

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"

CORSO DI LAUREA IN ASTRONOMIA

EVIDENZE DELLA MATERIA OSCURA IN COSMOLOGIA

Relatore:

Prof. Bartolo Nicola

Candidato:

Pozzobon Alex

Anno Accademico 2021/2022

Abstract

La tesi passerà in rassegna alcune delle principali evidenze della presenza della materia oscura nell'Universo su grande scala, e discuterà alcuni recenti avanzamenti e proposte riguardo ai possibili componenti della materia oscura come ad esempio i buchi neri primordiali e la materia oscura ultra-leggera (la cosiddetta Fuzzy Dark Matter).

Contenuti

0	Introduzione	1
1	Il modello ΛCDM	3
1.1	Introduzione	3
1.2	Modelli evolutivi e parametri cosmologici	3
1.2.1	Equazione di Friedmann	3
1.3	Evoluzione termica	5
1.3.1	Equazione del parametro di Hubble (H)	5
1.3.2	Nucleo-sintesi primordiale	6
1.3.3	CMB	8
1.4	Supernovae Ia	8
1.5	Componenti dell'universo	9
2	Prove dell'esistenza della materia oscura	11
2.1	Introduzione	11
2.2	Rotazione delle galassie a spirale	11
2.3	Ammassi di galassie	13
2.3.1	Massa totale	13
2.3.2	Rapporto barionico dai raggi-X	14
2.3.3	Distribuzione di massa dalle lenti gravitazionali	15
2.4	Anisotropie della CMB	16
2.5	Oscillazioni Barioniche Acustiche	17
2.6	Teorie alternative	19
3	Proprietà, natura e vincoli della materia oscura	21
3.1	Introduzione	21
3.2	Le sfide del modello Λ CDM su piccola scala	21
3.3	Materia oscura tiepida (Warm dark matter)	22
3.4	Materia oscura auto-interagente (Self-Interacting dark matter)	22
3.5	Fuzzy Cold Dark Matter	23
3.6	Materia oscura non-particellare: buchi neri primordiali	25

Capitolo 0

Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è quello di dare uno sguardo d'insieme sul campo della materia oscura dal punto di vista cosmologico. Sembra perciò necessario dare prima una breve introduzione alla cosmologia nel primo capitolo dove verranno presentate le equazioni fondamentali che permettono di parametrizzare l'evoluzione dell'Universo. Verrà mostrato come, grazie alle osservazioni, si può definire anche con estrema precisione la composizione dell'Universo attuale, la sua geometria e la sua evoluzione termica. Non a caso si parla di Cosmologia di precisione (anzi ormai dovremmo parlare di Cosmologia e accuratezza delle misure).

Nel secondo capitolo, dopo aver mostrato nel primo che la natura della maggior parte dell'universo non è ancora ben conosciuta dalla fisica moderna (il cosiddetto Universo oscuro), verranno esposte le prove che hanno portato a supporre l'esistenza di una di queste componenti non ben note: la materia oscura. Si assumerà che questa sia composta da materia non-barionica caratterizzata da velocità trascurabili. Si può mostrare come le evidenze dell'esistenza di questa componente non si manifestano solo a livello galattico ma anche su scale cosmologiche. Verranno menzionate brevemente anche delle teorie alternative che evitano di dover supporre l'esistenza della materia oscura.

Infine, nel capitolo conclusivo, verranno analizzati alcuni modelli teorici di materia oscura con particolare occhio di riguardo a quella che viene chiamata Fuzzy Cold Dark Matter. Verrà infine approfondita l'ipotesi secondo cui la materia oscura consiste in buchi neri primordiali generatisi nei primi istanti di vita dell'Universo e che quindi non richieda l'esistenza di particelle esotiche.

Capitolo 1

Il modello Λ CDM

1.1 Introduzione

L'obiettivo di questa sezione è quello di gettare le basi cosmologiche per permettere di capire perché è stata considerata la materia oscura. Verranno prima presentate le equazioni fondamentali e i concetti chiave per costruire un modello teorico di universo¹ a partire da dei parametri fisici la cui combinazione suggerisce un percorso evolutivo diverso per ciascun modello. Questi parametri verranno poi vincolati dalle osservazioni per indagare quale di questi modelli sia quello che ricalca meglio la storia cosmologica del nostro universo, permettendo così di andare a ritroso fino ai primi istanti di vita dell'Universo. Questo modello è detto "Modello Cosmologico Standard" e viene indicato con Λ CDM. Nella seconda parte di questo capitolo verrà esposta la storia termica/energetica dell'universo nelle varie epoche. Tutta questa introduzione è necessaria per poter comprendere per quale motivo la ricerca di questa componente oscura sia importante in cosmologia e giochi un ruolo fondamentale nella fisica moderna.

1.2 Modelli evolutivi e parametri cosmologici

Edwin Hubble già verso la fine degli anni 20' dello scorso secolo, tramite misure di redshift su galassie di distanza nota, aveva notato che l'universo si sta espandendo. Questa osservazione è il punto di partenza della cosmologia che punta a studiare tale moto di espansione e indagare sul passato e sul futuro dell'Universo.

Il principio fondamentale su cui si basa tutta la cosmologia è il principio cosmologico che afferma che l'Universo è omogeneo e isotropo. Questo postulato è un'estensione del principio copernicano secondo cui non c'è motivo di pensare che l'uomo occupi una posizione privilegiata nell'Universo. Il principio cosmologico, unito alla teoria di gravità migliore che abbiamo, quella einsteiniana, forniscono un potente strumento per creare modelli matematici evolutivi di universi.

1.2.1 Equazione di Friedmann

Innanzitutto non possiamo assumere a priori che l'Universo in cui viviamo sia piatto, ovvero un universo in cui la geometria è di tipo euclideo, ma possiamo parametrizzare la sua forma attraverso un parametro di curvatura che viene indicato generalmente con k . k fornisce una informazione geometrica della struttura dell'universo. La relatività inoltre afferma che le nozioni di spazio e tempo sono intrinsecamente legate ed inseparabili e perciò dobbiamo supporre che per "Universo in espansione" intendiamo uno "spaziotempo in espansione". Lo spaziotempo viene pensato come un fluido che viene stirato nel vuoto il cui effetto di espansione è quello di allontanare la distanza fisica tra due punti giacenti su di esso. Possiamo definire in modo parallelo anche una distanza detta "comovente", ovvero quella distanza che è propria dello spaziotempo e quindi non varia con l'espansione. Possiamo legare

¹Si utilizzerà la lettera minuscola per "universo" quando ci si riferirà a un modello matematico mentre quella maiuscola quando l'universo in questione è quello fisico

la distanza comovente con la distanza fisica tramite una fattore di scala $\mathbf{a}(\mathbf{t})$.

Il parametro di Hubble fornisce una misura del tasso di espansione al tempo generico t ed è perciò naturalmente legato alla derivata temporale prima del fattore di scala:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (1.1)$$

Si può definire inoltre un altro parametro legato alla densità di una componente cosmica²: il parametro di densità $\Omega(t)$:

$$\Omega(t) = \frac{8\pi G}{3H^2(t)}\rho(t) \quad (1.2)$$

Questi parametri possono essere espressi in termini di tempo cosmico attuale (che si indica con $t=t_0$). Quindi, ad esempio, al posto che scrivere $H(t_0)$ e $\Omega(t_0)$ si abbrevia con H_0 e Ω_0 mentre, per un tempo generico, si preferisce omettere la funzione temporale scrivendo semplicemente H e Ω . Il valore di H_0 è stimato essere $H_0=100h$ Km/s/Mpc con h costante adimensionale che parametrizza l'incertezza.

L'equazione chiave della dinamica dei modelli cosmologici è l'equazione di Friedmann³ che lega il tasso di espansione (rappresentato da H), la geometria dello spaziotempo (k) e la densità di materia-energia dello spaziotempo (ρ e Λ):

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.3)$$

dove

$$\Lambda = 8\pi G\rho_\Lambda = 3H^2\Omega_\Lambda \quad (1.4)$$

Λ è detta costante cosmologica ed è stata introdotta per parametrizzare il caso in cui l'espansione, al posto che rallentare, acceleri. La natura fisica di questa costante (che genere di fenomeno possa spingere l'universo ad accelerare l'espansione) invece esula dagli obiettivi di questa tesi e perciò non indagheremo oltre. E' da notare invece che, dal punto di vista fisico, la Friedmann corrisponde a una equazione del bilancio energetico, dove il contributo cinetico dell'espansione è a sinistra mentre il potenziale di autogravità (che spinge a rallentare l'espansione) e il termine con la Λ sono a destra dell'uguaglianza. Definita la densità critica, al variare del tempo, come:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (1.5)$$

Si può riscrivere quindi Ω in un generico tempo t come rapporto tra la densità effettiva e la densità critica:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (1.6)$$

In particolare, dalla Friedmann, possiamo scrivere il parametro di curvatura k come combinazione dei parametri di densità Ω_m e Ω_Λ tramite H . Ne risulta, che per un universo piatto ($k=0$), la somma tra i due omega deve essere unitaria:

$$k = H^2 a^2 [\Omega_m + \Omega_\Lambda - 1] = -H^2 a^2 \Omega_k \implies k = 0 \implies \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 \quad (1.7)$$

Dove abbiamo definito il parametro di densità di curvatura Ω_k .

Al variare dei parametri otteniamo universi diversi.

La metrica di un universo omogeneo, isotropo, geometricamente curvo e in espansione è fornita dalla metrica di Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\phi^2) \right] \quad (1.8)$$

²dove ρ è riferita alla densità di energia di quella componente. Per esempio il parametro di densità di materia gravitante Ω_m è riferito alla densità di materia ρ_m mentre il parametro di densità di energia del vuoto Ω_Λ è riferito alla densità di massa equivalente del vuoto ρ_Λ .

³E' stato posto $c=1$

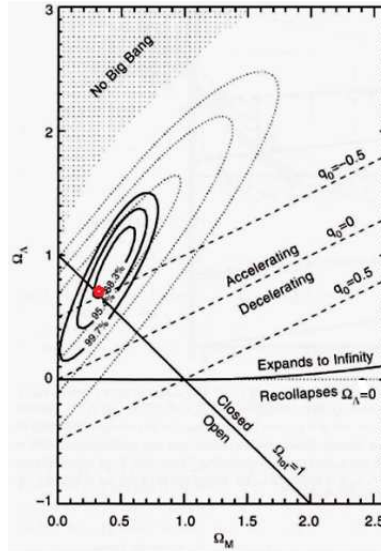


Figura 1.1:

Schema esplicativo delle varie soluzioni al variare dei parametri Ω_m e Ω_Λ . q_0 è il parametro di decelerazione ed è indice di quanto l'espansione sta accelerando o rallentando e perciò la sua definizione sarà legata alla derivata seconda del fattore di scala a . Le curve ellissoidali sono delle curve probabilistiche che indicano quanto è probabile che il nostro Universo si trovi entro quella regione del grafico. Attualmente, come verrà mostrato, le migliori stime suggeriscono un universo piatto in espansione accelerata. Immagine tratta dal lavoro di Riess [34].

Quindi per un universo piatto prende la forma:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (1.9)$$

I fotoni si muovono lungo geodetiche con $ds^2=0$.

A causa dell'espansione, si ha un redshift che ha una natura diversa dallo shift doppler, dovuto al moto proprio delle galassie (che può anche essere di avvicinamento: "blueshift"). Questo fenomeno è detto redshift cosmologico e diventa sempre più importante mano a mano che si osservano oggetti sempre più distanti (spaziotemporalmente). Il redshift cosmologico perciò costituisce un potente strumento per misurare le distanze in cosmologia:

$$a = \frac{1}{1+z} \quad (1.10)$$

1.3 Evoluzione termica

Verrà ora esposta la storia termica dell'Universo a partire dai primi istanti dopo il Big Bang fino alle epoche successive. Si tratterà prima uno schema evolutivo generico in base a quale componente cosmica prevale sulle altre per poi affrontare in maniera più approfondita due fasi rilevanti per lo studio della materia oscura.

1.3.1 Equazione del parametro di Hubble (H)

L'equazione dei fluidi è un'equazione differenziale che permette di descrivere come la densità di una componente cosmologica varia con il tempo a causa dell'espansione:

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (1.11)$$

dove vale l'equazione di stato per fluidi perfetti:

$$p = \omega\rho \quad (1.12)$$

Qui p è la pressione ed è legata alla densità tramite una costante adimensionale ω , che dipende dalle caratteristiche del fluido. Particelle relativistiche come per esempio la radiazione (fotoni) hanno

$\omega = 1/3$ mentre, le non relativistiche quali la materia barionica, leptonica e la materia oscura non relativistica (fredda) hanno $\omega = 0$. Esistono anche componenti che hanno coefficienti negativi come per esempio l'energia oscura, il cui effetto è quello di accelerare l'espansione dunque $\omega < -1/3$. Supposto che per un certo periodo l'universo sia dominato da una singola componente, verrà mostrato come varia la densità con il raggio di scala. L'equazione (1.12), tenendo conto della (1.1) diventa:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \rho (1 + \omega) &= 0 \\ \frac{1}{\rho} d\rho &= -3(1 + \omega) H dt \\ \ln(\rho) &= -3(1 + \omega) \int \frac{1}{a} da = \ln a^{-3(1+\omega)} + C \\ \rho &= K a^{-3(1+\omega)} \propto a^{-3(1+\omega)} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Con C (e K) costante d'integrazione ($K = e^C$). Inserendo questo risultato nella Friedmann (1.3), assumendo un universo piatto e trascurando (per ora) il termine con la costante cosmologica si ottiene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 &= \frac{8\pi G K}{3} a^{-3(1+\omega)} \\ a^{-\frac{3}{2}(1+\omega)-1} da &= \sqrt{\frac{8\pi G K}{3}} dt \\ a(t)^{\frac{3}{2}(1+\omega)} \propto t &\implies a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+\omega)}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Quindi, per un universo dominato dalla materia $\omega_m = 0$, si ha $\rho_m \propto a^{-3}$ e di conseguenza $a(t) \propto t^{\frac{2}{3}}$; per un universo dominato dalla radiazione $\omega_\gamma = 1/3$ e $\rho_\gamma \propto a^{-4}$ e quindi $a(t) \propto t^{\frac{1}{2}}$. Infine, se dovesse prendere il sopravvento il termine di espansione accelerata Λ , l'equazione di Friedmann viene integrata trascurando il termine di autogravità trovando così che $a(t) \propto e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t}$.

L'epoca in cui la densità di materia eguaglia la densità di energia è detta epoca dell'equivalenza e si pone a 0.05Myr dal Big Bang. Prima di questa era, l'universo era dominato energeticamente dalla radiazione e il raggio di scala evolveva come $\rho_\gamma \propto a^{-4}$. In seguito, tra i 0.05Myr e i 10Gyr, è stata la materia a dominare l'espansione secondo $a(t) \propto t^{\frac{2}{3}}$. Attualmente invece l'universo segue un'espansione esponenziale alimentata dal fattore di energia oscura Λ . Viene presentata ora, a livello esplicativo, l'equazione che lega il parametro H (quindi il rate di espansione) con i parametri di densità delle varie componenti:

$$H^2 = H_0^2 \sqrt{[\Omega_{\gamma,0}(1+z)^4 + \Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{k,0}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda,0}]} \quad (1.15)$$

I termini sono stati presentati in modo ordinato in base a quanto questi decrescono rapidamente con l'espansione. Dal momento che le osservazioni suggeriscono una geometria piatta, la densità di curvatura tende a zero e perciò non domina mai.

1.3.2 Nucleo-sintesi primordiale

Il processo di creazione dei nuclei degli elementi leggeri è datato tra qualche secondo ai primi minuti dopo il Big Bang ed è chiamato nucleo-sintesi primordiale.

Immediatamente dopo il Big Bang, le temperature erano estremamente elevate e le interazioni tra fotoni e particelle (e tra fotoni stessi) generavano continuamente coppie di particelle-antiparticelle che, annichilendosi a vicenda, mantenevano l'universo primordiale in equilibrio termodinamico. Quando però la temperatura iniziò a calare, mano a mano sempre più particelle si disaccoppiarono dal fluido cosmico. In questa fase (detta era adronica) i quark vengono confinati negli adroni (neutroni, protoni). L'equilibrio tra queste due particelle viene garantito tramite le interazioni deboli:



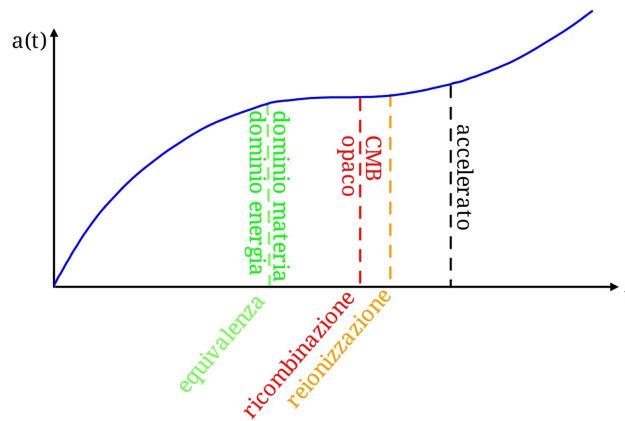


Figura 1.2:
Schema riassuntivo dell'evoluzione dinamica e termodinamica dell'Universo.

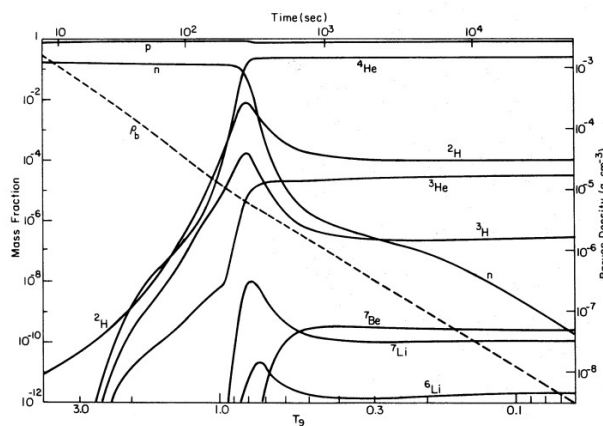


Figura 1.3:

Processo di nucleosintesi. L'asse orizzontale mostra sotto la temperatura in miliardi di gradi e sopra il tempo in secondi dopo il Big Bang. L'asse verticale invece rappresenta a sinistra la frazione in massa e a destra la densità di ciascun elemento durante il processo di nucleosintesi. Immagine tratta dal lavoro di Wagoner, Fowler e Hoyle.

Tuttavia, a causa della differenza di massa tra neutroni e protoni, al diminuire della temperatura, l'equilibrio si sposta a favore dei protoni, come mostra la statistica di Boltzmann:

$$\frac{N_n}{N_p} = e^{-\frac{\Delta m}{k_b T}} \quad (1.17)$$

Tra l'1 e i 4 secondi dal Big Bang si raggiunge il periodo in cui i neutrini si annichiliscono con gli anti-neutrini e gli elettroni con gli anti-elettroni, perciò, vengono a mancare le particelle che rendono possibili i primi due processi (1.16). Il rapporto adronico dunque tende a stabilizzarsi e, al momento del disaccoppiamento dei neutrini, misura circa 5 protoni per ogni neutrone. Il processo di decadimento β dei neutroni rischia di esaurirli nel giro di una quindicina di minuti. Fortunatamente, dopo 3 minuti dall'inizio dell'espansione, la temperatura raggiunge valori adatti all'avvio del bruciamento nucleare che porta a fondere protoni e neutroni in un unico nucleo atomico. La maggior parte dei neutroni vengono confinati nei nuclei dell'elio. La teoria della nucleosintesi primordiale è stata elaborata da Wagoner, Fowler e Hoyle nel 1967 [45] ed è stata studiata dettagliatamente anche in seguito con numerosi elaborati numerici.

Questi forniscono una precisa stima dell'elio prodotto nei primi 15 minuti di espansione, ponendo la frazione di massa $X_{He} = Y = 0.24$ che corrisponde al 6% dei nuclei totali. La nucleosintesi non ha solo prodotto elio ma anche altri elementi leggeri⁴ come il deuterio, l'elio-3 e il Litio-7 ma le loro quantità

⁴il nucleo di un atomo di idrogeno è composto solamente da un protone e quindi non necessita processi di fusione nucleare per essere creato.

sono relativamente piccole (tra il 10^{-4} e i 10^{-10}). L'abbondanza di deuterio e litio dipende dalla densità del plasma primordiale in quanto zone più dense favoriscono la fusione. La misura di questa densità in coordinate comoventi resta costante nel tempo e, attraverso delle stime sull'abbondanza di questi elementi in siti astronomici incontaminati (da reazioni nucleari stellari), forniscono la densità barionica: $0.021 \leq \Omega_b h^2 \leq 0.024$. Vedremo nella sezione 2.4 che misure sulla CMB forniscono stime più accurate.

1.3.3 CMB

Alle epoche viste fin'ora, l'Universo primordiale è molto denso ed elettricamente carico e perciò il cammino libero medio dei fotoni è molto piccolo. Questi interagiscono spesso con gli elementi del fluido primordiale e non riescono a sfuggire liberamente. L'Universo primordiale dunque appare opaco. Quando la temperatura scende sotto i circa 3000 K, gli elettroni cominciano a venire catturati dai nuclei atomici e si verifica un repentino cambiamento di fase del fluido cosmico causato dal passaggio dalla fase ionizzata a una neutra. Tale drastica trasformazione prende il nome di *Ricombinazione*. I fotoni sono liberi di sfuggire da questa nube di gas primordiale dando luogo alla cosiddetta *superficie di ultimo scattering*. Si potrebbe supporre che questa superficie, nota come CMB (Cosmic Microwave Background), si trovi a una temperatura tale che il picco della distribuzione energetica dei fotoni sia pari all'energia di ionizzazione dell'idrogeno (13.6eV) ma, in realtà, dato che il numero di fotoni è molto più grande del numero di barioni, la ricombinazione avviene a energie inferiori. Prima della ricombinazione le interazioni erano molto frequenti e perciò la distribuzione di energia dei fotoni provenienti dalla CMB si presenta come una curva di corpo nero estremamente perfetta. Una cosa interessante è che, per un effetto di redshift, la forma della planckiana si conserva in tutte le epoche cosmiche ma variando la temperatura del picco. All'epoca attuale la si osserva a $T_0 = 2.72548 \pm 0.00057K$ [14]. La CMB ha un ruolo centrale nella cosmologia moderna, in quanto è uno dei pochi strumenti che abbiamo per indagare le condizioni dell'Universo primordiale. La sua immagine è stata ottenuta prima con il satellite COBE e poi con WMAP e le sue caratteristiche sono estremamente interessanti anche per lo studio della materia oscura come verrà approfondito nella sezione 2.4.

1.4 Supernovae Ia

Le supernovae di tipo Ia sono esplosioni dovute all'interazione di una nana bianca con una compagna. Esse si generano dunque da sistemi binari, composti da una stella in sequenza principale (ovvero una stella in equilibrio completo grazie alla fusione nucleare dell'idrogeno in elio) e una nana bianca (ovvero la fase finale di una stella la cui massa era inferiore alle $8M_\odot$). La nana bianca, ruotando attorno al centro di massa comune, accresce la propria massa dalla compagna arricchendosi di materiale nucleare grezzo. Quando però la massa della stella supera la Massa di Chandrasekhar ($\simeq 1.44M_\odot$) perde l'equilibrio idrostatico e si innescano bruciamenti incontrollati che causano un runaway nucleare. L'esplosione rimuove tutti gli strati della stella senza lasciare alcun residuo. La cosa interessante, per quanto riguarda l'astrofisica e la cosmologia, è la curva di luce dell'esplosione: siccome la massa a cui esplodono le nane bianche è la stessa, generano anche la stessa quantità di energia e perciò costituiscono eccellenti candele campione per la determinazione della distanza. In realtà, per le supernovae di distanza nota, tramite altri indicatori, si è potuto osservare che questa cosa non è generalmente vera ma piuttosto esiste una correlazione tra durata del fenomeno e luminosità al picco. E' perciò possibile correggere, sulla base della forma, i flussi di ciascun oggetto, riportandoli a una curva-tipo caratterizzata da un ben determinato valore della luminosità al massimo. Nota questa, è possibile ricavare la distanza di luminosità, ovvero la distanza cosmologica ottenuta invertendo la formula di luminosità a partire dal flusso, posto che questa sia valida:

$$S = \frac{L}{4\pi d_L^2} = \frac{L}{4\pi r^2 (1+z)^2} \implies d_L = \left(\frac{L}{4\pi S} \right)^{1/2} = r(1+z) \quad (1.18)$$

Il termine $(1+z)^2$ serve per tenere conto del fatto che ogni fotone perde energia a causa del redshift e che il ritmo di arrivo, rispetto a quello di emissione, è calato di un ulteriore fattore $(1+z)$. Il termine

r invece è la distanza propria (fisica) tra la sorgente e l'osservatore e dipende quindi dalla geometria dello spaziotempo e di conseguenza dai parametri cosmologici.

Dunque, se è nota la distanza di luminosità di una supernova e il suo redshift (ricavabile dallo spettro), è possibile vincolare i parametri cosmologici e anche il modello di evoluzione. Uno dei più recenti lavori di questo tipo è quello condotto da Riess nel 2004 [34], il quale ha analizzato 186 supernovae, mostrando come i dati erano consistenti con un universo piatto con $\Omega_m = 0.29 \pm_{0.03}^{0.05}$ ($\Omega_\Lambda = 0.71$) e, se combinati con vincoli esterni sulla piatezza (CMB e strutture su larga scala), si trova $\omega_\Lambda = -1.02 \pm_{0.19}^{0.13}$ costante nel tempo ($d\omega_\Lambda/dz = 0$). Questo studio conferma inoltre che l'Universo è passato attraverso una fase di decelerazione prima della attuale accelerazione.

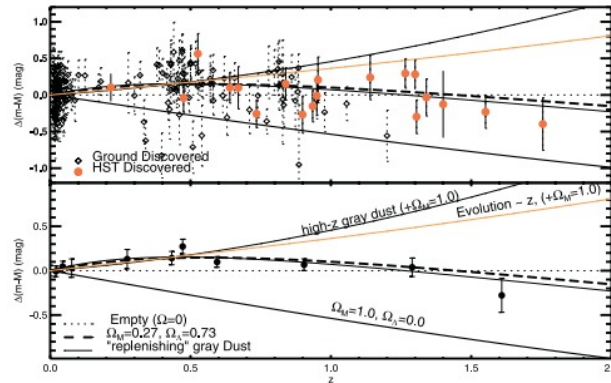


Figura 1.4:

Diagrammi di Hubble. Le varie curve mostrano come dovrebbero disporsi le supernovae se i parametri cosmologici prendessero i valori scritti nel secondo grafico. In particolare le magnitudini sono normalizzate a quelle predette da un universo di Milne che, peraltro è l'universo che assume il minimo contenuto di materia gravitante ($\rho = 0$) e perciò i dati, in particolare quelli delle SNe a $z < 1.3$, indicano chiaramente la presenza della costante cosmologica. Figura tratta da Riess [34].

1.5 Componenti dell'universo

Riassumiamo ora brevemente quanto previsto dal modello Λ CDM:

- alcuni attimi dopo il Big Bang vengono a crearsi gli atomi più leggeri nel processo della **nucleosintesi**;
- attorno ai 0.05Myr la densità di materia-energia **equivale** quella di radiazione per poi superarla, si ha un cambio di fase del ritmo di espansione;
- a 0.3Myr gli elettroni liberi si **ricombinano** e la luce riesce a sfuggire dal plasma primordiale;
- $\simeq 0.05$ Gyr si accendono le stelle più antiche che si addensano nelle galassie **formando così le prime strutture**;
- dopo 10Gyr la densità di materia-energia equivale quella del vuoto e l'universo entra nella fase di **dominio della Λ** .

Il modello Λ CDM prevede perciò, con i parametri che prendono i valori visti nella sezione 1.4, un Universo piatto in espansione accelerata con età di 13.7Gyr dominato energeticamente dall'energia oscura, che compone il 72%. Il 4.6% costituisce la materia barionica, di cui solo una minima parte è materia stellare mentre il resto sono i cosiddetti barioni nascosti. Il restante 23% è quello che siamo interessati a studiare nei prossimi capitoli: la materia oscura. Il modello accettato oggi come modello standard per la materia oscura prevede che questa sia:

- **non-barionica**: non è composta da protoni e neutroni (ed elettroni anche se propriamente sono leptoni);
- **fredda**: nel senso che è caratterizzata da velocità non-relativistiche già al tempo dell'equivalenza;
- **non-collisionale**: essa interagisce solo con se stessa e, con le altre particelle, solo gravitazionalmente (forse anche tramite forza debole ma sicuramente non elettromagneticamente);

- **stabile:** i suoi effetti sono stati osservati già al tempo della ricombinazione come mostrato nella CMB (verrà esposto nella sezione 2.4) ed è presente ancora tutt'oggi, perciò deve essere stabile o quantomeno avere una vita lunga;
- **non-dissipativa:** non può essere raffreddata tramite la radiazione elettromagnetica.

Questo modello è sicuramente il migliore che abbiamo per descrivere il comportamento su grande scala della materia oscura [36], tuttavia presenta delle incongruenze con le osservazioni a livello sub-galattico che verranno affrontate nella sezione 3.2.

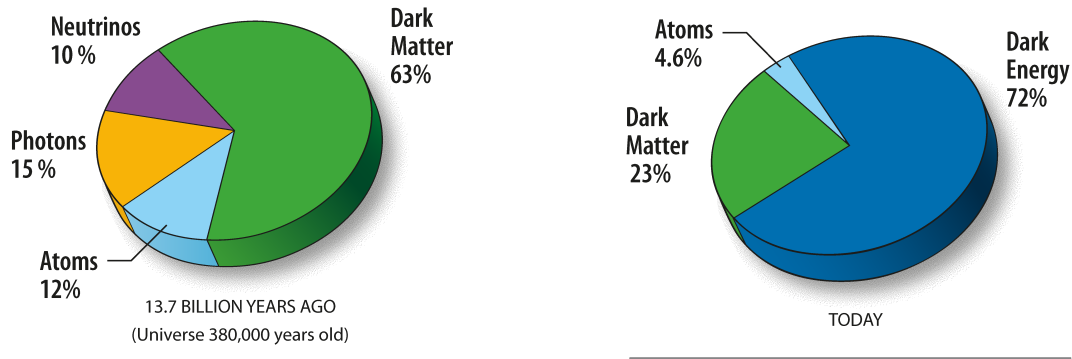


Figura 1.5:

Grafici a torta che rappresentano quantitativamente le varie componenti di materia-energia dell'Universo al tempo della CMB (grafico a sinistra) e attuale (a destra).

Capitolo 2

Prove dell'esistenza della materia oscura

2.1 Introduzione

In questo capitolo verranno presentate le principali prove dell'esistenza della materia oscura fredda non-barionica, a partire dalle prime incongruenze con la fisica newtoniana fino alle tecniche di "rivelazione" più moderne. Tutto questo ci servirà per vincolare le caratteristiche che deve avere una possibile particella candidata per la materia oscura. Fin'ora poco si sa della natura microscopica della materia oscura mentre, in questo capitolo, verrà mostrato quanto si sa invece della sua natura macroscopica e di come è possibile connettere queste due grandezze.

2.2 Rotazione delle galassie a spirale

Con l'avvento dei radiotelescopi è stato possibile misurare la velocità circolare v_c , raggio per raggio, del gas che ruota attorno alle galassie. Tipicamente le osservazioni vengono fatte usando lo spostamento Doppler della linea di transizione iperfine 21cm dell'Idrogeno neutro HI. Eseguendo le misure di Doppler-shift, che forniscono la velocità lungo la linea di vista, e deproiettando, per trovare la velocità circolare, otteniamo il profilo radiale delle velocità di una galassia.

Usando la fisica newtoniana per la gravità ci aspettiamo un profilo che segue questa legge:

$$v_c(r) = \sqrt{\frac{GM(<r)}{r}} \quad (2.1)$$

dove $M(<r)$ è la distribuzione di massa entro il raggio r :

$$M(<r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (2.2)$$

notiamo quindi che, assumendo una distribuzione di massa sferica omogenea e di raggio R ed usando *il primo teorema del guscio sferico* (secondo cui un qualsiasi guscio sferico omogeneo esercita un'attrazione gravitazionale come se la sua massa fosse concentrata in un punto situato nel suo centro geometrico), si trova che quando $r > R$ vale che $v_c \propto r^{-1/2}$ mentre per $r < R$:

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \implies v_c = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}r \implies v_c \propto r \quad (2.3)$$

Purtroppo però la distribuzione di materia delle galassie assisimmetriche, come ad esempio la nostra Via Lattea, è completamente diversa da una sfera omogenea. Il calcolo per il potenziale per un sistema di simmetria cilindrica è ben più complicato e potrebbe procedere per tre possibili approcci:

- (i) integrali ellittici;

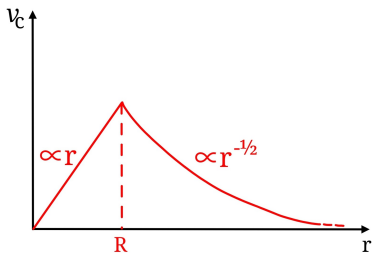


Figura 2.1:
 Profilo stilizzato di una curva di rotazione prevista da una distribuzione di massa entro il raggio R

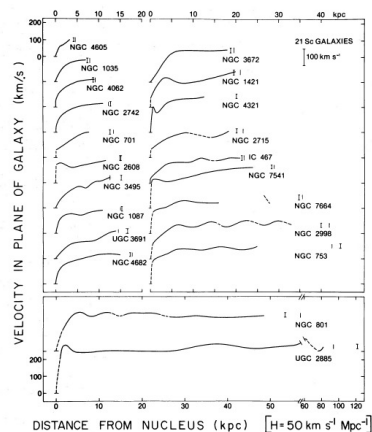


Figura 2.2:
 Profili delle 21 galassie studiate nel lavoro della Rubin. E' notevole la differenza dal caso kepleriano a sinistra.

- (ii) funzioni di Bessel;
- (iii) superposizione di sferoidi schiacciati [6].

Qualsiasi via si scelga, la forma della curva di rotazione per le galassie a spirale resta la stessa: un tratto quasi lineare per piccoli raggi e un "fall-off" kepleriano ($v_c \propto r^{-1/2}$) per grandi raggi come mostrato nella figura 2.1.

Molte osservazioni (tra cui quelle di Vera Rubin [35], mostrate in figura 2.2) mostrano infatti una crescita lineare nelle regioni interne fino a un raggio in cui $v_c(r)$ raggiunge un valore massimo (detto *punto di turnover*). Curiosamente però non si osserva mai la caduta kepleriana prevista a grandi raggi ma un caratteristico appiattimento del profilo con uno leggero declino verso i raggi più esterni. Le stelle più esterne ruotano più velocemente di quanto ci si aspetti, nota la massa in stelle e gas entro quel raggio: queste galassie dovrebbero disgregarsi. Dal momento che non si osservano (in nessuna epoca cosmica) galassie le cui stelle esterne tendono a sfuggire, ne supponiamo che debba esistere della materia gravitante ignota (o come la chiamò Zwicky *materia oscura*).

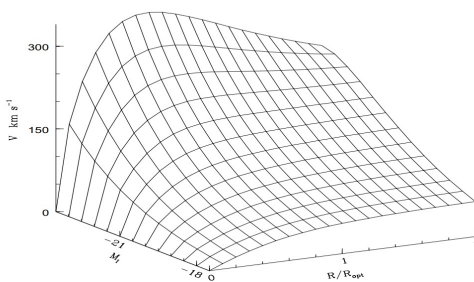


Figura 2.3:
 Il profilo universale delle curve di rotazione. Ogni sezione verticale individua una curva di rotazione per una determinata galassia a spirale di magnitudine assoluta in banda I (806nm) M_I

Uno dei lavori più interessanti è stato condotto nel 2008 [32] dove sono stati analizzati circa 1100 profili radiali di galassie a spirale ed è stato mostrato che questi dipendono tutti da un solo parametro (nell'articolo è stata usata come parametro la luminosità della galassia) e quindi questi sono standardizzabili a una curva di rotazione universale (URC). A grandi luminosità, i campioni mostravano solo delle leggere discrepanze rispetto alla curva prevista prendendo in considerazione la sola materia luminosa come generatore del campo gravitazionale. Al contrario invece, a basse luminosità, la materia oscura gioca un ruolo fondamentale.

2.3 Ammassi di galassie

Le galassie notoriamente tendono ad addensarsi per gravità in strutture gerarchiche sempre maggiori. Gli ammassi galattici sono composti da più gruppi di galassie e il numero di queste può variare dalle centinaia alle migliaia. Questi sono oggetti molto massivi ed estesi e perciò costituiscono un ottimo campione per studiare l'universo nella sua interezza. Di particolare interesse in questa tesi è il contenuto di materia gravitante totale rapportato alla materia luminosa (il cosiddetto mass-to-light ratio) che è indice quindi della presenza della materia oscura oltre che, nel caso degli ammassi, fornire una stima del parametro di densità della materia Ω_m .

2.3.1 Massa totale

Un'ulteriore prova a favore dell'esistenza della materia oscura ci perviene dai calcoli e dalle osservazioni fatte da Fritz Zwicky sull'Ammasso della Chioma (Coma Cluster) negli anni 30' ed eseguite in seguito anche su altri ammassi, sempre con lo stesso risultato: le velocità in gioco sono troppo elevate per essere spiegate solo dalla massa luminosa. I calcoli di Zwicky sono riportati in seguito [50]:

Si consideri una "nebula" i (nome che si usava per le galassie prima che Hubble mostrasse che erano oggetti extragalattici) nella posizione \vec{r}_i e di massa M_i e si prenda il prodotto scalare della forza newtoniana con la posizione:

$$\begin{aligned}\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i &= \vec{r}_i \cdot M_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} \\ \vec{r}_i \cdot M_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} &= \frac{d^2}{dt^2} [\vec{r}_i \cdot M_i \vec{r}_i] - \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} \cdot M_i \vec{r}_i - 2 \frac{d\vec{r}_i}{dt} \cdot M_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} \\ 2\vec{r}_i \cdot M_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} &= \frac{d^2}{dt^2} [M_i r_i^2] + 2M_i \left(\frac{d\vec{r}_i}{dt} \right)^2\end{aligned}$$

sommando su tutte le nebulae e riordinando i termini troviamo:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 \Theta}{dt^2} = V + 2K_T \quad (2.4)$$

dove Θ è il *momento d'inerzia polare*, V è il *viriale* e K_T è l'*energia cinetica totale* dell'ammasso. Esse sono definite come:

$$\begin{aligned}\Theta &= \sum_i M_i r_i^2 \\ V &= \sum_i \vec{r}_i \cdot \vec{F}_i = \sum_i \vec{r}_i \cdot M_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} \\ K_T &= \sum_i M_i \left(\frac{d\vec{r}_i}{dt} \right)^2 = \sum_i M_i v_i^2\end{aligned}$$

Se l'ammasso è stazionario, il momento d'inerzia polare fluttua attorno a un valore costante e perciò, se assumiamo un valore medio nel tempo, la derivata lo annulla e l'equazione (2.4) diventa (indicando con un trattino il valore medio nel tempo):

$$\bar{V} = -2\bar{K}_T \quad (2.5)$$

$$2\bar{K}_T = \overline{\sum_i M_i v_i^2} = \sum_i M_i \overline{v_i^2} = M_{tot} \langle \overline{v^2} \rangle_v$$

dove, nell'ultima uguaglianza, è stata presa non solo la media nel tempo ma anche rispetto alle velocità delle nebulae.

Assumiamo ora un potenziale newtoniano (inversamente proporzionale alla distanza) e una distribuzione uniforme dell'ammasso entro un raggio R_{tot} (con massa M_{tot}):

$$\begin{aligned} V = U &= - \sum_i \sum_{j \neq i} G \frac{M_i M_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \\ U &= -G \frac{3M_{tot}^2}{5R_{tot}^2} \\ (2.5) \implies M_{tot} \langle \overline{v^2} \rangle &= G \frac{3M_{tot}^2}{5R_{tot}^2} \\ M_{tot} &= \frac{5R_{tot}^2 \langle \overline{v^2} \rangle}{3G} \end{aligned}$$

In realtà l'Ammasso della Chioma, come ha mostrato Zwicky, non ha una distribuzione di massa sferica ma piuttosto ha supposto che tutta la massa del sistema fosse equipartita in due o tre punti. In tal caso, ricalcolando il potenziale ed eseguendo gli stessi conti, troviamo che:

$$M_{tot} \geq \frac{R_{tot}^2 \langle \overline{v^2} \rangle}{5G} \quad (2.6)$$

All'epoca di Zwicky si pensava che una tipica nebula contenesse circa 8.5×10^7 stelle come il sole e, attraverso le osservazioni sulle velocità, egli concluse che il rapporto massa-luce fosse intorno a 500 e conìò quindi il termine *materia oscura*. Oggi in realtà sappiamo che il rapporto massa-luce per gli ammassi galattici si aggira sui 400, che corrisponde quindi a assumere $\Omega_m \simeq 0.3$.

2.3.2 Rapporto barionico dai raggi-X

Il gas interstellare "caldo" emette radiazioni di Bremsstrahlung nelle frequenze dei raggi-X che possono essere rivelate. Per quanto riguarda la materia oscura questi aloni ai raggi-X sono interessanti per almeno tre ragioni:

- permettono di distinguere il gas dalla materia oscura non-barionica;
- parte della radiazione X potrebbe essere prodotta da particelle oscure;
- si possono costruire dei modelli di materia oscura che interagiscono con il gas caldo generando segnali X.

Per quanto riguarda gli ultimi due punti, le particelle d'interesse candidate alla materia oscura sono i neutrini sterili. Queste sono particelle la cui supposizione è nata slegata dalla materia oscura ma poi si è pensato che potessero essere un ottimo candidato.

Si supponga che il gas caldo abbia simmetria sferica, l'equazione di Eulero della fluido dinamica:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi \quad (2.7)$$

che per un sistema in equilibrio idrostatico ($\vec{v} = 0$) diventa:

$$\begin{aligned} \nabla p &= -\rho \nabla \Phi \\ \frac{dp}{dr} &= -G \frac{M(< r)\rho}{r^2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Usando la legge dei gasi ideali:

$$\begin{aligned} p &= \frac{\rho k_b T}{m} \\ \frac{dp}{dr} &= \frac{k_b T}{m} \frac{d\rho}{dr} + \frac{k_b \rho}{m} \frac{dT}{dr} = \frac{p}{r} \left(\frac{d \ln \rho}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right) \\ (2.8) \implies \frac{p}{r} \left(\frac{d \ln \rho}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right) &= -G \frac{M(< r)\rho}{r^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Assumendo per semplicità che il gas sia composto da solo protoni (per cui la massa nell'equazione di stato è quella dei protoni m_p). Possiamo quindi invertire l'equazione (2.9) per ricavare il profilo di densità di massa *totale*:

$$M(r) = \frac{k_b T r}{G m_p} \left(-\frac{d \ln \rho}{d \ln r} - \frac{d \ln T}{d \ln r} \right) \quad (2.10)$$

Con delle buone misure spettroscopiche, si può ottenere la temperatura dalla forma del continuo nei raggi-X (o dall'intensità delle righe spettrali sempre in questa regione) e anche la densità del gas.

Stabilita così la massa totale, si può calcolare la frazione di massa barionica come $f_b = M_b / M_{tot}$, che risulta essere circa $f_b \simeq 0.144 \pm 0.005$ [17]. Questo rapporto tuttavia risente di alcune approssimazioni, come ad esempio l'ipotesi di equilibrio idrostatico, la simmetria sferica e la relazione massa-temperatura dell'ammasso.

2.3.3 Distribuzione di massa dalle lenti gravitazionali

Un metodo efficace per studiare le distribuzioni di massa sono le lenti gravitazionali. La relatività generale afferma che una distribuzione di massa curva lo spaziotempo e che la luce viaggia lungo le geodetiche di questo tessuto e perciò viene curvata. Quando si osserva una sorgente posta dietro a un ammasso galattico, essa viene distorta a formare un anello, la cui forma dipende dal quantitativo di massa che devia il percorso della luce (dal campo dell'ammasso). Esistono più tipi di lenti gravitazionali in base al loro effetto. Le lenti forti producono immagini ben distinguibili e separate angularmente e possono essere studiate per il calcolo della distribuzione di massa dell'ammasso che funge da lente. L'equazione di Poisson lega il campo gravitazionale con la densità di massa che lo genera, quindi la struttura delle immagini che si vengono a creare per effetti di lensing possono essere "invertite" con metodi numerici, in modo tale da vincolare come la massa è distribuita all'interno del nucleo dell'ammasso.

Un esempio di studio di questo tipo è quello condotto sull'ammasso CL0024+1654 [43] che ha mostrato un'interessante peculiarità: la distribuzione di massa risulta più appiattita del previsto (ci si aspettava una maggior quantità di materia verso il centro dell'ammasso). Una delle possibili vie d'uscita è considerare la materia oscura calda.

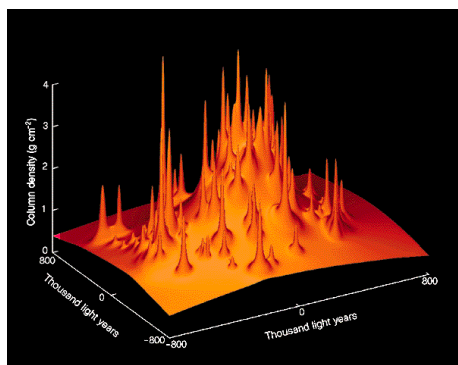


Figura 2.4:
Distribuzione della massa di CL0024+1654.
<https://www.nature.com/articles/BF28034>

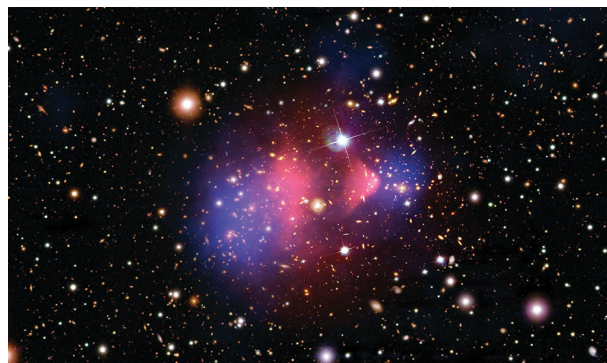


Figura 2.5:
Distribuzione angolare delle componenti dell'ammasso Proiettile. In rosso la distribuzione delle componenti collisionali come il gas, osservate tramite spettroscopia ai raggi-X. La regione in blu invece rappresenta la disposizione della materia (oscura) che genera l'effetto di lente gravitazionale.

Nel regime di lente debole (weak lensing) invece la deflessione è molto piccola ed è impossibile da rivelare se l'immagine proviene da una singola sorgente.

L'esempio più interessante di weak lensing è l'ammasso Proiettile (Bullet cluster) noto meno poeticamente come 1E 0657-558 [12]. E' il caso di un "merging" tra ammassi galattici i cui effetti collisionali tra le varie componenti (stelle, gas e materia oscura) possono essere studiati tramite un lavoro combinato di spettroscopia e weak lensing. Ciascuna componente infatti, in base alle proprie proprietà

fisiche, si comporta in modo differente durante la collisione generando una fase nel fluido visibile tramite studi sulla distribuzione. Lo spazio interstellare è talmente vasto che le stelle non subiscono effetti collisionali ma vengono solamente rallentate nel loro cammino a causa dell'attrazione gravitazionale reciproca. Il gas caldo invece interagisce elettromagneticamente e perciò risente molto di più della collisione e viene rallentato maggiormente rispetto alle stelle. La componente oscura invece, supposto che esista, è possibile rilevarla tramite effetti di weak lensing sulle sorgenti nello sfondo. Se questa non dovesse essere presente, non si dovrebbe verificare nessun effetto di deflessione importante. Quello che effettivamente si vede è che questa deflessione è presente e la distribuzione di massa che la genera non coincide con quella del gas e delle stelle che emettono in X e ottico.

Usando il metodo delle lenti deboli in modo statistico, si può vincolare la densità di materia totale non-relativistica [46] e la frazione di materia oscura calda nell'Universo.

2.4 Anisotropie della CMB

Nel capitolo 1.3.3 si è discusso dell'esistenza di un fondo cosmico primordiale, nelle microonde, corrispondente a un'epoca in cui l'Universo aveva una temperatura sufficientemente bassa da permettere agli elettroni di ricombinarsi e alla luce di sfuggire. I fotoni provenienti da questa epoca sono stati osservati da tre sonde: COBE, WMAP e Planck. Tutte e tre avevano l'obiettivo di verificare e misurare eventuali anisotropie termiche sul fondo cosmico. Questo è estremamente importante perché la distribuzione delle fluttuazioni dipende dalle perturbazioni primordiali e il loro valore dalle componenti di materia iniziale. Le fluttuazioni termiche sono effettivamente state rilevate e si aggirano intorno a $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$. L'ampiezza di queste fluttuazioni può essere misurata tramite delle osservazioni spettroscopiche: le perturbazioni di densità $\delta\rho$ comportano una variazione locale del potenziale gravitazionale che si manifesta con un effetto doppler sui fotoni emessi dalla superficie di ultimo scattering.

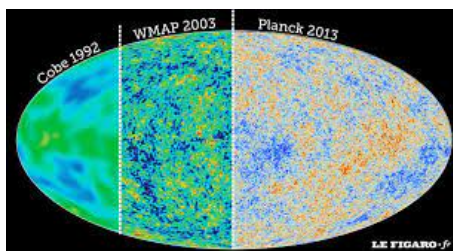


Figura 2.6:

Confronto tra le immagini prodotte da COBE, WMAP e Planck. Si può notare la necessità di ottenere immagini sempre più sensibili in modo da vincolare al meglio i parametri cosmologici e stabilire la presenza o meno della materia oscura non-barionica.

Interessante è andare ora a studiare come evolvono queste perturbazioni e confrontare questi risultati con le anisotropie della CMB.

Consideriamo la superficie di una sfera senza pressione in un universo statico con densità $\rho = \bar{\rho}(1 + \delta)$, dove $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ è la perturbazione di densità. Considerando l'accelerazione gravitazionale alla superficie della sfera e usando la conservazione della massa, troviamo che la perturbazione evolve come: $\ddot{\delta} = 4\pi G\bar{\rho}\delta$ e quindi esponenzialmente con un tempo-scala caratteristico $t_{dyn} = (4\pi G\bar{\rho})^{-1/2}$. Una pressione non-nulla invece, richiede un tempo un po' più lungo in quanto resiste al collasso. Questo tempo è direttamente proporzionale alle dimensioni della perturbazione mentre è inversamente proporzionale alla velocità del suono nel mezzo considerato (che si dimostra facilmente essere pari alla radice di ω).

In un universo in espansione, le perturbazioni di materia oscura evolvono come:

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - \frac{3}{2}\Omega_m H^2\delta = 0 \quad (2.11)$$

Risolviamo questa equazione differenziale nel limite radiativo (dove $\Omega_m \ll 1$ e $a \propto t^{1/2}$) e durante il dominio della materia (con $\Omega_m = 1$ e $a \propto t^{2/3}$):

$$\text{Dominio radiazione: } \delta(t) = A + Blnt \quad = A + 2Blna$$

$$\text{Dominio materia: } \delta(t) = Ct^{2/3} + Dt^{-1} = Ca + Da^{-3/2}$$

Quindi, all'epoca dell'equivalenza ($t=t_{eq}$), le perturbazioni di materia oscura crescevano con una legge di potenza. In questo periodo però i barioni erano ancora combinati con i fotoni e quindi le perturbazioni barioniche non potevano ancora crescere. Tuttavia, dopo l'epoca della ricombinazione, i barioni, disaccoppiati dai fotoni, vengono attratti nei campi gravitazionali creati dalle perturbazioni della materia oscura creando così le perturbazioni di densità, e di conseguenza di temperatura, osservate nella CMB. Dunque, in un universo senza materia oscura non barionica, le perturbazioni di densità iniziali dovevano essere più grandi e produrre anisotropie maggiori ($\Delta T/T \simeq 3 \cdot 10^{-4}$) per formare le strutture galattiche che oggi osserviamo [47].

Le informazioni che ci pervengono dalla CMB non finiscono qui, infatti, lo spettro di potenza angolare della CMB ottenuto espandendo le anisotropie, ci permette di ricavare informazioni sulla geometria dell'Universo e quindi anche l'energia totale. I dati raccolti dal satellite Planck sono stati elaborati [2] e hanno fornito:

$$\begin{aligned} \Omega_b h^2 &= 0.02205 \pm 0.00028, \\ \Omega_{cdm} h^2 &= 0.1199 \pm 0.0027, \\ \implies H_0 &= (67.3 \pm 1.2) km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}, \\ \implies \Omega_m &= 0.315 \pm 0.017; \end{aligned}$$

I dati sono consistenti con un universo piatto in accordo con il modello Λ CDM.

2.5 Oscillazioni Barioniche Acustiche

L'universo primordiale, prima dell'era della ricombinazione, era composto da barioni, elettroni, fotoni e materia oscura. Le prime due componenti interagiscono con la terza elettromagneticamente e con la quarta gravitazionalmente. Invece, la materia oscura, non viene influenzata dalla componente fotonica. A quest'epoca elettroni, barioni e fotoni erano accoppiati e l'universo era "opaco" ed omogeneo per una parte su 10^5 . Le regioni di sovradensità causano il collasso della materia, come visto nel paragrafo precedente. Di tutte le componenti, i barioni e gli elettroni (il plasma) risentono della pressione elettromagnetica esercitata dai fotoni. Ciò conduce alla generazione di onde sferiche sonore di plasma che viene scagliato via a grandi velocità. Tali onde sono chiamate "oscillazioni barioniche acustiche" (BAO). La DM invece non risente della pressione elettromagnetica e rimane indisturbata la centro della fluttuazione. Le onde acustiche barioniche si propagano fino a quando l'universo raggiunge la temperatura di $\sim 3000K$ e avviene la ricombinazione degli elettroni. In quest'epoca barioni e fotoni si disaccoppiano. I primi non risentono più del trascinamento elettromagnetico e si "congelano" sul posto mentre i secondi sfuggono liberamente dall'universo primordiale. La presenza della materia oscura influenza lo spettro di potenza di massa. Eisenstein e Hu [13] mostrarono come la funzione di trasferimento presenta delle caratteristiche tipiche della presenza di barioni. Lo spettro di potenza è proporzionale al quadrato della funzione di trasferimento moltiplicata per lo spettro di potenza iniziale. La funzione di trasferimento è definita in questo modo:

$$T(k) = \frac{\Omega_b}{\Omega_c} T_b(k) + \frac{\Omega_{cdm}}{\Omega_c} T_{cdm}(k) \quad (2.12)$$

dove T_b e T_{cdm} sono le funzioni di trasferimento rispettivamente dei barioni e della materia oscura fredda.

Graficando questa funzione e facendo variare i parametri (come in figura 2.8), è possibile ottenere spettri di potenza diversi a seconda della composizione dell'universo considerato. Per grandi quantitativi di materia barionica la funzione di trasferimento subisce importanti modifiche a grandi numeri

d'onda. Sono evidenti delle strutture caratteristiche oscillanti oltre che a una generale diminuzione della funzione di trasferimento via via che k aumenta. L'effetto della eventuale presenza di materia oscura fredda è quello di addolcire le oscillazione e rialzare il valore di $T(k)$ per grandi numeri d'onda. Sempre facendo riferimento alla figura 2.8, in un ipotetico universo oscuro (ovvero privo di barioni, individuato dalla curva in rosso tratteggiata) le oscillazioni sparirebbero completamente.

Gli spettri di potenza ottenuti tramite le osservazioni ovviamente suggeriscono la presenza di grandi quantitativi di materia oscura che appiattiscono il grafico a grandi numeri d'onda.

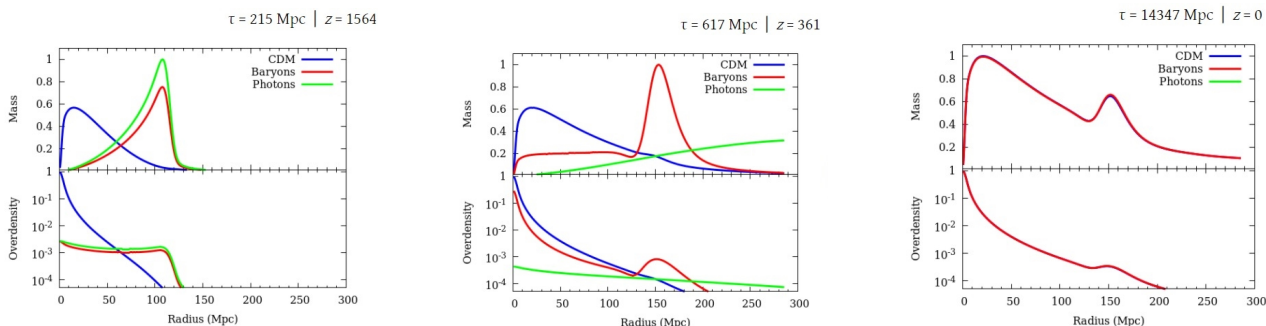


Figura 2.7:

I grafici rappresentano l'evoluzione di una BAO. I pannelli sopra e sotto mostrano rispettivamente la massa e la sovradensità delle tre componenti in funzione del raggio espresso in megaparsec. E' stato preso $h=0.7$ come parametro d'incertezza per H . Credit: Adam D. Hincks and CAMBS; https://adh-sj.info/bao_cmb.php

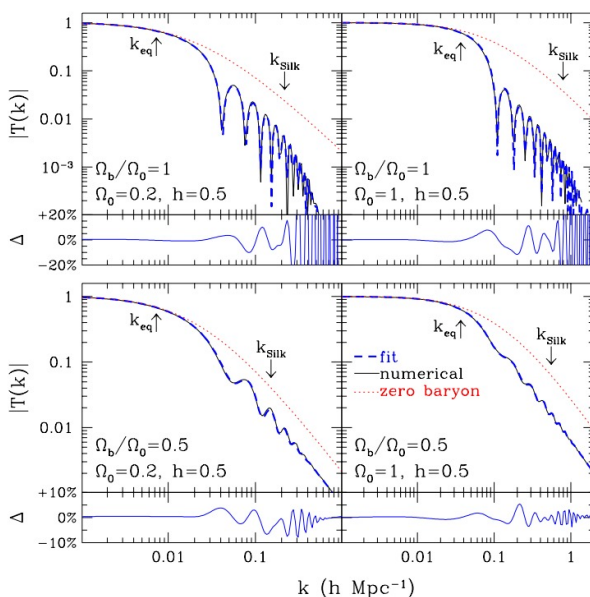


Figura 2.8:

La figura è tratta dal lavoro di Eisenstein e Hu. I grafici più grandi mostrano i risultati numerici (curva continua) e i fit (tratteggiata). Il subplot invece mostra il residuo. La linea tratteggiata in rosso indica il caso di un universo in cui la componente barionica è completamente assente. I plot in alto sono riferiti a universi completamente barionici mentre quelli in basso mostrano le caratteristiche tipiche della presenza di materia oscura fredda.

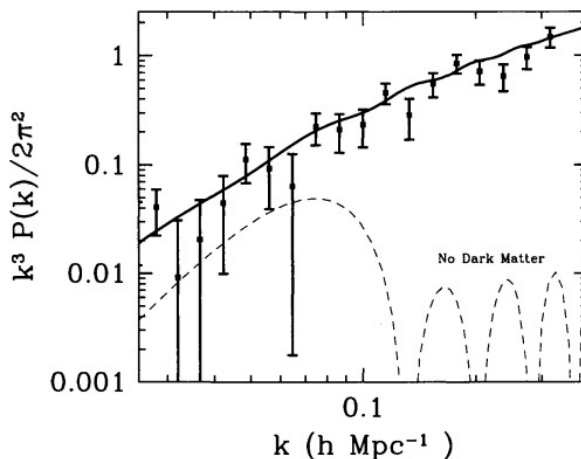


Figura 2.9:

Varianza $\nabla^2 = k^3 P(k)/2\pi^2$ della trasformata di Fourier della distribuzione delle galassie in funzione del numero d'onda. La linea continua è la predizione teorica dovuta ad un modello in cui l'Universo contiene CDM. I dati, in accordo con la teoria provengono dalla survey PSCz (Sauders *et al.*, 2000) e sono stati analizzati da Hamilton e Tegmark (2001).

2.6 Teorie alternative

Dal momento che la materia oscura non interagisce elettromagneticamente, tutte le evidenze sperimentali viste qui sopra sono basate sugli effetti gravitazionali di questa componente esotica. Viene naturale chiedersi se invece sia sbagliata la descrizione della gravità che stiamo usando o semplicemente la dinamica. Esistono tutt'ora molte e complicate teorie che provano a spiegare tutti gli effetti gravitazionali osservati, senza considerare la materia oscura, supponendo che la dinamica newtoniana fallisca su grandi scale quali quelle astrofisiche e cosmologiche. Tra queste si potrebbe citare la teoria *MOND* (*Modified Newtonian Dynamics*) [25], avanzata nel 1981 dal fisico israeliano Mordehai Milgrom, che propone una modifica della seconda legge della dinamica di Newton i cui effetti diventano rilevanti a piccole accelerazioni. Secondo Milgrom infatti la curva di rotazione delle galassie può essere spiegata con successo dalla sua teoria.

Tuttavia, una delle grosse sfide per i sostenitori di una modifica delle leggi dinamiche è spiegare il fenomeno dell'Ammasso Proiettile discusso nella sezione 2.3.3. Infatti, se la massa mancante dovesse essere causata solo da una modifica della dinamica, non si spiegherebbe come mai l'effetto di lente gravitazionale suggerisce una distribuzione diversa rispetto a quella visibile in gas e stelle. In aggiunta a questo, una teoria MOND, o anche una qualsiasi altra teoria di modifica della legge di gravitazione, deve anche spiegare con successo il processo di formazione delle galassie a partire dalle anisotropie della CMB.

Negli anni sono state proposte diverse teorie basate sulla modifica della Relatività Generale di Einstein in grado di soddisfare a tali requisiti che, anche da un punto di vista teorico, sono più robuste della teoria MOND. L'argomento è vasto e al di fuori degli scopi di questa Tesi, ma per alcuni esempi recenti si veda per esempio [11]. Va detto che, dal momento che nessuna evidenza per un candidato di materia oscura nella forma di una nuova particella è stato finora trovato sperimentalmente (e nessuna traccia ne è stata trovata anche in laboratori terrestri) tali teorie di gravità modificata hanno assunto via via nel tempo un'attenzione maggiore rispetto al passato. Inoltre, diversi modelli mirano a descrivere sia la materia oscura che l'energia oscura attraverso un'unica componente [5].

Capitolo 3

Proprietà, natura e vincoli della materia oscura

3.1 Introduzione

Tramite le osservazioni, abbiamo imparato a conoscere la materia oscura (fredda) a livello *macroscopico*: sappiamo quanta ne è presente e come è distribuita in regioni specifiche. Queste informazioni possono aiutarci a vincolare le proprietà *microscopiche* della materia oscura. Fino ad ora sappiamo che molto probabilmente la materia oscura è in forma particellare e che questa, se non gravitazionalmente, interagisce debolmente con le altre particelle del modello standard. Sappiamo poi che attualmente è *fredda* o al massimo *tiepida* e il fatto che la sua presenza è stata intuita dalla CMB ci conferma che deve essere stabile o quantomeno avere una vita lunga. Studiare come ci siamo convinti che la materia oscura è necessariamente una componente dell'Universo è un ottimo modo per carpire informazioni al fine di costruirne un modello particellare. In questo capitolo verranno mostrate le discrepanze tra il modello Λ CDM e le osservazioni e verrà poi analizzato il comportamento della materia oscura tiepida (WDM), la auto-interagente (SIDM) e la cosiddetta "Fuzzy" (FCDM). Infine verranno presi in considerazione i buchi neri primordiali (PBHs) come eventuali candidati di materia oscura.

3.2 Le sfide del modello Λ CDM su piccola scala

Il modello Λ CDM è stato testato con simulazioni numeriche ed è stato visto come, su grandi scale ($> 1Mpc$), riproduce molto bene le osservazioni mentre, a livello sub-galattico, presenta diverse discrepanze [8]:

- **Profilo di densità:** Le simulazioni numeriche indicano come gli aloni di materia oscura debbano avere un profilo di densità inversamente proporzionale al raggio di scala. Quindi ci si aspetta un profilo molto piccato nei pressi del centro dell'alone ($< 10Mpc$) mentre questo non è stato visto [30]. Si è soliti riferirsi a questa anomalia come il problema "*cusp-core problem*";
- **Galassie satellite:** dagli aloni di materia oscura più grandi (come ad esempio quello della nostra galassia) ci si aspetta che orbitino intorno numerosi altri più piccoli, tuttavia solo pochissime galassie nane, rispetto a quelle richieste sono state osservate [41];
- **Too-big-to-fail:** una soluzione alle galassie satellite prevede che la maggior parte di esse siano state distrutte da forze mareali, tuttavia questa soluzione apre un altro problema noto in letteratura scientifica come "*Too-big-to-fail*": le galassie satellite della Via Lattea non hanno un profilo di densità consistente con il modello Λ CDM [7].

Sono state osservate anche altre anomalie quali la configurazione planare e quella orbitale delle galassie del Gruppo Locale [23], tuttavia sono state studiate poco nell'ambito del modello Λ CDM.

3.3 Materia oscura tiepida (Warm dark matter)

Per *materia oscura tiepida* si intende quel tipo di materia oscura che ha caratteristiche intermedie tra quella calda e quella fredda. Quando si parla di *calda* o *fredda* o *tiepida* ci si riferisce alla velocità di dispersione della materia oscura considerata (ad esempio la calda avrà alte velocità mentre la fredda basse). Perciò la materia oscura tiepida alla creazione è semi-relativistica.

Il candidato più accreditato è il neutrino sterile [1] ma in letteratura vengono proposti anche i gravitini [42]. Questo tipo di materia oscura è stato introdotto per alleviare i problemi discussi nella sezione 3.2. L'effetto principale delle velocità più alte delle particelle WDM, e quindi della conseguente maggior distanza di cammino-libero, è quello di cancellare le perturbazioni e sopprimere lo spettro di potenza per masse più piccole di:

$$M_h \simeq 10^{10} \left(\frac{m_{wdm}}{1keV} \right)^{-3.33} M_\odot. \quad (3.1)$$

Un recente studio [44] si è proposto di analizzare lo spettro di 25 quasar ad alto redshift ($z > 4$), tramite il Keck High Resolution Echelle Spectrometer (HIRES) e il Magellan Inamori Kyocera Echelle (MIKE), al fine di porre dei limiti alla massa delle particelle di WDM e quindi anche allo spettro di potenza dalla formula (3.1). La foresta Lyman-alpha è prodotta dall'omonima transizione elettronica da parte degli atomi di HI (idrogeno neutro) nel mezzo intergalattico quando colpiti dalla radiazione elettromagnetica. La probabilità di assorbimento (data dal coefficiente di Einstein) dipende dalla densità di materia, questo permette di limitare la massa della WDM termica.

I dati provenienti dall'analisi della foresta Lyman-alpha sfavoriscono modelli di WDM in cui la soppressione avviene entro una scala di $10h/\text{Mpc}$. Lo studio inoltre suggerisce un limite inferiore di massa per una ipotetica particella di WDM che si pone a 3.3KeV (entro i 2σ). Dato questo limite, il corrispondente valore di massa al di sotto della quale le perturbazioni vengono soppresse è $\simeq 2 \times 10^8 M_\odot/h$. Anche l'effetto di lente gravitazionale forte può fornire dei vincoli alla massa delle particelle di WDM. Nei sistemi in cui la lente produce più immagini è possibile confrontarle tra loro. La presenza di eventuali sotto-strutture può influenzare una delle immagini variandone il flusso [16].

3.4 Materia oscura auto-interagente (Self-Interacting dark matter)

Questo tipo di materia oscura fredda, come suggerisce il nome, interagisce frequentemente (ed elasticamente) con sé stessa. Questo modello è stato proposto nel 2000 da David N. Spergel and Paul J. Steinhardt [40] e prevede che le particelle di materia oscura abbiano una grande sezione d'urto scattering ma piccolo rate di annichilazione o dissipazione, in modo da alleviare le discrepanze del modello della CDM (in particolare il profilo di densità di massa nelle regioni centrali). La grande sezione d'urto è dovuta probabilmente a una interazione forte a piccole distanze o debole mediata da scambi di particelle leggere.

Il cammino libero medio è nell'ordine del Kpc per rapporti $\sigma/m \simeq (0.1 - 10)cm^2g^{-1}$, quindi le interazioni portano alla termalizzazione e alla formazione di un profilo di densità costante nelle zone centrali degli aloni di materia oscura. Questo modello dunque rappresenta una modifica al ΛCDM , che assume i parametri cosmologici misurati da COBE e lascia invariata la struttura dell'universo nella scala dei Mpc mentre aggiusta le discrepanze entro il Kpc.

Spergel e Steinhardt, in attesa di simulazioni numeriche, proposero in anticipo con sicurezza che:

1. i nuclei degli aloni sono sferici (grazie alle interazioni che isotropizzano le velocità, al contrario del modello CDM che prevedeva una certa triassialità);
2. gli aloni di materia oscura hanno un centro;
3. ci sono poche galassie nane in gruppo (in contrasto con quanto predetto dal modello CDM);
4. gli aloni delle galassie nane e quelli delle galassie negli ammassi hanno raggi più piccoli del raggio mareale a causa degli effetti collisionali.

Le osservazioni, soprattutto quelle effettuate su ammassi in collisione (come l'Ammasso Proiettile 2.3.3), sembrano confermare questo modello: le interazioni reciproche tra le particelle di materia oscura dei due aloni causano una divisione rispetto al materiale barionico.

3.5 Fuzzy Cold Dark Matter

La Fuzzy Cold Dark Matter (abbreviato FDM) è un tipo di materia oscura fredda che è stata introdotta per risolvere in modo alternativo il problema del profilo di densità centrale. La FDM si ipotizza essere composta da bosoni ultra-leggeri e quindi appartenere alla classe di modelli di materia oscura *Ultra-light*. I problemi osservativi, legati al fallimento su scala sub-galattica della CDM, possono essere quindi risolti se si pensa alla materia oscura come composta da particelle ultra-leggere inizialmente in un condensato di Bose-Einstein in modo molto simile ai modelli Assionici (tant'è vero che la FDM spesso viene anche chiamata *Axion-like dark matter*). La FDM matematicamente è descrivibile da un campo scalare classico non relativistico ben descritto da una equazione di Schrödinger-Poisson, con un potenziale che è originato dall'autogravità dovuta sia alla componente "Fuzzy" che quella barionica. La densità è rappresentata dal modulo quadro della funzione d'onda ed evolve con l'equazione di Schrödinger tempo-dipendente:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2ma^2}\nabla^2\psi + mV\psi \quad (3.2)$$

con:

$$\nabla^2 V = \frac{4\pi G}{a}\delta\rho \quad (3.3)$$

$$\delta\rho = |\psi|^2 \quad (3.4)$$

Essendo la FDM descritta come un fenomeno quantistico è naturale associarle una lunghezza d'onda di de Broglie:

$$\lambda_{dB} = \frac{2\pi}{mv} \quad (3.5)$$

Dove m è la massa della particella di materia oscura mentre v è la velocità di dispersione.

Richiedendo ora che questa lunghezza d'onda di de Broglie sia pari alla scala di Jeans, si trova che la stabilità entro questa scala è garantita dal principio di indeterminazione (nel senso che la scala di Jeans è interpretata come la lunghezza d'onda di de Broglie dello stato fondamentale della particella nella buca di potenziale).

Per far sì che questa natura ondulatoria si manifesti su scale galattiche si deve richiedere che la massa debba essere molto leggera, intorno ai 10^{-22} eV. Per questo valore $\lambda \simeq 1$ Kpc. Grazie a queste richieste il modello della FDM prevede [20]:

- **Gli aloni di FDM hanno una massa minima**

I sistemi di FDM tempo-indipendenti e auto-gravitanti sono mantenuti in equilibrio dalla mutua pressione delle particelle (quantistiche) e hanno la curiosa proprietà che gli oggetti di piccola massa sono più grandi di quelli particolarmente massivi. Questa caratteristica ha importanti conseguenze cosmologiche tra cui quella secondo cui esiste una massa minima per gli aloni di FDM. Questa massa è ricavabile da due principi. Il primo dice che un alone, formatosi per collasso gravitazionale, non può avere una densità maggiore della densità media dell'Universo. Il secondo invece è basato sulla scala di Jeans che abbiamo già visto. Entrambi i procedimenti danno lo stesso limite di massa per gli aloni pari a $1 \times 10^7 M_{\odot} (10^{-22} \text{eV}/m)^{3/2}$.

Dunque gli aloni con massa minore di questa non si formano e l'abbondanza degli aloni con massa minore di circa $10^8 M_{\odot}$ è decisamente inferiore nel modello FDM rispetto al CDM. Quindi gli aloni di materia oscura attorno agli ammassi globulari o galassie nane ultra-compatte non sono previsti dalla FDM.

- **Gli aloni di FDM hanno un nucleo stazionario stabile**

Per distanze inferiori alla lunghezza d'onda di de Broglie gli aloni di FDM sono composti da un nucleo centrale, dato dalla soluzione stazionaria dell'equazione (3.2) a minima energia chiamato "solitone" non spiegabile tramite la CDM. Il solitone è stabile solo se ha una massa minore di $8.46 \times 10^{11} M_{\odot} (10^{-22} \text{eV}/m)$. La presenza di questa struttura lascia una caratteristica impronta nel profilo delle velocità degli aloni dominati dalla FDM. Per distanze maggiori della λ_{dB} , invece, il profilo di velocità tende ad assomigliare al profilo di Navarro-Frenk-White (NFW) [29] predetto per la CDM. Le simulazioni sulla FDM come quella [39] confermano questo profilo.

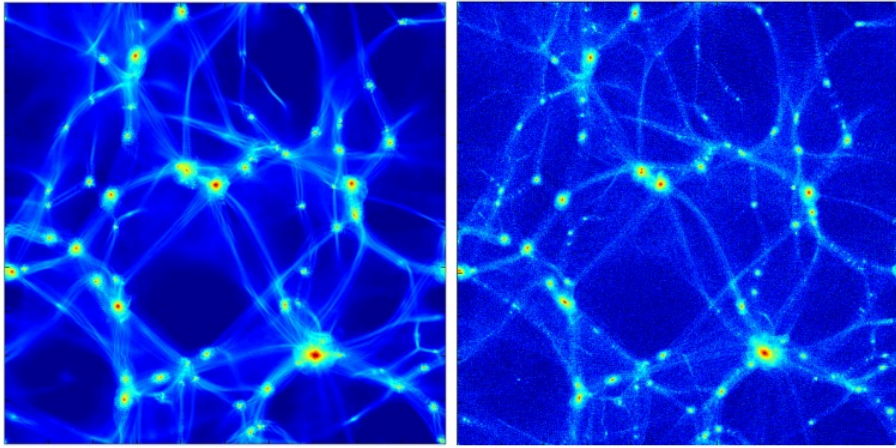


Figura 3.1:

Paragone su grande scala cosmologica delle strutture generate da un modello ondulatorio di materia oscura (come quella Fuzzy) e il modello classico CDM secondo la simulazione [37]. Si nota chiaramente la similitudine tra i due modelli su grande scala i quali entrambi producono strutture filamentari.

- **La transizione tra solitone e involuppo è determinata da un processo di rilassamento**

Se gli aloni fossero composti da CDM in equilibrio, evolverebbero tramite un processo di rilassamento a due corpi, tuttavia, il tempo necessario perché questo avvenga date le masse in gioco è di diversi ordini di magnitudine più lungo del tempo di Hubble.

Al contrario, invece, un sistema di FDM non solitonico evolve in modo tale da azzerare la densità di probabilità di trovare una particella in un autostato non ground (che è stabile) verso l'infinito. Questo processo, che porta alla formazione del nucleo solitonico, è chiamato "raffreddamento gravitazionale" ed è supportato anche dalle simulazioni [37].

- **Le fluttuazioni del potenziale gravitazionale conducono al rilassamento anche della componente stellare**

I possibili effetti includono il disturbo degli ammassi stellari a causa delle forze mareali, le quali sono più evidenti per quelli più vicini al centro galattico (come potrebbe essere nel caso della Galassia Nana della Fornace), mentre, per gli ammassi aperti nel vicinato solare, sono trascurabili.

Un altro possibile effetto è l'ispessimento del disco galattico, infatti, le fluttuazioni del potenziale possono cedere energia alle stelle del disco. Anche qui l'effetto diventa sempre più evidente per piccoli raggi mentre è irrilevante nei dintorni solari in quanto la densità di un ipotetico "disco oscuro" a un raggio di 10Kpc sarebbe di $\simeq 0.016 M_{\odot} pc^{-3} (m/10^{-22} eV)^{2/3}$ (e uno spessore di $570 pc (m/10^{-22})^{-2/3}$) che corrisponde a meno del 20% del contributo alla densità locale.

- **Frizione dinamica**

Uno dei satelliti della Via Lattea è la Galassia Nana della Fornace. La densità di massa di questa galassia, unita alla bassa velocità viriale dei suoi ammassi globulari, avrebbe dovuto causarne il collasso della maggior parte di questi (fatto che naturalmente non è stato visto). Varie spiegazioni sono state avanzate per dare un senso al fenomeno, compresa quella che la materia oscura possa essere di tipo Fuzzy. Infatti, se così fosse, le stime sull'attrito dinamico dovrebbero essere modificate per tenere conto della grande lunghezza d'onda di de Broglie della FDM.

Lo stesso fenomeno è applicabile anche alle barre delle galassie a disco in quanto uno scenario di CDM produrrebbe maggior attrito e rallenterebbe in modo più vistoso la rotazione della barra mentre ciò non è stato osservato.

- **Formazione delle galassie ritardata**

Interessante è andare a paragonare lo spettro di potenza lineare delle fluttuazioni di densità prodotto da un modello FDM e uno CDM. La differenza si presenta sulle piccole scale dove lo spettro FDM (per masse molto maggiori di quella di Jeans) è soppresso rispetto a quello della CDM. La teoria lineare perciò, per aloni di FDM, predice un taglio più netto nella massa iniziale.

L'effetto principale è quello di sopprimere la nascita di piccole galassie ad alti redshift rispetto alla CDM: la formazione delle piccole strutture è ritardata nel modello FDM. E' lecito quindi chiedersi se le galassie che si sono formate a questi elevati redshift siano in grado di riprodurre la funzione di luminosità e la re-ionizzazione osservata. Lo studio [38] eseguito sui dati di Planck, supponendo che lo spettro di potenza iniziale di un modello FDM sia riproducibile da uno CDM (approssimazione accettabile dal momento che questo è soppresso per masse degli aloni maggiori di quelle di Jeans), ha mostrato che la FDM può ricalcare benissimo la funzione di luminosità UV delle galassie nel range di redshift 4-10. Tutto questo è stato possibile assumendo che esista una relazione tra massa dell'alone e la luminosità della galassia, per masse della particella di FDM maggiori di $1.22 \times 10^{-22} eV$. Lo studio mostra anche come un modello FDM in questo periodo possa ben riprodurre il rate di ionizzazione osservato per questi redshift, che risulta essere circa tre volte quello predetto dalla CDM.

Per concludere citiamo ancora una volta il lavoro condotto da Viel [44] sulla foresta Lyman-alpha che affermava che una ipotetica particella di WDM deve necessariamente avere una massa maggiore di 3.3KeV con una accuratezza al livello dei 2σ . Ovviamente, lo spettro di potenza di materia per la FDM si differenzia da quello della WDM ma, per grandi dimensioni, entrambi esibiscono una caduta di potenza al di sotto della loro scala caratteristica e perciò sono comparabili. Il paragone traduce il vincolo di massa della WDM in un vincolo anche per la FDM che però risulta maggiore dello sperato $10^{-22} eV$. Nel lavoro [21] vengono esaminate delle assunzioni che non sono state prese in considerazione quando è stato applicato il modello WDM nello studio della foresta della Lyman-alpha. Queste considerazioni di carattere astrofisico potrebbero (in attesa di simulazioni) abbassare il limite di massa delle particelle di FDM a qualche volta $10^{-22} eV$ e quindi portare un'ulteriore vittoria al modello ondulatorio.

3.6 Materia oscura non-particellare: buchi neri primordiali

Assieme ai buchi neri supermassicci (sopra le $10^6 M_\odot$) al centro delle galassie e ai buchi neri stellari (dalle 1.5 alle $80 M_\odot$), potrebbero esistere anche una terza categoria: i buchi neri primordiali (PBHs). Il nome fa riferimento al fatto che questi sono stati generati nell'universo primordiale.

Questi PBHs potrebbero essersi generati dal collasso gravitazionale di porzioni di universo sovradense durante il periodo di dominio della radiazione (necessariamente prima della CMB) e quindi non essere di tipo barionico. Usando la scala di Jeans e la gravità Newtoniana, Carr [10] trovò che se la perturbazione di densità di massa, in quella regione comovente di universo calcolata quando una data scala entra nell'orizzonte (superficie sferica di spaziotempo raggiunta in quel momento da un segnale luminoso partito dal centro della perturbazione), supera un valore critico δ_c si forma un PBH. Il valore critico è legato al quadrato della velocità del suono nel mezzo che, nel caso dell'era del dominio della radiazione, vale $1/3$ ($\delta_c = c_s^2 = (\sqrt{\omega})^2 = \omega$). La massa del risultante PBH è dell'ordine della massa entro l'orizzonte in quel determinato istante, che dipende quindi dal tempo cosmico impiegato a raggiungere tale valore critico: più lento è il processo, più grande sarà l'orizzonte e maggiore sarà la massa del buco nero finale:

$$M_H \sim M_{PBH} \sim 10^5 g \left(\frac{t}{10^{-23} s} \right) \quad (3.6)$$

Per esempio un PBH formatosi a circa $10^{-6} s$ avrebbe una massa di $2 \times 10^{30} g \sim 1 M_\odot$. Questi calcoli sono stati supportati dalle simulazioni numeriche eseguite in seguito [28].

Per quanto riguarda il calcolo dell'abbondanza di questi oggetti (effettuata sempre da Carr), si assume gaussiana la distribuzione di probabilità delle perturbazioni in densità. Questo vuol dire che l'abbondanza dipenderà esponenzialmente dalle dimensioni tipiche di queste fluttuazioni e quindi anche una piccola incertezza su questa quantità conduce a stime imprecise.

Negli anni 90' è stato poi rivisitato il calcolo della massa del PBH a partire dall'ampiezza delle fluttuazioni da cui si originano [43][31]:

$$M_{PBH} = k M_H (\delta - \delta_c)^\gamma, \quad (3.7)$$

dove k e γ sono costanti e dipendono dalla forma delle perturbazioni e dall'equazione di stato usata. E' naturale chiedersi se questi PBHs possano costituire parte della materia oscura. Su scale cosmologiche la PBH DM (materia oscura formata da buchi neri primordiali) ha un comportamento simile a una DM particellare. A livello galattico e su scale inferiori la sua granularità ha conseguenze osservabili che possono essere usate per vincolare il parametro $f_{PBH} = \Omega_{PBH}/\Omega_{DM}$, che rappresenta la frazione di DM sotto forma di PBH. Ordineremo i vincoli per ordine di massa del PBH. I risultati verranno poi mostrati nella figura 3.2 e sintetizzati nella 3.3:

- **Evaporazione**

Utilizzando un ragionamento ibrido tra meccanica quantistica e relatività generale, Hawking [19] propose che i buchi neri potessero emettere radiazione con una distribuzione di corpo nero la cui temperatura (correlata tramite Wien alla lunghezza d'onda della radiazione emessa) è inversamente proporzionale alla massa del BH. L'interessante conseguenza è che mano a mano che il buco nero perde massa per evaporazione si "scalda" ed emette a lunghezze d'onda sempre più energetiche. Correlando il tempo di evaporazione totale con il tasso di emissione (si trova che $t_{ev} \propto M_{PBH}^3$) si verifica facilmente che i PBHs con massa $M_{PBH} < M_{\star} \sim 5 \times 10^{14}g$ all'epoca attuale sono già estinti ma quelli leggermente più pesanti dovrebbero costituire un fondo cosmico γ . Dal fondo- γ extragalattico $f_{PBH} < 2 \times 10^{-8} (M_{PBH}/M_{\star})^{(3+\epsilon)}$ con $\epsilon \sim 0.1 - 0.4$ che parametrizza la dipendenza dall'energia dell'intensità della radiazione gamma osservata: $I_{oss} \propto E_{\gamma}^{-(3+\epsilon)}$.

Questo vincolo tuttavia deve essere ristretto per il fatto che i PBHs non sono le uniche sorgenti gamma del fondo cielo ma esistono altri fenomeni astrofisici noti che emettono in queste lunghezze d'onda. Simili vincoli sull'evaporazione provengono anche da altre ricerche.

- **Interazioni con le stelle**

PBHs con masse sulla fascia asteroidale possono essere catturati dalle stelle. Appena un BH passa vicino a una stella perde energia per attrito dinamico e potrebbe venire catturato. Se ciò accade accresce materiale dalla nuova compagnia facendola esplodere. Sono state studiate le stelle di neutroni [9] negli ammassi globulari e le nane bianche [18] per vincolare localmente f_{PBH} anche se ci sono diversi dibattiti in merito alla validità del vincolo [26].

- **Lensing gravitazionale**

Microlensing stellare

Il fenomeno del microlensing stellare accade quando un oggetto compatto (CO), con massa compresa tra $5 \times 10^{-10}M_{\odot} \leq M_{CO} \leq 10M_{\odot}$, attraversa lungo la linea di vista una stella, amplificandone il flusso. La durata dell'evento costituisce un vincolo in quanto è proporzionale alla $M_{CO}^{1/2}$.

Tra le Survey più importanti citiamo EROS-2 (sulle Nubi di Magellano), OGLE (sul bulge galattico), HSC (sulla Galassia di Andromeda) e Icarus (su una stella a $z \sim 1.5$).

Quasar microlensing

Stesso ragionamento delle stelle si applica sul flusso delle molteplici immagini dei quasar create da galassie con numerosi oggetti compatti. Secondo lo studio [24], i dati ottici provenienti da 24 quasar mostrano come il $(20 \pm 5)\%$ della massa delle galassie che fungono da lente è dovuta ad oggetti compatti nel range $0.05 < M_{CO}/M_{\odot} < 0.45$ consistente con le previsioni. Tuttavia questi dati non sono in grado di porre vincoli per f_{CO} .

Microlensing sulle supernovae Ia

Gli effetti di una lente sulle supernovae di tipo Ia dipendono dalla distribuzione dell'alone. Se la DM è in oggetti compatti con massa minore di un centesimo della massa solare, la maggior parte delle SNIa sarebbero meno brillanti rispetto al caso in cui essa sia distribuita in modo omogeneo, mentre solo una piccola parte di esse (in base alla posizione reciproca) risulteranno significativamente più luminose [49]. Usando i campioni di SNe ottenuti da JLA e Union 2.1 [49] è stato possibile vincolare $f_{CO} < 0.4$ per $M_{CO} > 10^{-2}M_{\odot}$.

Lenti forti di lampi radio veloci

Lenti forti di lampi radio veloci (FRBs) generate da oggetti compatti di massa $M_{CO} > (10 - 100)M_{\odot}$ producono due immagini separate da un intervallo temporale dell'ordine dei microsecondi [27]. Fin'ora non è stato osservato nessun tipo di segnale di questo tipo nei circa 100 FRBs

analizzati.

Femtolensing dei lampi gamma

Il fenomeno è molto simile a quello descritto sopra ma coinvolge CO di massa asteroidale su lampi nelle frequenze gamma. Attualmente non ci sono vincoli dal femtolensing.

- **Onde gravitazionali**

Verso la fine degli anni novanta, Nakamura [22] ha studiato la formazione di sistemi binari di massa solare di PBH DM nei primi anni dell'universo. In quest'era le coppie di PBHs sarebbero potute essere vicine abbastanza da disaccoppiarsi dall'espansione prima dell'epoca dell'equivalenza. In tal caso, interazioni a tre corpi potrebbero impartire un leggero momento angolare al sistema risultandone in un'orbita binaria molto eccentrica. Se queste coppie fossero sopravvissute inalterate fino a oggi, le onde gravitazionali prodotte dalla loro coalescenza potrebbero essere rilevate da LIGO.

Se i PBHs non dovessero costituire tutta la DM allora, quelli di massa stellare, potrebbero formare aloni di particelle di DM che rischierebbero di modificare l'evoluzione dinamica dei sistemi binari. Tuttavia tali modifiche causerebbero effetti poco evidenti per quanto riguarda il tempo di merging e quindi i relativi vincoli sul parametro f_{CO} . I PBHs DM potrebbero anche trovarsi raggruppati in ammassi (se costituiscono buona parte della materia oscura). In tal caso bisogna considerare le interazioni a tre corpi, che potrebbero avere un importante impatto nei PBH binari.

- **Effetti dinamici**

Galassie nane

In sistemi composti da stelle e da oggetti compatti, come ad esempio le galassie nane ultra-deboli (chiamate così a causa del loro elevato rapporto M/L), le interazioni tra queste due componenti causano un aumento di energia cinetica delle prime. Di conseguenza la distribuzione stellare si espande. Questo accade perché le interazioni a due corpi tendono ad uniformare l'energia cinetica delle diverse popolazioni e pertanto gli oggetti compatti con masse elevate cedono velocità alle stelle.

Binarie larghe

Le binarie larghe mantengono i loro parametri orbitali relativamente costanti a meno che il loro moto comune non venga disturbato dall'interazione con altri corpi. Eventuali modifiche dell'orbita di binarie larghe possono essere causate da oggetti compatti e quindi possono essere usate per vincolare l'abbondanza di queste componenti [48].

- **Accrescimento**

Universo primordiale

La radiazione X emessa dai PBH, a causa dell'accrescimento del gas, può modificare la storia ricombinativa dell'universo e produrre effetti visibili nello spettro della CMB [33]. Tuttavia ci sono delle incertezze teoriche significative riguardo al tasso di accrescimento e agli effetti ionizzanti.

Universo attuale

Gli effetti di accrescimento di PBH con massa $M_{PBH} > M_{\odot}$ potrebbero produrre emissioni X e radio osservabili anche all'interno della nostra stessa galassia [15].

- **Strutture su larga scala**

Un altro vincolo per il rapporto f_{PBH} proviene dalla formazione di strutture su larga scala. Infatti, se i PBHs dovessero costituire una parte significativa della DM, il rumore Poissoniano delle fluttuazioni in densità numerica si manifesterebbe con un plateau nello spettro di potenza per elevati numeri d'onda [3]. Inoltre, la natura discreta della distribuzione della DM sotto forma di PBHs, potrebbe condurre all'evaporazione delle piccole strutture nell'universo primordiale. Gli effetti di questo tipo di fenomeno e la frazione di PBH DM possono essere provati e vincolati dalla foresta Lyman- α usando i dati provenienti da MIKE/HIRES.

- **Vincoli indiretti**

Esistono anche altri vincoli indiretti che si applicano solamente ai PBHs formati per collasso di grandi perturbazioni di densità durante il dominio della radiazione. Se queste fluttuazioni dovessero essere sufficientemente grandi, allora dovrebbero causare delle onde gravitazionali (Scalar

induced gravitational waves, SIGWs) la cui ampiezza sarebbe più grande di quelle generate dalle perturbazioni tensoriali primordiali. Le rilevazioni potrebbero porre dei vincoli sulla densità di energia delle GWs stocastiche che si tradurrebbero in un limite per il parametro f_{PBH} . Questi vincoli dipendono sia dalla forma dello spettro di potenza primordiale sia dalla distribuzione delle perturbazioni in densità assunta.

Rilevazioni di questo tipo possono essere studiate dal progetto NANOGrav ma verranno approfondite anche dal futuro progetto LISA, che sarà sensibile alle frequenze delle GWs generate da PBHs di massa compresa tra le $10^{-15}M_{\odot}$ e le $10^{-8}M_{\odot}$ [4].

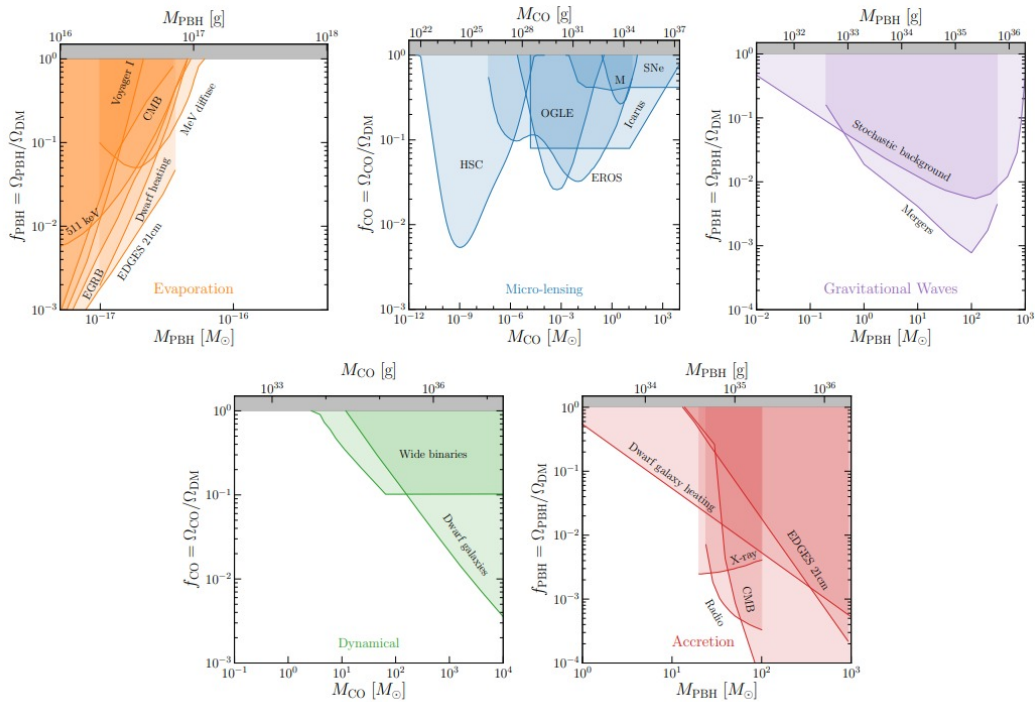


Figura 3.2:

Vincoli sul rapporto di materia oscura sotto forma di PBH per i vari tipi di evidenze osservative. In alto, da sinistra a destra: evaporazione, microlensing e onde gravitazionali. In basso, sempre da sinistra a destra: vincoli dinamici e accrescimento.

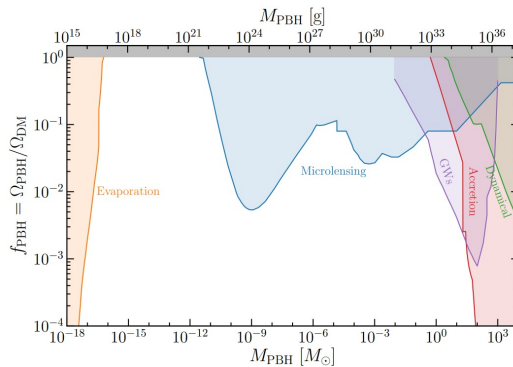


Figura 3.3:

Il grafico mostra i vincoli tramite evaporazione, microlensing, GWs, accrescimento e dinamici in funzione della massa dei PBH.

Bibliografia

- [1] Kevork N. Abazajian. «Sterile neutrinos in cosmology». In: *Physics Reports* 711-712 (2017). Sterile neutrinos in cosmology, pp. 1–28. ISSN: 0370-1573. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.003>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157317303307>.
- [2] P. A. R. Ade et al. «Planck2013 results. XVI. Cosmological parameters». In: *Astronomy Astrophysics* 571 (ott. 2014), A16. ISSN: 1432-0746. DOI: 10.1051/0004-6361/201321591. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201321591>.
- [3] N. Afshordi, P. McDonald e D. N. Spergel. «Primordial Black Holes as Dark Matter: The Power Spectrum and Evaporation of Early Structures». In: *The Astrophysical Journal* 594.2 (ago. 2003), pp. L71–L74. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/378763. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/378763>.
- [4] Nicola Bartolo et al. «Probing Anisotropies of the Stochastic Gravitational Wave Background with LISA». In: (gen. 2022). arXiv: 2201.08782 [astro-ph.CO].
- [5] Daniele Bertacca, Nicola Bartolo e Sabino Matarrese. «Unified Dark Matter Scalar Field Models». In: *Advances in Astronomy* 2010 (2010), pp. 1–29. ISSN: 1687-7977. DOI: 10.1155/2010/904379. URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/904379>.
- [6] James Binney e Scott Tremaine. *Galactic Dynamics: Second Edition*. 2008.
- [7] Michael Boylan-Kolchin, James S. Bullock e Manoj Kaplinghat. «Too big to fail? The puzzling darkness of massive Milky Way subhaloes». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 415.1 (lug. 2011), pp. L40–L44. ISSN: 1745-3925. DOI: 10.1111/j.1745-3933.2011.01074.x. eprint: <https://academic.oup.com/mnrasl/article-pdf/415/1/L40/2881682/415-1-L40.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2011.01074.x>.
- [8] James S. Bullock e Michael Boylan-Kolchin. «Small-Scale Challenges to the CDM Paradigm». In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 55.1 (ago. 2017), pp. 343–387. ISSN: 1545-4282. DOI: 10.1146/annurev-astro-091916-055313. URL: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-astro-091916-055313>.
- [9] Fabio Capela, Maxim Pshirkov e Peter Tinyakov. «Constraints on primordial black holes as dark matter candidates from capture by neutron stars». In: *Physical Review D* 87.12 (giu. 2013). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.87.123524. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.123524>.
- [10] B. J. Carr. «The primordial black hole mass spectrum.» In: 201 (ott. 1975), pp. 1–19. DOI: 10.1086/153853.
- [11] Ali H. Chamseddine e Viatcheslav Mukhanov. «Mimetic dark matter». In: *Journal of High Energy Physics* 2013.11 (nov. 2013). ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep11(2013)135. URL: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11\(2013\)135](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11(2013)135).
- [12] Douglas Clowe et al. «A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter». In: *The Astrophysical Journal* 648.2 (ago. 2006), pp. L109–L113. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/508162. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/508162>.
- [13] Daniel J. Eisenstein e Wayne Hu. «Baryonic Features in the Matter Transfer Function». In: 496.2 (mar. 1998), pp. 605–614. DOI: 10.1086/305424. arXiv: astro-ph/9709112 [astro-ph].
- [14] D. J. Fixsen. «THE TEMPERATURE OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND». In: *The Astrophysical Journal* 707.2 (nov. 2009), pp. 916–920. DOI: 10.1088/0004-637x/707/2/916. URL: <https://doi.org/10.1088/0004-637x/707/2/916>.

- [15] Daniele Gaggero et al. «Searching for Primordial Black Holes in the Radio and X-Ray Sky». In: *Physical Review Letters* 118.24 (giu. 2017). ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.118.241101. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.241101>.
- [16] Daniel Gilman et al. «Warm dark matter chills out: constraints on the halo mass function and the free-streaming length of dark matter with eight quadruple-image strong gravitational lenses». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 491.4 (dic. 2019), pp. 6077–6101. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/stz3480. eprint: <https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/491/4/6077/31628836/stz3480.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/stz3480>.
- [17] Anthony H. Gonzalez et al. «GALAXY CLUSTER BARYON FRACTIONS REVISITED». In: *The Astrophysical Journal* 778.1 (ott. 2013), p. 14. DOI: 10.1088/0004-637x/778/1/14. URL: <https://doi.org/10.1088/0004-637x/778/1/14>.
- [18] Peter W. Graham, Surjeet Rajendran e Jaime Varela. «Dark matter triggers of supernovae». In: *Physical Review D* 92.6 (set. 2015). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.92.063007. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.92.063007>.
- [19] S. W. Hawking. «Particle Creation by Black Holes». In: *Commun. Math. Phys.* 43 (1975). A cura di G. W. Gibbons e S. W. Hawking. [Erratum: *Commun.Math.Phys.* 46, 206 (1976)], pp. 199–220. DOI: 10.1007/BF02345020.
- [20] Wayne Hu, Rennan Barkana e Andrei Gruzinov. «Fuzzy Cold Dark Matter: The Wave Properties of Ultralight Particles». In: *Physical Review Letters* 85.6 (ago. 2000), pp. 1158–1161. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.85.1158. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.1158>.
- [21] Lam Hui et al. «Ultralight scalars as cosmological dark matter». In: *Physical Review D* 95.4 (feb. 2017). ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.95.043541. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.95.043541>.
- [22] Kunihito Ioka et al. «Black hole binary formation in the expanding universe: Three body problem approximation». In: *Physical Review D* 58.6 (ago. 1998). ISSN: 1089-4918. DOI: 10.1103/physrevd.58.063003. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.58.063003>.
- [23] D. Lynden-Bell. «Dwarf Galaxies and Globular Clusters in High Velocity Hydrogen Streams». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 174.3 (mar. 1976), pp. 695–710. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/174.3.695. eprint: <https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/174/3/695/2929415/mnras174-0695.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/174.3.695>.
- [24] E. Mediavilla et al. «Limits on the Mass and Abundance of Primordial Black Holes from Quasar Gravitational Microlensing». In: *The Astrophysical Journal* 836.2 (feb. 2017), p. L18. ISSN: 2041-8213. DOI: 10.3847/2041-8213/aa5dab. URL: <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/aa5dab>.
- [25] M. Milgrom. «A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis.» In: 270 (lug. 1983), pp. 365–370. DOI: 10.1086/161130.
- [26] Paulo Montero-Camacho et al. «Revisiting constraints on asteroid-mass primordial black holes as dark matter candidates». In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2019.08 (ago. 2019), pp. 031–031. ISSN: 1475-7516. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/08/031. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2019/08/031>.
- [27] Julian B. Muñoz et al. «Lensing of Fast Radio Bursts as a Probe of Compact Dark Matter». In: *Physical Review Letters* 117.9 (ago. 2016). ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.117.091301. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.091301>.
- [28] D. K. Nadezhin, I. D. Novikov e A. G. Polnarev. «The hydrodynamics of primordial black hole formation». In: 22 (apr. 1978), pp. 129–138.
- [29] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk e Simon D. M. White. «A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering». In: *The Astrophysical Journal* 490.2 (dic. 1997), pp. 493–508. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/304888. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/304888>.
- [30] Julio F. Navarro et al. «The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes». In: 402.1 (feb. 2010), pp. 21–34. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.15878.x. arXiv: 0810.1522 [astro-ph].

- [31] J. C. Niemeyer e K. Jedamzik. «Dynamics of primordial black hole formation». In: *Physical Review D* 59.12 (mag. 1999). ISSN: 1089-4918. DOI: 10.1103/physrevd.59.124013. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.59.124013>.
- [32] Stel F. Persic Salucci P. «The Universal Rotation Curve of Spiral Galaxies: I. the Dark Matter Connection». In: *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 281 (1996) 27 (nov. 1999).
- [33] Massimo Ricotti, Jeremiah P. Ostriker e Katherine J. Mack. «Effect of Primordial Black Holes on the Cosmic Microwave Background and Cosmological Parameter Estimates». In: *The Astrophysical Journal* 680.2 (giu. 2008), pp. 829–845. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/587831. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/587831>.
- [34] Adam G. Riess et al. «Type Ia Supernova Discoveries at $z < 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution». In: 607.2 (giu. 2004), pp. 665–687. DOI: 10.1086/383612. arXiv: astro-ph/0402512 [astro-ph].
- [35] V. C. Rubin, Jr. Ford W. K. e N. Thonnard. «Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R=4kpc) to UGC 2885 (R=122kpc).» In: 238 (giu. 1980), pp. 471–487. DOI: 10.1086/158003.
- [36] Richard Schaeffer e Joseph Silk. «Cold, warm, or hot dark matter-Biased galaxy formation and pancakes». In: *The Astrophysical Journal* 332 (1988), pp. 1–16.
- [37] Hsi-Yu Schive, Tzihong Chiueh e Tom Broadhurst. «Cosmic structure as the quantum interference of a coherent dark wave». In: *Nature Physics* 10.7 (giu. 2014), pp. 496–499. ISSN: 1745-2481. DOI: 10.1038/nphys2996. URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2996>.
- [38] Hsi-Yu Schive et al. «CONTRASTING GALAXY FORMATION FROM QUANTUM WAVE DARK MATTER,DM, WITH CDM, USINGPLANCKANDHUBBLEDATA». In: *The Astrophysical Journal* 818.1 (feb. 2016), p. 89. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.3847/0004-637x/818/1/89. URL: <http://dx.doi.org/10.3847/0004-637x/818/1/89>.
- [39] Bodo Schwabe, Jens C. Niemeyer e Jan F. Engels. «Simulations of solitonic core mergers in ultralight axion dark matter cosmologies». In: *Physical Review D* 94.4 (ago. 2016). ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.94.043513. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.94.043513>.
- [40] David N. Spergel e Paul J. Steinhardt. «Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter». In: *Physical Review Letters* 84.17 (apr. 2000), pp. 3760–3763. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.84.3760. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3760>.
- [41] V. Springel et al. «The Aquarius Project: the subhaloes of galactic haloes». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 391.4 (dic. 2008), pp. 1685–1711. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2008.14066.x. eprint: <https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/391/4/1685/4881147/mnras0391-1685.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.14066.x>.
- [42] Fumihiro Takayama e Masahiro Yamaguchi. «Gravitino dark matter without R-parity». In: *Physics Letters B* 485.4 (lug. 2000), pp. 388–392. ISSN: 0370-2693. DOI: 10.1016/S0370-2693(00)00726-7. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693\(00\)00726-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693(00)00726-7).
- [43] J. Anthony Tyson, Greg P. Kochanski e Ian P. Dell’Antonio. «Detailed Mass Map of CL 0024+1654 from Strong Lensing». In: *The Astrophysical Journal* 498.2 (mag. 1998), pp. L107–L110. ISSN: 0004-637X. DOI: 10.1086/311314. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/311314>.
- [44] Matteo Viel et al. «Warm dark matter as a solution to the small scale crisis: New constraints from high redshift Lyman-forest data». In: *Physical Review D* 88.4 (ago. 2013). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.88.043502. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.043502>.
- [45] Robert V. Wagoner. «Big-Bang Nucleosynthesis Revisited». In: 179 (gen. 1973).
- [46] David M. Wittman et al. «Detection of weak gravitational lensing distortions of distant galaxies by cosmic dark matter at large scales». In: *Nature* 405.6783 (mag. 2000), pp. 143–148. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/35012001. URL: <http://dx.doi.org/10.1038/35012001>.
- [47] E. L. Wright. *Theoretical Overview of Cosmic Microwave Background Anisotropy*. 2003. arXiv: astro-ph/0305591 [astro-ph].
- [48] Jaiyul Yoo, Julio Chaname e Andrew Gould. «The End of the MACHO Era: Limits on Halo Dark Matter from Stellar Halo Wide Binaries». In: *The Astrophysical Journal* 601.1 (gen. 2004),

pp. 311–318. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/380562. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/380562>.

- [49] Miguel Zumalacárregui e Uroš Seljak. «Limits on Stellar-Mass Compact Objects as Dark Matter from Gravitational Lensing of Type Ia Supernovae». In: *Physical Review Letters* 121.14 (ott. 2018). ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.121.141101. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.141101>.
- [50] F. Zwicky. «On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae». In: 86 (ott. 1937), p. 217. DOI: 10.1086/143864.

