scoperta" delle trasformazioni di Lorentz, però, vi erano le trasformazioni di Galileo che stabilivano come cambiavano le coordinate passando da un sistema di riferimento ad un altro (entrambi inerziali). Due riferimenti, infatti, possono essere diversi per varie ragioni: uno può essere traslato rispetto all'altro, oppure possono avere gli assi in direzioni diverse (rotazioni relative)[10]. Come aveva notato Galileo (trasformazioni galileiane), le leggi della Fisica, e in particolare quelle della meccanica classica, sono covarianti rispetto a traslazioni relative effettuate con velocità rettilinea uniforme. Questa rappresenta una legge sperimentale determinata dallo stesso Galileo e costituisce il principio di relatività galileiano:

in tutti i sistemi di riferimento inerziali in moto rettilineo uniforme le leggi della Fisica hanno la stessa forma.

Egli scrive un commento a proposito:

> A principiare il moto è ben necessario il movente, ma continuando basta di non aver contrasto[11].

[8]V. Barone, *Asimmetrie 19*, "Leggi ed equazioni per tutti i gusti", p.7.

[9]*Asimmetrie 19*,"Leggi ed equazioni per tutti i gusti", p.7.

[10]Bettini A., *Meccanica e termodinamica*, cap.5, Decibel editrice, 1995, Padova.

[11]Citazione data a lezione di Fisica Moderna.

Da un punto di vista sperimentale, Galileo arrivò a tali conclusioni sotto coperta in una nave, affermando che non ci si può accorgere se la nave stia ferma o si stia muovendo uniformemente. Dato quindi un sistema inerziale, ogni altro che si muova rispetto ad esso con moto traslatorio uniforme è pure inerziale.
A fine Ottocento venne elaborata una teoria completa che spiegava i fenomeni elettromagnetici sintetizzandoli in un insieme di equazioni differenziali: le equazioni di Maxwell. La teoria del fisico scozzese prevedeva l'esistenza di onde elettromagnetiche che si propagavano alla velocità della luce nel vuoto, indipendentemente dal moto della sorgente. Per questo, non sembravano essere invarianti per le trasformazioni di Galileo fino ad allora conosciute. Ciò voleva dire che le equazioni di Maxwell assumevano una forma diversa ogniqualvolta si considerasse un diverso sistema di riferimento (nella classe dei sistemi inerziali). Tali considerazioni preoccupavano il mondo fisico, poiché se una legge cambia forma ogni volta, non ha valore generale, ma locale, e non può definirsi *legge*. Non si riescono a prevedere stati in un punto diverso dello spazio in un certo istante e quindi sembra che queste leggi siano "inutili". Fortunatamente, ad opera di molti brillanti fisici, si riuscì a risolvere la questione introducendo un nuovo sistema di trasformazioni che riguardavano persino il tempo (anche nelle trasformazioni galileiane c'è la trasformazione del tempo, $t = t'$, qui spazio e tempo non possono essere più definite autonomamente, come nel caso galileiano). Le trasformazioni di Galileo, infatti, permettevano di passare da un sistema S ad un altro S' in moto con velocità v tramite queste equazioni: (considerando semplicemente la traslazione di S' rispetto ad S con velocità relativa v parallela all'asse delle ascisse)
$x' = x - vt;$
$t' = t.$
In questo caso si può vedere che risulta esserci sia l'invarianza temporale $\Delta t = \Delta t'$, sia l'invarianza delle lunghezze $\Delta x = \Delta x'$. Indipendentemente, Fitzgerald prima e Lorentz successivamente proposero, alla fine dell'Ottocento, per risolvere la non invarianza della teoria di Maxwell, una correzione di un fattore $\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1/2}$ sia sugli intervalli spaziali (contrazione delle distanze poiché $\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma}$), che su quelli temporali (dilatazione dei tempi $\Delta t = \Delta t'\gamma$), giungendo a quest'altra trasformazione nota come la trasformazione di Lorentz: (considerando sempre lungo le ascisse)
$x' = \gamma(x - \beta ct);$
$y' = y;$
$z' = z;$
$ct' = \gamma(ct - \beta x);$
ove $\beta = \frac{v}{c}$ e $\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1/2}$. In questa formulazione quello che risulta invariante è l'intervallo spazio-temporale $s^2 = c^2t^2 - x^2$ (chiamata linea di universo mentre relativi sono sia lo spazio che il tempo).
Come si vedrà nel capitolo successivo agli inizi del Novecento, grazie al contributo di una famosa matematica, si è potuto svelare la funzione delle simmetrie nella natura e agevolare il lavoro del fisico il quale, come sostiene il fisico Vincenzo Barone, grazie a questi enormi passi avanti, "riesce a ottenere informazioni sui

processi utilizzando una matematica più semplice".

Le proprietà di invarianza delle relazioni matematiche assunsero particolare importanza soprattutto in meccanica analitica agli inizi del secolo scorso, quando ci si approcciava alle equazioni del moto con un metodo trasformazionale. Questo consisteva in una procedura che, grazie all'apporto di Hamilton e Jacobi, permise di arrivare all'integrazione completa delle equazioni che caratterizzano il moto[12].
La strategia utilizzata da Jacobi era costituita fondamentalmente dall'individuazione di simmetrie nel sistema e la trasformazione del problema in un altro più semplice con qualche grado di libertà in meno. Questo rappresenta un grande vantaggio: avere meno gradi di libertà significa che si può lavorare con meno parametri liberi e quindi da un punto di vista analitico risulta essere più economico. Ovviamente, risolvere il problema come si suol dire "ridotto" è esattamente equivalente a decifrare il problema iniziale. L'approccio trasformazionale all'inizio veniva utilizzato esclusivamente per trovare la soluzione delle equazioni del moto, ma successivamente divenne una sorta di modello nella descrizione della dinamica in generale. Questo sarà spiegato più dettagliatamente nel capitolo successivo.
Fino ad allora il modo di proseguire era stato il seguente: prima si consideravano le leggi fisiche e poi le simmetrie. Data quindi un'equazione si esaminano le proprietà di simmetria; ma vi può essere un altro metodo di procedere che prevede di esaminare le simmetrie in relazione alle leggi fisiche (ossia il contrario del metodo iniziale). Le proprietà di simmetria non vengono più ad essere scovate nelle equazioni, ma diventano il punto iniziale per giungere all'enunciazione delle leggi. Vengono ad essere in sostanza "postulate". I principi che regolano tali proprietà di simmetria (postulate) sono chiamati principi di invarianza o simmetria[13].
Per la formulazione e lo sviluppo di questi presupposti si dovrà attendere un po' di tempo; il primo principio chiaramente elaborato è dovuto ad Albert Einstein con il suo *principio di relatività* (ristretta) risalente al 1905, il quale afferma che

> *tutte le leggi della fisica sono invarianti per cambiamenti di sistemi di riferimento in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro*

riaffermando ed estendendo, di fatto, il principio di relatività galileiana. I postulati einsteniani valgono per descrivere eventi ad alte energie e a velocità prossime a quelle della luce, ma al limite di basse velocità, si riducono alle leggi della meccanica classica.

[12]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap V, p.77
[13]E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. V, p.80.

Capitolo 3

Conseguenza dell'invarianza delle leggi

3.1 Invarianze e conservazioni

3.1.1 Relazione tra simmetria e principi di conservazione

In base a quanto detto finora, dunque, come per gli oggetti, anche un sistema fisico si dice possedere simmetria se le sue proprietà rimangono invariate dopo le trasformazioni che abbiamo operato in esso.
Esistono vari tipi di simmetrie: alcune vengono dette continue, altre discrete.
Si supponga, ad esempio, di avere un vaso[1]: se esso ha base circolare, cioè è di tipo cilindrico, considerando rotazioni attorno al suo asse, di qualsiasi angolo, la sua forma appare invariata. Questo tipo di simmetrie sono del primo tipo (continue).
Se, invece, il vaso ha base esagonale, esso risulta invariante per rotazioni di 60° o multipli di 60°; se ha base quadrata risulta invariante per rotazioni di 90°, e così via. Quest'altro tipo di simmetrie sono del secondo tipo (discrete).

Solo agli inizi del Novecento si intuì cosa si celava sotto il mistero delle simmetrie con sviluppi matematici - fisici di grande importanza. Sostanzialmente, si scoprì che, *in corrispondenza ad ogni simmetria continua di una legge fisica, c'è una legge di conservazione e un'opportuna quantità che si conserva.* La quantità che si conserva svolge lo stesso ruolo del vaso dell'esempio precedente: non cambia qualsiasi sia la trasformazione che si applica al sistema.
Successivamente si osservò che vale anche il contrario, ossia che se in un sistema fisico vi è qualche legge di conservazione, vuol dire che in quel sistema esiste una simmetria continua. Per 'simmetrie continue', si intendono, inoltre, tutte le trasformazioni di cui abbiamo parlato nei paragrafi precedenti a questo: traslazioni e rotazioni intorno ad un asse.
E', insomma, una relazione biiettiva quella che si stabilisce tra principi di conser-

[1] Masiero A., Pietroni M., *Asimmetrie 11*, "Il mistero della simmetria", pp.4-8.

vazione e simmetrie continue.
La presenza di quantità che si conservano, come è noto, piace molto ai fisici: le leggi di conservazione diventano delle caratteristiche che in qualche modo definiscono il sistema. Il lavoro del fisico di fronte ad un nuovo sistema da studiare parte proprio da qui: le prime domande che si pone è se esistono delle quantità che si mantengono costanti, quali sono e a che simmetrie obbedisce il sistema. Le più grandi leggi di conservazione che si conoscono riguardano le seguenti quantità:

1. l'energia;
2. la quantità di moto;
3. il momento angolare.

Tali tre principi di conservazione derivano dalle successive simmetrie continue, rispettivamente:

1. traslazioni nel tempo;
2. traslazioni nello spazio;
3. rotazioni.

Per le prime è possibile invertire il tempo e l'energia del sistema rimane inalterata; le seconde sono dovute all'omogeneità dello spazio, ossia che non vi sono punti spaziali "privilegiati" e questo implica che il momento (quantità di moto) si conserva. L'invarianza per rotazioni è dovuta all'isotropia dello spazio, cioè là dove non esistono direzioni privilegiate si ha conservazione del momento angolare. Si ricorda la spiegazione di Richard Feynman, celebre fisico, premio Nobel nel 1965, riguardante la legge di conservazione dell'energia. Egli commenta con queste parole[2]:

> "C'è un fatto, o se volete, una legge, che governa i fenomeni naturali sinora noti. Non ci sono eccezioni a questa legge, per quanto ne sappiamo è esatta. La legge si chiama 'conservazione dell'energia', ed è veramente un'idea molto astratta, perché è un principio matematico: dice che c'è una grandezza numerica, che non cambia qualsiasi cosa accada. Non descrive un meccanismo, o qualcosa di concreto: è solo un fatto un po' strano: possiamo calcolare un certo numero, e quando finiamo di osservare la natura che esegue i suoi giochi e ricalcoliamo il numero, troviamo che non è cambiato".

Attraverso i principi di conservazione si è potuto trovare una risposta a domande che riguardavano molti processi fisici. Ad esempio, la conservazione del

[2] R. Feynman, *La fisica di Feynman, Vol. I.*, sito da dove si riporta la citazione: it.wikipedia.org/wiki/Legge_di_conservazione_dell%27energia

momento angolare permette di capire perché i pianeti del Sistema Solare continuano a ruotare su sé stessi: all'origine, secondo la teoria monistica della nascita dei sistemi planetari (Kant, Laplace ...), il Sistema Solare era tutto concentrato in una nebulosa primordiale, un'immensa nube di gas in rotazione. Sotto l'azione della forza di gravità ha iniziato a contrarsi e a ruotare più velocemente; la forza centrifuga ha permesso che non tutta la materia si addensasse verso il centro dove si stava formando il Sole, ma si distribuisse formando un disco appiattito. E da questo, poi, si sono creati i planetesimi, corpi della dimensione di qualche km, i quali, scontrandosi e unendosi, diedero vita ai protopianeti.
Nel sistema iniziale, che si può considerare isolato e nel quale quindi il momento delle forze esterne risulta nullo, il momento angolare non può cambiare: i pianeti acquistano una velocità di rotazione a causa del collasso della nube primordiale.

La conservazione della quantità di moto, applicabile solo in sistemi isolati, cioè non soggetti a forze esterne, consente di spiegare altri fenomeni. Un esempio molto semplice e facile da vedere nella pratica, è costituito da un proiettile sparato da un fucile.
Il sistema fucile – proiettile può considerarsi isolato: le forze che agiscono sul proiettile sono solo interne. Poiché inizialmente, sia il proiettile, che il fucile hanno velocità nulla, la quantità di moto totale iniziale è pari a zero. Applicando il principio di conservazione della quantità di moto, anche la quantità di moto finale del sistema deve essere nulla. Indicando quindi con m_p la massa del proiettile, con m_f la massa del fucile, con v_f la velocità del fucile (finale) e con v_p la velocità del proiettile (finale), per il principio di conservazione si scrive: $m_p v_p + m_f v_f = 0$.
Quando il proiettile è stato sparato, la quantità di moto del proiettile deve essere uguale a quella del fucile (in modulo): $m_p v_p = m_f v_f$.
Da questa è possibile ricavare la velocità di rinculo del fucile: $\left|v_f\right| = \left|m_p \frac{v_p}{m_f}\right|$. La velocità del proiettile e quella di rinculo del fucile hanno la stessa direzione (stessa retta di applicazione) ma verso opposto: mentre il proiettile viene sparato in avanti, il fucile "va all'indietro". Un altro esempio a cui si applica questo principio di conservazione è un razzo: in un primo momento la quantità di moto del sistema razzo - gas di scarico è nulla; poi quando decolla, i gas vengono emessi verso il basso con una data velocità, e di conseguenza il razzo si muove verso l'alto con una quantità di moto uguale e opposta a quella dei gas di scarico. In pratica è come se ricevesse una spinta verso l'alto[3].

Infine, per la conservazione dell'energia si può prendere come modello una montagna russa. Si supponga di poter trascurare gli attriti e le resistenze varie (come la resistenza viscosa dell'aria). Un metodo alternativo per risolvere il problema, anziché considerare le equazioni del moto, è quello di ricorrere alla conservazione dell'energia meccanica. Questa matematicamente si esprime come la somma dell'energia cinetica più quella potenziale. Quando si porta un oggetto ad una certa altezza rispetto ad un livello di riferimento, lo si fa acquisire di energia potenzia-

[3]sito consultato: digilander.libero.it/danilo.mauro/temi/impulso1.html

le: se m è la massa dell'oggetto e h l'altezza, l'energia potenziale vale $U = mgh$. Lasciandolo cadere da quell'altezza, esso guadagna energia cinetica (velocità), che aumenta sempre più a mano a mano che il corpo giunge ad altezza minima: l'energia cinetica assume il valore $K = m\frac{v^2}{2}$.
Se la caduta avvenisse in assenza di aria, cioè considerando un sistema totalmente privo di attriti, la perdita di energia potenziale (dovuta al fatto che il corpo scende) è esattamente bilanciata dall'energia cinetica. In questo modo la somma delle due energie rimane costante, ossia si conserva. La conservazione dell'energia, quindi, si applica anch'essa a sistemi isolati, in cui non agiscono forze esterne (come gli attriti, forze di resistenza), ma solo interne.
Tornando all'esempio delle montagne russe, dal principio di conservazione è possibile ricavare anche la velocità che un corpo acquista in un determinato punto ed essa si esprime tramite la seguente relazione: $mgh = mgh' + m\frac{v^2}{2}$ (l'energia meccanica iniziale è uguale all'energia meccanica finale). Al primo membro, vi è l'energia potenziale nel punto più alto raggiunto con velocità nulla; al secondo membro, invece, l'energia potenziale ad un' altezza h' sommata all'energia cinetica. La velocità risulta $v = \sqrt{2g(h-h')}$.

3.2 Nuove particelle dalla non conservazione

Questi principi sono stati così ampiamente confermati in dominii di eventi sempre più estesi – dall'ultragrande all'ultrapiccolo - da essere ritenuti particolarmente saldi e la fiducia in queste leggi è stata ulteriormente rafforzata dal fatto che spesso si è pensato di considerarli violati in alcuni ambiti di fenomeni nuovi, finendo poi per accorgersi che la strada per interpretare le nuove fenomenologie non passava dalla violazione dei principi di conservazione ma necessitava l'introduzione di nuove entità fisiche.
Per esempio, nel 1930 il fisico Wolfgang Pauli stava studiando un processo di decadimento di un nucleo atomico e si accorse che il principio di conservazione dell'energia sembrava essere violata.

3.2.1 Decadimenti β e scoperta del neutrino

I decadimenti β si suddividono in β^+ e β^- e consistono nel decadimento di protoni o neutroni. Ciò che rendeva Pauli perplesso, era che, inizialmente, si pensava che il decadimento β fosse a due corpi, ossia che le reazioni fossero di questi due tipi:

- $n \longrightarrow p + e^-$
- $p \longrightarrow n + e^+$

ove con p si indicano i protoni, con n i neutroni, con e^- gli elettroni e con e^+ i positroni (antiparticelle dell'elettrone). Ma in tale modo l'energia non si conserva: l'energia degli elettroni emessi, infatti, non è monocromatica come accade nei decadimenti α (le particelle α irradiate assumono definite energie, come si intuisce

dagli spettri discreti), ma può assumere diversi valori (spettro continuo), ognuno con una data probabilità. L'elettrone non acquisisce quindi tutta l'energia liberata nel processo. Questo fenomeno apparentemente inspiegabile portò enorme scompiglio nella comunità scientifica proprio per la violazione di uno dei principi cardine della fisica.
Il primo a ipotizzare l'esistenza di una nuova particella, come disperato rimedio alla questione, fu proprio Pauli. Secondo la sua ipotesi, doveva esistere un nuovo ente fisico che lui chiamò *"neutral one"*, (ribattezzata *"neutrino"* da Fermi nel 1933) che aveva il ruolo di "portar via" energia nel decadimento β^{+} e β^{-}, in modo da far "quadrare" tutte le leggi di conservazione. In questo modo, le reazioni diventavano:

- $n \longrightarrow p + e^{-} + \bar{\nu_e}$;
- $p \longrightarrow n + e^{+} + \nu_e$;

ove con ν_e si intende il neutrino elettronico; mentre con $\bar{\nu_e}$ si intende l'antineutrino elettronico. Questa particella doveva avere massa molto piccola, carica nulla e doveva obbedire alla statistica di Fermi-Dirac, cioè essere un fermione (spin semi-intero). Oltre al problema dello spettro continuo di energia nei decadimenti beta, esisteva infatti anche il problema dello *spin-statistica* dei nuclei: negli anni Venti, infatti, si credeva che i nuclei fossero costituiti da protoni ed elettroni[4]; ^{Z}A consisteva di A protoni e $A-Z$ elettroni (per esempio il $^{6}Litio$ aveva sei protoni e tre elettroni; l'$^{14}Azoto$ aveva quattordici protoni e sette elettroni). Secondo questa teoria, i nuclei con Z dispari dovevano essere fermioni, mentre sperimentalmente si osservavano essere dei bosoni[5]. Con il "neutrone" di Pauli la questione veniva risolta, perché i nuclei erano costituiti da Z protoni e $A-Z$ complessi costituiti da protone+elettrone+neutrino (spin totale degli $A-Z$ semi-intero): con A pari si avrebbe avuto spin intero (statistica di Bose-Einstein); quindi il Litio era costituito da $3p+3p+3e+3n_P$ e l'Azoto da $7p+7p+7e+7n_P$. Il neutrino fu osservato per la prima volta nel 1953 dai fisici Fred Reines e Clyde Cowan, premi Nobel per la scoperta del neutrino nel 1995. La preparazione dell'esperimento richiese un grande sforzo sia in termini organizzativi, sia in termini ingegneristici. Il fatto che questa particella fosse elettricamente neutra comportava dei problemi di osservazione, poiché, interagendo con la materia solamente attraverso le interazioni deboli, non lasciava tracce nei rivelatori (come tutte le altre particelle cariche) dovute alla ionizzazione degli atomi. Ci furono quindi molte ipotesi su come allestire un esperimento che permettesse l'individuazione di questa particella e molte idee furono cestinate a causa di problemi tecnici. In particolare, all'inizio si pensava che una buona fonte di neutrini potesse essere l'esplosione di una bomba. Il primo prototipo di esperimento, chiamato *El Monstro*, fu scartato per il volere delle

[4]Negli anni Venti non era stato ancora scoperto il neutrone (Chadwick, 1932).

[5]Ad esempio l'$^{14}_{7}Azoto$ era costituito da 21 particelle di spin semi-intero, dunque risultava appartenente alla statistica di Fermi, ipotesi contraddetta dagli esperimenti di Rasetti F. Sito consultato: prometeo.sif.it:8080/libri/fermi/maiani.pdf

autorità politico-militari, che a inizio anni Cinquanta del secolo scorso, erano particolarmente attratte, invece, dalla costruzione e funzionamento dei reattori a fissione nucleari[6]. Alla fine, l'esperimento che portò al successo fu costruito nel 1953 nella Carolina del Sud, sfruttando un processo proposto da Bruno Pontecorvo, e comprendeva un sofisticato sistema di rivelazione costituito da cisterne di cloruro di *Cadmio* disciolto in acqua che fornivano i protoni necessari per il decadimento e tubi fotomoltiplicatori per la registrazione dei segnali. Era, infatti, noto che quando una particella carica attraversava un liquido, emetteva dei flash luminosi la cui intensità dipendeva dall'energia delle particelle cariche. Questi lampi di luce venivano convertiti in segnali elettrici e opportunamente inviati agli oscilloscopi.
Questo esperimento fu ricordato soprattutto per la minuzia nella preparazione e per l'imponenza stessa della quantità di dati: furono necessari cinque mesi, con più di mille ore di raccolta dati.
Considerazioni sulla massa sono state effettuate negli anni Sessanta solo ipotizzandone il valore: grazie al contributo di molti scienziati tra cui Bruno Pontecorvo, Ziro Maki, Masami Nakagawa e Shoichi Sakata, dalla rivelazione delle oscillazioni si è dedotto che i neutrini hanno massa. Nel 2015, come venne annunciato da Goran Hansson, presidente della Royal Swedish Academy of Sciences, il Premio Nobel per la Fisica è stato assegnato proprio *per la scoperta delle oscillazioni del neutrino che dimostrano che il neutrino abbia una massa*[7].

3.2.2 Emmy Noether: la vita

Come si è accennato già in precedenza, la protagonista che formalizzò in termini matematici la stretta interdipendenza tra simmetrie continue di un sistema e leggi di conservazione con dei veri e propri teoremi fu Emmy Noether. Il suo contributo rappresenta un notevole passo nella comprensione della natura, trovando applicazioni in vari campi della fisica (elettrodinamica, relatività, ecc).

La sua importanza e notorietà raggiunse livelli così elevati che persino nel necrologio del New York Times datato 3 maggio 1935, Albert Einstein scriveva: "Secondo il giudizio dei più competenti matematici contemporanei Fraulen Noether è stata il genio matematico più importante da quando le donne hanno avuto accesso all'istruzione superiore"[8]. Figlia di un noto matematico del tempo e professore universitario, Max Noether (Mannheim, 1844 – Erlangen, 1921), Amalie Emmy Noether nacque il 23 marzo 1882 nella città bavarese di Erlangen (la stessa che diede i natali al fisico Georg Simon Ohm). Inizialmente la sua vita sembra seguire i canoni tradizionali dell'educazione delle ragazze di buona famiglia di quell'epoca: la cura della casa, lo studio delle lingue, ecc. La madre, Ida Amalia Kaufmann (Cologne, 1852 – Erlangen, 1915), di origini ebree, le trasmise una grande passione

[6] Un reattore nucleare era in grado di fornire un flusso enorme di neutrini: 10^{10} neutrini al secondo per ogni *gigawatt* di potenza termica!

[7] Il premio Nobel nel 2015 fu assegnato ai fisici McDonald e Kajita. Sito consultato: www.wired.it/scienza/lab/2015/10/06/kajita-mcdonald-nobel-fisica-oscillazioni-neutrino/

[8] S. Bergia, *Asimmetrie 11*, "Emmy Noether, simmetrie e leggi di conservazione".

per la musica, insegnandole a suonare il piano. In giovane età, Emmy non mostrava all'apparenza caratteri d'eccezionalità: era miope, piuttosto robusta, un pò disordinata nell'abbigliamento. Come è noto, "l'abito non fa il monaco": infatti, tutti, insegnanti e compagni, sapevano che fosse intelligente, amichevole e molto simpatica. Un aneddoto racconta che ad una festa tra bambini riuscì a risolvere prima di tutti un problema di matematica. Molto dedita all'apprendimento, nel 1900 superò a pieni voti l'esame di stato per l'insegnamento delle lingue, anche se le sue spiccate doti matematiche la portarono a seguire le orme del padre. Nonostante fosse l'unica donna della facoltà, intraprese gli studi di matematica, laureandosi summa cum laude nel 1907, seguita dal "re della teoria degli invarianti" Paul Gordan (Breslavia, 1837 – Erlangen, 1912). Iniziò il suo impiego nella stessa università senza alcuna retribuzione per i sette anni successivi: l'accesso alle donne agli organismi universitari era considerato come qualcosa di dannoso per l'influsso umano e morale. Tuttavia fu proprio in quegli anni che ebbe la possibilità di sviluppare il suo linguaggio matematico, passando dallo "stile algoritmico" tipico di Gordan a quello più "assiomatico" di Hilbert, accreditato, allora, il più grande matematico dopo la morte di Poincarè: lavorò con lo stesso Einstein per completare la teoria della relatività generale (è stata difatti documentata una fitta corrispondenza epistolare tra i due, nella quale si comunicavano i risultati, giungendo nel 1915 alla versione definitiva della teoria[9]). Fu proprio il 1915 l'anno di svolta per la Noether: le sue numerose pubblicazioni sulla teoria degli invarianti ("uno dei più potenti strumenti dell'analisi", come sostenuto da Hilbert) avevano attirato l'attenzione del matematico degli spazi hilbertiani, il quale la invitò all'università di Gottingen, cuore della vita scientifica tedesca. Dimostrato nel 1915 e pubblicato tre anni più tardi il teorema di Noether risolveva il dilemma della conservazione locale dell'energia che derivava dalle proprietà di invarianza o simmetria del sistema considerato. Il lavoro presentato era talmente ben costruito che lo stesso Einstein in una lettera ad Hilbert nel maggio del 1918 "si impressiona sul fatto che qualcuno riesca a comprendere questioni di questo tipo da un punto di vista così generale"[10]. Il teorema, in generale, si riferiva a tutte le leggi di conservazione presenti in fisica: non solo quindi all'energia, ma anche al momento angolare e alla quantità di moto. Sebbene nessuno avesse alcun dubbio sulla statura intellettuale e fama della Noether, anche in questa università, a causa dei pregiudizi sul sesso femminile, non le venne subito data la possibilità di una cattedra per l'insegnamento nonostante il titolo di Privatdozent (libero docente): non era infatti ammesso dai membri delle frange più reazionarie e conservatrici che una donna occupasse un posto nel senato accademico. Nonostante queste vicissitudini, alla fine riuscì ad avere una cattedra, grazie in particolare al sostegno di Hilbert. Venne poi espulsa dalla Germania nel 1932 con l'avvento del governo nazista a causa delle sue origini ebree e si rifugiò negli Stati Uniti subendo la stessa sorte di molte menti celebri. Morì a Bryn Mawr

[9]La Noether, insieme al matematico Levi-civita, inoltre, dettero modo ad Einstein di approfondire gli strumenti matematici per arrivare alla nuova teoria della gravitazione.

[10]Sito consultato: www.galileonet.it/2002/01/genio-matematico-e-trasandato/

(Pennsylvania) il 14 aprile 1935. Per l'importanza che le viene attribuita in ambito scientifico, in accordo all'opinione di Einstein riportata all'inizio, viene definita anche dal topologo russo Pavel Aleksandrov *il più grande matematico donna di tutti i tempi*[11].

3.2.3 I teoremi

La ricerca di un enunciato o teorema che verificasse la conservazione dell'energia meccanica e della quantità di moto ha origine ben prima della Noether: si fa risalire all'incirca al 1600 con Cartesio, filosofo e matematico francese. Nella sua opera *Principia philosophiae* (1644) afferma la conservazione della quantità di moto, grandezza espressa da lui come la massa moltiplicata per la velocità di un corpo e, in base all'educazione gesuita ricevuta le attribuiva un'origine divina[12]. Cartesio, dunque, pensava che ogni fenomeno fosse controllato da leggi e che l'uomo stesso fosse regolato da tali leggi, in antitesi alla visione aristotelica. Secondo il principio di Cartesio, quindi, la quantità di moto che un sistema possedeva all'inizio doveva essere uguale alla quantità di moto finale $(mv)_1 = (mv)_2$. Tale legge presentava due difetti[13]

1. non riusciva a prevedere il risultato della velocità negli urti;

2. la velocità era una grandezza scalare, mentre dalla pratica si intuiva che vi dovesse essere una dipendenza dalle direzioni del moto degli oggetti.

La conservazione delle forze vive risolverà il primo problema, note la massa e la velocità iniziale. Successivamente a Cartesio, Huygens, nel 1667 dimostra la conservazione di mv^2 negli urti elastici[14]. In questa legge la velocità acquista un significato vettoriale, risolvendo, di fatto, il secondo problema.
Venne poi Leibniz: egli pensava come Cartesio che vi fosse in natura un principio di conservazione ma che, diversamente dalla visione cartesiana, non corrispondesse alla quantità di moto, quanto ad una forza presente nei corpi, chiamata *vis viva*, pari a mv^2, similmente a Huygens. Per Leibniz il concetto di forza coincide quindi con l'attuale energia cinetica, considerandola, però, come un principio vitalistico, inerente alla materia.
Già nel 1700 con la nascita della meccanica lagrangiana e in seguito con la formulazione hamiltoniana nel 1800, si formalizza e si tenta di risolvere analiticamente il legame tra proprietà di invarianza per trasformazione e conservazione di grandezze. La soluzione arriva, però, con Emmy Noether nel 1918.
A differenza del formalismo lagrangiano che utilizza le coordinate generalizzate di posizione e velocità, quello hamiltoniano si basa sull'utilizzo di un diverso sistema

[11] Per la frase il sito consultato è it.wikipedia.org/wiki/Emmy_Noether#Riconoscimenti
[12] In pratica era Dio che permetteva la conservazione della quantità di moto.
[13] Sito consultato: ppp.unipv.it/PagesIT/StoriaScienza/PDF/vis%20viva.pdf
[14] Huygens assumeva una delle due velocità iniziali nulla.

di coordinate, chiamate in tal caso canoniche, corrispondenti a posizione e impulso. Nel caso particolarmente importante di sistema dinamico con vincoli indipendenti dal tempo l'energia del sistema meccanico è la somma dell'energia cinetica più quella potenziale ($H = T + V$). E' possibile il passaggio dalla formulazione lagrangiana a quella hamiltoniana, quindi, ponendo la nuova coordinata *momento* pari alla derivata parziale rispetto alla velocità generalizzata della Lagrangiana L di cui si parlerà più nello specifico in seguito; mentre l'Hamiltoniana è legata alla Lagrangiana da questa relazione:

$$H = \sum \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L = \sum \dot{q}_i p_i - L \tag{3.1}$$

Dall'energia, che rappresenta l'Hamiltoniana del sistema, si possono ricavare le equazioni di Hamilton, ovvero un sistema di 2n equazioni, cioè la riscrittura delle equazioni di Eulero-Lagrange con il formalismo hamiltoniano. In simboli:

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \tag{3.2}$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \tag{3.3}$$

La meccanica hamiltoniana è la base del formalismo della meccanica quantistica e della meccanica statistica. In particolare, nell'espressione quantistica, l'hamiltoniana diventa un operatore (grandezza del sistema) al quale si fa corrispondere appunto l'energia.

Oltre a ciò, riprendendo il formalismo propriamente lagrangiano, un sistema meccanico è caratterizzato da una funzione chiamata Lagrangiana L, esprimibile come la differenza tra l'energia cinetica (dovuta al movimento) e l'energia potenziale (dovuta alla sua posizione), dunque $L = T - V$. Tramite questa funzione possiamo descrivere il moto del sistema con le equazioni di Eulero-Lagrange, ossia equazioni che permettono di descrivere la dinamica dell'oggetto. In simboli le equazioni di Eulero-Lagrange si scrivono:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0 \tag{3.4}$$

in cui il primo termine è la derivata parziale di L rispetto alla coordinata spaziale e il secondo è la derivata temporale della derivata parziale di L rispetto alla velocità.

Si definisce, poi, azione, una funzione differenziabile consistente nell'integrale nel tempo di L. Dunque, l'azione si rappresenta in questo modo:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t)\, dt \tag{3.5}$$

Il concetto di azione è stato introdotto inizialmente da Maupertuis nel 1746 per sistemi con vincoli indipendenti dal tempo[15], intendendo l'integrale nel tempo del-

[15] Storia del concetto azione: it.wikipedia.org/wiki/Azione_(fisica)#Storia

l'energia cinetica T, chiamato *azione ridotta*. Noto è poi il suo principio che afferma che lungo una traiettoria seguita dal sistema tale funzionale (azione ridotta) è stazionario.

Il generatore infinitesimo (ξ) è un vettore tangente in un punto all'azione (derivata di una curva in quel punto). Matematicamente, il generatore infinitesimo si esprime come la derivata parziale rispetto al parametro λ dell'azione. L'ultimo concetto su cui è bene focalizzarsi per capire il teorema è quello di integrale primo: esso è una funzione differenziabile che rimane costante lungo le soluzioni del problema (la sua derivata temporale è nulla). Introdotto un campo vettoriale X, una funzione f è un integrale primo se e solo se la derivata di Lie di f associata al campo vettoriale è nulla, cioè $L_X f = 0$. Questo rappresenta uno dei modi pratici e immediati per capire se una funzione è un integrale primo e il calcolo di questa derivata è dato dal prodotto scalare tra il campo vettoriale e il gradiente della funzione[16].

Tutte queste definizioni appena delineate sono concetti inclusi nel teorema di Noether il cui enunciato afferma:

> *Se la Lagrangiana è invariante sotto l'azione S, allora le equazioni di Lagrange per L hanno l'integrale primo dato dal prodotto tra un generatore infinitesimo dell'azione e il momento coniugato.*

Con la notazione matematica:

$$I(q, \dot{q}) = \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \xi(q)^{17} \tag{3.6}$$

L'integrale primo, di per sé, esplica la conservazione della determinata quantità di cui è funzione[18].

In termini matematici, quindi, l'invarianza sotto una certa azione di un sistema implica che vi sia un integrale primo. Da qui segue che "se il generatore infinitesimo è non nullo in un punto, allora esisterà un intorno di quel punto in cui vi è una coordinata ignorabile o ciclica, ossia una coordinata che non compare nella Lagrangiana, tranne che per la sua derivata temporale"[19]. La Lagrangiana quindi risulta indipendente da quella coordinata (ad esempio q): la derivata parziale della Lagrangiana rispetto a q è nulla; l'equazione di Eulero-Lagrange ha solo il termine legato alla derivata temporale (3.4) posto uguale a zero.

Questo implica che il momento coniugato, definito all'inizio come la derivata parziale rispetto alla velocità generalizzata di L, è una quantità conservata. Alla luce del teorema di Noether, questa grandezza rappresenta pertanto un integrale primo. Ad ogni coordinata ciclica corrisponde un integrale primo del moto: la

[16] F. Fassò, *Istituzioni di Fisica Matematica*, cap.1, p.61.

[17] Il primo termine della sommatoria indica il momento, mentre il secondo il generatore infinitesimo.

[18] L'integrale primo è la proiezione del vettore dei momenti coniugati nella direzione del generatore infinitesimo.

[19] F. Fassò, *Istituzioni di Fisica Matematica*, cap. 5, pp.281-295.

presenza di coordinate ignorabili in una lagrangiana è particolarmente utile. Il vantaggio è il seguente: la conservazione del momento coniugato alla coordinata ignorabile permette di abbassare di un'unità l'ordine delle equazioni di Lagrange. Operativamente, a partire da un problema con n gradi di libertà, riconoscendo una coordinata ciclica, ci si può ridurre a considerare lo stesso problema con $n-1$ gradi di libertà. Questo procedimento è noto come riduzione alla Routh, matematico inglese ottocentesco, collega e coetaneo di Maxwell, metodo efficace di integrazione di molti problemi. E' possibile, infatti, da qui ricavare una Lagrangiana ridotta e studiare il problema semplificato.

Se poi una Lagrangiana ha più di una coordinata ignorabile, allora il processo di riduzione può essere eseguito rispetto a ciascuna di esse. Così, se vi sono k coordinate ignorabili, si ottiene una Lagrangiana ridotta con $n-k$ gradi di libertà.

Finora si è descritto il teorema di Noether utilizzando proposizioni, concetti e definizioni in termini strettamente derivanti dalla fisica-matematica. Come si diceva in precedenza, però, il teorema di Noether trova moltissime applicazioni in numerosi campi. In fisica moderna, ad esempio, si volge particolare attenzione alle invarianze di gauge, particolari proprietà di invarianza riguardanti il campo elettrico (E) e magnetico (B). Dati un potenziale scalare Φ (funzione scalare) e un potenziale vettore A, il campo elettrico risulta $E = -\nabla\Phi - \frac{\partial}{\partial t}A$. Il campo magnetico, invece, è il rotore del potenziale vettore ($\nabla x A$). Questi due campi sono invarianti per le trasformazioni di gauge: sostituendo Φ con $\Phi' = \Phi + \frac{\partial}{\partial t}\Lambda$ e A con $A' = A - \nabla\Lambda$ con Λ funzione scalare, si ottengono le stesse espressioni iniziali. Il fatto che il campo elettrico e magnetico si possano esprimere con lo stesso potenziale vettore A, suggerì che non fossero due entità distinte, ma fossero in qualche modo legate: questo portò, in seguito, all'unificazione profonda a livello matematico dei due campi, attraverso un ente matematico (un tensore, cioè una matrice a 16 componenti) antisimmetrico chiamato tensore elettromagnetico.

L'invarianza di gauge porta alla conservazione della carica elettrica, ossia al fatto che $\frac{d}{dt}Q(t) = 0$. Considerando, quindi, un gruppo di trasformazioni ad un parametro α che riguardano il tempo, per particelle non relativistiche il teorema di Noether afferma che

> *se per ogni intervallo temporale [t_1,t_2] l'azione $I[q]$ è lasciata invariata dalla trasformazione $t \longrightarrow t'(\alpha)$ differenziabile in α, allora se valgono le equazioni di Eulero - Lagrange la carica di Noether Q(t) si conserva.*

La legge di conservazione della carica elettrica è l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) \tag{3.7}$$

dove la densità di corrente elettrica $J = \rho u$ con u la velocità e ρ la densità di carica.

Capitolo 4

Applicazioni alla fisica

4.1 La simmetria nella storia

Ai tempi di Aristotele, il concetto di simmetria era associato a quello di indifferenza. Fu un argomento molto discusso tra i maggiori filosofi-matematici del tempo. I maggiori che si ricordano sono Archimede, Anassimandro e Buridano. In età più recente, ad inizio Settecento, persino Voltaire fu ispirato in alcune sue composizioni (come poesie) da questo argomento, citando esempi introdotti dagli stessi filosofi appena citati.
In particolar modo, è noto il paradosso dell'asino posto da Giovanni Buridano, logico e filosofo francese attivo nella prima metà del 1300[1]. Secondo la sua argomentazione, l'asino che viene posto tra due mucchi di fieno esattamente uguali e alla stessa distanza (simmetrici rispetto all'animale) non sa scegliere quale dei due mangiare, non avendo alcuna ragione di preferire l'uno dall'altro, e muore di fame.
Un'altra situazione di simmetria che comporta assenza di movimento come lo era stato per l'asino, è costituita dalla bilancia a bracci uguali, studiata da Archimede. Se alle estremità di una tale bilancia vengono messi due pesi uguali, è possibile notare una situazione di equilibrio: anche in questo caso, non c'è ragione per cui l'ago della bilancia si inclini da una parte piuttosto che da un'altra.
Le stesse riflessioni furono trasmesse al possibile movimento della Terra: secondo Anassimandro, la Terra risulta essere ferma, perché "non c'è motivazione per cui ciò che sta in centro e in relazione uguale con gli estremi si debba muovere in una direzione piuttosto che in un'altra"[2].
Questi tre casi sono esemplari di un principio che dopo Leibniz è stato conosciuto come il *principio di ragion sufficiente*. In base a tale postulato, "nulla accade senza che ci sia una ragione sufficiente perché sia così e non altrimenti"[3]: se non esiste una causa perché accada una cosa piuttosto che un'altra, non succede niente, cioè rimane lo stato di cose presenti all'inizio.

[1] E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap.IV, pp.63-71.
[2] Aristotele, *De Caelo II.*, riportato da E. Castellani in *Simmetria e natura*, cap IV.
[3] E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. IV.

Nella sua opera filosofica *Monadologia*, scritta nel 1714 e pubblicata dopo la sua morte nel 1720, Leibniz spiega *il principio di ragion sufficiente* in questi termini[4]

> "I nostri ragionamenti sono fondati su due grandi principi: quello di contraddizione, per cui ti richiamo falso ciò che implica contraddizione, vero ciò che è opposto al falso, e quello della ragion sufficiente, in virtù del quale giudichiamo impossibile che alcun fatto sia vero od esiste se non v'è ragione sufficiente perché sia così e non altrimenti".

In pratica la situazione di simmetria che comporta indifferenza nelle scelte non dà ragione di movimento, di moto, e quindi se si considera un sistema, questi non ha motivo di scegliere uno stato piuttosto che un altro e rimane, così, fermo.
Gli esempi dell'asino e della bilancia a due bracci uguali sono due casi di simmetria bilaterale, come si era definito, cioè una simmetria destra-sinistra: se si scambia la parte destra con la sinistra il tutto risulta invariato. Le due parti si dicono essere equivalenti. L'equilibrio di un sistema, quindi, dipende innanzitutto dalla presenza di simmetria: la completa equivalenza tra due parti di una figura, ad esempio, causa la sua stabilità e, per il principio di ragion sufficiente, la sua immobilità. L'inesistenza di una ragione di preferire una direzione piuttosto che un'altra è evidente anche nel terzo esempio, quello della Terra. E' evidente in questo caso che il concetto di isotropia ha radici antiche. Oltre all'assenza di direzioni privilegiate, vi è l'assenza di punti dello spazio privilegiati (come si è visto nei primi due esempi). In quest'ottica, quindi, non si spiega perché certi corpi assumono una data posizione, sono situati in un determinato punto. Secondo Leibniz, infatti, per l'omogeneità dello spazio, questi non può essere "qualcosa di esistente", perché se lo fosse, non c'è cagione perché Dio avesse scelto di disporre i corpi preferendo una posizione piuttosto che un'altra. Avrebbe potuto invertire la destra con la sinistra originando un mondo che è il riflesso di quello attuale. Tutte le possibili configurazioni sono probabili allo stesso modo.
Tali considerazioni sono diffuse nella letteratura come 'considerazioni di simmetria'.

Riassumendo, quindi, dato un sistema dotato di simmetria, cioè *indifferenza tra alternative equipollenti*, per il principio di ragion sufficiente, non c'è ragione che tale sistema preferisca uno stato piuttosto che un altro, con la conseguenza che non succede nulla, cioè rimane com'era all'inizio. La simmetria è legata alla stasi, alla quiete, alla permanenza dello stato iniziale e quindi all'equilibrio. Ma questo non implica che le considerazioni di simmetria non si possano attuare in sistemi che sono in moto fin dall'inizio: in sostanza, anche se non comportano ulteriori movimenti, si possono applicare in presenza di movimenti.
Tale trattazione è ben conosciuta come la prima legge della meccanica newtoniana ed è nota come il principio di inerzia:

[4]Per la citazione di Leibniz, sito consultato: it.wikiedia.org/wiki/Principio_di_ragion_sufficiente

> ciascun corpo preserva il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare nel suo stato da forze impresse[5].

Le forze impresse sono le ragioni che rompono lo stato di cose iniziali, l'indifferenza tra le scelte: le forze indirizzano il corpo verso un punto, lo costringono a "sbloccarsi", effettuando una traiettoria, scegliendo dei punti dello spazio. Le variazioni del moto dovute alla presenza di forze indicano che non vi è più una situazione di simmetria: si parla di rottura di simmetria. La terra non cambia la sua posizione (nell'Universo), perché altrimenti verrebbe rotta la sua simmetria sferica, l'ago della bilancia non si può inclinare altrimenti romperebbe la simmetria bilaterale.
Come si è appena detto, le forze sono la ragione del moto: un'asimmetria quindi di un sistema non può originarsi dal nulla, ha appunto una ragione (forza). Verso la fine dell'Ottocento è stato formulato, a partire dalle considerazioni di simmetria appena delineate, un principio di simmetria, meglio noto come *principio di Curie* del 1894[6]. Egli si interessò tra il 1884 e il 1895 alle considerazioni di simmetria studiando particolari proprietà (termiche, elettriche e magnetiche) associate alla struttura dei cristalli e alle loro caratteristiche di simmetria, estendendo in un secondo momento i risultati ai fenomeni fisici in generale.
Curie capì che[7]

- la simmetria di un mezzo fisico non deve superare quella del fenomeno che si verifica in esso; inoltre un certo fenomeno avviene più per l'assenza che per la presenza di elementi di simmetria: "è la dissimetria che crea il fenomeno".
- le simmetrie delle cause si devono ritrovare negli effetti, ma la situazione non è simmetrica, cioè gli effetti possono avere più simmetrie rispetto alle cause.

Questo principio esige che siano osservate alcune condizioni come la "conoscenza della causa completa per un effetto" o la simmetria dei sistemi presi in considerazione. In tal modo il principio permette di stabilire se un fenomeno possa avvenire oppure no attraverso una "regola di selezione": da determinate cause o situazioni iniziali, seguono gli effetti che hanno la stessa simmetria o una simmetria maggiore delle cause. Il principio di Curie si può inoltre interpretare considerando lo stesso principio di ragion sufficiente: non c'è motivazione per cui le simmetrie delle cause non si ritrovino negli effetti, un'asimmetria non nasce dal nulla. Oltre a ciò, vi è una relazione causa-effetto: come sostiene egli stesso, "non esistono cause senza effetti" e viceversa in tutti i fenomeni fisici.

[5] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.*, riportato da E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap.IV, p.66.

[6] Il principio di Curie prende nome dall'autore del postulato Pierre Curie (1859-1903), fisico francese famoso per gli studi sulla radioattività insieme alla moglie Marie e Premio Nobel per la fisica nel 1903.

[7] E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. IV, p.68.

Un'altra formulazione del principio è costituita dalla sostituzione dei termini *causa* ed *effetto* con i vocaboli *problemi* e *soluzioni*. In tal caso, il principio stabilisce che *le simmetrie dei problemi si ritrovano nelle soluzioni*[8]. Per 'simmetrie di un problema'si intendono quelle trasformazioni che, applicate al problema, lo lasciano invariato. Anche in questo caso, attraverso un'operazione si può trasformare il problema in un altro equivalente, e da questo segue che nemmeno le soluzioni sono alterate, dato che la soluzione non dipende da come è stato posto il problema.
Risolvendo il problema equivalente, si giungerà a ricavare una soluzione equivalente: in linea con quanto affermato nel principio, quindi, a problemi simili corrisponderanno soluzioni pure simili.
Spesso, nella pratica, a partire dalle simmetrie, si cerca di trasformare un problema in un altro equivalente ma di più facile soluzione in modo da semplificare l'"analisi" della situazione. Tale strategia è di fatto il processo di riduzione descritto nel capitolo precedente.

4.2 P, C e T

Come è possibile notare, il concetto di simmetria ha avuto nella storia una tale importanza, tanto da essergli stato dedicato un secolo: il XX secolo è stato chiamato "il secolo della simmetria" per gli studi condotti su questo tema[9].
Spesso, ciò che affascina di più e che porta a nuove scoperte non è tanto una simmetria (o una conservazione), quanto una violazione di simmetria (o una non conservazione): con l'espressione usata nel paragrafo precedente, insomma, è la rottura di simmetria che apre nuove sfide al fine di comprendere la natura.
Verso gli anni Cinquanta del Novecento, poco dopo l'inizio dello studio del mondo microfisico, furono individuate tre trasformazioni per le quali le particelle subatomiche presentavano proprietà di invarianza. Queste trasformazioni sono discrete, cioè non continue come lo sono le rotazioni spaziali, le traslazioni nello spazio e nel tempo, e sono: la parità indicata con P, l'inversione temporale T, e la coniugazione di carica C. La parità è l'operazione che consta nel cambiare (invertire) il segno delle coordinate spaziali di un oggetto. Dopo un tale cambiamento, un fenomeno si ripete invariato come se non si avesse effettuato alcuna inversione.
Per le coordinate cartesiane, quindi, si eseguono i seguenti cambiamenti:
$x \longrightarrow -x$;
$y \longrightarrow -y$;
$z \longrightarrow -z$.
Le coordinate polari invece trasformano così:
$r \longrightarrow r$;
$\theta \longrightarrow \pi - \theta$;
$\varphi \longrightarrow \pi + \varphi$
ove r è la distanza dall'origine (polo), θ indica l'angolo formato dalla proiezione

[8] E. Castellani, *Simmetria e natura*, cap. IV, p.70.
[9] M. S. Sozzi, *Asimmetrie 11*, "Elogio delle imperfezioni".

sul piano xy con l'asse x e φ l'angolo tra l'asse z e r. Questo concetto è stato introdotto inizialmente in fisica atomica da Wigner nel 1927. Per ottenere la parità di tutte le coordinate non è sufficiente compiere una singola rotazione: bisogna effettuare una riflessione in un piano seguita da una rotazione di 180° attorno ad un asse perpendicolare al piano di riflessione.
La parità quindi porta ciò che sta a destra a sinistra e viceversa: trasforma i sistemi destrogiri in levogiri e viceversa. Viene poi detta essere una trasformazione unitaria, poiché se si applica due volte fa ritornare l'oggetto nelle sue coordinate iniziali. Nell'ambito della meccanica quantistica la parità è un operatore che agisce su una funzione d'onda $\psi(r)$(costituisce lo stato di un sistema, cioè l'informazione massima sul sistema) invertendo il segno della coordinata r: $\mathrm{P}(\psi(r)) = \psi(-r)$. Poiché ad ogni operatore si possono associare degli autovalori, l'operatore di parità possiede due autovalori uguali a +1 e -1. Questo si ricava dal fatto che l'operazione di inversione di una funzione d'onda ψ si ottiene moltiplicando una fase, cioè un esponenziale $e^{i\alpha}$, per la funzione d'onda ψ. Se si applica due volte questa trasformazione, è possibile vedere che si giunge alla seguente uguaglianza $e^{i2\alpha} = 1$, cioè $e^{i\alpha} = +1$ e -1 e quindi $\alpha = 0 \vee \pi$. Da questo segue che o $\psi(r)$= $\psi(-r)$, $\vee$ $\psi(r)$=-$\psi(-r)$, introducendo due classi di particelle rispettivamente simmetriche e antisimmetriche rispetto allo scambio: particelle bosoniche le prime; particelle fermioniche le seconde.
La conservazione della parità, che si vedrà più in dettaglio nelle pagine successive, implica che l'immagine speculare di un fenomeno naturale rappresenta un altro fenomeno possibile in natura e tale trasformazione risulta vera per le interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non per quelle deboli.

L'inversione temporale, invece, consiste nell'invertire la coordinata temporale di un oggetto. Questa trasformazione potrebbe subito far pensare a macchine del tempo presenti nella fantascienza; in realtà, questo concetto si può osservare anche prendendo una semplice pallina che rotola su un piano orizzontale: invertendo il tempo[10], si vedrebbe la pallina rotolare nella direzione opposta. L'azione di inversione temporale è descritta in tal caso e in tutti i fenomeni fisici in cui è possibile osservarla, come un inversione del moto.
Un altro esempio è costituito da un sistema di particelle filmate: per l'inversione temporale, non si riconosce il "senso" del film, cioè guardandolo dalla fine all'inizio è come guardarlo dall'inizio alla fine, non vi sono differenze. L'inversione temporale, comunque, non si applica sempre: nel secondo principio della termodinamica ad esempio vi è una definita "freccia" del tempo e un processo, in base a tale principio, non può avvenire in senso contrario (concetto di irreversibilità).
Come per la parità, anche l'inversione temporale si conserva nelle interazioni forti ed elettromagnetiche ma non per quelle deboli.

La coniugazione di carica, infine, consiste nell'invertire i segni delle cariche di

[10]Invertire il tempo è come farlo scorrere al contrario.

cui è composto il sistema. Ad esempio, se si applica l'operatore di coniugazione di carica ad un elettrone, particella di carica -1, si ottiene una particella della stessa massa dell'elettrone, ma che differisce solo per la carica: questo è il positrone di carica +1[11]. Attraverso la coniugazione di carica, la materia si trasforma nell'antimateria[12]. Un'antiparticella è quindi una particella contraddistinta da numeri quantici opposti (carica elettrica, numero barionico). Le particelle che hanno carica e altri numeri quantici nulli, come il fotone, hanno la particella che coincide con la sua antiparticella[13]. Ogni antiparticella, appena viene creata, interagisce istantaneamente con la relativa particella attraverso un processo chiamato *annichilazione*: in esso le due particelle si annullano e la loro massa si converte in energia elettromagnetica. Questo tipo di trasformazione discreta non riguarda solo il mutamento della materia in antimateria, ma anche di altri numeri quantici interni come il numero barionico, leptonico, lasciando invariate le grandezze dinamiche (ad esempio l'impulso)[14].

Come la parità, anche l'operatore di coniugazione di carica C ha come autovalori +1 e -1. La coniugazione di carica si conserva, come le altre due trasformazioni, per la forza di gravità, per l'elettromagnetismo, per l'interazione forte, ma non per l'interazione debole.

4.2.1 Combinazione di C, P, T

Per molto tempo si suppose che la natura fosse simmetrica rispetto alle tre trasformazioni, P, C e T. Si pensava che ogni fenomeno fisico rimanesse invariato dopo l'applicazione della parità o della coniugazione di carica o dell'inversione temporale (si intendono prese singolarmente). In realtà quest'ultima affermazione si dimostrò non essere vera in generale a partire dal 1956. In quell'anno, infatti, si stavano effettuando studi sui mesoni K o kaoni, particelle composte da un quark e un antiquark. Per spiegare determinate proprietà a cui soddisfavano, alcuni fisici misero in discussione la conservazione della parità nei processi d'interazione debole, responsabili, come si è visto, della radioattività. Fu un'ipotesi ardita perché non ci si immaginava che la natura distinguesse tra destra e sinistra e quindi che violasse l'invarianza per riflessione speculare. L'anno successivo fu provata la violazione della parità dai fisici cinesi Tsung Dao Lee e Chen Ning Yang, allievi di Fermi a Chicago, scoperta che valse loro il premio Nobel. Secondo la loro tesi, la conservazione della parità si verificava nei decadimenti per interazione forte ed elettromagnetica, ma non era ancora provata nelle interazioni deboli[15]. La prima

[11] Predetto da Dirac nel 1932, il positrone fu effettivamente osservato dal fisico C. D. Anderson, premio Nobel nel 1936.

[12] M. S. Sozzi, *Asimmetrie 11*, "Elogio delle imperfezioni", pp.17-19.

[13] I fotoni si generano nelle interazioni particellari con la conversione di massa in energia come conseguenza del principio di relatività.

[14] Il numero barionico e leptonico sono solo citati, perché sono argomenti non analizzati nel Corso.

[15] Lee e Yang proposero la violazione di P per spiegare il *puzzle* θ-τ: all'inizio sembravano essere due particelle distinte che decadevano in stati di parità opposta. Si scoprì successivamente che erano la stessa particella, il kaone. Sito consultato:

vera prova venne da Chien Shiung Wu (1912-1997), più nota come Madame Wu, altra fisica cinese anch'essa considerata tra le prime donne ad occupare un posto di rilievo nella fisica del Novecento. Compì l'esperimento sul decadimento dei neutroni dei nuclei di Cobalto-60: questi avevano un momento angolare in un asse fissato ed emettevano elettroni (decadimento β). Se la parità si fosse conservata, si doveva osservare che la distribuzione degli elettroni emessi nel decadimento doveva essere simmetrica rispetto all'asse di rotazione. Ciò che invece si trovò, fu una disposizione asimmetrica degli elettroni; applicando la trasformazione P ad un neutrino sinistrorso si produceva un antineutrino che in natura non esiste (sinistrorso).

La coniugazione di carica invece si trovò essere violata sempre allo stesso modo nel decadimento β del neutrone: applicando la trasformazione C si trovò un neutrino non esistente (destrorso). Se fosse valsa questa simmetria discreta, applicando l'operatore C si sarebbe potuto "trasformare" un neutrino sinistrorso in un antineutrino sinistrorso. Quest'ultimo in natura non esiste, e questo implica la violazione di C. In natura le particelle si suddividono in sinistrorse e destrorse: le prime sono tali che la rotazione di spin è in senso orario rispetto alla direzione del moto, mentre nelle seconde lo spin è antiorario. E' noto che i neutrini abbiano una certa elicità, valore definito come la proiezione del vettore di spin[16] nella direzione del suo impulso: $H = \frac{\vec{s}\vec{p}}{\|\vec{s}\vec{p}\|}$.
Dalla definizione appena illustrata, è possibile osservare che se il vettore di spin ha lo stesso verso del momento, allora l'elicità sarà positiva; mentre se punta in direzione opposta si avrà elicità negativa. L'elicità dei neutrini è negativa e pari a -1 e, convenzionalmente, si definisce questa elicità sinistrorsa. In natura non esistono neutrini con elicità positiva. Gli antineutrini, invece, le antiparticelle dei neutrini, esistono in natura con elicità opposta ai loro "corrispondenti" : hanno elicità positiva definita, pertanto, destrorsa[17].

La violazione della parità e della coniugazione di carica, nel caso vengano intese come operazioni applicate singolarmente, portò successivamente a considerare la combinazione di P con la coniugazione di carica C: la trasformazione combinata CP si pensava si conservasse. Ma, nel 1964, nel laboratorio statunitense di Brookhaven, si dimostrò la sua violazione attraverso lo studio del decadimento dei mesoni K. Secondo la teoria queste particelle sarebbero dovute decadere in tre pioni, altro tipo di mesoni chiamati *Pi* e tradizionalmente indicati con π. In pratica, però, si dimostrò che i mesoni K potevano decadere in due pioni. Da questo fatto segue la conclusione secondo cui un tale decadimento era possibile solo se la simmetria composta CP venisse violata[18]. L'asimmetria di CP appare più chiara quando si analizza il decadimento dei K in altri due modi, uno "lo specchio" dell'altro, cioè considerando tra i prodotti finali (del decadimento) un elettrone o un

www.roma1.infn.it/exp/ams/LezioniAP/2011/Violazione%20della%20parita%CC%80.pdf

[16]Lo spin è un numero quantico esprimibile come la rotazione della particella attorno al suo asse: è una sorta di momento angolare intrinseco.

[17]www.roma1.infn.it/people/dionisi/triennale/cap7-sim-num-quant.pdf

[18]Iacopini E., Scianitti F., *Asimmetrie 11*, "Lo strano caso dei mesoni K".

positrone. In tal caso, infatti, se CP si conservasse le probabilità di decadimento dei K con un elettrone o un positrone nei prodotti finali dovrebbero essere uguali: invece, è stato osservato che i due valori di probabilità sono diversi e a favore dei positroni, cioè è più alta la probabilità che un kaone decada con emissione di un positrone che con un elettrone[19]. La simmetria CP è quindi violata: la natura mantiene diverse destra e sinistra. Inoltre, siccome CPT si deve conservare (verrà spiegato nella pagina successiva), se CP è violata, anche T è violata, in modo che CPT si conservi.

La scoperta della violazione della simmetria composta CP fruttò il premio Nobel nel 1980 ai fisici James Watson Cronin e Val Logsdon Fitch. All'epoca della scoperta, però, non vi era ancora una giustificazione teorica di tale principio. Nel 1973, per cercare di spiegare la suddetta non conservazione, i fisici Makoto Kobayashi e Toshidide Maskawa ipotizzarono che fosse dovuto alla presenza di altri tre quark, oltre a quelli che si conoscevano già[20]. Fino al 1973, si conoscevano solo tre tipi di quark (il tipo di quark prende il nome di "sapore" in fisica): up, down, strange. Il quark up aveva carica $\frac{2}{3}$, mentre gli altri due avevano carica -$\frac{1}{3}$. E' possibile vedere che, a partire proprio dalle cariche dei quark, si possono ricavare, componendoli tra loro, le particelle cariche che già si conoscono: ad esempio il protone di carica +1 è composto da due quark up e un quark down; il neutrone di carica 0 è costituito da un quark up e due down. Il terzo quark, strange, venne scoperto nel 1964 dallo studio dei mesoni K: la proprietà di cui godono tali particelle sta nel fatto che i K neutri, cioè i K^0, non coincidono con gli anti-K^0, e chiamarono questa caratteristica "stranezza"[21]. Inoltre, la produzione di queste particelle strane che decadevano con vite medie non spiegabili attraverso l'interazione forte, era dovuta a processi di interazione debole e a tale conclusione si giunse negli anni Cinquanta studiando dei raggi cosmici. Le particelle "strane", poi, venivano prodotte sempre in coppia, mai da sole, (un po' come i quark), suggerendo l'esistenza di un'altra carica che si conservava nell'interazione: la carica fu chiamata stranezza (indicata con S) da Gell-Mann e la conservazione valeva nelle interazioni forti ma non in quelle deboli. Ad esempio l'interazione forte che coinvolgeva protoni, neutroni e mesoni π, assunti avere stranezza nulla, poteva originare coppie di particelle con stranezza opposta. Il K^0, quindi, con stranezza pari a +1, non coincideva con la propria antiparticella di stranezza -1 (quando si considera l'antiparticella si devono invertire tutti i numeri quantici). Gli altri tre quark sono quelli che oggi si chiamano charm, bottom e top osservati per la prima volta nel 1974, 1977, 1995, rispettivamente e tale scoperta fece vincere nel 2008 il premio Nobel ai due fisici che li avevano ipotizzati.

[19]Sito consultato: www.roma1.infn.it/people/luci/fns/K0.pdf

[20]Infatti, i quark furono per la prima volta teorizzati nel 1964 grazie ai contributi di Gell-Mann e Zweig; furono chiamati da Feynman "partoni" perché parte degli adroni, particelle come il protone e il neutrone. Sono particelle fermioniche, cioè hanno spin semi-intero pari a $\frac{1}{2}$ e carica elettrica pari a $\frac{2}{3}$ o -$\frac{1}{3}$.

[21]E. Iacopini e F. Scianitti, *Asimmetrie 11*, "Lo strano caso dei mesoni K".

Tuttavia, nonostante le scoperte effettuate, non si conosce bene la vera origine dell'asimmetria della natura. Si pensa che a base di ciò stia il fatto che l'Universo stesso, nato con quantità uguali di materia e antimateria, si sia evoluto in modo da eliminare l'antimateria.

Una volta definita la violazione di P e C e della simmetria CP, rimase da verificare se la combinazione di CP con T fosse conservata. La trasformazione T, come si è detto, non avveniva nelle interazioni deboli, cioè in questi processi T non è conservata. Nel 1954 si arrivò ad enunciare un teorema che garantisce la conservazione della simmetria combinata di CP con T, ovvero CPT. Questa rappresenta, quindi, l'unica simmetria fondamentale della natura, cioè le leggi fisiche risultano invarianti sotto trasformazioni di inversione simultanea di carica, parità e tempo. Ne consegue, dunque, che un universo in cui tutti i corpi hanno posizioni riflesse rispetto al nostro (trasformazione di parità), con l'antimateria al posto della materia (inversione di carica), e con il tempo che scorre al contrario è equivalente al nostro. CPT viene considerata una particolare proprietà della realtà, una simmetria universale. Finora, infatti, non è mai stata trovata una prova che verificasse la sua violabilità, anzi tutti gli esperimenti effettuati sembrano dimostrarne l'invarianza.

Un esempio che dimostra l'inviolabilità di CPT dal macromondo al micromondo viene dal cosmo e riguarda la missione giapponese Ikaros[22], dal nome della sonda dell'Agenzia spaziale giapponese (JAXA), lanciata per la prima volta nel 2010 al fine di investigare certi aspetti dello spazio interplanetario, come il vento solare e la polvere cosmica prevedendo l'atterraggio su Venere. Oltre a ciò, sono state compiute "osservazioni di un lontano lampo di raggi gamma e della sua polarizzazione", confermando, di fatto, la validità del teorema. Infatti, con l'ausilio dello strumento GAP presente a bordo (polarimetro per la misurazione dei raggi gamma), sono stati osservati tre lampi di raggi gamma; nell'Universo la presenza di un tale tipo di energia è indice della morte delle stelle o della collisione tra le stelle. Lo strumento ha misurato la polarizzazione della radiazione, ossia la direzione del campo elettrico nella propagazione dell'onda. Se CPT fosse violata, si sarebbe dovuto vedere la rotazione della polarizzazione, del vettore campo elettrico: sperimentalmente, invece, non si osservò alcun cambiamento, a conferma della non violazione delle previsioni del teorema.

Sono comunque ancora in corso esperimenti per provare se CPT sia inviolabile a tutte le scale di grandezza, e qualcuno azzarda l'ipotesi che nel mondo microfisico si possa assistere alla sua violazione.

4.3 Rottura di simmetria

Alcuni dei fenomeni più interessanti e sorprendenti sono dati dal concetto di rottura di simmetria. Precedentemente, si erano già visti alcuni esempi di come la rottura

[22] Folco Claudi, *LeScienze*, 13/12/2012, "Dal cosmo profondo un limite alla violazione di CPT", sito: www.lescienze.it/news/2012/12/13/news/burst_raggi_gamma_simmetria_cpt-1418525/

di simmetria potesse portare a nuove scoperte. Gran parte degli sviluppi effettuati nel secolo scorso nel campo della fisica si devono proprio al concetto di simmetria e alla sua rottura: il Modello Standard, la teoria moderna delle forze e delle particelle elementari, è stato costruito proprio su tali basi. In aggiunta a questo, vi sono sempre nuove sfide che gli scienziati devono affrontare al fine di spiegare ad esempio la nascita dell'Universo: si conosce il fatto che se all'origine di tutto ci fosse stata una perfetta simmetria, la materia sarebbe sopravvissuta solo per pochi istanti e tutto ciò che oggi conosciamo non sarebbe mai esistito. Ancora non si spiega da dove possa essere scaturita l'asimmetria del Big Bang. La simmetria "infranta" è quindi un concetto di particolare interesse, di cui si parla più approfonditamente in questa sezione.

La rottura di simmetria si può spiegare con i seguenti esempi. Un esperimento in cui è possibile notare questo fenomeno può essere un tubo cilindrico appeso in verticale[23], con l'apertura verso il basso e all'interno si fa scorrere l'acqua. Finché l'acqua scorre piano, la simmetria cilindrica rimane; a mano a mano che si aumenta la portata, il tubo inizia ad oscillare. Può girare su sé stesso, o oscillare come un pendolo. In entrambi i casi la simmetria iniziale viene rotta.
Oppure osservando un lago con la temperatura dell'acqua inferiore a 4°C, invece, il calore solare riscalda lo strato d'acqua superficiale che cade verso il fondo facendo risalire quello più freddo generando delle correnti (il fatto che l'acqua superficiale più calda cada verso il fondo è dovuto al fenomeno di appesantimento che avviene, per l'acqua, a una temperatura di 4 gradi Celsius: si sa, infatti, che questa è la temperatura alla quale si ha un massimo di densità). La rottura di simmetria è fondamentale in questo caso se si vogliono avere delle correnti: il lago è un sistema invariante per traslazione in tutte le direzioni orizzontali e per le rotazioni attorno all'asse verticale; se non vi fosse alcuna rottura di simmetria anche le correnti avrebbero le stesse simmetrie, con la conseguente assenza di movimenti d'acqua[24].
Ed è la stessa cosa che si può vedere riscaldando una pentola d'acqua (ad una temperatura diversa di 4 gradi): l'acqua sul fondo è più calda, quindi meno densa e leggera risale verso l'alto; l'acqua in superficie, invece, più fredda, è più densa e più pesante e "cade" verso il basso. Il risultato è un moto convettivo che genera delle particolari strutture dette celle di Bènard, ossia celle di liquido in moto. Da questi due ultimi esempi (lago e pentola d'acqua) è possibile ricondursi a quanto si diceva all'inizio del capitolo, ossia che la presenza di movimenti, di moti è dovuta alla rottura di simmetria.

Un altro campo in cui è possibile ritrovare questo concetto è dato dalla biologia che studia il regno animale, secondo cui le tigri sono un modello di rottura di simmetria[25]. Si possono infatti considerare questi animali di forma cilindrica, almeno approssimativamente. Tale simmetria cilindrica si può spezzare in una simmetria

[23] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Lescienze Quaderni n.118, p.7.
[24] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, "La simmetria e le sue rotture", p.6.
[25] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, "La simmetria e le sue rotture", p.9.

elicoidale, così come la simmetria di traslazione si può rompere passando da una struttura omogenea ad una striata. Si supponga che ci siano delle molecole che "dirigono" la formazione delle strisce sulla superficie di un embrione, considerato un cilindro perfetto. La massima simmetria di pigmentazione è data dal leone, in cui il colore è uniforme su tutta la superficie. Se invece i pigmenti si diffondono in maniera disomogenea, possono concentrarsi in particolari parti della superficie, così la simmetria si spezza e possono apparire delle strisce: ecco perché i biologi pensano che la tigre derivi dal leone per rottura di simmetria. La simmetria a bande si può spezzare ulteriormente, passando a delle macchie: in questo modo si passa dalla tigre al leopardo. E' proprio il concetto di rottura di simmetria che permette di spiegare perché non esistono animali come eligri, cioè tigri con un mantello a strisce elicoidali o quadropardi, cioè un leopardo con le macchie quadrate e come deve essere la coda di un animale (a macchie o striata). E' possibile intuire una sorta di "percorso" di simmetria: inizialmente vi è uno stato di simmetria (nell'esempio, il leone con il mantello di colore uniforme); successivamente questa simmetria si rompe e si approda in un nuovo stato possibile (la tigre con il mantello a strisce); ancora una volta quest'ultima simmetria si spezza (il leopardo con le macchie). La rottura di simmetria, insomma, fa evolvere un sistema instabile in uno più stabile, ma meno simmetrico.

In natura, la rottura di simmetria si presenta nei più svariati fenomeni, ma il meccanismo di azione è lo stesso spiegato nei banali esempi.

Come lo era stato per le tigri, si può trovare un sistema fisico in uno stato ad elevata simmetria in determinate condizioni. Alterando uno dei parametri esterni, come ad esempio la temperatura, il sistema si trasforma in un nuovo stato attraverso un processo che prevede che la simmetria iniziale sia rotta[26]. Questa situazione si pensa sia alla base della teoria elettrodebole[27], prodotta dall'unificazione della forza elettromagnetica e di quella nucleare debole: alle elevate temperature presenti nell'Universo dopo il Big Bang le due forze erano un'unica forza; poi man mano che l'Universo si espandeva e si raffreddava, la simmetria si è rotta e le due forze si sono divise. Ed è in questo contesto che si inserisce la figura del famoso Higgs, premio Nobel per la fisica nel 2013 per aver scoperto il meccanismo che spiega l'origine della massa delle particelle. Il meccanismo di Higgs, così come è stato chiamato, fornisce una risposta della rottura di simmetria dell'interazione elettrodebole[28]. Introducendo un nuovo campo, il campo di Higgs, e corrispondentemente una nuova particella, in particolare un bosone (così come al campo elettromagnetico è associato il fotone), ad elevate energie questo campo risultava essere simmetrico e di conseguenza, in linea con quanto detto, l'interazione elet-

[26] A. Balbi, *Scienza per tutti*, INFN, "Il bosone di Higgs. La rottura spontanea di simmetria", sito: scienzapertutti.Inf.infn.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1620&Itemid=471.

[27] La teoria elettrodebole fu formulata da Sheldon Glashow, Abdus Salam, Steven Weinberg, premi Nobel nel 1979.

[28] *Scienza per tutti*, "Il bosone di Higgs", parte 3.

tromagnetica e quella debole erano unite e sia i bosoni che i fotoni non avevano massa. A più basse energie, le due forze si dividono, e non vi è più la simmetria del campo di Higgs: i bosoni mediatori di questo campo acquisiscono quindi una massa. In base a ciò, le masse delle particelle si originano dalla diversa interazione che queste hanno con il campo di Higgs. Se non esistesse il campo di Higgs, nell'Universo vi sarebbero particelle prive di massa che si muovono alla velocità della luce (come i fotoni). Il bosone, mediatore di tale campo, è chiamato bosone di Higgs.
La storia di tale particella parte dal lontano 1964, quando il meccanismo di Higgs (proposto da Philip Anderson, Premio Nobel per la fisica nel 1977) fu teorizzato dal fisico inglese da cui prende il nome, e indipendentemente, da altri fisici come Francois Englert, Robert Brout, Gerald Guralnik, C. Hagen e Thomas Kibble ai quali fu consegnato il Premio Sakurai (per la fisica teorica delle particelle) nel 2010. Il bosone di Higgs e il suo meccanismo furono introdotti nel Modello Standard da Steven Weinberg e Abdus Salam nel 1967. Nel 2001, la ricerca del bosone di Higgs si spostò dall'LHC del CERN all'acceleratore Tevatron del Fermilab di Chicago, per poi tornare nel laboratorio svizzero nel 2009: l'obiettivo era di scoprire la massa della cosiddetta *particella di Dio*. Il 13 dicembre 2011, grazie ad esperimenti condotti dai fisici Fabiola Giannotti e Guido Tonelli, venne individuato il bosone di Higgs con elevata probabilità (99%) in un intervallo di energie compreso tra i 124 e 126 GeV. Il 5 aprile 2012 fu dato l'annuncio della scoperta di una particella simile al bosone di Higgs, notizia confermata in modo ufficiale il 6 marzo 2013. L'8 ottobre 2013 furono assegnati i Premi Nobel per il meccanismo di Higgs a Peter Higgs e a Francois Englert[29].

4.3.1 Alcuni esempi di rottura di simmetria

La rottura di simmetria ha svolto un ruolo particolarmente rilevante nella struttura della materia, permettendo di spiegare fenomeni come il ferromagnetismo, la superfluidità e la superconduttività.
Già nel 1778, era stato osservato che alcuni materiali come il bismuto e l'antimonio venivano respinti dai campi magnetici. Ma, ad introdurre i termini di ferromagnetismo, diamagnetismo e paramagnetismo fu Michael Faraday (1791-1867), celebre fisico e chimico inglese, noto soprattutto per gli studi sull'elettromagnetismo e l'elettrochimica. A lui si devono molte invenzioni tra cui la gabbia di Faraday, messa a punto nel 1836; il becco di Bunsen, strumento utilizzato in chimica (prende il nome dal fisico-chimico Bunsen, al quale è stata attribuita l'invenzione). Oltre a queste invenzioni, Faraday ha scoperto la legge che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, conosciuta come la legge di Faraday (legge di Faraday-Neuman); l'effetto Faraday (1845), la prova sperimentale che la luce e il magnetismo sono correlati (le nozioni teoriche con il sistema di equazioni vennero introdotte da Maxwell nel 1864); il diamagnetismo. Quest'ultimo fu osservato da

[29] Storia del bosone di Higgs, sito it.wikipedia.org/wiki/Bosone_di_Higgs#Storia

Faraday nel settembre del 1845 e si riferiva alla proprietà dei materiali di avere la magnetizzazione opposta rispetto al campo magnetico e proporzionale ad esso[30]. Se si considera ad esempio un solenoide dove vi è un campo magnetico B, si può osservare che una sostanza diamagnetica viene respinta dal solenoide. Questa proprietà, in genere, non dipende dalla temperatura. Al contrario, una sostanza paramagnetica ne verrebbe attratta (con la magnetizzazione sempre proporzionale al campo magnetico); un materiale ferromagnetico, invece, verrebbe attratto fortemente verso la zona in cui il campo magnetico è maggiore (la relazione tra le due grandezze M e B non è lineare né univoca): questi campioni, inoltre, rimangono magnetizzati anche dopo che il campo è stato spento, a differenza dei materiali diamagnetici o paramagnetici.

Il ferromagnetismo viene descritto attraverso l'introduzione dell'Hamiltoniana del sistema. Se il sistema non è soggetto a campi esterni, l'Hamiltoniana è invariante per rotazioni. Raffreddando il sistema, cioè abbassando la temperatura fino ad arrivare al di sotto della temperatura critica, compare una magnetizzazione spontanea nel ferromagnete. Il vettore magnetizzazione predilige una direzione precisa poiché in questo caso l'Hamiltoniana non risulta più invariante. La simmetria per rotazioni si è quindi rotta[31].

La rottura di simmetria è alla base della superfluidità, costituita dall'assenza di viscosità e dalla conducibilità termica infinita. Un modello di superfluido è l'^4He, l'isotopo dell'elio più diffuso sulla Terra.
Il meccanismo di rottura di simmetria è anche alla base della superconduttività, la proprietà per cui in un metallo la corrente passa senza incontrare alcuna resistenza. La superconduttività è stata scoperta da Heike Kamerlingh Onnes, fisico olandese (premio Nobel nel 1913), nel 1911, mentre la superfluidità è stata osservata per la prima volta da Wilhelm Hendrikus Keesom nel 1927. L'eredità che la scienza acquistava dalla prima metà del Novecento sulla superconduttività e sulla superfluidità era una base euristica: il vero e proprio sviluppo teorico di queste due proprietà avvenne tuttavia nella seconda metà del secolo scorso. Vennero assegnati ben 16 premi Nobel: tra questi si ricordano Bardeen, Cooper, Schrieffer fisici statunitensi vincitori del premio Nobel per gli studi condotti sulla superconduttività, teoria denominata BCS nel 1972; nel 1973 il premio fu assegnato a Giaever e Josephson e nel 1987 a Bednorz e Muller. Landau e Kapitsa sono stati premiati nel 1962 e nel 1978 per la scoperta della superfluidità dell'^4He; nel 1996 Osheroff, Richardson e Lee vinsero il premio per le ricerche effettuate sulla superfluidità dell'^3He[32].

[30] it.wikipedia.org/wiki/Diamagnetismo#Storia

[31] G. Busoni, *Rottura spontanea di simmetria: dal ferromagnetismo alla fisica delle particelle*, sito: www.giorgio.busoni.it/dispense/ROTTURA_DI_SIMMETRIA.pdf

[32] P. Anderson, "La grande scienza. Superconduttività e superfluidità" in Treccani.it (sito:www.treccani.it/enciclopedia/la-grande-scienza-superconduttivita-e-superfluidita_(Storia-della-Scienza)/).

Capitolo 5

Altri esempi della simmetria alle scienze della natura

5.1 Simmetria nelle molecole

Come si è detto nei capitoli precedenti, nell'Universo non vi è simmetria degli elementi, ma domina la loro asimmetria: come hanno intuito gli scienziati, la disuguaglianza di quantità tra materia e antimateria è all'origine di tutte le cose che si conoscono. Quando infatti le due (materia e antimateria) si incontrano, si annullano creando un'esplosione di raggi gamma: il Big Bang deve aver prodotto proprio questa ineguaglianza per non provocare la propria autodistruzione. Queste idee sono state avanzate nel secolo scorso con tanto di esperimenti, ma anche a metà dell'Ottocento vi era già qualcuno che proponeva la teoria della "dissimetria" dell'Universo: Louis Pasteur[1]. Egli giunse a tale conclusione studiando un sale di acido tartarico (formula molecolare $C_4H_6O_6$) ed esaminandolo al microscopio, si accorse che sviluppava due tipi di cristallo, l'uno l'immagine speculare dell'altro. Per vedere se avevano le stesse proprietà, li sciolse in acqua e illuminò le due soluzioni con un fascio di luce: un cristallo faceva ruotare la luce polarizzata in senso orario, l'altro in senso antiorario. Poiché all'epoca la struttura della materia a livello microscopico era ancora ignota, ipotizzò che le due forme diverse dei cristalli e le loro proprietà fossero dovute a due tipi di molecole che li formavano: come per le particelle, anche per le molecole i due tipi si chiamavano destrorso e sinistrorso. Nel 1857, poi, Pasteur fece un'altra scoperta: in una soluzione otticamente inattiva[2] osservò la presenza di muffe. Analizzò questo campione irradiandolo con un fascio di luce polarizzata e trovò che aveva acquistato proprietà ottiche. Da questo dedusse che la soluzione inizialmente era inattiva a causa dell'uguale quantità di molecole destrorse e sinistrorse. Reagendo con un tipo di molecole, le muffe avevano permesso all'altro tipo di rimanere in soluzione: è per questo che la soluzione con le muffe diventava otticamente attiva. Le molecole che possiedono la proprietà

[1] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, "La chiralità dell'universo".

[2] Una soluzione inattiva non faceva ruotare la luce.

di essere sovrapponibili alla loro immagine speculare sono dette achirali, mentre quelle che non lo sono, vengono chiamate chirali (enantiomeri). Pasteur intuì che "la chimica degli organismi viventi sia chirale"[3] e la chiralità, di fatto, è ciò che distingue gli organismi viventi da quelli non viventi. Questa chiralità, in particolare, si estende al cosmo; come scrive Pasteur:

> La vita nella quale ci si manifesta è funzione dell'asimmetria dell'Universo e delle conseguenze di questo fatto[4].

Nella realtà quotidiana si possono notare molti esempi di chiralità, ossia la distinzione tra le due forme, destrorsa e sinistrorsa: le viti che si avvitano in un preciso senso e le mani. Inoltre, in natura, vi sono reazioni chimiche che mostrano chiralità: alcune interazioni atomiche o nucleari preferiscono la sinistra o la destra. La scelta per un sistema di preferire un verso rispetto ad un altro a priori è casuale. Nonostante ciò, il mondo della natura sembra effettuare una scelta ben precisa. Negli organismi viventi questo fatto risulta facilmente osservabile: non sono, infatti, stati ancora trovati vantaggi nell'utilizzo della mano destra rispetto alla sinistra, tuttavia la maggior parte delle persone indipendentemente dalla cultura e dall'etnia usa la destra. Qualche biologo ipotizza sia un carattere ereditario. Anche in altri organismi si può vedere la chiralità, soprattutto nei molluschi marini. Le loro spirali elicoidali, infatti, appaiono essere destrorse o sinistrorse, ma nel nostro pianeta le conchiglie destrorse sono presenti in notevole quantità. Esemplari sinistrorsi si possono avere da qualche mutazione, con una frequenza dipendente dalla specie e comunque molto bassa. Nelle piante è altresì possibile notare un verso preferenziale: la maggior parte dei rampicanti si avvolgono in senso destrorso ad eccezione del caprifoglio che ha un'elica sinistrorsa. Persino a scale molto piccole, quali quella dei batteri, è stata osservata la scelta preferenziale: il Bacillus subtilis[5] forma colonie a spirale destrorsa; innalzando la temperatura, però, le colonie diventano sinistrorse. Ancora, quasi tutte le molecole fondamentali della vita come le proteine e il DNA sono chirali, più precisamente sono chiamate dai chimici enantiomeri destrogiri o levogiri. Come è noto, le proteine sono lunghe catene di amminoacidi che possono essere in teoria levogiri o destrogiri. Malgrado non ci sia una preferenza sul tipo di amminoacido, le proteine sono costituite da amminoacidi levogiri. Tale fatto è rilevante perché influenza la struttura della proteina stessa e, di conseguenza, la sua funzione: ad esempio gli enzimi, che hanno la capacità di catalizzare le reazioni chimiche, devono questa loro proprietà proprio alla disposizione degli amminoacidi levogiri nella sequenza. Se nella struttura proteica ci sono anche degli amminoacidi destrogiri, la catena non si avvolge correttamente causando problemi nei processi biochimici (come malformazioni fetali gravissime).
Anche il DNA è una molecola chirale, più nello specifico, ha elica destrorsa (come

[3] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n.118, p.56.
[4] E. Castellani, *Simmetria e realtà*, Quaderni n. 118, p.56.
[5] Il Bacillus subtilis è un batterio noto come bacillo del fieno o dei pascoli.

un rampicante). Così come le proteine, polimeri di amminoacidi, il DNA (acido nucleico) è un polimero di glucidi destrorsi. La presenza di amminoacidi levogiri e glucidi destrogiri nelle più importanti molecole biologiche è dovuta al fatto che le reazioni chimiche possono creare un disequilibrio di tali componenti a causa del fatto già analizzato di rottura di simmetria. Uno stato asimmetrico quindi si forma spontaneamente da un numero disuguale di forme levogire e destrogire. Questo meccanismo viene messo in azione solo quando sono soddisfatti alcuni presupposti fisici. Ad esempio se si ha un sistema chiuso non può avvenire la rottura spontanea di simmetria, poiché non vi è scambio né di energia né di materia con l'ambiente, elementi che alterano lo stato iniziale del sistema. Se, al contrario, il sistema è aperto, non trovandosi in uno stato di equilibrio termodinamico, ci sono quantità disuguali di enantiomeri.

5.1.1 Mitosi

Un caso esemplare di simmetria biologica comunque è rappresentato dal fenomeno della mitosi cellulare. Essa è il processo di divisione delle cellule eucariote, ossia quelle cellule che, a differenza delle procariote, hanno un definito nucleo cellulare isolato dal resto da una membrana e contenente l'informazione genetica (DNA). La simmetria è data dalla formazione del fuso mitotico, struttura molecolare il cui compito è di suddividere i geni della cellula madre tra le due cellule figlie prodotte: è infatti noto che la divisione cellulare consiste in una simmetrica ripartizione del patrimonio genetico portato dai cromosomi. La teoria cellulare che assegnava particolare importanza proprio alle cellule "con nucleo" (eucariote) fu enunciata da Theodor Schwann nel 1839 e rielaborata da R. Virchow nel 1855, scienziato tedesco attivo nella prima metà dell'Ottocento, il quale si concentrò sul processo di riproduzione cellulare[6] anche se gli studi in questo settore iniziarono ben prima: fu Robert Hooke, fisico, matematico e naturalista inglese che introduce nel 1667 nel suo testo *Micrographia* il nome *cellula*. Già nel 1833, Robert Brown aveva individuato una struttura sferica all'interno di una cellula vegetale, che venne chiamata *nucleo*. Nel 1879, Walther Flemming, biologo tedesco, approfondì gli studi sulla divisione cellulare, grazie a certe colorazioni applicate alle cellule stesse riuscendo a distinguere la cromatina[7]. Scoprì, inoltre, che durante il processo di divisione, i filamenti di cromatina formavano una struttura, chiamata aster, che si suddivideva nelle cellule figlie. Flemming in questo modo scoprì il processo della *mitosi*. Nel 1888, il tedesco Waldeyer chiamò quei filamenti *cromosomi*[8]. La mitosi comprende varie fasi: profase, prometafase, metafase, anafase e telofase. All'inizio, i centrosomi[9], strutture filamentose polimeriche, con i centrioli si duplicano e si portano ai poli opposti del nucleo. Alla fine della profase ai microtubuli si legano

[6] Virchow dirà che "ogni cellula deriva da un'altra cellula".

[7] La cromatina è costituita da granuli presenti nel nucleo.

[8] Alcuni siti consultati: www.scienzagiovane.unibo.it/maschio-femmina/3-storia.html; www.treccani.it/enciclopedia/l-ottocento-biologia-la-teoria-cellulare_(Storia_della_Scienza)/.

[9] I centrosomi sono predisposti all' organizzazione dei microtubuli.

i cromosomi e vi rimarranno legati fino alla telofase. I microtubuli hanno l'importante funzione di separare e dirigere i movimenti dei cromosomi. Il fuso mitotico si forma alla fine della prometafase ed ha la forma di un doppio cono con le basi coincidenti. Alle estremità dei coni vi sono i cosiddetti corpi polari, cioè una coppia di strutture cilindriche (i centrioli) avvolti in un insieme di proteine. La simmetria nel fuso si può osservare tracciando una linea che dai corpi polari attraversa tutto il fuso, passando per le basi del doppio cono. Nella fase successiva, la metafase, si assiste alla disposizione dei cromosomi all'equatore del fuso mitotico. Prima della divisione del genoma che avviene nell'anafase, il fuso mitotico controlla che il patrimonio ereditario sia disposto correttamente: deve essere allineato e collegato ai microtubuli in modo da costituire le due cellule figlie di uguale quantità di materiale genetico. Nell'anafase, i cromatidi[10] si separano e vanno verso parti opposte, creando poi nell'ultima fase due nuovi complessi cromosomici dove rispuntano le membrane nucleari.

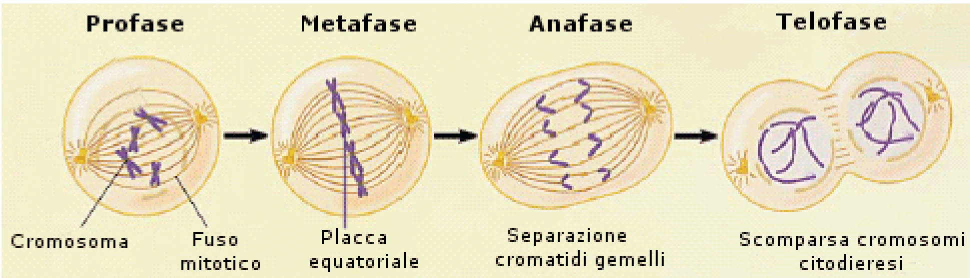

Figura 5.1: Fasi della mitosi

Questo procedimento avviene in modo controllato per la maggior parte delle cellule. In alcune, però, potrebbero sorgere problemi relativi ad esempio ai filamenti: essi possono essere non molto legati ai cromosomi e questo porta ad un'alterazione di simmetria. Parte dell'informazione genetica viene persa con quel cromosoma non legato, causando un'interruzione della mitosi e la conseguente formazione di cellule malformate. In genere, la natura preferisce far morire tali cellule, piuttosto che far proliferare una serie di cellule "sbagliate". Il meccanismo che controlla che tutto il corredo cromosomico sia ben legato nei microtubuli, in modo che alla suddivisione vi sia un'equa distribuzione è dovuto alla presenza di una proteina che si pone nel fuso mitotico, la survivina. Questa, oltre ad avere il ruolo di controllo, è quella che provoca la morte delle cellule malformate. La ricerca della survivina fu condotta da Dario Altieri, del centro di medicina molecolare dell'università di Yale e da Pier Carlo Marchisio, del dipartimento di ricerca biologica e tecnologica dell'Istituto San Raffaele di Milano nel 1998[11]. Si scoprì che l'assenza di tale proteina causa la perdita di simmetria del fuso e la formazione di

[10] I cromatidi sono entità di cui sono formati i cromosomi.

[11] Siti consultati: www.galileonet.it/1998/12/cellule-suicide-con-survivin/; www.repubblica.it/online/cultura_scienze/san/raf/raf.html.

cellule "malate". Non solo l'assenza può portare a conseguenze tragiche, ma anche una sua alterazione o un'eccessiva produzione può provocare un malfunzionamento della proteina stessa e originare cellule tumorali. La simmetria del fuso mitotico, quindi, è fondamentale negli organismi al fine di creare sempre cellule "buone" e mantenere, così, sano l'organismo.

5.2 Simmetria nei cristalli

Uno degli esempi più significativi della simmetria è dato dai cristalli. Un cristallo è un solido costituito da atomi, molecole e ioni la cui disposizione è regolare e si ripete indefinitamente nello spazio, costituendo il reticolo cristallino. Viceversa, i solidi che non presentano ordine nella disposizione degli atomi e delle molecole (quando vi è l'assenza di una struttura cristallina regolare), sono detti amorfi: il vetro appartiene a questa classe di solidi[12]. Il reticolo cristallino viene anche definito *reticolo di Bravais*, dal nome del fisico che lo descrisse: Auguste Bravais (1811-1863), fisico e cristallografo francese, nel 1845 si occupò di descrivere le possibili celle elementari di un reticolo cristallino. Ne individuò 14 tipi e presero, appunto, il suo nome. Lo studio dei cristalli nacque comunque due secoli prima con Keplero che nel 1611 divulgò il suo testo sull'analisi dei cristalli di neve. Dagli studi effettuati da Bravais, il cristallografo Fedorov nel 1890 e il matematico Schoenflies nel 1891 e l'inglese Barlow nel 1894 suddivisero i cristalli in 230 classi di simmetria. Queste classi equivalgono ai 230 modi di comporre insieme rotazioni, traslazioni, riflessioni. Successivamente, nel 1912 Max von Laue utilizzò la diffrazione di raggi X per provare la struttura periodica dei cristalli[13]. Le proprietà dei cristalli sono state scoperte proprio attraverso l'analisi del pattern di diffrazione proveniente da un campione-bersaglio. La più comune e usata legge che descrive il comportamento di due raggi che incidono un cristallo e che raggiungano il rivelatore in fase è la legge di Bragg (1862-1945, fisico e chimico britannico) risalente al 1913. La relazione è la seguente:

$$2d \sin\theta = n\lambda \tag{5.1}$$

ove d è la distanza tra gli strati atomici del cristallo, λ è la lunghezza d'onda della radiazione incidente, n è un numero intero. Questo esperimento era anche una prova diretta della struttura atomica periodica nei cristalli. Dalla sua scoperta effettuata nel 1913, tale legge, con gli studi sulla diffrazione, ha trovato un campo di applicazione molto ampio al fine di capire la struttura di tutti gli stati della materia, irradiandoli con ogni tipo di raggio: non solo raggi X, ma anche ioni, protoni, elettroni, neutroni. Per determinarla, si considerano due raggi in fase tra loro incidenti su piani paralleli; il raggio che bersaglia l'atomo nel piano inferiore deve "fare più strada" rispetto a quello che colpisce il corrispondente atomo nel piano superiore.

[12] Solitamente si dice che uno stato amorfo è uno stato vetroso.

[13] www.minerva.unito.it/Storia/Mineralogia/Mineralogia02.htm

Tale "strada" deve essere pari ad un multiplo intero della lunghezza d'onda affinché i due fasci continuino ad essere paralleli[14]. Fu con questa semplice intuizione che sir Bragg e il figlio giunsero alla formula finale con l'assegnazione del premio Nobel nel 1915. I pattern di diffrazione dei raggi X sulle molecole biologiche vennero osservate anche da Francis e Crick, che scoprirono la struttura del DNA nel 1953.

L'unità fondamentale dei reticoli cristallini è la cella primitiva: essa è definita come il più piccolo volume del reticolo che ripetuto nelle tre dimensioni genera l'intero cristallo (tramite la sola traslazione). Il cristallo quindi è composto da un gran numero di celle primitive e da infiniti punti: individuati tre vettori non complanari generatori del reticolo[15], ogni punto può essere espresso come la combinazione lineare di tali generatori. Gli atomi possono essere situati ai vertici delle celle, ai lati, nelle facce o all'interno della cella. Questa disposizione determina le proprietà del cristallo stesso.
I parametri che caratterizzano una cella elementare sono sei quantità: le lunghezze dei tre spigoli, cioè i moduli dei vettori generatori del reticolo (le cui direzioni caratterizzano gli assi cristallografici) e i tre angoli fra gli assi. Vi sono vari tipi di reticoli a seconda della forma della cella elementare: cubica, monoclina, triclina, tetragonale, esagonale, ortorombica, romboedrica. Questi sono i sette sistemi cristallini che nel 1848 vennero identificati da Bravais. Ciascun sistema può avere più celle elementari: ad esempio il sistema cubico ne ha tre, l'ortorombico ne ha quattro. I sistemi cristallini saranno spiegati più dettagliatamente in seguito.
Come si è detto, la forma esterna di un cristallo suggerisce la presenza di elementi di simmetria, quali per esempio assi di rotazione, assi di rotoinversione, piani di riflessione e centri di simmetria. L'asse di rotazione di un cristallo è la linea immaginaria che lo percorre interamente, attorno alla quale può essere ruotato e ripresentarsi nella sua forma iniziale dopo la rotazione. In tal modo si possono definire diversi assi a seconda dell'angolo di rotazione per il quale si ritrovi l'invarianza della figura:

- l'asse unario corrisponde ad una rotazione di 360° del cristallo (1);
- l'asse binario corrisponde ad una rotazione di 180° (2);
- l'asse ternario di 120° (3);
- l'asse quaternario di 90° (4);
- l'asse senario di 60° (6).

Non esiste l'asse di rotazione 5: questo implica che con quell'oggetto non si riempe completamente lo spazio, cioè rimangono dei "buchi" e questo non può costituire

[14] http://ww2.unime.it/weblab/ita/bragg/bragg2.htm

[15] I tre vettori generatori del reticolo son i vettori base, gli spigoli della cella elementare. Alcuni siti consultati (gli altri sono citati nella bibliografia):www.minerva.unito.it/Storia/Mineralogia/Mineralogia02.htm; ww2.unime.it/weblab/ita/bragg/bragg2.htm; www.mineraldata.org/mineral/cristallografia/simmetria.

una "buona" cella elementare. Tali oggetti con forma di pentagoni regolari, sebbene non possano costituire un reticolo vero e proprio per il motivo appena spiegato, hanno comunque proprietà di diffrazione dei raggi incidenti e vengono così chiamati quasicristalli.
Altri elementi di simmetria sono il piano di riflessione e il centro di simmetria o inversione: il primo è il piano che divide il cristallo in due parti identiche; il secondo è quell'elemento di simmetria che produce l'inversione di un oggetto.

Le trasformazioni puntuali, ossia quelle che lasciano invariato almeno un punto[16], quindi, sono:

- rotazione rispetto ad un asse (lascia invariati i punti sull'asse);
- inversione rispetto ad un punto (lascia invariato il centro di inversione);
- riflessione rispetto ad un piano (lascia invariati i punti sul piano);
- rotoinversione (lascia invariato il centro di inversione);
- rotoriflessione (lascia invariato il punto di intersezione tra il piano e l'asse).

Le simmetrie puntuali o classi di simmetria sono 32 e, in base, ad alcune proprietà comuni, sono state raggruppate in sette sistemi cristallini nel 1848 da Bravais:

1. il sistema *triclino* è caratterizzato dall'avere tutti e tre i vettori che definiscono la cella elementare e gli angoli fra gli assi diversi da 90°.
2. Il sistema *monoclino* ha i tre vettori tra loro diversi come prima, mentre due angoli sono retti e il terzo è maggiore di 90°. Esistono due tipi di cristallo monoclino: quello semplice e quello centrato a seconda della presenza di un atomo al centro della faccia superiore e inferiore.
3. Il sistema *ortorombico* ha i tre vettori di lunghezze diverse, ma gli angoli tutti pari a 90°. A tale sistema appartengono quattro tipi di reticolo: ortorombico semplice, ortorombico a base centrata (un atomo al centro della faccia superiore e uno nella faccia inferiore), ortorombico a corpo centrato (un atomo al centro della cella), ortorombico a facce centrate (un atomo al centro di ogni faccia).
4. Il sistema *trigonale* ha i vettori tutti uguali e gli angoli uguali ma diversi da 90°.
5. Il sistema *tetragonale* ha due vettori uguali, mentre ha gli angoli tutti pari a 90°. Anche in questo caso, esistono due tipi di celle: tetragonale semplice e tetragonale a corpo centrato (un atomo al centro della cella).

[16] www.geo.uniba.it/attachments/article/148/03%20Stato%20cristallino%20e%20simmetria%20-%20Parte%201.pdf

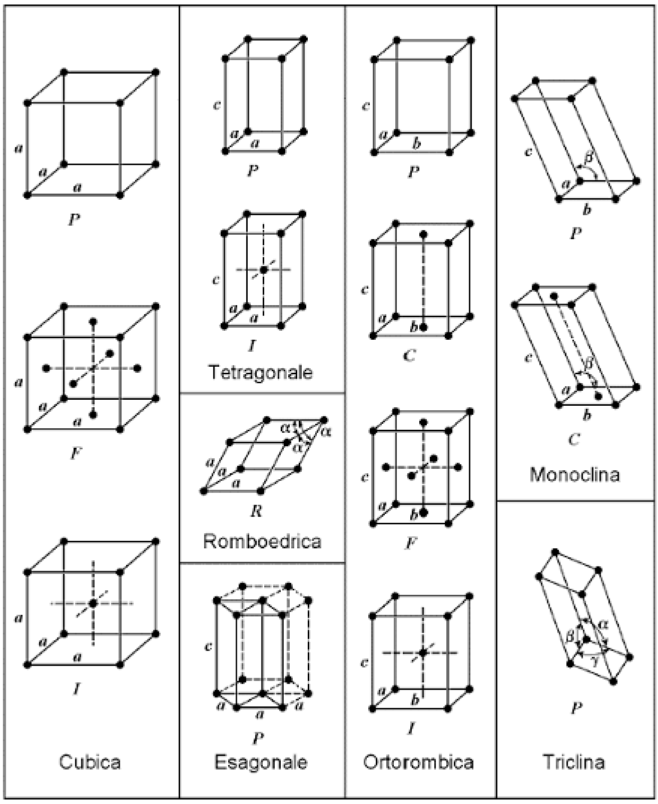

Figura 5.2: I 14 reticoli di Bravais

6. Il sistema *esagonale* ha la stessa caratteristica del tetragonale per quanto riguarda i vettori, mentre ha due angoli pari a 90° e il terzo pari a 120°.

7. Il sistema *cubico* ha tutti i vettori uguali e gli angoli tutti pari a 90°.

E' possibile notare che le possibili celle di Bravais (semplice, a base centrata, a facce centrate, ecc) sono 14 e rappresentano i modi in cui si può riempire lo spazio. Componendo i 32 gruppi di simmetria puntuale con le celle di Bravais si ottengono 230 classi di simmetria.

5.2.1 Cristalli di ghiaccio

Uno dei fenomeni più affascinanti dove osservare la formazione di cristalli è quando l'acqua si trasforma in ghiaccio e tende a disporsi in "costruzioni" solide in cui si può ritrovare la disposizione ordinata e regolare, tipica dei cristalli. Ogni cristallo rappresenta un esempio di simmetria, geometria e unicità: come afferma un celebre detto, *non ne esistono due uguali*. Ogni fiocco infatti è costituito da miliardi e miliardi di molecole ed è molto improbabile che si creino due stelle uguali, con la disposizione delle molecole identica.
I cristalli di ghiaccio, pur nelle più svariate forme presenti, mostrano tutti un modello di simmetria esagonale di fondo. E' per questo motivo che le strutture cristalline che si sviluppano da un cristallo iniziale (a forma esagonale) possiedono un alto grado di simmetria. A mano a mano che la temperatura scende, le molecole d'acqua H_2O si collocano nello spazio secondo una particolare struttura reticolare. Le varie forme dipendono dalle condizioni ambientali presenti nel luogo, come la temperatura e il tasso di umidità e sono principalmente tre[17]:le forme ad ago (aghi di ghiaccio), le forme piane (placchette e dischi) e la forma a stella (o dendrite, il tipico fiocco di neve). Tuttavia, ciò che detta la forma finale, cioè il fiocco di neve, l'ago o la placca è la temperatura, che assume un ruolo fondamentale: a basse temperature prevale la forma di aghi, a temperature più basse, i fiocchi per poi giungere alla formazione di placche a diversi gradi sotto zero.
Tutte queste informazioni sono state acquisite a partire dal 1911, quando lo scienziato tedesco Alfred Wegener (1880-1930) noto soprattutto per la teoria della deriva dei continenti, studiando il fenomeno della brina, intuì il processo di formazione dei cristalli di ghiaccio nelle nubi, fenomeno all'origine delle precipitazioni atmosferiche. In realtà qualcuno che si occupò di studiare i fiocchi di neve ci fu anche nel Seicento: Keplero fu uno dei primi che si interrogò sulla geometria esagonale dei cristalli. Ovviamente, poiché l'analisi della struttura della materia a raggi X avvenne a inizi Novecento, spiegò la forma dei fiocchi come un insieme di sfere di ghiaccio. Dopo Keplero, ci fu Cartesio che raccolse una serie di disegni sui cristalli. Come si è già accennato in precedenza, fu Robert Hooke che osservò i cristalli microscopicamente, pubblicando i suoi risultati in *Micrographia* (1665).
L'idea di Wegener fu poi verificata dal meteorologo Bergeron nel 1922 e teorizzata

[17] www.repubblica.it/scienze/2012/12/30/news/scienza_fiocco_neve-49525933.

nel 1933, il quale, insieme al meteorologo tedesco Findeisen, estesero il lavoro di Wegener e capirono come si formavano i fenomeni atmosferici. La loro teoria fu denominata *processo WBF*, dalle iniziali dei tre scienziati, e spiega che nelle nuvole vi sono dei cristalli di ghiaccio che, sotto certe condizioni fisiche, riescono a svilupparsi dalle gocce d'acqua presenti nelle nubi stesse. Il tipo di precipitazione dipende dalla temperatura degli strati inferiori: se quei cristalli trovano temperature superiori a 0°C, la precipitazione è piovosa, altrimenti è nevosa[18].

[18] ulisse.sissa.it/chiediAUlisse/domanda/2005/Ucau051203d007

Capitolo 6

Conclusioni

L'obiettivo che aveva questa tesi era di indagare l'importanza che la nozione di simmetria ha avuto nella storia degli sviluppi della scienza, in primis la fisica, la matematica e la biologia. Per questo abbiamo ripercorso le tappe salienti che, grazie a un uso sempre più accorto e consapevole della nozione di simmetria, hanno portato a enormi passi avanti nella conoscenza della natura. Sebbene siano state effettuate molte ricerche a partire dallo studio della simmetria o asimmetria di un sistema, molti sono ancora i quesiti aperti: perché la natura predilige un verso piuttosto che un altro? Qual è l'origine della simmetria? Come venne chiesto al fisico Lee, "quale importanza potrebbe mai avere la simmetria"? Insomma, si sa che esiste la simmetria, ma non si capisce perché. Persino Antoine de Saint-Exupèry nel "Dialogo del Piccolo Principe con la rosa" (1943) sostiene il fatto che tutto in natura nasce da una simmetria. Tuttavia, è chiaro che la simmetria postulata all'origine dell'universo deve in qualche momento essersi rotta, altrimenti la materia che oggi ci circonda e di cui siamo fatti non potrebbe esistere. La sfida che gli scienziati stanno affrontando negli ultimi anni è proprio di capire l'asimmetria cosmica (cioè l'asimmetria del Big Bang, da dove tutto ha avuto inizio). Anche nel quotidiano è possibile accorgersi che la natura sembra giocare con la simmetria e l'asimmetria: il corpo umano, ad esempio, esteriormente è simmetrico, ma al suo interno è asimmetrico. Ad una prima osservazione un oggetto ci può sembrare simmetrico, in realtà la sua "essenza" è l'essere asimmmetrico. Al contrario della mentalità degli antichi per cui la simmetria rappresentava un principio per definire la bellezza, la civiltà Zen afferma che "la vera bellezza è una parziale rottura di simmetria"[1], sostenendo di fatto l'illusione di una natura tutta simmetrica. In pratica è l'asimmetria la garanzia di bellezza: il neo sulla guancia sinistra di Marylin Monroe sarebbe la particolarità che la differenzia e la esalta dalle altre dive. L'asimmetria, quindi, diventa un motivo di fascino, perdendo la connotazione negativa che aveva all'inizio. Comprendere l'origine, le cause e il modo in cui avviene una determinata scelta piuttosto che un'altra da parte della natura è una sfida per il futuro: la ricerca

[1] Citazione presente nel sito scienzapertutti.Inf.infn.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1789:il-vuoto-approfondimento280&catid=40&Itemid=623.

scientifica negli ultimi decenni tenta quindi di rispondere sia alla domanda rivolta a Lee, sia alla sua "simmetrica", ossia "quale importanza potrebbe mai avere l'asimmetria?" Da quanto abbiamo esposto, pare evidente che per riuscire a rispondere a queste domande si parte da capire significato e uso della simmetria per arrivare a comprendere le cause e i meccanismi della sua rottura.

Bibliografia

[1] *Asimmetrie 11*, Trimestrale anno 6, numero 11, Roma, aprile 2011.

[2] Bernardini C., (2015), "L'alfabeto della natura. Le equazioni che governano il mondo." *Asimmetrie 19*, 19, pp. 4-11.

[3] Castellani E., *Simmetria e natura. Dalle armonie delle figure alle invarianze delle leggi.*, Editori Laterza, Roma-Bari, 2000;

[4] Castellani E., *Simmetria e realtà*, "Le Scienze Quaderni" n.118, Milano, febbraio 2001.

[5] Dick, *Emmy Noether*, Birkhauser, Reprint edizione, 1981.

[6] Fassò F., *Istituzioni di Fisica Matematica*, cleup, 2015.

[7] Giunti C., (2015), "Misteri sfuggenti. Massa e natura dei neutrini." *Asimmetrie 18*, 18, pp. 34-37.

[8] Mosetti F., *Wegener, Alfred Louis* in Grande Dizionario Enciclopedico UTET, 1995, Torino.

[9] Bettini A., *Meccanica e termodinamica*, cap.5, Decibel editrice, 1995, Padova.

[10] Jacob M., Maiani L. (2001), "L'eredità di Enrico Fermi nella fisica delle particelle" `http:prometeo.sif.it:8080/libri/fermi/maiani.pdf` ultimo accesso: 07/03/2016

[11] Gallavotti B. (1998), "Cellule suicide con survivin", in Galileonet, `http://www.galileonet.it/1998/12/cellule-suicide-con-survivin/` ultimo accesso: 29/12/2015

[12] Bonolis L. (2002), "Genio matematico e trasandato" in Galileonet, `www.galileonet.it/2002/01/genio-matematico-e-trasandato/` ultimo accesso: 15/12/2015

[13] Bosone di Higgs - storia `https://it.wikipedia.org/wiki/Bosone_di_Higgs#Storia` ultimo accesso: 05/03/2016

[14] Iannacone S. (2015), "Nobel per la fisica, perché il premio alle oscillazioni del neutrino", http://www.wired.it/scienza/lab/2015/10/06/kajita-mcdonald-nobel-fisica-oscillazioni-neutrino/ ultimo accesso: 10/03/2016

[15] Bonolis L. (2005), "L'avvento della teoria dei gruppi nella fisica del novecento", http://www.luisabonolis.it/A.I.F._Schools_files/BONOLIS_GROUP_TH_AIF.pdf ultimo accesso: 10/03/2016

[16] http://www.roma1.infn.it/people/longo/fnsn/capitolo7.pdf ultimo accesso: 28/03/2016

[17] Neutrino, http://library.lanl.gov/cgi-bin/getfile?00326606.pdf ultimo accesso: 27/03/2016

[18] Pontrandolfi R. (2011), "Violazione della parità", http://www.roma1.infn.it/exp/ams/LezioniAP/2011/Violazione%20della%20parita%CC%80.pdf ultimo accesso: 15/02/2016

[19] Sozzi M. S. (2008), "Simmetrie discrete e violazione di CP", http://www.df.unipi.it/~sozzi/Sozzi08-Dottorato1.pdf ultimo accesso: 15/02/2016

[20] Claudi F. (2012), "Dal cosmo profondo un limite alla violazione di CPT", http://www.lescienze.it/news/2012/12/13/news/burst_raggi_gamma_simmetria_cpt-1418525/ ultimo accesso: 15/02/2016

[21] Balbi A. (2012), "Il bosone di Higgs", http://scienzapertutti.lnf.infn.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1621&Itemid=474 ultimo accesso: 01/03/2016

[22] Strocchi F., "Simmetrie e rotture di simmetrie", http://www.crm.sns.it/media/publication/167/simm02.pdf ultimo accesso: 25/02/2016

[23] Immagini https://www.google.it/search?hl=it&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1331&bih=614&q=mitosi&oq=mitosi&gs_l=img.3..0l10.3377.9343.0.9886.17.13.3.1.1.0.224.1354.6j4j1.11.0....0...1ac.1.64.img..3.14.1287.DI8bSdBwcAQ#imgrc=en05sBX9o4D0sM%3A, https://www.google.it/search?hl=it&site=imghp&tbm=isch&source=hp&biw=1331&bih=614&q=reticoli+di+bravais&oq=reticoli+di+bravais&gs_l=img.3..0j0i24.4510.9029.0.9592.21.12.1.8.8.0.125.1124.9j3.12.0....0...1ac.1.64.img..0.21.1152.ghiFI-_PVpM#imgrc=lToE4ObyjJz6tM%3A ultimo accesso: 15/03/2016

[24] Busoni G., http://www.giorgio.busoni.it/dispense/ROTTURA_SPONTANEA_DI_SIMMETRIA.pdf ultimo accesso: 27/02/2016

[25] Anderson P. (2003), "La grande scienza. Superconduttività e superfluidità" in Treccani.it, http://www.treccani.it/enciclopedia/la-grande-scienza-superconduttivita-e-superfluidita_(Storia-della-Scienza)/ ultimo accesso: 27/02/2016

[26] http://www.treccani.it/enciclopedia/cellule-e-tessuti_(Universo_del_Corpo)/ ultimo accesso: 28/03/2016

[27] Di Giorgio C. (1998), "Cancro, passo avanti della ricerca italiana" in laRepubblica.it, http://www.repubblica.it/online/cultura_scienze/san/raf/raf.html ultimo accesso: 15/02/2016

[28] Auguste Bravais-storia, http://it.wikipedia.org/wiki/Auguste_Bravais; Eugene Wigner-storia, https://it.wikipedia.org/wiki/Eugene_Wigner ultimo accesso: 28/03/2016

[29] http://ww2.unime.it/weblab/ita/bragg/bragg2.htm ultimo accesso: 30/03/2016

[30] Mesto E., http://www.geo.uniba.it/attachments/article/148/03%20Stato%20cristallino%20e%20simmetria%20-%20Parte%201.pdf ultimo accesso: 20/02/2016

[31] http://www.mineraldata.org/mineral/cristallografia/simmetria ultimo accesso: 30/03/2016

[32] Razzano M. (2012), "Polvere, ghiaccio e tanta pazienza. La scienza in un fiocco di neve" in laRepubblica.it, http://www.repubblica.it/scienze/2012/12/30/news/scienza_fiocco_neve-49525933 ultimo accesso: 30/03/2016

[33] http://www.minerva.unito.it/Storia/Mineralogia/Mineralogia02.htm ultimo accesso: 30/03/2016

[34] Stel F. (2005), "I maghi della pioggia" in chediAUlisse, http://ulisse.sissa.it/chiediAUlisse/domanda/2005/Ucau051203d007 ultimo accesso: 30/03/2016

[35] Cristalli di ghiaccio, https://it.wikipedia.org/wiki/Cristalli_di_ghiaccio ultimo accesso: 24/03/2016

[36] http://scienzapertutti.lnf.infn.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1789:il-vuoto-approfondimento280&catid=40&Itemid=623 ultimo accesso: 23/03/2016

[37] http://digilander.libero.it/danilo.mauro/temi/impulso1.html ultimo accesso: 15/02/2016

[38] http://digilander.libero.it/amaccioni1/Documenti/IVF_LA%20CONSERVAZIONE%20DELLA%20QUANTITA%20DI%20MOTO_storia.doc ultimo accesso: 15/02/2016

[39] http://www.roma1.infn.it/people/luci/fns/K0.pdf ultimo accesso: 15/03/2016

[40] http://www.maecla.it/Fisica/Conservazione%20energia.pdf ultimo accesso: 15/02/2016

[41] http://ppp.unipv.it/PagesIT/StoriaScienza/PDF/vis%20viva.pdf ultimo accesso: 28/02/2016

[42] http://www.liceogalileogalilei.it/old/sites/default/files/materiale_didattico/2012/quantit_di_moto_in_cartesio_e_leibniz_pdf_46516.pdf ultimo accesso: 28/02/2016

[43] Emmy Noether-riconoscimenti, https://it.wikipedia.org/wiki/Emmy_Noether#Riconoscimenti ultimo accesso: 28/12/2015

[44] http://www.scienzagiovane.unibo.it/maschio-femmina/3-storia.html ultimo accesso: 15/03/2016

[45] http://www.treccani.it/enciclopedia/l-ottocento-biologia-la-teoria-cellulare_(Storia_della_Scienza)/ ultimo accesso: 15/03/2016

[46] http://www.di.unisa.it/~ads/BIOINFORMATICA/BiologiaMolecolare/pag/mitosi.html; https://it.wikipedia.org/wiki/Mitosi ultimo accesso: 15/03/2016

[47] Azione-storia, http://it.wikipedia.org/wiki/Azione_(fisica)#Storia ultimo accesso: 28/01/2016

[48] Frase di Leibniz sul concetto di ragion sufficiente, https://it.wikipedia.org/wiki/Principio_di_ragion_sufficiente ultimo accesso: 15/02/2016

[49] https://it.wikipedia.org/wiki/Simmetria_CPT ultimo accesso: 15/03/2016

[50] De Angelis A. (2001), "Simmetrie e invarianze nel mondo dei costituenti elementari", http://slideplayer.it/slide/5486313/ ultimo accesso: 25/01/2016

[51] Citazione di Feynman, https://it.wikipedia.org/wiki/Legge_di_conservazione_dell%27energia; citazione di Vitruvio, https://it.wikipedia.org/wiki/Proporzione_(architettura) ultimo accesso: 15/02/2016

[52] Sozzi M. S. (2011), "Simmetrie discrete, violazione di CP e fisica del sapore", http://www.df.unipi.it/~sozzi/Sozzi11-CP1.pdf ultimo accesso: 20/02/2016

[53] Bottino A. (2015), "Simmetrie discrete in fisica", http://www.alessandrobottino.it/Simmetrie_discrete_in_fisica.pdf ultimo accesso: 29/12/2015

[54] Dionisi C. (2004-2005), "Simmetrie e numeri quantici", http://www.roma1.infn.it/people/dionisi/triennale/cap7-sim-num-quant.pdf ultimo accesso: 25/02/2016

[55] http://www.etimo.it/?term=simmetria ultimo accesso: 30/03/2016