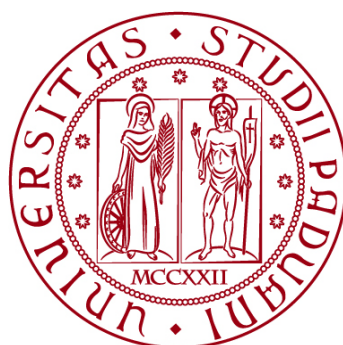


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE
Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Civile, indirizzo Geotecnica



TESI DI LAUREA

INTERAZIONE TERRENO-STRUTTURA: PALI IMMERSI IN TERRENO IN MOVIMENTO

Relatore:
Chiar.mo PROF. PAOLO CARRUBBA
Correlatore:
Ing. VINCENZO IMBISCUSO

Laureanda: CLAUDIA PERGOLA
Matricola: 1241751

ANNO ACCADEMICO 2021-2022

Ringraziamenti

Ringrazio il Professore Paolo Carrubba, relatore della mia tesi, per l'attenzione con cui mi ha seguito nel corso dello stage e della stesura di questo documento.

Ringrazio, inoltre, l'ing. Vincenzo Imbiscuso e la Sinergo Spa che mi hanno permesso di svolgere il mio lavoro di tesi in un ambiente sereno in cui ho potuto affinare le mie capacità e acquisirne di nuove.

Desidero ringraziare tutta la mia famiglia, i miei parenti e i miei amici che mi hanno sempre sostenuto e apprezzato per quello che sono.

Indice

Introduzione.....	1
1. Studio del fenomeno franoso	3
1.2 Classificazione.....	4
1.3 Analisi di stabilità dei pendii.....	12
1.4 Scelta degli interventi.....	15
1.5 Monitoraggio	18
2. Interventi di stabilizzazione	20
3. Palo sotto azioni orizzontali	24
3.1 Metodi rigido-plastici	25
3.2 Metodi elasto-plastici	46
3.3 Considerazioni.....	68
4. Impostazione dello studio numerico	70
4.1 Premessa	70
4.2 Caratteristiche meccaniche del pendio	73
4.3 Definizione geometria del modello.....	80
4.4 Definizione delle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali	86
5. Analisi dei risultati	92
5.1 Pressioni orizzontali	105
6. Conclusioni	119
7. Bibliografia	122

Introduzione

L'Italia è un paese dove l'esposizione al rischio di catastrofi idrogeologiche è particolarmente elevata. Le frane, estremamente diffuse sul territorio nazionale, sono la calamità naturali che si ripetono con maggiore frequenza e, dopo i terremoti, causano il maggior numero di vittime e di danni a centri abitati, infrastrutture, beni ambientali storici e culturali.

La gran parte dei fenomeni franosi presentano delle riattivazioni nel tempo, per cui risulta di grande importanza la raccolta e l'analisi delle informazioni sugli eventi del passato. Spesso a periodi di quiescenza di durata pluriennale o plurisecolare si alternano, in occasione di eventi meteorologici estremi, periodi di rimobilizzazione caratterizzate da movimenti lenti. Al contrario, i fenomeni di neoformazione sono più frequenti nelle tipologie di movimento a cinematisma rapido, quali crolli o colate di fango e detrito.

Al giorno d'oggi quindi le tematiche legate ai movimenti franosi ricoprono un ruolo sempre più importante, di conseguenza risulta fondamentale sviluppare una conoscenza adeguata in riferimento alla stabilizzazione di un corpo di terreno in movimento.

In questo lavoro ci si focalizzerà sullo studio di una paleofrana: si tratta di frane antiche che, dopo una fase di quiescenza, possono avere una riattivazione dei movimenti dovuta a cause naturali o antropiche.

Una delle caratteristiche delle paleofrane è che il volume di terreno instabile coinvolto presenta parametri geotecnici molto scadenti, che si avvicinano ai valori residui e quindi, in casi di eventi eccezionali, potrebbe riattivarsi catastroficamente tutta la massa instabile causando danni in termini economici e di perdita di vite umane. Per questo motivo, in questo elaborato si è cercato di ampliare le conoscenze relative a questi fenomeni, andando a studiare il comportamento meccanico tra il movimento di una frana e i rinforzi dati da pali in calcestruzzo armato, presenti tra lo strato mobile e quello non interessato dal movimento.

L'obiettivo è quello di studiare questi fenomeni tramite un modello tridimensionale formato da due strati di terreno attraversati da elementi stabilizzatori (pali), nella condizione in cui siano posizionati ad una distanza pari ai tre diametri, valore riconosciuto come limite oltre il quale si perde l'effetto arco e il comportamento può considerarsi come quello di un elemento singolo, e costruire poi un dominio di resistenza del palo.

1. Studio del fenomeno franoso

Le frane possono dare luogo a profonde trasformazioni della superficie terrestre, e a causa della loro alta pericolosità, in alcune aree abitate, devono essere oggetto di attenti studi e monitoraggi. Lo scopo dello studio delle frane è quello di essere in grado di prevedere un loro movimento o comunque se non fosse possibile bloccare la caduta del materiale tentare di deviarne o rallentarne la corsa tramite l'utilizzo di particolari strutture di ingegneria naturalistica, oppure, nei casi "inoperabili", approntare Piani di Protezione Civile finalizzati a sgombero preventivo, temporaneo o definitivo.

Per frana o dissesto è da intendersi qualsiasi situazione di equilibrio instabile del suolo, del sottosuolo o di entrambi, compreso fenomeni di intensa erosione superficiale, o fenomeni franosi che interessano i pendii in profondità, tali movimenti sono controllati dalla gravità.

I fattori o le cause che producono una frana o un movimento di massa sono molteplici si distinguono in tre tipi:

- cause predisponenti (ovvero proprie dell'ambiente naturale): natura del terreno, litologia, giacitura, andamento topografico, acclività dei versanti, clima, precipitazioni, escursioni termiche, idrogeologia ecc.;
- cause preparatrici: disboscamento, piovosità, erosione delle acque, variazione del contenuto d'acqua, azioni antropiche ecc;
- cause provocatrici: abbondanti piogge, erosione delle acque, terremoti, scavi e tagli ecc.

Solitamente l'attivazione del movimento franoso non è da correlare ad una singola causa scatenante, quanto invece ad una serie di aspetti di diversa rilevanza che concorrono a modificare le condizioni di stabilità iniziali.

In genere una frana è caratterizzata da tre parti:

- nicchia di distacco;
- alveo o pendio di frana;
- accumulo della frana

L'alveo o pendio di frana è quella zona in cui il materiale coinvolto nella frana si trova ad una quota inferiore rispetto alla superficie originaria del pendio. La zona di accumulo è quella zona in cui il materiale si trova ad una quota superiore rispetto al versante originario.

Una ulteriore divisione prevede di considerare:

- corona: parte di materiale non coinvolta dal fenomeno immediatamente adiacente alla parte più alta del pendio di frana;
- testata: parte superiore del terreno franato;
- scarpate secondarie: superfici ripide all'interno della frana, sintomatiche di movimenti differenziali all'interno del materiale;
- fratture secondarie: fratture in senso longitudinale o trasversale nel materiale franato.
- superficie di separazione: superficie che divide il materiale spostato da quello inalterato sottostante.

La massa di terreno coinvolta dal fenomeno viene chiamata materiale mobilizzato e viene comunemente suddiviso in corpo principale (parte del materiale che in seguito al movimento resta nell'alveo della frana) e piede della frana (materiale che si attesta nella zona di accumulo).

1.2 Classificazione

L'individuazione dei fenomeni meccanici di un movimento franoso non è semplice, difatti i tipi di frana sono numerosi e complessi e in funzione delle caratteristiche meccaniche del terreno, della forma del pendio e dei caratteri idraulici del sottosuolo. È possibile tuttavia individuare alcuni meccanismi più semplici ai quali riportare la maggior parte dei fenomeni di instabilità.

Classificazione di Varnes

Per classificare i vari tipi di frane generalmente ci si riferisce al tipo di materiale movimentato (che può essere suddiviso in materiale roccioso, detrito di falda e terreno sciolto) ed al tipo di movimento che il materiale segue. Queste due caratteristiche principali vengono poi integrate considerando anche altri aspetti come la velocità, l'entità del movimento e il contenuto d'acqua.

Una delle classificazioni più usate è quella proposta da Varnes nel 1978 e successivamente integrata da Cruden nel 1996. Questa classificazione suddivide le frane secondo 5 tipi di movimento e 3 classi di materiali.

Tipologia di movimento			Materiale		
			Terreno		Roccia
			Terra (earth)	Detrito (debris)	
<i>Crolli</i>			Earth fall	Debris fall	Rock fall
<i>Ribaltamenti</i>			Earth topple	Debris topple	Rock topple
<i>Scorrimenti</i>	Rotazionali	Poche unità	Earth slump	Debris slump	Rock slump
	Traslazionali	Molte unità	Earth block slide Earth slide	Debris block slide Debris slide	Rock block slide Rock slide
<i>Espansioni laterali</i>			Earth spread	Debris spread	Rock spread
<i>Flussi</i>			Earth flow	Debris flow	Rock flow
			(soil creep)		(creep profondo)
<i>Complesso</i> (combinazione di due o più tipologie di movimento)					

Figura 1 - Tipologia dei movimenti franosi

- 1) *Frane di crollo*: Il termine si riferisce ad una massa (di dimensioni qualsiasi) che si stacca da un versante molto acclive e che, successivamente, si muove per caduta libera, rotolamento, rimbalzi.



Figura 2 - Esempio frana di crollo

Il movimento è generalmente da molto rapido a estremamente rapido. Il distacco può avvenire per rottura, di trazione o di taglio, del materiale roccia, oppure può impostarsi su superfici di discontinuità preesistenti. Tranne nel caso in cui un blocco sia aggettante il crollo è necessariamente preceduto da movimenti di scorrimento o ribaltamento, anche se limitati.

In frane attive, o comunque molto recenti, la zona di distacco è caratterizzata da una superficie irregolare il cui andamento è controllato da giunti e fratture. Il deposito che ne

consegue è costituito da un accumulo di materiale di varie dimensioni al piede del versante; i frammenti di dimensioni maggiori possono percorrere anche notevoli distanze, in funzione della geometria e della lunghezza del versante e degli ostacoli su esso presenti.

Una frana di crollo avviene mediante la successione di tre fondamentali meccanismi di movimento:

- Caduta libera: predomina quando l'inclinazione del pendio supera i 76° .
- Rimbalzo: una massa in caduta libera quando ha un impatto con la superficie del versante rimbalza. Le caratteristiche del rimbalzo dipendono da diversi fattori quali le proprietà del materiale, l'angolo fra il pendio e la traiettoria, la morfologia del versante, la possibilità che la massa si frammenti nell'impatto.
- Rotolamento: predomina su pendii lunghi inclinati meno di 45° . C'è una transizione graduale fra rimbalzo e rotolamento: i rimbalzi si accorciano gradualmente e l'angolo di incidenza diminuisce.

2) *Ribaltamenti*: Il ribaltamento consiste nella rotazione del materiale attorno ad un punto posto al di sotto del suo centro di massa per azione della sola gravità o in combinazione con altre forze (per esempio quella esercitata dall'acqua nelle fratture o dalle masse adiacenti).

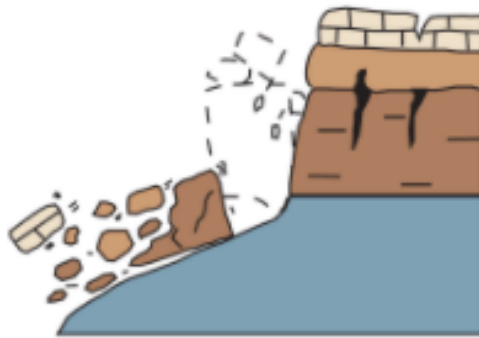


Figura 3 - Esempio frana di ribaltamento

Il ribaltamento è quindi dovuto al disequilibrio fra i momenti delle forze applicate. Questa tipologia di movimento è stata spesso considerata congiuntamente ai crolli. Solo di recente è stata riconosciuta l'importanza della distinzione dai crolli, sia per quanto riguarda l'analisi che i criteri di intervento. Il fenomeno può evolvere o meno, a seconda delle caratteristiche geometriche e strutturali della massa coinvolta nel dissesto, in crollo o in scivolamento. Nonostante il diverso meccanismo, il tipo di accumulo che ne deriva

è simile a quello delle frane di crollo. La velocità dei ribaltamenti varia da lenta a estremamente rapida.

Modi di ribaltamento:

- di flessura: è comune in rocce in cui predomina una famiglia di discontinuità immergente a reggipoggio con angolo elevato, in modo da formare "lastre" semicontinue; il movimento è determinato dal piegamento per flessura di blocchi colonnari o lastriformi di roccia. Il meccanismo predomina in litotipi, quali scisti o filladi, condizionati da una famiglia dominante di discontinuità.
- di blocchi (o diretto): si verifica comunemente in rocce con due o tre famiglie di discontinuità e quindi con struttura colonnare o a blocchi. In particolare, una o due famiglie di discontinuità immergono a reggipoggio con angolo elevato; la terza famiglia immerge invece preferibilmente a franapoggio a basso angolo, in modo da prevenire fenomeni di scivolamento. Il meccanismo predomina in rocce sedimentarie stratificate con struttura a blocchi e in rocce vulcaniche a struttura colonnare.
- flessurale di blocchi: è caratterizzato dalla flessura pseudo-continua di lunghe colonne mediante il movimento differenziale progressivo lungo numerose discontinuità trasversali immergenti a franapoggio. Il meccanismo predomina in litotipi flyschoidi con alternanza di strati competenti e poco competenti.
- "chevron": si tratta di "ribaltamenti a blocchi" in cui l'immersione dei blocchi ribaltati è costante e cambia bruscamente in corrispondenza di una superficie di rottura. Si riscontra in pendii più acclivi di quelli interessati dagli altri modi di ribaltamento.

3) *Scivolamenti*: Uno scivolamento è un movimento di roccia o terreno lungo il versante che avviene essenzialmente per deformazioni di taglio lungo una o più superfici, o entro uno spessore limitato del materiale.

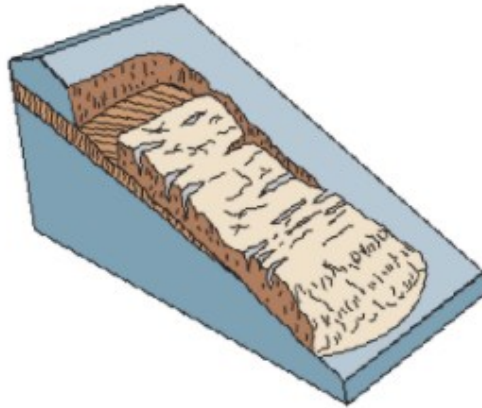


Figura 4 - Esempio di frana di scivolamento

Il movimento avviene quando su un pendio la sollecitazione media di taglio su una potenziale superficie di scorrimento τ supera la resistenza al taglio media disponibile lungo tale superficie τ_f :

$$\tau \geq \tau_f$$

Generalmente la rottura non è contemporanea su tutta la superficie di taglio ma si propaga da un'area di rottura localizzata (rottura progressiva). La massa dislocata scivola oltre la superficie di rottura sulla originale superficie del terreno, che viene così a costituire una superficie di separazione fra massa in posto e massa dislocata.

Si distinguono tre modi fondamentali di scivolamento:

- scivolamento rotazionale: la massa spostata si muove lungo una superficie di rottura curva. Il movimento comporta la rotazione all'indietro dei blocchi in cui la massa spostata viene smembrata. Le fratture che interessano la superficie del terreno hanno andamento concentrico in pianta e concavo verso la direzione di movimento. La superficie di rottura è concava verso l'alto; talvolta la maggior parte di essa approssima la sezione di un cilindro con asse parallelo al versante. Nella zona di testata il movimento è quasi interamente verticale, con modesta componente rotazionale. La parte del corpo di frana che si trova in prossimità del piede è soggetta a compressione, a causa della concavità della superficie di rottura. Il piede è quindi caratterizzato da strutture di compressione, sollevamenti e da un elevato contenuto d'acqua. Gli alberi eventualmente presenti tendono a piegarsi verso valle, contrariamente a quanto avviene nella parte a monte. Lo scorrimento rotazionale interessa generalmente terreni

omogenei, terre compattate artificialmente e ammassi rocciosi intensamente fratturati.

- scivolamento traslativo: la massa scivola lungo una o più superfici piane, talvolta più o meno ondulate. Il movimento è generalmente controllato dall'andamento di superfici di discontinuità, come faglie, giunti, superfici di stratificazione e variazioni nelle proprietà geotecniche fra strati adiacenti (materiale alterato e non alterato, ecc.). Lo scivolamento traslativo può essere ulteriormente suddiviso in tre tipologie principali:
 - a. planare, quando si imposta su una superficie piana singola;
 - b. a cuneo, quando interessa due superfici di discontinuità a diversa orientazione che si intersecano;
 - c. a gradini, quando si imposta su superfici di discontinuità diverse e parallele (appartenenti alla stessa famiglia) connesse fra loro da un'altra famiglia di discontinuità circa sub ortogonale alla prima.
- scivolamento composto: il movimento avviene su una superficie composta da elementi planari e curvi. In terreni non omogenei o anisotropi (es. in materiali stratificati), la superficie di rottura è raramente caratterizzata da curvatura uniforme: di solito la sua forma è condizionata da discontinuità di vario tipo (fratture, superfici di stratificazione, faglie, etc.). Gli scivolamenti composti si generano tipicamente in materiali in cui è presente un livello più debole in profondità, oppure un'interfaccia fra materiale degradato e fresco, in quanto tali zone esercitano un controllo sulla posizione della superficie di rottura.

4) *Espansione*: L'espansione consiste nel movimento di estensione, e di lieve subsidenza, di un terreno coesivo o di un ammasso roccioso, in seguito all'estrusione e allo spostamento di un livello di materiale meno competente sottostante.

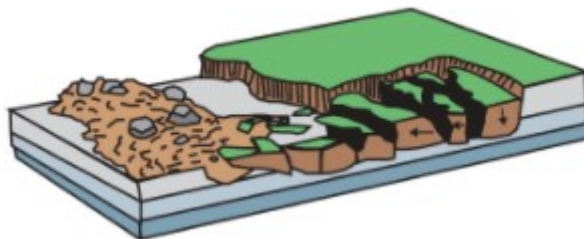


Figura 5 - Esempio di espansione

La superficie di rottura non è una superficie di intensa deformazione di taglio. L'espansione può essere causata dalla liquefazione o dal flusso del materiale a bassa competenza; il movimento della massa avviene attraverso lo sviluppo di fratture di tensione o di taglio.

Cruden & Varnes (1994) riconoscono due modi principali di espansione.

- espansioni di blocchi: avvengono tipicamente in corrispondenza di ammassi rocciosi fratturati sovrapposti a materiali meno competenti, come argilliti o marne. I movimenti orizzontali sono evidenziati dall'apertura delle fratture verticali nell'ammasso roccioso, che dà luogo a tipiche trincee
- espansioni per liquefazione: si formano in sabbie sciolte sature o in argille e limi sensitivi, ovvero caratterizzati da una struttura metastabile che può essere distrutta da leggeri disturbi. Una volta che la struttura viene distrutta il materiale perde la resistenza e dà luogo ad un fenomeno di liquefazione. Generalmente il fenomeno determina uno scivolamento traslativo con un'evoluzione retrogressiva, tuttavia, se sopra al livello di terreno soggetto a liquefazione è presente uno strato di materiale coesivo o cementato, questo subisce un'espansione, che si manifesta con tipiche strutture ad horst e graben.

5) *Colamenti*: Da un punto di vista meccanico viene definita “colamento” la deformazione continua nello spazio per flusso viscoso, in cui il movimento non avviene solo sulla superficie di separazione fra massa in frana e materiale in posto, ma è distribuito in modo più o meno continuo e si esaurisce gradualmente in profondità.

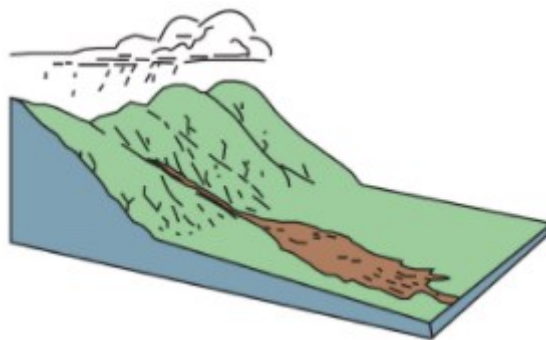


Figura 6 - Esempio di colamento

Superfici di taglio possono essere presenti, ma sono multiple e non collegate fra loro e, spesso, temporanee. Esiste una gradazione continua fra scivolamento e colamento in relazione al contenuto d'acqua della massa spostata e all'evoluzione del movimento. In ammassi rocciosi fenomeni di flusso viscoso, talvolta noti come "creep", possono essere causati da deformazioni distribuite lungo fratture più o meno ampie, senza una ben definita superficie di dislocazione. I movimenti sono generalmente molto lenti, e la distribuzione delle velocità può essere simile a quella del moto di un fluido.

Un altro aspetto da prendere in considerazione nell'analisi del fenomeno franoso è lo stato dell'attività del movimento dello stesso. Tale analisi permette di raccogliere informazioni sul momento in cui si è verificato l'evento, così da poter stimare il tipo di evoluzione temporale che può avere il fenomeno. Le descrizioni e le definizioni di seguito riportate forniscono gli elementi di base per una comprensione generale:

- Attivo: se attualmente in movimento cioè, se al momento dell'osservazione o dell'esecuzione dello studio si sono rilevati indizi di movimento.
- Sospeso: se nell'ultimo ciclo stagionale ha avuto movimenti ma non è attualmente attiva.
- Riattivato: se attiva dopo essere stata inattiva.
- Inattivo: se il movimento è avvenuto per l'ultima volta prima dell'ultimo ciclo stagionale. Si può suddividere inoltre secondo le classi seguenti:
 - Quiescente: quando attiva ma riattivabile dalle sue cause originali tuttora esistenti
 - Naturalmente stabilizzato: se inattiva e non più influenzata dalle sue cause originali
 - Artificialmente stabilizzato: se inattiva e protetta dalle cause originali tramite misure di stabilizzazione di origine antropica
 - Relitto: se inattiva e sviluppatasi in condizioni morfologiche e climatiche considerevolmente diverse dalle attuali.

Inoltre si definiscono le classi di velocità associate ai possibili danni, in quanto, in termini di pericolosità, l'intensità di un evento franoso è definita dalla quantità di materiale spostato e dalla velocità di accadimento.

Classe	Descrizione	Danni osservabili	Velocità	(m/s)
7	Estremamente rapido	Catastrofe di eccezionale violenza. Edifici distrutti per l'impatto del materiale spostato. Molti morti. Fuga impossibile.	5 m/s	5
6	Molto rapido	Perdita di alcune vite umane. Velocità troppo elevata per permettere l'evacuazione delle persone.	3m/min	5×10^{-2}
5	Rapido	Evacuazione possibile. Distruzione di strutture, immobili ed installazioni permanenti.	1.8 m/h	5×10^{-4}
4	Moderato	Alcune strutture temporanee o poco danneggiabili possono essere mantenute.	13m/mese	5×10^{-6}
3	Lento	Possibilità di intraprendere lavori di rinforzo e restauro durante il movimento. Le strutture meno danneggiabili possono essere mantenute con frequenti lavori di rinforzo se il movimento totale non è troppo grande durante una particolare fase di accelerazione.	1.6 m/anno	5×10^{-8}
2	Molto lento	Alcune strutture permanenti possono non essere danneggiate dal movimento.	16 mm/anno	5×10^{-10}
1	Estremamente lento	Impercettibile senza strumenti di monitoraggio. Costruzione di edifici possibile con precauzioni		

Figura 7 - Scala di intensità delle frane basata sulla velocità e sul danno prodotto (Cruden & Varnes, 1996)

1.3 Analisi di stabilità dei pendii

I metodi di analisi della stabilità dei pendii più diffusi ed utilizzati nella pratica professionale sono metodi all'equilibrio limite, che ipotizzano per il terreno un comportamento rigidamente plastico. Si immagina cioè che il terreno non si deformi fino al raggiungimento della condizione di rottura, e che, in condizioni di rottura, la resistenza al taglio si mantenga costante e indipendente dalle deformazioni accumulate. Da tale ipotesi, fortemente semplificativa, consegue che:

- la rottura si manifesta lungo una superficie netta di separazione tra la massa in frana e il terreno stabile
- la massa in frana è un blocco indeformato in moto di roto-traslazione rigida
- la resistenza mobilitata lungo la superficie di scorrimento in condizioni di equilibrio limite è costante nel tempo, indipendente dalle deformazioni e quindi dai movimenti della frana, e ovunque pari alla resistenza al taglio
- non è possibile determinare né le deformazioni precedenti la rottura, né l'entità dei movimenti del blocco in frana, né la velocità del fenomeno.

La maggior parte dei metodi di verifica della stabilità dei pendii considerano il problema piano (cioè ipotizzano che la superficie di scorrimento sia di forma cilindrica con direttrici ortogonali al piano considerato), analizzando di norma una o più sezioni longitudinali del versante e trascurando gli effetti tridimensionali.

Ulteriori ipotesi semplificative, diverse da un metodo all'altro, sono necessarie per rendere il problema staticamente determinato, cosicché a parità di geometria e di caratteristiche fisico-meccaniche del terreno, il risultato dell'analisi, in termini di *superficie di scorrimento critica* (superficie per la quale il rapporto fra resistenza disponibile e resistenza mobilitata assume il valore minimo) e di *coefficiente di sicurezza* (rapporto fra resistenza disponibile e resistenza mobilitata), non è unico ma dipende dal metodo adottato.

Nonostante tutto però, l'affidabilità dei risultati dipende quasi esclusivamente dalla corretta schematizzazione del fenomeno e dalla scelta dei parametri di progetto che, proprio a causa della scarsa aderenza alla realtà fisica del modello costitutivo adottato per il terreno, devono essere fissati con grande attenzione e consapevolezza.

Occorre poi distinguere i pendii naturali dai pendii artificiali, non solo e non tanto perché i volumi in gioco e le condizioni di carico sono spesso molto diversi, o perché alcuni metodi di analisi sono più adatti allo studio della stabilità degli uni o degli altri, ma perché è generalmente molto diversa la conoscenza qualitativa e quantitativa della geometria superficiale e profonda, e delle proprietà fisico-meccaniche dei terreni.

I pendii naturali sono di norma caratterizzati da una morfologia superficiale e profonda complessa, da una grande variabilità spaziale delle caratteristiche fisico-meccaniche dei terreni, e di norma da una meno rapida variazione delle condizioni di carico (salvo le azioni sismiche). Le indagini geologiche, idrogeologiche e geotecniche, la cui estensione ed approfondimento devono essere commisurati, in termini anche economici, all'importanza, alle finalità, all'estensione ed alla gravità del problema in studio ed alla fase di progettazione, possono solo fornire un quadro approssimato e parziale della realtà fisica.

Per i pendii in terra, oltre ai metodi classici, (metodi dell'equilibrio limite di Bishop, Janbu, Morgenstern, Price, ed altri) le analisi di stabilità possono essere eseguite anche con modelli matematici agli elementi finiti e alle differenze finite. Questi metodi hanno il vantaggio e la capacità di analizzare situazioni complesse sia per geometria del pendio che per stratigrafia del terreno, utilizzando leggi costitutive dei materiali differenti. Un altro fattore di pregio dei modelli matematici sopra citati è la possibilità di simulare la storia del versante e gli effetti degli interventi di stabilizzazione prima e dopo l'intervento.

Estendendo l'analisi al campo sismico si possono suddividere gli studi delle condizioni di stabilità dei pendii naturali in tre categorie principali, in ordine di complessità crescente:

- Metodi pseudostatici
- Metodi degli spostamenti (analisi dinamica semplificata)
- Metodi di analisi dinamica completa

Il *metodo pseudostatico* consiste nel simulare l'azione sismica con forze statiche equivalenti, proporzionali alla massa di terreno di peso W racchiuso dalla superficie di scorrimento ed applicate nel baricentro delle masse. La scelta dei coefficienti sismici si basa normalmente su criteri empirici o su quanto indicato dalla normativa. Adottando il metodo pseudostatico, la superficie di scorrimento caratterizzata dal minimo valore del coefficiente di sicurezza va ricercata per tentativi, considerando diversi possibili cinatismi di collasso. Tali metodi hanno un limite, in quanto utilizzano sollecitazioni statiche, costanti nel tempo in modulo, direzione e verso, per valutare gli effetti di sollecitazioni sismiche che hanno invece un carattere ciclico e transitorio.

I *metodi degli spostamenti* si basano sul modello di blocco rigido di Newmark (1965) e permettono di superare i limiti dell'approccio pseudostatico. Viene ipotizzato che il volume potenzialmente instabile sia schematizzabile come un blocco rigido di peso W che poggia su una superficie in movimento sotto l'azione di una sollecitazione sismica.

Il metodo di analisi si articola nelle seguenti fasi:

- ricerca, con l'approccio pseudostatico, della superficie di scorrimento potenziale alla quale corrispondono condizioni di equilibrio limite ($FS=1$) e determinazione del coefficiente sismico corrispondente;
- scelta del terremoto di riferimento;
- stima dello spostamento del corpo di frana mediante doppia integrazione dell'equazione differenziale del moto relativo;
- confronto tra spostamento ammissibile e quello accumulato.

Mediante i *metodi di analisi dinamica completa*, invece, le equazioni dinamiche del moto vengono risolte mediante tecniche di integrazione numerica agli elementi finiti o alle differenze finite.

Questi metodi sono molto onerosi dal punto di vista computazionale e vengono più spesso utilizzati solo per casi ben documentati.

Il metodo di analisi delle condizioni di stabilità di un pendio dipende necessariamente dalla complessità del problema in esame e dal grado di conoscenza dei parametri ottenuti con la caratterizzazione geotecnica.

In molti casi si ricorre ai *metodi dell'equilibrio limite*, dove le superfici di scorrimento vengono caratterizzate mediante tecniche di proiezione stereografica e le verifiche di stabilità sono condotte mediante soluzioni analitiche di facile impiego.

1.4 Scelta degli interventi

La scelta del tipo e del relativo dimensionamento dell'intervento di stabilizzazione adatto è condizionata da numerosi fattori:

- Stabilità attuale del pendio
- Tipo di frana
- Dimensione e velocità del fenomeno
- Situazione ambiente fisico e socio-economico
- Valutazione di impatto ambientale
- Costi e tempi di realizzazione
- Tecnologie utilizzabili

Dal punto di vista delle *condizioni di stabilità attuali*, gli interventi di stabilizzazione dei versanti sono necessari nelle zone in cui il movimento franoso è già in atto ed opportuni nelle aree potenzialmente instabili.

In questo caso, una dettagliata indagine geognostica ed un accurato monitoraggio, consentono di definire in modo adeguato i dati input come la localizzazione delle superfici di scorrimento critiche e la resistenza al taglio mobilitata lungo di esse. I pendii con un insufficiente livello di sicurezza presuppongono, invece, una diagnosi prima della rottura. In questo caso, anche in presenza di un'indagine geognostica ed un monitoraggio preventivo, vi è una maggiore incertezza nella definizione dei parametri che governano il fenomeno, con particolare riferimento alla forma e alla profondità della potenziale superficie di rottura ed alla scelta dei parametri di resistenza in corrispondenza della stessa. Ne consegue una maggiore difficoltà nell'approccio progettuale e una minore precisione dei risultati ottenibili con la modellazione.

L'entità della frana condiziona la possibilità d'intervento e l'efficacia dei provvedimenti. Infatti, se si è in presenza di porzioni molto elevate, nell'ordine di milioni di metri cubi, l'intervento potrebbe risultare inutile o troppo dispendioso in rapporto ai benefici raggiungibili. Al contrario per frane di piccole o di medie dimensioni le possibilità e la scelta degli interventi sono maggiori.

Nel caso delle frane in atto, la *velocità del moto* può impedire l'esecuzione di interventi di stabilizzazione. Infatti, anche se la velocità di spostamento non è elevata, la situazione del pendio varia continuamente nel tempo, e le opere di stabilizzazione possono essere dissestate mentre sono ancora in costruzione.

Sulla base della velocità di spostamento, Varnes divide le frane in 7 gruppi, da quelle estremamente lente ($v \leq 0.06 \text{ m/anno}$) a quelle estremamente veloci ($v > 3 \text{ m/s}$).

Hungr (1981), riconosciuto che il potenziale di danno di una frana, per una data area investita, dipende dalla velocità della frana, ha proposto una scala di "dannosità" (Tabella 1), analoga alle scale di intensità dei terremoti, basata sulla velocità.

<i>Classe di danno</i>	<i>Effetti</i>
<i>1</i>	Nessun tipo di provvedimento è possibile
<i>2</i>	Velocità tanto elevata da non consentire la fuga a tutte le persone. Perdita di vite umane.
<i>3</i>	La fuga delle persone è possibile. Distruzione di strutture e impianti fissi.
<i>4</i>	Nel corpo della frana o nelle adiacenze possono mantenersi strutture temporanee o poco sensibili agli spostamenti, le altre vanno demolite
<i>5</i>	Interventi di stabilizzazione eseguibili anche durante la fase di movimento.
<i>6</i>	Le strutture permanenti sono conservate

Tabella 1 – Classi di dannosità delle frane secondo Hungr (1981)

Nelle classi 1 e 2 sono comprese "valanghe", frane di roccia o di materiali detritici e colate. Le classi 5 e 6 comprendono invece movimenti lenti o lentissimi relativi a terreni a comportamento plastico. Su basi puramente empiriche è possibile accoppiare la scala di dannosità con indicazioni sulla fattibilità ed efficacia di interventi di stabilizzazione.

Per velocità molto basse (< 10 m/anno – classi 5 e 6) la convenienza e l'efficacia di interventi appaiono molto dubbie. In questo caso, infatti, i manufatti che insistono sulla zona in frana, spesso non subiscono danni così gravi da pregiudicarne la funzionalità o tanto meno la sicurezza. In questi casi può essere opportuno limitarsi ad intervenire sui manufatti, rendendoli atti a subire senza danno movimenti assoluti e differenziali.

Se le velocità della frana sono maggiori di qualche metro/ora (classi 1÷3), nel periodo di tempo in cui la frana è in moto sono possibili solo gli interventi d'urgenza necessari per garantire la

pubblica incolumità e per tentare di contenere i danni. È ovviamente possibile e necessario intervenire per evitare che la frana avvenga e, dopo l'evento, per sistemare la zona franata.

I fattori legati alle situazioni dell'ambiente fisico e socio-economico che condizionano le scelte nel campo degli interventi di stabilizzazione sono numerosi ed estremamente vari. È sufficiente ricordare quelli legati alla conservazione di beni ambientali non rinnovabili, tramite interventi in zone di rilevante valenza ambientale, o di interventi in corrispondenza di beni appartenenti al patrimonio storico, artistico e culturale o di zone sedi di importanti infrastrutture civili, industriali e viarie.

Oltre al carattere ambientale, è quasi sempre determinante nella scelta degli interventi, l'influenza dei fattori economici e di conseguenza il costo dell'opera, i relativi tempi di esecuzione e le possibili tecnologie utilizzabili.

In generale, per stabilizzare o aumentare il coefficiente di sicurezza di un pendio o una frana in atto si può agire in due modi: aumentando la capacità di resistenza lungo la superficie di scorrimento o attuando provvedimenti volti a ridurre la domanda di resistenza necessaria per l'equilibrio.

Sfruttando il primo metodo si possono effettuare manufatti che intercettano e ridirezionano le acque superficiali, stabilizzando la coltre di terreno più superficiale e diminuendo le infiltrazioni quindi anche le pressioni interstiziali, aumentando così la resistenza al taglio. Per questa tipologia d'intervento si possono realizzare i fossi e le cunette di guardia, le fascinate, gli inerbimenti e i rimboschimenti.

Per interventi a profondità maggiori si utilizzano le trincee drenanti, i pozzi drenanti, i dreni sub-orizzontali, i cunicoli e le gallerie drenanti e processi di elettroosmosi. Altri manufatti utilizzati sono piastre e travi tirantate che agiscono comprimendo il terreno aumentando indirettamente la resistenza al taglio lungo la superficie di scorrimento, talvolta si ricorre anche ad interventi come le iniezioni di miscele chimiche o cementizie e trattamenti termici tutti finalizzati al miglioramento delle caratteristiche meccaniche del terreno.

Nel secondo metodo d'intervento rientrano la modifica della superficie topografica come la riprofilatura, l'appesantimento al piede o l'alleggerimento della sommità del pendio e l'inserimento di opere di sostegno passive, come (muri, terre armate, paratie, pali, reticoli di micropali e pozzi portanti), progettati per trasferire la spinta dell'ammasso a strati più profondi e stabili si impiegano per frane di spessore modesto.

Il progettista in assenza di dati affidabili pervenuti da una buona programmazione ed esecuzione di indagini, tende ad assumere ipotesi molto cautelative che comportano un

sovradimensionamento delle opere, quindi dal momento che il costo delle indagini è modesto rispetto all'ammontare complessivo dell'intervento è conveniente svolgere la fase d'indagine il più esaustivamente possibile.

Inoltre è sempre opportuno prolungare il monitoraggio per almeno un intero ciclo stagionale dopo il termine dei lavori per assicurarsi che le ipotesi e l'intervento adottato abbiano raggiunto l'efficienza richiesta.

1.5 Monitoraggio

Per verificare l'idoneità e l'efficacia degli interventi progettati, e dell'eventuale opportunità di procedere ad ulteriori interventi integrativi, molti fenomeni franosi sono attualmente monitorati con l'ausilio di strumentazione dedicata alla rilevazione di dati utili allo studio e alla sorveglianza dei loro movimenti.

Per il rilievo dei livelli di falda si provvede all'installazione, all'interno dei fori di sondaggio, di piezometri "a tubo aperto" o celle piezometriche del tipo "Casagrande" a doppio tubo. Indicativamente la scelta del tipo di piezometro può essere fatta in accordo alle indicazioni riportate nella seguente *Tabella 2*:

<i>Tipo di piezometro</i>	<i>permeabilità k (m/s)</i>
Piezometro a tubo aperto	10^{-6}
Celle piezometriche Casagrande	10^{-10} $k < 10^{-6}$
Piezometri pneumatici Piezometri a corda vibrante Piezometri "strain gauge"	$< 10^{-10}$

Tabella 2 - Tipi di piezometro

L'osservazione dei movimenti profondi viene fatta mediante l'installazione di tubi inclinometrici installati all'interno di perforazioni di sondaggio che consentono di:

- monitorare i movimenti del versante, anche dopo la messa in opera degli interventi di stabilizzazione;
- individuare eventuali tracce di superfici di scorrimento sepolte, in corrispondenza dell'attingimento di un gradiente significativo degli spostamenti lungo la verticale.

Il procedimento di controllo delle frane più diffuso è costituito dal rilievo degli spostamenti in superficie con metodi topografici. Le tecniche di misura sono ben note ed è agevole ottenere risultati sufficientemente affidabili nella maggior parte dei casi pratici, sia per quanto concerne il rilevamento degli spostamenti verticali che di quelli orizzontali.

Si può anzi con una certa sicurezza affermare che il monitoraggio di spostamenti superficiali ottenibile con le misure topografiche è senz'altro di maggiore affidabilità, oltre che più economico, rispetto a quello ricavabile dalle misure inclinometriche. Per la misura degli spostamenti orizzontali andranno utilizzate le stesse tecniche generalmente impiegate per i rilievi topografici, cioè triangolazioni, trilaterazioni e triangolaterazioni.

Le livellazioni geometriche di alta precisione, cioè effettuate con livelli di grande sensibilità dotati di micrometro ottico, costituiscono invece un validissimo mezzo per la misura di spostamenti verticali. Il rilievo topografico degli spostamenti richiederà la predisposizione di picchetti di controllo (punti mobili) opportunamente dislocati sul corpo di frana e “riferiti” a capisaldi (punti fissi) localizzati in zone al di fuori della frana, in modo da poter seguire, mediante accurate misure periodiche, l'eventuale evoluzione e il progredire del fenomeno franoso nel tempo.

In alcuni casi, i punti di misura (mire) potranno essere fissati direttamente ai manufatti esistenti (edifici, o opere di sostegno rigide) o agli interventi di stabilizzazione realizzati, allo scopo di controllarne gli eventuali movimenti.

2. Interventi di stabilizzazione

La stabilizzazione di un corpo franoso in movimento o il consolidamento di un pendio in precarie condizioni di stabilità richiedono un'adeguata conoscenza delle cause d'instabilità; i caratteri geometrici del versante e il regime delle pressioni neutre sono all'origine della maggior parte dei dissesti.

Nell'ambito di dissesto dei versanti di un certo rilievo è opportuno intervenire ove si temano danni detrito ai beni presenti nelle vicinanze, o danni indiretti causati dalla produzione di verso valle.

Si considera la formula del rischio:

$$R = V * P * E$$

La definizione generale di rischio è intesa come il numero atteso di perdite umane, feriti, danni alla proprietà, interruzione di attività economiche, in conseguenza di un particolare fenomeno naturale.

Dalla formula si intende che se volessimo ridurre il rischio dovremmo agire su uno dei fattori moltiplicativi ed ovviamente se anche solo uno di questi risultasse essere pari a zero, il rischio sarebbe nullo.

V = Vulnerabilità. Rappresenta il grado di perdita prodotto su un certo elemento o gruppo di elementi esposti a rischio, risultante dal verificarsi di un fenomeno naturale di una data intensità.

P = Pericolosità. S'intende la probabilità che un fenomeno di determinata intensità si verifichi in un dato periodo di tempo ed in una data area. È espressa in termini di probabilità annuale (detto anche tempo di ritorno T_R).

La pericolosità è esprimibile o in una scala relativa oppure in termini di una o più grandezze caratteristiche del fenomeno per esempio: velocità, volume, energia, ecc.

E = Esposizione. Si intende il valore dell'elemento a rischio in termini monetari o quantitativi.

Si possono definire quattro strategie per la mitigazione del rischio:

- Avoidance: consiste nello spostamento degli elementi a rischio
- Correction: si tratta di riduzione o correzione della fonte di rischio (stabilizzazione del corpo di frana)
- Desensitization: la desensibilizzazione degli elementi a rischio frana (riduzione della vulnerabilità tramite rafforzamento di strutture o sistemi protettivi);
- Acceptance: l'accettazione del rischio (sistemi di monitoraggio e di allarme, assicurazioni, educazione della popolazione).

La tipologia di intervento scelta dipenderà dall'accessibilità della frana, dalla fattibilità tecnica (ovvero dalla possibilità di realizzare quel tipo di intervento con gli strumenti a disposizione), dalla sicurezza delle squadre di intervento, dai costi (che dipendono dal volume di frana, dall'accessibilità e dalla tipologia di intervento) e dall'efficienza.

Quest'ultimo è il fattore più importante da considerare in quanto valuta l'effettivo aumento del grado di sicurezza di un versante dopo i lavori effettuati. Non è però di facile determinazione, in quanto dipende non solo dalle condizioni geometriche della frana, ma anche dal tempo (se si parla di breve o lungo periodo).

L'obiettivo di questi interventi è quello di prevenire gli effetti dovuti alla presenza di un movimento franoso lungo una certa superficie di scorrimento.

Questi interventi comportano il miglioramento delle condizioni di sicurezza del versante e sono dimensionati a partire dall'analisi di stabilità. I fattori da considerare sono numerosi e di difficile valutazione, in particolare: l'esistenza, la posizione e la forma della superficie di scorrimento, il regime delle acque nel sottosuolo ed i parametri di resistenza del terreno.

L'intervento viene di norma dimensionato sulla base di un prefissato incremento del coefficiente di sicurezza che deve essere accuratamente valutato anche tenendo conto delle sollecitazioni sismiche.

Tra gli interventi che incrementano le forze stabilizzanti, e quindi la resistenza sulla superficie di slittamento, si collocano le opere di sostegno e gli ancoraggi.

Opere di sostegno ed ancoraggi:

Le condizioni di stabilità di un pendio possono essere migliorate tramite forze stabilizzanti, esercitate da opere di sostegno (muri, gabbionate, terra armata, pozzi strutturali, pali, setti, paratie) ed ancoraggi. Tali opere devono essere ammorsate o fondate sul terreno stabile (ad esempio il substrato), diversamente non forniscono alcun contributo alla stabilità globale.

In genere l'entità delle azioni che è possibile trasmettere alle opere di sostegno è modesta per cui è tecnicamente ed economicamente conveniente stabilizzare frane di spessore ridotto (7÷8 m). Fanno eccezione i pozzi strutturali, con i quali si può intervenire su frane più profonde (10÷12 m). L'effetto stabilizzante è rapido e costante nel tempo, non è richiesta particolare manutenzione.

Gli ancoraggi pretesi possono contribuire alla stabilità dell'opera di stabilizzazione o agire direttamente sul terreno, incrementando le tensioni normali alla superficie di scorrimento e quindi la resistenza del terreno, tramite l'azione di pretensione. Le fondazioni degli ancoraggi (ovvero i tratti resistenti) devono essere completamente realizzate al di fuori del corpo di frana, all'interno del substrato stabile, anche se ciò comporta l'esecuzione di tratti liberi piuttosto lunghi. Gli ancoraggi sono poco efficaci nelle argille di consistenza medio – bassa, in cui il carico limite allo sfilamento è modesto e gli effetti di pretensione diminuiscono rapidamente col tempo, per la spiccata tendenza di questi terreni a sviluppare deformazioni di creep, che producono fenomeni di rilassamento nell'armatura tesa.

Esistono poi gli interventi che servono a decrementare le azioni instabilizzanti e si tratta di drenaggi e riprofilatura del versante.

Drenaggi:

I drenaggi consistono in trincee, setti, pozzi, gallerie ed aste infisse dalla superficie, da pozzi o da gallerie. Essi sono vuoti, se esiste un elemento strutturale di sostegno del cavo, o riempiti di materiale di elevata permeabilità con funzione di sostegno delle pareti, e svolgono la funzione di ridurre la pressione dell'acqua interstiziale e di conseguenza aumentare la resistenza del terreno. Nei terreni relativamente permeabili la portata smaltita dai dreni è elevata e, se maggiore di quella di alimentazione dovuta all'infiltrazione, determina l'abbassamento della falda idrica ed il prosciugamento dei terreni al di sopra del pelo libero. Nei litotipi di bassa permeabilità la portata dei dreni è modesta, ma ciò non ne pregiudica l'utilità, che dipende non dalla quantità d'acqua drenata, ma dalle variazioni del regime delle acque nel sottosuolo che il sistema è in grado di produrre.

È opportuno accoppiare ai drenaggi profondi la regimazione delle acque superficiali, disponendo sistemi per la raccolta delle acque meteoriche. L'intervento deve, ovviamente, entrare in esercizio in tempi compatibili con l'uso del pendio e ciò a volte può costituire una limitazione all'uso dei drenaggi, così come la subsidenza indotta al piano campagna, che può essere incompatibile con strutture o infrastrutture preesistenti.

Rimodellamento:

Il procedimento consiste essenzialmente nell'alleggerimento della zona di monte e/o nell'appesantimento di quella di valle della frana in atto o potenziale. Nel caso di meccanismo di frana del tipo scorrimento lungo una superficie curva si può definire, mediante l'analisi di stabilità, la "linea neutra", a monte della quale i carichi verticali sono instabilizzanti ed a valle stabilizzanti. Di conseguenza il momento instabilizzante può essere ridotto riducendo le forze peso di monte, con opportuni scavi, e/o aumentando quelle al piede, ad esempio con la costruzione di un rilevato di terra. Il rilevato o la colmata al piede del corpo di frana devono essere costruiti su un tratto a minore pendenza rispetto a quello della frana per evitare di trasferire i problemi di instabilità più a valle. In altri casi l'intervento di rimodellamento può essere semplicemente rivolto a ridurre la pendenza media del versante.

Altri sistemi di protezione prevedono invece barriere o vasche di accumulo.

Barriere

Per intercettare, fermare o almeno rallentare il corpo di frana si possono disporre lungo il versante o al piede di esso opportune barriere. Nel caso siano temuti crolli di roccia, la soluzione più diffusa è rappresentata da barriere paramassi per lo più disposte al piede degli impluvi naturali che rappresentano una zona di convogliamento dei blocchi crollati. Il posizionamento e le dimensioni della barriera sono scelti in modo da fermare i blocchi che minacciano la sicurezza delle aree a valle. La struttura deve subire all'impatto con il blocco grandi spostamenti, dissipando l'energia cinetica del blocco stesso.

Vasche di accumulo:

Allo sbocco dei valloni che maggiormente minacciano i centri abitati si usa disporre vasche di accumulo, proporzionate per invasare il corpo della colata. Esse sono dotate di un imbocco, talvolta realizzato in c.a., che ha la funzione di ricevere e convogliare all'interno del manufatto la colata di fango, provocandone il rallentamento attraverso l'allargamento della sezione di flusso. Quindi l'impatto con eventuali dissipatori di energia, posti all'interno della vasca, provoca un ulteriore abbattimento della velocità della colata prima che essa raggiunga l'argine di valle.

3. Palo sotto azioni orizzontali

Nel presente capitolo vengono sintetizzati i risultati dello studio della letteratura disponibile sia per quanto attiene ai metodi di calcolo, sia per le osservazioni sperimentali su opere in vera grandezza o su modelli. Il presente capitolo ha quindi lo scopo di offrire un panorama complessivo dei procedimenti di analisi disponibili.

L'impiego dei pali come stabilizzatori di un pendio instabile è una tecnica introdotta e usata in Giappone nella seconda metà del secolo scorso (Fukuoka, 1977) nel campo delle costruzioni stradali e ferroviarie, per stabilizzare colate di spessori inferiori ai 7÷8 m.

Il principio di funzionamento di un intervento di stabilizzazione con pali consiste nel disporre una o più file di pali realizzati con un interasse generalmente superiore a due volte il diametro, trasversali alla pendenza del pendio. Numerosi studi dimostrano che una fila di pali discontinui fornisce un incremento significativo alla stabilità del pendio, impedendo il trasferimento degli incrementi di tensione orizzontale a valle.

L'efficacia dell'intervento non si manifesta immediatamente, ma solo dopo deformazioni dell'ammasso di terreno sufficienti a mobilitare le reazioni stabilizzanti nei pali. Gli spostamenti del corpo in frana provocano la mobilitazione di una tensione all'interfaccia palo-terreno che si traduce nei pali in un sistema di forze N, T, M, all'altezza della superficie di scorrimento, che accresce la componente tangenziale della resistenza allo scorrimento e partecipa alla stabilizzazione del pendio.

L'approccio alla progettazione di un intervento di stabilizzazione di un versante con una o più file di pali può essere sintetizzato in tre fasi, come indicato da Viggiani (1981):

1. Valutazione della forza di taglio totale necessaria ad incrementare la sicurezza iniziale del pendio;
2. Valutazione della massima forza di taglio che ciascun palo può ricevere dal terreno in movimento e trasmettere al substrato stabile;
3. Determinazione del tipo, del numero di pali e della loro collocazione più idonea nel pendio.

Per calcolare la massima forza di taglio che può ricevere ogni palo, esistono in letteratura alcuni approcci di calcolo che fanno riferimento a varie ipotesi attinenti all'interazione fra i pali ed il terreno al di sopra ed al di sotto della superficie di scorrimento.

Si possono distinguere due diversi approcci al problema: il primo è relativo all'equilibrio rigido-plastico (Ito e Matsui, 1975; De Beer e Carpentier, 1977; Viggiani, 1981), e trascurando la deformabilità del palo prima della rottura; il secondo approccio è elasto-plastico, cioè inserisce la fase elastica prima del comportamento plastico e consente di valutare anche gli spostamenti (Baguelin e Frank, 1976; Chow, 1996; Poulos, 1995).

Queste trattazioni in genere permettono di simulare in modo più realistico l'evoluzione della pressione di interazione con l'avanzamento della coltre in frana.

Si vuole sottolineare inoltre che il meccanismo di interazione palo-terreno-palo, specifico di questo problema, dovrebbe essere indagato considerando sia la natura fortemente tridimensionale del problema sia il comportamento plastico non lineare del terreno. Nella pratica risulta complesso tenere in conto questi aspetti, quindi tutti gli autori che hanno affrontato il problema hanno introdotto alcune semplificazioni.

Nell'ambito della categoria dei metodi rigido-plastici si possono distinguere due gruppi. Il primo (Blum, 1936; Broms, 1964; Brinch Hansen, 1961; Viggiani 1981) considera il caso di palo isolato, e riconduce il problema reale (palo fisso, terreno in frana) a quello della rottura palo-terreno (scorrimento del palo all'interno di una massa di terreno ferma). Il secondo gruppo (Ito e Matsui, 1975; De Beer e Carpentier, 1977; Musso, 1977, Broms, 1983) studia il comportamento di una o più file di pali che attraversano una coltre in frana; a differenza dei metodi precedenti, questo gruppo di trattazioni fa dipendere la pressione ultima esercitata dalla coltre dall'interasse fra i pali, e quindi portano in conto in qualche modo l'effetto arco che nasce fra i pali. Tutte le trattazioni appartenenti a questa categoria considerano il palo (o i pali) infinitamente rigido.

3.1 Metodi rigido-plastici

Blum (1932)

Nel caso di palo isolato, la prima analisi del comportamento del sistema palo-terreno in condizioni di rottura è dovuta a Blum (1932) il quale ipotizzò, per un mezzo granulare incoerente, superfici di rottura secondo cunei di spinta passiva come mostrato in *Figura 8*.

Nel caso in cui la profondità (z) è elevata rispetto alla dimensione trasversale (D), le superfici di scorrimento possono essere assimilate a cilindri con direttrici giacenti in piani normali all'asse del palo, e con generatrici parallele a detto asse (*Figura 9*).

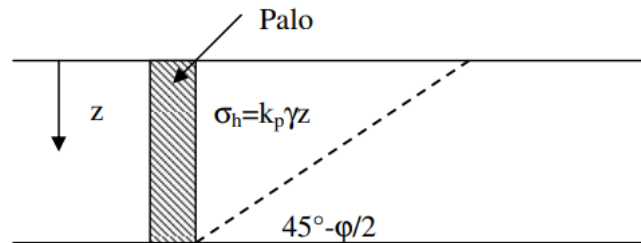


Figura 8 - Superfici di rottura secondo Blum- palo singolo ($z=D$)

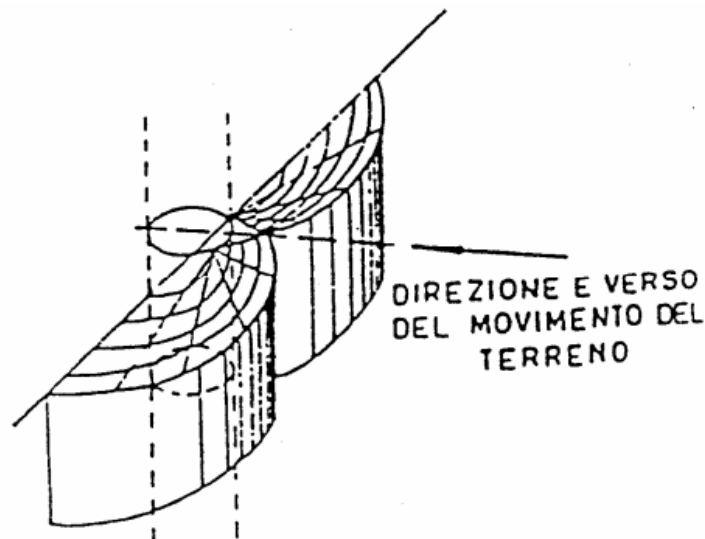


Figura 9 - Superfici di scorrimento cilindriche (palo singolo $z \gg D$)

Brinch Hansen (1961)

Fornisce un'espressione del carico limite di un terreno, dotato di coesione e di attrito, che permette di valutare la resistenza massima che un terreno oppone allo spostamento del palo:

$$p_{lim} = qK_q + cK_c$$

dove q rappresenta la tensione litostatica verticale, c la coesione e K_q e K_c sono coefficienti di carico limite funzione dell'angolo di attrito e della profondità.

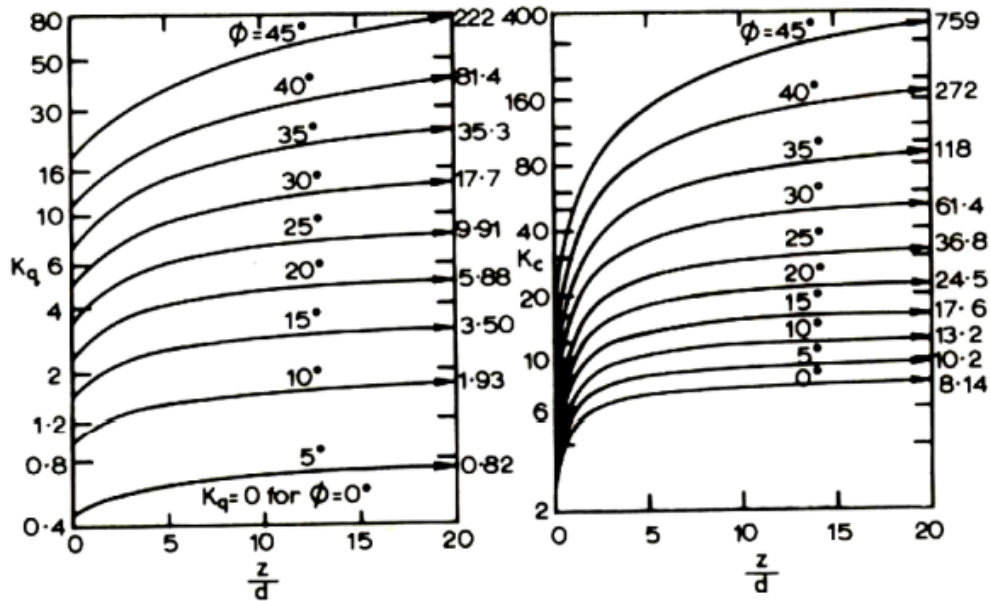


Figura 10 – Andamento dei valori K_q e K_c

Broms (1964)

Broms assume che il comportamento dell'interfaccia palo-terreno sia di tipo rigido perfettamente plastico; questo comporta che la resistenza del terreno si mobiliti interamente per un qualsiasi valore non nullo dello spostamento δ (Figura 11) e rimanga poi costante al crescere dello spostamento stesso.

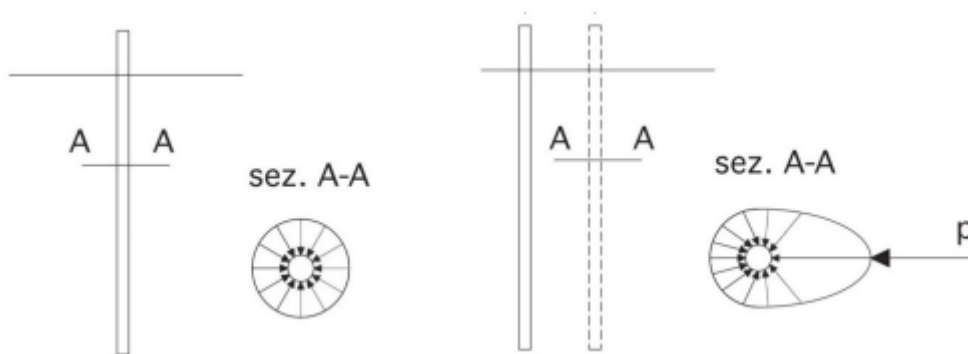


Figura 11 - Interazione palo-terreno

Questo meccanismo di rottura è differente a seconda della profondità in cui ci si trova: in corrispondenza del piano campagna si viene a formare un cuneo verso l'alto in direzione del movimento con conseguente separazione tra palo e terreno. Questo fa sì che i valori di resistenza limite che il terreno può raggiungere siano minori rispetto a quelli presenti a profondità

maggiori, dove il meccanismo di rottura prevede uno scorrimento laterale lungo il fusto del palo.

L'autore distingue più casi a seconda della litologia dominante del terreno, di come avviene la rottura del palo o del terreno a seconda che si tratti rispettivamente di pali lunghi o pali corti e del vincolo in testa del palo.

A seconda del vincolo in sommità del palo infatti si possono avere due schematizzazioni:

- Testa del palo libera di ruotare;
- Testa del palo incastrata.

Relativamente al meccanismo di rottura invece si può distinguere tra:

- *Palo rigido o corto*, nel momento in cui il palo compie movimenti rigidi come rotazioni o traslazioni a seconda del vincolo presente in testa al palo. Nello specifico si ottiene un meccanismo del genere quando il momento massimo che si sviluppa lungo il palo è comunque minore della resistenza a snervamento della sezione;
- *Palo intermedio*, quando le sollecitazioni superano la resistenza strutturale del palo nella sola sezione di incastro. Nella realtà questa è una situazione difficile da ottenere per cui non sempre viene preso in considerazione;
- *Palo lungo*, se le sollecitazioni superano la resistenza strutturale del palo. Questo meccanismo è quello che avviene nel 90% dei casi viste le grandi sollecitazioni che solitamente sono presenti. Per questa tipologia si presuppone la formazione di cerniere plastiche (una o due a seconda della tipologia di vincolo in testa) in corrispondenza della parte più superficiale della stratigrafia.

Sulla base di tali ipotesi e dei risultati sperimentali, Broms suggerisce per i terreni incoerenti la seguente espressione:

$$\sigma_h = 3K_p\sigma_v = 3K_p\gamma L$$

dove K_p è il coefficiente di spinta passiva di Rankine

$$K_p = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} = \tan^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\phi}{2}\right)$$

Si vuole far notare come, a primo impatto, l'espressione implica tensioni orizzontali tre volte maggiori di quelle verticali moltiplicate per il coefficiente di spinta passiva; tale circostanza è spiegabile con il fatto che σ_h risulta da un fenomeno di rottura tridimensionale e non piano,

quindi a determinarlo concorre anche lo stato di tensione generale in prossimità della superficie del palo.

Per i terreni coesivi saturi la pressione limite si calcola:

$$\sigma_h = \alpha c_u$$

in cui c_u è la coesione non drenata del terreno e α è un coefficiente che varia con la profondità, la forma e la scabrezza del palo.

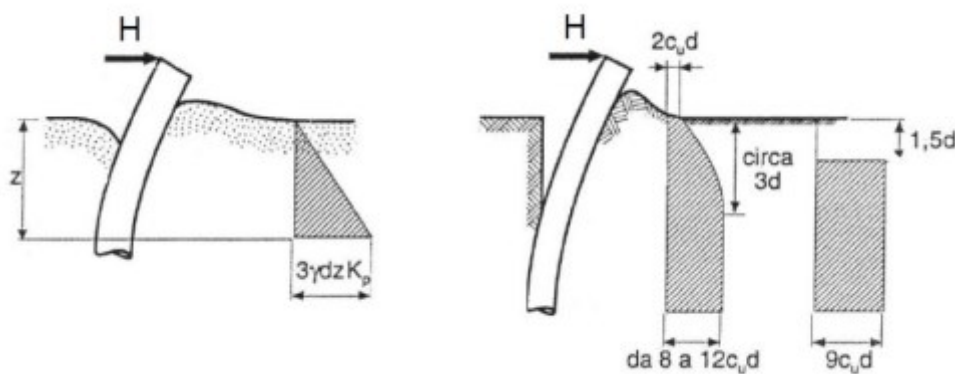


Figura 12 – Resistenza del palo in terreni granulari e coesivi

Nel caso di terreni coesivi in presenza di palo corto, il massimo momento flettente agente è inferiore a quello di plasticizzazione del palo e il valore della forza orizzontale è funzione solo della geometria del problema:

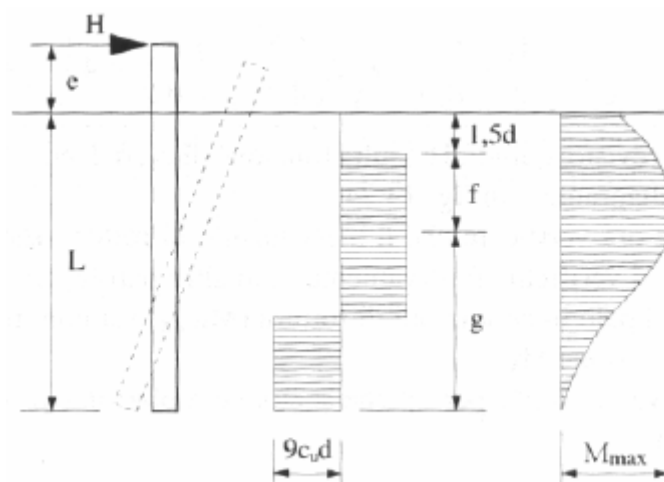


Figura 13 - Palo corto libero di ruotare, terreno coesivo

$$f = \frac{H}{9c_u d}$$

$$9c_u d \frac{g^2}{4} = H(e + 1.5d + f) - 9c_u d \frac{f^2}{2}$$

$$L = 1.5d + f + g$$

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(\frac{L}{d} + 1.5 + \frac{2e}{d} \right) + 9 \sqrt{2 \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 4 \left(\frac{e}{d} \right)^2 + 4 \frac{Le}{d^2} + 6 \frac{e}{d} + 4.5}$$

$$\frac{M_{max}}{c_u d^3} = \frac{H}{c_u d^2} \left(\frac{H}{18c_u d^2} + \frac{e}{d} + 1.5 \right)$$

Molto spesso il palo è vincolato in testa ed è limitata o completamente impedita la rotazione.

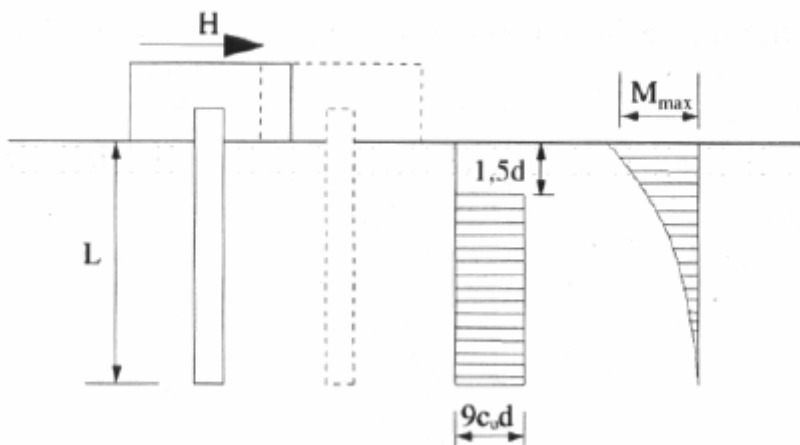


Figura 14 - Palo corto impedito di ruotare, terreno coesivo

Facendo un'equazione di equilibrio alla traslazione si ottiene:

$$\frac{H}{c_u d^2} = 9 \left(\frac{L}{d} - 1.5 \right)$$

$$\frac{M_{max}}{c_u d^3} = 4.5 \left(\frac{L}{d} \right)^2 - 10.125$$

Nel caso in cui si abbia $M_{max} > M_y$ si associa il comportamento del palo come palo lungo e libero in testa.

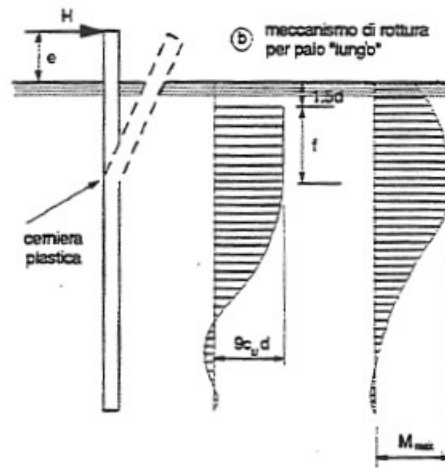


Figura 15 - Palo lungo libero di ruotare, terreno coesivo

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(1.5 + \frac{e}{d}\right) + 9 \sqrt{\left(\frac{e}{d}\right)^2 + 3 \frac{e}{d} + \frac{2}{9} \frac{M_y}{c_u d^3} + 2.25}$$

Il carico limite è funzione di M_y e della quota di applicazione della forza da piano campagna. Nel caso di palo lungo con sommità incastrata, si ha formazione di due cerniere plastiche

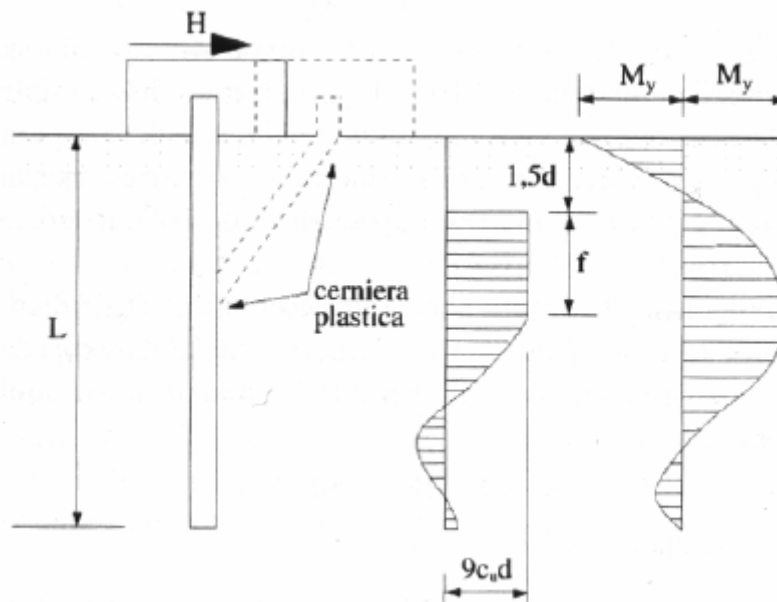


Figura 16 - Palo lungo impedito di ruotare, terreno coesivo

$$\frac{H}{c_u d^2} = -13.5 + \sqrt{182.25 + 36 \frac{M_y}{c_u d^3}}$$

Nel caso in cui, in queste condizioni, si formi solo una cerniera plastica, si ha il comportamento di palo intermedio, e l'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale fornisce:

$$H = 9c_u df$$

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto di formazione della cerniera plastica:

$$M_y + 9c_u d \frac{g^2}{4} - 9c_u df \left(\frac{g}{2} + 1.5d \right) = 0$$

Adimensionalizzando si ha:

$$\frac{H}{c_u d^2} = -9 \left(\frac{L}{d} + 1.5 \right) + 9 \sqrt{2 \left(\frac{L}{d} \right)^2 + \frac{4M_y}{9c_u d^3} + 4.5}$$

Nel caso di terreni incoerenti si procede nel fare gli stessi ragionamenti, ottenendo equazioni analoghe.

Analizzando la situazione di palo corto con sommità libera, lo schema adottato è il seguente:

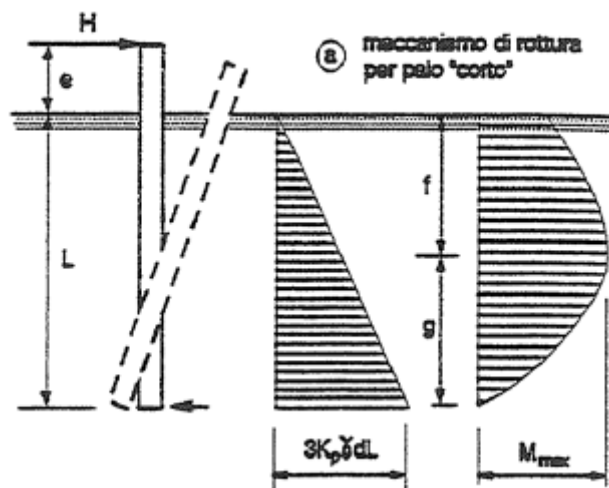


Figura 17 - Palo corto libero di ruotare, terreno attrittivo

Si calcola il carico limite, mediante l'equilibrio alla rotazione rispetto alla punta del palo, che sarà funzione della geometria del palo $\left(\frac{L}{d} \right)$ e della quota di applicazione della forza da piano campagna.

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} = \frac{L}{2(L+e)} \left(\frac{L}{d}\right)^3$$

Il momento massimo è dato dall'espressione:

$$\frac{M_{max}}{k_p \gamma d^4} = \frac{L}{2(L+e)} \left(\frac{L}{d}\right)^3 \left(\frac{e}{L} + 0.544 \sqrt{\frac{L}{2(L+e)}} \right)$$

Nel caso in cui la condizione non è soddisfatta, bisogna sostituire nell'espressione del momento il M_y e calcolare il carico limite, ricorrendo allo schema di palo lungo con sommità libera, in terreno granulare:

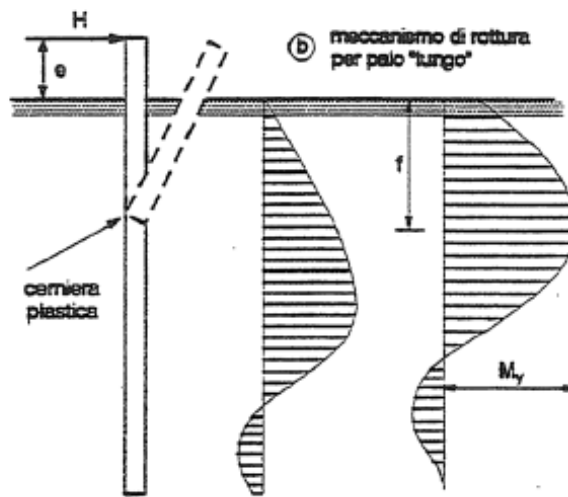


Figura 18 - Palo lungo libero di ruotare, terreno attritivo

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} \left(\frac{e}{d} + 0.544 \sqrt{\frac{H}{k_p \gamma d^3}} \right) = \frac{M_y}{k_p \gamma d^4}$$

Il carico limite è funzione di M_y e della quota di applicazione della forza da piano campagna, non più dalla geometria del palo.

Quando la sommità del palo è incastrata, nel caso di palo corto, si calcola il carico limite che sarà funzione della sola geometria del palo $\left(\frac{L}{d}\right)$, mediante l'equilibrio alla traslazione.

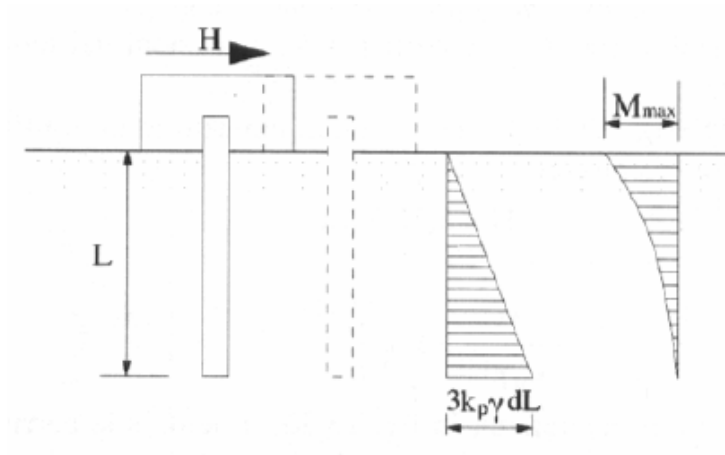


Figura 19 – Palo corto impedito di ruotare, terreno attritivo

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} = 1.5 \left(\frac{L}{d} \right)^2$$

Il momento massimo:

$$\frac{M_{max}}{k_p \gamma d^4} = \left(\frac{L}{d} \right)^3$$

Anche in questo caso deve risultare la condizione:

$$M_{max} \leq M_y$$

Se la condizione non è soddisfatta si passa alla schematizzazione di palo lungo con sommità incastrata, in terreno granulare.

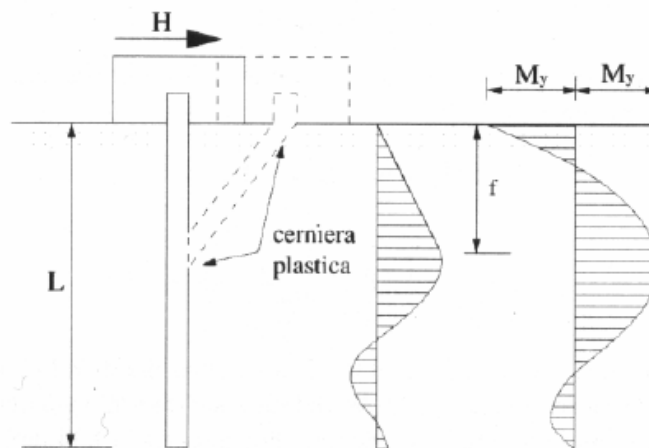


Figura 20 - Palo lungo impedito di ruotare, terreno attritivo

Mediante l'equilibrio alla rotazione del tratto di palo fra le due cerniere plastiche si ricava:

$$\frac{H}{k_p \gamma d^3} = \sqrt[3]{\left(3.676 \frac{M_y}{k_p \gamma d^4} \right)^2}$$

Reese et al. (1974)

Hanno proposto un profilo di resistenza ultimo nel quale risultano esplicitamente distinti i valori di pressione limite offerti dal terreno nell'area in cui si manifesta la rottura a cuneo (p_u è proporzionale a K_p) e l'area in cui il terreno defluisce lateralmente al palo (p_u è proporzionale a K_p^3). Queste indicazioni sono state accolte dalle Linee Guida dell'API (American Petroleum Institute, 1993).

Viggiani (1981)

L'approccio suggerito da Viggiani permette di avere una stima della massima sollecitazione tagliante che un palo stabilizzante può trasmettere lungo la superficie di scivolamento.

Viggiani fa riferimento al caso specifico di un sottosuolo formato da uno stato superiore di terreno che scorre al di sopra di una formazione di base stabile con uno spostamento costante con la profondità (sottosuolo costituito da soli due strati); per semplicità il piano campagna e la superficie di scorrimento sono considerati orizzontali. Un palo verticale rigido attraversa la coltre in movimento (spessore l_1) e si attesta nella formazione di base per una lunghezza $l_2 = \lambda l_1$.

La formulazione di Viggiani è valida per condizioni non drenate, in cui entrambi gli strati sono modellati come mezzi rigido-plastici.

Viggiani ipotizza che lo spostamento relativo palo-terreno sia tale da mobilitare sul palo, lungo tutta la sua lunghezza, la pressione ultima p_u ; quest'ultima viene calcolata rifacendosi alla trattazione di Broms (1964) come:

$$p_u = Kcd$$

dove d è il diametro del palo, c è la coesione non drenata del terreno e K un coefficiente di capacità portante del palo.

In funzione della geometria del problema (lunghezza e diametro del palo, spessore della coltre), del momento di plasticizzazione del palo, della resistenza sia del terreno al di sopra della superficie di scorrimento sia della formazione di base, l'autore individua sei differenti meccanismi di rottura; tre per il caso in cui il palo è infinitamente rigido, e tre nel caso in cui si possano generare una o più cerniere plastiche.

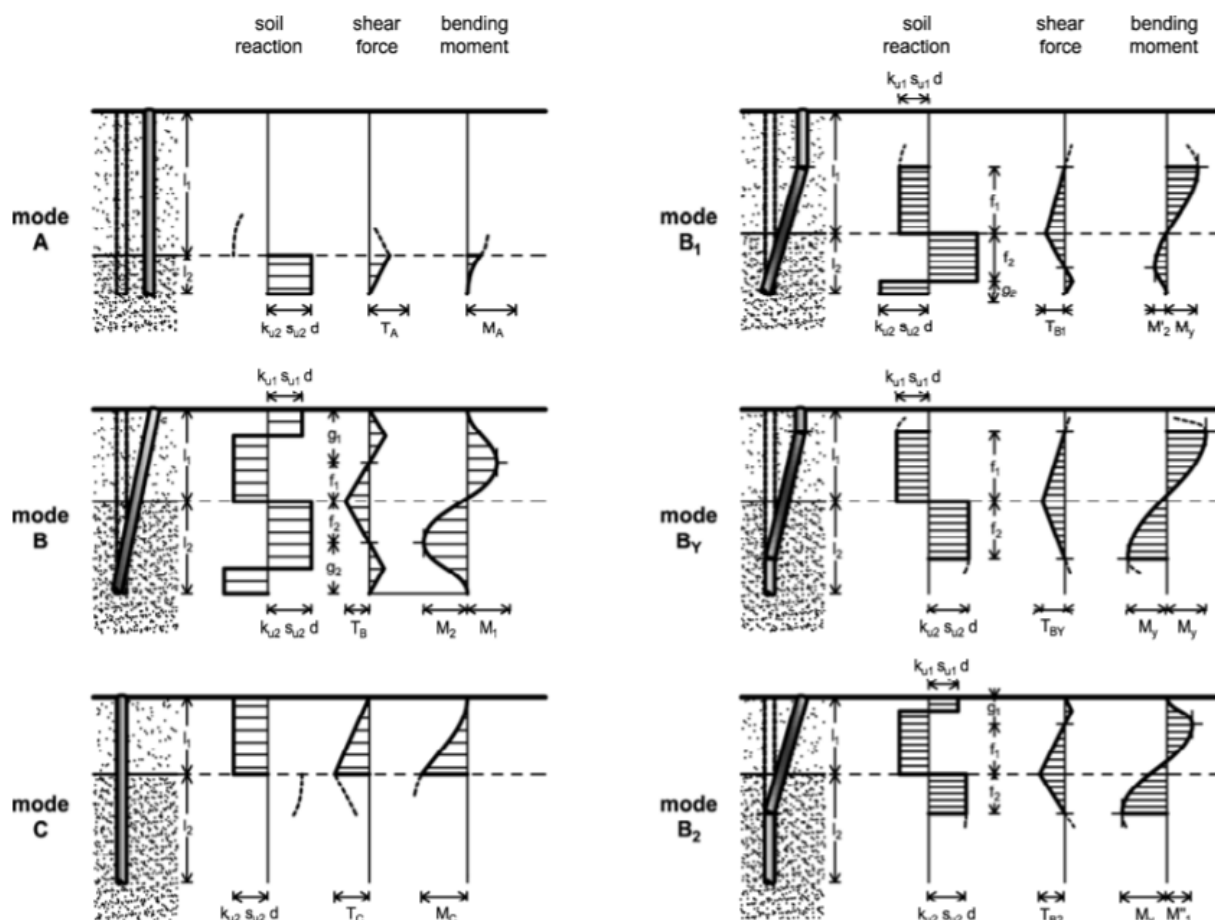


Figura 21 - Meccanismi di rottura di palo infinitamente resistente (a sinistra) e di palo con cerniere plastiche (a destra)

- Modo A: l'interazione palo-terreno raggiunge il valore di plasticizzazione solo al di sotto della superficie di scorrimento; Il palo trasla insieme al terreno superficiale in movimento, “rompendo” il terreno compatto sottostante.
- Modo B: la rottura del suolo si verifica sia al di sopra che al di sotto della superficie di scorrimento; il palo subisce una rotazione rigida.
- Modo C: il palo è fissato nel terreno compatto e la coltre in movimento scorre attorno ad esso.

Il meccanismo B può essere a sua volta fonte di tre sotto casi. Il caso B1 genera una cerniera plastica lungo lo spessore dello stato in movimento, il caso B2 manifesta la cerniera plastica nel terreno sottostante la coltre in frana, mentre il caso BY mostra due cerniere plastiche lungo il fusto del palo, condizione di palo lungo e raggiungimento della fase plastica.

Per ciascun meccanismo di rottura, scrivendo le opportune equazioni di equilibrio, è possibile ricavare la forza stabilizzante massima che il palo può esercitare lungo la superficie di scorrimento e il momento flettente massimo lungo il fusto del palo.

Modo A	$t_{uA} = \frac{T_A}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = \frac{\lambda}{\chi_u}$ $\frac{M_A}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{\lambda}{2} \frac{T_A}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = \frac{\lambda}{2} t_{uA}$
Modo B:	$t_{uB} = \frac{T_B}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = \sqrt{\frac{(1+\lambda)^2}{(1+\chi_u)^2} + \frac{(\chi_u + \lambda^2)}{\chi_u(1+\chi_u)}} - \frac{(1+\lambda)}{(1+\chi_u)}$ $\frac{M_1}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{(1-t_{uB})^2}{4}$ $\frac{M_2}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{(\lambda - \chi_u t_{uB})^2}{4\chi_u}$
Modo C	$t_{uC} = \frac{T_C}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = 1$ $\frac{M_C}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{1}{2}$
Modo B1:	$t_{uB1} = \frac{T_{B1}}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = \frac{\lambda}{\chi_u + 2} \left[\sqrt{\frac{2\chi_u + 2}{\chi_u} + 4 \frac{\chi_u + 2}{\lambda^2} m_u} - 1 \right]$ $\frac{M'_2}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{1}{4\chi_u} (\lambda - \chi_u t_{uB1})^2$
Mode BY	$t_{uBY} = \frac{T_{BY}}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = 2 \sqrt{\frac{m_u}{(1+\chi_u)}}$
Modo B2	$t_{uB2} = \frac{T_{B2}}{k_{ul} s_{ul} d l_1} = \frac{\sqrt{1 + (2\chi_u + 1)(1 + 4m_u)} - 1}{2\chi_u + 1}$ $\frac{M''_1}{k_{ul} s_{ul} d l_1^2} = \frac{1}{4} (1 - t_{uB2})^2$

Tabella 3 - Equazioni di equilibrio per i meccanismi di rottura del palo

La soluzione adimensionale fornita dall'autore per il calcolo della resistenza massima resta comunque valida a rigore per il caso di palo isolato e in presenza di terreni puramente coesivi con coesione non drenata costante con la profondità (nell'ambito dei due strati).

Recenti studi (Muraro et al., 2014; Di Laora et al., 2017) hanno esteso il metodo proposto da Viggiani (1981) al caso di un terreno asciutto con resistenza a taglio definita dall'angolo ϕ' , sia nel caso di palo libero di ruotare che vincolato in testa. In questo caso, l'azione limite che il terreno esercita sul palo è definita estendendo la teoria di Broms (1964) al caso di pendio (Muraro et al., 2014), per cui risulta:

$$p_u = 3K_p \gamma D z \cos \alpha$$

con α pari all'inclinazione del pendio e p_u pari alla componente dell'azione parallela al piano campagna; K_p è il coefficiente di spinta passiva di Rankine, calcolato anch'esso in funzione di α , γ è il peso per unità di volume del terreno e D è pari al diametro del palo.

Trascurando il raggiungimento della resistenza nel palo, i possibili meccanismi di rottura individuati sono 3 (Figura 22), del tutto analoghi ai meccanismi A, B e C già individuati da Viggiani (1981).

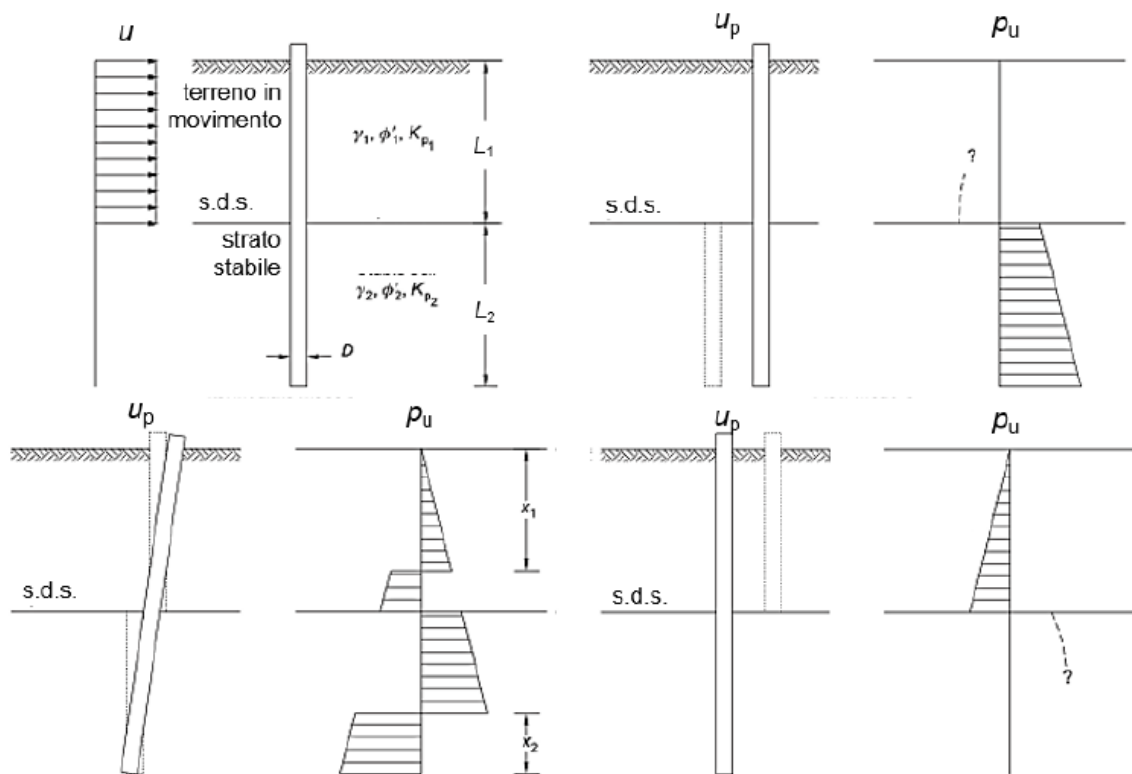


Figura 22 - Mezzo rigido plastico perfetto: meccanismi di rottura e distribuzione delle azioni in condizioni drenate, Muraro et al., 2014

Il verificarsi di ciascun meccanismo dipende ancora dal rapporto tra la porzione del palo a contatto con il terreno in frana L_1 e quella infissa nel substrato stabile L_2 e dalle caratteristiche di resistenza di questi due strati.

Un confronto tra le soluzioni ottenute nel caso di terreno in condizioni drenate e non drenate è riportato in *Figura 23*: gli abachi adimensionali ricavati da Di Laora et al (2017) per il caso di palo libero di ruotare in testa. Relativamente al caso di condizioni non drenate (*Figura 23* in alto), di particolare interesse in ambito progettuale è il punto $(\lambda_{lim}, 1)$ che corrisponde, per un fissato spessore della coltre in frana, al raggiungimento del massimo valore della forza di taglio per il minimo valore della profondità d'infissione del palo nel substrato stabile.

Nel caso di condizioni drenate (*Figura 23* in basso) le soluzioni sono ottenute numericamente, risolvendo per ciascun valore di λ e χ le due equazioni di equilibrio: valori limite della profondità d'infissione del palo e valori adimensionali del momento flettente possono essere ottenuti interpolando tali risultati numerici, ottenendo, ad esempio, nel caso di palo libero di ruotare in testa le relazioni empiriche:

$$\chi = K_{P,1}/K_{P,2}$$

$$\lambda_{lim} = 1.192\chi^{0.61}$$

$$m_{d,lim} = 0.108\chi + 0.17$$

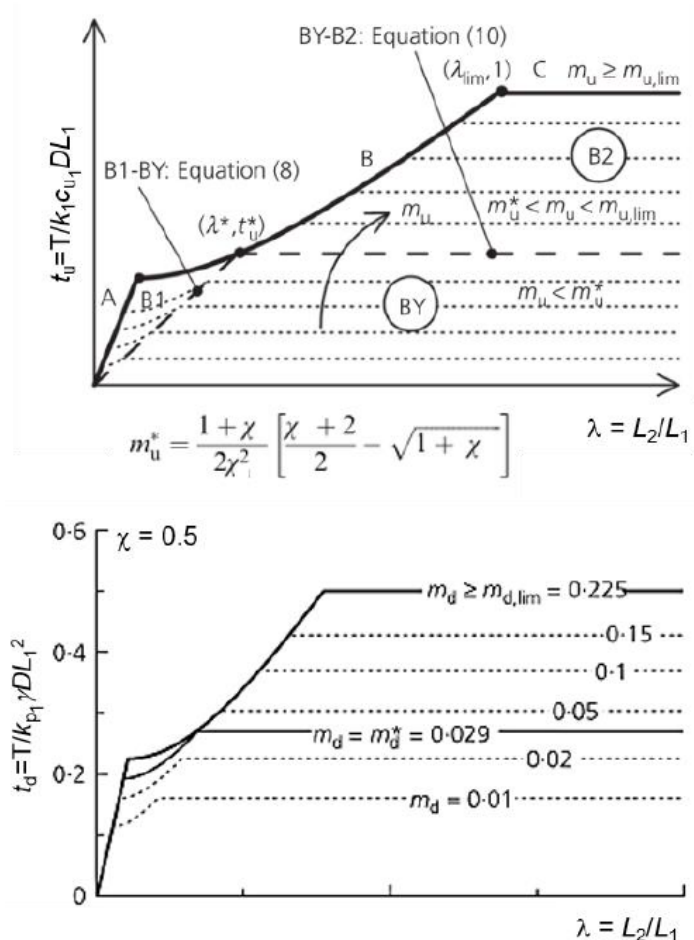


Figura 23 - Mezzo rigido plastico perfetto: abachi adimensionali per individuare il meccanismo a rottura nel caso di palo libero di ruotare in testa e terreno in condizioni non drenate (in alto) e drenate (in basso), Di Laora 2017

Si sottolinea che il predimensionamento della fila di pali condotto utilizzando il metodo proposto da Viggiani (1981) risulta dipendere direttamente dalla bontà della definizione delle proprietà di resistenza al taglio del terreno.

Nel caso di condizioni non drenate, una sovrastima della resistenza a taglio c_u porta a una sovrastima delle azioni agenti sul palo, sovrastimando, in tal modo, il valore del taglio in corrispondenza della superficie di scorrimento e portando così a una sottostima del numero di pali necessario a stabilizzare il corpo di frana. Al contrario, sottostimare la resistenza al taglio non drenata porta a un sovradimensionamento dell'intervento.

Nel caso di condizioni drenate, analisi numeriche condotte dagli autori Pan et al. (2012) con modelli alle differenze finite evidenziano che, considerare un andamento della pressione alla Broms (1964) per cui $\frac{p_u}{\gamma Dz} = 3K_p$, rappresenta comunque una condizione cautelativa. In tali analisi, il palo è incastrato alla base e lo sviluppo della pressione laterale tra il palo e il terreno è legato allo spostamento del blocco di terreno rispetto al palo. Anche se il terreno è assimilato a una argilla, la simulazione di movimenti lenti, come quelli dei versanti stabilizzati con pali, rende trascurabile lo sviluppo di sovrappressioni interstiziali.

Nonostante seguendo il metodo di Viggiani (1981) sia possibile definire il numero dei pali e l'interasse tra di essi, l'azione stabilizzante che essi esplicano è comunque ricavata a partire da considerazioni sul palo singolo. Tuttavia, nella stabilizzazione di pendii in frana i pali solitamente non sono elementi isolati, ma, disposti lungo una o più file, interagiscono attraverso il terreno con la formazione di effetti di gruppo. Agli autori Ito e Matsui (1975; 1981; 1982) si deve l'elaborazione di un primo metodo con cui calcolare l'azione ultima esercitata da una coltre in movimento su una fila indefinita di pali perpendicolare alla direzione del moto, considerandone l'interazione tra due pali adiacenti.

Ito e Matsui (1981)

Ito et al. (1981) hanno indagato il problema dei pali disposti in fila all'interno di un pendio, che ha una superficie di scorrimento fissa, come nel caso della frana, considerando i pali e la stabilità del pendio.

Assumendo la superficie di scorrimento fissa, non è necessaria un'analisi aggiuntiva per studiare l'effetto di stabilizzazione dei pali sulla superficie di scorrimento.

La teoria alla base di questo metodo di analisi della pressione sui pali stabilizzatori è quella della deformazione plastica, secondo la quale si assume che nel terreno attorno al palo viene a formarsi uno stato plastico che soddisfa il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

La forza laterale è una funzione del movimento del terreno scorrevole, che può variare da zero (in caso di assenza di movimento) ad un valore ultimo (in caso di grandi movimenti).

Il carico laterale può essere invece stimato indipendentemente dallo stato di equilibrio del pendio assumendo che non ci sia una riduzione della resistenza a taglio lungo la superficie di scorrimento.

Il presupposto principali in questo approccio è che il terreno sia in grado di deformarsi plasticamente attorno ai pali; le altre ipotesi alla base di questa teoria sono:

- Palo rigido
- La forza di attrito tra palo e terreno viene trascurata
- Esiste una condizione di deformazione piana rispetto alla profondità; la spinta attiva del terreno agisce sullo spazio libero tra i pali
- Il terreno è in uno stato di equilibrio plastico solo nella zona che circonda il palo
- Quando lo strato di terreno si deforma, si hanno due superfici di scorrimento che formano un angolo $\alpha = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$ con la direzione di movimento. Si assume inoltre che la tensione normale su questi piani è la tensione principale.

La forza laterale agente su un palo per unità di spessore dello strato scorrevole può essere calcolata utilizzando l'equazione seguente. La forza laterale totale indotta su un palo a causa dello strato deformante plasticamente può essere ottenuta integrando l'equazione lungo la profondità dello strato di terreno.

$$\begin{aligned}
 p &= p_{BB'} - D_2 \{ \sigma_x \}_{x=0} \\
 &= c D_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{N_\phi^{1/2} \tan \phi + N_\phi - 1} \left[\frac{1}{N_\phi \tan \phi} \left\{ \exp \left(\frac{D_1 - D_2}{D_2} N_\phi \tan \phi \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right) \right) - 2 N_\phi^{1/2} \tan \phi \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + N_\phi - 1 \right\} + \frac{2 \tan \phi 2 N_\phi^{1/2} + N_\phi^{-1/2}}{N_\phi^{1/2} \tan \phi + N_\phi - 1} \right] - c \left\{ D_1 \frac{2 \tan \phi 2 N_\phi^{\frac{1}{2}} + N_\phi^{-\frac{1}{2}}}{N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1} - 2 D_2 N_\phi^{\frac{1}{2}} \right\} \\
 &\quad + \frac{\gamma z}{N_\phi} \left\{ D_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{N_\phi^{1/2} \tan \phi + N_\phi - 1} \exp \left(\frac{D_1 - D_2}{D_2} N_\phi \tan \phi \tan \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right) \right) - D_2 \right\}
 \end{aligned}$$

dove $N_\phi = \tan^2 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4} \right)$, ϕ è l'angolo di attrito del terreno, c è la coesione, D_1 è la spaziatura da centro a centro delle pile, D_2 è lo spazio libero tra le pile, z è la profondità.

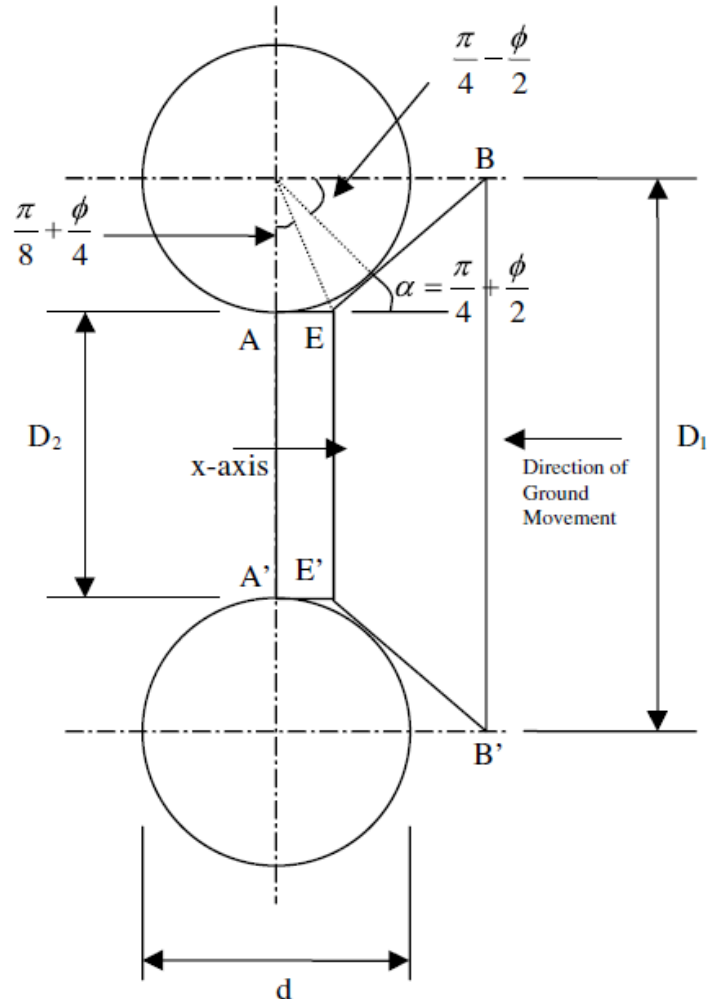


Figura 24 - Stato di deformazione plastica del terreno intorno ai pali, Ito e Matsui (1975)

Gli autori hanno dimostrato che la forza laterale sui pali stabilizzatori aumenta linearmente con la profondità. Questa equazione, tuttavia, diventa più complicata quando vengono modificati i fattori di resistenza del terreno, il diametro del palo e la distanza libera.

I risultati presentati da Ito e Matsui (1975) mostrano che quando la distanza tra i pali diminuisce, la forza sulle pile aumenta. A uno spazio libero molto piccolo tra i pali, l'equazione fornisce una forza estremamente elevata, che raggiunge l'infinito quando lo spazio libero tra i pali si avvicina a zero, cioè un caso simile a un muro di sostegno di pali o pozzi installati uno accanto all'altro.

Inoltre, l'equazione sembra essere molto complicata per il suo utilizzo nella pratica. Pertanto, è stato sviluppato un metodo semplificato per stimare le forze su pali o pozzi trivellati distanziati a distanze da quattro a cinque volte il diametro del palo o del pozzo, che rappresenta un caso di pozzi di fondazione strutture di supporto costruite su una massa di terreno potenzialmente instabile con superficie di scorrimento fissa.

Il metodo semplificato si basa sulla Teoria della deformazione plastica sviluppata da Ito e Matsui (1975) e utilizza gli stessi presupposti da loro utilizzati, ed è proposto da *Kumar e Hall*.

Quando i pali sono posizionati distanti abbastanza da far sì che il terreno in mezzo possa deformare, si assume che si formino due superfici di scorrimento. La semplificazione proposta della teoria della deformazione plastica è fatta soddisfacendo lo stato di equilibrio della massa di terreno tra le due superfici di rottura. Secondo la teoria, la forza totale per unità di profondità è la differenza tra la forza sul piano AA' e quella sul piano BB'.

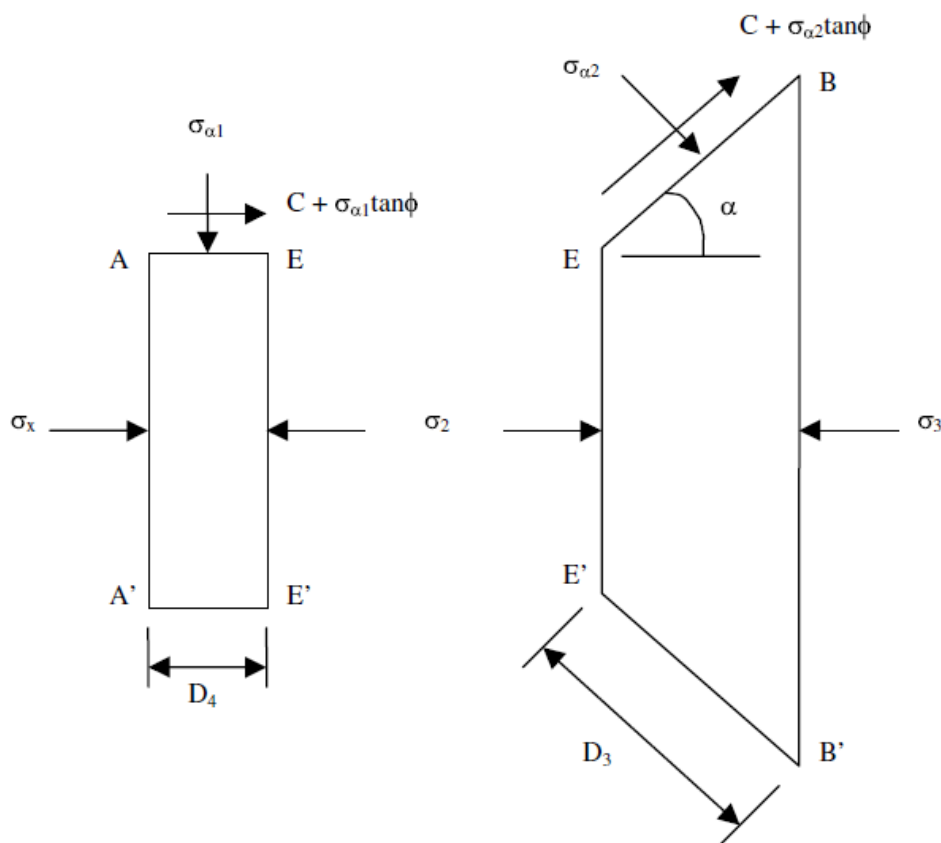


Figura 25 - Elementi di terreno deformabili plasticamente

$$p_{AA'} = D_2 \sigma_x = D_2 \left[\gamma z N_\phi^{-1} - 2c N_\phi^{-1/2} \right]$$

σ_x è la spinta attiva di Rankine.

$$p_{EE'} = p_{AA'} + 2[c + \sigma_{\alpha 1} \tan \phi]D_4$$

$$\sigma_{\alpha 1} = \sigma_x N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi}$$

$$\sigma_{\alpha 2} = \sigma_2 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi}$$

$$p_{BB'} = p_{EE'} + 2[\sigma_{\alpha 2} \sin \alpha]D_3 + 2[(c + \sigma_{\alpha 2} \tan \alpha) \cos \alpha]D_3$$

$$\alpha = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

La pressione totale sul palo può calcolarsi come:

$$p_{TOT} = p_{BB'} - p_{AA'}$$

La forza totale calcolata a una profondità di 5 m utilizzando il metodo semplificato e utilizzando le raccomandazioni di Ito e Matsui (1975) a varie distanze tra i pali, è presentata in *Figura 26* per un terreno privo di coesione e con un angolo di attrito pari a 25 kPa.

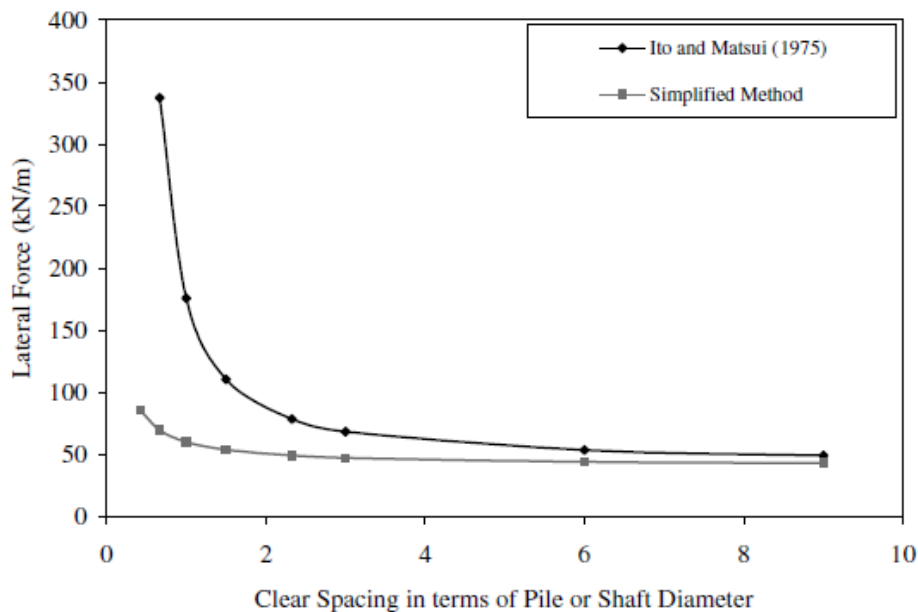


Figura 26 - confronto dei risultati del metodo semplificato e Ito e Matsui (1975)

Il confronto dei risultati presentati mostra che la forza laterale calcolata con il metodo semplificato è molto vicina a quella calcolata con il metodo di Ito e Matsui a distanze maggiori di 4 volte il diametro del palo.

De Beer e Carpenter (1977)

Basandosi sulla stessa ipotesi di deformabilità plastica del terreno intorno ai pali assunta da Ito e Matsui, questi autori propongono due nuove espressioni teoriche (teoria modificata della deformazione plastica e teoria modificata del flusso plastico) per il calcolo della spinta sui pali, tenendo conto dell'effettivo stato tensionale agente sui piani di rottura.

In *Figura 27* si riporta il confronto dei due approcci per il caso della teoria della deformazione plastica; entrambe le formulazioni forniscono un valore infinito della spinta all'annullarsi dell'interasse, valore non reale, perché la forza non può essere superiore a quella necessaria a garantire l'equilibrio della massa di terreno situata al di sopra della fila di pali.

Di conseguenza i valori della spinta, determinati con la teoria della deformazione plastica, superiori a quelli necessari all'equilibrio non possono essere presi in considerazione. Dall'altro lato quando $D_2 \rightarrow \infty$ siamo nel caso di palo singolo e la forza sembra diventare indipendente da j ; anche in tal caso il risultato analitico si discosta molto dalla realtà.

I valori delle spinte ottenuti con le trattazioni di Ito e Matsui comunque sono sempre maggiori di quelle ottenute da De Beer e Carpenter. Secondo questi ultimi l'affidabilità della teoria della deformazione plastica è elevata se $D_2 = 3 \div 5d$ (con d diametro dei pali).

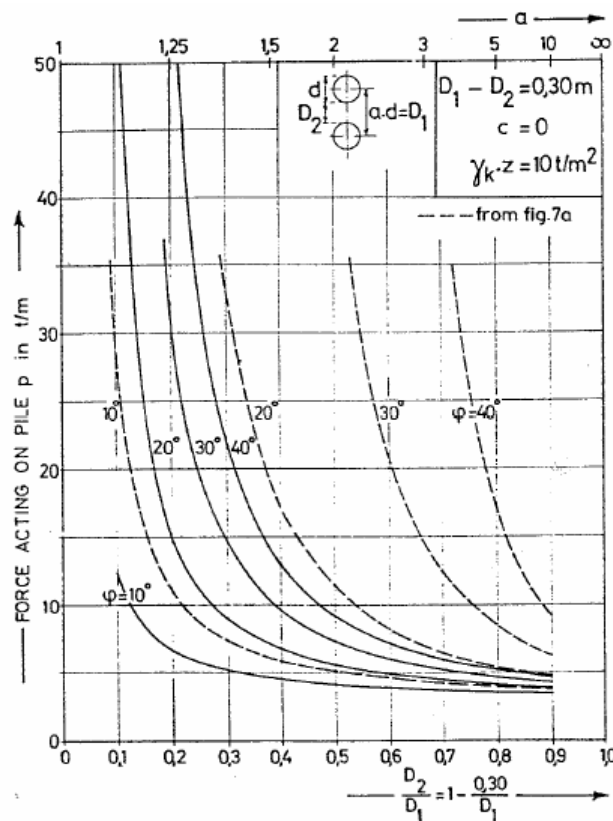


Figura 27 - Teoria della deformazione plastica: confronti tra le teorie di Ito e Matsui (linea tratteggiata) e De Beer e Carpenter (linea continua)

3.2 Metodi elasto-plastici

Mediante i metodi a rottura, introducendo ipotesi semplificative, si può valutare la pressione ultima esercitata da una coltre in movimento su una fila di pali. Questi metodi non possono fornire alcuna indicazione sul reale meccanismo di interazione palo-terreno, e quindi su come la pressione agente sui pali evolva fino ad un valore ultimo, in funzione dello spostamento relativo palo-terreno.

Per questi motivi, dopo gli anni '80 si iniziano a privilegiare i metodi che portano in conto sia la deformabilità dei pali, sia la natura elastoplastica del terreno.

Questi metodi permettono di schematizzare l'effettiva evoluzione delle sollecitazioni agenti sui pali in funzione dell'avanzamento della coltre in frana.

Le trattazioni elasto-plastiche, come quelle a rottura, considerano nel calcolo della pressione agente sul palo il piano campagna orizzontale e il palo verticale. Nel caso in cui venga meno una di queste due condizioni, il fenomeno di interazione palo-terreno diventa più complesso e non viene trattato in letteratura.

I metodi elasto-plastici possono essere divisi in due grandi categorie: quelli che schematizzano il terreno come un continuo e fanno riferimento alla teoria dell'elasticità lineare e isotropa attraverso l'utilizzazione dell'equazione di Mindlin o degli elementi finiti (Poulos e Davis, 1980); ed i metodi "a molle" basati sulla nozione del modulo di reazione (Baguelin e Frank, 1976), che considerano il terreno come una serie di molle indipendenti di rigidità costante (modello di Winkler) o variabile con la profondità (attraverso le curve di reazione $p-y$).

Uno dei primi importanti studi di interazione tra un palo e un volume di terreno in movimento è quello condotto da Poulos negli anni 1971-1999. Sulla base di precedenti studi sulla distribuzione delle sollecitazioni e degli spostamenti in un palo singolo soggetto a un sistema di forze applicato in testa, sviluppati nel caso di terreno assimilato a un continuo elastico o elastico-plastico perfetto, ossia dotato di una soglia di plasticizzazione (Poulos, 1971; Poulos, 1973), Poulos (1995) elabora una procedura per la progettazione di pali stabilizzanti pendii in frana.

L'approccio segue ancora lo schema a 3 fasi descritto da Viggiani (1981): la forza stabilizzante per unità di lunghezza che deve essere esplicata dal sistema di pali è calcolata ancora da un'analisi di stabilità del pendio in condizioni limite e si fissa un incremento del coefficiente di stabilità del pendio ΔF da raggiungere mediante la realizzazione dei pali, mentre il calcolo delle sollecitazioni nel palo è affidato a una più accurata analisi di interazione terreno struttura.

Specificamente, Poulos (1995) fa riferimento allo schema riportato nella *Figura 28*: il corpo di frana scorre rigidamente verso il basso e si assume una distribuzione di spostamenti perpendicolare all'asse del palo lungo il tratto L_1 . Il terreno è caratterizzato da una rigidità definita dal modulo di Young E_s e da una resistenza a taglio definibile in termini di coesione non drenata c_u che di coesione c' e angolo di resistenza al taglio φ' efficaci; il palo è considerato elastico, caratterizzato da una rigidità flessionale pari a $E_p I_p$ e di lunghezza L , di cui L_2 infissa all'interno del substrato stabile.

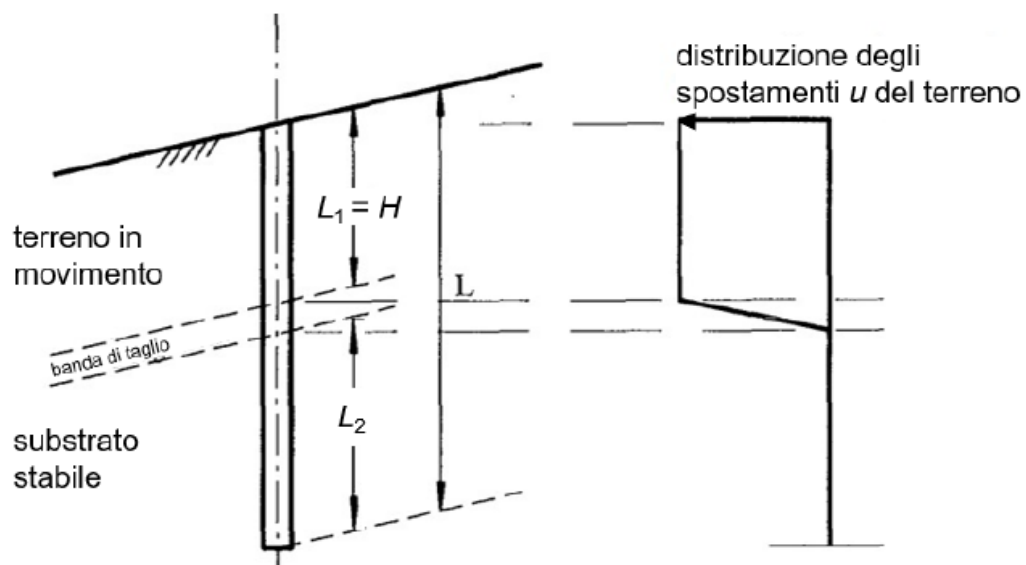


Figura 28 - Schema di un palo in un pendio instabile: profilo degli spostamenti del terreno in condizioni di free-field

In *Figura 29* sono riportati i profili di spostamento u_p del palo, delle sollecitazioni di momento flettente M e di taglio T e delle pressioni p lungo l'asse del palo, calcolati al variare della profondità della superficie di scorrimento e a parità di spostamento imposto al terreno $u = 0.4 m$, pari a 0.8 volte il diametro D del palo posto pari a $0.5 m$.

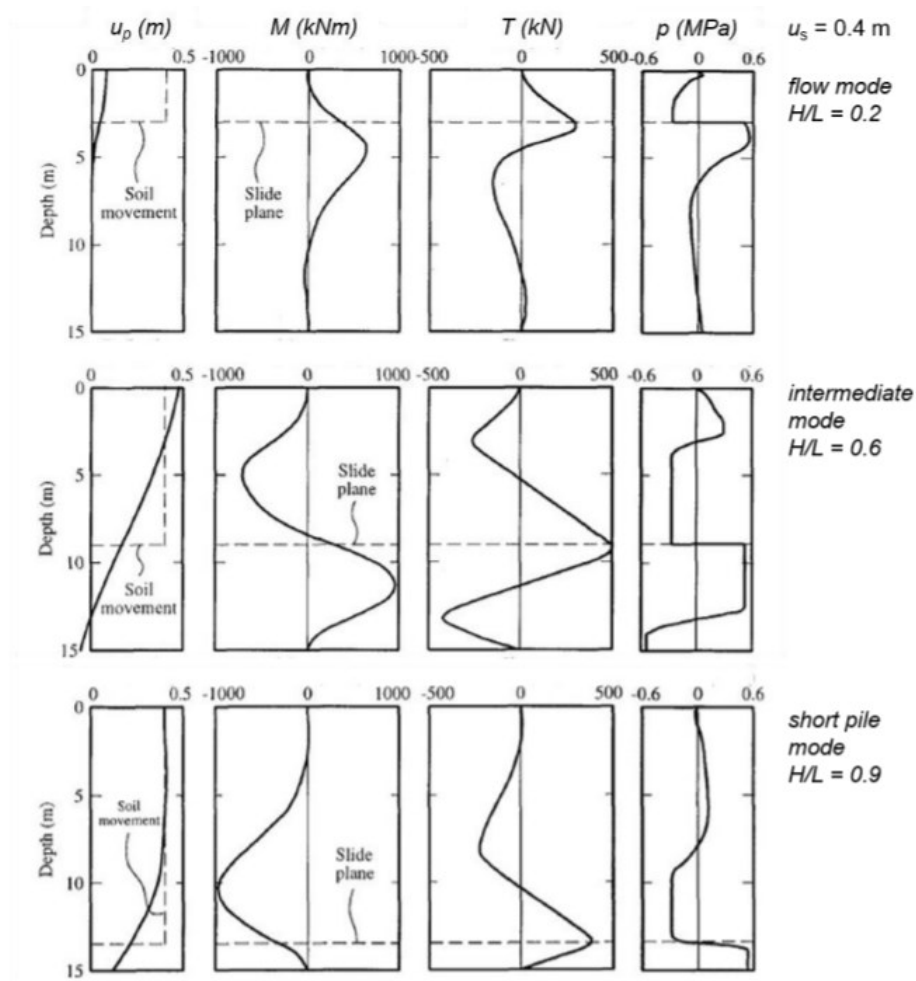


Figura 29 - Profili di spostamento, sollecitazioni e azione netta al variare del rapporto tra la profondità della superficie di scorrimento e la lunghezza del palo – Poulos, 1995

Al variare del rapporto tra lo spessore del corpo di frana H e la lunghezza L del palo, considerata fissa, è possibile individuare 3 comportamenti principali:

1. *flow mode*, quando la superficie di scorrimento è molto superficiale e il terreno della coltre arriva a rottura e refluisce attorno ai pali ($H/L = 0.2$);
2. *short-pile mode*, quando la superficie di scorrimento è molto profonda rispetto la lunghezza del palo; in tal caso la coltre trasporta il palo ed il terreno della formazione di base arriva a rottura ($H/L = 0.9$);
3. *intermediate mode*, quando la resistenza ultima del terreno viene raggiunta sia al di sopra che al di sotto della superficie di scorrimento ($H/L = 0.6$);
4. *long-pile mode*; quando si ha la rottura del palo per il raggiungimento del momento di plasticizzazione e si ha la formazione di una o più cerniere plastiche; questo meccanismo di rottura può essere associato ad uno dei tre meccanismi precedenti.

A ciascun meccanismo si associa un profilo degli spostamenti orizzontali u_p e dei momenti M lungo l'asse del palo: nel caso di *flow mode* il momento massimo si verifica al di sotto della superficie di scorrimento, nel substrato stabile, e il movimento del palo è significativamente più piccolo di quello del terreno; nel caso di *short-pile mode* il momento massimo si verifica al di sopra della superficie di scorrimento, raggiungendo valori massimi più alti di quelli osservati nel caso precedente, e lo spostamento del terreno e del palo sono simili; nell'*intermediate mode* si sviluppano momenti flettenti elevati sia al di sopra che al di sotto della superficie di scorrimento e lo spostamento della testa del palo può superare quello del terreno. Indipendentemente dal tipo di meccanismo, la massima sollecitazione di taglio nel palo si verifica sempre in corrispondenza della superficie di scorrimento, raggiungendo un valore che dipende dalla profondità di tale superficie.

A parità di spostamento imposto al terreno, valori più alti del taglio T si calcolano in corrispondenza di una condizione tipo *intermediate mode* che è pertanto quella ottimale ai fini della progettazione dell'intervento di stabilizzazione del pendio.

Se nel caso di palo singolo il valore dell'azione limite p_u può essere posto pari a $9c_u$ in condizioni non drenate e assunto compreso tra $3p_p$ e $5p_p$ in condizioni drenate, con p_p pari alla pressione passiva di Rankine, il valore di p_u da considerare in tutti i casi diversi da quello di palo singolo deve essere tale da portare in conto la presenza di effetti di gruppo derivanti dall'interazione palo-terreno-palo.

L'effetto dell'interazione tra i pali sulle azioni agenti su di essi può essere valutato tramite la definizione del fattore di interazione f_p , pari al rapporto p_{ui}/p_{us} tra la pressione p_{ui} esercitata sull' i -esimo palo del gruppo e la pressione agente su un palo isolato (Chen e Poulos, 1997): variazioni di f_p rispetto al valore unitario indicano l'esistenza di effetti gruppo.

In *Figura 30* sono riportati i valori di f_p calcolati da Chen e Poulos valutando la pressione p_{ui} mediante analisi numeriche 2D nel piano contenente la sezione dei pali (Chen e Poulos, 1994) (*Figura 30*, in alto) e analoghe prove di laboratorio (Chen et al., 1997) (*Figura 30*, in basso).

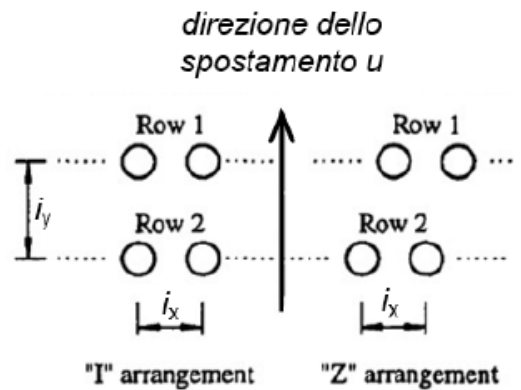
analisi numeriche (Chen e Poulos, 1997)

TABLE 1. f_p for Piles in One Infinitely Long Row

i_x/D (1)	3 (2)	4 (3)	≥ 8 (4)
f_p	1.2	1.1	1.0

TABLE 2. f_p for Piles in Two Infinitely Long Rows

Case (1)	i_x/D (2)	i_y/D (3)	f_p	
			Row 1 (4)	Row 2 (5)
I-1	3	3	1.1	0.9
I-2	3	6	1.4	1.2
I-3	6	3	0.9	0.7
Z-1	3	3	1.2	1.1
Z-2	3	6	1.4	1.2
Z-3	6	3	1.1	1.0



prove su modelli a scala ridotta (Chen et al., 1997)

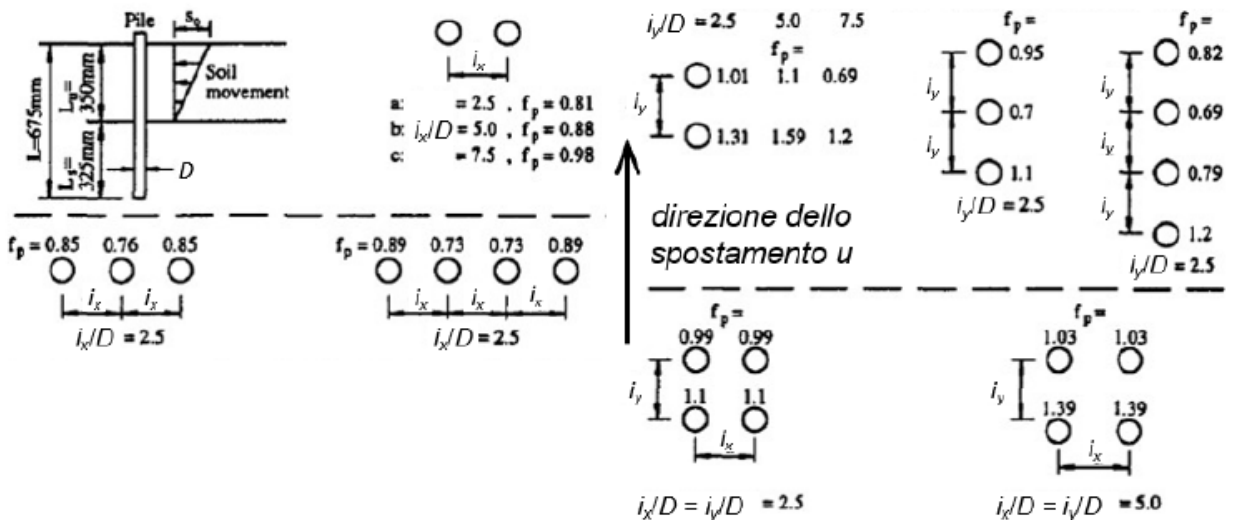


Figura 30 - Analisi degli effetti di gruppo per sistemi di più pali (Chen e Poulos, 1997)

I risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche, assimilando il terreno a un'argilla, mostrano che f_p si riduce al crescere dell'interasse i_x tra i pali, raggiungendo il valore unitario per $i_x \geq 8D$, ma con effetti gruppo ridotti già a partire da $i_x \geq 4D$.

Nel caso di pali disposti secondo uno schema a "I", la formazione di effetti ombra comporta che l'azione calcolata sul palo di monte sia sempre minore di quella agente sul palo di valle, differenza che si riduce leggermente con il disallineamento delle due file e quindi passando a una disposizione a "Z" dei pali.

In generale, è necessario comunque contenere la distanza i_x tra pali lungo l'orizzontale per garantire la formazione dell'effetto arco, con una distanza tra due pali consecutivi circa pari

$i_x/D = 3$, mentre è opportuno aumentare quella lungo la verticale ($i_y/D = 6$) per evitare effetti ombra, soprattutto nel caso di file di pali allineate.

Si sottolinea che nella modellazione numerica che seguirà si sfrutta questo concetto in modo da poter studiare il comportamento del palo singolo sottoposto a terreni in movimento, in modo che non sia influenzato dalla vicinanza degli altri pali.

La redistribuzione delle azioni per effetto arco all'interno del terreno dovuta alla presenza dei pali stabilizzanti è stata più volte analizzata in letteratura facendo riferimento a modelli sviluppati nel piano che comprende la sezione dei pali, ossia quello in cui essa manifesta i maggiori effetti: su questo piano, ad esempio, si concentrano i già commentati studi analitici di Ito e Matsui (1975), quelli di interazione di Zeng e Liang (2002) e quelli appena riportati di Chen e Poulos (1997) per la valutazione degli effetti di gruppo, mentre si descrivono ora nel dettaglio le analisi d'interazione condotte da Bransby e Springman (1999) e da Chen e Martin (2002), basi di numerose trattazioni successive.

In tutte queste modellazioni si considerano condizioni di deformazione piana del terreno, ipotesi accettabile per piani di riferimento sufficientemente distanti dal piano campagna ($z_{rif} \approx 3D$), in corrispondenza del quale, al contrario, non trascurabile è la componente di deformazione fuori piano ed è preferibile una modellazione in condizione di tensione piana. Si sottolinea che le azioni trasferite dal terreno ai pali sono massimizzate sia dalla limitazione dei gradi di libertà del movimento del terreno (Bransby e Springman, 1999) che dalla modellazione dei pali come elementi rigidi e fissi, infinitamente estesi nella direzione perpendicolare al piano (Ito e Matsui, 1975).

I modelli elaborati da Bransby e Springman (1999) considerano condizioni non drenate per il terreno in termini di tensioni totali. Come mostra lo schema riportato in *Figura 31*, l'interazione palo-terreno è riprodotta applicando uno spostamento u_p verso monte al palo, dal diametro $D = 2\text{ m}$; il terreno è direttamente vincolato al contatto del palo, ossia non è prevista un'interfaccia che permetta lo scorrimento relativo tra i due elementi.

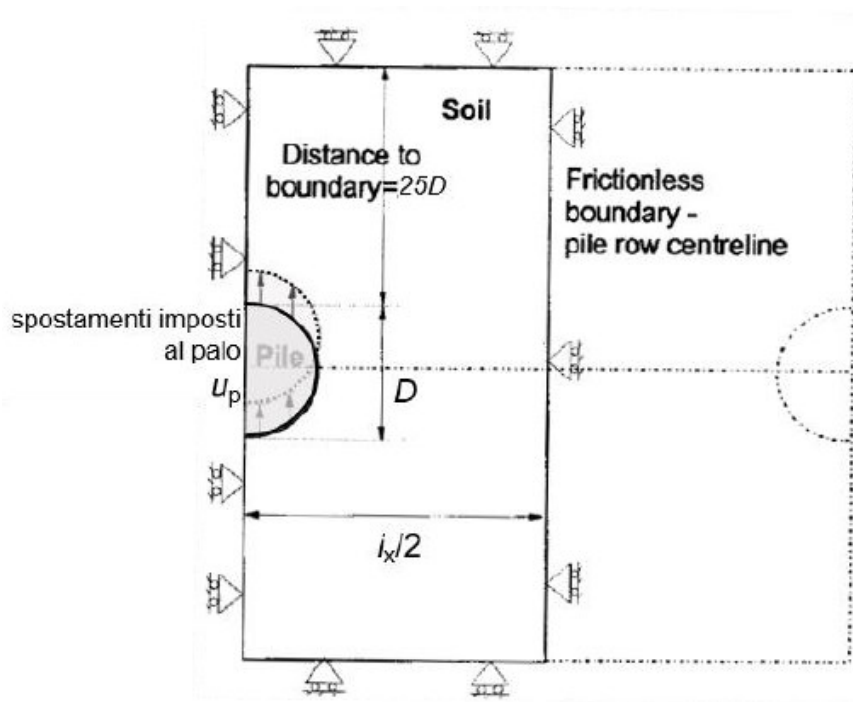


Figura 31 - Modello piano di interazione fila di pali-terreno, Bransby e Springman, 1999

Si riporta di seguito un tipico risultato ottenuto da Bransby e Springman (1999) per il caso di palo singolo (Figura 32): dopo il tratto a iniziale con una pendenza confrontabile con quella ricavata dalla soluzione elastica, con l'aumento dello spostamento del palo si osserva un'evoluzione continua del rapporto tensioni deformazioni dovuto alla diffusione delle zone plastiche (tratti b e c), ossia che subiscono distorsioni maggiori del valore di soglia $\gamma = 0.4\%$, fino al raggiungimento di un valore limite della pressione trasmessa (tratto d) per uno spostamento u_p imposto pari a circa il 2.5% del diametro del palo ($D = 5 \text{ cm}$).

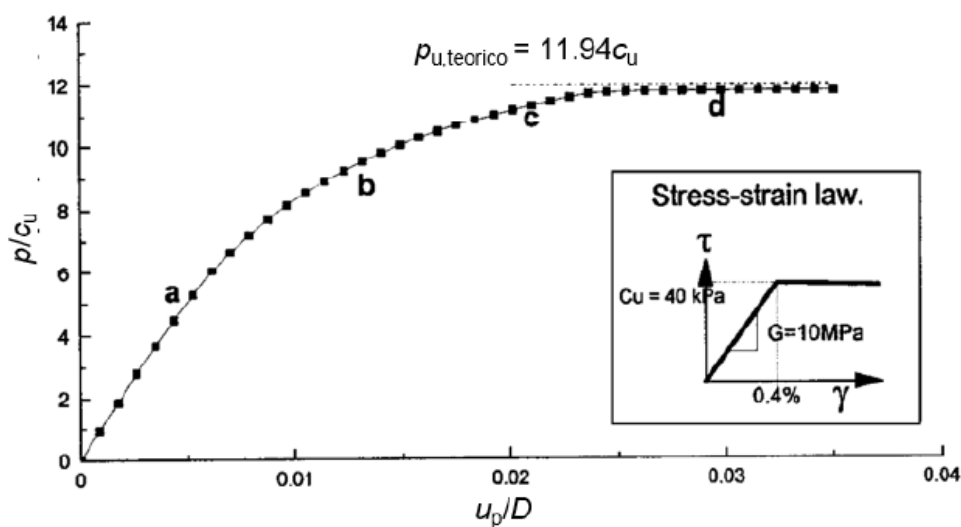


Figura 32 - Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali: curva pressione-spostamento per un palo singolo, Bransby e Springman 1999

In *Figura 33* sono riportati, invece, i risultati relativi a una fila di pali equidistanti, con i_x/D variabile tra 2 e 8, sia in termini di pressione p trasmessa al palo normalizzata rispetto al valore della resistenza al taglio non drenata c_u (*Figura 33* a sinistra), che di variazione del fattore di interazione f_p (*Figura 33* a destra).

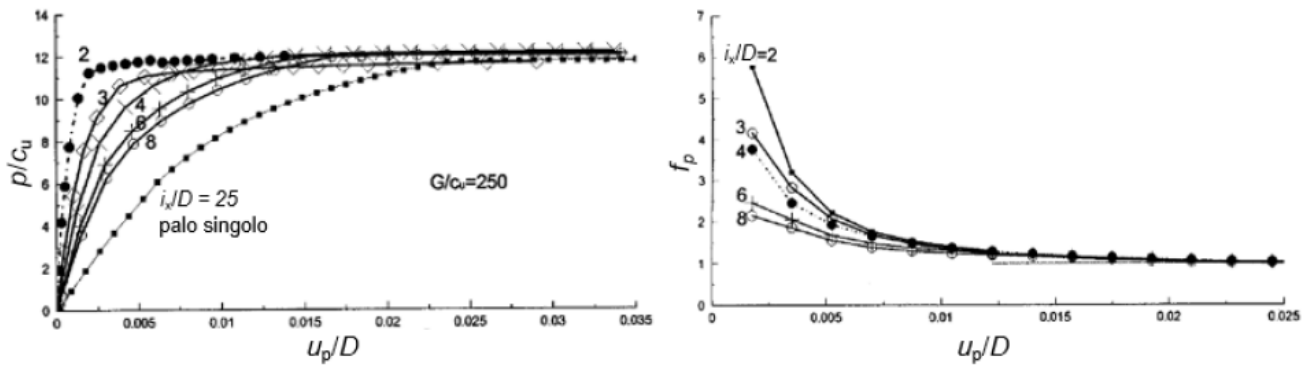


Figura 33 - Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali. A sinistra: curve pressione-spostamento per file di pali posti a diverso interasse; a destra: andamento del fattore di interazione.

Bransby e Springman, 1999

Per valori bassi dello spostamento, la riduzione dell'interasse tra i pali comporta una maggiore resistenza all'avanzamento del terreno attraverso la fila con un aumento delle azioni sui pali: in generale, a bassi valori di i_x/D si associa una risposta iniziale più rigida in termini di $p/c_u - u_p/D$ e valori maggiori del coefficiente di f_p .

Aumentando lo spostamento u_p imposto al palo, indipendentemente dal valore di i_x/D , i risultati tendono verso un unico valore della pressione limite p_u , circa coincidente con quello calcolato per il palo singolo.

Parallelamente, al raggiungimento della soglia plastica f_p risulta essere poco influenzato dall'interasse tra i pali e tende rapidamente al valore unitario, sottolineando la dipendenza dell'evoluzione degli effetti gruppo con la diffusione delle zone plastiche nel terreno.

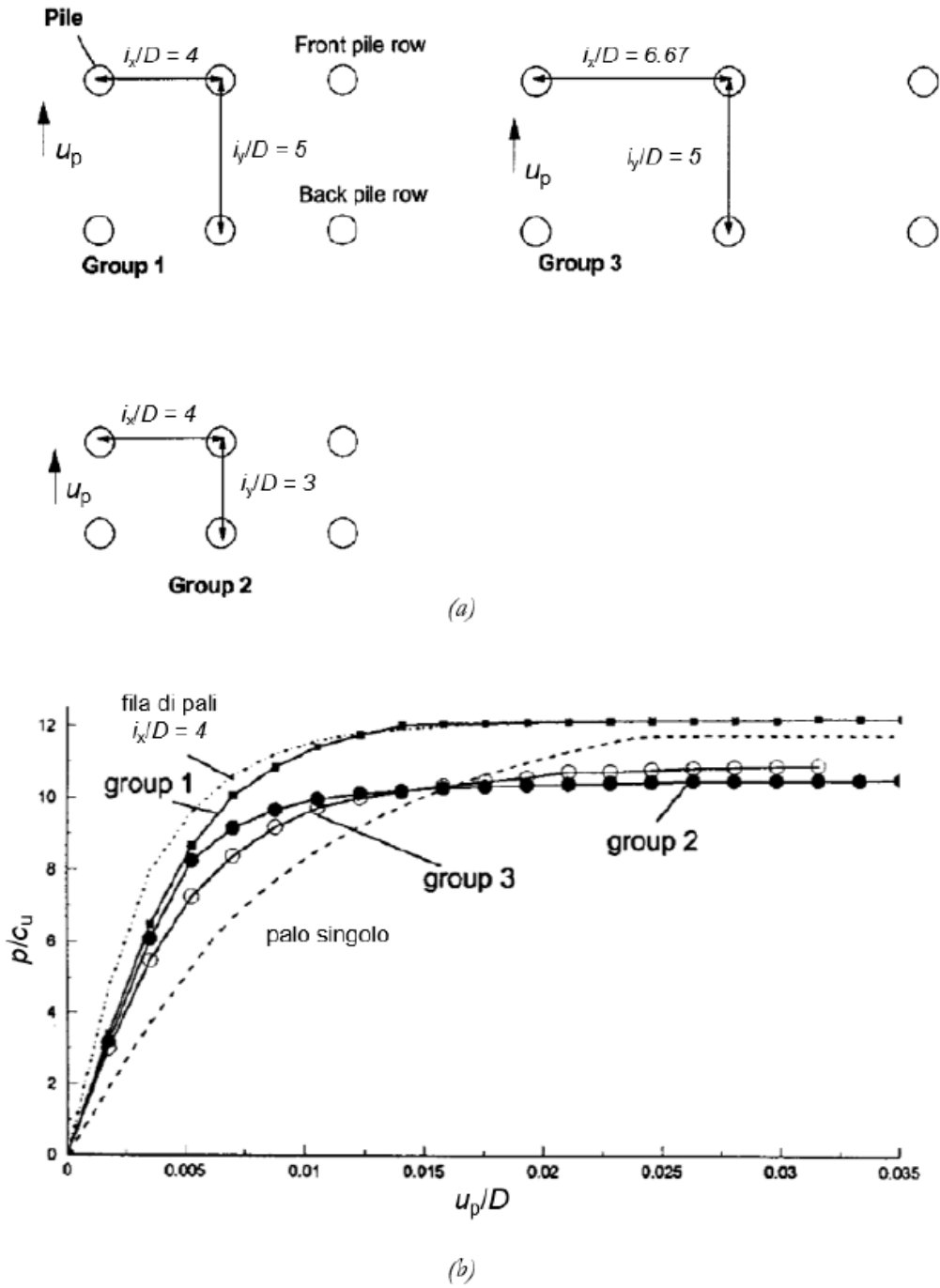


Figura 34 - Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali: (a) schemi di pali su più file e (b) relative curve pressione-spostamento. Bransby e Springman, 1999

Lo studio del caso di pali disposti su più file, secondo gli schemi riportate in *Figura 34a*, conferma sostanzialmente i risultati ottenuti da Poulos e Chen (1997): considerando, infatti, le curve che legano l'evoluzione della pressione p/c_u allo spostamento del palo u_p/D riportate in *Figura 34b*, si osserva che la pressione limite trasmessa a una fila di pali appartenenti a un gruppo dipende sia dal rapporto i_x/D che da quello i_y/D , i cui valori governano il meccanismo di deformazione plastica del terreno attorno ai pali.

Si sottolinea che poiché lo spostamento relativo pali-terreno continua ad essere anche in questo caso riprodotto spostando della stessa quantità tutti i pali del gruppo, le curve $p/c_u - u_p/D$ calcolate per uno stesso gruppo al variare della fila sono circa identiche e i risultati riportati in *Figura 34b* sono quindi relativi a una delle due file dell'intervento. Riducendo i_x/D e mantenendo i_y/D sufficientemente grande (*gruppo 1*) la tendenza della curva del gruppo a sovrapporsi a quella relativa al caso di singola fila di pali indica l'assenza di interazione tra le due file; al contrario per i_y/D piccolo rispetto a i_x/D (*gruppo 2 e 3*) le deformazioni del terreno si concentrano attorno ai 2 pali allineati secondo y e la curva del gruppo è più vicina a quella relativa alla condizione di palo singolo, ma con valori di f_p comunque inferiori a 1.

Centrale nello studio di Chen e Martin (2002) è il confronto tra la redistribuzione delle tensioni nel terreno per effetto arco e l'evoluzione delle azioni su un palo appartenente a una fila con l'aumento dello spostamento imposto al terreno applicando ai contorni del modello, sia a monte che a valle dei pali, una distribuzione uniforme di spostamento crescente. I pali sono assimilati a elementi fissi di resistenza e rigidezza infinite, con diametro $D = 1\text{ m}$ e un rapporto $i/D = 4$, il corpo di frana è assimilato a un mezzo elastoplastico perfetto con criterio di resistenza di Mohr-Coulomb caratterizzato da un angolo di resistenza al taglio $\varphi' = 30^\circ$.

Ricordando che la formazione dell'effetto arco comporta un aumento delle tensioni in corrispondenza dei pali e una loro riduzione in mezzeria, la diffusione delle zone plastiche all'interno del terreno si propaga a partire dai pali estendendosi, all'aumentare dello spostamento, verso il centro fino a unirsi racchiudendo un'area all'interno della quale permangono condizioni elastiche.

Il diffuso grado di plasticizzazione del terreno corrisponde al raggiungimento di una condizione di flusso plastico caratterizzata da un locale aumento degli spostamenti in corrispondenza della fila di pali: le isolinee di spostamento in direzione perpendicolare all'allineamento dei pali relative a uno spostamento u imposto al contorno del modello, permettono, di ricostruire un profilo degli spostamenti caratterizzato da una riduzione di u procedendo da entrambi i contorni del modello verso l'allineamento dei pali e da un suo locale aumento nel passaggio attraverso la fila.

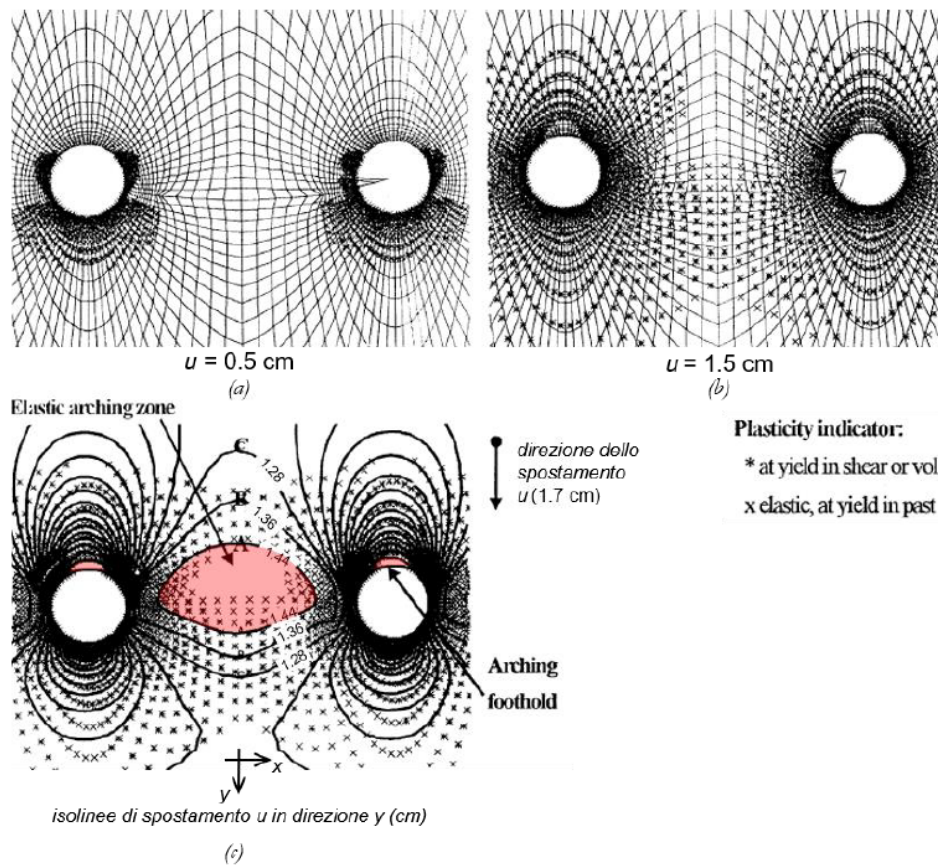


Figura 35 - Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali: diffusione delle zone plastiche nel terreno all'aumentare dello spostamento u imposto ai bordi del modello, Chen e Martin 2002

Si sottolinea che in corrispondenza della porzione di monte dei pali, per effetto del forte aumento delle tensioni normali alla loro superficie, non si verifica mai la completa mobilitazione della resistenza a taglio del terreno, coerentemente con quanto solitamente assunto nei meccanismi di rottura del terreno attorno ai pali (e.g.: Fleming et al., 2009; Georgiadis et al., 2013).

Studi parametrici condotti dagli Autori (Chen e Martin, 2002) evidenziano che al crescere delle caratteristiche di resistenza del materiale si ha un effetto arco più marcato, con una maggiore trasmissione di tensioni ai pali ma con un'influenza modesta sulla forma caratteristica del meccanismo plastico.

La Figura 36 mostra, invece, gli effetti legati alla variazione delle caratteristiche del contatto palo-terreno, ossia della variazione delle caratteristiche di scabrezza dell'interfaccia che regolano l'entità delle tensioni tangenziali che si sviluppano sulla superficie del palo.

In particolare, è calcolato l'andamento della spinta (per unità di lunghezza) agente sul palo e in corrispondenza della sezione di bordo a valle dell'intervento, in funzione dello spostamento u imposto e per tre valori della scabrezza dell'interfaccia palo-terreno: al crescere della scabrezza si ottiene una curva $P - u$ più rigida e il raggiungimento di un valore più alto dell'azione trasmessa al palo (*Figura 36 a sinistra*) con una contestuale riduzione di quelle trasmesse a valle dell'intervento (*Figura 36 a destra*).

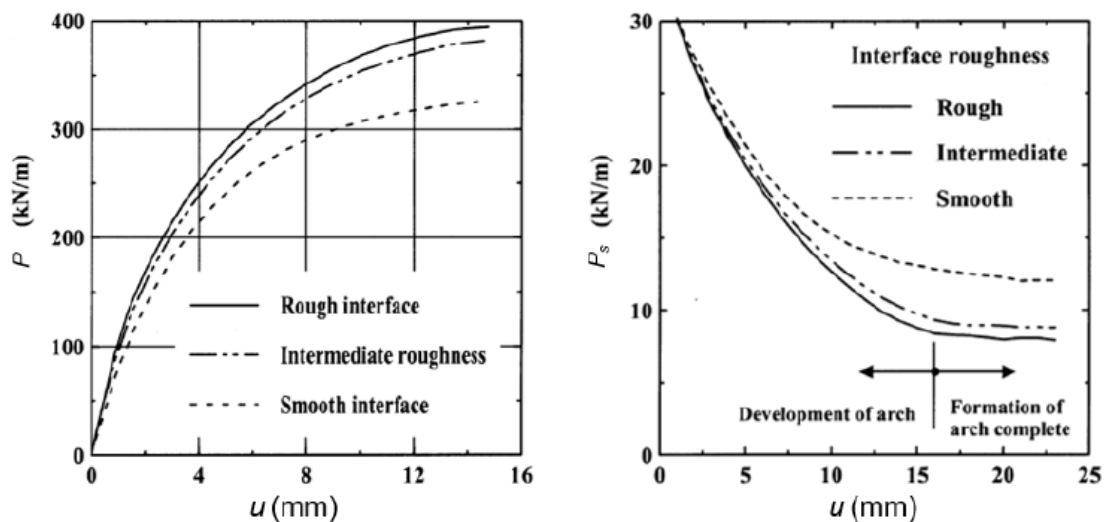


Figura 36- Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali: azione sul palo (a sinistra) e trasmessa a valle della fila (a destra) al variare dello spostamento imposto al modello e della scabrezza palo-terreno, Chen e Martin 2002

La *Figura 37* mostra che un aumento dell'azione trasmessa ai pali è calcolato anche al crescere dell'angolo di dilatanza ψ del terreno, in ragione dell'effetto dell'espansione volumetrica del terreno contro i pali che costituiscono un'ostacolo a tale deformazione. Anche le simulazioni eseguite per un terreno a grana fine, in condizioni non drenate e in termini di tensioni totali, mostrano un accumulo di deformazioni plastiche nella zona a monte dei pali ma senza la formazione di una regione elastica.

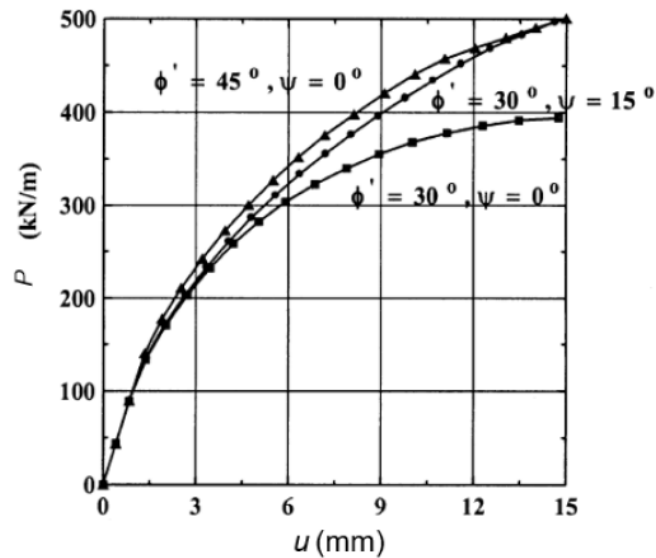


Figura 37 - Terreno assimilato a mezzo elasto-plastico, modello bidimensionale contenente la sezione dei pali: curva carico-spostamento al variare dell'angolo di dilatanza del terreno, Chen e Martin 2002

In generale, i benefici ricavati dalla creazione dell'effetto arco sono più significativi in condizioni drenate che non in quelle non drenate.

Nonostante l'utilizzo di modelli bidimensionali sviluppati nel piano contenente la sezione dei pali permetta di considerare la creazione di effetti gruppo tra i pali che compongono l'intervento, la perdita della descrizione dell'interazione nella direzione uscente dal piano non è possibile ricavare alcuna considerazione riguardo all'evoluzione delle sollecitazioni e delle deformazioni lungo l'asse del palo, necessarie per il dimensionamento strutturale dell'intervento.

Risulta quindi necessario condurre gli studi d'interazioni facendo riferimento a modelli tridimensionali, gli unici capaci di cogliere contemporaneamente gli effetti dell'interazione corpo di frana - pali - substrato stabile nei due piani, quello contenente la sezione dei pali e quello longitudinale.

In questo contesto, un approccio per l'analisi e il dimensionamento di interventi di stabilizzazione costituiti da file di pali più completo è stato recentemente proposto da Kourkoulis et al. (2011, 2012).

Il metodo, sinteticamente descritto in *Figura 38*, unisce all'analisi di stabilità di un pendio condotta con i metodi dell'equilibrio limite (*Figura 38*, in alto) analisi d'interazione tridimensionali (*Figura 38*, in basso): con le prime si calcola il valore dell'azione stabilizzante T_{sds}/i necessario a incrementare il fattore di sicurezza iniziale F_0 fino a un dato valore di

progetto F^* , mentre con le seconde si definisce la configurazione ottimale dei pali che permette di soddisfare la richiesta di progetto per un dato livello di deformazione.

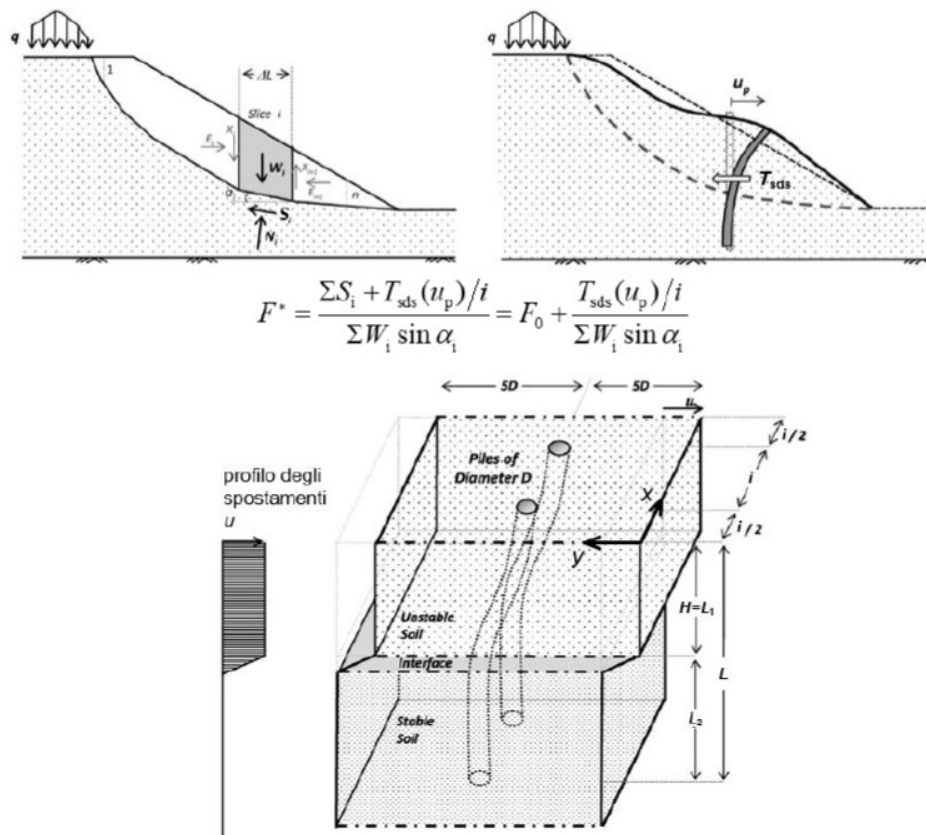


Figura 38 - Metodo ibrido: schema di funzionamento (Kourkoulis et al.,2012)

Dato l'utilizzo combinato di metodi dell'equilibrio limite e d'interazione tale metodo viene definito ibrido. La modellazione esplicita dello spessore di terreno in movimento, della formazione stabile e dei pali, permette di studiare direttamente il meccanismo d'interazione tra i pali appartenenti alla fila e quello dell'intervento con i due strati di terreno stabile e instabile, valutando la reale distribuzione delle azioni lungo l'asse dei pali e potendone osservare l'evoluzione con lo spostamento u_p calcolato in testa al palo, in relazione al valore di u impresso al terreno.

Un limite di tale procedura di progettazione risiede ancora nella necessità di definire preliminarmente la posizione e la forma della superficie di scorrimento rispetto alla quale calcolare le condizioni di stabilità del pendio e, quindi, il contributo stabilizzante necessario a raggiungere il coefficiente F^* di progetto, trascurando il fatto che la presenza dei pali, cambiando la distribuzione delle tensioni nel terreno, può modificare le condizioni di stabilità

e la posizione della superficie di scorrimento critica (Di Laora et al. 2017; Summersgill et al., 2017).

Per ridurre la porzione di pendio modellata nelle analisi d'interazione tridimensionali, Kourkoulis et al. (2011; 2012) considerano racchiuse all'interno del coefficiente di sicurezza F_0 del pendio gli effetti della sua geometria, limitato così le dimensioni del modello numerico a una ristretta regione di terreno attorno la linea di pali. Facendo riferimento al caso di una fila di pali posta convenientemente nella porzione centrale del corpo di frana, gli Autori (Kourkoulis et al., 2011; 2012) propongono un modello con una larghezza pari a 2 volte l'interasse i tra i pali ed esteso per una lunghezza pari a $5D$ (D = diametro del palo) a monte e a valle dell'intervento, distanza in corrispondenza della quale il profilo degli spostamenti può essere considerato uniforme e costante sullo spessore del corpo in frana (Poulos, 1999).

Indipendentemente dalle caratteristiche del movimento di versante del problema di riferimento, una distribuzione uniforme di spostamento progressivamente crescente è applicata a monte e a valle della fila di pali e aumentata fino alla completa plasticizzazione del terreno o alla rottura del palo. I pali non presentano alcun vincolo cinematico.

Si sottolinea che la località del modello e il sistema di condizioni al contorno, adatti a cogliere l'evoluzione delle azioni lungo il palo, non sono invece adatti ad analizzare gli effetti dell'intervento sulla riduzione degli spostamenti del corpo di frana.

Alcuni dei risultati ottenuti sono riportati in *Figura 39*, nel caso di un'altezza variabile del corpo di frana ($H = 4\text{ m}, 6\text{ m}, 8\text{ m}$) e di palo infisso per una lunghezza L_2 pari a H in un substrato stabile caratterizzato da rigidità e resistenza elevate e si considera, quindi, l'effetto della variazione dell'interasse i tra i pali ($i = 2D, 3D, 4D$).

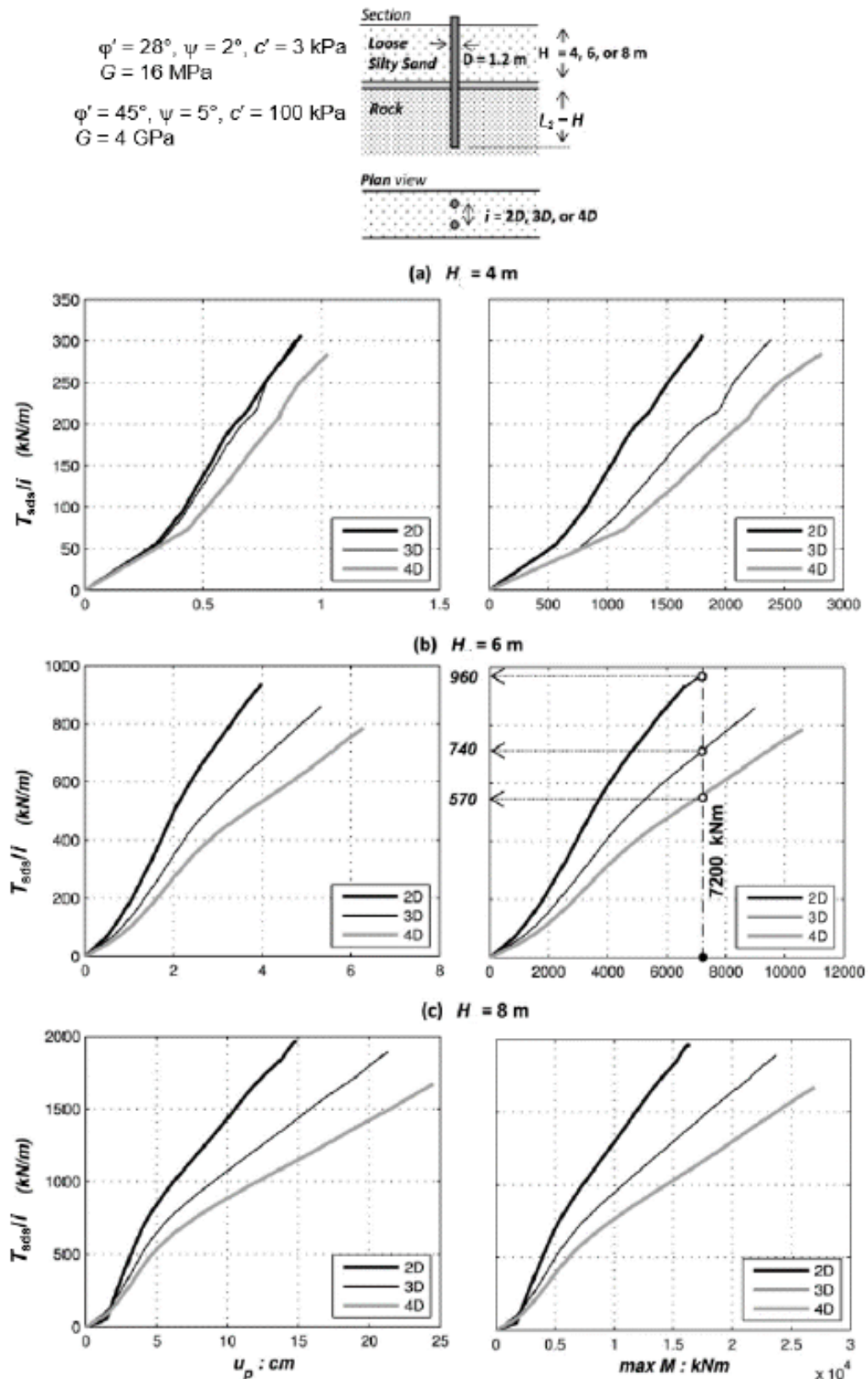


Figura 39 - Metodo ibrido: sviluppo delle sollecitazioni di taglio e di momento flettente con lo spostamento u_p della testa del palo per diversi valori dell'altezza del corpo di frana e dell'interasse tra i pali (Kourkoulis et al., 2011)

Fissata l'altezza H del corpo di frana, uno stesso valore dell'azione stabilizzante T_{sds}/i può essere ricavato per tutti i tre valori del rapporto i/D analizzati, ma per un'ampiezza dello spostamento up raggiunto in testa al palo e, quindi, nel terreno, che aumenta con la distanza tra i pali, associandosi a maggiori sollecitazioni di momento flettente.

In generale, minore è l'interasse tra i pali maggiore è l'azione stabilizzante sviluppata dalla fila di pali, pur riducendosi la sollecitazione di taglio calcolata in ciascun palo.

Si vuole evidenziare che dato il sistema di condizioni al contorno di spostamento crescente, l'aumento dell'azione stabilizzante sviluppata dalla fila non corrisponde a un effettivo miglioramento delle condizioni di stabilità del pendio, al quale si associa una progressiva riduzione della velocità di avanzamento del corpo in frana.

L'interazione tra i pali risulta comunque legata alla profondità della superficie di scorrimento: mentre nel caso di superficie di scorrimento superficiale ($H = 4 m$) i pali si comportano come elementi rigidi e ridotte sono le differenze tra le curve $T_{sds}/i - u_p$ al variare dell'interasse, approfondendo la superficie di scorrimento ($H = 8 m$) i pali si comportano come elementi flessibili, aumentando la possibilità di attingere alla resistenza dell'elemento strutturale, e gli effetti di gruppo giocano un ruolo più marcato, con differenze tra gli andamenti più marcate al variare di i .

Una fila di pali risulta particolarmente efficace nella stabilizzazione di un movimento franoso (alti T_{sds}/i per bassi valori dello spostamento) quando il substrato stabile è caratterizzato da valori elevati sia di rigidezza che di resistenza, limitando lo spostamento orizzontale necessario per la mobilitazione della resistenza del terreno lungo il tratto infisso L_2 .

Al variare delle proprietà meccaniche del substrato stabile si associa anche una variazione del profilo delle sollecitazioni di momento flettente lungo l'asse del palo: come mostrato in *Figura 40*, a parità di interasse tra i pali componenti la fila ($i = 4D$) e di profondità d'infissione del palo $L_2 = 2H$, quando il substrato stabile è rigido, il profilo del momento flettente è caratterizzato da valori più alti concentrati in corrispondenza della superficie di scorrimento, mentre per terreni più teneri il valore massimo del momento è attinto più in basso, richiedendo un maggior approfondimento del palo.

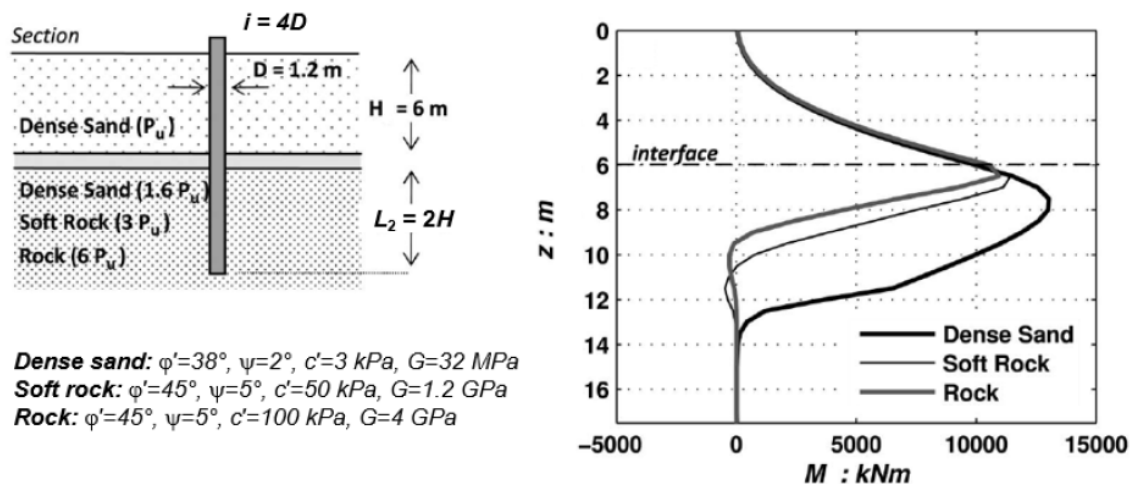


Figura 40 - Metodo ibrido: effetto della variazione delle proprietà meccaniche del substrato stabile sulla distribuzione delle sollecitazioni di momento flettente (Kourkoulis et al., 2011)

In generale, è possibile definire una profondità d'infissione critica del palo, che corrisponde alla minima necessaria a realizzare una condizione di vincolo fisso alla base del palo facendo prevalere la deformazione per flessione sulla rotazione rigida dell'elemento, aumentando il momento massimo mobilitato. I risultati di Kourkoulis et al. (2011) mostrano che aumentando la resistenza del substrato stabile diminuisce la profondità d'infissione critica nel substrato stabile: in accordo con le indicazioni fornite da Poulos (1999), per una resistenza del substrato stabile pari a due volte quella della massa in movimento è consigliabile un valore di $L_2 \approx H$, mentre una profondità d'infissione $L_2 = 0.7H$ è sufficiente per un substrato stabile ancora più resistente ($p_{u,2} = 3p_{u,1}$).

Kourkoulis et al. (2011) considerano anche gli effetti di una disposizione dei pali in pianta diversa da quella di fila di pali allineati, riportate in *Figura 41a*: si sottolinea che la densità di elementi per metro lineare è mantenuta costante. In particolare, l'uso di un modello tridimensionale permette di considerare la presenza di una trave di collegamento in testa, considerando il meccanismo per cui parte della spinta proveniente dalla coltre in frana è assorbito per azioni assiali dai pali (*Figura 41b*). Anche in presenza della trave di collegamento, il disallineamento dei pali ottimizza il funzionamento del gruppo evitando effetti ombra.

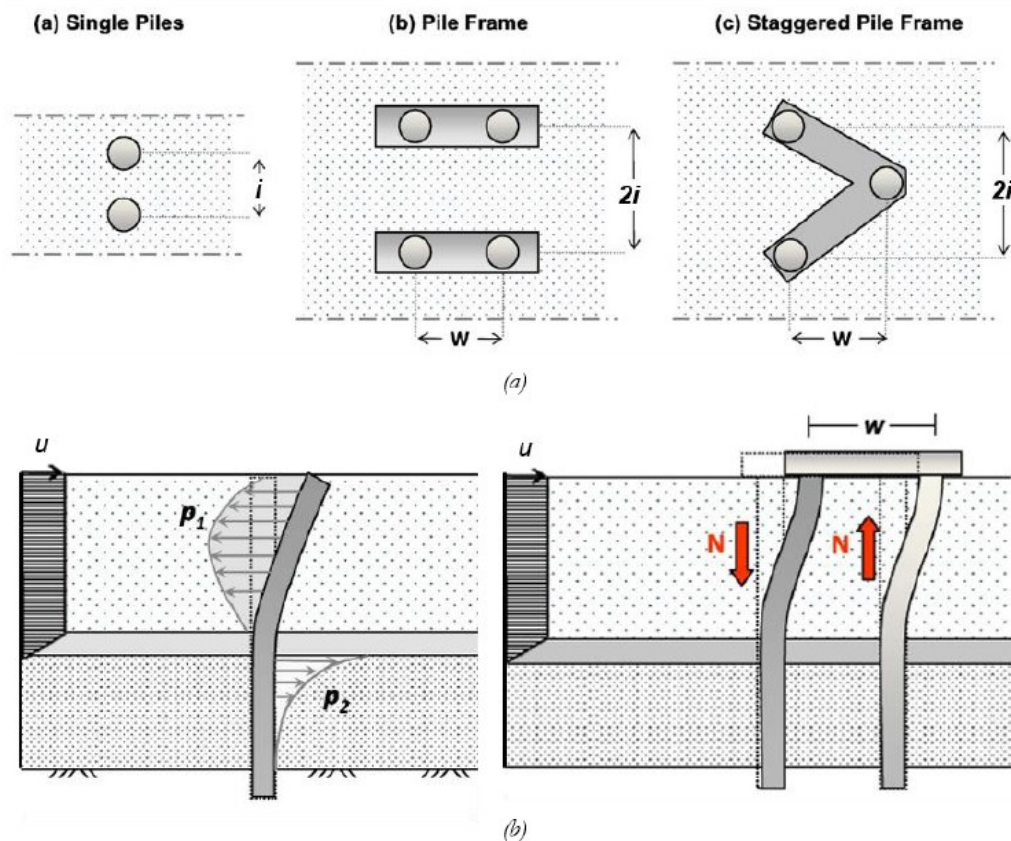


Figura 41 - (a) Variazione della geometria della disposizione dei pali in pianta; (b) accoppiamento di pali tramite l'uso di una trave di collegamento in testa. (Kourkoulis et al., 2011)

Nelle simulazioni numeriche finora presentate e che fanno riferimenti a schemi geometrici semplificati per lo studio d'interazione, lo scorrimento del terreno rispetto alla linea di pali è simulato in diversi modi.

Bransby e Springman (1999) riproducono lo spostamento relativo palo-terreno applicando lo spostamento ai pali, schema adatto, nell'ambito di pali passivi, solamente se si fa riferimento al caso di fila indefinita di pali allineati (Poulos, 1993), mentre è da escludere qualora ci si attenda una diversa redistribuzione delle tensioni tra i pali stabilizzanti (Poulos e Chen, 1994).

In generale, è preferibile applicare lo spostamento direttamente al terreno, che si muove così rispetto a un sistema di pali fissi o non vincolati e disposti secondo un generico schema. Tre sono le condizioni al contorno del modello più comunemente usate in questo caso (Muraro et al., 2014):

- imposizione dello stesso spostamento al contorno superiore e inferiore del modello, parallelo alla superficie di scorrimento e gradualmente crescente;

- assegnazione di una distribuzione di tensioni pari a quella litostatica iniziale al contorno inferiore del modello e progressivo incremento dello stato tensionale sul contorno di monte;
- assegnazione di una distribuzione di tensioni pari a quella litostatica iniziale al contorno inferiore del modello e imposizione di uno spostamento crescente sul contorno superiore.

La prima condizione è una tra le più usate in letteratura: considerando gli studi citati, ad essa fanno riferimento, ad esempio, Chen e Martin (2002) e Kourkoulis et al. (2011). Tale approccio permette di osservare la redistribuzione di tensioni e spostamenti a monte dei pali, ma non di cogliere quella a valle della fila, la cui descrizione è invece possibile utilizzando gli altri due metodi. Qualora al terreno fosse associato un comportamento elastico lineare perfettamente plastico, per la biunivocità del legame tensioni deformazioni nel tratto elastico e per l'assenza di incrudimento, i risultati ottenuti utilizzando questi due metodi sono del tutto confrontabili. Tuttavia, nell'ambito dello studio di movimenti franosi, può risultare più conveniente utilizzare una condizione al contorno espressa in termini di spostamento, più direttamente riconducibili ad eventuali misure inclinometriche. Meno sensibili alla scelta delle condizioni al contorno del modello da imporre sono i modelli 3D completi: in essi, infatti, la geometria del pendio è completamente descritta e il movimento franoso può essere attivato riproducendone l'effettiva causa. In tutti questi casi è comunque necessario fissare a priori la posizione della superficie di scorrimento, condizione comunque assimilabile a quella di una superficie di scorrimento preesistente. Come precedentemente sottolineato, metodi ibridi come quello proposto da Kourkoulis et al. (2011, 2012) permettono di introdurre la dipendenza dello sviluppo del contributo stabilizzante dei pali dall'entità degli spostamenti del corpo di frana, valutando la graduale trasmissione delle azioni alla fila di pali, ma lo spostamento della massa di terreno è ancora trattato come indipendente dalla presenza dell'intervento. Un ulteriore sviluppo dell'analisi d'interazione è rappresentato, quindi, dalla possibilità di legare la mobilitazione dell'azione resistente del palo alla velocità di spostamento della massa di terreno, e non solo alla sua ampiezza, e, soprattutto, di considerare la variazione degli spostamenti e della loro velocità per effetto della presenza della fila di pali.

Un semplice approccio per valutare gli spostamenti del terreno dopo l'installazione di pali stabilizzanti è proposto da Poulos (1999). Lo spostamento del terreno dopo la realizzazione della fila di pali può essere ricavato dall'intersezione tra la curva che rappresenta la

mobilitazione della sollecitazione di taglio nel palo e il contemporaneo aumento del coefficiente di stabilità F del pendio con l'aumento dello spostamento del terreno.

Maggiore è il contributo stabilizzante offerto dal palo, minori sono gli spostamenti residui del pendio. La curva caratteristica del palo può essere calcolata facilmente da un'analisi d'interazione, mentre poco chiara è la definizione della curva caratteristica del pendio.

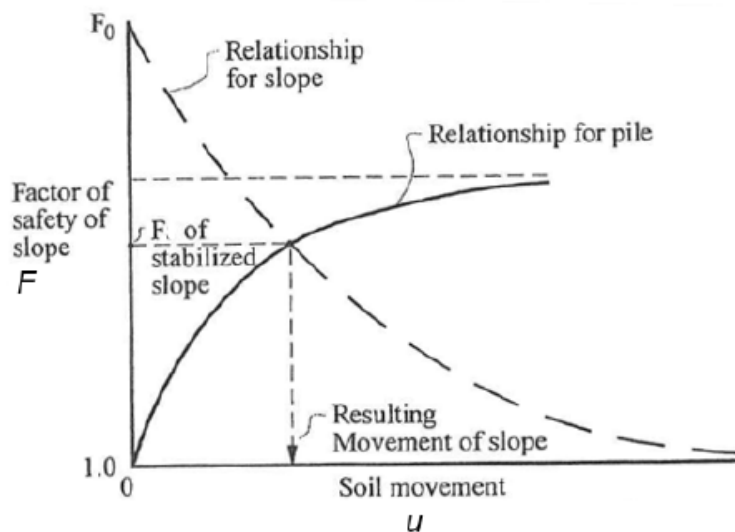


Figura 42 - Approccio per la stima degli spostamenti del terreno in frana dopo la realizzazione dell'intervento di stabilizzazione, Poulos 1999

Per un'analisi più rigorosa degli effetti legati alla realizzazione di un sistema di pali stabilizzanti un pendio in frana è necessario passare a un metodo agli spostamenti (Galli e di Prisco, 2013; Galli e Castelli, 2015; Galli e Bassani, 2016; Galli e di Prisco, 2017; Galli et al. 2017), basato sulla risoluzione esplicita dell'equazione del moto per la massa di terreno instabile, descrivendo l'evoluzione nel tempo dello spostamento del terreno.

Tale equazione può essere scritta nella forma

$$\Sigma W_i \sin \alpha_i(t) = \Sigma S_i(t, u) + \frac{T}{i}(u) + \Sigma V_i(\dot{u}) + \Sigma M_i(\ddot{u})$$

dove all' equilibrio tra azioni destabilizzanti (peso della striscia nella direzione dello spostamento) e resistenti (tensioni tangenziali lungo la superficie di scorrimento e contributo della fila) sono aggiunti due ulteriori termini stabilizzanti V e M legati alla viscosità lungo la superficie di rottura e all'inerzia della massa di terreno. Il termine $V(\dot{u})$ è proporzionale alla velocità di spostamento del terreno tramite un parametro di viscosità $\mu [FTL^{-3}]$: la velocità di

spostamento del corpo in frana lungo la sua superficie di scorrimento è controllata dal parametro μ e l'angolo di resistenza al taglio ϕ' .

L'obiettivo è quello di valutare direttamente l'efficacia dell'intervento in termini di riduzione della velocità di spostamento del terreno e contenimento della sua entità entro un dato valore di progetto, stimando il tempo necessario a raggiungere la nuova condizione di equilibrio stabile dopo l'esecuzione dell'intervento. Tale aspetto assume particolare importanza per interventi di stabilizzazione di frane a cinematica lenta, volti a ridurre la velocità di spostamento della massa di terreno instabile sotto una determinata soglia prima della localizzazione del meccanismo di rottura, per le quali di scarso interesse è la soluzione ottenuta da un'analisi all'equilibrio limite.

Tuttavia, l'applicazione di tale metodo, richiedendo la soluzione dell'equazione del moto per via numerica, non sempre è adatta al dimensionamento esplicito del sistema di pali, ma può essere utilizzato piuttosto per la verifica di soluzioni progettuali ottenute con un metodo allo stato limite ultimo o ibrido. Inoltre, la necessità di definire definizione la forma, l'ampiezza e la velocità di spostamento iniziali del corpo di frana richiede il possesso di dati di monitoraggio ante-operam (Galli e Bassani, 2016): a partire da tale condizione iniziale, l'evoluzione di spostamenti e tensioni durante la vita dell'opera può essere quindi modellata considerando diversi step temporali e aggiornando di volta in volta i valori delle tensioni al contatto palo-terreno e della velocità di spostamento in funzione di quelli ottenuti dallo step precedente. Anche in questa trattazione rimane però il limite di una definizione a priori della forma e della posizione della superficie di scorrimento.

3.3 Considerazioni

Dall'analisi critica della vasta letteratura esistente in merito all'utilizzo di file di pali per il miglioramento delle condizioni di stabilità di pendii in frana o con un ridotto margine di sicurezza rispetto al raggiungimento di una condizione di equilibrio limite emerge la difficoltà di riuscire a considerare contemporaneamente e con modelli semplificati la complessità del meccanismo d'interazione tra il corpo di frana, l'intervento e il substrato stabile.

In generale si possono distinguere, in base agli interassi tra i pali, due tipi di struttura idonea alla stabilizzazione del pendio:

- Paratia continua, se i pali sono tangenti o secanti. In questo caso non si può considerare l'effetto arco e l'interazione $3D$ elemento-terreno. Essendo un setto continuo, l'interazione tra terreno e struttura può essere studiata in ambito $2D$ per valutare l'entità delle spinte, che generalmente si suppongono a monte pari alla spinta passiva e a valle pari a spinta attiva, come se fosse il setto a spingere in direzione opposta al pendio. Questa assunzione è generalmente accettata nella letteratura e anche nei programmi di calcolo: nella realtà ciò deve essere indagato con più attenzione poiché questa ipotesi deriva dagli studi su pali passivi che generalmente prescindono dal grado di stabilità stessa del pendio.
- Fila di pali in cui si considera l'effetto arco, se l'interasse è variabile tra $1.25D$ e $2D$.
- Palo isolato, se l'interasse tra i pali è $\geq 3D$, valore riconosciuto come limite oltre il quale si perde l'effetto arco e il comportamento può considerarsi come quello di un elemento singolo.

In generale, si è osservato come modelli bidimensionali sviluppati nel piano contenente la sezione dei pali o in quello longitudinale non siano da soli in grado di cogliere con sufficiente approssimazione sia l'interazione tra i pali della fila per effetto arco sia quella dei pali con i due strati di terreno, quello in movimento e quindi quello stabile, nonché lo scorrimento del terreno attraverso la fila. La marcata tridimensionalità del meccanismo d'interazione richiede quindi la definizione di modelli $3D$, non del tutto agevoli per una rapida progettazione e ottimizzazione dell'intervento, ma in grado di fornire un quadro completo dell'evoluzione del campo di tensioni e spostamenti all'interno del terreno e dei pali con lo spostamento del corpo di frana.

Si vuole far notare anche che la variazione delle proprietà meccaniche del terreno e geometriche del pendio e dell'intervento, governando la formazione di effetti gruppo e con questi le caratteristiche delle azioni trasmesse ai pali, si legghi alla capacità della fila di interferire con l'avanzamento del corpo di frana.

Si sottolinea, infine, che metodi dell'equilibrio limite non sono in grado di cogliere l'effettiva efficacia dell'intervento, la cui natura passiva ne lega lo sviluppo dell'azione stabilizzante a quello degli spostamenti del palo necessari alla mobilitazione delle spinte nel terreno. Il loro utilizzo può essere limitato al dimensionamento strutturale dei pali, poiché offre le massime sollecitazioni a cui può essere sottoposto.

Alla luce di tutto questo quindi per lo studio effettuato in questa tesi, in cui si vuole studiare l'interazione palo-terreno e i cinematismi di rottura dei pali isolati, si decide di effettuare un'analisi tridimensionale in ambiente FEM, considerando l'interasse trasversale (perpendicolare alla direzione dello spostamento) dei pali pari a $3D$, e l'interasse longitudinale (in direzione dello spostamento) pari a $5D$, in modo da avere certamente il comportamento di un palo isolato.

4. Impostazione dello studio numerico

4.1 Premessa

La capacità di una fila di pali di mitigare gli spostamenti di un versante dipende sia dall'entità delle azioni che è in grado di assumere, sia le caratteristiche geometriche che quelle meccaniche del terreno e dell'intervento.

Come evidenziato dall'analisi di letteratura, le azioni trasmesse dal terreno in frana ai pali della fila dipendono dalla geometria della coltre, ossia dalla sua altezza H e dall'inclinazione α della superficie di scorrimento, dall'ampiezza dello spostamento u del corpo di frana e dalle caratteristiche di rigidezza e resistenza di questo e dello strato stabile.

Inoltre, queste azioni sono una funzione della geometria dell'intervento e in particolare dell'interasse i tra i pali della fila, dal quale ne dipende l'interazione per effetto arco. La capacità dell'intervento di opporsi all'avanzamento della coltre in frana è inoltre funzione della rigidezza flessionale del palo, della sua profondità d'infissione nel substrato stabile e del rapporto tra le caratteristiche di rigidezza e di resistenza di quest'ultimo e del corpo di frana.

Interventi di mitigazione con pali sono solitamente realizzati in presenza di movimenti di versante lenti o molto lenti, con velocità comprese tra 0.016 m/anno e 1.6 m/anno secondo la classifica di Cruden e Varnes (1996).

Tali scorrimenti si verificano solitamente in pendii poco acclivi, con pendenze generalmente inferiori ai 20° , in depositi a grana prevalentemente fine, tipicamente argillosi. Si tratta, in generale, di movimenti poco profondi, con superfici di scorrimento sostanzialmente parallele al piano campagna e spessori H massimi della coltre di 10 m, più solitamente compresi tra 5 m e 8 m.

Considerare spessori del corpo di frana modesti ha lo scopo di contenere non solo il diametro del palo, che ne determina la resistenza a flessione, ma anche la sua lunghezza: infatti il corretto funzionamento dei pali nell'interazione con masse di terreno in frana è garantito da un'adeguata infissione nel substrato stabile, solitamente almeno pari all'altezza della coltre.

D'interesse è lo studio degli effetti della variazione della geometria del corpo di frana, in termini di spessore H ; lo studio degli effetti della variazione delle caratteristiche del tratto infisso, in termini di profondità di infissione del palo.

L'attenzione è rivolta non solo al calcolo delle azioni trasmesse dal corpo di frana al sistema di pali e alla definizione delle sollecitazioni a cui essi sono sottoposti, ma di particolare interesse è la descrizione degli effetti dell'interazione tra la massa di terreno in frana e la fila di pali.

I modelli risolti con il metodo degli elementi finiti (FEM: Finite Element Method) prevedono la discretizzazione, in un numero finito di elementi, del volume del dominio indagato. L'applicazione di questo metodo ai problemi ingegneristici è molto diffusa, e si ritiene che questo strumento sia il più idoneo a riprodurre le condizioni reali e fornire, quindi, soluzioni numeriche di riferimento.

La peculiarità di questi metodi è data dal fatto che riescono a tenere conto della disomogeneità del materiale e della non linearità della sua legge costitutiva. Se si utilizzano questi metodi per studiare il comportamento del terreno, questo fatto assume importanza maggiore, in quanto una modellazione non adeguata della legge costitutiva può portare a risultati che non rispecchiano il reale comportamento sotto carichi assegnati o movimenti imposti. Essendo comunque un'approssimazione della realtà, deve tenersi in conto la possibilità di ottenere risultati che possono discostarsi entro certi limiti. Basti pensare che un ruolo significativo è rappresentato dalla discretizzazione del modello creato, in quanto se è scarsa sarà caratterizzata da un costo computazionale ridotto ma con risultati approssimativi, mentre se fitta avrà un costo molto maggiore ma con risultati estremamente precisi.

La maggiore controindicazione relativa all'applicazione di questi metodi ai fini della risoluzione dei problemi geotecnici risiede nella complessità della elaborazione del reticolo di discretizzazione del dominio, da particolarizzare a seconda del caso in studio, e nel costo computazionale elevato per realizzare l'elaborazione numerica.

Oggi le soluzioni FEM vengono utilizzate come punti di riferimento con cui confrontare le soluzioni dei problemi geotecnici ottenute con modelli semplificati e, quindi, più maneggevoli, al fine di stabilire la ammissibilità all'utilizzo di questi ultimi.

L'uso di modelli bidimensionali per lo studio degli effetti di interazione tra una massa di terreno in frana e una fila di pali risulta fortemente limitato dal vincolo di deformazione piana alla base della soluzione numerica. L'imposizione di tale condizione, infatti, indipendentemente dal valore dell'interasse tra i pali, vincola il cinematismo di collasso a realizzarsi nel piano del modello e, pertanto, quello di flusso plastico del terreno attraverso la fila di pali è l'unico meccanismo plastico che può verificarsi. Il raggiungimento di tale condizione richiede tuttavia

una variazione delle tensioni fuori piano sempre meno trascurabile al ridursi dell'interasse tra i pali e non compatibile con le condizioni al contorno del problema reale che si vuole riprodurre in cui, data l'assenza di vincoli in corrispondenza del piano campagna, le tensioni verticali all'interno del corpo di frana dipendono quasi esclusivamente dal peso del terreno.

Per essere più aderenti ai fenomeni che si sviluppavano realmente in sito e per una migliore descrizione del problema d'interazione palo-terreno, nel presente lavoro di tesi le analisi numeriche sono state svolte con un modello tridimensionale.

Nel seguito verranno riportate in dettaglio le principali caratteristiche del modello tridimensionale.

Successivamente, i risultati numerici verranno analizzati in dettaglio e confrontati con i risultati teorici.

Per la modellazione in ambito FEM si utilizza il software MIDAS FEA NX, di cui si possiede regolare licenza.



midas FEA NX

MIDAS FEA NX è un software avanzato di l'analisi agli elementi finiti per applicazioni di ingegneria civile e strutturale. Consente di eseguire analisi altamente accurate, quali analisi non lineari, dinamiche, geotecniche, analisi delle fessurazioni del calcestruzzo, analisi di interazione terreno struttura, scavi, stabilità dei pendii, moti di filtrazione transienti e stazionari, consolidamenti e cedimenti.

Il modello numerico è stato costruito attraverso le 4 fasi principali riportate di seguito:

1. Definizione della geometria del modello: creazione dei volumi del modello quali terreno instabile, banda di taglio, terreno stabile e palo.
2. Definizione delle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali: calibratura dei parametri meccanici da attribuire a ciascun elemento e criteri di rottura, al fine di riprodurre il comportamento dei materiali reali.

3. Modellazione: riproduzione del modello impostando le condizioni al contorno del problema.
4. Rielaborazione dell'output delle simulazioni: visionare e analizzare i risultati ottenuti.

4.2 Caratteristiche meccaniche del pendio

Per lo studio d'interazione tra il corpo di frana e una fila di pali risulta sufficiente associare il terreno a un semplice mezzo elastico lineare perfettamente plastico con criterio di resistenza di Mohr-Coulomb.

L'evoluzione del rapporto tensioni-deformazioni nel terreno è quindi completamente definita da 5 parametri: il coefficiente di Poisson ν' e il modulo di Young E che governano il comportamento del terreno in campo elastico, mentre coesione c' , angolo di resistenza al taglio ϕ' e di dilatanza ψ descrivono le caratteristiche di resistenza e il comportamento a rottura del materiale.

Rigidità e resistenza del terreno concorrono a determinare l'efficacia dell'intervento sia in termini di mitigazione che di stabilizzazione del movimento di versante con pali: le caratteristiche di resistenza al taglio del terreno (c' , ϕ') determinano il valore delle massime azioni che il terreno può trasmettere al palo lungo il suo asse, sia nella zona in frana che in quella stabile, mentre quelle di rigidità determinano l'ampiezza dello spostamento del terreno per cui si raggiunge tale valore, introducendo sostanzialmente un'indicazione di tipo prestazionale e divenendo centrali in uno studio di mitigazione. Non trascurabili sono anche gli effetti legati alla variazione dell'angolo di dilatanza ψ del terreno, maggiori all'aumentare del grado di confinamento del terreno. Il comportamento a rottura è considerato privo di caratteristiche dilatanti ($\psi = 0$).

La zona di scivolamento è stata modellata tramite un elemento "Interface" le cui caratteristiche sono state calcolate a partire da equazioni presenti all'interno del manuale del software Midas. Questo permette di ben simulare ciò che accade nella realtà: si suppone che la superficie di scivolamento sia una banda in cui il detrito di paleofrana abbia ridotto nel tempo le proprie caratteristiche meccaniche arrivando a valori prossimi a quello residuo.

Utilizzando l'elemento interfaccia si va a scindere la continuità dei nodi della mesh, che viene ristabilita da questa connessione. Nel calcolo dello stato tensionale iniziale non viene però

considerato l'elemento e rimane la discontinuità; quindi è stato necessario creare un Rigid Link per unire nuovamente le due mesh.

Nello studio condotto, si trascura la presenza di un livello di falda, considerando la condizione di pendio asciutto. Si considera il caso di un corpo di frana che scorre in maniera uniforme lungo una superficie di scorrimento preesistente parallela al piano campagna e posta a una profondità di riferimento pari a 5 metri e 10 metri a seconda del caso analizzato.

L'inclinazione α del pendio è posta pari 10° ; la simulazione dello scorrimento del terreno è eseguita attraverso l'imposizione di un campo di spostamenti al corpo di frana. Lo schema di pendio analizzato è quello di pendio indefinito, che approssima in maniera tutto soddisfacente la zona centrale del corpo di frana descritto in *Figura 43*.

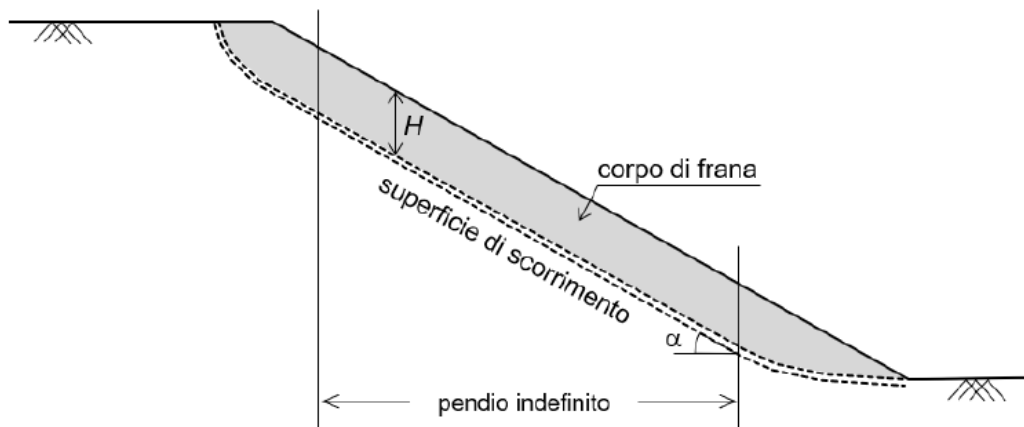


Figura 43 - Schema di pendio caratterizzato dalla presenza di un corpo di frana con superficie di scorrimento poco profonda

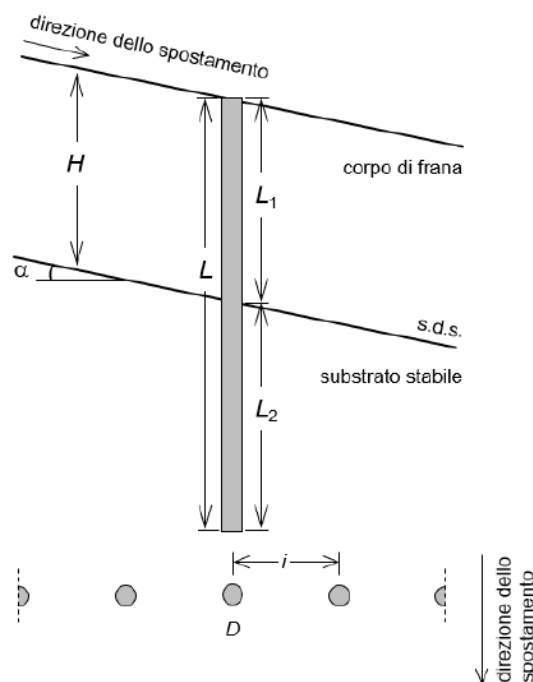


Figura 44 - Sezione longitudinale (in alto) e vista in pianta (in basso) dello schema geometrico di riferimento

L'analisi condotta è stata divisa in due fasi: una prima fase di calcolo delle tensioni litostatiche a riposo e poi la Stress Analysis con l'applicazione per step di carico dello spostamento ai lati dello strato di terreno in frana.

Si adottano quindi due diverse condizioni di vincolo: in una fase iniziale si pongono cerniere alla base, mentre sui lati si blocca la traslazione lungo gli assi orizzontali X e Y; nella seconda fase si mantengono le cerniere alla base e sui lati del terreno inferiore stabile, sui lati dello strato di terreno in movimento si blocca la traslazione lungo Y, consentendo la traslazione lungo la direzione di scivolamento (piano X-Z).

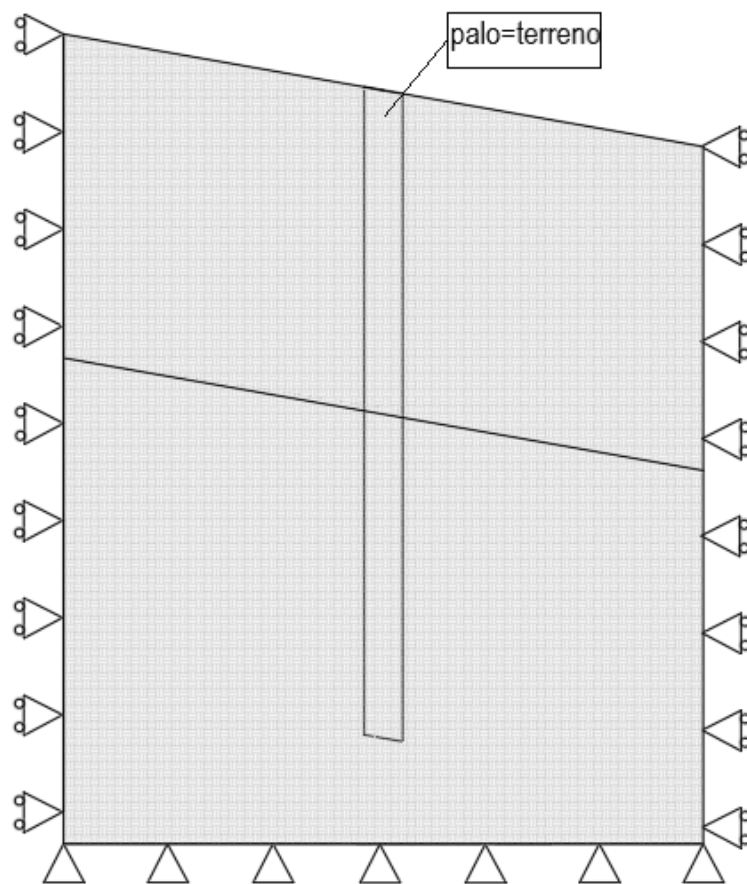


Figura 45 - Vincoli in fase iniziale

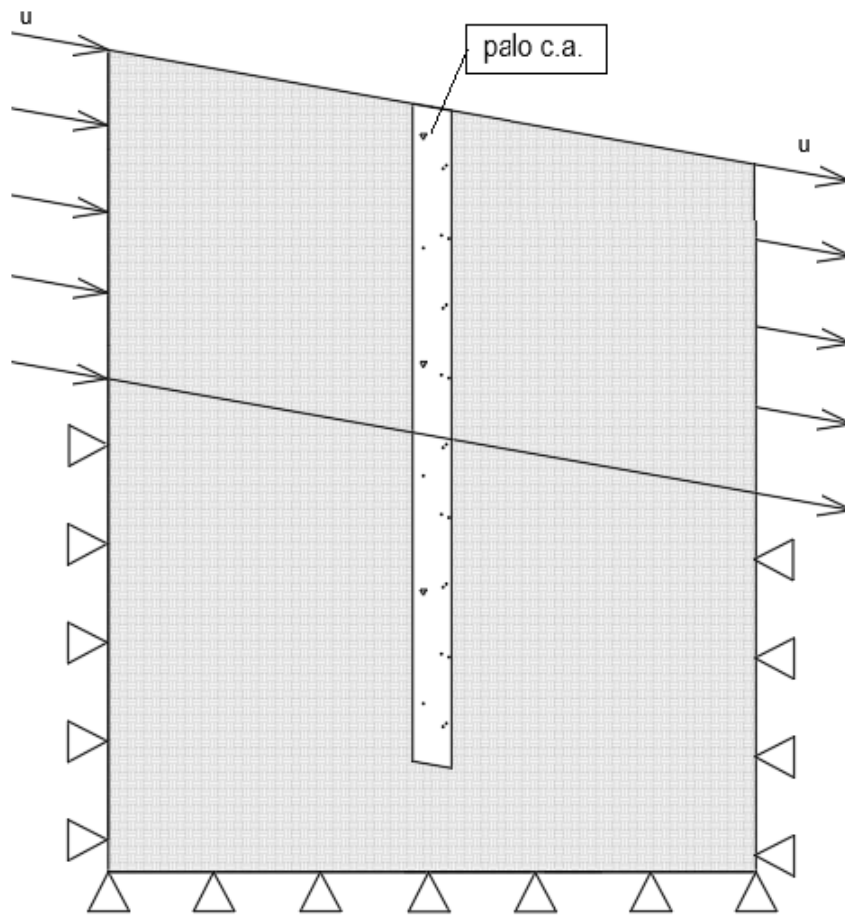


Figura 46 - Vincoli in fase finale

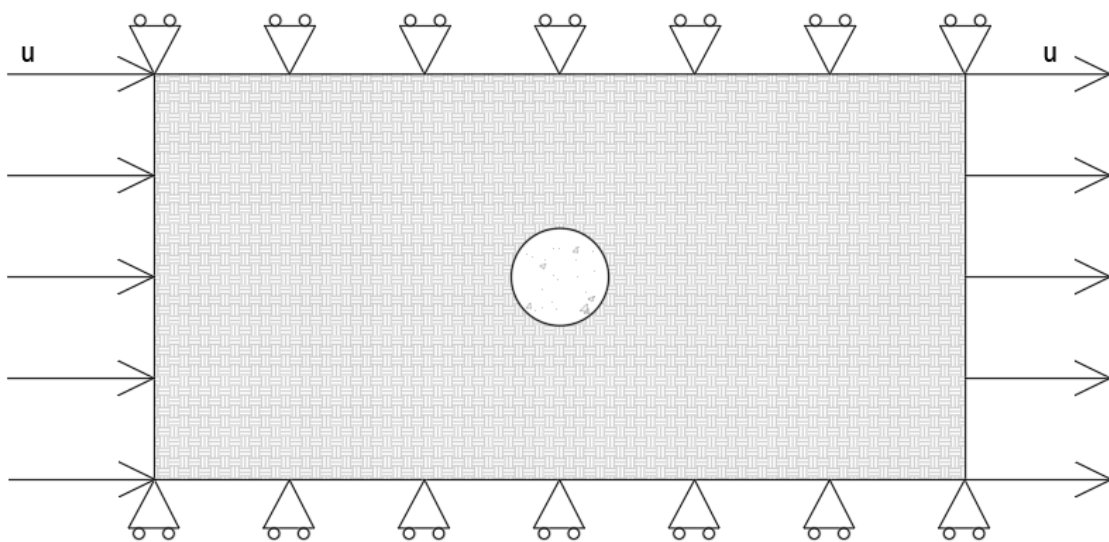


Figura 47 - Vincoli in fase finale, vista in pianta

Gli spostamenti sono stati applicati agli estremi del modello sia a monte che a valle, per simulare al meglio il distacco del terreno (a valle) e la spinta della coltre in movimento (a monte). Gli spostamenti imposti si sono quantificati in 0.6 m , applicati con 50 step di carico per valutare l'evoluzione delle tensioni, e di conseguenza i momenti, con gli incrementi di spostamento.

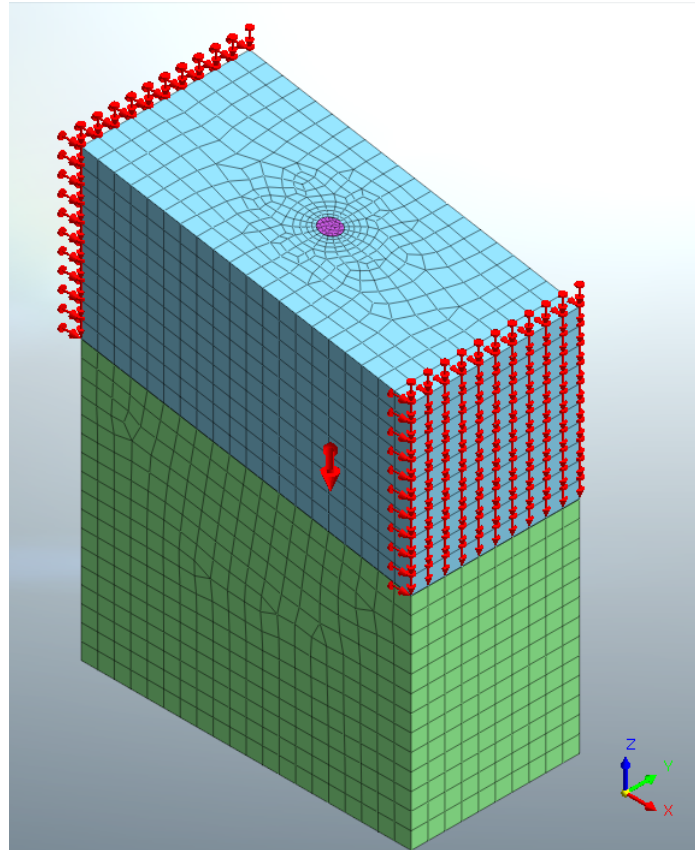


Figura 48 - Applicazione dei carichi sul modello $D/L=1$

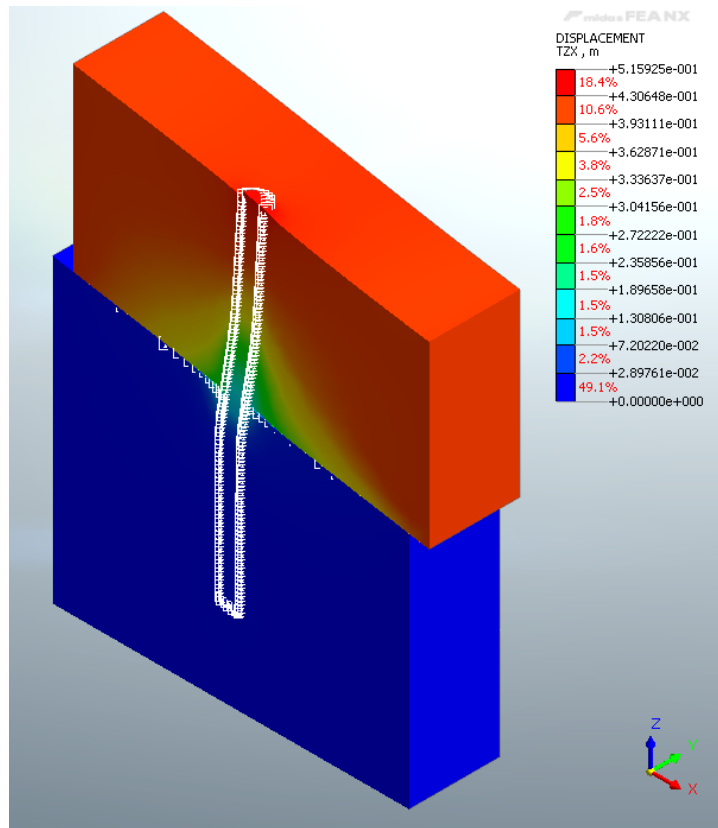


Figura 49 – Risultato: Spostamento in direzione dello slittamento, modello con $D/L=1$

Si vuole precisare che nella prima fase dell'analisi si vuole cercare lo stato di equilibrio iniziale sotto la sola azione della gravità, per cui viene considerato il solo terreno, assegnando mediante la boundary "Change Property" le proprietà del terreno all'elemento cilindrico che schematizza il palo; nella fase successiva vengono assegnate le proprietà del calcestruzzo armato all'elemento palo e si conduce l'analisi simulando l'attivazione della frana.

Di seguito si riporta la *Tabella 4* in cui vengono illustrati i modelli; i parametri più significativi nella variazione del risultato in termini di cinematico di rottura sembrano essere i moduli elastici del terreno, quindi la rigidità del mezzo.

Da questi risultati si vuole ottenere poi un dominio di resistenza del palo, tracciato in funzione dello spostamento di snervamento e $\left(\frac{D}{L}\right)^{E_{sup}/E_{inf}}$.

Nel seguito verranno descritte in dettaglio le problematiche affrontate nelle varie fasi della generazione del modello e le scelte effettuate.

Interfaccia palo-terreno	Interfaccia superficie di slittamento	Sezione palo	Parametri terreno					Geometria				Pressoflessione teorica da VcaSlu						Cinematismo di rottura	E_{sup}/E_{inf}	$\left(\frac{D}{L}\right)^{E_{sup}/E_{inf}}$	
			γ_s (kN/m ³)	Es (kPa)	c' (kPa)	φ' (°)	ψ (°)	D	L	D/L	D/(L+D)	s_y (m)	χ_y	M_y	s_{ult}	χ_{ult}	$M_{u,midas}$				M_{ult}
$K_T=19500$ (kN/m ³) $K_N=135000$ (kN/m ³) $c'=50$ (kPa) $\varphi'=10^\circ$ $\psi=0^\circ$	$K_T=19500$ (kN/m ³) $K_N=135000$ (kN/m ³) $c'=0$ (kPa) $\varphi'=10^\circ$ $\psi=0^\circ$	d=1,2 m 28 Ø 32 $E_c=31500$ (MPa) $M_y=2708$ (kN m)	21	10000	100	20	0	5	10	0,5	0,33	0,12	3,46	3012	0,50	10,88	3960	4105	B ₂	1	0,5
								10	10	1	0,5	0,23	3,62	3243	0,56	10	3900	4266	B _y	1	1
								10	5	2	0,67	0,15	3,53	3186	0,55	10,22	3920	4226	B ₁	1	2
			21	10000	Sup 50 Inf 100	Sup 10 Inf 20	0	5	10	0,5	0,33	0,12	3,46	3012	0,51	10,88	3900	4105	B ₂	1	0,5
								10	10	1	0,5	0,29	3,62	3243	0,61	10,00	4000	4266	B _y	1	1
								10	5	2	0,67	0,18	3,53	3186	0,60	10,22	3900	4226	B ₁	1	2
			21	Sup 10000 Inf 100000	Sup 50 Inf 100	Sup 10 Inf 20	0	5	10	0,5	0,33	0,15	3,42	2952	0,33	11,13	4000	4054	B ₂	0,1	0,93
								10	10	1	0,5	0,25	3,69	3243	0,55	10,00	4000	4266	B _y	0,1	1
								10	5	2	0,67	0,25	3,58	3186	0,56	10,22	3900	4226	B _y	0,1	1,07
			21	Sup 100000 Inf 100000	100	20	0	5	10	0,5	0,33	0,06	3,42	3100	0,73	10,54	4000	4166	B ₂	10	0
								10	10	1,0	0,5	0,24	3,68	3327	0,69	9,70	4065	4324	B _y	10	1
								10	5	2,0	0,67	0,11	3,60	3300	0,53	9,80	4050	4305	B ₁	10	1024

Tabella 4 - Parametri utilizzati nei modelli MidasFEA

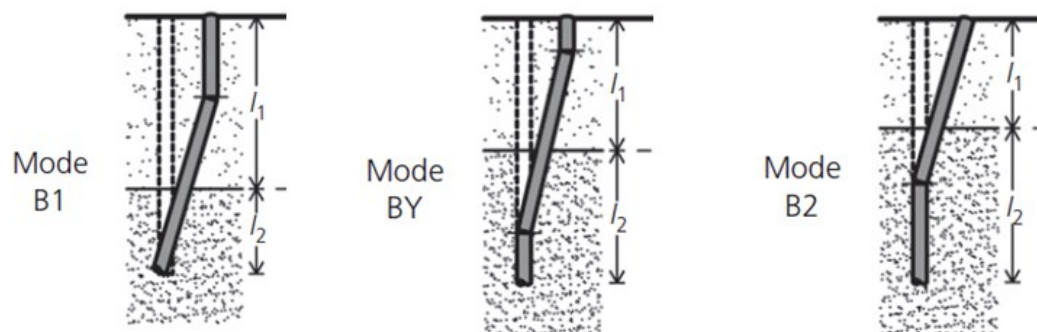


Figura 50 - Cinematismi di rottura, Viggiani

4.3 Definizione geometria del modello

Per la costruzione della geometria del modello si è tenuto in considerazione il diametro (d) del palo, l'inclinazione del versante β , l'angolo d'attrito φ del materiale costituente il terreno e la spaziatura orizzontale tra pali.

Sono stati studiati tre modelli differenti per esaminare le diverse risposte delle strutture, in funzione dei comportamenti studiati da Viggiani.

I modelli sono formati da due parallelepipedi sovrapposti in cui il palo, che attraversa i due strati, è posto al centro per non avere interferenze con i vincoli esterni.

Di seguito si riportano le geometrie dei modelli.

- *Modello 1:*

<i>Terreno superiore</i>	20x10x10 m
<i>Terreno inferiore</i>	20x10x15 m
<i>Palo</i>	$D = 10\text{ m}$ $L = 10\text{ m}$ $d = 1.2\text{ m}$

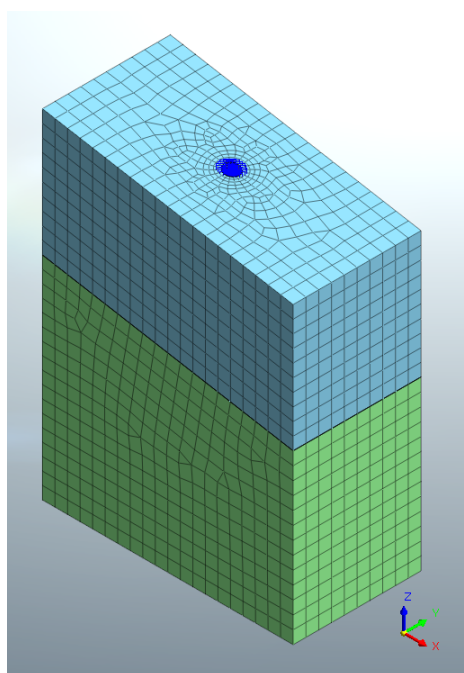


Figura 51 - Modello 1

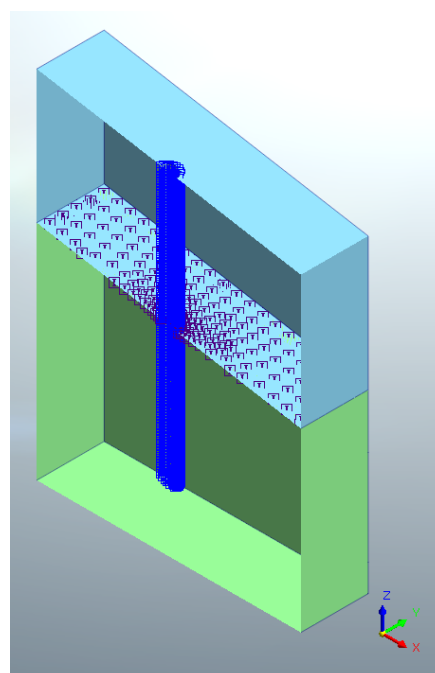


Figura 52 – Sezione modello 1

- *Modello 2:*

<i>Terreno superiore</i>	$20 \times 10 \times 5 \text{ m}$
<i>Terreno inferiore</i>	$20 \times 10 \times 15 \text{ m}$
<i>Palo</i>	$D = 5 \text{ m}$ $L = 10 \text{ m}$ $d = 1.2 \text{ m}$

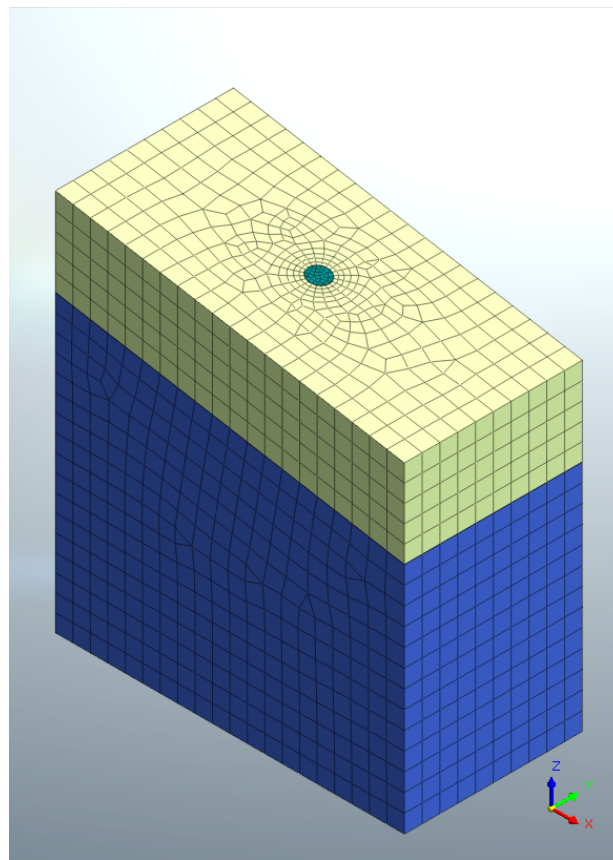


Figura 53 - Modello 2

- *Modello 3:*

<i>Terreno superiore</i>	$20 \times 10 \times 10 \text{ m}$
<i>Terreno inferiore</i>	$20 \times 10 \times 5 \text{ m}$
<i>Palo</i>	$D = 10 \text{ m}$ $L = 5 \text{ m}$ $d = 1.2 \text{ m}$

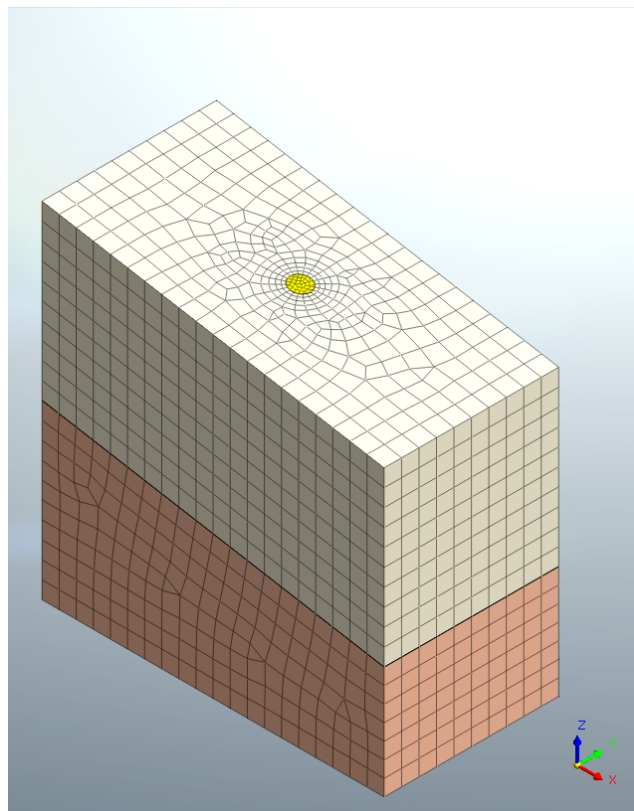


Figura 54 - Modello 3

Per riprodurre le diverse parti che compongono il sistema nel modello si sono utilizzati elementi tridimensionali “Brick” che comportano numerosi vantaggi tra i quali una formulazione numerica molto stabile in quanto basata direttamente sulle leggi della meccanica del continuo, la parziale riduzione del numero di gradi di libertà (solo tre per nodo) e la maggiore versatilità nella definizione di legami costitutivi in campo non lineare rispetto agli altri elementi.

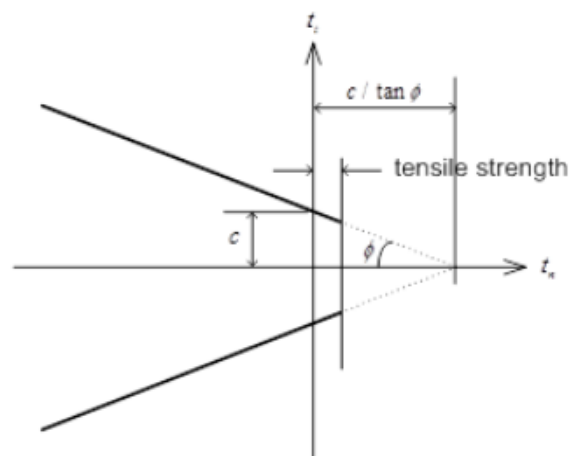
Per simulare la presenza della superficie di scivolamento si fa ricorso all’elemento “interfaccia”, posto tra le superfici di contatto tra i due terreni, ed è costituito da uno spessore virtuale, con una dimensione immaginaria utilizzata per definire le proprietà del materiale di interfaccia. Maggiore è lo spessore virtuale, maggiori deformazioni elastiche saranno generate.

In generale, gli elementi d'interfaccia devono poter generare deformazioni elastiche molto piccole, quindi lo spessore virtuale di tali elementi dovrebbe essere molto piccolo. D'altra parte, però, se tale spessore è troppo piccolo si potrebbero generare errori nell'analisi numerica.

Questo elemento quindi separa i nodi connessi di due mesh diverse e crea un elemento con una specifica rigidità in direzione normale e tangenziale. Poiché i nodi vengono lasciati separati per alcune analisi in cui l'elemento interfaccia non viene utilizzato (ad esempio per le analisi iniziali in-situ), i nodi devono essere collegati "Rigid link" per evitare errori numerici. Al contrario, quando si utilizza l'elemento interfaccia, il collegamento rigido deve essere rimosso durante l'analisi.

Per procedere con un'analisi dettagliata dell'interazione tra pali e terreno, è necessario considerare l'interfaccia tra di essi per simulare l'attrito che si sviluppa. Il motivo principale di effettuare un'analisi all'interfaccia, è quello di modellare la possibilità di perdita di contatto tra palo e suolo in prossimità della superficie del terreno. Infatti, quando un palo è caricato assialmente o orizzontalmente, vi sono zone in cui il contatto rimane quasi rigido, quelle in cui lo scambio di tensioni tra suolo e palo rimangono sotto un dato livello, mentre vi sono scorrimenti viscosi in quelle zone in cui questo livello limite viene superato. È importante introdurre questi elementi interfaccia, inoltre, poiché è utile poter valutare le tensioni presenti al contatto palo-terreno.

L'impostazione dell'interfaccia è stata sviluppata per simulare il comportamento della connessione tra materiali uguali o diversi. Esso si basa sulla legge di attrito di Coulomb (1785) e segue la teoria che la forza di attrito di un'interfaccia sia proporzionale al coefficiente di attrito e alle forze di confine perpendicolari alla direzione normale che agiscono sull'interfaccia.



I principali parametri non lineari dell'elemento interfaccia sono i seguenti:

- Normal Stiffness Modulus (K_n): è il modulo di elasticità per il comportamento di adesione e non-adesione nella direzione normale all'elemento di interfaccia. L'intervallo generale è 10~100 volte il valore più piccolo del modulo di elasticità sull'edometro degli elementi adiacenti.
- Shear Stiffness Modulus (K_t): è il modulo di elasticità per il comportamento allo scorrimento nella direzione normale all'elemento di interfaccia. L'intervallo generale è 10~100 volte il valore più piccolo della resistenza al taglio degli elementi adiacenti.

Per il calcolo di questi parametri si ricorre all'utilizzo di una formula empirica per prevedere il comportamento dell'interfaccia tra due materiali. La formula empirica utilizza uno spessore virtuale (t_v) e un fattore di riduzione della forza (R).

$$K_n = \frac{E_{oed,i}}{t_v}$$

$$K_t = \frac{G_i}{t_v}$$

dove:

$$E_{oed,i} = 2G_i(1 - \nu_i)/(1 - 2\nu_i)$$

ν_i = *modulo di Poisson* assunto pari a 0.45 per evitare errori numerici.

t_v = *spessore virtuale*. Generalmente ha un valore compreso tra 0.01 e 0.1, maggiore è la differenza di rigidità tra terreno e struttura, minore è il valore.

$$G_i = RG_{soil}$$

$$G_{soil} = E/(2(1 + \nu_{soil}))$$

R = *Strenght Reduction Factor*

Generalmente i valori del fattore di riduzione della resistenza per gli elementi strutturali e le proprietà del terreno adiacenti sono i seguenti:

Sand/Steel	0.6 ~ 0.7
Clay/Steel	0.5
Sand/Concrete	1 ~ 0.8
Clay/Concrete	1 ~ 0.7

Quando si definiscono l'angolo di dilatanza e la resistenza alla trazione del terreno, è necessario definire un valore minore o uguale per l'elemento di interfaccia e la coesione; l'angolo di attrito può essere moltiplicato per il fattore di riduzione della forza. Per l'angolo di dilatazione dell'interfaccia, è possibile applicare lo stesso angolo del terreno quando il terreno è sottoposto a movimento di un corpo rigido senza riduzione della forza ($R=1$). Quando si considera la riduzione della forza, l'angolo di dilatanza va posto uguale a zero, che corrisponde alla definizione generale di movimento del corpo rigido.

In una modellazione solida come questa non si hanno elementi *Beam* quindi non si ha la lettura diretta delle sollecitazioni (M,N,T) negli elementi in fase di verifica; sugli elementi *Brick* si possono leggere solo le tensioni. Per ovviare a questo problema si inserisce un elemento *Virtual Beam* che integra le tensioni su varie sezioni e calcola le sollecitazioni.

In questo modo quindi, in maniera indiretta si ottengono le sollecitazioni sul palo, mediante le quali sarà possibile svolgere lo studio ricavando i grafici Momento-Curvatura.

4.4 Definizione delle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali

Per le verifiche di resistenza delle opere geotecniche è necessario valutare quali siano gli stati di tensione massimi supportabili dai materiali in condizioni di incipiente rottura. In questa tesi si sono utilizzati due materiali distinti, calcestruzzo armato e terreno aventi un proprio legame costitutivo.

Terreno:

Lo stato tensionale che un terreno può sopportare è limitato. Nella meccanica dei terreni si parla di resistenza al taglio, perché in tali materiali, a causa della loro natura particellare, le deformazioni e la successiva rottura avvengono principalmente per scorrimento relativo fra i grani.

La tensione tangenziale è fornita dall'equazione:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi'$$

dove c' è la coesione efficace o drenata; ϕ' l'angolo d'attrito o angolo di resistenza al taglio; questi sono i parametri che caratterizzano la resistenza del materiale in esame, mentre σ' indica la tensione normale su cui agisce la tensione tangenziale τ .

Nel piano di Mohr il criterio di rottura di Mohr-Coulomb è descritto da una retta, detta retta involucro di rottura, che separa gli stati tensionali possibili da quelli privi di significato fisico in quanto incompatibili con la resistenza del materiale.

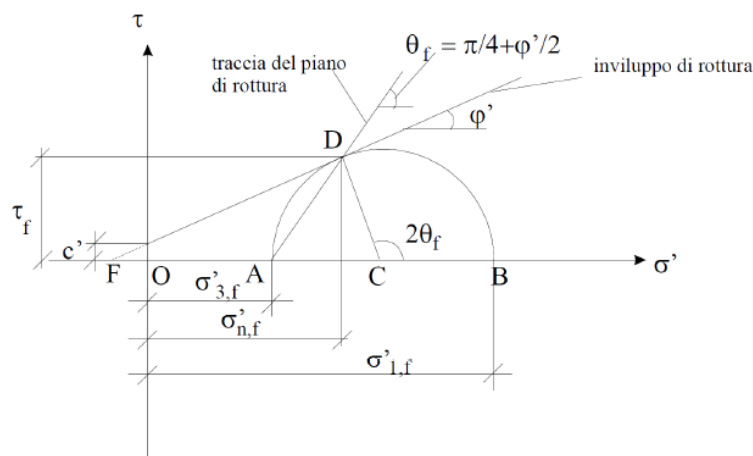


Figura 55 - Criterio di rottura di Mohr-Coulomb

Lo stato di tensione nel generico punto D, corrispondente alla rottura, è rappresentato da un cerchio di Mohr tangente alla retta involuppo di rottura. Tutti i cerchi al di sotto della retta involuppo indicano che la condizione di rottura non viene raggiunta, mentre il cerchio che interseca la retta non è una situazione fisicamente possibile.

Se si rappresenta questo dominio nello spazio delle tensioni principali si ottiene una forma di questo tipo:

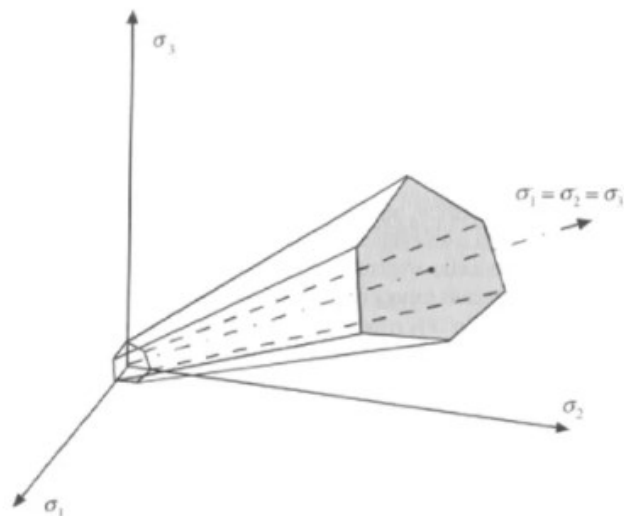


Figura 56 – Sezione retta del tronco di piramide nel piano di tensioni principali

Il criterio di rottura di Mohr –Coulomb è ampiamente utilizzato nella geotecnica, ma presenta qualche difetto dal punto di vista matematico a causa della presenza di punti singolari: il gradiente della funzione di plasticizzazione non è definito in modo univoco sugli spigoli della piramide.

Il criterio di Drucker-Prager cerca di risolvere uno dei problemi connessi con la superficie definita dal criterio di Mohr-Coulomb. Nel piano deviatorico infatti il dominio elastico del materiale ha la forma di un esagono irregolare, ma questo crea problemi nel momento in cui si devono calcolare gli incrementi di deformazione plastica agli angoli.

Modificando dunque il criterio di rottura di Von Mises (in cui le componenti idrostatiche sono ininfluenti nella deformazione plastica), Drucker e Prager ottengono un criterio rappresentabile nello spazio delle tensioni principali mediante un cono.

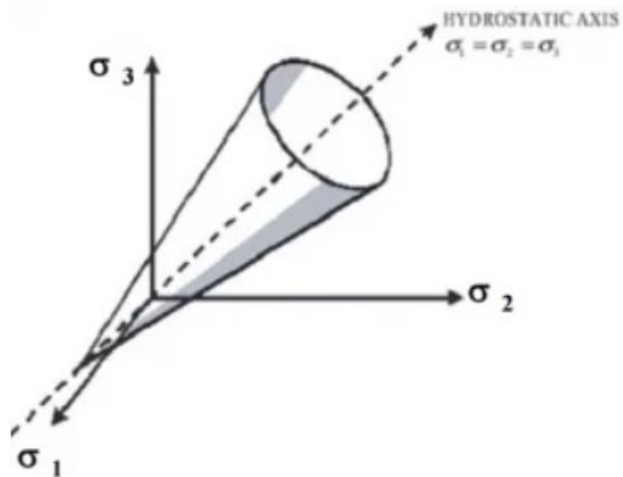


Figura 57 – Rappresentazione del criterio di Drucker-Prager nello spazio delle tensioni principali

Nel piano delle tensioni principali appare pertanto di forma ellittica, rendendo più semplice la determinazione degli incrementi di deformazione plastica.

Di seguito si mostra un confronto tra i due criteri di snervamento:

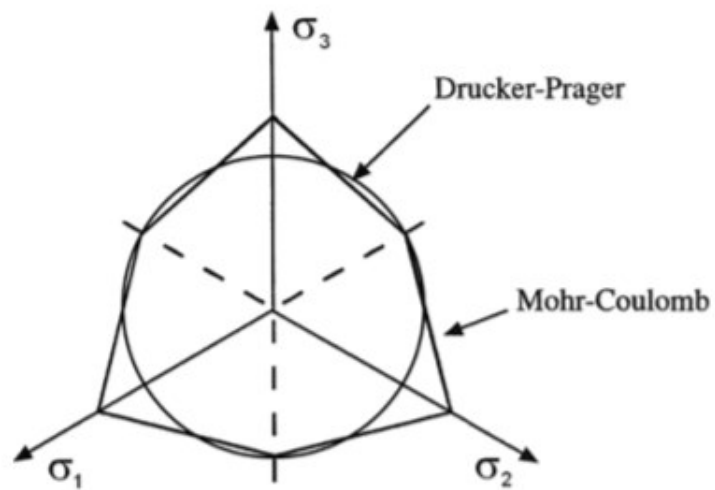


Figura 58 - Criteri di Mohr-Coulomb e Drucker-Prager, vista ortogonale al piano deviatorico

Calcestruzzo:

Il calcestruzzo è un materiale non omogeneo composto dalla pasta di cemento e dagli inerti. Il materiale presenta un comportamento non lineare anche per stati di sollecitazione di compressione pura dovuto alla microfessurazione interna che si genera in conseguenza di una concentrazione delle sollecitazioni all'interfaccia tra la pasta cementizia e l'inerte. La formulazione analitica di un legame costitutivo che rappresenti il comportamento di un elemento in calcestruzzo viene condotta attraverso la taratura di risultati sperimentali. Per il diagramma tensione-deformazione del calcestruzzo è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del comportamento reale. Questi vengono definiti in base alla resistenza a compressione di calcolo f_{cd} ed alla deformazione ultima ϵ_{cu} .

Esistono tre modelli utilizzabili:

- a) Modello parabola-rettangolo
- b) Modello triangolo-rettangolo
- c) Modello rettangolo (stress block)

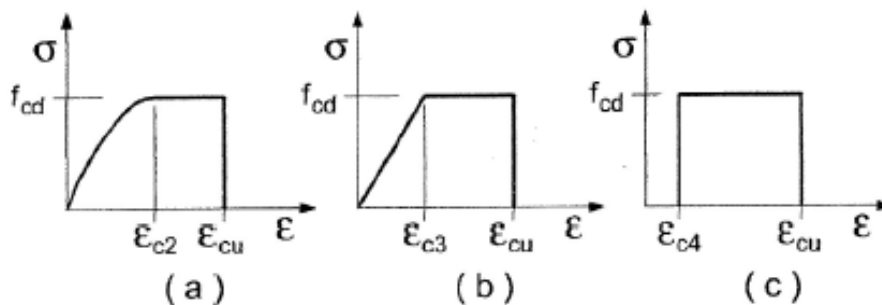


Figura 59 - Legame costitutivo del calcestruzzo

Sul codice di calcolo MidasFEA il modello costitutivo adottato per la modellazione del comportamento del materiale costituente il palo (cemento armato) è il “Concrete Smeared Crack”.

Tale modello, oltre alla definizione dei classici parametri meccanici (Modulo elastico, coefficiente di Poisson, densità ecc.), necessita la definizione della legge tensione/deformazione a compressione ed a trazione.

Il legame costitutivo adottato per il C.A. a trazione è di tipo elasto-plastico perfetto. Dovendo simulare con un solo materiale anche la presenza e quindi il contributo in termini di resistenza a trazione offerto dalle barre di armatura, nel modello è stato inserito come valore della tensione

massima a trazione f_t anziché quello del calcestruzzo semplice (che per il C25/30 adottato vale 2.56 MPa) un valore più alto determinato a partire dal rapporto sulla sezione in termini di aree tra l'acciaio impiegato ed il calcestruzzo.

Supponendo di armare il palo con armatura in acciaio B450C ($f_{yd} = 391.30 \text{ N/mm}^2$) pari a $28\Phi 32$, la tensione massima a trazione vale:

$$f_t = \frac{A_s}{A_c} \cdot f_{yd} = \rho \cdot f_{yd} = 0.02 \cdot 391.30 = 7.8 \text{ MPa}$$

Il legame costitutivo a compressione adottato per il C.A. è di tipo elasto-plastico perfetto. Considerando un calcestruzzo di classe C25/30, F_c corrisponde alla resistenza a compressione di progetto, pari a 14.16 MPa.

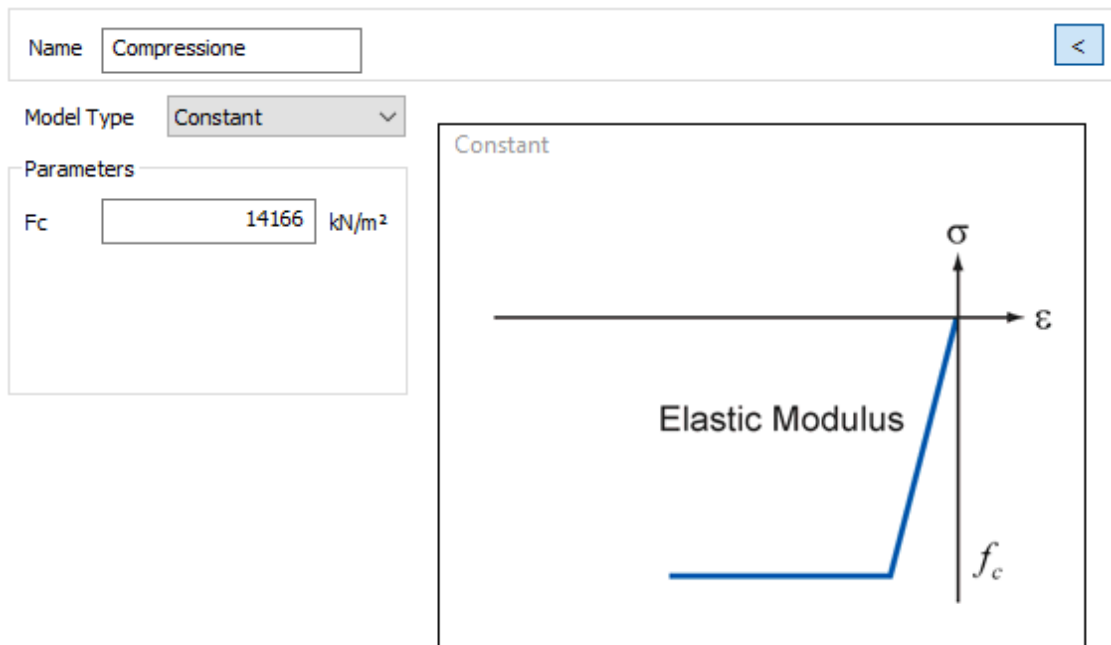


Figura 60 - Resistenza a compressione del palo in c.a.

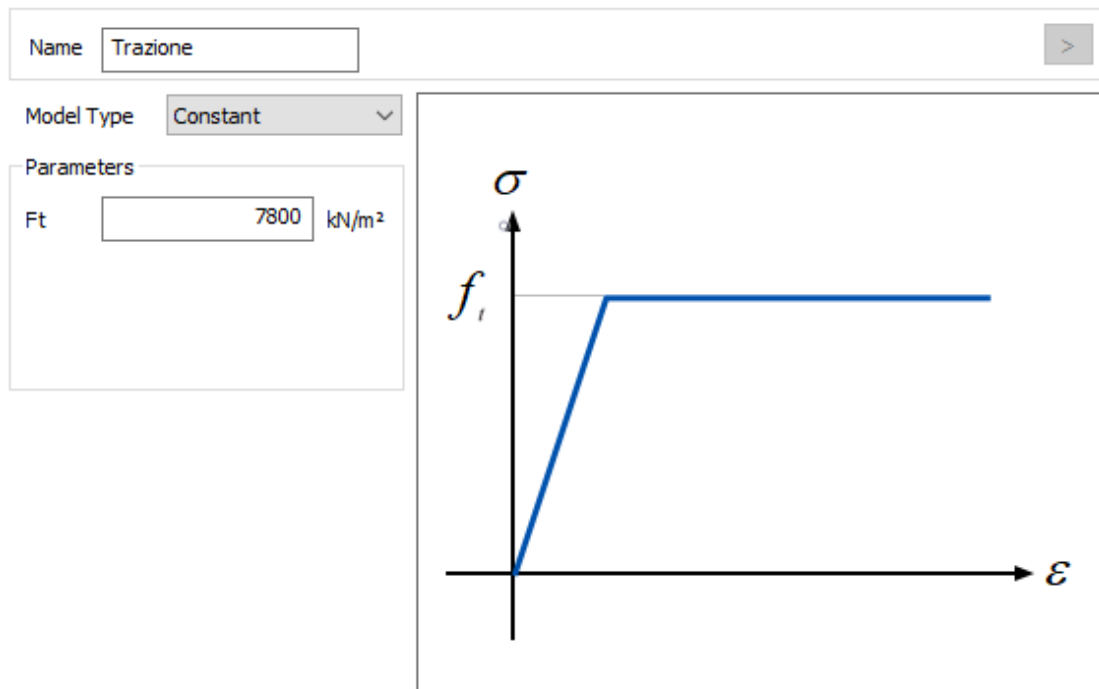


Figura 61 - Resistenza a trazione del palo in c.a.

In questo modo si considera una sezione omogeneizzata la quale a trazione lavora con una resistenza che tiene conto sia del calcestruzzo che dell'acciaio, mentre a compressione si considera solo il contributo dato dal calcestruzzo.

Questa approssimazione del modello giustifica i risultati ottenuti, che si vedranno nel seguito, in termini di resistenza ultima del palo: confrontando i diagrammi Momento-Curvatura si nota che in pressoflessione la resistenza ultima del palo è inferiore rispetto ai risultati ottenuti mediante il programma VcaSlu del professor Gelfi.

5. Analisi dei risultati

In questo capitolo si descrive in dettaglio il procedimento svolto nella tesi e si analizzano i risultati ottenuti dei casi esaminati.

Mediante il programma VcaSlu del professor Gelfi, si è diagrammato il grafico Momento-Curvatura delle varie sezioni dei modelli studiati.

Si riporta il grafico di riferimento per una generica sezione del palo da 1.2m di diametro, con armatura pari a $28\phi 32$.

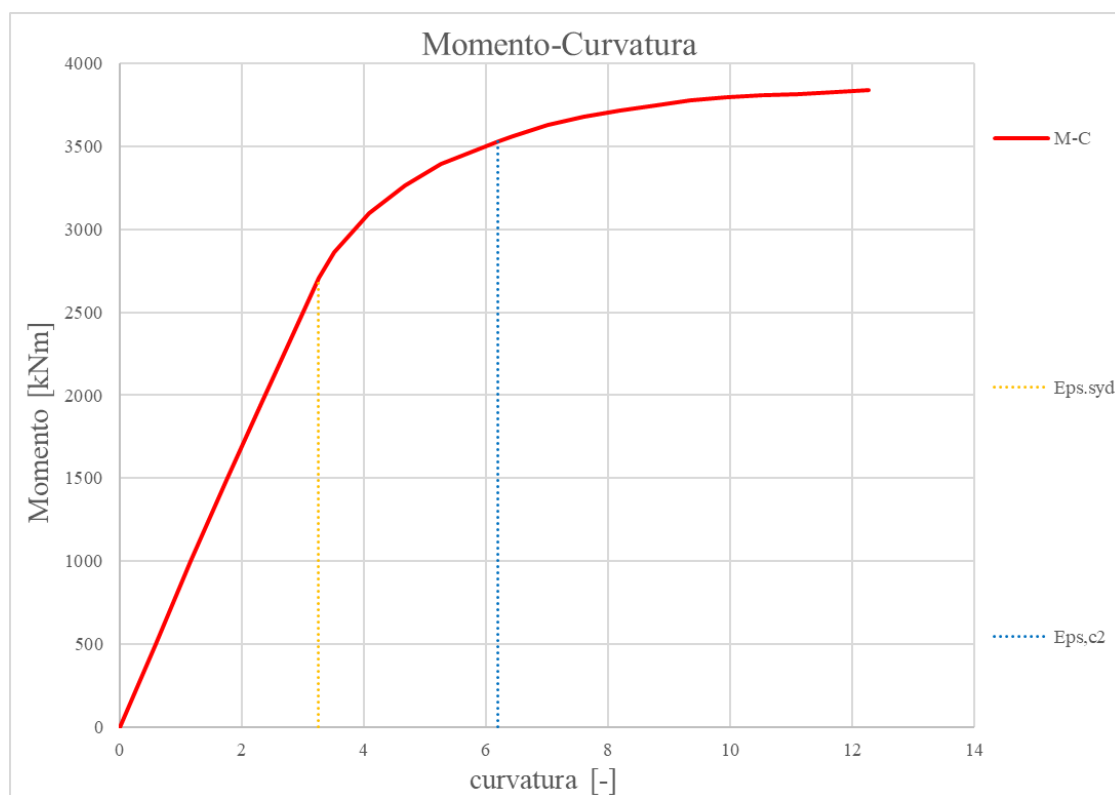


Figura 62 - Diagramma Momento-Curvatura mediante VcaSlu

Utilizzando i grafici M-C, si sono definiti i campi di esistenza della sezione riscontrando un comportamento inizialmente elastico seguito poi da un comportamento plastico non lineare fino a rottura.

Mediante i modelli eseguiti si ottengono gli spostamenti del terreno e del palo, potendo così calcolare le rotazioni dei singoli punti e successivamente tracciare le deformate del palo e constatare l'efficacia dell'intervento sulla frana nelle varie situazioni esaminate.

Nei modelli studiati si ottiene una risposta plastica del palo che comporta la formazione di una o più cerniere plastiche, in funzione del rapporto D/L e della rigidità del terreno.

Rilevante è il contributo dello sforzo normale agente sul palo; infatti considerando una pressoflessione invece che una flessione retta, si hanno diagrammi diversi: in pressoflessione la resistenza del palo aumenta, ma diminuisce la duttilità.

Quello che si ottiene dai modelli numerici è interessante da questo punto di vista: infatti mettendo a confronto i risultati ottenuti per le sezioni più sollecitate e i risultati teorici ottenuti mediante il VcaSlu si ha che il diagramma Momento-Curvatura segue la pendenza elastica del grafico in presenza di sforzo normale, mentre il momento ultimo non viene raggiunto, ma segue l'andamento del grafico in flessione retta.

Questo può essere giustificato dall'approssimazione della sezione omogeneizzata: a rottura infatti la modellazione tiene conto della flessione e non della pressoflessione.

Si considera prima una modellazione in cui il terreno è omogeneo e vengono fatti variare solo gli aspetti geometrici.

Interfaccia palo-terreno	Interfaccia superficie di slittamento	Sezione palo	Parametri terreno					Geometria				Pressoflessione teorica da VcaSlu							Cinematismo di rottura
			γ_s (kN/m ³)	Es (kPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ (°)	D	L	D/L	D/(L+D)	s_y (m)	χ_y	M_y	s_{ult}	χ_{ult}	$M_{L,ult}$	M_{ult}	
$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ³) $c' = 50$ (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ³) $c' = 0$ (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	$d = 1,2$ m $28 \text{ } \varnothing \text{ } 32$ $E_c = 31500$ (MPa) $M_y = 2708$ (kN m)	21	10000	100	20	0	5	10	0,5	0,33	0,12	3,46	3012	0,50	10,88	3960,00	4105	B2
								10	10	1	0,5	0,23	3,62	3243	0,56	10,00	3900,00	4266	By
								10	5	2	0,67	0,15	3,53	3186	0,55	10,22	3920,00	4226	B1

Tabella 5 - Modellazione con terreno omogeneo, variazione parametri geometrici

Il cinematismo B2 prevede la formazione di una cerniera plastica che si forma al di sotto della superficie di scivolamento. Si riportano i grafici delle sollecitazioni e dello spostamento del palo in modo da visualizzare le sezioni più sollecitate:

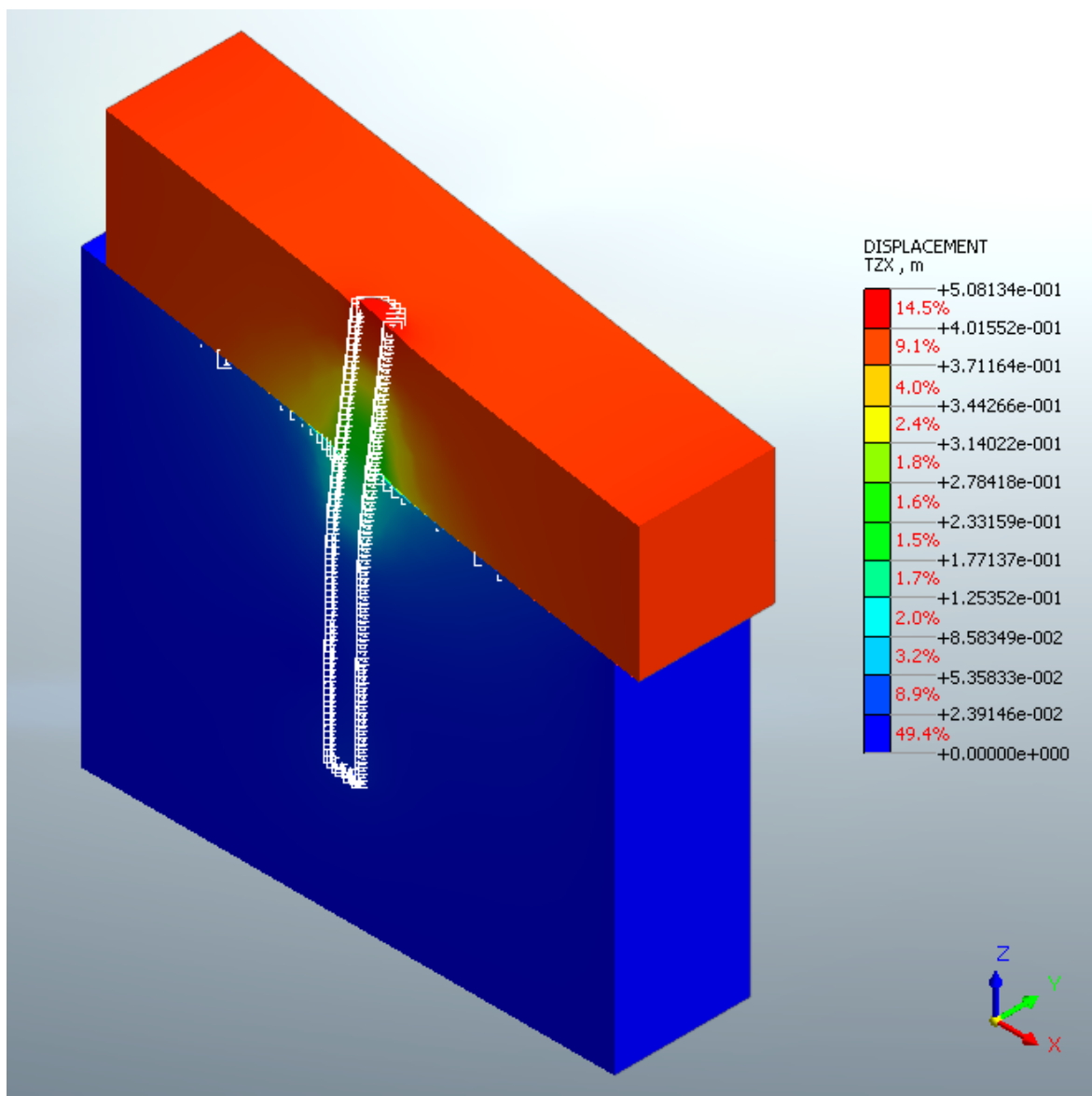


Figura 63 – Sezione modello, terreno omogeneo, $D/L=0.5$, spostamento sul piano ZX

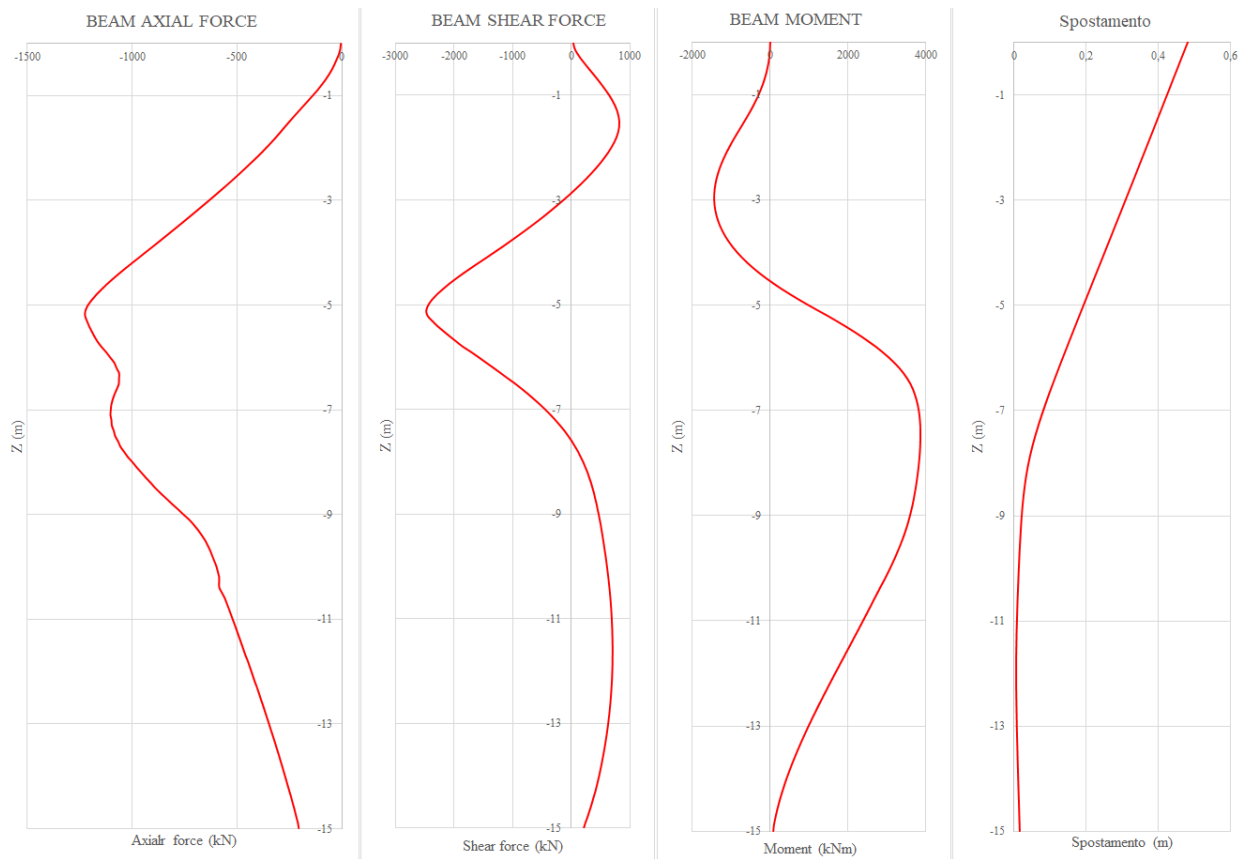


Figura 64 – Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Diagrammi M, N, T e spostamento per il cinematiso B2

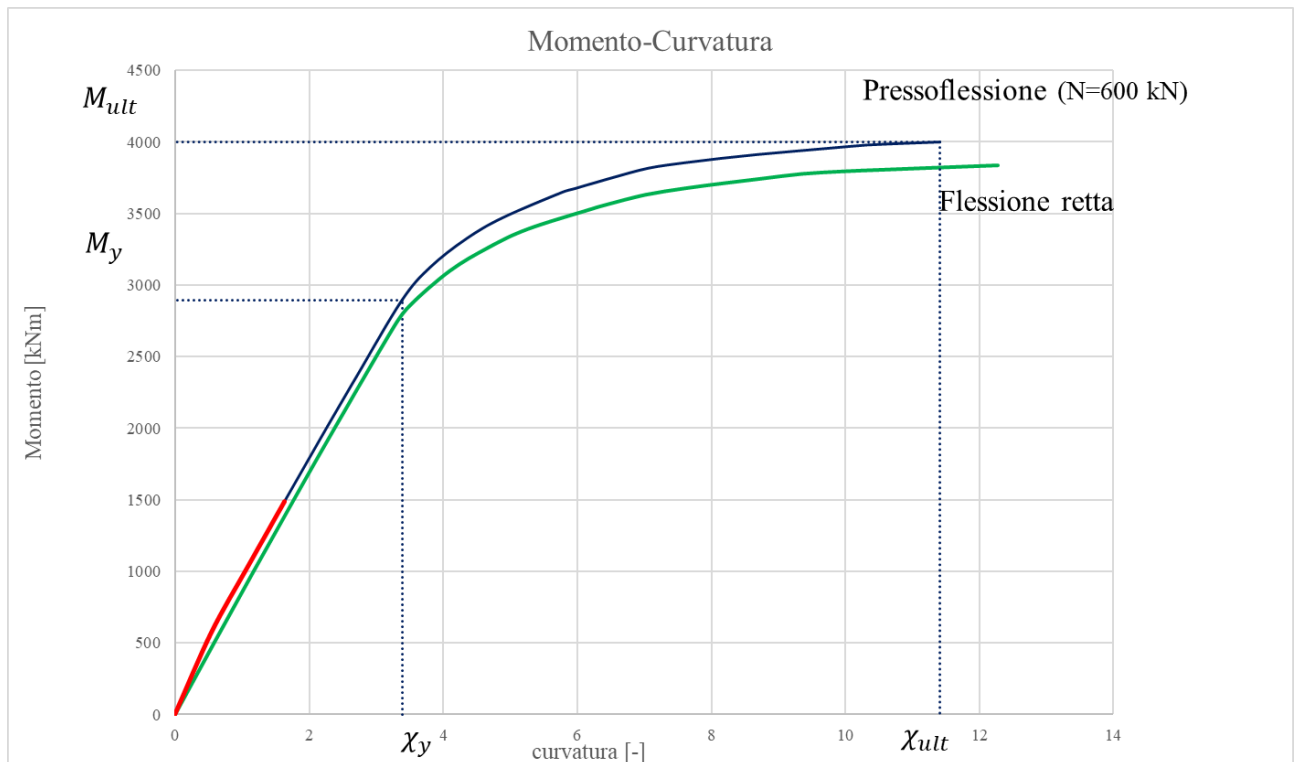


Figura 65 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 3m, cinematiso B2

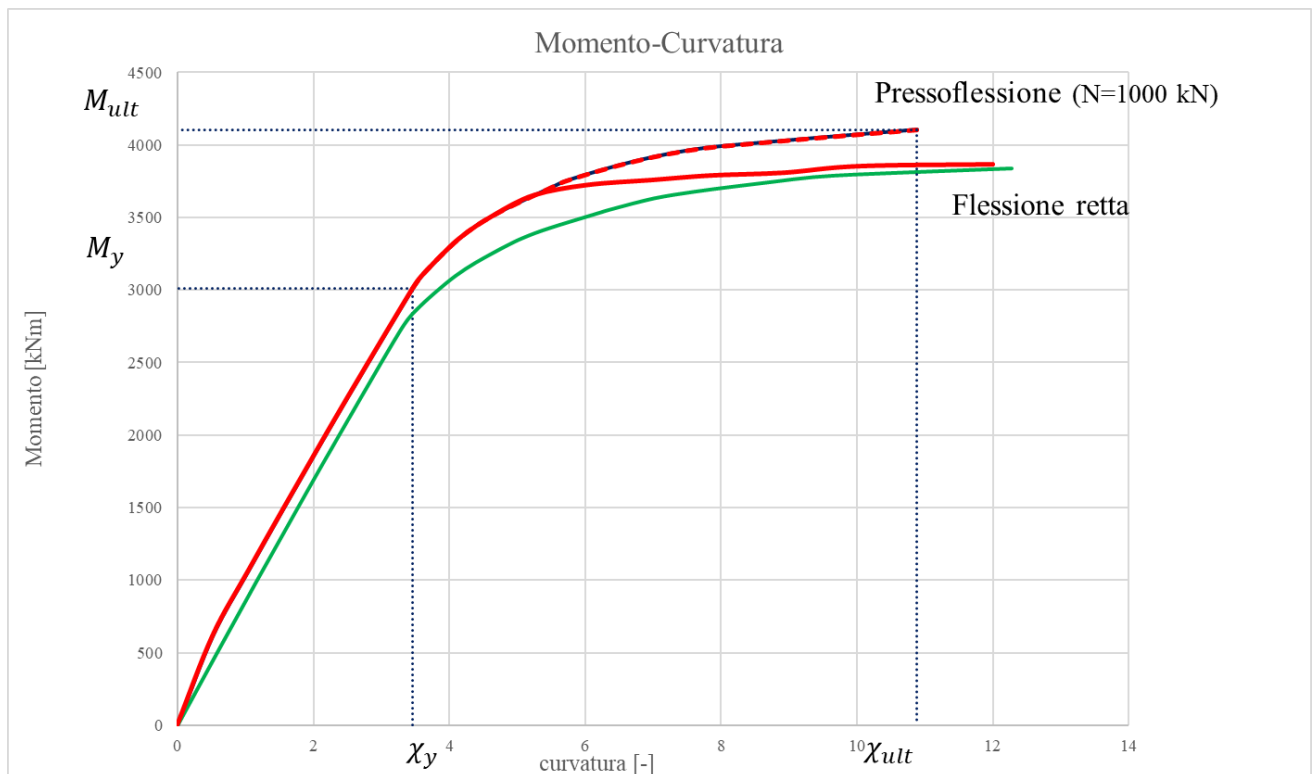


Figura 66 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 7.5m, cinematico B2

Si può notare quindi, come detto in precedenza, che il diagramma ottenuto dalla modellazione, in rosso, segue correttamente la pendenza elastica del diagramma teorico con la presenza di sforzo normale, per poi discostarsi dai valori teorici nella zona plastica.

Nell'elaborazione dei risultati si considera la curva ottenuta dalla modello numerico fino al raggiungimento dello snervamento, e la curva teorica (tratteggiata in rosso) per la rottura.

Il cinematiso BY prevede la formazione di doppia cerniera plastica, una al di sopra e una al di sotto della superficie di slittamento. Si riportano i risultati:

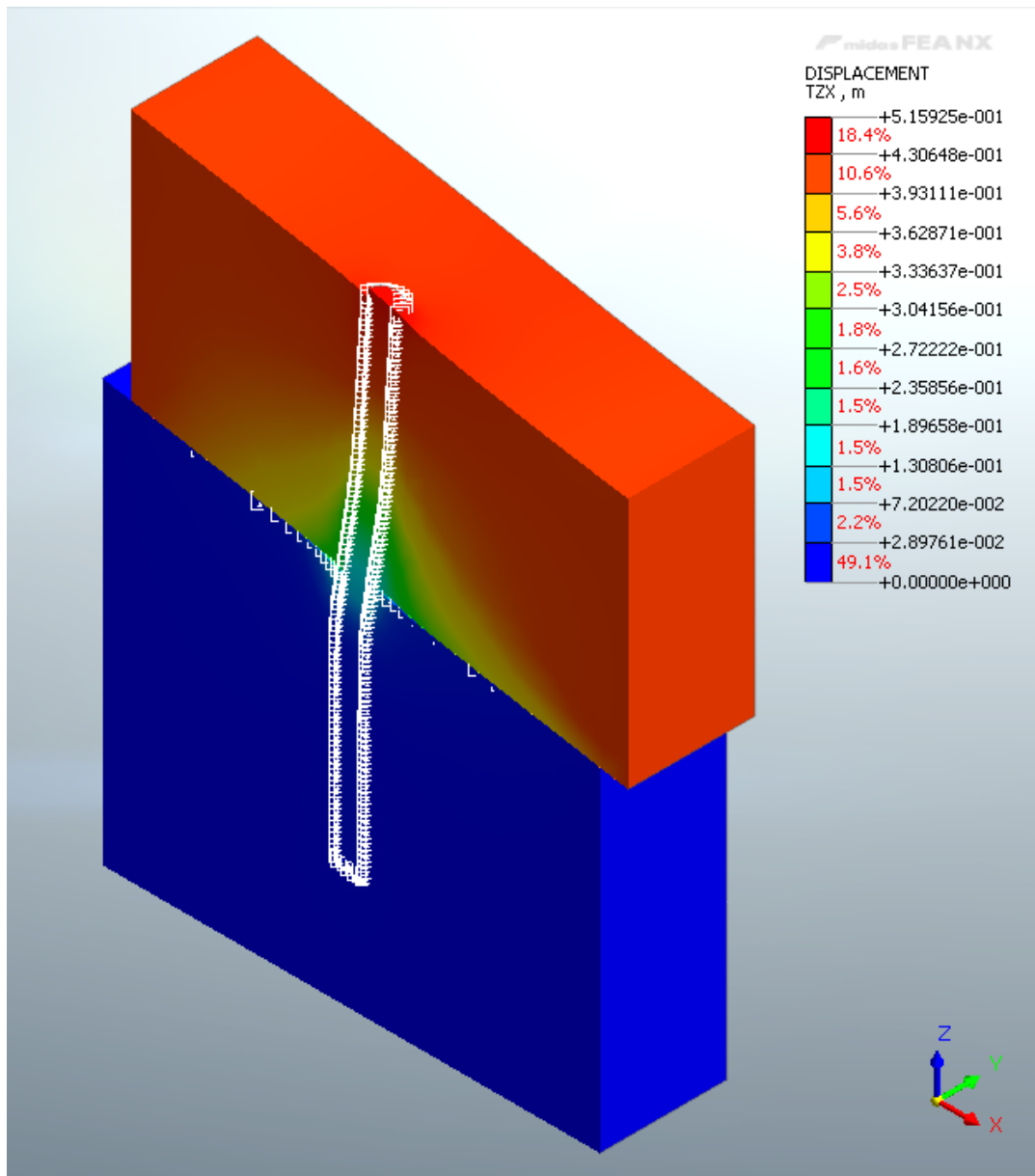


Figura 67 – Sezione modello, terreno omogeneo, $D/L=1$, spostamento sul piano ZX

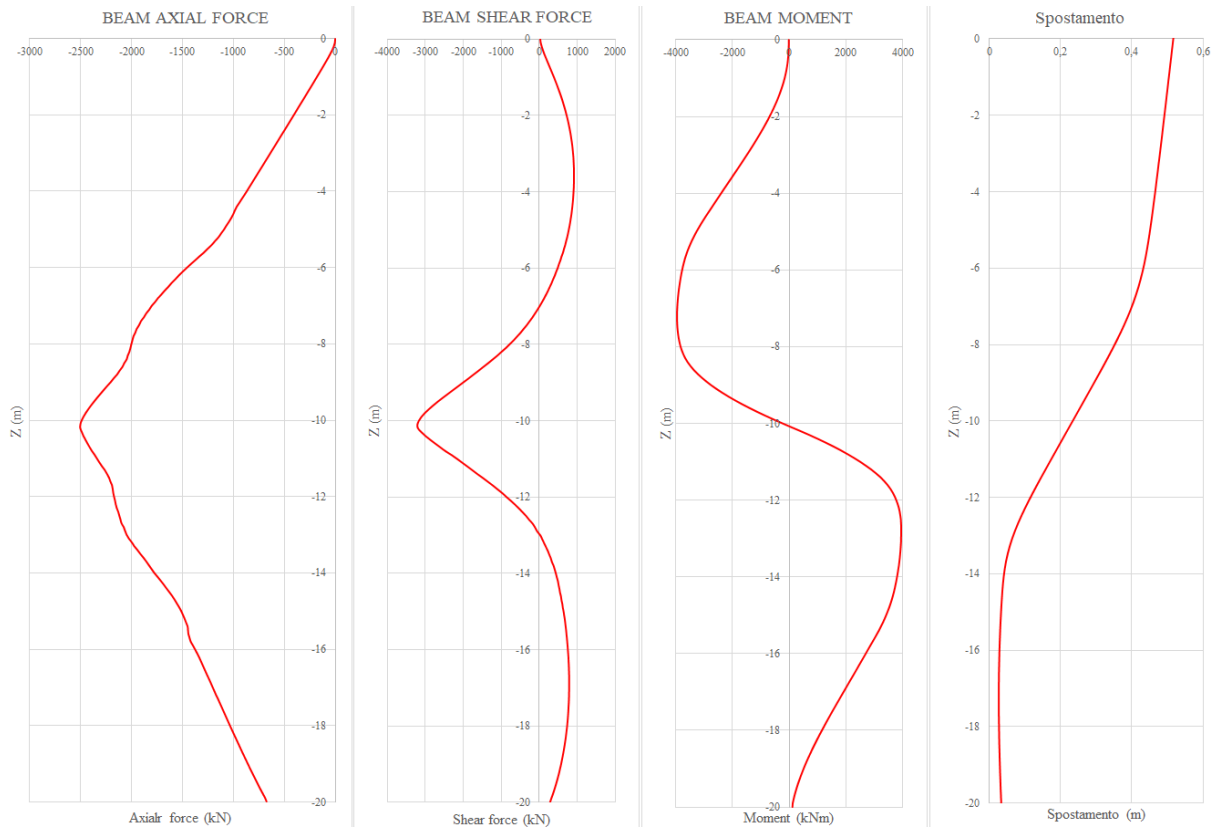


Figura 68 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Diagrammi M,N,T e spostamento per il cinematiso BY

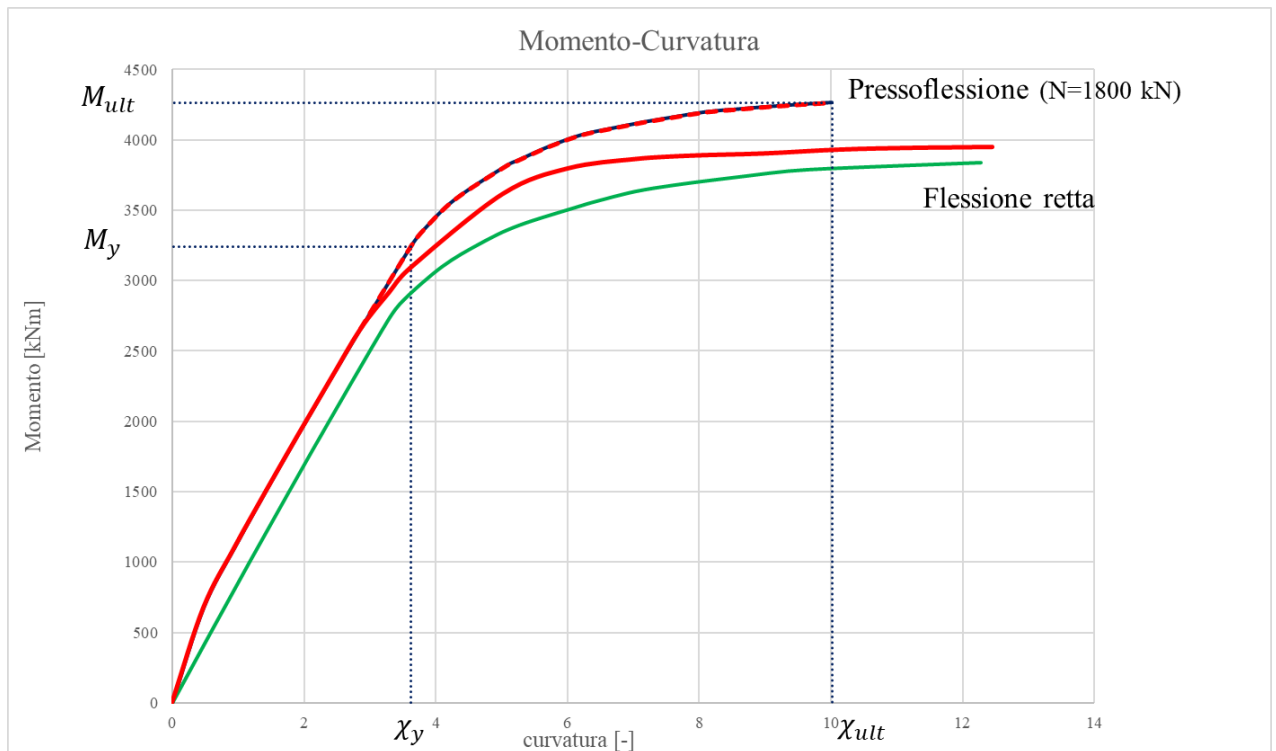


Figura 69 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 7.2m, cinematiso BY

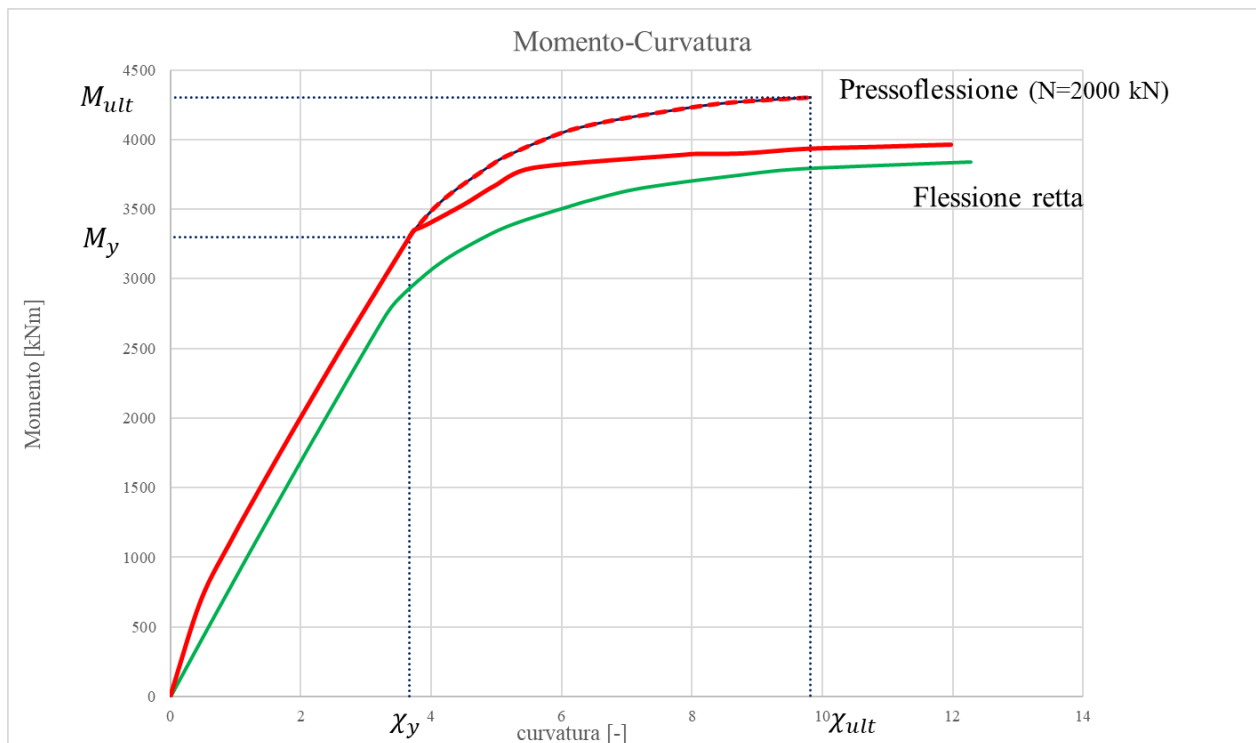


Figura 70 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 12.7m, cinematico BY

Dai risultati si evince che vale lo stesso discorso fatto in precedenza.

Il cinematismo B1 prevede la formazione di una cerniera plastica, al di sopra della superficie di slittamento. Si riportano i risultati:

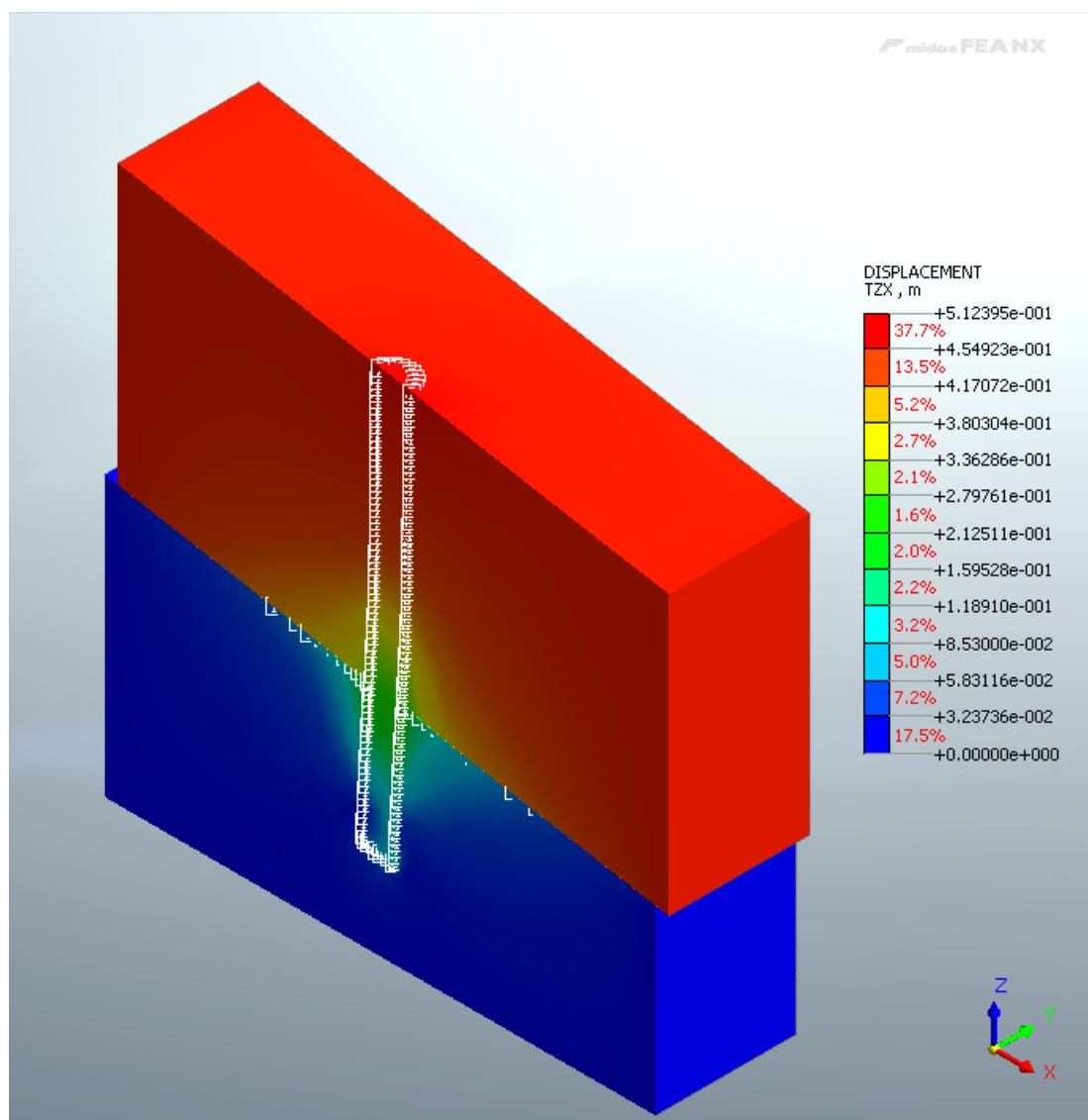


Figura 71 - Sezione modello, terreno omogeneo, $D/L=2$, spostamento sul piano ZX

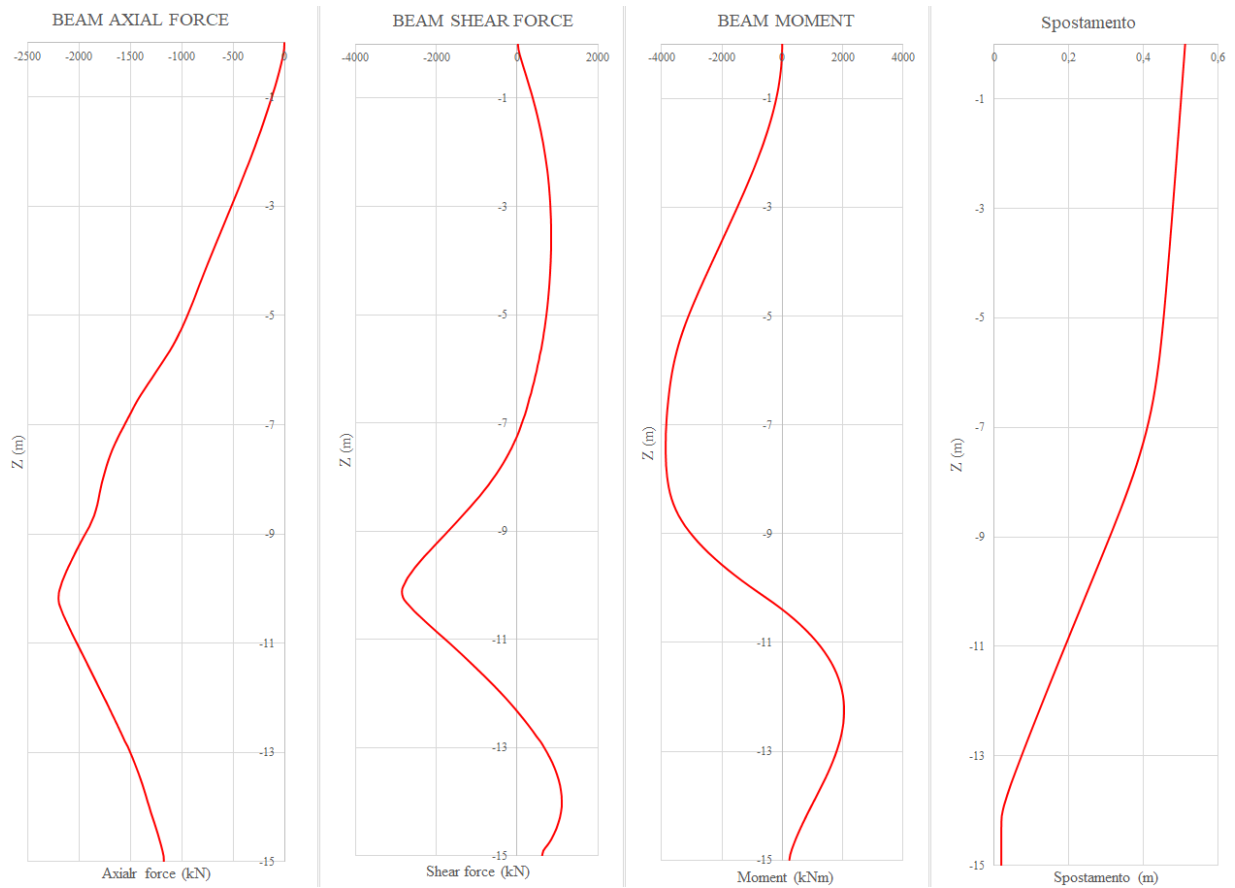


Figura 72 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Diagrammi M,N,T e spostamento per il cinetismo B1

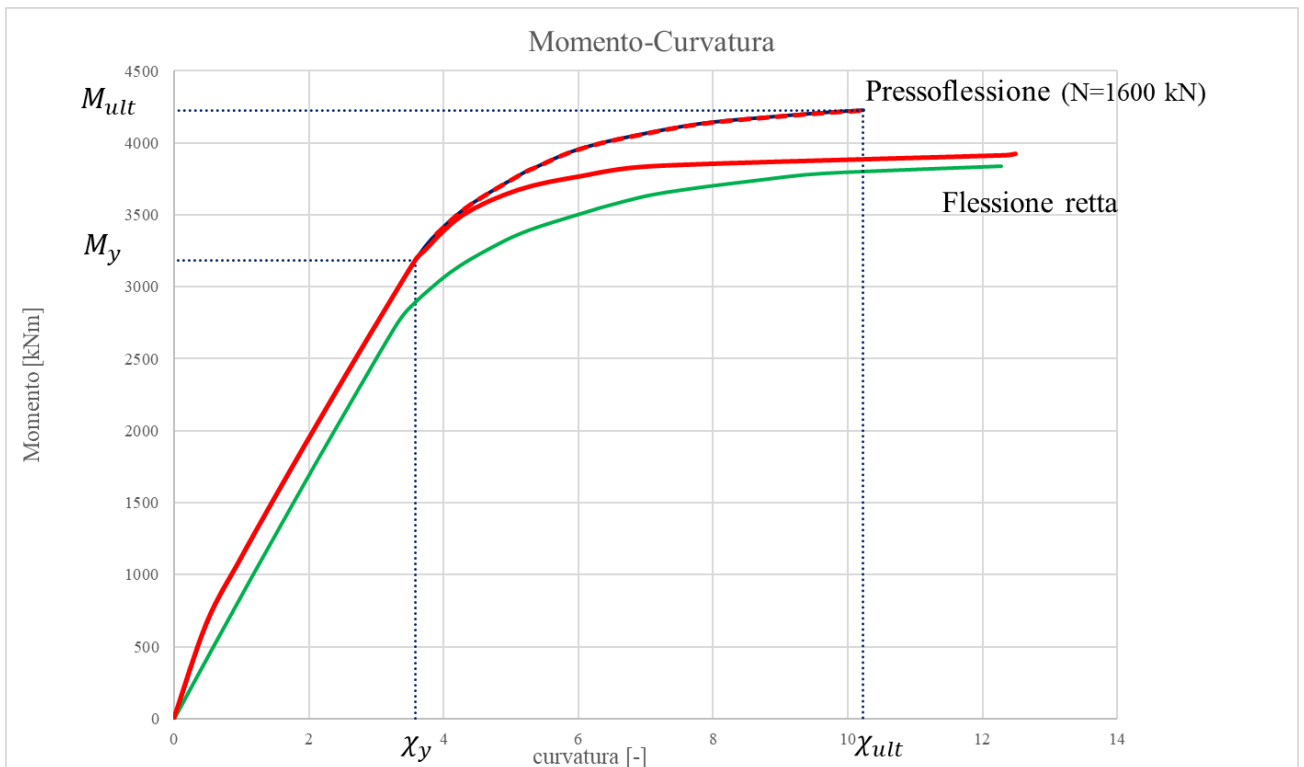


Figura 73 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 7.3m, cinetismo B1

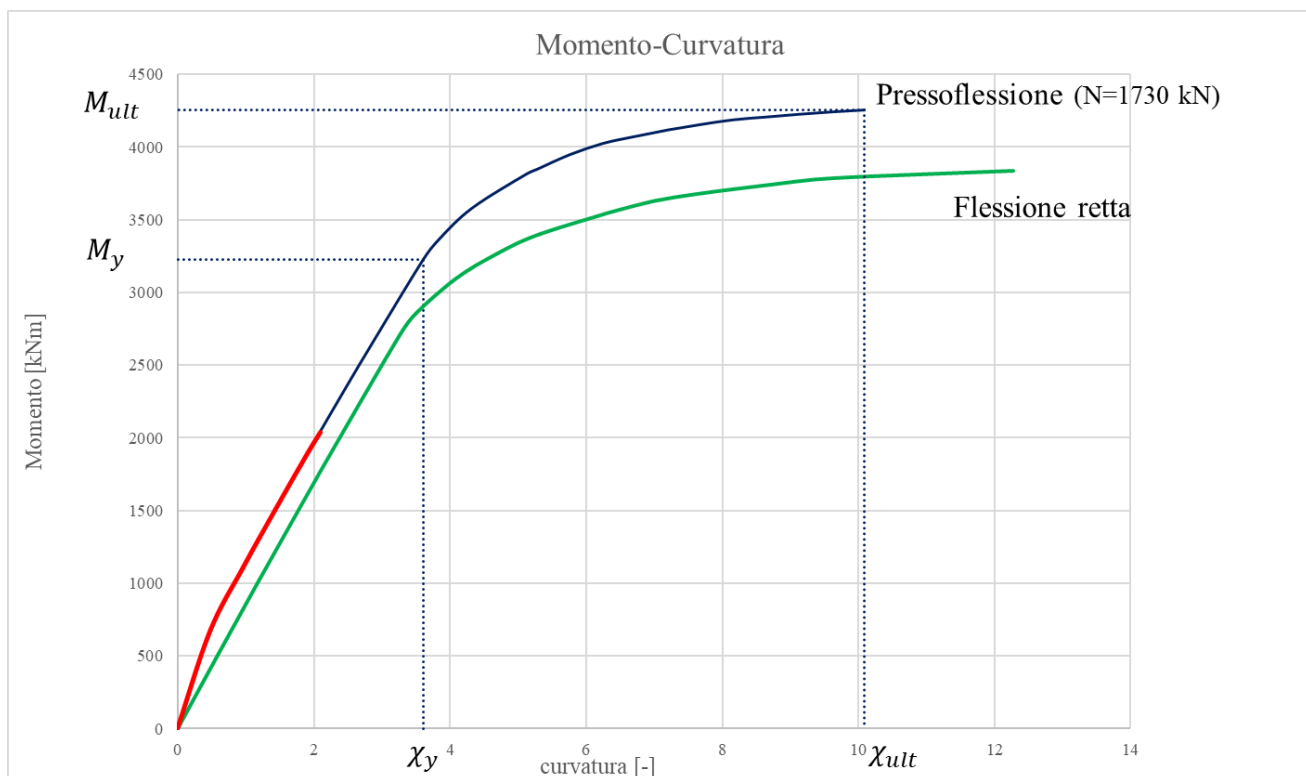


Figura 74 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Diagramma Momento-Curvatura in corrispondenza della sezione 12.7m, cinematicismo B1

Anche in questo caso, si può fare un discorso analogo al precedente.

Si procede poi con la modellazione, facendo variare i parametri meccanici del terreno e mantenendo invariata la geometria del problema.

Interfaccia palo-terreno	Interfaccia superficie di slittamento	Sezione palo	Parametri terreno					Geometria				Pressoflessione teorica da VcaStu						Cinematismo di rottura	
			γ_s (kN/m ³)	Es (kPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ (°)	D	L	D/L	D/(L+D)	s_y (m)	χ_y	M_y	s_{ult}	χ_{ult}	$M_{a, midas}$		M_{ult}
$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ²) c' = 50 (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ²) c' = 0 (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	d=1,2 m 28 \varnothing 32 $E_c = 31500$ (MPa) $M_y = 2708$ (kN m)	21	10000	Sup 50 Inf 100	Sup 10 Inf 20	0	5	10	0,5	0,33	0,12	3,46	3012	0,51	10,88	3900,00	4105	B2
								10	10	1	0,5	0,29	3,62	3243	0,61	10,00	4000,00	4266	By
								10	5	2	0,67	0,18	3,53	3186	0,60	10,22	3900,00	4226	B1

Tabella 6 – Modellazione di un terreno avente la stessa rigidità, e caratteristiche di resistenza del terreno superiore dimezzate rispetto a quelle del terreno inferiore

Interfaccia palo-terreno	Interfaccia superficie di slittamento	Sezione palo	Parametri terreno					Geometria				Pressoflessione teorica da VcaStu						Cinematismo di rottura	
			γ_s (kN/m ³)	Es (kPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ (°)	D	L	D/L	D/(L+D)	s_y (m)	χ_y	M_y	s_{ult}	χ_{ult}	$M_{a, midas}$		M_{ult}
$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ²) c' = 50 (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ²) c' = 0 (kPa) $\phi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	d=1,2 m 28 \varnothing 32 $E_c = 31500$ (MPa) $M_y = 2708$ (kN m)	21	Sup 10000 Inf 100000	Sup 50 Inf 100	Sup 10 Inf 20	0	5	10	0,5	0,33	0,15	3,42	2952	0,33	11,13	4000,00	4054	B2
								10	10	1	0,5	0,25	3,69	3243	0,55	10,00	4000,00	4266	By
								10	5	2	0,67	0,25	3,58	3186	0,56	10,22	3900,00	4226	By

Tabella 7 - Modellazione di un terreno più rigido alla base e meno rigido superiormente, e caratteristiche di resistenza del terreno superiore dimezzate rispetto a quelle del terreno inferiore

Interfaccia palo-terreno	Interfaccia superficie di slittamento	Sezione palo	Parametri terreno					Geometria				Pressoflessione teorica da VcaSlu							Cinematismo di rottura
			γ_s (kN/m ³)	Es (kPa)	c' (kPa)	φ' (°)	ψ (°)	D	L	D/L	D/(L+D)	s_y (m)	χ_y	M_y	s_{ult}	χ_{ult}	$M_{a,midas}$	$M_{a,h}$	
$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ³) $c' = 50$ (kPa) $\varphi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	$K_T = 19500$ (kN/m ³) $K_N = 135000$ (kN/m ³) $c' = 0$ (kPa) $\varphi' = 10^\circ$ $\psi = 0^\circ$	d=1,2 m 28 \varnothing 32 $E_c = 31500$ (MPa) $M_y = 2708$ (kN m)	21	Sup 100000 Inf 10000	100	20	0	5	10	0,5	0,33	0,06	3,42	3100	0,73	10,54	4000,00	4166	B2
								10	10	1	0,5	0,24	3,68	3327	0,69	9,70	4065,00	4324	By
								10	5	2	0,67	0,11	3,60	3300	0,53	9,80	4050,00	4305	B1

Tabella 8 – Modellazione di un terreno più rigido superiormente e meno rigido alla base, e con le stesse caratteristiche di resistenza del terreno superiore e inferiore

Dalle analisi eseguite si nota che i risultati non sono tanto influenzati dalla variazione delle caratteristiche di resistenza del terreno, ma variano in funzione della rigidità del mezzo.

L'ultima modellazione, anche se poco realistica, viene effettuata per avere più confronti a disposizione per costruire poi il dominio di resistenza del palo.

Dalle analisi eseguite si è quindi trovata una correlazione tra il cinematismo di rottura e lo spostamento di snervamento, realizzando così un dominio di resistenza del palo nelle varie configurazioni esaminate.

Sulle ascisse di questo grafico si trova un parametro funzione della geometria del problema e della rigidità dei mezzi attraversati, mentre sulle ordinate si ha lo spostamento cui corrisponde lo snervamento della sezione del palo.

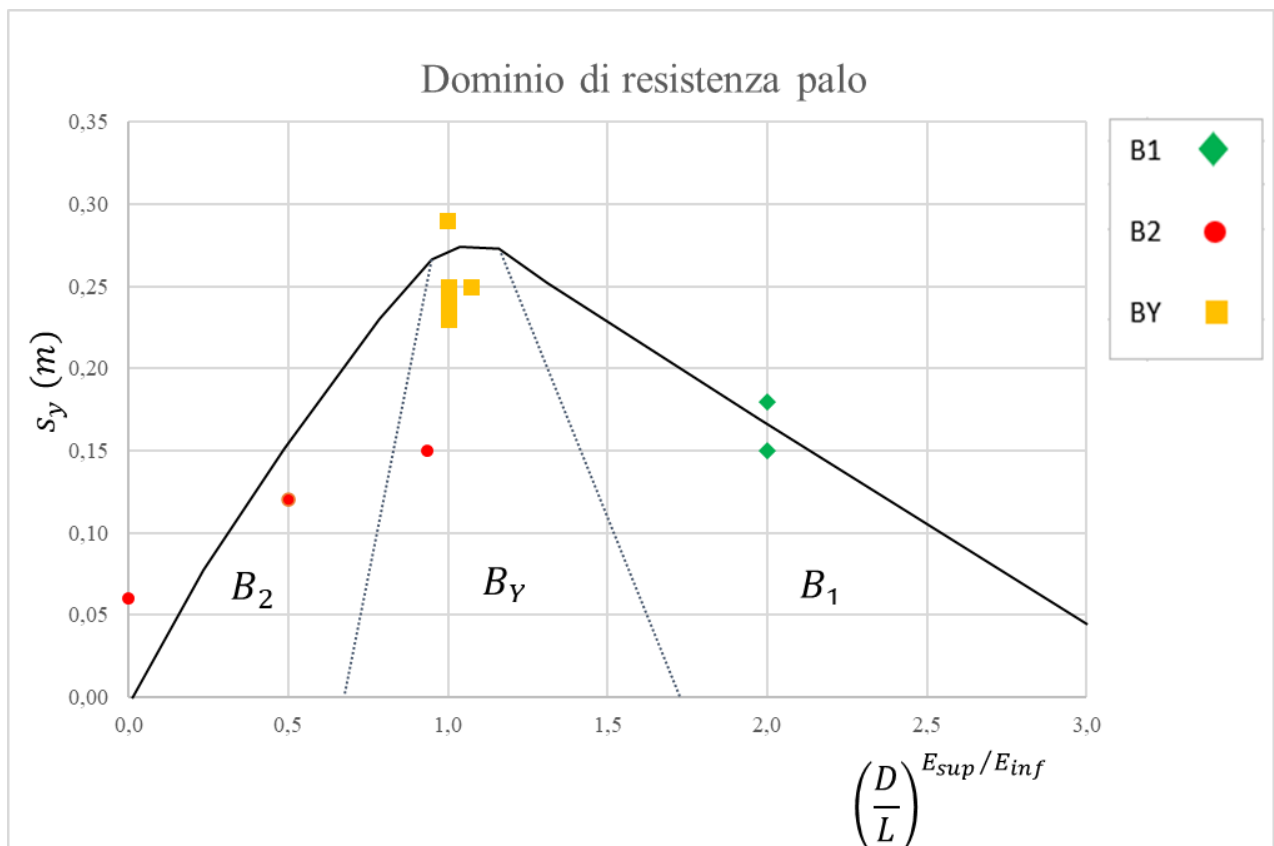


Figura 75 - Dominio di resistenza del palo

Dalla rappresentazione grafica dei risultati si sono potuti delineare tre campi di esistenza in cui in funzione dello spostamento di snervamento si ha un certo tipo di cinematismo.

Si vuole far notare che a spostamenti più elevati corrisponde il cinematismo *BY*, quello con formazione di doppia cerniera plastica, mentre per spostamenti inferiori si hanno simmetricamente gli altri due meccanismi con formazione di una sola cerniera.

5.1 Pressioni orizzontali

Si studiano gli andamenti della spinta che si sviluppa a monte e a valle del palo: in particolare si confrontano con i grafici teorici di spinta attiva e passiva calcolati con le formulazioni di Rankine e di Lancellotta.

Prima di esporre i risultati si vuole precisare la modalità con cui sono state valutate le pressioni sul palo.

Il valore di pressione sul contorno del palo è disturbato a causa della presenza dell'interfaccia palo-terreno, quindi si prenderanno valori nell'intorno del palo, ad una distanza di 10 cm per evitare di avere un dato inesatto.

Per valutare al meglio le spinte, poi, non si prende un valore puntuale ma una media dei valori di pressione; lo schema secondo cui sono stati considerati i nodi è illustrato in *Figura 76*:

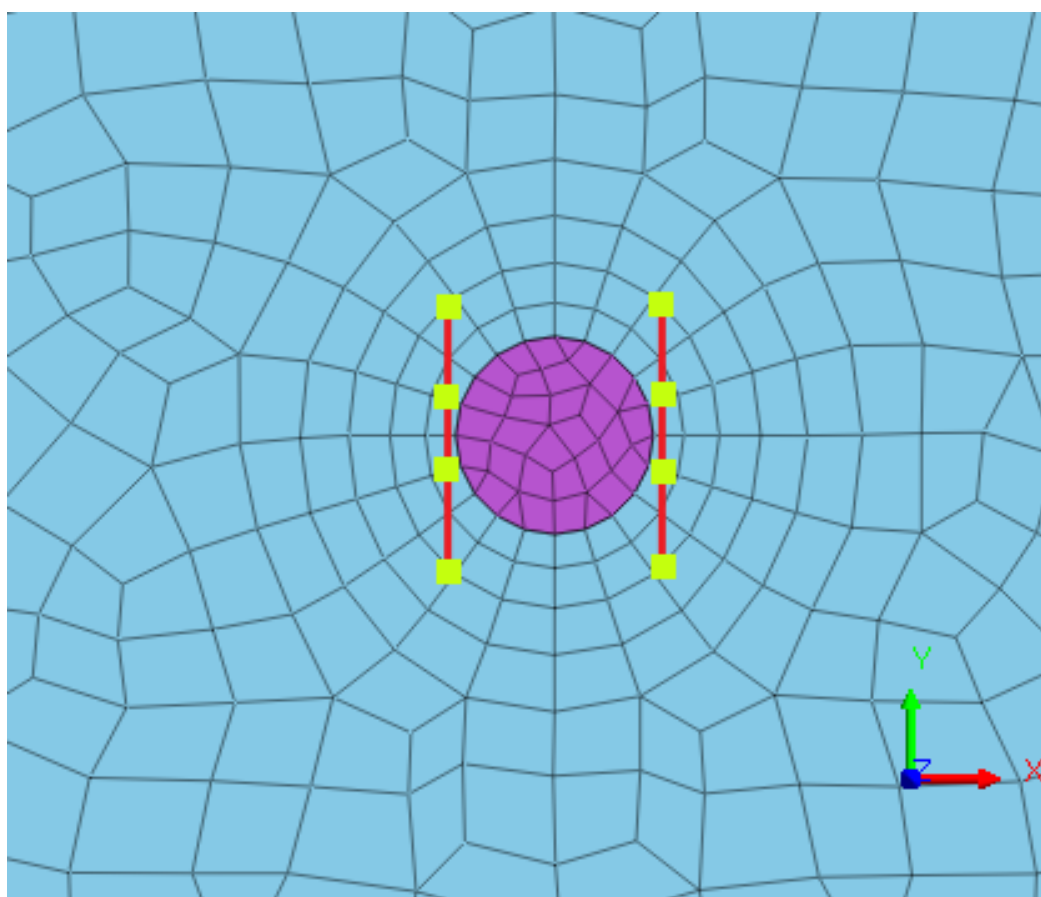


Figura 76 - Nodi (in giallo) considerati per il calcolo della pressione di monte e di valle

Nel caso di terreno omogeneo, si ottengono i seguenti diagrammi di spinta:

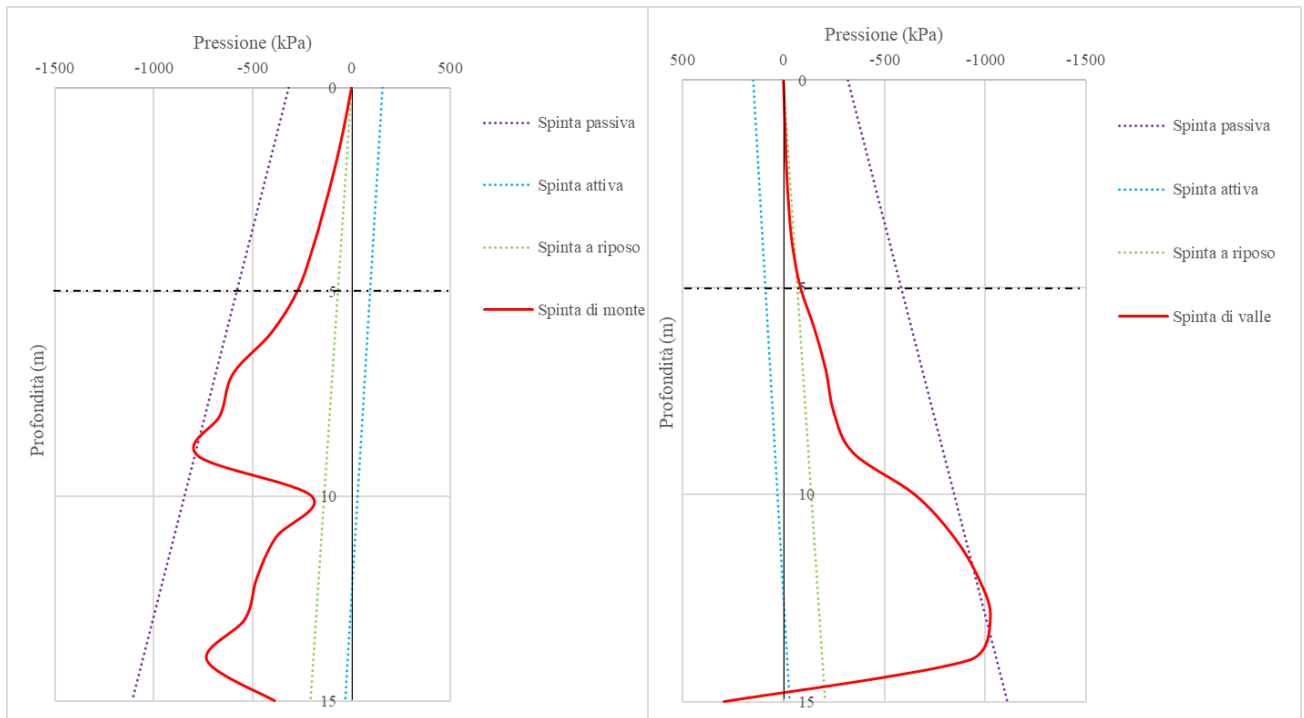


Figura 77 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

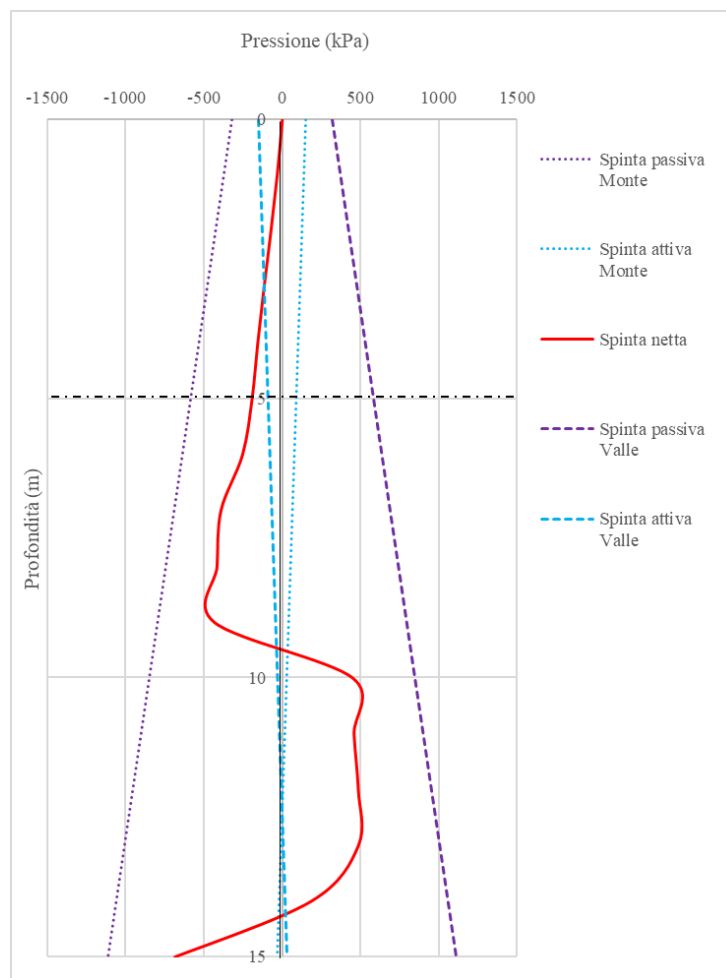


Figura 78 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni nette, valutate con Lancellotta

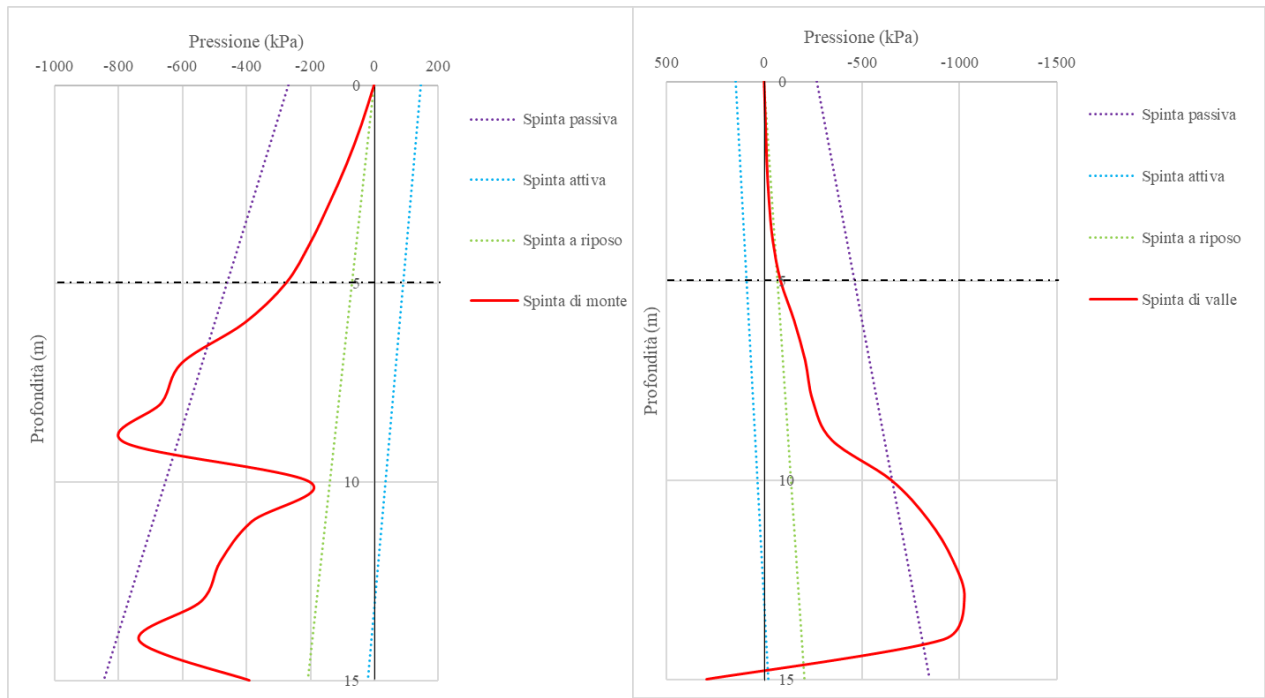


Figura 79 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

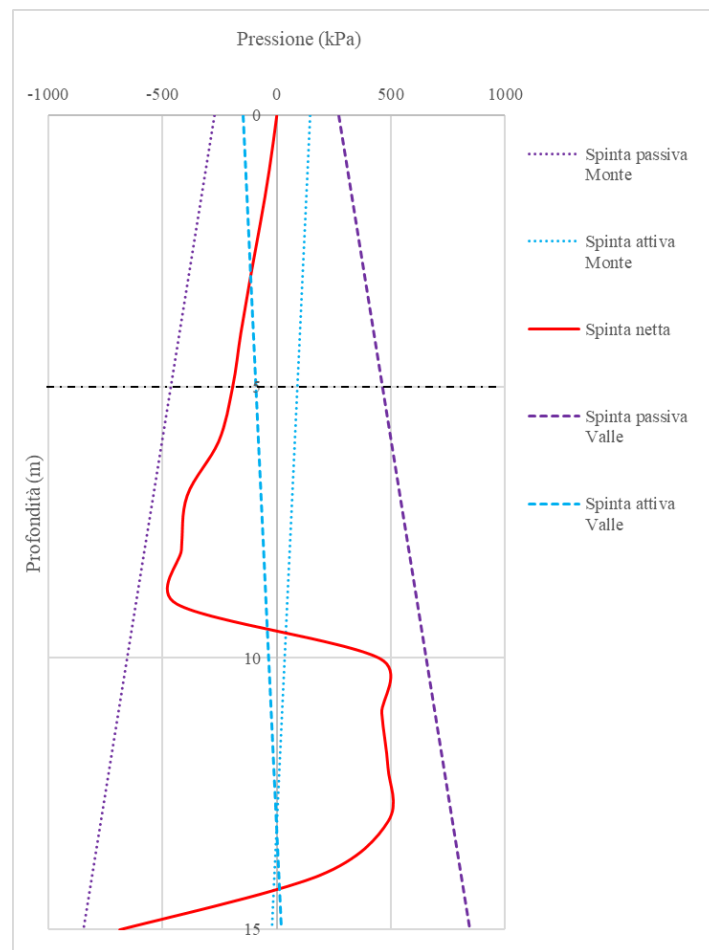


Figura 80 - Terreno omogeneo, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni nette, valutate con Rankine

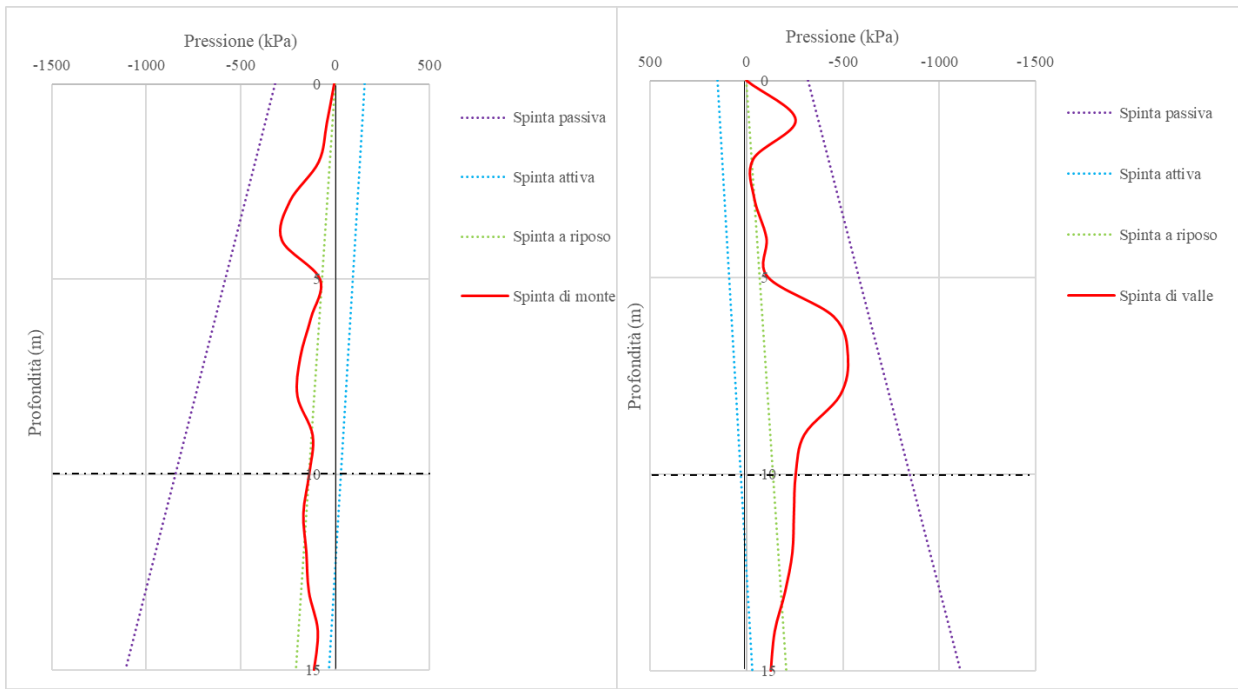


Figura 81 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Cinematismo B1, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

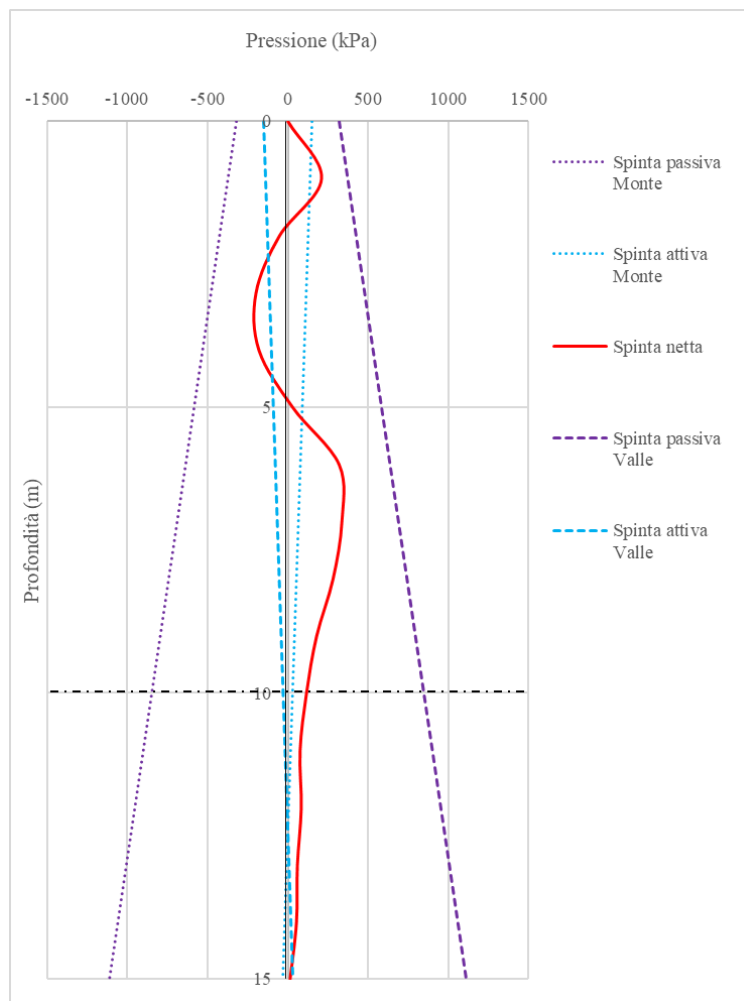


Figura 82 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Cinematismo B1, pressioni nette, valutate con Lancellotta

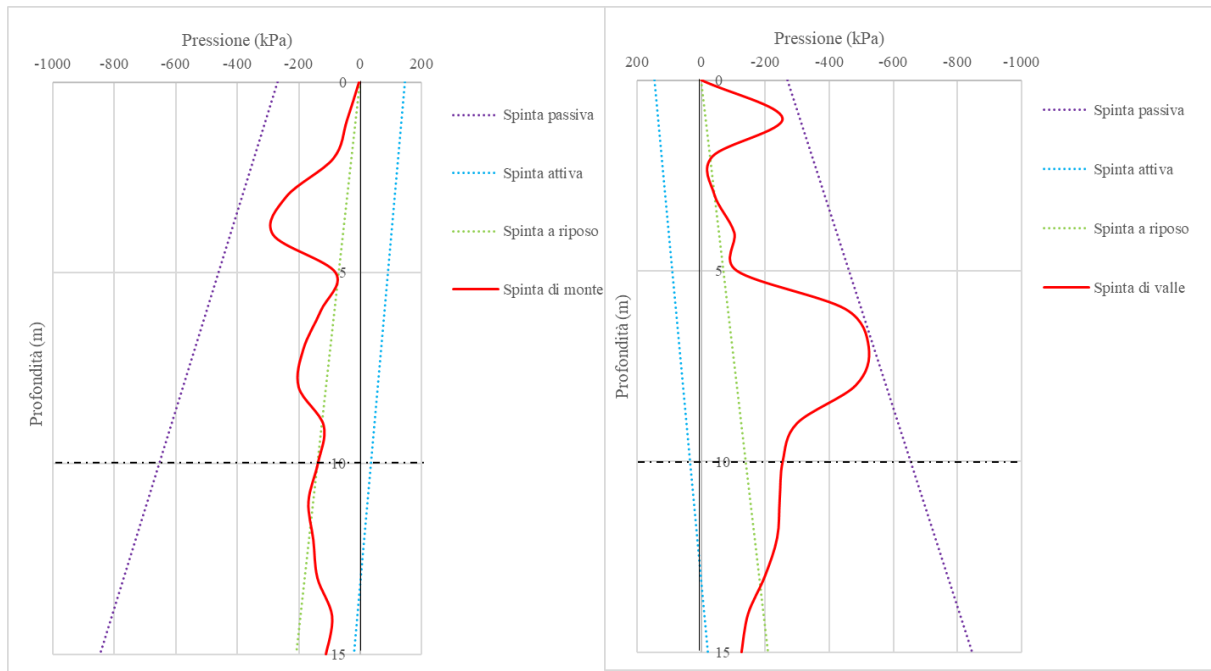


Figura 83 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Cinematismo B1, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

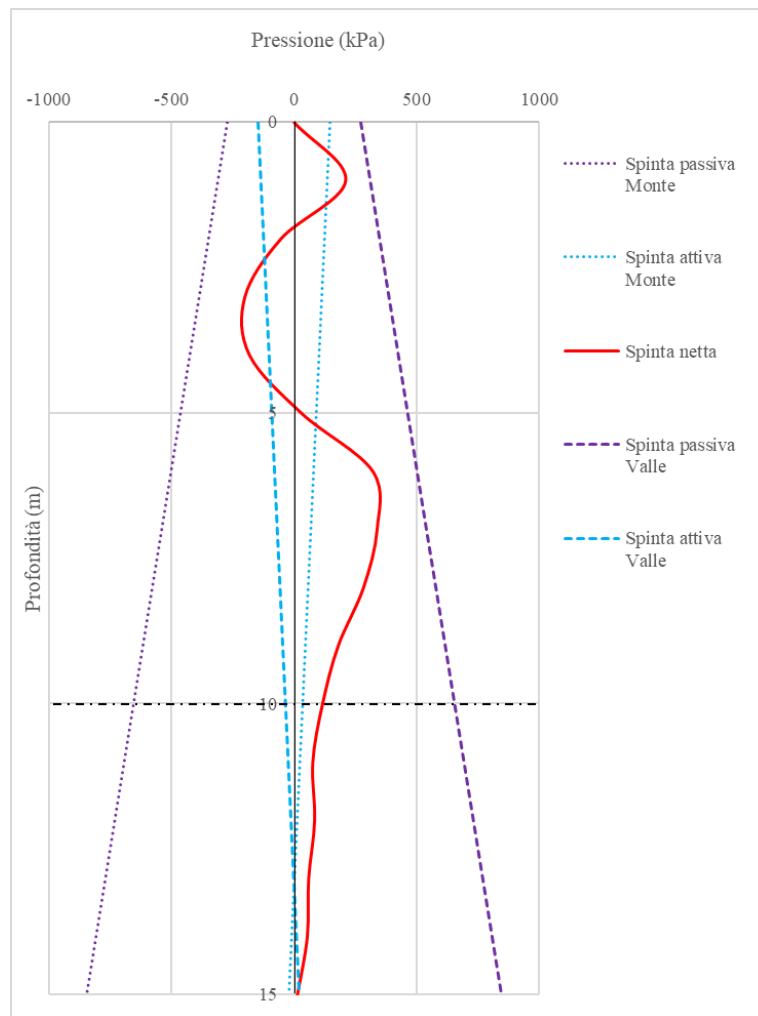


Figura 84 - Terreno omogeneo, $D/L=2$, Cinematismo B1, pressioni nette, valutate con Rankine

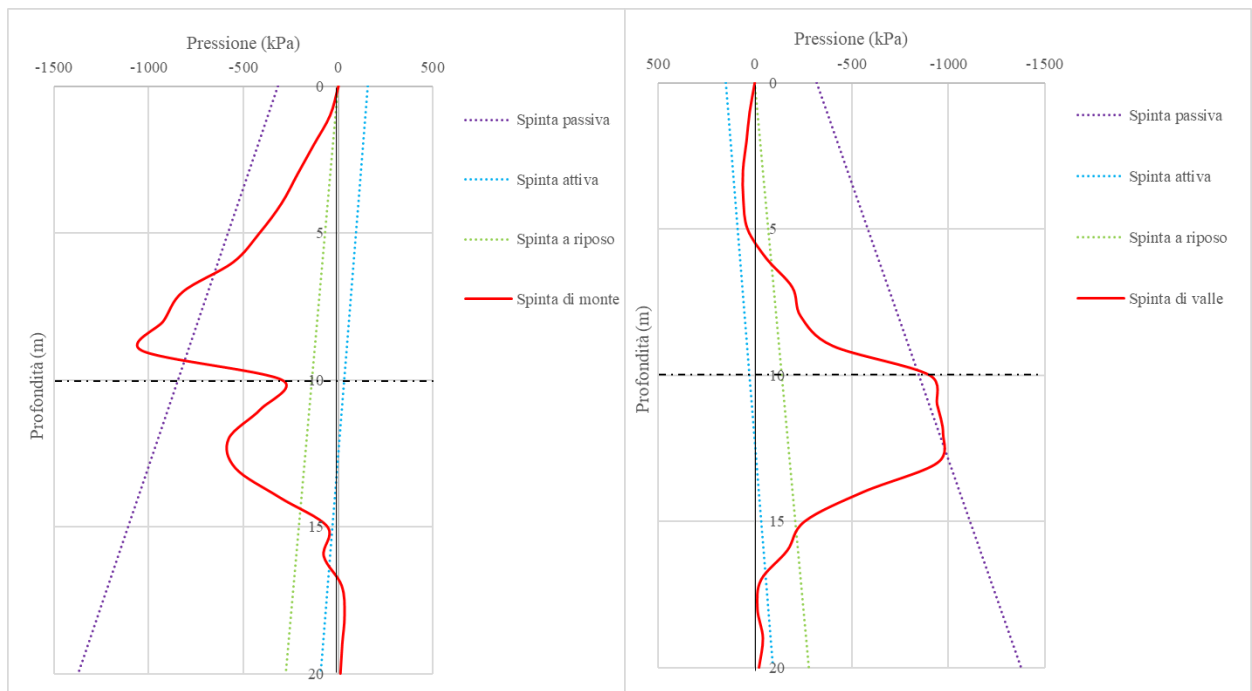


Figura 85 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

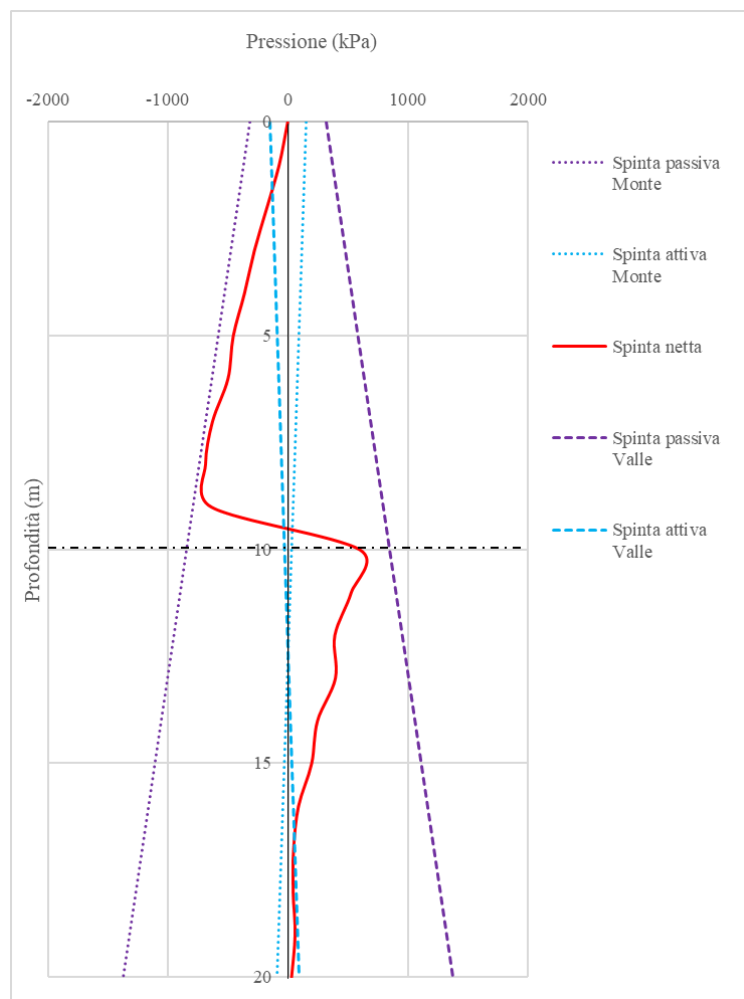


Figura 86 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Lancellotta

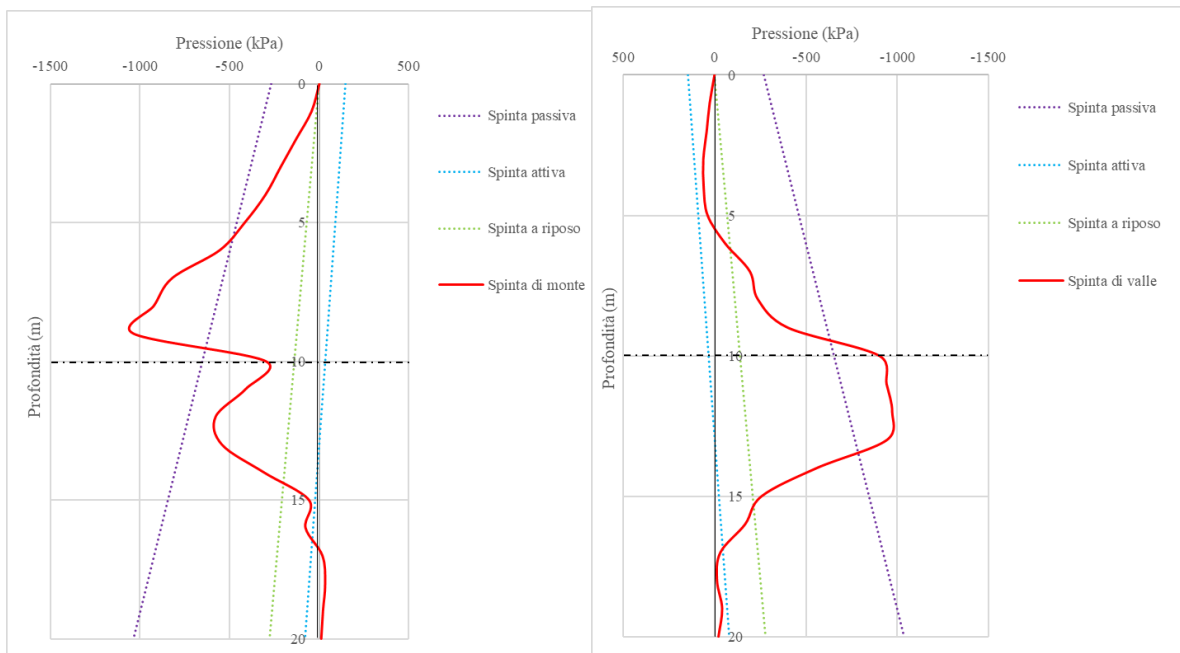


Figura 87 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

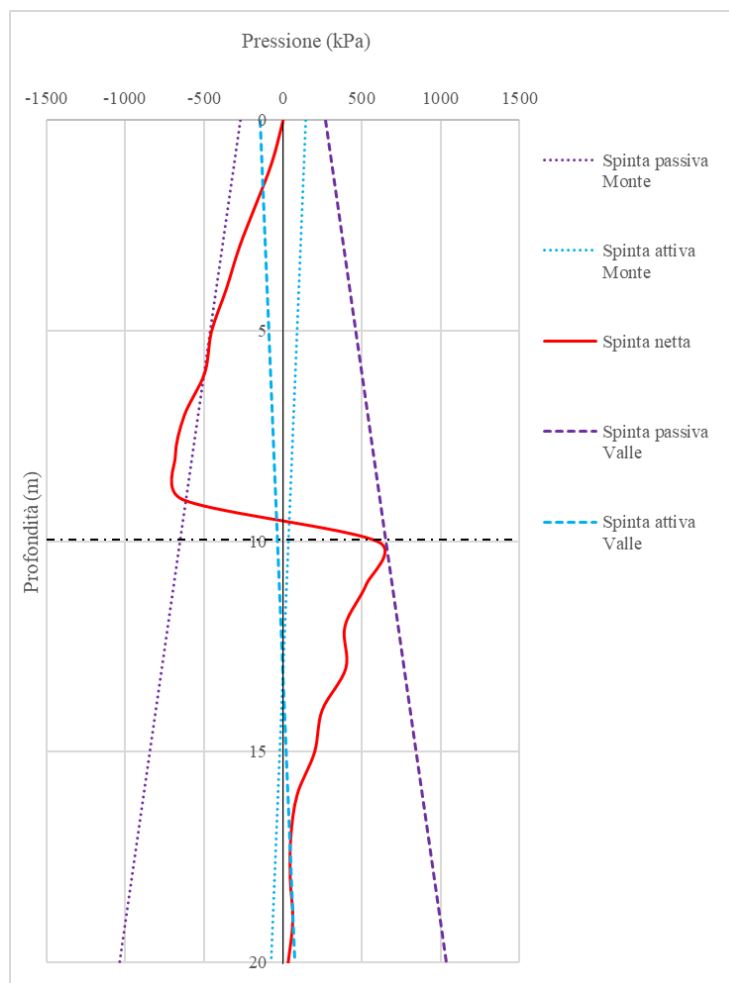


Figura 88 - Terreno omogeneo, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Rankine

In tutti i casi si può notare che, sia valutando la spinta con Rankine che con Lancellotta, in alcuni punti si supera la resistenza passiva del terreno. Ciò non è fisicamente possibile; tuttavia in questa analisi si ritiene plausibile poiché le relazioni utilizzate per il calcolo considerano uno stato piano mentre la modellazione è stata fatta in tridimensionale.

L'altra sostanziale differenza è che nella modellazione si considera il terreno in movimento, che quindi carica continuamente il palo.

Si fa notare inoltre che in tutti i casi quindi è il palo singolo a sviluppare la rottura con uno specifico cinematismo, non il terreno.

Si riportano infine i risultati in termini di pressioni orizzontali per il caso in cui si considera il terreno inferiore più rigido di quello superiore.

Il discorso che si può fare per i risultati ottenuti con questa modellazione sono analoghi ai precedenti.

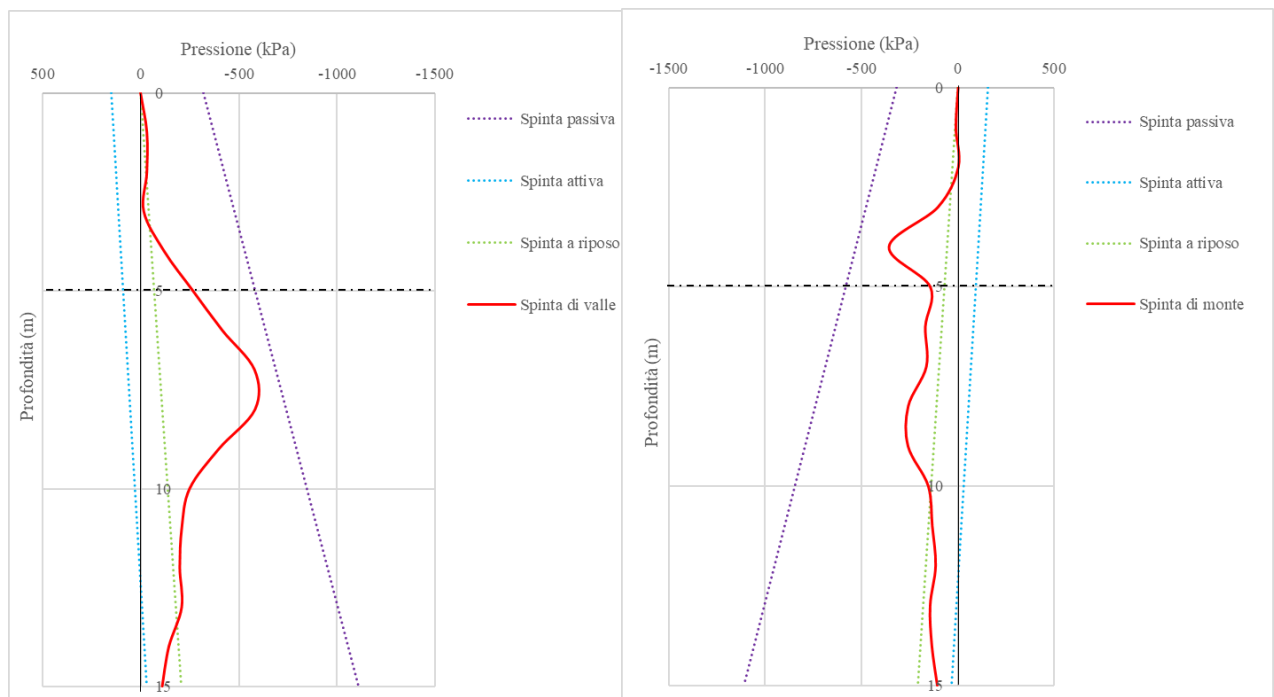


Figura 89 – Substrato rigido, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

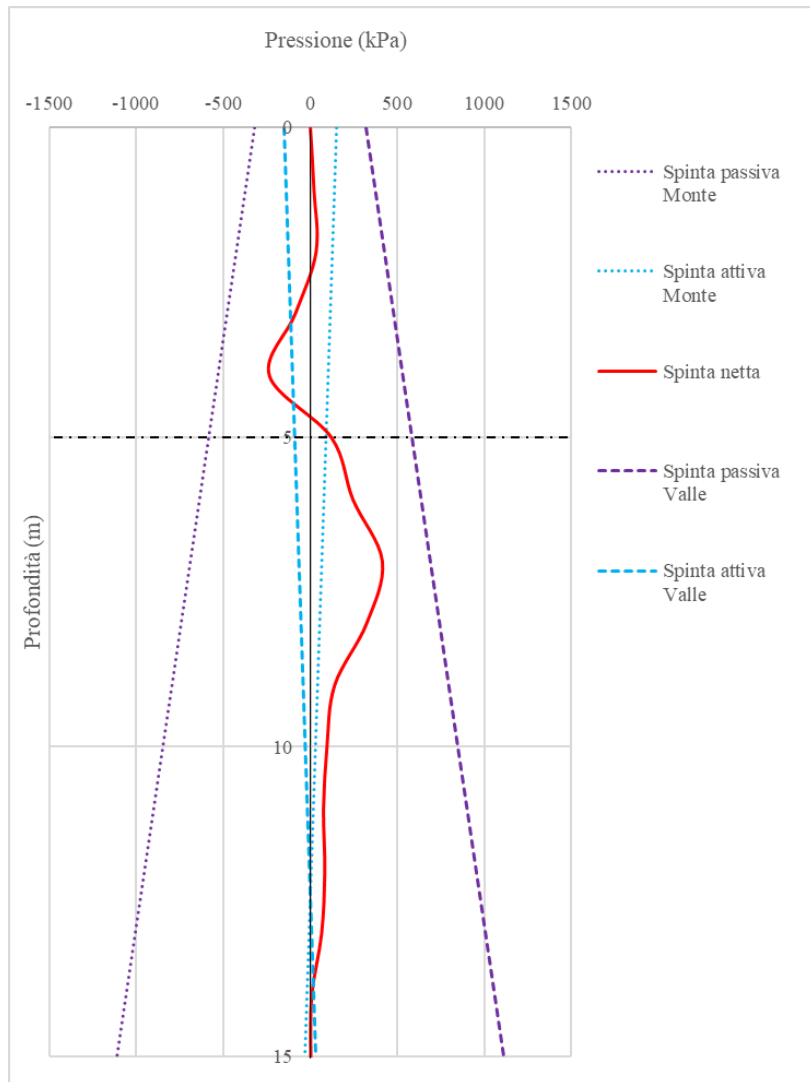


Figura 90 - Substrato rigido, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni nette, valutate con Lancellotta

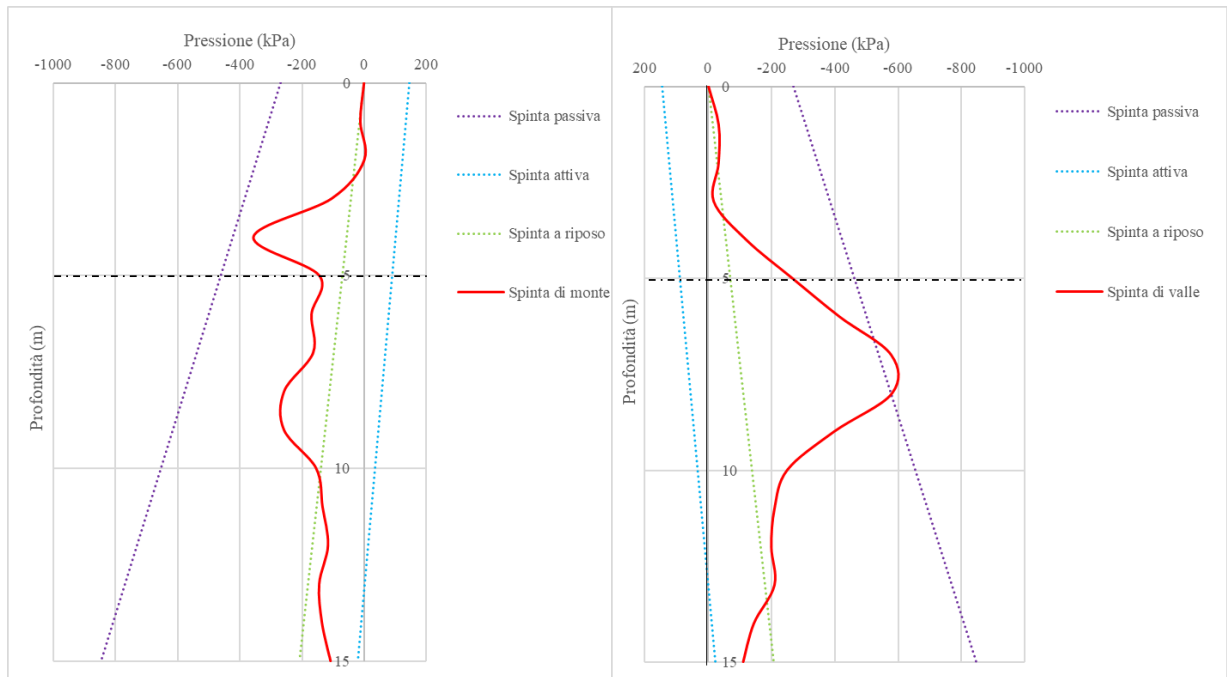


Figura 91 – Substrato rigido, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

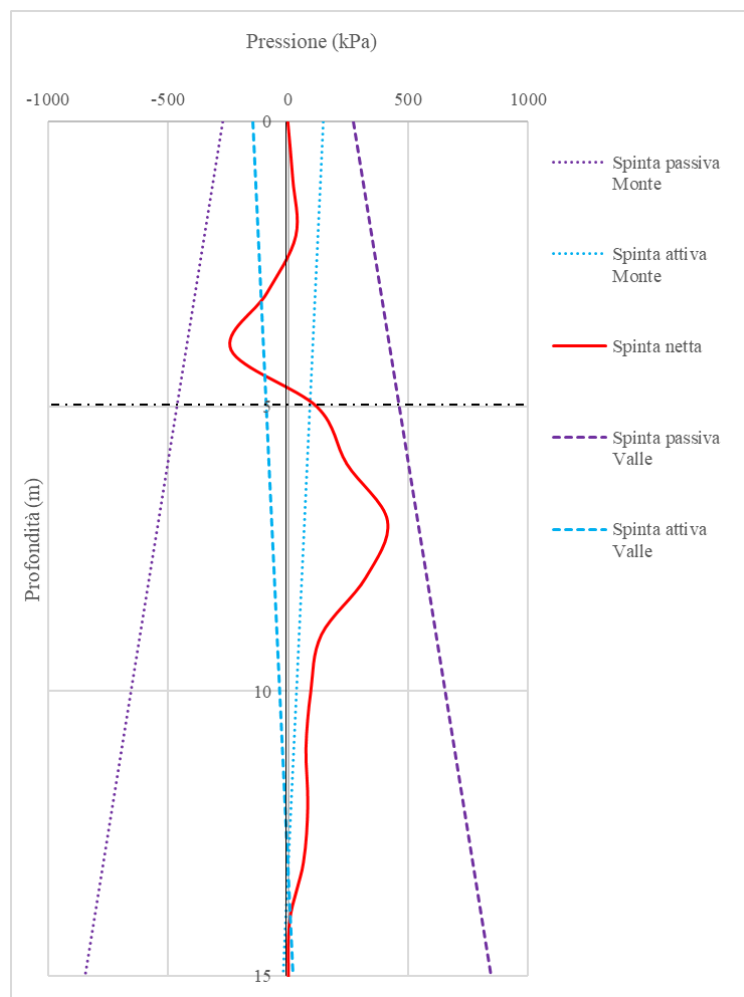


Figura 92 - Substrato rigido, $D/L=0.5$, Cinematismo B2, pressioni nette, valutate con Rankine

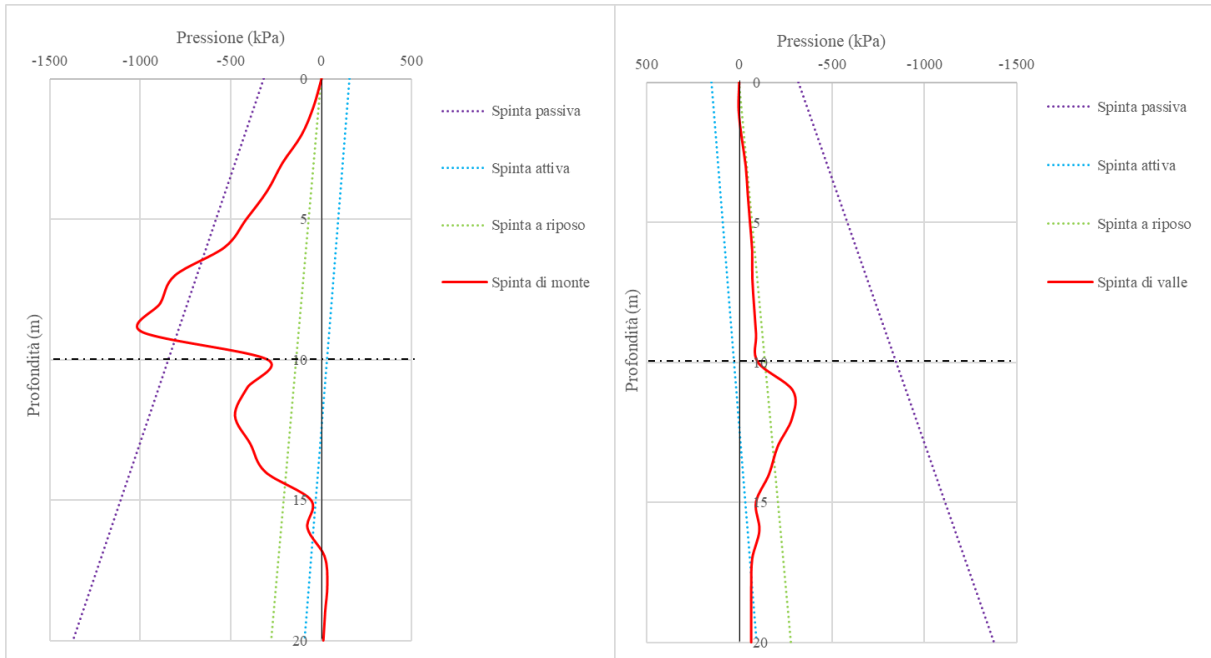


Figura 93- Substrato rigido, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

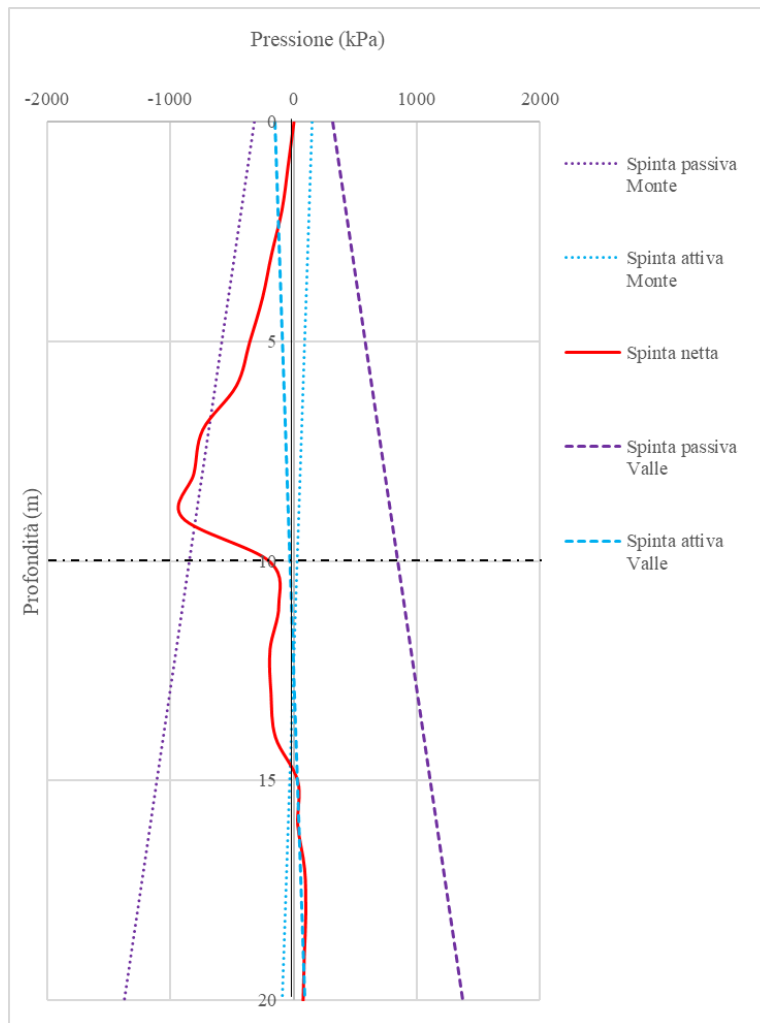


Figura 94 - Substrato rigido, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Lancellotta

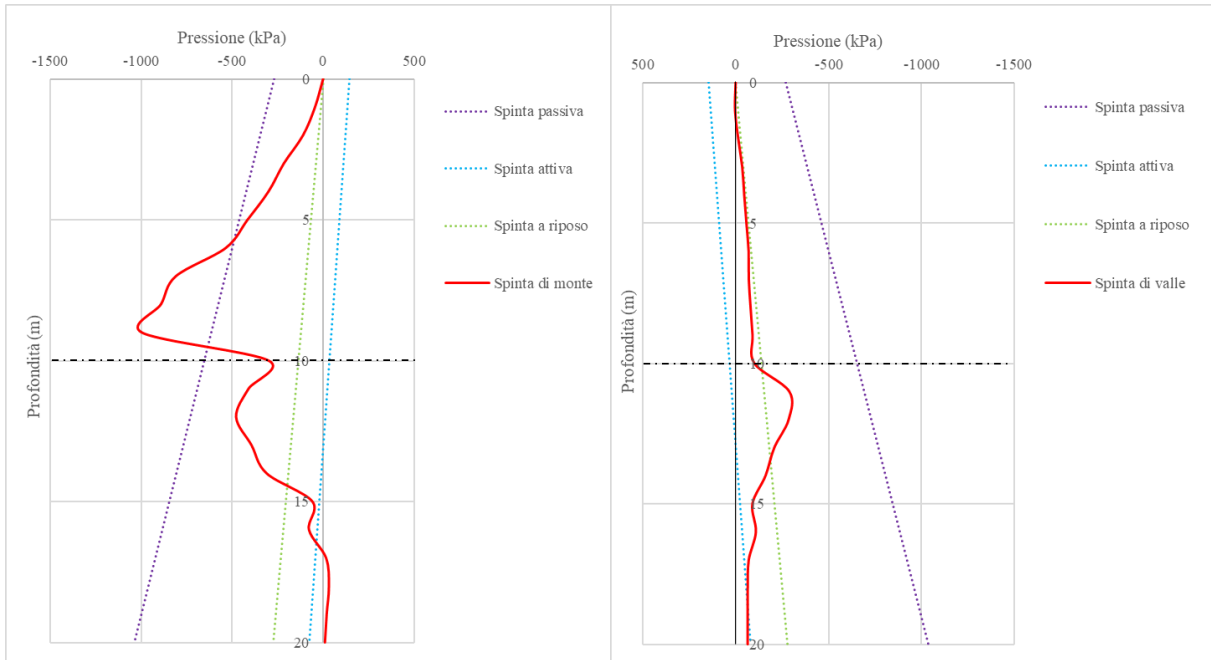


Figura 95 - Substrato rigido, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

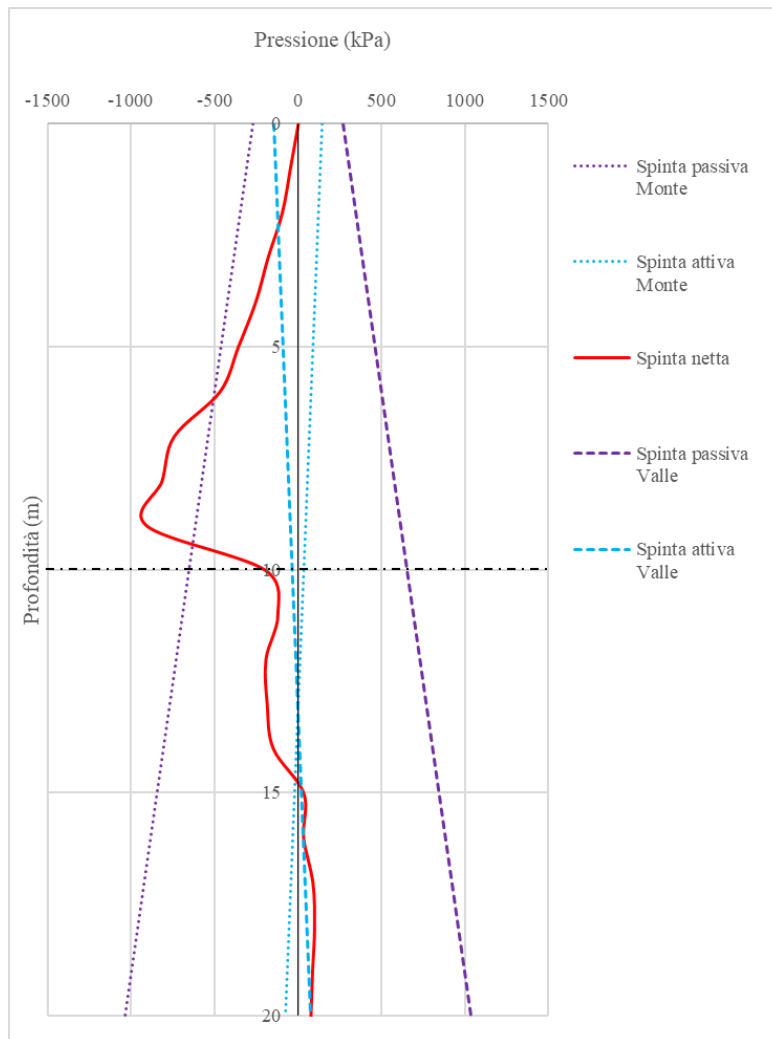


Figura 96 - Substrato rigido, $D/L=1$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Rankine

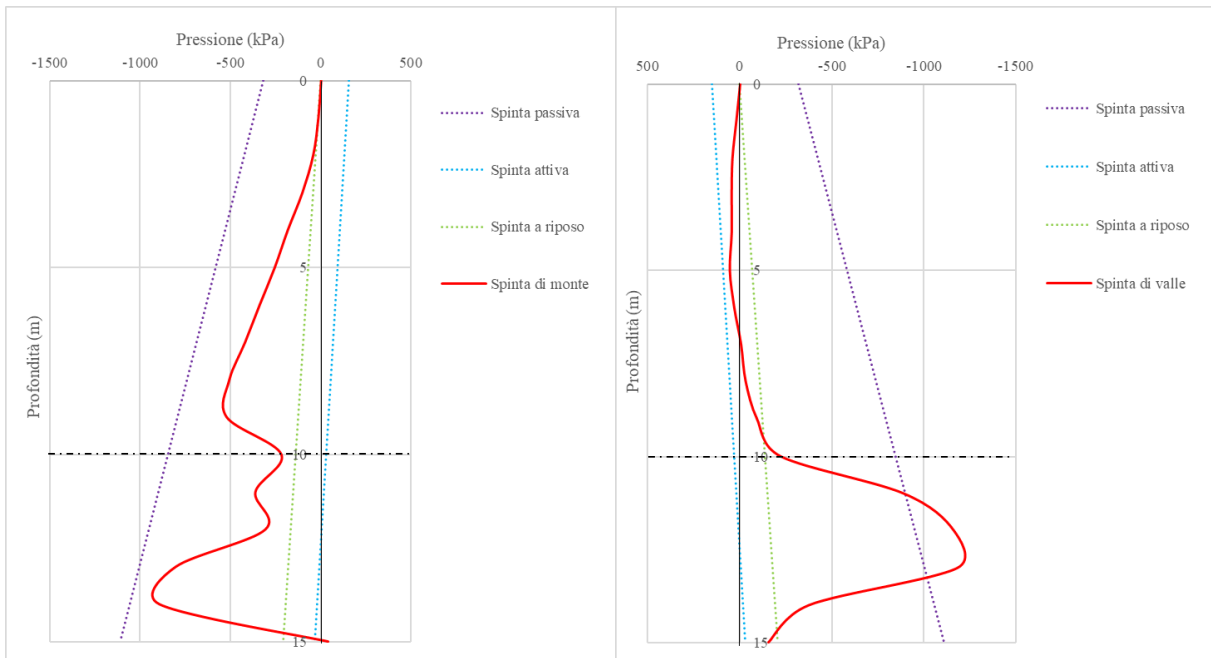


Figura 97 - Substrato rigido, $D/L=2$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Lancellotta

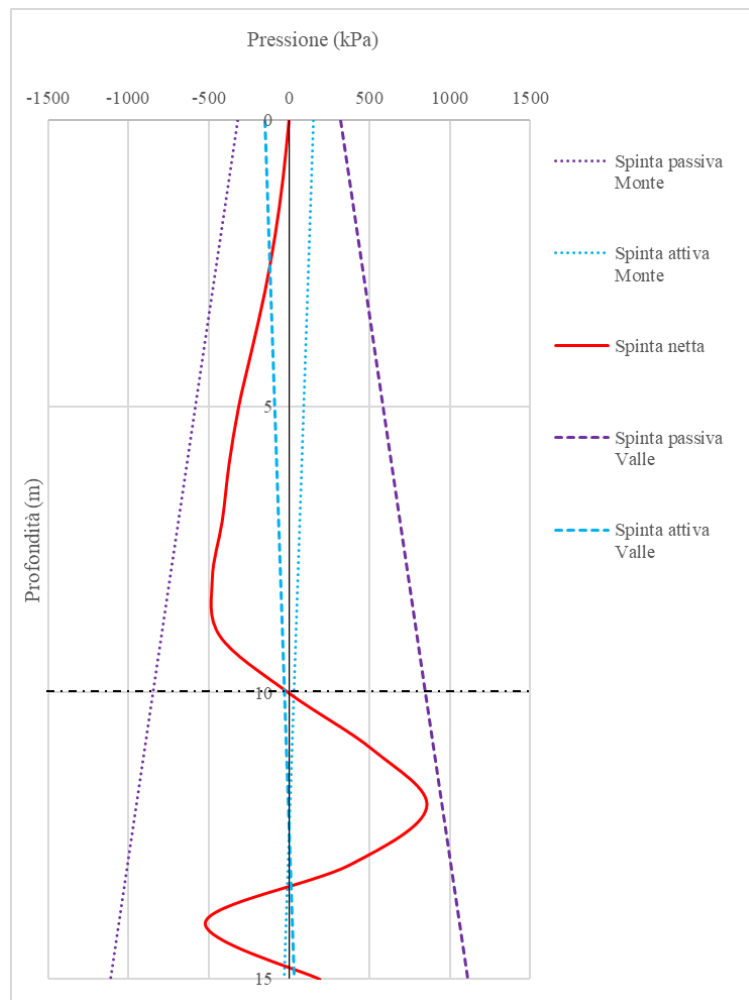


Figura 98 - Substrato rigido, $D/L=2$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Lancellotta

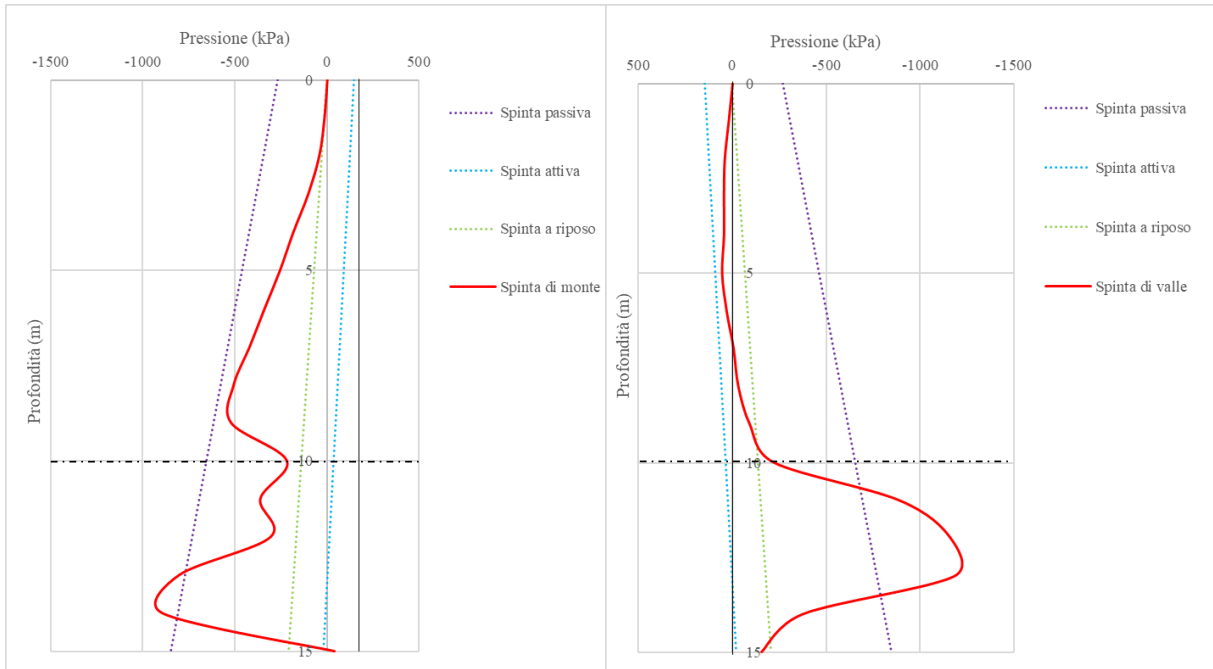


Figura 99 - Substrato rigido, $D/L=2$, Cinematismo BY, pressioni di monte (a sinistra) e pressioni di valle (a destra) valutate con Rankine

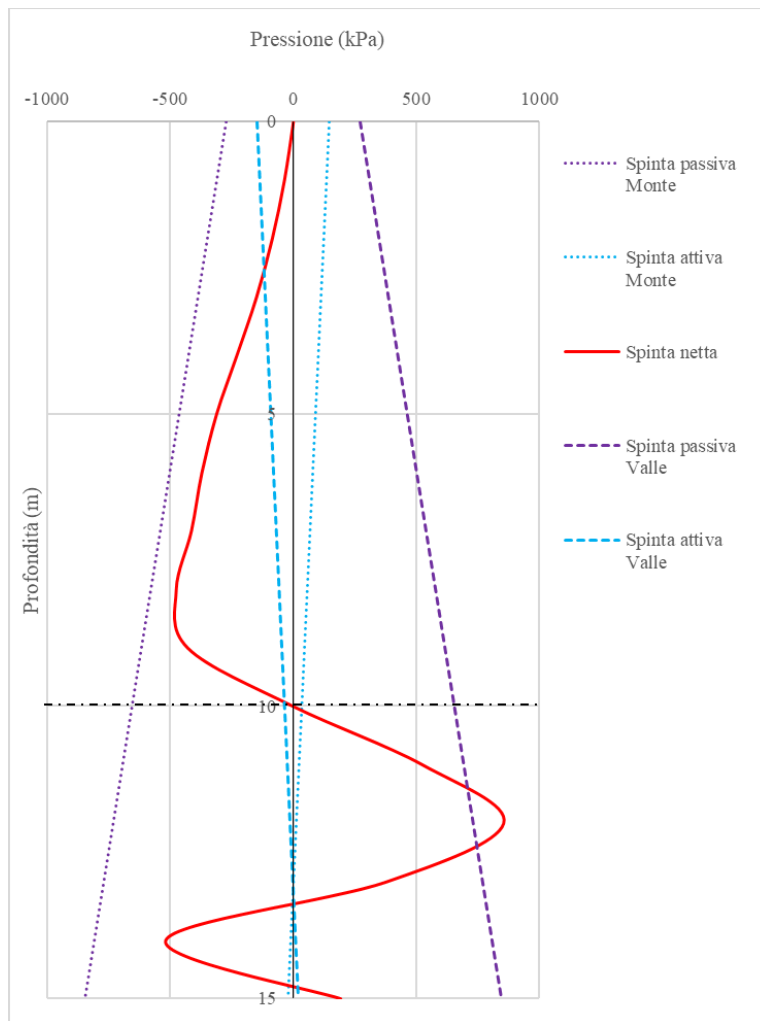


Figura 100 - Substrato rigido, $D/L=2$, Cinematismo BY, pressioni nette, valutate con Rankine

6. Conclusioni

Nella prima parte di questo elaborato si è effettuato un inquadramento generale sulle caratteristiche legate ai dissesti dei versanti e ai possibili interventi di stabilizzazione.

Successivamente si sono riportate le principali teorie presenti in letteratura riguardo i pali o gruppi di pali caricati orizzontalmente.

Passando poi alla parte applicativa dell'elaborato, si è utilizzato un programma di calcolo agli elementi finiti e tramite una modellazione numerica tridimensionale si studia il comportamento di un elemento continuo all'interno di un terreno in movimento.

Si sono effettuate diverse prove valutando l'influenza delle scelte di modellazione sul cinematismo e le conseguenti sollecitazioni sul palo.

L'analisi si svolge in due step:

1. Consolidazione del terreno per ricreare lo stato tensionale iniziale
2. Scorrimento dello strato superiore del terreno, andando a coinvolgere e sollecitare il palo.

Dopo aver tarato il modello, i risultati ottenuti in termini di grafici Momento-Curvatura caratterizzanti i pali vengono confrontati con i diagrammi ricavati utilizzando il programma VcaSlu, potendo così stabilire lo stato in cui si trova il palo (campo elastico, campo plastico, rottura) e si definisce il cinematismo di rottura con formazione di una o due cerniere plastiche.

Un interessante risultato di questo elaborato, ottenuto confrontando i diagrammi Momento-Curvatura, è l'influenza dello sforzo normale agente sul palo; infatti per tutti i casi analizzati si ritiene valido considerare l'elemento in pressoflessione, con conseguente maggiore resistenza ultima.

Si cerca poi una correlazione tra il cinematismo di rottura e lo spostamento di snervamento, realizzando così un dominio di resistenza del palo nelle varie configurazioni esaminate: si possono delineare tre campi di esistenza in cui in funzione dello spostamento di snervamento si ha un certo tipo di cinematismo.

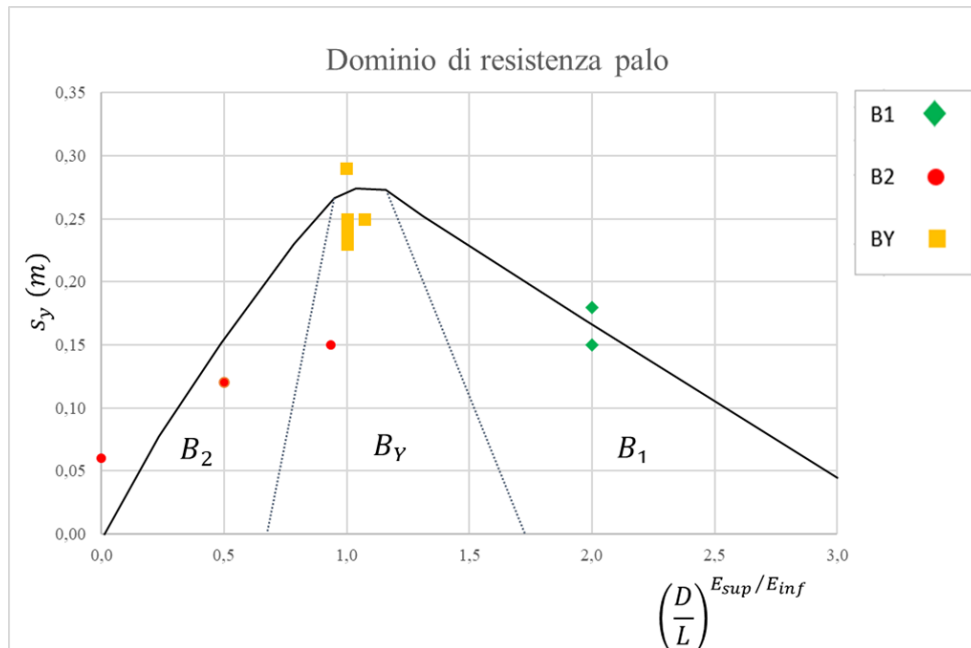


Figura 101 - Dominio di resistenza del palo

L'aver effettuato un'analisi tridimensionale porta ad una importante considerazione sulle pressioni orizzontali del palo. Infatti il modello in 3D porta a considerare anche il comportamento del terreno come tridimensionale: è noto infatti che per un palo sollecitato orizzontalmente il volume di terreno interessato va anche al di fuori del diametro del palo.

Di conseguenza si ha una resistenza maggiore rispetto allo stato piano; questo quindi giustifica il fatto che confrontando le pressioni con le spinte attive e passive, calcolate sia con Rankine che con Lancellotta, si ha in alcuni punti il superamento della resistenza calcolata.

Questo porta alla conclusione che lo studio di questi problemi spesso non si possa semplificare con analisi bidimensionali poiché a causa degli approcci semplificati non è possibile confrontare in modo rigoroso i risultati.

Si vuole concludere dicendo che l'analisi di stabilità di un pendio in presenza di una o più file di pali viene condotta generalmente mediante i metodi classici dell'equilibrio limite una volta noto l'incremento di resistenza fornito dalla fila lungo la superficie di scorrimento. Per effettuare quindi una verifica di stabilità di un pendio stabilizzato con pali isolati è necessario effettuare preliminarmente l'analisi dell'interazione palo-terreno, non trascurando gli effetti tridimensionali.

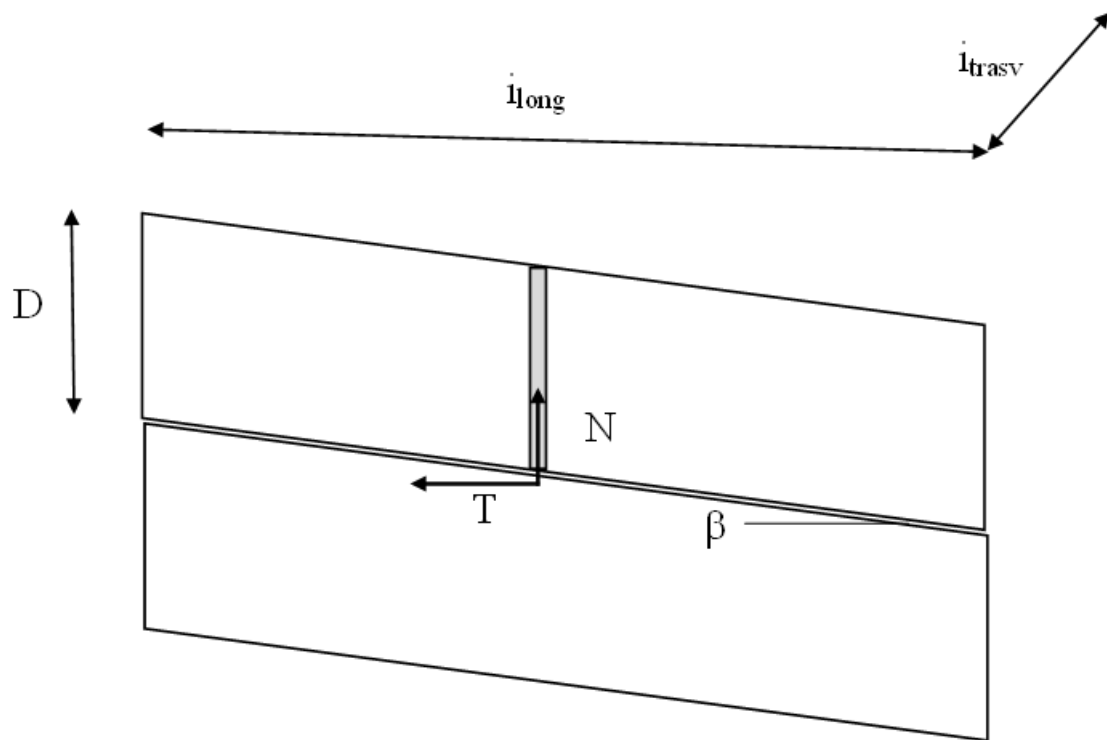


Figura 102 - Schematizzazione pendio

$$F_s = \frac{(i_{long} i_{trasv} D \gamma) \cos \beta \tan \varphi_r + N \sin \beta + T \cos \beta}{(i_{long} i_{trasv} D \gamma) \sin \beta}$$

Dalle analisi effettuate quindi si nota che nell'equazione di equilibrio alla traslazione, per il calcolo del fattore di sicurezza globale del pendio, è importante considerare il contributo alla resistenza in termini di sollecitazioni N e T (sforzo normale e taglio) all'interfaccia tra i due terreni.

7. Bibliografia

A. Barile, F. Leonetti, F. Silvestri, A. Troncone. Progetto VIA - Gruppo Nazionale per la Difesa Dai Terremoti, Università della Calabria, Dipartimento di Difesa del Suolo - *Interventi di riduzione del rischio di instabilità dei pendii: tipologie e metodi di dimensionamento*.

Andrea Galli, Andrea Bassani – *Innovative performance-based design of slope stabilizing piles for a railway embankment*. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2016.

Andrea Galli, Rosa Maria Stefania Maiorano, Claudio di Prisco, Stefano Aversa - *Design of slope-stabilizing piles: from Ultimate Limit State approaches to displacement based methods*. Rivista italiana di geotecnica 3/2017.

Brighenti Jacopo, *Frana di Costa della Gaveta (PZ, Italia): Criteri per la stabilizzazione*, Tesi Di Laurea Magistrale, Università degli studi di Padova, 2020.

C. Viggiani (1998) - *Fondazioni*. Hevelius edizioni.

De Beer, E e R Carpentier (1977) - *Methods to Estimate Lateral Force Acting on Stabilizing Piles*. In: Journal of Soil Engineering Society 17.1, pp. 68–82.

Gennaro Landi - *Pali soggetti a carichi orizzontali: indagini sperimentali ed analisi*. Dottorato di ricerca in Ingegneria delle Costruzioni (2005), Università degli studi di Napoli Federico II.

Kumar, S., Hall, M.L., 2006. *An appropriate method to determine lateral force on piles or piers installed to support a structure through sliding mass*. Geotechnical and Geological Engineering.

Laura Fantera - *Riduzione dei movimenti lenti di versante mediante barriere di protezione costituite da pali accostati*. Dottorato di ricerca, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica 2017/2018, Università Sapienza di Roma.

Marianna Adinolfi, Raffaele Di Laora, Rosa M.S. Maiorano, Stefano Aversa - Dipartimento di Ingegneria, Università di Napoli Parthenope – *Valutazione degli spostamenti sismoindotti in pendii stabilizzati con pali.*

Muraro, S. et al. (2014) - *On the reliability of 3D numerical analyses on passive piles used for slope stabilisation in frictional soils.* Géotechnique 64, No. 6, 486-492.

R. Kourkoulis, F. Gelagoti, I. Anastasopoulos, G. Gazetas, (2011). Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Eng. ASCE, /JULY 2011 / 663–677 - *Slope stabilizing piles and pile–groups: parametric study and design insights.*

R. Di Laora, R. M. S. Maiorano, S. Aversa – *Ultimate lateral load of slope-stabilising piles,* (2017), Geotechnique Letters 7, 237-244.

R. Lancellotta (2012) -*Geotecnica.* Quarta edizione. Zanichelli.

Stefania Lirer - *Analisi sperimentale e numerica dell'interazione fra una coltre in frana ed una fila di pali.* Dottorato in ingegneria geotecnica, (2002), Consorzio tra le università di Roma La Sapienza e di Napoli Federico II.

Scapin Giovanni, *Efficienza Dei Metodi Attivi Nella Stabilizzazione Dei Pendii,* Tesi Di Laurea Magistrale, Università degli studi di Padova, 2015.

Università degli studi di Firenze - Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Sezione Geotecnica, J. Facciorusso, C. Madiari, G. Vannucchi – Dispense di Geotecnica (Rev. Settembre 2011) - *Capitolo 17, Tipologia e capacità portante di fondazioni profonde.*

Università degli studi di Firenze - Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Sezione Geotecnica, J. Facciorusso, C. Madiari, G. Vannucchi – Dispense di Geotecnica (Rev. Settembre 2011) - *Capitolo 18, Stabilità dei pendii.*

Varotto Nicola, *Interazione Terreno-Struttura Nei Processi Franosi,* Tesi Di Laurea Magistrale Università Degli Studi Di Padova, 2018.