

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

SCUOLA DI SCIENZE
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"



FORMAZIONE DI PIANETI IN γ CEPHEI: EVOLUZIONE DELLA POLVERE NEL DISCO CIRCUMSTELLARE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN ASTRONOMIA

Relatore
Chiar.mo Prof.
FRANCESCO MARZARI

Laureanda
Matricola 1156870
FRANCESCA CARNIATO

ANNO ACCADEMICO 2018-2019

*Ad Alessandro,
luce dei miei giorni*

ABSTRACT

I dischi di accrescimento presenti in sistemi di stelle binarie sono oggetto di grande interesse per l'astrofisica perché attorno a tali sistemi sono stati rilevati numerosi pianeti. Tra questi, γ Cephei, il quale ospita il pianeta γ Cephei b, rappresenta un modello per lo studio di dischi circumbinari.

Con il codice **FARGO** è stata studiata l'evoluzione del disco, impostando un valore basso per la viscosità ($\alpha = 0.001$) il quale ha reso possibile ottenere uno stato stazionario del disco gassoso con una bassa eccentricità e una minor perdita di massa durante l'evoluzione.

Indice

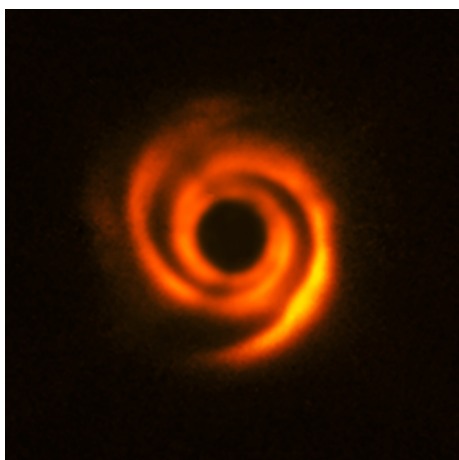
| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Dischi circumstellari in sistemi di stelle binarie | 1 |
| 1.0.1 | Osservazioni | 2 |
| 1.1 | γ CEPHEI | 2 |
| 1.1.1 | γ Cephei b | 3 |
| 2 | Fisica ed equazioni | 5 |
| 2.1 | Equazioni di Eulero e di Navier Stokes | 5 |
| 2.1.1 | Conservazione della massa | 5 |
| 2.1.2 | Conservazione del momento | 5 |
| 2.1.3 | Conservazione dell'energia | 6 |
| 2.2 | Dischi di accrescimento | 7 |
| 2.2.1 | Conservazione della massa | 7 |
| 2.2.2 | Conservazione del momento | 7 |
| 2.2.3 | Conservazione dell'energia | 8 |
| 2.3 | Viscosità | 9 |
| 2.3.1 | Parametro di struttura α | 10 |
| 2.4 | Dinamica della polvere | 10 |
| 2.4.1 | Forza di Epstein | 10 |
| 2.4.2 | Forza di Stokes | 11 |
| 2.4.3 | Tempo di arresto | 11 |
| 2.4.4 | Numero di Stokes | 12 |
| 2.5 | Crescita della polvere | 12 |
| 2.5.1 | Sedimentazione verticale | 12 |
| 2.5.2 | Moto radiale | 13 |
| 2.5.3 | Collisioni | 13 |
| 3 | Considerazioni numeriche | 17 |
| 3.1 | Metodo delle differenze finite | 17 |
| 3.1.1 | Quoziente delle differenze | 17 |
| 3.1.2 | Rappresentazione discreta di variabili, funzioni e derivate | 19 |
| 3.2 | FARGO | 21 |
| 3.2.1 | Griglia per le differenze finite | 22 |
| 4 | Modello | 24 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | Analisi dati | 26 |
| 5.1 | Disco di gas | 26 |
| 5.2 | Disco di gas e polvere | 26 |
| 5.3 | Seconda simulazione test | 27 |
| 6 | Disco di gas | 29 |
| 6.1 | Onde a spirale | 29 |
| 6.2 | Eccentricità | 31 |
| 6.3 | Onde stazionarie | 31 |
| 6.4 | Bordo interno non riflettente | 32 |
| | 6.4.1 Onde stazionarie | 32 |
| | 6.4.2 Eccentricità | 32 |
| 7 | Disco di polvere | 36 |
| 7.1 | Effetti delle onde a spirale sull'evoluzione dei grani | 36 |
| | 7.1.1 Onde a spirale di shock, salti idraulici e sedimentazione della polvere | 38 |
| | 7.1.2 Innalzamento di temperatura | 40 |
| 7.2 | Risultati | 40 |
| 8 | Conclusioni | 53 |

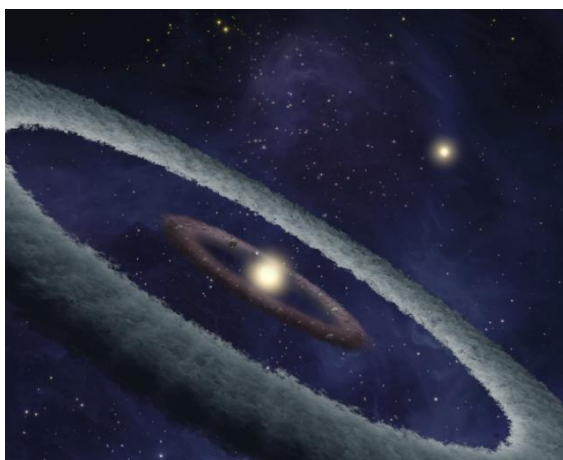
Capitolo 1

Dischi circumstellari in sistemi di stelle binarie

In astronomia e in astrofisica si definiscono come **dischi circumstellari** (Figura 1.1) delle strutture nelle quali della materia orbita attorno attorno ad una (o più) stelle, con una distribuzione a forma di anello oppure toroidale. Queste strutture forniscono sia il materiale sia le condizioni iniziali per la formazione di nuovi sistemi planetari: dal gas e dalla polvere che li costituiscono, infatti, possono formarsi corpi più grossi come planetesimi, asteroidi e pianeti.



(a) Immagine del disco intorno alla stella HD135344B, di tipo F8V [23], raccolta dallo strumento SPHERE del VLT (Very Large Telescope) dell'ESO (Paranal, deserto di Atacama, in Cile) [20].



(b) Rappresentazione artistica di un disco circumstellare in un sistema di stelle binario, chiamato HD113766, nel quale c'è il sospetto della formazione di un pianeta roccioso di tipo terrestre attorno ad una delle due stelle [22].

Figura 1.1

Il disco può trovarsi attorno ad una stella singola, oppure membro di un sistema stellare binario o multiplo a seconda del numero di stelle da cui è composto (una,

due o più stelle). Tra questi, quelli di maggiore interesse sono i sistemi binari nei quali sono stati trovati, fino ad ora, circa 50 pianeti [7] in due diverse configurazioni:

- Configurazione S-type o *circumprimaria*: il pianeta orbita intorno alla stella *primaria*, la più massiccia tra le due stelle.
- Configurazione P-type o *circumbinaria*: il pianeta orbita attorno ad entrambe le stelle.

All'interno di questi sistemi la perturbazione gravitazionale dovuta alla presenza della stella secondaria ostacola la formazione planetaria. Poiché l'interazione gravitazionale tra due corpi aumenta al diminuire della distanza che li separa, è più probabile che si formino pianeti se la separazione tra le stelle binarie è elevata, cioè se il semiasse maggiore supera 100 AU [7], come è stato osservato nella grande maggioranza dei sistemi finora noti. Tuttavia, sistemi binari come γ Cephei, HD196885 e HD41004A ospitano pianeti anche se sono caratterizzati da una separazione molto piccola, di gran lunga inferiore a 100 AU (Figura 1.2). Lo studio di questi ultimi, in particolare di γ Cephei, risulta quindi molto interessante per poter formulare modelli di formazione planetaria.

1.0.1 Osservazioni

Dal punto di vista osservativo, i dischi protoplanetari non sono delle strutture statiche, bensì evolvono nel tempo seppur con tempi lunghi e vengono rilevati con diverse tecniche. La prima di queste si basa sulla rilevazione dell'eccesso infrarosso nel vicino oppure nel medio infrarosso, in quanto questo permette di individuare la presenza di polvere calda in prossimità della stella, tipicamente su scale dell'ordine di 1 AU o più piccole. Un'altra tecnica si basa sull'evidenza di una significativa accumulazione del gas nella stella dimostrata dalle osservazioni di un eccesso ultravioletto e dalle righe di emissione come quelle di $H\alpha$ caratterizzate da un'ampia larghezza di riga equivalente. Altre tecniche sono l'osservazione diretta del disco, il rilevamento di altre righe di emissione di specie molecolari e le osservazioni di flusso nel millimetrico e submillimetrico proveniente dalla polvere che si trova nelle parti più esterne dei dischi (i grani di polvere assorbono la radiazione ultravioletta della stella per riemetterla nell'infrarosso) [15].

A tali scopi, gli strumenti più utilizzati sono SPHERE, che si trova nel Very Large Telescope Interferometer (VLTI) dell'osservatorio del Paranal, nel deserto di Atacama, e ALMA, nel deserto di Atacama in Cile.

1.1 γ CEPHEI

γ Cephei è una stella doppia che si trova ad una distanza di 13.54 ± 0.068 pc [21] e ha una magnitudine apparente di 3.22 mag. La stella primaria, la più massiccia e la più luminosa tra le due, ha una massa di $1.4 M_{\odot}$ ed è una subgigante arancione. La secondaria, la cui massa è pari a $0.4 M_{\odot}$, non è visibile ad occhio nudo e si stima sia una nana rossa di classe M4 [9]. Le proprietà del sistema binario sono riportate in Tabella 1.1.

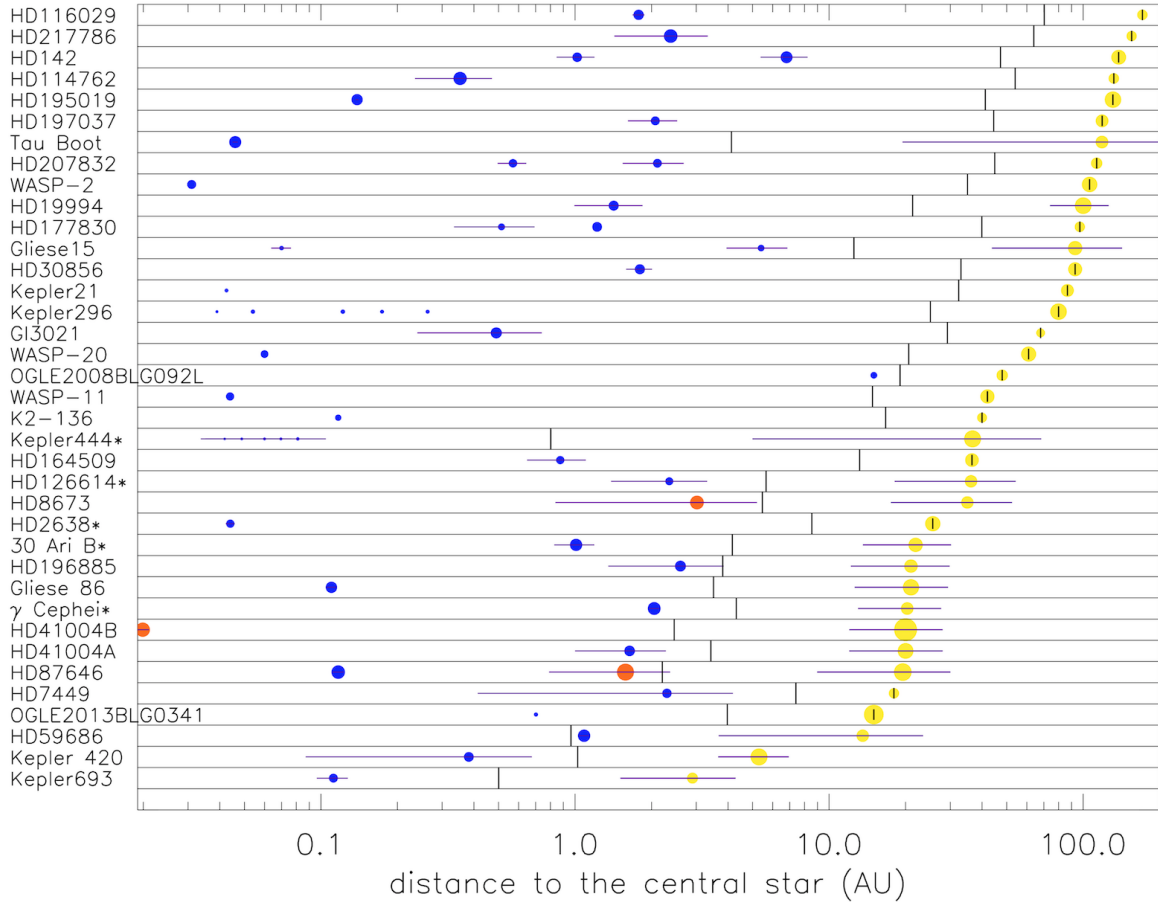


Figura 1.2: Pianeti e rispettive stelle binarie, in configurazione primaria, con separazione $< 200\text{AU}$ aggiornato al 11/07/2018. I punti gialli indicano le rispettive posizioni delle stelle binarie, i punti blu i pianeti. Le linee orizzontali viola rappresentano le escursioni radiali, dovute all'eccentricità degli oggetti. La linea nera verticale tra il pianeta e la stella compagna rappresenta il limite per una stabilità orbitale a lungo termine, mentre la linea nera che attraversa le stelle indica che non è noto il semiasse maggiore [24].

1.1.1 γ Cephei b

Attorno ad un sistema binario quale γ Cephei, il processo di formazione planetaria risulta più difficile a causa della presenza della stella secondaria che agisce da corpo perturbatore rendendo il disco più caldo e dinamicamente più instabile. Queste condizioni ostacolano non solo i processi di coagulazione e di crescita dei planetesimi ma anche l'instabilità gravitazionale [7].

Tuttavia, nel 2003 è stata annunciata definitivamente la scoperta di un pianeta di tipo gioviano, γ Cephei b, con una massa di $1.85 \pm 0.16 M_J$ in orbita attorno alla stella principale del sistema [3] con un periodo orbitale di 903.3 ± 1.5 giorni

| | |
|-----------------------|----------------------------------|
| Tipo spettrale | K1 IV |
| M_V | 3.22 |
| Massa | $1.4 \pm 0.12 M_\odot$ |
| Età | 6.6 Gyr |
| Temperatura effettiva | $4707.25^{+1397.50}_{-819.75}$ K |
| Raggio | $4.9 R_\odot$ |
| Semiassse maggiore | 20 AU |
| Eccentricità | 0.4 |
| Periodo orbitale | 66.6637 a |

Tabella 1.1: Proprietà della stella primaria in γ Cephei, dal NASA EXOPLANETS ARCHIVE [21], in alto. Proprietà del sistema binario, in basso, da Müller & Kley, 2012 [7].

(circa 2.5 anni). Il semiassse maggiore misura 2.05 ± 0.06 AU, mentre l'eccentricità è 0.049 ± 0.034 [21].

Il sistema di γ Cephei, pertanto, costituisce un modello per lo studio dei processi di formazione planetaria in sistemi binari dove la separazione delle due stelle è inferiore a 100 AU, cioè dove il sistema viene perturbato gravitazionalmente dalla stella più piccola, meno massiccia e meno luminosa ma molto vicina alla stella primaria.

Capitolo 2

Fisica ed equazioni

Per studiare i processi che hanno portato alla formazione di γ Cephei b, è indispensabile analizzare l'evoluzione del disco circumstellare, dalla sua nascita fino alla formazione del pianeta. Inizialmente, il disco contiene soprattutto gas (circa il 99% dell'intera massa) quindi si può assumere una distribuzione uniforme di polvere ed utilizzare tre equazioni della fluidodinamica per descriverne l'evoluzione: l'equazione di *conservazione della massa*, l'equazione di *conservazione del momento o quantità di moto* e l'equazione di *conservazione dell'energia*.

2.1 Equazioni di Eulero e di Navier Stokes

Al fine di ricavare le equazioni di continuità nei fluidi esistono due diversi approcci. Il primo di questi segue la descrizione *euleriana*: il sistema di riferimento è fisso nel tempo, perciò le proprietà del fluido quali densità, velocità, pressione e temperatura sono funzioni del tempo e si utilizzano le derivate parziali $\partial/\partial t$ per esprimere le loro variazioni con esso. Il secondo approccio, invece, segue la descrizione *lagrangiana*, dove il sistema di riferimento è solidale con l'elemento di fluido.

La relazione tra la derivata lagrangiana (**derivata materiale**) D/Dt e la derivata euleriana $\partial/\partial t$ è:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} f \quad (2.1)$$

2.1.1 Conservazione della massa

La conservazione della massa prevede che all'interno del fluido vi sia un volume V delimitato dalla superficie S tale per cui la variazione di massa nel volume V sia pari alla variazione di materia sulla superficie S .

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS \implies \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.2)$$

2.1.2 Conservazione del momento

Poiché la quantità di moto è associata alla massa, per derivare l'equazione del momento (o equazione del moto) è più semplice considerare la sua variazione dentro

un volume V che non sia fisso, bensì in moto con il fluido. La quantità di moto del fluido nel volume V è $\int_V \rho \vec{u} dV$ e la sua variazione nel tempo è data dalla risultante delle forze agenti sul fluido nel volume V , le quali sono di due tipi. Il primo riguarda le forze di volume, le quali agiscono nel volume V a seguito di un'azione a distanza, come la forza di gravità, e la loro risultante è $\int_V \rho \vec{f} dV$ dove \vec{f} è la forza per unità di massa. Il secondo tipo è definito dalle forze di superficie, dette anche forze di contatto; nel caso in cui il fluido non sia viscoso, la forza di superficie agisce perpendicolarmente alla superficie ed è espressa da $\int_S -p \vec{n} dS$ dove p è la pressione.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} dV = \int_V \rho \vec{f} dV - \int_V \vec{\nabla} p dV \implies \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \vec{u} = \vec{f} - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho} \quad (2.3)$$

Tutto questo è valido per fluidi non viscosi, ma la viscosità gioca un ruolo importante all'interno dei dischi di accrescimento. È necessario, quindi, introdurre il **tensore degli sforzi** (stress tensor) $\vec{\sigma}$ definito da:

$$\vec{\sigma} = \frac{\vec{f}}{S}$$

Perciò, la componente i -esima della forza esercitata sulla superficie S dal fluido circostante è $\int_S \sigma_{ij} n_j dS$ dove σ_{ij} considera sia la forza di pressione sia il contributo della forza viscosa. Nel caso di un fluido newtoniano,

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\vec{\nabla} \vec{u}) \delta_{ij} \right)$$

dove $\vec{\tau}$ denota il tensore degli sforzi dovuto alla viscosità. In coordinate cilindriche, ¹

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} & \mu r \frac{\partial \Omega}{\partial r} & 0 \\ \mu r \frac{\partial \Omega}{\partial r} & -p + 2\mu \frac{u}{r} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} & 0 \\ 0 & 0 & -p - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} \end{pmatrix}$$

2.1.3 Conservazione dell'energia

Per ricavare l'equazione di conservazione dell'energia è opportuno considerare una descrizione lagrangiana, cioè utilizzare un sistema di riferimento solidale con un elemento di fluido in moto. La variazione nel tempo dell'energia totale \mathcal{E} di un elemento di fluido di volume V , data dalla somma dell'energia cinetica $\frac{1}{2}\rho u^2$ e dell'energia interna del fluido per unità di massa U , deve uguagliare la variazione del

¹

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} & \tau_{\phi\phi} &= 2\mu \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} = 2\mu \frac{u}{r} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} \\ \tau_{r\phi} &= \tau_{\phi r} = \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} = \mu r \frac{\partial \Omega}{\partial r} & \tau_{\phi z} &= \tau_{z\phi} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \mu \frac{\partial u_z}{\partial \phi} = 0 \\ \tau_{rz} &= \tau_{zr} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} = -\frac{2}{3}\mu \vec{\nabla} \vec{u} \end{aligned}$$

lavoro fatto sul fluido sia dalle forze esterne sia dalle forze di superficie sommato alla variazione di calore acquistato dal fluido stesso. Quest'ultima è dovuta a due fattori: una possibile sorgente di calore, quali le reazioni nucleari, che produce un tasso ϵ per unità di massa entro il volume finito, oppure dal flusso di energia \vec{F} che arriva nell'elemento di fluido dalle sorgenti circostanti, per esempio dalla radiazione che lo circonda.

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} \rho u^2 + U \rho \right) = \epsilon \rho + \rho \vec{f} \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F} - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{u}) \quad (2.4)$$

2.2 Dischi di accrescimento

Per applicare le equazioni di conservazione appena descritte al disco circumstellare ed ottenere un modello della sua evoluzione, si assume di solito che il disco sia sottile e assisimmetrico. Inoltre, il sistema di riferimento deve essere un sistema di coordinate cilindriche (r, ϕ, z) e deve essere centrato sulla stella. In questo modo tutte le derivate rispetto all'angolo ϕ saranno pari a zero ($\partial/\partial\phi = 0$) così come le componenti del vettore velocità \vec{u} lungo z , cioè uscenti dal piano del disco ($\vec{u} \cdot \vec{e}_z = 0$), dove $\vec{u} = (u_r, u_\phi, u_z) = (u, \Omega r, 0)$.

2.2.1 Conservazione della massa

Con queste approssimazioni il disco risulta un oggetto bidimensionale ed è preferibile utilizzare la densità superficiale di massa Σ ; essa è definita dalla massa per unità di area ed è legata alla densità ρ (massa per unità di volume) tramite la seguente relazione:

$$\Sigma(r, \phi, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r, \phi, z) dz \quad (2.5)$$

Di conseguenza, l'equazione di conservazione della massa per un disco di accrescimento è la seguente:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial(\Sigma u)}{\partial r} = 0 \quad (2.6)$$

o, in forma più compatta,

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\Sigma \vec{u}) = 0 \quad (2.7)$$

essendo $\vec{\nabla} \cdot (\Sigma \vec{u}) = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial(\Sigma u)}{\partial r}$ in quanto, in coordinate cilindriche, $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$.

2.2.2 Conservazione del momento

Le forze agenti nei dischi di accrescimento sono la forza di pressione $\vec{\nabla} p$, la forza di gravità $-\vec{\nabla} \Psi$, data dal gradiente del potenziale gravitazionale Ψ , e la forza di attrito viscoso \vec{f} , quindi l'equazione 2.3 diviene:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\Sigma} - \vec{\nabla} \Psi + \frac{\vec{f}}{\Sigma} \quad (2.8)$$

In coordinate cilindriche, il termine $\vec{\nabla} \vec{u}$ risulta:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}|_r = u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\phi^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = u \frac{\partial u}{\partial r} - r\Omega^2 \\ \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}|_\phi = u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r u_\phi}{r} + u_z \frac{\partial u_\phi}{\partial z} = u \frac{\partial(r\Omega)}{\partial r} + \frac{u(r\Omega)}{r} \\ \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}|_z = u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Di conseguenza, la componente radiale dell'equazione 2.8 è:

$$\frac{\partial(\Sigma u)}{\partial t} + \Sigma u \frac{\partial u}{\partial r} = \Sigma r \Omega^2 - \frac{\partial p}{\partial r} - \Sigma \frac{\partial \Psi}{\partial r} + f_r \quad (2.9)$$

oppure, in forma più compatta,²

$$\frac{\partial(\Sigma u)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\Sigma u \vec{u}) = \Sigma r \Omega^2 - \frac{\partial p}{\partial r} - \Sigma \frac{\partial \Psi}{\partial r} + f_r \quad (2.10)$$

La componente azimutale dell'equazione 2.8, invece, è:

$$\frac{\partial(r\Omega)}{\partial t} + u \frac{\partial(r\Omega)}{\partial r} + \frac{u(r\Omega)}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + \frac{f_\phi}{\Sigma} \quad (2.11)$$

oppure, in forma più compatta, dopo aver moltiplicato per $r\Sigma$,³

$$\frac{\partial(\Sigma r^2 \Omega)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\Sigma r^2 \Omega \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial \phi} - \Sigma \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + r f_\phi \quad (2.12)$$

2.2.3 Conservazione dell'energia

L'influenza gravitazionale del disco sulla stella binaria viene trascurata e il disco non è autogravitante ($Q = \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} < 1$ con Q parametro di Toomre, c_s velocità del suono; in presenza dell'autogravità l'eccentricità del disco, in media, risulterebbe più bassa [5]), perciò l'equazione della conservazione dell'energia interna, integrata verticalmente, diventa:

$$\Sigma \frac{D}{Dt} \left(\frac{U}{\Sigma} \right) = -p \vec{\nabla} \vec{u} + Q_+ - Q_- \quad (2.13)$$

In questa equazione, il termine Q_- indica la radiazione uscente da tutte le parti del disco (sotto e sopra la superficie, essendo il disco sottile) [7] ed è definito dalla seguente relazione:

$$Q_- = 2\sigma_R \frac{T^4}{\tau_{\text{eff}}} \quad (2.14)$$

² $\vec{\nabla}(\Sigma u \vec{u}) = \frac{\partial(\Sigma u u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\Sigma u u_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\Sigma u u_z)}{\partial z} = \frac{\partial(\Sigma u)}{\partial r}$.

$$r\Sigma \frac{\partial(r\Omega)}{\partial t} + r\Sigma u \left(\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) + u\Sigma \Omega r = -\frac{\partial p}{\partial \phi} - \Sigma \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + r f_\phi$$

$$\frac{\partial(r^2 \Omega \Sigma)}{\partial t} + 2r\Sigma u \Omega = -\frac{\partial p}{\partial \phi} - \Sigma \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + r f_\phi$$

$$2r\Sigma u \Omega = \frac{\partial(r^2 \Sigma u \Omega)}{\partial r} = \frac{\partial(r^2 \Sigma \Omega u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r^2 \Sigma \Omega u_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(r^2 \Sigma \Omega u_z)}{\partial z} = \vec{\nabla}(r^2 \Sigma \Omega \vec{u})$$

dove σ_R è la costante di Stefan-Boltzmann e τ_{eff} indica una profondità ottica effettiva. Quest'ultima è definita da $\tau_{\text{eff}} = \frac{3}{8}\tau + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4\tau + \tau_{\text{min}}}$ [7], in cui la profondità ottica $\tau = \int \rho k dz$ può essere approssimata da $\tau \approx \rho k H$, dove la densità ρ e il coefficiente di assorbimento $k(\rho, T)$ sono calcolati nel piano mediano del disco [7].

Il termine Q_+ , invece, indica il calore acquisito dalla dissipazione viscosa $\vec{f} = \vec{\tau}S$ ⁴:

$$Q_+ = \frac{1}{2\nu\Sigma} (\tau_{\text{rr}}^2 + 2\tau_{\text{r}\phi}^2 + \tau_{\phi\phi}^2) + \frac{2\nu\Sigma}{9} (\vec{\nabla}\vec{u})^2 \quad (2.15)$$

dove ν indica la viscosità cinematica.

2.3 Viscosità

La viscosità cinematica ν del disco è determinata dal parametro di struttura α , dalla velocità del suono adiabatica c_s e dall'altezza di scala H tramite l'equazione introdotta da Shakura-Sunyaev [11]:

$$\nu = \alpha c_s H \quad (2.16)$$

Per definire c_s ed H in un sistema completamente determinato [7] è necessario utilizzare la legge dei gas perfetti

$$p = \frac{R}{\mu} \Sigma T$$

dove μ indica il peso molecolare medio, R è la costante universale dei gas ($R = 8.314472 \text{ J/mol K}$) e T è la temperatura nel piano mediano del disco. Da questa relazione si ottiene la velocità del suono isoterma $c_{s, \text{iso}}(T = \text{cost}) = c_{s, \text{iso}}$:

$$c_{s, \text{iso}} = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \Sigma}} = \sqrt{\frac{p}{\Sigma}}$$

la quale definisce la velocità del suono adiabatica c_s :

$$c_s = \sqrt{\gamma} c_{s, \text{iso}}$$

dove γ indica il coefficiente adiabatico.

L'altezza di scala H , una quantità adimensionale definita da $H = \frac{c_{s, \text{iso}}}{\Omega r}$, dove Ω indica la velocità angolare kepleriana del disco attorno alla stella primaria, risulta quindi:

$$H = \frac{c_{s, \text{iso}}}{\Omega} = \left(\frac{c_{s, \text{iso}}}{\Omega r} \right) r = hr$$

4

$$f_r = \mu \frac{\partial \tau_{\text{rr}}}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial \tau_{\text{r}\phi}}{\partial \phi} - \frac{2}{3} \mu \vec{\nabla} \vec{u}$$

$$f_\phi = \mu \frac{\partial \tau_{\text{r}\phi}}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \phi} - \frac{2}{3} \mu \vec{\nabla} \vec{u}$$

dove $\mu = \Sigma \nu$ indica il coefficiente di viscosità dinamica.

e definisce il profilo di densità superficiale del disco lungo la verticale, in prima approssimazione gaussiano [7]:

$$\Sigma = \sqrt{2\pi}\rho H \quad (2.17)$$

2.3.1 Parametro di struttura α

Il parametro di struttura α , anche noto come parametro di Shakura-Sunyaev [11], è una quantità adimensionale che misura l'efficienza del trasporto del momento angolare dovuto alla turbolenza [15] e rappresenta una normalizzazione della viscosità ν .

In un disco circumstellare α può assumere dei valori che variano da 0.1 a 0.001 [15]. Per valori di α più grandi e quindi per viscosità maggiori, il disco perde massa più rapidamente: se la massa iniziale del disco con $\alpha = 0.04$ è pari a $0.01 M_{\odot}$, dopo 100 orbite attorno alla binaria, esso perde circa il 71% della massa iniziale; se, invece, $\alpha = 0.01$ il disco di massa iniziale $0.01 M_{\odot}$ perde soltanto il 19% della massa iniziale [7]. Inoltre, più alti sono i valori di α tanto più calmo risulterà il disco, cioè risponderà meno velocemente ai disturbi della stella secondaria. Di conseguenza, l'eccentricità del disco oscillerà meno e il periastro rimarrà circa costante [7] (Figura 2.1).

2.4 Dinamica della polvere

All'interno di un disco protoplanetario il gas costituisce la maggior parte della massa (circa il 99%) e rappresenta il mezzo nel quale le particelle di polvere si muovono. Quest'ultime, pertanto, non orbitano liberamente ma risentono di una *drag force*, ossia di una forza di resistenza esercitata dal gas che dipende non solo dal moto relativo tra gas e polvere ma anche dalla dimensione della particella. Il caso in cui le dimensioni della particella siano inferiori rispetto al libero cammino medio delle particelle di gas ($r < \lambda$) è descritto dalla *forza di Epstein*, mentre il caso contrario ($r > \lambda$) è descritto dalla *forza di Stokes* [15].

2.4.1 Forza di Epstein

In questo regime, le molecole del gas bombardano i grani di polvere: la forza di drag, derivata considerando la frequenza delle collisioni tra la particella e le molecole del gas, è una forza di pressione descritta da [15]:

$$\vec{F}_{\text{Ep}} = -\frac{4\pi}{3}\rho r^2 v_{\text{th}} \vec{v} \quad (2.18)$$

ove ρ è la densità del gas, r è il raggio della particella sferica di polvere, \vec{v} la sua velocità relativa rispetto alla velocità delle molecole del gas e $v_{\text{th}} = \sqrt{8/\pi}c_s$ la velocità termica delle molecole del gas, con $c_s = \sqrt{TR/\mu}$ (T temperatura del gas, R costante universale dei gas pari a $8,314472 \text{ J/K mol}$, μ peso molecolare medio) velocità del suono isoterma. La forza di resistenza agisce in direzione opposta al vettore \vec{v} che descrive la velocità relativa tra la particella e il gas, è proporzionale all'area della superficie della particella ed è valida per $r < \lambda$ e $v \ll v_{\text{th}}$ [15].

2.4.2 Forza di Stokes

Se le dimensioni della particella sono maggiori di λ il gas viene semplicemente trattato come un fluido invece che come insieme di particelle solide. La forza di resistenza aerodinamica in questo regime è espressa da [15]:

$$\vec{F}_D = -\frac{C_D}{2}\pi r^2 \rho v \vec{v} \quad (2.19)$$

dove C_D , il coefficiente di resistenza, è un coefficiente adimensionale che descrive quanto la particella sia aerodinamica; in generale dipende dalla forma della particella, ma nel caso di particelle sferiche dipende soltanto dal numero di Reynolds $Re = \frac{2r\rho v}{\eta}$ con η viscosità del gas [15]:

- $C_D \cong 24Re^{-1}$ se $Re < 1$
- $C_D \cong 24Re^{-0.6}$ se $1 < Re < 800$
- $C_D \cong 0.44$ se $Re > 800$

La forza di Epstein eguaglia la forza di Stokes quando $r = \frac{9}{4}\lambda$; questo può essere considerato il punto di transizione tra le due leggi.

2.4.3 Tempo di arresto

La *force drag*, descritta dalla forza di Epstein o dalla forza di Stokes a seconda delle dimensioni delle particelle, agisce fino a quando la polvere e il gas si accoppiano. Questo accoppiamento tra le componenti solide e quelle gassose del disco, viene quantificato esprimendo la forza di resistenza aerodinamica in termini di tempo di arresto t_{stop} [15]:

$$t_{stop} = \frac{mv}{|\vec{F}_D|} \quad (2.20)$$

Esso misura il tempo durante il quale la forza di resistenza F_D modifica significativamente la velocità \vec{v} relativa al gas della particella di massa m . Se la massa della particella di raggio r e densità ρ_r è $m = \frac{4\pi r^3 \rho_r}{3}$, ovvero ci si trova nel regime di Epstein, il tempo di arresto diviene [1]:

$$t_{stop} = \frac{mv}{|\vec{F}_{Ep}|} = \frac{\rho_r r}{\rho v_{th}} \quad (2.21)$$

Le particelle di polvere, tuttavia, sono strettamente legate al gas: nel piano mediano del disco, dove avviene principalmente la crescita della polvere, per una particella di dimensione $r = 1\mu\text{m}$ che si trova ad una distanza radiale dal centro del disco protoplanetario pari a 1 AU, il tempo di arresto vale $t_{stop} \approx 3s$ ($\rho = 10^{-9}\text{g cm}^{-3}$, $\rho_r = 10^{-3}\text{g cm}^{-3}$, $v_{th} = 10^5\text{cm s}^{-1}$) [15]. Per particelle di dimensioni maggiori il tempo di arresto sarà maggiore.

2.4.4 Numero di Stokes

Il tempo di arresto t_{stop} definisce il *numero di Stokes* St , dato dal rapporto tra il tempo di arresto e il tempo dinamico [1]:

$$St = t_{stop}\Omega \quad (2.22)$$

Il tempo di Stokes, quindi, è una quantità adimensionale che mette in relazione il tempo di arresto t_{stop} con la velocità angolare kepleriana Ω ed è utile perché particelle aventi diverse dimensioni, forme, composizione oppure poste in ambienti differenti hanno lo stesso comportamento aerodinamico se possiedono lo stesso numero di Stokes [14].

Poiché la maggior parte del materiale utile alla formazione di corpi di dimensioni chilometriche (*planetesimi*) risiede nel piano mediano del disco protoplanetario, è utile dare una stima per il numero di Stokes in questa zona. All'interno di un disco gassoso verticalmente isoterma, con altezza di scala $H_g = c_s/\Omega$, densità di superficie del gas Σ_g e densità del gas $\rho_{g,mid} = \frac{\Sigma_g}{\sqrt{2\pi}H_g}$, il numero di Stokes risulta [1]:

$$St = \frac{r\rho_r \pi}{\Sigma_g 2} \quad (2.23)$$

Con queste assunzioni, quindi, per la maggior parte delle regioni più dense del disco il numero di Stokes dipende linearmente dalla dimensione della particella ($St \propto r$). Pertanto, si potranno usare i numeri di Stokes in riferimento alle dimensioni delle particelle perché essi ne danno una descrizione con il vantaggio di essere delle quantità adimensionali.

Piccole particelle saranno caratterizzate da $St \ll 1$ e si adatteranno alla velocità del gas in tempi scala molto più brevi rispetto al loro tempo scala orbitale, mentre particelle grandi, con $St \gg 1$, percorreranno diverse orbite prima che le forze di resistenza altereranno significativamente le loro velocità [1].

2.5 Crescita della polvere

La forza esercitata dal gas sulle particelle ha come principali effetti il *mescolamento turbolento o verticale*, la *sedimentazione verticale*, il *moto di drift radiale* e *collisioni* (figura 2.2).

2.5.1 Sedimentazione verticale

In assenza di turbolenza, la polvere sedimenta sul piano mediano del disco quando la forza di drag esercitata dal gas eguaglia la forza di gravità. Per particelle nel regime di Epstein, la velocità finale è data da [15]:

$$v_{settle} = \frac{\rho_d s}{\rho_g v_{th}} \Omega^2 z \quad (2.24)$$

dove s è la dimensione del grano di polvere, ρ_d e ρ_g le densità, rispettivamente, del grano e del gas. z indica la direzione verticale.

In presenza di turbolenza, invece, è necessario che la particella accresca in massa prima di sedimentare sul piano mediano del disco.

2.5.2 Moto radiale

Il moto di *drift* radiale si instaura in seguito all'intrappolamento della particella di polvere, in orbita kepleriana, da parte del gas. La differenza tra la velocità del gas e quella della polvere causa una decelerazione della particella, la quale perde momento angolare e spiralizza verso il centro del disco. La velocità, in assenza della turbolenza, è data da:

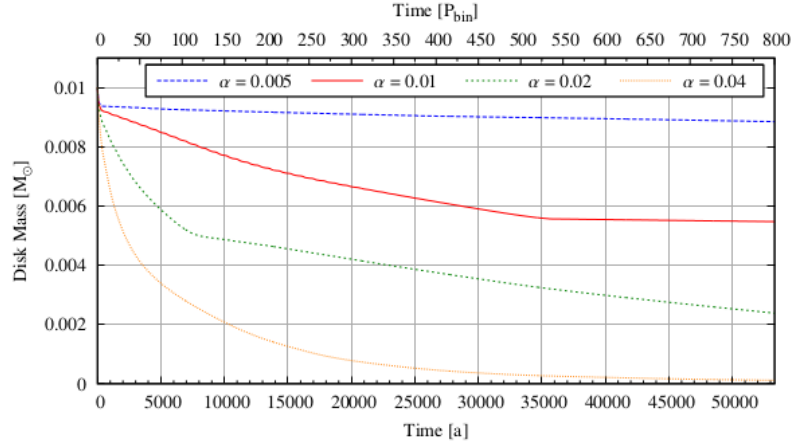
$$v_{radial} = -\eta \frac{\rho_d}{\rho_g} \frac{s}{v_{th}} \Omega^2 R \quad (2.25)$$

in cui η è un parametro che descrive quanto il gas orbita più lentamente rispetto alla velocità kepleriana Ω e v_{th} indica la velocità termica.

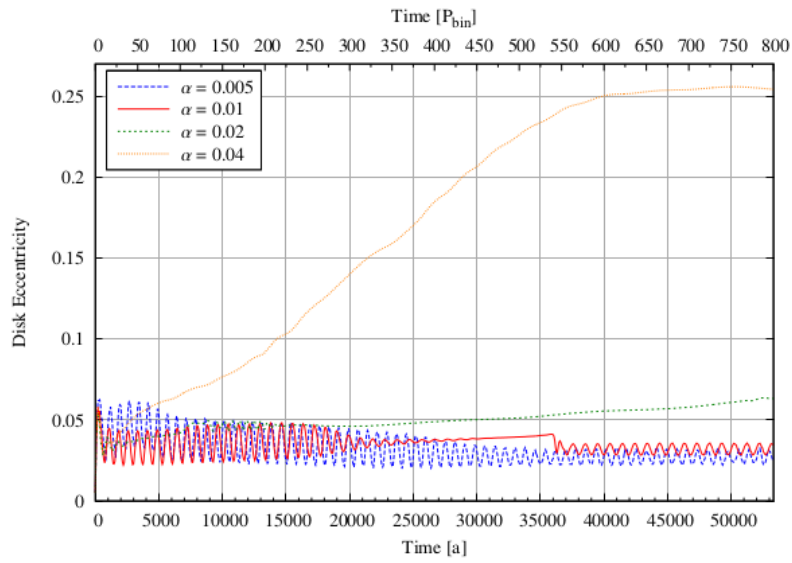
La velocità di drift dipende dalle dimensioni della particella. I grani di dimensioni maggiori, in un disco gassoso con velocità kepleriana (o sub-kepleriana), avranno velocità radiale superiore a quella di grani più piccoli. Pertanto, grani più grossi si addenseranno prima, verso il centro del disco, rispetto ai grani più piccoli.

2.5.3 Collisioni

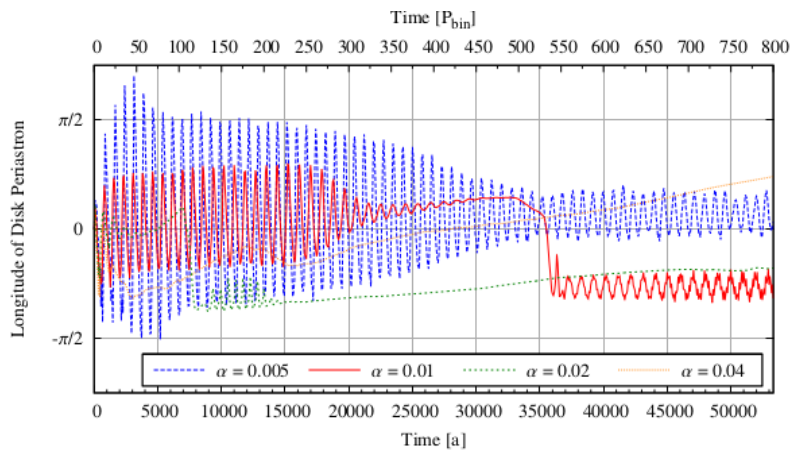
Le collisioni tra i grani di polvere sono necessarie per l'accrescimento in massa. Tuttavia, le collisioni che avvengono tra particelle più grosse porterebbero a frammentazione, erosione e trasferimento di massa tra i grani coinvolti nell'urto, come riportato in figura 2.3.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.1: Andamenti della massa del disco (a), dell'eccentricità del disco (b) e del periastron (c) per valori di α pari a 0.005, 0.01, 0.02, 0.04 [7].

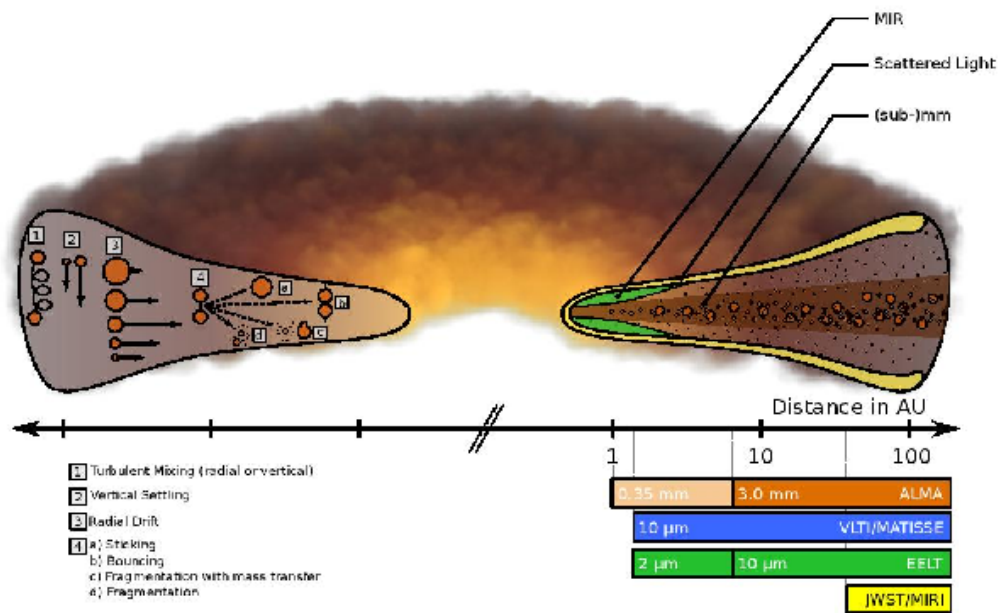


Figura 2.2: Illustrazione della struttura, dei processi di evoluzione della polvere e i limiti osservazionali per i dischi protoplanetari. *A sinistra*: principali proprietà dei processi di trasporto e dei meccanismi di collisione. Le diverse lunghezze delle frecce illustrano le diverse velocità dei diversi grani. *A destra*: aree del disco che possono essere indagate con diverse tecniche. L'asse mostra la distanza radiale logaritmica dalla stella centrale. Le barre orizzontali mostrano le più alte risoluzioni angolari (alla sinistra delle barre) che possono essere raggiunte con un set di strumenti e mezzi in arrivo alle distanze tipiche delle regioni più vicine alla stella. [14]

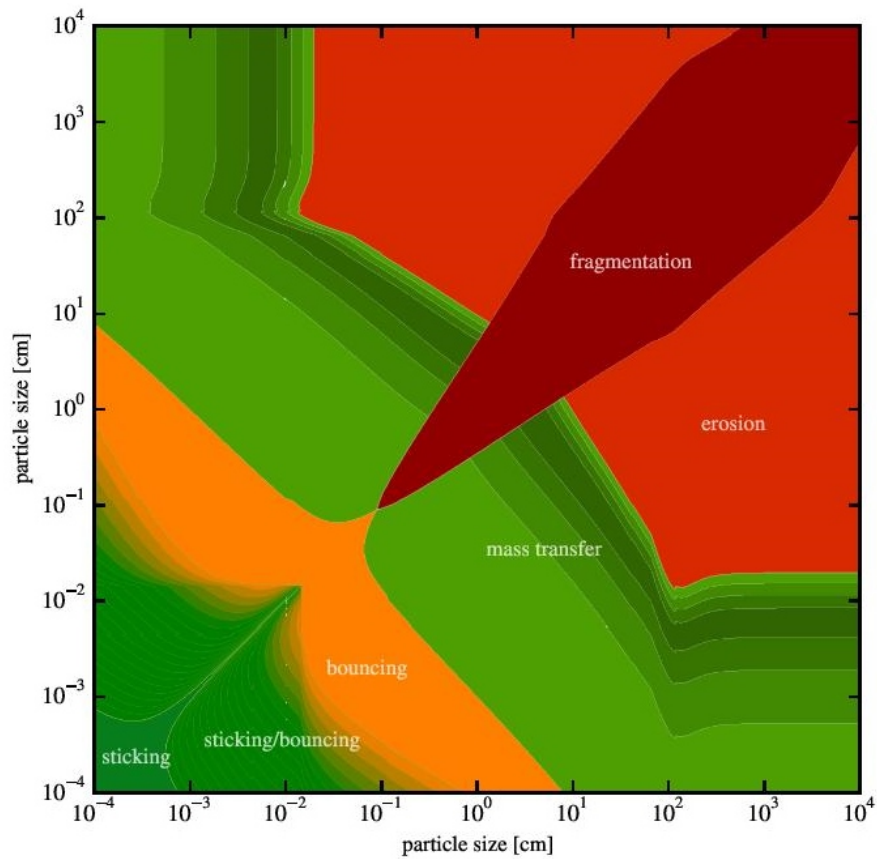


Figura 2.3: Rappresentazione schematica dei prodotti di collisioni tra particelle di polvere nei dischi protoplanetari. Nella figura sono illustrati i diversi prodotti delle collisioni tra particelle in funzione delle dimensioni dei grani che collidono. [1]

Capitolo 3

Considerazioni numeriche

3.1 Metodo delle differenze finite

Le equazioni di conservazione descritte nel capitolo precedente sono delle equazioni differenziali parziali iperboliche. Esse coinvolgono due o più variabili indipendenti, tra cui il tempo, e sono caratterizzate dalla seguente espressione generale:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla f(\mathbf{u}) = 0 \quad (3.1)$$

Per la loro risoluzione è necessario specificare i valori iniziali, cioè i valori di ciascuna delle variabili dipendenti al tempo iniziale t_0 , e le condizioni al contorno, per esempio la libera uscita o meno del flusso attraverso i confini del dominio. Tuttavia, è possibile giungere ad una soluzione in via analitica solamente mediante delle assunzioni restrittive: diviene opportuno ricorrere a soluzioni numeriche. Tra i numerosi metodi numerici generati per tale scopo, uno dei più diretti e ben sviluppati è il metodo delle *differenze finite*: dopo aver discretizzato il dominio di integrazione in celle elementari (*mesh*) con l'ausilio di punti di griglia o di maglia scelti all'interno e sui bordi di tale dominio, è possibile sostituire alle derivate originali i corrispondenti quozienti delle differenze, trasformando così le equazioni parziali differenziali iperboliche in equazioni differenziali ordinarie (equazioni algebriche alle differenze finite) [16].

3.1.1 Quoziente delle differenze

Sia $f(x)$ una funzione della sola variabile x . Allora, la derivata di f in un punto x è definita dal limite del rapporto incrementale destro [16]

$$\frac{df}{dx} \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (3.2)$$

oppure sinistro

$$\frac{df}{dx} \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (3.3)$$

dove $h > 0$ è un intervallo finito e piccolo.

In generale, però, $f(x_1, \dots, x_N)$ è una funzione di N variabili indipendenti e la sua

derivata parziale rispetto alla variabile x_i può essere approssimata da tre diversi quozienti differenziali.

(1) Se la derivata è espressa da:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)}{h} \quad (3.4)$$

può essere approssimata con il quoziente delle differenze in avanti (o destro):

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)}{h} \quad (3.5)$$

(2) Se la derivata parziale di f rispetto ad x_i è definita da

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{h} \quad (3.6)$$

viene approssimata dal quoziente delle differenze all'indietro (o sinistro):

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{h} \quad (3.7)$$

(3) Se, infine, la derivata $\partial f / \partial x_i$ è definita dal limite:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{2h} \quad (3.8)$$

allora può essere approssimata dal quoziente delle differenze centrate

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{2h} \quad (3.9)$$

Tuttavia, i quozienti delle differenze destro, sinistro e centrale possono essere ricavati utilizzando le serie di Taylor, nelle quali vengono indicati gli errori introdotti dalle approssimazioni $O(h)$, $O(h^2)$, $O(h^3)$, ... a seconda del grado di troncamento della serie:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^n(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

dove x è un punto appartenente all'intervallo arbitrario (x_0, δ) e $f^n(x_0)$ è il valore della derivata n -esima di f calcolata nel punto x_0 .

Nel caso lineare in cui f è una funzione della sola variabile x , le serie di Taylor per i tre diversi tipi di quoziente sono [16]:

$$f(x + h) \approx f(x) + hf' + \frac{h^2}{2} f'' + \frac{h^3}{6} f''' \quad (3.10)$$

$$f(x - h) \approx f(x) - hf' + \frac{h^2}{2} f'' - \frac{h^3}{6} f''' \quad (3.11)$$

$$f(x + 2h) \approx f(x) + 2hf' + 2h^2 f'' + \frac{4h^3}{3} f''' \quad (3.12)$$

Con il troncamento della serie al secondo ordine si ottengono:

$$f(x+h) = f(x) + \frac{df(x)}{dx}h + O(h) \quad (3.13)$$

$$f(x-h) = f(x) - \frac{df(x)}{dx}h + O(h) \quad (3.14)$$

$$f(x+2h) = f(x) + \frac{df(x)}{dx}(2h) + O(h^2) \quad (3.15)$$

dalle quali si ricavano, infine,

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + O(h) \quad (3.16)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} + O(h) \quad (3.17)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+2h) - f(x)}{2h} + O(h^2) \quad (3.18)$$

Estendendo tutto ciò al caso più generale, in cui $f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)$ ha N variabili,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)}{h} + O(h) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{h} + O(h) \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - h, \dots, x_N)}{2h} + O(h^2) \quad (3.21)$$

3.1.2 Rappresentazione discreta di variabili, funzioni e derivate

Nel caso più semplice in cui il dominio è monodimensionale, l'equazione 3.1 risulta [19]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (3.22)$$

dove la funzione $f(u(x, t))$ dipende da un'altra funzione, $u(x, t)$, la quale rappresenta la densità e la velocità rispettivamente nelle prima e nella seconda equazione di Eulero (equazioni 2.2, 2.3). $u(x, t)$ dipende dalla variabile spaziale x definita in un intervallo $[x_{\min}, x_{\max}]$ e dalla variabile temporale t che assume dei valori compresi tra 0 e t_{\max} .

Per definire una discretizzazione di $u(x, t)$ è necessario introdurre due griglie, una griglia spaziale per la variabile x ed una griglia temporale per la variabile t . La prima di queste viene ottenuta suddividendo l'intervallo $[x_{\min}, x_{\max}]$ in J piccoli intervalli, ciascuno di lunghezza Δx , in modo tale che si possono definire i punti della griglia $x_j = x_{\min} + j\Delta x$ dove j è un numero intero che assume valori compresi tra 0 e J ($j \in \mathbb{Z}$ t.c. $j = 0, \dots, J$) [16]. Analogamente, suddividendo l'intervallo temporale $(0, t_{\max})$ in N piccoli intervalli temporali Δt , ciascuno dei quali prende il nome di *time step*, si ottiene la griglia temporale che viene definita dai punti $t^n = n\Delta t$ dove n è un numero intero che assume valori compresi tra 0 ed N ($n \in \mathbb{N}$ t.c. $n = 0, \dots, N$).

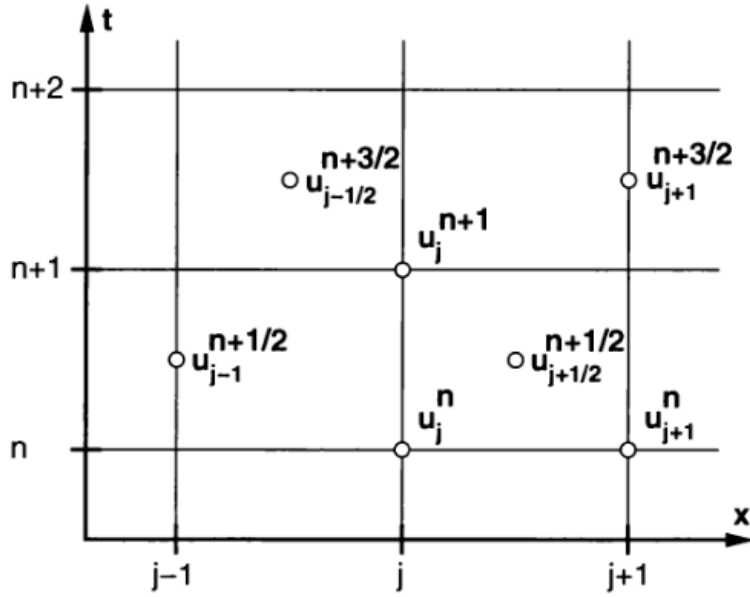


Figura 3.1: Discretizzazione della funzione $u(x, t)$ in una griglia bidimensionale (x, t) . I valori di u possono essere definiti nel centro $(u_{j-1/2}^{n+3/2}, u_{j+1/2}^{n+1/2})$ oppure sul bordo $(u_{j-1}^{n+1/2}, u_{j+1}^{n+3/2})$ oppure negli angoli $(u_j^n, u_j^{n+1}, u_{j+1}^n)$ di ciascuna cella [16].

Queste due discretizzazioni forniscono una griglia bidimensionale (x, t) riportata in figura 3.1, nella quale per ciascun punto della griglia, cioè del tipo (x_j, t^n) , la funzione u assume il valore $u(x_j, t^n) \equiv u_j^n$. Tuttavia, la funzione u può essere definita anche al centro della cella oppure sul bordo.

Di conseguenza, nei punti (x_j, t^n) di quest'ultima griglia è possibile calcolare i valori della funzione $f(u_j^n)$. Con le approssimazioni in avanti nel tempo e nello spazio, alle derivate $\partial u / \partial t$ e $\partial f(x_j, t)$ si possono quindi sostituire le seguenti differenze finite (equazione 3.19 applicata al caso di $N = 2$ variabili (x, t)) [19]:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t^n) = \frac{u(x, t^{n+1}) - u(x, t^n)}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_j, t) = \frac{f(u(x_{j+1}, t)) - f(u(x_j, t))}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.24)$$

Analogamente, per le approssimazioni all'indietro nel tempo e nello spazio (equazione 3.20), si ottengono [19]:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t^{n+1}) = \frac{u(x, t^{n+1}) - u(x, t^n)}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_j, t) = \frac{f(u(x_j, t)) - f(u(x_{j-1}, t))}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.26)$$

Infine, le approssimazioni centrali nel tempo e nello spazio (equazione 3.21):

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t^n) = \frac{u(x, t^{n+1}) - u(x, t^{n-1})}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_j, t) = \frac{f(u(x_j, t)) - f(u(x_{j-1}, t))}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.28)$$

Con tutte queste approssimazioni, pertanto, è possibile sostituire ad ogni derivata parziale il corrispondente quoziente delle differenze a seconda del punto considerato all'interno della griglia che discretizza le variabili delle funzioni derivate.

3.2 FARGO

Il codice utilizzato per le simulazioni in questo lavoro è **FARGO**. Analogamente al codice **ZEUS**, **FARGO** risolve le equazioni della fluidodinamica utilizzando il metodo delle differenze finite con una procedura risolutiva esplicita dal tempo e multistep [12]. Se si considera la forma generica delle equazioni di Eulero [12]:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \mathcal{L} \quad (3.29)$$

dove $y \equiv (\rho, \rho\vec{u}, \mathcal{E})$ indica il vettore di stato e $\mathcal{L}(y)$ è un operatore, la procedura multistep deriva dal fatto che $\mathcal{L}(y)$ può essere espresso dalla somma di più operatori $\mathcal{L}(y) = \mathcal{L}_1(y) + \mathcal{L}_2(y) + \dots + \mathcal{L}_m(y)$. Di conseguenza, l'equazione 3.29 può essere risolta da diverse operazioni, la prima delle quali dipende da tutti i processi descritti dall'operatore $\mathcal{L}_1(y)$ il quale può indicare, per esempio, i termini di avvezione, per poi passare all'operatore $\mathcal{L}_2(y)$ che potrebbe rappresentare la gravità o altre forze esterne, ecc. [16]:

$$\frac{y^1 - y^0}{\Delta t} = L_1(y^0) \quad (3.30)$$

$$\frac{y^2 - y^1}{\Delta t} = L_2(y^1) \quad (3.31)$$

$$\dots \quad (3.32)$$

$$\frac{y^{i+1} - y^i}{\Delta t} = L_i(y^i) \quad (3.33)$$

dove L_i rappresentano le differenze finite corrispondenti ai diversi operatori \mathcal{L}_i [12]. In **FARGO** le singole parti della procedura risolutiva vengono raggruppati in due step: lo step *sorgente* e lo step *di trasporto*. Nel primo di questi vengono risolte le equazioni di conservazione del momento e dell'energia interna (equazioni 2.3, 2.13) con il metodo delle differenze finite; nel secondo, invece, lo stesso metodo viene applicato per le equazioni di continuità in forma integrale [12]:

Equazioni risolte dal *source step*

Equazioni risolte dal *transport step*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \vec{u} &= -\frac{\vec{\nabla} p}{\Sigma} - \vec{\nabla} \Psi + \frac{\vec{f}}{\Sigma} & \frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV &= - \int_{dV} \rho (\vec{u} - \vec{u}_g) \, d\vec{S} \\ \Sigma \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{U}{\Sigma} \right) &= -p \vec{\nabla} \vec{u} + Q_+ - Q_- & \frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} \, dV &= - \int_{dV} \rho \vec{u} (\vec{u} - \vec{u}_g) \, d\vec{S} \\ & & \frac{d}{dt} \int_V \rho U \, dV &= - \int_{dV} U (\vec{u} - \vec{u}_g) \, d\vec{S} \end{aligned}$$

dove \vec{u}_g indica la velocità di griglia. Le equazioni integrali per il *transport step* si ricavano dalle equazioni di continuità in forma integrale mediante il teorema della divergenza; a differenza delle equazioni di conservazione della massa, del momento e dell'energia ridotta alla sola energia interna U , la divergenza viene misurata per ciascuna variabile in una griglia non-stazionaria che si muove con velocità \vec{u}_g rispetto ad un sistema di riferimento fisso. La griglia, cioè, si muove con il fluido (trattazione lagrangiana) [12].

3.2.1 Griglia per le differenze finite

Tutte le variabili dipendenti quali densità, densità di energia interna e potenziale gravitazionale che compaiono nelle equazioni di continuità sono state poste in funzione di due coordinate spaziali polari indipendenti (r, ϕ). La griglia spaziale $N_r \times N_\phi$ ottenuta, quindi, è di tipo bidimensionale e non tridimensionale per poter ridurre la memoria e le richieste della cpu [12].

Per ciascuna cella elementare, vengono calcolate nel centro la densità, la densità di energia interna, la velocità di rotazione e il potenziale gravitazionale; la prima e la seconda componente della velocità sono dirette verso il centro della cella e partono, rispettivamente, dal centro del bordo sinistro ed inferiore (Figura 3.2) [12].

Analogamente a quanto fatto da Müller e Kley [7] (2012), il numero di celle in direzione radiale è stato posto pari a 256, mentre quello in direzione azimutale ϕ pari a 574.

Per evitare problemi numerici, sono state implementate una soglia per la densità superficiale pari a $\Sigma_{\text{floor}} = 10^{-7} \times \Sigma_0$ e una soglia per la temperatura pari a $T_{\text{floor}} = 3\text{K}$, ossia circa quella del fondo cosmico di microonde [7].

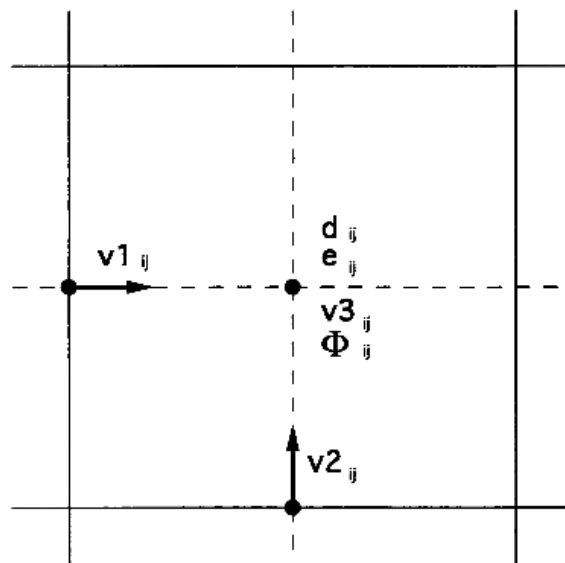


Figura 3.2: Cella elementare della griglia spaziale (r_i, ϕ_j) , d_{ij} indica la densità, e_{ij} la densità di energia, Φ_{ij} il potenziale gravitazionale, v_{3ij} la velocità rotazionale; v_{1ij} e v_{2ij} indicano le altre due componenti della velocità (rispettivamente, lungo r e lungo ϕ) [12].

Capitolo 4

Modello

Poiché le equazioni che descrivono l'evoluzione del disco di accrescimento e la conseguente formazione del pianeta sono delle equazioni differenziali parziali iperboliche, sono necessari dei valori per le condizioni iniziali che descrivono il sistema di partenza e le condizioni al bordo (o contorno).

Al disco di accrescimento che doveva esserci attorno alla stella binaria γ Cephei prima della formazione del pianeta γ Cephei b innanzitutto sono state attribuite una densità superficiale ad $r = 1$ AU pari a $\Sigma_0 = \Sigma(1\text{AU})|_{t=0} = 1886 \text{ g/cm}^2$ che corrisponde ad una massa totale del disco pari a $0.01 M_\odot$ (come in Müller & Kley, 2012 [7]).

L'estensione radiale massima del disco sarebbe stata di 6 AU a causa delle forze esercitate dalla stella secondaria sulla primaria; tuttavia, per ridurre gli effetti artificiali al contorno, è stata estesa fino a 8 AU [7]. L'estensione minima che viene convenzionalmente fissata a 0.5 AU per tenere basso il tempo di calcolo, è stata posta pari a 0.2 AU perché in questo caso l'evoluzione del disco ha una forte dipendenza dalle condizioni al contorno al bordo interno. In realtà, il disco arriva, più o meno, fino al raggio di corotazione della stella, quindi più lo si riduce più risulta realistica la simulazione.

In tabella 4.1 sono riportati i principali valori dei parametri utilizzati per definire il sistema γ Cephei.

È stato inoltre introdotto un damping della densità e della velocità radiale al bordo interno attraverso cui la materia non può passare, mentre il bordo esterno è aperto e quindi permette perdita di massa.

Il damping in corrispondenza al bordo interno è stato scelto per prevenire la formazione di onde stazionarie nel gas del disco. Le onde di densità causate dalle perturbazioni gravitazionali della binaria, infatti, si propagano fino al bordo interno e, in assenza di damping, verrebbero riflesse creando onde stazionarie. Queste onde sono un artificio dovuto alla scelta delle condizioni al contorno e quindi il damping serve a prevenirne la formazione.

| | |
|---|--------------------------------------|
| Profilo di densità | $\Sigma(r) = \Sigma_0 \times r^{-1}$ |
| Σ_0 | 1886 g/cm ² |
| Valore iniziale del rapporto H/r | 0.05 |
| Massa del disco (M_{disk}) | 0.01 M_{\odot} |
| Viscosità α | 0.001 |
| Temperatura minima (T_{min}) | 3 K |
| Temperatura massima (T_{max}) | 3×10^6 K |
| Indice adiabatico (γ) | 1.4 |
| Griglia ($N_r \times N_{\phi}$) | 256×574 |
| Dominio di integrazione ($R_{\text{min}} - R_{\text{max}}$) | 0.2 – 8 AU |

Tabella 4.1: Parametri utili a definire il sistema di γ Cephei [7].

Capitolo 5

Analisi dati

5.1 Disco di gas

Dopo aver fornito le impostazioni iniziali del sistema composto dalla stella binaria e dal disco circumstellare composto solamente da gas (tabella 4.1), la simulazione è stata avviata al tempo $t_0 = 0$.

FARGO ha fornito le informazioni riguardanti lo stato evolutivo del gas all'interno del disco a passi di 1000 intervalli temporali ($N_{\text{interm}} = 1000$), ciascuno dei quali corrisponde a $DT = \frac{2\pi}{10}$. Le unità interne del programma sono normalizzate in modo tale che un pianeta di massa M_p trascurabile ad una distanza $a = 1 \text{ AU} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$ dalla stella primaria di massa $M_* = 1.4 M_\odot = 1.4 \times 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$ impiega un tempo pari a 2π per compiere una rivoluzione.

Per trovare il periodo T espresso in anni è necessario considerare la seguente relazione (problemi di due corpi):

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G(M_* + M_p)}{a^3}}} \quad (5.1)$$

da cui, essendo $M_p = 0$, risulta:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{GM_*}{a^3}}} \simeq 0.8459 \text{ a} \quad (5.2)$$

Pertanto, l'intervallo DT corrisponde a 0.08459 a e il tempo t che intercorre tra un output e il successivo è dato dalla seguente relazione:

$$t = N_{\text{interm}} \times DT \text{ (a)} \simeq 1000 \times 0.08459 \text{ a} = 84.59 \text{ a} \quad (5.3)$$

Dopo aver iterato diverse orbite, il disco gassoso ha raggiunto uno stato pressoché stazionario, cioè uno stato in cui l'eccentricità del disco è stabile, allo step 98, corrispondente a $t_{98} \simeq 8300 \text{ a}$ (figura 5.1).

5.2 Disco di gas e polvere

Dopo aver raggiunto uno stato stazionario in cui l'eccentricità del disco non cambia più in modo significativo (stato stazionario), è stato possibile introdurre le particelle

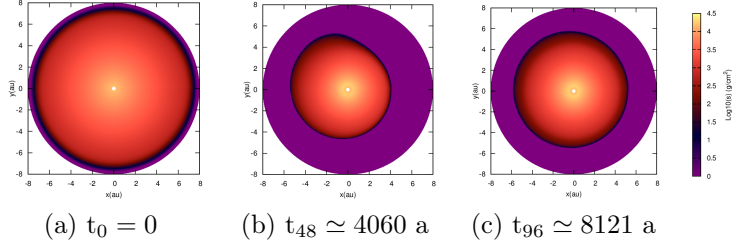


Figura 5.1: Disco formato da solo gas; a partire da sinistra, l'evoluzione dalla condizione iniziale (a) fino alla situazione in cui in disco è in stato stazionario (c). In mezzo, condizione intermedia del disco (b).

di polvere all'interno della simulazione: sono state introdotte 400000 grani allo step 100. A questo step corrisponde il tempo $t_{100} \simeq 8500$ a e la stella binaria ha percorso un numero di orbite pari a $\simeq 127$, dato dalla seguente relazione:

$$N_{\text{orbite}} = \frac{t_{\text{step}}}{T_{\text{bin}}} \quad (5.4)$$

dove T_{bin} indica il periodo della stella binaria. Il valore di quest'ultimo può essere ricavato in due modi: in via analitica oppure in via grafica.

1. Nel caso di γ Cephei, indicando con $M_1 = 1.4 M_{\odot}$ la massa della stella primaria e con $M_2 = 0.4 M_{\odot}$ la massa della secondaria, il periodo risulta (equazione 5.1):

$$T_{\text{bin}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a^3}}} \simeq 2.104 \times 10^9 \text{ s}^{-1} \simeq 66.7 \text{ a} \quad (5.5)$$

dove $a = 20$ AU è il semiasse maggiore.

2. Un altro modo per ricavare il periodo della binaria è utilizzare il grafico dell'anomalia media M in funzione di DT (figura 5.2). Dal grafico si osserva che il periodo dell'anomalia M corrisponde a $500 \times 0.1347a \simeq 67$ a. Il primo metodo, tuttavia, risulta più attendibile ed in accordo con Müller & Kley (2012) [7].

Per ciascuno step, corrispondente ad un'iterazione lungo 1.27 orbite (84.59 a), **FARGO** ha fornito le informazioni sulle particelle, quali velocità e posizioni, e con il programma `extract_particles` è stato possibile ricavare le immagini che mostrassero la distribuzione delle particelle aventi rispettivamente dimensioni pari a $10 \mu\text{m}$, $100 \mu\text{m}$, 1 mm , 1 cm (Figura 5.3).

5.3 Seconda simulazione test

Per studiare la contrazione del disco di polvere è stata effettuata una seconda simulazione. Il time step è stato ridotto da 1000 a 10 ($N_{\text{interm}} = 10$) cosicché il tempo tra un output e il successivo risultasse pari a $0.846a$ corrispondente a 0.0127 orbite della binaria. Diversamente dalla precedente iterazione, la polvere è stata introdotta nel disco gassoso con una velocità pari a quella del gas, non kepleriana, nelle zone in cui la densità del gas era rilevante.

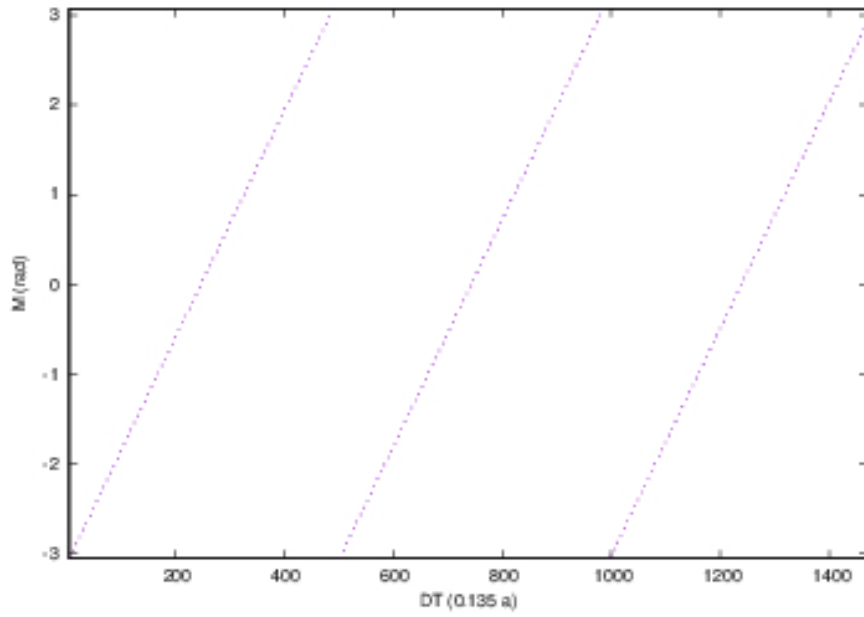
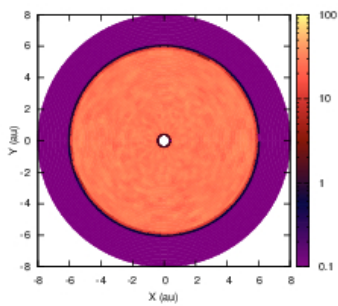
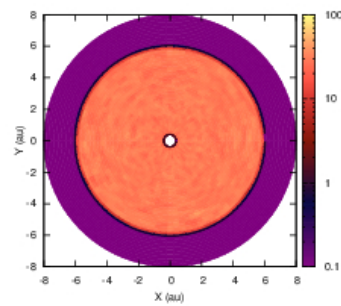


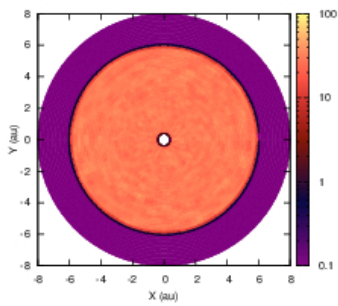
Figura 5.2: Andamento dell'anomalia media M in funzione dell'intervallo temporale DT .



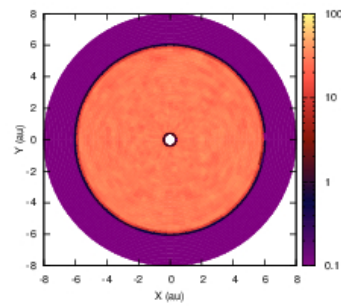
(a) $10 \mu\text{m}$



(b) $100 \mu\text{m}$



(c) 1 mm



(d) 1 cm

Figura 5.3: Distribuzione iniziale di 400000 particelle di polvere.

Capitolo 6

Disco di gas

Il gas contenuto nel disco orbita attorno un sistema binario. Tuttavia, le binarie percorrono delle orbite eccentriche, passando da un punto di apoastro in cui la distanza tra la stella primaria e quella secondaria è massima ed è pari a 28 AU ad un punto di periastro, nel quale la distanza è minima e pari a 12 AU. Dai risultati di Müller & Kley [7], riportati in figura 6.1, all'interno del disco gassoso cominciano a formarsi delle onde a spirale nel punto di periastro. In questo punto l'intensità della perturbazione gravitazionale dovuta alla stella secondaria è massima perché la separazione tra le stelle è minima. Di conseguenza, dopo il passaggio della binaria in periastro si definiscono due bracci a spirale come si può vedere in figura 6.1.

Nel lavoro di Müller & Kley [7] il modello è quello di γ Cephei, cioè il sistema in cui $M_{\text{primaria}} = 1.4 M_{\odot}$, $M_{\text{secondaria}} = 0.4 M_{\odot}$, $a = 20$ AU, $e_{\text{bin}} = 0.4$, $P_{\text{bin}} = 66.6637$ a, $M_{\text{disco}} = 0.01 M_{\odot}$, con il valore per la viscosità di $\alpha = 0.01$, con l'indice adiabatico tipico di un gas biatomico $\gamma = 7/5$ e il peso molecolare medio pari a $\mu = 2.35$. Per la simulazione hanno utilizzato il codice **FARGO** con una griglia $N_r \times N_{\phi} = 256 \times 574$ e un dominio di integrazione $R_{\text{min}} - R_{\text{max}} = 0.5 - 8$ AU. Per le condizioni al contorno hanno scelto un bordo esterno aperto, in modo tale che il flusso di materia esca dal disco, ed un bordo interno riflettente.

6.1 Onde a spirale

Dalla figura 6.1, si può vedere che quando le stelle si trovano alla massima distanza ($r_{\text{bin}} = 28$ AU, apoastro, prima immagine a sinistra) il disco è assisimmetrico. Nel momento in cui la loro distanza è minima ($r_{\text{bin}} = 12$ AU, periastro), la binaria inizia a perturbare il disco. La perturbazione produce, in istanti successivi al passaggio della secondaria in periastro, dei bracci di spirale che si sviluppano nel disco gassoso e spiraleggiano verso il centro del disco. Nell'ultima immagine a destra, sono rappresentati due bracci a spirale che si formano dopo che la stella in periastro ha spazzato un angolo $\phi_{\text{bin}} = 0.5\pi$. Prima che essa torni al punto di apoastro, i bracci di spirale spariscono [7].

La formazione di bracci di spirale nei dischi in sistemi binari è un fenomeno che interessa anche diverse configurazioni. Il sistema L1551 IRS 5 contiene due protostelle, ciascuna delle quali è circondata da un disco circumstellare ed è oggetto

di numerosi studi in quanto permette di confrontare i modelli teorici per la sua età relativamente giovane ($\sim 10^5$ a) e numerose osservazioni dettagliate [8]. Nella simulazione di Andrew F. Nelson [8] le stelle hanno uguale massa ($M_\star = 0.5 M_\odot$), il disco ha una massa di $M_D = 0.05 M_\odot$ e un'estensione radiale $R_D = 15$ AU, con semiasse maggiore $a = 50$ AU. Dopo otto passaggi nel punto di periastro della binaria (2700 anni, $T_{\text{bin}} = 350$ anni) si formano due bracci a spirale in entrambi i dischi (figura 6.2).

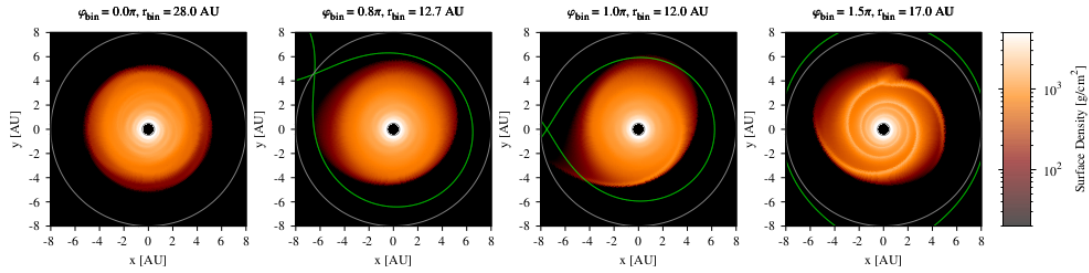


Figura 6.1: Evoluzione del disco attorno al sistema binario γ Cephei, dopo 15 periodi della binaria (~ 1000 anni), cioè quando il disco si trova in uno stato quasi stazionario. Nella prima immagine la stella secondaria si trova in apoastro ($r_{\text{bin}} = 28.0$ AU) e ha meno influenza sul disco. Nella seconda immagine, la distanza tra le stelle si è ridotta a 12.7 AU, mentre nella terza immagine la secondaria si trova nel punto di periastro. Nell'ultima immagine la distanza tra le stelle aumenta fino a 17.0 AU. Le forze esercitate vicino al periastro inducono delle onde a spirale che si smorzano fino a scomparire nel momento in cui la binaria tornerà nel punto di apoastro [7].

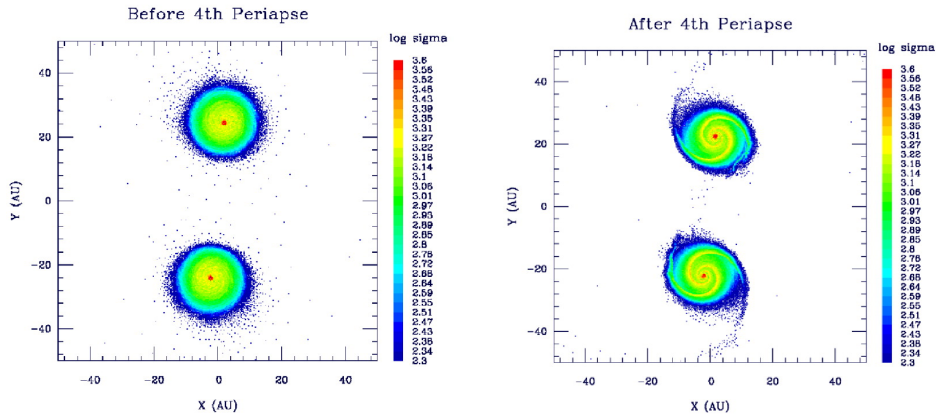


Figura 6.2: Distribuzione di gas e di 60000 particelle di polvere attorno a ciascuna stella, di massa $M_\star = 0.5 M_\odot$ nell'istante iniziale ($t = 0$), a sinistra, e dopo otto passaggi nel punto di periastrasse (2700 anni), a destra. Si possono notare due bracci a spirale che si formano in entrambi i dischi a causa della perturbazione indotta dalla presenza della stella binaria. In questa simulazione i dischi hanno massa iniziale $M_D = 0.05 M_\odot$ [8].

6.2 Eccentricità

I dischi studiati da Müller & Kley [7] risultano poco eccentrici. Nel caso di *disco radiativo*, in cui considerano l'equazione dell'energia ed una temperatura che non è costante, introducendo i termini di riscaldamento radiativo e di raffreddamento nell'integrazione, stimano dei valori per l'eccentricità del disco, riportati in figura 6.3. Per un disco sottile, cioè con un *aspect ratio* $h = 0.05$ ($h = H/r$, dove H è l'altezza di scala ed r il raggio del disco), l'eccentricità assume valori bassi, compresi tra 0.025 ad $r = 2$ AU e 0.05 in $r = 5$ AU entro il raggio di troncamento del disco $r \simeq 5.5$ AU, il quale è dovuto alle perturbazioni indotte dalla presenza della binaria.

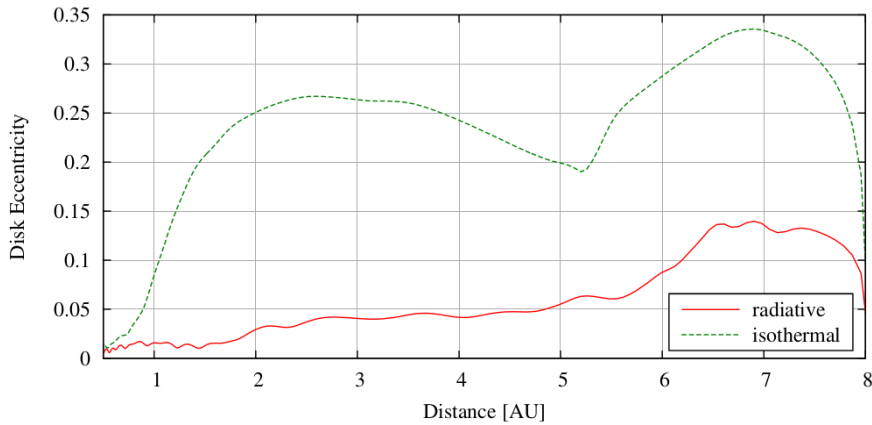


Figura 6.3: Eccentricità del disco di γ Cephei dopo circa 50000 anni dall'inizio dell'integrazione, nel caso isoterma ($T = \text{cost}$) e nel caso radiativo, analizzata da Müller & Kley [7].

6.3 Onde stazionarie

La scelta di un bordo interno riflettente, tuttavia, provoca la formazione di onde stazionarie intorno alla binaria. Esse si propagano nel disco di gas durante l'evoluzione e intrappolano i grani di polvere impedendo i processi che portano alla formazione di corpi più grossi. Poiché il bordo interno è riflettente (rigido), le onde a spirale del gas giungono il bordo interno $R_{\min} = 0.5$ AU per poi dirigersi nella direzione opposta mantenendo la stessa fase, la stessa frequenza e la stessa ampiezza. Il fenomeno che si crea, dunque, è quello di sovrapposizione di onde uguali che si propagano nello stesso mezzo ma in direzioni opposte. Di conseguenza, si formano onde stazionarie.

Nel caso di un'onda piana, l'equazione è:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad (6.1)$$

Un'onda dello stesso tipo, avente la medesima ampiezza A , lo stesso vettore d'onda k e la stessa frequenza ω ma direzione opposta, è espressa da:

$$y_2 = A \sin(kx + \omega t) \quad (6.2)$$

Per il principio di sovrapposizione, l'interferenza tra le due onde produce un'onda stazionaria:

$$y_1 + y_2 = A \sin(kx + \omega t) + A \sin(kx - \omega t) \implies y = 2A \sin kx \cos \omega t \quad (6.3)$$

Un'onda di questo tipo non si propaga nello spazio, ma è caratterizzata da dei punti fissi, detti *nodi*, nei quali l'ampiezza si annulla. Entro i nodi l'ampiezza dell'onda oscilla come una funzione seno oppure coseno. Se entro tali onde di gas ci sono dei grani di polvere, essa viene intrappolata.

Questo effetto è rappresentato in figura 6.4, dove vengono riportati i risultati ottenuti mediante una simulazione con **FARGO** in cui sono stati inseriti i parametri utilizzati da Müller & Kley [7]. Nel disco di gas il bordo interno è perfettamente riflettente (l'indice di rifrazione non cambia), perciò le onde a spirale che incidono su R_{\min} in seguito alla riflessione assumono una direzione opposta. Le onde incidenti e quelle riflesse, caratterizzate da uguali ampiezze, fasi e frequenze ma da direzioni opposte, interferiscono producendo onde stazionarie, ben evidenti nel disco gassoso. Quando il disco ha raggiunto uno stato quasi stazionario, sono state introdotte le particelle di polvere e si è potuto vedere che tali onde bloccano i grani impedendo la formazione di una zona di sovra densità.

Per risolvere questo problema, è opportuno adottare un profilo damping sul bordo interno, in modo tale che le velocità radiali al bordo vadano a zero, impedendo che le onde vengano riflesse al bordo interno e creino onde stazionarie.

6.4 Bordo interno non riflettente

6.4.1 Onde stazionarie

L'evoluzione del disco gassoso, a partire dal momento in cui vengono introdotte le particelle di polvere (dopo 8500 anni dall'inizio dell'integrazione, quando la binaria ha percorso circa 126.7 orbite) è rappresentata in figura 6.5. L'*aspect ratio* h è lo stesso di quello utilizzato da Müller & Kley. Tuttavia, avendo adottato un bordo interno che non riflettesse le onde del gas, è stato possibile risolvere il problema della formazione di onde stazionarie.

6.4.2 Eccentricità

Il disco gassoso, con l'assunzione di un bordo interno caratterizzato da un profilo *damping*, risulta più eccentrico rispetto ai dischi in cui il bordo interno riflette le onde. In figura 6.6 si possono vedere, a confronto, un disco in cui il bordo interno non riflette le onde e un disco riprodotto mediante una simulazione con i medesimi parametri di Müller & Kley.

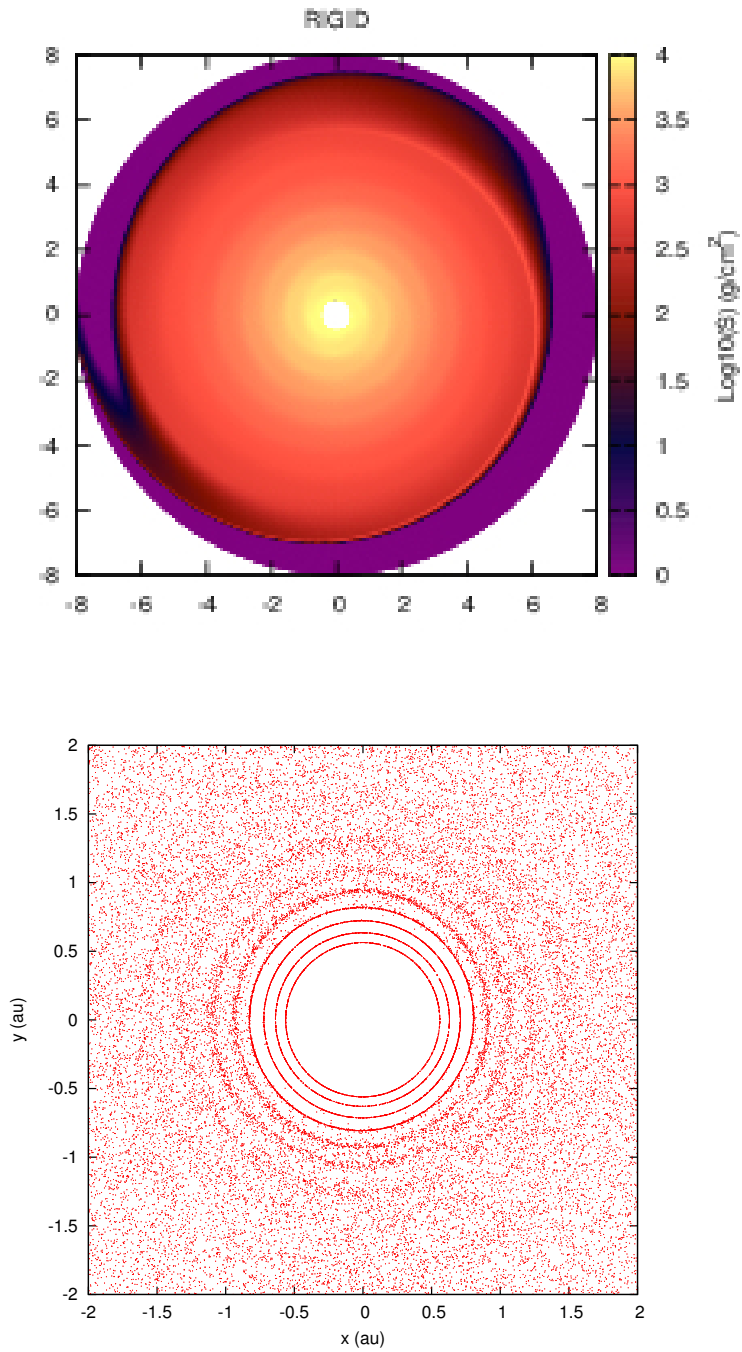
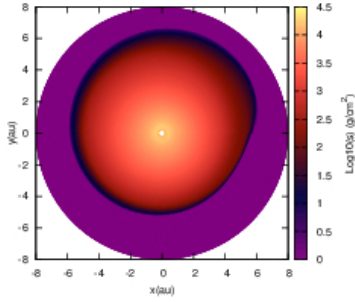
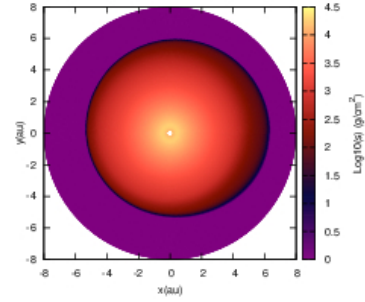


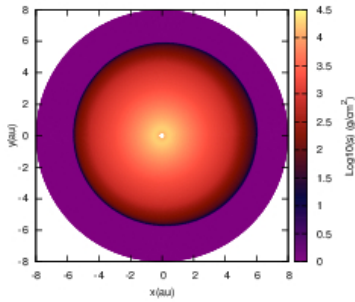
Figura 6.4: Densità del gas, in alto, e distribuzione della polvere, in basso, in seguito ad un'integrazione numerica con FARGO in cui sono stati adottati i parametri del modello di Müller & Kley (figura 6.1). Le onde stazionarie intorno alla binaria nel disco gassoso intrappolano le particelle di polvere impedendo la successiva coagulazione dei grani per il processo di formazione planetaria.



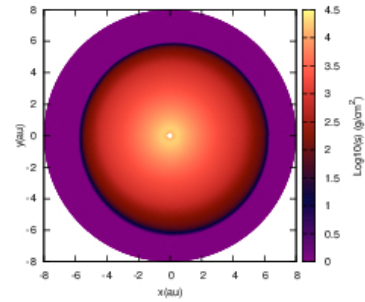
(a) $t_{100} \simeq 8500$ a, $N_{\text{orbite}} \simeq 126.8$



(b) $t_{120} \simeq 10100$ a, $N_{\text{orbite}} \simeq 152.3$



(c) $t_{135} \simeq 11400$ a, $N_{\text{orbite}} \simeq 171.3$



(d) $t_{158} \simeq 13400$ a, $N_{\text{orbite}} \simeq 200.5$

Figura 6.5: Evoluzione del disco gassoso dal momento in cui viene introdotta la polvere (a) in diversi tempi evolutivi (10100 anni (b), 11400 anni (c) e 13400 anni (d) dall'inizio della simulazione). Il bordo interno non riflettente ma con un profilo damping ha permesso di risolvere il problema delle onde stazionarie (non c'è nessuna evidenza di onde stazionarie nei pressi della binaria), rendendo il disco di gas più eccentrico rispetto allo studio di Müller & Kley [7].

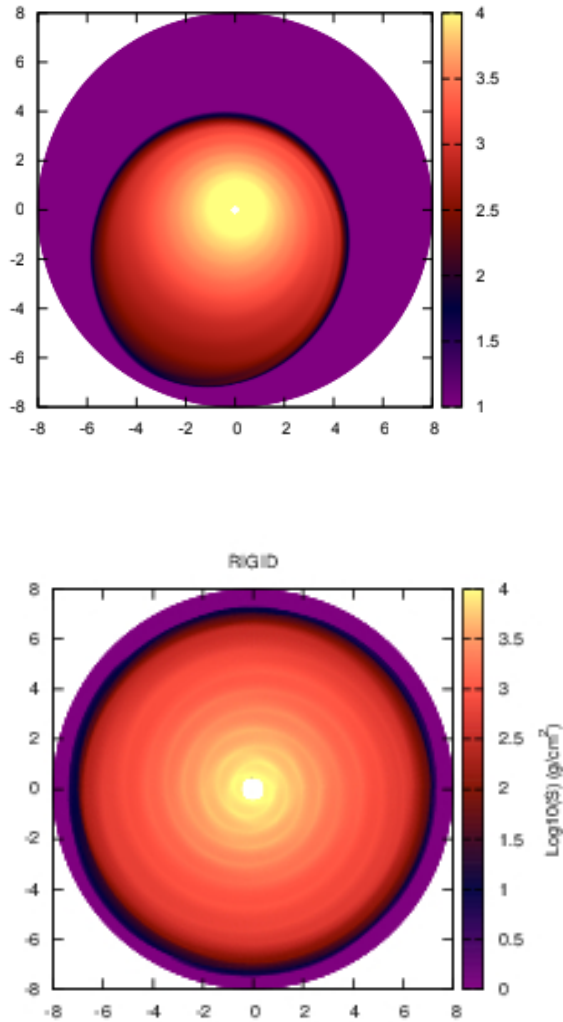


Figura 6.6: Nella prima immagine, in alto, si può osservare l'elevata eccentricità caratteristica del disco di gas in cui il bordo interno non è rigido, ma c'è un damping. Nell'immagine in basso, si può notare che il disco gassoso con bordo interno riflettente ha un'eccentricità minima.

Capitolo 7

Disco di polvere

Secondo la teoria della formazione planetaria [8], i meccanismi più favorevoli per la formazione di nane brune e di pianeti gioviani (con massa dell'ordine di quella di Giove) sono il collasso gravitazionale su larga scala di strutture a spirale oppure la coagulazione di grani di piccole dimensioni, allo stato solido, seguita da un accrescimento del gas all'interno dei dischi in cui si sta formando un sistema stellare (sistemi di protostelle), i cosiddetti dischi protoplanetari. I processi di formazione planetaria, tuttavia, non sono ancora stati ben compresi nel caso di dischi circumstellari che orbitano attorno ad una stella singola. Il problema diviene più complesso nel caso di dischi in sistemi binari, a causa della perturbazione gravitazionale della binaria.

7.1 Effetti delle onde a spirale sull'evoluzione dei grani

I bracci a spirale che si formano all'interno del disco gassoso, dopo il passaggio della stella secondaria nel punto di pericentro, possono influire sulle velocità relative delle particelle di polvere che collidono, sulla frequenza del drift dei grani verso la stella e la velocità di sedimentazione verticale, tutti processi che portano allo *sticking* (incollamento) per collisione e alla coagulazione della polvere in corpi di dimensioni maggiori. Tuttavia, la perturbazione gravitazionale della stella compagna causa dei moti su larga scala nel disco che potrebbero favorire una concentrazione locale con una successiva accumulazione dei grani direttamente in planetesimi.

In merito a questo, Nelson (2000) [8] ha studiato l'evoluzione di L1551. Nel suo lavoro, i cui risultati della simulazione sono riportati in figura 6.2, la viscosità è stata posta $\alpha \sim (2 - 5) \times 10^{-3}$ ed è stata utilizzata un'approssimazione localmente isoterma (o localmente adiabatica) che permette la formazione di pianeti di tipo gioviano anche in dischi con massa relativamente bassa (ha assunto $M_D = 0.05M_\odot$) e non solo in dischi massivi [8]. Nelson ha osservato che i bracci a spirale decadono dopo $0.5T_{\text{bin}}$ a causa del riscaldamento interno nel disco che aumenta la stabilità del disco contrastando la crescita del braccio a spirale. Perciò, se si suppone che un pianeta di tipo gioviano si formi in seguito a collasso gravitazionale oppure frammentazione, questo non può avvenire in un sistema stabile come quello da lui analizzato [8]. Nei bracci a spirale la densità del gas è maggiore, come si può vedere nelle figure 6.2

e 7.1, così come la temperatura, come si può vedere nelle simulazioni di Picogna & Marzari 7.2 del sistema L1551 in figura 7.2 [10].

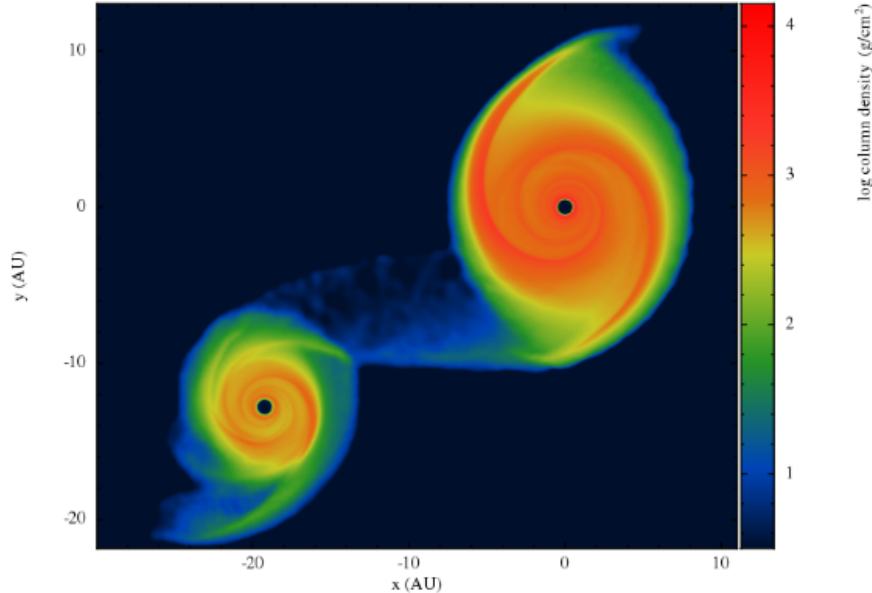


Figura 7.1: Distribuzione della densità all'interno dei dischi nel sistema L1551 dopo tre passaggi al pericentro nel caso completamente radiativo, in cui il semiasse maggiore della binaria è $a_{\text{bin}} = 30$ AU e la densità è elevata ($\rho = 1 \times 10^{-9} \text{g/cm}^3$) [10].

L'innalzamento di temperatura nel disco aumenta la stabilità del gas e, se la temperatura è sufficientemente alta, è in grado di vaporizzare alcune specie di grani. Potrebbe formarsi dell'acqua ghiacciata dove la temperatura raggiunge valori più bassi, almeno temporaneamente, ma dopo il passaggio della binaria in periastro si formerebbero onde a spirale dove aumenta la temperatura che vaporizzerebbero i grani ghiacciati. La crescita dei grani potrebbe sopravvivere nelle regioni comprese tra i bracci a spirale, ma quando essi decadono, al passaggio della binaria in apoastro, tornerebbero a contatto con il gas che sopprime la crescita del materiale solido in corpi di maggiori dimensioni, escludendo quindi la possibilità di formazione di un pianeta gioviano per accrescimento, in quanto il processo sarebbe molto lento oppure addirittura inesistente.

Inoltre, le forti onde a spirale nei dischi, dovute al passaggio in periastro della binaria, potrebbero generare forti shock locali e riscaldamento a causa della compressione, violando così l'approssimazione isoterma locale. Questi shock potrebbero produrre degli effetti di notevole importanza lungo la direzione verticale e interferire nel processo di coagulazione della polvere [10]. In particolare, in modelli in cui il semiasse maggiore della binaria è minore, la temperatura aumenta in seguito al passaggio della stella compagna in periastro e, poiché non viene completamente dissipata quando torna al punto di apoastro, potrebbe inibire la formazione planetaria.

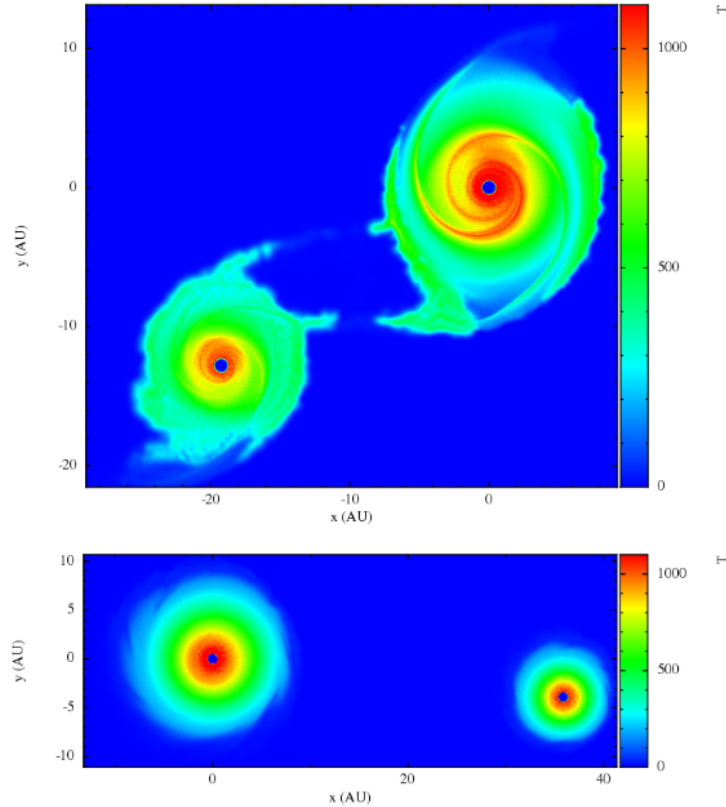


Figura 7.2: Distribuzione della della temperatura all'interno dei dischi nel sistema L1551 dopo tre passaggi al pericentro, nella figura in alto, e nel punto di apocentro, in cui i bracci a spirale svaniscono, in basso [10].

7.1.1 Onde a spirale di shock, salti idraulici e sedimentazione della polvere

Da studi di dischi in tre dimensioni, Boley ed altri (2005) hanno mostrato che all'interno dei dischi protoplanetari possono instaurarsi delle onde di shock che causano un improvviso aumento dell'altezza di scala del disco, creando dei *salti idraulici* (*hydraulic jumps*). In questi salti parte dell'energia cinetica iniziale viene convertita in energia potenziale, mentre il resto viene dissipato in calore. Inoltre, si creano delle interruzioni nelle onde del gas, delle *breaking waves* (figura 7.3). Esse impattano sul flusso di per-shock creando un moto disordinato aggiuntivo ed influenzando sui processi di sedimentazione e coagulazione della polvere. La domanda che ci si pone, pertanto, è se le onde a spirale che si manifestano nel disco di gas subito dopo il passaggio della binaria in periastro siano anche onde di shock.

Gli shock che si creano con le onde a spirale portano alla formazione di hydraulic jumps. Essi possono sorgere, in generale, quando il flusso di materiale (gas) raggiunge una regione in cui c'è un'improvvisa diminuzione della velocità. Per la conservazione della massa, del momento e dell'energia, la maggior parte dell'energia cinetica deve essere convertita in energia potenziale e moti disordinati quando attraversa il salto. Durante il passaggio dell'onda di shock c'è un aumento dell'altezza di

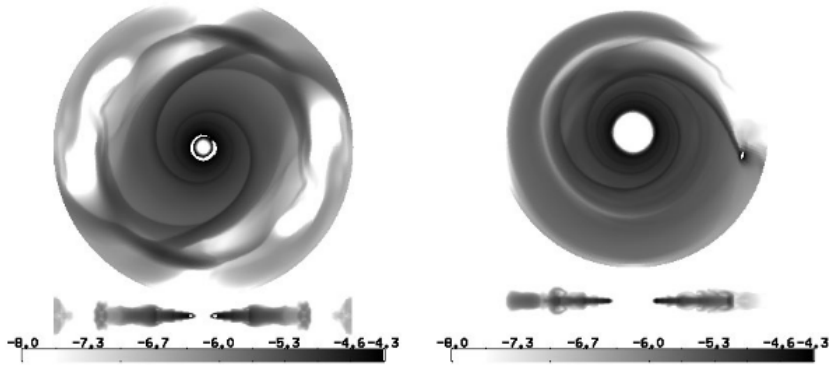


Figura 7.3: Presenza di breaking waves generate dagli hydraulic jumps nei dischi protoplanetari studiati da Boley et al. (2005).

scala del disco H e la conseguente ricaduta del gas sul disco che provoca moti disordinati e sviluppo di vortici. Anche se il gas che si trova nel disco protoplanetario è comprimibile, la formazione dell'onda di shock all'interno di un disco in un sistema binario produce un fenomeno simile.

Esiste un modello semplificato, sviluppato da Boley et al. (2005) [2], il quale permette di determinare quantitativamente quanto l'altezza di scala del disco viene influenzata dall'onda di shock. Il modello assume che lo shock sia planare, verticalmente stratificato lungo la direzione perpendicolare alla propagazione dell'onda e che la regione di pre-shock sia in equilibrio idrostatico lungo la direzione verticale. Boley et al. (2005) definiscono il fattore di jump J_F come il rapporto tra le forze di pressione e i potenziali di autogravità nelle regioni di pre-shock e di post-shock e trovano che per onde di forte shock ($M \gg 1$, M numero di Mach), quando il potenziale di fondo domina il potenziale del gas il fattore di jump tende a:

$$J_F \rightarrow \frac{2\gamma M^2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \quad (7.1)$$

dove γ indica l'indice adiabatico. Se $J_F > 1$ il gas subisce una sovra pressione e si espande verticalmente, favorendo l'hydraulic jump. Se $J_F < 1$ l'autogravità comprime il gas.

L'altezza dell'hydraulic jump, qualora $J_F > 1$, nel modello di un salto classico, in cui $g_z = \cos t$, viene ricavata dal numero di Froude che indica il salto del fluido dietro allo shock, definito dal rapporto tra la velocità caratteristica V e la velocità dell'onda gravitazionale c oppure dal rapporto tra le forze inerziali e quelle gravitazionali, in analogia con il numero di Mach:

$$F = \frac{V}{c} = \frac{u}{\sqrt{g_z h}} \quad (7.2)$$

Nella simulazione di Picogna & Marzari [10] è stata verificata la presenza di tali jumps all'interno del sistema L1551, nel momento di formazione delle onde a spirale, nel caso in cui la binaria si trova ad una piccola distanza (l'asse maggiore delle protostelle è 30 AU) e la densità è elevata $\rho_0(r = 1, z = 0) = 1 \times 10^{-9} \text{g/cm}^3$.

Tuttavia, i buchi di shock non generano soltanto uno spostamento verticale nel fluido ma provocano delle grandi escursioni radiali del gas dalle orbite circolari, causando grandi aumenti di energia d'onda che viene trasformata in energia cinetica che mescola il gas e lo ridistribuisce. Quando il gas attraversa il fronte di shock, la componente normale della velocità dell'elemento di fluido diminuisce, mentre si conserva la componente tangenziale e il flusso diventa supersonico dopo lo shock. Di conseguenza, si creano delle onde lungo i bracci di spirale e, quando il gas si espande verso l'alto la pressione che preme perpendicolarmente allo shock si allenta, il fluido si espande radialmente e parte del gas fluisce andando sopra allo shock.

Nella parte interna del disco, invece, non hanno osservato breaking waves [10].

L'evoluzione del gas all'interno degli hydraulic jumps può avere importanti conseguenze sulla sedimentazione della polvere sul piano mediano del disco, in quanto quando viene spinto dallo shock può accoppiarsi con i grani più piccoli (forza di Epstein) in modo tale da invertire il loro moto di sedimentazione.

Tuttavia, potrebbero intervenire dei moti turbolenti all'interno delle onde a spirale che favorirebbero un accrescimento molto rapido della polvere in planetesimi.

7.1.2 Innalzamento di temperatura

Nel lavoro di Nelson (2000), in cui il semiasse della binaria è 50 AU e l'eccentricità è 0.3, la temperatura nei bracci a spirale quando la binaria supera il periastro non risulta molto più alta rispetto a quella raggiunta quando il sistema si trova in apoastro. Adottando un sistema più compatto ed eccentrico ($a = 50$ AU, $e = 0.4$), la differenza di temperatura nel gas tra apoastro e periastro risulta più marcata [10]. Tuttavia, questa differenza è dovuta anche al fatto che, nella simulazione di Marzari & Picogna sussiste uno scambio di massa tra i due dischi di L1551.

Nel caso di γ Cephei analizzato in questa tesi, il sistema binario è eccentrico e il gas si sviluppa in orbite più eccentriche rispetto a quelle ricavate da Müller & Kley in un modello in cui il bordo interno riflette le onde a spirale provenienti dal gas in seguito al passaggio in apoastro della binaria. Per comprendere l'entità della differenza di temperatura che si innesta sarebbe opportuno effettuare una simulazione 3D del sistema per comprendere meglio il processo di formazione di planetesimi.

7.2 Risultati

Nelle figure 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7 vengono rappresentate le distribuzioni delle densità dei grani, le quali sono state calcolate come numero di particelle per unità d'area.

In figura 7.4 si può osservare l'evoluzione della densità dei grani aventi la dimensione di $10 \mu\text{m}$ all'interno del disco a partire da un tempo di circa 9000 anni fino a 11500 anni, con un intervallo temporale di circa 500 anni tra un'immagine e la successiva. Dall'evoluzione delle loro rispettive posizioni radiali e nel piano del disco, riportate in figura 7.8, si può vedere come in un tempo pari a 9000 anni le particelle riescano a raggiungere 2.5 AU, ma ben presto si addensano verso 1 AU.

Le particelle da $100 \mu\text{m}$ hanno una distribuzione meno uniforme rispetto a quelle da $10 \mu\text{m}$ a causa del numero di Stokes leggermente più elevato (in questo caso, $St \sim 10^{-3}$ a differenza del precedente, $St \sim 10^{-4}$) e si concentrano al massimo tra

2 AU e 2.5 AU dopo 9000 anni dall'inizio dell'integrazione numerica, raggiungendo una distribuzione quasi circolare che copre una distanza radiale tra 1 ed 1.2 AU, come si può vedere dalle figure 7.5, 7.9.

Le particelle di dimensione $10 \mu\text{m}$, la cui evoluzione della densità è riportata in figura 7.6 e le posizioni in direzione radiale e lungo il piano del disco sono riportate in figura 7.10, hanno una distribuzione a 9000 anni più estesa (raggiunge anche 3 AU nel suo punto di massima distribuzione, $\phi \simeq 1.11\pi \simeq 200^\circ$) ed eccentrica, la quale però si addensa intorno a 1.3 AU a partire, almeno, ad un tempo di 10500 anni.

I grani più grossi, quelli da 1 cm, le cui densità sono rappresentate in figura 7.7 e le cui posizioni sono riportate in figura 7.11, nei medesimi istanti temporali delle precedenti immagini, risultano sparsi, dopo un tempo di 9000 anni, e distribuiti in orbite eccentriche che si estendono circa fino a 3 AU. Dopo 11500 anni la loro estensione si aggira intorno ad 1 AU.

Gli anelli esterni che compaiono nelle immagini delle distribuzioni dei grani sono dovuti al programma, il quale reimmette le particelle che finiscono sulla stella al bordo esterno dell'intervallo di integrazione.

Dai risultati ottenuti, si nota che le particelle di dimensioni maggiori si addensano all'interno del disco su tempi scala più lunghi. Inoltre, i grani di 1 cm, i più grossi, a parità di istanti evolutivi presentano una distribuzione più dispersa rispetto alle particelle di dimensioni inferiori.

Tipicamente, in un disco circumstellare in orbita attorno ad una singola stella le particelle di dimensione maggiore, dell'ordine del cm, viaggiano più velocemente verso la stella (la velocità di drift radiale dipende dalle dimensioni dei grani) rispetto ai grani più piccoli.

Se al centro del disco ci sono due stelle è un sistema binario con la compagna esterna al disco. Le perturbazioni gravitazionali della binaria sull'orbita esterna e il drag con il gas agiscono in modo peculiare e disperdono maggiormente le particelle grandi.

Questo particolare andamento trova conferma osservando la posizione delle singole particelle nello spazio (figure 7.8, 7.9, 7.6, 7.7) In particolare, nelle immagini in figura 7.13 si nota che la distribuzione delle particelle si separa nettamente da quella del gas.

Questi risultati teorici potrebbero essere confermati sperimentalmente con ALMA perché il gas viene osservato nel continuo, mentre la polvere nel millimetrico.

Un altro aspetto che emerge dai risultati sull'evoluzione dei grani è la distribuzione eccentrica del disco di polvere attorno al sistema binario. Per ridurre i tempi di integrazione, le particelle sono state inserite solo dopo che il disco avesse raggiunto uno stato quasi stazionario. In questo stato il disco di gas è eccentrico, perciò la perdita di grani nelle zone esterne del disco di polvere potrebbe essere dovuta all'azione delle onde a spirale che si formano ogni volta che la binaria supera il punto di periastro, e le velocità dei grani sono kepleriane.

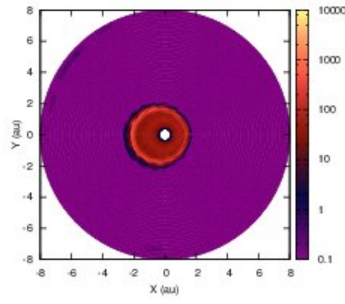
Nella seconda simulazione i grani di polvere, le cui velocità sono state poste pari a quella del gas e non a quella kepleriana, sono stati introdotti solo dove la densità del gas era rilevante. Il time step è stato ridotto, in modo da osservare l'evoluzione del

sistema disco di gas e polvere a distanza di 0.8459 anni, corrispondenti a ~ 0.0127 orbite della binaria. I risultati riguardanti l'evoluzione della densità per i grani delle dimensioni di 1 cm sono mostrati in figura 7.12, mentre dalle immagini in figura 7.13 è possibile vedere in dettaglio l'evoluzione delle distribuzioni in coordinate polari ed in coordinate cartesiane.

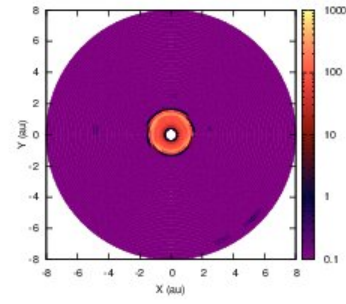
È possibile notare come, al termine delle due simulazioni, la distribuzione della polvere sia pressoché la stessa. Questo dimostra che la riduzione della polvere ad un piccolo disco eccentrico centrato sulla stella primaria non è dovuto alle condizioni iniziali ma all'influenza delle onde a spirale che forzano le particelle di polvere verso l'esterno.

Adottando il profilo di damping sul bordo interno è stato possibile risolvere il problema delle onde stazionarie, emerso dai lavori di Müller & Kley, ed è possibile osservare una progressiva accumulazione dei grani verso 1 AU.

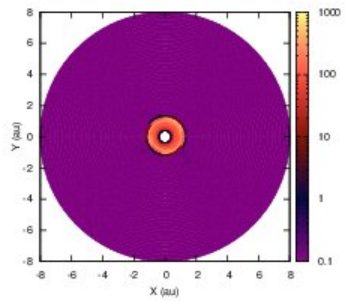
La polvere non viene bloccata dalle onde stazionarie del gas, bensì la parte più esterna viene spazzata dalle onde a spirale del gas che si formano in seguito al passaggio in pericentro della binaria, mentre la parte più interna, dove non si osservano breaking waves, viene intrappolata dal gas e percorre orbite eccentriche. Intorno alla binaria ci sono le condizioni favorevoli per l'accumulazione dei grani; l'estensione di questa regione dipende dall'eccentricità della binaria e dalla separazione tra le due stelle.



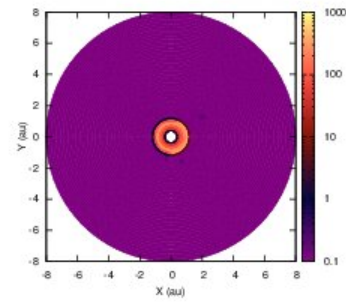
(a) step 106



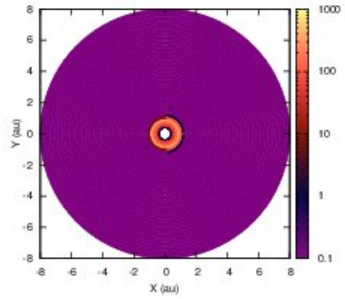
(b) step 112



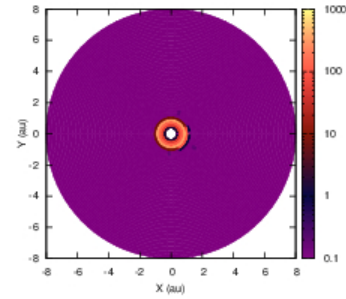
(c) step 118



(d) step 124



(e) step 130



(f) step 136

Figura 7.4: Evoluzione della densità delle particelle di $10 \mu\text{m}$ a partire da un tempo di circa 9000 anni (a) dove la distribuzione risulta molto eccentrica, fino ad un tempo di 11500 anni (f), in intervalli di circa 500 anni tra un'immagine e la successiva. Per effetto delle onde a spirale nel gas quando la binaria si trova nel punto di pericentro della sua orbita, i grani vengono inizialmente spazzati e si addensano attorno alla binaria in tempi brevi, essendo il numero di Stokes molto basso (è proporzionale alle dimensioni delle particelle, quindi $St \sim 10^{-5}$).

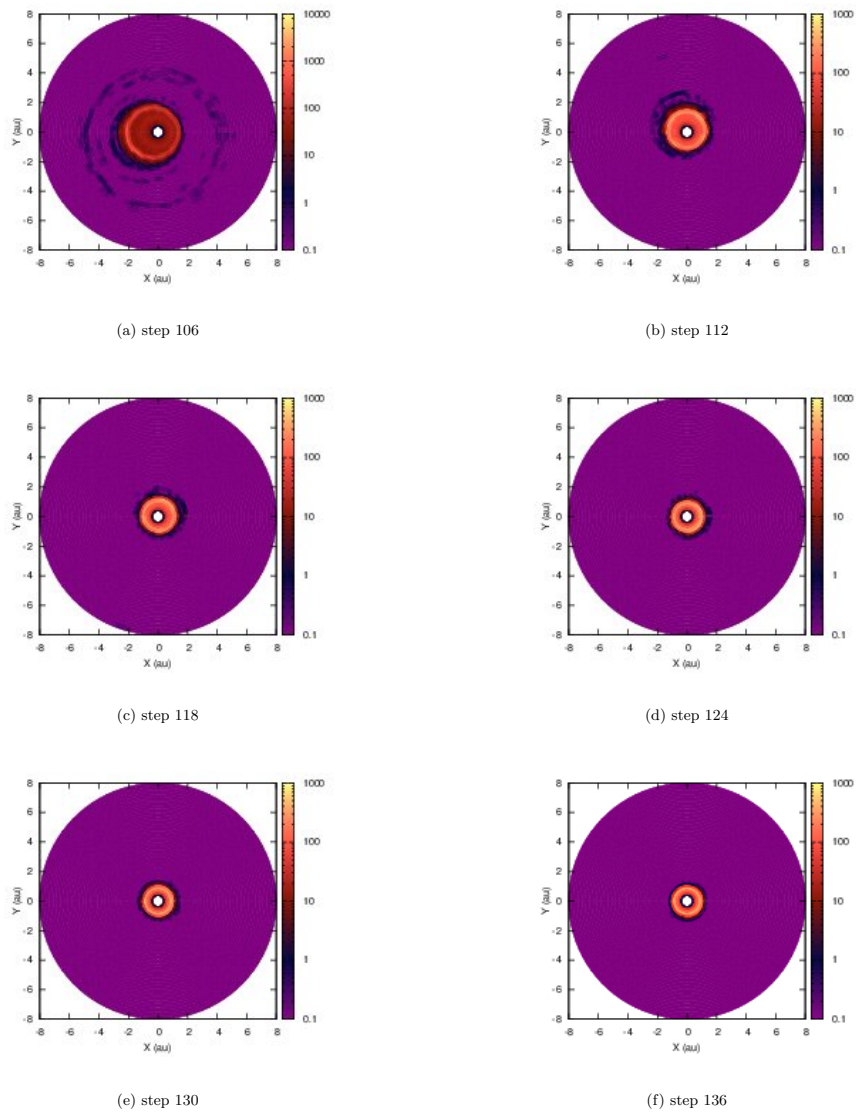
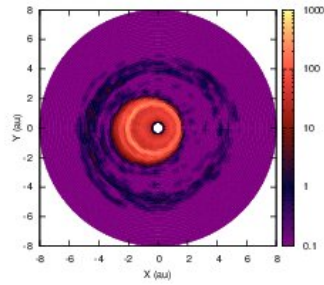
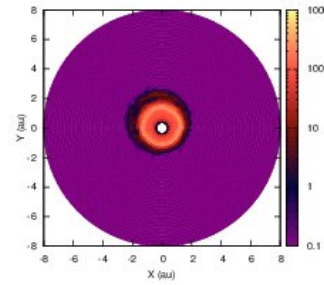


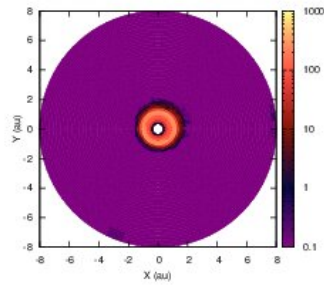
Figura 7.5: Evoluzione della densità delle particelle di $100 \mu\text{m}$, a distanza di 500 anni tra un'immagine e la successiva a partire da un tempo di 9000 anni (a) fino a 11500 anni. In questo caso $St \sim 10^{-4}$. Infatti, seppur allo step 106 la distribuzione sia più sparsa rispetto alle particelle più piccole, i grani si addensano uniformemente attorno alla binaria tra 10500 anni (d) e 11000 anni (e) raggiungendo un'estensione radiale contenuta tra 1 e 2 AU.



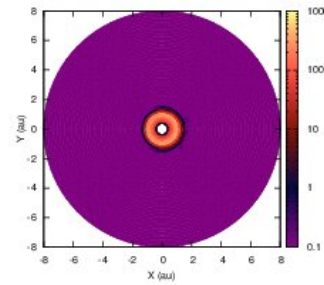
(a) step 106



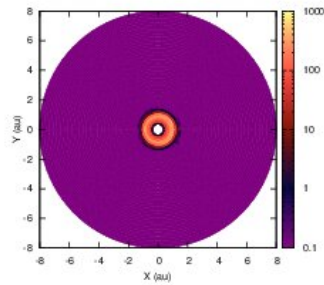
(b) step 112



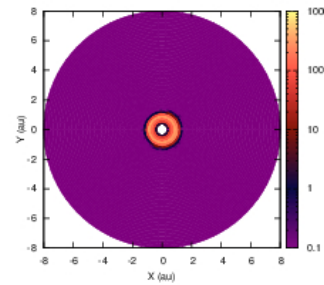
(c) step 118



(d) step 124



(e) step 130



(f) step 136

Figura 7.6: Evoluzione della densità delle particelle di 1 mm, negli stessi tempi evolutivi delle figure 7.4 e 7.5. Una distribuzione più compatta viene raggiunta allo step 124, cioè 10500 anni dopo l'inizio della simulazione, con un'estensione radiale che si concentra tra 1 e 2 AU.

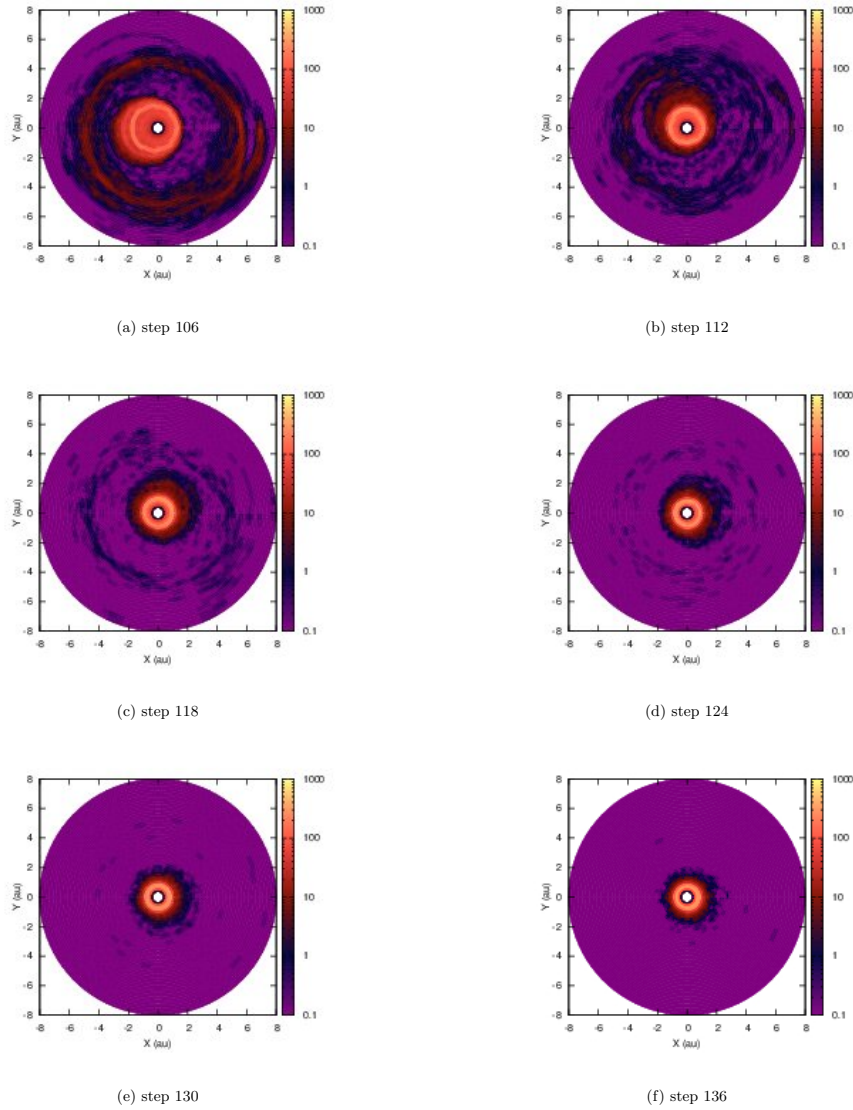


Figura 7.7: Evoluzione della densità delle particelle di 1 cm, il cui numero di Stokes è maggiore rispetto ai casi precedenti ($St \sim 10^{-2}$). I grani hanno una maggiore dispersione, dovuta alle loro dimensioni, più grandi rispetto ai precedenti e più pesanti per essere spazzati dalle onde a spirale nel gas in tempi brevi. La distribuzione che raggiungono in un tempo di 11500 anni si estende fino ad 1 AU.

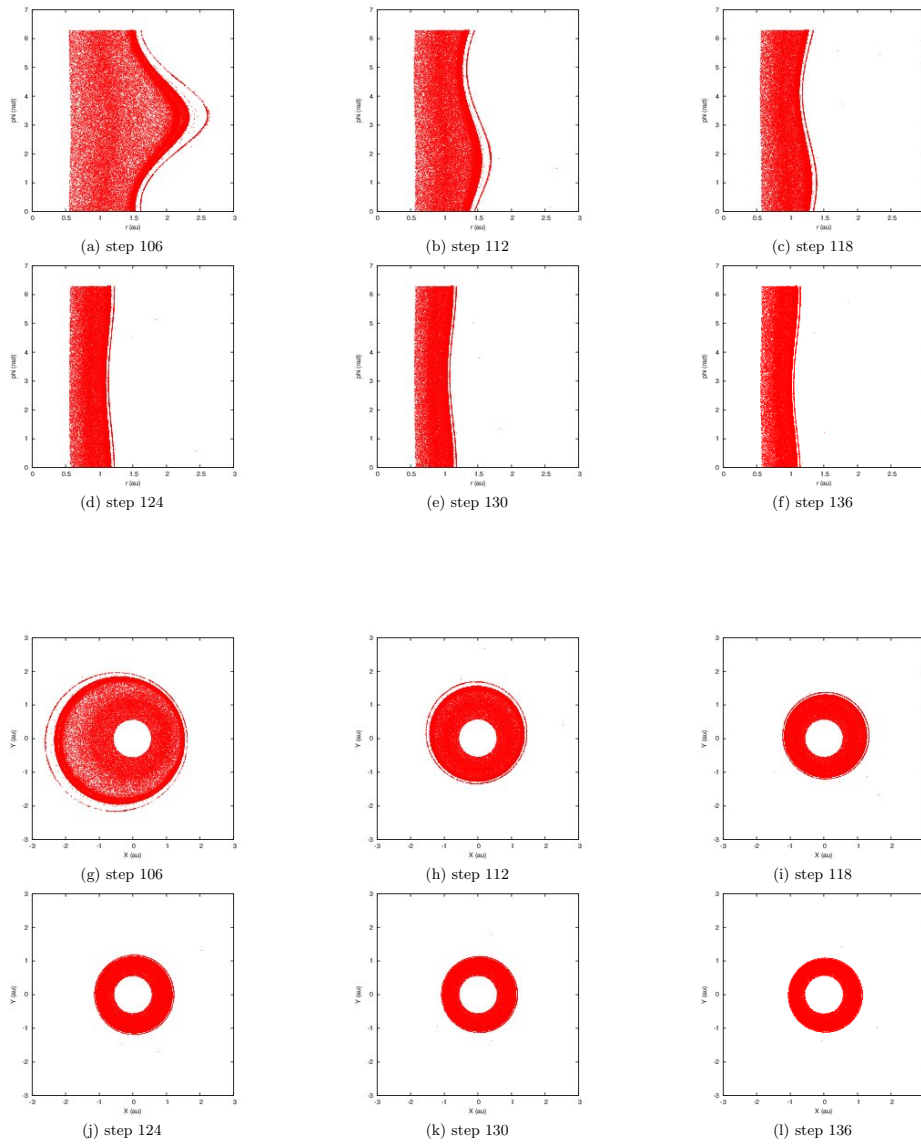


Figura 7.8: Evoluzione delle posizioni delle particelle di polvere di $10 \mu\text{m}$ in coordinate (r, ϕ) ed in coordinate cartesiane (x, y) . Si può vedere, in maggior dettaglio, la distribuzione lungo la direzione radiale delle particelle, nelle prime sei immagini, e la loro distribuzione nel piano del disco nelle altre sei. Dopo 8966.54 anni dall'inizio della simulazione (a) i grani si estendono fino a 2.4 AU fino ad estendersi entro 1.1-1.2 AU ad 11500 anni. L'anello esterno che si osserva è dovuto al codice **FARGO**, il quale ridistribuisce le particelle rimaste in zone anelli esterni al fine di preservare il numero totale di particelle introdotte nell'integrazione.

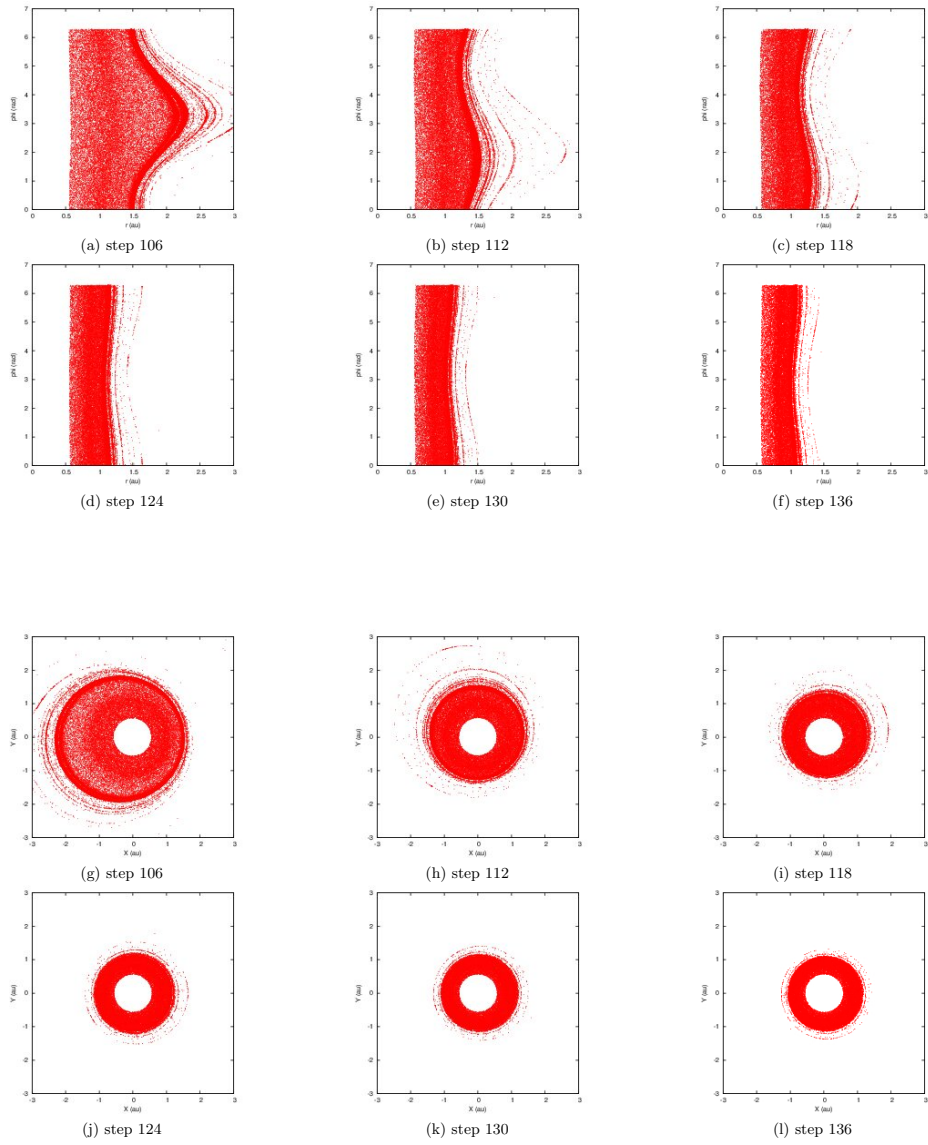


Figura 7.9: Distribuzione delle particelle di polvere di $100 \mu\text{m}$ in coordinate (r, ϕ) ed in coordinate cartesiane (x, y) corrispondenti agli stadi evolutivi delle immagini in figura 7.5. Con maggior dettaglio si può notare che l'estensione dei grani dopo un tempo di circa 9000 anni ha un massimo tra 2 e 2.5 AU ($\phi \sim \pi$), mentre allo step 136, dopo circa 172.6 orbite della binaria, l'estensione radiale si estende tra 1 ed 1.2 AU.

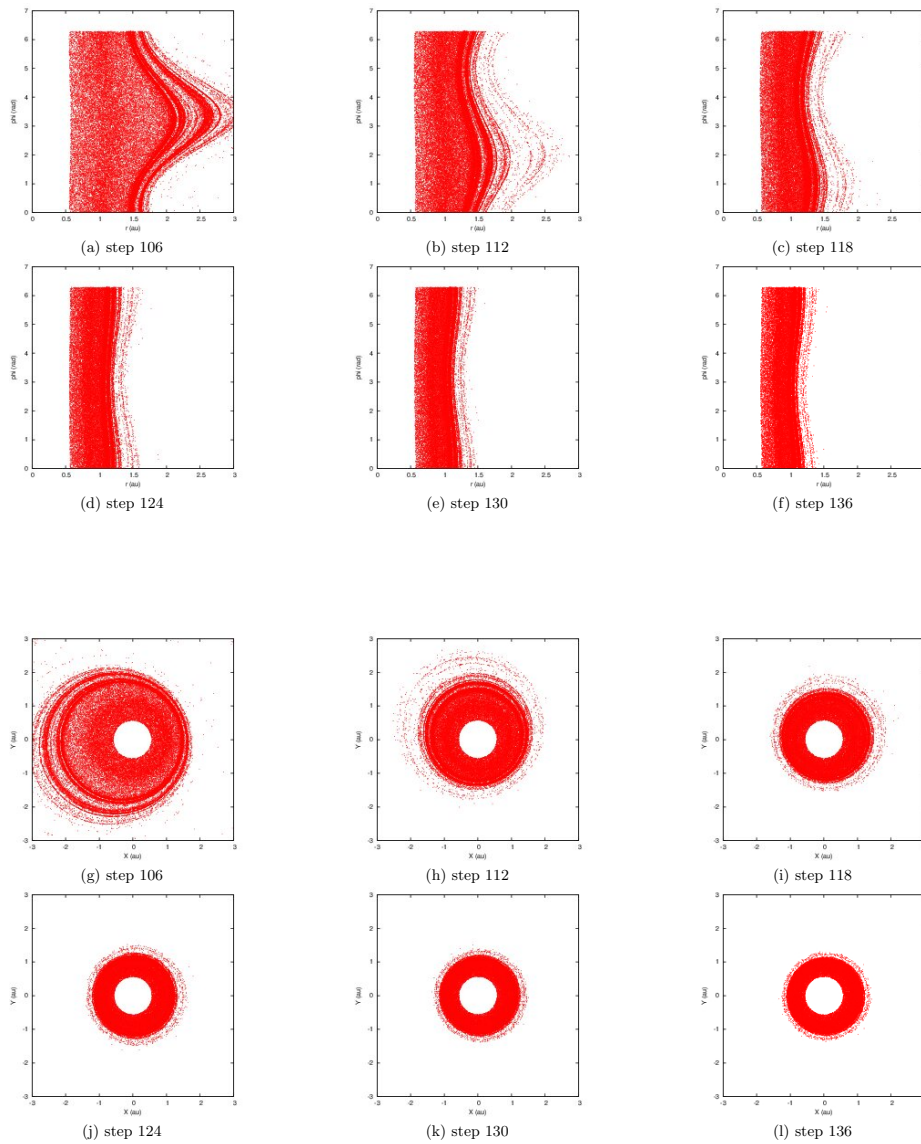


Figura 7.10: Distribuzione delle particelle di polvere di 1 mm ($St \sim 10^{-3}$) in coordinate polari (r, ϕ) ed in coordinate cartesiane (x, y) corrispondenti alle immagini in figura 7.6. Dopo un tempo di 9000 anni la massima distribuzione si concentra in 2.7 AU, mentre dopo circa 2535 anni ((f), (l)) si restringe entro 1 e 1.2 AU.

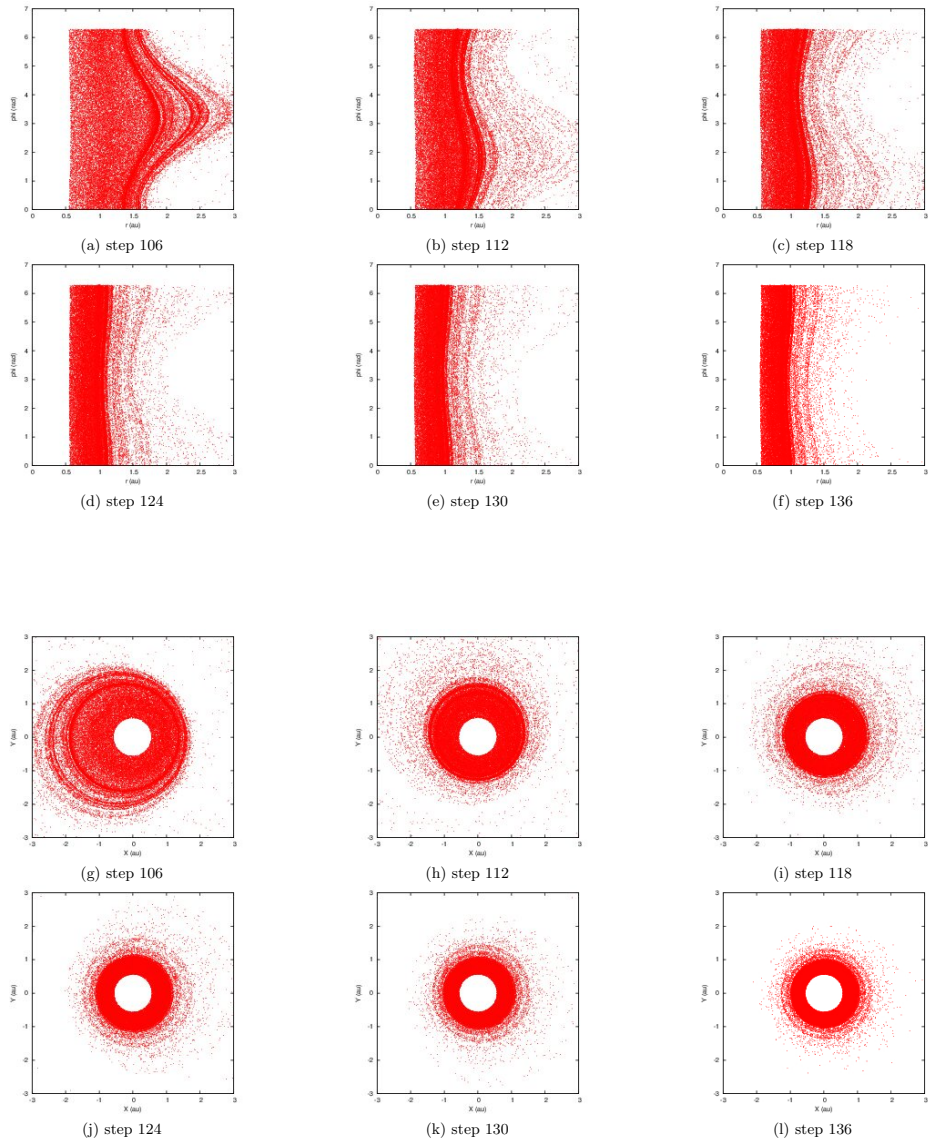
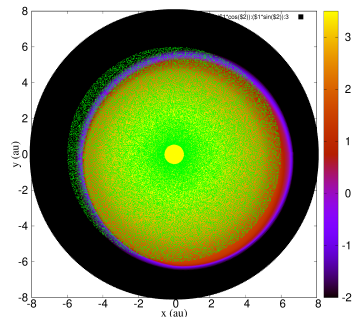
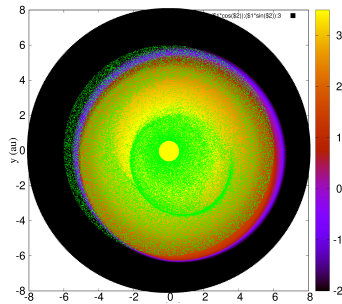


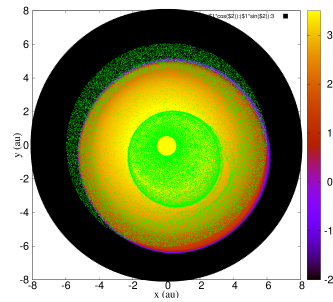
Figura 7.11: Evoluzione delle distribuzioni delle particelle di polvere di 1 cm in coordinate polari (r, ϕ) ed in coordinate cartesiane (x, y) corrispondenti alle immagini in figura 7.7. In dettaglio, si può osservare un progressivo addensamento dei grani da una distribuzione massima entro 2 AU ((a), (g)) in un tempo di 9000 anni fino ad una distribuzione estesa tra 1 ed 1.1 AU dopo 11500 anni dall'inizio della simulazione ((f),(l)).



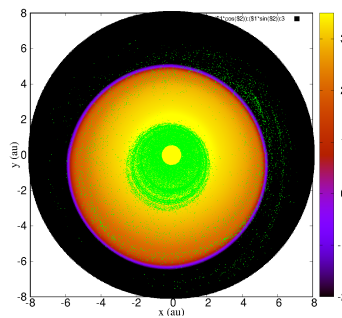
T=0 for dust, 1 cm grains



2 short steps....
Dt=0.628318530
Ninterm=10



After 8 short steps.....



After 500 short steps : only
the dust close to the star
survives.

Figura 7.12: Distribuzione delle particelle di polvere di dimensione 1 cm, dall'alto: introduzione dei grani nelle zone di maggiore densità del disco gassoso, con una velocità pari a quella del gas e non kepleriana ($t_0 = 0$) ed evoluzione dopo 20 intervalli di tempo ($t_2 = 1.69$ a), dopo 8 time step $t_8 = 6.77$ a e dopo $t_{500} = 423$ a. La distribuzione raggiunta dopo ~ 423 anni è simile a quella osservata nella simulazione precedente, in cui i grani sono stati introdotti con velocità kepleriane e con una distribuzione uniforme.

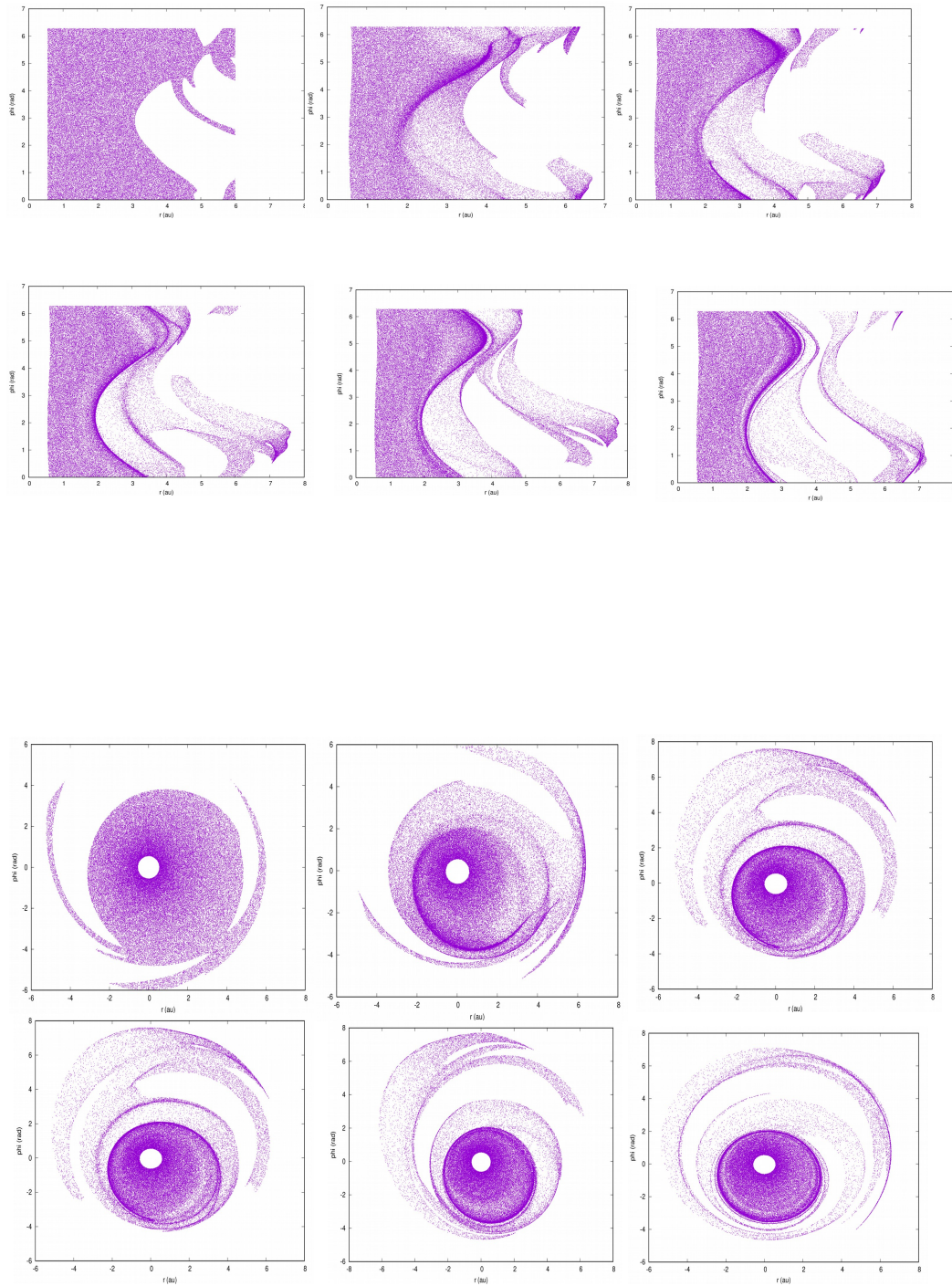


Figura 7.13: In dettaglio, distribuzione della polvere di dimensione 1 cm all'interno del disco in coordinate polari (r, ϕ) in alto ed in coordinate cartesiane (x, y) in basso, relative alle distribuzioni in densità.

Capitolo 8

Conclusioni

I dischi di accrescimento presenti in sistemi di stelle binarie sono oggetto di grande interesse per l'astrofisica perché attorno a tali sistemi sono stati rilevati numerosi pianeti. Tra questi, il sistema di γ Cephei, il quale ospita il pianeta γ Cephei b, rappresenta il modello per comprendere i processi di formazione planetaria.

In un sistema binario, le perturbazioni gravitazionali della secondaria sulla primaria si intensificano quando le stelle si trovano alla minima distanza (periastro). Di conseguenza, dopo il passaggio in periastro si formano delle onde a spirale all'interno del disco gassoso che si dissolvono quando le stelle tornano alla massima distanza (apoastro).

Nei modelli precedentemente studiati da Müller & Kley [7] i dischi risultano poco eccentrici e il bordo interno rigido del disco riflette le onde a spirale del gas. In seguito alla riflessione, si formano onde stazionarie (l'interferenza tra due onde aventi stessa fase, stessa ampiezza ma direzione opposta crea onde di tipo stazionario). Poiché il gas non si propaga nel disco, esso intrappola i grani di polvere impedendo l'accrescimento dei grani.

Con il codice **FARGO** è stata studiata l'evoluzione del disco, impostando un valore basso per la viscosità ($\alpha = 0.001$) il quale ha reso possibile ottenere uno stato stazionario del disco gassoso con una bassa eccentricità e una minor perdita di massa durante l'evoluzione.

Per il bordo interno del disco è stato adottato un profilo *damping*, il quale ha permesso di risolvere il problema della formazione di onde stazionarie ma il disco gassoso è risultato più eccentrico rispetto ai dischi di Müller & Kley [7]. Pertanto, i grani di polvere che sono stati inseriti dopo 8500 anni dall'inizio della simulazione, quando il disco gassoso si trovava in uno stato quasi stazionario e con velocità kepleriane, si sono distribuiti in orbite eccentriche vicine alla binaria.

Per osservare se tale distribuzione fosse dovuta alle condizioni iniziali delle particelle (velocità kepleriane e distribuzione uniforme all'interno di un disco gassoso eccentrico, con velocità diverse da quella kepleriana) è stata avviata una seconda simulazione. In quest'ultima i grani sono stati inseriti nelle zone in cui la densità del gas era maggiormente rilevante e con velocità pari a quella del gas (non kepleriana). La distribuzione al termine delle due simulazioni è pressoché la stessa, quindi si

può affermare che la distribuzione della polvere non dipende dalle condizioni iniziali ma puramente dall'azione delle onde a spirale introdotte nel gas in seguito ad ogni passaggio della binaria in periastro, le quali forzano i grani verso l'esterno.

Nel caso di un disco circumstellare in orbita attorno ad una singola stella ci si aspetterebbe che i grani di dimensioni maggiori si addentrino prima rispetto ai grani di dimensioni minori, dal momento che la velocità radiale (drift) è proporzionale alle dimensioni dei grani, in assenza di turbolenza. Tuttavia, in un sistema binario le perturbazioni della binaria e il drag causato dal gas possono agire in modo peculiare disperdendo le particelle più grandi. Dai risultati ottenuti riguardo l'evoluzione della distribuzione dei grani di $10 \mu\text{m}$, $100 \mu\text{m}$, 1 mm ed 1 cm , i grani più grossi si addensano in tempi scala più lunghi rispetto ai grani più piccoli e presentano una maggiore dispersione a causa delle perturbazioni della binaria.

Il modello, dunque, suggerisce che il pianeta debba formarsi per accumulazione nelle regioni più interne. I grani hanno circa la stessa dimensione (quelli più grossi si addensano in tempi scala più lunghi) e le velocità d'impatto sono basse a causa del forte allineamento orbitale [17]. Di conseguenza, ci sono le condizioni sufficienti per la coagulazione delle particelle. Bisogna capire come mai la formazione planetaria sembra possibile in zone così interne mentre nel caso di γ Cephei il pianeta orbita a circa 2 AU. Esistono una serie di fattori che sembrano giocare contro la formazione di tale pianeta. La crescita della temperatura del disco a causa delle onde a spirale (che sono onde di shock) sfavorisce l'accrescimento di grani ghiacciati necessari per il core di un pianeta gigante [8]. I jump idraulici sempre in corrispondenza alle onde di shock disperdono la polvere nella direzione verticale [10] rallentandone la crescita. I risultati presentati in questa tesi aggiungono un ulteriore effetto negativo suggerendo che l'accumulazione dei grani avvenga in regioni molto interne del disco, più interne rispetto all'attuale orbita del pianeta. È quindi ancora un problema aperto spiegare l'evoluzione del sistema binaria-pianeta γ Cephei.

Bibliografia

Articoli

- [1] Birnstiel, T., Fang, M., and Johansen, A. 2016, *Space Sci Rev* 205, 41
- [2] Boley, A. C., Durisen, R. H. & Pickett, M. K. 2005, *Chondrites and the Protoplanetary Disk*, eds. A. N. Krot, E. R. D. Scott, & B. Reipurth, *ASP Conf. Ser.*, 341, 839
- [3] Cochran, William D., Endl, M., McArthur, B., Paulsom, D. B., Walker, Gordon A. H., Campbell, B., & Yang, S. 2003, *ApJ* 599, 1383
- [4] Kley, W., Papaloizou, J. C. B., & Lin, D. N. C. 1993, *ApJ*, 409, 739
- [5] Marzari F., Scholl H., Thébault P., & Baruteau C. 2009a, *A&A*, 508, 1493
- [6] Masset, F. S. 2002, *A&A*, 387, 605
- [7] Müller, Tobias W. A., & Kley, Wilhelm 2012, *A&A*, 539, A18
- [8] Nelson, A. F. 2000, *ApJ*, 537, L65
- [9] Neuhäuser, R., Mugrauer, M., Fukagawa, M., Torres, G., & Schmidt, T. 2007, *A&A*, 462, 777
- [10] Picogna, G. & Marzari, F. 2013, *A&A* 556, A128
- [11] Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, *A&A*, 24, 337
- [12] Stone, J. M., & Norman, M. L. 1992, *ApJS*, 80, 753
- [13] Testi, L., Birnstiel, T., Ricci, L., et al. 2014, *PPVI*, 339
- [14] Testi, L., Birnstiel, T., Ricci, L., et al. 2014, *PPVI*, 339

Libri di testo

- [15] Armitage, P. J. 2013, *Astrophysics of Planet Formation*
- [16] Bodenheimer, P., Laughlin, G. P., Różyczka, M., Yorke, H. W. 2006, *Numerical Methods in Astrophysics: An Introduction*

- [17] Nader Haghighipour, 2010, Planets in Binary Star Systems
- [18] Thomson, M. J. 2006, An Introduction to Astrophysical Fluid Dynamics
- [19] Laney, Culbert B. 1998, Computational Gasdynamics

Siti Web

- [20] European Southern Observatory www.eso.org
- [21] NASA EXOPLANETS ARCHIVE <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>
- [22] NASA JPL PHOTOJOURNAL <https://photojournal.jpl.nasa.gov/>
- [23] SIMBAD Astronomical Database - CDS (Strasbourg) <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>
- [24] The Extrasolar Planets Encyclopaedia <http://exoplanets.eu/>

Ringraziamenti

Il mio primo ringraziamento va al mio relatore, il professore Francesco Marzari, per la sua disponibilità e per il suo prezioso aiuto nella stesura di questa tesi.

Grazie alla squadra master di nuoto del CSP di Vicenza, che mi ha accolto a braccia aperte e mi aiuta a credere in me stessa e nelle mie capacità.

Grazie a Laura, un tesoro di amica vera, che non smette mai di sostenermi e credere in me.

Grazie a mio nonno Fiorenzo, il mio sponsor, che ha sempre creduto in me.

Grazie ai miei genitori, per avermi insegnato a non arrendermi mai e a reagire sempre.

Grazie ad Alessandro, a cui dedico questo lavoro e al quale affiderei tutta la mia vita. Grazie per essere stato il primo ad avermi detto "tifo per te", per apprezzarmi come sono senza aspettarsi nulla in cambio, per sostenermi sempre, anche quando ho torto, e per essermi vicino costantemente, soprattutto nei momenti più difficili.