



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

La teoria quantistica non può consistentemente
descrivere l'uso di se stessa.

Relatore

Prof./Dr. Pieralberto Marchetti

Laureando

Matteo Pio Narcisi

Anno Accademico 2018/2019

Sommario

Lo scopo di questo elaborato è quello di fornire in un primo momento un quadro generale del problema della misura che affligge la meccanica quantistica, la cui risoluzione ha costituito una sfida anche per alcune tra le più brillanti menti del secolo scorso riuscendo a creare dibattiti tra gli scienziati che si sono protratti fino ai giorni nostri. Verranno illustrate poi le principali e più interessanti, secondo il parere dell'autore, idee nate alla fine del '900 che si propongono di eliminare le contraddizioni create dal formalismo della teoria seppur presentando aspetti alquanto bizzarri e originali.

Il secondo capitolo, che costituisce il nucleo principale di questo progetto, provvede a presentare il lavoro di Renato Renner e Daniela Frauchiger dell'ETH di Zurigo, che nasce come rielaborazione ed evoluzione di un'opera di Eugene Wigner, ma che porta infine a conclusioni più radicali in grado di mettere in evidenza ancora una volta la necessità dei fisici di prendere atto delle inconsistenze insite nella struttura della meccanica quantistica al fine di costruire una teoria priva di contraddizioni, ma con lo stesso valore predittivo di quella attuale.

Segue una sezione conclusiva contenente possibili critiche all'articolo dei ricercatori dell'università svizzera.

1	Il problema della misura	1
1.1	Von Neumann	2
1.1.1	Stati puri e miscele statistiche	3
1.2	Il gatto di Schödinger	6
1.3	Le nuove teorie	7
1.3.1	I molti mondi di Everett	7
1.3.2	Le storie quantistiche	8
1.3.3	Il ruolo della coscienza	10
2	Il Gedankenexperiment	15
2.1	L'esperimento	16
2.1.1	La procedura	16
2.1.2	Le affermazioni degli agenti	18
2.1.3	Discussione	22
3	Critiche e conclusioni	23

CAPITOLO 1

Il problema della misura

Il formalismo della meccanica quantistica ha generato nel corso degli anni dubbi riguardanti la sua universalità, vale a dire se questa teoria possa effettivamente essere applicata a ogni tipo di sistema fisico e quindi anche a sistemi macroscopici. Sicuramente ciò che colpisce di più è il carattere lineare della teoria espresso nel principio di sovrapposizione, infatti supponendo che $|\psi\rangle_1$ e $|\psi\rangle_2$ siano due vettori di stato dello stesso sistema fisico, allora qualunque loro combinazione lineare

$$|\Psi\rangle = a|\psi\rangle_1 + b|\psi\rangle_2 \quad (1.1)$$

con a e b arbitrari coefficienti complessi, è anch'essa un vettore di stato.

La teoria prevede inoltre che il sistema, nel caso sia isolato, evolva come combinazione lineare degli evoluti dei vettori che lo costituiscono e quindi si può ben intuire che l'universalità ne viene messa a rischio dalla possibilità che si crei, proprio grazie al principio di sovrapposizione, una sovrapposizione di stati macroscopici che sono mutuamente esclusivi.

Un altro cardine della meccanica quantistica è il postulato della "riduzione del pacchetto d'onda" che ha una cruciale importanza quando si arriva a parlare di misure e osservazioni. Supponiamo infatti che al tempo $t = 0$ il vettore di stato di un sistema fisico sia

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |\phi\rangle_i \quad (1.2)$$

con $|\phi\rangle_i$ base ortonormale di autovettori di un'osservabile A e i coefficienti $|c_i|^2$ che identificano la probabilità che il sistema sia trovato nell'autostato $|\phi\rangle_i$, se un osservatore effettua una misura $t = 0$ sull'osservabile A . Se nella misura viene ottenuto un autovalore corrispondente all'autostato $|\phi\rangle_k$, la funzione d'onda del sistema verrà automaticamente proiettata, a $t = 0$, su tale

autostato, ovvero

$$|\psi\rangle = c_k |\phi\rangle_k. \quad (1.3)$$

Consideriamo una particella con spin $\frac{1}{2}$ preparata nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)_z \quad (1.4)$$

con $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ che rappresentano gli autostati dello spin lungo z . Supponiamo che la particella incontri una regione con un campo magnetico avente un gradiente positivo lungo l'asse z e posizioniamo un rivelatore ad un'altezza arbitraria. La situazione potrebbe evolversi in due contesti radicalmente diversi a livello macroscopico: uno in cui la particella prosegue verso l'alto e intercetta il rivelatore e l'altra in cui ciò non accade. Questo ci porta ad osservare che l'interazione tra una combinazione lineare microscopica e un sistema macroscopico avrebbe come risultato la sovrapposizione di due circostanze macroscopiche distinte.

Dato che l'unico modo che abbiamo di conoscere un sistema microscopico è facendolo interagire con uno macroscopico, consideriamo uno strumento di misura preparato in uno stato iniziale $|\Phi\rangle^0$ e un sistema microscopico come una particella individuato da una funzione d'onda $|\psi\rangle = |\phi_k\rangle$. L'interazione tra i due sistemi provocherà un cambiamento nell'apparato di misura che indicherà che la particella si trova nello stato $|\phi_k\rangle$ e dunque in formule si avrà che la funzione d'onda del sistema composto sarà

$$|\Psi\rangle = |\Phi_k\rangle \otimes |\phi_k\rangle \quad (1.5)$$

Nel caso in cui la particella si trovi in uno stato simile a quello dell'equazione (1.4), dopo l'interazione la funzione d'onda del sistema accoppiato sarebbe

$$|\Psi\rangle = \sum_i |\Phi_i\rangle \otimes |\phi_i\rangle \quad (1.6)$$

ovvero ancora una sovrapposizione di stati macroscopici distinti. Questo contraddice l'esperienza in quanto al momento della misura osserviamo un solo risultato ed evidenzia il fatto che sotto determinate condizioni il postulato di sovrapposizione lineare e quello di riduzione del pacchetto d'onda riescano a creare situazioni fisicamente inverosimili dando origine a quello che viene definito il problema della teoria quantistica della misura. A tutto ciò si aggiunge la nostra necessità di fare chiarezza sulle condizioni in cui compaiono proprietà macroscopiche in sistemi che di fatto abbiamo definito microscopici dando vita al cosiddetto problema della macro oggettivazione delle proprietà.

1.1 Von Neumann

Analizziamo ora il pensiero riguardo a questo argomento di John Von Neumann, uno dei più brillanti scienziati del secolo scorso. Se si considera lo stato

microscopico rappresentato dalla combinazione lineare vista in precedenza, nella sua interazione con lo strumento di misura si avrà un cambiamento nella posizione dell'indice dello strumento a denotare il risultato della misura. Al fine di conoscere la posizione della lancetta potremmo collegare al rivelatore un altro strumento di misura, preparato inizialmente nello stato $|\Xi\rangle^0$, costruito appositamente per questo scopo. Al momento dell'interazione tra sistema microscopico e apparecchio di misura la funzione d'onda complessiva avrà la forma $|\Psi\rangle = [\sum_k |\Phi_k\rangle \otimes |\phi_k\rangle] \otimes |\Xi\rangle^0$ fino a quando il secondo strumento non assolverà il proprio dovere ottenendo

$$|\Psi\rangle = \sum_k |\Phi_k\rangle \otimes |\phi_k\rangle \otimes |\Xi\rangle_k \quad (1.7)$$

Ma a questo punto anche il secondo strumento avrà un indicatore, quindi possiamo iterare il processo all'infinito ottenendo quella che viene chiamata "catena di Von Neumann". Collegando infiniti strumenti di misura al nostro sistema originario si otterrà una funzione d'onda a seguito delle interazioni del tipo

$$|\Psi\rangle = \sum_k c_k |\Phi_k\rangle \otimes |\phi_k\rangle \otimes |\Xi\rangle_k \otimes \dots \otimes |\Omega_k\rangle. \quad (1.8)$$

Si osserva che gli indici degli strumenti sono tutti perfettamente correlati e se la riduzione dovesse avvenire in qualche modo e in un qualche istante, lascerebbe solo uno dei termini della sommatoria senza alcun problema di coerenza, proprio grazie a questo dettaglio riusciamo ad intuire che il sistema dovrebbe raggiungere uno stato in cui il principio di sovrapposizione cessa di valere per lasciar spazio al postulato di riduzione.

1.1.1 Stati puri e miscele statistiche

Si può dimostrare che quanti più elementi include la catena di Von Neumann, tanto più è difficile distinguere questa sovrapposizione di stati da una miscela statistica. Al fine di spiegare quest'ultima affermazione, di seguito vengono indicate le differenze principali tra uno stato puro e una miscela statistica tenendo presente che uno stato in meccanica quantistica caratterizza le informazioni in nostro possesso relative al sistema fisico a cui si riferisce.

Uno stato puro è tale se si è in possesso della massima conoscenza possibile riguardo al sistema fisico da esso descritto, per cui il vettore di stato associato $|\psi\rangle$ corrisponde all'autostato di un operatore autoaggiunto di modo che, eseguendo una misura riguardante l'osservabile relativa a questo operatore, questa darebbe come risultato esatto l'autovalore associato.

Al contrario in una miscela statistica lo stato del sistema non corrisponde all'autostato di un operatore hermitiano e tutto ciò che è in nostro possesso sono le probabilità che il sistema possa trovarsi in diversi autostati, come ad esempio p_1 che il sistema sia descritto dal vettore $|\phi_1\rangle$, p_2 che sia nello stato $|\phi_2\rangle$ e così via.

Supponiamo che p_i sia la probabilità che il sistema si trovi nello stato normalizzato $|\phi_i\rangle$, con $\sum_i p_i = 1$ e $0 \leq p_i \leq 1$, in questo caso è possibile descrivere lo stato relativo ad una miscela statistica usando il formalismo:

$$\rho = \sum_{i=1}^n p_i |\phi_i\rangle \langle \phi_i|. \quad (1.9)$$

Si vede chiaramente che una miscela statistica è radicalmente diversa da una combinazione lineare di stati puri tenendo ben presente che nel primo caso le probabilità considerate si riferiscono solo alla non perfetta conoscenza del sistema e sono quindi diverse dai coefficienti c_i implementati in uno stato puro. Consideriamo ora un sistema composto da due sottosistemi A e B e prendiamo in esame un insieme di osservabili che agiscono su B tali che gli operatori autoaggiunti ad essi legati che denoteremo con $\{F_j\}$ commutino tutti tra loro in modo tale da ammettere un sistema completo ortonormale di autostati in comune. Si può dimostrare che è possibile, sotto queste condizioni, definire un operatore autoaggiunto T^B con autostati $|\chi_i\rangle$ coincidenti a quelli del sistema comune con diversi autovalori t_i in modo che

$$T^B |\chi_i\rangle = t_i |\chi_i\rangle \Rightarrow t_i \neq t_j \iff i \neq j \quad (1.10)$$

e in questo modo qualunque operatore nell'insieme $\{F_j\}$ sarà una funzione $f(T^B)$ dell'operatore T^B .

Indichiamo con H_A e H_B i due spazi di Hilbert dei due sistemi e immaginiamo di considerare il sistema in uno stato puro $|\psi\rangle$ dello spazio di Hilbert $H_A \otimes H_B$. Successivamente se definiamo P_i^B i proiettori sugli autostati del secondo sottosistema $P_i^B = |\phi_i\rangle \langle \phi_i|$ con $\sum_i P_i^B = 1$ e, come visto in precedenza, indichiamo con $f(T^B)$ un operatore autoaggiunto che agisca su B , allora vale la seguente equazione:

$$(\mathfrak{I}^A \otimes f(T^B))(\mathfrak{I}^A \otimes P_i^B) |\psi\rangle = f(t_i)(\mathfrak{I}^A \otimes P_i^B) |\psi\rangle \quad (1.11)$$

con $\mathfrak{I}^A$ matrice identità nello spazio di Hilbert H_A relativo al sottosistema A . Sia ora O un'osservabile relativa al sistema $A \cup B$ tale che $O = C^A \otimes f(T^B)$ con C^A operatore autoaggiunto che agisce sul primo sottosistema, calcoliamo il valor medio della relativa osservabile utilizzando $|\psi\rangle$ e sapendo che $\sum_k P_k^C = \mathfrak{I}^A$ dove P_k^C rappresentano i proiettori sugli autostati di C^A

$$\begin{aligned} \langle \psi | O | \psi \rangle &= \langle \psi | [(C^A \otimes \mathfrak{I}^B)(\mathfrak{I}^A \otimes f(T^B))(\mathfrak{I}^A \otimes \mathfrak{I}^B)] |\psi\rangle \\ &= \langle \psi | [(C^A \otimes \mathfrak{I}^B)(\mathfrak{I}^A \otimes f(T^B))(\mathfrak{I}^A \otimes \sum_k P_k^B)] |\psi\rangle \\ &= \sum_k f(t_k) \langle \psi | [(C^A \otimes \mathfrak{I}^B)(\mathfrak{I}^A \otimes P_k^B)] |\psi\rangle \\ &= \sum_k f(t_k) \langle \psi | [C^A \otimes P_k^B] |\psi\rangle \end{aligned} \quad (1.12)$$

Se si considera ora la miscela statistica avente stati del tipo

$$|\Xi_i\rangle = \frac{(\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle}{\|(\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle\|} \quad (1.13)$$

e pesi, ovvero probabilità

$$p_i = \|(\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle\|^2. \quad (1.14)$$

si può dimostrare che il valor medio di O , ottenuto implementando la miscela statistica, è esattamente uguale a quello ricavato sopra. Infatti per il valor medio in questo stato si ha:

$$\begin{aligned} \langle C^A \otimes f(T^B) \rangle &= \sum_i \|(\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle\|^2 \frac{\langle (\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) \Psi | [C^A \otimes f(T^B)] (\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle}{\|(\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) |\Psi\rangle\|^2} \\ &= \sum_i f(t_i) \langle (\mathfrak{S}^A \otimes P_i^B) \Psi | [C^A \otimes P_i^B] |\psi\rangle \\ &= \sum_i f(t_i) \langle \psi | [C^A \otimes (P_i^B)^2] |\psi\rangle \\ &= \sum_i f(t_i) \langle \psi | [C^A \otimes P_i^B] |\psi\rangle \end{aligned} \quad (1.15)$$

in cui abbiamo usato la proprietà di idempotenza dei proiettori. Abbiamo così dimostrato che i valori medi ottenuti usando uno stato puro e una miscela statistica sono identici sotto le condizioni specificate sopra. Questo risultato arriva in nostro soccorso in quanto qualora non fosse possibile misurare, per uno dei due sistemi, osservabili i cui operatori autoaggiunti non commutino tra di loro, sarebbe impossibile distinguere tra lo stato puro e la miscela statistica. Se inoltre si decide di non effettuare misure su uno dei due costituenti, risulta anche questa volta impossibile distinguere i due stati.

Torniamo al discorso sulla catena di Von Neumann e osserviamo che quanto appena scoperto è di notevole importanza per chiarire dal punto di vista pratico cosa avvenga nel nostro sistema. Bisognerebbe infatti effettuare misure di correlazione tra i vari sottosistemi e in più che queste misure dovrebbero coinvolgere osservabili incompatibili per essere in grado di distinguere le due situazioni macroscopiche di stato puro e miscela statistica, e aggiungere altri strumenti all'insieme rende tutto ciò di fatto impossibile. Le conseguenze di questa situazione potrebbero fornire una soluzione "pratica" al problema della macrooggettivazione sollevato in precedenza. Infatti come abbiamo visto sopra i coefficienti p_i della miscela sono legati alle probabilità che il sistema si trovi in uno o nell'altro stato e questo fa in modo che la riduzione non avvenga mai: trovandoci in una miscela statistica infatti, lo stato del sistema alla fine sarà uno degli elementi della sommatoria e questo evento si verificherà con le corrette probabilità viste sopra. Questo stratagemma, tuttavia, rappresenta

una soluzione pragmatica al problema, ma certamente non risolve la questione a livello epistemologico, è dunque necessario sviluppare nuove teorie che facciano chiarezza su questo argomento.

1.2 Il gatto di Schödinger

Questo celeberrimo esempio è in grado di mostrarci le sfaccettature più bizzarre che il problema della misura può assumere. Posizioniamo all'interno di un recipiente chiuso un gatto e immaginiamo collocata in esso anche una piccola fiala di veleno. Supponiamo ora di voler misurare una osservabile O avente solo due autovalori (che per semplicità assumeremo essere ± 1) e di avere a disposizione un rivelatore il quale, qualora dovesse scattare, provocherebbe la rottura della fiala e la morte del gatto. Per semplicità possiamo immaginare di possedere una particella di spin $\frac{1}{2}$ e di volerne misurare la componente lungo l'asse z , giacché anche questa grandezza può assumere due valori, che in unità di $\frac{\hbar}{2}$ sono ± 1 , inoltre il rivelatore a nostra disposizione è collegato con un dispositivo di Stern-Gerlach e l'autostato $|\phi_1\rangle$ corrisponde all'autovalore $s = 1$, mentre $|\phi_2\rangle$ è connesso all'autovalore $s = -1$. Nel caso la particella si trovasse nello stato $|\phi_1\rangle$ seguirebbe una traiettoria verso l'alto, a causa della presenza del dispositivo di Stern-Gerlach, che la porterebbe a non incontrare il rivelatore, il quale quindi non scatterebbe lasciando gatto in vita per la mancata rottura della fiala. Al contrario se la particella fosse nello stato $|\phi_2\rangle$ riuscirebbe ad essere individuata dal rivelatore e a far rompere la fiala, con conseguente morte per avvelenamento del felino.

Consideriamo la funzione d'onda del sistema a seguito dei possibili sviluppi della vicenda e assegniamo a tutti i componenti del nostro esperimento (es. il gatto, la particella, la fiala ecc.) una funzione d'onda di modo che alla fine tutti i vettori di stato si combinino in un unico ente che descriva globalmente il sistema fisico considerato. Descriviamo con una freccia le varie interazioni che avvengono tra i sottosistemi ottenendo un'equazione di questo genere:

$$\begin{cases} |\phi_1\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_0\rangle \Rightarrow |\phi_1\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_1\rangle \text{ (gatto vivo)} \\ |\phi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_0\rangle \Rightarrow |\phi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_2\rangle \text{ (gatto morto)}. \end{cases} \quad (1.16)$$

Fino a qui va tutto come previsto, ma ci accorgiamo che se prepariamo la particella nello stato

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\phi_1\rangle + |\phi_2\rangle) \quad (1.17)$$

le interazioni del sistema microscopico con gli strumenti di misura portano ad uno stato del tipo

$$\sqrt{\frac{1}{2}}(|\phi_1\rangle + |\phi_2\rangle) \otimes \dots \otimes |\omega_0\rangle \Rightarrow \frac{1}{2}(|\phi_1\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_1\rangle + |\phi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\omega_2\rangle) \quad (1.18)$$

e ci ritroviamo di conseguenza con una imbarazzante sovrapposizione lineare di due situazioni macroscopiche distinte a testimonianza della paradossale conclusione che il gatto sia vivo e morto allo stesso tempo!

Questo risultato lascia intendere che sia in ultima analisi l'osservatore a "decidere" in che stato si trovi il gatto e quindi ad applicare la riduzione del pacchetto nella maniera in cui sia egli stesso a produrre l'esito della misura come affermato dallo stesso Jordan, ma ci soffermeremo su questa ipotesi più tardi in questo capitolo.

1.3 Le nuove teorie

Interi generazioni di scienziati si sono cimentate nella risoluzione di questo dilemma che ad oggi rappresenta più che altro una sfida sul piano concettuale essendo legato ad una sostanziale inconsistenza nel formalismo meccanica quantistica per come si presenta ad oggi. Ci proponiamo di descrivere nei prossimi paragrafi alcuni tra i maggiori espedienti adottati dai fisici nella speranza di risolvere questo inconveniente. Prima di partire è però opportuno fare una piccola precisazione ovvero che la meccanica quantistica sia una teoria completa. Questa premessa serve a garantire il vettore di stato di un sistema caratterizzi la massima informazione possibile al riguardo o comunque che sia impossibile ottenerne una descrizione più accurata evitando così di delineare ipotesi come quelle a "variabili nascoste locali" che si preoccupano di dimostrare il contrario e che sono già state confutate da Bell con il suo celebre teorema.

1.3.1 I molti mondi di Everett

Questa è forse tra le tante l'interpretazione che colpisce di più, che ha i risvolti più bizzarri e interessanti. Ideata da Hugh Everett nel 1957 per risolvere in modo originale il problema della misura questa teoria, rielaborata in seguito da De Witt, cerca di fare in modo di eliminare completamente il fenomeno della riduzione. Procedendo esattamente come abbiamo fatto noi fa in modo di descrivere l'osservatore come parte integrante del sistema fisico utilizzando macchinari creati appositamente non solo per avere percezioni, ma anche per conservare memorie di queste, di modo tale che ogni volta che questa sorta di automa esegua una misura, riesca ad annotarne il risultato A e conseguentemente la sua funzione d'onda cambi

$$|\psi(G, F, \dots, C)\rangle \Rightarrow^{misura} |\psi(G, F, \dots, C, A)\rangle \quad (1.19)$$

dove le altre lettere rappresentano risultati delle misure precedenti. Esaminando la catena di Von Neumann anche Everett si accorge che lo stato a destra della (1.8) corrisponde ad un'acozzaglia di situazioni distinte ma che da sole sono perfettamente coerenti, infatti rappresentano posizioni degli indici degli

strumenti perfettamente correlate che indicano un risultato ben preciso legati alle osservabili considerate. A questo punto il fisico statunitense si chiede come fare in modo che la riduzione non avvenga mai e intuisce che ciò è equivalente ad affermare che un osservatore abbia percezioni diverse riguardo agli esperimenti eseguiti relativi a risultati incompatibili tra di loro. La strada che sceglie Everett per evitare questa situazione paradossale richiede la creazione di infiniti universi: nel momento in cui un'esperimento viene portato a termine e una misura eseguita, l'universo si divide in due o più paralleli in base al numero di risultati possibili, ovvero agli autovalori dell'osservabile. Così facendo non si ha bisogno di riduzione giacché ci sono n osservatori paralleli che ottengono n risultati della misura diversi. Come un albero con infiniti rami che danno a loro volta origine a infinite diramazioni così l'universo accoglie la possibilità di differenti esiti di una misura evitando il collasso della funzione d'onda. Difatti prendendo come esempio l'esperimento del gatto di Schrödinger il paradosso sta nel fatto che l'osservatore non riesce ad affermare con certezza se il gatto sia vivo o morto; grazie a questa nuova teoria invece esiste solo un possibile risultato: il gatto è vivo o è morto, e si verificano entrambi in due universi distinti. A questo punto la critica sorge spontanea dato che così facendo si verrebbero a creare un'infinità di mondi possibili, contraddicendo il principio del rasoio di Occam. In questo si sviluppa la teoria delle "molte menti" secondo cui sarebbe la mente di ogni osservatore ad essere composta di diversi strati, a seconda dei risultati della misura, così da evitare creazioni di altri mondi, ma facendo in modo che ogni essere percepisca tutti i risultati di un esperimento. Affinché ci sia accordo tra vari osservatori, come di fatto avviene per ogni esperimento, questa teoria prevede che le menti siano collegate come una sorta di coscienza collettiva facendo in modo che tutti gli esseri osservino e percepiscano la stessa cosa. Questa interpretazione è molto cara ai fondatori del Gedankenexperiment che vedremo nel prossimo capitolo, anzi si può dire che questo esperimento sia stato creato in principio appositamente per confutare l'attuale formalismo della meccanica quantistica e affermare la validità della teoria di Everett.

1.3.2 Le storie quantistiche

Un'altra proposta che è stata presentata da Griffiths alla fine del secolo scorso ed è stata appoggiata da un gran numero di fisici anche del calibro di Gell Mann, è quella delle storie quantistiche. Si considera innanzitutto un insieme temporale composto dagli istanti $t_1, t_2, \dots, t_n$ e un sistema fisico con osservabili e operatori autoaggiunti e che le descrivono su cui si effettueranno delle misure. Supponiamo di avere n osservabili $A, B, \dots, N$ con i relativi set di autovalori $\{\alpha(A)\}, \{\beta(B)\}, \dots, \{\nu(N)\}$, una storia quantistica è una raccolta di affermazioni riguardo alle proprietà possedute dal sistema fisico per ogni istante t dell'insieme temporale considerato, più precisamente riguardo ai va-

lori assunti da una o più osservabili in ciascun istante t . Chiamiamo $P_{\alpha(A)}$ il proiettore sull'autostato corrispondente all'autovalore α dell'osservabile $\hat{A}$ che ovviamente godono delle proprietà generalmente possedute da proiettori come

$$P_{\alpha(A)}P_{\gamma(A)} = \delta_{\alpha\gamma}, \quad \sum_{i=1} P_i = 1 \quad (1.20)$$

Si possono formare storie con qualunque osservabile posseduta dal sistema e ovviamente la probabilità associata ad ognuna di esse è uguale alla probabilità che l'evento associato si verifichi secondo l'equazione di Schrödinger, ad esempio si può creare una storia in cui al tempo t si misuri l'osservabile A ottenendo l'autovalore $\alpha(A)$, in seguito si lascia evolvere il sistema per poi effettuare una misura al tempo t_i dell'osservabile B ottenendo come risultato $\beta(B)$, successivamente si lascia evolvere ecc... in modo che la probabilità associata a questa storia sarà

$$Prob(\alpha(A), t_1, \beta(B), t_2, \dots, \nu(N), t_n) = ||P_{\nu(N)}e^{-iH(t_n-t_{n-1})}, \dots, P_{\beta(B)}e^{-iH(t_2-t_1)}P_{\alpha(A)}e^{-iHt_1}\psi_0||^2 \quad (1.21)$$

con ψ_0 funzione d'onda iniziale del sistema. Risulta quindi evidente che il processo di riduzione non avviene mai in questo tipo di trattazione e che le probabilità considerate si riferiscano esclusivamente al fatto che ad un determinato istante tra quelli presi in esame, il sistema possa ritrovarsi in uno degli stati di cui è composta la storia. Benchè tutto ciò sia un buon segnale, dato che vengono evitati i presupposti per il problema della misura, una falla piuttosto consistente emerge nel piano ideato da Griffiths ed è collegata proprio con la definizione classica di probabilità.

Consideriamo un sistema S e la famiglia di storie ad esso relative di modo che tutte riguardino una sola osservabile A e ogni storia sia attinente a uno e uno solo autovalore assunto da A al generico istante t . Se denominiamo con $\{P_{\alpha_i}^A\}$ la famiglia di proiettori sugli autostati di A corrispondenti agli autovalori α_i e sfruttiamo le proprietà secondo cui $\sum_i P_{\alpha_i}^A = 1$ e $(P_{\alpha_i}^A)^2 = P_{\alpha_i}^A$ possiamo vedere che la probabilità che il sistema si trovi all'istante t nell'autostato relativo all'autovalore α_k è, usando l'equazione precedente,

$$\begin{aligned} Prob(\alpha_k(A), t) &= \langle P_{\alpha_k}^A e^{-iHt}\psi_0 | P_{\alpha_k}^A e^{-iHt}\psi_0 \rangle \\ &= \langle e^{-iHt}\psi_0 | P_{\alpha_k}^A e^{-iHt}\psi_0 \rangle \end{aligned} \quad (1.22)$$

e nel momento in cui si consideri la somma di tutte queste probabilità si otterrà come risultato

$$\sum_k Prob(\alpha_k(A), t) = 1 \quad (1.23)$$

che significa appunto che l'osservabile A assumerà con certezza uno degli autovalori che abbiamo considerato. Se ora fissiamo un $P_{\alpha_k}^A$, ma scegliamo un'altra

famiglia di proiettori $P_{\beta_i}^A$ che proiettino sullo spazio ortogonale a quello su cui proietta $P_{\alpha_k}^A$ in modo tale da rispettare la proprietà

$$P_{\alpha_k}^A + \sum_i P_{\beta_i}^A = 1, \quad (1.24)$$

la probabilità $Prob(\alpha_k, t)$ calcolata con questa famiglia di proiettori dipenderà in generale dalla scelta della famiglia $P_{\beta_i}^A$, quando chiaramente dovrebbe essere indipendente. Il modo più semplice per sottrarsi a questa situazione appare piuttosto chiaro essere quello di prendere in considerazione solo famiglie di storie "alternative decoerenti", in altre parole bisogna banalmente analizzare solo famiglie di storie che possano soddisfare le nostre richieste concernenti la definizione di probabilità. Riprendiamo la formula 1.21, modificandola un pò e in particolare considerando all'interno del *bra* altri autovalori appartenenti ad una stessa famiglia ottenendo il cosiddetto funzionale decoerente:

$$Prob = \frac{\langle \psi_0 \exp^{-iHt_1} P_{x(A)} \exp^{-iH(t_2-t_1)} P_{y(B)}, \dots, \exp^{-iH(t_n-t_{n-1})} P_{z(N)} | }{| P_{\nu(N)} \exp^{-iH(t_n-t_{n-1})}, \dots, P_{\beta(B)} \exp^{-iH(t_2-t_1)} P_{\alpha(A)} \exp^{-iHt_1} \psi_0 \rangle} \quad (1.25)$$

Si capisce ora che se, nella situazione in cui almeno uno tra gli indici $x, y, \dots, z$ presenti nel *bra* fosse uguale al corrispondente nel ket, la probabilità risultasse nulla, allora avremmo raggiunto il nostro obiettivo risolvendo il problema connesso alla definizione di probabilità. Per questo quando si pensa a sistemi microscopici questa teoria è consistente, dato che, come abbiamo già mostrato nei paragrafi precedenti, in queste situazioni risulta praticamente impossibile effettuare misure di correlazione tra le osservabili o comunque esaminare osservabili incompatibili.

Infine una piccola fetta di fisici considera questo tipo di interpretazione come affine a quella a molti mondi creata da Everett in quanto se si considerano sistemi macroscopici, si possono produrre diverse storie riguardo a questi ultimi che darebbero forma a universi paralleli aventi diverse probabilità di esistere. Da notare il fatto che questa interpretazione sarebbe consistente dal momento che prendiamo sotto esame famiglie di storie alternative decoerenti.

1.3.3 Il ruolo della coscienza

Wigner nel suo famoso "remarks on the mind-body question" si ispira ai precedenti lavori di Von Neumann per esprimere la propria versione dei fatti e la sua strategia sarà quella di evidenziare ancora una volta una inconsistenza, un paradosso nel formalismo di evoluzione unitaria della meccanica quantistica per poi apportare il proprio contributo a questa teoria esponendo quella che, a suo parere, è l'unica interpretazione che consenta di evitare il problema.

Viene eseguito un esperimento mentale con modalità simili a quelle dell'esperimento che vedremo nel capitolo successivo, anche se stavolta ci sono solo due osservatori, Wigner stesso e il suo amico, nei loro rispettivi laboratori. Come

linea generale Wigner cerca di provare che la teoria quantistica non sia universalmente valida. Perciò suppone che i due laboratori siano fisicamente isolati, senza che alcuna informazione passi tra i due individui e che nel laboratorio in cui si trova il suo amico laboratorio venga eseguita una misura riguardante la componente dello spin di una particella lungo l'asse z . Utilizzando la base costituita dagli autostati $|\uparrow\rangle_S$ e $|\downarrow\rangle_S$ l'amico di Wigner, che d'ora in poi indichiamo con F , potrà trovare come risultati rispettivamente $z = \frac{1}{2}$ o $z = -\frac{1}{2}$. Indichiamo con $\bar{F}$ il sistema costituito dal laboratorio dell'amico di Wigner con tutto ciò che contiene. Wigner, che è confinato nel suo laboratorio senza accesso a quello dell'amico, non ha idea del risultato ottenuto dall'altro, quindi prova ad immaginare la funzione d'onda del sistema $\bar{F}$ comprendente il suo amico, la particella e lo strumento di misura e costruisce

$$|\psi\rangle = |F\rangle \otimes |M\rangle \otimes |P\rangle \quad (1.26)$$

dove abbiamo indicato con ψ la funzione d'onda del laboratorio e con F, M e P quelle dell'amico, del suo strumento di misura e della particella rispettivamente. Wigner sa che ci sono due possibili esiti dell'esperimento, vale a dire che se la particella si trova nello stato $|\downarrow\rangle$, allora lo strumento di misura segnerà il valore $z = -\frac{1}{2}$ e di conseguenza il suo amico ne prenderà atto; nel caso contrario la particella sarà nello stato $|\uparrow\rangle$ quindi lo strumento avrà scritto sopra $z = \frac{1}{2}$ e di conseguenza anche la funzione d'onda di F cambierà una volta conosciuto l'esito della misura. Questo porta a due possibili forme diverse della funzione d'onda di $\bar{F}$ ovvero

$$|\psi\rangle = \begin{cases} |\downarrow\rangle_S \otimes |z = -\frac{1}{2}\rangle_M \otimes |"z = -\frac{1}{2}"\rangle_F \\ |\uparrow\rangle_S \otimes |z = \frac{1}{2}\rangle_M \otimes |"z = \frac{1}{2}"\rangle_F \end{cases} \quad (1.27)$$

Se ora immaginiamo che la particella sia preparata in uno stato di spin

$$|\phi\rangle_S = \sqrt{\frac{1}{2}}(|-\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}\rangle) \quad (1.28)$$

e che Wigner sia a conoscenza di ciò ci accorgiamo che così facendo giungiamo ad un paradosso: Wigner dovrebbe percepire due situazioni distinte dovute alla sovrapposizione dei due stati di spin della particella, non solo, ma due osservatori avrebbero percezioni diverse riguardo allo stesso esperimento in quanto F misurerebbe con precisione il valore dello spin, mentre Wigner sarebbe sicuro che la funzione d'onda nel sistema rimanga sempre in sospeso in uno stato di sovrapposizione.

Wigner usa questo esperimento mentale per aprire un dibattito sul ruolo della coscienza nelle misure e esperimenti, infatti dal suo punto di vista il motivo principale per cui non sia stata presa in considerazione dal mondo della scienza l'ipotesi che la coscienza possa entrare in gioco nella spiegazione di quanto avviene in un esperimento è proprio il fatto che in questo universo regni incontrastato il "materialismo", corrente di pensiero che ha come suo intento quello

di spiegare qualunque evento attraverso leggi di natura che agiscono sulla materia, negando così l'esistenza di una forma di entità superiore e interpretando la coscienza come semplice reazione del cervello umano a stimoli di natura fisico-chimica. Wigner è convinto tuttavia che il materialismo si scontri con i risultati della teoria quantistica e che sia innegabile l'esistenza della coscienza in sé dato che è lo strumento attraverso cui riusciamo a conoscere il mondo.

L'autore si permette di illustrare un piccolo esempio chiarificatore riguardo al concetto di probabilità e di come esso si leghi alla definizione di funzione d'onda posizionando un osservatore in un punto dello spazio con l'obiettivo di guardare in un punto ben preciso di una direzione nota, durante un arco di tempo abbastanza lungo, in attesa di vedere un lampo di luce. Vengono inoltre imposte le seguenti condizioni sulla funzione d'onda del sistema: se si osserva un flash al tempo t , allora la probabilità di osservarne un altro al tempo $t + 1$ è $\frac{1}{4}$ e la probabilità di non osservarne è $\frac{3}{4}$, invece se non si osserva nulla la probabilità di osservare il flash al tempo $t + 1$ è $\frac{3}{4}$ e come prevedibile quella di non osservare nulla è $\frac{1}{4}$. Ciò che colpisce l'autore tuttavia è la variazione della funzione d'onda a seconda dei due diversi esiti dell'esperimento, infatti è evidente che a seguito dell'osservazione del flash o meno al tempo t , la funzione d'onda possa assumere i valori $|\psi_1\rangle$ o $|\psi_2\rangle$ diverse tra di loro giacché contengono diverse informazioni riguardo alla probabilità di osservare o meno un flash nell'istante successivo. A quanto pare dunque è l'osservazione o atto del misurare a cambiare la funzione d'onda del sistema, tenendo bene in considerazione che l'osservatore è parte integrante del sistema fisico. A questo punto la conclusione a cui arriva Wigner sembra inevitabile: è la coscienza il vero responsabile della riduzione del pacchetto d'onda e del cambiamento della funzione d'onda di un sistema fisico. In particolare un dettaglio importante da tenere presente è il seguente: consideriamo un sistema a due osservatori, due amici che chiameremo per semplicità *Uno* e *Due*, tali per cui *Uno* riesca ad assegnare una funzione d'onda generica al sistema "*Due + ambiente*" che rimanga la stessa nel tempo indipendentemente dal fatto che *Due* veda o non veda il flash (evento di cui noi non siamo a conoscenza ovviamente). Essendo la funzione d'onda comunicabile, nel momento in cui *Uno* chieda a *Due* se all'istante t abbia o no visto il lampo di luce, è solo dopo la risposta di *Due* che la funzione d'onda assegnata da *Uno* si modifica in una delle due viste prima! Solo nell'istante in cui giunge a livello della coscienza di *Uno* l'informazione riguardante la misura, la funzione d'onda subisce una variazione. Questa è per Wigner la prova fondamentale che come osservatori, noi esseri umani riusciamo effettivamente a eseguire la riduzione tramite le nostre interazioni con la natura. Il famoso esperimento "dell'amico di Wigner" visto poco fa viene creato appositamente per cercare nuove informazioni circa l'interrogativo che a questo punto attanaglia la mente del fisico ovvero se sia possibile per la mente umana influenzare direttamente in modo fisico i sistemi naturali. La risposta comune a questa domanda da parte di gran parte degli scienziati sarebbe un secco no, e tuttavia proprio in questa stessa sezione abbiamo dimostrato che

in qualche modo nel momento in cui l'informazione riguardante l'esito di una misura arriva al livello della coscienza di un osservatore, automaticamente fa sì che la funzione d'onda che lo stesso osservatore utilizzava per descrivere in sistema su cui era stata eseguita la misura cambi!

CAPITOLO 2

Il Gedankenexperiment

In questo capitolo ci proponiamo di introdurre e spiegare le principali conclusioni del Gedankenexperiment ideato da Renato Renner e Daniela Frauchiger, entrambi ricercatori all' ETH di Zurigo. L'obiettivo di questo esperimento ideale è quello di verificare la consistenza della teoria quantistica e valutarne l'universalità, ovvero la sua applicabilità a sistemi che includono anche gli osservatori. L'esperimento ideale si basa su tre assunzioni:

- (Q) Questa assunzione è relativa all'universalità della teoria quantistica, infatti presuppone che ogni individuo sia certo della "verità" di una proposizione se quest'ultima è tale che la regola di Born le assegni probabilità 1. Consideriamo un sistema S che al tempo t_0 si trovi in uno stato ψ dello spazio di Hilbert H e prendiamo una famiglia completa di proiettori di Heisenberg su tale spazio $\pi(t_0)_{x \in X}$ con $\sum_x \pi(t_0)_x = 1$. Nel caso in cui si abbia per un $x = \xi$ che $\langle \psi | \pi(t_0)_\xi | \psi \rangle = 1$ allora chi esegue la misura sul sistema, iniziata S al tempo t_0 e conclusa al tempo t utilizzando questa famiglia di proiettori, può concludere che $x = \xi$ a t .
- (C) Richiede la consistenza della teoria, cioè che non sviluppi contraddizioni. In particolare riguardo a questo esperimento si richiede che gli osservatori o "agenti" non giungano a conclusioni contraddittorie utilizzando tutti la stessa teoria quantistica. Un tipico ragionamento che tenga conto di questa assunzione può svilupparsi nel seguente modo: se un osservatore A è certo che l'osservatore B (che utilizza la stessa teoria T di A) abbia misurato una quantità x al tempo t_0 ottenendo come risultato $x = \xi$ allora A può concludere con certezza al tempo $t > t_0$ che $x = \xi$ al tempo t_0 .

- (S) Impone che per un'osservatore è impossibile affermare, data una grandezza misurabile x , che al tempo t_0 $x = \xi$ e allo stesso tempo che $x \neq \xi$.

2.1 L'esperimento

Nel nostro esperimento sono presenti quattro agenti: Antonio, Barbara, Caterina e Daniele. Antonio e Barbara lavorano all'interno dei loro laboratori (che indicheremo per semplicità con $\bar{A}$ e $\bar{B}$), mentre Caterina e Daniele si trovano rispettivamente all'esterno di questi ultimi. Supponiamo inoltre che i due laboratori siano separati, e rimangano isolati per tutta la durata dell'esperimento e che i quattro osservatori non possano scambiarsi informazioni a meno che il protocollo dell'esperimento non lo preveda. Le fasi previste dal protocollo vengono eseguite per n rounds fin quando l'esperimento non viene fermato. In questo caso tuttavia, a differenza dell'esperimento dell'amico di Wigner, i quattro agenti condividono la conoscenza di un operatore del puro caso come può essere una monetina la quale viene lanciata da Antonio e sulla base del cui risultato questo agente preparerà nel suo laboratorio una particella in un particolare stato di spin S.

2.1.1 La procedura

L'esperimento può essere ripetuto molteplici volte per cui per semplicità supporremo di trovarci al round n e che Antonio nel suo laboratorio inizializzi una monetina truccata in uno stato

$$|init\rangle_m = \left(\sqrt{\frac{1}{3}} |testa\rangle_m + \sqrt{\frac{2}{3}} |croce\rangle_m \right) \quad (2.1)$$

tale per cui ottenga testa o croce con probabilità rispettivamente $1/3$ e $2/3$. Se al tempo $t = 00$ Antonio lancia la monetina starà effettuando una misura sul sistema "moneta" attraverso la base ortonormale $\{|testa\rangle_m, |croce\rangle_m\}$ e automaticamente lo stato del sistema sarà descritto da una funzione del tipo

$$|\psi\rangle_{mA^-}^0 = \sqrt{\frac{1}{3}} |testa\rangle_m^0 |testa\rangle_{A^-}^0 + \sqrt{\frac{2}{3}} |croce\rangle_m^0 |croce\rangle_{A^-}^0 \quad (2.2)$$

dove con A^- si è indicato un sottosistema del laboratorio di Antonio composto dal laboratorio stesso e Antonio, ma senza la monetina e con $\{|testa\rangle_{A^-}, |croce\rangle_{A^-}\}$ si è indicata una base di autovettori ortonormali relativi al sistema A^- e ad un'osservabile $\hat{X}$ i cui autovalori (± 1) descrivono il risultato del lancio per Antonio:

$$\begin{cases} \hat{X} |testa\rangle_{A^-} = |testa\rangle_{A^-} \\ \hat{X} |croce\rangle_{A^-} = -|croce\rangle_{A^-} \end{cases} \quad (2.3)$$

In base al risultato Antonio preparerà una particella nello stato di spin:

$$|\psi\rangle_s = \begin{cases} |\downarrow\rangle_s & \text{se ottiene testa} \\ |\rightarrow\rangle_s = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle) & \text{se ottiene croce} \end{cases} \quad (2.4)$$

Da questo momento in poi ipotizzeremo che per completare ogni fase dell'esperimento gli agenti impieghino 1 unità di tempo, dunque ad esempio in questo caso la procedura eseguita da Antonio è cominciata al tempo $t = 00$ ed è terminata a $t = 01$ e che ogni fase dell'esperimento sia distanziata dalla successiva da un arco di tempo di 10 unità. A questo punto dalla prospettiva di Barbara che non conosce l'esito della misura di Antonio lo stato del sistema contenente la moneta, Antonio stesso, il suo laboratorio e la particella sarà:

$$|\psi\rangle_{msA-}^{01} = \sqrt{\frac{1}{3}} |testa\rangle_m^{01} |testa\rangle_{A-}^{01} |\downarrow\rangle_s^{01} + \sqrt{\frac{2}{3}} |croce\rangle_m^{01} |croce\rangle_{A-}^{01} |\rightarrow\rangle_s^{01}. \quad (2.5)$$

Lanciata la monetina Antonio spedisce la particella a Barbara e noi ci ritroviamo a $n : 10$, dove ancora una volta con n abbiamo indicato il round e successivamente abbiamo aggiunto il tempo di inizio della fase presa in considerazione. Dunque a $n : 10$ Barbara, avendo ricevuto la particella, esegue una misura di spin su quest'ultima utilizzando la base $\{|\downarrow\rangle_s, |\uparrow\rangle_s\}$ ed annoterà il risultato $z \in \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$.

Il sistema considerato in precedenza viene così ampliato con l'entrata in esso di Barbara e del suo laboratorio che formano il sottosistema B^- e agli occhi di un altro osservatore come Caterina viene descritto nello stato

$$|\psi\rangle_{sA-mB-}^{10} = \sqrt{\frac{1}{3}} \left(\begin{array}{l} |testa\rangle_m^{10} |testa\rangle_{A-}^{10} |\downarrow\rangle_s^{10} |-\frac{1}{2}\rangle_{B-}^{10} + \\ |croce\rangle_m^{10} |croce\rangle_{A-}^{10} |\downarrow\rangle_s^{10} |-\frac{1}{2}\rangle_{B-}^{10} + \\ |croce\rangle_m^{10} |croce\rangle_{A-}^{10} |\uparrow\rangle_s^{10} |\frac{1}{2}\rangle_{B-}^{10} \end{array} \right) \quad (2.6)$$

Abbiamo fatto uso della base ortonormale $\{|-\frac{1}{2}\rangle, |\frac{1}{2}\rangle\}$ relativamente al sistema B^- e ad un'osservabile $\hat{y}$ che descrive il risultato della misura di spin eseguita da Barbara sul sistema s , infatti si ha

$$\begin{cases} \hat{y} |\frac{1}{2}\rangle_{B-} = |\frac{1}{2}\rangle_{B-} \\ \hat{y} |-\frac{1}{2}\rangle_{B-} = -|-\frac{1}{2}\rangle_{B-} \end{cases} \quad (2.7)$$

Se indichiamo i sistemi $A = A^- + m$ e $B = B^- + s$ possiamo evidentemente riscrivere l'equazione (2.6) come

$$|\psi\rangle_{AB}^{10} = \sqrt{\frac{1}{3}} (|testa\rangle_A |\downarrow\rangle_B + |croce\rangle_A |\downarrow\rangle_B + |croce\rangle_A |\uparrow\rangle_B). \quad (2.8)$$

Definiamo ora i vettori di stato

$$|\overline{ok}\rangle_A = \sqrt{\frac{1}{2}} (|testa\rangle_A - |croce\rangle_A) \quad (2.9)$$

$$|\overline{fail}\rangle_A = \sqrt{\frac{1}{2}}(|testa\rangle_A + |croce\rangle_A) \quad (2.10)$$

$$|ok\rangle_B = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle_B - |\uparrow\rangle_B) \quad (2.11)$$

e

$$|fail\rangle_B = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle_B + |\uparrow\rangle_B) \quad (2.12)$$

e esaminiamo le fasi successive del protocollo.

A $n:20$ Caterina effettua una misura sul laboratorio $\bar{A}$ utilizzando la base ortonormale $\{|\overline{ok}\rangle, |\overline{fail}\rangle\}$ annunciando a Daniele il risultato della misura $\bar{w} = \overline{ok}$ o $\bar{w} = \overline{fail}$.

A $n:30$ Daniele usa la base ortonormale $\{|ok\rangle, |fail\rangle\}$ per eseguire una misura sul laboratorio $\bar{B}$ e ne annota anch'egli il risultato $w = ok$ o $w = fail$.

A $n:40$ si confrontano i risultati delle misure e se si trova $\overline{ok}$ e ok l'esperimento viene fermato.

2.1.2 Le affermazioni degli agenti

Di seguito vengono raccolti alcuni dei ragionamenti ed affermazioni degli agenti che porteranno ad evidenziare una contraddizione. Antonio può affermare al tempo $t = 00$ che per ottenere un valore di w si debba effettuare una misura su $\bar{B}$ utilizzando la famiglia di proiettori $\{\pi_{w=ok}^{n:30}, \pi_{w=fail}^{n:30}\}$. A questa informazione il primo agente può aggiungere che la misura sarà completata solo al tempo $t = 31$ e che dal punto di vista di Daniele sarà

$$\begin{aligned} \pi_{w=ok}^{n:30} &= |\downarrow\rangle_s \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_{B-} |ok\rangle_B \langle ok|_B \left\langle -\frac{1}{2} \right|_{B-} \langle \downarrow|_s + |\uparrow\rangle_s \left| \frac{1}{2} \right\rangle_{B-} |ok\rangle_B \langle ok|_B \left\langle \frac{1}{2} \right|_{B-} \langle \uparrow|_s \\ &= |ok\rangle_B \langle ok|_B \end{aligned} \quad (2.13)$$

Supponiamo che Antonio, lanciando la monetina, ottenga *croce*, dunque preparerà la particella nello stato $|\longrightarrow\rangle_s$ e al tempo $t = 01$ potrà affermare che lo spin rimane in questo stato fino a $t = 10$, così facendo potrà usare la notazione di 2.8 e arrivare a concludere che lo stato del laboratorio di Barbara subito prima che ella stessa effettui la sua misura sarà identificato dal vettore

$$|\psi\rangle_B = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle_B + |\uparrow\rangle_B) \quad (2.14)$$

che è ortogonale al vettore $|ok\rangle_B$. Dunque si può osservare che

$$\langle \longrightarrow | \pi_{w=fail}^{n:10} | \longrightarrow \rangle_s = 1 \quad (2.15)$$

e che quindi sarà impossibile osservare $w = ok$. Ipoteticamente allora l'esperimento non potrà mai essere fermato e quindi al tempo $t = 02$ Antonio può

concludere che Daniele osserverà $w = fail$ al tempo $t = 31$.

Barbara ragiona sulla base della sua misura (che sarà completata al tempo $t = 11$) dello spin della particella che avviene attraverso l'impiego dei proiettori $\pi_{z=-\frac{1}{2}}^{n:10}$ e $\pi_{z=\frac{1}{2}}^{n:10}$ tali che

$$\pi_{z=-\frac{1}{2}}^{n:10} = |\downarrow\rangle\langle\downarrow|_s \quad (2.16)$$

e

$$\pi_{z=\frac{1}{2}}^{n:10} = |\uparrow\rangle\langle\uparrow|_s. \quad (2.17)$$

Supponiamo che Barbara osservi $z = +\frac{1}{2}$, dato che si ha per definizione

$$\langle\downarrow|\pi_{z=-\frac{1}{2}}^{n:10}|\downarrow\rangle = 1 \quad (2.18)$$

allora segue da Q che il sistema s non si trovava nello stato $|\downarrow\rangle$. Facendo questa piccola deduzione Barbara può affermare che Antonio aveva ottenuto *croce* lanciando la moneta a $t = 00$.

Occupiamoci ora di Caterina, la quale parte dalla conoscenza del vettore di stato $|init\rangle_m$ definito nell'equazione (2.1) e considera l'evento $\bar{w} = \bar{ok}$ e $z = -\frac{1}{2}$ osservando che il proiettore associato alla misura di tale evento sarà

$$\begin{aligned} \pi_{(\bar{w},z)=(\bar{ok},-\frac{1}{2})}^{n:00} &= \left(\begin{array}{l} |testa\rangle_m |testa\rangle_{A-} |\downarrow\rangle_s |\bar{ok}\rangle_A \langle\bar{ok}|_A \langle\downarrow|_s \langle testa|_{A-} \langle testa|_m + \\ |croce\rangle_m |croce\rangle_{A-} |\rightarrow\rangle_s |\bar{ok}\rangle_A \langle\bar{ok}|_A \langle\rightarrow|_s \langle croce|_{A-} \langle croce|_m \end{array} \right) \\ &= |\downarrow\rangle_s |\bar{ok}\rangle_A \langle\bar{ok}|_A \langle\downarrow|_s \end{aligned} \quad (2.19)$$

e il vettore di stato associato a tale evento al tempo $t = 00$ sarà del tipo

$$|\psi\rangle_{(\bar{w},z)=(\bar{ok},-\frac{1}{2})}^{n:00} = |\bar{ok}\rangle_A |\downarrow\rangle_s. \quad (2.20)$$

La misura effettuata da Caterina sul laboratorio $\bar{A}$ inizia a $t = 20$ e termina al tempo $t = 21$, tuttavia dato che la stessa Caterina osserva che $\bar{w} = \bar{ok}$, si accorge anche del fatto che al tempo $t = 00$ il sistema As era descritto dalla funzione d'onda

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{As}^{00} &= \sqrt{\frac{1}{3}} |testa\rangle_A |\downarrow\rangle_s + \sqrt{\frac{2}{3}} |croce\rangle_A |\rightarrow\rangle_s \\ &= \sqrt{\frac{1}{3}} (|testa\rangle_A |\downarrow\rangle_s + |croce\rangle_A |\uparrow\rangle_s + |croce\rangle_A |\downarrow\rangle_s) \\ &= \sqrt{\frac{1}{3}} (\sqrt{2} |fail\rangle_A |\downarrow\rangle_s + |croce\rangle_A |\uparrow\rangle_s) \\ &= \sqrt{\frac{1}{3}} (\sqrt{2} |fail\rangle_A |\downarrow\rangle_s + \sqrt{\frac{1}{2}} (|\bar{fail}\rangle_A - |\bar{ok}\rangle_A) |\uparrow\rangle_s) \end{aligned} \quad (2.21)$$

che è chiaramente ortogonale al vettore (2.20) e ciò implica che

$$\langle\psi|_{As}^{00} \pi_{(\bar{w},z)=(\bar{ok},-\frac{1}{2})}^{n:00} |\psi\rangle_{As}^{00} = 0 \quad (2.22)$$

e dunque che

$$\langle \psi |_{As}^{00} \pi_{(\bar{w}, z) \neq (\bar{ok}, -\frac{1}{2})}^{n:00} | \psi \rangle_{As}^{00} = 1. \quad (2.23)$$

L'equazione (2.23) implica che Caterina, usando (Q), possa affermare con certezza che $(\bar{w}, z) \neq (\bar{ok}, -\frac{1}{2})$. Alla fine anche il terzo agente è sicuro che Barbara abbia ottenuto come risultato della propria misura $z = \frac{1}{2}$ al tempo $t = 11$.

Nel momento in cui Caterina annuncia il risultato della sua misura a Daniele, che è sicuro delle conoscenze degli altri agenti, esegue un rapido calcolo osservando che il proiettore associato alla misura dell'evento $(\bar{w}, w) = (\bar{ok}, ok)$ al tempo $t = 30$ è

$$\pi_{(\bar{w}, w) = (\bar{ok}, ok)}^{n:30} = |\bar{ok}\rangle_A |\bar{ok}\rangle_C |ok\rangle_B \langle ok|_B \langle \bar{ok}|_C \langle \bar{ok}|_A \quad (2.24)$$

e che inoltre lo stato del sistema ABC allo stesso istante è rappresentato dal vettore

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{ABC}^{30} &= \sqrt{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{2} |\bar{fail}\rangle_A |\bar{fail}\rangle_C |\downarrow\rangle_B + \sqrt{\frac{1}{2}} (|\bar{fail}\rangle_A |\bar{fail}\rangle_C - |\bar{ok}\rangle_A |\bar{ok}\rangle_C) |\uparrow\rangle_B \right) \\ &= \sqrt{\frac{1}{12}} \left(\begin{aligned} &|\bar{fail}\rangle_A \left[|\bar{fail}\rangle_C |ok\rangle_B + 3 |\bar{fail}\rangle_C |fail\rangle_B \right] \\ &+ |\bar{ok}\rangle_A \left[|\bar{ok}\rangle_C |ok\rangle_B - |\bar{ok}\rangle_C |fail\rangle_B \right] \end{aligned} \right) \\ &= \sqrt{\frac{1}{24}} \left(\begin{aligned} &|testa\rangle_A \left[(3 |fail\rangle_B + |ok\rangle_B) |\bar{fail}\rangle_C + (|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\bar{ok}\rangle_C \right] \\ &+ |croce\rangle_A \left[(3 |fail\rangle_B + |ok\rangle_B) |\bar{fail}\rangle_C - (|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\bar{ok}\rangle_C \right] \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

dove abbiamo definito la base ortonormale $\{|\bar{ok}\rangle_C, |\bar{fail}\rangle_C\}$ ad indicare il risultato della misura di Caterina allo stesso modo dell'equazione 2.3.

Da tutto ciò si può dedurre chiaramente che

$$\langle \psi |_{ABC}^{30} \pi_{(\bar{w}, w) = (\bar{ok}, ok)}^{n:30} | \psi \rangle_{ABC}^{30} = \frac{1}{12}. \quad (2.26)$$

e quindi Daniele arriva a concludere che prima o poi si dovrà osservare, dopo un numero finito di rounds, il risultato $(\bar{w}, w) = (\bar{ok}, ok)$ dato che la probabilità che questo evento si verifichi è non nulla come calcolato nell'equazione (2.26).

Ulteriori informazioni si potrebbero ottenere se ogni agente cominciasse a ragionare con il punto di vista di un altro. Infatti usando (C) consideriamo gli agenti X e Y tali per cui, per una data grandezza x , Y deduce che $x = \xi$ al tempo t . Supponendo ora che i due agenti utilizzino la stessa teoria, allora X potrebbe concludere che $x = \xi$ al tempo t .

Sulla base di quanto scritto sopra riportiamo alcune delle affermazioni e conclusioni degli agenti qui sotto.

Barbara può concludere che Antonio sa che Daniele osserverà $w = fail$ al tempo $t = 31$, dunque lei stessa potrà affermare che Daniele otterrà $w = fail$ dal risultato della propria misura dal momento che gli agenti utilizzano tutti la stessa teoria per derivare le proprie conclusioni.

Similmente Caterina potrà combinare quest'ultima affermazione di Barbara con il fatto che proprio per il secondo agente $z = \frac{1}{2}$ al tempo $t = 11$, concludendo con sicurezza che Daniele osserverà $w = fail$ al tempo $t = 31$. Quindi secondo questi ragionamenti tutti gli osservatori arriverebbero alla conclusione che Daniele osserverà $w = fail$ a $t = 31$.

Infine Daniele potrà inserire quest'ultima affermazione per concludere lui stesso che osserverà $w = fail$ al tempo $t = 31$.

Tuttavia Daniele sa che la probabilità dell'evento $(\bar{w}, w) = (\bar{ok}, ok)$ è $\frac{1}{12}$ dunque non nulla e che alla fine si arriverà ad un round in cui l'esperimento sarà fermato e tuttavia poco fa egli stesso ha concluso che non osserverà mai $w = ok$.

Eccoci giunti ad una contraddizione. Grazie al risultato di questo esperimento mentale Renato Renner e Daniela Frauchiger si sentono in diritto e dovere di formulare il seguente teorema

Teorema no-go 1. *Qualunque teoria che soddisfi le assunzioni Q , C ed S genera contraddizioni una volta applicata al Gedankenexperiment visto.*

Questo teorema implica evidentemente che ognuna delle teorie prese in considerazione debba violare almeno una delle tre assunzioni, perciò ne analizziamo brevemente alcune delle possibili.

Tra le più importanti in questo campo sono quelle che violano l'assunzione Q ovvero la cosiddetta regola di Born e più in particolare la concezione di tale regola come legge universale ovvero come applicabile ad ogni sorta di sistema esistente in natura. Infatti ogni osservatore potrebbe decidere di usare la regola di Born su qualunque sistema attorno a sé indipendentemente dalle dimensioni, in particolare tra queste teorie citiamo la "Meccanica Bohmiana" che si mostra come una teoria riguardante tutto l'universo piuttosto che i singoli sistemi implicando però che gli osservatori riescano ad avere una prospettiva esterna sui sistemi osservati e quindi non creando alcun problema con l'ipotesi C . Siccome in questo tipo di teoria anche l'ipotesi S rimane valida se ne deduce che ad essere violata è proprio Q . Particolarmente care ai ricercatori dell'ETH sono le teorie che violano S ovvero le cosiddette teorie "a molti mondi" o delle "molte menti" secondo cui ogni esperimento è fonte di uno "splitting" del nostro universo in due o più rami diversi in cui si verificano altrettanti risultati dell'esperimento e che sono state analizzate in maniera più approfondita nel capitolo precedente. Benchè quest'ipotesi tra le tre risulti la più intuitiva ricordiamo che, nel caso non venisse presa in considerazione, il risultato del Gedankenexperiment sarebbe quello di fornire la prova inconfutabile della veridicità di queste ultime teorie e dell'errata formulazione attuale della Meccanica Quantistica.

Qualunque risultato simile al teorema precedente è ottenuto fissando delle assunzioni o ipotesi che devono essere soddisfatte, quindi è sempre possibile che una qualunque teoria non verifichi una o più di queste ipotesi e si può affermare che rientri in questa categoria anche il famoso teorema di Bell. A differenza di quanto visto in questo capitolo, Bell utilizza la nozione di probabilità per dimostrare il proprio teorema, qui invece non si fa mai ricorso a questo concetto se non quando si parla della "certezza" di un'affermazione da parte di un agente se e solo se la regola di Born le assegna probabilità 1. Inoltre in questo caso ogni affermazione prodotta da un agente riguardo alle sue osservazioni viene trattata come soggettiva, impedendo così l'assunzione a priori che i risultati di qualunque misura ottenuti dagli agenti abbiano simultaneamente valori definiti, al contrario di quanto accade nell'esperimento di Wigner.

2.1.3 Discussione

A differenza di altri Gedankenexperiment precedenti, come quello di Wigner, qui siamo alla presenza di diversi agenti che condividono un'informazione essendo a conoscenza del lancio della moneta, ad esempio, e derivando da questo le loro conclusioni sull'esperimento con un ragionamento che si basa sul punto di vista degli altri. Inoltre è anche possibile che l'informazione posseduta da un agente in qualche modo si trovi, dal punto di vista di un altro, in una sovrapposizione di stati classici, tuttavia in questo caso questo potenziale problema viene evitato dato che tutte le affermazioni degli agenti riguardano casi classici senza alcuna forma di overlap tra loro. In questo esperimento inoltre non viene usato alcun tipo di ragionamento controfattuale, ovvero non ci si concentra su scelte che potrebbero essere state fatte dagli agenti ma che alla fine non sono state commesse: qui infatti gli agenti non fanno alcun tipo di scelte, si limitano solamente a ragionare utilizzando tutti lo stesso tipo di teoria.

Concludendo si propone una versione alternativa dell'esperimento in cui Antonio e Barbara vengono sostituiti da dei computer programmati per eseguire i compiti assegnati precedentemente ai due agenti e produrre delle affermazioni del tipo "Daniele osserverà $w = fail$ al tempo $t = 31$ ". Bisogna dunque assicurarsi che i computer non trasmettano alcuna informazione all'esterno affinché i laboratori risultino isolati per fare in modo che questo tipo di esperimento possa essere utilizzato per verificare la validità delle affermazioni fatte in precedenza, infatti si potrebbe fermare l'esperimento subito dopo il tempo $t = 13$ e verificare insieme le affermazioni dei computer entrambi riguardanti il fatto che Daniele debba osservare $w = fail$ e confrontarle in modo da verificarne l'attendibilità.

CAPITOLO 3

Critiche e conclusioni

Il lavoro realizzato da Renner e dalla Frauchiger, così com'è stato concepito, cerca di elevare l'ormai obsoleto paradosso dell'amico di Wigner ad un diverso e più alto livello di difficoltà in cui sono presenti il doppio degli osservatori rispetto al precedente esperimento mentale e soprattutto questi ultimi non sono completamente isolati tra loro, ma riescono a far circolare delle informazioni cruciali per la riuscita dell'esperimento. Infatti non solo il modo in cui è stata inizializzata la monetina viene reso noto, ma ad esempio anche il risultato della misura di un vettore come $|\overline{ok}\rangle$ viene annunciato da Caterina a Daniele permettendo così di proseguire con la fase finale dell'esperimento. Con questa serie di migliorie apportate al lavoro del famoso Nobel ungherese, i due ricercatori dell'ETH di Zurigo hanno cercato di evidenziare una crepa nel formalismo della meccanica quantistica riportando in auge un problema che ha accompagnato questa branca della fisica sin dalla sua nascita con l'obiettivo di modificare le nostre attuali concezioni e trovare il modo di affermare il fatto che le cosiddette interpretazioni "single world" siano inconsistenti. Sulla scia del loro lavoro altri scienziati hanno usato i risultati del Gedankenexperiment nella pubblicazione di lavori, come Matthew Pusey, ricercatore dell'università di Oxford che presenta l'articolo analizzato nel capitolo precedente come di grande portata per il mondo della meccanica quantistica non relativistica. Lo scienziato inglese afferma che il Gedankenexperiment potrebbe aver fatto all'esperimento mentale di Wigner quello che il lavoro di Bell ha fatto al famoso paradosso di EPR tempo fa, ovvero come con l'articolo del fisico statunitense, anche la dimostrazione di Renner e Frauchiger si applica comunque al di là dello stato della funzione d'onda, considerando solo i risultati delle misure eseguite sui sottosistemi. Inoltre nel suo articolo "An inconsistent friend" Pusey avanza l'ipotesi che interpretazioni della meccanica quantistica come il Qbism (una corrente di pensiero che tra i vari principi su cui si fonda ha quelli

secondo cui gli strumenti di misura siano estensioni degli stessi osservatori e che l'atto di ogni misura sia solo un'esperienza soggettiva per ciascun osservatore) siano accettabili essendo capaci di non violare il Teorema no-go visto nel capitolo precedente, in quanto tutte hanno in comune il principio secondo cui il risultato di una misura sia qualcosa di soggettivo e reale solo per l'osservatore che la compie, benché vari osservatori possano concordare o no su un particolare risultato. Alla fine del suo scritto Pusey mette in evidenza tuttavia quanto sia difficile, se non impossibile provare sperimentalmente le implicazioni del teorema di Renner e Frauchiger dato che richiederebbe il completo e totale controllo sugli osservatori coscienti che conducono l'esperimento.

In realtà altri studiosi si sono messi alla ricerca di una prova che confuti il Gedankenexperiment e il teorema no-go ed è questo il caso di Richard Healey dell'Università dell'Arizona che afferma di aver trovato delle incoerenze all'interno della struttura dell'esperimento. Lo statunitense cerca di dimostrare che, affinché l'esperimento mentale possa essere eseguito, bisogna aggiungere un'ulteriore ipotesi alle tre elencate, che però creerebbe a sua volta contraddizioni e quindi andrebbe rifiutata, ma procediamo passo per passo. Healey fa una chiara analisi dell'esperimento mentale considerando, come è stato fatto nel capitolo precedente e al contrario di Renner e Frauchiger, le varie funzioni d'onda dei sottosistemi e il modo in cui esse si combinino tra loro per descrivere lo stato di un sistema più complesso, fino ad arrivare all'equazione che descrive dal punto di vista di Daniele il sistema ABC ovvero

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle_{ABC}^{30} &= \sqrt{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{2} |\overline{fail}\rangle_A |\overline{fail}\rangle_C |\downarrow\rangle_B + \sqrt{\frac{1}{2}} (|\overline{fail}\rangle_A |\overline{fail}\rangle_C - |\overline{ok}\rangle_A |\overline{ok}\rangle_C) |\uparrow\rangle_B \right) \\
 &= \sqrt{\frac{1}{12}} \left(|\overline{fail}\rangle_A \left[|\overline{fail}\rangle_C |\overline{ok}\rangle_B + 3 |\overline{fail}\rangle_C |\overline{fail}\rangle_B \right] \right. \\
 &\quad \left. + |\overline{ok}\rangle_A \left[|\overline{ok}\rangle_C |\overline{ok}\rangle_B - |\overline{ok}\rangle_C |\overline{fail}\rangle_B \right] \right) \\
 &= \sqrt{\frac{1}{24}} \left(|\overline{testa}\rangle_A \left[(3 |\overline{fail}\rangle_B + |\overline{ok}\rangle_B) |\overline{fail}\rangle_C + (|\overline{ok}\rangle_B - |\overline{fail}\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \right. \\
 &\quad \left. + |\overline{croce}\rangle_A \left[(3 |\overline{fail}\rangle_B + |\overline{ok}\rangle_B) |\overline{fail}\rangle_C - (|\overline{ok}\rangle_B - |\overline{fail}\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \right). \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

Ora Healey asserisce che un'ulteriore ipotesi sia stata sottintesa dagli autori dell'articolo ma sia necessaria tanto quanto le altre all'esperimento ed è quella che lui chiama "Intervention Insensitivity" la quale dichiara che il valore di verità di un risultato controfattuale è indipendente dal verificarsi di un esperimento, in un luogo fisicamente isolato da chi ha ottenuto tale risultato. Più chiaramente Healey chiama "risultato controfattuale" un'affermazione del tipo

$$O_{t_1} \square \longrightarrow O_{t_2} \tag{3.2}$$

con $t_1 < t_2$ e in cui O_t è un'affermazione fatta al tempo t riguardo al risultato di un esperimento quantistico e $A \square \longrightarrow B$ indica una frase del tipo " se A

allora B". Nel Gedankenexperiment la contraddizione viene a sussistere nel momento in cui Daniele ottiene *ok* come risultato della sua misura, allora deve automaticamente affermare che in precedenza Antonio aveva ottenuto *testa* dal lancio della monetina, dato che in caso contrario, l'unico risultato possibile per lui avrebbe dovuto essere *fail*. Il problema che risulta con l'affermazione di Daniele qui è, secondo Healey, legato all'esperimento eseguito da Caterina e dal fatto che sia correlato alla misura di Daniele e quindi che Intervention insensitivity si scontri con le altre tre ipotesi. Lo statunitense sostiene che nel caso analizzato in precedenza l'unica cosa che Daniele potrebbe effettivamente affermare in accordo col teorema di Bayes è che la probabilità che Antonio avesse ottenuto *croce* è $\frac{1}{6}$ esattamente uguale alla probabilità di ottenere *testa* come si evince dall'equazione 3.1. Ragionando in questo modo si potrebbe di fatto arrivare a eliminare una contraddizione che sarebbe nata essenzialmente da un'ipotesi ingiustificata fatta dall'ultimo agente. Healey prende in considerazione il caso in cui Caterina non effettui alcuna misura sul laboratorio cercando di capire come dovrebbe agire in questo caso Daniele essendo consapevole della situazione. La differenza in questo caso sta nel fatto che ora la funzione d'onda del sistema AB agli occhi di Daniele appare

$$|\psi\rangle_{AB} = \sqrt{\frac{1}{3}} \left(|testa\rangle_A \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_B + \sqrt{2} |croce\rangle_A |fail\rangle_B \right). \quad (3.3)$$

Se ora Daniele osservasse *ok* come risultato della sua misura, questo lo porterebbe ovviamente a concludere con certezza che il risultato del lancio della moneta fosse *testa*. Infatti nell'istante in cui Daniele viene informato sul fatto che Caterina non ha eseguito alcun esperimento, non potrebbe applicare nessuno dei ragionamenti fatti in precedenza seguendo il punto di vista degli altri agenti e questo lo porterebbe a decretare a ragion veduta che il risultato del lancio fosse stato *testa*. Tutto ciò rende almeno l'idea di come l'esperimento eseguito da Caterina possa avere un'influenza sulle affermazioni di Daniele benché quest'ultimo sia fisicamente isolato dall'altro agente. Avendo esaminato questi due casi Healey riesce a sottolineare come nello scrivere il loro articolo Renner e la Frauchiger si siano affidati all'ipotesi di "Intervention insensitivity" affinché il loro esperimento mentale fosse realizzabile, senza però effettivamente citarla. L'unica falla nel ragionamento di Healey sembra essere legata all'argomento della non località ovvero come possa fisicamente un evento che si verifichi in un punto A dello spazio influenzare istantaneamente un altro che avvenga in un punto B di fatto irraggiungibile dall'informazione. L'autore di questo elaborato propone una strada alternativa che permetterebbe di risolvere la contraddizione venutasi a creare nel corso dell'esperimento utilizzando uno dei postulati su cui si fonda la meccanica quantistica. Tenendo ben presente che qualunque osservatore il quale arrivi alla conclusione che la monetina abbia dato *croce* come risultato del lancio è anche perfettamente cosciente che Daniele dovrà assolutamente ottenere *fail*, possiamo comunque osservare che l'esperimento procede senza intoppi fino all'istante precedente la

misura da parte di Caterina sul sistema A . Arrivati a questo punto sappiamo già che Daniele avrà identificato la funzione d'onda del sistema ABC tramite la formula già vista in precedenza

$$|\psi\rangle_{ABC}^{20} = \sqrt{\frac{1}{24}} \left(\begin{array}{l} |testa\rangle_A \left[(3|fail\rangle_B + |ok\rangle_B) |\overline{fail}\rangle_C + (|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \\ + |croce\rangle_A \left[(3|fail\rangle_B + |ok\rangle_B) |\overline{fail}\rangle_C - (|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \end{array} \right). \quad (3.4)$$

Da questa espressione si arriva si arriva facilmente alla conclusione che la probabilità che Daniele ottenga ok è $\frac{1}{12}$ e quindi l'esperimento dovrebbe avere una sua conclusione, cosa che però si rivela impossibile come abbiamo avuto già modo di vedere nel capitolo precedente. Quello che non è stato considerato nella costruzione di questo esperimento mentale, perlomeno agli occhi dell'autore stesso, è il postulato fondamentale della riduzione del pacchetto d'onda per cui dopo una misura la funzione d'onda del sistema è radicalmente diversa da quella iniziale, infatti come ricordato nel capitolo 1 di questo elaborato, nel momento in cui venga effettuata una misura relativa ad un'osservabile su un sistema fisico, la funzione d'onda di quest'ultimo collassa sull'autostato relativo all'autovalore ottenuto. Secondo quest'ultima conoscenza ci si può chiedere quindi come avrebbe dovuto ragionare Daniele dopo l'annuncio da parte di Caterina relativo al risultato della misura su A e possiamo già dire che il punto chiave di questa trattazione risiede nel considerare l'informazione che Caterina passa a Daniele come un proiettore che è in grado di modificare la funzione d'onda del sistema dal punto di vista di Daniele e di eliminare la contraddizione. Il quarto osservatore, considerando il membro di destra della (3.4), avrebbe dovuto applicare la riduzione una volta venuto a conoscenza del risultato della misura di Caterina ottenendo una funzione d'onda del tipo

$$|\psi\rangle_{ABC}^{30} \approx \left(\begin{array}{l} |testa\rangle_A \left[(|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \\ + |croce\rangle_A \left[-(|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right] \end{array} \right) \quad (3.5)$$

che è stata appunto ottenuta dalla precedente attraverso il collasso sull'autostato $|\overline{ok}\rangle_C$ dovuto alla misura dell'istante $t = 21$.

Giunto fino a questo punto Daniele osserva il vettore di stato del sistema e si accorge che il risultato $\overline{ok}$ ottenuto da Caterina sarebbe stato possibile solo se la particella avesse occupato l'autostato relativo allo spin $|\uparrow\rangle_s$ e da questo deduce che il risultato della misura eseguita da Antonio sulla monetina ovvero del suo lancio doveva essere *croce* (con probabilità 1). Ancora una volta Daniele deve applicare il postulato di riduzione ed eliminare la parte della funzione d'onda proporzionale al ket $|testa\rangle_A$:

$$\psi_{ABC}^{30} \approx |croce\rangle_A \left[-(|ok\rangle_B - |fail\rangle_B) |\overline{ok}\rangle_C \right]. \quad (3.6)$$

Un'ultima analisi alla procedura eseguita da Antonio fa tornare in mente a Daniele che il primo agente avrebbe dovuto preparare la particella nello stato

$$|\rightarrow\rangle_s = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle) \quad (3.7)$$

qualora avesse ottenuto *croce*. Agli occhi di Daniele è evidente che questo stato sia ortogonale al vettore

$$|ok\rangle_B = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\downarrow\rangle_B - |\uparrow\rangle_B) \quad (3.8)$$

per cui riesce a concludere che all'istante $t = 30$, subito prima della sua misura, lo stato del sistema ABC è descritto dal vettore

$$\psi_{ABC}^{30} = |croce\rangle_A |fail\rangle_B |\overline{ok}\rangle_C. \quad (3.9)$$

Utilizzando questo ragionamento Daniele riesce a capire che la funzione d'onda di ABC è completamente diversa da (3.4) e che ora la probabilità di ottenere $w = ok$ è 0 e non $\frac{1}{12}$, quindi l'esperimento dovrà continuare senza poter essere mai fermato, ma questa volta senza che si crei alcuna contraddizione nella mente del nostro osservatore.

Con queste osservazioni si può dimostrare che l'esperimento ideato da Renner e Frauchiger presenta solo una contraddizione apparente dovuta alla mancata considerazione del postulato della riduzione del pacchetto e che, come accaduto con l'amico di Wigner, il problema può essere risolto senza ricorrere a metodi drastici che includono la modifica delle attuali concezioni da noi possedute riguardo alla Meccanica Quantistica. Una piccola precisazione è d'obbligo in questo caso, vale a dire che affinché questa teoria possa funzionare si deve richiedere ovviamente che nel momento in cui Daniele venga a conoscenza che $\bar{w} = \overline{ok}$ possa effettivamente operare la riduzione, benché la misura relativa al vettore $\overline{ok}$ non sia stata effettuata da lui. In questo senso bisogna considerare l'informazione data da Caterina a Daniele come un proiettore agente su 3.4 e, benché tutto ciò rappresenti qualcosa di ancora non ben definito all'interno della Meccanica Quantistica, bisogna augurarsi che in futuro si riesca a far luce anche su questo argomento percorrendo la strada che porta alla risoluzione definitiva del problema della misura.

Bibliografia

- [1] Wigner, E.P. "Remarks on the mind-body question", in *Symmetries and Reflections*, pp. 171-184. (Indiana University Press, 1967)
- [2] Griffiths, R.B. *Consistent quantum theory* (Cambridge University Press, 2002)
- [3] Everett, H. "Relative state" formulation of quantum mechanics. *Rev.Mod.Phys.* 29, 463 (1957)
- [4] Ghirardi G.C. "I fondamenti concettuali e le implicazioni epistemologiche della meccanica quantistica", in *Filosofia della fisica*. (Edizioni scolastiche Bruno Mondadori, 1997)
- [5] Healey, R. "Quantum theory and the limits of objectivity". arXiv:1807.00421 (2018)
- [6] Bell, J.S. "On Einstein Podolsky Rosen paradox". *Physics* 1 (1964)
- [7] Von Neumann, J. "Mathematical foundations of quantum mechanics". (Princeton University Press, 1955)
- [8] Pusey, M.F. "An inconsistent friend". News and Views, *Nat. Phys.* 14, 977 (2018)
- [9] Renner, R. and Frauchiger, D. "Quantum theory cannot consistently describe the use of itself" *Nat.Comm.* (2018)