

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA MECCATRONICA

TESI DI LAUREA TRIENNALE

Breve analisi e confronto della trasmissione di potenza in campo aereonautico

Relatore: Paolo Boscariol

Laureando: Alberto Bettarello
1201591-IMC

ANNO ACCADEMICO: 2021-22

INDICE

1	Sommario	vii
2	Richiami alla Teoria	1
2.1	Ingranaggi	1
2.1.1	Rotismi	1
2.1.2	Potenza trasmessa	5
2.2	Forza trasmessa tra ingranaggi	5
2.2.1	Ruote dentate cilindriche a denti dritti	5
2.2.2	Ingranaggi conici	7
2.3	Trasmissione della potenza con Organi flessibili	9
2.3.1	Cinghie	9
2.3.2	Cinghie sincrone o dentate	11
3	Introduzione	13
3.1	Funzionamento teorico di un elica	13
3.2	Tip Mach number	16
4	Trasmissione a ingranaggi	19
4.1	La necessità di trasmissione	19
4.2	Analisi funzionamento trasmissione ingranaggi	20
4.2.1	Ingranaggio cilindrico	20
4.2.2	Ingranaggio cilindrico interno	21
4.2.3	Ingranaggio tipo Farman o ad angolo	21
4.2.4	Ingranaggi epicicloidali a pinione o anello fissi	22
4.3	Calcolo delle forze scambiate	23
4.4	Applicazione al caso dell'elica	24
5	Trasmissione a cinghia	27
5.1	Cenni storici	27
5.2	Applicazione della trasmissione a cinghia al caso considerato	29
6	Confronto delle due soluzioni	33
6.1	Considerazioni finali sulla trasmissione ad ingranaggi	33
6.2	Considerazioni finali sulla trasmissione a cinghia	35
7	Conclusioni	39

ELENCO DELLE FIGURE

Figura 2.1	Esempio di rotismo a 5 ruote	2
Figura 2.2	Esempio di rotismo epicicloidale	3
Figura 2.3	Esempio di rotismo epicicloidale a tre componenti e ruota 1 fissa	3
Figura 2.4	Esempio di rotismo epicicloidale a tre componenti e ruota 3 fissa	4
Figura 2.5	Ingranamento tra due ruote dentate	6
Figura 2.6	Forze tra due ruote dentate	6
Figura 2.7	Forze in un ingranaggio conico	8
Figura 2.8	Schema funzionamento Cinghia	9
Figura 2.9	Condizione aderenza Cinghia	9
Figura 2.10	Tensioni nella Cinghia	11
Figura 2.11	Tabelle e Figure cinghia trapezoidale	12
Figura 3.1	Rappresentazione teorica del principio di funzionamento dell'elica	14
Figura 3.2	Velocità in funzione del rendimento di un elica	15
Figura 3.3	Linea rossa = 460 km/h; linea blu = 220 km/h	17
Figura 4.1	Tipi di riduttori di velocità	20
Figura 4.2	Spinta (N) in funzione della velocità di volo (m/s)	26
Figura 5.1	Model A, successore del Wright Flyer, nel 1909	28
Figura 5.2	Esempio Trasmissione Cinghia per applicazioni aeronautiche	29
Figura 5.3	Grafico cinghia sincrona	30
Figura 6.1	Possibile blocco di riduzione ad ingranaggi	34
Figura 6.2	Disegno di un Messerschmitt Bf 109 dall'alto	36
Figura 6.3	Disegno di un Messerschmitt Bf 109 visto frontalmente	36
Figura 7.1	Trasmissione a cinghia applicata all'aliante EB29	42

ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 7.1	Differenze negli organi per la trasmissione del moto	40
-------------	--	----

Tabella 7.2 Differenze negli organi per la trasmissione del
moto 41

LISTINGS

SOMMARIO

La qui presente tesi consiste in una breve esposizione ed analisi dei vari sistemi di riduzione di velocità nel campo aeronautico, partendo dall'esposizione teorica del funzionamento dell'elica e da un richiamo della teoria di meccanica necessaria riguardante il funzionamento dei rotismi e delle trasmissioni a cinghia, per poi analizzare brevemente e fare un rapido dimensionamento di alcuni meccanismi di riduzione per un caso preciso, e poi cercare una soluzione alternativa ipotizzando la stessa trasmissione eseguita tramite l'utilizzo di una cinghia.

RICHIAMI ALLA TEORIA

Per l'analisi dei meccanismi che verranno considerati nei prossimi capitoli è necessario ricordare alcune osservazioni sul funzionamento delle trasmissioni ad ingranaggi e a cinghia.

2.1 INGRANAGGI

2.1.1 Rotismi

Definiamo come *rotismi* i meccanismi nei quali la trasmissione del moto avviene per mezzo di ruote dentate, e li distinguiamo in *ordinari* dove gli assi delle ruote sono fissi, ed *epicicloidali* dove alcune ruote girano attorno ad assi mobili.

Per i rotismi Ordinari, definiamo come rapporto di trasmissione τ il rapporto tra la velocità angolare del cedente e del movente

$$\tau = \frac{\Omega_n}{\Omega_1} = \frac{\Omega_n}{\Omega_{n-1}} \frac{\Omega_{n-1}}{\Omega_{n-2}} \cdots \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad (2.1)$$

dove n è il numero di ruote del rotismo.

Tale rapporto di trasmissione si può esprimere equivalentemente tramite il rapporto del numero di denti delle ruote

$$\tau = \frac{z_1}{z_n} \quad (2.2)$$

Definiamo come oziosa una ruota che ingrana contemporaneamente con altre due ruote. Vale che le ruote oziose non influiscono sul valore assoluto del rapporto di trasmissione. Questo è osservabile prendendo in considerazione il rotismo in figura 2.1 e notando che nella scrittura del rapporto di trasmissione la velocità angolare della ruota 4 non influisce sul risultato:

$$\tau = \frac{\Omega_5}{\Omega_1} = \frac{\Omega_5}{\Omega_4} \frac{\Omega_4}{\Omega_3} \frac{\Omega_3}{\Omega_2} \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\Omega_5}{\Omega_3} \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad (2.3)$$

similmente accade per rapporto tra numero di denti

$$\tau = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_5 \cdot z_3} \quad (2.4)$$

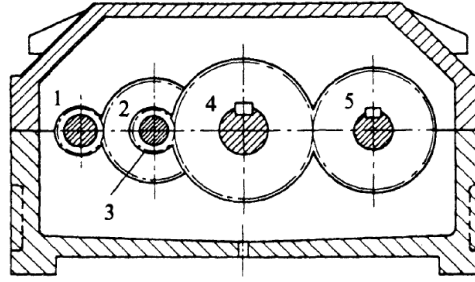


Figura 2.1: Esempio di rotismo a 5 ruote

In questo caso la ruota 4 inverte la direzione di rotazione della ruota 5

Per quello che riguarda i rotismi epicicloidali, essi si differenziano da quelli ordinari per la presenza di uno o più ruote i cui assi di rotazione non sono fissi. Definiamo i componenti del rotismo epicicloidali con

- *Solari* le ruote che hanno stesso asse fisso e non ingranano tra loro.
- *Satelliti o Planetari* le ruote che ingranano con i solari i cui assi sono movimentati da un elemento rigido detto portatreno.
- *Portatreno* che ruota attorno allo stesso asse dei solari e porta in rotazione gli assi dei satelliti.

Per calcolare il rapporto di trasmissione τ , consideriamo il calcolo del rapporto di trasmissione del rotismo epicicloidale reso ordinario detto anche tau di Willis τ_W . Esso non è il rapporto di trasmissione effettivo del rotismo ma è usato solamente per il calcolo di esso. Definiamo con ω_1 e ω_2 le velocità di rotazione dei solari, Ω quella del portatreno. Ponendosi in un sistema di riferimento solidale con il portatreno stesso, ovvero rotante con velocità angolare Ω , i solari ruoteranno con velocità $\omega_1 - \Omega$ e $\omega_2 - \Omega$. Da questo definiamo la formula di Willis come

$$\tau_W = \frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} \quad (2.5)$$

nel caso di un meccanismo a n ruote abbiamo

$$\tau_W = \frac{\omega_n - \Omega}{\omega_1 - \Omega} \quad (2.6)$$

Distinguiamo ora tre casi:

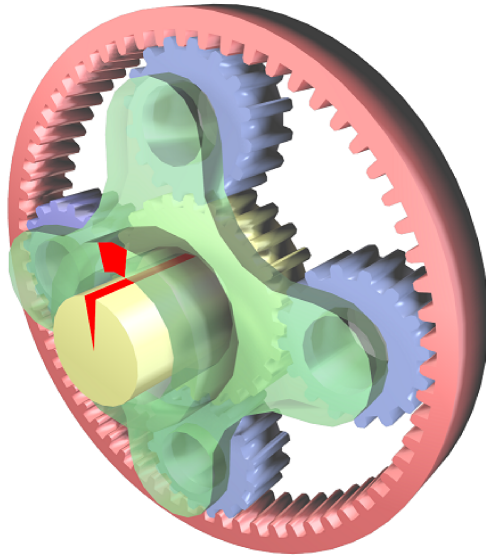


Figura 2.2: Esempio di rotismo epicicloidale

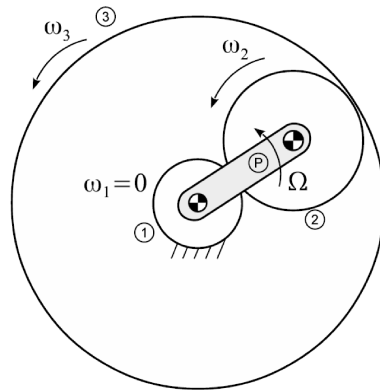


Figura 2.3: Esempio di rotismo epicicloidale a tre componenti e ruota 1 fissa

- se è fissa la ruota 1 (ruote restanti e portatreno mobili)
- se è fissa la ruota n (ruote restanti e portatreno mobili)
- se il rotismo possiede due gradi di libertà (tutte le ruote e portatreno mobili)

Tralasciamo il terzo caso e analizziamo i primi due casi.

Nel primo caso il vincolo imposto causa $\omega_1 = 0$ da cui τ_W diventa

$$\tau_W = \frac{\omega_n - \Omega}{-\Omega}$$

da cui

$$\tau^{P,n} = \frac{\Omega}{\omega_n} = \frac{1}{1 - \tau_W}$$

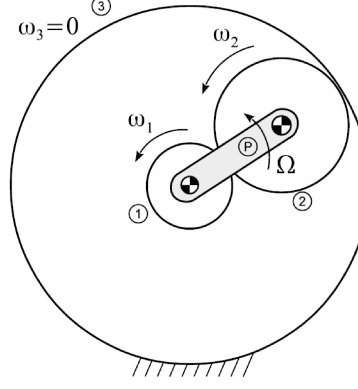


Figura 2.4: Esempio di rotismo epicicloidale a tre componenti e ruota 3 fissa

applicandolo alla 2.3, uguagliamo la tau di Willis al rapporto di trasmissione che il rotismo avrebbe se fosse ordinario: quindi avremmo ingranamento esterno tra 1 e 2, interno tra 2 e 3 da cui

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\omega_3 \omega_2}{\omega_2 \omega_1} = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) \left(-\frac{z_2}{z_3}\right) = -\frac{z_1}{z_3}$$

e quindi definiamo τ_W come z_1/z_3 . Sostituiamo e otteniamo

$$\tau_W = \frac{\omega_3 - \Omega}{-\Omega} = -\frac{z_1}{z_3} \quad (2.7)$$

da cui per il nostro caso possiamo ricavare dopo alcuni passaggi

$$\tau_{p,3} = \frac{\Omega}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_1 + z_3} \quad (2.8)$$

Nel primo secondo caso il vincolo imposto causa $\omega_n = 0$ da cui τ_W diventa

$$\tau_W = \frac{-\Omega}{\omega_1 - \Omega}$$

da cui

$$\tau^{p,1} = \frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{\tau_W}{\tau_W - 1}$$

applicandolo alla 2.4, uguagliamo la tau di Willis al rapporto di trasmissione che il rotismo avrebbe se fosse ordinario: quindi avremmo ingranamento esterno tra 1 e 2, interno tra 2 e 3, esattamente come nel caso precedente, da cui

$$\frac{-\Omega}{\omega_1 - \Omega} = -\frac{z_1}{z_3}$$

svolgiamo tale equazione per riportarci ad avere Ω/ω_1 e otteniamo

$$\tau_{p,1} = \frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_1 + z_3} \quad (2.9)$$

2.1.2 Potenza trasmessa

Riguardo alla potenza trasmessa, valgono le seguenti relazioni, dove P è la potenza motrice e T_o è la coppia

$$P = \Omega \cdot T_o \quad (2.10)$$

sapendo che la potenza trasmessa tra due rotismi è costante (trascurando le perdite), vale

$$P = \Omega_1 \cdot T_{o1} = \Omega_2 \cdot T_{o2}, \quad \text{quindi} \quad \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{T_{o2}}{T_{o1}} \quad (2.11)$$

2.2 FORZA TRASMESSA TRA INGRANAGGI

2.2.1 Ruote dentate cilindriche a denti dritti

Idealizzando i rotismi come semplici circonferenze che trasmettono il moto tramite frizione si arriva velocemente alla conclusione che tali soluzioni non possono trasmettere elevate forze periferiche e quindi grandi potenze. Per questo motivo si aggiungono i denti sulle circonferenze di tali rotismi, in modo che il moto sia trasmesso tramite l'azione mutua che si scambiano tali denti.

Il profilo dei denti è generato dalla traiettoria di un punto generico di una retta che rotola senza strisciare su una circonferenza e può essere generata da una circonferenza fondamentale di raggio r_f , con la proprietà che in ogni suo punto la normale all'evolvente è tangente alla circonferenza fondamentale. Facendo riferimento alla 2.5 i profili e_1 e e_2 delle ruote 1 e 2 vengono a contatto nel punto P. Per la proprietà dell'evolvente la normale comune $I_1 I_2$ ai due profili nel punto P deve essere tangente ad entrambe le circonferenze fondamentali c_{f1} e c_{f2} . Per conseguenza della rotazione, il punto di contatto tra i denti si sposta, mantenendosi però sulla retta $I_1 I_2$. Tale retta risulta essere quindi il luogo geometrico dei punti di contatto tra i denti delle ruote, e prende il nome di retta di pressione che, in assenza di attrito, rappresenta la direzione della forza mutua che si scambiano i denti in presa.

L'angolo di pressione θ è definito come l'angolo formato tra la retta di pressione e la normale alla retta congiungente gli assi delle ruote. Generalmente tale angolo è $\theta = 14.5$ o 20 . Il punto C costituisce il

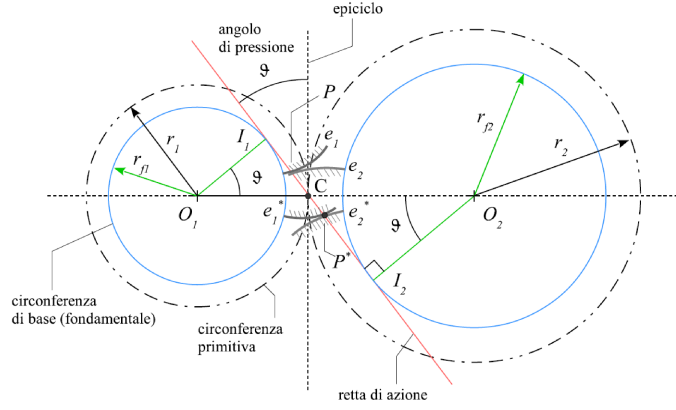


Figura 2.5: Ingranamento tra due ruote dentate

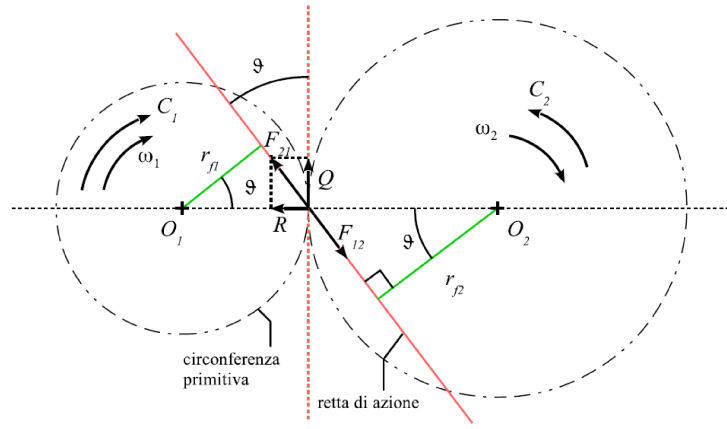


Figura 2.6: Forze tra due ruote dentate

punto di contatto tra le due circonferenze primitive da cui $r_1 = O_1C$ e $r_2 = O_2C$. Questo rende chiaro il parallelismo che si può fare tra ruote di frizione con raggio uguale al raggio delle primitive di ruote dentate. La relazione tra raggio della fondamentale e raggio della primitiva sarà

$$r_f = r \cos \theta$$

Per il calcolo delle forze scambiate, consideriamo la prima definita retta d'azione e, sapendo che la forza sarà scambiata su di essa, la dividiamo nelle sue due componenti Q e R.

Scriviamo i moduli delle forze scambiate in funzione delle coppie e ricaviamo

$$C_1 = F_{1,2} \cdot r_{f1} \quad C_2 = -F_{2,1} \cdot r_{f2} \quad (2.12)$$

Il modulo di $F_{1,2}$ e $F_{2,1}$ deve essere chiaramente uguale da cui

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{r_{f2}}{r_{f1}} = -\frac{z_2}{z_1} = \frac{1}{\tau} \quad (2.13)$$

All'aumentare di θ inoltre, aumenta il carico sugli assi delle due ruote. Questo si vede dalla scomposizione di F nelle sue due componenti

$$R = F \cdot \sin \theta = \frac{C}{r} \cdot \tan \theta \quad Q = F \cdot \cos \theta = \frac{C}{r} \quad (2.14)$$

da cui notiamo che l'angolo di pressione influisce solamente sulla componente radiale R . La componente "utile" risulta Q poiché è la componente che produce momento rispetto ai centri di rotazione. Definiamo ora con passo p la distanza tra due denti consecutivi misurati lungo la primitiva

$$p = \frac{2\pi \cdot r}{z} \quad (2.15)$$

2.2.2 Ingranaggi conici

Brevemente, per il caso riguardante ingranaggi conici, consideriamo in fig 2.7 il piano Π e scomponiamo la forza F trasmessa tra i due ingranaggi in una componente tangenziale $Q = F \cdot \cos \theta$ e una normale a questa che chiameremo $F' = F \cdot \sin \theta$, da cui in un altro piano ortogonale a Π scomponiamo la F' in

$$\begin{aligned} R &= F' \cdot \cos \phi = F \cdot \sin \theta \cos \phi \\ A &= F' \cdot \sin \phi = F \cdot \sin \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (2.16)$$

Anche in questo caso Q deve essere uguale per entrambe le forze ($C_1 = Qr_1, C_2 = Qr_2$), mentre A e R possono differire ma la loro somma vettoriale deve essere uguale in modulo.

Ricaviamo quindi in funzione di C_1 e C_2 le componenti tramite

$$\begin{aligned} Q &= \frac{C_1}{r_1} = \frac{C_2}{r_2} \\ R_1 &= \frac{C_1}{r_1} \tan \theta \cos \phi \\ A_1 &= \frac{C_1}{r_1} \tan \theta \sin \phi \\ R_2 &= \frac{C_2}{r_2} \tan \theta \cos \phi \\ A_2 &= \frac{C_2}{r_2} \tan \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (2.17)$$

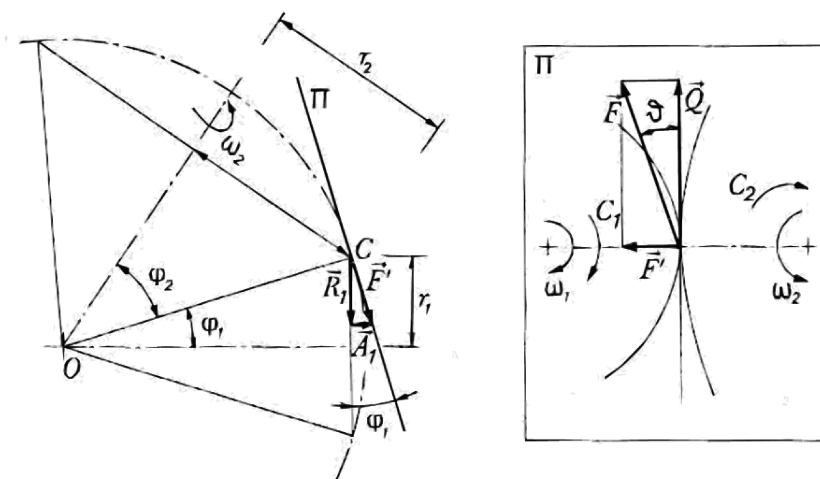


Figura 2.7: Forze in un ingranaggio conico

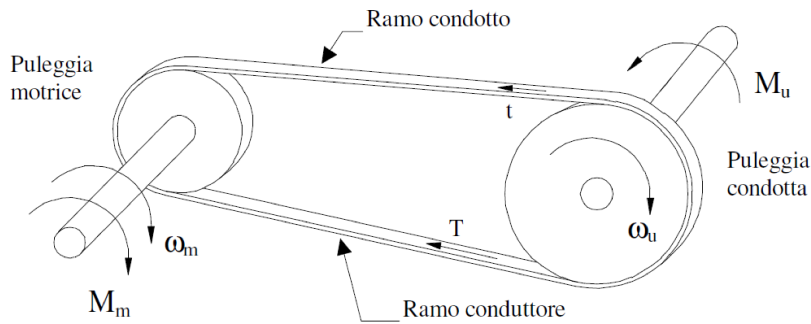


Figura 2.8: Schema funzionamento Cinghia

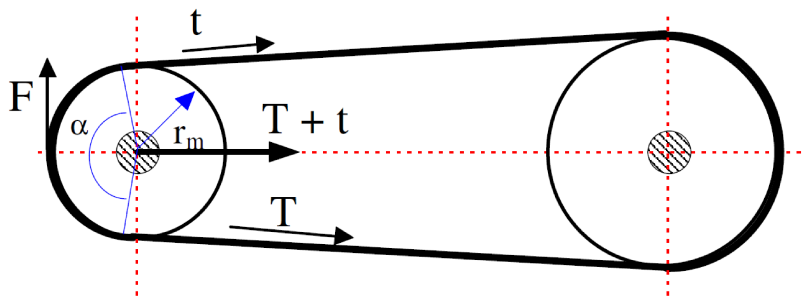


Figura 2.9: Condizione aderenza Cinghia

2.3 TRASMISSIONE DELLA POTENZA CON ORGANI FLESSIBILI

2.3.1 Cinghie

Le cinghie sono utilizzate nella trasmissione del moto rotatorio per la loro capacità di deformarsi notevolmente. Possono avere vari tipi di sezioni (piatte, trapezoidali, dentate etc), e devono essere calettate sulle pulegge poste sugli alberi aventi la periferia o corona sagomata in forma tale da poter accogliere l'organo flessibile.

Consideriamo ora un sistema con due alberi collegati con una cinghia piatta:

tali cinghie non sono adatte alla trasmissione di potenze elevate, ed inoltre la trasmissione del moto è possibile solo se si realizza tra la superficie interna della cinghia e la periferia delle pulegge un'aderenza tale da impedire lo slittamento. Dall'immagine 2.8 vediamo come la puleggia motrice trascina per attrito la cinghia, di conseguenza questa sempre per attrito farà girare la puleggia condotta. Le due pulegge girano in senso concorde tra loro e definiamo i due tratti di cinghia come:

- **ramo conduttore** quello che va verso la puleggia motrice;
- **ramo condotto** quello che va verso la puleggia condotta;

Definiamo le forze in figura 2.9: F è la forza periferica da trasmettere, T è lo sforzo nel ramo conduttore, t è lo sforzo nel ramo condotto, da cui definiamo

Condizione di aderenza: per realizzare il moto deve valere, per l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse di rotazione della puleggia motrice

$$T \cdot r_m - F \cdot r_m - t \cdot r_m = 0 \quad \text{ovvero} \quad T - t = F \quad (2.18)$$

Nelle condizioni con angolo di avvolgimento $\alpha = 150$ e coefficienti d'attrito $f = 0.3$ vale che $T = 2t$ da cui la 2.18 diviene $2t - t = F$ ovvero $t = F$

Durante la trasmissione quindi la cinghia nel ramo condotto avrà tensione t pari ad F , mentre quella nel ramo conduttore avrà tensione doppia rispetto a quella del ramo condotto, quindi $2F$. In assenza di moto la tensione su entrambi i rami sarà $t = T = 1.5F$

Nella pratica bisogna fare alcune considerazioni:

- adottiamo una tensione di montaggio per ogni ramo uguale a $2F$
- angolo di avvolgimento $\alpha \geq 150$ che implica le seguenti due condizioni: la distanza tra i due assi definita come interasse I deve valere $I \geq 2 \cdot d_u$; il rapporto tra i diametri $\frac{d_u}{d_m} \leq 6$

Risolvendo il sistema troviamo

$$\begin{cases} T + t = 4F \\ T - t = F \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} T = 2F \\ t = 1.5F \end{cases} \quad (2.19)$$

dove F è la forza da trasmettere.

Per ciò che riguarda il rapporto di trasmissione con slittamenti nulli può essere calcolato con

$$\tau_c = \frac{\Omega_m}{\Omega_u} = \frac{n_m}{n_u} = \frac{d_u}{d_m} \quad (2.20)$$

dobbiamo però tener conto dello spessore s della cinghia da cui

$$\tau_c = \frac{d_u + s}{d_m + s}$$

Nota la potenza da trasmettere e il numero di giri dell'albero motore,

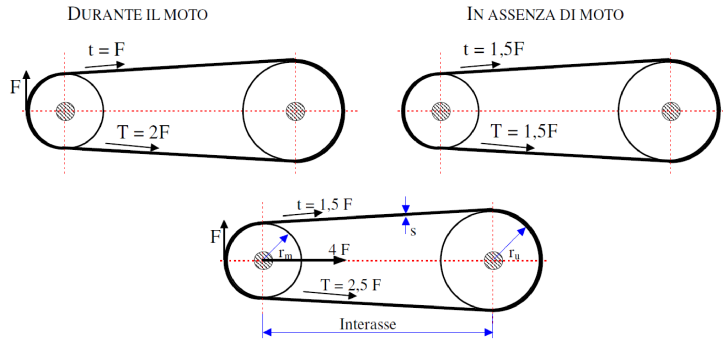


Figura 2.10: Tensioni nella Cinghia

possiamo calcolare la resistenza della cinghia. Calcoliamo il momento per risalire alla forza periferica, (consideriamo la potenza in kW):

$$F = \frac{P}{n_m \cdot r_m} \quad (2.21)$$

Calcoleremo la sezione della cinghia in base allo sforzo massimo, ovvero $T = 2.5F$ sfruttando la formula:

$$A = \frac{T}{s} \quad (2.22)$$

dove $A = L \cdot s$ è l'area della cinghia in mm^2 , k è il carico unitario di sicurezza del materiale in $\frac{N}{mm^2}$ e $T = 2.5 F$ in N .

Consideriamo inoltre che le cinghie, avvolgendosi sulle pulegge sono soggette a forze centrifughe che ne causano una riduzione della tensione con conseguente riduzione dell'aderenza. Si cerca di mantenere velocità periferiche minori di 15 m/s.

Per cinghie con profili trapezoidali bisogna considerare il diverso metodo che la cinghia usa per fare attrito sulla puleggia, da cui il coefficiente f' dovrà essere calcolato secondo:

$$f' = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{s} + f \cdot \cos \frac{\alpha}{2}} \quad (2.23)$$

dove f' si definisce con coefficiente d'attrito fittizio, f è il coefficiente d'attrito visto in precedenza e α è l'angolo delle gole.

Riguardo alla potenza trasmessa, vale la stessa relazione vista per gli ingranaggi 2.10.

2.3.2 Cinghie sincrone o dentate

Per aumentare la coppia massima trasmissibile, come avremo bisogno nel nostro caso, possiamo ricorrere all'utilizzo di cinghie dentate, ovvero dotate di denti lungo la superficie interna della cinghia. Con

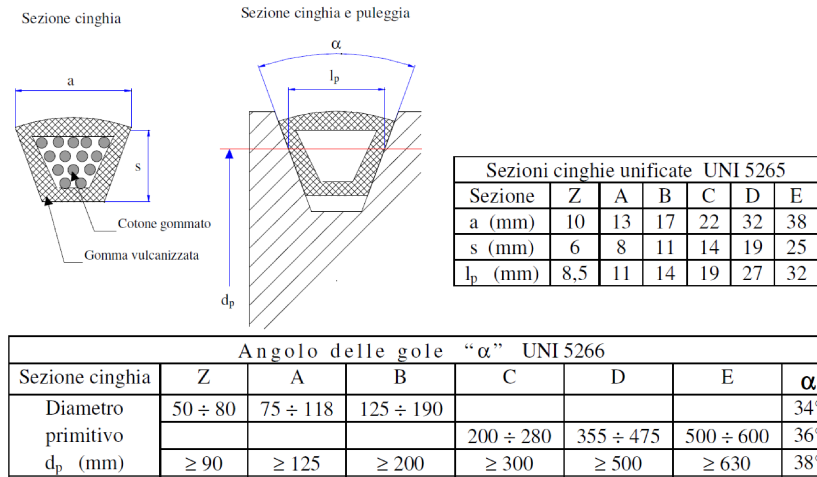


Figura 2.11: Tabelle e Figure cinghia trapezoidale

questa soluzione si impedisce lo scorrimento relativo tra cinghia e puleggia. Questa soluzione è assimilabile ad una catena.

Il rapporto di trasmissione si ricava a partire dal numero di denti delle pulegge, come nel caso dei rotismi. Definiamo con z_1 e z_2 i denti delle due pulegge e con r_1 e r_2 i rispettivi raggi e notiamo che la velocità di ciascun segmento della cinghia sarà uniforme lungo tutta la cinghia da cui:

$$v_1 = \omega_1 \cdot r_1$$

per la puleggia motrice e

$$v_2 = \omega_2 \cdot r_2$$

per la puleggia condotta, da cui uguagliando v_1 e v_2 otteniamo

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2} \quad (2.24)$$

I passi delle due pulegge dovranno essere uguali, in quanto condividono la stessa cinghia da cui:

$$p = \frac{2\pi r_1}{z_1} = \frac{2\pi r_2}{z_2} \quad (2.25)$$

INTRODUZIONE

3.1 FUNZIONAMENTO TEORICO DI UN ELICA

Per capire il motivo per cui si vanno ad applicare le soluzioni di trasmissione che vedremo in seguito, credo sia utile analizzare il funzionamento teorico di un elica.

Dalla terza legge di Newton, sappiamo che se un corpo A agisce su un corpo B con una forza $F_{A,B}$, il corpo B reagisce esercitando una forza $F_{B,A}$ sul corpo A, uguale in modulo e opposta in verso.

Nel caso considerato, questo significa che un dispositivo che accelera il fluido in cui è immerso in una direzione, è soggetto ad una forza nella direzione opposta.

Tale forza è definita come Spinta T .

Considerando un elica che accelera aria di densità ρ e di diametro D_p . Possiamo idealizzare il caso considerato come un tubo di flusso d'aria che passa attraverso il disco generato dall'elica.

Definiamo la velocità dell'aria di fronte all'elica con v_∞ e la velocità di quella dopo l'elica con $v_0 = v_\infty + \Delta v$.

L'elica genera una variazione di pressione tra il fronte e il retro di essa, ciò risucchia l'aria dal fronte e la spinge fuori verso il retro. Dal momento che la massa del flusso d'aria deve essere costante prima e dopo l'elica, il diametro del tubo di flusso che avevamo immaginato prima deve essere maggiore prima dell'elica e minore dopo.

Consideriamo ora il flusso di massa d'aria come derivata della massa dell'aria rispetto al tempo e otteniamo

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\pi}{4} \cdot D_p^2 \cdot \rho \left(v_\infty + \frac{\Delta v}{2} \right) \quad (3.1)$$

dove Δv è l'accelerazione dell'aria fornita dall'elica.

Qui il flusso di massa è scritto come volume d'aria di densità ρ per il tempo, che si muove attraverso il disco dell'elica alla velocità mediana tra quella di ingresso e uscita.

La spinta è il flusso di massa moltiplicato per la differenza di velocità

$$T = \frac{\pi}{4} \cdot D_p^2 \cdot \rho \left(v_\infty + \frac{\Delta v}{2} \right) \cdot \Delta v \quad (3.2)$$

Da questa formula possiamo notare come la spinta T sia direttamente proporzionale al diametro dell'elica D_p (poiché di conseguenza aumenta l'area del disco dell'elica), e anche alla densità del fluido.

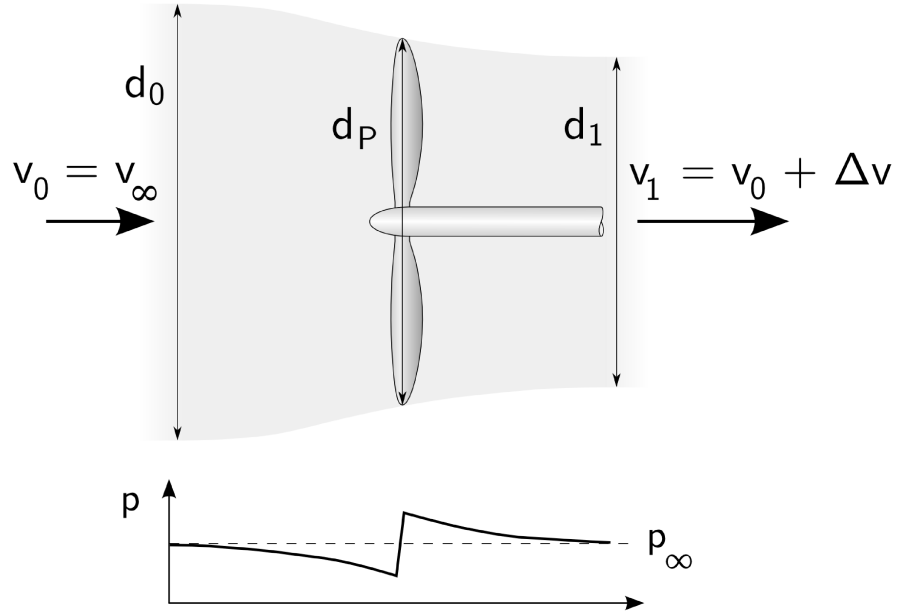


Figura 3.1: Rappresentazione teorica del principio di funzionamento dell'elica

L'accelerazione Δv di un elica dipende dalla velocità v_∞ , quindi possiamo dire che se poniamo un elica di diametro fisso, in un certo fluido ad una certa velocità, allora la spinta dipende solo dall'incremento di velocità Δv .

Può essere utile riportare la definizione di potenza P come *forza per distanza su tempo*, definita come potenza disponibile P_σ secondo

$$P_\sigma = T \cdot v_\infty \quad (3.3)$$

e il rendimento η come *il rapporto tra potenza disponibile e potenza del motore*, ovvero

$$\eta = \frac{P_\sigma}{P_{Motore}} = \frac{T \cdot v_\infty}{P_{Motore}} \quad (3.4)$$

Notiamo come l'ultima espressione del rendimento contenga la velocità v_∞ , ciò significa che l'efficienza si avvicina a 0 quando la velocità dell'aria in arrivo, e quindi di volo, va a 0, poiché la spinta non può diventare infinitamente grande. Questa espressione non è quindi applicabile per il caso di spinta statica.

Ignorando le perdite per rotazione, la potenza assorbita dall'elica può anche essere espressa da

$$P_{Motore} = T \cdot \left(v_\infty + \frac{\Delta v}{2} \right) \quad (3.5)$$

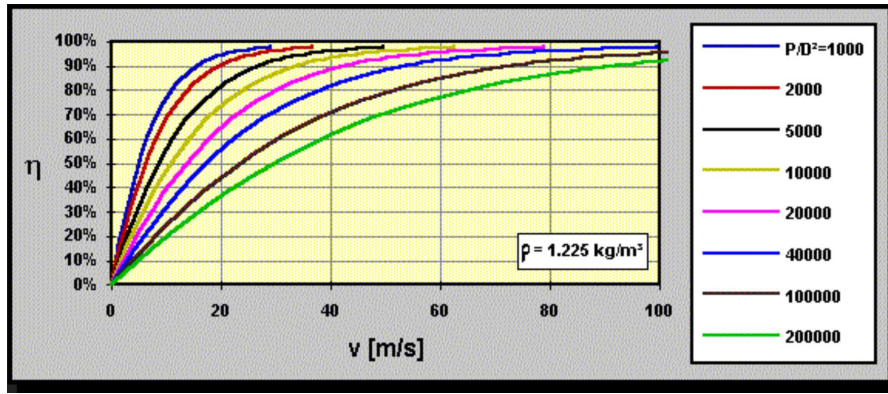


Figura 3.2: Velocità in funzione del rendimento di un elica

che combinata con le equazioni sopra scritte fornisce una relazione tra la velocità e l'efficienza per dato diametro e potenza

$$v_{\infty} = \eta \cdot \left(\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot \rho \cdot D_p^2 \cdot (1 - \eta)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.6)$$

Da queste formule possiamo denotare per una potenza qualsiasi P , è sempre desiderabile usare eliche di diametro D_p maggiore possibile, che può essere limitato da caratteristiche meccaniche (altezza del carrello) o aerodinamiche (numero Mach delle punte, che vedremo in seguito).

E' utile menzionare che aggiungendo pale all'elica si può ridurre il diametro di questa, mantenendo costante la potenza necessaria per far girare l'elica. Vale inoltre che la potenza necessaria per far girare un elica dipende dal numero di pale e il diametro di queste elevato alla 5. Quindi se volessi raddoppiare il diametro dell'elica la potenza richiesta aumenterebbe di un fattore $2^5 = 32$. Definiamo come angolo delle pale H l'angolo che le pale dell'elica generano con il loro piano di rotazione. Vale quindi

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^5$$

per il diametro e

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{B_2}{B_1}$$

per il numero di pale B_1 e B_2 . Tralasciando alcune considerazioni sul rapporto tra diametro e angolo d'attacco delle pale, dopo alcuni passaggi si arriva alla formula:

$$D_2 = D_1 \cdot \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

che ci permette di determinare il diametro equivalente dell'elica nei casi con numero di pale B diverso da 2. Questo è utile perché ci permetterà di capire la scelta di aggiungere pale prima di optare per un meccanismo di riduzione della velocità.

Inoltre l'aggiunta di pale permette la miglior distribuzione della potenza del motore sull'elica per valori elevati di questa come vedremo dopo nei cenni storici.

3.2 TIP MACH NUMBER

Le pale di un elica generano spinta convertendo la coppia fornita dal motore sfruttando lo stesso principio con cui le ali di un aereo generano portanza, ma a differenza delle ali, il flusso dell'aria varia lungo la lunghezza delle pale.

Le condizioni del flusso d'aria lungo qualunque punto delle pale sono una combinazione della velocità dovuta alla rotazione dell'elica, che idealmente è vettorialmente parallela al piano di rotazione dell'elica, che possiamo definire con

$$V_{rot} = 2\pi \cdot r_p \cdot \text{giri/secondo}$$

(variando il raggio r_p per calcolarla nei vari punti della pala), e della velocità dovuta al movimento attraverso l'aria del veivolo, vettorialmente perpendicolare al piano di rotazione dell'elica, che possiamo definire con

$$V_{mov} = \text{airspeed}$$

La velocità effettiva dell'elica sarà il prodotto vettoriale di queste due

$$v_{eff} = \sqrt{v_{rot}^2 + v_{mov}^2} \quad (3.7)$$

Date queste considerazioni è facile vedere come per velocità di rotazione dell'elica elevate si possa arrivare ad ottenere velocità v_{eff} vicine o superiori alla velocità del suono.

Ciò è un problema poiché le prestazioni dell'elica iniziano a deteriorare all'avvicinarsi alla velocità del suono, ed inoltre tali velocità generano onde d'urto vicino alle punte che causano un forte rumore.

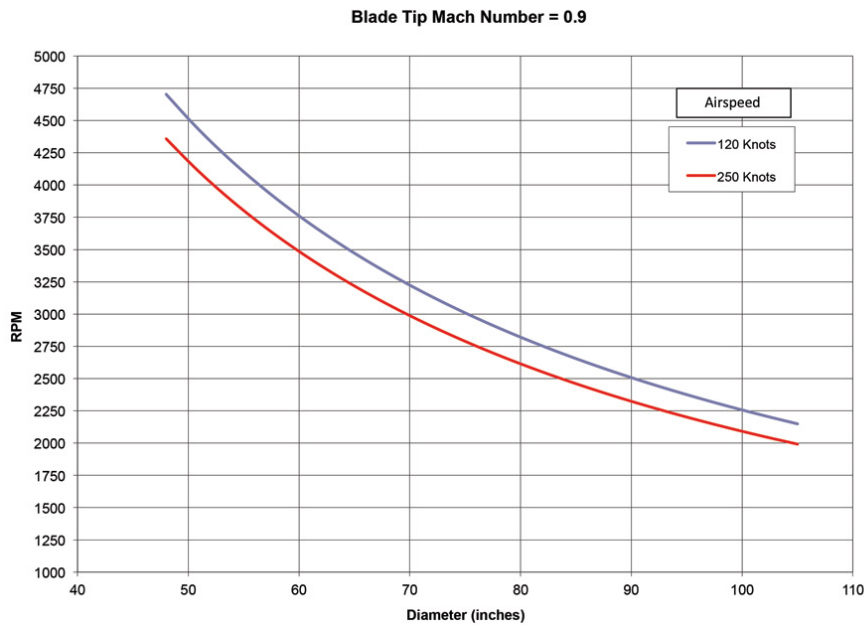


Figura 3.3: Linea rossa = 460 km/h; linea blu = 220 km/h

Dalla figura possiamo vedere come un veivolo nelle stesse condizioni (altitudine, temperatura etc. . .) per mantenere la punta dell'elica al 90% della velocità del suono (Mach number 0.9) all'aumentare della velocità di volo, deve necessariamente ridurre i giri o il diametro dell'elica. Questo vincolo riduce il possibile diametro e la possibile velocità dell'elica all'aumentare della velocità di volo, ed inoltre, nel caso l'elica sia collegata ad un motore a combustione interna, vincola la velocità dell'elica in quanto il motore deve girare alla sua velocità nominale per fornire la potenza nominale, e l'elica nel caso di collegamento diretto girerà alla stessa velocità dell'albero motore.

L'altro problema prima menzionato è quello del rumore. Eliche con le punte che si muovono vicine alla velocità del suono generano onde d'urto, che conseguentemente generano un forte rumore. In alcune applicazioni questo può essere un problema che deve essere tenuto in considerazione.

4.1 LA NECESSITÀ DI TRASMISSIONE

All'inizio del XX° secolo, i primi aerei generavano spinta tramite un elica collegata direttamente al motore, che di conseguenza ruota alla velocità nominale del motore (1200 - 1500 giri per minuto per i motori del periodo). Per queste velocità, il problema delle punte delle pale che superano la velocità del suono non si presenta, difatti considerando un diametro di 3 metri della pala e un motore a 1500 rpm otteniamo

$$v_{punta} = r_{pala} \cdot \omega_{elica} = 1.5 \cdot 157 = 235.5 \text{ m/s}$$

che è chiaramente inferiore alla velocità del suono al livello del mare in condizioni standard per qualunque velocità volo inferiori a 884 km/h, non raggiungibili dai veivoli dell'epoca.

Con gli sviluppi nella costruzione di motori negli anni '20, le velocità di rotazione raggiungibili dai motori aumentò a circa 2000 - 2500 giri per minuto, permettendo a qualunque taglia di motore di fornire potenze molto maggiori.

Conseguentemente, potenze maggiori chiedevano eliche di diametro maggiore, da cui è derivata la necessità di un riduttore di velocità per le eliche.

Nell'immagine 4.1 sono rappresentati alcuni tipi comuni di trasmissione ad ingranaggi. Si potrebbe inizialmente pensare che tutti i motori usino semplici ingranaggi cilindrici, ma gli svantaggi di questo tipo di ingranaggi comportano un alto stress sul carter e sugli ingranaggi stessi in quanto tutta la potenza è trasmessa attraverso un unico dente di contatto.

Inoltre, l'asse dell'elica viene disallineato da quello del motore e questo può comportare una serie di svantaggi tra i quali abbiamo altezza da terra dell'elica, e impedimenti alla visuale del pilota. Nel caso di motori radiali inoltre, tale disallineamento può causare un raffreddamento non uniforme del motore stesso.

I riduttori più complessi hanno svariati vantaggi, per esempio nel ridotto stress sul carter e nel dividere la trasmissione di potenza tra vari pinioni intermedi.

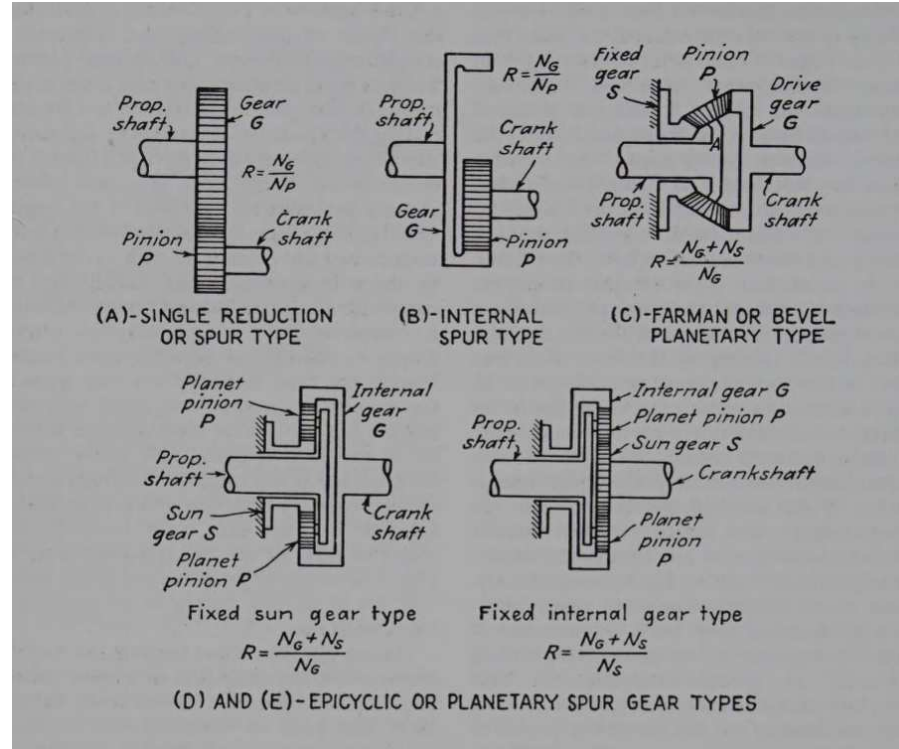


Figura 4.1: Tipi di riduttori di velocità

4.2 ANALISI FUNZIONAMENTO TRASMISSIONE INGRANAGGI

Per l'analisi dei vari riduttori consideriamo un motore Daimler-Benz DB-605A con $P_{nom} = 1250$ kW a 4000 m di altitudine e 2800 giri al minuto (293 rad/s) per svolgere i calcoli riguardanti la trasmissione di potenza e le forze scambiate, usato durante la seconda guerra mondiale in campo aeronautico con riduttori aventi rapporto 1/0.593. Dai datasheet uno degli aerei che montava tale motore aveva un elica con diametro 3 m, quindi prenderemo questo come diametro dell'elica da considerare nei calcoli successivi.

4.2.1 Ingranaggio cilindrico

Considerando l'ingranaggio A in figura 4.1, possiamo notare come l'asse del motore sia connesso al pinione P dotato di z_P denti, mentre l'asse dell'elica è connesso all'ingranaggio più grande G dotato di z_G denti, da cui, riportandoci alla teoria vista precedentemente nei richiami otteniamo:

$$\frac{z_P}{z_G} = \frac{\Omega_G}{\Omega_P} = \tau \quad (4.1)$$

Se ora poniamo opportunamente z_P e z_G possiamo ottenere un τ uguale a $1/0.593$ e dimezzare la velocità dell'elica rispetto al caso senza riduttore. Svolgeremo questo veloce dimensionamento subito dopo aver visto i restanti riduttori. E' importante notare che questa soluzione introduce un disallineamento tra l'asse del motore e l'asse dell'elica, e inoltre, tutta la potenza erogata dal motore è trasmessa tramite un unico dente.

4.2.2 Ingranaggio cilindrico interno

Considerando l'ingranaggio B in figura 4.1, valgono le stesse considerazioni fatte per l'ingranaggio cilindrico, in quanto l'asse del motore è sempre connesso al pinione P dotato di z_P denti, mentre l'asse dell'elica è sempre connesso all'ingranaggio più grande G dotato di z_G denti, con la differenza che in questo caso l'ingranaggio P è in contatto con la corona interna dell'ingranaggio G.

Valgono anche in questo caso le considerazioni fatte per l'ingranaggio cilindrico e l'equazione 4.1, compreso il problema del disallineamento degli assi e della forza trasmessa tramite un unico dente.

4.2.3 Ingranaggio tipo Farman o ad angolo

Considerando l'ingranaggio C in figura 4.1, notiamo come differentemente dai due precedenti, si tratti di un rotismo epicicloidale. Difatti l'asse del motore è collegato ad un ingranaggio G che è in contatto con i satelliti P che hanno assi sghembi rispetto all'asse del motore. Questo permette la disposizione di più ingranaggi in contatto con il solare G, e permette di dividere il carico tra più denti, invece di scambiarlo tutto su un unico dente come nei casi precedenti. I satelliti P ruotano su un solare S, che è fissato a telaio. Il portatreno L va a collegarsi all'asse dell'elica.

Grazie a questa soluzione si può ottenere l'allineamento tra asse dell'elica e asse del motore, inoltre la potenza è trasmessa tramite più denti, pari al numero di satelliti che si hanno nel meccanismo.

In questo caso, per il rapporto di trasmissione possiamo rifarci alla formula di Willis nel caso in cui il primo elemento sia bloccato 2.8, da cui

$$\frac{\Omega_L}{\Omega_G} = \frac{z_G}{z_G + z_G} \quad (4.2)$$

Vale quindi che per ottenere il rapporto di trasmissione desiderato 0.593, possiamo ipotizzare una soluzione con $z_p = 25$ tenendo conto del vincolo fisico $z_g = z_s + 2 \cdot z_p$ da cui si può risolvere il sistema cercando z_G e z_S :

$$\begin{cases} z_G = z_S + 2 \cdot z_P \\ \frac{z_G}{z_G + z_S} = 0.593 \end{cases} \quad (4.3)$$

Tale sistema restituisce un numero di denti $z_S = 110$ e un numero di denti $z_G = 160$.

4.2.4 Ingranaggi epicicloidali a pinione o anello fissi

Considerando l'ingranaggio D in figura 4.1, notiamo come si tratti di un rotismo epicicloidale, dove il solare esterno G sia collegato all'albero motore, il portatreno L dei satelliti P è collegato all'asse dell'elica e il solare S è fissato a telaio. Anche questa soluzione, come quella che segue, permette l'allineamento dei due assi, e inoltre è più compatta rispetto ai semplici rotismi cilindrici.

Dalla formula di Willis, considerando il caso con con ruota 1 bloccata 2.8, vale

$$\frac{\Omega_L}{\Omega_G} = \frac{z_G}{z_G + z_S} \quad (4.4)$$

Ipotizziamo come prima una soluzione con $z_p = 25$, per ottenere sempre il rapporto di riduzione 0.593, tenendo conto del vincolo fisico $z_G = z_S + 2 \cdot z_p$ da cui si può risolvere il sistema cercando z_G e z_S :

$$\begin{cases} z_G = z_S + 2 \cdot z_P \\ \frac{1}{1 + \frac{z_S}{z_G}} = 0.593 \end{cases} \quad (4.5)$$

Tale sistema restituisce un numero di denti uguali a quelli del riduttore C poiché il sistema di equazioni è identico.

Considerando infine l'ingranaggio E in figura 4.1, notiamo come si tratti di un rotismo epicicloidale molto simile al rotismo D, a differenza dell'ingranaggio fissato a telaio, che in questo caso è il solare G, l'albero motore è collegato al solare S, mentre il portatreno L dei satelliti P è collegato all'asse dell'elica. Come osservato prima, questa soluzione permette l'allineamento dei due assi, e inoltre è più compatta rispetto ai semplici rotismi cilindrici.

Dalla formula di Willis, considerando il caso con ruota 3 bloccata 2.9 vale

$$\frac{\Omega_L}{\omega_G} = \frac{z_S}{z_S + z_G} \quad (4.6)$$

Vale quindi che per ottenere il rapporto di trasmissione desiderato 0.593, ovvero $\tau = 1/0.593 = 1.686$ possiamo ipotizzare una soluzione con $z_P = 25$ tenendo conto del vincolo fisico $z_G = z_S + 2 \cdot z_P$ da cui si può risolvere il sistema cercando z_G e z_S :

$$\begin{cases} z_G = z_S + 2 \cdot z_P \\ \frac{z_S}{z_S + z_G} = 0.593 \end{cases} \quad (4.7)$$

Il sistema restituisce un numero di denti z_S negativo, e quindi il riduttore considerato è irrealizzabile fisicamente per τ maggiori di 0.5. Storicamente, il motore preso in considerazione è stato prodotto in Italia con un diverso rapporto di trasmissione, ovvero $\tau_{it} = 0.485$ che soddisfa la condizione del vincolo fisico, da cui risolvendo il sistema che diventa:

$$\begin{cases} z_G = z_S + 2 \cdot z_P \\ \frac{1}{1 + \frac{z_S}{z_G}} = 0.485 \end{cases} \quad (4.8)$$

otteniamo

$$z_S = \frac{2 \cdot z_P}{0.06186} = 808.3 \quad \text{denti}$$

Tale numero di denti è molto elevato, e dato il caso considerato, richiederebbe uno spazio eccessivo rispetto agli altri due epicicloidali appena visti. Questa riduzione è probabilmente rivolta a casi nel quale si vogliano ottenere rapporti di velocità molto inferiori a quello considerato per il caso.

4.3 CALCOLO DELLE FORZE SCAMBIATE

Procediamo ora al calcolo delle forze scambiate.

Per il caso dell'ingranaggio cilindrico A in figura 4.1, usiamo le formule 2.11 e per comodità definiamo $\Omega_m = \Omega_1$ e $\Omega_2 = \Omega_{prop}$

Abbiamo quindi, considerando il motore specificato prima

$$P_m = T_{0m} \cdot \Omega_m \quad \text{quindi} \quad C_m = \frac{P_m}{\Omega_m} = 4266 \quad \text{Nm}$$

Supponiamo ora un passo $p = 30\text{mm}$, un raggio di $r_m = 10\text{cm}$ e otteniamo

$$z_g = \frac{2\pi r_m}{p} = 21$$

Sfruttando le formule 2.14 e considerando un $\theta = 14.5$ calcoliamo R e Q

$$R_m = \frac{C}{r} \cdot \tan \theta = 9888 \quad \text{N}$$

$$Q_m = \frac{C}{r} = 42660 \quad \text{N}$$

da cui ci riconduciamo a

$$F_m = \sqrt{R_m^2 + Q_m^2} = 43791 \quad \text{N}$$

Ricordando che vogliamo ottenere $\tau = 0.593 = \frac{r_m}{r_{prop}}$ otteniamo

$$r_{prop} = \frac{r_m}{\tau} = 0.1686 \quad \text{m}$$

imponiamo la condizione che p deve essere uguale per permettere l'ingranamento tra gli ingranaggi da cui

$$z_{prop} = \frac{2\pi r_{prop}}{p} = 35$$

Sappiamo che le forze trasmesse devono essere uguali in modulo da entrambe le parti, ovvero $F_m = F_{prop}$ da cui possiamo calcolare R e Q dal lato dell'elica.

$$R_{prop} = F_{prop} \cdot \sin \theta = 9888 \quad \text{N}$$

$$Q_{prop} = F_{prop} \cdot \cos \theta = 42660 \quad \text{N}$$

che così calcolate saranno chiaramente uguali a quelle precedenti. Verifichiamo tale risultato calcolando la coppia all'elica utilizzando la formula inversa di Q in 2.14

$$T_{o_{prop}} = Q_{prop} \cdot r_{prop} = 7192.5 \quad \text{Nm} \quad (4.9)$$

Tale calcolo verrà a breve verificato nella 4.10.

4.4 APPLICAZIONE AL CASO DELL'ELICA

Idealmente la potenza si trasmette tramite il riduttore senza perdite, da cui vale:

$$P_m = 1250\text{kW} = \Omega_m \cdot T_{o_m} = \Omega_{prop} \cdot T_{o_{prop}}$$

considerando $\Omega_{prop} = \Omega_m \cdot \tau = 2800 \cdot 0.593 = 1660$ rpm (174 rad/s) per gli ingranaggi A e B di 4.1 e $\Omega_{prop2} = \Omega_m \cdot \tau_2 = 2800 \cdot 0.485 = 1358$ rpm (142 rad/s) per gli ingranaggi C,D e E di 4.1 da cui, abbiamo coppia all'elica pari a

$$\begin{aligned} T_{0prop} &= \frac{P_m}{\Omega_{prop}} = 7183 \quad \text{Nm} \\ T_{0prop2} &= \frac{P_m}{\Omega_{prop2}} = 8803 \quad \text{Nm} \end{aligned} \quad (4.10)$$

(notiamo che T_{0prop} si avvicina molto a quella prima calcolata nella 4.9).

Le pale dell'elica avranno quindi velocità:

$$\begin{aligned} v_{prop} &= \Omega_{prop} \cdot r_{prop} = 261 \quad \text{m/s} \\ v_{prop2} &= \Omega_{prop2} \cdot r_{prop} = 213 \quad \text{m/s} \end{aligned} \quad (4.11)$$

molto inferiore a quella che avrebbe avuto a 2800 rpm, ovvero 439 m/s, che possiamo notare sia già superiore a quella del suono. La velocità dell'elica che si muove nello spazio, ottenuta dalla 3.7, sarà inferiore alla velocità del suono che a 4000 m in condizioni ICAO è di 324 m/s, per velocità di volo inferiori a

$$v_{suono} = \sqrt{v_{prop}^2 + v_{mov}^2}$$

da cui

$$v_{mov} = \sqrt{v_{suono}^2 - v_{prop}^2} = 191 \quad \text{m/s} \quad \text{ovvero} \quad 691 \quad \text{km/h}$$

nel caso 1/0.593 mente avremmo

$$v_{mov2} = \sqrt{v_{suono}^2 - v_{prop2}^2} = 244 \quad \text{m/s} \quad \text{ovvero} \quad 879 \quad \text{km/h}$$

nel caso 1/0.485. Nel caso senza riduttore avremmo avuto risultato negativo sotto radice, proprio perché solamente la rotazione dell'elica a velocità nominale causerebbe il superamento della velocità del suono alle punte di essa.

Possiamo calcolare inoltre, almeno teoricamente, la spinta generata dall'elica riconducendoci al caso teorico. Assumendo un rendimento dell'elica $\eta_{prop} = 0.8$ e prendendo valori di v_{mov} raggiungibili in tutti e tre i casi, ovvero 498 km/h otteniamo dalla 3.4

$$T = \frac{P_m \cdot \eta_{prop}}{v_{mov}} = 7246 \quad \text{N}$$

Notiamo che tale spinta tenderà a zero all'aumentare della velocità di volo, con un andamento riportato in fig 4.2 fino a raggiungere valore nullo oltre il quale diventa l'elica a far girare il motore. Tale valore non è raggiunto nel grafico poiché si incappa prima in limiti strutturali del

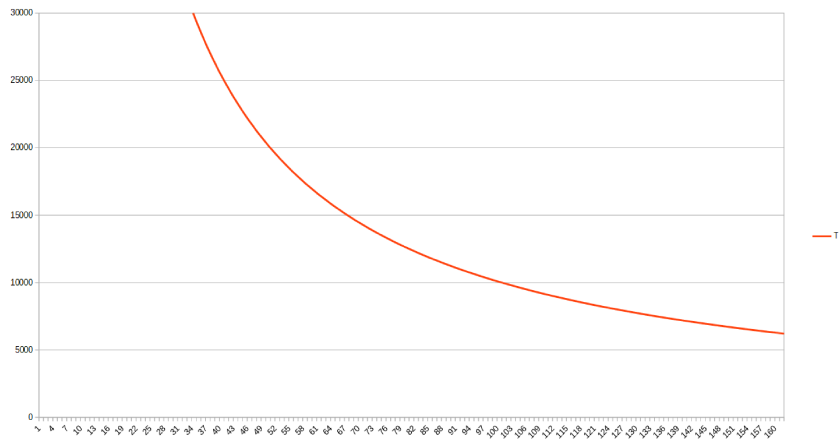


Figura 4.2: Spinta (N) in funzione della velocità di volo (m/s)

veicolo che non andrò qui a trattare.

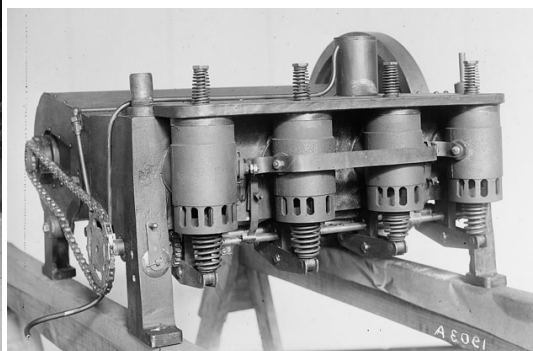
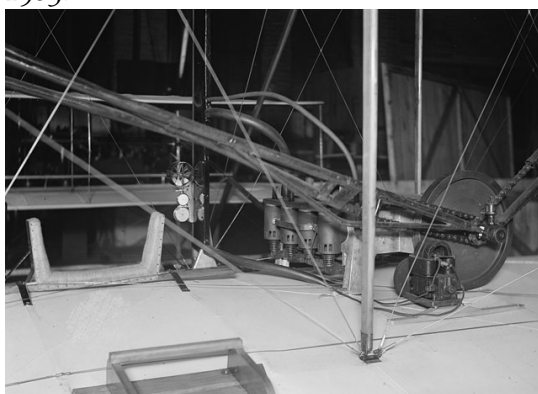
Calcoliamo inoltre l'accelerazione dell'aria causata dall'elica Δv , sempre nel caso $v_{mov} = 498 \text{ km/h}$, sfruttando la 3.5:

$$\Delta v = \left(\frac{P_m}{T} - v_{mov} \right) 2 = 69 \text{ m/s}$$

TRASMISSIONE A CINGHIA

5.1 CENNI STORICI

Uno dei primi, e sicuramente il più famoso esempio di veicolo aereo "Heavier-than-air" che implementava una versione della trasmissione a cinghia è l'aereo dei fratelli Orville e Wilbur Wright, il Wright Flyer, utilizzando una trasmissione a catena ricavata dalla trasmissione a catena usata nelle biciclette per mettere in rotazione le due eliche che generavano propulsione, compiendo il suo primo volo il 17 Dicembre 1903.



A sinistra: la trasmissione del Wright Flyer;

A destra: la ricostruzione del 1928 del motore del Wright Flyer

Si può notare come la trasmissione a catena sia utilizzata per poter disallineare le eliche dal motore, permettendo il posizionamento di esse nella locazione desiderata, lontano dal terreno e dal pilota, che in questo caso doveva collocarsi disteso in una culla apposita che permetteva di curvare le ali e controllare il timone.

Con questa soluzione inoltre, più eliche possono essere collegate ad un singolo motore.

Le soluzioni a cinghia, specialmente quelle dentate, sono diventate popolari solamente a partire dagli anni '60. Per potenze inferiori a 500 hp, e specialmente per motori ultraleggeri moderni, la cinghia dentata larga o cinghia a V-multipla è diventata più comune della trasmissione ad ingranaggi.

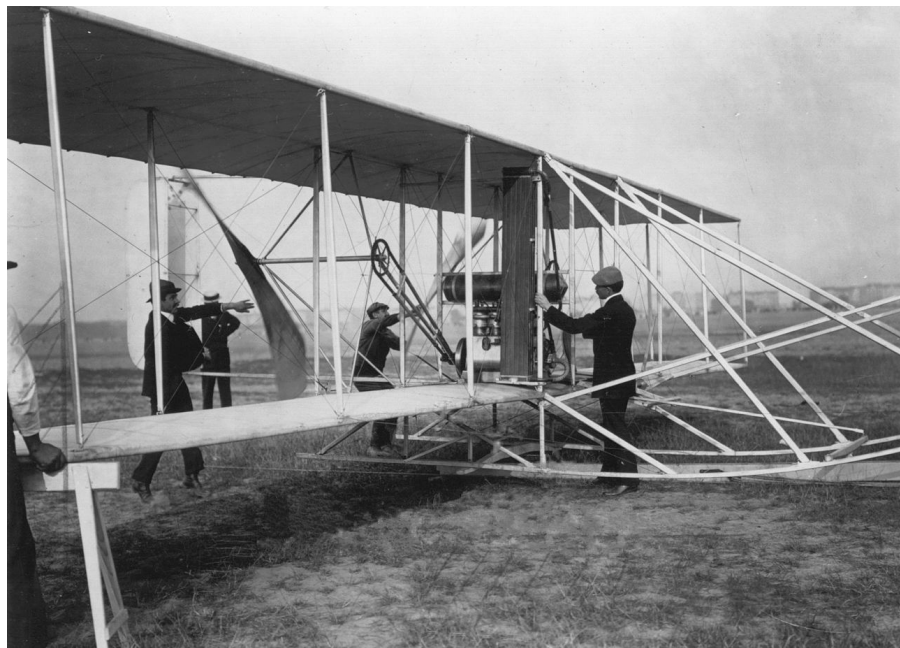


Figura 5.1: Model A, successore del Wright Flyer, nel 1909



Figura 5.2: Esempio Trasmissione Cinghia per applicazioni aeronautiche

5.2 APPLICAZIONE DELLA TRASMISSIONE A CINGHIA AL CASO CONSIDERATO

Ipotizziamo ora di sostituire il riduttore di velocità ad ingranaggi nel caso appena visto con una trasmissione a cinghia.

Innanzitutto, se usiamo una sola cinghia, siamo obbligati a disallineare l'asse dell'elica da quello del motore, che può risultare un problema dato che non disponiamo di spazio illimitato. Ignoriamo momentaneamente questa limitazione, la considereremo successivamente nelle considerazioni finali. Consultando vari cataloghi, ho avuto difficoltà a trovare cinghie adatte al carico che ho preso in considerazione. Una delle cinghie con il maggior carico possibile che ho trovato è quella con la curva rossa in figura 5.3. Facendo riferimento al manuale del costruttore possiamo ipotizzare di usare cinghie sincrone.

Seguiamo il processo per il dimensionamento da cui:

calcoliamo il fattore di servizio, che dipende dal tipo di uso che si farà del meccanismo. Dalla tabella abbiamo un motore a combustione interna a 12 cilindri, quindi classe A, con una categoria di duty cycle maggiore di 16 ore al giorno, poiché garantiamo il servizio continuo. Dalla colonna verticale possiamo scegliere la categoria 5, in quanto il carico sulla cinghia generalmente è costante, dato che la densità dell'aria non varia violentemente durante il volo, ma ci troviamo a dover trasmettere un carico elevato. Otteniamo quindi $F_s = 2.5$ da cui la potenza di progetto P_c sarà uguale a:

$$P_c = P_m \cdot F_s = 3125 \text{ kW} \quad (5.1)$$

Tale valore è appena sotto il limite della curva blu a 2800 rpm, che è la velocità nominale del motore, e ben compreso nella curva rossa. Scegliamo per cui di proseguire con il dimensionamento con la curva 14M.

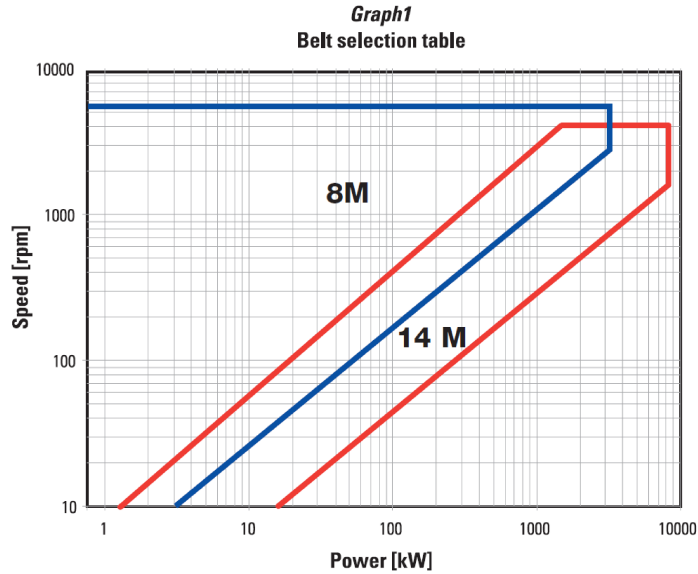


Figura 5.3: Grafico cinghia sincrona

Dal rapporto di trasmissione richiesto $\tau = 0.593$ e dalla tabella 3 per la cinghia con passo 14mm otteniamo:

- numero di denti puleggia motrice (parte motore) $z_1 = 38$
- diametro puleggia motrice $d_1 = 169.34\text{mm}$
- numero di denti puleggia trasportata??? (parte elica) $z_2 = 64$
- diametro puleggia mossa $d_2 = 285.21\text{mm}$

Insieme a queste dimensioni, ci viene fornita una gamma di lunghezze di cinghie che possiamo scegliere, con relativo interasse. Nel nostro caso dobbiamo cercare di ridurre al minimo gli spazi utilizzati, per cui sceglieremo la cinghia più corta disponibile ovvero $L = 2100\text{mm}$ che ci dà di conseguenza un interasse $I = 690.596\text{mm}$.

Seguendo il processo di dimensionamento controlliamo che il seguente rapporto non sia un numero intero, poiché ciò potrebbe ridurre notevolmente la vita della cinghia:

$$\frac{z_{cinghia}}{z_1} = 3.94 \qquad \frac{z_{cinghia}}{z_2} = 2.34$$

Calcoliamo il livello di potenza delle cinghia (actual power rating) P_{ba} usando la formula:

$$P_{ba} = P_b \cdot C_d \cdot K_1$$

dove P_b è la performance base della cinghia in kW, C_d è il fattore di correzione per il numero di denti che ingrana nella puleggia più piccola, quindi quella motrice e K_1 è il fattore correttivo per la lunghezza della cinghia. Trovo P_b e K_1 nelle tabelle mentre calcolo il numero di denti che ingrana z_t da cui trovo C_d con:

$$z_t = \left[0.5 - \left(\frac{4 \cdot p}{79 \cdot l} \right) \cdot (z_2 - z_1) \right] \cdot z_1 = 17.9$$

da cui il fattore $C_d = 1$. Quindi:

$$P_{ba} = P_b \cdot C_d \cdot K_1 = 184.38 \text{ kW} \quad (5.2)$$

Questo valore è necessario per calcolare al prossimo passo la larghezza della cinghia, che viene valutata attraverso il coefficiente C_w

$$C_w = \frac{P_c}{P_{ba}} = 16.98$$

Tale valore non rientra nelle tabelle. Possiamo ipotizzare di dividere il carico tra 5 cinghie da cui $P_{c2} = P_c / 5 = 625$ da cui

$$C_w = \frac{P_{c2}}{P_{ba}} = 3.38$$

che può essere usato per ricavare dalla tabella la lunghezza per le singole cinghie di 125 mm, da cui la larghezza finale sarà $W = 625 \text{ mm}$.

Calcoliamo la tensione statica sulla singola cinghia, tramite la formula

$$F = \frac{500 \cdot P_{m2} \cdot K_m}{v} + m \cdot v^2 = 7487.79 \text{ N} \quad (5.3)$$

dove $K_m = 1.35$ è la classe del motore scelta durante i calcoli iniziali, $v = \frac{d_2 \cdot n_2}{19098} = 24.79 \text{ m/s}$ è la velocità lineare della cinghia, $P_{m2} = 250$ è la potenza nominale del motore divisa fra le varie cinghie e $m = 1.1075 \text{ Kg/m}$ è la massa della cinghia per unità di lunghezza.

A questo punto il funzionamento della trasmissione a cinghia per quello che riguarda l'elica è uguale a quello della trasmissione ad ingranaggi calcolata nel capitolo precedente nel caso riduttore con $\tau = 0.593$, da cui i calcoli avranno risultato uguale:

$$v_{prop} = \Omega_{prop} \cdot r_{prop} = 174 \text{ m/s}$$

$$T_{0prop} = \frac{P_m}{\Omega_{prop}} = 7183 \text{ Nm}$$

$$\Omega_{prop} = \Omega_m \cdot \tau = 2800 \cdot 0.593 = 1660$$

$$v_{mov} = \sqrt{v_{suono}^2 - v_{prop}^2} = 273 \text{ m/s} \quad \text{ovvero} \quad 983 \text{ km/h}$$

$$T = \frac{P_m \cdot \eta}{v_{mov}} = 7246 \text{ N}$$

$$\Delta v = \left(\frac{P_m}{T} - v_{mov} \right) 2 = 69 \text{ m/s}$$

CONFRONTO DELLE DUE SOLUZIONI

6.1 CONSIDERAZIONI FINALI SULLA TRASMISSIONE AD INGRANAGGI

Abbiamo visto nella parte dedicata alle ruote dentate come storicamente esse siano state largamente impiegate nel campo aeronautico e quali fossero le configurazioni più comuni. Dai calcoli svolti abbiamo visto come non tutti i riduttori epicicloidali planetari siano adatti per i rapporti di riduzione inferiori a 0.5, come nel caso del riduttore E in figura 4.1, che probabilmente è realizzato per soluzioni che richiedono rapporti di riduzione molto elevati (caso dei Turboprop). Resta il fatto che le restanti due soluzioni (A e B in fig 4.1) introducono il problema del disallineamento dall'asse del motore. Ora, considerando il caso in fig 6.3 che è uno degli aerei che monta il motore considerato per fare i conti, scopriamo che il motore è collocato in posizione rovesciata, ovvero con i pistoni verso il basso, quindi in questo caso la necessità di mantenere allineato l'asse in realtà non si presenta, anzi è necessario usare il blocco di trasmissione per ricollocare l'uscita del motore in asse con quella dell'elica.

La necessità di mantenere l'elica in asse con il motore si presenta nel caso dei motori radiali, e volendo rapidamente supporre una soluzione alternativa alle soluzioni epicicloidali viste, a possiamo considerare il semplice blocco di trasmissione in figura 6.1 dove tramite l'aggiunta di due ulteriori ingranaggi possiamo riallinearci con l'asse del motore al costo di un maggiore spazio utilizzato rispetto ai rotismi epicicloidali. Se consideriamo un motore con caratteristiche simili a quello di prima, quindi stessa potenza e rpm nominali abbiamo che il blocco di riduzione occuperà uno spazio che dipende dalla grandezza degli ingranaggi. Partiamo dall'equazione 2.1 applicata al nostro caso

$$\tau = \frac{\Omega_{prop}}{\Omega_m} = \frac{\Omega_{prop}}{\Omega_3} \frac{\Omega_3}{\Omega_2} \frac{\Omega_2}{\Omega_m} = 0.593 \quad (6.1)$$

poiché $\Omega_3 = \Omega_2$. Vale

$$\frac{\Omega_{prop}}{\Omega_3} = -\frac{z_3}{z_{prop}} \quad \text{e} \quad \frac{\Omega_2}{\Omega_m} = -\frac{z_m}{z_2}$$

da cui

$$\tau = \frac{z_m \cdot z_2}{z_{prop} \cdot z_3}$$

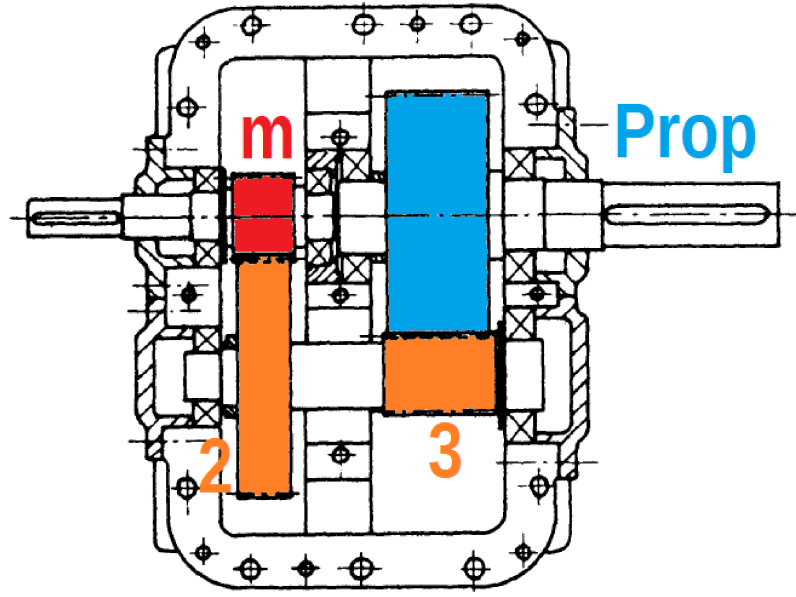


Figura 6.1: Possibile blocco di riduzione ad ingranaggi

Dividiamo la riduzione di velocità in due parti uguali per cui

$$\tau = \tau_{m2} \cdot \tau_{3p} = 0.77006 \cdot 0.77006 = 0.593$$

Ipotizziamo il numero di denti $z_3 = z_m = 20$ da cui

$$z_{prop} = \frac{z_3}{\tau_{3p}} = z_2 = \frac{z_m}{\tau_{m2}} = 25.9 \simeq 26 \quad (6.2)$$

Inseriti nella 6.1 restituiscono proprio il τ cercato. Suppongo ora il passo $p = 30$ mm da cui posso ricavare il raggio delle due primitive in quanto dalla 2.15 vale, perché le due ruote ingranino correttamente

$$p = \frac{2\pi \cdot r_1}{z_1} = \frac{2\pi \cdot r_2}{z_2}$$

da cui

$$r_2 = \frac{p \cdot z_2}{2\pi} = 124 \text{ mm} \quad \text{e} \quad r_m = \frac{p \cdot z_m}{2\pi} = 95.5 \text{ mm} \quad (6.3)$$

Dalla figura 6.1, calcoliamo la lunghezza e l'altezza del blocco di trasmissione. Lo sviluppo in una delle due sarà maggiore dell'altra in quanto gli ingranaggi sono posti su un piano tra loro, supponendo che tale piano sia sulla lunghezza, sommiamo due volte il raggio dell'ingranaggio maggiore (in questo caso prop e 2), l'interasse tra i due ingranaggi ovvero la somma dei raggi delle due primitive, un piccolo spazio tra dente e carter che supponiamo di 2 mm per ambo i

lati, che terrà conto dell'addendum dei rotismi che è circa di 1 mm, e 2 mm d'acciaio di spessore delle pareti del carter, da cui

$$Lx = L_c + L_{gap} + r_{prop} + (r_{prop} + r_3) + r_2 + L_{gap} + L_c = 475.5 \text{ mm} \quad (6.4)$$

Calcoliamo anche l'altezza, considerando solamente il diametro dell'ingranaggio maggiore, i 2 mm di spazio tra ingranaggio e carter e i 2 mm di spessore delle pareti da cui

$$Ly = L_c + L_{gap} + 2 \cdot r_{prop} + L_{gap} + L_c = 256 \text{ mm} \quad (6.5)$$

Tali dimensioni sono molto inferiori a quelle della trasmissione a cinghia appena dimensionata, di conseguenza rendono tale soluzione molto più appropriata all'applicazione presa in considerazione rispetto alla soluzione a cinghia. Resta il fatto che tale soluzione è comunque più ingombrante di un rotismo epicicloidale che svolge la stessa funzione.

6.2 CONSIDERAZIONI FINALI SULLA TRASMISSIONE A CINGHIA

La considerazione principale che va fatta nella sostituzione dell'ingranaggio con la cinghia riguarda lo spazio disponibile, in quanto il motore considerato per i calcoli veniva montato, in alcuni casi, su aerei monoposto come in figura 6.2 che avevano limitazioni sia in peso che in dimensioni. Il blocco di riduzione ipotizzato in definitiva (figura 6.1 ha dimensioni sicuramente minori dell'apparato di trasmissione con cinghia dimensionato nel capitolo precedente, in quanto presentava una larghezza della cinghia $W = 625 \text{ mm}$ che andranno a svilupparsi nella stessa direzione dell'asse del motore, e una distanza di interasse tra le pulegge $I = 690.596 \text{ mm}$, che andrà sommata ai raggi di esse per ottenere lo spazio massimo che occupa il sistema di trasmissione:

$$L_{tot} = I + r_1 + r_2 = 917.87 \text{ mm} \quad (6.6)$$

Ovvero 91.787 cm che devono necessariamente svilupparsi nella direzione perpendicolare all'albero motore. Tale condizione è chiaramente proibitiva nel caso considerato. Per verificare tale affermazione, in assenza delle misure dirette della fusoliera dell'aereo in questione, misurando i pixel dell'immagine 6.2 che è una rappresentazione in scala del veicolo e facendo una semplice proporzione con l'apertura alare troviamo che:

$$\frac{N_{pix_{ali}}}{N_{pix_{fus}}} = \frac{L_{ali}}{L_{fus}}$$

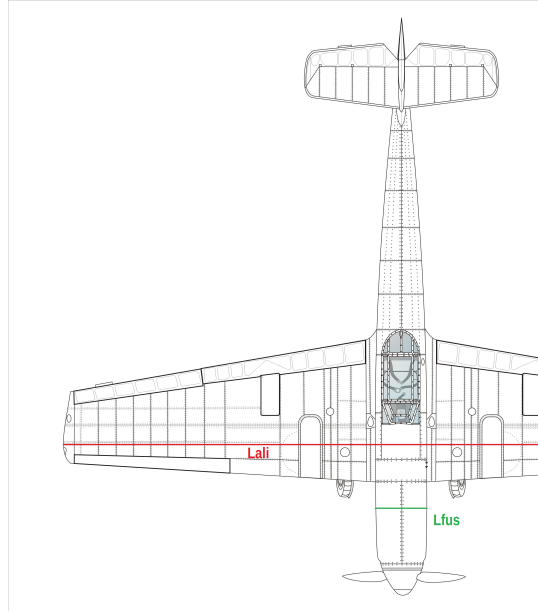


Figura 6.2: Disegno di un Messerschmitt Bf 109 dall'alto

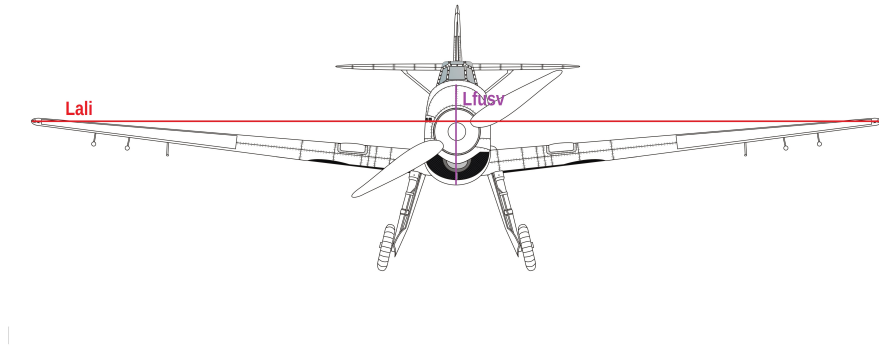


Figura 6.3: Disegno di un Messerschmitt Bf 109 visto frontalmente

da cui

$$L_{fus} = \frac{L_{ali} \cdot Npix_{fus}}{Npix_{ali}} = 0.756m$$

già da questo vediamo che le dimensioni della trasmissione sono maggiori della larghezza orizzontale della fusoliera. Se inoltre consideriamo che l'asse del motore è posto in posizione centrale e non ad uno dei due estremi, avremmo disponibili solamente $L_{disp} = 0.378m$, a conferma delle ipotesi di infattibilità.

Potremmo però supporre di orientare tale trasmissione verticalmente e non orizzontalmente.

Sfruttiamo la rappresentazione 6.3 eseguendo la stessa proporzione di prima ma considerando l'altezza della fusoliera e non più la larghezza

$$\frac{Npix_{ali}}{Npix_{fusv}} = \frac{L_{ali}}{L_{fusv}}$$

otteniamo

$$L_{fus} = \frac{L_{ali} \cdot Npix_{fus}}{Npix_{ali}} = 1.16\text{m}$$

che a prima vista sembrerebbe sufficiente per contenere la trasmissione, ma ricordando che l'asse del motore è posto non al centro ma leggermente verso l'alto, a causa del posizionamento del motore, lo spazio disponibile sarà sicuramente inferiore a L_{tot} necessaria per contenere la trasmissione. Quindi solamente considerando le dimensioni della trasmissione, essa è irrealizzabile per il caso considerato. Inoltre, bisogna tener conto del fatto che la fusoliera ospita altri componenti, quali i serbatoi e i radiatori ad olio o acqua per il raffreddamento del motore. Ciò comporta un'ulteriore limitazione sullo spazio disponibile.

CONCLUSIONI

Possiamo concludere che la trasmissione tramite ruote dentate e tramite organo flessibile, in questo caso cinghie, hanno caratteristiche e principio di funzionamento differenti e per questo motivo trovano applicazioni differenti. In particolare nel caso dell'aviazione, la trasmissione ad ingranaggi ha avuto il suo momento di massimo sviluppo durante il primo dopoguerra e il secondo conflitto mondiale, dove la tecnologia di propulsione dell'epoca, ovvero le eliche, ne richiedeva l'impiego. Essi sono stati preferiti alla trasmissione a cinghia in quanto richiedono minor manutenzione e ha una durata di vita maggiore, al fronte di un costo di produzione più elevato. La trasmissione a cinghia come abbiamo visto, richiede uno spazio maggiore per svolgere la stessa funzione di una trasmissione ad ingranaggi, che nel caso considerato è un fattore di primaria importanza, ed è più indicata nella trasmissione di potenze contenute, generalmente nel campo dell'aviazione sotto i 370 kW (500 CV), negli alianti ed ultraleggeri (fig 7.1). Nel nostro caso, abbiamo sopperito all'insufficienza della cinghia di trasmettere la potenza necessaria ponendone più di una nella stessa trasmissione, ciò ovviamente ha comportato un aumento considerevole delle dimensioni di essa, anche se il fattore determinante per l'infattibilità della soluzione è la distanza L_{tot} calcolata in 6.6 . Indico per completezza le varie differenze viste nei casi considerati nelle tabelle sottostanti

Caratteristica	Ruote dentate cilindriche	Cinghie piane
V periferiche massime (m/s)	20 (30)	3-50 (150)
Rendimento	0.96-0.98	0.96-0.98
Dipendenza della potenza trasmessa dalla velocità	no	si
Rapporti di trasmissione massimi	6 (10)	6 (8)
Necessità di un dispositivo di messa in tensione	no	si
Carico sui cuscinetti	modesto	elevato
Necessità di parallelismo tra gli alberi	molto elevata	modesta
Necessità di interassi precisi	molto elevata	modesta
Presenza di slittamenti	no	si
Costanza nel rapporto di trasmissione	eccellente	modesta
Capacità di smorzare le vibrazioni	nessuna	buona
Capacità di fungere da limitatore di sovraccarico	no	si
Rumorosità della trasmissione	media	modesta
Necessità di lubrificazione	si	no
Ingombro della trasmissione	modesto	elevato
Costo di fabbricazione ed installazione	elevato	modesto
Costo di manutenzione ordinaria	elevato	modesto
Vita	elevata	modesta

Tabella 7.1: Differenze negli organi per la trasmissione del moto

Caratteristica	Cinghie Trapezoidali	Cinghie dentate
Velocità periferiche massime	2-30 (40)	0.5-60 (100)
Rendimento	0.9-0.98	0.95-0.97
Dipendenza della potenza trasmessa dalla velocità	si	si
Rapporti di trasmissione massimi	6 (10)	6 (10)
Necessità di un dispositivo di messa in tensione	si	si
Carico sui cuscinetti	elevato	modesto
Necessità di parallelismo tra gli alberi	modesta	modesta
Necessità di interassi precisi	modesta	modesta
Presenza di slittamenti	si	no
Costanza nel rapporto di trasmissione	modesta	buona
Capacità di smorzare le vibrazioni	buona	buona
Capacità di fungere da limitatore di sovraccarico	si	no
Rumorosità della trasmissione	modesta	modesta
Necessità di lubrificazione	no	no
Ingombro della trasmissione	elevato	medio
Costo di fabbricazione ed installazione	medio	medio
Costo di manutenzione ordinaria	modesto	medio
Vita	modesta	modesta

Tabella 7.2: Differenze negli organi per la trasmissione del moto

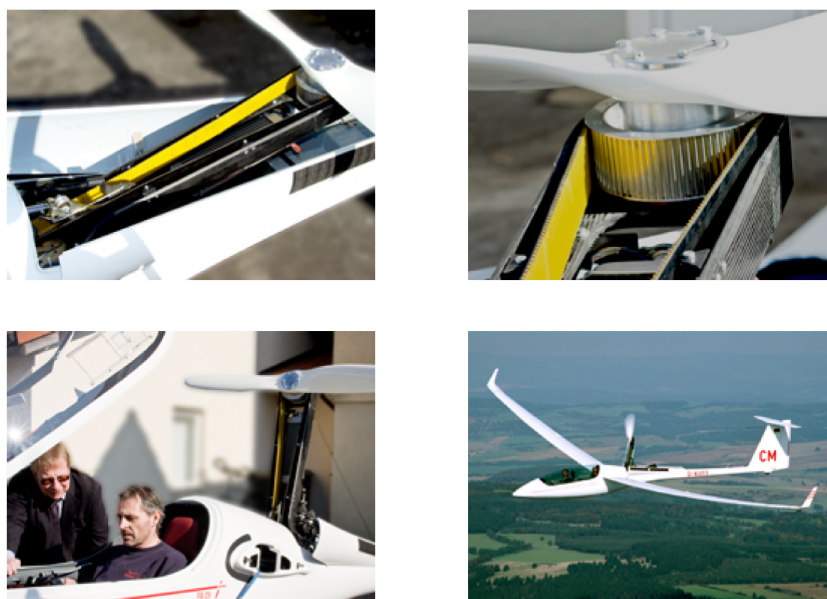


Figura 7.1: Trasmissione a cinghia applicata all'aliante EB29

BIBLIOGRAFIA

- [1] Gunston B., The development of piston aero engines: From the Wrights to microlights ; a century of evolution and still a power to be reckoned with, (2001).
- [2] Boscariol P., Appunti dalle lezioni di Meccanica Applicata alle macchine, (2022).
- [3] Funaioli E., Maggiore A., Meneghetti U., Lezioni di meccanica applicata alle macchine, (1987).
- [4] Hepperle M., [How a propeller works](#).
- [5] Megadyne, [Catalogo cinghie dentate Isoran Platinum](#).
- [6] Waifan B., [Prop Blade Mach](#).
- [7] Wikipedia, [Propeller speed reduction unit](#).