



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia Generale

Corso di laurea Magistrale in Psicologia Cognitiva Applicata

Tesi di laurea Magistrale

**Ansia, autoefficacia e locus of control: impatto sulla
prestazione matematica dei bambini di quarta e quinta
primaria**

**Anxiety, self-efficacy, and locus of control: impact on mathematical
performance in fourth and fifth-grade children**

Relatrice

Prof.ssa Sara Caviola

Correlatrice

Dott.ssa Alice Masi

***Laureando: Luca Lorenzo Macchia
Matricola: 2048599***

Anno Accademico 2022/2023

INDICE

INTRODUZIONE	1
Capitolo 1 – Le abilità matematiche	3
1.1 Premesse sull'apprendimento della matematica	3
1.2 I precursori dell'apprendimento matematico	3
1.3 Lo sviluppo delle abilità matematiche di base	8
1.3.1 ANS e OTS: due meccanismi innati alla base dell'apprendimento della matematica	8
1.3.2 Il conteggio	10
1.3.3 I modelli teorici	12
1.4 Abilità di calcolo	15
1.4.1 Calcolo a mente	15
1.4.2 Calcolo Scritto	17
1.5 La valutazione delle abilità matematiche	18
Capitolo 2 – L'influenza dei fattori emotivo-motivazionali	21
2.1 Ansia per la matematica	21
2.1.1 Definizioni e caratteristiche	21
2.1.2 Modelli teorici e relazione con la prestazione matematica	25
2.1.3 Limiti nella letteratura su MA	29
2.2 Locus of control e stili attributivi	29
2.2.1 Definizione e caratteristiche	29
2.2.2 Modelli teorici	31
2.2.3 Stili attributivi e prestazione matematica	34
2.2.4 Limiti nella letteratura sugli stili attributivi	35
2.3 Autoefficacia matematica	35
2.3.1 Definizione e caratteristiche	35
2.3.2 Modelli teorici	37
2.3.3 Relazione tra autoefficacia matematica e prestazione matematica	39
2.3.4 Limiti nella letteratura sull'autoefficacia matematica	41
2.4 Relazione tra ansia, stili attributivi, ed autoefficacia in matematica	41

Capitolo 3 - La ricerca	44
3.1 Ipotesi di ricerca	44
3.2 Il campione	46
3.3 La procedura	47
3.4 Strumenti	48
3.4.1 Le prove matematiche	49
3.4.2 Questionari	54
Capitolo 4 – I risultati	60
4.1 Il campione	60
4.2 Analisi descrittive delle variabili matematiche	61
4.3 Analisi descrittive delle variabili emotive-motivazionali	61
4.3 Analisi fattoriali confermative	62
4.3.1 CFA “Math Self-Efficacy Scale”	64
4.3.2 CFA “Self-efficacy Scale”	65
4.3.3 CFA “Locus of Control Scale”	66
4.3.4 CFA “Perceived control Scale”	68
4.4 Correlazioni	68
4.5 Regressione lineare gerarchica	71
Discussioni	74
Limiti e prospettive future	76
Bibliografia	80

INTRODUZIONE

Lo sviluppo delle capacità matematiche ha assunto un ruolo chiave nella ricerca psicologica e didattica dell'ultimo secolo a causa della crescente rilevanza della matematica nel contesto quotidiano. Il numero assieme alle abilità ad esso relate come fare calcoli o risolvere problemi, sono diventati la base su cui ogni individuo costruisce le proprie competenze accademiche e professionali, e su cui sviluppa la propria vita. Data l'importanza del processo di apprendimento di tali capacità è fondamentale comprenderne ed analizzarne il processo al fine di poter individuare quei fattori che possono promuovere o ostacolare l'esito. Quando si parla di apprendimento matematico si intende un processo multifattoriale complesso che coinvolge diverse abilità sia di tipo dominio-specifico che dominio-generale, le quali attraverso una continua interazione reciproca influenzano notevolmente l'esito dello sviluppo delle competenze dell'individuo. Nello specifico, tra le variabili dominio-generalì rientrano una molteplicità di fattori emotivo-motivazionali, che possono fungere da ostacolo o favorire l'apprendimento matematico. Tra queste variabili ci sono ad esempio l'ansia per la matematica, l'autoefficacia specifica per la materia e il tipo di attribuzioni che lo studente attua nei confronti dei propri risultati.

L'ansia per la matematica (MA) si riferisce all'insieme di sentimenti di paura e preoccupazione che si manifestano nell'individuo quando entra a contatto con attività o sperimenta pensieri inerenti alla matematica. MA produce come sua conseguenza effetti a livello cognitivo, affettivo e fisiologico nell'individuo che compromettono lo sviluppo e l'esecuzione dei compiti matematici.

Con il termine autoefficacia ci si riferisce invece, all'insieme di credenze di competenza che un individuo sviluppa in un ambito specifico. Le convinzioni influenzano gli atteggiamenti dell'individuo, modificando l'intensità dello sforzo e il tipo di strategie e di azioni messe in atto.

Gli studenti hanno inoltre il bisogno innato di trovare una giustificazione ed una causa dei propri risultati, mettendo quindi in atto attribuzioni causali che possono essere esterne (es. caso, fortuna) o interne (es. impegno). L'obiettivo della presente ricerca è pertanto quello di indagare la relazione tra questi fattori e la prestazione matematica in bambini frequentanti il secondo ciclo della scuola primaria.

Nel primo capitolo si entrerà nel dettaglio del concetto di abilità matematiche e verranno

descritti i vari meccanismi responsabili del loro sviluppo. Si parlerà nello specifico della distinzione tra abilità dominio generali, dominio specifiche e del ruolo che svolgono all'interno dell'apprendimento. Verranno illustrati i vari modelli teorici di riferimento e si analizzerà come attraverso l'interazione delle abilità matematiche di base si sviluppino via via abilità sempre più complesse.

Nel secondo capitolo verranno analizzati i tre costrutti di ansia matematica, autoefficacia e di attribuzione. Dopo aver descritto ogni variabile, verranno illustrate le principali teorie che sono state formulate su di esse e successivamente si descriverà il rapporto esistente in relazione alla prestazione matematica. Nella parte conclusiva del capitolo, sarà infine illustrata la relazione esistente tra le tre variabili.

Nel terzo capitolo attraverso l'illustrazione delle prove e dei questionari utilizzati nella ricerca verrà effettuata la descrizione del metodo e dei processi che sono stati effettuati durante la raccolta dati.

Nel quarto e ultimo capitolo saranno riportate le analisi effettuate, quali analisi descrittive e analisi fattoriali, oltre che correlazioni e modelli di regressione lineare.

Per concludere, verrà effettuata la discussione dei risultati ottenuti utilizzando come riferimento la letteratura presente, assieme alla presentazione dei limiti della ricerca e i possibili sviluppi futuri.

Capitolo 1 - LE ABILITÀ MATEMATICHE

1.1 Premesse sull'apprendimento della matematica

Misurare, fare calcoli, contare e risolvere problemi sono solo alcune delle capacità matematiche che un individuo deve applicare per far fronte alle sfide che incontra nella propria quotidianità.

La matematica è una disciplina fondamentale nella vita e nella società odierna, che non solo si trova all'interno di ogni percorso scolastico e di formazione, ma che pervade tutti gli ambiti della conoscenza, portandola ad essere la materia didattica che maggiormente condiziona le scelte future accademiche e lavorative degli individui (Arpino et al., 2017; Daker et al., 2021).

L'apprendimento della matematica è un processo multifattoriale molto complesso che coinvolge aspetti emotivi, motivazionali e cognitivi che ne influenzano il risultato (De Vita et al., 2018). Per acquisire le diverse abilità matematiche non è sufficiente apprendere le nozioni teoriche, ma è necessario combinare conoscenze e competenze matematiche, integrando ciò che uno studente conosce a livello teorico con ciò che sa fare a livello pratico. In altre parole, nello studio della matematica, non basta conoscere un concetto, ma bisogna saperlo usare per risolvere problemi, svolgere calcoli e per risolvere situazioni della vita quotidiana (Pinilla et al., 2008).

In questo capitolo verrà analizzato l'apprendimento delle nozioni matematiche, indagando nello specifico quali sono i fattori coinvolti in questo processo, che ruolo hanno e come avviene lo sviluppo delle abilità legate al numero nel bambino.

Per concludere, verranno descritti i principali modelli teorici di riferimento e come viene valutata la matematica nel contesto scolastico e nel contesto clinico.

1.2 I precursori dell'apprendimento matematico

Alla base dello sviluppo dell'apprendimento matematico sono state individuate due categorie di precursori: le abilità dominio-generalì e dominio-specifiche (De Vita et al., 2018).

La prima tipologia comprende capacità non specifiche, che sottendono l'apprendimento di differenti ambiti disciplinari come la lettura, la scrittura e la matematica (Fritz, Haase e Räsänen, 2019), mentre la seconda è legata alla cognizione numerica, ovvero ad un

insieme di capacità come il riconoscimento dei numeri, la comprensione delle quantità e il conteggio (Krajewski & Schneider, 2009).

Queste abilità sono denominate anche con il termine di precursori in quanto costituiscono il fulcro delle capacità necessarie per il futuro apprendimento delle competenze matematiche (De Vita et al., 2018).

Uno studio del 2011 ha dimostrato che è la combinazione delle abilità numeriche e generali ad influenzare lo sviluppo delle competenze numeriche e a predire il futuro successo matematico del bambino, ponendo in evidenza il ruolo chiave che tali fattori svolgono all'interno del processo di apprendimento. Al fine di incrementare le capacità matematiche future appare necessario intervenire su queste abilità con tempistiche precoci. (Geary, 2011; De Vita et al., 2018).

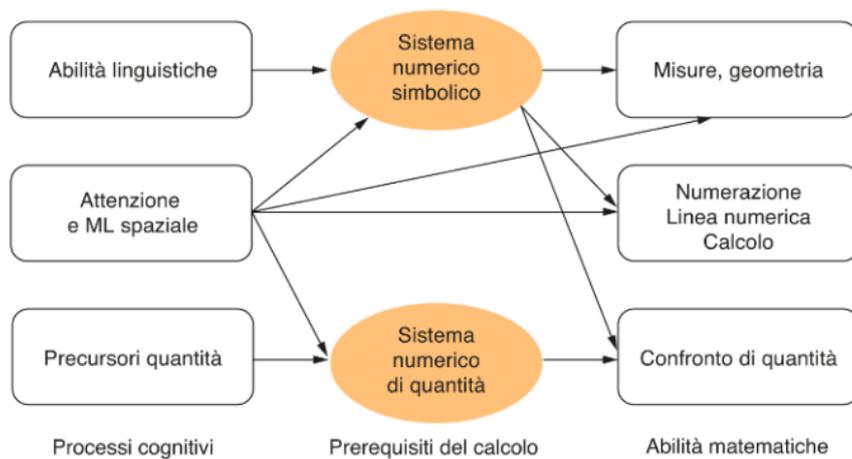
Un quadro teorico di riferimento sul ruolo delle abilità dominio-general e dominio-specifiche nell'apprendimento della matematica è il modello delle relazioni di LeFevre (LeFevre et al., 2010; Sowinski et al., 2015).

L'autore sviluppa la propria teoria partendo dalla spiegazione neuropsicologica dell'elaborazione numerica di Dehaene (1992), che afferma l'esistenza di tre circuiti neurali nel lobo parietale coinvolti nell'esecuzione di compiti matematici indipendenti tra di loro (LeFevre et al., 2010).

Secondo LeFevre, a ogni circuito neurale corrisponde un precursore cognitivo, che svolge un ruolo importante nello sviluppo delle prime abilità matematiche e nell'apprendimento delle conoscenze in classe (LeFevre et al., 2010).

Il modello cerca di fornire una spiegazione a questo tipo di relazioni, individuando come fattori predittivi dello sviluppo matematico due abilità dominio-general (abilità linguistica e attenzione spaziale) e una componente dominio specifica (attenzione quantitativa). (Sowinski et al., 2015). (Figura 1.1)

Figura 1.1 Modelle delle relazioni (LeFevre et al., 2010)



Più nello specifico, LeFevre individua: (a) la conoscenza quantitativa, cioè la capacità del bambino di valutare e discriminare quantità con capacità cognitive minime, attraverso l'uso dei meccanismi numerici innati che verranno approfonditi nel paragrafo successivo; (b) le abilità linguistiche (consapevolezza fonologica, il vocabolario, il ragionamento verbale e la comprensione orale), che permettono lo sviluppo nei bambini del vocabolario ricettivo e in particolare del sistema numerico, (che svolge un ruolo fondamentale per poter iniziare a contare) e (c) la memoria di lavoro visuo-spaziale (attenzione spaziale), che svolge la funzione di mantenimento e di elaborazione di informazioni legate allo spazio (LeFevre et al., 2010).

Le abilità linguistiche e spaziali (MLVS) sono implicate in una varietà di compiti cognitivi, sottendendo l'apprendimento di vari ambiti disciplinari e possono quindi essere considerate come precursori dominio-generalisti, mentre la conoscenza quantitativa è alla base delle abilità del senso del numero ed è un precursore dominio-specifico (Sowinski et al., 2015).

LeFevre (2010) nel proprio modello ribadisce come lo sviluppo dell'apprendimento matematico sia dato dall'interazione tra abilità dominio-generalisti e dominio-specifiche e cerca di fornire una spiegazione sul legame esistente tra precursori cognitivi, abilità matematiche precoci e risultati matematici (Sowinski et al., 2015).

Il focus della letteratura sull'identificazione dei precursori delle abilità numeriche ha portato ad individuare come fattori generali: la memoria di lavoro, la velocità di elaborazione e le funzioni esecutive e come fattori specifici: il riconoscimento delle quantità, il conteggio e la stima (Geary, 2011; De Vita et al., 2018).

Tra le abilità dominio-generalì la memoria di lavoro (ML) è l'abilità che sembra avere un impatto maggiore sulla matematica (Nogues, 2021). La ML rappresenta un magazzino capace di contenere informazioni di natura verbale e non verbale per una durata di tempo limitata, che consente di mantenere in memoria le informazioni magazzino necessarie per lo svolgimento del compito e di manipolarle contemporaneamente (Baddeley, 1999). L'esecuzione di compiti matematici semplici e complessi come il calcolo o la risoluzione di problemi aritmetici richiedono l'uso del magazzino della ML, per poter svolgere le procedure mentali ad essa collegate (svolgere calcoli a mente, operazioni di prestito o riporto, tenere a mente i dati del problema) (Allen et al., 2019).

In letteratura, sono presenti diversi studi che evidenziano come la ML un forte predittore della prestazione matematica e nello specifico si ritiene che la componente verbale si occupi dei processi coinvolti nelle addizioni e moltiplicazioni, mentre quella visuo-spaziale sembra coinvolgere le sottrazioni (Caviola et al., 2014).

Per enfatizzare il ruolo della componente visuo-spaziale, Ashkenazi nel 2013 l'ha definita come: "fonte di vulnerabilità generale della cognizione aritmetica". La MLVS è, infatti, maggiormente implicata nel periodo dell'infanzia, dove il bambino deve acquisire nuove conoscenze, tra cui le abilità aritmetiche di base (Allen et al., 2019).

Le funzioni esecutive racchiudono, invece, l'insieme di processi che permettono di sviluppare risposte flessibili, pensieri e azioni diretti verso un determinato obiettivo e sono alla base delle abilità di problem solving e del pensiero flessibile. Quest'ultimo viene utilizzato maggiormente quando l'individuo si trova ad affrontare situazioni nuove senza l'aiuto di un ausiliare esterno (Cragg et al., 2014). Le FE maggiormente coinvolte nei processi di apprendimento sono: l'inibizione, intesa come la capacità di reprimere risposte automatiche che potrebbero ostacolare la produzione delle risposte desiderate, l'updating, che è definibile come la capacità di aggiornare le informazioni tenute a mente sostituendo le informazioni non più rilevanti con nuovi dati importanti per il compito che la persona sta svolgendo o per la situazione in cui si trova, e lo shifting cioè l'abilità di passare tra un compito e un altro in modo flessibile (Cragg et al., 2014, De Vita 2018 e Vanhala et al., 2023).

La velocità di elaborazione (VE) è definibile come la velocità di risposta e l'efficacia che un individuo raggiunge nell'esecuzione di un determinato compito (De Vita et al., 2018). In particolare, secondo la teoria della VE si tratta della rapidità in cui una serie diversa di operazioni di elaborazione può essere eseguita (Shen et al., 2023).

Secondo questa teoria, la VE è il vincolo principale per l'esecuzione efficace di molti compiti cognitivi: un'alta VE può consentire l'esecuzione di un numero maggiore di operazioni mentali in un tempo ridotto, portando l'individuo a compiere attività cognitive di ordine superiore (Shen et al. 2023). La VE influenza anche le abilità matematiche, facilitando lo svolgimento dei processi più semplici, come ad esempio quello del conteggio, che permette un minore decadimento delle informazioni contenute nella memoria di lavoro. Una metanalisi del 2018 ha dimostrato che una lenta elaborazione delle informazioni è correlata a carenze nei compiti matematici e che avere difficoltà nella VE sia un significativo predittore di futuri problemi in matematica. (Clark et al., 2014; Peng et al., 2018; Shen et al. 2023). A conferma di ciò, gli studi empirici supportano la forte relazione tra VE e le abilità aritmetiche ed evidenziano l'esistenza di una relazione lineare tra le due (Shen et al. 2023).

Un esempio di questa relazione viene fornito da uno studio del 2012, nel quale è stata valutata la VE all'inizio dell'ultimo anno di scuola dell'infanzia in bambini di età prescolare e si è dimostrato come fosse predittiva della competenza aritmetica negli stessi studenti alla fine dell'anno scolastico (Passolunghi et Lanfranchi, 2012).

Oltre alle abilità generali, anche le abilità dominio-specifiche svolgono un ruolo fondamentale nel determinare lo sviluppo delle capacità aritmetiche.

Si tratta di meccanismi cognitivi che sottendono in modo particolare e specifico l'apprendimento della matematica, senza influenzare in nessun modo altri ambiti disciplinari (De Vita et al., 2018)

L'insieme delle abilità numeriche (simboliche e non) vengono racchiuse in quello che viene definito "senso del numero", che si riferisce ad una capacità innata, non verbale e non simbolica posseduta anche da specie non umane che permette di avere una relazione primitiva con le informazioni numeriche ed in particolare di percepirlle, rappresentarle e manipolarle (De Vita et al., 2018).

Tra le abilità appartenenti al senso del numero che sottendono lo sviluppo delle competenze matematiche ci sono la capacità di conteggio, di effettuare confronti tra

grandezze, di effettuare trasformazioni numeriche e la capacità di abbinare il linguaggio numerico simbolico alla quantità corrispondente.

Questo insieme di precursori funge da punto di partenza e da base per lo sviluppo di abilità più complesse, come l'abilità di compiere operazioni e calcoli matematici (De Vita et al., 2018)

L'apprendimento della matematica è dunque un processo complesso, e multifattoriale che riguarda un insieme di componenti dominio generali e dominio specifiche che interagendo tra di loro, si combinano e influenzano lo sviluppo delle competenze matematiche più complesse determinando la futura performance degli individui (Geary, 2011).

1.3 Lo sviluppo delle abilità matematiche di base

Prima di essere in grado di svolgere calcoli numerici, l'uomo deve sviluppare capacità come la stima e il confronto tra grandezze, l'abilità di contare e di collegare il linguaggio numerico simbolico alla quantità relativa. Lo sviluppo di queste abilità più semplici è la base per il successivo sviluppo matematico (De Vita et al., 2018).

1.3.1 ANS e OTS: due meccanismi innati alla base dell'apprendimento della matematica

L'apprendimento della matematica e delle sue abilità a causa delle sue importanti implicazioni sulla vita di tutti i giorni è stato oggetto di studio già dagli inizi degli anni 40' con Piaget che per primo si interfacciava all'osservazione e allo studio dello sviluppo cognitivo del bambino. Egli in particolare aveva individuato come meccanismo chiave l'interazione con l'ambiente esterno e la realtà circostante per l'apprendimento dei concetti. Per l'autore era quindi l'esperienza il fattore fondamentale per la formazione delle conoscenze matematiche e per lo sviluppo del senso del numero (Peloso et al., 2017).

Il bambino piagetiano era concepito privo di ogni idea aritmetica e solo al raggiungimento dello stadio del pensiero operatorio (collocato tra i 6 e 7 anni) sviluppava l'idea di numerosità (Peloso et al., 2017).

Negli anni 90' diversi studi hanno dimostrato come l'essere umano possieda la capacità innata di discriminare e manipolare fatti numerici, in opposizione alla teoria Piagetiana

(Wynn, 1992). Questa ipotesi è stata ulteriormente confermata attraverso la scoperta di un nucleo di capacità innate, che consente già da neonati di poter distinguere piccoli insiemi di oggetti. Questa abilità prende il nome di subitizing e permette di riconoscere in modo rapido ed accurato un insieme piccolo di elementi senza l'utilizzo del conteggio (Butterworth, 1999).

Il riconoscimento della numerosità attraverso questo processo è associato ad operazioni cognitive che portano alla creazione di una rappresentazione mentale analogica e non verbale della quantità numerica dell'insieme (Peloso et al., 2017). Nell'uomo sviluppare la numerosità permette di confrontare due insiemi differenti di elementi e di effettuare operazioni di discriminazione numerica tra di essi (Peloso et al., 2017).

Alla base della capacità di captare quantità si trovano due meccanismi numerici preverbalmente innati, che consistono in due sistemi denominati rispettivamente "Approximate Number System" (ANS) e "Object Tracking System" (OTS) (Andersson, 2012; Guo et al., 2021).

ANS consente di rappresentare grandi quantità di elementi (superiori a 6) in modo approssimativo e impreciso attraverso l'utilizzo di una linea numerica mentale, che colloca i numeri in ordine crescente da sinistra a destra (Dehaene, 1997; Guo et al., 2021). È un meccanismo che si sviluppa dai due ai cinque anni e permette di effettuare stime, confronti e di discriminare le quantità attraverso meccanismi di conteggio non verbale.

La sua esistenza si pensa essere collegata ad un processo evolutivo, in quanto la stessa capacità è stata trovata in altri animali (scimmie, pesci, delfini, piccioni e altri) (Agrillo, Piffer et Bisazza, 2011).

Per quanto riguarda OTS, si può affermare che si tratta di un sistema di attenzione visuo-spaziale che permette di registrare in memoria con precisione piccole quantità di oggetti, composti al massimo da 3-4 elementi. Costruisce rappresentazioni degli oggetti nella memoria di lavoro, elaborando una corrispondenza tra oggetto mentale ed oggetto reale e permette di svolgere una precisa discriminazione tra gruppi di oggetti che si differenziano di una piccola quantità numerica, attraverso un meccanismo di corrispondenza uno ad uno (Andersson et al., 2012). La capacità di rappresentazione di OTS si sviluppa con l'età, passando da un singolo oggetto a circa 12 mesi di età fino ad arrivare a una capacità totale di rappresentazione di tre o quattro oggetti (Piazza, 2010). Le rappresentazioni individuali

effettuate da OTS contengono anche informazioni sulle proprietà qualitative dell'oggetto del mondo reale, come per esempio la forma o la grandezza (Andersson et al., 2012).

L'associazione tra ANS e abilità matematiche è stata riportata anche nel modello di apprendimento matematico di Geary (Geary, 2013).

Il modello sostiene che lo sviluppo delle abilità matematiche avviene in tre fasi. Nella prima i bambini attraverso ANS apprendono nel discriminare le diverse quantità; nella seconda avviene il processo di mappatura attraverso il quale i bambini abbinano i simboli numerici alle quantità corrispondenti e nella terza si comprende appieno la struttura logica del sistema numerico (Geary, 2013).

In questo modello, inoltre, viene enfatizzato il ruolo dell'abilità di mappatura come mediatore fondamentale dell'associazione che esiste tra ANS e sviluppo delle competenze matematiche (Guo et al., 2021). A sostegno di ciò la teoria della mappatura dell'ANS ritiene che il significato semantico del linguaggio simbolico venga appreso mappando ANS (Jang et al., 2018). Questa teoria sostiene che il grado di accuratezza di ANS in un individuo porta ad una migliore comprensione del linguaggio dei numeri, che a sua volta è collegato ad una buona capacità di lavorare con i numeri. Si innesca quindi un meccanismo a cascata che collega in modo diretto ANS e lo sviluppo delle abilità matematiche. Tuttavia, l'esistenza di questo legame è oggetto di dibattito, poiché vari studi hanno ottenuto correlazioni nulle tra l'accuratezza di ANS e i risultati in matematica (Jang et al., 2018).

Il processo di mappatura che porta ad associare quantità numerica e simbolo corrispondente svolge un ruolo fondamentale nello sviluppo dell'apprendimento matematico, poiché costituisce un prerequisito per passare dalle competenze numeriche innate alla capacità di contare (Peloso et al., 2017).

1.3.2 Il conteggio

L'abilità del conteggio permette all'essere umano di riuscire a determinare con un'elevata precisione una determinata quantità numerica e di conservarla in memoria grazie all'utilizzo delle parole numero. Quando si ha ancora poca esperienza con il contare e l'abilità non è stata ancora automatizzata, il bambino ricorre all'ausilio delle dita (Peloso et al., 2017).

Il bambino a due anni per la prima volta grazie alla memorizzazione meccanica inizia ad imparare l'elenco numerico come parola priva di significato. Successivamente apprende il significato associato ai primi numeri (da uno a quattro) con una stima di circa sei mesi per parola-numero. Una volta appreso il significato dei primi quattro numeri si ritiene che i bambini comprendano anche il significato delle grandezze successive, diventando padroni dell'abilità del contare (Jacops et al., 2021).

Le principali teorie che hanno cercato di spiegare fornire spiegazioni sullo sviluppo dell'abilità del conteggio sono la "teoria dei principi di conteggio" (Gelman & Gallistel, 1978) e la "teoria dei contesti diversi" (Fuson, 1991).

La teoria dei principi di conteggio (Gelman & Gallistel, 1978) sostiene l'esistenza di cinque principi fondamentali innati che governano le conoscenze numeriche ed in particolare l'abilità del conteggio. Questi principi sono posseduti sin dall'utilizzo dei meccanismi preverbali e svolgono un ruolo importante nello sviluppo dell'abilità del conteggio verbale (Gelman & Gallistel, 1978).

Gli autori hanno individuato cinque principi fondamentali:

- 1) Ordine stabile: Il linguaggio numerico è composto da parole-numero che si susseguono secondo una sequenza invariata.
- 2) Corrispondenza biunivoca: vi è una corrispondenza a uno a uno tra gli elementi contati e le parole-numero utilizzate
- 3) Cardinalità: il totale dell'insieme è dato all'ultima parola-numero nominata nel conteggio
- 4) Irrilevanza dell'ordine: non è importante l'ordine con cui si conta al patto che vengano contati tutti gli elementi dell'insieme
- 5) Astrazione: qualsiasi cosa può essere contata.

La teoria dei contesti diversi (Fuson, 1988), oltre a sostenere l'esistenza di principi innati mette in evidenza il ruolo che l'ambiente riveste nello sviluppo della matematica. Secondo l'autore lo sviluppo delle abilità matematiche viene dato dall'interazione tra ambiente e capacità innate.

Inizialmente il bambino apprende le parole-numero per memorizzazione senza conoscere a fondo il significato numerico a loro associato (Jacops, 2021) e le ripete in modo mnemonico come se fossero una filastrocca in diversi contesti. Le parole-numero

rimangono fisse, ciò che cambia è l'ambiente in cui il bambino le utilizza. Nello stadio iniziale la componente mancante è costituita dalla componente numerica. Il bambino può infatti anche associare in modo biunivoco una parola-numero a specifici oggetti come nella conta, ma senza attribuire un vero significato numerico. Per diventare padroni dell'abilità del conteggio questa teoria sostiene che è necessario integrare tra di loro tre diverse componenti:

- padronanza della sequenza numerica;
- corrispondenza precisa e biunivoca tra parole numero ed elementi contati;
- principio di cardinalità del numero.

In conclusione, la teoria dei contesti diversi afferma che per poter sviluppare in modo completo le abilità di conteggio, sia necessario affiancare le competenze di base innate a una componente più legata all'esperienza attraverso numerosi l'esecuzione di numerosi esercizi di imitazione da parte dei bambini. (Fuson 1991).

Nello sviluppo dell'abilità del conteggio si passa da un uso lento e controllato a un processo rapido basato sull'applicazione di regole in modo automatico che è generalizzabile nei diversi contesti. Per fare ciò è necessario che durante i primi anni di scuola i bambini consolidino le strategie legate al conteggio, che con l'intervento dell'esperienza verranno sostituite da più efficaci strategie di recupero mnemonico di fatti aritmetici (Baroody, 1983).

1.3.3 I modelli teorici

Dal punto di vista teorico sono stati sviluppati vari modelli inerenti ai processi di calcolo, alla capacità di rappresentare le quantità numeriche e relativi allo sviluppo delle capacità matematiche, con lo scopo di indagarne i processi che si trovano alla base.

Di seguito verranno descritti il modello di McCloskey, Caramazza & Basili (1985) e di Dehaene (1992) che rappresentano i maggiori modelli teorici di riferimento in tale ambito.

Il "modello di comprensione numerica e calcolo aritmetico" (McCloskey, Caramazza e Basili 1985) è stato sviluppato partendo dall'osservazione di problemi nell'elaborazione del numero e del calcolo in pazienti che avevano subito lesioni cerebrali.

Gli autori postulano l'esistenza di tre moduli matematici indipendenti tra di loro, di cui il primo è deputato all'elaborazione del numero (sistema dell'elaborazione dei numeri),

mentre il secondo si occupa dell'esecuzione dei calcoli (sistema del calcolo). Un terzo modulo denominato "sistema di elaborazione semantica" fa da ponte tra i due moduli, monitorandone il funzionamento e permettendone la comprensione della quantità.

I due moduli principali sono composti a loro volta da due componenti ciascuno.

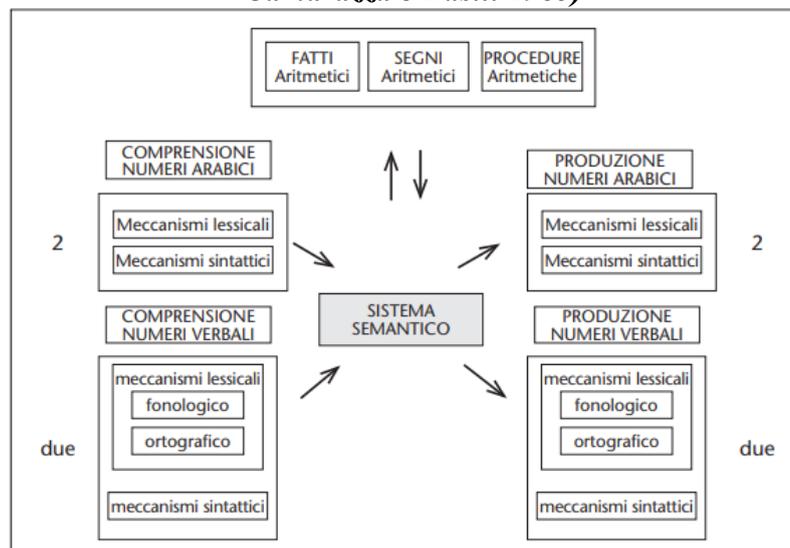
Il sistema dell'elaborazione dei numeri si suddivide in di un sistema deputato alla comprensione dei numeri (lettura) e in un sistema che si occupa della funzione di produzione (scrittura). Si serve di processi lessicali e semantici per il riconoscimento e la scrittura corretta dei numeri, e una volta elaborate le informazioni numeriche le invia al modulo deputato al calcolo.

I processi lessicali si occupano dell'elaborazione degli elementi di base (cifre da 0 a 9 per quanto riguarda il codice arabico; e per il codice verbale le parole-numero), mentre i processi sintattici permettono la composizione di qualsiasi numero utilizzando le singole cifre.

Il sistema del calcolo è composto a sua volta da tre componenti: una che contiene tutte le informazioni inerenti al linguaggio simbolico, un'altra che ha il compito di registrare i fatti numerici ed infine, una che si occupa dei processi relativi al calcolo aritmetico.

Il modello è ritenuto un importante riferimento teorico per i disturbi acquisiti specifici dell'ambito numerico, grazie alla sua modularità e al fatto che è facilmente verificabile (Figura 1.2).

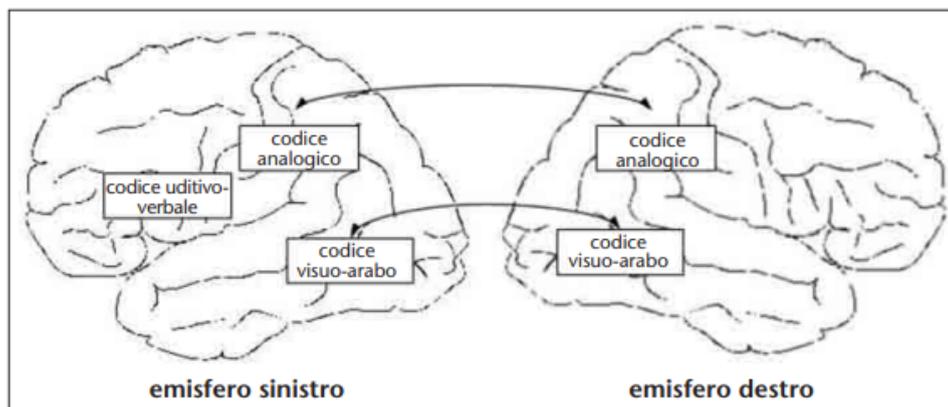
Figura 1.2 Modello di comprensione numerica e calcolo aritmetico (McCloskey, Camarazza e Basili 1985)



Dehaene (1992), invece, ha sviluppato successivamente il modello teorico definito del “Triplo Codice”, che individua tre tipologie di codici utilizzati nell’elaborazione delle informazioni numeriche, ognuno dei quali corrisponde ad uno specifico correlato neurale. Più nello specifico, l’autore alla base del suo modello individua:

- il codice analogico di quantità che permette la rappresentazione della quantità numerica attraverso modalità analogica e non verbale, e consente la funzionalità di comprensione dei numeri. È localizzato nel solco intraparietale di entrambi gli emisferi e la sua attivazione è implicata nei compiti di stima e di confronto della numerosità e nel calcolo approssimativo e nel subitizing;
- il codice visivo-arabico, il quale è utilizzato nella rappresentazione dei numeri nel linguaggio simbolico e la loro manipolazione. I numeri vengono rappresentati attraverso le cifre che vengono usate per comporre le diverse quantità. È il principale meccanismo deputato ai processi di scrittura, ai giudizi di parità e all’esecuzione dei compiti di calcolo scritto. Per Dehaene il correlato neurale di questo codice si trova nelle aree occipito-temporali inferiori ventrali di entrambi gli emisferi;
- il codice uditivo-verbale è legato invece alla rappresentazione dei numeri a livello fonologico, lessicale e sintattico. Più nello specifico, le cifre e i numeri vengono riprodotti attraverso l’utilizzo delle parole-numero. Questo codice è localizzato nel giro angolare dell’emisfero sinistro ed è implicato nei compiti di conteggio mentale, di cui in particolare il recupero dei fatti numerici (Girelli et al., 2013) (Figura 1.3).

Figura 1.3 Modello del triplo codice (Dehaene, 1992)



1.4 Abilità di calcolo

Per abilità di calcolo si intende l'insieme di processi che permettono di manipolare grandezze numeriche attraverso lo svolgimento delle operazioni aritmetiche (Caviola et al., 2016). Come si è visto nei paragrafi precedenti, prima di poter apprendere le abilità di calcolo, il bambino passa attraverso lo sviluppo e l'apprendimento di abilità più semplici, come la capacità di rappresentarsi le quantità e il conteggio.

L'apprendimento delle capacità matematiche può essere visto come un percorso a tappe, dove l'individuo deve passare per sviluppare abilità via via più complesse.

Esistono inoltre tre processi che svolgono un ruolo fondamentale nell'acquisizione della capacità di elaborazione numerica e che permettono poi di padroneggiare l'abilità del calcolo. Si tratta dei processi lessicali, dei processi semantici e dei processi sintattici (Caviola et al., 2016). I primi due permettono di distinguere e attribuire un significato numerico alle parole numero. Più nello specifico, i processi lessicali determinano il nome del numero. Due numeri composti dalle medesime cifre poste in posizione diversa, vengono denominati in modi differenti. I processi semantici riguardano invece la capacità di comprendere la numerosità, attraverso la creazione di una rappresentazione mentale della stessa. Per poter svolgere calcoli mentalmente sono sufficienti questi due tipi di processi. Per lo sviluppo delle abilità del calcolo scritto è necessario anche aver maturato l'utilizzo dei processi sintattici, che attivano la grammatica del numero, attribuendo per ogni posizione un preciso ordine di grandezza (per esempio: unità, decine, centinaia) (Caviola et al., 2016; Bortolato, 2004). Nei prossimi paragrafi verranno approfonditi i concetti di calcolo mentale e di calcolo scritto.

1.4.1 Calcolo a mente

Il calcolo mentale è un processo di pensiero attraverso il quale l'individuo costruisce le proprie conoscenze aritmetiche e generalizza strategie mentali efficaci per lo sviluppo del pensiero matematico (Perruquet, 2015). Rappresenta il punto d'incontro tra abilità lessicali semantiche e sintattiche, che costruiscono la base del calcolo scritto. Il calcolo a mente inoltre svolge un ruolo indispensabile per l'acquisizione del senso del numero. I processi principali su cui si basa sono l'automatizzazione dei fatti aritmetici e lo sviluppo di numerose strategie (Peloso et al, 2017).

Siegler e Mitchell (1982) hanno individuato quattro diversi tipi di strategie usate dal bambino nel calcolo mentale, ovvero: utilizzo delle dita senza effettuare operazioni di conteggio, utilizzo delle dita come ausilio per il conteggio, conteggio ad alta voce e

mancanza di strategia. La scelta del bambino sulla strategia da utilizzare ricade in base al livello di difficoltà del compito che ha di fronte e al livello di fiducia che sperimenta nell'utilizzo delle diverse strategie (Poletti et al., 2023).

Si può quindi affermare che nelle prime fasi dell'apprendimento delle operazioni matematiche il principale meccanismo che i bambini utilizzano è il conteggio. Nelle addizioni ad una cifra ($2+9$) i bambini possono effettuare la strategia del conteggio in diversi modi. Possono per esempio iniziare a contare dall'addendo maggiore, o scomporre i numeri in piccoli calcoli più semplici ($2+8=10$ e $10+1=11$). In questa fase è facile comprendere quali strategie il bambino sceglie di utilizzare attraverso l'osservazione dei comportamenti come, per esempio, l'utilizzo delle dita nella conta. Quando l'individuo inizia a fare esperienza e a sviluppare strategie di calcolo più complesse, effettua un passaggio di livello, dato dall'interiorizzazione e dall'automatizzazione delle strategie stesse con conseguente aumento di velocità nello svolgimento del calcolo (Poletti et al., 2023). L'esperienza che i bambini acquisiscono nei primi anni di scolarizzazione permette quindi lo sviluppo e il consolidamento di strategie di conteggio, che una volta interiorizzate vengono sostituite dai processi di automatizzazione dei fatti aritmetici. Questo tipo di processi permette la risoluzione dei calcoli attraverso il recupero di conoscenze matematiche immagazzinate nella memoria a lungo termine, senza il ricorso a conteggio o altri meccanismi di calcolo. Tali conoscenze riguardano nello specifico i risultati di operazioni semplici che attraverso l'esperienza sono state consolidate in memoria (ad esempio le tabelline). L'utilizzo di regole automatizzate e di procedure come i fatti aritmetici rende più efficace il calcolo mentale (Baroody, 1993).

In letteratura per spiegare la nascita di questo tipo di processi sono stati sviluppati i modelli di recupero (Poletti et al., 2023). Questa tipologia di modelli sostiene che la risoluzione di operazioni attraverso strategie come conteggio o scomposizione fa creare un'associazione tra i fattori numerici e le rispettive risposte. A seguito di numerose ripetizioni l'associazione si consolida, permettendo la risoluzione del calcolo attraverso il recupero dei fatti numerici dalla memoria a lungo termine. Il recupero dei fatti numerici è considerata la strategia più efficace, tanto da assumere il ruolo di processo dominante nello svolgimento di calcoli una volta sviluppata (Poletti et al., 2023).

Altri studiosi ritengono che il processo fondamentale nell'apprendimento aritmetico rimanga il conteggio (Uittenhove et al., 2016). Per i sostenitori di questo modello è l'accelerazione delle procedure di conteggio che aumenta sino a diventare automatizzata.

La teoria delle procedure di conteggio afferma che le strategie di conteggio utilizzate dai bambini (per esempio con l'aiuto delle dita) vengono via via interiorizzate, fino a svilupparsi come procedure mentali automatizzate (Baroody, 1983). I meccanismi di conteggio che inizialmente richiedono un elevato controllo cognitivo, attraverso l'esperienza vengono rinforzati sino a non richiedere più la fase di verbalizzazione. Le procedure di conteggio automatizzato si sviluppano in età adolescenziale, iniziando ad essere osservabili intorno ai 13 anni (Poletti et al., 2023).

1.4.2 Calcolo Scritto

Il calcolo scritto rappresenta un prolungamento del calcolo mentale su un supporto cartaceo, che funge da supporto permettendo attraverso abilità di calcolo più complesse, la risoluzione di compiti in cui la nostra mente da sola enterebbe in difficoltà (Bartolatto, 2005).

Come è stato illustrato nei paragrafi precedenti, l'acquisizione delle abilità di calcolo è guidata dai processi lessicali, semantici e sintattici. Mentre per lo sviluppo del calcolo mentale è sufficiente che l'individuo acquisisca l'aspetto semantico e lessicale, per il calcolo scritto è necessario che tutti e tre i tipi di processi si siano sviluppati (Caviola et al., 2016).

La componente sintattica, in particolare, svolge un ruolo cruciale nella scrittura dei simboli arabi, assegnando il valore che le singole cifre assumono all'interno del numero (Caviola et al., 2016). Questo aspetto è fondamentale per poter poi manipolare i numeri attraverso i diversi tipi di operazione.

Alla base del calcolo sono state individuate due tipi di conoscenza: concettuale e procedurale. Questi due tipi di conoscenza promuovono la flessibilità procedurale, intesa come la capacità di risolvere una tipologia di problema attraverso la scelta di procedure diverse a seconda della situazione in cui ci si trova (Rittle-Johnson, 2017).

La conoscenza concettuale riguarda principi matematici generali come cardinalità e grandezza numerica, e può essere implicita o esplicita. Permette di posizionare correttamente i numeri sulle linee numeriche, riconoscere i diversi segni operazionali, effettuare confronti di quantità riconoscendo quale è maggiore o minore (Rittle-Johnson, 2017).

La conoscenza procedurale riguarda nello specifico le procedure, cioè la serie di azioni da compiere per raggiungere un obiettivo. Più nello specifico durante l'esecuzione di un

calcolo scritto sono messe in atto le seguenti procedure procedurali: riconoscimento ed elaborazione delle informazioni aritmetiche, sia espressi nel codice verbale che arabo (+, -, x, :); incolonnamento dei numeri; inizio della risoluzione partendo da destra verso sinistra; calcolo iniziale delle unità, seguito da quello delle decine e così via; accesso diretto ai fatti numerici e/o uso di regole di prestito e di riporto; continua applicazione delle regole di incolonnamento nella scrittura dei risultati (es. i risultati delle unità si riportano sotto le unità e analogamente ciò avviene per le altre cifre) (Cornoldi et al., 2012; Rittle-Johnson, 2017).

Entrambe le tipologie di conoscenza sono fondamentali nello svolgimento calcolo scritto, poiché attraverso la prima si attribuisce valore ai numeri e all'insieme delle conoscenze che l'individuo possiede riguardo il mondo matematico, mentre la seconda permette l'esecuzione corretta attraverso l'esecuzione delle diverse procedure.

Secondo la visione iterativa i due tipi di conoscenza si sviluppano insieme, influenzandosi a vicenda in modo bidirezionale (Rittle-Johnson, 2017).

1.5 La valutazione delle abilità matematiche

Il processo valutativo permette di accertare che lo studente abbia acquisito le competenze tali per cui sia in grado di eseguire un determinato compito e consente di delineare un profilo funzionale dei punti di forza e di debolezza dello studente (Ferretti et al., 2015; Cornoldi et al., 2012). Poiché lo svolgimento delle attività aritmetiche implica una moltitudine di processi e di fattori, è stato necessario sviluppare test standardizzati specifici per determinate abilità (Cornoldi et al., 2012).

Per entrare più nello specifico, la valutazione matematica viene effettuata nel contesto scolastico e nel contesto clinico, che si differenziano tra di loro per il tipo di prove utilizzate e per l'oggetto sottostante alla misurazione. (Ferretti et al., 2015; Cornoldi et al., 2012).

Nell'ambito scolastico, la valutazione tiene conto delle capacità, delle abilità e delle conoscenze inerenti agli argomenti discussi a lezione e viene effettuata attraverso prove di verifica scritte o orali. Si possono differenziare quattro tipologie di prove di verifica in base alla tipologia di domanda (stimolo) e dal tipo di risposta che essa richiede: (a) stimolo aperto e risposta aperta (interrogazioni, problemi); (b) stimolo chiuso e risposta aperta (quesiti con risposte molto specifiche, dimostrazioni matematiche); (c) stimolo

chiuso e risposta chiusa (test a risposta multipla); (d) stimolo aperto e risposta chiusa (domande con risposta biunivoca “SI/NO”) (Ferretti et al., 2015). È fondamentale prestare attenzione a come la prova viene strutturata, la tipologia dei quesiti utilizzati e la modalità di correzione adottata, poiché la sua validità dipende dall’oggettività e affidabilità dei quesiti che la compongono (Ferretti et al., 2015)

Nel contesto clinico, si ricorre all’utilizzo di test standardizzati al fine di valutare la presenza di eventuali difficoltà nell’apprendimento della matematica. I test si differenziano per età di sviluppo e abilità specifica misurata.

Un’accurata valutazione clinica è fondamentale per il delineamento di un profilo funzionale dettagliato dello studente, che fornisce informazioni sulle difficoltà personali del soggetto, che possono variare per dominio e gradi di difficoltà. Lo scopo della valutazione è anche quello di distinguere semplici difficoltà che l’individuo incontra nella matematica dai casi in cui si manifesta un disturbo specifico del calcolo (discalculia evolutiva). Con discalculia si intende un disturbo dell’apprendimento che comporta una compromissione specifica delle abilità matematiche e della cognizione numerica, che è caratterizzato da un’elevata resistenza al trattamento e da un rendimento molto inferiore rispetto alla media. (Cornoldi et al., 2012). Il disturbo si distingue in una grande varietà di profili funzionali, ognuno dei quali con problematiche e deficit specifici, che vengono valutati attraverso l’utilizzo di test standardizzati che si differenziano tra di loro per il tipo di abilità matematica valutata. Solo tracciando un profilo clinico ben delineato è possibile strutturare interventi adeguati alle problematiche dello studente (Cornoldi et al., 2012).

I test utilizzano come indici principali per valutare le abilità di calcolo del bambino l’accuratezza e la velocità di esecuzione, potendo così stimare la correttezza nello svolgimento dei calcoli e il grado di automatizzazione che lo studente ha acquisito. Una carenza in uno dei due parametri può comportare difficoltà nello svolgimento dei calcoli (Cornoldi et al., 2012).

Anche la valutazione degli errori può fornire informazioni importanti sulle competenze matematiche del soggetto. In particolare, gli errori si distinguono in sintattico, lessicali e semantici. La prima tipologia riguarda la difficoltà dello studente di conferire il valore posizionale corretto alle cifre e alla loro posizione all’interno del numero, non riuscendo quindi a comprendere la struttura del numero. Gli errori di tipo lessicale indicano

difficoltà nel chiamare o scrivere nel modo corretto un determinato numero. L'ultima tipologia di errori intende invece la difficoltà o l'incapacità di comprendere la numerosità, di mettere a confronto quantità e di posizionare nell'ordine corretto una serie di numeri. Ulteriori tipologie di errori che il bambino compie sono legate ad aspetti più procedurali, mnemonici e strategici come per esempio: difficoltà nel recuperare i fatti aritmetici; errori nel recuperare ed eseguire correttamente procedure o strategie; errori visuo-spaziali (non riconoscere i segni delle operazioni, problemi nell'incolonnamento dei numeri) (Cornoldi et al., 2012).

In relazione all'apprendimento matematico, oltre alla presenza di abilità specifiche matematiche, di cui si è discusso in questi paragrafi, un ruolo importante viene assunto anche dai fattori emotivo-motivazionali che verranno approfonditi nel capitolo successivo.

Capitolo 2 – L’INFLUENZA DEI FATTORI EMOTIVO- MOTIVAZIONALI

Nell’apprendimento e in particolare nel contesto scolastico gli aspetti emotivi e motivazionali giocano un ruolo fondamentale. Nel percorso accademico gli alunni si trovano ad affrontare quotidianamente sfide e problemi che gli permettono di sperimentare e di provare sensazioni ed emozioni differenti (Moè, 2020).

La capacità dello studente di riuscire a risolvere le sfide più ostiche, lo porta a sperimentare una serie di sentimenti positivi, come ad esempio sentirsi capace e competente, forme di divertimento o gioia, che lo influenzano nella vita accademica costituendo un’importante risorsa nel processo di apprendimento. Al contrario, i sentimenti negativi, come ad esempio sentimenti di ansia, preoccupazione, o il non sentirsi efficaci nello studio, possono costituire un ostacolo importante, che spesso porta lo studente ad incontrare una maggiore difficoltà nell’apprendimento influenzandone negativamente la performance accademica (Zayed et Al-Ghamdi, 2019).

In particolare, la prestazione matematica può risentire dell’influenza di variabili emotive e motivazionali (Zayed et Al-Ghamdi, 2019), le quali possono agire come fattori di supporto o di rischio per la prestazione. Nei paragrafi successivi, saranno quindi approfondite nel dettaglio alcune di queste variabili come ad esempio l’ansia matematica, gli stili attributivi e l’autoefficacia, soffermandosi sul loro ruolo che giocano nell’ostacolare o nel favorire la performance in tale disciplina.

2.1 Ansia per la matematica

2.1.1 Definizioni e caratteristiche

L’ansia è da sempre oggetto di numerosi studi in letteratura. È stata definita da Barlow come: “uno stato d’animo orientato al futuro associato alla preparazione a possibili eventi negativi imminenti” (Barlow, 2002). Si tratta quindi, di un’emozione che un individuo sperimenta nei confronti di una situazione potenzialmente pericolosa collocata nel futuro. Analizzando la definizione di Barlow è interessante notare come lo studioso la definisca come uno stato d’animo con carattere neutro e non usi il termine “negativo” per descriverla. Essa, infatti, non costituisce un problema di per sé, in quanto il suo compito

è quello di proteggere l'uomo e non di metterlo in pericolo. È di fatto un meccanismo di protezione interno all'individuo, che si attiva in risposta a determinati stimoli percepiti come minacciosi, che comporta la scelta e l'utilizzo di strategie che permettono all'individuo di evitare o far cessare la situazione di pericolo (Barlow, 2002). Le risposte comportamentali attivate dall'ansia prendono il nome di “*attacco o fuga*”. Nelle prime l'individuo va incontro alla situazione affrontandola, mentre nelle seconde la risposta consiste nell'evitamento della situazione stessa. Entrambi i tipi di risposta sono funzionali a far cessare l'ansia percepita. Alla sensazione di ansia corrisponde un quadro di sintomi fisiologici caratterizzati da un aumento dei livelli di arousal dell'individuo. L'ansia, dunque, non è un sentimento negativo di per sé, in quanto permette all'individuo di prepararsi ad affrontare una determinata situazione percepita come minacciosa, ma può costituire un grave problema a seconda di quanto è pervasiva nella vita della persona. (Bandelow et al., 2017).

In particolare, l'ansia rivolge un ruolo fondamentale nella vita scolastica del bambino e dell'adolescente. Tra i vari tipi di ansia che lo studente può sperimentare a scuola troviamo: l'ansia accademica generale, l'ansia da esame e l'ansia matematica (Commodari et al., 2021). Queste forme di ansia sono simili tra di loro e comprendono tre componenti principali (a) componenti affettivo-fisiologiche; (b) componenti cognitive; (c) componente comportamentale (Robson et al., 2023):

- (a) La componente affettivo-fisiologica (chiamata emotività) consiste nell'insieme di reazioni fisiologiche (dolori di stomaco; accelerazione del battito cardiaco, nausea, etc.) e di emozioni come paura e nervosismo sperimentate dall'individuo.
- (b) La componente cognitiva (chiamata preoccupazione) invece riguarda i pensieri che accompagnano lo stato d'ansia. Possono riguardare il rendimento, l'esame stesso o l'importanza di quest'ultimo sulla vita dell'individuo.
- (c) La componente comportamentale infine riguarda l'insieme di capacità di studio inefficaci, comportamenti di evitamento o forme di procrastinazione messe in atto dall'individuo.

L'ansia accademica in generale coinvolge tutte le situazioni scolastiche, indipendentemente dalla specificità della materia, generando emozioni negative (Commodari et al., 2021). Rivolge inoltre un ruolo molto importante nello sviluppo professionale e può avere importanti effetti sulla vita scolastica causando comportamenti

come la procrastinazione nello studio. Dal punto di vista psicologico lo studente sviluppa una sensazione di impotenza nei confronti dello studio, che è caratterizzata da vuoti di memoria durante le prove o i compiti. È tipico dell'ansia accademica provare nervosismo e panico prima delle lezioni (Commodari et al., 2021).

Un sottotipo dell'ansia accademica generale è l'ansia da esame. Si tratta in particolare di un tipo di ansia da prestazione (American Psychological Association, 2015) caratterizzata da sentimenti di tensione associate allo svolgimento di un test, che spesso si traducono in una diminuzione della prestazione del test stesso. È un processo biopsicosociale che coinvolge gli atteggiamenti e i comportamenti messi in atto dall'individuo durante i giorni che precedono una prova e durante lo svolgimento dell'esame stesso (Hamilton et al., 2021).

Un tipo più specifico di ansia è invece l'ansia per la matematica (da qui in poi denominata MA). Con questo termine si intendono l'insieme di sentimenti di paura, che le persone provano quando hanno a che fare con la matematica, sia nei contesti accademici che di vita quotidiana (Ashcraft, 2002). Esempi di situazioni tipiche in cui si può manifestare MA sono: compiti di manipolazione numerica, compiti in cui è richiesto di risolvere problemi matematici oppure attività valutative collegate alla matematica (es. consegna di una verifica di matematica in classe) (Paechter et al., 2017).

MA caratterizza tutta la vita formativa dello studente dalla scuola primaria sino alla carriera lavorativa. Una rassegna del 2016 mette in evidenza il carattere evolutivo di MA, che, anche se presente già nei primi anni della scuola primaria, tende ad aumentare e a divenire sempre più specifica durante lo sviluppo (Dowker et al., 2016). Inoltre, poiché MA è una sottodimensione dell'ansia generale, l'aumento di quest'ultima durante lo sviluppo potrebbe rispecchiare anche l'aumento che si verifica in MA nello stesso periodo (Dowker et al., 2016). Esperienze legate all'ambito matematico come l'incremento delle richieste scolastiche, assieme a esperienze di fallimento nei compiti e l'utilizzo di stereotipi sulla difficoltà della materia sono i principali fattori che possono portare ad un aumento dell'ansia esperita dagli studenti nei confronti della matematica. Inoltre, l'aumentare dell'età coincide con il cambiamento di contenuti matematici e il passaggio a numeri più grandi e concetti più astratti che a loro volta suscita un'ansia maggiore negli studenti rispetto ai compiti con cui hanno a che fare i bambini più piccoli (Dowker et al., 2016). A sostegno di ciò i dati ottenuti dal programma PISA (Programme for International

Student Assessment), riportano che il 59% degli studenti tra i 15 e 16 anni prova timore nei confronti delle lezioni di matematica; il 33% avverte tensione quando deve completare compiti matematici, mentre il 31% prova sentimenti di nervosismo quando deve svolgere esercizi matematici. Tale studio ha rilevato che a livelli maggiori di MA corrispondono valori inferiori nel rendimento in matematica (OCSE, 2012; Ramirez et al., 2018; Luttenberger et al., 2018).

Nello specifico, MA è considerato come un costrutto multidimensionale che è composto da due dimensioni: l'emozionalità e la preoccupazione. L'emozionalità raffigura la componente affettiva, che rinchioda l'insieme di sentimenti di nervosismo e tensione che l'individuo prova quando si manifesta MA. La preoccupazione rappresenta invece la componente cognitiva che comprende aspettative negative, pensieri di pessimismo e di critica nei confronti della propria prestazione in compiti matematici (Henschel et al., 2017).

A livello neurologico, la ricerca sostiene che la componente affettiva di MA sia connessa alla rete del dolore (che coinvolge l'insula) e alla rete della paura (con al centro l'amigdala) nel cervello. Attraverso studi fMRI è stata confermata l'attività della rete del dolore prima e durante lo svolgimento di un compito matematico. Questi studi dimostrano che non è lo svolgimento in sé, ma l'anticipazione del compito a provocare l'attivazione della rete del dolore (Luttenberger et al., 2018; Lyons & Beilock, 2012). MA ha effetti simili a quelli provocati da una fobia, provocando bias di disimpegno comportamentali simili a quelli attivati da stimoli condizionati dalla paura (Pizzie e Kraemer, 2017; Ramirez et al., 2018). Si tratta di un tipo di ansia stabile nell'individuo e per questo motivo può essere considerata come ansia di tratto (Ramirez et al., 2018). La sua influenza coinvolge tutta la vita del soggetto ed in particolare, condiziona il modo in cui lui si percepisce e la modalità con cui valuta situazioni specifiche legate alla matematica (Luttenberger et al., 2018; Ramirez et al., 2018).

MA non influisce solo sulla prestazione matematica in sé, ma provoca effetti a lungo termine nell'apprendimento generale dell'individuo. I bias di disimpegno causati da elevata MA portano allo sviluppo e all'esecuzione di comportamenti nocivi, come per esempio un'organizzazione meno efficace dell'ambiente deputato allo studio e un minor investimento di tempo, sforzo e concentrazione. In relazione alle attività matematiche, un'elevata MA porta all'utilizzo di comportamenti di evitamento e procrastinazione (Akinsola et al., 2007; Luttenberger et al., 2018). L'adozione di tali strategie nocive può

portare lo studente ad instaurare un circolo negativo, in cui lo studente con elevati livelli di MA tende ad evitare le attività matematiche, ottenendo di conseguenza risultati negativi nei compiti scolastici che a loro volta aggravano i livelli di MA sperimentati dall'individuo (Luttenberger et al., 2018). La creazione del circolo vizioso non si limita al campo scolastico, ma ha effetti sulla vita futura dello studente. Gli studenti che sperimentano un'elevata MA nel momento in cui devono scegliere la via universitaria evitano non solo i corsi matematici, ma anche quelli a essi collegati (carriere legate alle materie STEM, es. ingegneria, scienze, tecnologia e altri).

2.1.2 Modelli teorici e relazione con la prestazione matematica

In letteratura è stato studiato in modo approfondito il rapporto esistente tra MA e prestazione matematica, individuando l'esistenza di una forte correlazione negativa tra le due, che ha come conseguenza la diminuzione della performance in risposta ad aumento di MA (Caviola et al., 20022). Per spiegare la modalità attraverso la quale l'ansia influenza le abilità matematiche e il successivo rendimento sono state formulate diverse teorie, ognuna delle quali ha sviluppato una spiegazione per l'associazione tra MA e performance matematica.

La prima teoria denominata "Disruption Account" sostiene il ruolo principale di MA, che agendo sulle risorse della memoria di lavoro, provoca un peggioramento della prestazione matematica. Una prospettiva opposta viene sviluppata dal modello del "Reduced Competency Account" che individua le scarse abilità matematiche come principale responsabile del basso rendimento accademico e dello sviluppo di MA. Un terzo modello chiamato "Interpretation Account" sostiene invece, che è il significato che lo studente dà alle proprie prestazioni il principale responsabile dello sviluppo di MA.

Di seguito, verranno descritti nello specifico i tre modelli.

Disruption Account

Il modello del "Disruption Account" sostiene che è MA a influenzare negativamente le prestazioni matematiche, agendo sulla memoria di lavoro (ML). ML è un magazzino di memoria a breve termine che permette il mantenimento e la manipolazione di una determinata quantità di informazioni ritenute rilevanti per il compito. Nell'esecuzione di compiti matematici, la ML permette di recuperare e tenere a mente informazioni salienti per la risoluzione del compito o del problema e di inibire allo stesso tempo informazioni

ritenute superflue (Ramirez et al., 2018). MA favorisce la produzione di preoccupazioni inerenti al fallimento del compito, che vanno inevitabilmente a occupare una parte delle risorse disponibili nella ML. Il ruolo chiave della memoria di lavoro viene compromesso, poiché lo spazio di memoria deputato all'elaborazione delle informazioni matematiche necessarie alla risoluzione del compito è in gran parte occupato dai pensieri di ruminazione dell'individuo (Ramirez et al., 2018). In quest'ottica si può affermare che la riduzione della prestazione matematica non sia influenzata dalla competenza matematica, ma dalle preoccupazioni che ostacolano il normale funzionamento di ML (Ashcraft et al., 1992 in Ramirez et al., 2018).

A sostegno di questo modello sono stati effettuati diversi studi sia in contesto scolastico che dal punto di vista neurale. Nel contesto scolastico è stato rilevato che studenti con alta MA sono più lenti e commettono un numero maggiore di errori nei compiti che richiedono l'utilizzo di ML (es. operazioni con riporto) (Ashcraft e Faust, 1994 Ramirez et al., 2018). Allo stesso tempo, prove neurali coerenti con questo modello sono state individuate in uno studio che descrive l'efficienza matematica come l'attivazione cerebrale necessaria per la risoluzione di un problema matematico e la disattivazione delle aree cerebrali non utilizzate nello svolgimento di attività matematiche. In condizione di scarsa MA gli studenti mostravano una maggiore attivazione nella corteccia prefrontale dorsolaterale (deputata al controllo cognitivo) e una diminuzione della rete in modalità predefinita (DFMN) (collegata alle attività emotive). Negli studenti con alta MA il quadro neurale presentava una maggiore attivazione della CPFDL e una minore disattivazione della DFMN. Dallo studio, quindi, emergeva come dal punto di vista neurale la produzione di pensieri da parte di MA portasse all'attivazione di aree deputate all'elaborazione emotiva che di norma sono disattivate nel momento dello svolgimento di compiti matematici (Pletzer et al., 2015)

Studi recenti hanno inoltre dimostrato che alte capacità della ML sono correlate con un maggior utilizzo di strategie legate a quest'ultima, che portano gli individui ad essere più suscettibili a forme di MA. In questo caso i pensieri intrusivi, oltre a ridurre la capacità di ML impediscono l'utilizzo delle strategie legate ad esso, peggiorando ulteriormente la prestazione. Studenti con minori capacità di ML, portano lo studente a sviluppare una moltitudine di strategie, risultando così meno suscettibili a MA (Dowker et al., 2016).

In conclusione, il “Disruption Account” afferma che MA riducendo la quantità di risorse disponibili della ML, ostacola il normale utilizzo delle abilità matematiche, causando una riduzione della performance. Secondo questo modello, rimuovere i pensieri intrusivi generati da MA è la linea guida da seguire per lo sviluppo di training finalizzati a potenziare la prestazione matematica (Ramirez et al., 2018).

Reduced Competency Account

Il modello del “Reduced Competency Account” sostiene invece che possedere scarse capacità in matematica sia la causa principale delle difficoltà di apprendimento dei concetti aritmetici e delle successive prestazioni insufficienti nella materia, le quali portano a loro volta alla produzione di MA (Ramirez et al., 2018). A sostegno di questo modello sono presenti vari quadri teorici. Il primo approccio teorico è denominato “quadro delle difficoltà numeriche e spaziali” e sostiene che studenti con inferiori capacità numeriche e spaziali apprendono le competenze matematiche con maggiore difficoltà ottenendo prestazioni peggiori che, come conseguenza, comportano un maggior sviluppo di ansia, aumentando la sensibilità agli stimoli matematici negativi (Maloney et al., 2016). Un secondo approccio teorico sostiene che scarse abilità matematiche portano l’individuo a sviluppare comportamenti di evitamento nei confronti delle attività e delle lezioni matematiche, portando lo studente ad ampliare le lacune già presenti nello studio della materia (Ramirez et al., 2018). Entrambe queste teorie sostengono il fatto che le difficoltà nell’ apprendimento e i bassi risultati sono una conseguenza delle basse abilità in matematica, mettendo in luce che l’eliminazione della componente ansiogena e della preoccupazione non può portare all’annullamento delle difficoltà matematiche. Secondo il modello, per aumentare le prestazioni lo studente dovrebbe quindi sviluppare le competenze teoriche e pratiche necessarie per risolvere tali difficoltà (Ramirez et al., 2018).

Interpretation Account

Il modello teorico “Interpretation Account” sostiene, infine, che oltre alle ipotesi esplorate per la formazione di MA esista un’ulteriore spiegazione. Il modello mette al centro l’interpretazione che gli individui fanno riguardo alle proprie esperienze matematiche pregresse (Ramirez et al., 2018). Il modello viene sviluppato a partire dalla teoria della valutazione (Ramirez et al., 2018) che sostiene che gli atteggiamenti dell’individuo e le

emozioni che prova sono basate sul significato che dà ad eventi, stati interni e comportamenti altrui (Ramirez et al., 2018). A sostegno di questo modello uno studio (Meece et al., 1990) ha dimostrato che la percezione che gli studenti avevano riguardo la propria abilità matematica (misurata al primo anno della scuola media), fosse predittiva dell'ansia matematica provata durante l'anno di studio seguente (Ramirez et al., 2018). Questo modello sostiene che gli studenti utilizzano i risultati ottenuti in passato per avere un'idea della propria capacità di completare le future attività matematiche, e se questa capacità viene valutata come bassa, porta allo sviluppo di paura e ansia nei confronti della materia. Per questo motivo, l'interpretazione che gli studenti effettuano sulla propria performance matematica è considerato il maggiore predittore della futura MA (Ramirez et al., 2018).

In letteratura sono stati effettuati una moltitudine di studi inerenti alla relazione esistente tra MA e performance matematici, e sono stati indagati gli effetti di tale relazione in campioni di studenti della scuola secondaria e primaria, evidenziando come MA eserciti una diversa influenza a seconda dell'età di sviluppo (Luttenberger et al., 2018; Zhang et al., 2019). Nello specifico, si ritiene che durante i primi anni di scolarizzazione MA abbia un effetto maggiore su ragionamento matematico e conoscenza concettuale (Harari et al., 2017; Chen et al., 2018; Wu et al., 2012), mentre durante l'adolescenza MA è risultata correlata a una diminuzione del rendimento in compiti che comprendevano conoscenze concettuali e operazioni aritmetiche (Luttenberger et al., 2018; Zhang et al., 2019).

In letteratura è sostenuta l'idea che MA sia mediata dall'età e dall'aumento delle richieste scolastiche, evidenziando come all'aumentare di queste due componenti aumenti parallelamente anche l'ansia esperita dal soggetto a causa di esperienze personali o vicarie di fallimento, la presenza di stereotipi sociali e di modelli negativi oltre che fattori legati allo sviluppo, come l'aumento dell'ansia generale con l'età (Dowker et al., 2016).

Nonostante la maggior parte delle ricerche sostiene l'esistenza di una relazione negativa tra le due variabili, sono presenti anche studi che hanno dimostrato come la correlazione tra MA e rendimento matematico emerga solo durante la scuola secondaria, quando il grado di abilità richieste dai compiti aumenta in modo significativo (Hill et al., 2016; Caviola et al., 2021). In generale, si sostiene che MA sia un importante predittore della prestazione matematica, che tende ad essere presente sin dai primi anni di scolarizzazione e che tende ad aumentare con lo sviluppo, assumendo una posizione sempre più influente

nel determinare la vita matematica dell'individuo (Dowker et al., 2016; Caviola et al., 2021).

2.1.3 Limiti nella letteratura su MA

La letteratura in riferimento alla MA ha permesso di ottenere una migliore visione teorica delle cause e delle conseguenze che può avere sugli studenti e più in generale su tutti gli individui. Ci sono tuttavia molte aree che la riguardano che meritano di essere maggiormente approfondite come per esempio: il ruolo che riveste nella flessibilità e nel pensiero strategico, e la sua influenza sull'oblio e sulla conservazione delle informazioni in memoria (Ramirez et al., 2018). Inoltre, l'ampliamento degli studi su un campione avente un'età più eterogenea, comprendendo in particolare gli studenti delle classi primarie sui quali le evidenze attualmente sono ancora scarse, permetterebbe di avere un quadro teorico più completo. L'utilizzo di un approccio clinimetrico standardizzato permetterebbe di definire misure precise e omogenee nella valutazione di MA favorendo il lavoro dei professionisti nel campo (Luttenberger et al., 2018; Ramirez et al., 2018).

2.2 Locus of control e stili attributivi

2.2.1 Definizione e caratteristiche

Per comprendere e spiegare i propri successi e fallimenti l'essere umano necessita di trovare delle cause, che gli permettono di creare un quadro chiaro e definito di ciò che è accaduto, al fine di poter replicare o evitare il ripetersi di una determinata situazione o risultato (Weiner 1985, in Moè, 2020).

Per denominare l'insieme di credenze stabili capaci di predire e di anticipare i risultati dell'individuo, Rotter (1966) ha proposto per primo il concetto di Locus of Control (LOC). Più nello specifico, con queste parole si intende la tendenza dell'individuo ad attribuire i propri risultati a fattori interni o esterni ad esso. Un soggetto con locus of control interno vede come causa del proprio successo/fallimento l'impegno e l'abilità nello svolgere specifici compiti. Inoltre, un locus of control interno è associato a un alto valore di controllo percepito, definito come l'insieme delle aspettative che un individuo possiede sullo svolgere determinate azioni dirette ad uno specifico obiettivo con successo. In particolare, il controllo percepito si suddivide in aspettative di controllo dell'azione, che sono autovalutazioni che l'individuo effettua per capire se è in grado o meno di

eseguire un compito; e in aspettative che giudicano se quella determinata azione può produrre il risultato sperato (Putwain et al., 2022). Al contrario, un individuo con un locus of control esterno attribuisce la causa dei propri risultati a fattori esterni come, ad esempio, al “caso” o alla fortuna e quindi possiede un basso controllo percepito, poiché non si sente in grado di poter effettuare azioni che possono modificare la situazione in cui si trova. (Moè, 2020).

Pertanto, dalla letteratura si evince come soggetti con un locus of control interno percepiscano maggiormente che la responsabilità di cambiare una situazione spiacevole dipenda dal soggetto evidenziando come a questa modalità di interpretare la realtà corrispondano una maggiore autoefficacia, fiducia e causatività (Bruner,1994; Moè, 2020). All’opposto, soggetti con locus of control esterno si percepiscono come vittime della situazione in cui si trovano e si ritengono incapaci di modificarla (Moè, 2020).

L’uomo adotta quindi modalità di attribuzione causale preferenziali e stabili che prendono il nome di stili attributivi (Moè, 2020). Secondo il modello di Weiner (1985) esistono tre componenti che formano qualsiasi attribuzione: causalità, stabilità e controllabilità. Queste tre dimensioni affermano che la causa può essere individuata all’interno o all’esterno della persona; che può variare o rimanere stabile nel tempo e che può essere più o meno soggetta a controllo e a modificabilità (Fernández-Sogorb et al., 2022).

Nel contesto scolastico, lo studente si serve degli stili attributivi per spiegarsi il perché ha ottenuto un determinato voto o perché riesce/fallisce in un determinato compito. Gli stili attributivi sono strettamente connessi con l’aspettativa di riuscire; con le emozioni e con la motivazione (Moè, 2020). Quando un soggetto vive una storia di fallimenti ripetuti nel medesimo campo di applicazione, tende ad attribuire il proprio insuccesso ad una mancanza di capacità, creandosi così l’aspettativa di non riuscire mai ad avere successo in quel determinato campo, che porta allo sviluppo dell’impotenza appresa, definita come: “l’interiorizzazione di cause stabili dopo un fallimento” (Luse et al., 2022). (Abramsamson, Seligman e Taesdale, 1978; Moè, 2020). Nello specifico, l’impotenza appresa è caratterizzata da un’attribuzione interna, che fa credere che il problema sia l’individuo e non la situazione esterna; globale, cioè che riguardi l’esistenza dell’individuo in generale e non una circostanza specifica; e stabile, ovvero immutabile nel tempo. In uno studente con impotenza appresa si osservano comportamenti rinunciatari, che portano lo studente ad abbandonare il compito senza nemmeno provare a svolgerlo. La condizione di

impotenza appresa ha influenza sul piano cognitivo, motivazionale ed emotivo che comporta pensieri e credenze come: “non posso e non sono capace” (piano cognitivo); “scappo perché non voglio pensarci” (motivazionale) e “non ho valore, mi rassegnò” (emotivo) (Moè, 2020).

Recentemente sono stati racchiusi i diversi stili attributivi in 5 categorie (De Beni e Moè, 2006 in Moè, 2020):

- 1) Impegno: il risultato finale dipende dalle proprie abilità che possono essere modificate con lo sforzo e l'impegno;
- 2) Impotente: il risultato di fallimento è attribuito al fatto che il soggetto non si ritiene capace. Corrisponde ad un atteggiamento di rinuncia e di evitamento;
- 3) Negatore: il soggetto attribuisce al fallimento attribuzioni esterne quali la difficoltà del compito e la sfortuna, ritenendo che non sia colpa sua. Comporta l'evitamento dell'impegno;
- 4) Pedina: il soggetto interpreta il mondo come governato dal caso e il risultato dipende completamente da fattori esterni. Corrisponde ad una scarsa fiducia in sé e ad un comportamento di evitamento dell'impegno;
- 5) Abilità: il risultato finale è determinato dalle abilità innate dell'individuo che non possono essere modificate. Corrisponde a un atteggiamento di rinuncia e di evitamento dell'impegno che si può associare alla condizione di impotenza appresa.

Intervenire in maniera precoce sullo studente, prediligendo lo sviluppo di uno stile attributivo più interno, focalizzato sull'importanza dell'impegno favorisce un atteggiamento più strategico, motivato e centrato sullo sforzo. (Moè, 2020)

2.2.2 Modelli teorici

Il modello teorico di riferimento per lo sviluppo della causalità percepita è dato dalla teoria dell'attribuzione causale della motivazione al successo di Weiner (1985). Attraverso questa teoria l'autore ha fornito una visione integrata del processo attributivo, che vede tra loro connessi gli antecedenti delle attribuzioni; le varie tipologie di causa con le rispettive caratteristiche e proprietà assieme alle conseguenze cognitive, affettive e comportamentali che ne conseguono (Zuidema et al., 2023)

Il modello di Weiner si sviluppa ulteriormente, suddividendosi in due teorie della motivazione, di cui una considera le attribuzioni che vengono effettuate sui propri risultati e per questo denominata come teoria intrapersonale; e un'altra che, invece, va ad analizzare i processi attributivi delle altre persone, chiamata teoria interpersonale (Graham, 2020).

Nello specifico, la teoria dell'attribuzione causale della motivazione al successo afferma che ogni individuo ha la necessità di capire il perché ottiene determinati risultati e che questo è generalizzabile anche al contesto accademico (Zuidema et al., 2023).

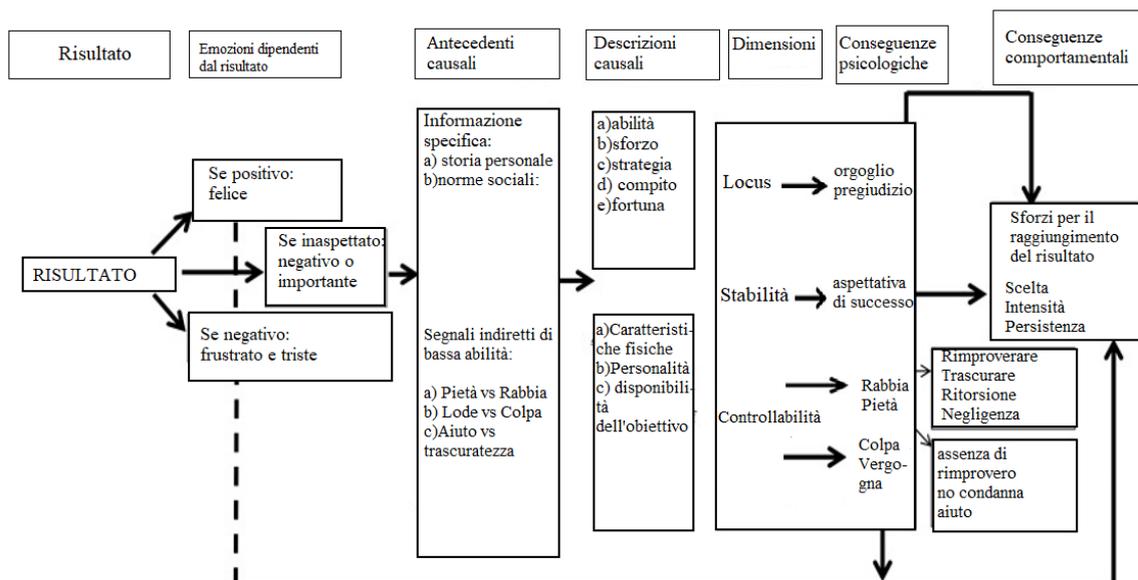
La teoria postula che l'attribuzione viene effettuata dall'individuo in seguito alla presenza di un risultato che viene interpretato come positivo o negativo. Alla manifestazione del successo o del fallimento segue una risposta emozionale caratterizzata da sentimenti di tristezza o felicità, che prendono il nome di emozioni dipendenti dal risultato. In seguito alla manifestazione affettiva, l'individuo inizia la ricerca dei motivi che lo hanno portato alla realizzazione di tale risultato. L'individuo effettua un'analisi della situazione e sulla base di ciò che è accaduto e di alcuni fattori sottostanti, che l'autore denomina come antecedenti attributivi, seleziona le cause che hanno portato al successo o al fallimento (Graham, 2020). Weiner nel suo modello individua come principali categorie attributive per spiegare i risultati l'abilità, l'impegno, la difficoltà della prova, la fortuna, l'umore e la presenza di stimoli favorevoli o sfavorevoli all'esecuzione del compito (Graham, 2020).

L'autore ha distinto tre dimensioni comuni a tutte le attribuzioni, ovvero: causalità, stabilità e controllabilità. La causalità riprende il concetto di locus of control (Rotter, 1966) e differenzia attribuzioni interne (es. abilità e impegno contro fortuna, difficoltà del compito, aiuti) ed esterne all'individuo (es. fortuna, difficoltà del compito elevata). In base al tipo di attribuzione cambia anche il ruolo che il soggetto assume nella scena. Più il locus diventa esterno più si passa da poter essere protagonista e responsabile dei propri risultati a vittima della situazione stessa. La stabilità fornisce informazioni riguardo alla variabilità della causa, cioè se il soggetto si trova dinanzi ad una situazione costante o mutevole nel tempo (abilità contro fortuna). Per ultima, la controllabilità differenzia cause soggette al cambiamento volontario da cause che il soggetto non può controllare (impegno vs fortuna) (Graham, 2020).

Le attribuzioni causali a seconda delle tre dimensioni hanno conseguenze cognitive e affettive diverse. La causalità influisce sull'autostima delle persone, aumentando quando il successo viene attribuito a cause interne e il fallimento a cause esterne. La dimensione della stabilità ha effetti sull'aspettativa di successo, che determina l'impegno futuro e la durata dello sforzo in situazioni successive analoghe. Per quanto riguarda la controllabilità, l'attribuzione dell'insuccesso a fattori controllabili ha come effetto la produzione di senso di colpa, che a sua volta porta l'individuo a comportamenti correttivi che hanno come scopo quello di evitare il fallimento futuro (Zuidema et al., 2023).

Il modello di Weiner (Figura 2.1) fornisce un quadro teorico capace di spiegare il processo attributivo che le persone attuano dopo aver raggiunto o meno un obiettivo. Nel dettaglio, la teoria afferma che il risultato viene interpretato come positivo o negativo dal soggetto e suscitando diverse emozioni, porta l'individuo ad analizzare ciò che è successo e a chiedersi le cause del proprio risultato. L'attribuzione viene poi svolta in base a tre dimensioni - locus, stabilità e controllabilità – le quali hanno un effetto diretto sul futuro comportamento dell'individuo stesso (Zuidema et al., 2023).

Figura 2.1 Schema della teoria dell'attribuzione (Weiner, 1985)



2.2.3 Stili attributivi e prestazione matematica

Nel contesto scolastico gli studenti attribuiscono il proprio successo principalmente a sforzo, abilità, fortuna, difficoltà del compito e tipologia di strategie utilizzate da insegnanti o da loro stessi nello studio (Weiner, 1971; Zuidema et al., 2023). Studenti che utilizzano stili attributivi interni si percepiscono fautori dei propri risultati e individuano nell'impegno la principale causa su cui agire per poter migliorare la propria prestazione; al contrario, studenti in cui prepondera la tendenza ad utilizzare stili attributivi esterni si percepiscono come vittime di una situazione che non possono cambiare, causata da mancanza di capacità, difficoltà eccessiva, sfortuna e colpe altrui (Zuidema et al., 2023). Attribuire il proprio fallimento accademico a cause incontrollabili e stabili nel tempo (carezza di abilità), porta a percepirsi incapaci di cambiare la propria situazione scolastica favorendo lo sviluppo di comportamenti di disimpegno e arrendevolezza. Attribuire il proprio insuccesso a cause controllabili e instabili nel tempo (poco impegno) può portare a maggiore ottimismo rispetto alla situazione in cui ci si trova, adottando comportamenti che possano fornire un miglioramento (Zuidema et al., 2023). Poter intervenire sulle modalità di attribuzione negative che gli studenti utilizzano per favorire lo sviluppo di un locus of control più interno può avere quindi conseguenze importanti su motivazione e apprendimento (Moè, 2020).

In uno studio del 2007 (Nokelainen et al., 2007) sono stati indagati le auto-attribuzioni specifiche in relazione all'apprendimento della matematica, attraverso l'utilizzo di un campione composto da studenti e adulti finlandesi, che sono stati divisi in base alla competenza matematica in tre gruppi: altamente dotati, moderatamente dotati e leggermente dotati. Dai risultati dello studio è emerso che nei primi due gruppi per raggiungere il successo l'abilità era considerata più importante dell'impegno, mentre gli studenti leggermente dotati affermavano il contrario. Per quanto riguarda l'insuccesso gli studenti altamente dotati attribuivano il successo alla mancanza di abilità, mentre gli altri due gruppi alla mancanza di impegno (Nokelainen et al., 2007).

Tra le varie discipline scolastiche la matematica presenta il livello di motivazione più basso negli studenti (Yates, 2009). L'attribuzione dei successi a cause esterne e non controllabili, assieme all'attribuzione dei fallimenti a cause interne controllabili e stabili è correlato allo sviluppo dell'ansia, a peggiori prestazioni e a una minore tenacia nello svolgimento di attività future (González et al., 2018). Nello studio di questa specifica materia si evince

come molti studenti si comportino come se non fossero loro i responsabili del proprio rendimento (Yates, 2009). La combinazione data dall'incontro di atteggiamenti negativi con difficoltà nell'esecuzione delle attività e degli esercizi porta all'attribuzione del proprio fallimento ad una mancanza di capacità che ha come conseguenza la riduzione dell'impegno e l'adozione di strategie di evitamento e di atteggiamenti rinunciatari che causano a loro volta successivi fallimenti. Gli studenti sviluppano in questo modo un'impotenza appresa nei confronti della matematica (Yates, 2009). Questa condizione è caratterizzata da una serie di cambiamenti emotivi e cognitivi che consistono in perdita della motivazione, passività nei confronti della materia e l'adozione di un locus esterno. Gli studenti con impotenza appresa associano la bravura in matematica non al grado di impegno che una persona impiega, ma ad una predisposizione innata. Al contrario, studenti con un locus interno orientati alla padronanza vedono l'impegno come la chiave per ottenere risultati in matematica e assumono atteggiamenti positivi e strategie di studio migliori (Yates, 2009).

2.2.4 Limiti nella letteratura sugli stili attributivi

Il limite principale della ricerca sull'auto attribuzione è dato dal fatto che gli studi presenti in letteratura si concentrano su un campione con un'età ristretta e non eterogenea. In particolare, le ricerche sono state effettuate maggiormente su adulti e adolescenti, trascurando la ricerca sugli stili attributivi nei bambini (Zuidema et al., 2023).

Allargare il campo di ricerca su studenti di tutte l'età permetterebbe di ampliare il quadro teorico e di studiare in modo più approfondito la traiettoria evolutiva di questo costrutto. Lo studio delle attribuzioni nei primi anni di vita potrebbe fornire diversi spunti per la pianificazione di interventi volti a favorire lo sviluppo di stili attributivi interni adattivi già dalla scuola primaria (Zuidema et al., 2023).

2.3 Autoefficacia matematica

2.3.1 Definizione e caratteristiche

L'autoefficacia (SE) è un costrutto che racchiude l'insieme delle convinzioni che un individuo possiede nei confronti di una determinata abilità, che gli consente di poter apprendere o eseguire azioni in un dominio specifico con successo raggiungendo gli obiettivi prefissati (Bandura, 1986; Hoffman, 2010; Mamolo, 2022). Le convinzioni di

autoefficacia hanno influenze dirette sul comportamento umano modificando l'intensità e la durata dello sforzo, la tipologia di azioni messe in atto, la resilienza e la flessibilità (Van Dinther et al., 2011). L'autoefficacia determina la scelta delle attività: gli individui intraprendono più facilmente compiti in cui si sentono capaci di avere successo. Maggiore è il proprio concetto di autoefficacia maggiore è lo sforzo, resistenza e adattabilità che gli individui metteranno in gioco (Bandura, 1986; Van Dinther et al., 2011). Oltre ad agire a livello comportamentale, l'autoefficacia agisce anche a livello cognitivo ed affettivo. Negli individui con bassa autoefficacia si sviluppano sentimenti di fallimento, frustrazione, tensione e impotenza che si sviluppano in seguito ad una maggiore attribuzione di difficoltà del compito (Van Dinther et al., 2011),

L'autoefficacia è definibile come la percezione soggettiva che un individuo ha riguardo la propria capacità di riuscire a pianificare e a completare con successo una specifica attività. Per comprendere appieno il costrutto di autoefficacia, bisogna descrivere tre diversi concetti che la compongono (Moè, 2020). Il primo concetto da analizzare è che si tratta di una percezione soggettiva, cioè di un sentimento che l'individuo sperimenta su sé stesso che lo porta a sentire di essere in grado di svolgere un determinato compito o meno. Il secondo concetto esprime il fatto che l'autoefficacia è un'aspettativa che viene espressa in un momento precedente al compito stesso e che è influenzata dalla storia dei risultati che l'individuo ha ottenuto in quello specifico campo. Il terzo concetto è denominato controllo percepito e costituisce la base dell'autoefficacia, riferendosi al sentimento di controllo del compito che viene considerato affrontabile (Moè, 2020). Il controllo percepito si suddivide a sua volta in due componenti: la prima fa riferimento alle convinzioni di controllo relative all'azione fine a sé stessa, mentre la seconda alle convinzioni legate al risultato finale ottenuto con il comportamento che è stato messo in atto (Putwain et al., 2022). Nello specifico, il primo tipo di credenze si riferisce a giudizi sulla capacità dell'individuo di iniziare e concludere un determinato compito (completare un problema matematico), quindi il focus è posto sull'agire in sé, mentre il secondo tipo di convinzioni si riferisce a una serie di valutazioni che indica il probabile risultato dell'azione che viene messa in atto (ad es. voto nel compito di geometria). I pensieri relativi al controllo dell'azione a differenza delle convinzioni di autoefficacia si focalizzano sull'esecuzione dell'attività (ad es. impegnarsi duramente durante lo studio della matematica) (Putwain et al., 2022). Il controllo percepito uno dei migliori predittori dell'abilità di un individuo di svolgere correttamente una determinata attività (Putwain et al., 2022).

In conclusione, l'autoefficacia assieme alla percezione di controllo costituisce un forte predittore del rendimento scolastico, ed è anche un'importante risorsa per gli studenti permettendogli di adattarsi al nuovo ambiente di apprendimento e affrontare nuove sfide (Moè, 2020).

2.3.2 Modelli teorici

Alla base del concetto di autoefficacia si trova la teoria sociocognitiva di Bandura (1977) che afferma l'esistenza di una connessione interattiva tra caratteristiche personali, comportamenti e fattori ambientali. Le tre caratteristiche sono legate tra loro da una connessione bidirezionale, che permette ai tre elementi di influenzarsi in modo reciproco (reciprocità triadica). Secondo questo schema l'ambiente esterno attraverso una serie di stimoli influenza le caratteristiche personali dell'individuo che risponde modificando il proprio comportamento, che inevitabilmente esercita a sua volta un'influenza sull'ambiente esterno (Usher et al., 2008).

L'autore ha suggerito che le convinzioni di autoefficacia si sviluppino partendo da quattro fonti diverse: esperienze passate di successo o fallimento (esperienza di padronanza), dall'osservazione di altre persone simili o che fungono da modelli di esempio (esperienza indiretta), dalle convinzioni sociali che vengono acquisite tramite la cultura e da stati emotivi o fisiologici che sperimentano direttamente (Usher et al., 2008).

L'individuo crea o modifica giudizi di competenza sulla base del risultato ottenuto dopo aver svolto una specifica attività. Quando l'individuo ottiene un risultato positivo, aumenta la sua fiducia nello svolgere compiti simili a quello in cui ha avuto successo; al contrario, se ha ottenuto un risultato negativo la fiducia nello svolgere attività simili diminuisce. Quindi la storia di risultati di un individuo in un campo specifico è la fonte principale da cui quest'ultimo trae informazioni, e in base al numero di successi e fallimenti si sente più o meno capace di affrontare il compito. Le convinzioni di autoefficacia sono più suscettibili di modifiche durante lo sviluppo di nuove competenze, quando il soggetto affronta compiti nuovi al quale inizialmente fallisce facilmente. Nonostante i ripetuti insuccessi, il graduale aumento delle competenze porta al rinforzo del concetto di autoefficacia e il superamento di compiti particolarmente difficili porta a un incremento notevole di autoefficacia. La storia di risultati assieme al grado di controllo e di efficacia

che l'individuo percepisce nei confronti di un compito specifico determinano quindi la percezione di padronanza del soggetto, che è considerato una delle cause principali di variazioni di autoefficacia durature nel tempo (Usher et al., 2008). Infatti, quando si impiega una grande quantità di impegno per raggiungere un obiettivo e poi non si riesce nell'impresa le convinzioni di autoefficacia risultano compromesse (Usher et al., 2008).

Le persone per sviluppare le proprie convinzioni di autoefficacia utilizzano anche l'osservazione di confronti normativi, ovvero si fa riferimento a comportamenti e risultati di altri individui percepiti come simili, o visti come modelli di riferimento (Bandura, 1997; Usher et al., 2008). Questo tipo di apprendimento vicario è molto comune in ambito accademico, dove spesso gli studenti prendono come riferimento le prestazioni dei compagni di classe per avere un punto di confronto. Nel momento in cui i voti che ottengono alle prove sono simili o superiori a quelli degli altri compagni si ha un incremento di autoefficacia, viceversa si ha una diminuzione. Nel momento in cui, una persona è incerta sulle proprie abilità o non ha grande esperienza con le attività che deve svolgere attinge informazioni dall'osservazione dei modelli sociali (modeling). I modelli inoltre, svolgono un ruolo chiave nella formazione dell'individuo nei periodi di transizione (passaggio dalla scuola elementare a quella media). I risultati che il modello raggiunge hanno un effetto diretto sull'autoefficacia dell'individuo, che aumenta o diminuisce a seconda che il soggetto ottenga un successo o un fallimento. Il grado con cui il processo del modeling influenza l'autoefficacia dell'individuo è mediato da quanto il modello è percepito come simile a sé, per questo motivo le informazioni ottenute da individui appartenenti allo stesso gruppo (età, sesso, etnia) causano un maggiore incremento di autoefficacia (Usher et al., 2008)

Una terza fonte da cui le persone traggono informazioni per sviluppare la propria autoefficacia sono: le persuasioni verbali e sociali, ovvero giudizi di critica o di supporto effettuati da altri individui. Messaggi di incoraggiamento e riscontri positivi forniti da persone rilevanti per l'individuo possono aumentare la fiducia in sé stessi e nelle proprie capacità. Questa fonte di informazioni è utilizzata maggiormente durante gli anni formativi in cui la persona attinge informazione dall'esterno per creare la propria personalità e gli studi dimostrano come le persuasioni abbiano un'influenza più forte quando viene espressa in modo critico e negativo, con lo scopo di ledere la persona (Bandura, 1997; Usher et al., 2008). Una persuasione verbale per avere effetti positivi deve supportare il senso di

efficacia dello studente e deve far misurare il miglioramento sulla base della propria crescita individuale (Usher et al., 2008).

L'ultima fonte da cui le persone traggono informazioni sono gli stati emotivi e fisiologici (ansia, stress, umore, stanchezza). L'interpretazione di questo tipo di informazioni porta il soggetto a fare previsioni sulla propria prestazione futura. Nel contesto scolastico, per esempio un'intensità emotiva elevata viene interpretata come indizio di successo o fallimento da parte dell'alunno. Un'elevata ansia durante le lezioni di matematica viene interpretata come incapacità di riuscire a svolgere le attività assegnate, mentre provare eccitazione prima di un compito può far provare allo studente una sensazione di sfida che lo studente tendenzialmente interpreta come possibilità di successo (Usher et al., 2008). Si ritiene che per un funzionamento ottimale l'intensità degli stati fisiologici debba essere intorno a un valore medio che non è né troppo alto né troppo basso. La riduzione di stati emotivi negativi e l'aumento del benessere fisico è correlato ad un aumento dell'autoefficacia (Usher et al., 2008). L'interpretazione dei propri stati emotivi e fisiologici svolge dunque un ruolo fondamentale nella formazione dell'autoefficacia. Un'interpretazione errata e superficiale della situazione ed in particolare di stati emotivi negativi può portare l'individuo a sviluppare una visione pessimistica, vedendo gli errori come la dimostrazione della propria incapacità (Usher et al., 2008).

Nello specifico, nell'interpretare e integrare le diverse informazioni gli individui utilizzano regole che prendono il nome di additive (maggiore è il numero di fonti, più le convinzioni di autoefficacia sono forti), relative (tra due fonti una è più forte e prevarica sull'altra), moltiplicative (due fonti interagiscono tra di loro) o configurative (la potenza di una fonte dipende da quante altre fonti sono presenti). Lo sviluppo delle abilità cognitive permette di elaborare in modo migliore le informazioni ritenute rilevanti. Nel caso di informazioni provenienti da più fonti, secondo Bandura gli individui selezionano informazioni provenienti da un determinato tipo di fonte, scartando le altre (Bandura, 1977; Usher et al., 2008).

2.3.3 Relazione tra autoefficacia matematica e prestazione matematica

Nel contesto scolastico e accademico per autoefficacia si intende l'insieme delle convinzioni che lo studente possiede in merito alle proprie capacità e abilità scolastiche che gli permettono il raggiungimento degli obiettivi accademici (Honicke et al., 2016).

Secondo la letteratura, l'autoefficacia accademica è correlata alla prestazione scolastica (Honicke et al., 2016).

In particolare, nel campo della matematica per autoefficacia si intende l'insieme delle convinzioni che una persona possiede in merito al raggiungimento dei propri risultati matematici attraverso le proprie abilità e i propri sforzi (Honicke et al., 2016).

L'autoefficacia matematica è correlata positivamente con la prestazione in matematica e in modo negativo con MA. (Luttenberger et al., 2018). L'autoefficacia matematica riveste una posizione fondamentale nell'apprendimento delle abilità matematiche. Essa costituisce una risorsa motivazionale di base che gli individui utilizzano quando affrontano compiti legati allo studio e al raggiungimento di obiettivi matematici. Secondo diversi studi, esiste una correlazione positiva tra avere convinzioni positive di successo in matematica e i reali risultati ottenuti successivamente nella materia (Živković et al., 2023). Studenti con convinzioni di autoefficacia in matematica risultano essere più motivati e di conseguenza, impiegano maggiori quantità di impegno nei compiti di apprendimento sfruttando così al meglio le risorse cognitive e i diversi meccanismi per autoregolarsi, riuscendo a persistere alle complicazioni e agli ostacoli che incontrano nello svolgimento delle prove. L'insieme di questi processi porta dunque ad ottenere risultati migliori in ambito matematico (Živković et al., 2023).

La relazione esistente tra convinzioni di autoefficacia matematica e risultati in matematica è bidirezionale. L'influenza delle esperienze passate e dei risultati ottenuti in precedenza influenzano le credenze che a loro volta hanno effetto sulle prestazioni. Quando un individuo ottiene una serie di risultati negativi, ciò può portare a una compromissione dell'autoefficacia, sviluppando affettività negativa nei confronti della materia che può sfociare nell'impotenza appresa (Živković et al., 2023).

L'autoefficacia non si limita ad influenzare il rendimento, ma ha effetti sulle future scelte professionali e formative dell'individuo. Dalla letteratura si evince come studenti che si autovalutano con caratteristiche positive in matematica scelgono più facilmente carriere legate all'utilizzo e allo sviluppo di abilità matematiche (Živković et al., 2023).

La letteratura dimostra anche l'esistenza di una relazione tra autoefficacia matematica e le diverse tipologie di emozioni provate nei confronti della materia durante lo svolgimento delle attività. In particolare, si è dimostrato che alte convinzioni di competenza abbiano un

effetto di riduzione nei confronti della preoccupazione per le attività matematiche e di ansia nei confronti della matematica. Questa relazione trova conferme nella teoria del controllo-valore (CVT) (Pekrun; 2006) secondo la quale una minore convinzione di competenza matematica porterebbe gli studenti a provare maggiori sentimenti di ansia e minore divertimento riducendo l'apprendimento nei confronti della materia stessa. Pertanto, ad un maggiore senso di autoefficacia è associato maggiore divertimento, ed una minore quantità di ansia (Du et al., 2021). Da un'analisi della letteratura si evince quindi come non sia possibile parlare di rendimento matematico, senza associarlo al costrutto di autoefficacia, dato il ruolo chiave che quest'ultima riveste nell'apprendimento e nello svolgimento di qualsiasi attività legata alla matematica (Živković et al., 2023).

2.3.4 Limiti nella letteratura sull'autoefficacia matematica

L'autoefficacia rivestendo un ruolo fondamentale nell'apprendimento della matematica è stata al centro di numerosi studi in letteratura che si sono posti come sfida lo sviluppo di interventi capaci di poterla incrementare (Zakariya et al., 2022).

Il limite principale degli studi effettuati è stato dare importanza esclusivamente alla dimensione dell'effetto provocato dagli interventi, senza focalizzarsi sulla durata degli interventi che avevano sugli studenti anche a distanza di tempo. Si tratta di una limitazione importante per l'applicazione dei diversi interventi, in quanto potrebbe darsi che a una notevole grandezza dell'effetto segua un annullamento altrettanto rapido (Zakariya et al., 2022).

Un'ulteriore limitazione è che la relazione tra autoefficacia e prestazione matematica è stata studiata in modo approfondito negli adulti e negli adolescenti, ma poco indagata nei bambini. Approfondire la ricerca permetterebbe di avere un quadro teorico più ampio sulle origini e sullo sviluppo della relazione tra convinzioni di efficacia e prestazione matematica (Levine et Pantoja, 2022)

2.4 Relazione tra ansia, stili attributivi, ed autoefficacia in matematica

Le tre variabili psicologiche descritte nel capitolo esercitano una forte influenza sull'apprendimento matematico, influenzando le prestazioni accademiche degli studenti. Dalla letteratura si evince come questi tre costrutti non agiscano in modo indipendente l'uno dall'altro, ma si influenzino in modo reciproco caratterizzando lo sviluppo della

persona in ambito matematico e non (Coffee et al., 2008; Krispenz et al., 2019; Tovey et al., 2022).

Uno studio del 2008 ha indagato la relazione tra stili attributivi ed autoefficacia (Coffee, et al., 2008). Dai risultati dello studio si è visto come attribuire i propri risultati a cause stabili (ricorrenti nella stessa situazione), globali (che influenzano più situazioni diverse) e personali (con caratteristiche uniche all'interno dell'individuo) porti ad un aumento della propria autoefficacia (Coffee et al., 2008). Allo stesso modo si è visto come nelle situazioni di insuccesso, l'attribuzione ad una causa non controllabile conduca ad una diminuzione del senso di autoefficacia (Zan et al., 2007).

Allo stesso tempo, diversi studi hanno analizzato la relazione esistente tra convinzioni di competenza matematica e MA, dimostrando come al crescere dell'autoefficacia diminuisca l'ansia matematica e anche i comportamenti ad essa associati (procrastinazione, evitamento) (Bandalos, 1995; Yederlen et al., 2016; Krispenz et al., 2019). Autoefficacia e MA sono infatti fortemente associate in maniera negativa (Rozgonjuk et al., 2020).

L'ansia inoltre è ulteriormente influenzata dal tipo di attribuzione che lo studente dà al risultato. In particolare, attribuire il fallimento a cause esterne è correlato con un aumento dell'ansia da test (Bandalos, 1995). Uno studio recente ha dimostrato come più di un quinto dei livelli di MA dipenda dalla fiducia che le persone nutrono in loro stesse. Inoltre, più una persona tende ad utilizzare un locus of control esterno più tende, di conseguenza, a sperimentare livelli maggiori di MA (Tovey et al., 2022).

Un modello teorico che collega gli aspetti emotivi, motivazionali e le prestazioni accademiche è la teoria controllo-valore (CVT) (Pekrun, 2006). Il modello riprende i tre costrutti descritti in precedenza e attraverso l'interazione tra il controllo percepito e il valore del compito che l'individuo si appresta a svolgere, determina il tipo di emozione che l'individuo sperimenta. Nello specifico le emozioni vengono classificate in due categorie, a seconda che siano legate al raggiungimento di uno stato o di un tratto. Nel primo caso si riferisce a stati affettivi transitori dovuti a situazioni specifiche e con una durata breve (ad es. ansia prima di un esame), mentre nel secondo caso ci si riferisce ad una categoria di emozioni che viene provata in modo ripetuto nei confronti di una situazione specifica, per lassi temporali abbastanza lunghi (es. MA) (Peixoto et al., 2016).

Al centro della teoria ci sono le valutazioni cognitive di controllo e le valutazioni cognitive del valore. Le valutazioni relative al controllo si riferiscono a quanto gli individui si percepiscono competenti (autoefficacia) e di quanto controllo possono esercitare sull'attività da svolgere (controllo percepito) (Putwain et al., 2021). In particolare, l'individuo è tenuto a valutare aspetti come: il grado di competenza e di abilità personale, la probabilità di avere successo o fallimento e il grado di difficoltà del compito (Putwain et al., 2021). Le valutazioni del valore si riferiscono a tre possibili tipologie di valore: intrinseco; legato al risultato e di utilità (Putwain et al., 2021). In questo modello quindi le componenti sono legate reciprocamente tra di loro in modo che le valutazioni, i risultati ottenuti e le emozioni sperimentate si influenzino continuamente. Di conseguenza, le valutazioni di controllo e valore permettono l'origine di determinate emozioni, che a loro volta assieme ai risultati ottenuti rinforzano o indeboliscono le valutazioni successive (Putwain et al., 2021).

Alla luce della stretta relazione tra le variabili emotive-motivazionali e la prestazione in matematica, e tenendo conto dei limiti presenti in letteratura, nel capitolo seguente verrà descritta nel dettaglio la ricerca condotta che mira ad approfondire tale relazione nei bambini della scuola primaria. Saranno illustrate nello specifico le modalità e i vari strumenti che sono stati utilizzati per la misurazione delle abilità matematiche e dei costrutti emotivi-motivazionali analizzati.

Capitolo 3 – LA RICERCA

3.1 Ipotesi di ricerca

La prestazione matematica è stata negli ultimi anni oggetto di ricerca di numerosi studi in letteratura. In particolare, gli studiosi hanno evidenziato come i risultati matematici siano il prodotto della combinazione di una molteplicità di fattori, tra cui fattori cognitivi, sociali, emotivi-motivazionali (Henschel et Roick; 2017). Il ruolo cruciale nella prestazione e nell'apprendimento della matematica di tutti questi fattori porta a una richiesta di attenzione e ad una cura maggiore dello studente, dove non basta considerare unicamente come fattore predittivo del rendimento scolastico il talento nelle abilità matematiche, ma bisogna effettuare un'analisi più complessa considerando anche gli aspetti più interni e profondi dell'individuo (Geary, 2011).

Tra i fattori emotivi- motivazionali svolgono un ruolo importante la percezione di valore del compito, il percepirsi capaci e competenti nello svolgere il compito, il sentirsi supportati, e le diverse emozioni sperimentate (Cargnelutti et al., 2017). In particolare, quando l'individuo prova emozioni positive (come, ad esempio, il divertimento e l'interesse) questi fattori influenzano la prestazione matematica come se fossero dei promotori, incrementandola. Al contrario, ansia e altri fattori psicologici percepiti come negativi provocano l'effetto opposto, agendo sulla prestazione come se fossero degli ostacoli che riducono la riuscita nel compito (Villavicencio et al., 2015).

Nonostante negli ultimi anni gli studiosi si siano concentrati su come le variabili psicologiche influenzino la prestazione matematica, spesso la loro attenzione è stata posta su un campione formato da studenti adolescenti o adulti, andando a trascurare inevitabilmente gli effetti e lo sviluppo che quest'interazione può avere nell'età evolutiva (Levine et Pantoja, 2022). Risulta allora fondamentale approfondire il ruolo di questi costrutti psicologici e del loro ruolo nella prestazione matematica sin dalle prime fasi di scolarizzazione, al fine di sviluppare un quadro più chiaro e completo dello sviluppo delle competenze matematiche, per fornire indicazioni precise per lo sviluppo di programmi di intervento, che possano supportare l'apprendimento della materia già nella scuola primaria.

Alla luce di tali premesse, l'obiettivo del presente studio è stato quello di indagare la relazione che esiste tra tali fattori emotivi-motivazionali e la prestazione in matematica in

bambini frequentanti la classe quarta e quinta primaria. In particolare, si è posta l'attenzione sui seguenti fattori: ansia nei confronti della matematica, ansia generale, autoefficacia e locus of control. Al fine di indagare tali costrutti sono stati somministrati dei questionari self-report, tradotti e adattati al campione di ricerca, assieme all'uso di prove carta-matita standardizzate per la valutazione delle abilità matematiche.

In letteratura diversi autori hanno evidenziato una forte relazione tra MA e la prestazione in matematica, dimostrando quindi come ad alti livelli di ansia sperimentata corrispondano minori prestazioni in tale disciplina (Caviola et al., 2021).

Anche l'autoefficacia secondo la letteratura è correlata in maniera positiva con la matematica (Živković et al., 2023). In particolare, diversi studi affermano che i soggetti che credono di riuscire in matematica ottengono risultati migliori e sperimentano una minore MA, al contrario di chi possiede delle convinzioni di insuccesso e che tende ad ottenere risultati peggiori, sperimentando una maggiore MA (Rozgonjuk et al., 2020).

Ulteriori studi hanno dimostrato come uno dei maggiori predittori del rendimento accademico sia lo stile attributivo, cioè la tendenza dell'individuo ad attribuire le cause dei suoi risultati a fonti interne alla persona (locus of control interno) o a fonti esterne (locus of control esterno). In particolare, la letteratura ha evidenziato l'esistenza di una relazione positiva tra l'utilizzo di un locus of control interno e una maggiore prestazione in matematica e tra controllo percepito e rendimento in matematica (Zuidema et al., 2023; Murayama et al., 2012). Comprendere il tipo di attribuzioni che lo studente utilizza per giustificare la propria prestazione, può contribuire al miglioramento del successo scolastico (Kloosterman, 1984 e Dweck, 1975).

Nello specifico, dunque, ci si attende che:

- a) i questionari tradotti dall'italiano all'inglese e adattati per la scuola primaria risultino validi e attendibili;
- b) ad alti valori esperiti di MA da parte degli studenti corrispondano peggiori prestazioni in matematica (Caviola et al., 2021);
- c) un alto punteggio nelle percezioni di autoefficacia matematica corrisponda a migliori prestazioni in matematica (Luttenberger et al., 2018);
- d) ad uno stile attributivo interno corrispondano migliori prestazioni in matematica (Zuidema et al., 2023);

- e) ad alti valori di MA corrispondano basse convinzioni di autoefficacia matematica (Rozgonjuk et al., 2020);
- f) che a uno stile attributivo interno corrisponda un'elevata autoefficacia matematica e ad una bassa MA (Henschel et al., 2017; Cooffe et al., 2008)
- g) alla luce delle relazioni indagate tra le variabili ci si attende inoltre di identificare il maggior predittore significativo della prestazione matematica.

3.2 Il campione

Il progetto ha coinvolto cinque scuole primarie nelle province di Lecce, Belluno e Trento (Tabella 3.1). In particolare, sono state coinvolte a Lecce la scuola “Rina Durante” di Melendugno con sei classi (3 quarte e 3 quinte) e la scuola “Giovanni XXIII” di Borgagne con una classe (1 quinta); a Belluno la scuola Salvo D’Acquisto con tre classi (1 quarta e due quinte) e per concludere a Trento una scuola con quattro classi (tre quarte e una quinta).

Il campione è composto in totale da 273 alunni con un’età compresa tra i 9 e gli 11 anni, frequentanti le classi quarta e quinta primaria. Di questi 18 sono stati assenti nello svolgimento di una delle due prove, mentre altri 38 studenti sono stati esclusi poiché presentavano disabilità intellettiva.

In definitiva il campione è composto da un totale di 217 partecipanti, di cui 111 maschi e 106 femmine; 114 frequentanti la classe quarta e 103 frequentanti la classe quinta.

Tabella 3.1 Scuole e classi che hanno partecipato al progetto

Provincia	Comune	Scuola	Classi
Belluno	Belluno	Salvo D'Acquisto	4^A 5^A 5^B
	Belluno	Edmondo De Amicis	4^A 5^A
Lecce	Melendugno	Rina Durante	4^A 4^B 4^C 5^A 5^B 5^C
	Melendugno	Giovanni XXIII	5^A
Trento	Trento	Charles Darwin	4^B 4^C 4^D 5^A

3.3 La procedura

Nella fase iniziale del progetto, prima di iniziare con la somministrazione dei test, è stato necessario presentare la ricerca ai Dirigenti delle scuole menzionate precedentemente in modo che potessero prenderne parte con i rispettivi istituti. Successivamente è stata fornita

una dichiarazione di consenso informato per ogni studente. In questo caso poiché si tratta di soggetti minorenni è stata richiesta la firma di uno dei due genitori o di chi ne fa le veci.

Al fine di garantire la privacy e l'anonimato nello svolgimento delle prove sono stati appositamente creati dei codici alfanumerici per ogni partecipante (Regolamento Europeo UE 2016/679). La creazione di questi codici ha avuto anche uno scopo più profondo all'interno dello svolgimento del progetto, poiché assicurava ad ogni bambino poter rispondere liberamente alla propria prova senza temere i giudizi altrui e di non essere esposto al controllo della maestra.

Una volta ritirati i consensi informati, con l'adesione al progetto firmata dai genitori, si è potuto procedere con la somministrazione delle prove.

La somministrazione è stata svolta in modalità collettiva classe per classe.

La prova è composta da due parti e richiede di essere svolta in due giornate differenti al fine di evitare un eccessivo affaticamento negli studenti, che potesse andare a influenzare i dati raccolti.

Le classi sono state suddivise in “*collettiva 1*” e “*collettiva 2*” in base all'ordine di somministrazione delle prove. In modo da garantire l'affidabilità del test ed evitare possibili differenze nei punteggi dovuti al diverso ordine di somministrazione è stato necessario controbilanciare gli ordini delle prove.

Ognuna delle due prove è stata svolta in classe in maniera collettiva durante l'orario scolastico, con la durata di un'ora per prova.

Per assicurare il corretto svolgimento è stata effettuata una completa spiegazione di ogni questionario e di ogni esercizio, accompagnato da una serie di esempi svolti assieme al somministratore. Le prove sono state svolte in modalità carta-matita sempre sotto la supervisione di quest'ultimo e di un'insegnante.

3.4 Strumenti

Il presente elaborato si pone all'interno di uno studio più ampio, che ha incluso molteplici variabili e nel suo complesso ha compreso l'utilizzo di 16 questionari e 4 prove matematiche elencate di seguito:

- I questionari utilizzati sono: “*AMAS*”; “*SPPC*”; “*SDQ*”; “*Self-concept*” da *MMQC*; “*Math Self-Efficacy Scale*”; “*Self-efficacy*” da *MMQC*; “*Locus of Control Scale- ACL-R*”; “*Perceived control Scale*”; “*Value-Scale*”; “*AMS-I*”; “*Motivation*” da *MMQC*; “*ARS*”; “*Academic Buoyancy*”; “*Math avoidance*”; “*RCMAS-2*”.
- Le prove matematiche utilizzate sono state selezionate da *ACFL* (Caviola, Gerotto, Lucangeli, Mammarella 2016) e *AC-MT 3ed* (Cornoldi, Mammarella, Caviola, 2020) e comprendono: “*prove di fluenza*”; “*ragionamento numerico*”, “*calcolo approssimato*” e “*calcolo scritto*”.

Nei successivi paragrafi verranno descritti più nello specifico gli strumenti utilizzati per indagare le ipotesi di ricerca.

3.4.1 Le prove matematiche

Per valutare le abilità matematiche sono state utilizzate prove matematiche tratte dai test *AC-FL* (Caviola, Gerotto, Lucangeli, Mammarella 2016) e *AC-MT 3* (Cornoldi, Mammarella, Caviola, 2020).

AC-FL

Il test *AC-FL* (Caviola et al., 2016) è uno strumento di assesment, che ha come obiettivo quello di fornire agli insegnanti informazioni sulla velocità e l’accuratezza dei propri studenti nell’esecuzione di calcoli complessi.

È formato da una serie di prove di fluenza utilizzate per valutare sia il calcolo a mente che scritto e la sua versatilità permette il suo utilizzo in diversi contesti, tra cui quello clinico e scolastico. Può essere somministrato da insegnanti, psicologi e altre figure del settore.

Il target su cui può essere somministrato comprende studenti dalla terza alla quinta elementare.

Il test *AC-FL* è composto da “*prove di fluenza*” divise in tre protocolli (addizioni; sottrazioni e moltiplicazioni) ognuno dei quali formato da 24 operazioni.

La durata di ogni prova è di due minuti e l’obiettivo dello studente è quello di svolgere più operazioni possibili in modo corretto nel lasso di tempo prestabilito. L’analisi qualitativa

Nel presente studio sono state utilizzate tre prove di questa batteria, che sono state somministrate in maniera collettiva. Di seguito verranno descritti i tre sub test utilizzati.

Ragionamento numerico

Agli studenti viene presentata una serie numerica con un numero mancante. Il compito consiste nell'individuare la regola corretta che lega tra di loro i numeri, in modo da scegliere tra tre diverse alternative l'opzione giusta che completa la sequenza. Questo sub test permette di indagare la capacità di ragionamento numerico. Il tempo a disposizione per svolgere l'esercizio è di due minuti per un totale di dodici item da completare, di complessità crescente in base al grado scolastico.

Lo scoring viene eseguito attribuendo un punto in caso di risposta esatta e zero punti quando la risposta è sbagliata o assente. Si sommano i punteggi attribuiti ai singoli item ottenendo un punteggio totale che, se elevato indica un'alta capacità dello studente nello svolgere compiti numerici (AC-MT 3, Cornoldi et al., 2020) (Figura 3.4).

Figura 3.4 Esempio dell'esercizio di ragionamento numerico



Calcolo scritto

La prova di calcolo scritto valuta la capacità disporre in colonna le cifre nel modo corretto e di applicare nel modo adeguato i processi di calcolo. Fornisce anche informazioni su eventuali strategie che lo studente può mettere in atto durante l'esecuzione operazioni (Cornoldi et al., 2020). La prova è composta da sei item (due addizioni, due sottrazioni, una moltiplicazione e una divisione) che consistono in sei operazioni disposte in ordine di difficoltà crescente. Più l'individuo va avanti nell'esecuzione del compito più il livello delle operazioni diventa complesso, attraverso l'incremento del numero delle cifre, l'introduzione di numeri decimali e la richiesta dell'uso di strategie come il riporto o il prestito.

Figura 3.6 Esempio dell'esercizio di calcolo approssimato

$$12+16 \quad | \quad 30 \quad 50 \quad 40$$

3.4.2 Questionari

Per indagare in modo approfondito le ipotesi del presente studio, saranno utilizzati i dati raccolti dai seguenti questionari:

- dal AMAS (Caviola et al., 2017);
- RCMAS-2 (adatt.ita Scozzari, Sella e Di Pietro; 2012);
- Locus of Control Scale- ACL-R (Curtis &Trice 2013);
- Perceived control Scale (Putwain et al., 2018);
- Self-efficacy MMQC (Prast et al. 2012);
- Math Self-Efficacy Scale (Koponen, 2021).

Ansia per la matematica

Il questionario “*Abbreviate Math Anxiety Scale*” (AMAS; Caviola, et al., 2017) ha lo scopo di valutare l’ansia matematica negli studenti, definita come l’insieme di sentimenti di paura, che le persone provano quando hanno a che fare con la matematica (Ashcraft, 2002). La valutazione di MA permette di analizzare l’influenza del costrutto sullo sviluppo dell’apprendimento matematico e sulla prestazione nei compiti numerici.

Agli studenti viene chiesto di leggere delle frasi che descrivono determinate situazioni e di valutare attraverso una scala Likert a cinque punti (“Molto poca” = 1, “Poca” = 2, “Moderata” = 3”, “Abbastanza” = 4 o “Molta” = 5) il grado di paura che avrebbero provato se le avessero vissute in prima persona.

La scala è composta in tutto da nove item, che si suddividono tra di loro in due sotto scale (Hopko et al. 2003):

- Ansia da apprendimento matematico (es. “Affrontare un nuovo argomento di matematica”) si riferisce al sentimento di tensione che lo studente sperimenta quando si trova in situazioni nuove e sconosciute legate alla matematica (Hopko et al., 2003).
- Ansia da test (es. “Essere interrogato “a sorpresa” in matematica) caratterizzata da un sentimento carico di tensione associato allo svolgimento di un esame o interrogazione. Riguarda gli atteggiamenti, le emozioni e i comportamenti messi in atto anche durante i giorni che precedono un esame. Può influire sul rendimento dello studente durante lo svolgimento della prova, con una diminuzione della prestazione. (Hamilton et al., 2021)

La combinazione di queste due categorie differenti di item permette in poche domande di avere un quadro piuttosto generale della MA dello studente in differenti aspetti che vive nella sua quotidianità con la matematica.

Lo scoring viene calcolato sommando i punteggi di ogni item (ottenendo un punteggio totale con un range compreso tra i 6 e 45 punti). A punteggi elevati corrisponde un alto grado di paura e tensione che gli studenti sperimentano quando interagiscono con la matematica (Figura 3.7).

Figura 3.7 Esempio item contenuti nel questionario “AMAS”

Situazione	Grado di paura				
1. Usare gli schemi e le tabelline riportate in fondo al libro di matematica	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
2. Pensare alla verifica scritta di matematica che dovrai fare domani	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
3. Seguire con attenzione l’insegnante che risolve alla lavagna un’operazione di matematica difficile	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta

Ansia generalizzata

La “Revised Children’s Manifest Anxiety Scale – Second edition” (RCMAS) è uno dei questionari più utilizzati per la ricerca e il trattamento dell’ansia durante l’età evolutiva. Si tratta di uno strumento self-report che fornisce una valutazione del livello e dell’origine

dell'ansia generale (GA). Può essere somministrata in bambini e adolescenti con un'età compresa tra i sei e i diciannove anni.

La versione completa è composta da 49 item formati da risposte dicotomiche dove il bambino può rispondere con SI/NO a seconda se si identifica o meno con l'affermazione proposta.

È composto da cinque diverse sotto-scale: ansia fisiologica, preoccupazioni, ansia sociale, atteggiamento difensivo e ansia totale.

Nel presente studio si è scelto di somministrare la forma ridotta del test, che è formata dai primi dieci item del questionario che permettono di valutare un punteggio denominato "Forma Breve Di Ansia Totale". Il tempo richiesto per la compilazione della scala ridotta è di circa cinque minuti (Lowe, 2015).

Lo scoring viene effettuato assegnando un punto alle risposte "SI" e zero punti alle risposte "NO". Si sommano i punteggi dei singoli item, andando così a ottenere un punteggio totale, che, se elevato indica un alto grado di ansia generale del partecipante (Figura 3.8)

Figura 3.8 Esempio item contenuti nel questionario "RCMAS"

Situazione		
1. Spesso ho mal di stomaco	SI	NO
2. Mi sento nervoso	SI	NO
3. Spesso mi preoccupa per qualcosa di brutto che potrebbe accadermi	SI	NO

Locus of control (ACL-R)

La "Locus of control scale" (ACL-R) (Curtis & Trice 2013) è una scala "Vero/Falso", composta da 21 item che valutano quattro diversi tipi di fattori: "disperazione", "distraibilità", "scarsa attitudine dello studente", e "pianificazione compromessa". Lo scoring viene effettuato attribuendo un punto alle risposte "VERO" e zero punti alle risposte "FALSO". Il punteggio ha un range compreso tra 0 e 21, dove punteggi alti corrispondono a stili attributivi con un locus of control più esterno e punteggi più bassi corrispondono a stili attributivi più interni (Figura 3.9).

Figura 3.9 Esempio item contenuti nel questionario “ACL-R”

Situazione	Vero	Falso
1. Faccio matematica perché è obbligatorio	Vero	Falso
2. Ho in mente quali obiettivi è importante raggiungere in matematica	Vero	Falso
3. Alcuni bambini sono molto portati per la matematica, mentre altri nonostante si impegnino non saranno mai bravi	Vero	Falso

Percezione di controllo

La “Perceived control scale” (Putwain et al.; 2018) indaga il livello di controllo percepito dallo studente in situazioni matematiche, che è definito come l’insieme delle aspettative di svolgere con successo un determinato compito (Putwain et al.; 2022).

Si tratta di una scala composta da quattro item dove gli item rispecchiano percezioni di controllo percepito specifiche sulla matematica (es. “Se rispondo male ad una domanda/esercizio di matematica, sono in grado di comprendere cosa ho sbagliato”), dove gli studenti devono riferire quanto sono d’accordo attraverso una scala Likert a 5 punti (“Fortemente in disaccordo” = 1, “Disaccordo” = 2, “Né d’accordo né in disaccordo” = 3, “D’accordo” = 4, “Fortemente d’accordo” = 5). Lo scoring viene calcolato sommando i punteggi attribuiti a ogni item, ottenendo un punteggio totale compreso tra i 4 e 20 punti. A punteggi elevati corrisponde un alto livello di controllo e un’alta efficacia nei compiti matematici (Figura 3.10).

Figura 3.10 Esempio item contenuti nel questionario “Perceived control scale”

Situazione	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Né d’accordo né in disaccordo	D’accordo	Fortemente d’accordo
1. Se rispondo male ad una domanda/esercizio di matematica, sono in grado di comprendere cosa ho sbagliato	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Né d’accordo né in disaccordo	D’accordo	Fortemente d’accordo
2. Sono sempre andato/a bene durante le lezioni di matematica	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Né d’accordo né in disaccordo	D’accordo	Fortemente d’accordo
3. Riesco ad imparare velocemente la matematica	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Né d’accordo né in disaccordo	D’accordo	Fortemente d’accordo

Autoefficacia MMQC

È un questionario tratto dalla scala *Motivation-MMQC* (Prast et al., 2012), che misura l'autoefficacia relativa alla matematica negli studenti.

Nello specifico, l'autoefficacia nel campo della matematica riguarda l'insieme dei giudizi che l'individuo ha sulla propria capacità di eseguire compiti inerenti al dominio matematico (Lee et al., 2014).

Lo strumento è composto da 6 item che presentano domande sulla propria prestazione, sulla percezione delle prestazioni future o sulle proprie abilità in matematica (es. “Se l'insegnante fa una domanda di matematica, di solito sai rispondere?”).

Lo studente attraverso una scala Likert a 4 punti esprime il suo grado di accordo con la frase presentata (“Fortemente in disaccordo” = 1, “Disaccordo” = 2, “Accordo” = 3 e “Fortemente d'accordo” = 4). Lo scoring viene calcolato sommando i punteggi di ogni item (ottenendo un punteggio totale con un range compreso tra i 4 e 16 punti). A punteggi elevati corrisponde un alto livello di autoefficacia dello studente in matematica (Figura 3.11).

Figura 3.11 Esempio item contenuti nel questionario “Autoefficacia MMQC”

Situazione	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
1. Fai molti errori in matematica?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
2. Pensi che riuscirai a risolvere bene le operazioni questa settimana?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
3. Se l'insegnante fa una domanda di matematica, di solito sai rispondere?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo

Math-self efficacy scale

La “*Math self efficacy scale*” (Koponen, 2021) è una scala self-report che permette di valutare l'autoefficacia specifica dell'individuo per la matematica. È composta da 10 item che si suddividono in tre sotto scale che riguardano rispettivamente il grado di sicurezza in situazioni legate a: abilità matematiche (es. “Fare somme velocemente a mente”), all'apprendimento matematico (es. “Imparare a calcolare in modo da fare meno errori possibili”) e all'applicazione delle abilità matematiche in contesti quotidiani (es. “Fare dei giochi da tavolo in cui devi calcolare velocemente a mente”).

Lo studente deve esprimere il grado di sicurezza con cui svolge quel determinato compito attraverso una scala Likert a 7 punti (“Per nulla” = 1, “Molto poco” = 2, “Poco” = 3, “Né poco Né molto” = 4, “Abbastanza” = 5, “Molto” = 6, “Moltissimo” = 7).

Lo scoring viene effettuato attribuendo per ogni risposta un punteggio compreso tra 1 e 7, e la valutazione finale è data dalla somma dei singoli punteggi. Il punteggio totale finale va da 10 (punteggio minimo che esprime una scarsa sicurezza nello svolgere i compiti e una bassa autoefficacia) a 70 (punteggio massimo che esprima un’alta sicurezza nello svolgere i compiti assieme ad un’alta autoefficacia) (Figura 3.12).

Figura 3.12 Esempio item contenuti nel questionario “Math-self efficacy scale”

Situazione	Per nulla	Molto poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
1. Eseguire tutti i compiti di matematica, nonostante siano difficili	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
2. Fare somme velocemente a mente	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
3. Imparare a calcolare in modo da fare meno errori possibili	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
4. Quando sei in un negozio, calcolare quanti soldi hai	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo

Nel prossimo capitolo verranno presentate le analisi condotte e saranno illustrati i principali risultati ottenuti.

Capitolo 4 - I RISULTATI

Nel presente capitolo saranno illustrati i risultati ottenuti rispetto agli obiettivi dello studio di ricerca.

In particolare, il primo obiettivo è quello di validare quattro questionari tradotti per la prima volta dalla lingua inglese e adattati per la scuola primaria.

Le ipotesi di ricerca successive hanno come obiettivo di indagare le relazioni esistenti tra ciascun fattore emotivo-motivazionale (MA, stile attribuzionale e locus of control) e la prestazione matematica, e tra ogni variabile.

L'ultimo obiettivo, infine, è quello di approfondire il ruolo che i vari fattori hanno nel predire la prestazione matematica ed in particolare di individuare quale delle variabili è più influente rispetto alle altre.

Per il raggiungimento degli obiettivi sopraelencati, sono state svolte analisi di tipo descrittivo e statistico. Attraverso le analisi descrittive è stato possibile avere un quadro preciso delle medie (M) e delle deviazioni standard (SD) del campione e dei punteggi grezzi delle prove matematiche e delle variabili emotivo-motivazionali. Successivamente, attraverso la tecnica delle analisi fattoriali confermativa è stata studiata la struttura fattoriale dei questionari e in base agli indici di fit ottenuti sono stati ritenuti validi o meno. Attraverso le correlazioni sono state indagate le associazioni tra le variabili e con le analisi di regressione gerarchica sono stati individuati i possibili predittori della prestazione matematica tra le variabili prese in esame. Le tecniche di analisi descritte sono state effettuate attraverso i software JASP e R-Studio.

4.1 Il campione

La ricerca presenta una coorte costituita da 217 studenti con un'età media di 122 mesi (SD=7.24) di cui una popolazione maschile costituita da 111 bambini con un'età media di 121 mesi (SD=6.94) e una popolazione femminile di 106 alunne con un'età media di 122 mesi (SD=7.57). Il campione è composto da bambini frequentanti l'ultimo biennio della scuola primaria, di cui 114 frequentanti la classe quarta e 103 frequentanti la classe quinta; con un'età media di 116 mesi (SD=4.13) e di 128 mesi (SD=4.40) rispettivamente.

4.2 Analisi descrittive delle variabili matematiche

Nella tabella 4.1 sono riportate le analisi descrittive delle prove matematiche, in particolare le medie (M), le deviazioni standard (DS) e i punteggi minimi (min) e massimi (max) ottenuti nelle prove di matematica, ovvero nelle prove *Calcolo Scritto*, *Ragionamento Numerico* e *Calcolo Approssimato* del test AC-MT-3 e le prove di fluenza del calcolo del test AC-FL.

Per quanto riguarda la prova di fluenza è stato riportato il punteggio grezzo medio ottenuto dalle singole prove di addizione, sottrazione, moltiplicazione.

Tabella 4.1 *Analisi descrittiva dei punteggi grezzi delle prove di calcolo scritto, fluenza, calcolo approssimato e ragionamento numerico*

	Calcolo scritto	Fluenza	Calcolo approssimato	Ragionamento numerico
Media	4.88	12.9	5.71	8.41
SD	1.32	3.92	3.22	2.93
Minimo	0	3.33	0	0
Massimo	6	21.7	15	12

4.3 Analisi descrittive delle variabili emotive-motivazionali

Attraverso la somministrazione di questionari self-report sono state indagate sei diverse variabili psicologiche, ovvero: l'ansia generale; l'ansia matematica; l'autoefficacia; l'autoefficacia relativa alla matematica, il locus of control e la percezione di controllo. Nella tabella 4.2 sono riportate le statistiche descrittive, in particolare le medie (M), le deviazioni standard (DS) e i punteggi minimi (min) e massimi (max) ottenuti ai questionari (Tabella 4.2).

Tabella 4.2 *Analisi descrittiva dei punteggi grezzi dei questionari*

	Ansia generale	Ansia matematica	Autoefficacia MMQC	Autoefficacia matematica	Locus of control	Controllo percepito
Media	2.98	21.6	18.4	50.0	5.89	14.3
SD	2.29	7.64	3.10	11.2	3.64	3.14
Minimo	0	6	9	11	0	4
Massimo	9	44	24	70	17	20

4.3 Analisi fattoriali confermative

Il presente studio si pone tra i vari obiettivi quello di validare quattro questionari che sono stati soggetti a traduzione da lingua inglese a lingua italiana e sono stati adattati per la somministrazione a studenti di scuola primaria. Sono quindi state condotte differenti analisi fattoriali confermative (CFA) in relazione ad ogni questionario utilizzato, al fine di valutare la struttura fattoriale delle variabili osservate e verificare l'esistenza di una relazione tra le variabili osservate e le variabili latenti (Alaimo et al., 2020; Williams et al., 2010). In particolare, i questionari che sono stati sottoposti al processo di validazione nel presente studio sono: "Math Self-Efficacy Scale" (Koponen, 2021); la sottoscala denominata "Self-efficacy" tratta dal questionario MMQC (Prast et al. 2012); "Locus of Control Scale" (Curtis &Tric 2013); e "Perceived control Scale" (Putin et al., 2018).

Le analisi CFA sono state condotte attraverso R studio, utilizzando il pacchetto statistico "lavan package" (Rosseel, 2012), e come estimatore il *Parise Maximum Likelihood* (PML), che è adeguato per i dati di tipo ordinale (Katsikatsou et al., 2012).

Prima di svolgere la CFA sono stati utilizzati diversi pre-test per valutare che i dati registrati fossero idonei per poter svolgere l'analisi fattoriale: correlazioni tra gli item, il test di adeguatezza campionaria di Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) e il test di sfericità di Bartlett (Williams et al., 2010). Inizialmente, sono state eseguite delle correlazioni tra tutti gli item di ogni questionario per accertarsi che tutti misurassero lo stesso costrutto latente. Successivamente, è stato eseguito il test KMO (Kaiser, 1974) che permette di valutare la proporzione della varianza tra le diverse variabili confrontando i valori delle correlazioni

osservate rispetto alle correlazioni parziali tra ogni variabile. In particolare, per valori di KMO superiori a 0.90 il campione è considerato eccellente; se è compreso tra 0.80 e 0.90 è ottimale, tra 0.70 e 0.80 è accettabile, mentre se è tra 0.60 e 0.70 è mediocre, se invece è inferiore a 0.60 la possibilità di ottenere risultati attraverso l'analisi fattoriale è molto bassa (Williams et al., 2010; Alaimo et al., 2020). Il test di sfericità di Bartlett, invece, ha lo scopo di verificare l'ipotesi nulla che afferma che la matrice di correlazione degli item presi in esame corrisponde ad una matrice d'identità, e quindi consente di verificare che le variabili siano completamente indipendenti l'una dall'altra. Se il test di Bartlett registra valori non significativi ($p > 0.005$) si accetta l'ipotesi nulla, mentre se i valori sono significativi ($p < 0.005$) allora si rigetta l'ipotesi nulla e si può procedere con l'analisi fattoriale (Alaimo et al., 2020).

Quindi per poter procedere con l'analisi fattoriale confermativa, il valore KMO deve essere superiore a 0.50 e il test di Bartlett deve risultare significativo ($p < 0.005$).

Infine, per valutare l'adeguatezza delle CFA si utilizzano dei parametri che prendono il nome di indici di fit. Nello specifico, nelle analisi effettuate sono stati utilizzati come indici di riferimento: il chi-quadrato (X^2); l'errore quadratico medio di approssimazione (RMSEA), il valore quadratico medio residuo standardizzato (SRMR), il Comparative Fit Index (CFI) e l'indice Tucker-Lewis (TLI) (Schermelleh-Engel et al., 2003; Alaimo et al., 2020).

Il chi-quadrato (X^2) rappresenta il criterio fondamentale per la valutazione dell'adattamento del modello. In particolare, valuta l'ipotesi nulla, secondo la quale esiste un modello vero nella popolazione capace di rappresentare alla perfezione la realtà. Questa assunzione è necessaria, ma irrealistica, infatti ogni modello può dare solamente informazioni su una visione approssimativa e semplificata della realtà. (Barbaranelli et al., 2013) RMSEA è un indice di cattivo adattamento del modello nella popolazione. Nello specifico, valuta l'errore approssimativo che il modello commette nel rappresentare la realtà (Barbaranelli et al., 2011). Se RMSEA è minimo (inferiore a 0.8) il modello approssima la realtà in modo accettabile, se invece RMSEA è grande (superiore a 0.08) il modello deve essere rifiutato (Barbaranelli et al., 2011). SRMR, invece, è la standardizzazione dell'indice RMR, che rappresenta una misura di cattivo adattamento del modello, basato sui residui stimati. Viene definito come la covarianza residua media standardizzata (Barbaranelli et al., 2011; Maydeu-Olivares, 2017). Il CFI e il TLI sono

denominati indici incrementali o comparativi e valutano quanto il modello sia adeguato attraverso un confronto con un modello definito nullo (non esiste alcuna relazione tra le variabili), che gli permette di misurare il miglioramento che la struttura analizzata fornisce nello spiegare i dati osservati. Il CFI stima l'adattamento del modello nella popolazione, mentre il TLI (conosciuto anche come NNFI) stima l'adattamento del modello su un campione di popolazione più specifico e ristretto (Barbaranelli et al. 2011).

Questi indici per poter predire in modo adeguato l'adattamento al modello devono rispettare specifici valori soglia riportati nella tabella 4.3.

Tabella 4.3 Valori soglia degli indici di fit

Indici di fit	Valori soglia per essere adeguati	Valori soglia per essere eccellenti
χ^2/df	≤ 5	≤ 2
RMSEA	≤ 0.08	≤ 0.06
SRMR	≤ 0.10	≤ 0.08
CFI	≥ 0.90	≥ 0.95
TLI	≥ 0.90	≥ 0.95

Sono stati inoltre calcolati per ogni questionario i Factor Loadings, per misurare quanto una variabile osservata contribuisse al fattore latente. I valori dei Factor Loadings sono accettabili se $>$ di 0.3.

Nel paragrafo successivo saranno illustrate le diverse CFA condotte per ogni questionario.

4.3.1 CFA “Math Self-Efficacy Scale”

Il questionario Math Self-Efficacy Scale (Koponen, 2021) nel presente studio è stato per la prima volta tradotto in italiano e adattato per gli studenti della scuola primaria, oltre che ampliato attraverso l'aggiunta di 3 item.

Tutte le correlazioni tra gli item del questionario sono risultate significative e unidirezionali e quindi si è potuta effettuare la CFA sull'intero questionario.

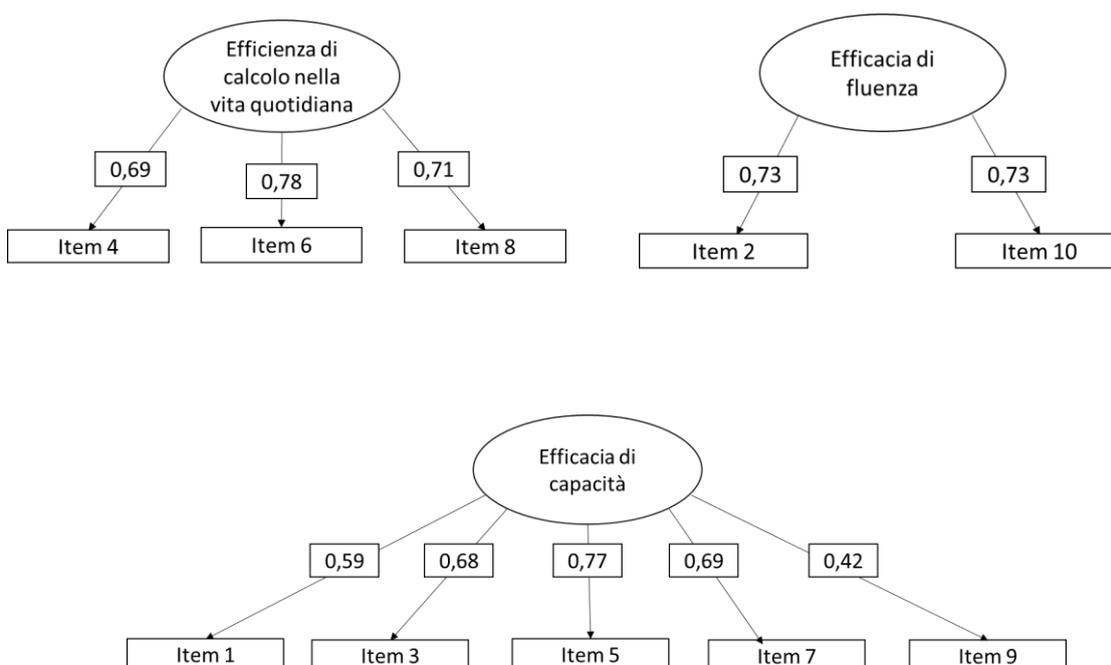
Sono stati ottenuti risultati ottimali per poter svolgere la CFA sia nel test Kaiser-Meyer-Olkin (KMO= 0.87) che nel test di Barlett ($22m\chi^2(45) = 669.56$, p-value< .001).

Dalla CFA gli indici CFI, TLI e SRMR sono risultati essere eccellenti (CFI=0.98; TLI=0.97; SRMR=0.07), X^2/df è risultato essere adeguato ($X^2/df = 2.98$), mentre l'indice RMSEA non è risultato essere accettabile (RMSEA=0.10).

Anche i Factor Loadings delle tre sottoscale sono risultati essere adeguati (Factor loadings > 0.3) (Figura 4.1).

Per concludere, il questionario ha dimostrato sia un'alta affidabilità interna totale (α di Cronbach = 0.83), che per le 3 sottoscale: efficacia di capacità (α di Cronbach = 0.76); efficacia di fluenza (α di Cronbach = 0.69); efficacia nella vita (α di Cronbach = 0.70).

Figura 4.1 Factor Loadings del questionario “Math Self-Efficacy Scale”



4.3.2 CFA “Self-efficacy Scale”

Il questionario Self-efficacy tratto dal MMQC (Prast et al. 2012) nel presente studio è stato tradotto in italiano e adattato per gli studenti della scuola primaria.

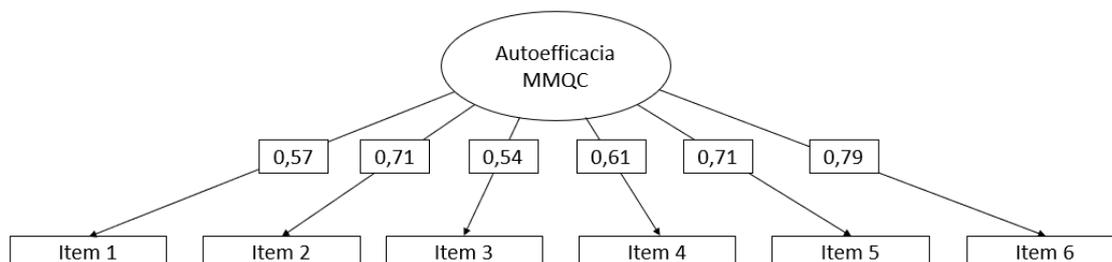
Tutte le correlazioni tra gli item del questionario sono risultate significative e unidirezionali e pertanto si è potuta effettuare la CFA sull'intero questionario.

Sono stati ottenuti risultati buoni per poter svolgere la CFA, sia nel test Kaiser-Meyer-Olkin (KMO= 0.81) che nel test di Barlett ($22m\chi^2(15) = 277.13$, p-value< .001).

Dalle CFA è risultato che tutti gli indici hanno dei valori eccellenti (CFI=1.00; TLI=0.99; RMSEA = 0.05; SRMR= 0.05 e $X^2/df=1.47$)

Il questionario ha dimostrato avere una buona affidabilità interna (α di Cronbach = 0.76) e anche i Factor Loadings sono risultati essere accettabili per ogni item del questionario (Factor loadings > 0.3) (Figura 4.2).

Figura 4.2 Factor loadings del questionario “Self-efficacy” dal MMQC



4.3.3 CFA “Locus of Control Scale”

Il questionario “Locus of Control Scale” (Curtis & Trice, 2013) nel presente studio è stato tradotto in italiano e adattato per studenti della scuola primaria.

Tutte le correlazioni tra gli item del questionario sono risultate significative e unidirezionali e pertanto si è potuta effettuare la CFA sull’intero questionario.

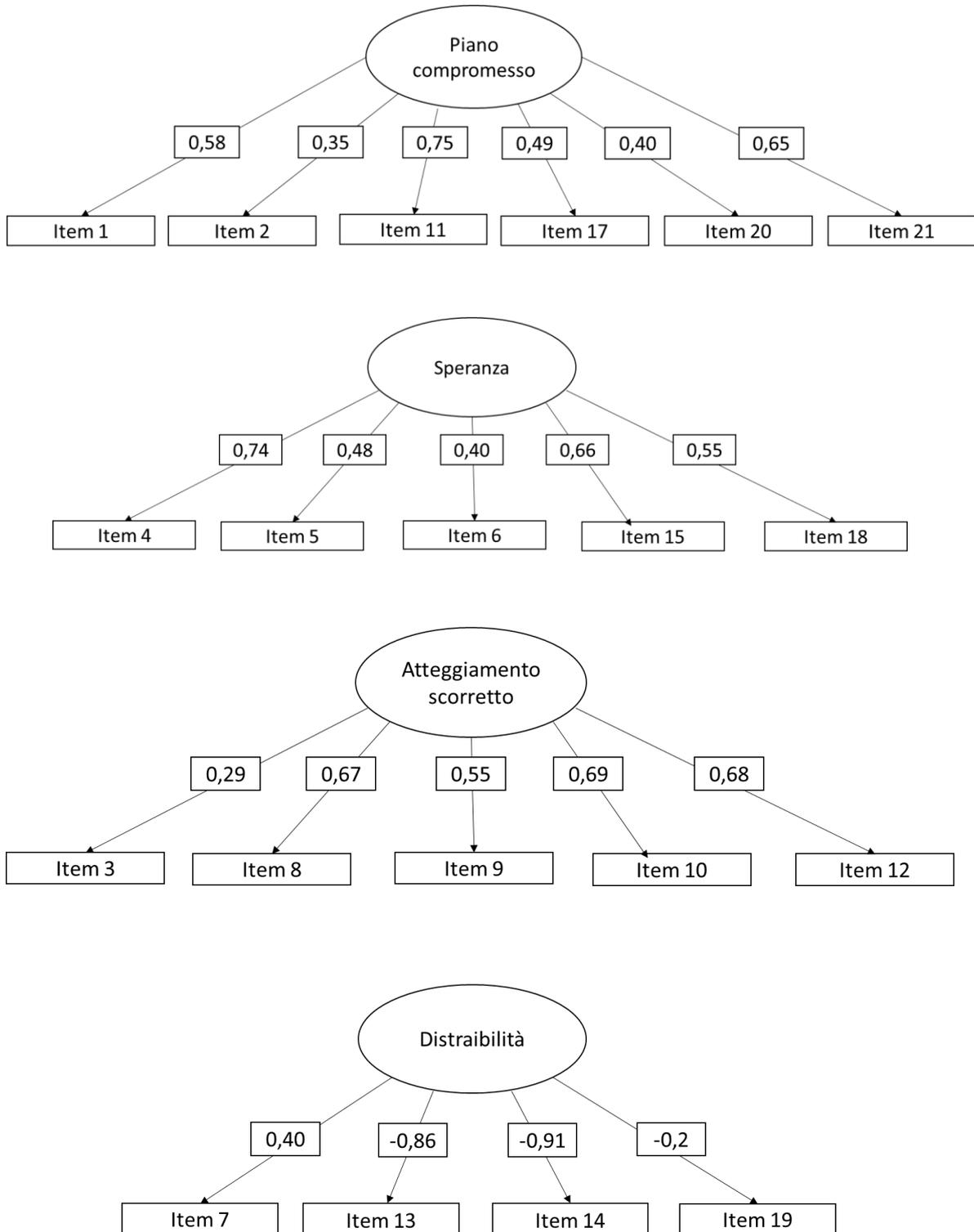
Sono stati ottenuti risultati mediocri nel test Kaiser-Meyer-Olkin (KMO= 0.69) e ottimali nel test di Barlett ($22m\chi^2(210) = 749.62$, p-value < .001).

Dalle CFA sono stati risultati essere ottimali i seguenti parametri CFI, TLI, RMSEA e X^2/df (CFI=0.97; TLI=0.97; RMSEA = 0.03; e $X^2/df = 1.19$), mentre non è risultato significativo l’indice SRMR (SRMR= 0.136).

Il questionario ha dimostrato avere una buona affidabilità interna totale (α di Cronbach=0.74), e per le sottoscale che misurano i costrutti di speranza (α di Cronbach=0.63); e atteggiamento scorretto (α di Cronbach = 0.69), mentre una scarsa validità interna è stata registrata per distraibilità (α di Cronbach=0.44); e piano compromesso (α di Cronbach = 0.53).

Anche i Factor Loadings risultano essere adeguati (Factor Loadings > 0.3), ad eccezione dell’item 3 e 19 che sono al limite dell’accettabilità (Figura 4.3).

Figura 4.3 Factor Loadings del questionario “Locus of Control Scale”



4.3.4 CFA “Perceived control Scale”

Il questionario Perceived control Scale (Putwain et al., 2018) nel presente studio è stato tradotto in italiano e adattato per studenti della scuola primaria.

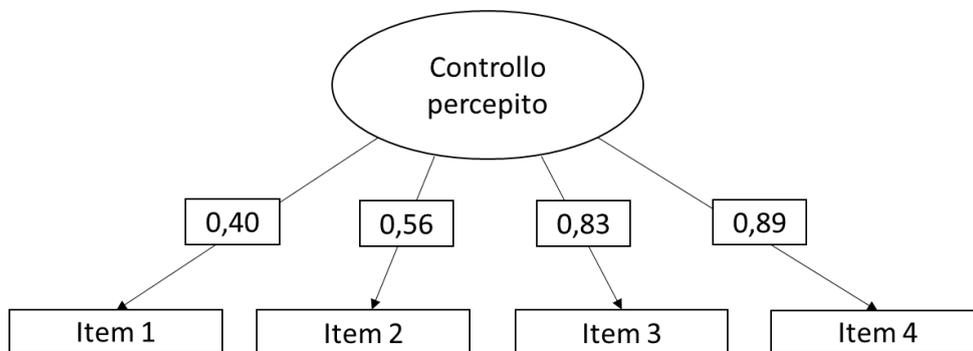
Tutte le correlazioni tra gli item del questionario sono risultate significative e unidirezionali e pertanto si è potuta effettuare la CFA sull'intero questionario.

Nell'analisi precedente alla CFA, il test Kaiser-Meyer-Olkin ha ottenuto un punteggio mediocre (KMO= 0.68), mentre il test di Barlett ha ottenuto un risultato ottimale ($22m\chi^2(6) = 210.81, p\text{-value} < .001$).

Le CFA hanno individuato valori adeguati per SRMR e χ^2/df (SRMR=0.04 e $\chi^2/df = 2.07$) e valori ottimali per CFI; TLI e RMSEA (CFI=1.00; TLI=0.99; RMSEA=0.07).

Il questionario ha dimostrato avere una buona affidabilità interna (α di Cronbach = 0.72) e anche i Factor Loadings sono risultati essere accettabili per ogni item del questionario (Factor loadings > 0.3) (Figura 4.4).

Figura 4.4 Factor Loadings del questionario “Perceived control Scale”



4.4 Correlazioni

Al fine di verificare le ipotesi che indagano la relazione tra i vari costrutti e la prestazione matematica sono state studiate le correlazioni esistenti tra le variabili prese in esame.

Prima di eseguire tali analisi, sono stati convertiti i punteggi grezzi in punteggi standardizzati (punti Z). In statistica si ricorre alla seguente formula per calcolare i punti Z (Barbaranelli et al., 2011):

$$z(x) = \frac{x - \bar{x}}{ds}$$

Pertanto, I punteggi standardizzati sono stati ottenuti sottraendo al punteggio grezzo la media del campione e dividendo per la deviazione standard del campione. Sia la media sia la deviazione standard sono state calcolate in base al grado scolastico, ovvero distinguendo tra classe 4° e 5° della scuola primaria.

Per poter effettuare e poi analizzare una correlazione esistente tra due misure è necessario calcolare il coefficiente di correlazione lineare (r di Pearson) e il livello di significatività (p-value) (Barbaranelli et al., 2011).

Il coefficiente di correlazione lineare R di Pearson fornisce informazioni sulla pendenza della retta nella regressione, indicandoci se la relazione esistente tra le variabili è positiva (al crescere di un valore cresce anche l'altro) o negativa (all'aumentare del punteggio di una variabile l'altra diminuisce). Il coefficiente può assumere valori compresi tra -1 e +1. Si parla di correlazione negativa quando il valore di r è compreso tra -1 e 0 ($-1 < r < 0$), mentre si parla di correlazione positiva quando il valore di r è compreso tra 0 e +1 ($0 < r < +1$) (Barbaranelli et al., 2011).

Infine, il p-value è un'indicazione di quanto la misurazione sia significativa, ovvero che il valore trovato in statistica corrisponde al valore che effettivamente si voleva osservare. In particolare, se il p-value è uguale o maggiore del livello di significatività α ciò porta all'accettazione dell'ipotesi, al contrario nel caso in cui il p-value risulta essere minore di α avviene il rifiuto dell'ipotesi stessa. Il p-value è considerato significativo per valori inferiori a 0.05; abbastanza significativo se inferiore a 0.01 e molto significativo se inferiore a 0.001 (Barbaranelli et al., 2011).

Per indagare l'esistenza di possibili relazioni tra i costrutti che sono stati oggetto di esame sono state calcolate le rispettive correlazioni (vedi tabella 4.5). Nello specifico, è emerso che il punteggio composito alle prove di matematica (ottenuto dalla media tra i punteggi standardizzati alle varie prove di matematica) sia correlato negativamente con ansia generale ($r=-0.16$; $p<.05$), con ansia matematica ($r=-0.20$; $p<0.01$) e con locus of control ($r=-0.26$; $p<0.001$); mentre sia invece correlato positivamente con autoefficacia MMQC ($r=0.30$; $p<0.001$), con autoefficacia matematica ($r=0.26$; $p<0.001$) e con controllo percepito ($r=0.35$; $p<0.001$).

Il punteggio ansia generale correla positivamente con ansia matematica ($r=0.47$; $p<0.001$) e con locus of control ($r=0.32$; $p<0.001$), mentre correla negativamente con autoefficacia MMQC ($r=-0.28$; $p<0.001$) e controllo percepito ($r=0.26$; $p<0.001$).

Il punteggio ansia matematica correla positivamente con locus of control ($r=-0.33$; $p<0.001$) e in modo negativo con autoefficacia MMQC ($r=-0.33$; $p<0.001$), autoefficacia matematica ($r=-0.30$; $p<0.001$) e controllo percepito ($r=-0.30$; $p<0.001$).

A sua volta il punteggio autoefficacia MMQC è correlato positivamente con autoefficacia matematica ($r=0.52$; $p<0.001$), con controllo percepito ($r=0.64$; $p<0.001$) ed è correlato negativamente con locus of control ($r=-0.53$; $p<0.001$).

Parallelamente autoefficacia matematica è correlata positivamente con controllo percepito ($r=0.50$; $p<0.001$) e negativamente con locus of control ($r=-0.39$; $p<0.001$).

Per concludere esiste una relazione negativa tra locus of control e controllo percepito ($r=-0.60$; $p<0.001$).

Tabella 4.4 Correlazioni esistenti tra i costrutti indagati

	Età in mesi	Prove matematica	Ansia generale	Ansia Matematica	Autoefficacia MMQC	Autoefficacia matematica	Locus of control	Controllo percepito
Età in mesi	-							
Prove matematica	0.06	-						
Ansia generale	0.11	-.17*	-					
Ansia matematica	0.09	-.20**	0.47***	-				
Autoefficacia MMQC	-0.05	0.30***	-.28***	-.33***	-			
Autoefficacia matematica	-0.01	0.26***	-.10	-.30***	0.52***	-		
Locus of control	0.05	-.26***	0.32***	0.30***	-.53***	-.39***	-	
Controllo percepito	-0.08	0.35***	-.26***	-.30***	0.64***	0.50***	-.60***	-

Note: * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

4.5 Regressione lineare gerarchica

Nel presente studio si è ricorso all'utilizzo della regressione lineare, al fine di indagare la relazione esistente tra la performance matematica e i vari costrutti che la influenzano e di comprendere quale tra di essi risulti essere il migliore predittore.

La regressione lineare è un metodo statistico che permette di indagare la relazione esistente tra una variabile dipendente e uno o più variabili indipendenti (Barbaranelli et al., 2011). Nello specifico, nel presente studio è stata utilizzata la regressione lineare gerarchica, che consente di analizzare la relazione esistente tra le variabili, attraverso una tecnica che permette di inserire le variabili indipendenti nei modelli, secondo un preciso ordine stabilito dal ricercatore (Barbaranelli et al., 2011).

Si può dividere la regressione lineare gerarchica in più passaggi. In una prima fase, il ricercatore postula un modello che contiene una o più variabili indipendenti e indaga attraverso la tecnica della regressione lineare la relazione esistente tra il gruppo di variabili indipendenti e la variabile subordinata. Successivamente il ricercatore aggiunge al modello iniziale uno o più predittori e studia attraverso la medesima tecnica le relazioni esistenti tra il nuovo modello e la variabile dipendente. Questo processo di integrazione e successiva analisi va avanti fino a quando lo sperimentatore ha terminato le variabili indipendenti di interesse per il suo studio. La regressione lineare gerarchica permette attraverso il confronto tra i vari modelli studiati di determinare quale struttura spiega nel modo migliore la variabile in esame (Barbaranelli et al., 2011).

Gli indici presi in considerazione durante la regressione lineare sono: i coefficienti di regressione (β) che quantificano quanto ciascuna variabile indipendente abbia influenza sulla variabile dipendente; il coefficiente di correlazione multipla (R) che riassume la relazione esistente tra un insieme di variabili indipendenti e una variabile dipendente; il coefficiente di determinazione (R^2) che indica quanto le variabili indipendenti nel loro insieme spieghino la proporzione di varianza della variabile dipendente; l'errore standard (SE) e l'indice p che fornisce informazioni sulla significatività statistica (Barbaranelli et al., 2011).

Pertanto, questa tipologia di regressione ha permesso di non immettere nel modello tutte le componenti nello stesso momento, ma di poter formare diverse strutture di costrutti e di studiare la relazione esistente tra di essi e la prestazione matematica (Barbaranelli et al.,

2011). Nel primo modello sono state introdotte come variabili indipendenti l'età in mesi del campione e l'ansia generale (valutata attraverso il questionario RCMAS); nel secondo è stata integrata la variabile MA (valutata attraverso il questionario AMAS); e nel terzo sono stati aggiunti il controllo percepito e l'autoefficacia (valutati rispettivamente attraverso i questionari "Perceived control Scale" e "Self efficacy" da MMQC).

Nello specifico, per valutare la variabile dell'autoefficacia matematica è stata scelta la sottoscala "Self-efficacy", tratta dal questionario MMQC; mentre in relazione al costrutto del locus of control è stato considerato il questionario "Perceived control scale". Queste scelte si sono basate sull'analisi degli indici di bontà di adattamento al modello delle CFA, i quali hanno indicato per tali questionari delle misure accettabili e più efficaci. Inoltre, analizzando le correlazioni tra i questionari indaganti i costrutti dell'autoefficacia e del locus of control in relazione alla prestazione matematica, anche in questo caso i questionari selezionati hanno riportato una maggiore associazione con la matematica.

Dal confronto dei parametri di regressione emerge come il terzo modello riesca a predire maggiormente la variabile dipendente, spiegando il 13% della varianza. Il coefficiente di determinazione indica che l'insieme delle variabili indipendenti prese in esame dal terzo modello riesce a spiegare la proporzione di varianza della variabile dipendente "prestazione matematica" con una percentuale superiore dell'8% rispetto al secondo modello e del 10% rispetto al primo modello (Tabella 4.5).

Infine, dall'analisi dei coefficienti dei modelli di regressione lineare gerarchica emerge come, considerando contemporaneamente tutte le variabili, il controllo percepito predica significativamente la prestazione matematica ($p < 0.05$) (Tabella 4.6).

Tabella 4.5 Modelli di regressione lineare

Modello	R	R²
1	0.18	0.03
2	0.23	0.05
3	0.36	0.13

Tabella 4.6 Coefficienti dei modelli di regressione lineare gerarchica

Predittore	β	SE	t	p
Età_in mesi	0.01	0.01	1.39	0.164
Ansia generale	-0.04	0.05	-0.73	0.462
Ansia matematica	-0.05	0.05	-0.91	0.361
Autoefficacia MMQC	0.10	0.06	1.57	0.119
Controllo percepito	0.15	0.06	2.39	0.018

DISCUSSIONI

Il presente studio ha come obiettivo principale quello di indagare il potenziale impatto di alcuni fattori emotivi-motivazionali quali: ansia per la matematica (MA), auto-attribuzione (stili attributivi e locus of control) e autoefficacia, e l'influenza che possono avere nei confronti della prestazione matematica in studenti di quarta e quinta primaria.

I dati sono stati raccolti attraverso una serie di questionari self report adattati e di prove matematiche standardizzate e successivamente analizzati attraverso specifici metodi statistici.

In particolare, il primo obiettivo della ricerca è stato quello di validare i seguenti questionari attraverso delle analisi fattoriali confermate (CFA): “Math Self-Efficacy Scale” (Koponen, 2021); “Self-efficacy dal MMQC” (Prast et al. 2012); “Locus of Control Scale” (Curtis & Trice, 2013) e “Perceived control Scale” (Putwain et al., 2018).

Prima di analizzare e studiare le relazioni tra le variabili è stato quindi necessario validare i questionari in un campione italiano e di età differente rispetto a quello riportato in letteratura. Dai risultati delle CFA è emerso come il “Math Self-Efficacy Scale” ed il “Locus of Control Scale” riportino solo alcuni valori di fit accettabili, indicando come le due misure non forniscano un buon adattamento dei dati alla popolazione di riferimento inclusa nello studio.

Contrariamente, per la sottoscala “Self-efficacy”, tratta dal questionario MMQC” (Prast et al. 2012), ed il questionario “Perceived control Scale” (Putwain et al., 2018) tutti gli indici di fit sono risultati essere ottimali, confermando la struttura fattoriale dei costrutti latenti, ed evidenziando un buon adattamento degli strumenti anche in un campione italiano della scuola primaria.

Successivamente sono state analizzate le correlazioni tra ciascuna delle variabili emotivo-motivazionali incluse e la prestazione matematica. In letteratura è riportato come all'aumentare dei livelli di MA, il rendimento matematico tenda ad essere inferiore (Caviola et al., 2021); come ad un locus of control interno corrispondano prestazioni matematiche maggiori (Luttenberger et al., 2018) e che ad alti valori di autoefficacia percepita corrispondano maggiori prestazioni matematiche (Zuidema et al., 2023). I risultati ottenuti dal presente studio confermano l'esistenza di tali relazioni, supportando quindi le evidenze scientifiche anche in un campione di età inferiore di bambini della scuola primaria.

In particolare, è stata rilevata una bassa, ma significativa correlazione negativa tra le diverse forme di ansia quali GAD e MA ed il punteggio ottenuto nelle prove di matematica. La debolezza di tale associazione rispecchia il carattere evolutivo dell'ansia; di fatto, durante la scuola primaria la relazione tra MA e prestazione matematica tende ad essere inferiore rispetto alla scuola secondaria, in quanto quest'ultima tenderebbe ad aumentare e ad essere sempre più specifica durante il corso degli apprendimenti all'aumentare dell'età e delle richieste scolastiche (Dowker et al., 2016; Caviola et al., 2021).

In riferimento invece all'autoefficacia è stato possibile confermare l'associazione positiva tra autoefficacia matematica e la prestazione in tale disciplina, evidenziando come maggiori sentimenti di efficacia e di competenza in matematica possano sostenere positivamente la prestazione accademica (Luttenberger et al., 2018; Živković et al., 2023). Ciò avviene perché le convinzioni di autoefficacia sono associate ad una maggiore motivazione, persistenza e impegno nelle attività matematiche (Živković et al., 2023).

Per quanto riguarda lo stile attributivo, le correlazioni ottenute nella presente ricerca legano attraverso una relazione negativa il locus of control esterno e il punteggio ottenuto nelle prove di matematica, confermando quanto riportato nella letteratura (Zuidema et al., 2023). Come ulteriore sostegno di questa ipotesi, è emersa inoltre una correlazione fortemente significativa tra il controllo percepito e il punteggio alle prove di matematica (Murayama et al., 2012). Questi dati sostengono di fatto come studenti con un maggior locus of control interno, e che quindi non solo percepiscono di possedere maggior controllo sulle proprie azioni, ma attribuiscono anche le motivazioni del proprio successo a cause interne come, ad esempio, il proprio impegno personale, tendono ad ottenere maggiori prestazioni matematiche (Zuidema et al., 2023).

Allo stesso tempo, analizzando il legame che sussiste tra queste variabili emotive-motivazionali, è possibile riportare la presenza di una relazione negativa tra MA e autoefficacia, evidenziando come all'aumentare dell'ansia verso la matematica diminuiscano le percezioni di efficacia del soggetto (Rozgonjuk et al., 2020).

Inoltre, lo stile attributivo interno è risultato essere associato negativamente alla MA e positivamente all'autoefficacia; evidenziando quindi come i soggetti con un locus of control interno abbiano una percezione di efficacia matematica maggiore e percepiscano minori livelli di MA (Henschel et al., 2017; Cooffe et al., 2008).

Per concludere, l'ultimo obiettivo della ricerca è stato quello di identificare la variabile più

efficace, tra quelle prese in esame, nel predire la prestazione matematica attraverso la tecnica statistica della regressione lineare gerarchica. In particolare, sono stati formulati tre differenti modelli, in cui le variabili sono state immesse in modalità progressiva, sino ad avere una struttura che teneva conto dei seguenti fattori: età in mesi; ansia generale; MA; autoefficacia e controllo percepito. Attraverso la regressione gerarchica è stato individuato come modello più rappresentativo quello che conteneva tutte le variabili, con una capacità di spiegare il 13% di varianza della prestazione matematica. Considerando i fattori assieme, tra tutti quello che è risultato essere maggiormente predittivo della prestazione matematica è risultato essere la percezione di controllo. MA e autoefficacia non sono risultate predittive nonostante la letteratura e i risultati delle correlazioni mostrino che, se prese singolarmente siano dei predittori della prestazione (Caviola et al., 2021; Živković et al., 2023), probabilmente a causa dell'età del campione.

MA si contraddistingue per il proprio carattere evolutivo e potrebbe non essere stata rilevata come fattore predittivo della prestazione poiché non si è ancora sviluppata in modo significativo e specifico negli studenti di quarta e quinta elementare (Dowker et al., 2016). Per quanto riguarda, l'autoefficacia la letteratura sostiene come essa inizi a formarsi durante l'inizio della scolarizzazione, e che con lo sviluppo tenda a stabilizzarsi, diminuendo poi nelle classi più avanzate (Levine et Pantoja, 2022). Negli studenti dell'ultimo biennio della scuola primaria, quindi l'autoefficacia potrebbe non aver ancora raggiunto la stabilità tale da costituire un predittore significativo (Levine et Pantoja, 2022). In conclusione, la percezione di controllo risulta essere il fattore maggiormente predittivo della prestazione matematica, poiché consiste nella consapevolezza che il bambino ha riguardo la propria capacità di produrre con successo azioni, che permettono il raggiungimento di un determinato risultato (Putwain et al., 2022).

Limiti e prospettive future

Nonostante lo studio ha confermato le ipotesi di ricerca ottenendo risultati interessanti che contribuiscono alle evidenze presenti in letteratura, tuttavia riporta vari limiti che è bene esplorare al fine di fornire una prospettiva teorica per le ricerche future.

Innanzitutto, nello studio non si è tenuto conto di variabili sociodemografiche come l'età e il genere. In particolare, l'utilizzo di una coorte con un'età ristretta ha impedito di studiare gli effetti che le variabili emotivo-motivazionali hanno sulla prestazione matematica durante lo sviluppo e in classi più avanzate. L'ampliamento del campione può consentire

di studiare l'evoluzione dell'ansia matematica, delle convinzioni di autoefficacia degli studenti e di valutare l'impatto che queste variabili hanno sulla prestazione matematica nello sviluppo (Caviola et al., 2021). Attraverso uno studio longitudinale si potrebbe anche indagare come lo sviluppo di tali fattori incida nelle scelte accademiche future degli studenti (Daker et al., 2021; Živković et al., 2023).

Per quanto riguarda le differenze di genere, invece, diversi studi hanno evidenziato come le ragazze tendano a riportare livelli più elevati di MA e che, anche la relazione tra MA e prestazione matematica risulti essere maggiormente significativa e negativa per il genere femminile (Caviola et al., 2021). Altri studi hanno evidenziato come il genere abbia importanti effetti di moderazione anche sulla percezione di autoefficacia, registrandone livelli inferiori nelle ragazze (Mozahem et al., 2020). Studi futuri potrebbero quindi approfondire il rapporto tra MA e autoefficacia tenendo conto delle differenze di genere anche in una popolazione più giovane.

Un ulteriore limite è dato dal fatto che nel presente studio sono state considerate solo un numero ristretto di variabili emotivo-motivazionali coinvolte nei processi matematici. Ampliare questa ricerca a ulteriori fattori quali: motivazione, interesse e valore percepito, potrebbe contribuire allo sviluppo di un modello più chiaro, capace di studiare in modo approfondito come i costrutti interagiscono tra di loro e il ruolo che ciascuno di essi assume nel determinare la prestazione matematica (Levine et Pantoja, 2022).

Per concludere, lo studio ha confermato le relazioni tra alcune variabili emotivo-motivazionali e la prestazione matematica anche in una popolazione di giovani studenti della scuola primaria. Mentre l'ansia matematica è associata a peggiori risultati in tale disciplina, è stata rilevata invece una correlazione positiva con la percezione di autoefficacia e del controllo percepito. Ciò mette in luce, dunque, come quando una persona si sente capace di svolgere un compito matematico e sente che ha il controllo su di esso, ciò influisce positivamente sulle prestazioni finali dello studente. A conferma di ciò dalle correlazioni tra le variabili è emerso che, quando una persona possiede un locus interno, tende ad avere anche alte percezioni di autoefficacia e minori livelli di MA ottenendo migliori prestazioni in matematica. Inoltre, tra questi fattori il controllo percepito è risultato essere il miglior predittore della performance matematica.

Conoscere quali sono i principali predittori della prestazione matematica fornisce importanti indicazioni su come strutturare i training di potenziamento. Nella programmazione dei futuri interventi sia clinici che didattici, è necessario sostenere l'autoefficacia, ed in particolare promuovere una maggiore percezione di controllo ed un locus of control interno, oltre che a promuovere attività incentrate sulla riduzione dei livelli di ansia matematica, in modo tale da supportare al meglio la prestazione matematica.

BIBLIOGRAFIA

- Akinsola, M. K., Tella, A., & Tella, A. (2007). Correlates of academic procrastination and mathematics achievement of university undergraduate students. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, 3(4), 363-370.
- Alaimo, L. S., & Barbato, M. (2020). L'analisi fattoriale. In *Ragionando di sviluppo locale: una lettura nuova di tematiche antiche* (pp. 418-432). Franco Angeli.
- Andersson, U., & Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 701–714.
- Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224–237.
- Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science*, 255(5044), 556–559.
- Bandalos, D. L., Yates, K., & Thorndike-Christ, T. (1995). Effects of math self-concept, perceived self-efficacy, and attributions for failure and success on test anxiety. *Journal of educational psychology*, 87(4), 611.
- Bandelow, B., Baldwin, D., Abelli, M., Bolea-Alamanac, B., Bourin, M., Chamberlain, S. R., ... & Riederer, P. (2017). Biological markers for anxiety disorders, OCD and PTSD: A consensus statement. Part II: Neurochemistry, neurophysiology and neurocognition. *The World Journal of Biological Psychiatry*, 18(3), 162-214.
- Barbaranelli, C., & Ingoglia, S. (2013). I modelli di equazioni strutturali: Temi e prospettive.
- Barbaranelli, C., & Natali, E. (2011). I test psicologici: teorie e modelli psicometrici.
- Bortolato, C. (2004). *Calcolare a mente*.
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2017). The interplay between affective and cognitive factors in shaping early proficiency in mathematics. *Trends in Neuroscience and Education*, 8-9, 28–36.
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2017). How is anxiety related to math performance in young students? A longitudinal study of Grade 2 to Grade 3 children. *Cognition and Emotion*, 31(4), 755-764.
- Caviola, S., Gerotto, G., Lucangeli, D., & Mammarella, I.C. "Test AC-FL: Prove di fluenza

- per le abilità di calcolo [AC-FL Test: Math Fluency abilities test]." Trento, Italy: Erickson (2016).
- Caviola, S., Primi, C., Chiesi, F., & Mammarella, I. C. (2017). Psychometric properties of the Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS) in Italian primary school children. *Learning and Individual Differences*, 55, 174-182.
- Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Ruiz, J. M., Szűcs, D., & Mammarella, I. C. (2021). Math performance and academic anxiety forms, from sociodemographic to cognitive aspects: A meta-analysis on 906,311 participants. *Educational Psychology Review*, 1-37.
- Chen, L., Bae, S. R., Battista, C., Qin, S., Chen, T., Evans, T. M., & Menon, V. (2018). Positive attitude toward math supports early academic success: Behavioral evidence and neurocognitive mechanisms. *Psychological science*, 29(3), 390-402.
- Coffee, P., & Rees, T. (2008). Main and interactive effects of controllability and generalisability attributions upon self-efficacy. *Psychology of Sport and Exercise*, 9(6), 775–785.
- Commodari, E., & La Rosa, V. L. (2021). General academic anxiety and math anxiety in primary school. The impact of math anxiety on calculation skills. *Acta psychologica*, 220, 103413.
- Cooper, J. L., Sidney, P. G., & Alibali, M. W. (2018). Who benefits from diagrams and illustrations in math problems? Ability and attitudes matter. *Applied Cognitive Psychology*, 32(1), 24-38.
- Cornoldi, C., Lucangeli, D., & Bellina, M. (2012). AC-MT 6-11. Trento: Erickson
- Cornoldi, C., Mammarella, IC, & Caviola, S. (2020). AC-MT-3. Test di valutazione delle abilità di calcolo e del ragionamento matematico. Edizioni Erickson.
- Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3(2), 63–68.
- Du, C., Qin, K., Wang, Y., & Xin, T. (2021). Mathematics interest, anxiety, self-efficacy and achievement: Examining reciprocal relations. *Learning and Individual Differences*, 91, 102060.
- Fernández-Sogorb, A., González, C., & Pino-Juste, M. (2023). Understanding school refusal behavior in adolescence: Risk profiles and attributional style for academic results. *Revista de Psicodidáctica (English ed.)*, 28(1), 35-43.

- Fritz, A., Haase, V. G., & Rasanen, P. (2019). *International handbook of mathematical learning difficulties*. Cham, Switzerland: Springer.
- Girelli, L. (2013). Evoluzione dei modelli interpretativi dello sviluppo atipico delle abilità di calcolo. *Biancardi, A., Mariani, E., & Pieretti, M. (A cura di), Intervento logopedico nei DSA*, 47-64.
- González, C., Sanmartín, R., Vicent, M., Inglés, C. J., Aparicio-Flores, M. P., & García-Fernández, J. M. (2018). Academic self-attributions for success and failure in mathematics and school refusal. *Psychology in the Schools*, 55(4), 366–376.
- Graham, S. (2020). An attributional theory of motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 61, 101861.
- Grigg, S., Perera, H. N., McIlveen, P., & Svetleff, Z. (2018). Relations among math self efficacy, interest, intentions, and achievement: A social cognitive perspective. *Contemporary Educational Psychology*, 53, 73-86.
- Guo, L., Xu, X., Dai, D. Y., & Deng, C. (2021). Foundations for early mathematics skills: The interplay of approximate number system, mapping ability, and home numeracy activities. *Cognitive Development*, 59, 101083.
- Harari, R. R., Vukovic, R. K., & Bailey, S. P. (2013). Mathematics anxiety in young children: An exploratory study. *The Journal of experimental education*, 81(4), 538-555
- Henschel, S., & Roick, T. (2017). Relationships of mathematics performance, control and value beliefs with cognitive and affective math anxiety. *Learning and Individual Differences*, 55, 97–107.
- Hoffman, B. (2010). “I think I can, but I'm afraid to try”: The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 20(3), 276–283.
- Honicke, T., & Broadbent, J. (2016). The influence of academic self-efficacy on academic performance: A systematic review. *Educational Research Review*, 17, 63–84.
- Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS). *Assessment*, 10(2), 178–182.
- Jacobs, C., Flowers, M., & Jara-Ettinger, J. (2021). Children's understanding of the abstract logic of counting. *Cognition*, 214, 104790.
- Jang, S., & Cho, S. (2018). The mediating role of number-to-magnitude mapping precision in the relationship between approximate number sense and math achievement depends on the domain of mathematics and age. *Learning and Individual Differences*, 64, 113–

124.

- Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *psychometrika*, 39(1), 31-36.
- Koponen, T., Aro, T., Peura, P., Leskinen, M., Viholainen, H., & Aro, M. (2021). Benefits of integrating an explicit self-efficacy intervention with calculation strategy training for low-performing elementary students. *Frontiers in psychology*, 12, 714379.
- Koponen, T., Aro, T., Peura, P., Leskinen, M., Viholainen, H., & Aro, M. (2021). Benefits of Integrating an Explicit Self-Efficacy Intervention With Calculation Strategy Training for Low-Performing Elementary Students. *Frontiers in Psychology*, 12.
- Krispenz, A., Gort, C., Schülke, L., & Dickhäuser, O. (2019). How to reduce test anxiety and academic procrastination through inquiry of cognitive appraisals: A pilot study investigating the role of academic self-efficacy. *Frontiers in psychology*, 10, 1917.
- Lee, J., Lee, H. J., & Bong, M. (2022). Boosting children's math self-efficacy by enriching their growth mindsets and gender-fair beliefs. *Theory into Practice*, 61(1), 35-48.
- Levine, S. C., & Pantoja, N. (2021). Development of children's math attitudes: Gender differences, key socializers, and intervention approaches. *Developmental Review*, 62, 100997.
- Lowe, P. A. (2015). The Revised Children's Manifest Anxiety Scale—Second Edition Short Form. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 33(8), 719–730.
- Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. *Psychology Research and Behavior Management*, Volume 11, 311–322.
- Maydeu-Olivares, A. (2017). Assessing the size of model misfit in structural equation models. *Psychometrika*, 82(3), 533-558.
- Mamolo, L. A. (2022). Online learning and students' mathematics motivation, self-efficacy, and anxiety in the "new normal". *Education Research International*, 2022, 1–10.
- Martin, D. P., & Rimm-Kaufman, S. E. (2015). Do student self-efficacy and teacher-student interaction quality contribute to emotional and social engagement in fifth grade math?. *Journal of school psychology*, 53(5), 359-373.
- Megías, P., & Macizo, P. (2016). The retrieval and selection of arithmetic facts in oral arithmetic. *Acta Psychologica*, 170, 155–162.
- Mitchell, K. M., Zumbunn, S., Berry, D. N., & Demczuk, L. (2023). Writing Self-Efficacy in Postsecondary Students: a Scoping Review. *Educational Psychology Review*, 35(3), 82.

- Moè, A. (2020). La motivazione. Teorie e processi.
- Mozahem, N. A., Boulad, F. M., & Ghanem, C. M. (2020). Secondary school students and self-efficacy in mathematics: Gender and age differences. *International Journal of School & Educational Psychology*, 1–11.
- Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., & vom Hofe, R. (2012). Predicting long-term growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child Development*, 84(4), 1475–1490.
- Nokelainen, P., Tirri, K., & Merenti-Välimäki, H. L. (2007). Investigating the influence of attribution styles on the development of mathematical talent. *Gifted Child Quarterly*, 51(1), 64-81.
- Nogues, C. P., & Dorneles, B. V. (2021). Systematic review on the precursors of initial mathematical performance. *International Journal of Educational Research Open*, 2, 100035.
- Peloso, S., Perron, O., & Perruquet, A. (2017). Dal subitizing ai fatti aritmetici: progetto di ricerca-azione nelle scuole valdostane.
- Paechter, M., Macher, D., Martskvishvili, K., Wimmer, S., & Papousek, I. (2017). Mathematics Anxiety and Statistics Anxiety. Shared but Also Unshared Components and Antagonistic Contributions to Performance in Statistics. *Frontiers in Psychology*, 8.
- Peixoto, F., Sanches, C., Mata, L., & Monteiro, V. (2017). “How do you feel about math?”: Relationships between competence and value appraisals, achievement emotions and academic achievement. *European Journal of Psychology of Education*, 32, 385-405.
- Perry, R. P., & Hamm, J. M. (2017). An attribution perspective on competence and motivation. *Handbook of competence and motivation: Theory and application*, 2006, 61-84.
- Poletti, C., Díaz-Barriga Yáñez, A., Prado, J., & Thevenot, C. (2023). The development of simple addition problem solving in children: Reliance on automatized counting or memory retrieval depends on both expertise and problem size. *Journal of Experimental Child Psychology*, 234, 105710.
- Prast, E., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2012). Handleiding voor de Globale Reken Motivatievragenlijst voor Kinderen. [Manual for the Math Motivation Questionnaire for Children (MMQC)]. Universiteit Utrecht, Utrecht, Nederland.
- Putwain, D. W., Pekrun, R., Nicholson, L. J., Symes, W., Becker, S., & Marsh, H. W.

- (2018). Control-Value Appraisals, Enjoyment, and Boredom in Mathematics: A Longitudinal Latent Interaction Analysis. *American Educational Research Journal*, 55(6), 1339–1368.
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problemsolving strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 141, 83–100.
- Ramirez, G., Shaw, S. T., & Maloney, E. A. (2018). Math anxiety: Past research, promising interventions, and a new interpretation framework. *Educational Psychologist*, 53(3), 145–164.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184-190.
- Rosseel, Y. (2012). lavaan: un pacchetto R per la modellazione di equazioni strutturali. *Giornale di software statistico*, 48 , 1-36.
- Rozgonjuk, D., Kraav, T., Mikkor, K., Orav-Puurand, K., & Täht, K. (2020). Mathematics anxiety among STEM and social sciences students: The roles of mathematics self-efficacy, and deep and surface approach to learning. *International Journal of STEM Education*, 7(1).
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of psychological research online*, 8(2), 23-74.
- Shen, S., & Wei, W. (2023). Processing speed links approximate number system and arithmetic abilities. *Learning and Individual Differences*, 105, 102318.
- Sorvo, R., Koponen, T., Viholainen, H., Aro, T., Räikkönen, E., Peura, P., Tolvanen, A., & Aro, M. (2019). Development of math anxiety and its longitudinal relationships with arithmetic achievement among primary school children. *Learning and Individual Differences*, 69, 173–181.
- Sowinski, C., LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Kamawar, D., Bisanz, J., & Smith-Chant, B. (2015). Refining the quantitative pathway of the Pathways to Mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 131, 73–93.
- Sukariyah, M. B., & Assaad, G. (2015). The effect of attribution retraining on the academic achievement of high school students in mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 177, 345–351.

- Tovey, T. L., Kelly, S., & Brown, W. (2022). The Relationships among Locus of Control, the Impostor Phenomenon, and Math Anxiety in Business Majors. *International Journal for Business Education*, 163(1), 2.
- Usher, E. L., & Pajares, F. (2008). Sources of self-efficacy in school: Critical review of the literature and future directions. *Review of Educational Research*, 78(4), 751–796.
- Usher, E. L. (2009). Sources of middle school students' self-efficacy in mathematics: A qualitative investigation. *American Educational Research Journal*, 46(1), 275–314.
- Vanhala, A., Lee, K., Korhonen, J., & Aunio, P. (2023). Dimensionality of executive functions and processing speed in preschoolers. *Learning and Individual Differences*, 107, 102361.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24(2), 220–251.
- Villavicencio, F. T., & Bernardo, A. B. I. (2015). Beyond Math Anxiety: Positive Emotions Predict Mathematics Achievement, Self-Regulation, and Self-Efficacy. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 25(3), 415–422.
- Van Dinther, M., Dochy, F., & Segers, M. (2011). Factors affecting students' self-efficacy in higher education. *Educational Research Review*, 6(2), 95–108.
- Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological review*, 92(4), 548.
- Williams, B., Onsmann, A., & Brown, T. (2010). Exploratory factor analysis: A five-step guide for novices. *Australasian journal of paramedicine*, 8, 1-13.
- Wu, S. S., Barth, M., Amin, H., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology*, 3, 162.
- Yates, S. (2009). Teacher identification of student learned helplessness in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 21(3), 86–106.
- Yerdelen, S., McCaffrey, A., & Klassen, R. M. (2016). Longitudinal examination of procrastination and anxiety, and their relation to self-efficacy for self-regulated learning: Latent growth curve modeling. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 16(1).
- Zan, R. (2007). Strategie per il recupero. *Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire*, 227-284.
- Zayed, J., & Al-Ghamdi, H. (2019). The Relationships among Affective Factors in Learning EFL: A Study of the Saudi Setting. *English Language Teaching*, 12(9), 105-

121.

Zakariya, Y. F. (2022). Improving students' mathematics self-efficacy: A systematic review of intervention studies. *Frontiers in Psychology*, 13, 986622.

Zhang, J., Zhao, N., & Kong, Q. P. (2019). The relationship between math anxiety and math performance: A meta-analytic investigation. *Frontiers in psychology*, 10, 1613.

Živković, M., Pellizzoni, S., Doz, E., Cuder, A., Mammarella, I., & Passolunghi, M. C. (2023). Math self-efficacy or anxiety? The role of emotional and motivational contribution in math performance. *Social Psychology of Education*, 579-601.

Zuidema, P. M., Hornstra, L., Schuitema, J., & Poorthuis, A. M. G. (2023). Attributional profiles: Considering multiple causal attributions for success and failure at the beginning of secondary school. *Contemporary Educational Psychology*, 102164.