



# Università degli Studi di Padova

---

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "G. GALILEI"

Corso di Laurea Triennale in Fisica

TESI DI LAUREA

## Misure di magnetizzazione per la ricerca di materia oscura

**Candidato:**  
Mattia Spagnol

**Relatore:**  
Dott. Giovanni Carugno

---

Anno Accademico 2015/2016



# Indice

<b>1. Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2. Considerazioni teoriche</b>	<b>3</b>
2.1 Assioni e loro interazione con la materia . . . . .	3
2.2 Proprietà magnetiche dei materiali . . . . .	4
2.3 YIG e applicazione all'esperimento QUAX . . . . .	6
2.4 Equazioni del moto della magnetizzazione . . . . .	8
2.4.1 Dissipazione della magnetizzazione . . . . .	9
2.4.2 Rumore di magnetizzazione . . . . .	10
2.5 Effetto Josephson . . . . .	11
<b>3. Schema sperimentale</b>	<b>13</b>
3.1 Il magnetometro basato su SQUID . . . . .	13
3.1.1 Lo SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) .	14
3.1.2 Accoppiamento induttivo diretto con lo SQUID . . . . .	17
3.1.3 Accoppiamento induttivo tramite trasformatore . . . . .	18
3.1.4 Design della bobina di pickup . . . . .	19
3.1.5 I magneti permanenti . . . . .	20
3.2 Rumore del magnetometro . . . . .	20
3.3 Sistema di calibrazione . . . . .	21
3.4 Circuito alternativo . . . . .	23
3.4.1 Caratterizzazione del circuito alternativo . . . . .	23
<b>4. Risultati sperimentali</b>	<b>25</b>
4.1 SQUID a vuoto . . . . .	25
4.2 Magnetometro a vuoto . . . . .	26
4.2.1 Coefficiente di trasferimento . . . . .	26
4.2.2 Densità spettrale del rumore . . . . .	27
4.2.3 Calibrazione a vuoto . . . . .	28
4.3 Misure della suscettività magnetica dello YIG . . . . .	29
4.3.1 Misure di impedenza . . . . .	29
4.3.2 Variazione della frequenza di risonanza . . . . .	29
4.4 YIG non polarizzato . . . . .	30
4.4.1 Calibrazione con YIG . . . . .	30
4.4.2 Rumore di magnetizzazione dello YIG . . . . .	31
4.5 YIG polarizzato . . . . .	34
<b>5. Conclusioni</b>	<b>36</b>



# 1. Introduzione

La capacità dell'uomo di osservare l'universo in maniera sempre più sofisticata e sensibile a tutte le sue manifestazioni fa sì che la cosmologia moderna sia un ambito scientifico molto attivo e ricco di questioni aperte. Esse richiedono nuove teorie e conferme sperimentali. La teoria cosmologica denominata  $\Lambda$ -CDM ( $\Lambda$ -Cold Dark Matter, ove  $\Lambda$  è una costante cosmologica legata all' "energia del vuoto") è quella che meglio descrive i dati sperimentali. La teoria prevede la seguente suddivisione dell'energia dell'universo:

- Circa il 70% costituito da energia oscura o energia del vuoto che spiega l'espansione dell'universo.
- Circa il 23% costituito da materia oscura fredda che spiega fenomeni come il lensing gravitazionale e il moto di stelle e nubi di gas all'interno e all'esterno delle galassie.
- Circa il 5% materia ordinaria, principalmente idrogeno e elio.
- Il rimanente è costituito da radiazione cosmica di fondo (microonde) e neutrini cosmologici di fondo.

Un possibile costituente della materia oscura sono gli assioni, delle particelle elementari introdotte a livello teorico da Peccei e Quinn. Esse interagiscono debolmente con la materia ordinaria e la radiazione. Se si utilizza un opportuno materiale magnetizzato, in linea teorica, è possibile rilevare la modulazione della sua magnetizzazione dovuta all'interazione con il campo rf equivalente degli assioni.

Si capisce subito che la scelta del materiale per l'interazione con il campo assionico è fondamentale, lo scopo del presente lavoro è quello di studiare il comportamento magnetico di un materiale ferrimagnetico denominato YIG a freddo (4.2 K) in presenza o meno di un campo magnetico statico polarizzante. Lo YIG è un ferrimagnete e quindi le sue proprietà sono determinate unicamente dagli spin elettronici.

Per le misure di campo magnetico si utilizza un magnetometro basato su un sensore chiamato SQUID (Superconducting quantum interference device). Quest'ultimo è un dispositivo che sfrutta un fenomeno quantistico (l'effetto Josephson) per rilevare variazioni di campo magnetico dell'ordine dei  $10^{-15}$  Tesla, infatti questi strumenti possono raggiungere livelli di rumore molto basso, i migliori arrivano a ben  $10^{-7} \phi_0 / \sqrt{Hz}$  dove  $\phi_0 = 2.07 \times 10^{-15} Tm^2$  è un flusso quantico. Il campione viene accoppiato allo SQUID mediante delle bobine superconduttive, tutti questi elementi sono posti alla temperatura di 4.2 K in un bagno di elio liquido.

Lo YIG polarizzato da un campo costante e accoppiato ad uno SQUID, potrebbe quindi essere il materiale adatto, in condizioni di risonanza, per interagisce con gli assioni. L'esperimento attualmente in corso che ha questo obiettivo è denominato QUAX (QUaerere AXion) [1]. In questa applicazione la magnetizzazione del materiale viene modulata da un ipotetico campo assionico che produce un  $B_a \approx 10^{-22} T \frac{m_a}{10^{-4} eV}$  dove  $m_a \approx 10^{-4} eV$  è la massa di riferimento per l'assione.  $B_a$  è debole perchè l'accoppiamento tra gli assioni e gli spin elettronici è molto basso, è per questo che si deve procedere con uno studio preliminare dei rumori di magnetizzazione dello YIG che attualmente sovrastano la modulazione assionica.

Vale la pena ricordare altri esperimenti che hanno il fine di rilevare gli assioni, essi sono CAST e ADMX. In questi esperimenti si sfrutta l'effetto Primakoff inverso, secondo il quale un assione si trasforma in un fotone sotto campi magnetici intensi [2].

## 2. Considerazioni teoriche

Lo scopo di questo capitolo è quello introdurre e motivare lo studio del rumore di magnetizzazione della materia, in particolare nello YIG. Nella sezione 2.1 si inizia riportando una breve introduzione teorica dell'esperimento QUAX di rilevamento degli assioni cosmologici, riportando solo alcuni risultati importanti per poter apprezzare l'idea dell'esperimento.

Vengono poi trattate nella sezione 2.2 le categorie dei materiali magnetici di interesse e un approfondimento nella 2.3 per quanto riguarda lo YIG.

La sezione 2.4 è dedicata invece alla magnetizzazione statica e dinamica del materiale, si ricava la polarizzazione degli spin elettronici e quindi della magnetizzazione in presenza di un campo magnetico esterno costante; poi si introduce brevemente al caso di una modulazione della magnetizzazione dovuta a un campo magnetico oscillante per poi affrontare il caso delle fluttuazioni termiche del campo magnetizzante come sorgente di rumore.

Nella sezione 2.5 si affronta, per concludere, la teoria alla base dal rivelatore utilizzato (SQUID) nello studio dei rumori di magnetizzazione. Il principio di funzionamento è una delle più evidenti manifestazioni a livello macroscopico dell'effetto tunnel quantistico.

### 2.1 Assioni e loro interazione con la materia

Un esperimento per la rilevazione di assioni cosmologici come QUAX è possibile grazie a delle considerazioni teoriche e sperimentali che ora discuteremo brevemente. La teoria  $\Lambda$ -CDM [3] prevede che gran parte dell'universo sia costituito da materia oscura, la quale non è direttamente osservabile se non per i suoi effetti gravitazionali. La materia oscura è stata introdotta per spiegare il moto dei corpi dentro e fuori la galassia, infatti ci si aspetta che all'esterno delle galassie la velocità di stelle e nubi di gas dipenda da  $1/\sqrt{r}$ , dove  $r$  è la distanza del corpo dal centro della galassia, invece si osserva una dipendenza lineare in  $r$  (come per i moti interni alle galassie). La natura di questa materia che occupa i grandi vuoti intergalattici però non è ancora nota.

L'assione è una nuova particella introdotta da Peccei e Quinn [4] ed è il candidato più favorito come costituente della materia oscura. Gli assioni hanno un accoppiamento estremamente debole con la materia, per questo il possibile setup per la loro rilevazione è estremamente delicato da realizzare.

Con delle approssimazioni non relativistiche si ottiene la seguente equazione di Schroedinger per l'evoluzione temporale di una particella con spin  $1/2$ , come

l'elettrone, che interagisce con il campo assionico  $a(x)$  [1]

$$i\hbar \frac{\partial \varphi}{c \partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + g_s c a - \frac{g_p \hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} a \right] \varphi \quad (2.1)$$

dove  $g_p$  e  $g_s$  sono dei termini, pseudo-scalare e scalare rispettivamente, di accoppiamento tra l'assione e la materia e  $\vec{\sigma}$  è il vettore delle matrici di Pauli di spin. Nell'equazione (2.1) il termine più rilevante di interazione è:

$$-\frac{g_p \hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} a \equiv -2 \frac{e \hbar}{2m} \vec{\sigma} \cdot \left( \frac{g_p}{2e} \right) \vec{\nabla} a \quad (2.2)$$

che ha proprio la forma di interazione tra il momento magnetico di spin  $\frac{e \hbar \vec{\sigma}}{2m} = \mu_B \vec{\sigma}$  e un campo magnetico effettivo  $\vec{H}_a \equiv \frac{g_p}{2e} \vec{\nabla} a$ .

Considerando ora solo gli assioni di origine cosmologica, possiamo pensare che essi costituiscano un vento assionico dovuto al fatto che Terra si muove all'interno della materia oscura. La velocità degli assioni segue la distribuzione di Maxwell e la loro velocità media, in un sistema di riferimento solidale alla Terra, è dato da  $v_a^{(T)} = v_a^{(G)} - v_S - v_T - v_R$  dove  $v_a^{(G)}$  è la velocità degli assioni rispetto al centro della galassia,  $v_S$  è la velocità orbitale del Sistema Solare attorno alla galassia,  $v_T$  è la velocità della Terra attorno al Sole e  $v_R$  è la velocità di rotazione della Terra. Risulta  $v_a^{(T)} \approx 270 \text{ Km/s}$ . Secondo il modello cosmologico  $\Lambda$ -CDM la densità di energia del vento assionico vale  $\rho \approx 300 \text{ MeV/cm}^3$ , quindi per energie dell'assione di circa  $10^{-4} \text{ eV}$ , la densità degli assioni è molto elevata ( $n_a \approx 3 \times 10^{12} \text{ assioni/cm}^2$ ) e quindi il campo assionico può essere trattato classicamente. Grazie a queste considerazioni si può dimostrare [1] che partendo dal campo assionico  $a(x)$ , prendendone la parte reale del gradiente, si può ricavare un campo magnetico effettivo pari a

$$B_a = 10^{-22} T \frac{m_a}{10^{-4} \text{ eV}} \quad (2.3)$$

e una frequenza data dalla massa dell'assione pari a

$$\frac{\omega_a}{2\pi} = 24 \text{ GHz} \frac{m_a}{10^{-4} \text{ eV}} \quad (2.4)$$

Il campo assionico effettivo è estremamente debole da rilevare se comparato con i migliori esperimenti odierni, si devono quindi utilizzare delle tecniche di risonanza.

## 2.2 Proprietà magnetiche dei materiali

Le proprietà magnetiche dei materiali sono determinate dalle shell elettroniche parzialmente riempite dei metalli di transizione. L'atomo di ferro (appartenente agli elementi 3d) conferisce la maggior parte delle proprietà dello YIG. Sono proprio gli elettroni di questi orbitali più esterni che danno origine al momento magnetico  $\vec{M}$  della materia che solitamente si misura in magnetoni di Bhor ( $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$ ). In generale le due sorgenti di momento magnetico all'interno di un atomo sono gli spin elettronici e il moto stesso degli elettroni attorno all'atomo. Se il momento magnetico è dato solo dagli spin allora il momento magnetico totale è  $\mu_B$  moltiplicato per il numero di elettroni non accoppiati. Ad esempio nel  $\text{Fe}^{3+}$  ( $[\uparrow][\uparrow][\uparrow][\uparrow][\uparrow]$ ), dove il livello 3d ha 5 elettroni con spin parallelo, il

momento magnetico vale  $5\mu_B$  invece nel  $\text{Fe}^{2+}$  ( $(\uparrow\downarrow)(\uparrow\uparrow)(\uparrow\uparrow)(\uparrow\uparrow)$ ) vale  $4\mu_B$  perchè nel livello 3d c'è un orbitale con due elettroni antiparalleli e 4 con elettroni con spin concorde. La spiegazione è data dalle regola di Hund. Nei materiali con struttura cristallina con atomi della serie del ferro la componente data dal moto orbitale degli elettroni è trascurabile perchè è soppressa dal campo magnetostatico cristallino [5].

Gli spin elettronici interagiscono fra di loro, le interazioni si possono dividere in intra-atomiche e inter-atomiche. Le prime coinvolgono elettroni dello stesso atomo e producono il momento magnetico netto di alcuni atomi favorendo l'allineamento parallelo degli spin (come negli esempi sopra citati degli ioni del ferro), le seconde invece coinvolgono elettroni di atomi diversi e sono alla base per la spiegazione della magnetizzazione spontanea dei ferromagneti ad esempio.

In generale le interazioni fra gli spin determinano l'ordine magnetico di un materiale, cioè la configurazione degli spin che si viene a creare. Le interazioni intra-atomiche portano sempre a spin paralleli fra orbitali parzialmente riempiti, le interazioni inter-atomiche sono invece più complicate e portano a differenziare i materiali in ferromagneti, ferrimagneti e antiferrimagneti. Brevemente si può dire che nei ferromagneti tutti gli spin si allineano parallelamente, nei ferrimagneti e negli antiferrimagneti vi sono specie nucleari differenti nel materiale nei quali gli spin atomici di elementi diversi assumono orientazione antiparallela. La differenza ora fra ferrimagnetici e antiferrimagnetici è che nei primi si ha uno scompenso nel momento magnetico di atomi diversi (esempio  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) e nei secondi un equilibrio con momento magnetico netto nullo (esempio in  $\text{MnF}_2$ ). Si noti che l'ordine imposto dalle interazioni inter-atomiche è in competizione con l'agitazione termica dei momenti magnetici ed è possibile solo al di sotto della temperatura di Curie.

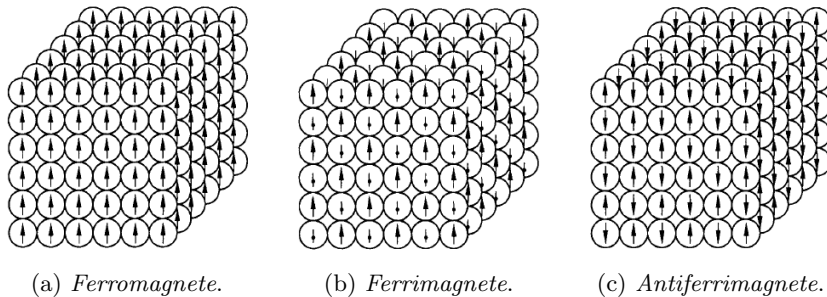


Figura 2.1: *Diversi ordini magnetici a  $T \rightarrow 0$  K.*

Le interazioni intra-atomiche sono circa 10 volte più intense rispetto a quelle inter-atomiche e quindi sono poco influenzate dalla temperatura, per questo le variazioni di magnetizzazione di un materiale sono causate da rotazioni dei momenti magnetici e non da un'effettiva variazione del modulo del momento. Questo è quello che ci si aspetta di osservare negli spettri dello YIG non polarizzato. Un'altra importante proprietà che caratterizza lo YIG e più in generale i materiali isolanti composti da ossidi di metalli di transizione e metalli di terre-rare è quella che i momenti magnetici sono localizzati in siti ben precisi della struttura del materiale magnetico. Questa proprietà è in contrasto con la così detta magnetizzazione itinerante dei metalli della serie del ferro ad esempio, nei quali si ha una delocalizzazione degli elettroni.

I materiali utilizzati nell'esperimento QUAX sono di tipo paramagnetico e ferromagnetico. Essi si comportano allo stesso modo in presenza di un campo magnetico, infatti entrambi si polarizzano in maniera concorde col campo magnetico in cui sono immersi. Microscopicamente la spiegazione per i materiali paramagnetici è che sono costituiti da molecole che possiedono un momento di dipolo magnetico intrinseco. La differenza fra paramagnete e ferrimagneti è che questi ultimi mantengono la magnetizzazione una volta spento il campo polarizzate, ci sono comunque dei casi di ferrimagneti come lo YIG, cioè dei granati, per cui non rimane magnetizzazione residua a causa in un processo di compensazione del momento angolare che avviene al di sopra di una certa temperatura.

I materiali ferromagnetici non sono interessanti ai fini dell'applicazione al prototipo QUAX, infatti a causa della loro struttura interna le molecole dei ferromagneti si dispongono nei così detti domini di Weiss, in grado di muoversi leggermente sotto l'influenza di un campo magnetico esterno. L'orientazione di questi domini provoca un elevato rumore di magnetizzazione.

Per quanto detto precedentemente è conveniente utilizzare materiali in grado di sviluppare una magnetizzazione intensa e il più possibile uniforme con tempi di rilassamento molto lunghi. L'intensità e l'uniformità sono ottimizzate per campioni di forma sferica, infatti le condizioni al contorno della sfera fanno sì che il campo magnetico al suo interno sia uniforme e parallelo al campo magnetico esterno applicato.

## 2.3 YIG e applicazione all'esperimento QUAX

Il granato di ittrio e ferro, in inglese Yttrium Iron Garnet (YIG), è un materiale ferrimagnetico sintetico con formula chimica  $Y_3Fe_2(FeO_4)_3$  scoperto nel 1956 da Bertaut e Forrat. Grazie alle sue proprietà magnetiche è particolarmente adatto ad essere applicato in un esperimento di rilevazione degli assioni. Lo YIG utilizzato è in forma cristallina, ne esistono anche in forma polverulenta. Le principali proprietà sono [6]:

- Tempo di rilassamento molto lungo grazie ad un basso grado di dissipazione di energia, possiede una banda passante molto stretta alla frequenza di risonanza. Il fattore di merito è quindi molto elevato e la frequenza di risonanza può essere variata di decine di GHz applicandovi un certo campo magnetico statico.
- Il livello di saturazione della magnetizzazione è pari a 0.178 T a temperatura ambiente e 0.246 T a 4.2 K.
- Mostra caratteristiche da isolante, infatti ha una band gap di 2.85 eV.
- Ha una temperatura di Curie elevata pari a 545 K che gli permette di essere impiegato in esperimenti a temperatura ambiente.
- Il momento magnetico di una cella unitaria è  $40 \mu_B$ , questo valore è dato dalle interazioni di scambio fra gli ioni ferro presenti in una cella unitaria.
- Costante di Gilbert pari a circa  $\alpha = 3 \times 10^{-5}$ , per il significato della costante si veda la sezione 2.4.1.

La cristallografia dello YIG è piuttosto complessa (vedi figura 2.2), presenta un reticolo a corpo cubico con una costante di reticolo pari a circa 12.4 Å. Ogni cella unitaria contiene 160 atomi organizzati in otto sottounità con formula  $Y_3^{3+}Fe_2^{3+}Fe_3^{3+}O_{12}^{2-}$ , con l'ittrio che occupa siti  $c$  ed è circondato da 8 ossigeni a formare un dodecaedro. 16 ioni ferro occupano siti  $a$  e 24 siti  $d$ . I siti  $a$  sono chiamati anche ottaedri con il ferro al centro circondato da 6 ossigeni. Il sito  $d$  è un tetraedro con il ferro al centro e 4 ossigeni attorno. Gli ioni ossigeno occupano a loro volta siti denominati  $h$  che si trovano dove si uniscono un tetraedro un ottaedro e due dodecaedri. La magnetizzazione dello YIG deriva unicamente dallo ione  $Fe^{3+}$  perchè lo  $Y^{3+}$  è un diamagnetico.

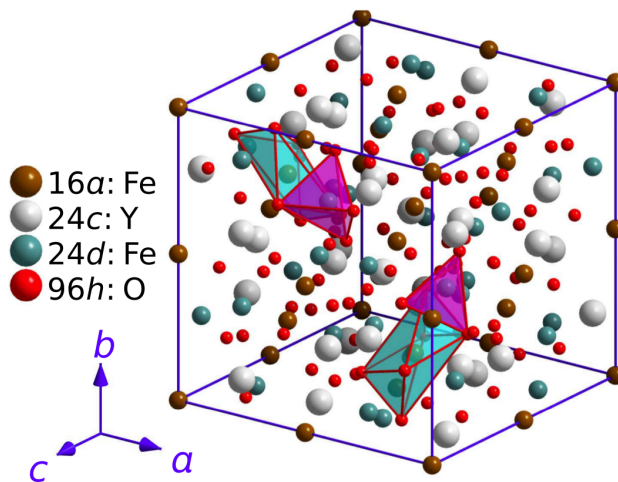


Figura 2.2: *Struttura cristallina dello YIG come rappresentazione di una cella unitaria.*

In figura 2.3 si riporta un esempio di applicazione di una sferetta di YIG come filtro bassa banda con alto fattore di merito, solitamente le sfere di YIG sono montate su una piccola asta di ceramica e come in questo caso sono accoppiate ad un circuito mediante delle spire a forma di U.

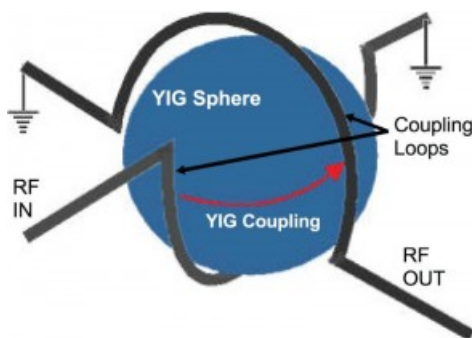


Figura 2.3: *Sfera di YIG utilizzata come filtro passa banda.*

La tecnica che si intende sfruttare nell'esperimento QUAX è quella di far interagire gli assioni cosmologici con gli spin degli elettroni in un materiale magnetizzato mediante un campo magnetico costante  $\vec{H}_0$ . Questa interazione è equivalente ad

applicare un campo magnetico  $\vec{H}_a$  rapidamente oscillante al materiale che dipende dalle caratteristiche dell'assione. Gli spin elettronici del materiale tendono a disporsi parallelamente al campo  $\vec{H}_0$  e precedono con frequenza di Larmor pari a  $\omega_L = \gamma H_0$  dove  $\gamma$  è il rapporto giromagnetico dell'elettrone. L'intensità  $H_0$  del campo va scelta in modo che  $\omega_L$  sia uguale alla frequenza di De Broglie degli assioni perchè in questo caso lo stimolo del campo assionico produce un fenomeno di risonanza nel materiale. Per amplificare il campo assionico e ridurre la frequenza del segnale da rilevare si applica un campo rf pompa  $\vec{H}_p$  in direzione ortogonale al campo polarizzante  $\vec{H}_0$  [1]. Il campo assionico e il campo pompa, supposti paralleli, modulano la precessione degli elettroni. Questo si rispecchia macroscopicamente in una modulazione della magnetizzazione dell'intero materiale lungo la direzione di  $H_0$ . Per maggiori dettagli si rimanda alla successiva sezione dedicata alla dinamica di magnetizzazione dei materiali. Dunque la magnetizzazione del campione sferico può essere rilevata con uno SQUID che dovrà essere correttamente accoppiato, mediante una bobina di pickup, al campione.

## 2.4 Equazioni del moto della magnetizzazione

La dinamica della magnetizzazione del materiale si può ricavare partendo da quella dei singoli elettroni. Consideriamo il momento magnetico  $\vec{M}_e$  di un elettrone, se esso è sottoposto a un campo magnetico esterno  $\vec{H}$  sente un momento torcente pari a

$$\vec{\tau} = \vec{M}_e \times \vec{H} \quad (2.5)$$

dunque il momento angolare  $\vec{J}$  dell'elettrone, espresso in unità di  $\hbar$ , varia nel tempo secondo la seguente equazione

$$\hbar \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \vec{\tau} \quad (2.6)$$

Dato che  $\vec{M}_e = -\gamma \hbar \vec{J}$  dove  $\gamma = -ge_0 \hbar / 2m_e c$  è il rapporto giromagnetico,  $g$  fattore di Landè,  $e_0$  carica dell'elettrone,  $m_e$  massa dell'elettrone. Si ottiene quindi la seguente equazione del moto della magnetizzazione, che è la forma più semplice delle equazioni di Bloch

$$\frac{\partial \vec{M}_e}{\partial t} = -\gamma \vec{M}_e \times \vec{H} \quad (2.7)$$

questa equazione permette di ricavare un risultato già accennato nella sezione 2.2 dedicata ai materiali magnetici, cioè che

$$\frac{d\vec{M}^2}{dt} = 0 \quad (2.8)$$

ovvero il modulo della magnetizzazione rimane costante nel tempo.

La magnetizzazione di un materiale è data dalla somma dei momenti magnetici di ciascun elettrone per unità di volume

$$\vec{M} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{M}_e}{\Delta V} \quad (2.9)$$

Applichiamo un campo magnetico  $\vec{H}(\omega) = \vec{H}_0 + \vec{H}_\sim(\omega)$  al materiale, con  $H_0 \gg H_\sim(\omega)$ , si avrà una magnetizzazione  $\vec{M}(\omega) = \vec{M}_0 + \vec{M}_\sim(\omega)$  con  $M_0 \gg M_\sim(\omega)$ ;

l'equazione 2.7, se ci fermiamo all'ordine zero nell'approssimazione, ha la soluzione statica

$$\vec{H}_0 \times \vec{M}_0 = 0 \quad (2.10)$$

cioè il materiale sarà magnetizzato in modo costante e parallelamente alla componente statica del campo magnetico applicato. Oltre a questa polarizzazione i momenti magnetici degli elettroni hanno un moto di agitazione termica, questi due processi conducono a un modulo della magnetizzazione del materiale che, in condizioni di equilibrio, vale

$$M_0 = N_0 \mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B \mu_0 H_0}{k_B T_s}\right) \quad (2.11)$$

dove  $N_0$  rappresenta la densità di spin e  $T_s$  la temperatura di spin, cioè la temperatura del solo sistema elettronico e non di tutto il materiale. Per campi  $H_0$  sufficientemente elevati la magnetizzazione del materiale raggiunge un livello di saturazione e in accordo con l'equazione 2.9 si ottiene  $M_0 = N_0 \mu_B$ .

Al primo ordine invece l'equazione 2.7 diventa

$$\frac{\partial \vec{M}_\sim(\omega)}{\partial t} = -\gamma[\vec{M}_\sim(\omega) \times \vec{H}_0] - \gamma[\vec{M}_0 \times \vec{H}_\sim(\omega)] \quad (2.12)$$

la soluzione di questa equazione mostra che un campo magnetico oscillante alla frequenza  $\omega$  provoca la precessione dei momenti magnetici degli elettroni, e si ha un fenomeno di risonanza quando  $\omega$  è uguale alla frequenza di Larmor  $\omega_L = \gamma H_0$ . Nel caso del rilevamento degli assiomi comologici proposto nell'esperimento QUAX,  $\vec{H}_\sim(\omega)$  è una sovrapposizione di due campi magnetici rapidamente oscillanti, il piccolo campo assionico  $H_a$  e quello per pompare il materiale con ampiezza molto maggiore del primo  $H_p$ . I campi  $H_0$  e  $H_p$  mantengono gli elettroni in moto altrimenti perderebbero la loro orientazione in tempi che dipendono dal tempo di rilassamento del campione. Il fatto che si fornisce costantemente energia agli elettroni i quali la dissipano, provoca un aumento della temperatura del campione e quindi del rumore di magnetizzazione.

Quando non viene applicato un campo magnetico statico al campione, il vettore  $\vec{M}$  non è unico per tutto il materiale, infatti i momenti magnetici atomici si organizzano in domini separati da pareti (rispettivamente domains e domain walls). Queste formazioni si creano per minimizzare l'energia del materiale, le dimensioni stabili dei domini si hanno quando l'energia magnetostatica all'interno di essi è pari all'energia delle pareti di separazione. La teoria introdotta in questa sezione si può applicare a ogni singolo dominio dove è definito un unico momento magnetico.

#### 2.4.1 Dissipazione della magnetizzazione

Una descrizione più esaustiva della dinamica di magnetizzazione è fornita dall'equazione di Gilbert, la quale contiene anche un termine dissipativo [7]

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -|\gamma| \vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M} \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \quad (2.13)$$

dove  $\alpha = -\gamma \eta M$  è il termine adimensionale di smorzamento e  $H_{\text{eff}}$  è un generico campo agente sul momento magnetico, che comprende  $\vec{H}_\sim(\omega)$  e  $\vec{H}_0$ . Il termine dissipativo comprende effetti dovuti alle interazioni spin-reticolo, spin-spin e anche

al fatto che un dipolo magnetico oscillante irradia energia sotto forma di campo elettromagnetico. Le soluzioni [8] dell'equazione di Gilbert mostra che il campo  $\vec{H}_{\sim}(\omega)$ , supposto ortogonale a  $\vec{H}_0$  come in figura 2.4, provoca una modulazione della magnetizzazione del materiale lungo l'asse del campo statico. Nella proposta QUAX la modulazione viene raccolta da una bobina orientata lungo la direzione del campo  $\vec{H}_0$  e poi convertita in un voltaggio da uno SQUID.

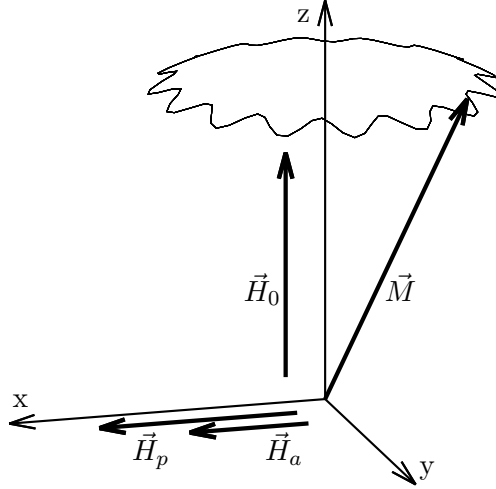


Figura 2.4: Modulazione del momento magnetico  $\vec{M}$  polarizzato tramite  $\vec{H}_0$ .

## 2.4.2 Rumore di magnetizzazione

Il campo efficace  $\vec{H}_{\text{eff}}$  non è dato solo dai campi che si possono controllare, ma è somma di vari contributi

$$\vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H}_{\text{exc}} + \vec{H}_{\text{static}} + \vec{H}_{\text{an}} + \vec{H}_{\text{ext}} + \vec{H}_{\text{th}} \quad (2.14)$$

dove il primo termine detto di scambio tende a far allineare gli spin fra di loro, il secondo è detto magnetostatico ed è responsabile dell'organizzazione degli spin in domini, il terzo è dovuto alle anisotropie del reticolo cristallino del materiale e tende a far allineare i momenti magnetici lungo direzioni privilegiate, il quarto è il campo esterno che nel nostro caso è  $\vec{H}_{\text{ext}} = \vec{H}_{\sim}(\omega) + \vec{H}_0$  e infine il quinto termine è dovuto all'agitazione termica ed è l'unico termine stocastico che è responsabile delle fluttuazioni casuali del momento magnetico.

L'equazione di Langevin si ottiene dall'equazione di Gilbert sostituendo al posto del campo efficace solo i termini relativi al campo esterno e al campo di agitazione termica, si ottiene

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -|\gamma| \vec{M} \times (\vec{H}_{\text{ext}} + \vec{H}_{\text{th}}) + \frac{\alpha}{M} \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \quad (2.15)$$

Il campo casuale  $\vec{H}_{\text{th}}$  descrive l'effetto del contatto del campione magnetico con un bagno termico. Tiene conto dell'interazione della polarizzazione della magnetizzazione con i gradi di libertà microscopici che causano la fluttuazione della distribuzione di magnetizzazione. Si suppone che le fluttuazioni termiche avvengano molto più velocemente rispetto alla scala intrinseca dei tempi dettata dalla frequenza di precessione di Larmor  $\omega_L = -\gamma H_{\text{eff}}$ . Si assuma che il campo termico abbia

ciascuna componente indipendente dalle altre sia spazialmente che temporalmente e che inoltre queste fluttuazioni siano un processo casuale gaussiano con le seguenti caratteristiche

$$\langle H_{\text{th},i}^{(k)}(t) \rangle = 0 \quad \langle H_{\text{th},i}^{(k)}(t) H_{\text{th},j}^{(l)}(t') \rangle = D \delta_{ij} \delta_{kl} \delta(t - t') \quad (2.16)$$

dove  $H_{\text{th},i}^{(k)}$  è l' $i$ -esima componente della fluttuazione termica del campo agente sul momento magnetico  $k$ , gli indici  $k$  e  $l$  indicano una posizione spaziale. Lo spettro delle fluttuazioni termiche segue dal teorema di fluttuazione-dissipazione, quindi

$$D = \hbar \coth \left( \frac{\hbar \omega}{2k_B T} \right) \eta \quad (2.17)$$

dove  $T$  è la temperatura e ricordiamo che  $\eta$  è il termine dissipativo introdotto nell'equazione di Gilbert.

Un'analoga trattazione verrà applicata quando tenteremo di spiegare gli spettri dello YIG non polarizzato. Considerando un materiale con una certa suscettività magnetica espressa in forma complessa come  $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$  e inserito in un'induttanza, questo genera un termine induttivo e resistivo nell'impedenza complessa nel circuito. Dunque  $\eta$  nella formula (2.17) verrà sostituito dalla parte immaginaria dell'impedenza complessa, che costituisce quindi un termine resistivo nel circuito e quindi sorgente di rumore Johnson. Per maggiori dettagli si rimanda alla sezione dedicata all'analisi degli spettri dello YIG non polarizzato.

## 2.5 Effetto Josephson

L'effetto Josephson è il fenomeno fisico alla base del funzionamento dello SQUID, esso avviene quando due campioni superconduttivi vengono accoppiati debolmente. Consideriamo la funzione d'onda macroscopica nelle due regioni superconduttive  $|\psi_1|e^{i\theta_1}$  e  $|\psi_2|e^{i\theta_2}$ , se i due campioni sono separati le fasi  $\theta_1$  e  $\theta_2$  sono ovviamente scorrelate, se invece interagiscono, ad esempio attraverso un sottile strato (spessore dell'ordine dell'Å) di materiale non superconduttore, si ha  $\theta_1 = \theta_2$  e le coppie di Cooper si trovano tutte nello stesso stato. Questa configurazione minimizza l'energia, tuttavia si può creare uno sfasamento  $\delta = \theta_1 - \theta_2$  applicando una piccola tensione o una corrente attraverso l'accoppiamento dei due materiali. I due superconduttori accoppiati in questo modo formano una giunzione Josephson.

Nella giunzione, che supponiamo estendersi da  $-d/2$  a  $+d/2$ , le coppie di Cooper vanno incontro all'effetto tunnel. Se per semplicità consideriamo che i due campioni superconduttivi siano identici e alla stessa temperatura, nella giunzione si avrà una funzione d'onda complessiva

$$\psi = \sqrt{\frac{n_{e^-}}{2}} (e^{i\theta_1 - K(x+d/2)} + e^{i\theta_2 - K(x-d/2)}) \quad (2.18)$$

dove  $\frac{n_{e^-}}{2}$  è la densità delle coppie di Cooper nei superconduttori che è pari al quadrato del modulo della funzione d'onda,  $1/K$  è la lunghezza caratteristica di decadimento delle funzioni d'onda all'interno della barriera. Si può calcolare ora la densità di corrente (corrente di probabilità) della funzione d'onda 2.18, si ottiene

$$j = \frac{e\hbar n_{e^-}}{2im} K e^{-Kd} (e^{i(\theta_2 - \theta_1)} - e^{-i(\theta_2 - \theta_1)}) = j_0 \sin \delta \quad (2.19)$$

questa viene chiamata prima equazione di Josephson con  $m$  e  $e$  rispettivamente massa e carica dell'elettrone e

$$j_0 = \frac{e\hbar m_{e^-}}{m} K e^{-Kd} \quad (2.20)$$

è la densità di corrente critica di coppie, cioè è la massima supercorrente che può fluire attraverso una giunzione Josephson, essa è caratteristica per ogni barriera.

Se si immette una corrente di polarizzazione  $I_p = j_p A$  attraverso la giunzione, con  $A$  area della barriera, per  $I_p/A < j_0$  la differenza di fase si aggiusta per soddisfare la 2.19 così le coppie di Cooper passano la barriera per effetto tunnel senza perdere energia generando una supercorrente. Questo viene chiamato effetto Josephson DC. Se invece  $I_p/A \geq j_0$  si generava improvvisamente una differenza di potenziale nella barriera, e aumentando ulteriormente la corrente si entra nel regime ohmico nel quale  $I = V/R$  dove  $R$  è la resistenza della barriera.

Consideriamo la funzione d'onda di una coppia di Cooper che attraversa la barriera,  $\psi \propto e^{t\frac{i\mu}{\hbar}} = e^{i\theta(t)}$ , dove  $\mu$  è l'energia della coppia, dato che il materiale è superconduttore questa energia è costante. Mantenendo una differenza di potenziale  $V$  ai capi della giunzione, la coppia di Cooper avrà un'energia potenziale pari a  $2eV$ , dove  $e$  è la carica elementare, dunque

$$\mu_2 - \mu_1 = \hbar \left( \frac{\partial\theta_2}{\partial t} - \frac{\partial\theta_1}{\partial t} \right) = \hbar \frac{\partial\delta}{\partial t} = 2eV \quad (2.21)$$

detta seconda equazione di Josephson. Se  $V$  è costante possiamo integrarla ottenendo  $\delta = \frac{2eV}{\hbar}t + \delta_0$ , inseriamo questa differenza di fase attraverso la giunzione nella prima equazione di Josephson e ricordando la definizione di quanto di flusso magnetico si ottiene

$$j = j_0 \sin \left( \frac{2\pi V}{\phi_0} t + \delta_0 \right) \quad (2.22)$$

dove  $\phi_0 \equiv h/2e \simeq 2.068 \times 10^{-15} \text{ Wb}$  è un flusso quantico. Dunque data una differenza di potenziale finita  $V$  esiste una supercorrente  $j$  di frequenza  $\nu_J = \frac{2eV}{\phi_0}$  detta frequenza di Josephson, questo è chiamato effetto Josephson AC.

La teoria riportata in questa sezione viene direttamente applicata nei sensori per rilevare deboli campi magnetici basti sullo SQUID, che per esteso significa appunto Superconducting QUantum Interference Device.

## 3. Schema sperimentale

L'apparato sperimentale consiste in un magnetometro basato sullo SQUID montato su di un'asta di acciaio che permette di immergere il magnetometro e il campione in elio liquido a pressione atmosferica (quindi a 4.2 K). L'anello dello SQUID, dove si verifica l'interferenza quantica è un superconduttore a 4.2 K, queste temperature si rendono inoltre necessarie per ridurre il rumore termico dell'apparato. La zona dove viene collocato il campione è in teflon e viene completamente immersa in glicerina che, solidificandosi, riduce le vibrazioni meccaniche e il rumore ad esse associato. Il tutto è contenuto in un cilindro di piombo chiuso nella parte inferiore che funge da schermo superconduttore.

Il segnale in uscita dal magnetometro viene visualizzato mediante un oscilloscopio (Keysight Technologies DSO1052B) oppure processato mediante un analizzatore di spettro (Hewlett Packard 35660A) collegato ad un computer per l'acquisizione dei dati.

In questo capitolo si descrive nella sezione 3.1 il magnetometro basato sullo SQUID e il modo per accoppiare la bobina di pickup posta in prossimità del campione con lo SQUID stesso. Nella sezione 3.2 si elencano le principali sorgenti di rumore esterne ed interne dell'apparato e in 3.3 si presenta il sistema per calibrare il magnetometro con un campo magnetico esterno noto generato da un grosso solenoide. Per finire, nella sezione 3.4, si propone un circuito alternativo rispetto a quello utilizzato in questa tesi che permetta una calibrazione facilitata e applicabile a tutte le situazioni di lavoro.

### 3.1 Il magnetometro basato su SQUID

Per magnetometro si intende l'apparato (vedi figura 3.1) costituito essenzialmente dallo SQUID accoppiato induttivamente al campione tramite una bobina, che chiameremo bobina di pickup. La temperatura viene monitorata da un termometro resistivo collocato in prossimità dello SQUID, serve principalmente nelle fasi di calata in elio per evitare una diminuzione troppo repentina della temperatura, che potrebbe danneggiare alcune componenti dello strumento, e assicurarsi che vengano raggiunte le condizioni di superconduttività dello SQUID. Il termometro viene scollegato quando si acquisiscono le misure.

I dati raccolti non forniscono un valore assoluto del flusso concatenato con la bobina di pickup, ma possiamo avere informazioni solo sulle variazioni di campo magnetico parallelo alla bobina di pickup. Lo strumento che misura il valore assoluto del campo magnetico si chiama gradiometro, questo strumento muove in modo controllato il campione rispetto alla bobina di pickup mantenendolo sull'asse della stessa.

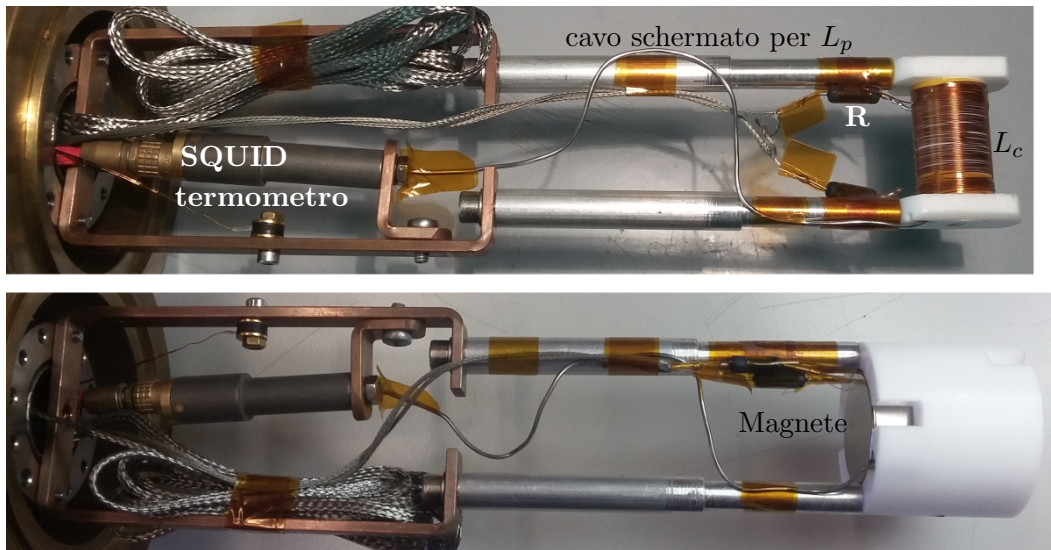


Figura 3.1: Apparato sperimentale nella configurazione per la calibrazione (in alto) e nella configurazione per le misure con campo magnetico statico (in basso), quest'ultimo non prevede un sistema di calibrazione.

### 3.1.1 Lo SQUID (Superconducting Quantum Interference Device)

Lo SQUID sfrutta l'interferenza quantica per rilevare variazioni di flusso magnetico che si concatenano con l'anello superconduttore convertendo e amplificando il campo magnetico in un segnale in tensione. Il device è racchiuso in uno schermo superconduttivo (vedi figura 3.2) affinché l'unico flusso magnetico che si concatena con l'anello sia quello che deriva dall'accoppiamento induttivo con il campione.

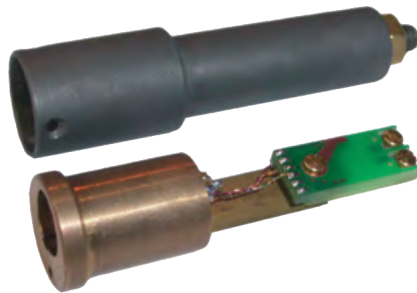


Figura 3.2: Conformazione esterna dello SQUID e schermo di niobio.

Il cuore del dispositivo è un anello superconduttore contenente due giunzioni Josephson identiche (entro i limiti di fabbricazione) di area  $A$ , vedi figura 3.3. Le giunzioni hanno il compito di limitare la massima supercorrente che può attraversare l'anello ad un valore pari alla somma della corrente critica delle due giunzioni stesse. Si riprende ora la trattazione fatta nella sezione 2.5 per l'effetto Josephson, la differenza in questo caso è che il flusso magnetico esterno modula il valore della corrente critica che può attraversare l'anello dello SQUID, l'andamento è sinusoidale con periodo pari a un flusso quantico. La modulazione è dovuta all'interferenza fra le funzioni d'onda nei due rami dell'anello superconduttore.

Per descrivere analiticamente il funzionamento partiamo dall'equazione di Josephson 2.19, dalla quale si ricava la supercorrente  $I$  che fluisce attraverso il dispositivo

$$I = I_a + I_b = Aj_0 \sin \delta_a + Aj_0 \sin \delta_b = 2Aj_0 \cos \left( \frac{\delta_a - \delta_b}{2} \right) \sin \left( \frac{\delta_a + \delta_b}{2} \right) \quad (3.1)$$

Dove  $\delta_a$  e  $\delta_b$  sono gli sfasamenti delle funzioni d'onda nelle giunzioni  $a$  e  $b$  rispettivamente e  $j_0$  è la densità di corrente critica delle due giunzioni. Si dimostra [9] che il termine  $\delta_a - \delta_b$  è determinato dal flusso magnetico  $\phi$  concatenato con l'anello attraverso la relazione  $\delta_a - \delta_b = \frac{2e\phi}{\hbar}$ , inserendo questa equazione in 3.1 si ottiene

$$I = 2Aj_0 \cos \left( \frac{e\phi}{\hbar} \right) \sin \left( \frac{\delta_a + \delta_b}{2} \right) \quad (3.2)$$

che è simile all'equazione di Josephson 2.19, solo che ora la corrente critica dipende dal flusso  $\phi$  e vale

$$I_c = 2Aj_0 \left| \cos \left( \frac{e\phi}{\hbar} \right) \right| = 2Aj_0 \left| \cos \left( \pi \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right| \quad (3.3)$$

Alimentando l'anello con una corrente di polarizzazione  $I_p$  il termine  $\frac{\delta_a + \delta_b}{2}$  varia, ma solo se  $I_p$  rimane inferiore alla corrente critica esso è sufficiente per rendere vera l'equazione 3.2, altrimenti si genera una differenza di potenziale  $V(t)$  ai capi dell'anello superconduttore perchè il flusso magnetico esterno variabile induce una corrente nell'anello più alta della corrente critica.

Operativamente dunque si deve impostare una corrente costante  $I_p \approx 2Aj_0$  in modo che il termine  $\sin \left( \frac{\delta_a + \delta_b}{2} \right)$  nella 3.2 abbia sempre valore unitario. Così la variazione del flusso  $\phi$  concatenato con l'anello provoca una variazione della corrente critica, che, a sua volta, fa cambiare sia il periodo di oscillazione della tensione ai capi dello SQUID che il valor medio di tale tensione. In queste condizioni la tensione ha un minimo solo quando  $\phi = n\phi_0$ , ha valore massimo per  $\phi = (n + 1/2)\phi_0$  e varia con continuità per  $n\phi_0 < \phi < (n + 1/2)\phi_0$  con  $n \in \mathbb{N}$ . Vedi il grafico in figura 3.4. Inoltre si nota che la conversione più favorevole della variazione di flusso in variazione di voltaggio avviene dove il valore assoluto della derivata della funzione, che rappresenta la corrente critica, è maggiore. Questa derivata rappresenta la funzione di trasferimento dello SQUID e può essere calcolata sperimentalmente.

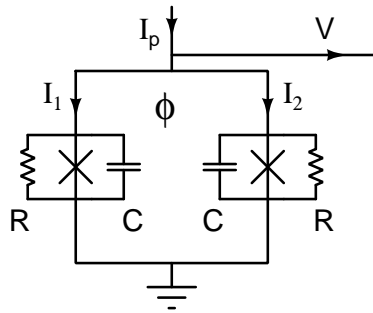


Figura 3.3: Anello superconduttore con equivalente parallelo di serie e capacità, le due giunzioni sono attraversate dalle correnti  $I_1$  e  $I_2$  rispettivamente.  $I_p$  è la corrente di polarizzazione dell'anello e  $V$  l'output dello SQUID.

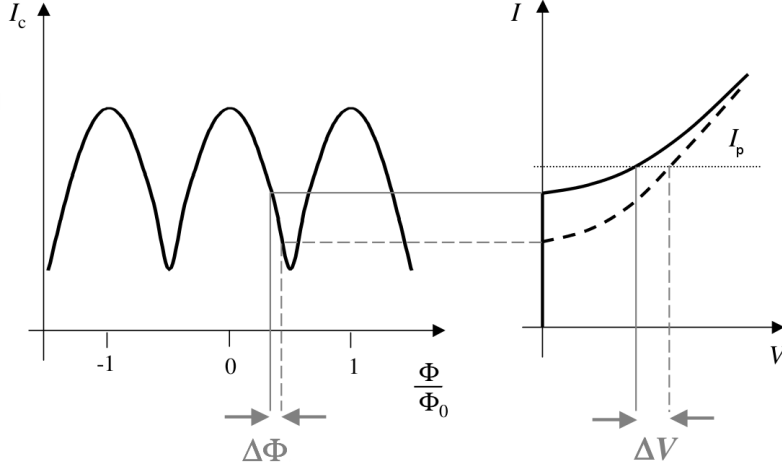


Figura 3.4: *Principio di funzionamento dello SQUID come convertitore di flusso magnetico in voltaggio. Il grafico a sinistra rappresenta la corrente critica in funzione del flusso concatenato con l'anello dello SQUID, il grafico a destra mostra invece l'andamento della corrente nell'anello superconduttore in funzione del voltaggio. Si noti il tratto di grafico verticale, indica la supercorrente in assenza di dissipazione.*

Per delle considerazioni quantitative sul voltaggio che si genera ai capi dell'anello dobbiamo considerare un termine dissipativo  $R$  che caratterizza le giunzioni (questa resistenza, insieme ad una capacità accoppiate come in figura 3.3 sono gli elementi equivalenti ad una giunzione Josephson). La corrente che attraversa le giunzioni è

$$I_1 = I_c \sin \delta_1 + \frac{V_1}{R}; \quad I_2 = I_c \sin \delta_2 + \frac{V_2}{R} \quad (3.4)$$

sommando queste due espressioni e ricordando la 2.21 si ottiene

$$I_p = I_c \sin(\varphi) + \frac{\hbar}{eR} \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad V(t) = \frac{\hbar}{e} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (3.5)$$

dove è stato posto  $\varphi = (\delta_1 + \delta_2)/2$ . La prima di queste equazioni differenziali ha delle soluzioni oscillanti [10] di periodo

$$T \propto \frac{1}{\nu_J} \sqrt{\left(\frac{I_p}{I_c}\right)^2 - 1} \quad (3.6)$$

dove ricordiamo che  $\nu_J$  è la così detta frequenza di Josephson introdotta nella sezione 2.5; dalla seconda equazione differenziale si ottiene quindi una tensione media data da

$$\langle V \rangle = \begin{cases} \frac{R}{2} \sqrt{I_p^2 + I_c^2} & \text{se } |I_p| > I_c, \\ 0 & \text{se } 0 \leq |I_p| \leq I_c, \end{cases} \quad (3.7)$$

L'elettronica dello SQUID comprende anche un feedback che viene detto Flux-Lock Loop (in breve FLL). Il sistema consiste nell'accoppiare una seconda bobina con l'anello superconduttore la quale produce un flusso compensato che linearizza il voltaggio in output e permette al sistema di lavorare nella zona più favorevole per

la conversione del flusso in voltaggio, questo punto di lavoro si trova nella parte più ripida della funzione di trasferimento  $I - \phi$  dello SQUID. Questo sistema permette inoltre di tener conto del numero di flussi quantici che vengono concatenati con lo SQUID durante la variazione del flusso da analizzare. Solitamente il sistema FLL è in grado di sommare voltaggi di flussi quantici consecutivi per un totale di  $10^6 - 10^7 \phi_0/s$ .

Il segnale in input allo SQUID è un flusso magnetico, l'accoppiamento dei segnali magnetici fra SQUID e bobina di pickup si può ottenere in due modi: con un accoppiamento diretto e variando il numero delle spire della bobina di pickup oppure utilizzando un trasformatore. Il numero delle spire nel primo caso e le caratteristiche del trasformatore nel secondo vengono stabilite ottimizzando la risoluzione del magnetometro. Nelle prossime due sezioni verranno esaminati i due tipi di accoppiamento appena introdotti.

### 3.1.2 Accoppiamento induttivo diretto con lo SQUID

L'accoppiamento diretto è il sistema utilizzato nel magnetometro impiegato nelle misure di questa tesi. Consideriamo il circuito in figura 3.5, la bobina di pickup  $L_p$  campiona il flusso magnetico da analizzare mentre la seconda bobina  $L_i$  accoppia il flusso con l'anello superconduttore dello SQUID. La bobina di pickup è collegata allo SQUID mediante un cavo intrecciato per limitare il suo coefficiente di induzione, inoltre il cavo è inserito in un tubicino di piombo che, una volta diventato superconduttore sotto 7.2 K, funge da schermo superconduttivo. L'induttanza parassita del cavo intrecciato connesso all'input dello SQUID ha valori che tipicamente si attestano sui 0.5 nH/mm, nel magnetometro utilizzato il cavo ha una lunghezza di circa 150 mm dunque l'induttanza parassita è trascurabile rispetto a  $L_i$  e  $L_p$ .

Sia  $\phi^{(p)}$  il flusso concatenato con  $L_p$ , sfruttando la conservazione del flusso in un circuito superconduttore si possono fare le seguenti considerazioni

$$\phi^{(p)} = (L_p + L_i)i \quad (3.8)$$

e il flusso accoppiato nello SQUID dipenderà dal coefficiente di mutua induzione  $M_i$  fra l'anello dello SQUID e la bobina  $L_i$ . Quindi

$$\phi^{(SQ)} = M_i i = \phi^{(p)} \frac{M_i}{(L_p + L_i)} = \phi^{(p)} f_{tr} \quad (3.9)$$

$$f_{tr} = \frac{M_i}{(L_p + L_i)} \quad (3.10)$$

La mutua induttanza vale  $M_i = k\sqrt{LL_i}$  dove  $k$  è la costante di accoppiamento e  $L$  è l'induttanza dell'anello superconduttore. Grazie ad un'accurata scelta dei parametri delle bobine,  $f_{tr}$ , detto rapporto di trasferimento del flusso, può fornire un fattore di guadagno per il flusso. Nel caso del magnetometro utilizzato questo fattore vale circa  $10^{-2}$ .

Per ottimizzare il sistema di accoppiamento notiamo che la densità spettrale del rumore in termini di flusso riferito alla bobina di pickup, grazie all'equazione 3.9, è

$$S_{\phi}^{(p)}(\omega) = \frac{(L_p + L_i)^2}{M_i^2} S_{\phi}^{(SQ)}(\omega) \quad (3.11)$$

dove  $S_\phi^{(\text{SQ})}(\omega)$  è il rumore riferito allo SQUID che corrisponde a un equivalente rumore in energia, sempre riferito alla bobina di pickup, pari a

$$\varepsilon^{(p)}(\omega) = \frac{S_\phi^{(p)}(\omega)}{2L_p} = \frac{(L_p + L_i)^2 S_\phi^{(\text{SQ})}(\omega)}{L_p L_i 2k^2 L} \quad (3.12)$$

Il valore minimo del rumore si ha quando  $L_i = L_p$ , in questa situazione però solo una frazione pari a  $k^2/4$  dell'energia nella bobina di pickup viene trasferita all'anello superconduttore dello SQUID. Lo stesso risultato si ottiene minimizzando l'espressione 3.11 per il rumore in termini di flusso magnetico, in questo caso si deriva rispetto a  $L_i$ . Solitamente la radice quadrata della densità spettrale del rumore vista con l'equazione 3.11 viene considerata semplicemente come risoluzione del magnetometro.

Lo SQUID utilizzato ha un'induttanza  $L_i = 1.8\mu\text{H}$  quindi si deve dimensionare la bobina di pickup  $L_p$  in modo da avvicinarci, per quanto possibile, a questo valore. Sia dunque  $N_p$  il numero delle spire,  $r_p = 1.5\text{mm}$  il raggio e  $l_p = 3\text{mm}$  la lunghezza del solenoide che approssima la bobina di pickup  $L_p$ . Per un solenoide

$$L_p = \frac{N_p^2 \pi r_p^2 \mu_0}{l_p} \quad (3.13)$$

Dunque il numero delle spire, approssimando per difetto, vale

$$N_p = \sqrt{\frac{L_i l_p}{\mu_0 \pi r_p^2}} \approx 24 \quad (3.14)$$

Con questi parametri si ottiene  $L_p \approx 1.7\mu\text{H}$ . In questo modo la risoluzione del magnetometro diventa

$$\sqrt{S_\phi^{(p)}(\omega)} = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{L_p}{L} S_\phi^{(\text{SQ})}(\omega)} \quad (3.15)$$

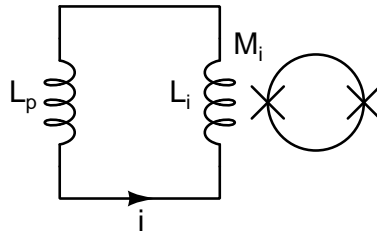


Figura 3.5: SQUID con accoppiamento induttivo diretto alla bobina di pickup.

### 3.1.3 Accoppiamento induttivo tramite trasformatore

Anche in questo caso i cavi sono intrecciati e schermati come descritto nella sezione precedente. Utilizzando sempre la conservazione del flusso nei due pezzi di circuito in figura 3.6 si può ricavare la seguente equazione per la risoluzione del magnetometro con un trasformatore per l'accoppiamento

$$\sqrt{S_\phi^{(p)}(\omega)} = \frac{(L_p + L_1)(L_2 + L_1) - M_{\text{tr}}^2}{M_{\text{tr}} M_i} \sqrt{S_\phi^{(\text{SQ})}(\omega)} \quad (3.16)$$

dove  $L_1$  e  $L_2$  sono le induttanze dei solenoidi nel trasformatore e  $M_{\text{tr}}$  la loro mutua induzione. Sostituendo  $M_{\text{tr}} = k_{\text{tr}}\sqrt{L_1L_2}$  e minimizzando l'espressione 3.16 si ricavano i valori delle induttanze nel trasformatore

$$L_1 = \frac{L_p}{1 - k_{\text{tr}}^2} \quad L_2 = \frac{L_i}{1 - k_{\text{tr}}^2} \quad (3.17)$$

A tutti gli effetti il trasformatore, con questi valori, trasforma l'induttanza della bobina di input  $L_i$  dello SQUID nell'induttanza della bobina di pickup  $L_p$ . La presenza del trasformatore però comporta uno svantaggio, infatti la risoluzione del sistema è ora

$$\sqrt{S_\phi^{(p)}(\omega)} = \frac{\sqrt{1 - k_{\text{tr}}^2} + 2}{k_{\text{tr}}k} \sqrt{\frac{L_p}{L} S_\phi^{(\text{SQ})}(\omega)} \quad (3.18)$$

equazione che coincide con l'espressione 3.15 se il trasformatore fosse ideale, cioè con  $k_{\text{tr}} = 1$ . Ad esempio per  $k_{\text{tr}} = 0.9$  si ha una perdita in risoluzione pari al 30%. Spesso l'utilizzo di un trasformatore è abbastanza scomodo perchè in questo modo si aggiunge un ulteriore componente nella zona criogenica che complica il sistema, per questo il più delle volte si preferisce adottare un accoppiamento diretto modificando eventualmente il numero delle spire della bobina di pickup. I criteri per definire se la scelta del trasformatore è favorevole sono discussi in [11]. Ad esempio, per un coefficiente  $k_{\text{tr}} = 0.9$ , si preferisce utilizzare un trasformatore (opportuna-mente dimensionato secondo le equazioni in 3.17) solo se la discrepanza fra le due induttanze è maggiore di 5:1.

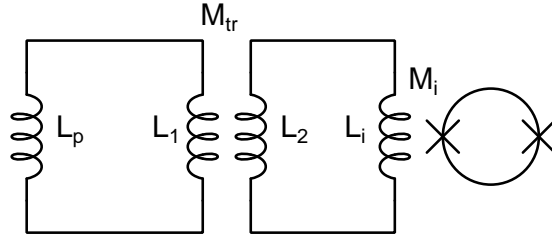


Figura 3.6: SQUID con accoppiamento induttivo alla bobina di pickup effettuato con un trasformatore.

### 3.1.4 Design della bobina di pickup

La bobina di pickup deve essere modellata e dimensionata in base alla forma del campione del quale si vuole studiare le proprietà magnetiche, ad esempio vi è una cruciale differenza se il campo è uniforme (ad esempio quello prodotto all'interno di un solenoide infinitamente esteso) oppure se è non uniforme (ad esempio un campo prodotto da un dipolo magnetico).

Si può mostrare, che per un campo magnetico uniforme, maggiore è l'induttanza di una singola spira di pickup, migliore sarà la risoluzione del magnetometro. Infatti per una singola spira si ha che  $A \propto l_p^2$  dove  $A$  è l'area della spira (questo perchè  $A \propto r^2$  e  $l_p \propto r$  con  $r$  raggio spira), se prendiamo la relazione 3.15 e la si divide per l'area si ottiene la risoluzione in termini di campo magnetico. In questo caso però la risoluzione diventa proporzionale al reciproco di  $L_p$ , quindi maggiore induttanza implica un miglioramento nella risoluzione. Se consideriamo una bobina di pickup

formata da  $N$  spire ciascuna di induttanza  $l_p = \pi r \mu_0 / 2$ , dunque  $L_p = N^2 l_p$ , si ottengono i risultati appena esposti.

Consideriamo ora il caso di un campione sferico, che ha un campo equivalente a un dipolo magnetico, accoppiato con una spira di pickup. Il flusso attraverso la spira è dato da  $\phi = \mu_0 m / 2r$ , dove  $m$  è il momento magnetico del dipolo, sostituendo questo nell'equazione 3.11 della densità spettrale e prendendone la radice quadrata si ottiene

$$m_{\min} = \frac{2r(L_p + L_i)}{\mu_0 k \sqrt{L_i L}} \phi_{\text{SQ}, \min} \quad (3.19)$$

da cui si vede che per una migliore risoluzione si deve diminuire le dimensioni della spira. Per quanto riguarda l'accoppiamento di  $L_p$  con lo SQUID si consideri una bobina di pickup formata da  $N$  spire circolari e riscrivendo l'equazione 3.19 in termini di energia come nella sezione 3.1.2 si riottiene la condizione  $L_p = L_i$ , dunque conviene mantenere il raggio della singola spira il più piccolo possibile e adattare in numero delle spire di conseguenza.

### 3.1.5 I magneti permanenti

Per polarizzare lo YIG si sfrutta il campo di due magneti permanenti di forma circolare che vengono posti ad una distanza di 18 mm l'uno dall'altro, sulla superficie interna dei due magneti si applica una sottile lamina di niobio dello stesso diametro dei magneti. Questo strato di materiale a 4.2 K diventa superconduttore e quindi un diamagnetico perfetto con suscettività pari a -1. Si creano delle correnti superficiali che annullano il campo all'interno del niobio, queste correnti producono un campo magnetico più stabile nello spazio fra i due magneti rispetto a quello generato direttamente dai magneti stessi. Il campo al centro dello spazio fra i due magneti vale 0.3 T, misurato con una sonda di Hall, in questo punto viene posto lo YIG.

## 3.2 Rumore del magnetometro

Gli SQUID che operano a 4.2 K solitamente hanno un rumore bianco del flusso pari a  $10^{-6} \phi_0 / \sqrt{Hz}$ . Il rumore termico è dovuto agli elementi resistivi nell'anello, essi producono un rumore in voltaggio attraverso lo SQUID e anche un rumore in corrente attorno all'anello. Questo rumore dovrebbe dominare anche sul rumore dell'elettronica a temperatura ambiente. Il rumore  $1/f$  viene generato dalle fluttuazione della corrente critica nelle giunzioni, che a sua volta induce un rumore del voltaggio in uscita dallo SQUID. Questo rumore va tenuto in considerazione nelle applicazioni biomediche in cui si studiano spettri a basse frequenze (vicino a 1 Hz) e può essere trascurato nel nostro caso. Il rumore derivante da sorgenti radio esterne potrebbe essere la causa principale di disturbo, queste interferenze si manifestano attraverso un aumento della soglia del rumore bianco del device soprattutto alle basse frequenze e in un deterioramento della curva di trasferimento  $V - \phi$ . Questo rumore si limita con uno schermaggio appropriato. Per uno schermo cilindrico il fattore di schermaggio vale

$$S = \frac{\mu t}{D} \quad (3.20)$$

dove  $\mu$  è la permeabilità del materiale utilizzato,  $t$  e  $D$  lo spessore e il diametro dello schermo cilindrico. Per un cilindro aperto nella parte superiore la lunghezza deve

essere più del doppio del raggio. Per aumentare  $S$  è più vantaggioso costruire un doppio schermo invece di aumentare lo spessore  $t$ . Altro metodo per lo schermaggio è quello di utilizzare un metallo superconduttore a 4.2 K (esempio il piombo), la protezione dalle sorgenti esterne avviene grazie all'effetto Meissner [12]. Anche le vibrazioni meccaniche sono sorgente di rumore perchè provocano variazioni di flusso nelle induttanze anche in presenza di campi magnetici statici, per limitarle si sospende il criostato contenente l'apparato strumentale con dei cuscinetti di gomma. Vibrazioni inevitabili in questa configurazione provengono dalla continua ebollizione dell'elio che riceve in input del calore per conduzione dal sostegno metallico dell'apparato di misura.

### 3.3 Sistema di calibrazione

Per motivi di progettazione iniziale dello strumento, il sistema descritto in seguito è realizzabile solo nella configurazione senza magneti permanenti. Si inserisce la bobina di pickup  $L_p$  all'interno e sullo stesso asse di un solenoide appositamente costruito, questo è alimentato da un generatore di segnali (impedenza  $50 \Omega$ ) e produce un campo magnetico di calibrazione  $B_c$ . Procediamo con il dimensionamento del solenoide di calibrazione per avere campi magnetici che vanno da pochi pT a centinaia di pT. Le caratteristiche del solenoide che produce il campo magnetico di calibrazione sono raggio  $r_c = 9mm$ , lunghezza  $l_c = 30mm$  e  $N$  spire da determinare. Il filo utilizzato è di rame con diametro pari a 0.3 mm. Il numero delle spire dovrà essere sufficiente per creare un campo magnetico prossimo al limite di sensibilità dello SQUID e che sia uniforme all'interno del solenoide, per questo  $60 < N < 100$ .

Il circuito per alimentare il solenoide di induttanza  $L$  è mostrato in figura 3.7. L'impedenza del circuito è  $Z = \sqrt{(R_{tot})^2 + \omega^2 L^2}$  dove  $R_{tot} = R_1 + R_2$ , dunque la tensione in uscita è pari a

$$V_0(t) = V(t) \frac{Z}{R_{out} + Z} \quad (3.21)$$

La corrente nel circuito è data da  $I(t) = I_0 e^{i(\omega t + \psi)}$ , la corrente  $I_0$  si può scrivere in questo modo

$$I_0 = \frac{V_{0,max}}{Z} = \frac{V_{max}}{R_{out} + Z} \quad (3.22)$$

dove  $V_{0,max}$  e  $V_{max}$  sono i massimi di  $V_0(t)$  e  $V(t)$  rispettivamente. L'induttanza del solenoide è come al solito  $L = N^2 \pi r_c^2 \mu_0 / l_c$ , e il campo magnetico prodotto al suo interno dalla corrente  $I_0$  è

$$B_c = \frac{I_0 N \mu_0}{l_c} = \frac{V_{max}}{l_c (R_{out} + \sqrt{(R_{tot})^2 + \omega^2 L^2})} N \mu_0 \quad (3.23)$$

l'andamento di  $B_c$  in funzione del numero di spire fissata una corrente viene riportato in figura 3.8.

Per un numero di spire fra 60 e 100 e a frequenze inferiori a 100 kHz il termine induttivo nell'equazione 3.22 può essere sempre trascurato (per  $60 < N < 100$  si ha che  $4 \times 10^{-5} H < L < 1 \times 10^{-4} H$ ). Utilizzando la frequenza di 10 kHz ci troviamo a sinistra del massimo della funzione in figura 3.8, conviene quindi definire un numero di spire pari a 60. La tensione del generatore di segnali si può impostare fra 10V e

10mV, per ottenere campi magnetici più bassi dobbiamo utilizzare un attenuatore di segnali che riduca il voltaggio del generatore. Il campo  $B_c$  all'interno del solenoide oscilla alla stessa frequenza della tensione impostata dal generatore di segnali, per completezza quindi

$$B_c(t) = \frac{I(t)N\mu_0}{l_c} = \frac{V_{max}e^{i(\omega t + \psi)}}{l_c(R_{out} + \sqrt{(R_{tot})^2 + \omega^2 L^2})} N\mu_0 \quad (3.24)$$

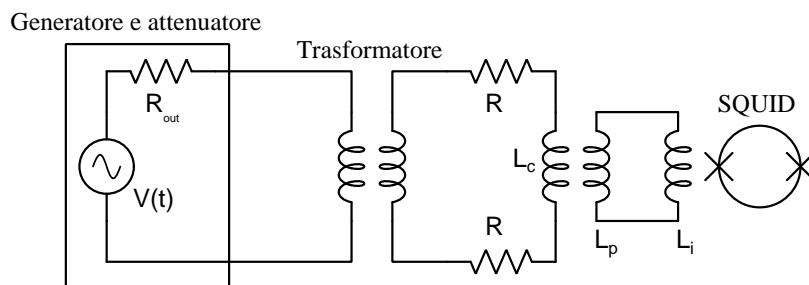


Figura 3.7: Catena di calibrazione del magnetometro, il generatore di segnali è collegato ad un attenuatore di segnali, ai capi del solenoide che produce  $B_c$  per la calibrazione vi sono due resistenze  $R=100 \Omega$ .

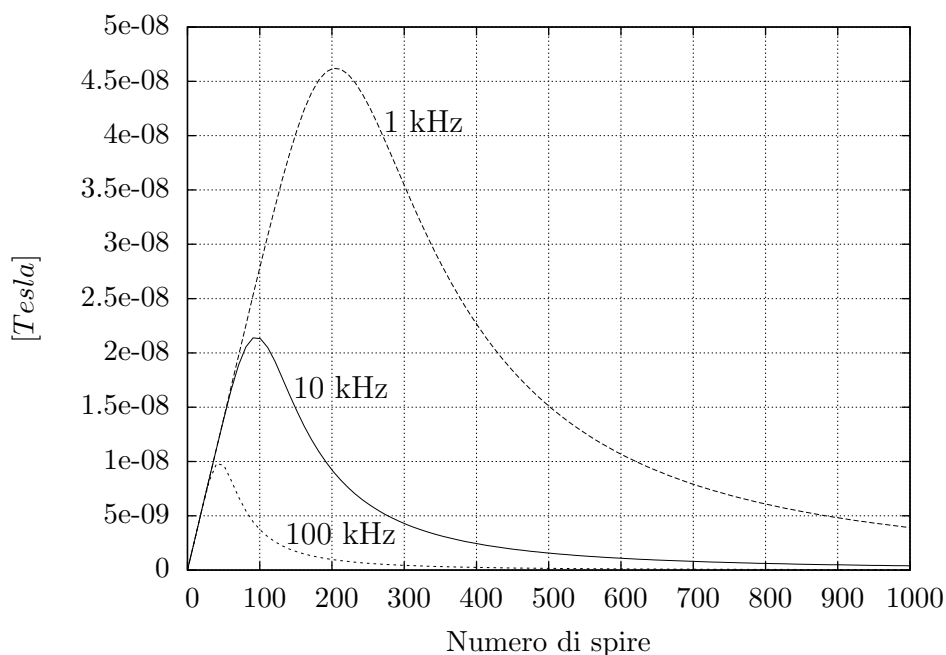


Figura 3.8: Campo magnetico  $B_c$  in funzione del numero di spire. In questo caso la tensione che alimenta il circuito del solenoide è 1 mV.

Dopo aver impostato il fattore di attenuazione e la frequenza del generatore si eseguono varie misure variando l'ampiezza del segnale. Il segnale in uscita dall'attenuatore viene misurato con un oscilloscopio digitale, si raccolgono quindi una decina di punti per la calibrazione. Questi dati vengono interpolati linearmente e il

coefficiente angolare fornirà il fattore di calibrazione che permette di convertire gli spettri da  $V_{\text{rms}}/\sqrt{Hz}$  in  $T_{\text{rms}}/\sqrt{Hz}$ .

### 3.4 Circuito alternativo

In questo circuito, riportato in figura 3.9, si aggiunge una bobina di calibrazione (bassa induttanza) accoppiata debolmente con la sorgente di segnali esterna. In questa configurazione si conosce esattamente in che modo viene eccitando il circuito. Affinchè l'induttanza  $L_{c,1}$  influisca poco sulla dinamica del magnetometro quando non viene utilizzata e quindi possa esser trascurata, si costruisce in modo che il valore di  $L_{c,1}$  sia molto inferiore rispetto a  $L_p$  e  $L_1$ . Per accoppiare la bobina di pickup allo SQUID si utilizza un trasformatore, per dimensionarlo si minimizza la risoluzione del magnetometro come già mostrato nella sezione 3.1.3, dunque si deve scegliere

$$L_1 = \frac{L_p}{1 - k_{tr}^2} \quad L_2 = \frac{L_i}{1 - k_{tr}^2} \quad (3.25)$$

dove  $k_{tr}$  è la costante di accoppiamento del trasformatore.

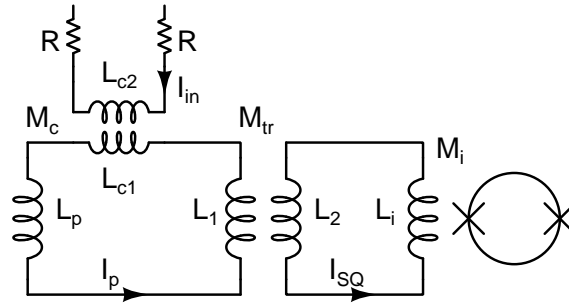


Figura 3.9: *Circuito alternativo.*

Si può schermare l'apparato con tre scatole diverse, la prima contiene il campione e la bobina di pickup, la seconda il trasformatore per la calibrazione e infine la terza con il solo trasformatore per l'accoppiamento induttivo tra campione e SQUID. In questo modo si eliminano gli accoppiamenti non voluti fra le induttanze. La miglior configurazione della bobina di pickup attorno al campione sferico è un solenoide con un numero elevato di spire, con raggio vicino a quello del campione e di lunghezza minore possibile compatibilmente con le possibilità di fabbricazione [13].

#### 3.4.1 Caratterizzazione del circuito alternativo

Si stima il coefficiente  $M_{tr}$  utilizzando il trasformatore a vuoto, si genera in input a  $L_1$  un segnale sinusoidale di ampiezza nota, conoscendo il valore di  $L_1$  si ricava il coefficiente di muta induzione attraverso la seguente equazione

$$V_{\text{out},0} = M_{tr} \frac{V_{\text{in},0}}{L_1} \quad (3.26)$$

dove  $V_{\text{out},0}$  e  $V_{\text{in},0}$  sono i valori picco-picco dei segnali in uscita e in ingresso al trasformatore rispettivamente. I valori di  $L_1$  e  $L_2$  si misurano con un analizzatore

di impedenze. Per ricavare  $M_c$  disponiamo il circuito come in figura 3.10, per la conservazione del flusso possiamo scrivere il seguente sistema

$$\begin{cases} M_c I_{in} + (L_1 + L_{c,1}) I_p + M_{tr} I_{SQ} = 0 \\ M_{tr} I_p + (L_2 + L_i) I_{SQ} = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Da cui si ricava

$$M_c = \frac{I_{SQ}}{I_{in}} \left[ \frac{(L_1 + L_{c,1})(L_2 + L_i)}{M_{tr}} + M_{tr} \right] \quad (3.28)$$

dove  $I_{in}$  si può misurare con la ddp ai capi di una delle due resistenze nel circuito di calibrazione e  $I_{SQ}$  si ricava dalla risposta dello SQUID considerando il coefficiente di trasferimento calcolato tramite la funzione caratteristica  $V-\phi$ . Diversamente si può far funzionare il trasformatore di calibrazione a vuoto, come nel caso precedente, così si stima più facilmente la muta induzione.

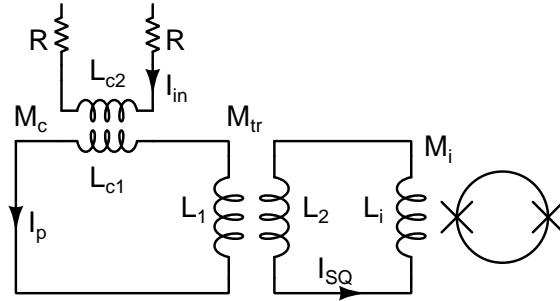


Figura 3.10: *Circuito per misura di  $M_c$ .*

In questo modo, in fase di calibrazione del magnetometro, si conosce la quantità di flusso che si inserisce nel circuito. In base alla risposta dello SQUID è possibile ricavare un coefficiente per risalire al flusso concatenato con la bobina di pickup.

## 4. Risultati sperimentali

In questo capitolo vengono presentati i risultati ottenuti attraverso il setup descritto nel precedente capitolo, si ricorda che ci sono due configurazioni: quella con il supporto per i magneti permanenti si utilizza per le misure di YIG polarizzato e per il vuoto con magneti montati, mentre il sistema con la bobina di calibrazione si usa per le misure di YIG non polarizzato e per il vuoto. La bobina di pickup rimane invariata nelle due configurazioni.

Nella sezione 4.1 si verifica il funzionamento dello SQUID a vuoto, senza collegare la bobina di pickup. Poi si eseguono delle prove con il magnetometro completo senza il materiale e senza i magneti, i risultati vengono presentati nella sezione 4.2, solo in questo caso viene riportata passo passo la caratterizzazione dello strumento. Questa fase preliminare a vuoto serve per misurare la risoluzione del nostro apparato e avere quindi chiaro il livello del fondo di lettura dello strumento. La sezione 4.3 è dedicata alle misure di impedenza complessa della bobina di pickup con e senza lo YIG, queste misure, conoscendo esattamente la geometria della bobina di pickup e del campione, possono essere utilizzate per ricavare la parte reale e complessa della suscettività dello YIG. Nelle sezioni successive si procede acquisendo le misure con il materiale, in particolare nella 4.4 con lo YIG non polarizzato e nella 4.5 con il materiale polarizzato.

### 4.1 SQUID a vuoto

Si procede visualizzando il grafico  $V-\phi$  caratteristico del device con FLL spento e lo si ottimizza per rendere massima la pendenza della curva intorno alla zona operativa. Questo viene fatto variando la corrente di polarizzazione  $I_p$  che attraversa l'anello dello SQUID. Si nota che la pendenza massima della curva non si raggiunge necessariamente quando il valore picco-picco della curva è massimo, solitamente si eccede leggermente al valore di  $I_p$  corrispondente alla massima ampiezza picco-picco della curva  $V-\phi$ . Una volta ottenuto il coefficiente di trasferimento  $V_\phi$  dallo spettro del segnale in uscita dalla SQUID si può ricavare lo spettro del rumore in termini di flusso associato allo SQUID. Il valore del rumore associato allo SQUID fornito dal manuale e calcolato a 1.4 K è dell'ordine di  $10^{-6}\phi_0/\sqrt{Hz}$  per frequenze fra 10 kHz e 50 kHz.

Dopo aver visualizzato e ottimizzato la curva  $V-\phi$ , si stimano due intervalli  $\Delta x$  e  $\Delta y$  nel tratto di massima pendenza in prossimità dell'origine del grafico, si ricava quindi il coefficiente di trasferimento come

$$V_\phi^{op} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{V_{\text{periodo}}}{2000} = (170 \pm 10) \frac{\mu V}{\phi_0} \quad (4.1)$$

Attraverso  $V_\phi^{op}$  si può ottenere lo spettro del rumore in termini di flusso associato allo SQUID infatti

$$S_\phi^{(SQ)}(\omega) = \frac{S_V^{(SQ)}(\omega)}{V_\phi} \quad (4.2)$$

Lo SQUID presenta un rumore dello stesso ordine di grandezza di quello dichiarato per lo strumento. Un'analisi più completa del rilevatore di flusso magnetico viene effettuata nella prossima sezione caratterizzando il magnetometro completo, cioè SQUID con la bobina di pickup collegata.

## 4.2 Magnetometro a vuoto

L'apparato consiste nello SQUID, che abbiamo velocemente caratterizzato nella sezione precedente, e la bobina di pickup che dovrà essere correttamente accoppiata con lo SQUID stesso come visto nella sezione 3.1.2.

Il rilevatore deve essere portato alla sua soglia minima di rumore per poter studiare le più piccole variazioni possibili di flusso magnetico del materiale da analizzare, per questo si rende necessaria una verifica del livello di rumore in termini di flusso (o campo magnetico) associato alla bobina di pickup. Si vuole poi calibrare lo strumento, questo permette di verificare la linearità della risposta dello SQUID e soprattutto fornisce un coefficiente per una lettura più immediata dei dati, infatti si preferisce visualizzarli in unità di flusso magnetico e meglio ancora in unità di campo magnetico. Una guida per la caratterizzazione dello SQUID si trova in [14].

### 4.2.1 Coefficiente di trasferimento

La stima del coefficiente di trasferimento  $\partial V/\partial\phi$  del flusso concatenato con lo SQUID in voltaggio in output si può ottenere con il rapporto tra l'ampiezza  $V_{pp}$  (riscalata con il guadagno dell'amplificatore in uscita che vale 2000) e  $\phi_0/2$ .  $V_{pp}$  si ricava dalla funzione caratteristica  $V-\phi$  dello SQUID (FLL disattivato, vedi grafico in figura 4.1), si individuano i massimi della curva con un'interpolazione parabolica. Si possono ottenere due stime di  $V_{pp}$  di cui si può fare una media pesata, per cui si ricava

$$V_\phi = \frac{2V_{pp}}{2000\phi_0} = (67 \pm 3) \frac{\mu V}{\phi_0}$$

dove l'errore è ottenuto per propagazione e infine come errore della media pesata. Un coefficiente di trasferimento più significativo è quello stimato intorno al punto operativo, che si trova nell'origine del grafico 4.1, esso si ottiene con una semplice proporzione come riportato nel manuale dello SQUID, si ha quindi

$$V_\phi^{op} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{V_{periodo}}{2000} = (147 \pm 4) \frac{\mu V}{\phi_0} \quad (4.3)$$

Nel seguito quando si scrive  $V_\phi$  ci si riferisce sempre a  $V_\phi^{op}$ .

Lo SQUID converte il flusso in voltaggio nel punto più ripido della curva caratteristica  $V-\phi$ . Per questo l'ottimizzazione della corrente di polarizzazione deve rendere maggiore possibile il rapporto  $\Delta y/\Delta x$ , cioè il coefficiente angolare della retta  $f(x)$  del grafico in figura 4.1.

Il coefficiente di trasferimento misurato può risultare soppresso da interferenze esterne o da flusso intrappolato in una giunzione che causano delle fluttuazioni

della corrente di polarizzazione dello SQUID il quale non sarà più ottimizzato nella conversione flusso-voltaggio. Un deterioramento del coefficiente di trasferimento conduce ad un elevato rumore bianco dell'apparato.

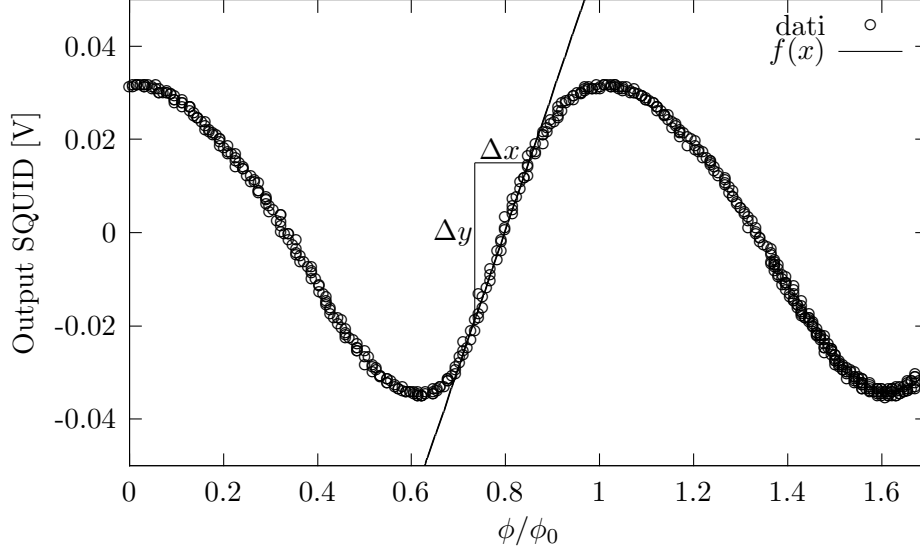


Figura 4.1: Curva caratteristica  $V$ - $\phi$  del magnetometro con ascissa normalizzata con il flusso quantico,  $f(x)$  è la retta utilizzata per la stima di  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , oppure si può prendere direttamente il coefficiente angolare.

#### 4.2.2 Densità spettrale del rumore

In generale la densità spettrale del rumore in termini di flusso per unità di banda può essere calcolata in questo modo

$$S_{\phi}^{1/2}(f) = \frac{S_V^{1/2}(f)}{V_{\phi}} \quad (4.4)$$

L'output dello SQUID viene visualizzato in  $V_{\text{rms}}/\sqrt{Hz}$  nell'analizzatore di spettro (la sigla rms verrà sottintesa nel seguito, si ricorda che  $V_{\text{rms}} = \frac{V_{pp}}{\sqrt{2}}$ ). Esso ha le seguenti impostazioni: il range complessivo delle frequenze va da 100 Hz a 102 kHz, con un numero di medie pari a 100 e con finestra in input prima della FFT di tipo flat top. Si ricorda inoltre che l'analizzatore utilizzato ha un totale di 401 canali. Usando la 4.4 possiamo ottenere la densità spettrale del rumore sia per lo SQUID che per il magnetometro. Nello specifico a 10 kHz e a 50 kHz il magnetometro ha un rumore in termini di flusso pari a  $9 \times 10^{-6} \phi_0/\sqrt{Hz}$  e  $5 \times 10^{-6} \phi_0/\sqrt{Hz}$  rispettivamente.

Per risalire al rumore in termini di campo magnetico del magnetometro si passa attraverso l'accoppiamento tra il campione e lo SQUID. Si consideri l'equazione 3.9, si ricava

$$[S_{\phi}^{(p)}(f)]^{1/2} = [S_{\phi}^{(SQ)}(f)]^{1/2} \frac{L_p + L_i}{M_i} \quad (4.5)$$

dove l'indice (p) e (SQ) indica una quantità riferita alla bobina di pickup e allo SQUID rispettivamente. Per passare al campo magnetico basta dividere  $[S_{\phi}^{(p)}(f)]^{1/2}$

per l'area della bobina di pickup

$$[S_B^{(p)}(f)]^{1/2} = \frac{[S_\phi^{(p)}(f)]^{1/2}}{A_p} = [S_\phi^{(SQ)}(f)]^{1/2} \frac{L_1 + L_2}{M\pi r_p^2 N} \quad (4.6)$$

dove  $N=24$ ,  $r_p=1.5$  mm,  $L_p = 1.7\mu H$ ,  $L_i = 1.8\mu H$  e  $1/M_i = 0.224\mu A/\phi_0$  (fornito). Inserendo i valori nell'equazione 4.6 si trova che il magnetometro ha un rumore pari a  $[S_B^{(p)}(10\text{kHz})]^{1/2} \approx 17 \times 10^{-15} T/\sqrt{Hz}$  e  $[S_B^{(p)}(50\text{kHz})]^{1/2} \approx 10 \times 10^{-15} T/\sqrt{Hz}$ . Il valore di  $[S_B^{(p)}(f)]^{1/2}$  di solito viene preso come stima della risoluzione del magnetometro.

Si osserva quindi che nel caso in cui la bobina di pickup è collegata allo SQUID si ottiene uno spettro di rumore in termini di flusso con valori superiori, ma dello stesso ordine di grandezza, rispetto al caso del solo SQUID. Questo è comprensibile per il fatto che possono concatenarsi flussi magnetici con la bobina di pickup derivanti dall'esterno.

Si noti che le stime del rumore in termini di campo magnetico sono poco affidabili perchè abbiamo utilizzato delle formule che non tengono conto dell'esatta geometria della bobina di pickup del magnetometro, per ottenere dei valori più affidabili partendo dall'output del magnetometro si deve procedere con una calibrazione dell'apparato con campo magnetico noto.

### 4.2.3 Calibrazione a vuoto

Per la calibrazione del magnetometro si utilizza un segnale sinusoidale, dopo aver verificato che al variare della frequenza l'ampiezza del segnale in uscita dallo SQUID è invariata, si imposta una frequenza di 10 kHz nel generatore di segnali e si varia la tensione. Un attenuatore agisce con 60 db (in potenza), il fattore di attenuazione a 60db è stato stimato e vale  $1.4 \times 10^{-3}$ . Si ha un'ulteriore attenuazione dovuta al resto del circuito, ai capi di una resistenza si stima con un fattore pari a  $1.3 \times 10^{-2}$  rispetto alla tensione in output dal generatore. Con questi due fattori di attenuazione, una volta impostato un voltaggio sul generatore, si può conoscere la tensione ai capi di una resistenza e quindi la corrente nel circuito. I vari punti utilizzati per l'interpolazione vanno da 1 a 270 mV che corrisponde a un campo compreso fra 0.5 e 120 pT. Con questa calibrazione si può verificare anche la linearità della risposta dello SQUID in base all'intensità del campo magnetico applicato.

La retta utilizzata per l'interpolazione è  $f(x) = ax + b$ , dunque il coefficiente angolare è  $a = (6.56 \pm 0.02)pT/mV$  e l'intercetta  $b = (-0.3 \pm 0.1)pT$ . Dalla calibrazione eseguita si può ricavare anche qualcosa in più, infatti la risposta dello SQUID a un campo magnetico è descritta, in base al circuito in figura 3.7, dalle seguente equazione

$$[S_B^{(p)}(\omega)]^{1/2} = \frac{[S_\phi^{(p)}(\omega)]^{1/2}}{A_p} = \frac{[S_V^{(SQ)}(\omega)]^{1/2}}{V_\phi} \frac{L_p + L_i}{M\pi r_p^2 N_p} \quad (4.7)$$

dove l'apice (p) e (SQ) indicano al solito quantità riferite alla bobina di pickup e allo SQUID. In questo caso troviamo  $V_\phi \approx 160 \frac{\mu V}{\phi_0} \times 2000$ , dove 2000 è il guadagno impostato nell'amplificatore in uscita. Questo valore risulta diverso rispetto a quello calcolato con la curva  $V-\phi$  perchè nella formula 4.7 rientrano fattori geometrici che non sono pienamente noti. Si ricavare lo spettro del rumore in termini di campo magnetico riferito a  $L_p$  come  $[S_B^{(p)}(\omega)]^{1/2} = a[S_V^{(SQ)}(\omega)]^{1/2}$ , come valori di

riferimento prendiamo  $[S_B^{(p)}(10\text{kHz})]^{1/2} \approx 9 \times 10^{-15} T/\sqrt{Hz}$  e  $[S_B^{(p)}(50\text{kHz})]^{1/2} \approx 6 \times 10^{-15} T/\sqrt{Hz}$ , lo spettro completo verrà riportato in seguito.

### 4.3 Misure della suscettività magnetica dello YIG

Riportiamo ora due tecniche per misurare la suscettività complessa del materiale attraverso un misuratore di impedenza oppure sfruttando la variazione della frequenza di risonanza di un circuito RLC nel quale l'induttanza contiene il materiale sotto studio. Il secondo metodo non viene utilizzato nel presente lavoro.

Questo tipo di misure sono notevolmente semplificate quando si utilizza una geometria opportuna del materiale e dell'induttanza, come quella toroidale o cilindrica. Il campione sferico utilizzato in questo lavoro non è adatto per questo tipo di misure perchè fa rientrare nei calcoli fattori geometrici difficili da valutare e inoltre non permette un buon accoppiamento con la bobina di pickup. Per questi motivi non si riesce a fornire una stima per la suscettività dello YIG e si è costretti ad assumerla nota da altri lavori [15].

#### 4.3.1 Misure di impedenza

Si collega la bobina di pickup all'analizzatore di impedenza, si leggono i valori di  $L_p$  a vuoto e  $L'_p$ ,  $R_s$  con lo YIG. Si ricava immediatamente la suscettività complessa del materiale considerando che  $L'_p = L_p(1 + 4\pi\xi_p\chi)$  e  $\chi = \chi' - j\chi''$ , si ha

$$\chi' = \frac{L'_p - L_p}{4\pi\xi_p L_p} \quad \chi'' = \frac{R_s}{4\pi\xi_p \omega L_p} \quad (4.8)$$

Queste misure si effettuano a caldo e a freddo e conducono in entrambi i casi a una variazione dell'induttanza, in presenza o meno del materiale, pari al 3% rispetto alla variazione predetta dall'equazione per  $L'_p$ .

#### 4.3.2 Variazione della frequenza di risonanza

Utilizzando il magnetometro descritto in figura 3.7, dove è presente anche una bobina di calibrazione, si può ricavare la suscettività del materiale stimando la variazione della frequenza di risonanza di un circuito RLC, mentre L variabile a seconda che vi sia inserito o meno al suo interno lo YIG. Questo metodo suppone che  $\chi$  sia costante nell'intervallo di frequenza utilizzato per costruire la funzione di trasferimento. In realtà la dipendenza di  $\chi'$  e  $\chi''$  da  $\omega$  modula ulteriormente la risposta in frequenza del circuito RLC. Inserendo in serie al circuito un condensatore variabile, in questo modo possiamo regolare grossolanamente l'ordine di grandezza della frequenza di risonanza. La frequenza di risonanza di un RLC è  $1/\sqrt{LC}$ , indichiamo con  $L_c$  l'induttanza senza YIG e  $L'_c$  l'induttanza con lo YIG, quest'ultima vale  $L'_p = L_p(1 + 4\pi\xi_p\chi)$ . Una volta misurate le due frequenze di risonanza  $\omega_0$  e  $\omega'_0$  nei due casi si può ricavare la  $\chi$  con la seguente equazione

$$\chi = \left( \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 - \Delta\omega)^2} - 1 \right) \frac{1}{4\pi\xi_p} \quad (4.9)$$

Si noti che questa procedura non richiede il valore della capacità, della resistenza e delle singole induttanze.

## 4.4 YIG non polarizzato

Si posiziona lo YIG al centro della bobina di pickup per studiarne il relativo rumore di magnetizzazione. In questa configurazione lo YIG fa cambiare le induttanze di  $L_c$  e  $L_p$  [16], vale in generale  $L' = L(1 + 4\pi\xi\chi)$  dove  $\xi = V_{sample}/V_{coil}$  è il fattore di riempimento del materiale rispetto al solenoide e  $\chi$  la suscettività del materiale. L'induttanza che più risente della presenza del materiale è  $L_p$  dove il volume occupato dallo YIG sull'intero volume della bobina non è trascurabile. Questo comporta il fatto che  $L_p$  non è più accoppiata correttamente con la bobina  $L_i$  dello SQUID. In questa configurazione si procede con un'ulteriore calibrazione con un campo noto assumendo che la corrente che alimenta  $L_c$  sia la stessa del caso senza lo YIG. La curva di trasferimento  $V-\phi$  risulta soppressa e conduce a un coefficiente di trasferimento pari a  $V_\phi = 74 \pm 2 \frac{\mu V}{\phi_0}$ .

### 4.4.1 Calibrazione con YIG

Rispetto al caso senza lo YIG, a parità di tensione impostata nel generatore, il campo magnetico concatenato con  $L_p$  contenente lo YIG è maggiore. Infatti

$$B = \mu_0(1 + \chi)H \quad (4.10)$$

dove si assume  $\chi = 60$  (ottenuto in [15]) e  $H$  è il campo nel vuoto che agisce sullo YIG. A causa del cattivo accoppiamento fra la sfera di YIG e la bobina di pickup (vedi figura 4.2), si stima che solo il 3% del campo dello YIG venga concatenato con la bobina di pickup. Questo fattore del 3% è stato stimato misurando la variazione di induttanza della bobina di pickup con e senza lo YIG, differenza che non è determinata dal solo termine geometrico  $\xi_p$  presente in  $L'_p = L_p(1 + 4\pi\xi_p\chi)$  con  $\xi_p = V_{YIG}/V_p = 0.072$ .

Per l'interpolazione dei punti di calibrazione si usa una retta  $g(x) = cx + d$ , si ricava un coefficiente angolare  $c = (16.6 \pm 0.2)pT/mV$  e intercetta  $d = (0.5 \pm 0.9)pT$ . Nel grafico 4.3 si mettono insieme le due calibrazioni, si nota quanto appena detto riguardo l'intensità del campo magnetico e la corrispondente risposta dello SQUID.

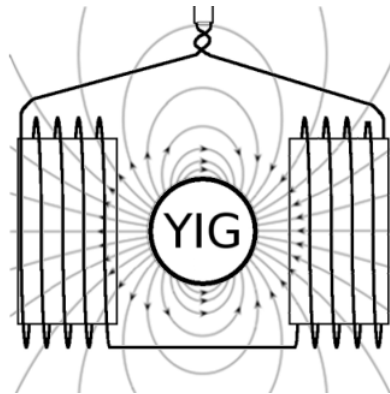


Figura 4.2: *Rappresentazione del campione e del campo di dipolo concatenato con la bobina di pickup.*

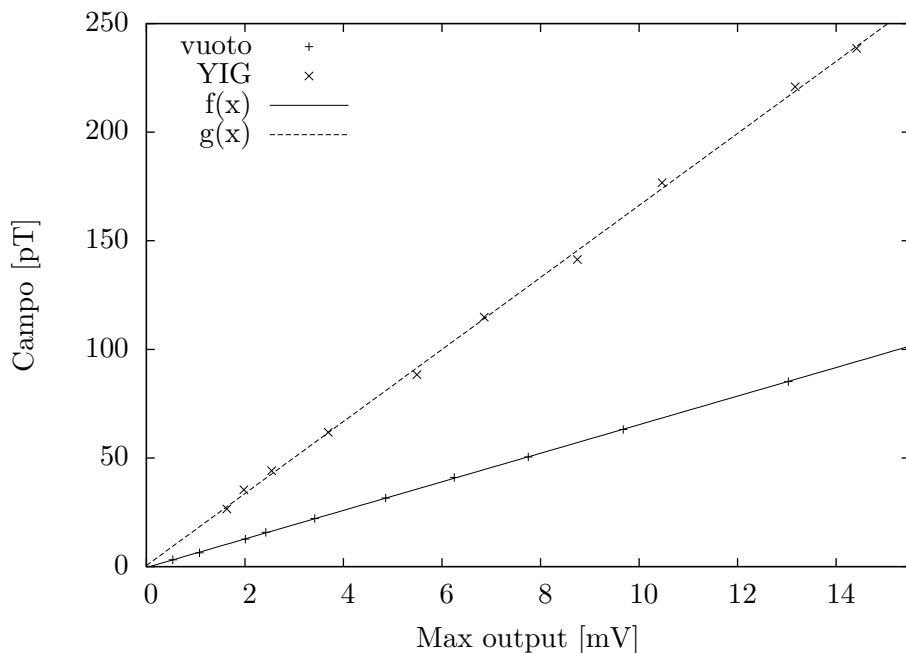


Figura 4.3: *Interpolazione lineare per la calibrazione del magnetometro con e senza lo YIG.*

#### 4.4.2 Rumore di magnetizzazione dello YIG

Si riportano nel grafico 4.5 gli spettri dello YIG non polarizzato e del fondo del magnetometro a vuoto. Dato che il livello di fondo in uscita dallo SQUID è più alto che nel caso del vuoto si può affermare che vi è una sorgente di rumore magnetico nella bobina di pickup. Per interpretare il rumore dello YIG non polarizzato si possono fare alcune considerazioni utilizzando direttamente il teorema fluttuazione-dissipazione [17]. Il bilancio energetico del circuito comprendente  $L_i$  e  $L_p$  in figura 3.7 è dato dalla seguente equazione

$$(L'_p + L_i) \frac{di}{dt} = -\frac{d\phi_m}{dt} \quad (4.11)$$

dove  $\phi_m$  è la variazione di flusso nella bobina di pickup e  $L'_p$  è l'induttanza di pickup in presenza dello YIG. La suscettività complessa del materiale è  $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$  dove  $\chi'(\omega)$  rappresenta la dispersione e  $\chi''(\omega)$  l'assorbimento o viscosità magnetica, dunque l'impedenza del circuito è

$$Z' = j\omega L'_p = j\omega L_p [1 + 4\pi\xi_p \chi(\omega)] = j\omega [L_p + L_s(\omega)] + R_s(\omega) \quad (4.12)$$

dove si pone  $L_s = 4\pi\xi_p L_p \chi'(\omega)$  detta induttanza di spin e  $R_s = 4\pi\xi_p \omega L_p \chi''(\omega)$  detto termine resistivo di spin (vedi figura 4.4). Si può risalire alla suscettività complessa misurando l'impedenza complessa di  $L_p$  come mostrato nella sezione 4.3, in generale il termine resistivo di spin è difficilmente apprezzabile.

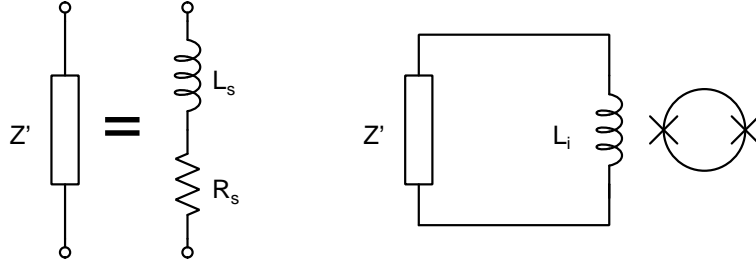


Figura 4.4: Impedenza  $Z'$  della bobina di pickup contenente lo YIG come circuito equivalente formato da una resistenza e un'induttanza in serie.

Il termine resistivo è sorgente di rumore Johnson, dunque in questo caso la variazione di flusso nel circuito può essere sostituita dalla tensione generata ai capi di  $L_p$  che si comporta in parte come una resistenza. Risolvendo l'equazione 4.11 si ottiene una densità spettrale in corrente pari a

$$S_I^{(p)}(\omega) = \frac{4k_B T R_s(\omega)}{R_s^2(\omega) + \omega^2 [L_p + L_i + L_s(\omega)]^2} \quad (4.13)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann e  $T$  è la temperatura. La temperatura  $T$  considerata è quella del bagno di elio-4, i gradi di libertà che non hanno raggiunto l'equilibrio termico producono un rumore termico maggiore perchè la loro temperatura sarà maggiore di 4.2 K. Lo spettro in corrente descritto dall'equazione 4.13 può essere riscritto in termini di campo magnetico, con l'approssimazione  $R_s^2(\omega) + \omega^2 [L_p + L_i + L_s(\omega)]^2 \approx \omega^2 (L_p' + L_i)^2$  si ottiene

$$[S_B^{(p)}(\omega)]^{1/2} = \frac{4\mu_0 N}{l_p (L_p' + L_i)} \sqrt{\frac{k_B T \pi \xi_p L_p \chi''(\omega)}{\omega}} \quad (4.14)$$

Dalla formula 4.14 è possibile ricavare anche l'andamento di  $\chi''(\omega)$ , si veda il grafico 4.6. Il rumore è dovuto al termine  $\chi''(\omega)$  che fisicamente è associato all'agitazione termica del vettore di magnetizzazione dei domini nei quali si aggregano i momenti magnetici degli spin elettronici e all'agitazione dei singoli momenti magnetici di spin [15] [18]. La formazione dei domini è in contrasto con la tendenza del materiale ad avere un'unica direzione di magnetizzazione, i domini hanno direzioni della magnetizzazione diverse l'uno dall'altro. Per le considerazioni appena fatte possiamo scrivere che

$$\chi''(\omega) = \chi_d''(\omega) + \chi_s''(\omega) \quad (4.15)$$

dove  $\chi_d''(\omega)$  e  $\chi_s''(\omega)$  sono le suscettività magnetiche per i domini e per gli spin. Il primo termine prevale nel range di frequenze utilizzato del presente lavoro.

Il rumore dello YIG non polarizzato deve ridursi notevolmente quando allo YIG viene applicato un campo magnetico statico di polarizzazione che congela gli spin parallelamente al campo stesso, questo è infatti quello che si osserva come riportato nella prossima sezione.

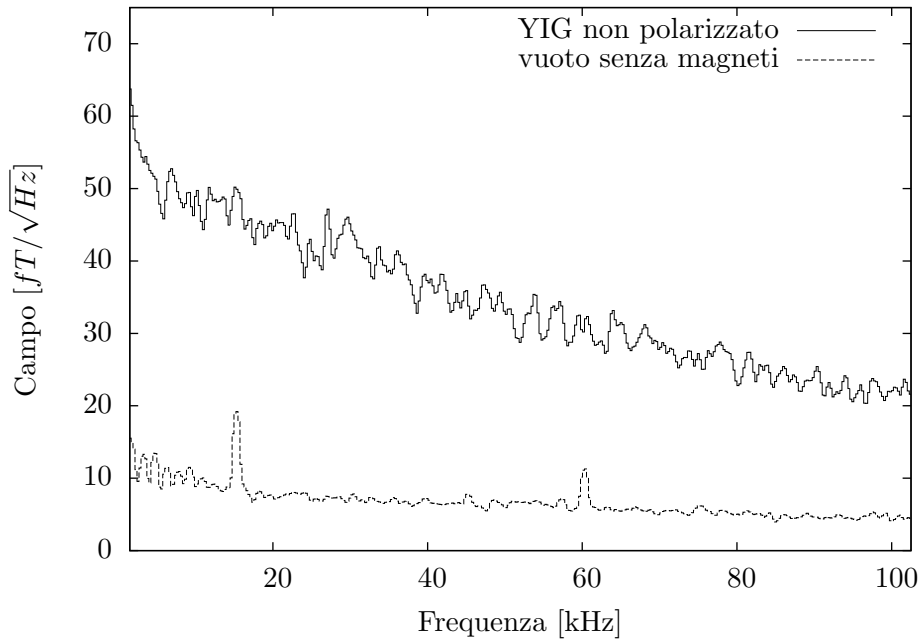


Figura 4.5: Spettri dello YIG polarizzato e fondo del magnetometro. Si notano dei picchi pronunciati nel fondo del magnetometro, dovuti a sorgenti elettromagnetiche esterne e a vibrazioni meccaniche come quelle generate dall'elio in ebollizione.

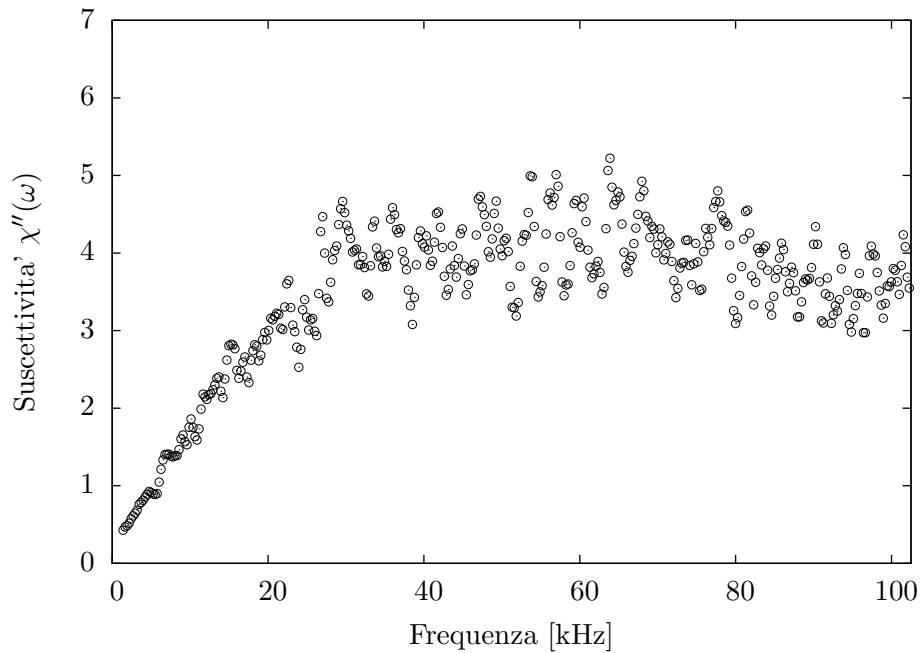


Figura 4.6: Andamento della parte immaginaria della suscettività dello YIG.

## 4.5 YIG polarizzato

La polarizzazione degli spin elettronici viene fatta attraverso due magneti permanenti con un campo di circa 0.3 T. Polarizzandosi i momenti magnetici di spin degli elettroni tendono ad allinearsi e i gradi di libertà di ogni momento elettronico si riduce a uno, quindi si ha un crollo del rumore associato all'agitazione termica dei vettori di magnetizzazione degli spin elettronici (compatibilmente con il Teorema di Equipartizione dell'energia).

Il rumore magnetico riferito alla bobina di pickup con lo YIG polarizzato si ricava utilizzando il coefficiente di calibrazione ottenuto nel caso dello YIG non polarizzato, si assume quindi che la conversione di flusso in tensione da parte del magnetometro non sia modificata dalla presenza dei magneti permanenti. Si è costretti a fare quest'ipotesi perchè non si dispone di un sistema di calibrazione quando i magneti sono montati.

Si riassumono nel grafico 4.7 gli spettri del rumore magnetico ottenuti per lo YIG, si riporta anche lo spettro del magnetometro a vuoto con i magneti permanenti montati. Si può concludere che, come ci si aspettava, il rumore di magnetizzazione dello YIG polarizzato è inferiore a quello dello YIG non polarizzato. Il rumore crescente, a frequenze via via più basse, negli spettri dov'è presente il campo magnetico statico si considera dovuto a vibrazioni meccaniche che vengono notevolmente amplificate dall'intenso campo magnetico statico. Queste vibrazioni meccaniche producono movimenti relativi fra la bobina di pickup e i magneti permanenti e quindi grandi quantità di flusso magnetico variabile concatenato al pickup. Questo comportamento è particolarmente evidente visualizzando il segnale in uscita dallo SQUID tramite l'oscilloscopio.

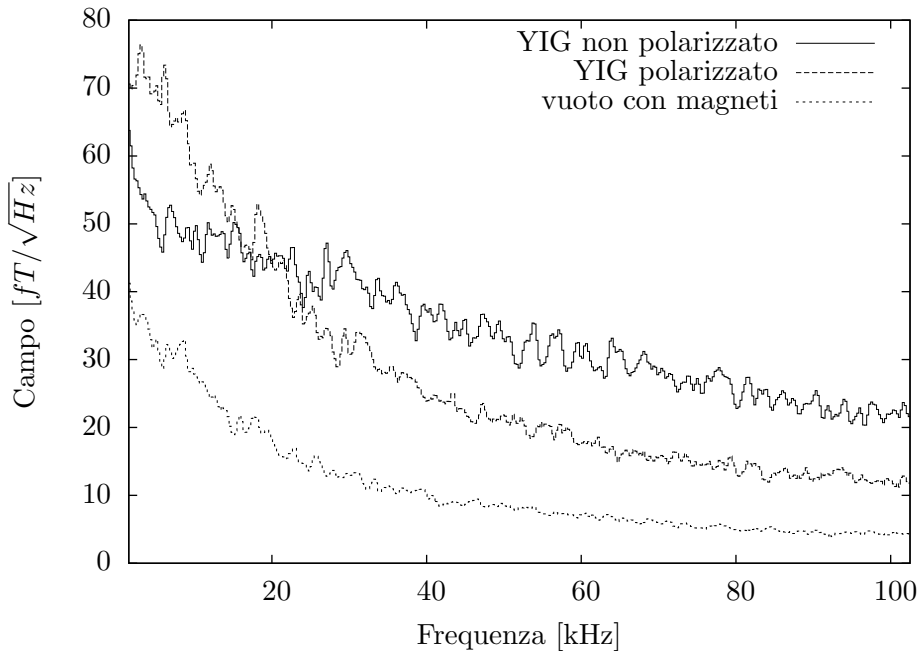


Figura 4.7: Spettri dello YIG polarizzato e non polarizzato a confronto.

Si noti infine che se si confrontano gli spettri non calibrati con e senza materiale,

in presenza del campo magnetico, essi risultano equivalenti. Lo YIG polarizzato sembra scomparire e di fatto è quello che succede visto che la sua suscettività magnetica diventa molto piccola [15]. Questo si evince dalle misure di impedenza della bobina di pickup con lo YIG, infatti il valore di  $L'_p$  con YIG polarizzato e non polarizzato risulta invariata.

## 5. Conclusioni

In questo lavoro di tesi si è studiato il comportamento magnetico di un campione sferico di YIG a 4.2K per poter essere applicato a un possibile rilevatore di assioni. Lo strumento principale utilizzato in questo lavoro è un magnetometro basato sullo SQUID, un device molto efficace nel rilevare campi magnetici variabili, ma allo stesso tempo fortemente influenzato da sorgenti di rumore.

L'interazione degli assioni avviene con gli spin dello YIG polarizzato, quindi interessa principalmente il suo comportamento in queste condizioni. Si è verificato che il campione, una volta polarizzato da un campo magnetico statico, presenta un rumore di magnetizzazione inferiore al caso in cui non vi sia il campo polarizzante. Si può affermare questo se si escludono le sorgenti di rumore esterne che influenzano in modo molto significativo le misure con i magneti permanenti montati. Dato che il sistema diventa estremamente instabile soprattutto per quanto riguarda le vibrazioni meccaniche, si rende necessario un maggiore schermaggio da queste sorgenti.

Oltre ad aver perseguito questo obiettivo si è cercato di dare una spiegazione alla natura del rumore di magnetizzazione, che è dovuto a fluttuazioni termiche del vettore di magnetizzazione dei domini ove si trovano organizzati gli spin elettronici. Le considerazioni di questo tipo però rimangono per lo più a livello qualitativo, risulta infatti difficile fare delle stime quantitativamente significative per due motivi:

- La geometria utilizzata è difficile da trattare, infatti la sfera è ideale per il rilevamento degli assioni, ma poco si adatta a misure di suscettività magnetica ad esempio, dove si preferisce usare geometrie toroidali o cilindriche.
- Il sistema di calibrazione risulta scomodo e costringe a trasferire la bobina di pickup in due diversi supporti di cui uno sprovvisto del sistema di calibrazione. Per questo motivo è stato proposto un circuito alternativo.

Si ritiene utile anche un sistema meccanico per poter inserire e rimuovere il campione dalla bobina di pickup rimanendo a freddo con il magnetometro.

Si ricorda inoltre che la sensibilità in termini di campo magnetico raggiunta nei presente lavoro si aggira nell'ordine dei  $10^{-15}$  T e invece un possibile rilevatore di assioni dev'esser in grado di rilevare campi dell'ordine dei  $10^{-22}$  T, è quindi necessario sfruttare dei fenomeni di risonanza.

# Bibliografia

- [1] INFN, *QUaerere AXion*. Nota: articolo non pubblicato. (2015)
- [2] Leanne D. Duffy & Karl Van Bibber, *Axions as dark matter particles*, New Journal of Physics 11, 20 (2009)
- [3] Steven Weinberg, *Cosmology* (2008)
- [4] R.D. Peccei, H.R. Quinn, Physics Review Letter 38 1440 (1997)
- [5] R. Skomski and D. J. Sellmyer *Handbook of Advanced Magnetic Materials*.
- [6] *Solid State Physics. Recent Advances in Magnetic Insulators-From Spintronics to Microwave applications*. Volume 64.
- [7] S. Bloom, *Effects of Radiation Damping on Spin Dynamics*, JAP 28,800 (1957)
- [8] M.P. Agustine, *Prog. Nucl. Mag. Res. Spect.* 40, 111 (2002)
- [9] J.R. Hook, H.E. Hall, *Solid State Physics* Second edition
- [10] A. Rocchi (Roma Univ.) *Progettazione e costruzione di un trasformatore superconduttore per l'antenna gravitazionale NAUTILUS* (2000)
- [11] *Coupling Magnetic Signals to a SQUID Amplifier* SQUID Note. (2001)
- [12] Lorant, *Superconducting shields for magnetic flux exclusion and field shaping*.
- [13] S. Yamazaki, T. Negishi, H. Nakane and A. Tanaka. *Measurement of Electric and Magnetic Properties of a Spherical Sample*. Transactions on instrumentation and measurement, VOL. 45, N. 2, APRIL 1996
- [14] J. Clarke, A. I. Braginski, *The SQUID Handbook vol.1 Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems* (2004)
- [15] Takanori Tsutaoka, Teruhiro Kasagi, and Kenichi Hatakeyama, *Permeability spectra of yttrium iron garnet and its granular composite materials under dc magnetic field* JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 110, 053909 (2011)
- [16] C. Hilbert, J. Clarke, *Nuclear-Spin Noise* (21 Oct. 1985)
- [17] S. Eckel, A. O. Sushkov, and S. K. Lamoreaux, *Magnetic susceptibility and magnetization fluctuation measurements of mixed Gadolinium-Yttrium Iron Garnets*, arXiv (15 Oct 2008)
- [18] Yi Liu, David J. Sellmyer, Daisuke Shindo *Handbook of advanced magnetic materials, volume 1: nanostructural effects* (2006)