



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE DII**

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

MODELLO DI BILANCIAMENTO DI UNA LINEA DI  
ASSEMBLAGGIO FLESSIBILE MIXED MODEL CON  
FEEDERE LINES

*Relatore: Prof. Maurizio Faccio*

*Laureando: John N. S. E. Sawires 1219533*

ANNO ACCADEMICO 2021/2022



*A mio padre Nasry*



## Contents

Premessa .....	8
Introduzione dell'assemblaggio .....	10
1.1 Generalità .....	10
1.2 Definizione del problema della linea di assemblaggio .....	11
1.3 Classificazione dei problemi di bilanciamento della linea di assemblaggio ...	12
1.4 Layout del sistema produttivo .....	19
1.5 Il semplice problema del bilanciamento della linea di montaggio (SALBP) ...	21
1.5.1 Il problema di fattibilità SALBP-F .....	21
1.6 Il problema di bilanciamento della linea di montaggio del mixed-model (MALBP) .....	26
Letteratura .....	29
2.1 Introduzione .....	29
2.2 Revisione della letteratura .....	30
2.3 Il rischio ergonomico in una catena di montaggio mixed model .....	33
2.4 Approcci per l'ottimizzazione delle linee di assemblaggio .....	35
2.4.1 Metodi Euristici .....	36
2.4.2 Metodo di programmazione lineare .....	42
Il modello matematico .....	45
3.1 Introduzione .....	45
3.2 Formulazione del problema .....	46
3.3 La procedura di bilanciamento delle linee di alimentazione principale integrata .....	51
<i>Step 1: Linea Principale</i> .....	53
<i>Step 2: linee di alimentazione</i> .....	54
<i>Step 3: Linee di alimentazione principale</i> .....	57
Caso studio .....	61
4.1 Garbin Group .....	61
4.2 Bilanciamento della linea di assemblaggio .....	62

<b>4.2.1 Bilanciamento della linea principale .....</b>	<b>67</b>
<b>4.2.2 Bilanciamento delle linee di alimentazione .....</b>	<b>68</b>
<b>4.2.3 Controllo del bilanciamento per ciascun modello .....</b>	<b>72</b>
<b>Conclusioni .....</b>	<b>75</b>
<b>Riferimenti .....</b>	<b>77</b>



# Premessa

La linea di assemblaggio è introdotta da Henry Ford nel 1913, con lo scopo di contenere i prezzi dei beni prodotti, attraverso la riduzione dei tempi di lavorazione e l'introduzione della catena di montaggio. La Ford T, auto semplice ed economica, è stata la prima ad essere prodotta su grande scala nel 1908.

Il termine assemblaggio deriva dalla parola inglese "to assemble" che significa "mettere insieme", "unire". Le linee di assemblaggio consentono di produrre prodotti finiti molto più velocemente e con meno manodopera rispetto alle postazioni di lavoro tradizionali nelle quali i lavoratori trasportano le parti in un posto fisso per l'assemblaggio delle stesse.

In letteratura esistono tre tipi di linee di assemblaggio:

- Single model lines
- Multi model lines
- Mixed model lines

In questa tesi verrà dato ampio spazio alle linee di assemblaggio mixed model, affrontando i problemi di bilanciamento di queste linee e cercando di trovare una soluzione tramite lo studio e l'analisi degli articoli e della letteratura di settore dove sono stati affrontati nel corso del tempo i problemi relativi alle catene di montaggio. Verranno anche illustrati vari approcci per l'ottimizzazione delle linee di assemblaggio sempre grazie allo studio degli autori che si sono occupati della problematica in questione.

Successivamente verrà studiata una procedura di bilanciamento della linea di assemblaggio mixed-model (MALBP) in presenza di più linee di alimentazione. Diversi elementi caratterizzano il MALBP, come layout, tipo di obiettivo, numero di modelli, tempi di elaborazione stocastici o deterministici, presenza di buffer, ecc.

Nelle realtà produttive attuali le linee di assemblaggio hanno spesso una o più linee di alimentazione che confluiscono in una linea principale. Un possibile approccio per configurare un tale sistema di assemblaggio consiste nel bilanciare in un primo momento la linea principale, e successivamente utilizzare il tempo di ciclo recuperato per bilanciare separatamente ciascuna linea di alimentazione.

Si rende allora necessaria una procedura matematica in grado di aiutare i tecnici di produzione a gestire un approccio integrato ed efficace alle linee principali e di alimentazione. A causa della sua complessità, questo problema viene solitamente



risolto trasformando un sistema a modello misto in un problema di bilanciamento della linea a modello singolo (SALBP), creando un “modello medio virtuale” rappresentativo dell'intero mix.

Infine il modello trovato verrà applicato nella realtà aziendale in un caso studio fatto in Garbin Group, un'azienda che produce macchine per movimento terra, per studiare il bilanciamento della linea di assemblaggio di quattro prodotti, da inserire nel nuovo stabilimento.

# Introduzione dell'assemblaggio

## 1.1 Generalità

Il termine assemblaggio deriva dall'inglese "to assemble" con il significato di mettere insieme, unire.

Le linee di assemblaggio sono speciali processi di produzione di tipo flow-line largamente utilizzati quando è necessario produrre grossi volumi di prodotti fortemente standardizzati. I prodotti sono caratterizzati da una distinta base più o meno complessa, che richiede una corretta gestione dell'approvvigionamento dei componenti. Le operazioni previste possono essere svolte mediante sistemi automatici o mediante attività manuale.

Come definito da Scholl e Becker (2006), le linee di assemblaggio sono sistemi di produzione orientanti al flusso che sono ancora tipici nella produzione industriale di prodotti standardizzati in quantità elevate e acquisiscono importanza anche nella produzione a basso volume di prodotti personalizzati.

Essenzialmente, una linea di assemblaggio è un processo produttivo in cui un semilavorato di assemblaggio viene spostato lungo una serie di stazioni di lavoro. In ciascuna stazione di lavoro viene eseguita una sequenza di attività su quello prodotto come l'avviamento, l'aggiunta di parti, la saldatura... fino al completamento del prodotto di assemblaggio finale.

Le linee di assemblaggio consentono di produrre prodotti finiti molto più velocemente e con meno manodopera rispetto al fatto che i lavoratori trasportano le parti in un posto fisso per l'assemblaggio.

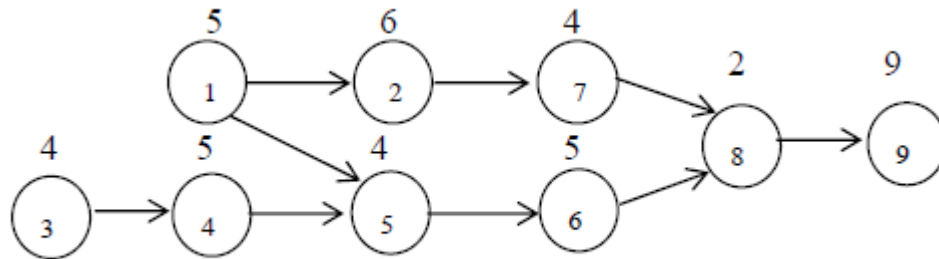
Sistemi di produzione di linea di assemblaggio sono presenti in diversi ambienti industriali e utilizzati per la produzione di grande varietà di prodotti. Specialmente, sono utilizzati per produrre "consumer goods" come automobili, elettrodomestici, televisori, computers, apparecchiature elettriche.

Pertanto, quando si implementa o si riconfigura una catena di montaggio, sorge un problema decisionale: the assembly line balancing problem (ALBP). In breve, l'ALBP riguarda la distribuzione ottimale del carico di lavoro totale necessario per realizzare un prodotto tra le stazioni di lavoro lungo una catena di montaggio rispetto ad alcuni obiettivi.

## 1.2 Definizione del problema della linea di assemblaggio

Una linea di assemblaggio consiste nella assegnazione dei task  $V=\{1,\dots,n\}$  alle giuste stazioni  $K = 1, \dots, m$  della linea in modo tale da soddisfare tutti i vincoli presenti massimizzando l'utilizzo degli operatori. L'esecuzione di un task  $j$  richiede un task time  $t_j$  e richiede determinate attrezzature di macchine e/o abilità dei lavoratori. Il carico di lavoro totale necessario per assemblare un pezzo è misurato dalla somma dei task time  $\sum t$ . Questi elementi possono essere riassunti dal diagramma di precedenza.

Il metodo del Diagramma di precedenza (PDM – Precedence Diagramming Method) è una rappresentazione grafica del reticolo di progetto che mostra le dipendenze tra le varie attività che compongono un progetto. È costituito da un insieme di nodi che costituiscono i task, pesi dei nodi per i tempi dei task, archi diretti e percorsi per i vincoli di precedenza indiretti.



**Figura 1.1.** Precedence diagram

La figura sopra mostra un diagramma di precedenza con  $n=9$  tasks avendo tempi dei task tra 2-9 in unità di tempo.

Un equilibrio di linea fattibile, ovvero un'assegnazione di compiti alle stazioni deve garantire che nessun rapporto di precedenza venga violato. L'insieme  $S_K$  dei task assegnati a una stazione  $K$  costituisce il suo carico di stazione, il tempo dei task accumulato  $t(S_K) = \sum_{j \in S_K} t_j$  viene chiamato tempo della stazione. Quando viene fornito un tempo di ciclo fisso  $c$  (paced line), un equilibrio di linea è possibile solo se il tempo di stazione di nessuna delle stazioni supera  $c$ . In caso di  $t(S_K) < C$ , la stazione  $K$  ha un tempo di inattività (idle time) di  $C - t(S_K)$  unità di tempo in ogni ciclo. Per esempio nella figura 1.1, un possibile equilibrio di linea con tempo di ciclo  $C = 11$  e

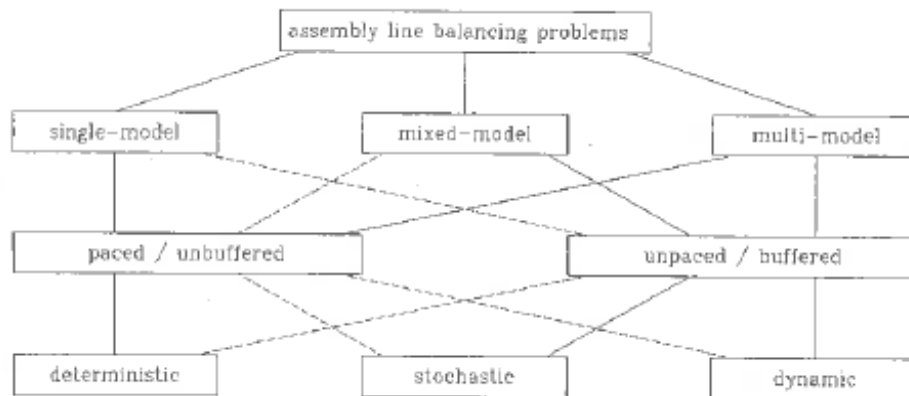
numero di stazioni,  $m = 5$  stazioni è dato dai carichi delle stazioni,  $S_1=\{1,3\}$ ,  $S_2=\{2,4\}$ ,  $S_3=\{5,6\}$ ,  $S_4=\{7,8\}$ ,  $S_5=\{9\}$ . Come solito lo scopo è di massimizzare l'uso della linea che è misurato dall'efficienza della linea  $E$  come la frazione produttiva del tempo di funzionamento totale della linea e dipende direttamente dal tempo di ciclo  $C$  e dal numero di stazione  $m$ . Nella maggior parte dei casi semplici, l'efficienza della linea è definita come segue:

$$E = \sum t / (m \cdot c) \quad (3.1)$$

### 1.3 Classificazione dei problemi di bilanciamento della linea di assemblaggio

Sistemi di produzione di linea di assemblaggio sono presenti in diversi ambienti industriali e utilizzati per la produzione di grande varietà di prodotti. Specialmente, sono utilizzati per produrre "consumer goods" come automobili, elettrodomestici, televisori, computers, apparecchiature elettriche.

La figura 1.2 illustra le caratteristiche principali dei problemi di bilanciamento della linea di assemblaggio considerati nella letteratura e le loro relazioni. Mentre le linee continue indicano che una particolare combinazione di caratteristiche è tipica, le linee spezzate indicano che è insolita.



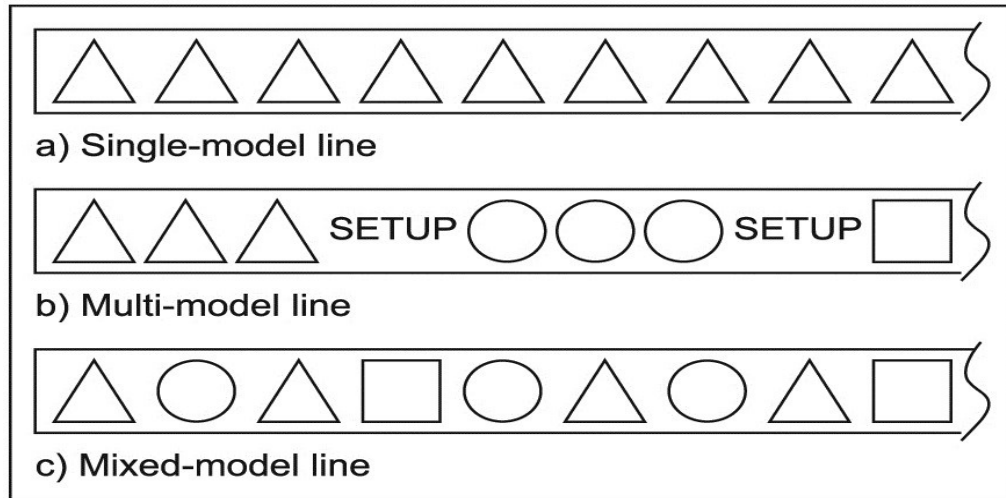
**Figura 1.2.** Classificazione dei problemi di bilanciamento della linea di montaggio

Il numero di diversi prodotti assemblati nella stessa linea è una caratteristica importante dei problemi di bilanciamento della linea di assemblaggio. In letteratura esistono tre tipi di linee di assemblaggio:

**Single-Model Lines.** Un prodotto omogeneo è continuamente prodotto in grandi quantità (produzione di massa). Tutte le stazioni devono ripetitivamente eseguire gli stessi task su pezzi identici. Il carico di lavoro di tutte le stazioni rimane costante nel tempo.

**Multi-Model Lines.** Diversi (simili) modelli vengono realizzati su una o diverse linee di assemblaggio. A causa di differenze significative nei processi di produzione, sono richieste riordinamenti delle attrezzature della linea quando cambia il modello. Pertanto, i modelli vengono assemblati in lotti separati in ordine per minimizzare le inefficienze del set-up. Mentre i costi del set-up vengono ridotti aumentando le dimensioni dei lotti, i costi di inventario viene aumentato. Contemporaneamente, i lotti di prodotto devono essere programmati in tempo.

**Mixed-Model Lines.** diversi modelli di un prodotto di base vengono realizzati sulla stessa linea. Il processo di produzione dei modelli è abbastanza simile, perché i modelli differiscono dal prodotto base solo per alcuni attributi e caratteristiche opzionali. Di conseguenza, lo stesso insieme di operazioni di base è necessario per produrre ciascuno dei modelli. A causa della similarità del processo di produzione, nessuna oppure poche attività di set-up da verificare quando si cambia da un modello all'altro.

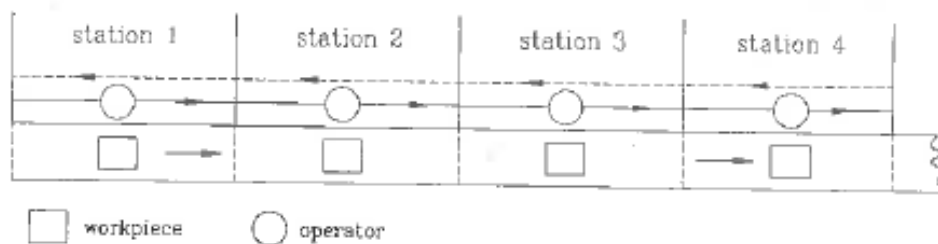


*Figura 1.3. line di assemblaggio per prodotti singoli e multipli*

La figura 1.3 mostra i diversi tipi di linea. Si noti che il tempo produttivo è ridotto dai tempi di set-up nel caso delle linee multi-model.

Un sistema di produzione flow-line è costituita da un sottosistema operativo e da un sottosistema di movimentazione dei materiali. Quest'ultimo collega la stazione che realizza il sottosistema operativo e decide il modo in cui il materiale fluisce lungo la linea.

**Paced Lines.** Un'attrezzatura meccanica per la movimentazione dei materiali, come un trasportatore o un veicolo a guida automatizzata, consente il movimenti dei prodotti tra le stazione con un tempo fisso. In alcuni casi i pezzi vengono spostati attraverso le stazioni a velocità costante, in altri casi passano da una stazione all'altra in modo intermettente, trascorso il tempo ciclo. In entrambi i casi, tutte le stazioni hanno a disposizione la stessa quantità di tempo (tempo di ciclo) per eseguire i task assegnati su tutti i pezzi.



*Figura 1.4. Layout di una linea di assemblaggio paced*

La figura 1.4 mostra una linea di assemblaggio con un nastro trasportatore in movimento continuo. I pezzi sono equi-spaziati sul nastro. Mentre il pezzo passa una stazione, l'operatore si muove in linea con essa, esegue il suo lavoro, e torna all'inizio della sua stazione. Nel caso di movimento intermittente del materiale, i pezzi rimangono nelle stazioni e vengono trasmessi contemporaneamente alle stazioni successive dopo essere elaborati. Per non avere tardi significativi di trasporto, il movimento del materiale deve essere molto veloce, oppure alcuni pezzi devono essere disponibili sul sistema di movimentazione dei materiali tra le stazioni. Allora tale sistema finge da buffer limitato.

**Unpaced Lines.** La caratteristica principale dei sistemi di assemblaggio unpaced è che diversi buffer sono posizionati tra le stazioni per disaccoppiarli quando si verificano differenze locali nei tempi di funzionamento delle stazioni. Le cause principali di questi squilibri sono tipicamente le caratteristiche stocastiche delle operazioni manuali, la differenza di prodotti assemblati contemporaneamente nella stessa linea, i guasti delle stazioni, ecc. In genere, il buffer permette di stoccare temporaneamente alcuni pezzi, in uno spazio ristretto tra le stazioni, per evitare due problemi principali: il blocco e lo starving.

Nel primo caso, una stazione può mettere il suo prodotto nel buffer perché la stazione successiva sta lavorando sul pezzo precedente. Come accennato sopra, se il buffer è pieno, la prima stazione può essere bloccata ed è inattiva fino a quando la stazione successiva non preleva un prodotto dal buffer intermedio e la stazione è in grado di scaricare il pezzo finito.

Al contrario, lo starving si verifica quando una stazione non può svolgere le sue operazioni perché non c'è prodotto disponibile nel buffer di input, a causa ad esempio di un guasto o della minore produttività delle stazioni precedenti.

I buffer sono generalmente necessari per integrare diversi tipi di sistemi di assemblaggio che funzionano a diversi profili di velocità di produzione, ad esempio sistemi multi-turni o circolari utilizzati per sottoassemblare componenti per sistemi di linea tradizionali.

È importante capire quanti pezzi possono contenere i buffer e dove devono essere posizionati per ottimizzare la funzione di costo totale, che è un tradizionale problema di compromesso tra inventario e costi di tempo morto.

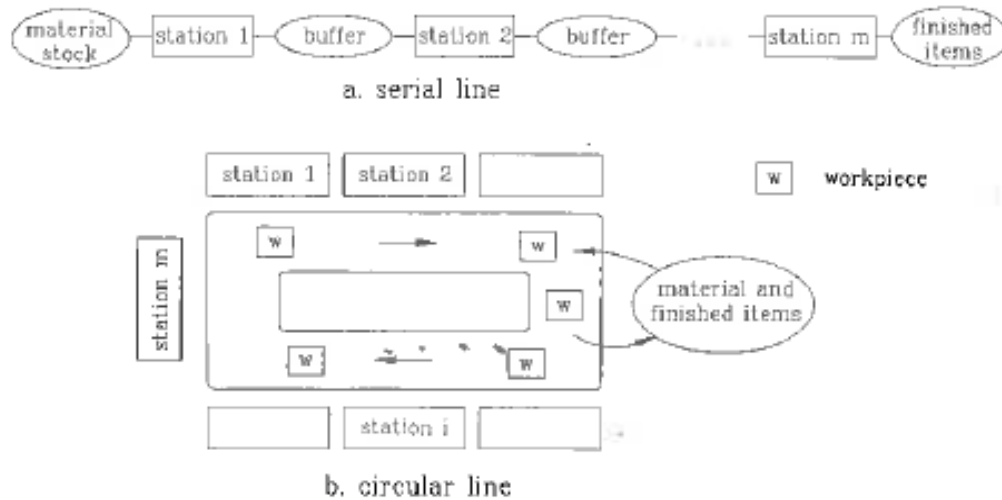


Figura 1.5. Diversi layout di linee unpaced

La figura 1.5 illustra un'alternativa di una linea unpaced. Qui, l'attrezzatura per la movimentazione dei materiali, che è un nastro circolare, funge da buffer comune per tutte le stazioni. Mentre i pezzi circolano costantemente, gli operatori prendono uno degli oggetti in transito non appena hanno terminato il loro lavoro sull'unità corrente e lo hanno rilasciato sul nastro. Ovviamente, un tale layout è praticabile solo in piccoli sistemi con stazioni manuali. Inoltre, è difficile identificare i pezzi che sono già stati o devono ancora essere lavorati in una stazione.

Le posizioni e le dimensioni del buffer influenzano direttamente la velocità di produzione del tempo. Nell'assenza dei buffer, guasti della stazione possono interrompere l'intera linea se non sono disponibili attrezzature alternative (cf. Davis (1966), Buzacott (1967, 1968), Suhail (1983), Baker et al. (1990)), mentre grandi buffer disaccoppiano quasi completamente le stazioni.

Un compromesso tra costi di tempo morto e costi relativi all'inventario stabilisce il problema decisionale del dimensionamento delle dimensioni del buffer. La figura 1.6 mostra le tendenze opposte dei costi di tempo morto e dei costi di inventario per diverse dimensioni del buffer, oltre la funzione risultante del costo totale in linea di principio. Nelle situazioni del mondo reale è molto difficile specificare il costo del tempo morto che può rappresentare sanzioni commerciali o vendite perse.



Insieme alle dimensioni del buffer devono essere determinati il numero e le posizioni dei buffer.

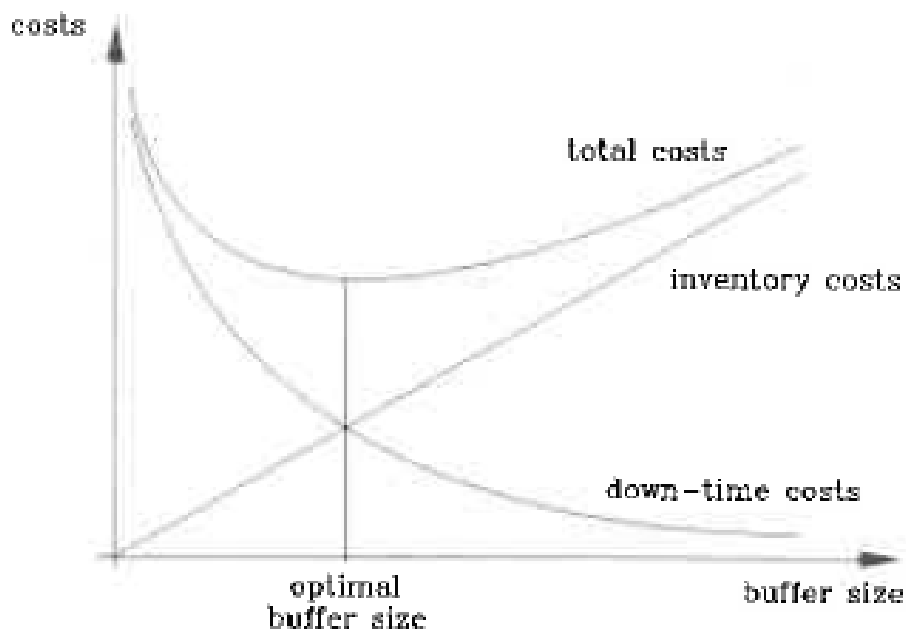


Figura 1.6. Influenza delle dimensioni del buffer sui costi

Le linee mixed-model sono spesso unpaced, anche nel caso di un nastro trasportatore in costante movimento, perché i tempi di stazione solitamente variano con il modello. Quindi i buffer possono essere utilizzati per bilanciare temporaneamente forniture e richieste di capacità diverse. Infatti, il nastro trasportatore stesso funge da buffer se le lunghezze delle stazioni sono maggiori della distanza dei pezzi sul nastro. Diversi pezzi sono accessibili contemporaneamente alle stazioni e il tempo di tolleranza supera il tempo ciclo.

Oltre all'effetto di disaccoppiamento delle stazioni, i buffer consentono il risequenziamento dei pezzi, i pezzi possono lasciare i buffer in un ordine diverso da quello in cui sono entrati. Questo può aiutare a ridurre le inefficienze dipendenti dalla sequenza nelle linee mixed model. I buffer possono essere utilizzati per estrarre le parti difettose senza fermare la linea per una riparazione in linea. Le parti vengono riparate in una stazione di riparazione separata e successivamente restituite al buffer.

La variabilità dei tempi di funzionamento dipende dalla natura dei compiti e dagli operatori, i tempi di funzionamento possono variare più o meno, mentre la varianza dei tempi di funzionamento dovrebbe essere molto piccola per compiti semplici, operazioni

complesse e guasti sensibili possono avere tempi di esecuzione notevolmente variabili. Soprattutto in caso di lavoro umano, i tempi dei task sono soggetti a fattori di influenza fisica, psicologica o sociale.

**Deterministic Operation Times.** La maggior parte dei modelli di bilanciamento della linea di assemblaggio si basano sui tempi operativi deterministici fissi. Questa ipotesi è giustificata ogni volta che la variabilità del tempo previsto del task è sufficientemente piccola. Per avere tempi di lavoro pressoché costanti in un sistema di linea di assemblaggio che utilizza principalmente il lavoro umano, il metodo di produzione deve essere sofisticato e robusto mentre gli operatori devono essere altamente qualificati e motivati. La tecnologia di produzione avanzata riduce la variabilità del tempo dei task grazie a una maggiore automazione.

**Stochastic Operation Times.** In caso di lavoro umano, variazioni significativi dei tempi dei task possono influenzare notevolmente le prestazioni del sistema. I tempi di funzionamento dipendono dalle competenze e dalla motivazione dei lavoratori impiegati, dal loro indice di lavoro attuale e da altri fattori. Tempi di funzionamento eccessivi provocano inefficienze come lo starving delle stazioni successive o il blocco di quelle precedenti nel sistema unpaced. In caso di linea di assemblaggio paced, i pezzi non possono essere lavorati completamente ogni volta che il tempo di stazione supera il tempo ciclo.

Anche se i tempi dei task sono costanti nel sistema di produzione flow-line automatizzata, gli indici di produzione variabili delle stazioni possono derivare da guasti della macchina. Mentre i guasti provocano l'arresto dell'intera linea nel sistema paced, i buffer di un sistema unpaced consentono che nelle stazioni precedenti e successive la produzione continui fino a quando si verifica il blocco e lo starving, rispettivamente. Al fine di incorporare i guasti della macchina in un modello di bilanciamento, i tempi di funzionamento possono essere modificati aggiungendo una componente stocastica che riflette la probabilità di guasti alla macchina e la durata dei processi di riparazione. Poiché i guasti della macchina si verificano quando una macchina è in funzione o anche quando è inattiva, è possibile distinguere tra guasti dipendenti dal funzionamento e guasti dipendenti dal tempo.

**Dynamic Operation Times.** Oltre alle variazioni stocastiche dei tempi di funzionamento, sono possibili riduzioni sistematiche dovute ad effetti di apprendimento o successive miglioramenti del processo produttivo. Soprattutto quando viene installato un nuovo sistema della linea di assemblaggio, gli operatori impiegano più tempo per eseguire le attività rispetto a quando hanno acquisito familiarità con il lavoro. Il grado e il tasso di riduzione dei tempi relativi

all'apprendimento dipendono dalla natura dei compiti, dalla flessibilità del sistema produttivo e dai livelli di qualificazione degli operatori.

## 1.4 Layout del sistema produttivo

A causa del rigido orientamento del processo, il layout dei sistemi di produzione flow-line è parzialmente determinato dal flusso dei materiali. Tuttavia, esistono alcune possibilità di layout.

**Serial Lines.** Questo è il layout tradizionale delle linee di assemblaggio. Le singole stazioni sono disposte in linea retta lungo un nastro trasportatore.

**U-shaped Lines.** Le linee tradizionali possono presentare diversi svantaggi. Per evitare questi svantaggi, paradigmi di produzione moderni come il principio just-in-time e la tecnologia di gruppo sono stati incorporati nella produzione in linea di assemblaggio da molte aziende. Tale linee di assemblaggio moderne sono spesso organizzate come una linea a U. Entrambe le estremità della linea sono strettamente unite formando una "U" piuttosto stretta. Le stazioni possono lavorare su due segmenti della linea uno di fronte all'altro contemporaneamente.

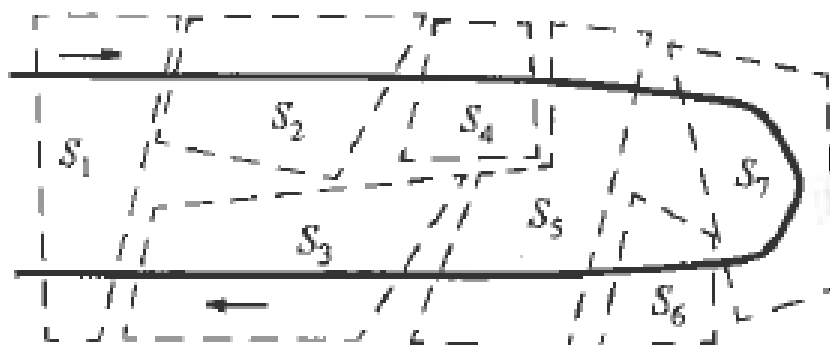


Figura 1.7 Linea di assemblaggio a forma U

**Parallel Lines.** Al fine di aumentare la flessibilità e diminuire la sensibilità ai guasti del sistema, può essere vantaggioso installare più linee parallele per realizzare uno o più prodotti. Le linee parallele consentono all'amministrazione di reagire ai cambiamenti della domanda, poiché è possibile modificare il numero di linee di lavoro. Si riduce il

rischio ai guasti della macchina che interrompe la produzione. Inoltre, l'utilizzo di linee parallele consente l'allargamento del/i tempo/i di ciclo con numerosi vantaggi.

**Parallel Stations.** Anche con una sola linea è possibile sfruttare i vantaggi della parallelizzazione installando stazioni parallele (multiple), i pezzi sono distribuiti tra più operatori che svolgono le stesse mansioni. Come nel caso delle linee parallele, l'apparecchiatura deve essere installata più volte. Le stazioni parallele consentono la riduzione del tempo di ciclo (globale) del sistema se certe attività hanno tempi di funzionamento più lunghi del tempo di ciclo desiderato. Queste operazioni possono essere assegnate a stazioni parallele, il cui tempo ciclo (locale) è multiplo del tempo di ciclo globale.

Un'altra possibilità per ridurre il tempo di ciclo globale al di sotto del tempo di attività più grande è il concetto di attività parallele.

**Two-Sided Lines.** Per l'assemblaggio di pezzi pesanti può essere necessario azionare una linea bilaterale costituita da due linee seriali in parallelo. Invece di stazioni singole, coppie di stazioni opposte su entrambi i lati della linea (stazioni lato sinistro e lato destro) lavorano in parallelo, ovvero lavorano simultaneamente ai lati opposti degli stessi pezzi in lavorazione. Alcuni task devono essere eseguiti rispettivamente sul lato destro e lato sinistro, mentre altri possono essere eseguiti su entrambi i lati della linea. La maggior parte dei task sul lato sinistro hanno un'immagine speculare a destra e viceversa. Queste coppie di task dovrebbero essere eseguite nella stessa coppia di stazioni opposte.

Le linee a due lati possono essere vantaggiose anche per l'assemblaggio di piccoli articoli, perché lo stesso numero di stazioni per una linea seriale richiede una lunghezza fisica della linea inferiore e un certo tipo di parallelismo è incluso. Tuttavia, le linee a due lati richiedono che due operatori siano in grado di lavorare sullo stesso pezzo contemporaneamente.

**Feedre Lines and Supplementary Units.** Nel sistema di produzione flessibile, le linee di assemblaggio sono spesso utilizzate per l'assemblaggio finale dei prodotti. I componenti (sottoassiemi) sono prodotti da diverse unità supplementari che possono essere organizzate come officine di lavoro, celle di produzione flessibili o linee di alimentazione. Allora il problema del bilanciamento è connesso con il problema della sincronizzazione dei diversi processi produttivi, ovvero le velocità di produzione delle unità supplementari da determinare.

## 1.5 Il semplice problema del bilanciamento della linea di montaggio (SALBP)

Il classico problema del modello singolo contiene le seguenti caratteristiche principali:

- Produzione in serie di un prodotto omogeneo eseguendo n operazioni di un determinato processo produttivo
- Paced line con tempo ciclo fisso
- Tempi di funzionamento deterministici e integrali
- Nessun vincolo di assegnazione oltre ai vincoli di precedenza
- Layout della linea in serie, stazioni unilaterali
- Tutte le stazioni sono ugualmente attrezzate rispetto alle macchine e ai vincoli
- Lancio a tasso fisso, intervallo di lancio = tempo di ciclo

In modo per concentrarci sulle proprietà del problema indipendenti dall'oggetto, iniziamo la nostra presentazione con il problema di fattibilità (SALBP-F).

### 1.5.1 Il problema di fattibilità SALBP-F

In assenza di una funzione oggettiva, i SALBP si riducono ad una decisione in senso stretto, che chiamiamo problema di fattibilità. Questo problema consiste nello scoprire se esiste o meno un'assegnazione di task per un dato numero m di stazioni, che è fattibile per un dato tempo di ciclo c. Cioè SALBP-F deve decidere se uno bilancio di linea deve essere utilizzato con un certo tempo di ciclo c. Inoltre, in caso di risposta positiva, un bilancio di linea deve essere fornito per una data combinazione (m,c).

Le relazioni di precedenza sono utilizzate per limitare il numero di stazioni a cui può essere assegnato un task. Per ogni task j, otteniamo una prima stazione  $E_j$  e un'ultima stazione  $L_j$ . Dalle formule:

$$E_j := \left\lceil \frac{(t_j + \sum_{h \in P_j^*} t_h)}{c} \right\rceil \quad \text{per } j = 1, \dots, n$$

$$L_j := m + 1 - \left\lceil \frac{(t_j + \sum_{h \in P_j^*} t_h)}{c} \right\rceil \quad \text{per } j = 1, \dots, n$$

$P_j^*$ : insieme di predecessori immediati e transitivi del task j

La formula  $E_j$  tiene in considerazione che il task j non deve iniziare prima che tutte i task precedenti siano terminati. La formula  $L_j$  definisce l'indice dell'ultima stazione a cui è possibile assegnare il task j in funzione dei tempi di funzionamento di j e dei suoi successori, nonché del numero m di stazioni indicato.

La prima stazione e l'ultima stazione stabiliscono, in intervallo di stazione,  $SI_j = [E_j, L_j]$  della stazione a cui dovrebbe essere assegnato il task j per trovare un bilancio della linea con tempo di ciclo c e stazioni m. Utilizzando questi intervalli di stazione, otteniamo l'insieme  $B_k$  dei task potenzialmente assegnati alla stazione  $k = 1, \dots, m$  :  
 $B_k := \{j \mid k \in SI_j\}$

SALBP-F è correlato ai seguenti problemi di ottimizzazione:

**SALBP-1:** minimizzare il numero m di stazioni per un dato tempo di ciclo c, (domanda stimata e progettare nuova linea).

$$m^* = \min\{m \mid (m, c) \text{ è fattibile per un dato } c\}$$

SALBP-1 deriva da SALBP-F introducendo il numero m di stazioni come decisione variabile e integrando l'obiettivo di minimizzare m.

È possibile definire due lower bounds sul numero minimo di stazioni richieste, dato c:

Il limite più ovvio deriva dalla disuguaglianza  $m \cdot c \geq t_{sum}$ , ovvero, il tempo totale disponibile sulla linea non deve essere inferiore dal contenuto totale del lavoro:

$$LB_1 = \left\lceil \frac{t_{sum}}{c} \right\rceil$$

Nella letteratura,  $LB_1$  viene chiamata il numero minimo teorico di stazioni.

Il numero dei task con tempi di lavoro superiori a  $c/2$  è un limite inferiore su  $m$ , perché tutti questi task devono essere assegnati a stazioni diverse. Questo bound può essere rafforzato aggiungendo la metà del numero dei task (arrotondando per eccesso al numero intero successivo, se necessario) con tempo con tempo di task  $c/2$  perché due di esse potrebbero condividere una stazione.

$$LB_2 = \left\lceil J\left(\frac{1}{2}, 1\right) \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} \left\lceil J\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \right\rceil \right\rceil$$

**SALBP-2:** minimizzare il tempo di ciclo  $c$  per un dato numero  $m$  di stazione, (massimizzare delle prestazioni di una linea già esistente).

$$c^* = \min\{c \mid (m, c) \text{ è fattibile per un dato } m\}$$

Questo problema è chiamata SALBP-2 e modifica SALBP-F introducendo il tempo di ciclo  $c$  come variabile di decisione e integrando l'obiettivo di minimizzare  $c$ .

È possibile definire lower and upper bounds sul tempo di ciclo  $c$  dato il numero di  $m$  stazioni:

Per analogia con  $LB_1$ , dalla necessaria condizione di fattibilità deriva un semplice limite inferiore del tempo di ciclo  $m \cdot c \geq t_{sum}$ . Inoltre, l'indivisibilità dei task richiede che  $c \geq t_{max}$ . Quindi, un lower bound è dato da

$$LC_1 = \max\left\{t_{max}, \left\lceil \frac{t_{sum}}{m} \right\rceil\right\}$$

Questo bound può essere espresso in termini del relativo problema di schedulazione di macchine parallele.  $LC_1$  risulta dal consentire la prelazione del lavoro, ovvero, l'elaborazione di un lavoro può essere interrotta e continuata su un'altra macchina. Inoltre, i lavori non possono essere elaborati su due macchine contemporaneamente. Una corrispondenza soluzione del problema della macchina parallela (che potrebbe non essere fattibile per SALBP-2) viene generata aggiungendo successivamente compiti (secondo in ordinamento topologico) alla stazione 1, fin a quando il tempo della stazione supera  $LC_1$ . In questo caso, il task che non si adatta completamente viene suddiviso tra la macchina 1 e 2 in modo tale che la prima venga riempita completamente fin a  $LC_1$ . La stessa procedura si applica alle stazioni 2,...,m.

Un semplice upper bound del tempo di ciclo è dato da:

$$UC_1 = \max \left\{ t_{max}, 2 \cdot \left\lceil \frac{t_{sum}}{m} \right\rceil \right\}$$

Poiché  $UC_1$  non utilizza le relazioni di precedenza, è anche un upper bound per il relativo problema di schedulazione di macchine parallele.

**SALBP-E:** massimizzare l'efficienza  $E$  o, equivalentemente, minimizzare  $m \cdot c$ , (generalizzazione dei precedenti).

$$E^* = \max \{ t_{sum}(m, c) \mid (m, c) \text{ è fattibile per possibili valori di } c \text{ e } m \}$$

Discutiamo la versione più generale di SALBP che è il problema di trovare una combinazione del numero  $m$  di stazioni e del tempo di ciclo  $c$  nonché un rispettivo equilibrio di linea tale da massimizzare l'efficienza della linea. Quindi, è trovare un'istanza SALBP-F ammissibile  $(m, c)$  con valore massimo di  $E = t_{sum} / (m, c)$ .

L'efficienza della linea è definita come il quoziente tra la somma dei tempi di funzionamento e il tempo totale a disposizione della linea.



Poiché  $E$  dipende solo dalla costante  $t_{sum}$  e dal termine  $m \cdot c$ , l'efficienza della linea viene massimizzata minimizzando  $m \cdot c$ . Pertanto, i seguenti obiettivi orientati alla capacità equivalgono alla massimizzazione di  $E$ :

- Minimizzare la capacità della linea  $m \cdot c$ .
- Minimizzare il tempo di ritardo del bilanciamento  $m \cdot c - t_{sum}$ .
- Minimizzare il rapporto di ritardo del bilanciamento  $1 - E$ .

Le istanze SALBP-E sono definite da due intervalli  $[C_{min}, C_{max}]$  e  $[m_{min}, m_{max}]$ .

- $C_{max}$  dipende dal minimo livello di produttività ammissibile per la linea;
- $m_{min} > 1$  viene determinato in funzione di un certo livello desiderato di divisione del lavoro tra gli operatori; inoltre deve essere  $m_{min} \geq t_{sum}/C_{max}$ ;
- $C_{min}$  è determinato mediante la relazione  $C_{min} \geq t_{max}$ ;
- $m_{max}$  può dipendere da problemi di spazio all'interno dello stabilimento.

Assumiamo che per ogni valore di  $m$  e  $c$  esista almeno un valore della rispettiva altra variabile, tal che sia soddisfatta la condizione di fattibilità necessaria, ovvero,  $m_{min} \cdot C_{max} \geq t_{sum}$  e  $m_{max} \cdot C_{min} \geq t_{sum}$ .

Definiti gli intervalli per  $m$  e  $c$ , è possibile individuare una regione di ammissibilità per le coppie  $[m, c]$  ed una funzione di ritardo del bilanciamento.

Per il problema SALBP-E è possibile definire dei lower bound LE e degli upper bound UE in funzione di lower bound e upper bound definiti per i problemi SALBP-1 e SALBP-2.

In funzione di SALBP-1 si definisce l'upper bound  $UE_1$ :

$$UE_1 = \max \left\{ \frac{t_{sum}}{LB(c) \cdot c} \mid c \in [C_{min}, C_{max}] \right\}$$

In funzione di SALBP-2 si definisce l'upper bound  $UE_2$ :

$$UE_1 = \max \left\{ \frac{t_{sum}}{m \cdot LC(m)} \mid m \in [m_{min}, m_{max}] \right\}$$

## 1.6 Il problema di bilanciamento della linea di montaggio a modello misto (MALBP)

In parte, MALBP si basa sugli stessi ipotesi di base di SALBP (tempi operativi deterministici, nessuna restrizione di assegnazione, layout della linea in serie). Caratteristiche aggiuntive e modificate che risultano dall'assemblaggio congiunto di più prodotti sono:

- Il tempo di ciclo  $c$  è pari al tasso di produzione medio; pertanto, in genere  $c > t_{max}$  può non essere verificata;
- In presenza di diversi modelli è necessario fare riferimento a diversi diagrammi delle precedenze;
- È possibile definire un diagramma delle precedenze congiunto per i diversi modelli;
- Task comuni ai diversi modelli vengono eseguiti sulla medesima stazione;
- È fissato a priori il tempo totale disponibile PT per la produzione delle parti;
- È necessario definire la domanda attesa di modelli (mixed model) per l'orizzonte di diagrammazione considerato:  $D = D_1 + D_2 + \dots + D_M$ .

La gestione delle linee di assemblaggio a modelli misti (mixed model) richiede decisioni di:

- I. **Medio periodo.** Bilanciamento MALBP: divisione dei carichi di lavoro tra le stazioni; valutazione del numero di stazioni e della lunghezza di ciascuna di esse; calcolo del tempo ciclo;
- II. **Breve periodo.** Sequenziamento MSP: individuazione della migliore sequenza di inoltre delle parti nella linea, in funzione del mix di parti da produrre;



Figura 1.8 Gestione linee di assemblaggio mixed model

Descriviamo gli equivalenti del modello misto delle diverse versioni di SALBP per mezzo delle seguenti definizioni.

**Definizione 1.** In un'assegnazione di modello misto, ogni task del diagramma delle precedenze congiunte è assegnato esattamente ad una stazione ed i vincoli delle precedenze congiunte sono soddisfatti. Un'assegnazione di modello misto (con K stazioni) è fattibile per un tempo ciclo  $c$  se il tempo medio di stazione  $\tau_k$  non supera  $c$  per tutte le stazioni.

La definizione include che i task comuni di diversi modelli vengono assegnati alla stessa stazione perché questi task vengono rappresentati dallo stesso nodo nel diagramma delle precedenze congiunte. La condizione di fattibilità assicura che il tempo totale delle operazioni  $\tau'_k$  non supera il tempo totale disponibile PT.

**Definizione 2.** Il modello medio è definito dal diagramma delle precedenze congiunte e dai tempi medi dei task  $t_j$ . Un modello congiunto (aggregato) include il diagramma delle precedenze con i tempi di operazioni  $t'_j$ .

Con il modello medio e aggregato, problemi di bilanciamento equivalenti sono definiti. Mentre il problema è considerato a un tempo ciclo nel primo caso, nel secondo caso si riferisce all'intero orizzonte di pianificazione.

**Problema di fattibilità (MALBP-F).** Per analogia con SALBP-F, assumiamo che siano dati un tempo di ciclo  $c$  e un numero  $K$  di stazioni. Il tempo di ciclo determina l'intervallo di lancio, ovvero ogni  $c$  unità di tempo viene lanciata un'unità di modello lungo la linea. Per una data combinazione  $(K, c)$ , MALBP-F deve decidere se esiste o meno un'assegnazione fattibile a modello misto con  $K$  stazioni.

La definizione data di MALBP-F corrisponde ad una trasformazione del problema del modello misto in SALBP-F utilizzando il modello medio. A seguito di questa trasformazione, ogni istanza MALBP-F con  $M$  modelli può essere formulata come istanza SALBP-F per il modello medio. Cioè, gli spazi di soluzione di entrambi i tipi di problema sono identici. Quindi, le stesse proprietà del problema, inclusa la NP-completezza di MALBP-F, e le formulazioni del modello sono valide. Inoltre, si possono distinguere problemi generalizzati equivalenti a SALBP-1, SALBP-2 e SALBP-E.

**MALBP-1.** Per un dato tempo ciclo  $c$ , il numero di stazioni deve essere minimizzato. Di solito, il tempo di ciclo è derivato dal tempo totale disponibile PT e dal volume di uscita desiderata  $D$ , ovvero  $c = \lceil PT/D \rceil$ . Un problema del modello singolo (SALBP-1) si ottiene

considerando il modello medio con tempo ciclo  $c$  o il modello aggregato con “tempo di ciclo”  $PT$ .

**MALBP-2.** Per un dato numero  $K$  di stazioni, il tempo ciclo  $c$  deve essere minimizzato. Equivalentemente, viene massimizzato il tasso di produzione, ovvero il volume d’uscita  $D$  del periodo di pianificazione. A causa della variabilità di  $D$ , è possibile specificare solo le proporzioni di domande attese dei modelli (mix di modelli relativi) anziché il numero di unità richieste. Si ottiene un problema di SALBP-2 equivalente per il modello medio.

**MALBP-E.** Secondo SALBP-E, il tempo di ciclo  $c$  (il tasso di produzione) e il numero  $K$  di stazioni possono variare in determinati intervalli. L’obiettivo è massimizzare l’efficienza della linea o, equivalentemente, minimizzare  $c \cdot K$ .

In letteratura, finora è stato considerato solo MALBP-1. Secondo SALBP-1, questo problema ha le sue applicazioni principalmente nel contesto dell’installazione di nuove linee di modelli misti. Tuttavia, il numero delle stazioni può essere fissato in un sistema funzionante che deve essere ribilanciato a causa della struttura della domanda o del processo produttivo. Per evitare l’installazione d’inefficienze nel sistema dovute a parametri pre-specificati inadeguati  $c$  o  $K$ , rispettivamente, il tipo MALBP-E può aiutare a esaminare diverse impostazioni dei parametri. Inoltre, questo tipo di problema può aiutare a decidere su alternative nel sistema produttivo come linee in parallelo o stazioni in parallelo.

# Letteratura

## 2.1 Introduzione

La catena di montaggio è un flusso di materiali e componenti sottoposti a stazioni di lavoro poste in sequenza. Man mano che le parti si muovono attraverso questa linea di produzione, vengono assemblate insieme o nella parte principale per formare i prodotti finali. Uno dei modelli utilizzati in questo tipo di linea, è un modello ibrido chiamato catena di montaggio mixed model (MMAL). Negli MMAL diversi prodotti vengono realizzati su una catena di montaggio mentre la somiglianza di questi prodotti è così elevata che il tempo di configurazione per le stazioni da un prodotto all'altro è considerata trascurabile. Di conseguenza è possibile assemblare più tipologie di prodotti contemporaneamente rispetto agli ordini inseriti in linea senza ulteriori tempi di attrezzaggio. Una varietà di modelli simili in MMAL può soddisfare le diverse esigenze dei clienti. Nell'ambiente di produzione altamente competitivo di oggi, è fondamentale aumentare la flessibilità dei sistemi in base ai desideri dei clienti. MMAL ha diversi vantaggi, come la produzione di prodotti in base alla domanda dei clienti e l'aumento della flessibilità della linea. Di conseguenza, è così importante studiare e cercare su questo argomento.

Secondo quanto sopra, se più prodotti con carico di lavoro elevato arrivano consecutivamente su una stazione, possono aumentare il tempo di ciclo. Per evitare che ciò accada, vengono utilizzati concetti di equilibrio e sequenza. Il sequenziamento della linea di assemblaggio include l'ordine dei prodotti che entrano nella linea di assemblaggio e ogni volta che diversi modelli arrivano con un volume elevato seguito in una stazione, il tempo di ciclo può superare la stazione. Il bilanciamento della catena di montaggio emerge durante la progettazione di una catena di montaggio e consiste nel trovare un'assegnazione fattibile di compiti alle stazioni di lavoro in un percorso tale da ridurre al minimo i costi di montaggio, soddisfare la domanda e soddisfare i vincoli del processo di montaggio. Di conseguenza, l'obiettivo del bilanciamento della catena di montaggio è l'assegnazione ottimale dei lavori alle stazioni.

Ci sono alcuni modelli utilizzati nel problema del bilanciamento della catena di montaggio. Il primo di essi è chiamato problema di bilanciamento dell'assieme di tipo I. Consiste nell'assegnazione di compiti alle stazioni di lavoro in cui il numero di stazioni di lavoro deve essere ridotto al minimo per un determinato tempo di ciclo. Il secondo tipo

di problema di bilanciamento dell'assieme è di tipo II e si verifica quando ci sono un certo numero di workstation, ma il tempo ciclo è sconosciuto.

## 2.2 Revisione della letteratura

McMullen e Frazier (1998) hanno scoperto che l'utilizzo dello stesso peso per ciascun obiettivo per risolvere un problema di bilanciamento della linea di montaggio multi obiettivo con un algoritmo di ricottura simulato quando le workstation sono parallele ha un risultato migliore. Simaria e Vilarinho (2004) hanno risolto il problema di bilanciamento MMAL di tipo II con l'algoritmo genetico per trovare il miglior equilibrio in stazioni parallele mentre il problema aveva vincoli di zonizzazione. McMullen e Tarasewich (2003) hanno utilizzato tecniche di formiche per risolvere il problema di bilanciamento MMAL con stazioni parallele e probabile lavoro a tempo. Hanno confrontato le tecniche delle formiche con molte altre euristiche, come la ricottura simulata e hanno scoperto che questo approccio è competitivo con gli altri metodi.

Simaria e Vilarinho (2009) hanno risolto il problema del bilanciamento delle linee di assemblaggio su due lati con un algoritmo di ottimizzazione delle colonie di formiche per ridurre al minimo il numero di stazioni e bilanciare il carico di lavoro con vincoli di precedenza, capacità, zonizzazione e sincronismo. Hanno capito che la procedura proposta è stata eseguita bene. Rabbani, Kazem e Manavizadeh (2012) hanno proposto un nuovo approccio per ridurre al minimo il numero di stazioni quando queste si intersecano nel problema di tipo I di bilanciamento della linea U di modello misto e l'hanno risolto con un algoritmo genetico. Hamzadayi e Yildiz (2012) hanno utilizzato un algoritmo genetico e simulato la ricottura per risolvere il problema di bilanciamento MMAL di tipo I con sequenza in linea U con stazioni parallele e vincoli di zonizzazione. Boysen, Kiel e Scholl (2011) si sono concentrati sulle stazioni di carico aggiunte nel sequenziamento di MMAL e hanno cercato di ridurre al minimo il numero di situazioni di sovraccarico di lavoro. Hanno introdotto diversi algoritmi esatti ed euristici come branch and bound e hanno testato il loro modelli in alcuni casi.

Mamun, Khaled, Ali e Chowdhury (2012) hanno proposto un algoritmo genetico per risolvere il bilanciamento della catena di montaggio di modelli misti di tipo I con alcune caratteristiche come stazioni parallele, vincoli di zonizzazione e sequenza con risorse limitate. Hanno definito il processo di riassegnazione per aumentare la flessibilità nell'allocazione delle attività. Tiacci (2012) ha valutato gli obiettivi operativi del problema MMAL con tempi di attività stocastici, stazioni parallele, sequenze e buffer

all'intero delle stazioni. Hanno risolto il loro modello in Assembly Line Simulator (ASL), che in grado di modellare e simulare rapidamente linee di montaggio complesse.

Tiacci (2015a) ha risolto la prima volta contemporaneamente il problema dell'allocazione del buffer e il problema del bilanciamento della catena di montaggio. Ha considerato tempi di attività stocastici, stazioni parallele e buffer tra stazioni per il suo problema e lo risolve con un algoritmo genetico. Yang e Gao (2016) hanno presentato il problema MMAL con la formazione incrociata della forza lavoro adiacente in cui l'abilità di svolgere ciascuna attività può essere appresa da due lavoratori in stazioni adiacenti e quindi possono riallocare le attività verificate in variazione della domanda. Hanno risolto questo problema con un algoritmo branch, bound e remember. Sivasankaran e Shahabudeen (2014) hanno esaminato i problemi di bilanciamento della catena di montaggio. Hanno classificato il problema in modello singolo o multi modello, tempi di attività deterministiche o probabilistici, tipi di catena di montaggio (linea retta o linea a U) e con quali algoritmi sono stati risolti questi problemi. Finalmente, hanno scoperto quali tipi di problema non funzionavano ancora.

Nella Tabella 2.1 viene riportata una breve rassegna della letteratura dell'ultimo decennio sui MALBP. Osservando che i sistemi di assemblaggio a più linee in ambiente di modelli misti sono sempre più diffusi nel settore, e la maggior parte degli autori studia il layout di assemblaggio a linea singola, trattandosi con altri aspetti del MALBP.

Autore	Anno	Layout	Paced/un-paced/moving systems	buffers analysis	Min costi	tempo ciclo agiustabile e fisso	Min numero di stazioni	Min tempo di ciclo	Min numero di operatori	Max omogeneità del workload	Mx efficienza	Miglioramento complessità produttiva	Min rischi ergonomici	Min deviazione standard	Min work overload	Procedura matematica
Jinlini U & Jie Gao	2014	SL			X	X	X									BB
E. Andreu-Casas, A. García-Villoria & R. Pastor	2022	SL					X		X	X						HP
Lorenzo Tardi	2017	U-AL			X											GA
M. Mokhtarzadeh, M. Rabbani & N. Manavizadeh	2021	U							X				X			HP-CP
X. Delorme, A. Dolgui, S. Kovalev & M.Y. Kovalkov	2019	SL	P						X							GA
J. Bautista-Vahondo & R. Alfaro-Pozo	2018	SL											X	X		MA
E. Ercan Gunay & U. Kulak	2018	SL		X												GA
L. Zeltzer, El-H. Aghezzaf & V. Limère	2016	SL										X			X	HGA
M. Rabbani, R. Sadatiyan, H. Farrokh-Asl & N. Manavizadeh	2016	SL-ps					X			X						GA
C. Finetto, M. Faccio, G. Rosati & A. Rossi	2013	SL-fi									X					GA
K. Ağpak & S. Zolfaghari	2015	TS			X			X								HP
Aramanlikeri, AndreaMatta & Erica Pastore	2020	SL		X												GA
Layout		U, Unstaged; SL, straight line; SL-ps, straight line with parallel stations; SL-fi, straight line with flexible feeder; TS, two-sided line														
System		P, paced system														
Procedure		HP, heuristic procedure; GA, generic algorithm; HGA, hybrid generic algorithm; BB, branch and bound; CP, constraint programming; MA, metaheuristic algorithm														

Tabella 2.1. MALBP: Layout and research



## 2.3 Il rischio ergonomico in una catena di montaggio mixed model

Questo tipo di problema nasce dalla suddivisione dei compiti o delle operazioni necessarie per il montaggio o lo smontaggio di un prodotto tra l'insieme di postazioni in serie che compongono la linea. Quest'assegnazione di compiti all'interno delle stazioni di lavoro deve soddisfare i vincoli della linea e ottimizzare alcune misure di prestazione. Ad esempio, la categoria più semplice di problemi, i problemi di bilanciamento semplice della catena di montaggio (SALBP), considera solo i due vincoli cumulativi associati al tempo di lavoro disponibile sulle stazioni (cioè il tempo di ciclo) e i vincoli di precedenza stabiliti dall'ordine in quali compiti dovrebbero essere implementati. Di conseguenza, il SALBP si concentra sull'ottimizzazione del numero di stazioni di lavoro, del tempo di ciclo o di entrambi, a seconda del tipo di problema.

Altre famiglie di problemi considerano più attributi della linea quando affrontano l'assegnazione dei task. Un esempio recente è la famiglia di problemi noti in letteratura come problemi legati all'ergonomia della catena di montaggio del tempo e dello spazio o TSALBP\_erg.

La famiglia TSALBP\_erg punta non solo sul bilanciamento della linea in funzione degli aspetti economici e gestionali, come il tempo ciclo, il numero delle stazioni, o l'area spaziale richiesta dal carico di lavoro delle stazioni, ma anche sugli aspetti ergonomici. Il raggiungimento di un adeguato equilibrio ergonomico implica una valutazione preventiva di tutti gli elementi che potrebbero causare un infortunio o una malattia professionale per gli operatori, nonché delle sollecitazioni mentali e fisiche a cui sono sottoposti gli operatori di una catena di montaggio durante la giornata lavorativa. A questo proposito, assume particolare rilevanza in ambito industriale la valutazione dei fattori fisici derivanti da carichi posturali, movimenti ripetitivi e movimentazioni manuali. Come risultato di un studio ergonomico, le attività sono catalogate in base al loro fattore di rischio ergonomico. Il fattore ergonomico, insieme al tempo di elaborazione dei compiti, determina il rischio ergonomico di ciascuno dei compiti. Pertanto, il rischio ergonomico non dipende solo dal carico fisico dell'attività, ma anche dal momento in cui l'operatore è esposto a tale rischio.

Sulla base dei suddetti fatti, il TSALBP\_erg può essere definito dai seguenti tre elementi e dalle loro caratteristiche o attributi:

1. L'insieme di attività necessarie per assemblare o disassemblare un prodotto: i task, a loro volta, comportano un insieme di attributi che devono essere considerati anche:
  - a. L'attributo temporale collegato al tempo di elaborazione dei task o operazioni.
  - b. L'attributo spaziale collegato all'area o spazio di lavoro necessario per eseguire ciascun task.
  - c. L'attributo ergonomico legato al livello di rischio ergonomico che ogni task comporta.
2. L'insieme delle postazioni in linea, che può essere finito o infinito.
3. L'insieme dei vincoli di sequenza, come le relazioni di precedenza tra i task, l'incompatibilità tra i task e le restrizioni che possono influire sulle stazioni di lavoro rispetto al loro tempo assegnabile, alla loro area disponibile e al loro rischio ammissibile.

Come le famiglie SALBP e TSALBP, la famiglia TSALBP\_erg si concentra sull'assegnazione di tutti i task alle stazioni al fine di ottenere la massima efficienza per quanto riguarda alcuni degli attributi considerati, mentre tutti i vincoli imposti sono soddisfatti. Di conseguenza, questa famiglia di problemi comprende anche un insieme di tipi di problemi secondo i criteri di ottimizzazione.

Uno dei primi approcci studiati in letteratura è consistito nell'introdurre il concetto ergonomico attraverso un nuovo vincolo di limitazione dei rischi ergonomici massimi e minimi, ottimizzando il numero delle stazioni, il tempo di ciclo o l'area spaziale. Quindi, il rischio ergonomico è stato incorporato nel problema attraverso la funzione obiettivo. In questo caso, l'obiettivo del problema era ridurre al minimo il massimo rischio ergonomico associato al carico di lavoro delle stazioni di lavoro. Successivamente è stato proposto un nuovo modello matematico per ridurre le differenze tra le stazioni. In particolare, il nuovo modello ha minimizzato lo scostamento medio assoluto dei rischi ergonomici dell'insieme delle stazioni di lavoro.

## 2.4 Approcci per l'ottimizzazione delle linee di assemblaggio

È interessante presentare alcune delle metodologie più utilizzate in letteratura per l'ottimizzazione delle linee di assemblaggio dal punto di vista produttivo. Saranno elencati sia dei metodi euristici che di programmazione lineare. Con il termine "metodi euristici" si intende quell'insieme di metodi per i quali, dato un problema, si arriva ad una soluzione accettabile attraverso un procedimento intuitivo che però difficilmente porta ad avere la soluzione ottimale. Con il termine "metodi di programmazione" invece, si intende quella branca della ricerca operativa che si occupa di studiare algoritmi di risoluzione per problemi di ottimizzazione lineari. Un problema è detto lineare se la funzione obiettivo e i vincoli sono funzioni lineari.

I tipi di problemi che si può avere sono i seguenti e hanno solitamente come incognita o il numero delle stazioni e/o il tempo ciclo:

- Assembly Line Balancing Problem Feasibility (ALBP-F);
- Assembly Line Balancing Problem di tipo 1 (ALBP-1);
- Assembly Line Balancing Problem di tipo 2 (ALBP-2);
- Assembly Line Balancing Problem Efficiency (ALBP-E).

Queste metodologie sono state pensate per la linea single model ma sono anche adattabili alla linea mixed model. Tali metodologie sono state descritte nel capitolo precedente.

	<b>numero stazioni</b>	<b>NOTO</b>	<b>MIN</b>
<b>tempo ciclo</b>			
<b>NOTO</b>		<b>ALBP-F</b>	<b>ALBP-1</b>
<b>MIN</b>		<b>ALBP-2</b>	<b>ALBP-E</b>

Tabella 2.2: Rappresentazione delle tipologie di Assembly Line Balancing Problem

## 2.4.1 Metodi Euristici

In seguito si elencano i principali metodi euristici utilizzati per ottimizzare le linee di assemblaggio dal punto di vista della produttività.

### *Largest Candidate Rule (LCR)*

Questo metodo viene utilizzato soprattutto per risolvere problemi del tipo SALBP-1, si conosce il ritmo della linea ovvero il tempo ciclo e si deve ottimizzare il numero di stazione.

Avendo come dati iniziali il numero di task, il diagramma delle precedenze, la durata dei task e il tempo ciclo, il metodo si basa sulle seguenti operazioni:

- Ordinare i task in base alla loro durata in maniera decrescente;
- Procedere con l'assegnazione dei vari task alle stazioni, facendo riferimento al diagramma delle precedenze e scegliendo, tra i task disponibili, quello con la durata maggiore in base all'ordinamento indicato nel punto precedente;
- Ogni volta che si sceglie il task da assegnare alla stazione bisogna controllare che la durata totale non superi il tempo ciclo, nel caso la somma dei tempi superasse il tempo ciclo massimo si è costretti ad aprire un'altra stazione (è importante cercare la saturazione del 100% per ogni stazione aperta).

È opportuno calcolare, in riferimento al bilanciamento scelto, l'efficienza:

$$EFF = \frac{\sum \text{workstation load}}{k \cdot T_c}$$

Workstation load è il carico di lavoro assegnato ad ogni stazione che si è deciso di utilizzare,  $k$  è il numero delle stazioni scelte e  $T_c$  è il tempo ciclo del problema dato inizialmente. È opportuno che l'indice dell'efficienza sia attorno all' 85 ÷ 90%.

### *Ranked Positional weights Method (RPW)*

Anche questo metodo euristico è adatto alla risoluzione del problema di tipo SALBP-1, si conosce il ritmo della linea ovvero il tempo ciclo e si deve ottimizzare il numero di stazioni.

I dati iniziali sono: il numero di task, la durata dei task, il diagramma delle precedenze e il tempo ciclo. Il metodo si basa sul seguente:

- Calcolare per ogni task un punteggio associato:

$$RPW_j = t_j + \sum_{h \in s_j} t_h$$

$RPW_j$  rappresenta il punteggio associato al task  $j$ ,  $t_j$  rappresenta la durata di ogni task,  $s_j$  l'insieme di tutti i task che succedono al task  $j$  e  $t_h$  rappresenta la durata del task  $h$  appartenente all'insieme dei successori il task  $j$ ;

- Dopo aver calcolato tutti i punteggi associati ad ogni task  $j$ , si devono ordinare i task in maniera decrescente;
- Si procede ora in maniera analoga al metodo precedente, bisogna procedere con l'assegnazione dei vari task alle stazioni; basandoci al diagramma delle precedenze in modo tale da rispettare la sequenza dei task, tra i task disponibili scegliendo quello con il punteggio maggiore e non quello con la durata minore; ogni volta che si sceglie il task da assegnare alla stazione si deve comunque controllare che la durata totale dei task non superi il tempo ciclo massimo dato dal problema; nel caso la somma dei tempi superasse il tempo ciclo si deve aprire un'altra stazione (è importante cercare la saturazione del 100% per ogni stazione aperta).

Ora si calcola l'efficienza in base al bilanciamento scelto:

$$EFF = \frac{\sum \text{workstation load}}{k \cdot T_c}$$

Anche in questo caso, analogamente al metodo precedente, l'efficienza dovrebbe essere attorno all' 85 ÷ 90% per avere un buon bilanciamento.

### *Kilbridge & Western Method (KWM)*

È un metodo euristico che tratta sempre problemi di tipo SALBP-1. Questo metodo è stato introdotto per migliorare il bilanciamento, non si parla più di saturazione della stazione ma si predilige il concetto di bilanciamento del carico di lavoro.

In questo metodo il modo iniziale di procedere è leggermente diverso (seppur come dati iniziali a disposizione si abbia il numero di task, il diagramma delle precedenze, la durata dei task e il tempo ciclo):

- Il diagramma delle precedenze va ristrutturato per livelli di precedenza: a livello 1 si hanno task senza precedenti, a livello 2 si hanno task con al meno un predecessore diretto di livello 1, a livello 3 si hanno task con almeno un predecessore diretto di livello 2 e così via; l'importante è riuscire a sportare ogni task nel più alto livello possibile;
- A differenza dei due metodi precedenti in cui si ragionava per massima durata del tempo ciclo e per punteggi in questo caso si ragiona attraverso i livelli e si decide di assegnare alla stazione prima i task disponibili a livello più basso e poi i successivi;

Ora si calcola l'efficienza in base al bilanciamento scelto:

$$EFF = \frac{\sum \text{workstation load}}{k \cdot T_c}$$

Anche in questo caso, analogamente al metodo precedente, l'efficienza dovrebbe essere attorno all' 85 ÷ 90% per avere un buon bilanciamento.

### *Kottas & Lau Method*

È un altro metodo euristico per risolvere problemi di tipo SALBP-1. Questo metodo si basa sul principio del mancato completamento e dei costi correlati ad esso; può accadere infatti che un operatore non riesca a concludere il lavoro nel tempo assegnato, di conseguenza tende a bloccare le attività successive.

I dati iniziali sono: il tempo ciclo, il diagramma delle precedenze, la durata media dei task, la deviazione standard di ogni task, il costo di ogni operatore e il costo di mancato completamento e della sua esecuzione fuori linea.

Si introducono i seguenti termini:

$$L_k = M_k \cdot \frac{C_{op}}{60}$$

$$I_k = \sum_{j \in S_{k+k}} I'_j$$

Essi rappresentano rispettivamente il costo dell'esecuzione dell'attività in linea  $L_k$  (con  $C_{op}$  [€/h] il costo dell'operatore ed  $M_k$  [min] durata media del task) ed il costo delle operazioni che svolte fuori linea  $I_k$  ( $I'_j$  costo della singola attività  $j$  fuori linea,  $S_k$  insieme dei successori di  $k$ ).

Considerando che:

- $L_k$  è il costo da contabilizzare se l'attività è stata eseguita all'interno della linea;
- $I_k$  è il costo da contabilizzare se l'attività è stata eseguita al di fuori della linea;
- $L_k \geq p_k \cdot I_k$  per essere in una condizione favorevole; il suddetto vincolo può essere ridotto, mediante un cambio di variabili, in  $Z_k \geq Z_k^*$ .

$p_k$  è la probabilità di mancato completamento dell'attività k:

$$p_k = 1 - F(Z_k)$$

$F(Z_k)$  ottenibile da una tabella (appendice A) partendo da  $Z_k$  definito come:

$$Z_k = \frac{T_c - \sum_{j \in Q} M_j}{\sum_{j \in Q} \sigma_j}$$

In cui Q rappresenta l'insieme di task assegnati alla stazione k,  $\sigma_j$  è la deviazione standard di ogni task e  $T_c$  è il tempo ciclo.

È possibile poi ottenere  $Z_k^*$  dalla stessa tabella di cui sopra si è fatta menzione in cui in ascissa ed in ordinata si ha  $Z_k^*$  mentre all'interno si trova  $F(Z_k^*)$ , ottenuto a sua volta da:

$$F(Z_k^*) = 1 - \frac{L_k}{I_k}$$

Se  $Z_k$  supera  $Z_k^*$  si tratta di un attività desiderabile o non critica mentre se accade il contrario è non desiderabile o critica a seconda se la stazione sia vuota o meno. Ovviamente si assegna alla stazione solo desiderabili; se ho solo attività indesiderabile chiudo la stazione e ne apro una di nuovo.





Figura 2.1 procedimento di risoluzione Kottas & Lau

## 2.4.2 Metodo di programmazione lineare

Verrà accennato il principale metodo di programmazione lineare utilizzato per l'ottimizzare le linee di assemblaggio dal punto di vista della produttività.

### *Patterson & Albracht Method*

Questo metodo prevede la definizione di alcuni vincoli sotto forma di disequazione e di funzione obiettivo in modo tale da riuscire a trovare una o più soluzioni accettabili ottimali. Questo metodo viene utilizzato soprattutto per risolvere problemi di tipo ALBP-F, ma adattabile anche alla risoluzione di problemi ALBP-2, in cui si conosce il numero di stazioni e il tempo ciclo in cui l'obiettivo principale è quello di capire la possibile realizzabilità. I dati di partenza sono anche in questo caso il numero di task, il diagramma delle precedenze, la durata dei task e il tempo ciclo.

Prima di tutto è importante definire i seguenti parametri:

$$E_j = \left\lceil \frac{t_j + \sum_{j \in PR_j} t_j}{T_C} \right\rceil$$

$$L_j = K + 1 - \left\lfloor \frac{t_j + \sum_{j \in S_j} t_j}{T_C} \right\rfloor$$

$E_j$  rappresenta l'earliest station index del task  $j$ , ovvero la prima stazione a cui può essere assegnato il task  $j$  mentre  $L_j$  rappresenta il latest station index del task  $j$ , ovvero l'ultima stazione a cui può essere assegnato il suddetto task. Considerando poi gli altri termini, si ha  $t_j$  che corrisponde al tempo impiegato per terminare il task  $j$ ;  $K$  rappresenta il numero di stazioni che si ha inizialmente;  $S_j$  è il sottoinsieme di task che seguono il task  $j$ ;  $T_C$  è il tempo ciclo fornito come dato di partenza;  $PR_j$  si intende il sottoinsieme di task che precedono il task  $j$ . Con questi due parametri si può ricavare  $SI_j = [E_j; L_j]$ , ovvero l'intervallo a cui può essere assegnato il task  $j$ .

Questo intervallo è utile per riuscire a semplificare i vincoli che si elencheranno in seguito:

- Vincolo mono-assegnabile

$$\sum_{K=E_j}^{L_j} X_{jK} = 1$$

Per ogni  $j = 1, 2, \dots, N$ ;

- Vincolo di precedenza tecnologica

$$\sum_{K=E_h}^{L_h} K \cdot X_{hK} \leq \sum_{i=E_j}^{L_j} i \cdot X_{hi}$$

Con  $L_h \geq E_h$  e con  $E_h \geq L_j$  e per ogni coppia di task  $(k, j)$  in cui  $j$  è il successore immediato di  $k$ ;

- Vincolo sul tempo ciclo

$$\sum_{j \in SIK} t_j \cdot X_{jk} \leq T_C$$

Per ogni  $k = 1, 2, \dots, K$ ;

la variabile di assegnazione  $X_{jk}$  contenuta nei vincoli viene definita nella seguente maniera:

$$X_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{se il task } j \text{ è assegnato alla stazione } k \\ 0, & \text{se il task } j \text{ non è assegnato alla stazione } k \end{cases}$$

Per quanto riguarda poi le funzioni obiettivo, si può scegliere una delle seguenti formulazioni, anche se ovviamente ci sono diverse altre alternative:

- Minimizzazione dell'ozio totale;
- Minimizzazione dell'ozio massimo;
- Minimizzazione della somma degli sbilanciamenti rispetto ad un carico medio ideale.

Come anticipato questi approcci per la risoluzione di problemi relativi alle linee di assemblaggio sono stati per risolvere principalmente problemi single model.

È possibile adattare questi metodi anche ai mixed model sfruttando il Virtual Average Model.

# Il modello matematico

## 3.1 Introduzione

considerando un sistema di produzione in catena di montaggio in cui vengono assemblati diversi modelli, il problema dell'assegnazione delle operazioni alle stazioni con un determinato obiettivo è chiamato mixed model assembly line balancing problem (MALBP).

Lo scopo di questo capitolo è illustrare una procedura di bilanciamento della linea di assemblaggio per il MALBP in presenza di più linee di alimentazione.

Diversi elementi caratterizzano il MALBP, come layout, tipo di obiettivo, numero di modelli, tempi di elaborazione stocastici o deterministici, presenza di buffer, ecc.

Linee di assemblaggio del mondo reale hanno spesso una o più linee di alimentazione che confluiscono in una linea principale. Un possibile approccio per configurare un tale sistema di assemblaggio consiste nel bilanciare prima la linea principale e utilizzare il tempo di ciclo recuperato per bilanciare separatamente ciascuna linea di alimentazione.

Alcuni autori analizzano il problema da un punto di vista organizzativo e non matematico. Cevikcan et al. (2007) parlano di approcci orientati al team, con postazioni multi-operatore, in cui i lavoratori eseguono simultaneamente diversi lavori di assemblaggio sullo stesso prodotto, in gruppi. Altri, come Li et al. (2005), trattano le linee di alimentazione da un punto di vista dell'affidabilità non del bilanciamento. Per questi motivi è chiaro perché una procedura matematica, in grado di aiutare i tecnici di produzione a gestire un approccio integrato ed efficace delle linee principali e di alimentazione sia necessaria per il MALBP in un ambiente produttivo.

A causa della sua complessità, questo problema viene solitamente risolto trasformando il sistema del modello misto in un problema di bilanciamento della linea del modello singolo (SALBP) e semplificando il problema creando un "modello medio virtuale", che è un modello inesistente, rappresentativo dell'intero mix.

L'utilizzo di un modello medio virtuale per bilanciare la linea presuppone che i tempi di elaborazione di alcuni modelli siano superiori al tempo di ciclo, mentre quelli di altri siano inferiori. Queste variazioni di tempo causano inevitabili tempi di inattività/sovraccarico alle diverse stazioni, con riduzione della produttività e aumento

delle dimensioni del buffer, con effetto negativo sui vincoli di spazio, sui costi di lavorazione sulla rapidità del sistema produttivo. Il problema della complessità nella gestione del problema di bilanciamento dei modelli misti in presenza di elevata varianza dei modelli prodotti è stato evidenziato da diversi autori. Altemeier et al. (2010) presentano un approccio di supporto alle decisioni che semplifica il problema non utilizzando un grafico delle precedenze completo e introducendo nuovi indicatori numerici e una procedura di ottimizzazione euristica integrata per semi automatizzare il processo di riconfigurazione quando sono richiesti frequenti cambi di prodotti misti.

La procedura di bilanciamento proposta, considerando un sistema di assemblaggio in linea multi-feeder, mira a superare questi problemi, preservando anche il beneficio di tale semplificazione.

## **3.2 Formulazione del problema**

Ciascun problema di bilanciamento della catena di assemblaggio (ALB) può essere formulato in base a tre elementi principali:

- Prodotti, ovvero numero e tipo di modelli assemblati, diagramma delle precedenze, tempo di attività, ecc.
- Stazioni, ovvero tipologia di stazione (parallela/seriale), layout, caratteristiche dei materiali, presenza di tamponi, ecc.
- Obiettivi, ovvero minimizzazione del numero di stazioni, minimizzazione del tempo ciclo, minimizzazione del costo totale, ecc.

L'obiettivo principale della procedura proposta è fornire ai progettisti delle operazioni una valida metodologia per la soluzione di un problema di bilanciamento della linea di assemblaggio di modelli misti (MALBP) in caso di sistemi di assemblaggio multilinea complessi, migliorando l'approccio ampiamente accettato consistente nella configurazione dell'impianto attraverso il bilanciamento della prima linea principale e di ciascuna linea di alimentazione separatamente. L'obiettivo secondario (fortemente connesso a quello principale) è fornire una procedura che permetta di ridurre al minimo i tempi di inattività e di sovraccarico tra le workstation, migliorando le prestazioni complessive della catena di montaggio e riducendo la capacità del buffer richiesta. In base alle caratteristiche dei prodotti e delle stazioni il problema viene formulato sulla base dei seguenti presupposti:

- Le linee di alimentazione sono collegate a quella principale che traina la loro produzione insieme a un approccio just-in-time (JIT), JIT è una filosofia industriale che ha invertito il “vecchio metodo” di produrre prodotti finiti per il magazzino in attesa di essere venduti passando alla logica pull secondo cui occorre produrre solo ciò che è stato già venduto o che si prevede di vendere in tempi brevi.
- La stazione della linea principale che richiede un determinato componente è il connettore con la linea di alimentazione che lo assembla. Questa particolare stazione della linea principale sarà chiamata “stazione di collegamento”.
- Ciascuna linea di alimentazione assembla diversi modelli degli stessi articoli sotto-assemblati (linee di alimentazione di modelli misti).
- La linea principale è una linea di assemblaggio di modelli misti, in cui vari modelli con processi produttivi simili vengono assemblati sullo stesso sistema produttivo, in modo che i tempi di attrezzaggio non siano presenti o trascurabili. Ad ogni modello corrisponde una serie di attività da svolgere e un diagramma delle precedenze delle attività. Considerazioni simili possono essere fatte per i sotto-assemblati.
- La catena di montaggio è unpaced e con buffer tra stazioni a capacità limitata. I prodotti creano una coda FIFO (First In First Out), il metodo FIFO rappresenta la modalità di immagazzinamento di oggetti fisici in cui il primo oggetto introdotto è il primo ad uscire, nel buffer e la sequenza di produzione viene determinata prima del lancio. Considerazioni simili possono essere fatte per le linee di alimentazione.
- Il model-mix, ovvero la domanda di modelli lungo tutto l’orizzonte di pianificazione, è noto con un certo grado di certezza. Le modifiche sono possibili ma limitate.
- Si presume che non vi siano disturbi, come guasti alle macchine o esaurimento delle scorte di materiale.
- Se un determinato modello  $m$  non richiede il sottoassieme  $s$ , o se un determinato modello  $m$  non richiede l’attività  $i$ , il tempo di funzionamento è fissato a 0.
- Le stazioni sono disposte in modo seriale lungo il flusso della linea e il numero delle stazioni deriva dalla procedura di bilanciamento proposta (primi due passaggi della procedura).
- I tempi di funzionamento stocastici sono considerati e distribuiti con una distribuzione normale.
- C’è un lancio a tariffa fissa: unità consecutive vengono posizionate sulla linea allo stesso intervallo del tempo ciclo.

- I sovraccarichi di lavoro ed i tempi morti sono assorbiti dalla capacità del buffer. Quando la dimensione del buffer raggiunge la sua capacità, la stazione verrà bloccata. Quando il buffer di input di una stazione è vuoto ci sarà un tempo di inattività. Questa inefficienza è generalmente chiamata “starvation”.
- Non vengono considerati i tempi di installazione.

Per descrivere la procedura si introducono le seguenti annotazioni:

### *Tempo ciclo e tempo di produzione*

$PT$  Tempo totale disponibile per la produzione nel periodo di pianificazione.

$d_m$  Domanda prevista per il modello  $m$  nel periodo di pianificazione.

$$D = \sum_m d_m \quad (3.1)$$

$D$  Numero totale di unità richieste nel periodo di pianificazione

$$c \text{ tempo ciclo con } c \leq \lfloor PT/D \rfloor \quad (3.2)$$

### *linea principale, modelli*

$K$  Numero di stazioni, indice:  $k = 1, \dots, K$ .

$M$  Numero di modelli, indice:  $m = 1, \dots, M$ .

$J$  Numero di attività della linea principale, indice:  $j = 1, \dots, J$ .

$t_{j,m}$  Tempo di funzionamento dell'attività  $j$  per unità di modello  $m$ .



$$t'_j = \sum_m d_m \cdot t_{j,m} \quad \text{Tempo cumulato dell'attività } j. \quad (3.3)$$

$$t_j = t'_j / D \quad (3.4)$$

$t_j$  Tempo di funzionamento medio dell'attività  $j$  per unità.

$$\tau_{k,m} = \sum_{j \in S_k} t_{j,m} \quad (3.5)$$

$\tau_{k,m}$  Tempo di funzionamento totale assegnato alla stazione  $k$  per il modello  $m$ .

$$\tau_k = \sum_{j \in S_k} t_j \quad (3.6)$$

$\tau_k$  Tempo di funzionamento medio totale assegnato alla stazione  $k$ .

$P_j$  Insieme di immediati predecessori del task  $j$ .

$F_j$  Insieme di immediati successori del task  $j$ .

$S_k$  Carico della stazione, insieme dei task assegnati alla stazione  $k$ .

$$E_j = \frac{t_j + \sum_{h \in P_j} t_h}{c} \quad (3.7)$$

$E_j$  La prima stazione a cui può essere assegnata l'attività  $j$ .

$$L_j = K + 1 - \frac{t_j + \sum_{h \in P_j} t_h}{c} \quad (3.8)$$

$L_j$  L'ultima stazione a cui è possibile assegnare l'attività j.

### *Linee di alimentazione, sottoassiemi*

$S$  Numero di componenti assemblati "in linea" (ovvero numero delle linee di alimentazione), indice:  $s = 1, \dots, S$ .

$S^*$  Numero totale di sottoassiemi  $S^* \geq S$ .

$K_s$  Numero di stazioni in s, indice:  $k = 1, \dots, K_s$ .

$I_s$  Numero dei task in s, indice:  $i = 1, \dots, I_s$ .

$t_{i,m,s}$  Tempo di funzionamento dell'attività i per il modello m per s sotto-assemblati.

$$t_{k,m,s} = \sum_{i \in S_k} t_{i,m,s} \quad (3.9)$$

$t_{k,m,s}$  Tempo di funzionamento totale per il modello m per i sotto-assemblati nella stazione k.

$$t_{i,s} = \left( \sum_m t_{i,m,s} \cdot d_m \right) / D \quad (3.10)$$

$t_{i,s}$  Tempo medio di funzionamento dell'attività i per i sotto-assemblati s.

$$t_{i,s} = \sum_i t_{i,m,s} \cdot d_m \quad (3.11)$$

$t_{i,s}$  Tempo cumulativo del modello m per sotto-assemblati s.

$y_{m,s}$  Numero di sotto-assemblati  $s$  richiesti dal modello  $m$ .

$$d_{m,s} = d_m \cdot y_{m,s} \quad (3.12)$$

$d_{m,s}$  Domanda attesa del modello  $m$  in  $s$ .

$$t_s = \left( \sum_m t_{m,s} \cdot d_{m,s} \right) / \sum_m d_{s,m} \quad (3.13)$$

$t_s$  Tempo medio di funzionamento del modello virtuale relativo al sottoinsieme  $s$ .

$P_{i,s}; F_{i,s}; S_{k,s}; \tau_{k,s}; E_{i,s}; L_{i,s}$  con lo stesso significato di  $\tau_k, E_i, L_i$ , relativi alla linea di alimentazione  $s$ .

$$P_{i,s}; F_{i,s}; S_{k,s}; \tau_{k,s}; E_{i,s}; L_{i,s} \quad \text{con lo stesso significato di (3.6), (3.7), (3.8), relativi alla linea di alimentazione } s. \quad (3.14)$$

$C_{m,s}$  Costo specifico del sottoinsieme  $s$  per unità di modello  $m$  ( $s = 1, \dots, S; m = 1, \dots, M$ ).

### 3.3 La procedura di bilanciamento delle linee di alimentazione principale integrata

La metodologia proposta mira a risolvere il problema del bilanciamento della linea di assemblaggio del modello misto (MALBP) nel caso di più linee di alimentazione secondarie, con un approccio integrato costituito da una procedura che tende a ridurre al minimo i tempi di inattività e di sovraccarico tra le stazioni, migliorando le prestazioni complessive della catena di montaggio e ridurre la capacità del buffer richiesta.

Il layout è costituito da una linea di assemblaggio principale con stazioni di assemblaggio K e linee di alimentazione secondarie S che forniscono articoli ad una stazione di assemblaggio della linea principale. Prima viene gestito il bilanciamento della linea principale; solo dopo che la linea principale è bilanciata può essere avviato il bilanciamento delle linee di alimentazione. Infine, viene definita una procedura integrata di bilanciamento della linea di alimentazione principale a supporto delle sole stazioni critiche. Questo viene fatto per preservare i vantaggi del bilanciamento del modello medio virtuale e per gestire le stazioni in cui tale approccio crea un sovraccarico elevato. Il flow chart in Figura 3.1 illustra le fasi principali della procedura di bilanciamento.

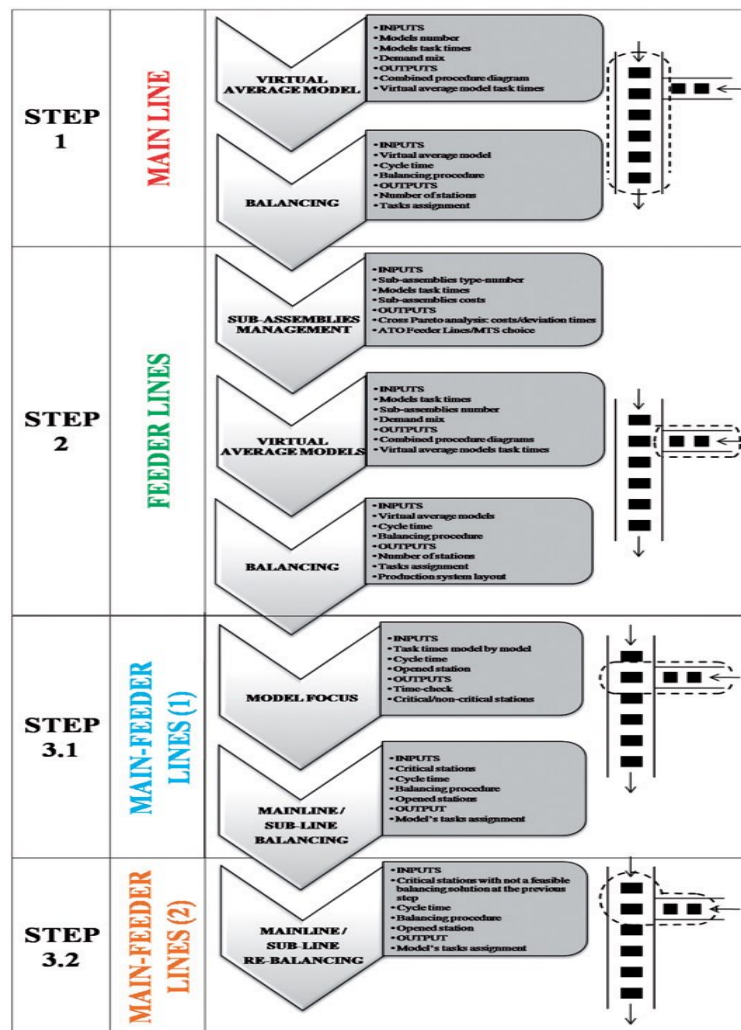


Figura 3.1 Procedura di bilanciamento della linea di assemblaggio mixed model in caso di linee di alimentazione secondarie multiple.

### ***Step 1: Linea Principale***

In questa fase, vengono identificati i numeri e i tipi del modello, i tempi dei task del modello ed i vincoli di precedenza di ciascun modello, per creare un modello medio virtuale ed il suo diagramma delle precedenze combinato associato rappresentativo dell'intero mix.

#### *Modello medio virtuale*

Successivamente, utilizzando il modello medio virtuale, si sviluppa il bilanciamento della linea principale secondo un certo tempo di ciclo, che viene fissato rispetto ad una precisa domanda di mercato e strategia di produzione. La richiesta del cliente richiede la produzione di un numero  $M$  di diversi tipi di modello; la risoluzione di una MALBP richiede inizialmente la riduzione del problema ad una SALBP, attraverso la creazione di un modello medio. I grafici delle precedenze di ciascun modello sono forniti e combinati in un grafico delle precedenze congiunto (joint precedence graph), che viene perseguito prendendo l'unione dei nodi (task) e preservando le relazioni di precedenza dei diagrammi di tutti i modelli (7), (8), mentre il tempo di attività cumulato per ciascuna attività è dato da (4). Il problema di bilanciamento considera tipicamente i tempi medi dei task, calcolati utilizzando il mix storico, dove  $d_m$  è la domanda storica per ciascun modello data nel periodo di pianificazione (ad esempio dai dati di produzione dell'anno scorso).

#### *Bilanciamento della linea principale*

La soluzione di bilanciamento definisce il numero di stazioni, il tipo e il numero dei task per ciascuna stazione, il tipo di strumenti utilizzati in ciascuna stazione, ecc.

Da questo punto di vista la soluzione di bilanciamento non è reversibile, motivo per cui si utilizza il mix storico per la formulazione del modello medio. La funzione punta a ridurre al minimo i tempi di inattività tra le stazioni senza mai superare il tempo di ciclo per il modello medio virtuale, un punto importante per mantenere la velocità di produzione al valore dato, poiché i modelli assemblati per una determinata stazione potrebbero avere un tempo di attività totale che supera il tempo di ciclo. Il modello di bilanciamento utilizzato deriva da Patterson e Albracht e segue una funzione obiettivo che punta a massimizzare la scorrevolezza (smoothness) della linea, minimizzando la differenza (in valore assoluto) tra il tempo di ciclo  $c$  e il tempo di elaborazione del modello medio virtuale nella stazione  $k$ . Consideriamo una variabile binaria come segue:

$$X_{j,k} = \begin{cases} 0 & \text{se il task } j \text{ è assegnata alla stazione } k, \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Minimizzare:

$$F(X_{j,k}) = \sum_k \left| c - \sum_j X_{j,k} \cdot t_j \right| \quad (3.15)$$

Soggetto ai seguenti vincoli:

$$\sum_k X_{j,k} = 1 \quad \text{con } k = 1, \dots, K \quad (3.16)$$

$$\sum_k X_{j,k} \cdot t_j \leq c \quad (3.17)$$

$$E_j \leq k(X_{j,k}) \leq L_j k(X_{j,k}) \quad k \text{ indice per } X_{j,k} = 1 \quad (3.18)$$

Il modello minimizza i tempi di inattività totali nella catena di montaggio mista, considerando tre tipi di vincoli. Il primo vincolo (3.16) assicura che tutte le attività siano assegnate ad una stazione, il secondo (3.17) garantisce che il tempo di elaborazione totale per il modello medio virtuale di una determinata stazione  $k$  non superi il tempo di ciclo e il vincolo (3.18) assicura che la precedenza tra i task sia rispettata.

### **Step 2: linee di alimentazione**

In questa fase, l'attenzione si concentra su due punti principali: la gestione dei sottoassieme e il bilanciamento della linea di alimentazione. Innanzitutto, è importante decidere quali componenti devono essere assemblati utilizzando le linee di alimentazione con una politica ATO (assembly to order) e quali utilizzando stazioni fisse autonome con una politica MTS (make to stock). La metodologia proposta consente di

definire se un determinato componente debba essere assemblato da una linea di alimentazione o meno, utilizzando i costi di sotto-assemblaggio ed i tempi dei task relativi ai sotto-assemblati. La stazione sulla linea principale che richiede i sotto-assemblati provenienti dalla linea di alimentazione sarà la “stazione connettore”, quindi l’output della procedura include anche la posizione dell’alimentatore nel layout del sistema di produzione. Il bilanciamento delle linee di alimentazione è sviluppato allo stesso modo del bilanciamento della linea principale, utilizzando un modello medio per i sotto-assemblati e lo stesso tempo di ciclo della linea principale.

Bisogna decidere come e dove realizzare una linea di alimentazione, partendo dall’ipotesi che una linea di alimentazione assembla una sola tipologia di sotto-assemblati, in modo che il numero di linee di alimentazione sia uguale al numero di sotto-assemblati prodotti “in linea”, con una politica ATO trainata dalla linea principale.

Per ciascun sotto-assemblato  $s = 1, \dots, S^*$  è possibile calcolare:

lo squilibrio dovuto ai diversi tempi necessari per la realizzazione degli stessi sotto-assemblati

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_m ((t_s - t_{m,s})^2 \cdot d_{m,s})}{\sum_m d_{m,s}}} \quad (3.19)$$

$\sigma_s$  Tempo di deviazione per ogni sotto-assemblato  $s = 1, \dots, S^*$

I costi stimati dei sotto-assemblati nel periodo di pianificazione

$$C_s = \sum_m (d_{m,s} \cdot C_{m,s}) \quad (3.20)$$

$C_s$  Costi per ogni sotto-assemblato  $s = 1, \dots, S^*$

Per i sotto-assemblati più costosi è preferibile una produzione JIT “in linea”, a causa degli elevati costi di inventario derivati da una politica MTS. Dall’altra parte, i sotto-assemblati che hanno un tempo di deviazione elevato sono difficili da produrre in una

linea di assemblaggio di alimentazione dedicata, a causa degli elevati tempi di lavoro straordinario e di inattività tra e all'interno delle stazioni.

### *Modello medio virtuale e bilanciamento delle linee di alimentazioni*

Ciascun linea di alimentazione verrà bilanciata utilizzando la stessa procedura presentata nello step 1, oltre a considerare lo stesso tempo di ciclo. Per ciascuna linea di alimentazione (cioè sotto-assemblati prodotti "in linea") il diagramma precedenza combinato e il tempo medio di lavorazione è dato utilizzando (3.10) e (3.14). Con la stessa notazione usata nel passaggio precedente, per ogni sotto-assemblato  $s$ , consideriamo una variabile binaria come segue:

$$X_{i,k,s} = \begin{cases} 0 & \text{se il task } i \text{ è assegnato alla stazione } k \text{ in feeder lines,} \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$\forall s$ , minimizzare:

$$F(X_{i,k,s}) = \sum_k \left| c - \sum_i X_{i,k,s} \cdot t_{i,s} \right| \quad (3.21)$$

Soggetti a seguenti vincoli per ogni  $s$ :

$$\sum_k X_{i,k,s} = 1 \quad \text{con } k = 1, \dots, K_s \quad (3.22)$$

$$\sum_k X_{i,k,s} \cdot t_{i,s} \leq c \quad (3.23)$$



$$E_{i,s} \leq k(X_{i,k,s}) \leq L_{i,s} \quad (3.24)$$

### ***Step 3: Linee di alimentazione principale***

A causa delle variazioni di modello, è possibile che il bilanciamento raggiunto attraverso il modello medio crei un notevole sovraccarico o tempi morti in una determinata stazione per un certo tipo di modello. Per questo motivo, in questa fase si concentra su ciascun modello  $m$  e su una nuova procedura di bilanciamento della linea di alimentazione principale integrata. I sotto-assemblati considerati sono composti da un numero fisso di stazioni:

- Le stazioni della linea di alimentazione  $K_s$  e la stazione di collegamento appartenente alla linea principale (step 3.1).
- Le stazione della linea di alimentazione  $K_s$ , la stazione di collegamento e la stazione precedente sulla linea principale (step 3.2).

Questa fase considera i seguenti aspetti:

- Il numero di stazioni è vincolato.
- Per una data linea di alimentazione la procedura di bilanciamento dell'alimentatore principale integrato viene applicata per un determinato modello se il controllo del tempo evidenzia almeno una stazione critica.

Se viene trovata una soluzione fattibile applicando lo step 3.1, questa sarà la soluzione nuova di bilanciamento per il modello considerato. In caso contrario, deve essere considerata la stazione che precede la Stazione di Collegamento, come definito allo step 3.2.

#### *Step 3.1 Bilanciamento delle linee di alimentazione principale*

Il sistema considerato è composto dalle stazioni della linea di alimentazione  $K_s$  e dalla relativa stazione di collegamento appartenente alla linea principale. Una stazione è definita critica per un certo modello  $m$  se il tempo di lavorazione totale per unità supera il tempo di ciclo  $c$  in una certa stazione, riferito alla soluzione di bilanciamento ottenuta allo step 1 e allo step 2.

Introducendo un nuovo indice  $q$ , che identifica i task che si inseriscono nel sistema considerato e assumendo  $s = 0$  per la stazione di collegamento,

$t_{q,m,0} = t_{j,m}$  per la stazione di collegamento ( $s=0$ ), 0 altrimenti

$t_{q,m,s} = t_{i,m,s}$  per la linea di alimentazione  $s$ , 0 altrimenti,

Tenendo conto della soluzione di bilanciamento ottenuta nei passaggi precedenti, definiamo:

$X_{q,k,0} = X_{j,k}$  per la stazione di collegamento ( $s=0$ )

$X_{q,k,s} = X_{i,k,s}$  per la linea di alimentazione  $s$ .

Per una linea di sotto-assemblaggio considerata e la sua stazione di collegamento, esiste una stazione che è stata identificata come critica per un certo modello quando:

$$c - \left( \sum_q X_{q,k,s} \cdot t_{q,m,s} \right) < 0 \quad \text{con } q = 0, \dots, S \quad (3.25)$$

Le uscite in questa fase sono, per una linea di assemblaggio e la sua stazione di collegamento, le stazioni critiche.

Una volta definite le stazioni critiche, si raggiunge il bilanciamento integrato di alimentazione principale per ogni modello  $m^*$  dov'è presente almeno una stazione critica. Per un certo modello  $m^*$ , considerando i task  $q$  assegnati alle stazioni della linea di alimentazione  $K_s$  e alla stazione di collegamento, è necessario definire prima il diagramma delle precedenze associato, e poi i parametri (3.7) e (3.8) conseguenti per il sistema considerato. Il bilanciamento integrato di alimentazione principale è sviluppato considerando una variabile binaria come segue:

$$X_{q,k,s} = \begin{cases} 0 & \text{se il task } q \text{ è assegnato alla stazione } k \text{ in feeder line } s, \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$\forall s, \forall m^*$  minimizzare:

$$F(X_{q,k,s}) = \sum_k \left| c - \sum_q X_{q,k,s} \cdot t_{q,m^*,s} \right| \quad (3.26)$$

Soggetto ai seguenti vincoli:

$$\sum_k X_{q,k,s} = 1 \quad \text{con } k = 1, \dots, K \quad (3.27)$$

$$K = K_s + 1 \quad (3.28)$$

$$\forall s, \forall m^*, \sum_k X_{q,k,s} \cdot t_{q,m^*,s} \leq c \quad (3.29)$$

$$E_{q,s} \leq k(X_{q,k,s}) \leq L_{q,s} \quad (3.30)$$

Con  $k(X_{q,k,s})$  come  $k$  indice per  $X_{q,k,s} = 1$

Diversamente dai due passaggi precedenti il numero delle stazioni viene fissato in base alla soluzione ottenuta in precedenza. Il vincolo è garantito dalla (3.28) ed è l'unica possibilità per cambiare la posizione di esecuzione del task. La nuova soluzione per il modello considerato  $m^*$  è una nuova assegnazione dei task che coinvolgono le stazioni  $K_s + 1$ .

Questa fase della procedura proposta, integrando il bilanciamento principale e quello di alimentazione, supera questi problemi con una nuova soluzione di bilanciamento che consente, concentrandosi sui modelli critici  $m^*$ , di spostare task (o operatori) da una stazione della linea principale ad una stazione sulla linea di alimentazione o viceversa.

### *Step 3.2 Bilanciamento delle linee di alimentazione principale*

Per un certo modello  $m^*$ , se una soluzione fattibile non è realizzabile secondo (3.26) la procedura continua con lo step 3.2. Il sistema considerato coinvolgerà le stazioni  $K_s + 2$  con le stazioni di alimentazione, la stazione di collegamento e la stazione che la precede sulla linea principale. La procedura verrà applicata con lo stesso modello matematico dello step 3.1, ma i task ed i vincoli verranno modificati se necessario.

# Caso studio

## 4.1 Garbin Group

Garbin Group è un'azienda dinamica e flessibile, pronta a soddisfare ogni specifica esigenza. Offre un prodotto industriale artigianale caratterizzato da una struttura robusta, componenti realizzati in Italia, elettronica ridotta al minimo e semplicità d'uso unica nel suo genere.

Garbin Group è stata fondata nel 1963 a Malo (VI), sviluppa negli anni una gamma di prodotti allo scavo per il settore agricolo e per il verde pubblico e privato. Nel 2014, raggiunge il traguardo producendo la prima macchina radiocomandata dedicata alla posa della fibra ottica. Nel 2019, la società viene acquistata dalla famiglia Brentan ed incrementa la capacità produttiva sino a raggiungere 100 unità della serie Fiber prodotte nell'anno. Nel 2020, continua l'innovazione della società presentando la nuova macchina multifunction Multifunction 75 E. la Multifunction 75 E è una macchina che è adatta a diversi accessori. E nel 2022, l'azienda si è trasferita ad un nuovo stabilimento di 10.000 mq ad Agugliaro (VI) che è molto più grande dello stabilimento vecchio, con lo scopo di far crescere l'azienda e aumentare la produzione.

Garbin Group è il marchio, l'unico a contraddistinguere i trenchers made in Italy. Tradizione per essere presenti nel mercato europeo dal 1963 con una gamma di prodotti che spazia dal verde pubblico alle grandi opere civili.

Garbin Group ha acquisito le conoscenze indispensabili per studiare, progettare e sviluppare il proprio "sistema di qualità" grazie all'esperienza maturata in 60 anni di attività ed operando nell'ambito di una mirata politica aziendale. È stata in grado di fornire ai suoi clienti e per ciascun articolo venduto: Dichiarazione CE di conformità; Certificazione CE, riportata su apposite etichette metalliche fissate sul telaio dei prodotti; Manuale d'uso e di manutenzione di ciascun articolo, contenente le indicazioni indispensabili per il corretto uso della macchina. Questo è stato reso possibile tramite la definizione di un'attività programmatica volta al conseguimento di una Certificazione di Qualità dei prodotti, attraverso la pianificazione delle risorse. In applicazione a tali direttive, Garbin Group ha indirizzato il proprio staff tecnico e commerciale verso procedure sempre più perfezionate, mirate al conseguimento del Marchio europeo "CE".

Garbin Group, nel segno della professionalità e correttezza che ha sempre contraddistinto il rapporto con i suoi clienti resta a completa disposizione per il soddisfacimento di particolari esigenze o la soluzione di problemi che dovessero sorgere nel corso del tempo.

## 4.2 Bilanciamento della linea di assemblaggio

Qui, vado a studiare il bilanciamento della linea di assemblaggio mixed model per il nuovo stabilimento della Garbin Group. Si deve assemblare quattro modelli sulla stessa linea di assemblaggio con un ciclo produttivo simile, in cui i tempi dei task variano per ciascun modello. I quattro modelli sono: m1, Multifunction 75 E catenaria; m2, Multifunction 75 E con disco 540; m3, Fiber 540 E con nastro; e in fine m4, Fiber 630 E.

Il numero totale dei task è 34 per ciascun modello, in Tabella 4.1, è riportato il relativo dato di tempo in ore ( $t_j$ ). La domanda per ciascun modello  $d_{m_x}$  è:  $d_{m_1} = 1$ ,  $d_{m_2} = 1$ ,  $d_{m_3} = 1$  e  $d_{m_4} = 1$ .

task\model	m1	m2	m3	m4
t1	0.53	0.53	0.50	0.50
t2	1.08	1.08	1.00	1.00
t3	3.00	3.00	0.67	0.67
t4	0.67	0.67	4.67	4.67
t5	0.95	0.95	4.07	4.07
t6	0.33	0.33	1.00	1.00
t7	0.55	0.55	2.00	2.00
t8	0.30	0.30	0.58	0.58
t9	0.33	0.33	1.00	1.00
t10	1.17	1.17	3.00	3.00
t11	1.50	1.50	3.17	3.17
t12	0.58	0.58	1.58	1.58
t13	0.25	0.25	0.25	0.25
t14	1.62	1.62	2.08	2.08
t15	1.00	1.00	3.42	3.42

t16	1.83	1.83	2.50	2.50
t17	3.50	3.50	0.67	0.67
t18	0.67	0.67	2.17	2.17
t19	0.50	0.50	0.00	0.00
t20	0.25	0.25	0.33	0.00
t21	0.00	0.00	0.92	0.00
t22	1.67	1.67	0.00	0.00
t23	0.67	0.00	0.00	0.00
t24	0.42	0.00	0.00	0.00
t25	0.25	0.00	0.00	0.00
t26	0.83	0.00	0.00	0.00
t27	4.17	0.00	0.00	0.00
t28	0.50	0.00	0.00	0.00
t29	0.00	1.00	1.00	1.00
t30	0.00	4.00	4.00	4.00
t31	0.00	2.83	2.83	0.00
t32	0.00	0.17	0.17	0.00
t33	0.00	0.00	0.00	0.17
t34	0.00	0.00	1.25	0.00

Tabella 4.1 Rappresentazione dei tempi  $t_j$  di ogni singolo modello

Nelle figure seguenti, vengono rappresentati i grafici delle precedenze di ogni singolo modello.

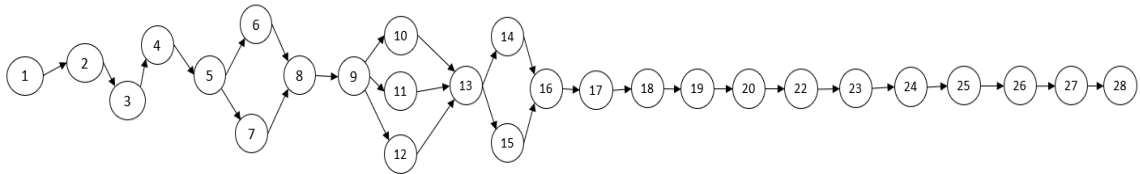


Figura 4.1 Grafico delle precedenze del modello m1

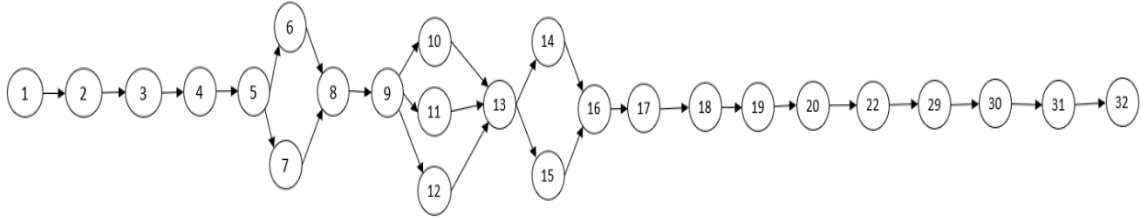


Figura 4.2 Grafico delle precedenze del modello m2

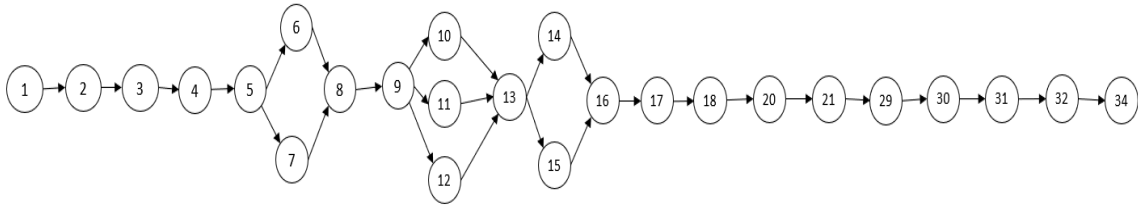


Figura 4.3 Grafico delle precedenze del modello m3

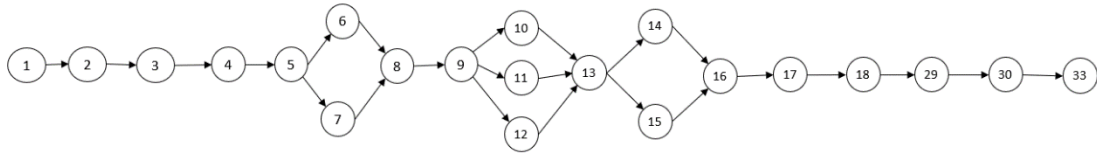


Figura 4.4 Grafico delle precedenze del modello m4



Le stazioni che ho a disposizione sono 5, il tempo ciclo  $T_c$  che si considera è di 8 ore. In Tabella 4.2, sono presentati i tempi ( $t'_j$ ) medi in ore che costituiranno il VAM (Virtual Average Model).

$t'_1$	$t'_2$	$t'_3$	$t'_4$	$t'_5$	$t'_6$	$t'_7$	$t'_8$	$t'_9$	$t'_{10}$
0.52	1.04	1.83	2.67	2.51	0.67	1.28	0.44	0.67	2.08
$t'_{11}$	$t'_{12}$	$t'_{13}$	$t'_{14}$	$t'_{15}$	$t'_{16}$	$t'_{17}$	$t'_{18}$	$t'_{19}$	$t'_{20}$
2.33	1.08	0.25	1.85	2.21	2.17	2.08	1.42	0.25	0.21
$t'_{21}$	$t'_{22}$	$t'_{23}$	$t'_{24}$	$t'_{25}$	$t'_{26}$	$t'_{27}$	$t'_{28}$	$t'_{29}$	$t'_{30}$
0.23	0.83	0.17	0.10	0.06	0.21	1.04	0.13	0.75	3.00
$t'_{31}$	$t'_{32}$	$t'_{33}$	$t'_{34}$						
1.42	0.08	0.04	0.31						

Tabella 4.2 Rappresentazione dei tempi  $t'_j$  medi

Nella figura seguente, viene riportato il grafico delle precedenze del VAM (Virtual Average Model).

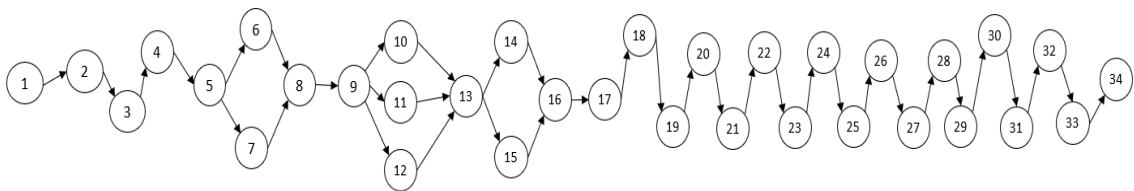


Figura 4.5 Grafico delle precedenze combinato

È importante ricavare gli indici  $E'_j$  ed  $L'_j$  che permettono di ricavare l'intervallo  $SI'_j$  che rappresenta appunto le stazioni al quale il task j può appartenere. In Tabella 4.3 vengono illustrati i risultati degli indici:

Task	$E'_j$	$L'_j$
t1	1	1
t2	1	1
t3	1	1
t4	1	1
t5	2	2
t6	2	2
t7	2	2
t8	2	2
t9	2	2
t10	2	3
t11	2	3
t12	2	3
t13	3	3
t14	3	3
t15	3	3
t16	3	4
t17	4	4
t18	4	4
t19	4	4
t20	4	4
t21	4	4
t22	4	4
t23	4	5
t24	4	5
t25	4	5
t26	4	5
t27	4	5
t28	4	5
t29	4	5
t30	5	5
t31	5	5
t32	5	5
t33	5	5
t34	5	5

Tabella 4.3 risultati di  $E'_j$  e  $L'_j$

## 4.2.1 Bilanciamento della linea principale

Calcolati i tempi medi ( $t'_j$ ) e gli indici  $E'_j$  e  $L'_j$  si può procedere con il bilanciamento della linea principale. Nella Tabella 4.4 viene portato il bilanciamento della linea principale del modello medio.

Stazione	ST1	ST2	ST3	ST4	ST5
Task	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8, t9, t10	t11, t12,... , t15	t16, t17,... , t26	t27, t28,... , t34
tempo $\tau_k$	6.06	7.64	7.73	7.73	6.77

Tabella 4.4 Bilanciamento della linea principale del modello medio

Nella figura seguente, viene illustrato il livello di saturazione del modello medio nelle stazioni rispettando il tempo ciclo.

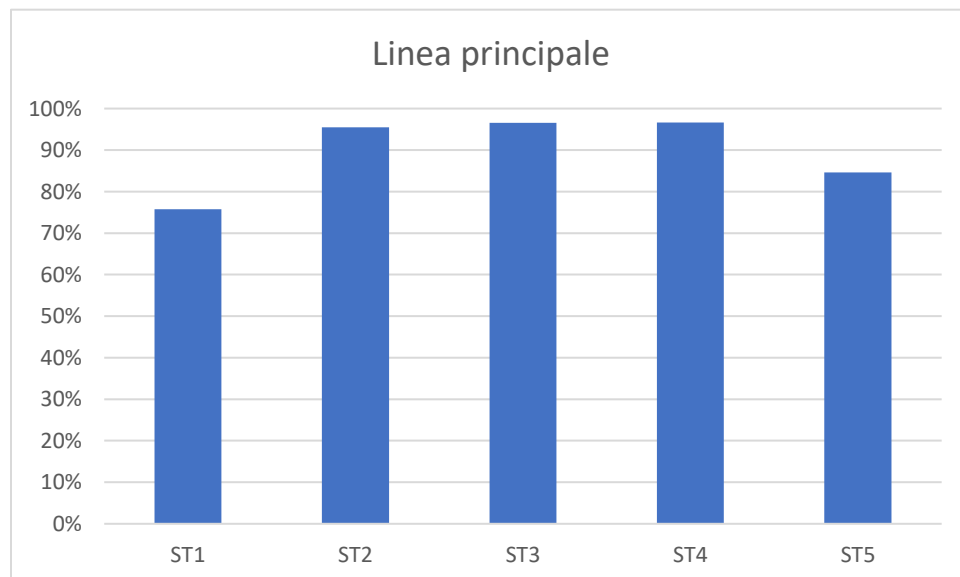


Figura 4.6 Livello di saturazione del modello medio nelle stazioni

La figura 4.6 mostra che il bilanciamento del modello medio è fattibile con 5 stazioni come abbiamo capito dagli indici  $E'_j$  e  $L'_j$ .

Una volta fatto il bilanciamento della linea principale, si va a bilanciare la linea di alimentazione con lo stesso tempo ciclo.

## 4.2.2 Bilanciamento delle linee di alimentazione

Abbiamo tre linee di alimentazione. Nella prima linea di alimentazione vengono assemblati i motori per i quattro modelli, nella seconda viene assemblato l'accessorio del primo modello e nella terza linea di alimentazione vengono assemblati gli accessori degli altri tre modelli. I tre sub-assemblati vengono chiamati A1, A2 e A3. Nelle tabelle seguenti vengono riportati i tempi dei task per ogni sub-assemblato:

task\model	m1	m2	m3	m4
t1	0.67	0.67	0.58	0.58
t2	1	1	0.92	0.92
t3	1.25	1.25	1.17	1.17
t4	1.4	1.4	1.37	0.87
t5	1.00	1.00	0.50	0.50

Tabella 4.5 i tempi  $t_i$  del sub-assemblato A1

task\model	m1
t1	1.83
t2	0.5
t3	0.33

Tabella 4.6 i tempi  $t_i$  del sub-assemblato A2

task\model	m2	m3	m4
t1	0.42	0.42	0.00
t2	0.00	0.00	0.42
t3	3.33	3.33	3.33
t4	1.88	1.88	0.00
t5	0.00	0.00	1.88
t6	1.08	1.08	1.08

Tabella 4.7 i tempi  $t_i$  del sub-assemblato A3

Nelle figure seguenti, sono riportate i grafici delle precedenze di ciascuna linea di alimentazione.

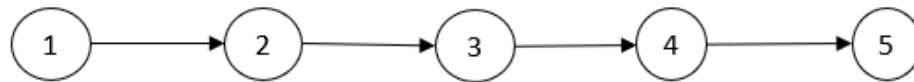


Figura 4.7 Grafico delle precedenze del sub-assemblato A1

Nella figura 4.7, troviamo un solo grafico delle precedenze perché in questo caso tutti e quattro modelli hanno gli stessi task. Di conseguenza, il grafico combinato sarà uguale.



Figura 4.8 Grafico delle precedenze del sub-assemblato A2

Nella figura 4.8, abbiamo un solo grafico delle precedenze perché in questo sub-assemblato viene considerato un solo modello.

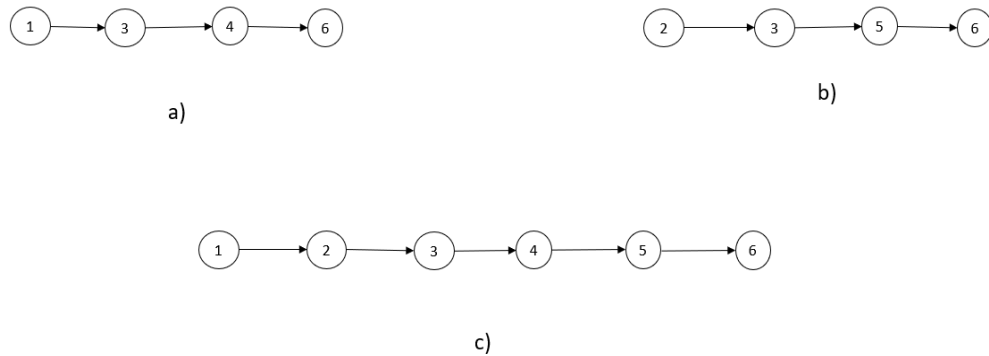


Figura 4.9 Grafici delle precedenze a) dei modelli m2 m3, b) del modello m4 e c) del sub-assemblato A2

Nella figura 4.9 abbiamo tre grafici, i modelli m2 e m3 hanno gli stessi task con gli stessi tempi quindi rappresentano lo stesso grafico delle precedenze (a), b) rappresenta il grafico delle precedenze del modello m4 ed in fine c) rappresenta il grafico delle precedenze combinato.

Ora si calcolano i tempi medi  $t'_i$  del modello medio del sub-assemblato A1 e A3, invece per il sub-assemblato A2 rimangono gli stessi risultati perché viene assemblato un solo modello.

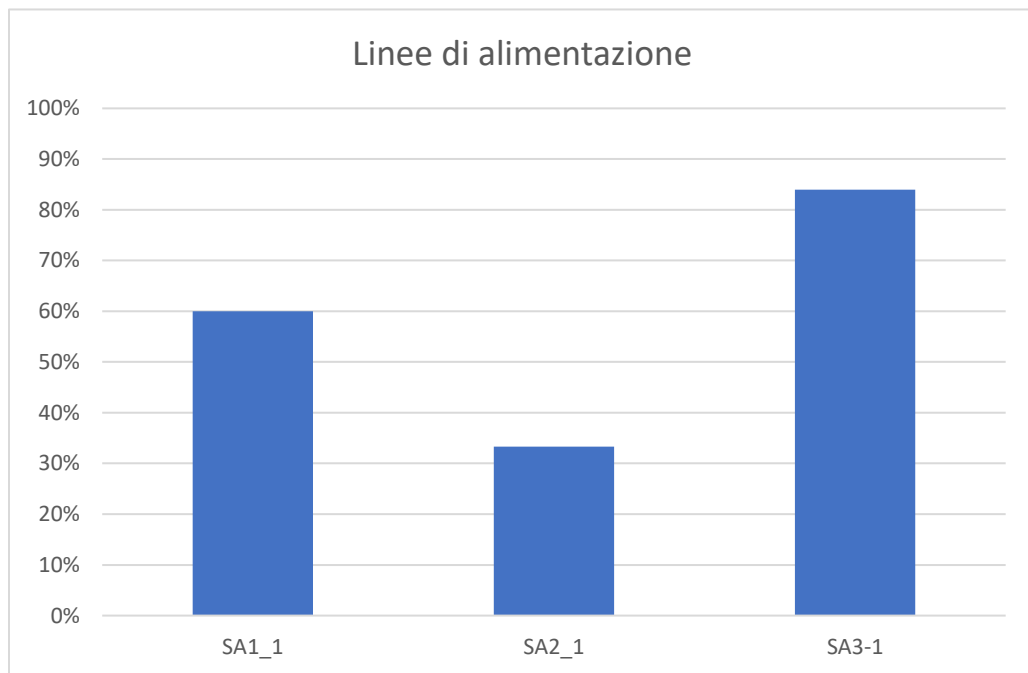
$t'_1$	$t'_2$	$t'_3$	$t'_4$	$t'_5$
0.63	0.96	1.21	1.26	0.75

Tabella 4.8 I tempi medi  $t'_i$  del sub-assemblato A1

$t'_1$	$t'_2$	$t'_3$	$t'_4$	$t'_5$	$t'_6$
0.28	0.14	3.33	1.26	0.63	1.08

Tabella 4.9 I tempi medi  $t'_i$  del sub-assemblato A3

Calcolati i tempi medi, si procede con il bilanciamento delle linee di alimentazione. Considerando il tempo ciclo è 8 ore, la somma dei tempi medi dei task per ciascun sub-assemblato non super il tempo ciclo. Quindi, si fissa una sola stazione per ogni linea di alimentazione.



*Figura 4.10 Livello di saturazione del modello medio nelle stazioni delle linee di alimentazione*

Nella figura 4.10, viene illustrato il livello di saturazione del modello medio nelle stazioni delle linee di alimentazione rispettando il tempo ciclo.

Nella figura 4.11 viene illustrato il relativo layout del sistema di assemblaggio.

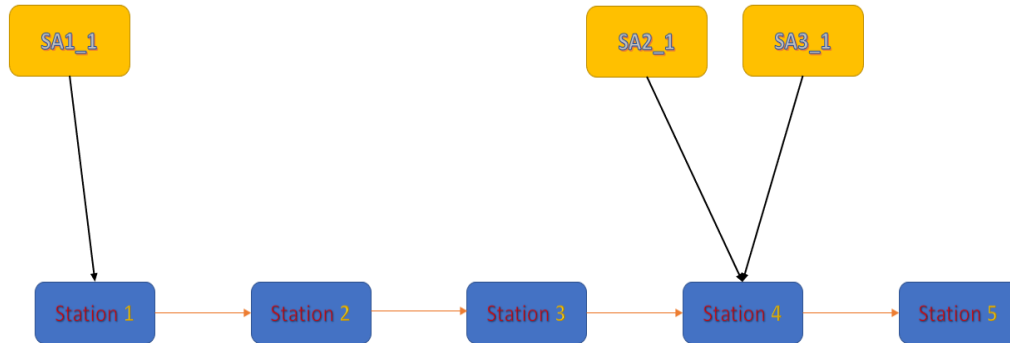


Figura 4.11 Layout del sistema di assemblaggio

### 4.2.3 Controllo del bilanciamento per ciascun modello

In questa sezione si concentra su ciascun modello e sulla linea principale. In Tabella 4.10 viene mostrato il controllo del tempo per tutti e quattro modelli, dove i problemi di sovraccarico evidenziati in rosso per una facile identificazione. Dalla tabella si vede che la stazione 1 per tutti i modelli non ha problemi, invece le altre stazioni mostrano dei sovraccarichi che devono essere sistemate.

Stazione	ST1	ST2	ST3	ST4	ST5
task	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8, t9, t10	t11, t12,... , t15	t16, t17,... , t26	t27, t28,... , t34
$t_{k,m1}$	5.28	3.63	4.95	10.58	4.67
$t_{k,m2}$	5.28	3.63	4.95	8.42	8.00
$t_{k,m3}$	6.83	11.65	10.50	6.58	9.25
$t_{k,m4}$	6.83	11.65	10.50	5.33	5.17

Tabella 4.10 Controllo del tempo per i modelli



La tabella 4.10 illustra che la stazione (ST4) presenta dei sovraccarichi per il modello m1 e il modello m2, invece il modello m3 presenta dei sovraccarichi nelle stazioni ST2, ST3 e ST5, infine il modello m4 presenta dei sovraccarichi nelle stazioni ST2 e St3. Queste sono le stazioni critiche.

	ST1	ST2	ST3	ST4	ST5
m1	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8, t9, t10	t11, t12,... , t15, t16	t17,... , t22	t23, ..., t27, t28,... , t34
t <sub>k</sub>	5.28	3.63	6.78	6.58	6.83
m2	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8, t9, t10	t11, t12,... , t15, t16	t17,... , t26	t27, t28,... , t34
t <sub>k</sub>	5.28	3.63	6.78	6.58	8.00
m3	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8	t9, t10, t11	t12, t13, t14, t15	t16, t17,... , t34
t <sub>k</sub>	6.83	7.65	7.17	7.33	15.83
m4	t1, t2, t3, t4	t5, t6, t7, t8	t9, t10, t11	t12, t13, t14, t15	t16, t17,... , t34
t <sub>k</sub>	6.83	7.65	7.17	7.33	10.50

Tabella 4.11 Bilanciamento rispetto ciascun modello

La tabella 4.11 illustra il bilanciamento rispetto a ciascun modello per risolvere il problema di sovraccarico. Si nota che l'ultima stazione (ST5) del modello m3 supera il tempo ciclo, lo stesso anche per l'ultima stazione (ST5) del modello m4. Allora si è deciso di mettere due operatori in queste due stazioni, infatti facendo così il tempo della stazione (ST5) del modello m3 diventa 7,92 ore e il tempo della stazione (ST5) del modello m4 diventa 5,25 ore. Così, abbiamo ottenuto il nuovo bilanciamento rispetto il tempo ciclo di 8 ore.

Questi tempi sono stati prelevati realmente dal campo di lavoro, e secondo me la differenza dei tempi è causata dalla differenza della esperienza tra gli operato. Di conseguenza, la esperienza dell'operatore influenza tanto sul tempo di lavorazione. Tanto è più esperto l'operatore, tanto più basso il tempo di lavorazione che impiega.

## Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato dato ampio respiro allo studio delle problematiche delle linee di assemblaggio mixed-model, analizzando la letteratura di settore e studiando i diversi problemi affrontati dagli autori nell'ultimo decennio. Anche facendo una breve rassegna della letteratura sui MALBP (Mixed-model Assembly Line Balancing Problem).

La procedura analizzata, basata su metodologie branch and bound, mira a bilanciare un sistema di assemblaggio di linee multiple di alimentazione in un ambiente ATO (Assembly To Order). È stata studiata la procedura del modello medio virtuale (Virtual Average Model) per bilanciare la linea di assemblaggio mixed-model, trasformando il modello misto (composto da modelli diversi) in un modello medio virtuale rappresentativo dell'intero mix. Una volta bilanciata la linea principale, viene poi studiato il bilanciamento delle linee di alimentazione secondarie.

Lo svantaggio di questo metodo consiste nella possibilità di verificarsi di sovraccarichi o tempi morti in una certa stazione per ogni singolo modello reale. Per questo motivo, infine, ci si è concentrati su ciascun modello reale con una nuova procedura di bilanciamento della linea.

Infine è stato analizzato un caso studio fatto in Garbin Group, azienda che produce macchine per movimento terra. I tempi sono stati rilevati seguendo tutto il processo di assemblaggio in tempo reale con gli operatori per tutti i quattro modelli. È stato fatto il bilanciamento della linea principale con 5 stazioni e tempo ciclo di 8 ore e successivamente il bilanciamento delle linee di alimentazione rispettando lo stesso tempo ciclo in un ambiente ATO. Il gruppo nastro invece è stato assemblato in un ambiente MTS (Make To Stock).

E' stato poi controllato il bilanciamento di ogni singolo modello per risolvere i problemi di sovraccarico che sono stati riscontrati nell'ultima stazione per i modelli m3 e m4, dove il tempo di lavorazione era maggiore del tempo ciclo. Per risolvere tale problema si è proposta la presenza di due operatori nell'ultima stazione mantenendo quindi 5 stazioni per la linea principale.

Si è osservato che nonostante i quattro modelli siano molto simili nel processo di assemblaggio, esiste una grande differenza tra i tempi dei task soprattutto, per esempio, tra m1 ed m3. Questo è dovuto alla grande differenza di esperienza tra

un operatore e l'altro la quale influenza il tempo di lavorazione del singolo operatore. Più l'operatore è esperto, meno tempo impegna per eseguire il task. Si è infine constatato come la postazione di lavoro degli operatori non era perfettamente organizzata e ciò ha influenzato negativamente il tempo di esecuzione di un task: avere una posizione adatta per l'esecuzione dei task richiesti con tutte le attrezzature necessarie riesce a ridurre il tempo di esecuzione, ottimizzandolo.

## Riferimenti

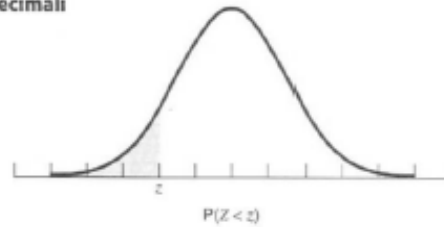
- [1] Balancing and Sequencing of Assembly Lines. Authors: Armin Scholl
- [2] Anna Azzi, Daria Battini, Maurizio Faccio and Alessandro Persona. 2011. Mixed model assembly system with multiple secondary feeder lines: layout design and balancing procedure for ATO environment
- [3] Enric Andreu-Casas, Alberto García-Villoria, Rafael Pastor. 2022. Multi-manned assembly line balancing problem with dependent task times: a heuristic based on solving a partition problem with constraints
- [4] Jinlin Li & Jie Gao. 2014. Balancing manual mixed-model assembly lines using overtime work in a demand variation environment
- [5] Lorenzo Tiacci. 2017. Mixed-model U-shaped assembly lines: Balancing and comparing with straight lines with buffers and parallel workstations
- [6] Mahdi Mokhtarzadeh , Masoud Rabbani, Neda Manavizadeh. 2021. A novel two-stage framework for reducing ergonomic risks of a mixed-model parallel U-shaped assembly-line
- [7] Xavier Delorme, Alexandre Dolgui, Sergey Kovalev, Mikhail Y. Kovalyov. 2019. Minimizing the number of workers in a paced mixed-model assembly line
- [8] Joaquín Bautista-Valhondo, Rocío Alfaro-Pozo. 2018. A case study at the Nissan Barcelona factory to minimize the ergonomic risk and its standard deviation in a mixed-model assembly line
- [9] Elif Elcin Gunay, Ufuk Kula. 2018. A two-stage stochastic rule-based model to determine pre-assembly buffer content
- [10] Luiza Zeltzer, El-Houssaine Aghezzaf & Veronique Limère. 2017. Workload balancing and manufacturing complexity levelling in mixed-model assembly lines
- [11] Masoud Rabbani, Reyhaneh Siadatian, Hamed Farrokhi-Asl & Neda Manavizadeh. 2016. Multi-objective optimization algorithms for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations

- [12] C. Finetto & M. Faccio & G. Rosati & A. Rossi. 2014. Mixed-model sequencing optimization for an automated single-station fully flexible assembly system (F-FAS)
- [13] Kürşad Ağpak & Saeed Zolfaghari. 2015. Mathematical models for parallel two-sided assembly line balancing problems and extensions
- [14] Nuhsara Kriengkorakot and Nalin Pianthong. 2007. The Assembly Line Balancing Problem : Review articles

# APPENDICE A

## TAVOLE DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE STANDARD

Approssimazione a due decimali



<i>z</i>	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

<b>z</b>	<b>0.00</b>	<b>0.01</b>	<b>0.02</b>	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.08</b>	<b>0.09</b>
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000