

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

**Studio e modellazione di strutture
costituite da tape springs per
l'attenuazione degli impatti**

Relatore:

Prof. Mirco Zaccariotto

Laureando:

Samuele Faggionato

Matricola:

2029204

ANNO ACCADEMICO 2022-2023

Indice

Introduzione	1
1 I meccanismi compliant nell'industria aerospaziale	3
1.1 Introduzione ai meccanismi compliant	3
1.1.1 Definizione di meccanismi compliant	3
1.1.2 Principali vantaggi e svantaggi	4
1.1.3 Vantaggi dei meccanismi compliant per l'industria aerospaziale	6
1.2 Classificazione dei meccanismi compliant per applicazioni aerospaziali	7
1.2.1 Il problema della catalogazione	7
1.2.2 Criterio di classificazione	11
1.2.3 Classificazione	12
1.3 Prospettive future	23
2 Introduzione alle strutture per la dissipazione di energia in regime elastico	27
2.1 La dissipazione in strutture operanti in regime elastico	27
2.2 Introduzione alle tape springs	33
2.2.1 Principali applicazioni	35
2.2.2 Strutture per la dissipazione di energia basate su tape spring .	36
3 Analisi singola tape spring	39
3.1 Metodi numerici per analisi non lineari	40
3.1.1 Metodo di Newton con smorzamento numerico	41
3.1.2 Metodo di Riks (<i>Arc length method</i>)	42
3.2 Realizzazione e validazione del modello agli elementi finiti	43
3.2.1 Analisi con Metodo di Riks	45
3.2.2 Analisi con Metodo di Newton a dissipazione numerica	47
3.3 Influenza dei parametri geometrici sulla dissipazione di energia	48
3.3.1 Range dei parametri geometrici	48

3.3.2	Risultati e commento	51
4	Modellazione di diverse geometrie	57
4.1	Definizione preliminare delle geometrie	57
4.1.1	Descrizione delle geometrie	57
4.1.2	Caratteristiche generali	58
4.2	Geometria 1	59
4.2.1	Introduzione	59
4.2.2	Modello agli elementi finiti	60
4.2.3	Scelta del metodo numerico	62
4.2.4	Analisi dei punti di concentrazione della tensione	66
4.2.5	Risultati Geometria 1	72
4.2.6	Geometria 1 con tape spring in serie	75
4.2.7	Contributo della struttura di supporto	80
4.3	Geometria 2	82
4.3.1	Introduzione	82
4.3.2	Realizzazione del modello agli elementi finiti	82
4.3.3	Risultati Geometria 2	88
4.3.4	Versione semplificata	91
4.3.5	Geometria 2 con tape spring in serie	94
4.3.6	Contributo della struttura di supporto	96
4.4	Geometria 3	97
4.4.1	Introduzione	97
4.4.2	Realizzazione del modello agli elementi finiti	99
4.4.3	Risultati Geometria 3	104
4.4.4	Geometria 3 con tape spring in serie	106
4.5	Confronto finale	108
4.6	Analisi estesa del modello selezionato.	110
4.6.1	Dipendenza dei parametri dal numero M di celle	110
4.6.2	Combinazione di tape spring in serie e in parallelo	111
4.6.3	Progettazione di un perno di tipo compliant	114
4.6.4	Considerazioni su un materiale alternativo	120
4.6.5	Confronto con altre strutture per la dissipazione di energia in campo elastico	122
5	Analisi dinamica	125
5.1	Metodi di analisi	125
5.1.1	Analisi dinamica implicita	125

5.1.2	Analisi dinamica esplicita	126
5.2	Modello agli elementi finiti	127
5.2.1	Scelta dei parametri di dissipazione	129
5.3	Risultati delle analisi dinamiche	132
5.3.1	Effetto dei parametri di smorzamento	132
5.3.2	Effetto della precisione di macchina	136
5.3.3	Analisi di sensibilità della mesh	137
5.3.4	Analisi delle prestazioni	138
5.3.5	Tape spring in serie	139
5.4	Conclusione	141
6	Conclusioni	143
	Bibliografia	147

Introduzione

Le tape springs sono strutture costituite da una striscia sottile a sezione trasversale curva, il cui comportamento fortemente non-lineare conferisce proprietà di isteresi a flessione. Per via delle loro caratteristiche di compattezza, leggerezza e semplicità, sono largamente impiegate nell'industria spaziale come dispositivi di attuazione per il dispiegamento di pannelli solari. Il seguente elaborato esplora la possibilità di creare una struttura costituita da molteplici tape spring che sfrutti il loro comportamento isteretico per attenuare l'energia derivante da impatti o vibrazioni in ambiente spaziale. L'interesse di tale struttura risiede nella capacità delle tape spring di dissipare energia operando completamente in campo elastico, permettendo quindi un'elevata riutilizzabilità; inoltre, la possibilità di ottenere delle buone prestazioni utilizzando leghe metalliche assicura compatibilità con l'ambiente spaziale. Il primo capitolo di questo elaborato espone lo stato dell'arte sui meccanismi basati sulla deformazione elastica ("meccanismi compliant"), mentre nel capitolo successivo verranno approfondite le strutture attualmente esistenti in grado di dissipare energia in campo elastico. Nel terzo capitolo si effettuerà uno studio preliminare su come i diversi parametri geometrici delle tape spring influenzino la dissipazione di energia, valutando anche parametri importanti per l'applicazione spaziale quali la massa e l'ingombro complessivi. Nel quarto capitolo verranno modellate e confrontate tra loro 3 diverse strutture basate su tape spring. La struttura reputata più performante verrà analizzata in modo più approfondito, e nel quinto capitolo, verrà valutato il suo comportamento a carichi in regime dinamico (impatti). In conclusione, si confronteranno le caratteristiche ottenute con quelle di strutture analoghe già esistenti in modo da definirne pregi e difetti. Tutte le simulazioni sono state effettuate per mezzo del software commerciale Abaqus FEA.

Capitolo 1

I meccanismi compliant nell'industria aerospaziale

1.1 Introduzione ai meccanismi compliant

1.1.1 Definizione di meccanismi compliant

Un meccanismo è definibile come una struttura o insieme di strutture capaci di trasferire o trasformare spostamenti e forze. Un meccanismo tradizionale, assolve a queste funzioni mediante la presenza di corpi rigidi collegati tra loro tramite giunti che ne permettono il moto relativo [1], come perni o giunti di scorrimento. Un meccanismo compliant (*compliant*=cedevole) è un particolare tipo di meccanismo che realizza il moto relativo tra le componenti rigide tramite la deformazione elastica di uno o più elementi continui, eliminando quindi lo strisciamento tra corpi diversi [2].

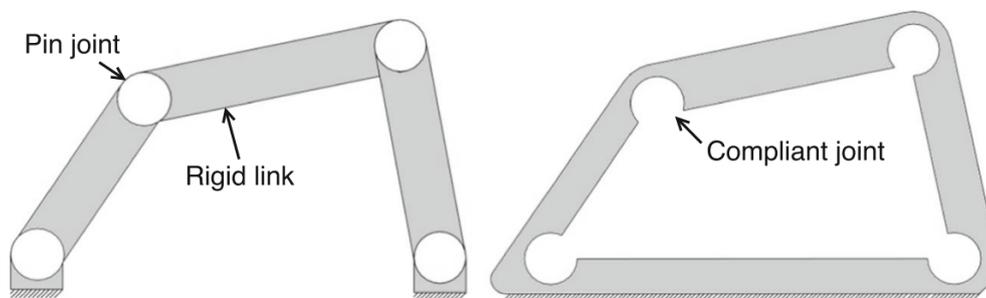


Figura 1.1: Schema di un meccanismo basato su giunti tradizionali (sinistra) a confronto con lo schema di un meccanismo basati su giunti compliant (destra) [3]

Un esempio di questi meccanismi si può osservare in figura 1.1: esso è costituito

da un unico blocco in cui si possono distinguere zone di spessore maggiore (i corpi rigidi), collegate tra loro con continuità da sezioni di spessore molto più sottile (i giunti). Le regioni a spessore minore, essendo caratterizzate da una rigidità inferiore, permettono entro certi limiti il moto relativo tra le componenti più rigide.

L'idea alla base di questi meccanismi così come la loro efficacia sono suggeriti in primo luogo dal mondo naturale. Basti pensare a come in molti esseri viventi il battito cardiaco e i movimenti relativi tra le ossa avvengano tramite elementi flessibili quali cartilagine, tendini e muscoli. Molte piante riescono ad eseguire determinati movimenti, come lo sbocciare dei fiori o la chiusura di una pianta carnivora, unendo un sistema di attuazione idraulica a strutture completamente flessibili [4]. La frequenza con cui si osserva in natura questa tipologia di meccanismi è significativa per determinare la loro efficacia e affidabilità nel lungo periodo. L'uso di questo principio nella costruzione di meccanismi è praticato fin dall'antichità, si pensi ad esempio all'arco, che sfrutta la flessione di una struttura per immagazzinare energia elastica per convertirla successivamente in energia cinetica. Un altro interessante esempio è rappresentato dal primo vero e proprio aeromobile costruito dall'uomo, ossia il *Flyer* dei fratelli Wright che sfruttava la flessione dell'ala per modificarne l'angolo di twist, senza quindi disporre di flap o alettoni [2].

1.1.2 Principali vantaggi e svantaggi

Utilizzare giunti a flessione anziché i tradizionali giunti basati su corpi rigidi offre numerosi vantaggi sia in termini di performance che di semplicità produttiva. L'assenza di strisciamento tra componenti rigide aumenta drasticamente la resistenza ad usura, pertanto è possibile ridurre le operazioni di manutenzione ed eliminare la presenza di lubrificante, aumentando sia l'affidabilità del componente che la sua vita utile. [8] Inoltre, il fatto che il giunto compliant sia costituito da un singolo pezzo ed un singolo materiale permette di produrre l'intero giunto tramite ad esempio stampaggio (o altre tecnologie produttive), senza la necessità di ulteriori assemblaggi, riducendo sia tempi che costi di fabbricazione. [2] Il pezzo finale, presentando giunti estremamente sottili risulta più leggero e più compatto del corrispondente meccanismo tradizionale. Infine, l'assenza di assemblaggio permette di azzerare il gioco tra componenti assemblate (*backlash*) riducendo ulteriormente l'usura del componente.

A fronte di tutti questi benefici, bisogna ora considerare la presenza di alcune importanti problematiche. Poiché tali giunti operano flettendosi, la rigidità del materiale farà sì che per eseguire un determinato spostamento sia necessario applicare una certa quantità di lavoro, trasferendo energia che viene immagazzinata sotto forma di deformazione elastica del materiale. Questo modifica la dinamica del

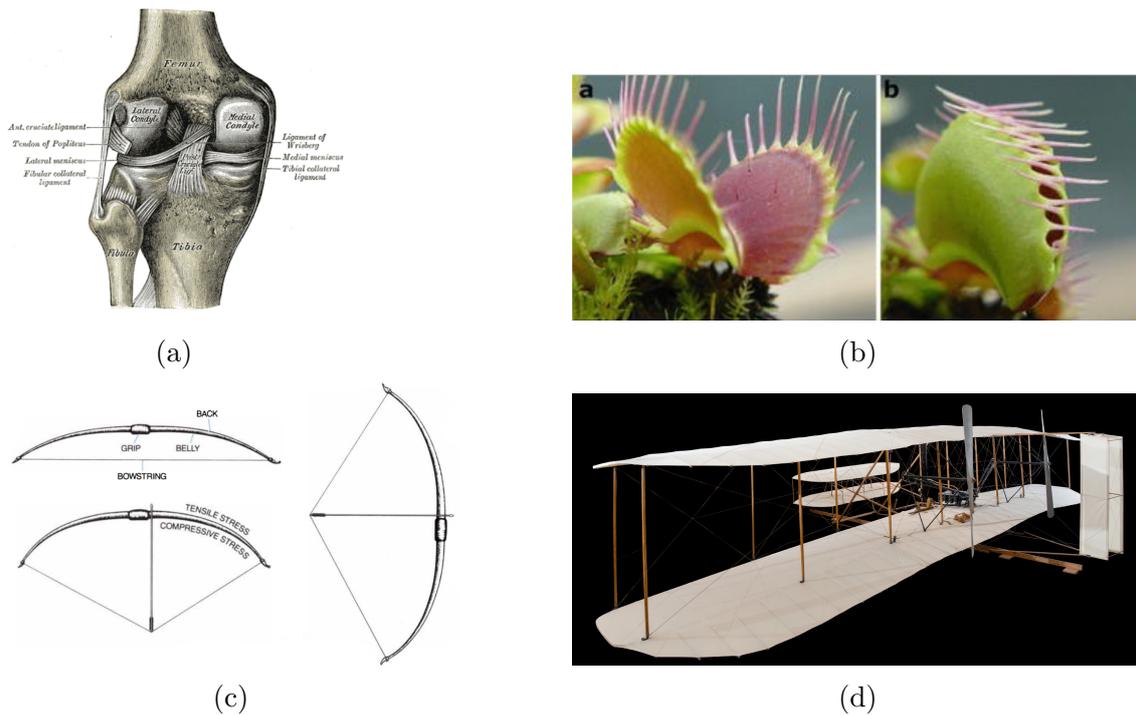


Figura 1.2: Esempi di meccanismi compliant nel mondo naturale (i legamenti di un ginocchio umano [5](a), una venus acchiappamosche (*Dionaea muscipula*)[4](b)) e in applicazioni tecnologiche famose (un arco [6] (c), il *Flyer* dei fratelli Wright[7] (d)).

meccanismo di partenza aggiungendo complessità progettuale, per quanto questo possa rivelarsi un vantaggio nel caso si richiedano dei giunti che oppongano una certa resistenza o nel caso in cui si richiede che le componenti del meccanismo ritornino alla configurazione iniziale una volta tolto il carico applicato. Possiamo poi osservare che mentre i giunti tradizionali permettono spostamenti limitati solo dalla geometria dei corpi rigidi del meccanismo, lo spostamento massimo eseguibile da un giunto compliant è fortemente limitato dalle tensioni massime determinate dallo spostamento che si intende eseguire, riducendo drasticamente la massima escursione del giunto e aumentando il rischio di rottura nel caso in cui il meccanismo venisse sottoposto a carichi di entità e direzioni non previste.[2] Tutto ciò aumenta considerevolmente le difficoltà di progettazione di questi meccanismi, amplificate dal fatto che l'entità degli spostamenti (non più piccoli) rientra inevitabilmente nel caso dei fenomeni non-lineari, molto più complessi da studiare dal punto di vista analitico [9]. Per queste ragioni, spesso negli effettivi contesti applicativi si preferisce optare ancora per dei meccanismi tradizionali, meno efficienti ma più semplici e sicuri. Si consideri ad esempio il già citato caso del *Flyer* dei fratelli Wright: pur presentando una soluzione di tipo compliant per il controllo d'assetto, essa è stata rapidamente

abbandonata al momento della progettazione di aerei più funzionali e performanti, in favore di perni più tradizionali. Fortunatamente, negli ultimi anni, l'invenzione di materiali con caratteristiche più specifiche ed il miglioramento delle tecniche numeriche di ottimizzazione, stanno aprendo le porte ad una più estesa applicazione di questa tipologia di meccanismi in modo da far fronte alla crescente necessità di macchine più performanti,[10].

1.1.3 Vantaggi dei meccanismi compliant per l'industria aerospaziale

I meccanismi impiegati nell'industria aerospaziale sono attualmente costituiti per la maggior parte dai classici giunti rigidi[8],[11].Le numerose fonti di incertezza che è necessario affrontare nel corso di una missione spaziale rendono difficile il rapido inserimento di meccanismi diversi da quelli tradizionali. Tuttavia le caratteristiche dei meccanismi compliant permetterebbero di risolvere numerosi problemi legati all'ambiente spaziale a cui sono soggetti i giunti rigidi tradizionali[11]:

- Fenomeno dell'outgassing, ossia il rilascio del gas intrappolato nelle strutture a seguito del passaggio in ambiente a bassissima pressione (vuoto). Poiché un meccanismo compliant non richiede l'uso di lubrificante, non vi è il rischio che questo possa evaporare e danneggiare ad esempio le strumentazioni ottiche.
- Saldatura a freddo, ovvero la fusione tra due superfici metalliche a contatto dovuta al fatto che le basse pressioni del vuoto eliminano gli interstizi d'aria tra i due materiali. Poiché un meccanismo compliant è costituito da un unico elemento, non necessita di interazioni basate sul contatto tra più elementi.
- Esposizione a cicli termici. I compliant sono composti da un unico pezzo quindi è più semplice predire l'effetto di espansione o contrazione dovuta a cicli termici, a differenza di quanto accade con meccanismi composti da elementi di diversa forma e materiale.
- Sensibilità alla presenza di particelle/polvere. Durante l'assemblaggio di meccanismi per applicazioni spaziali è sempre necessario evitare che particelle estremamente fini si inseriscano ad esempio all'interno di cuscinetti o giunti di vario tipo[12]. I compliant non presentano giochi o fessure in cui particelle e polveri potrebbe infiltrarsi per poi inceppare il meccanismo o dare luogo ad abrasioni accelerando l'usura.

- Necessità di affidabilità sul lungo termine. I compliant non richiedono manutenzione e i fenomeni di usura sono fortemente ridotti, caratteristiche fondamentali nell'industria spaziale in cui un meccanismo deve essere in grado di operare per lungo tempo in autonomia.

Per quanto concerne le fonti di rischio legate all'utilizzo di questi meccanismi, l'intrinseca fragilità dei giunti flessibili di cui si è parlato in precedenza rappresenta un forte limite all'utilizzo di meccanismi compliant ad esempio se si pensa agli intensi carichi random che una struttura spaziale deve sopportare in fase di lancio. In secondo luogo, al momento non si conosce con esattezza quali potrebbero essere gli effetti su questo tipo di meccanismi di fenomeni ambientali quali: vento solare, flares solari, raggi cosmici provenienti dallo spazio profondo, particelle cariche della fascia di Van Allen. Per tutti questi motivi, l'uso di giunti compliant in missioni spaziali risulta attualmente affermato principalmente all'interno di payload scientifici, come ad esempio in meccanismi per la messa a fuoco e puntamento di telescopi. Tuttavia a seguito dei numerosi vantaggi precedentemente elencati, si osserva un'attenzione sempre crescente verso lo sviluppo di meccanismi compliant capaci di operare in ambiente spaziale anche per applicazioni più generali. A dimostrazione di ciò, nel capitolo seguente verrà fornita una classificazione dei principali meccanismi compliant ideati per operazioni in campo aerospaziale.

1.2 Classificazione dei meccanismi compliant per applicazioni aerospaziali

1.2.1 Il problema della catalogazione

Catalogare per intero la varietà dei meccanismi compliant presenti in letteratura scientifica non è cosa banale. Data la generalità nella definizione, con i giusti accorgimenti è virtualmente possibile sostituire giunti tradizionali con giunti compliant in ogni tipologia di meccanismo, generando una varietà di meccanismi complessi difficile da coprire nella sua interezza. In secondo luogo, anche disponendo idealmente della totalità dei meccanismi compliant fin'ora realizzati, si pone il problema di definire un criterio efficace per catalogarli tutti. Ad oggi sono stati fatti diversi tentativi di classificazione di meccanismi compliant, ma per brevità si decide di riportare quelli che sono stati ritenuti i più completi ed estesi.

Nel manuale *Handbook of compliant mechanism* [2], che attualmente rappresenta la più estesa raccolta di meccanismi compliant, la catalogazione viene effettuata

secondo il criterio di Artobolevsky [13] già utilizzato per meccanismi tradizionali, una classificazione che organizza gerarchicamente i meccanismi in diverse categorie, sotto-categorie, classi e sottoclassi

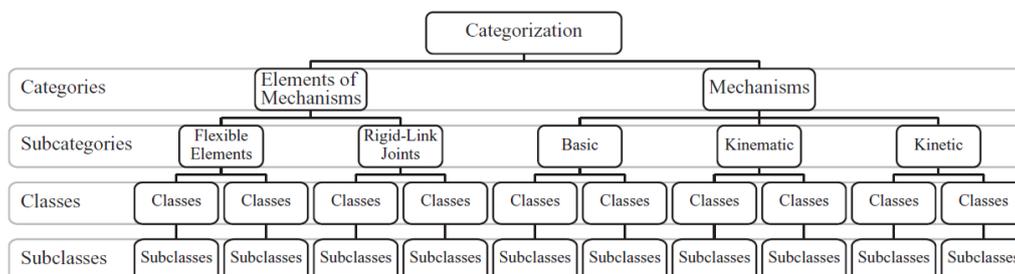


Figura 1.3: Gerarchia nella classificazione di meccanismi compliant secondo il metodo Artobolevsky [2]

La prima categoria è denominata "Elementi di meccanismi" i quali sono definiti come un sistema di segmenti rigidi e/o flessibili organizzati per ottenere un determinato spostamento. Questi sono poi distinti tra elementi flessibili ed elementi rigidi, suddivisi a loro volta in classi e sottoclassi in base al numero e tipologia dei gradi di libertà a loro permessi.

La seconda categoria è invece quella dei "Meccanismi" veri e propri, definiti come un sistema di corpi rigidi collegati da elementi per ottenere determinati spostamenti o trasmissioni di forza. Questi vengono inizialmente distinti in base alla loro funzione: meccanismi con lo scopo di ottenere un determinato moto od orientazione sono detti "Cinematici" mentre meccanismi con lo scopo di imprimere forze o immagazzinare e trasferire energia sono detti "Cinetici". Vi è infine la categoria dei meccanismi "elementari" per quanti non corrispondano alle descrizioni precedenti. Si completa anche in questo caso con un'ulteriore divisione in classi e sottoclassi in base alle specifiche funzionalità.

Per quanto questo metodo risulti attualmente il più comprensivo e generale, presenta diverse fonti di ambiguità: molti "elementi di meccanismi" sono a loro volta costituiti da blocchi base più semplici, e molti "meccanismi" di tipo cinetico svolgono una funzione totalmente analoga ad elementi più semplici, pertanto risulta difficile stabilire una distinzione netta tra le due categorie. In secondo luogo, la distinzione tra Meccanismi cinematici e cinetici non riguarda la natura del meccanismo in sé, quanto piuttosto lo scopo per cui si decide di applicarlo. Ne si deduce che due meccanismi identici dal punto di vista geometrico ma applicati per due finalità diverse verrebbero catalogati come due meccanismi distinti. 1.4

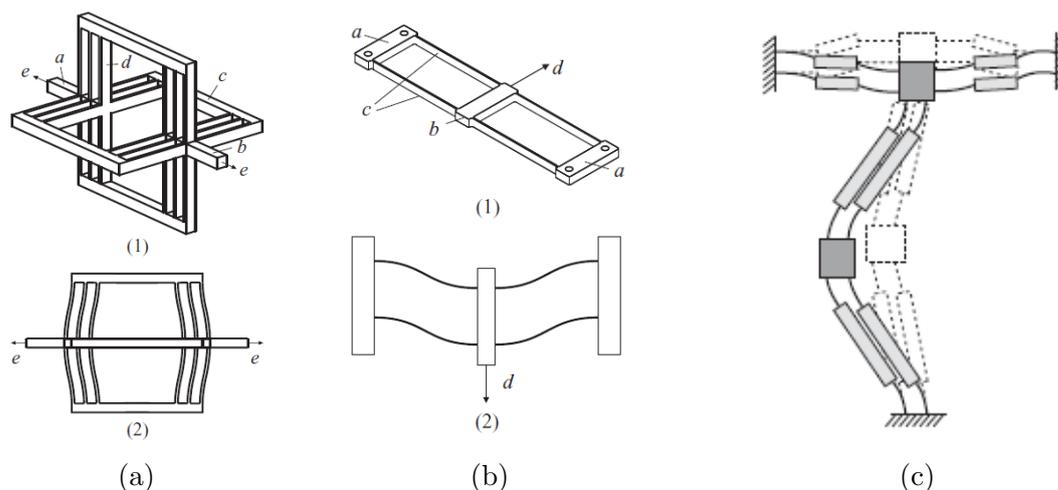
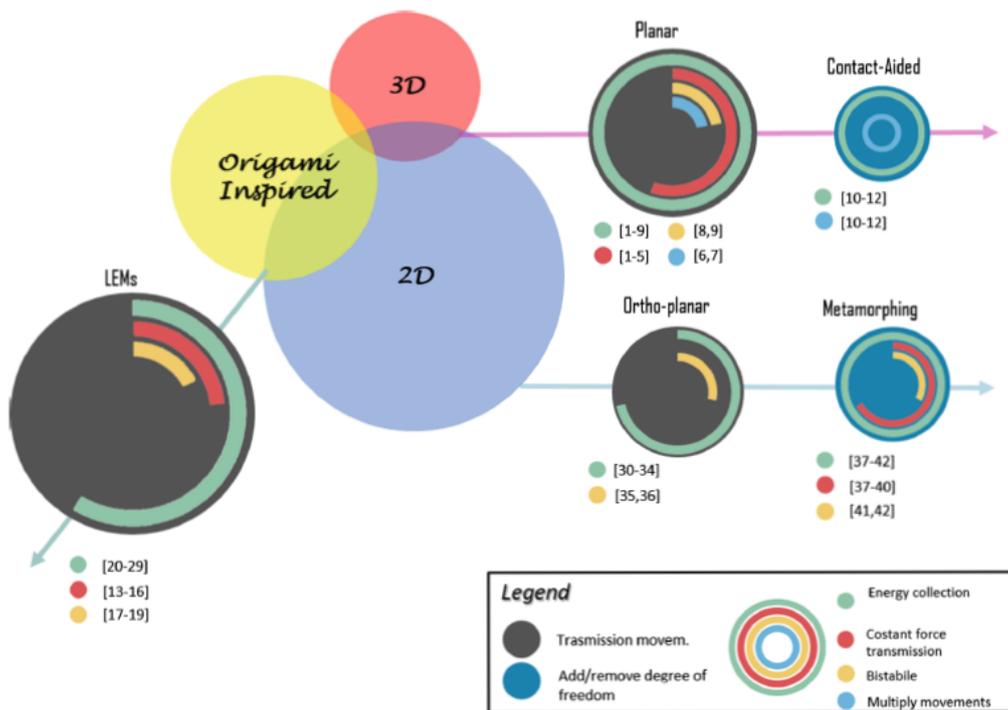


Figura 1.4: Esempi di ambiguità di classificazione. Il giunto traslazionale (a) viene considerato un elemento di meccanismo per la sua geometria base, la guida parallela (b) viene considerata un meccanismo cinetico per la trasmissione di spostamenti mentre la struttura bi-stabile (c) viene inserita nei meccanismi cinetici. [2]

Un diverso e più recente tentativo di catalogazione viene descritto nel documento *How to Classify Compliant Mechanisms* [1], nel quale si decide di organizzare la classificazione secondo due criteri distinti. Il primo criterio proposto è chiamato FBS (functional behaviour system) [14], secondo il quale in ogni meccanismo è possibile distinguere una "funzione" ossia lo scopo per cui tale meccanismo viene impiegato, un "comportamento" ovvero i cambiamenti di conformazione che il meccanismo adotta per svolgere la sua funzione, e una "struttura" che descrive i componenti di un meccanismo e il modo in cui sono collegati. In figura 1.5a possiamo osservare lo schema raggruppante i vari meccanismi secondo insiemi riferiti al loro comportamento, mentre all'interno di ogni insieme avviene una suddivisione secondo grafici radiali basata sulla funzione. Una classificazione di questo tipo permette di superare parte delle ambiguità presenti nel precedente modello di catalogazione in quanto è possibile riconoscere più funzionalità e più comportamenti possibili per uno stesso meccanismo. Un primo svantaggio risiede nel fatto che, per quanto questo metodo risulti ideale per organizzare in maniera esaustiva le macro aree di applicazione dei meccanismi compliant, non permette di selezionare agevolmente meccanismi specifici all'interno della stessa famiglia. Si è quindi deciso di implementare una ulteriore classificazione interna alle singole famiglie, che indichi mediante tabulazione sia il numero che la tipologia di gradi di libertà permessi dal meccanismo. Viene riportato un esempio 1.5b in cui vengono raccolte le attuali tipologie di LEM (Lamina Emergent Mechanism) ossia quei giunti costituiti da un'unica sottile lamina bidimensionale. Il grafico viene integrato a titolo di esempio con alcuni giunti tridimensionali.



(a)

allowed Translation allowed Rotation	No translation allowed	Shear	Compression	Traction	Shear + compression	Shear + traction	Compression + traction	shear + compression + traction
		3	4	5	3.4	3.5	4.5	3.4.5
Only flexion allowed	0	3	4	5	3.4	3.5	4.5	3.4.5
Torsion	1	1.3	1.4	1.5	1.3.4	1.3.5	1.4.5	1.3.4.5
Lateral flexion	2	2.3	2.4	2.5	2.3.4	2.3.5	2.4.5	2.3.4.5
Torsion + lateral flexion	1.2	1.2.3	1.2.4	1.2.5	1.2.3.4	1.2.3.5	1.2.4.5	1.2.3.4.5

1 DOF
 2 DOF
 3 DOF
 4 DOF
 5 DOF

(b)

Figura 1.5: Catalogazione di meccanismi compliant secondo il metodo FBS [1](a). Ulteriore catalogazione di meccanismi compliant all'interno di una singola famiglia, basata su numero e tipo di gradi di libert  [1] (b).

Si pu  notare come questo metodo permetta di catalogare in maniera detta-

gliata ed esaustiva la grande varietà di meccanismi compliant, tuttavia il grado di dettaglio che presenta lo rende notevolmente complesso da popolare, e raccoglie al momento un ridotto numero di meccanismi a solo scopo esemplificativo. Lo stesso sistema di classificazione a gradi di libertà viene presentato per la sola categoria dei LEM (Lamina Emergent Mechanism) e giunti flettenti, pertanto una medesima suddivisione per altre tipologie di meccanismi (basati ad esempio sulla trasmissione di forze) richiederebbe una struttura di classificazione differente. Infine, poiché i meccanismi sono distribuiti inizialmente secondo il loro "comportamento", risulta più difficile isolare quelli accomunati da una stessa funzione, rendendolo un sistema ottimo per la catalogazione di meccanismi ma meno pratico dal punto di vista della consultazione per scopi progettuali.

1.2.2 Criterio di classificazione

Appare chiaro come la classificazione di un singolo meccanismo dipende molto da quale insieme di caratteristiche si decide di considerare e dal grado di dettaglio che si desidera ottenere. Poiché l'obiettivo di questa catalogazione è limitato all'area dell'ingegneria aerospaziale, nel quale la varietà di applicazioni di meccanismi compliant risulta relativamente ristretta, la gerarchia di tipo FBS è stata giudicata eccessivamente dispersiva. Si è preferito quindi procedere raggruppando i meccanismi in base alla loro funzione primaria, utilizzando come base il criterio di Artobolevsky, in forma semplificata rispetto a quanto effettuato nel documento [2]. Si distinguono innanzitutto i giunti, ovvero tutte quelle componenti in grado di vincolare il moto tra due corpi rigidi, bloccando alcuni gradi di libertà e lasciandone liberi altri. All'interno di questa categoria i diversi giunti vengono raggruppati in base a numero e tipologia dei gradi di libertà che permettono. Si riportano inizialmente i casi più generali in quanto costituenti gli elementi base per la realizzazione di qualsiasi meccanismo compliant, tratti dal documento [15]. Si tenga presente in fase di consultazione che tutti i giunti di questa categoria sono stati considerati come costituiti di lega di alluminio AlCu4Mg1 per poter confrontare tra loro le rispettive caratteristiche, tuttavia utilizzare materiali differenti potrebbe portare a prestazioni molto diverse. Successivamente, vengono presentati giunti con caratteristiche specifiche per l'applicazione aerospaziale. Infine, vengono elencati i meccanismi veri e propri, ovvero tutte quelle componenti che permettono trasmissione di forze e spostamenti. Questi verranno raggruppati puramente in base alla loro funzione ultima, specificando per ognuno tipologia e range di input e output.

1.2.3 Classificazione

Giunti generali

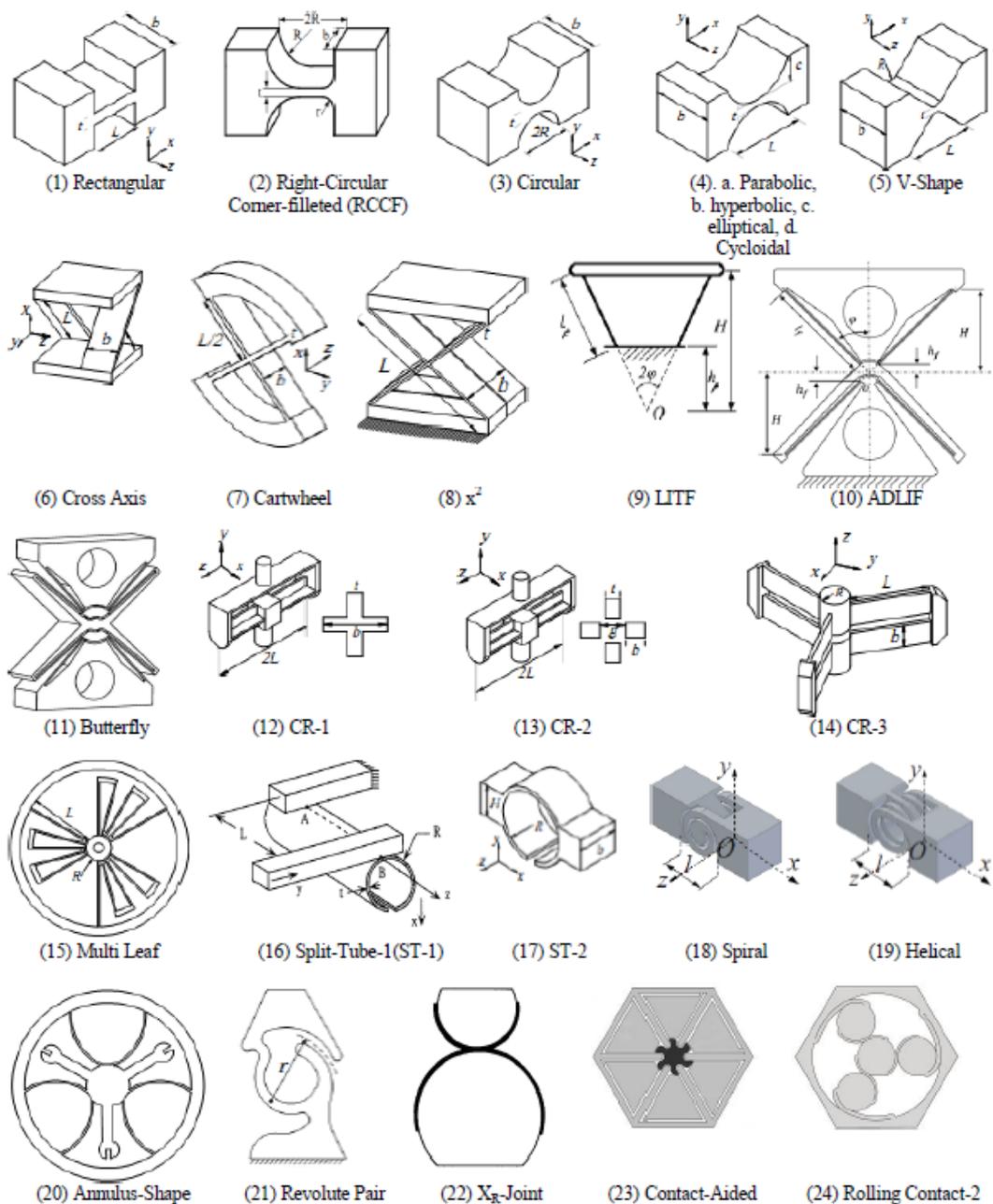


Figura 1.6: Giunti compliant ad 1 Gdl (rotazione)[15]

Compliant Revolute Joints	Primitive Flexure	Complex Flexure	Flexure type					Range Of Motion θ_x (rad)	Axis Drift δ_x (μm)	On-Axis Stiffness	Off-Axis Stiffness											
			Notch-Type	Leaf-Spring	Tape-Spring	Curve-Beam	Contact-Base				$K_{\theta z}$	$K_{\theta y}$	$K_{\theta x}$	K_x	K_y	K_z						
																	$\text{N}\cdot\text{mm}\times 10^{-3}$			$\text{N}/\text{mm}\times 10^{-3}$		
Fig.3.1[32-35]	•		•				0.113	198.7	6.481	648.15	246.1	24	0.24	77.78								
Fig.3.2[39]	•		•				0.06	4.2	0.112	-	-	-	-	-								
Fig.3.3[32-35]	•		•				0.03	34	23.342	1267.6	485.33	55.05	1.153	152.11								
Fig.3.4.a[36,37]	•		•				-	-	20.43	-	-	-	15.53	265.04								
Fig.3.4.b[36,37]	•		•				-	-	7.103	-	-	-	77.4	164.64								
Fig.3.4.c[37,38]	•		•				-	-	23.342	1267.6	-	-	57.186	152.11								
Fig.3.4.d[40]	•		•				-	-	36.12	1832	-	80.66	1.758	109.84								
Fig.3.5[40]	•		•				-	-	34.142	1585.1	-	68.15	1.642	94.99								
Fig.3.6[34,41,42]		•		•			1.676	6620	0.0079	5.6	2.11	0.042	0.00006	4.2								
Fig.3.7[34]		•		•			0.419	82.8	0.0315	22.4	8.433	0.672	0.0009	16.8								
Fig.3.8[43]		•		•			0.838	130	0.0078	1.4	0.529	0.042	0.0002	4.2								
Fig.3.9[44,45]		•		•			0.173	34	0.094	11.2	4.22	0.336	0.00047	8.4								
Fig.3.10[44-47]		•		•			0.346	11.9	0.047	5.6	2.1	0.168	0.00024	4.2								
Fig.3.11[44-48]		•		•			0.35	-	0.021	2.8	1.054	0.084	0.00012	2.1								
Fig.3.12[17]		•		•			0.559	0	0.0585	87.58	87.58	20.69	2.63	2.63								
Fig.3.13[17]		•		•			0.319	0	0.0623	19.43	19.43	20.16	0.583	0.583								
Fig.3.14[17]		•		•			0.894	-	0.0083	-	-	0.83	-	-								
Fig.3.15[16]		•		•			2.235	-	0.0033	-	-	0.33	-	-								
Fig.3.16[49,50]	•				•		1.287	-	0.028	41.3	41.3	-	0.31	0.31								
Fig.3.17[51]	•				•		-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.18[52]	•				•		-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.19[52]	•				•		-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.20[16]		•			•		-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.21[53]	•				•		-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.22[54-56]		•				•	-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.23[57]		•				•	-	-	-	-	-	-	-	-								
Fig.3.24[58]		•				•	-	-	-	-	-	-	-	-								

Figura 1.7: Caratteristiche giunti compliant ad 1 Gdl (rotazione) [15]

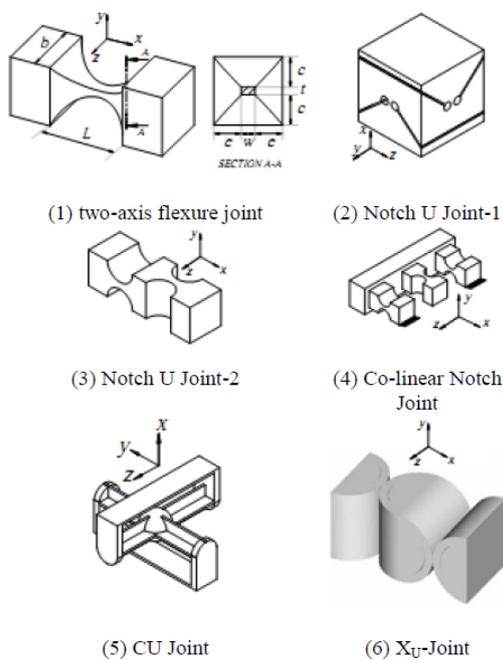


Figura 1.8: Giunti compliant a 2 Gdl [15]

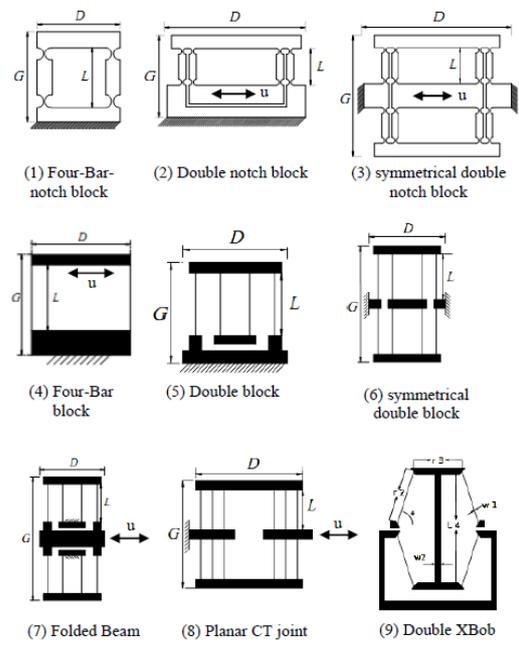


Figura 1.9: Giunti compliant ad 1 Gdl (traslazione)[15]

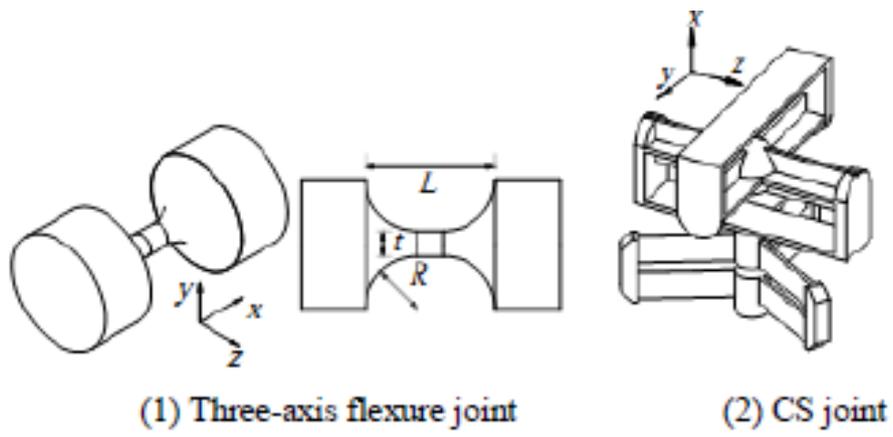


Figura 1.10: Giunti compliant ad 3 Gdl[15]

Compliant Translational Joints	Notch -Type	Leaf-Spring	Geometric parameters			Range Of Motion	Axial Stiffness	Off-Axis Stiffness	Dimensionless Parameter
			G	D	L	δ_x	K_x	K_y	
			(mm)			(mm)	$N/mm \times 10^{-3}$		
Fig.6.1[33]	•		50	50	30	1.169	23.34	152.11	0.0165
Fig.6.2[33]	•		50	70	30	2.34	11.67	76.06	0.0272
Fig.6.3[33]	•		70	70	30	2.34	23.34	152.11	0.0236
Fig.6.4[61]		•	39	30	30	1.886	0.052	46.67	0.0383
Fig.6.5[62]		•	39	30	30	3.77	0.026	23.33	0.0766
Fig.6.6[62]		•	69	50	30	3.77	0.052	46.67	0.0443
Fig.6.7[63,65]		•	69	50	30	3.77	0.052	46.67	0.0443
Fig.6.8[17]		•	69	50	30	3.77	0.078	70	0.0443
Fig.6.9[64,65]		•	-	-	-	-	-	-	-

Figura 1.11: Caratteristiche giunti compliant ad 1 Gdl (traslazione)[15]

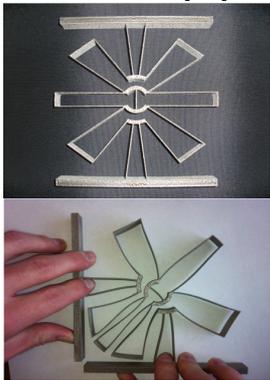
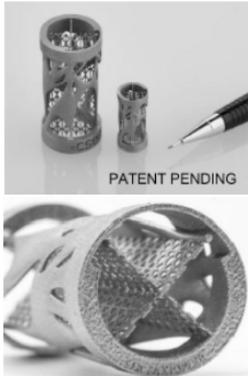
Compliant Non-Constant Velocity Universal Joints	Primitive Flexure	Complex Flexure	Notch -Type	Leaf-Spring	Contact-Base	Axes Status	Range of Motion (rad)		Axis Drift (μm)		On-Axis Stiffness $N \cdot mm \times 10^{-3}$		Off-Axis Stiffness	
							θ_z	θ_y	δ_x	δ_y	K_{θ_x}	K_{θ_y}	K_{θ_x} $N \cdot mm \times 10^{-3}$	K_x $N/mm \times 10^{-3}$
Fig.4.1[59]	•		•			✓	-	-	-	-	0.187	-	-	2.88
Fig.4.2		•	•			✓	0.03	0.03	34	34	22.92	22.92	242.66	76.055
Fig.4.3[33,34]		•	•			✗	0.03	0.03	34	34	22.92	22.92	242.66	76.055
Fig.4.4[33,34]		•	•			✓	0.03	0.03	34	34	45.026	23.13	323.56	101.41
Fig.4.5[17]		•		•		✓	0.56	0.56	0	0	0.0585	0.0585	43.79	1.315
Fig.4.6[56]		•			•	✗	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 1.12: Caratteristiche giunti compliant ad 2 Gdl[15]

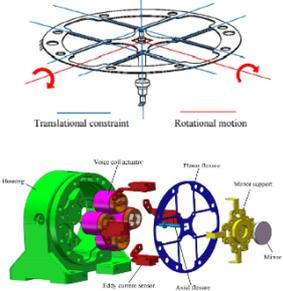
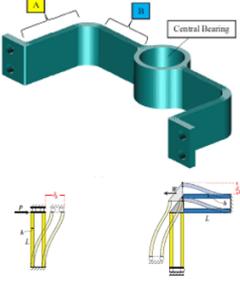
Compliant Spherical Joints	Primitive Flexure	Complex Flexure	Notch -Type	Leaf-Spring	Range of Motion (rad)			Axis Drift (μm)			Axial Stiffness $N \cdot mm \times 10^{-3}$			Off-Axis Stiffness $N/mm \times 10^{-3}$
					θ_x	θ_y	θ_z	δ_x	δ_y	δ_z	K_{θ_x}	K_{θ_y}	K_{θ_z}	K_x
Fig.5.1[60]	•		•		0.166	0.0125	0.0125	-	-	-	27.58	19.8	19.8	49.5
Fig.5.2[17]		•		•	0.894	0.559	0.559	-	0	0	0.0083	0.0585	0.0585	0.509

Figura 1.13: Caratteristiche giunti compliant ad 3 Gdl [15]

Giunti per applicazioni spaziali

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Flex 16 [16]</p> 	<p>Range: $\pm 90^\circ$ Momento: 1.692Nm a 90° Rigidezza: 0.269 Nm/rad Materiale: Lega di Titanio Ti6Al4V ELI</p>	<p>È disponibile un modello analitico per il calcolo della relazione Momento-rotazione. Presenta una bassa rigidezza verso carichi disassati.</p>
<p>CSEM LAFP Pivot [4], [17], [18]</p> 	<p>Range: $\pm 90^\circ$ Momento: 0.53Nm a 90° Rigidezza angolare: 0.07 N/m a 0°, 0.34 N/m a 90° Rigidezza assiale: $1076 \cdot 10^3$ N/m a 0°, $125 \cdot 10^3$ N/m a 90° Range termico: $\pm 70^\circ C$ Materiale: Marval-X12 Tecnica di produzione: SLM, EDM</p>	<p>Progettato per ambiente criogenico. Sottoposto a numerosi test con carichi statici, vibrazionali e termici. Gli autori si proponevano di realizzare un meccanismo che non fosse cedevole a carichi disassati come il Flex 16.</p>
<p>C-flex interlocked crossed flexure blades ("bamdix") ([19])</p> 	<p>Range: $\pm 15^\circ$ Materiale: Acciaio inossidabile 17-4PH Tecnica di produzione: Additive manufacturing, SLM</p>	<p>Variazione del classico perno compliant C-flex, nel quale si fa uso di Additive Manufacturing (SLM) per sostituire le lamine metalliche con un reticolo. Permette di regolare la rigidezza senza necessitare di spessori troppo ridotti.</p>

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Helix wire flexural pivots [20]</p>	<p>Range: 5.3°(a), 6.4°(b), 7.4°(c), 5.4°(d)</p> <p>Max Stress: 227(a), 229(b), 230(c), 229(d) MPa</p> <p>Materiale: Lega di Alluminio AlSi10Mg</p> <p>Tecnica di produzione: Additive manufacturing, L-PBF</p>	<p>Si sfrutta l'additive manufacturing per produrre una variante del perno C-Flex in singolo blocco. Risulta più leggero del 40% e la rotazione supera di oltre 2° quella dell'equivalente perno tradizionale</p>
<p>Four-bar flexure revolute joint [21]</p>	<p>Range: $\pm 90^\circ$</p> <p>Rigidezza: 0.05Nm/rad a 10°, 0.03Nm/rad a 90°(senso orario)</p> <p>Materiale: Lega di Titanio</p>	<p>Si basa sulla deformazione a flessione, tuttavia a differenza dei normali meccanismi compliant le lamine sono collegate al supporto circolare tramite viti e bulloni.</p>
<p>Monolithic "butterfly" flexure pivot [22]</p>	<p>Range: $\pm 15^\circ$</p> <p>Materiale: lega di Titanio</p> <p>Tecnica di produzione: EDM</p>	<p>Ideato con l'obiettivo di eseguire elevate rotazioni angolari mantenendo fissa la posizione dell'asse di rotazione (spostamento dell'ordine di $2\mu\text{m}$ se ruotato di 10°)</p>
<p>Spring cross flex suspension [23]</p>	<p>Range: $\pm 0.4^\circ$ di rotazione attorno agli assi X e Y.</p>	<p>Meccanismo utilizzato come sospensione nel sistema di puntamento di una lente. Progettato per essere poco sensibile alle deformazioni termiche e per fornire una rigidezza quanto più costante possibile entro il range di applicazione.</p>

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Rotational pointing mechanism [24]</p> 	<p>Range: $\pm 1.15^\circ$ di rotazione attorno agli assi X e Y Rigidezza: 16N/m Materiale: Lega di Acciaio 05Cr17Ni4Cu4Nb Tecnica di produzione: EDM</p>	<p>Progettato per fornire elevata rigidezza verso i gradi di libertà da bloccare (traslazioni, rotazione attorno ad asse Z)</p>
<p>Flexible wheel [25]</p> 	<p>Range: 1.2mm in traslazione nel piano Materiale: Lega di Titanio Tecnica di produzione: EDM</p>	<p>Il giunto è stato inserito all'interno della MSM (mechanical slit mask) presente per lo spettrografo NIS (Near Infrared Spectrograph) del James Webb Space Telescope. Permette di applicare un precarico costante tra una barra e due ruote rigide in condizioni di vuoto.</p>
<p>Flexible compliant joint [26]</p> 	<p>Range: 4mm in traslazione nel piano Tensione massima: 342MPa ortogonali al piano. Materiale: Titanio Ti-6Al-4V</p>	<p>Giunto per limitare la traslazione di una barra in direzione ortogonale al piano del giunto. La tensione massima sopportabile è stata tarata valutando i carichi all'interno di un vettore spaziale durante il lancio.</p>

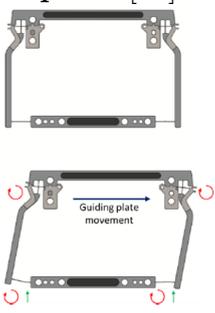
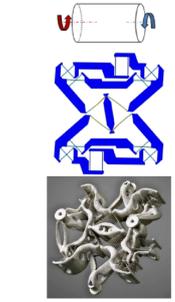
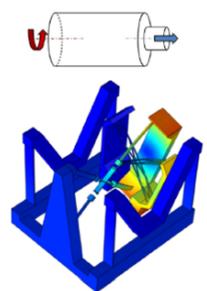
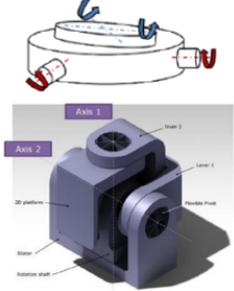
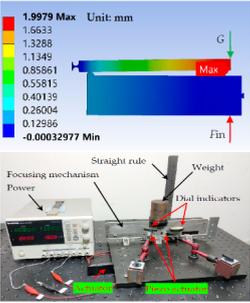
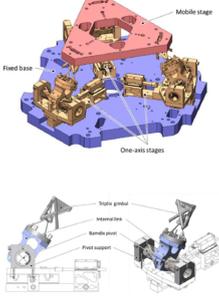
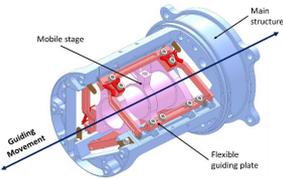
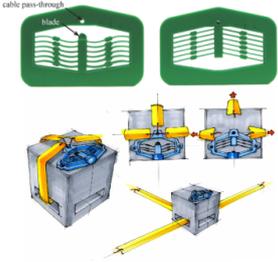
Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Flexible guiding plate [27]</p> 	<p>Range: $\pm 4.6\text{mm}$</p> <p>Rigidezza: 34N/m a 0mm, 95N/m a $\pm 4.6\text{mm}$</p> <p>Materiale: Acciaio inossidabile Marval X12</p>	<p>Guida parallela con giunti a lamina flessibile. L'obiettivo è una maggiore resistenza a fatica per sopportare meglio i carichi random tipici attesi in una missione spaziale.</p>

Tabella 1.1: Giunti compliant per applicazioni aerospaziali

Meccanismi compliant per applicazioni aerospaziali

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Compliant rotation reduction mechanism [19]</p> 	<p>Input: Rotazione $\pm 10^\circ$</p> <p>Output: Rotazione $\pm 1^\circ$</p> <p>Materiale: Acciaio inossidabile 17-4PH</p> <p>Tecnica di produzione: Additive manufacturing, SLM</p>	<p>Riduttore di spostamento angolare, realizzato per testare le possibilità di produrre meccanismi compliant complessi tramite additive manufacturing. I segmenti flessibili che collegano le componenti rigide sono organizzati in forma di reticolo anziché di lamina continua.</p>
<p>Compliant Roto-Translation Mechanism [19]</p> 	<p>Input: Rotazione $\pm 10^\circ$</p> <p>Output: Traslazione $\pm 0.5\text{mm}$</p> <p>Materiale: Acciaio inossidabile 17-4PH</p> <p>Tecnica di produzione: Additive manufacturing, SLM</p>	<p>Design concettuale di riduttore, prodotto in parallelo al "Compliant Rotation Reduction Mechanism", è stato reputato inferiore a quest'ultimo per via di maggiori movimenti parassiti, minore linearità nel movimento e minore carico massimo sopportabile.</p>

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Two degrees of freedom compliant parallel kinematic Mechanism [19]</p> 	<p>Input: Rotazione $\pm 5^\circ$ su due assi ortogonali Output: Rotazione $> \pm 0.5\text{mm}$ Materiale: Acciaio inossidabile 17-4PH</p>	<p>Design concettuale di riduttore, prodotto in parallelo al "Compliant Rotation Reduction Mechanism", è stato reputato inferiore a quest'ultimo per via di un peggiore comportamento sotto carichi vibrazionali random e per il fatto di non poter essere costruito mediante singola stampa 3D, richiedendo ulteriori lavorazioni.</p>
<p>Stroke amplifier mechanism [28]</p> 	<p>Input: fino a $20\mu\text{m}$. Richiede una forza di 1050N Output: fino a $2000\mu\text{m}$ (rapporto di amplificazione 100) Materiale: Lega di alluminio 7075-T651.</p>	<p>Amplificatore di spostamento ideato per la messa a fuoco di un sensore remoto per applicazione spaziale. Il materiale permette compatibilità con l'ambiente spaziale, leggerezza e resistenza a carichi elevati. Si noti che, a differenza dei comuni meccanismi compliant, questo meccanismo prevede un contatto tra due elementi distinti.</p>
<p>2 DOF pointing mechanism [29]</p> 	<p>Range: $\pm 15^\circ$ Massimo carico dei propulsori: 445N Massa: 93.2g Cicli operativi: 100000 Materiale: Lega di Titanio Tecnica di produzione: Additive manufacturing, EBM</p>	<p>Meccanismo di puntamento per un propulsore per il controllo d'assetto di satelliti. Si è dimostrato che questo meccanismo riesce a soddisfare tutti i requisiti di missione per un'operazione in ambiente spaziale, pertanto risulta tra le soluzioni più promettenti in questo ambito.</p>

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Flexure-based tripod mechanism[30]</p> 	<p>Input: Rotazione alla base $\pm 15^\circ$</p> <p>Output: Traslazione T_z $\pm 3\text{mm}$, Rotazioni $R_x, R_y \pm 1^\circ$</p> <p>Materiale (componenti flessibili) : acciaio inossidabile 17-4PH</p> <p>Tecnica di produzione (componenti flessibili): Additive manufacturing, SLM</p>	<p>Piattaforma per il puntamento di specchi esagonali (diametro 400mm e massa 11kg). Per l'attuazione vengono utilizzati dei giunti C-flex tipo "Bamdix" [19], mentre per la connessione tra piattaforma e bracci meccanici viene utilizzato un pivot sferico "Triplex"</p>
<p>Compliant Focus Mechanism[27]</p> 	<p>Escursione guide parallele: $\pm 3.4\text{mm}$</p> <p>Precisione allineamento ottiche: $50 \mu\text{m}$</p> <p>Precisione concentricità ottiche: 0.1°</p> <p>Materiale guide flessibili: acciaio inossidabile Marval X12</p>	<p>Dispositivo per regolare la distanza tra due lenti, progettato per il rover ExoMars. Dotato di 3 guide parallele compliant disposte a prisma a base triangolare.</p>
<p>Bistable Release mechanism [31]</p> 	<p>Spostamento: 11.5mm</p> <p>Carico di attuazione: 1.5N</p> <p>Materiale: 2 campioni, uno in Vitreloy 1, e uno in Titanio Ti-6Al-4V.</p> <p>Tecnica di realizzazione: EDM</p>	<p>Questo dispositivo possiede due diverse posizioni di equilibrio stabile, realizzato con un materiale compatibile con l'ambiente spaziale. Nel documento viene ipotizzato come attuatore per un meccanismo di dispiegamento, ma le applicazioni possono essere molteplici.</p>

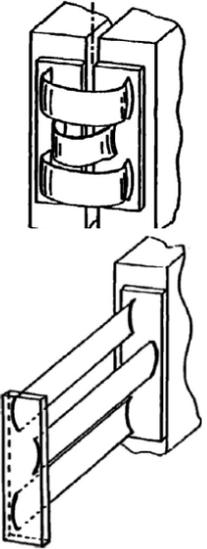
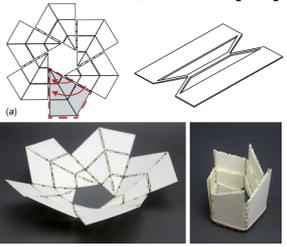
Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>Tape spring[35]</p> 	<p>Range: $+180^\circ$</p> <p>Momento: 0.5 Nm (valore tipico)</p> <p>Materiale: Lega Rame-Berillio (CuBe) o acciaio per molle:</p>	<p>Lamina caratterizzata da una sezione trasversale curva. Una volta pre-caricata, si comporta come una molla che può essere utilizzata per il dispiegamento di pannelli. La variazione di curvatura trasversale che si osserva nelle fasi di caricamento e dispiegamento dissipa parte dell'energia elastica, pertanto può essere utilizzato sia come dispositivo di dispiegamento che come smorzatore.</p>
<p>Antenna con dispiegamento di tipo "origami" [36]</p> 	<p>Rapporto di compressione del diametro: 90%</p>	<p>Antenna per applicazione spaziale che utilizza una struttura di tipo origami per l'impacchettamento entro un volume ridotto ed il successivo dispiegamento. I giunti che collegano i segmenti dell'antenna sono dei compliant di tipo LEM</p>

Tabella 1.2: Meccanismi compliant per applicazioni aerospaziali

1.3 Prospettive future

Come si è potuto notare dal catalogo della sezione precedente, la tipologia di meccanismi convertiti in meccanismi compliant è attualmente limitata. Nel campo applicativo essi sono generalmente limitati a perni o guide ad 1 grado di libertà per l'attuazione di meccanismi nei payload di tipo scientifico, come ad esempio per la messa a fuoco delle lenti di telescopi. A livello sperimentale si possono trovare numerosi studi in merito a giunti in grado di eseguire grandi rotazioni angolari ad un singolo grado di libertà, mentre giunti operanti secondo diversi gradi di libertà così come funzionalità differenti presentano poche casistiche di studio. A titolo di riferimento si riportano alcune tipologie di meccanismi la cui conversione a meccanismo

compliant potrebbe risultare di interesse nel campo aerospaziale [11], [37], [31]:

- Giunto con posizioni di equilibrio multiple.
- Giunto con prestazioni non dipendenti da variazioni termiche.
- Giunti con smorzatore integrato.
- Giunto a sfera.
- Dispositivi per docking/separazione.
- Dispositivo per lo smorzamento di vibrazioni.
- Gripper.
- Dispositivi di bloccaggio .
- Meccanismo di dispiegamento con smorzatore e dispositivo di bloccaggio integrati.

Un altro fattore che si sta dimostrando capace di portare un notevole contributo allo sviluppo di meccanismi compliant è sicuramente l'impiego della tecnologia "additive manufacturing" [19], [38], [39]. Per via della loro struttura a blocco singolo, tali meccanismi si prestano bene a realizzazione per stampaggio o estrusione, fatto che limita le sagome ad essere principalmente bidimensionali, o con una tridimensionalità data dall'estrusione di sagome bidimensionali (caratteristica che si può osservare nella maggior parte di meccanismi riportati precedentemente). L'impiego di additive manufacturing invece, ad esempio tramite la tecnica SML (*selective laser melting*) permetterebbe di ottenere sagome tridimensionali di notevole complessità. Le problematiche a cui si dovrà far fronte per realizzare meccanismi performanti comprendono:

- Scarsa qualità della finitura superficiale, problema che accentua i fenomeni di corrosione.
- Imprecisioni geometriche nelle componenti più sottili dovute a scarsa precisione.
- Gestione del ciclo termico proprio dell'additive manufacturing, che può generare deformazioni geometriche e tensioni interne residue, a cui segue una riduzione di vita a fatica.

- Porosità e tensioni interne che possono rendere il materiale anisotropo.

Infine, si può notare come uno dei trend in maggiore crescita sia l'impiego di strategia per l'ottimizzazione topologica, tramite la quale è possibile ottenere rapidamente un meccanismo compliant partendo dal corrispettivo meccanismo tradizionale a giunti rigidi [32]. Si noti come tale tendenza sia resa ancor più promettente dalla possibilità di realizzare le complesse forme ottenute dagli algoritmi di ottimizzazione proprio tramite additive manufacturing [38].

Tra le possibilità di ricerca precedentemente citate, una ancora inesplorata per un'applicazione spaziale è la realizzazione di dispositivi compliant in grado di assorbire o dissipare energia, funzioni che nel campo aerospaziale potrebbero tradursi in un dispositivo per smorzare vibrazioni, oppure attenuare l'energia derivante da impatti a bassa velocità o dispiegamento di particolari meccanismi. Nel capitolo seguente si analizzerà lo stato dell'arte di strutture capaci di dissipare energia sfruttando la flessione in regime elastico, come punto di partenza per progettare una versione adatta ad applicazioni spaziali.

Capitolo 2

Introduzione alle strutture per la dissipazione di energia in regime elastico

2.1 La dissipazione in strutture operanti in regime elastico

Materiali e strutture in grado di assorbire energia sono largamente impiegati per ridurre i danneggiamenti dovuti a urti e impatti, così come ridurre la trasmissione di vibrazioni tra corpi diversi. Tra i numerosi campi di applicazione possiamo citare ad esempio l'attenuazione di impatti in incidenti automobilistici, protezioni individuali utilizzate da militari o atleti come elmetti, ginocchiere e giubbotti antiproiettile, o involucri protettivi per la protezione di oggetti imballati. Nello specifico, nel caso dell'industria spaziale, è vitale disporre di strutture per la protezione dall'impatto di detriti spaziali, poiché le loro elevate velocità li rendono capaci di danneggiare irrimediabilmente strutture ed apparecchiature, compromettendo l'esito della missione[40]. Altre applicazioni di uguale importanza possono essere l'attenuazione dei contraccolpi causati dalla rapida attuazione di meccanismi per il dispiegamento automatico di antenne o pannelli [41] oppure dal brusco contatto tra due strutture in fase di aggancio (*docking*). Infine, risulta fondamentale disporre di soluzioni per attenuare la trasmissione di vibrazioni tra corpi diversi, particolarmente intense soprattutto nella fase di lancio del vettore spaziale.

Il meccanismo più frequente tramite il quale si riesce a raggiungere questo effetto è la deformazione plastica o in generale la rottura (con conseguente assorbimento di energia meccanica) del dispositivo incaricato di dissipare energia, realizzato general-

mente in materiale metallico, ceramico o composito [42]. In questo modo, l'energia cinetica da assorbire viene utilizzata per dislocare i grani del materiale o rompere i legami interni delle sue molecole. I vantaggi di questa strategia sono sicuramente l'elevata quantità energia assorbibile in rapporto alla massa impiegata e la semplicità di integrazione in numerosissimi contesti [43]; tuttavia presenta l'inevitabile svantaggio di non poter essere utilizzata ripetutamente poiché dopo il primo utilizzo le proprietà del materiale saranno cambiate irreversibilmente. Un classico esempio si può trovare nelle strutture a nido d'ape (*honeycomb*) generalmente realizzata in alluminio e utilizzate in campo spaziale come anima nei pannelli sandwich [44]. Un altro metodo molto frequente è l'utilizzo di fluidi viscosi o materiali viscoelastici, i quali permettono di convertire l'energia assorbita in calore grazie allo scorrimento relativo tra le molecole del materiale. Questa strategia permette utilizzi ripetuti, tuttavia la particolare composizione di questi materiali non permette il loro utilizzo in qualsiasi tipo di applicazione (risultano ad esempio penalizzati in ambiente spaziale a causa delle basse temperature) inoltre la capacità dissipativa risulta dipendente dalla velocità di applicazione del carico. Sfruttano questo principio gli smorzatori idraulici, ovvero pistoni che sfruttano la laminazione di fluidi oleosi ad alta viscosità [45], e i nastri adesivi viscoelastici [46], [47] (si noti che questi ultimi essendo incollati grazie alle loro proprietà adesive, hanno un carico massimo di resistenza il cui valore è affetto da un'incertezza non trascurabile).

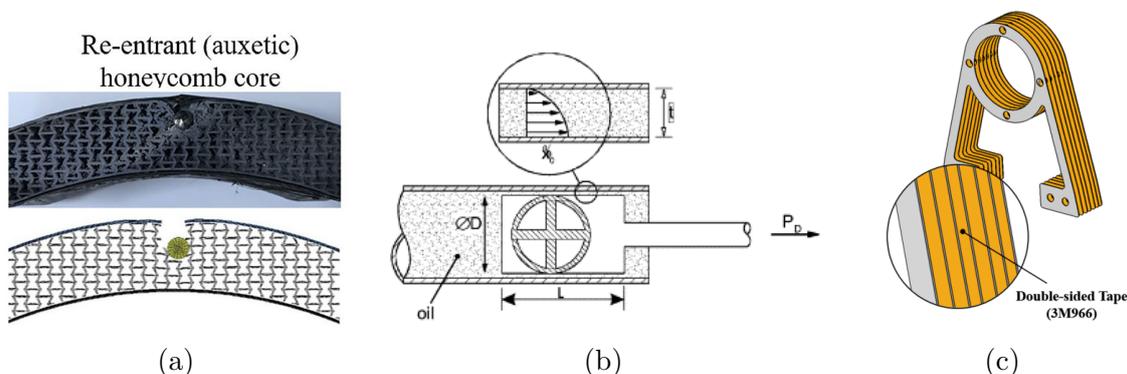


Figura 2.1: Esempi di dissipatori utilizzati in campo spaziale: Un pannello con anima in Honeycomb auxettico [48] (a), lo schema di uno smorzatore a fluido oleoso [45] (b) ed un isolatore di vibrazioni realizzato intervallando lamine metalliche con nastro adesivo viscoelastico 3M966 [47]

Studi più recenti tuttavia, stanno dimostrando come sia possibile ottenere dissipazione di energia utilizzando materiali che rimangano permanentemente in regime elastico, e pertanto in grado di operare in modo completamente reversibile e con proprietà indipendenti dalla scala temporale del carico subito. Il meccanismo se-

condo cui questi materiali assorbono energia deriva dal fenomeno dinamico che si instaura a seguito del passaggio per una condizione di non equilibrio. [49]. Alcune strutture infatti, presentano una relazione forza-spostamento fortemente non-lineare, caratterizzata da uno dei due grafici in figura 2.2:

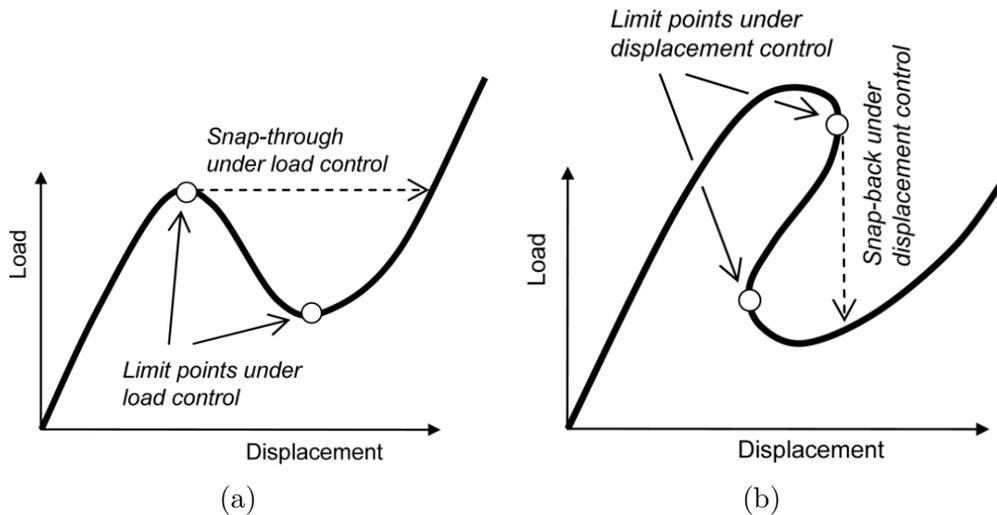


Figura 2.2: Relazione forza-spostamento di una struttura caratterizzata da fenomeno di *snapping*, seguendo una deformazione controllata in forza (a) e controllata in spostamento (b) [50]

Tale grafico rappresenta tutti i punti di equilibrio che quella struttura può assumere. Nel caso in cui a tale struttura si imponga uno spostamento o un carico via via crescente, si giungerà ad un punto in cui, per seguire correttamente la curva, la forza (o lo spostamento) dovrebbero diminuire rapidamente. Nel caso in cui ciò non avvenga, la struttura passerà per delle condizioni di non equilibrio fino ad arrivare ad un nuovo punto di equilibrio caratterizzato dalla medesima forza (o spostamento) [2]. Tale fenomeno è noto con il termine inglese di *snapping*, più nel dettaglio si parla di *snap-through* quando alla struttura viene imposta una forza crescente, mentre si parla di *snap back* quando alla struttura si impone uno spostamento crescente. Il passaggio attraverso i punti di non equilibrio costituisce un processo irreversibile verso uno stato ad energia minore, in cui l'energia accumulata sotto forma di tensione elastica viene ridistribuita nella struttura sotto forma di vibrazioni (energia cinetica) ad elevata frequenza. Tali vibrazioni vengono infine convertite in calore della struttura grazie ai fenomeni di attrito interno del materiale[51]. Si può dimostrare infatti come nel caso di un carico dinamico ciclico applicato ad una struttura, si instaurino dei fenomeni di isteresi legati principalmente a dislocazione e riorientamento di microscopiche imperfezioni interne, anche nel caso in cui la struttura operi a livello macroscopico in regime elastico [52]. Questi fenomeni risultano più accen-

tuati in caso di materiale elastico o viscoelastico ma sono comunque presenti anche in materiali metallici, e possono essere significativi se legati a vibrazioni ad elevata frequenza (quali quelle indotte dal fenomeno di snapping). Nel caso la struttura sia immersa in un fluido, parte dell'energia verrà dissipata anche nell'interazione con esso, ad esempio tramite la produzione di onde acustiche.[53]

Tra le geometrie che sono in grado di esibire questo comportamento, finora quelle che sono state utilizzate come base per costruire strutture per la dissipazione di energia sono: segmenti sottili sinusoidali, segmenti rettilinei e lamine curve (tape spring). I segmenti sottili sinusoidali sono definiti elementi bi-stabili ovvero caratterizzati da due distinte posizioni di equilibrio. Applicando un carico trasversalmente alla curva il segmento esibirà una rigidità positiva, che tuttavia inizierà a ridursi fino a raggiungere una posizione di equilibrio instabile, a cui seguirà una fase a rigidità negativa, ovvero con verso concorde a quello del carico iniziale.

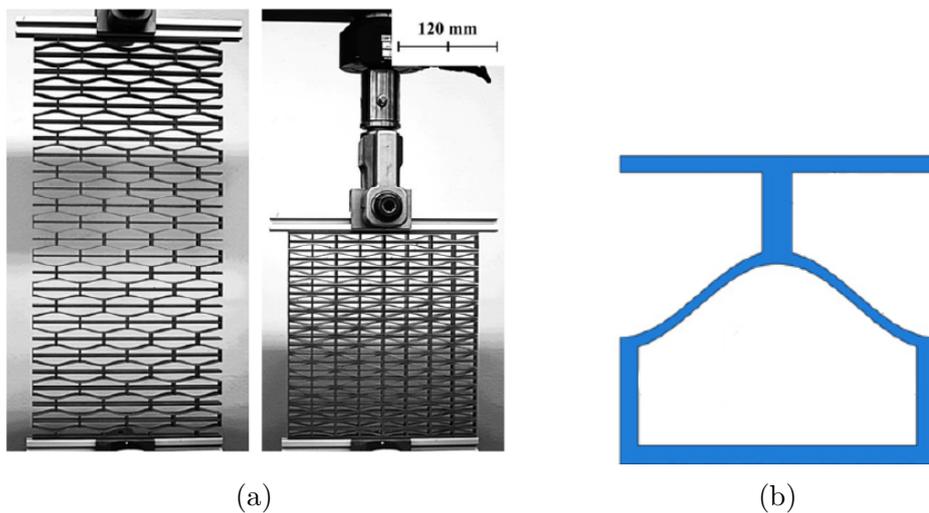


Figura 2.3: Esempio di struttura in grado di dissipare energia rimanendo in regime elastico basata su segmenti bi-stabili (a). A fianco viene mostrata la singola cella, costituita da un segmento sinusoidale (b) [49]

Come si può notare dalla figura 2.4, la relazione forza spostamento di questo elemento non sarebbe di per sé sufficiente a generare il fenomeno di *snapping*, tuttavia se si dispongono numerosi segmenti in serie, si inizia ad osservare la presenza di questo fenomeno, con entità proporzionale al numero di segmenti.

Questo si può spiegare osservando come le imperfezioni di ogni cella facciano sì che ogni segmento passi alla nuova condizione di equilibrio per un carico leggermente diverso dagli altri: al momento di applicazione del carico, l'intera struttura si flette accumulando energia elastica, ma al raggiungimento del primo punto di instabilità solo una fila *scatta*, mentre nel resto della struttura si osserva una rapida (e quindi ir-

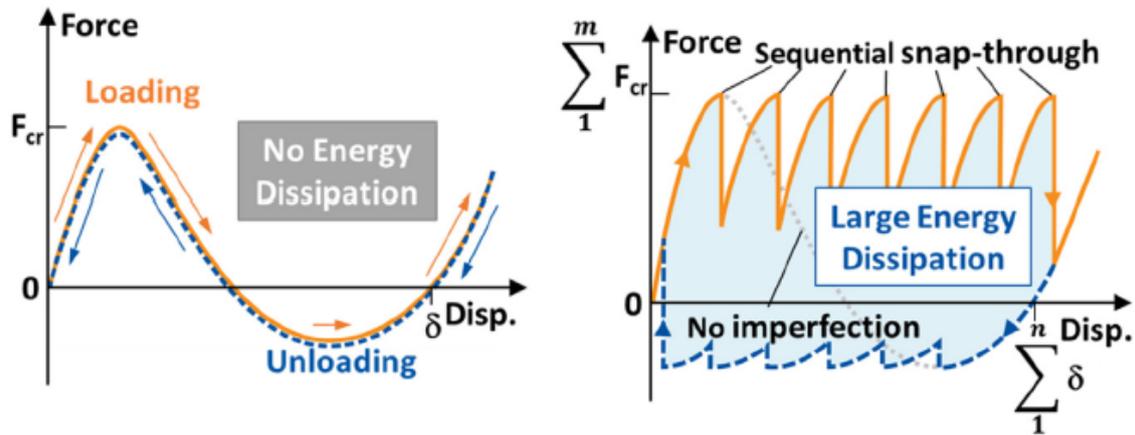


Figura 2.4: Confronto tra la relazione forza-spostamento di un singolo segmento bi-stabile e di una struttura composta da 7 celle in serie [54]

reversibile) perdita di energia elastica, convertita in vibrazioni che si propagheranno per l'intera struttura. Ripetendo questo fenomeno fino alla massima compressione del materiale quindi, ogni passaggio per una posizione di non equilibrio causerà dissipazione di energia [55]. Studi più approfonditi hanno già permesso di realizzare strutture simili di forma cilindrica [56], strutture in grado di eseguire snapping se sottoposte a carico in diverse direzioni [53] e strutture con celle bi-stabili ottimizzate topologicamente [57] 2.5.

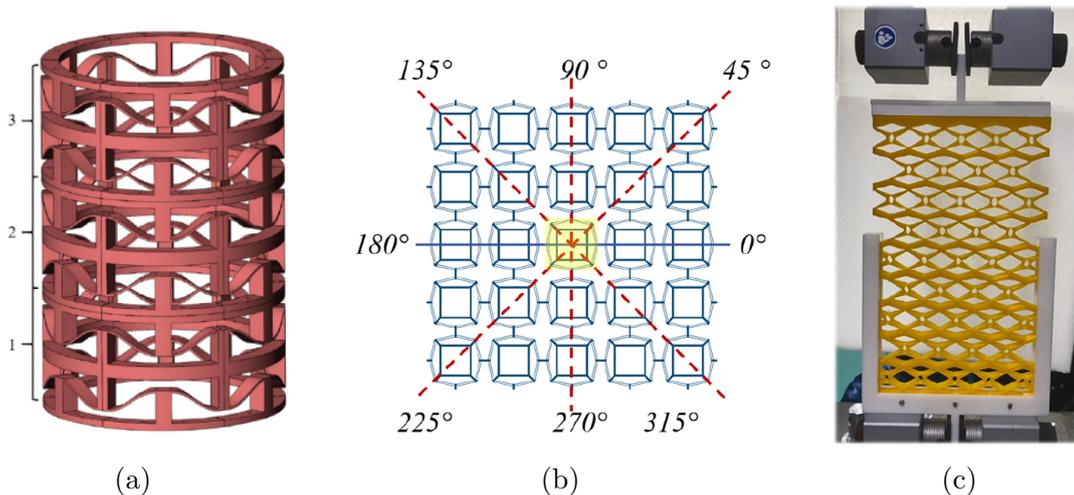


Figura 2.5: Esempi di strutture bi-stabili avanzate, aventi forma cilindrica [56] (a), in grado di eseguire snapping se sottoposte a carico in diverse direzioni [53] (b) e con celle bi-stabili ottimizzate topologicamente [57] (c)

Caratteristica comune di questo tipo di struttura è che una volta compressa completamente, questa non risulta più in grado di dissipare energia per compressione, in quanto dovrebbe essere riportata tramite una forza esterna alla condizione iniziale.

Per risolvere questo inconveniente, sono state realizzate strutture il cui elemento di base non è costituito da un segmento sinusoidale, bensì da un semplice segmento rettilineo inclinato. Il singolo segmento viene dimensionato per raggiungere una condizione di non equilibrio se sottoposto a carico di punta (buckling) tuttavia a differenza del caso precedente, questo non presenta la successiva fase a *rigidezza negativa*, pertanto una volta che il carico viene rimosso, questo ritorna autonomamente alla posizione iniziale [43].

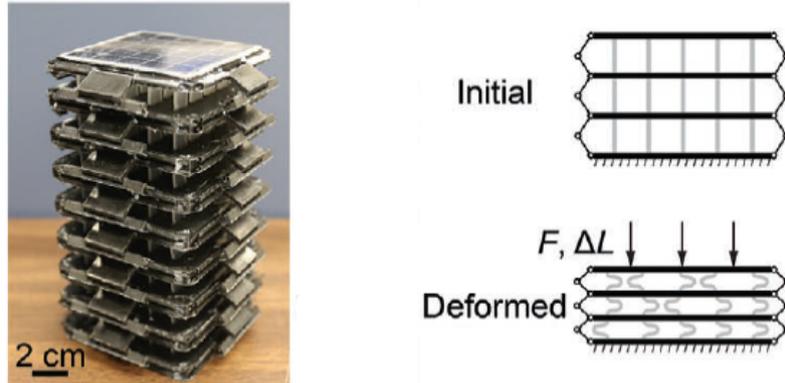


Figura 2.6: Esempio di struttura in grado di dissipare energia rimanendo in regime elastico basata su segmenti mono-stabili [43]

Sfruttando questo comportamento si riescono a realizzare strutture in grado di dissipare energia secondo un meccanismo del tutto analogo al caso del segmento sinusoidale, ma in grado di ritornare allo stato iniziale una volta che il carico di compressione viene rimosso, permettendone un utilizzo altamente ripetibile. Tra gli esempi si citano strutture dotate di geometrie tridimensionale [51], [58] e un caso capace di dissipare energia se sottoposto a sforzo di taglio anziché di compressione [54] 2.7.



Figura 2.7: Esempi di strutture mono-stabili avanzate, aventi sagoma tridimensionale [58] (a) e funzionanti tramite applicazione di sforzo di taglio [54] (b)

2.2 Introduzione alle tape springs

Le tape spring sono definite come strisce metalliche a parete sottile aventi una sezione trasversale curva. Tale curva descrive nella maggior parte dei casi un arco di circonferenza con angolo sotteso tra i 45° e i 180° . In figura 2.8 vengono evidenziate le quantità geometriche sufficienti a definire univocamente una tape spring, ossia il raggio R , la lunghezza L , lo spessore t e l'angolo sotteso dall'arco di circonferenza α . Nonostante la geometria molto semplice, il suo comportamento può risultare

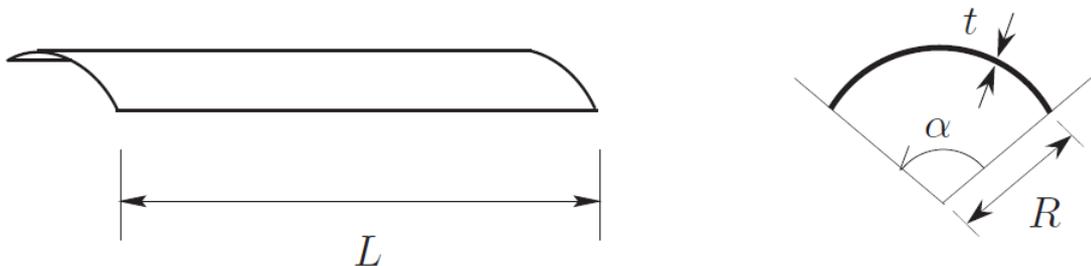


Figura 2.8: Sagoma di una tape spring. Vengono riportati i parametri geometrici principali che ne definiscono la geometria [59].

notevolmente complesso. Flettere la tape spring lungo il suo piano di simmetria longitudinale infatti, produce degli effetti fortemente non lineari, e differenti nel caso in cui la direzione sia concorde con il verso della curvatura oppure opposto. Il grafico 2.9 mostra la relazione momento angolare-rotazione angolare per una deflessione nel piano di simmetria della tape spring secondo un processo controllato in spostamento. In questo grafico, la rotazione angolare considerata positiva è quella effettuata nel verso opposto a quello della curvatura trasversale.

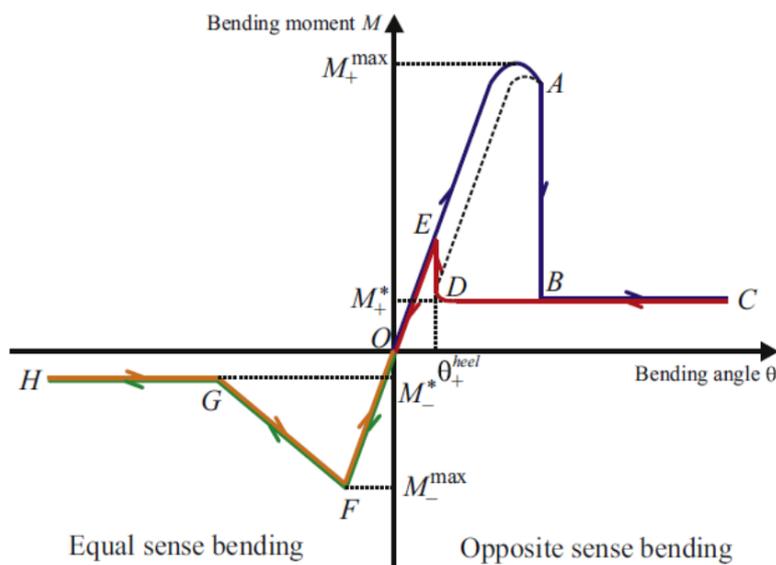


Figura 2.9: Grafico della relazione momento flettente-rotazione di una tape spring ruotata lungo il suo asse di simmetria. Lungo l'asse positivo delle ascisse si osserva il caso di *opposite bending* mentre sulla parte negativa il caso di *equal bending* [60]

Se si flette la tape spring nel verso opposto a quello della curvatura trasversale (*opposite bending*) secondo un processo controllato in spostamento, si osserva inizialmente un comportamento lineare, nel quale la tape assume una curvatura longitudinale regolare. Man mano che l'angolo di deflessione θ aumenta, la porzione centrale della tape spring inizia a deformarsi, e l'andamento forza-spostamento perde di linearità, raggiungendo un valore massimo. Flettendo ulteriormente, si assiste ad un rapido fenomeno di *snapping* attraverso il quale la porzione centrale della tape spring assume una curvatura trasversale nulla e una curvatura longitudinale locale molto accentuata. Si può dimostrare che la curvatura longitudinale presente dopo il fenomeno di *snapping* presenta un raggio molto simile a quello della curvatura trasversale della tape spring a riposo [61]. Come conseguenza di ciò, il momento flettente cala bruscamente, per poi continuare a crescere molto lentamente man mano che l'angolo di flessione aumenta, e mantenendo il raggio di curvatura longitudinale approssimativamente costante. Se si decide di invertire l'angolo di flessione per riportare la tape spring alla condizione iniziale, si osserva che la curvatura longitudinale centrale scompare tramite un fenomeno altrettanto rapido, che tuttavia avviene per un angolo di flessione minore rispetto a quello individuato in fase di carico. Una volta che la tape spring ha recuperato l'originale curvatura trasversale, l'andamento della relazione forza-spostamento risulta lineare, e del tutto sovrapponibile con i valori osservati in fase di carico.

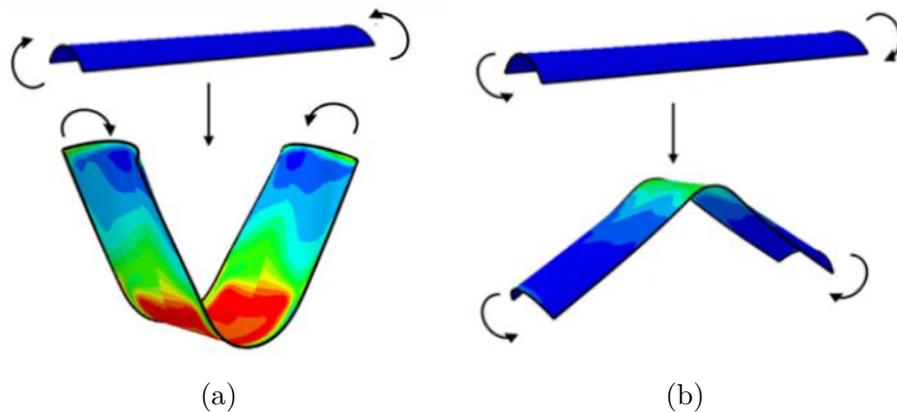


Figura 2.10: Rappresentazione grafico del comportamento di una tape spring nel caso di *opposite bending* (a) ed *equal bending* (b) [62]

Poiché l'area sottesa al grafico per questo tipo di deflessione è non nulla, si può dedurre che il rapido fenomeno di *snapping* costituisca un processo irreversibile in grado di dissipare energia. Nello specifico, l'energia di deformazione elastica accumulata nella tape spring viene parzialmente convertita in energia cinetica sotto forma di vibrazioni ad alta frequenza, per poi essere dissipate dagli attriti interni del materiale [63]. Nel caso in cui si operi una flessione con modalità analoghe a quelle descritte in precedenza ma in verso concorde a quello della curvatura trasversale si osserva un comportamento più regolare. Anche in questo caso, per piccoli angoli la relazione forza spostamento è lineare, finché non si assiste alla scomparsa della curvatura trasversale ed alla comparsa di curvatura longitudinale nella zona centrale della tape spring. Tuttavia in questo caso il momento flettente non crolla improvvisamente, ma inverte il suo andamento, decrescendo linearmente in modo regolare (fenomeno chiamato "biforcazione [59]"), dunque senza costituire alcun fenomeno di *snapping*. Una volta che la curvatura longitudinale è pienamente formata, il momento flettente smette di crescere, per ricominciare anche in questo caso a salire molto lentamente con la progressiva deflessione angolare. Poiché in questo caso non è avvenuto alcun tipo di snapping, ripercorrere la flessione del tipo *equal bending* in verso opposto comporta un andamento momento flettente-deflessione angolare identico a quello rilevato in fase di carico. Per questo motivo, questo tipo di flessione non è legato ad alcuna dissipazione di energia.

2.2.1 Principali applicazioni

L'applicazione più comune delle tape springs è il comune metro a nastro, che sfrutta la sua deformabilità elastica per avvolgerla in un contenitore di piccole dimensioni. Una volta estesa, la tape spring recupera la curvatura trasversale, e pertanto

acquisisce rigidità a flessione, permettendo al metro di rimanere esteso in linea retta. Per questo tipo di applicazione la tape spring possiede una curvatura di raggio $2\text{co}3\text{m}$ per un angolo sotteso di circa $\alpha = 45 - 60^\circ$. In ambito spaziale invece, le tape spring vengono ampiamente utilizzate per il dispiegamento di antenne e pannelli. La loro capacità di accumulare energia deformandosi elasticamente per poi rilasciarla le rendono dei dispositivi pratici, compatti e affidabili per questo tipo di operazione, richiedendo ingombri, costi e masse molto inferiori rispetto a dispositivi elettromeccanici per il dispiegamento controllato [64], [35], [59]. Inoltre, la capacità di dissipare energia tramite il processo di *snapping* permette di smorzare autonomamente il contraccolpo e le oscillazioni derivanti dal rilascio libero di energia elastica, caratteristico di questo tipo di dispiegamento [35] [60]. Si è inoltre notato come una configurazione costituita da 2 o 3 tape springs disposte con i versi di curvatura alternati permette una migliore distribuzione delle tensioni e uno smorzamento delle oscillazioni più rapido [59], [63] [65]. Oltre ai normali giunti ad 1 grado di libertà, un altro esempio di dispositivo basato su tape spring è il *collapsible rib-tensioned surface* (CRTS) [66] utilizzato per il dispiegamento di una membrana riflettente, nel quale le tape spring sono disposte radialmente e collegate alla membrana, in modo da contenerla in un volume estremamente ridotto in fase di trasporto, per poi distenderla automaticamente tramite il rilascio dell'energia elastica accumulata nelle tape springs.

2.2.2 Strutture per la dissipazione di energia basate su tape spring

Come si è visto, l'uso pratico delle tape spring è quasi esclusivamente limitato alla realizzazione di dispositivi per il dispiegamento. Tuttavia recentemente sono stati effettuati alcuni studi per la realizzazione di strutture basate su tape spring volte allo specifico scopo di dissipare energia. Nell'articolo "*Mechanics of Chiral Honeycomb Architectures With Phase transformations*" [62], le tape spring sono state utilizzate in sostituzione a normali lamine metalliche rettilinee all'interno di una struttura chirale, mentre nell'articolo *Energy dissipating architected materials with transversely curved tapes and independently tunable properties* [67] è stata realizzata una struttura che imitasse le strutture mono-stabili mirando a flettere le tape spring tramite carico di punta.

In entrambi i casi è stato appurato che le energie dissipate abbiano valori confrontabili con altri materiali dissipativi. Nessuno studio tuttavia è stato svolto sulle possibilità di inserire questa tecnologia nell'industria aerospaziale. Nei casi citati,

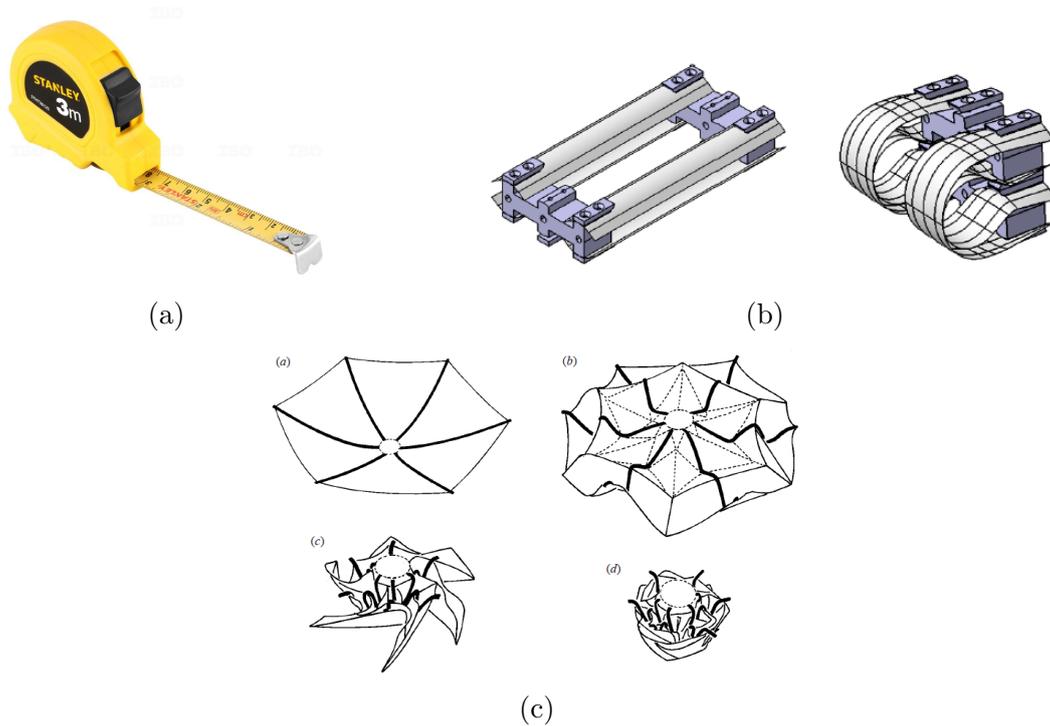


Figura 2.11: Esempi di applicazioni di una tape spring: Un metro flessibile (a), un perno ad 1 grado di libertà [65](b), un dispositivo CRTS per il dispiegamento di una membrana riflettente [66](c).

è stata accuratamente valutata la capacità di dissipare energia mentre altre qualità come la leggerezza e la compattezza, fondamentali per l'applicazione in missioni spaziali, non sono state considerate come parametri da ottimizzare. Il presente elaborato dunque si propone di esplorare questa possibilità, progettando e modellando una struttura basata su tape spring che rispettasse tutti questi requisiti. Si è deciso di suddividere il lavoro come segue: inizialmente sono stati eseguiti studi su singola tape spring, in modo da valutare l'impatto dei diversi parametri geometrici sulla dissipazione di energia. Successivamente sono state ideate e simulate diversi metodi di disporre la tape spring in una struttura compatta, selezionando la migliore in base ai criteri di efficienza, leggerezza e compattezza. Infine è stato eseguito uno studio più approfondito di analisi dinamica, testando la risposta del materiale ad urti con un oggetto sferico e a vibrazioni imposte alla base. Infine, si sono tratte le conclusioni confrontando i risultati ottenuti con le proprietà delle strutture elastiche citate in questo capitolo.

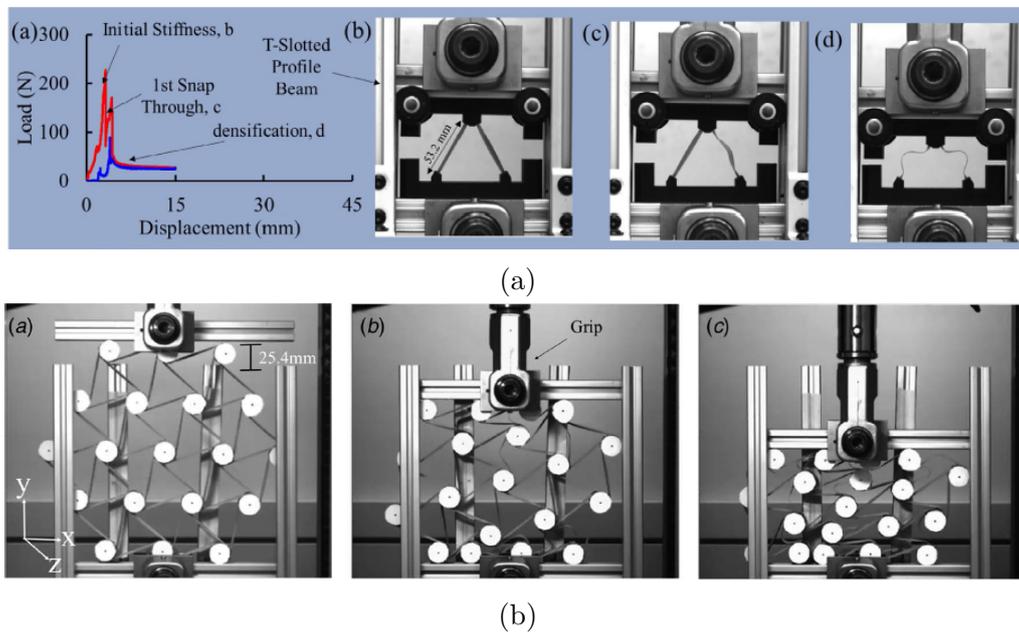


Figura 2.12: (a) Struttura A-PXCM costituita da tape springs inclinate caricate in punta [67]. (b) Struttura H-PXCM basata su tape spring disposte a geometria chirale esagonale [62].

Capitolo 3

Analisi singola tape spring

Prima di iniziare ad ideare la struttura vera e propria, si è cercato di stabilire come i diversi parametri geometrici che caratterizzano una tape spring possano influire sulla sua capacità di dissipare energia. Per isolare il contributo dato dal fenomeno di snapping si è scelto di effettuare numerose analisi su una singola tape spring sottoposta a semplice flessione, variando di volta in volta le sue dimensioni caratteristiche.

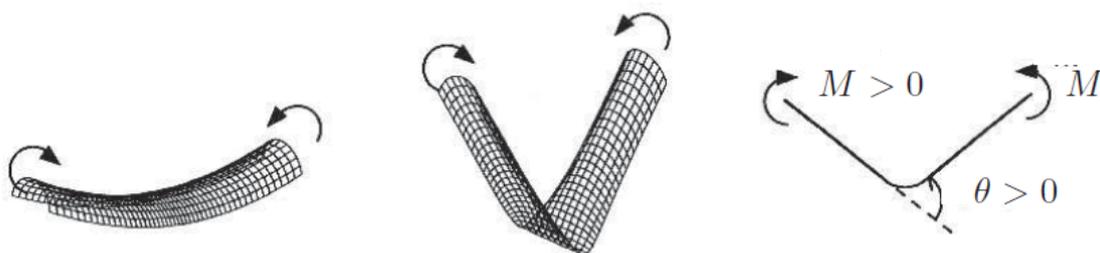


Figura 3.1: Tape spring sottoposta a flessione del tipo *opposite bending* [59]

Poiché la totalità di strutture adibite alla dissipazione di energia illustrate nel capitolo precedente calcolano il fattore di dissipazione legato ad un processo quasi-statico, si decide di analizzare queste tape springs secondo lo stesso criterio, in modo da poter confrontare i risultati ottenuti con quelli delle altre strutture. In questo capitolo verranno illustrate innanzitutto le principali tecniche di simulazione statica per strutture con comportamento non lineare. Dopodiché si descriverà nel dettaglio il modello agli elementi finiti realizzato e lo si validerà con degli esempi ricavati in bibliografia. Infine verranno presentati i dati raccolti dall'analisi di differenti tape springs e le considerazioni che si è potuto trarne.

3.1 Metodi numerici per analisi non lineari

A differenza dei problemi lineari, nel caso di fenomeni non lineari il solutore non può limitarsi a risolvere un sistema di equazioni lineari costruendo una singola matrice di rigidezza per poi invertirla. Il metodo più comune per affrontare questo tipo di problemi, detto "Metodo di Newton" si basa sul considerare il carico complessivo come applicato gradualmente lungo un certo intervallo di tempo fino a giungere alla configurazione finale. Il carico viene cioè suddiviso in un determinato numero di incrementi, per ognuno dei quali si calcola la configurazione di equilibrio, risolvendo l'equazione:

$$P - I = 0 \quad (3.1)$$

Con I = forze interne alla struttura, P =forze esterne applicate. Il vettore delle forze interne I viene definito in base alla matrice di rigidezza ricalcolata ad ogni iterazione come la tangente locale alla curva forza-spostamento, e pertanto legata alla deformazione della struttura in quella specifica iterazione.

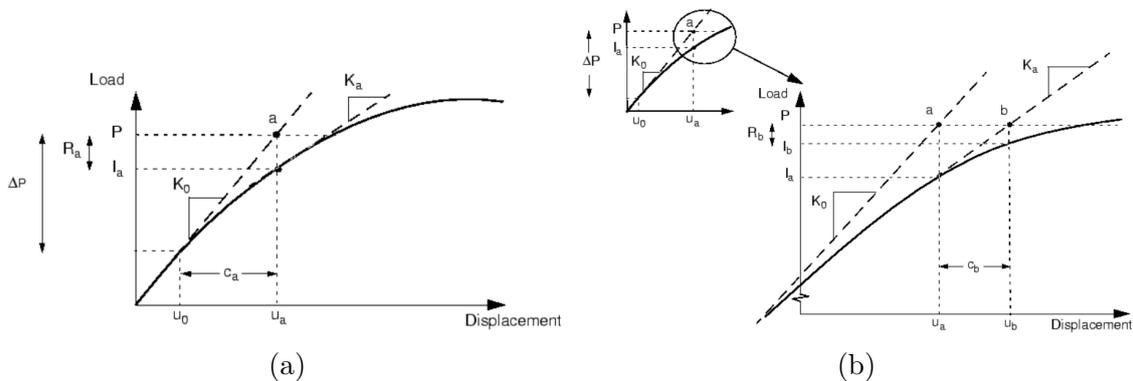


Figura 3.2: Rappresentazione grafica ad 1 grado di libertà del metodo di Newton. Il primo incremento viene calcolato utilizzando la rigidezza linearizzata al punto di partenza. Si avrà un residuo dato dalla differenza tra P e I (a). Successive iterazioni con nuovi valori di rigidezza vengono effettuate per ridurre il residuo fino a convergenza per quel dato incremento di P (b) [68]

Poiché risulterebbe impossibile ottenere una soluzione esatta procedendo per iterazioni puramente lineari, l'incremento si considera risolto quando, dopo un certo numero di iterazioni, il residuo tra il carico applicato in quell'incremento e il vettore delle forze interne risulta inferiore ad un certo valore predefinito [68].

Nel caso in cui una struttura sia soggetta al fenomeno di snapping, l'utilizzo diretto di questo metodo non permetterebbe di ottenere la curva reale di tutti i

punti di equilibrio, per via dell'instabilità causata dal punto ad asintoto verticale in cui la tangente risulterebbe infinita.

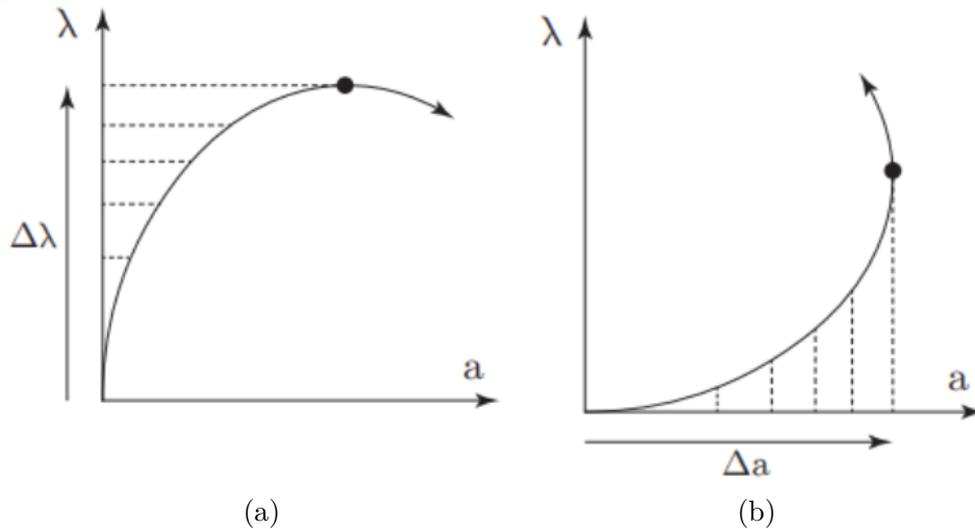


Figura 3.3: Punti problematici per il calcolo della tangente nel caso di fenomeno controllato in carico (a) e controllato in spostamento (b) [68]

Per risolvere questo tipo di problema si possono usare diversi approcci come ad esempio effettuare un'analisi dinamica, la quale non necessita di svilupparsi per punti di equilibrio. Volendo tuttavia effettuare un'analisi statica per i motivi detti in precedenza, le soluzioni sono introdurre uno smorzamento artificiale nel metodo appena spiegato, oppure fare uso di una tecnica differente nota come "Metodo di Riks" o "*Arc length method*".

3.1.1 Metodo di Newton con smorzamento numerico

Per permettere al solutore di convergere ad una soluzione finita nonostante il punto di asintoto verticale, è possibile aggiungere una forza puramente numerica F_v definita come:

$$F_v = cMv \quad (3.2)$$

che viene poi inserita nell'equazione di equilibrio completa.

$$P - I - F_v = 0 \quad (3.3)$$

dove c è il fattore di smorzamento numerico, M è una matrice di massa fittizia calcolata con densità unitaria (il suo scopo quindi è rendere lo smorzamento proporzionale al volume della struttura) e $v = \frac{\Delta u}{\Delta t}$ è definito come il rapporto tra il vettore

degli spostamenti notali e l'intervallo di tempo tra due incrementi. Questa forza quindi si comporta come una viscosità fittizia, la quale è trascurabile se lo spostamento dei nodi tra due incrementi di tempo è piccola, mentre diventa considerevole se tale spostamento è elevato, come accade nel caso di divergenza della soluzione. In questo modo il solutore riesce a superare la zona di instabilità convergendo ad un nuovo punto di equilibrio, che sarà collocato in corrispondenza di uno spostamento uguale o superiore a quello dell'incremento precedente.

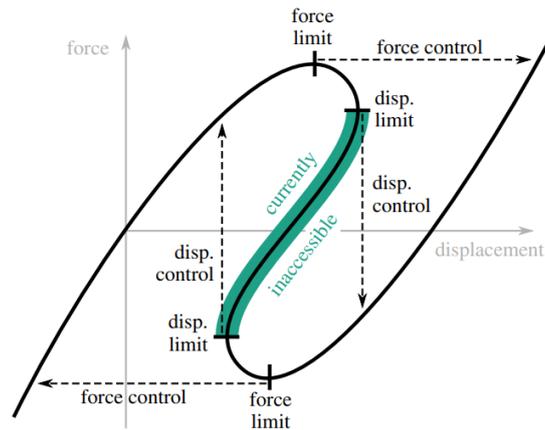


Figura 3.4: La parte tratteggiata indica l'andamento della curva tracciabile tramite metodo di Newton con smorzamento numerico. La porzione evidenziata in verde non è tracciabile con questo algoritmo [69].

Nonostante con questo metodo non si riesca a calcolare tutti i punti di equilibrio effettivi, la simulazione imita il comportamento reale che si osserva durante l'instabilità: seguire con precisione la serie completa di punti di equilibrio richiederebbe infatti una variazione del carico applicato molto rapida e precisa, cosa impossibile all'atto pratico data la rapidità del fenomeno di *snapping*. La principale criticità di questo metodo risiede nella scelta del corretto coefficiente di smorzamento, il quale dovrà essere sufficientemente elevato da permettere la convergenza dell'analisi, ma non così elevato da influenzare l'accuratezza della soluzione.

3.1.2 Metodo di Riks (*Arc length method*)

Nel caso si desideri ottenere l'intera sequenza di punti di equilibrio senza ricorrere a fattori numerici fittizi, è possibile utilizzare il Metodo di Riks, detto anche *arc length method*. Secondo questo algoritmo, il carico di ogni incremento non è un termine noto ma un'incognita da calcolare. Viene cioè definito un carico di riferimento fisso, il quale è moltiplicato ad un fattore incognito, che viene calcolato ad ogni iterazione. Poiché è stata introdotta un'incognita aggiuntiva è necessario definire un'ulteriore

quantità nota che regoli la soluzione. Per fare ciò si impone che la soluzione ricada entro un arco di circonferenza di raggio definito, da cui l'appellativo "Arc length method" di questa tecnica. In questo modo, l'equazione non è più controllata né in carico né in spostamento, ma procede secondo archi di circonferenza, permettendo di aggirare il problema dei punti ad asintoto orizzontale o verticale.

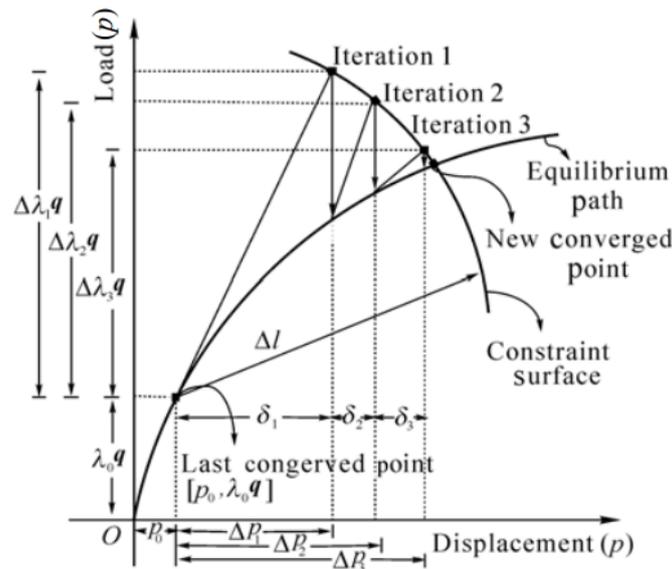


Figura 3.5: Rappresentazione grafica del metodo di Riks. L'arco di circonferenza definisce l'avanzamento del singolo incremento, all'interno del quale si compiono diverse iterazioni per giungere a convergenza. Si noti che nelle varie iterazioni vengono ricalcolati sia lo spostamento ΔP che il fattore moltiplicativo del carico di riferimento λ [70].

La dimensione del raggio di circonferenza viene inizializzata dall'utente, e poi ricalcolata ad ogni iterazione in base alla difficoltà di convergenza dell'incremento precedente.

3.2 Realizzazione e validazione del modello agli elementi finiti

Per valutare quale metodo fosse il più adatto in termini di accuratezza e costo computazionale, sono state effettuate delle simulazioni su alcune tape spring presenti nel documento [59].

Per le analisi agli elementi finiti sono stati considerati inizialmente i software commerciali MSC Patran/Nastran e ABAQUS FEA. Si è deciso di utilizzare quest'ultimo poiché ha dimostrato una maggiore rapidità nei tempi di calcolo per ana-

lisi non-lineari, e algoritmi più robusti, cioè in grado di convergere con un minore intervento da parte dell'utente.

Poiché lo spessore risulta inferiore per alcuni ordini di grandezza rispetto alle altre dimensioni, si considera accettabile modellare la tape spring tramite una superficie 2D curva, realizzata tramite estrusione di un semplice arco di circonferenza. La geometria della tape e il tipo di carico applicato presentano due simmetrie: una simmetria longitudinale lungo l'intera tape spring e una simmetria trasversale nella sezione centrale. Pertanto, per ridurre i tempi di calcolo è possibile realizzare un modello costituito solamente da un quarto di tape spring.

I parametri delle tape spring simulate per la validazione del modello sono i seguenti:

- $\alpha = 110^\circ$
- Spessore $t = 0.1 \text{ mm}$
- Lunghezza $L = 100 - 150 - 200 - 250 - 300 \text{ mm}$
- Raggio di curvatura $R = 10 \text{ mm}$

Il materiale utilizzato è una lega Rame Berillio (CuBe), materiale classico con cui si realizzano tape spring in virtù dell'ottimo rapporto tra rigidità e tensione di deformazione plastica. Di seguito vengono riportate le principali caratteristiche del materiale [59].

- Modulo di Young $E = 131 \text{ GPa}$
- modulo di Poisson $\nu = 0.3$
- Tensione di snervamento $\sigma_y = 1.175 \text{ GPa}$

Gli elementi scelti sono elementi 2D di tipo shell (chiamati S4R in ABAQUS, ossia elementi "shell" dotati di 4 nodi e applicati con metodo di integrazione ridotta). Il numero di elementi è stato scelto sulla base di quelli presenti nel documento di confronto, ossia circa 2mm. Le condizioni al contorno che si decide di adottare prevedono di considerare le estremità della tape spring come incastrate rigidamente ad un perno avente come unici gradi di libertà quello di rotazione lungo l'asse X e traslazione lungo l'asse Z 3.6. Si realizza questa condizione legando tutti i nodi dell'estremità della tape spring ad un singolo nodo posto in corrispondenza del baricentro della sezione. Tale baricentro può essere ricavato tramite la formula del settore di corona circolare:

$$y_C = \frac{2\sin(\alpha)}{3\alpha} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \quad (3.4)$$

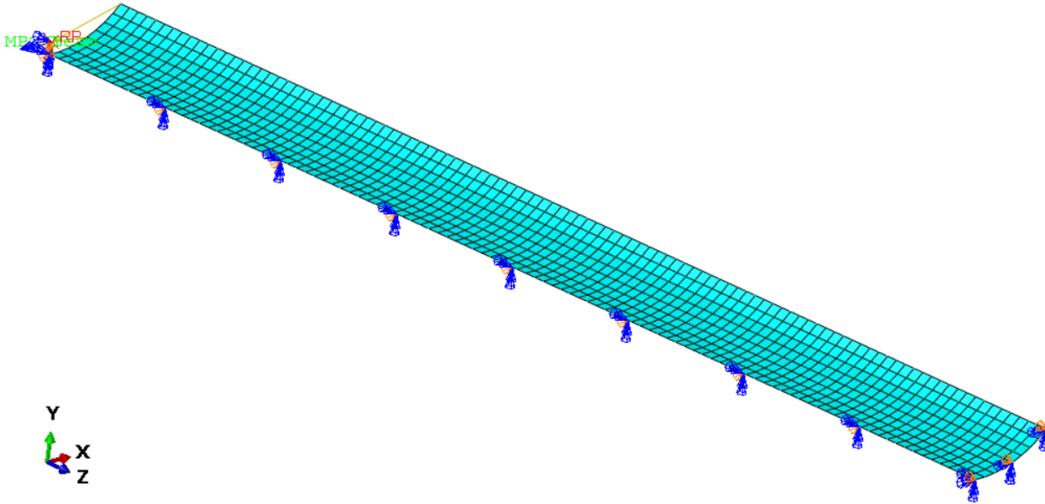


Figura 3.6: Modello agli elementi finiti di un quarto di tape spring, a cui sono applicati vincoli di simmetria e vincoli rigidi tra la sezione e il suo baricentro

Riassumendo, i vincoli da imporre sul modello sono:

- Vincolo rigido tra l'estremità ed il baricentro della sezione.
- Il baricentro può solo ruotare attorno a x e traslare lungo z.
- Simmetria Z sulla simmetria trasversale.
- Simmetria X sulla simmetria longitudinale.
- Il carico è un momento di rotazione attorno all'asse X (per il metodo di Riks) o una rotazione angolare sempre attorno all'asse x (per il metodo di Newton).

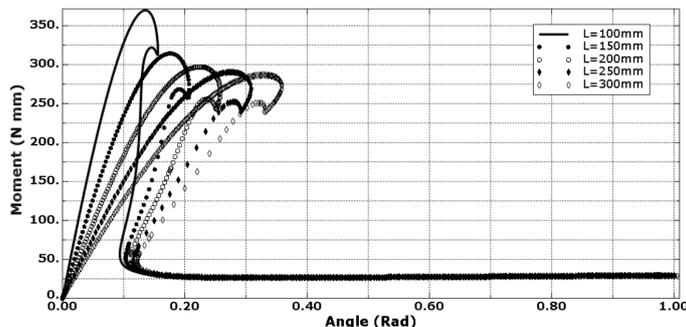
3.2.1 Analisi con Metodo di Riks

Il metodo di Riks può essere applicato fornendo in input il valore dell'incremento iniziale e i valori di incremento massimo e minimo. Un algoritmo interno al programma si preoccuperà di calcolare di volta in volta l'incremento successivo in base al numero di iterazioni richieste per calcolare il passo precedente. I parametri ottimali da fornire per garantire la convergenza dell'analisi non possono essere calcolati in anticipo, pertanto vengono dedotti per tentativi ("trial and error") e variano in

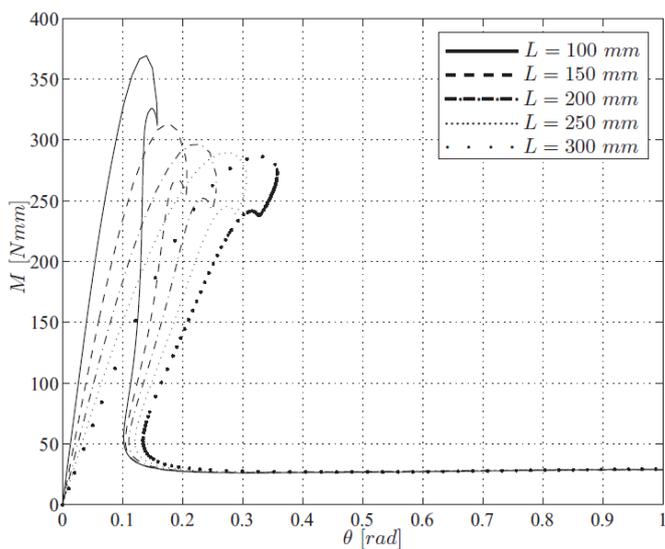
base alla geometria analizzata. Per fornire delle indicazioni di massima, si riporta il range di valori generalmente utilizzato:

- Incremento iniziale: 0.001 – 0.0005
- Incremento minimo: 10^{-10}
- Incremento massimo: 0.01 – 0.0005

Si è inoltre notato che a parità di parametri per il controllo degli incrementi, la convergenza dell'analisi può essere influenzata anche dal carico iniziale in base a cui viene calcolato il fattore moltiplicativo del metodo di Riks. Anche in questo caso il parametro ottimale viene dedotto per via iterativa, collocandosi generalmente tra $1.2 - 0.8 \cdot Mmax$ con $Mmax$ momento flettente di picco sviluppato dalla tape spring. Si mostra in seguito i risultati delle analisi delle 5 tape spring simulate:



(a)



(b)

Figura 3.7: Relazione forza spostamento di una tape spring con lunghezza variabile tra 100mm e 300mm (a). Confronto con gli stessi grafici ricavati dal documento [59](b).

Come si può notare, i risultati sono in ottimo accordo: l'errore massimo riscontrato è del 3% circa, pertanto la metodologia utilizzata può essere considerata affidabile.

3.2.2 Analisi con Metodo di Newton a dissipazione numerica

Per applicare questo metodo è necessario anche in questo caso impostare i valori per il controllo automatico degli incrementi, i cui valori risultano compresi nei range già esposti. In aggiunta occorre definire il parametro di smorzamento. La soluzione più ottimale prevede di definire l'energia dissipata tramite il parametro viscoso come frazione dell'energia complessiva di deformazione elastica. Definendo un valore indicativo ed un valore massimo, un algoritmo interno calcolerà il fattore di smorzamento c più opportuno in base alla difficoltà di convergenza dell'incremento [68]. Nel caso in cui il fenomeno di instabilità avvenga nelle primissime fasi della simulazione è necessario impostare direttamente il fattore di smorzamento c , poiché il solutore non ha tempo di valutarne uno sulla base di incrementi precedenti. Poiché in questo caso lo *snapping* avviene solo dopo una determinata flessione della tape possiamo utilizzare la modalità riferita alla massima energia di dissipazione. Anche in questo caso non esistono metodi analitici per identificare il valore più appropriato da assegnare: si tratta di trovare un compromesso tra un coefficiente sufficientemente alto da garantire la convergenza, ma non così alto da compromettere l'accuratezza della soluzione. Di seguito illustriamo il generico range di valori che hanno permesso di arrivare a convergenza:

- Frazione di energia dissipata (valore indicativo): 0.1-0.001
- Frazione massima di energia dissipata: 0.05-0.001

A differenza del metodo di Riks, in questo caso il carico dovrà essere costituito da una rotazione angolare imposta al nodo di estremità, scelta in modo tale da essere superiore alla rotazione minima richiesta per far avvenire lo *snapping*. Si noti che, poiché questa analisi non fornisce l'intera sequenza dei punti di equilibrio, è necessario suddividere l'analisi in 2 step distinti, corrispondenti rispettivamente alla fase di carico e scarico della tape.

In figura 3.8 possiamo notare come questa tecnica produca una sovrapposizione quasi perfetta con la porzione di curva necessaria a valutare l'energia dissipata.

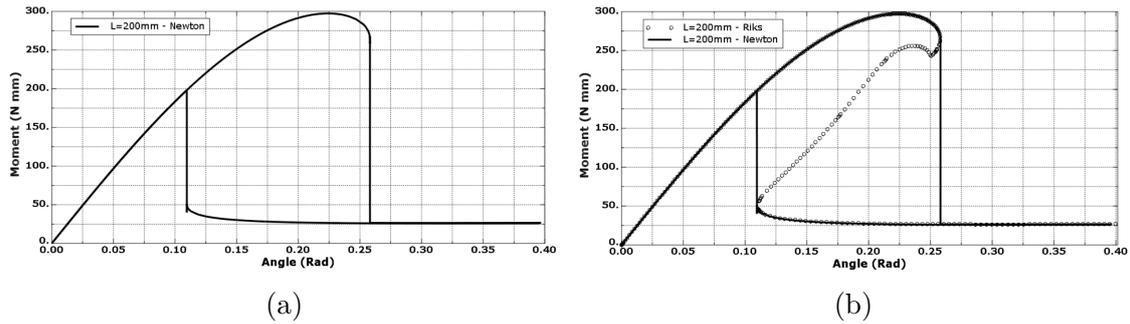


Figura 3.8: Relazione forza spostamento di una tape spring di dimensioni $L = 200\text{mm}$, $R = 10\text{mm}$, $t = 0.1\text{mm}$ ottenuta con il metodo di Newton (a). Confronto della stessa curva ottenuta con il metodo di Riks

Si è potuto constatare come in modelli molto semplici e con pochi elementi, il metodo di Riks risulti migliore poiché permette di ottenere l'esatta sequenza di punti di stabilità tramite un'unica analisi, a differenza del metodo di Newton che richiede due analisi distinte. Quando però le dimensioni della mesh crescono, il costo computazionale del metodo di Riks sale notevolmente, e ciò è amplificato dal fatto che in generale sono necessari più tentativi per raggiungere la convergenza. Il metodo di Newton con dissipazione numerica, risulta invece molto più robusto, e con tempi di calcolo nettamente inferiori nonostante la necessità di dividere l'analisi in 2 step. Per questo motivo si decide di effettuare le analisi seguenti utilizzando il metodo di Newton.

3.3 Influenza dei parametri geometrici sulla dissipazione di energia

3.3.1 Range dei parametri geometrici

Come già accennato, i parametri identificativi di una tape spring nella sua versione più semplice sono 4: lunghezza [m], spessore [m], raggio di curvatura [m] e angolo di arco sotteso [rad]. Come suggerito dall'articolo [67] applicando il teorema di Buckingham al fenomeno di flessione di una tape spring è possibile ridurre di 1 il numero di variabili libere N del sistema definendo $N - 1$ variabili adimensionali ottenute rapportando 2 delle 3 dimensioni basate sulla lunghezza alla terza. L'ipotesi di fondo è che due tape spring geometricamente simili (ossia aventi sagoma e lunghezze proporzionalmente corrispondenti) vedono anche l'energia associata alle deformazioni elastiche scalata proporzionalmente al volume. Ciò significherebbe che nonostante abbiano energie dissipate differenti, l'energia dissipata su unità di

volume sarà molto simile (e dunque a parità di densità del materiale anche l'energia su unità di massa). Sono state eseguite delle analisi per validare questa ipotesi simulando una tape spring di dimensioni $R = 10mm$, $L = 200mm$, $t = 0.1mm$ (Tape 1) e una tape spring identica ma scalata di un fattore 2, ossia di dimensioni $R = 20mm$, $L = 400mm$, $t = 0.2mm$ (Tape 2).

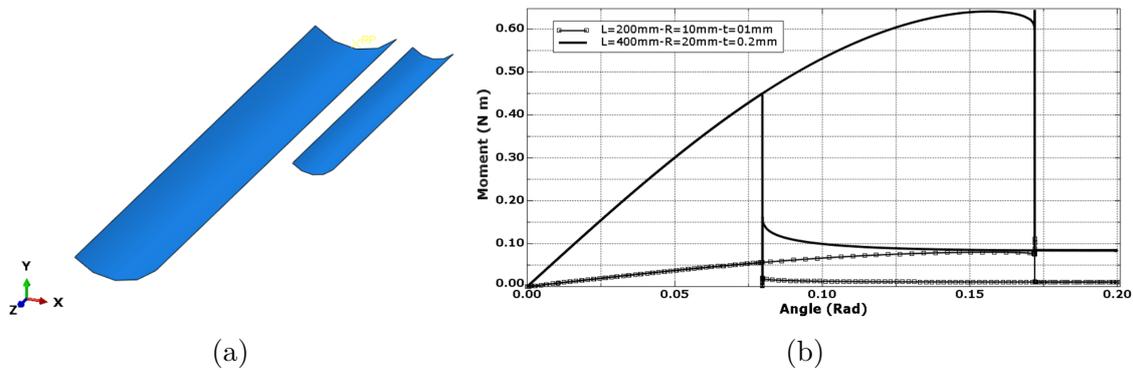


Figura 3.9: Modelli geometrici delle due tape spring analizzate. La tape spring maggiore coincide con la tape spring minore scalata di un fattore 2 (a). I grafici Momento-rotazione angolare delle due tape spring (b). Si noti come la rotazione a cui avviene lo *snapping* coincide nelle due tape mentre la forza massima risulta scalata precisamente di un fattore 8

	W_{diss} (J)	$M(kg)$	W_{diss}/M (J/kg)	σ_{yield} (MPa)
Tape 1	0.0119	0.00254	4.687	995.77
Tape 2	0.0954	0.02035	4.687	995.75

Tabella 3.1: Confronto dei valori di energia dissipata e tensione massima tra 2 tape spring geometricamente scalate di un fattore 1:2

Dai dati raccolti possiamo notare che, scalando le lunghezze di un fattore 2 (e quindi l'intero volume di un fattore 8) l'energia dissipata e il massimo momento angolare sviluppato crescono proporzionalmente al volume di un fattore 8, mentre l'energia dissipata su unità di massa e la tensione massima rimangono pressoché invariate. Validata l'ipotesi di partenza, si decide di scalare la lunghezza e lo spessore sul raggio di curvatura della tape spring, che può quindi essere mantenuto costante al valore di $R = 10mm$. La scelta del parametro da fissare dipende puramente da una questione di comodità: poiché è necessario analizzare un gran numero di tape spring diverse, risulta molto più semplice modificare tra un'analisi e l'altra lo spessore (si utilizzano elementi 2D, quindi non è necessario né aggiornare le geometrie né la mesh, contrariamente a quanto accadrebbe modificando il raggio di curvatura). La lunghezza viene preferita al raggio di curvatura come parametro libero poiché ha dimensioni maggiori, e pertanto permette di lavorare con numeri più agevoli.

Il range di valori da assegnare ai vari parametri dipende da diversi fattori. Per quanto riguarda l'angolo che sottende l'arco di circonferenza trasversale, si è dimostrato che per $\alpha \geq 180^\circ$ la tape spring non è in grado di piegarsi correttamente nel verso *opposite bending* [59] mentre per $\alpha \leq 89^\circ$ non si riscontrano correlazioni accurate tra modello agli elementi finiti e caso reale [71]. Gli spessori vengono scelti in modo da evitare approssimativamente la deformazione plastica del materiale. Nel documento [59] viene elaborata una formula per calcolare la massima tensione in una tape spring sottoposta a flessione del tipo *opposite bending* trascurando il fenomeno di *snapping* ovvero considerando la sezione indeformata. Seguendo questa ipotesi, osservando la figura 3.10, abbiamo che la porzione inferiore all'asse neutro sarà sottoposta a trazione, e la porzione superiore sarà sottoposta a compressione.

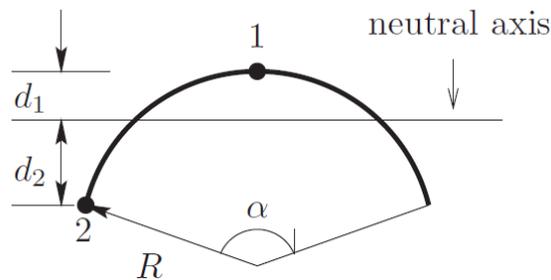


Figura 3.10: Rappresentazione dell'asse neutro di una sezione di tape spring sottoposta a flessione.

Ne risulta che la zona maggiormente sollecitata sarà quella più distante dall'asse neutro, ovvero il punto 2. Il modulo dello stress in quel punto è calcolato come:

$$\frac{t}{R} = \frac{\sigma_y(1 + \nu)}{E} = \frac{1.175 \cdot 10^9 \cdot (1 + 0.3)}{131 \cdot 10^9} = 0.012 \quad (3.5)$$

Poiché grazie all'adimensionalizzazione il raggio è fissato, questa formula permette di calcolare il massimo spessore utilizzabile per evitare la deformazione plastica. Si noti che questa formula risulta approssimativa poiché non tiene conto delle tensioni sviluppate durante la fase di deformazione della sezione trasversale. Infine si decide di far variare la lunghezza della tape spring secondo valori ricorrenti osservati in letteratura. In definitiva il range di valori deciso per ogni variabile è:

- $\alpha = 90^\circ - 120^\circ - 150^\circ$
- $L = 100 - 200 - 300 \text{ mm}$
- $t = 0.1 - 0.05 \text{ mm}$

Per un totale di 18 modelli.

Infine, per stabilire la corretta dimensione degli elementi S4R sono state svolte diverse analisi su uno stesso modello aumentando di volta in volta il numero di elementi.

Come mostrato in figura 3.11 si nota che per elementi di circa $0.7mm$ la soluzione non varia in modo sensibile. Si noti che, generalmente, utilizzare una mesh troppo rada risulta in una sovrastima dell'energia complessivamente dissipata in quanto estende il range di angoli entro i quali si verifica il fenomeno di *snapping*. Il valore di momento angolare massimo invece ne risente solo in minima parte.

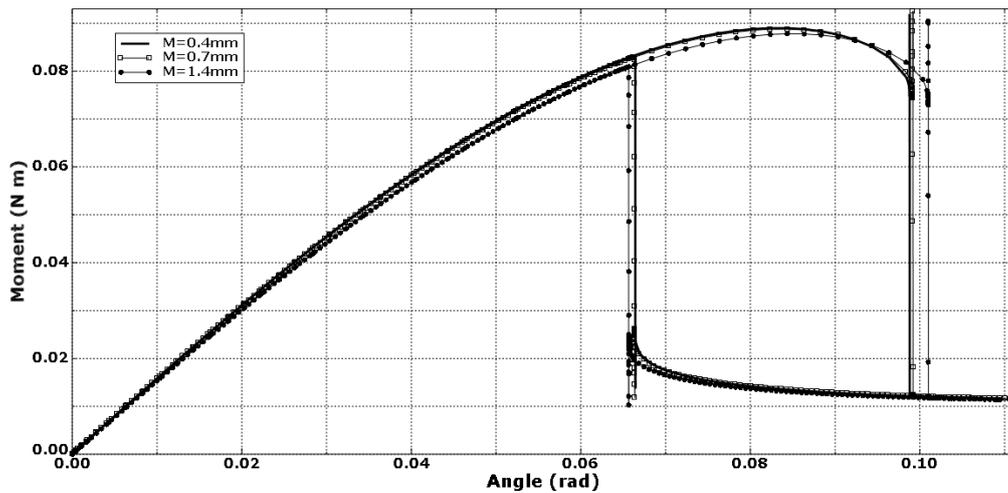


Figura 3.11: Analisi di sensibilità sulla mesh di una tape spring di parametri geometrici $\alpha = 90^\circ$, $R = 10mm$, $L = 100mm$ e $t = 0.1mm$ con elementi della mesh di lato rispettivamente di $15mm$, $7mm$ e $4mm$

3.3.2 Risultati e commento

Di seguito vengono forniti i grafici momento angolare-rotazione delle tape spring analizzate e una tabella con i parametri di energia ricavati dalle diverse analisi. Vengono fornite l'energia in fase di caricamento W_{in} , l'energia dissipata in un ciclo completo W_{diss} , la massa della tape spring M , l'energia dissipata su unità di massa W_{diss}/M (J/kg) la massima tensione sviluppata σ_{max} ed il fattore di perdita (in inglese *loss factor*) η . Quest'ultimo fattore è definito come $\eta = \frac{W_{diss}}{2\pi W_{in}}$ e rappresenta la frazione di energia dissipata su energia immessa in fase di caricamento, per radiante. Suddividere la frazione di energia dissipata per unità di radiante ha senso fisico solamente nel momento in cui il carico applicato sia un'oscillazione con andamento sinusoidale, tuttavia questo fattore viene impiegato in tutti gli studi relativi a materiali in grado di dissipare energia, pertanto si decide di impiegarlo anche in

questo studio per fornire un metro di paragone con le strutture e i materiali già esistenti.

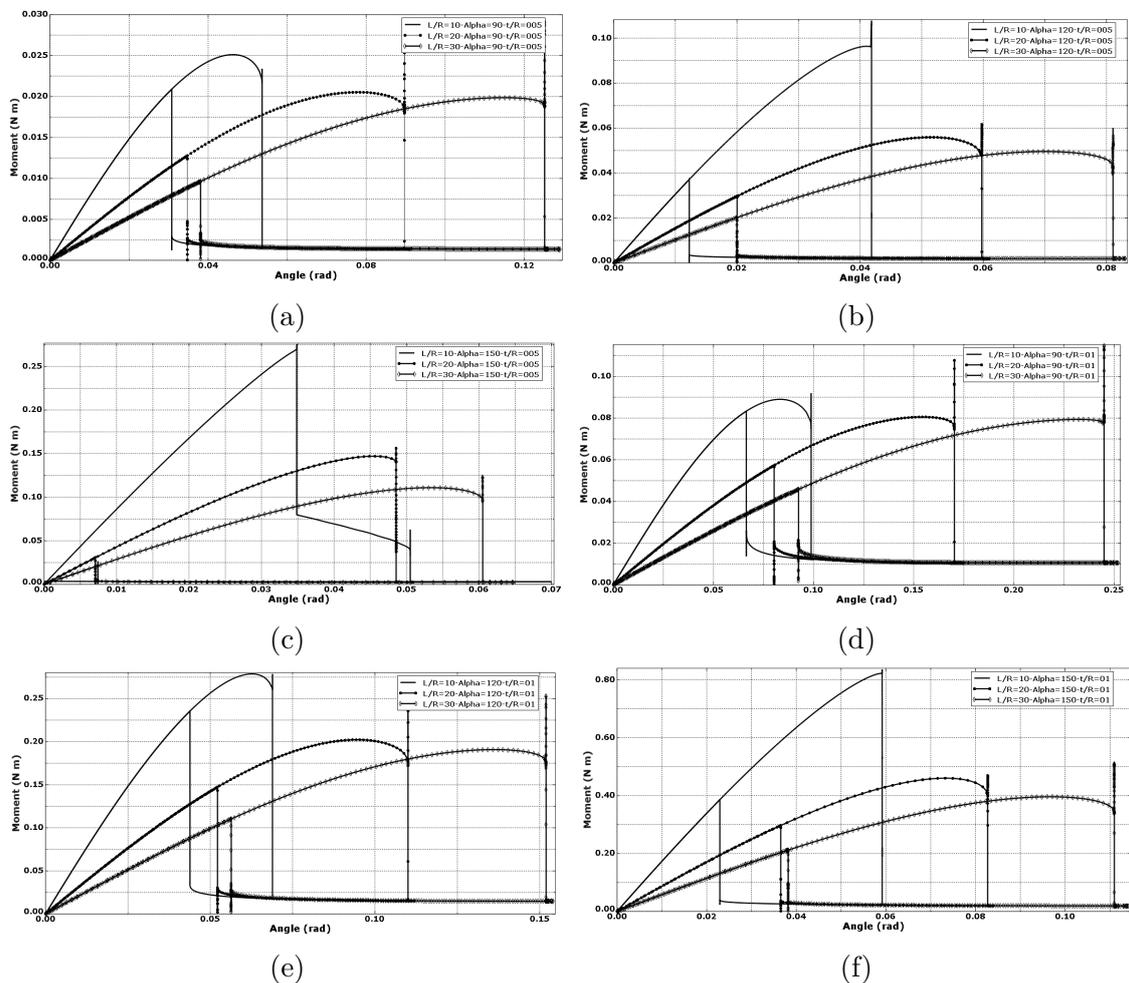


Figura 3.12: Grafici momento angolare-rotazione di singole tape spring sottoposte a flessione. In uno stesso grafico si trovano tape spring accomunate da stesso spessore adimensionale t/R e stessa ampiezza di angolo sotteso α con lunghezza L variabile.

	$W_{in}(J)$	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M(J/kg)$	$\sigma_{max}(GPa)$
$\alpha=90,$ L/R=10, t/R=0,005	0.00357	0.0020	0.0897	0.000636	3.17	0.55
$\alpha=120,$ L/R=10, t/R=0,005	0.00953	0.0083	0.1389	0.000848	9.81	1.19
$\alpha=150,$ L/R=10, t/R=0,005	0.02420	0.0233	0.153	0.00106	21.99	2.5
$\alpha=90,$ L/R=20, t/R=0,005	0.00494	0.0037	0.118	0.00127	2.879	0.51
$\alpha=120,$ L/R=20, t/R=0,005	0.00882	0.0072	0.131	0.00170	4.271	0.82
$\alpha=150,$ L/R=20, t/R=0,005	0.01760	0.0167	0.151	0.00212	7.872	1.32
$\alpha=90,$ L/R=30, t/R=0,005	0.00655	0.0053	0.128	0.00191	2.755	0.515
$\alpha=120,$ L/R=30, t/R=0,005	0.01071	0.0094	0.139	0.00254	3.681	0.56
$\alpha=150,$ L/R=30, t/R=0,005	0.01739	0.0165	0.151	0.00318	5.180	1.10
$\alpha=90,$ L/R=10, t/R=0,01	0.02376	0.0093	0.062	0.00127	7.325	0.97
$\alpha=120,$ L/R=10, t/R=0,01	0.04893	0.0245	0.080	0.00170	14.456	1.26
$\alpha=150,$ L/R=10, t/R=0,01	0.11039	0.0885	0.128	0.00212	41.711	2.86

	$W_{in}(J)$	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M(J/kg)$	$\sigma_{max}(GPa)$
$\alpha=90,$ L/R=20, t/R=0,01	0.03641	0.0222	0.097	0.00254	8.729	0.97
$\alpha=120,$ L/R=20, t/R=0,01	0.05940	0.0390	0.105	0.00339	11.505	1.06
$\alpha=150,$ L/R=20, t/R=0,01	0.09810	0.0713	0.116	0.00424	16.820	1.55
$\alpha=90,$ L/R=30, t/R=0,01	0.05082	0.0349	0.109	0.00382	9.137	0.99
$\alpha=120,$ L/R=30, t/R=0,01	0.07639	0.0572	0.119	0.00509	11.240	1.01
$\alpha=150,$ L/R=30, t/R=0,01	0.11545	0.0924	0.127	0.00636	14.530	1.26

Tabella 3.2: Valori di energia dissipata e tensione massima al variare dei parametri geometrici adimensionalizzati

Osservando i risultati si può notare inizialmente come il parametro con l'impatto più regolare sia lo spessore. In tutti i casi si nota come uno spessore maggiore comporti sia un aumento di energia in input sia un aumento di energia dissipata, tuttavia il *loss factor* decresce, ad indicare che in proporzione dissipa una frazione minore di energia immessa. La massa ovviamente aumenta, ma aumenta anche l'energia dissipata su unità di massa, dunque l'aumento di energia dissipata copre l'aumento di peso. Infine come ci si può aspettare, la tensione massima sale con l'aumento dello spessore.

Per quanto concerne l'ampiezza dell'angolo sotteso α , anche in questo caso il suo aumento comporta un aumento di energia immessa ed energia dissipata, tuttavia a differenza dello spessore in questo caso la frazione di energia dissipata sale, rendendolo un parametro particolarmente vantaggioso da aumentare per applicazioni leggere. Anche in questo caso, la massa aumenta ma l'aumento di energia dissipata copre a sufficienza questo fattore. Una considerazione interessante si può fare osservando l'aumento della tensione massima, nonostante considerando la formula 3.5 l'ampiezza dell'angolo sotteso non dovrebbe influirvi. Il motivo, come si può notare in figura, risiede nel fatto che all'aumentare di questo parametro aumenta la tensione sviluppata nella fase di piegatura della sezione trasversale, fattore che era stato trascurato nel computo dell'equazione 3.5.

Infine, anche al crescere della lunghezza, l'energia immessa e l'energia dissipata

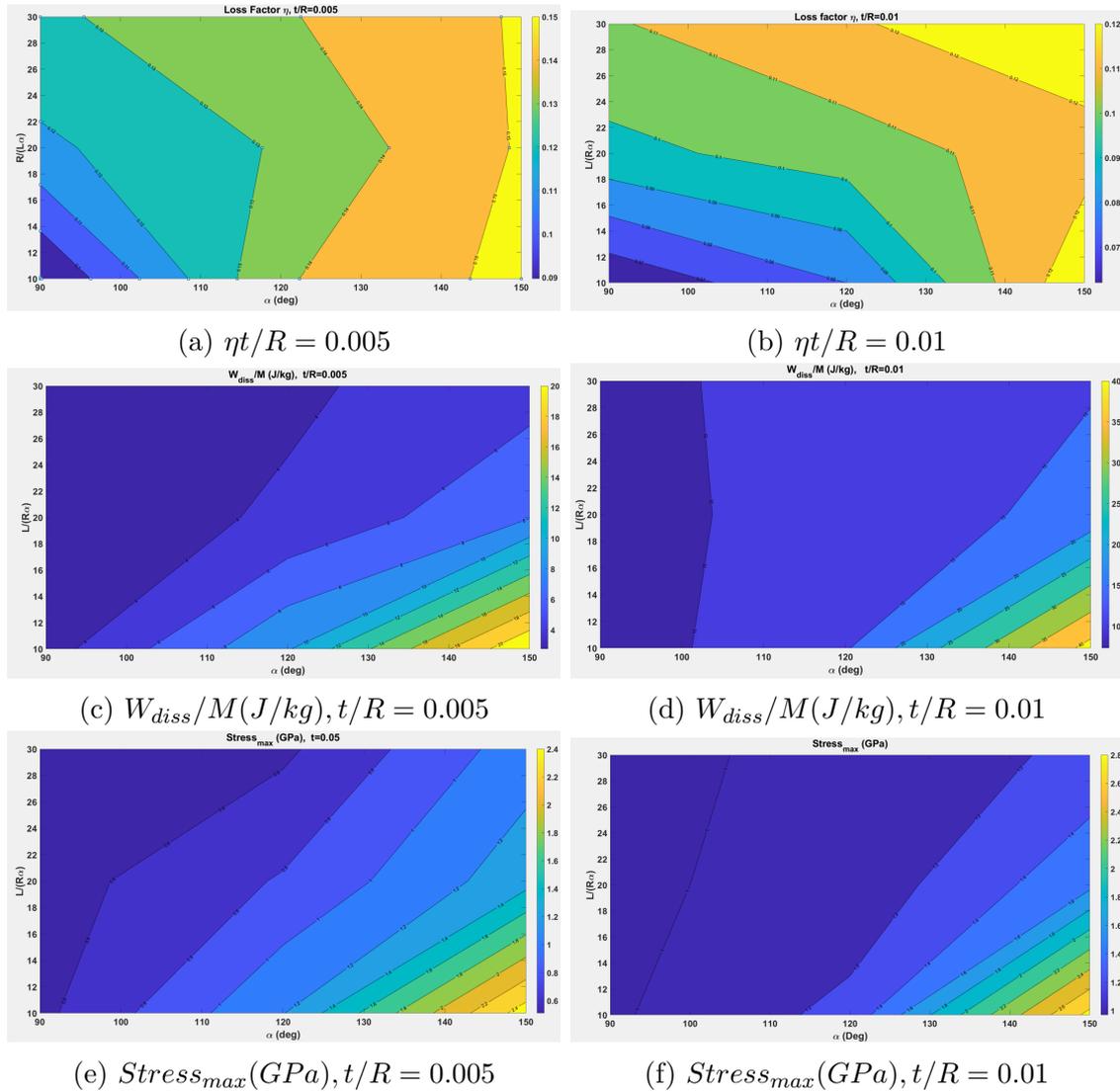


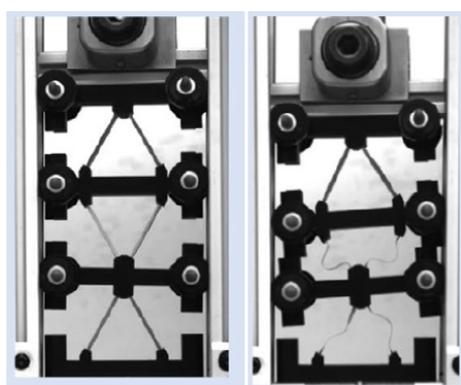
Figura 3.13: Contour plot costruito sui dati indicati in tabella 3.2

aumentano. Tuttavia a differenza dei casi precedenti, questo aumento non è sufficiente a coprire l'aumento di massa in quanto si nota che l'energia dissipata su unità di massa cala con la lunghezza. Si noti però che stranamente per il caso di $\alpha = 90$ e $t/R = 0.01$ tale tendenza risulta invertita. Si può poi notare che l'aumento di lunghezza migliora la percentuale di energia dissipata η , anche se in misura minore di quanto riesce a fare l'aumento dell'ampiezza dell'angolo sotteso. Risulta particolarmente significativo il comportamento che si osserva per lunghezze ridotte. Si osserva che per lunghezze sufficientemente elevate la tensione massima dipenda molto poco dalla lunghezza, mentre per lunghezze ridotte rispetto alle dimensioni della sezione di estremità si osserva un'impennata di tensione massima e di energia dissipata. Questo suggerisce che studiare delle lunghezze ridotte possa portare a livelli di dissipazione di energia notevoli mantenendo delle dimensioni contenute,

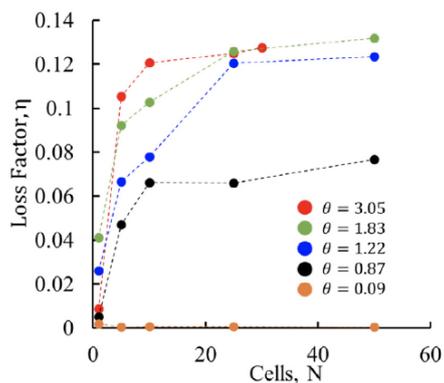
purché si riesca a rimanere entro delle tensioni massime accettabili.

Conclusioni

In conclusione, ognuno di questi parametri presenta vantaggi e svantaggi distinti e non è semplice definire univocamente una direzione da prendere. Spessori elevati, angoli sottesi elevati e lunghezze ridotte permettono di dissipare molta energia in rapporto al peso, tuttavia risultano parametri limitati dalla tensione massima raggiunta. Di contro puntare su lunghezze elevate permetterebbe di impiegare angoli sottesi elevati senza incorrere in tensioni eccessive e mantenendo molto alta la percentuale di energia dissipata. Si possono aggiungere due osservazioni: per un'applicazione spaziale è necessario disporre di soluzioni poco ingombranti e delle tape spring di lunghezza elevata andrebbero contro questo requisito. In secondo luogo, nel caso in cui si volesse applicare quanto osservato nel capitolo precedente in merito al mettere in serie numerose componenti, si dovrebbe osservare un aumento nel *loss factor*, compensando il valore ridotto che si ottiene con una singola tape di piccola lunghezza 3.14.



(a)



(b)

Figura 3.14: Esempio di strutture nelle quali l'aumento del numero di celle in serie determina un aumento di loss factor. [67]

Come linea guida di base, si cercherà quindi di studiare geometrie basate su tape spring di lunghezza ridotta, puntando a massimizzare spessore e ampiezza di angolo sotteso per quanto permesso dal massimo stress prodotto. Tale stress dovrà essere attentamente valutato mediante analisi FEM e regolato modificando iterativamente i parametri geometrici in quanto la formula analitica proposta non è risultata sufficientemente accurata.

Capitolo 4

Modellazione di diverse geometrie

In questo capitolo verrà trattata l'ideazione e la modellazione di diverse strutture basate su tape spring per la dissipazione di energia. Verranno spiegati i principali vantaggi che si punta ad ottenere in ogni soluzione e le strategie utilizzate per modellarle. Le prestazioni delle varie strutture verranno poi confrontate tra loro per selezionare quella con caratteristiche migliori. Per la struttura scelta verrà fornita nel capitolo successivo una caratterizzazione più estesa del comportamento per carichi dinamici.

4.1 Definizione preliminare delle geometrie

4.1.1 Descrizione delle geometrie

A differenza delle strutture trovate in letteratura, quelle che ci si appresta a progettare saranno pensate per un'applicazione in campo spaziale. La complessità delle strutture spaziali deriva in parte dalla necessità di essere quanto più possibili leggere, compatte ed efficienti. Pertanto, le geometrie proposte sono state ideate considerando i seguenti requisiti:

- La struttura deve essere quanto più possibile capace di contenere numerose tape spring in un volume ridotto.
- Si deve minimizzare la quantità di struttura di supporto (ovvero la parte strutturale non costituita da tape springs), per ridurre il peso in eccesso.
- Si deve organizzare quando possibile le tape spring in modo che esse possano essere caricate "in serie", per ottenere l'effetto incrementale sulla dissipazione di energia descritto nel paragrafo 2.1.

- La struttura verrà caricata tramite una forza verticale discendente, in modo da confrontare i risultati con le strutture analoghe descritte nel capitolo precedente.

In generale inoltre, data la poca esperienza accumulata in questo tipo di strutture, si è cercato di mantenere la struttura semplice, evitando ad esempio complesse geometrie tridimensionali.

4.1.2 Caratteristiche generali

Nel capitolo precedente si era notato come per ottenere tape spring con un'elevata energia dissipata per unità di massa fosse utile sfruttare lunghezze sufficientemente ridotte da far sì che le le condizioni al contorno applicate alle estremità influissero sul fenomeno di snapping. Vi sono evidenze sperimentali di come in genere questa influenza inizi a verificarsi per tape spring di lunghezza $L < 5R\alpha$ con R raggio di curvatura trasversale e α angolo sotteso dalla curva trasversale [72]. Pertanto si ritiene opportuno esaminare per ogni applicazione delle tape spring di lunghezza $3R\alpha$, $5R\alpha$ e $7R\alpha$ in modo da valutare la convenienza o meno dell'interazione tra snapping ed estremità della tape spring. Lo spessore sarà valutato iterativamente di volta in volta come il più alto spessore che mantenga le tensioni massime al 90% della tensione di deformazione plastica del materiale (Fattore di sicurezza $SF = 1.1$).

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{yield}}{SF} = \frac{1175}{1.1} = 1068.2MPa \quad (4.1)$$

Si fissa il valore minimo dello spessore a $t_{min} = 0.1mm$ per motivi di fattibilità costruttiva. Infine, considerando l'adimensionalizzazione esposta nel capitolo precedente, il raggio è mantenuto costante a $R = 10mm$.

Per quanto riguarda la scelta del materiale, poiché le tape spring devono essere in grado di deformarsi elasticamente anche a bassissime temperature, la scelta dovrà ricadere su un materiale metallico. In letteratura, i materiali metallici con cui vengono classicamente costruite le tape spring sono la lega Rame-Berillio CuBe [59], [35], [72], [60] e più raramente, alcune leghe di acciaio [73], [67].

	$E(GPa)$	ν	$\rho(kg/m^3)$	$\sigma_{yield}(GPa)$
CuBe	131	0.3	8100	1.175
Steel alloy	200	0.3	7800	0.25-0.600

Tabella 4.1: Caratteristiche dei materiali principalmente impiegati per la realizzazione di tape spring

Come si può notare, la lega CuBe presenta una rigidezza inferiore, una densità leggermente superiore e una tensione di snervamento massima nettamente superiore. Si deve poi considerare che questa lega è il materiale con cui si ha più esperienza di impiego per quanto riguarda le tape springs in ambito spaziale, e pertanto costituisce un fattore di sicurezza aggiuntivo. Si decide quindi di utilizzare questo materiale per tutte le strutture ideate, lasciando ad analisi future una possibile realizzazione in acciaio.

4.2 Geometria 1

4.2.1 Introduzione

L'idea di partenza della prima geometria consiste nel realizzare una serie di tape spring incolonnate il più vicino possibile tra loro per minimizzare l'ingombro mantenendo la geometria semplice, in modo non diverso da quanto si osserva per le strutture composte da elementi bi-stabili 2.3. La differenza in questo caso sta nel fatto che l'elemento bi-stabile mantiene la stessa lunghezza orizzontale per tutta la deformazione, iniziando con sagoma incurvata e terminando con la stessa curvatura nel verso opposto. La tape spring invece parte da una configurazione rettilinea per poi curvarsi seguendo approssimativamente un arco di circonferenza. Per questo motivo le strutture di sostegno verticali non potranno essere dei semplici segmenti equidistanti ma dovranno essere collegate tra loro con dei perni agli angoli, che permettano a tali segmenti di seguire una determinata traiettoria. 4.1.

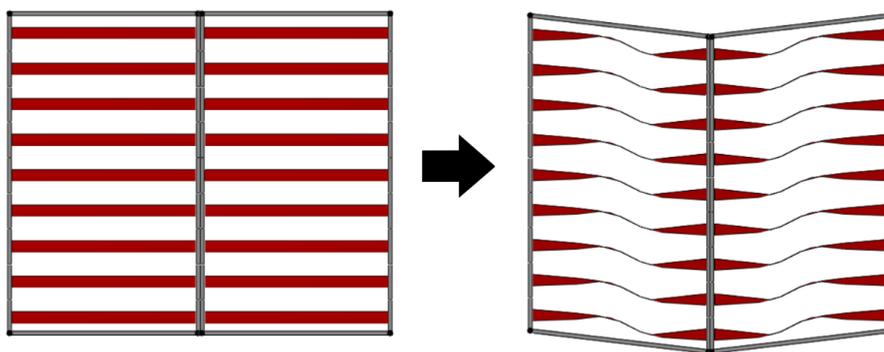


Figura 4.1: Disegno schematico della geometria

In questo modo la struttura di supporto diventa in grado di modificare la propria dimensione orizzontale per assecondare la deformazione della tape spring. Una volta effettuate le analisi FEM e verificata l'effettiva traiettoria delle estremità delle tape spring si potrà definire nel dettaglio la geometria del supporto.

Questa prima geometria presenta il vantaggio di riuscire a flettere le tape spring in modo estremamente controllato minimizzando lo spazio tra di esse. Il principale svantaggio è quello di non permettere alle tape spring in una stessa colonna di flettersi in serie, poiché tutte quante si piegheranno contemporaneamente (dunque in "parallelo"). In questo modo la struttura non può giovare degli effetti migliorativi sulla frazione di energia dissipata.

Per riuscire a raggiungere questo scopo, una possibile modifica è quella mostrata in figura 4.2.

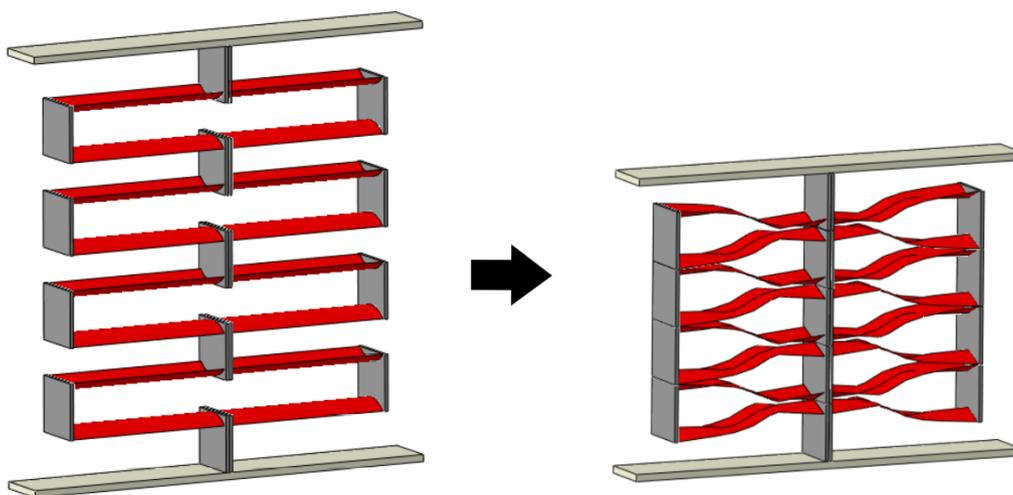


Figura 4.2: Disegno schematico della geometria 1 nella versione con tape spring in serie

Poiché ora le tape spring si flettono in versi alterni, per avere flessione di tipo "opposite bending" in ognuna, esse dovranno essere disposte con le concavità in versi alterni. Si noti tuttavia che in questo modo, a parità di tape spring aumenta sia l'ingombro complessivo che la massa richiesta dalla struttura di supporto. Tramite le successive analisi FEM si potrà valutare se il beneficio dato dallo snapping in serie compensi o meno l'aumento di massa e volume.

4.2.2 Modello agli elementi finiti

Per modellare la struttura nella sua versione in "parallelo" è sufficiente simulare il comportamento di una singola tape spring. Poiché infatti il movimento di ognuna è imposto dal telaio rigido, queste si deformeranno allo stesso modo ed approssimativamente in contemporanea, senza influenzarsi reciprocamente. Si procede costruendo una normale tape spring disposta orizzontalmente ricordando che, sfruttando le simmetrie, ci si può limitare a modellarne solamente una metà rispetto all'asse di

simmetria longitudinale. Per semplicità si considera inizialmente che entrambe le estremità della tape spring siano vincolate rigidamente al telaio, ad esempio tramite saldatura. Per modellare questa condizione al contorno è sufficiente porre una condizione di incastro ad un'estremità, e vincolare rigidamente l'altra estremità ad un punto posto nel baricentro della sezione (in ABAQUS questo viene fatto con un vincolo Multi Point Constraint tipo "Beam"). Poiché i segmenti verticali del telaio sono vincolati a rimanere paralleli, si impone al nodo posto nel baricentro di poter traslare nel piano YZ senza poter ruotare attorno ad alcun asse. Similmente a quanto fatto nel capitolo precedente, la mesh prodotta sarà composta da elementi bidimensionali del tipo "S4R". Si conclude applicando al nodo presente nel baricentro della sezione un carico discendente parallelo all'asse Y.

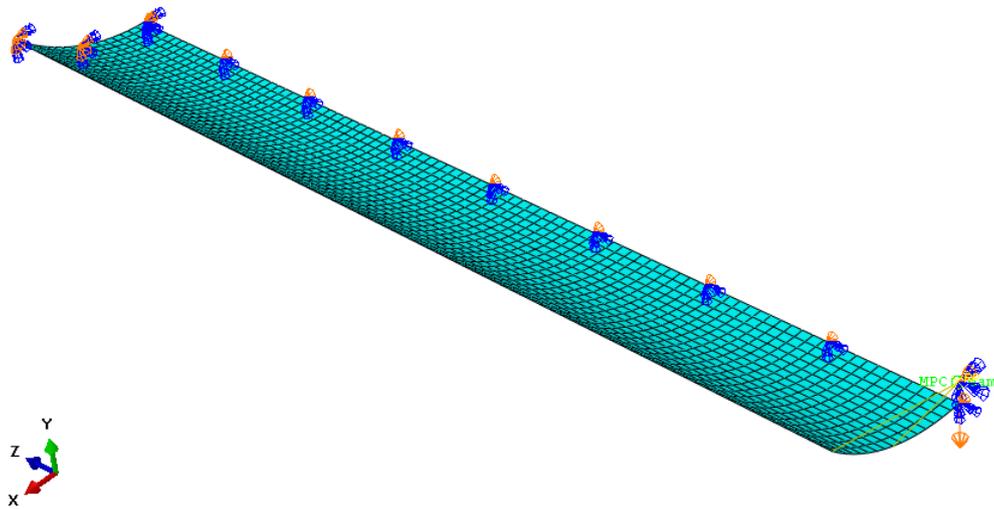


Figura 4.3: Modello agli elementi finiti per la geometria 1 nella sua versione in parallelo

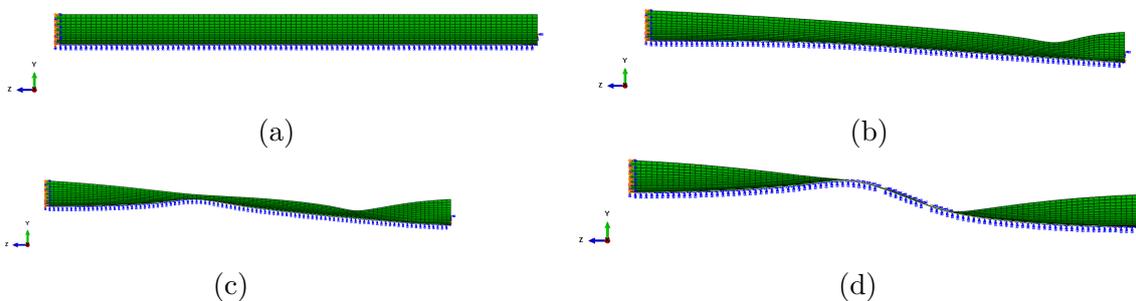


Figura 4.4: Deformata di una tape spring per la geometria 1 (a-d). L'estremità sinistra è incastrata mentre l'estremità destra è vincolata a traslare nel piano YZ rimanendo parallela all'estremità sinistra. Si noti il diverso comportamento per la flessione di tipo opposte bending (sinistra) ed equal bending (destra)

4.2.3 Scelta del metodo numerico

Come accennato precedentemente, poiché nella fase preliminare si era riscontrato che un aumento di spessore porta sempre ad un aumento di energia dissipata su unità di massa, si cercherà per ogni casistica analizzata di massimizzare lo spessore in modo da raggiungere al massimo una tensione massima accettabile (90% della tensione di deformazione plastica del materiale). Per questo motivo è fondamentale riuscire ad ottenere con quanta più precisione possibile la distribuzione delle tensioni nel corso della deformazione della struttura. Poiché questo aspetto non era stato considerato nelle analisi della singola tape spring effettuata nel capitolo precedente, si ritiene opportuno confrontare tra loro le due tipologie di analisi statiche non lineari esposte nel paragrafo 3.1.

Dalle analisi di sensibilità emerge immediatamente come, per le dimensioni e le condizioni al contorno considerate, le tensioni tendono a concentrarsi in punti specifici, e pertanto per riuscire a valutare correttamente la loro intensità si deve ricorrere ad elementi di dimensione estremamente ridotta 4.5. Si noti poi che, come si è visto dall'andamento della deformata in figura 4.4, la fase di snap non prevede necessariamente una curva localizzata in un punto preciso, dunque non è semplice definire con precisione una singola area in cui infittire la mesh.

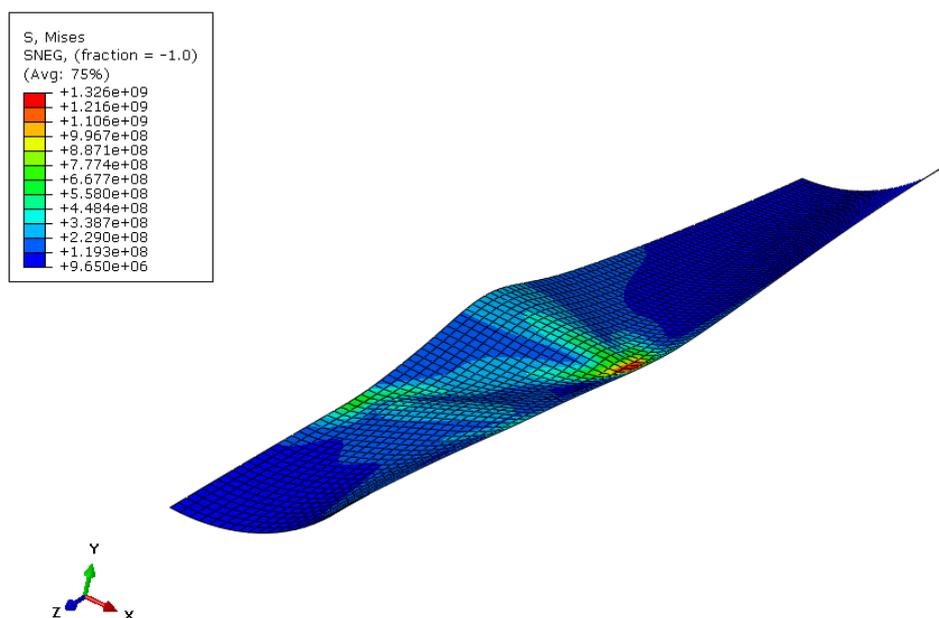


Figura 4.5: Distribuzione delle tensioni per una tape spring di parametri geometrici $\alpha = 110^\circ$, $L/(R\alpha) = 5$, $t/R = 0.008$. Si nota che le tensioni si concentrano in aree molto ridotte, dunque per valutarle correttamente si deve fare uso di una mesh molto fina.

Se si confrontano i risultati ottenuti tramite i metodi di Newton e Riks, si può notare come in alcuni casi le tensioni generate nella fase di snapping valutata tramite il metodo di Newton con dissipazione numerica risultino molto superiori rispetto a quelle valutate tramite metodo di Riks

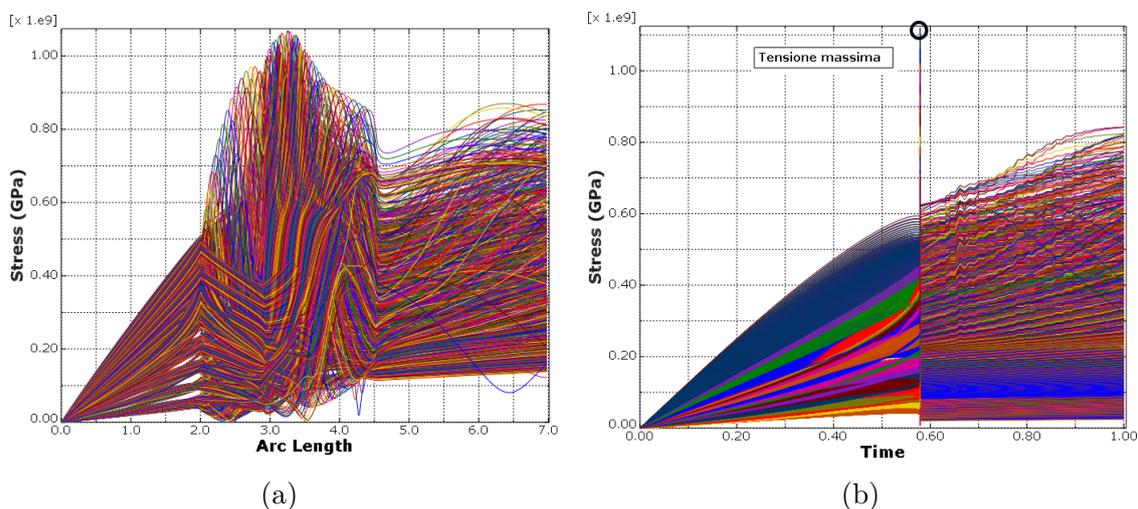


Figura 4.6: Confronto tra le tensioni massime ottenute utilizzando il metodo di Riks (a) e il metodo di Newton con dissipazione numerica (b).

Da grafici in figura 4.6 si nota come le tensioni calcolate con metodo di Riks siano delle curve continue, mentre le tensioni calcolate con metodo di Newton prevedano un picco improvviso corrispondente al punto di discontinuità dello snapping. In questo caso, non è semplice identificare quale sia il risultato più attendibile, in quanto il metodo di Riks nella fase di snapping segue una sequenza di punti di equilibrio che non rispecchia il comportamento reale della struttura, mentre il metodo di Newton fa uso di una dissipazione artificiale non legata al fenomeno fisico (tuttavia necessaria a portare l'analisi a convergenza, e quindi non eliminabile). Come ulteriore termine di paragone è possibile effettuare un'analisi di tipo "quasi-statico", ossia un'analisi dinamica in cui però la struttura viene mossa con una velocità talmente ridotta da rendere trascurabile l'effetto dell'inerzia. In questo modo si dovrebbe riuscire a rappresentare la flessione della tape spring in modo particolarmente accurato, rispettando la sequenza di punti di non equilibrio di cui è composta la fase di snapping. Si decide di effettuare un'analisi dinamica non lineare di tipo implicito (per dettagli sulla differenza tra analisi implicita ed esplicita si rimanda al capitolo 5) applicando come carico una velocità di $1.67 \cdot 10^{-5} m/s$ in accordo con quanto osservato in bibliografia [53] [67]. In virtù della natura dinamica dell'analisi, per ottenere una rappresentazione accurata del fenomeno fisico è necessario aggiungere le caratteristiche di smorzamento proprie della struttura. Nel documento [72]

si dimostra come, per rappresentare accuratamente il comportamento dinamico di una tape spring sia necessario considerare sia uno smorzamento numerico che uno smorzamento strutturale: il primo ha la funzione di smorzare le oscillazioni ad alta frequenza difficilmente rappresentabili dalla natura discreta di un modello agli elementi finiti (e che quindi porterebbero ad instabilità numeriche), mentre il secondo permette di raggiungere un'accuratezza maggiore nelle oscillazioni a bassa frequenza. Il problema nel definire questi fattori è che non esistono modelli accurati tramite il quale calcolarli, e negli studi in cui si vuole simulare nel dettaglio il comportamento dinamico di tape spring, questi valori sono ricavati empiricamente tramite un'analisi sperimentale preliminare. Poiché non si dispone di risultati sperimentali inerenti alla tipologia di tape spring studiate, per lo smorzamento numerico si utilizza il valore di default di ABAQUS per analisi dinamiche implicite mentre per lo smorzamento strutturale si imposta un valore ricavato dal documento [60] ossia di $\alpha_{damping} = 0.002$ (per maggiori informazioni sul significato di questi parametri si rimanda al capitolo 5). Si imposta la gestione degli incrementi in modalità "automatica" in modo che il solutore proceda rapidamente nelle fasi di convergenza semplice, mentre passi ad incrementi più ristretti al momento di analizzare le fasi con una dinamica più complessa. I risultati di questa analisi mostrano effettivamente un valore di tensione massima decisamente più basso di quello ottenuto con metodo di Newton 4.7. Effettuando analisi con smorzamenti numerici più elevati tuttavia, si nota subito come questi influenzino pesantemente le tensioni calcolate 4.2.

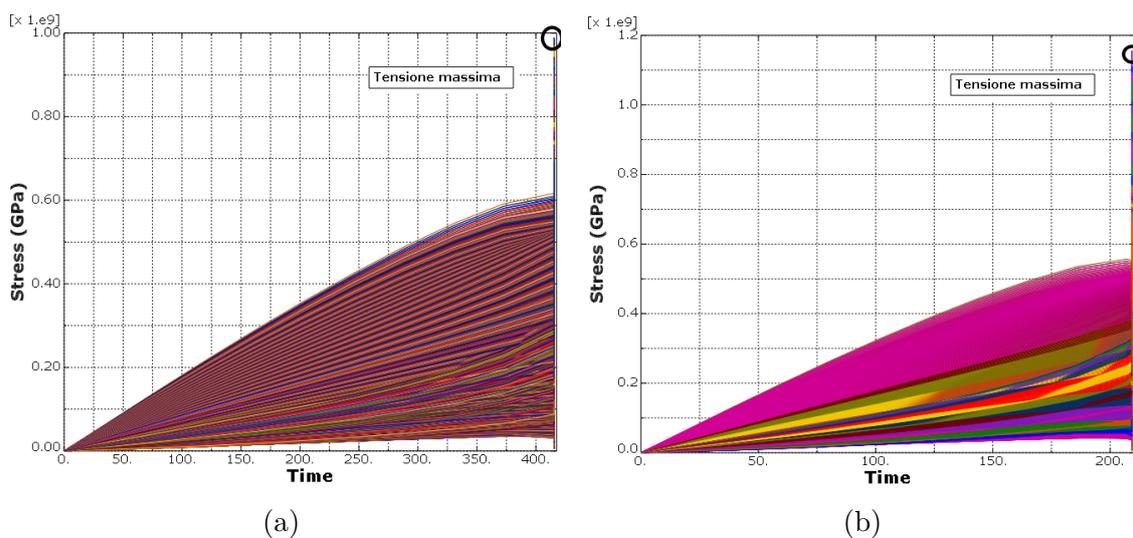


Figura 4.7: Tensioni massime ottenute tramite analisi quasi statica. Nel primo caso è stato mantenuto lo smorzamento di default di ABAQUS (a) mentre nel secondo caso è stato utilizzato il massimo valore di smorzamento numerico 8b)

Metodo	Tensione massima (GPa)
Metodo di Riks	1.05
Metodo di Newton con dissipazione numerica	1.14
Metodo dinamico quasi-statico con dissipazione numerica di default	0.99
Metodo dinamico quasi statico con dissipazione numerica massima	1.173

Tabella 4.2: Confronto delle tensioni massime ricavate sul medesimo modello utilizzando metodi risolutivi differenti

Un problema riscontrato in questo tipo di analisi è l'elevato costo computazionale necessario per analizzare la fase successiva allo snapping. Poiché a seguito dell'instabilità si generano oscillazioni lungo la struttura, il solutore automatico mantiene degli incrementi dell'ordine di $10^{-7}s$ per poterle rappresentare correttamente, portando a tempi di calcolo proibitivi nel caso si decida di simulare contemporaneamente sia la fase di carico che di scarico in un'unica analisi. Per evitare questo comportamento si potrebbe aumentare considerevolmente lo smorzamento numerico, tuttavia come indicato precedentemente, questo causerebbe una perdita di accuratezza nel calcolo delle tensioni. Riassumendo, le seguenti tipologie di analisi presentano i seguenti vantaggi e svantaggi:

Metodo	Pro	Contro
Metodo di Riks	Tensioni simili al caso più accurato di analisi dinamica implicita. Ricava tutti i punti di equilibrio statico del sistema.	Costo computazionale più elevato, specie nel caso dei modelli a mesh molto fitta. Più difficile da portare a convergenza.
Metodo di Newton con dissipazione numerica	Costo computazionale ridotto e maggiore semplicità di convergenza.	Tensioni massime talvolta sovrastimate per via della dissipazione numerica elevata.
Metodo dinamico quasi-statico	Riproduce più fedelmente il fenomeno reale di snapping, basso costo computazionale ed estremamente semplice da portare a convergenza.	Necessità di accurati fattori di smorzamento (ricavabili solo sperimentalmente) e aumento di costo computazionale nella fase post-snapping.

Tabella 4.3: Vantaggi e svantaggi delle differenti tecniche risolutive analizzate

Poiché il punto più critico in cui l'analisi con metodo di Newton rischia di sovrastimare i risultati è la fase di snapping, si decide di procedere effettuando un'analisi quasi statica preliminare per valutare il picco di tensione nella fase di instabilità. Noto il valore dello spessore tale per cui non si eccede il valore di tensione stabilito,

si effettua un'analisi non lineare statica con metodo di Newton per ottenere il grafico forza-spostamento completo.

4.2.4 Analisi dei punti di concentrazione della tensione

Studiando i punti a tensione maggiore, si osservano 3 zone di particolare criticità:

Estremità del bordo incastrato

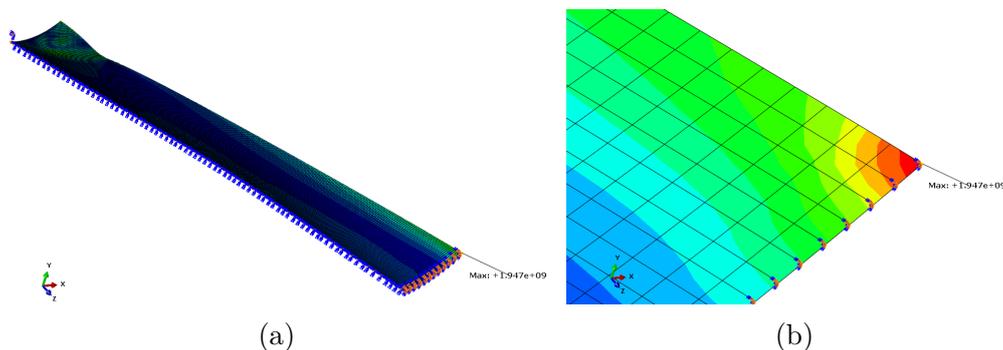


Figura 4.8: Distribuzione delle tensioni nel punto di singolarità posto all'estremità del bordo incastrato

Si nota che, anche per tape spring di lunghezza considerevole ($l/R\alpha = 10$), nel caso in cui si decida di incastrare un'estremità, nel nodo al suo apice si forma una zona di concentrazione delle tensioni. Eseguendo un'analisi di sensibilità tuttavia, si ottengono dei valori indefinitamente crescenti, man mano che si cerca di infittire la mesh. Questo risultato attesta che in questo caso, il modello non è in grado di riprodurre fedelmente il fenomeno poiché al tendere a zero della dimensione dell'elemento, l'errore non si riduce, pertanto la mesh non converge al risultato "reale".

Dimensione elementi (mm)	Tensione massima (GPa)
0.5	1.195
0.25	1.516
0.1	1.88
0.05	2.184
0.025	2.595
0.01	2.946

Tabella 4.4: Analisi di sensibilità della mesh per la tensione massima per il punto più esterno del bordo incastrato di una tape spring con parametri geometrici $L/R\alpha = 3$, $\alpha = 90^\circ$ e $t/R = 0.006$. Come si può vedere la tensione cresce linearmente senza convergere ad alcun risultato.

Tali punti sono definiti "punti di singolarità" e sono spesso causati dalla presenza nel modello di spigoli con raggio di curvatura nullo o zone in cui una condizione al contorno si interrompe improvvisamente [74]. Per modellare correttamente questo punto sarebbe necessario conoscere con precisione in che modo la condizione al contorno è stata realizzata, ad esempio tramite saldatura o tramite bloccaggio tra due supporti opportunamente sagomati in modo da poter eliminare alcune semplificazioni del modello che potrebbero aver portato al fenomeno di singolarità. Poiché lo studio nel dettaglio della modellazione di questo tipo di interfacce non rientra negli scopi di questo elaborato, ci si limita a dimostrare che un opportuno aumento locale dello spessore nella zona di incastro sarebbe sufficiente a ridurre le enormi tensioni sviluppate. Nel seguente esempio sono state ricavate due sezioni nella zona interessata a cui è stato assegnato rispettivamente uno spessore adimensionalizzato di $t/R = 0.016$ per il segmento adiacente al punto di estremità (area 1) e di $t/R = 0.01$ nella sezione successiva (area 1). Si osserva che in questo modo, a parità di densità della mesh ($0.1mm$) le tensioni risultano ridotte da un valore di $1.88GPa$ ad un valore di $1.065GPa$.

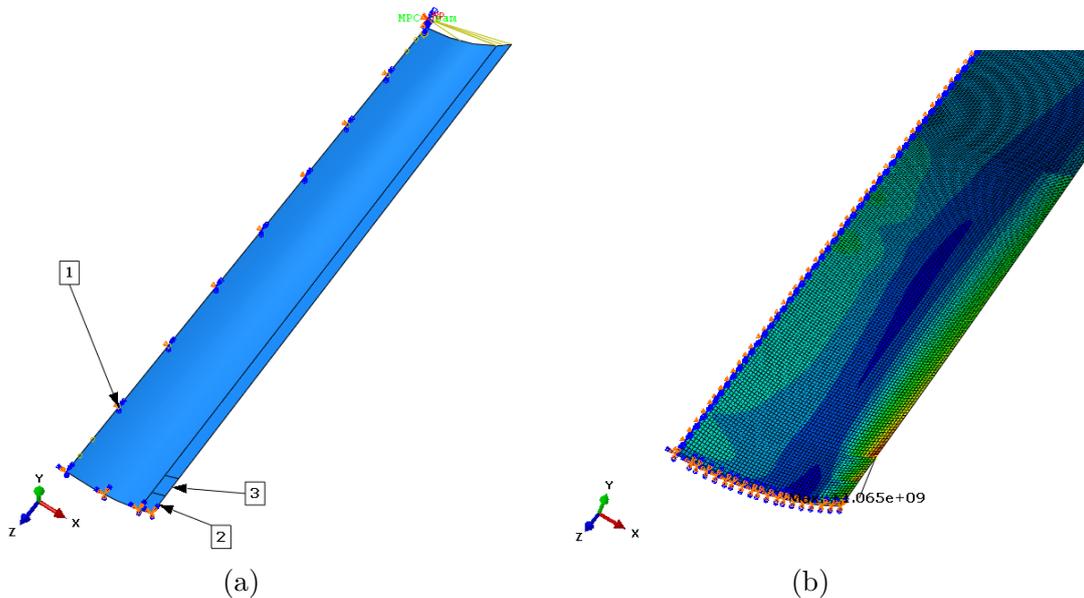


Figura 4.9: Zone di incremento dello spessore per ridurre le tensioni all'estremità incastrata. La tape spring (zona 1) possiede uno spessore di $t/R = 0.006$ che è stato aumentato a $t/R = 0.01$ nella zona 2 e a $t/R = 0.016$ nella zona 3 (a). Le tensioni risultano inferiori rispetto al caso di spessore omogeneo (b).

Curva di snapping

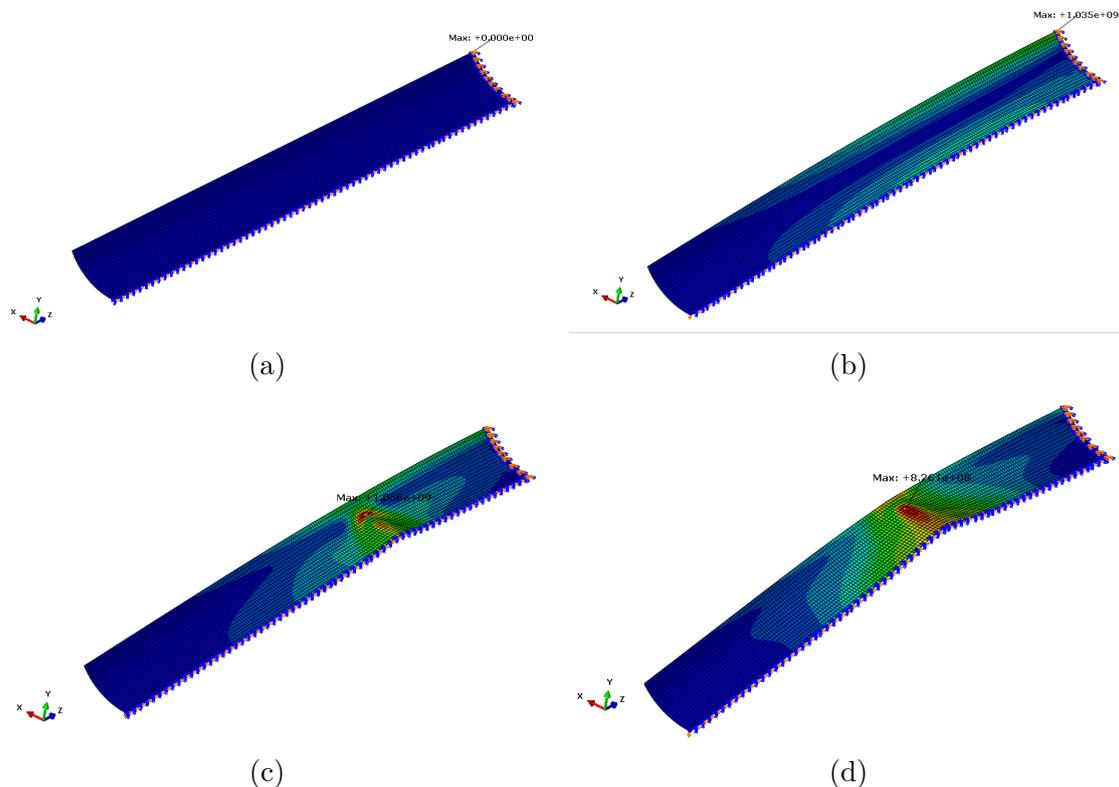


Figura 4.10: Formazione della curva centrale durante il fenomeno di snapping per una tape spring di parametri $\alpha = 110^\circ$, $L/(R\alpha) = 5$, $t/R = 0.008$. Il picco di tensione si colloca nella fase intermedia della formazione della curvatura centrale (c).

Come già accennato, la teoria di Pellegrino [59] per la stima della tensione massima ipotizza che il picco di tensione avvenga in corrispondenza dei bordi esterni della tape spring prima che inizi a formarsi la piega dello snap. Si nota però che soprattutto per tape spring di lunghezze ridotte o con angolo sotteso α elevato, il picco di tensione si localizza proprio nel processo di formazione della curva centrale, come si può notare in figura 4.10. Non è stato riscontrato un metodo per ridurre questo tipo di tensione poiché strettamente legato al comportamento dell'intera struttura, e non puramente locale come il punto precedente. Questo tipo di tensione appare come il più semplice da ricavare, in quanto dall'analisi di sensibilità emerge come una dimensione di elemento di circa $0.5 - 0.7\text{mm}$ sia già sufficiente a definirlo correttamente.

Dimensione elementi (mm)	Tensione massima (GPa)
0.6	0.96
0.3	0.99

Tabella 4.5: Analisi di sensibilità della mesh per la tensione massima per la zona di formazione della piega centrale. I parametri geometrici della tape sono $L/R\alpha = 5$, $\alpha = 110^\circ$ e $t/R = 0.008$.

Zona a flessione di tipo "Equal bending"

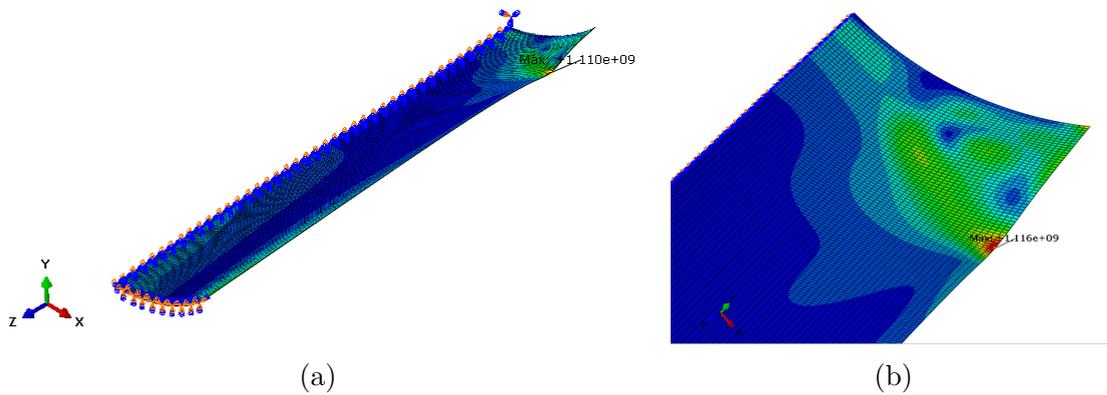


Figura 4.11: Collocazione del punto di concentrazione delle tensioni dovuto ad una flessione di tipo "equal bending"

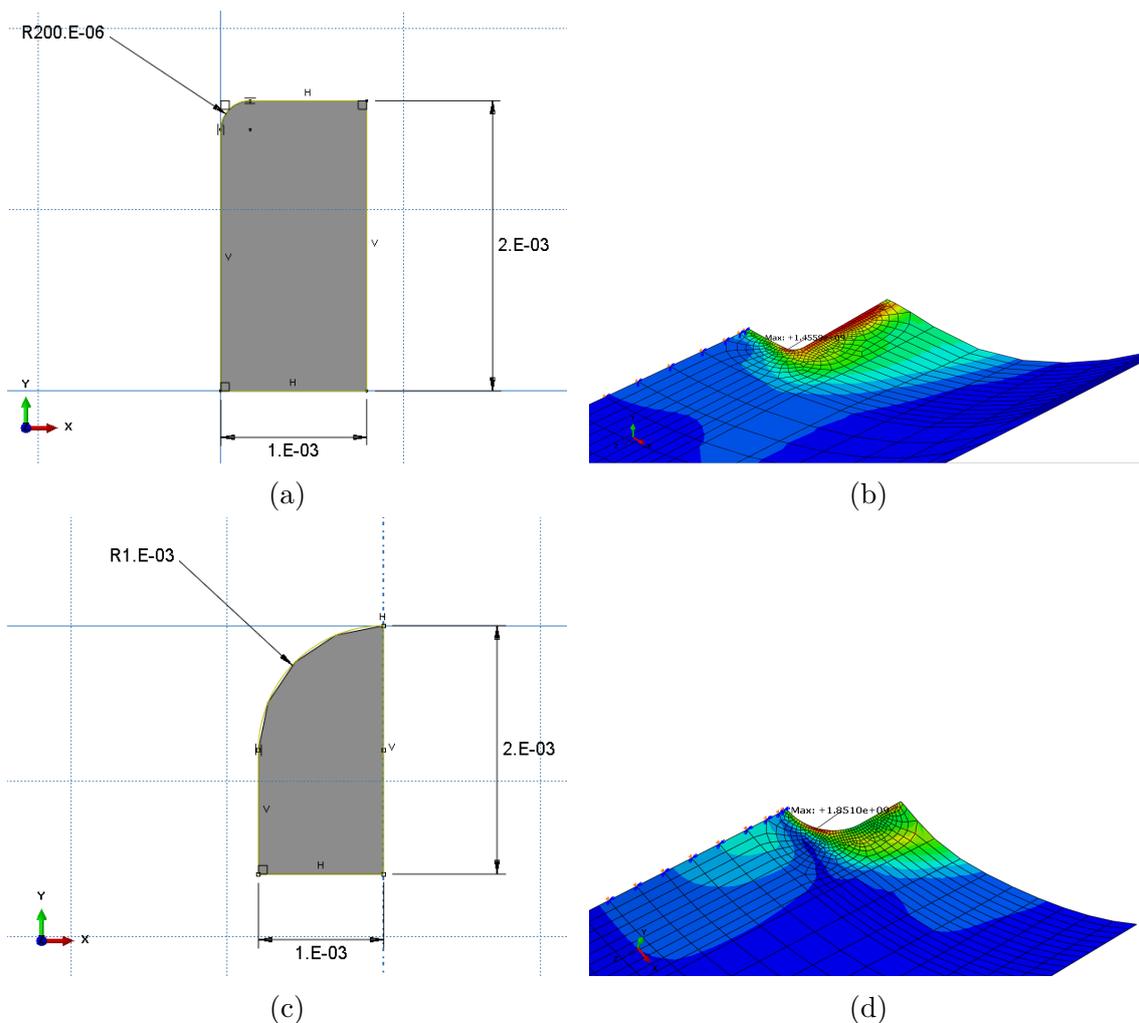
Poiché entrambe le estremità sono incastrate, il movimento richiesto dalla tape spring darà necessariamente luogo ad una flessione di tipo "Equal bending", ossia orientata nello stesso verso della curvatura trasversale della tape spring. Nel documento [72] viene accennato come, generalmente, la flessione di tipo "equal bending" porti a tensioni superiori rispetto a quella di tipo "opposite bending". Eseguendo un'analisi di sensibilità, si nota che queste tensioni risultano molto concentrate, arrivando a necessitare anche di elementi di lato 0.1mm per poter essere adeguatamente definite.

Dimensione elementi (mm)	Tensione massima (GPa)
0.5	1.005
0.25	1.115
0.1	1.25
0.05	1.29

Tabella 4.6: Analisi di sensibilità della mesh per la tensione massima per la zona a flessione di tipo "equal bending". I parametri geometrici della tape sono $L/R\alpha = 3$, $\alpha = 90^\circ$ e $t/R = 0.006$. Come si può vedere, per dimensioni della mesh molto ridotte la soluzione inizia a convergere.

Le tensioni sviluppate in questa zona risultano molto elevate, anche per spessori ridotti, dunque per aggirare il problema, sono state testate delle condizioni al contorno alternative:

Per tentare di conservare la semplicità di connessione con il telaio della struttura, si è valutata la possibilità di un incastro che non bloccasse rigidamente l'intera sezione ma solo la sua porzione centrale. Tale incastro, simile a quanto si può trovare nei comuni metri a nastro, viene realizzato con una sagoma essenzialmente rettangolare con gli spigoli smussati. Ne sono stati valutate 3 tipologie, caratterizzate da dimensioni e raggi di curvatura differenti. La mesh è stata realizzata in modo da addensarsi in corrispondenza dell'incastro. Anche in questo caso, l'incastro viene realizzato collegando rigidamente i nodi del bordo corrispondente ad un nodo collocato nel baricentro della sezione. Tale nodo viene vincolato a poter traslare nel piano YZ senza poter ruotare.



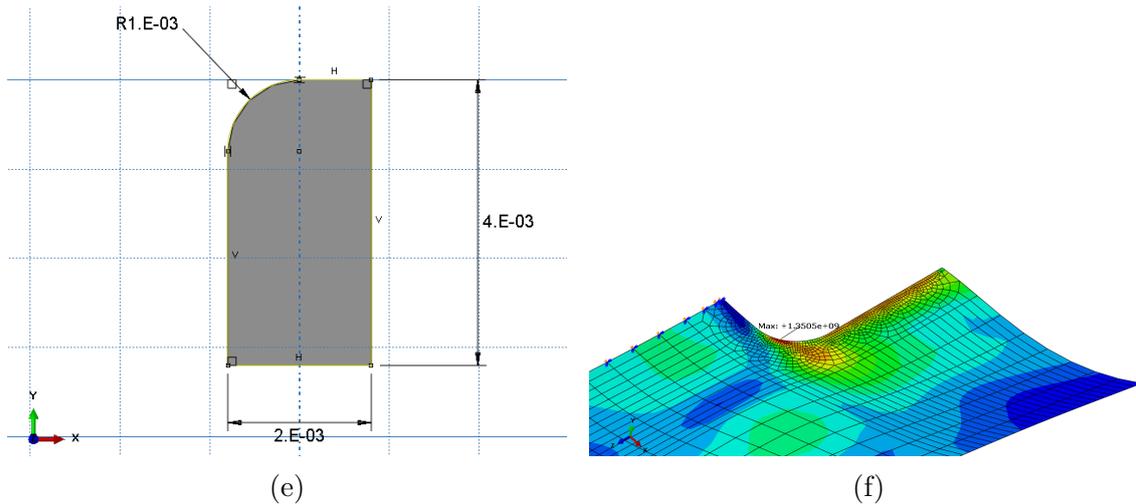


Figura 4.12: Condizioni al contorno di incastro parziale. Nelle figure (a)-(c)-(e), le dimensioni dell'incastro, mentre in figura (b)-(d)-(f) la distribuzione delle tensioni in corrispondenza dl relativo incastro.

In ciascuno di questi casi, le tensioni massime ricavate superano la tensione di deformazione plastica del materiale quindi questo tipo di soluzione non è praticabile. Una soluzione più sicura, ma allo stesso tempo più complessa da applicare, consiste nel collegare l'estremità destra della tape spring al telaio non tramite un incastro ma tramite un perno che permetta di ruotare liberamente attorno ad un asse parallelo all'asse X, in modo che la porzione di tape spring ad essa adiacente non sia più soggetta a deformazioni locali minime.

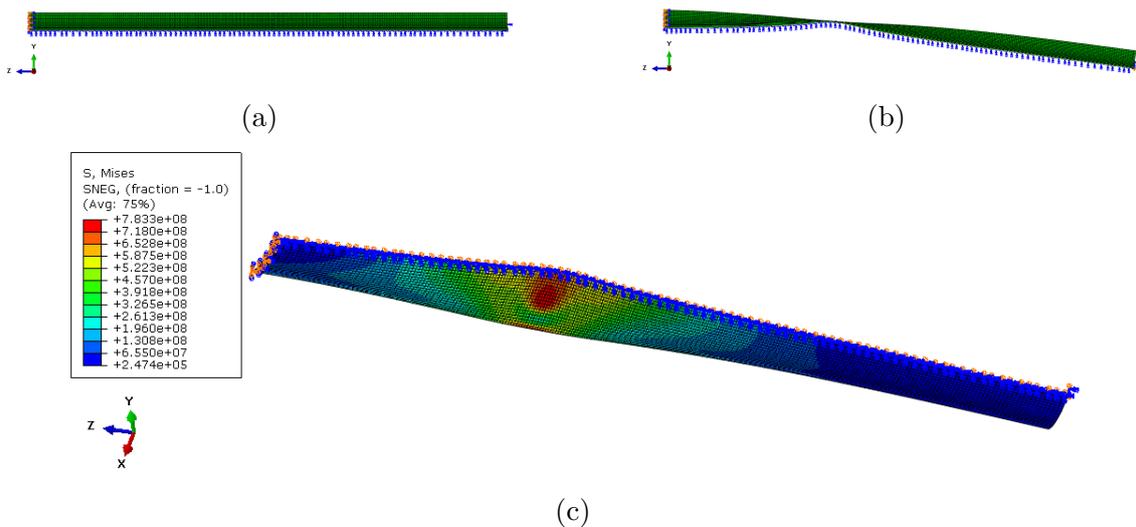


Figura 4.13: Flessione ottenuta tramite la nuova condizione al contorno. L'estremità destra è libera di ruotare attorno all'asse X (a)-(b). Si può notare nella distribuzione delle tensioni che ora tale estremità ha livelli di tensione trascurabili (c).

Nel modello agli elementi finiti, si legano rigidamente i nodi dell'estremità considerata al nodo collocato nel baricentro della sezione, e a tale baricentro si assegnano vincoli tali per cui possa traslare nel piano YZ e ruotare attorno all'asse X. Il carico rimane applicato in corrispondenza del baricentro della sezione. In questo modo, il problema della tensione massima viene confinato alla sola piega della zona centrale, di cui si è già parlato. Per questo motivo, tutte le tape spring analizzate successivamente per questa geometria utilizzano questa condizione al contorno.

4.2.5 Risultati Geometria 1

Di seguito si riportano di dati di energia dissipata per questo tipo di geometria. La dissipazione su unità di massa è rapportata alla massa delle sole tape spring, in modo da isolare il contributo da quello di ipotetiche strutture di supporto. Per quanto riguarda l'energia su unità di volume, si considera che ogni tape spring di lunghezza L della struttura sia distanziata dalla fila superiore ed inferiore per una lunghezza pari a quella dell'altezza dh della tape spring. Per quanto riguarda invece la distanza tra due "pannelli" posti uno di fronte all'altro (ognuno costituito da M file e N colonne), si considera una lunghezza di separazione pari al 20% della larghezza dw della singola tape spring.

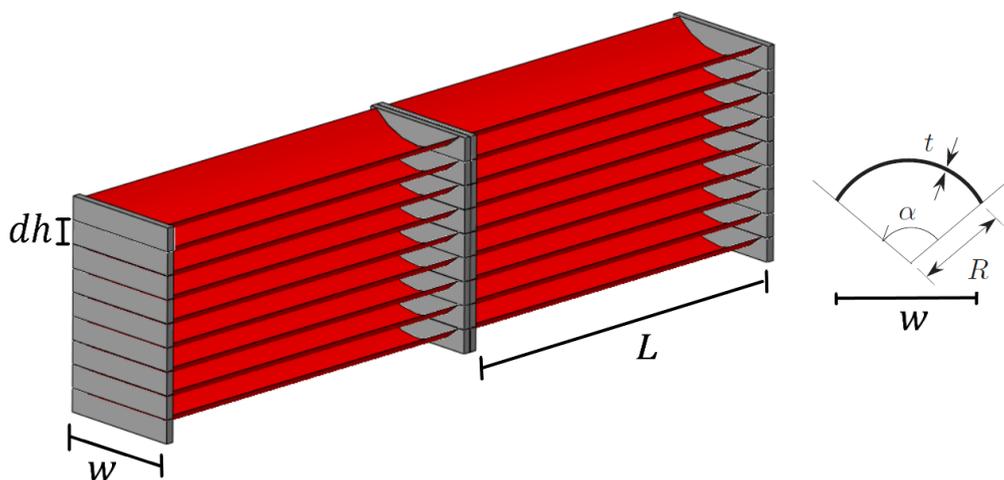


Figura 4.14: Parametri per il calcolo del volume occupato da una tape spring.

Pertanto, il volume occupato da ogni "cella" della struttura potrà essere calcolato come:

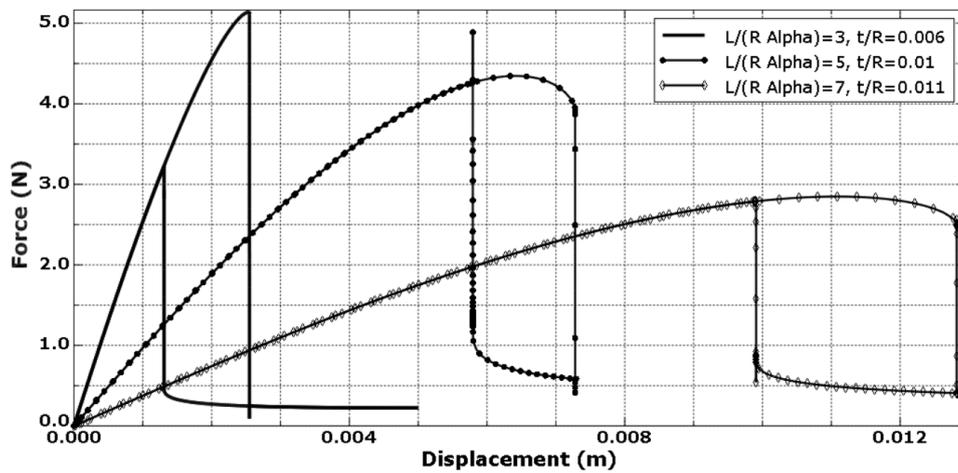
$$V_{cella} = L \cdot dh \cdot dw = L \cdot R(1 - \cos(\alpha/2)) \cdot 2R\sin(\alpha/2) \quad (4.2)$$

E quindi, per una struttura caratterizzata da M file ed N colonne avremo:

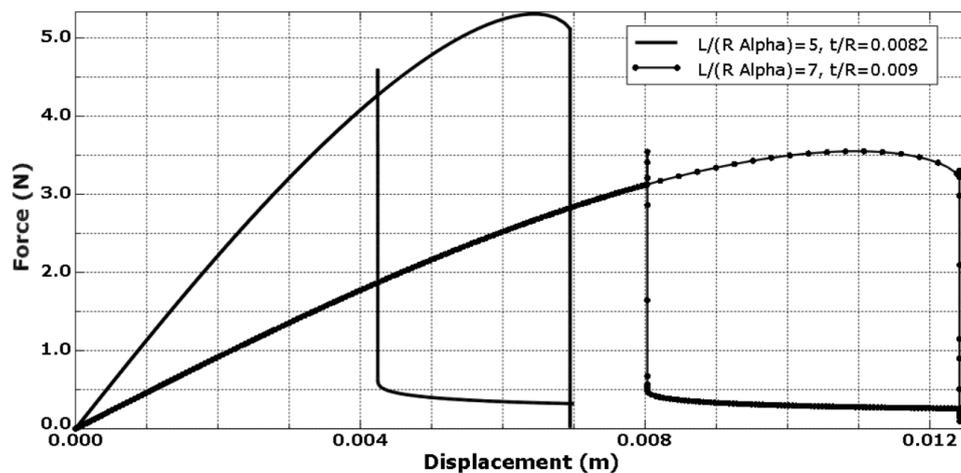
$$V_{tot} = V_{cella} \cdot M \cdot N \quad (4.3)$$

	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M (J/kg)$	$W_{diss}/V (J/m^3)$
$\alpha=90,$ $L/(R\alpha)=3,$ $t/R=0.006$	0.0047	0.103	0.00036	12.986	2006.5
$\alpha=90,$ $L/(R\alpha)=5,$ $t/R=0.01$	0.0041	0.0506	0.00100	5.321	1050.2
$\alpha=90,$ $L/(R\alpha)=7,$ $t/R=0.011$	0.0067	0.044	0.00147	4.588	1225.9
$\alpha=110,$ $L/(R\alpha)=5,$ $t/R=0.082$	0.0124	0.086	0.00122	10.147	1540.9
$\alpha=110,$ $L/(R\alpha)=7,$ $t/R=0.09$	0.0137	0.076	0.00188	7.289	1216.0

Tabella 4.7: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 1 nella versione con tape spring in parallelo. Le quantità di energia dissipata e massa nette sono riferite ad una tape spring di Raggio $R = 10mm$ come esempio di riferimento.



(a) $\alpha = 90^\circ$



(b) $\alpha = 110^\circ$

Figura 4.15: Grafici Forza-spostamento delle tape spring analizzate in tabella 4.7 caratterizzate da una curvatura $\alpha = 90^\circ$ (a) e 110° (b)

Come si può notare, non tutti i parametri hanno portato ad una soluzione praticabile. In questi casi, infatti, per mantenere la tensione entro il valore massimo ammissibile si raggiungono spessori talmente sottili da indurre in fase di snapping una condizione di buckling notevolmente irregolare, al quale segue un aumento delle tensioni 4.16.

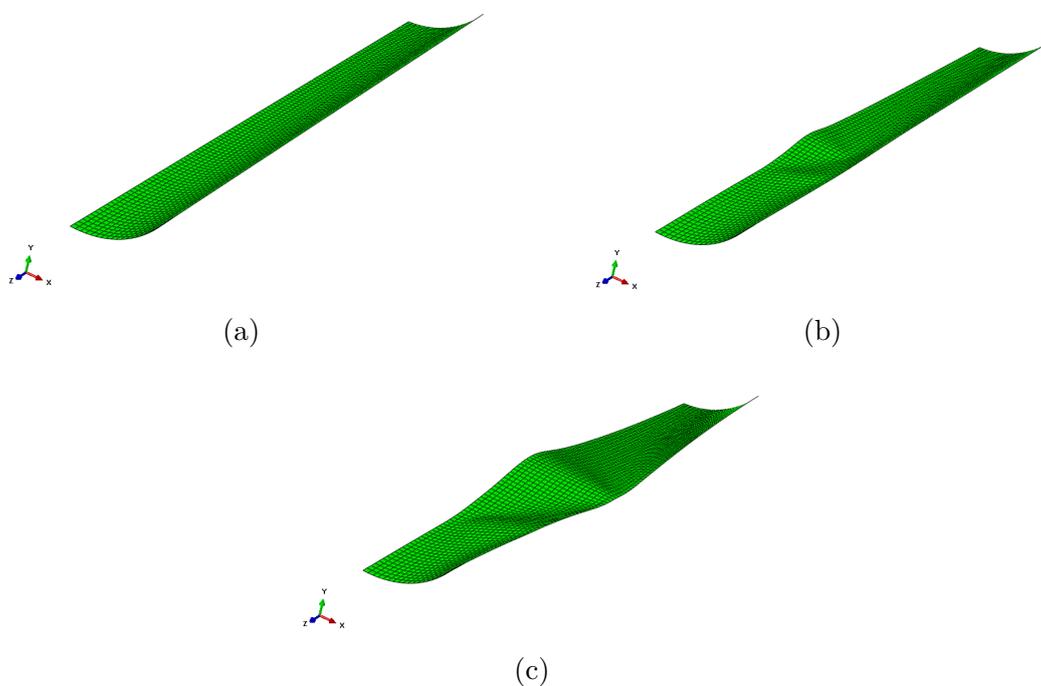


Figura 4.16: Buckling irregolare dovuto ad uno spessore eccessivamente ridotto. I parametri geometrici della tape spring in esame sono $\alpha = 110$, $L/(R\alpha) = 3$, $t/R = 0.003$.

Per quanto concerne i casi fattibili, possiamo notare innanzitutto come la dissipazione di energia sia inversamente proporzionale alla lunghezza L e direttamente proporzionale all'angolo sotteso dalla curvatura della tape spring α così come era stato riscontrato nel capitolo precedente. Poiché tuttavia la combinazione di questi due fattori contribuisce ad elevare molto la tensione massima, risulta più conveniente rimanere ad angoli α non eccessivamente elevati, per poter sfruttare lunghezze il più ridotte possibili. Questo porta un vantaggio non solo nell'energia dissipata su unità di volume ma anche in quella dissipata su unità di massa. Inoltre, si può notare che contrariamente a quanto visto in precedenza, il loss factor η si riduce al crescere delle lunghezze. Il motivo risiede probabilmente nel fatto che all'aumentare delle lunghezze si può disporre di spessori maggiori, che invece penalizzano il fattore η . Nel complesso quindi, la condizione più vantaggiosa è quella ottenuta nel caso di $\alpha = 90$, $L/(R\alpha) = 3$, $t/R = 0.006$.

4.2.6 Geometria 1 con tape spring in serie

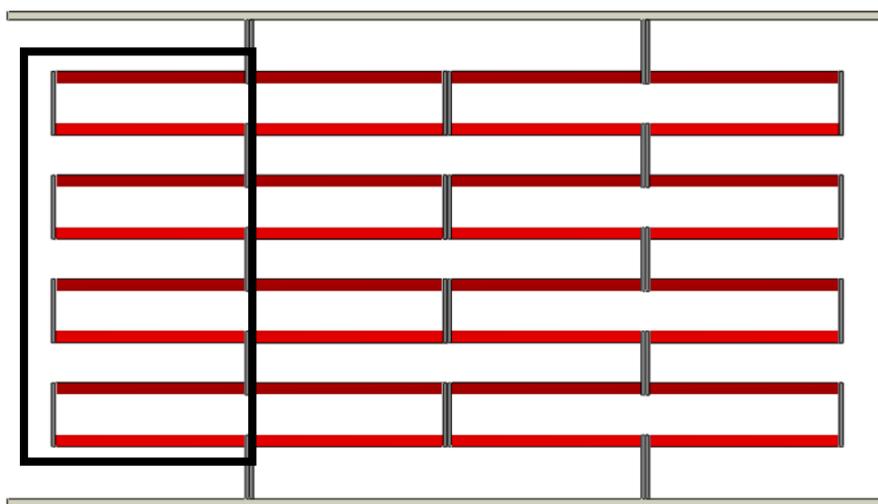


Figura 4.17: Disegno schematico della geometria 1 nella versione con tape spring in serie [55]. Applicando le opportune simmetrie è possibile simulare solamente la porzione evidenziata.

Si passa ora ad analizzare il modello composto da celle multiple in serie. Per valutare le performance generali sarà sufficiente simularne una sola colonna. Per generare il modello FEM si inizia incolonnando diverse tape spring parallele tra loro, distanziate in modo uniforme e con concavità orientate a versi alterni, in modo che tutte si flettano secondo la modalità "opposite bending". Poiché si vuole minimizzare l'energia accumulata elasticamente (e non dissipata) dalla struttura, si calcola la spaziatura

tra le tape spring in modo che queste siano libere di flettersi fino a raggiungere e superare solo di qualche millimetro la fase di snapping. Superata questa fase, le strutture rigide di supporto poste alle estremità di ogni tape spring dovranno entrare in contatto in modo da evitare l'ulteriore flessione della tape spring, prevenendo il raggiungimento di tensioni troppo elevate. Modellare con precisione i segmenti di supporto non è fondamentale, poiché non partecipano alla dissipazione di energia: si può ottenere un effetto equivalente inserendo nel modello delle superfici fittizie poste parallelamente al piano XZ nel punto medio della congiungente di due tape spring. Per ottenere il comportamento mostrato in figura 4.17 occorre far sì che vi sia un vincolo rigido che lega le le tape spring a coppie, posto in questo modello FEM nelle estremità del lato sinistro. Nel caso del modello agli elementi finiti, questo vincolo rigido dovrà includere anche la superficie fittizia posta all'interno della coppia di tape spring, in quanto questa dovrà muoversi solidalmente al moto di queste ultime. Si realizza questo sempre tramite un vincolo rigido MPC tipo "beam" che vincola i nodi delle estremità di tape spring e della superficie di contatto ad un singolo nodo posto all'estremità sinistra di tale superficie (si noti che la scelta del nodo "master" non è incisiva poiché serve solo a imporre che tutti i nodi selezionati si muovano come un corpo rigido) 4.18b. Successivamente si vincola il nodo "master" a poter unicamente traslare nel piano YZ. Alla luce della condizione al contorno scelta nel paragrafo precedente, ogni coppia di tape spring così ottenuta dovrà essere legata alla successiva tramite un vincolo posto nelle estremità al lato destro tale per cui queste estremità devono poter ruotare liberamente attorno all'asse passante per il perno e parallelo all'asse X. 4.18c. Per ottenere questo comportamento, si fa uso del vincolo di tipo "coupling". Questo vincolo permettere di imporre la corrispondenza di un numero arbitrario di gradi di libertà tra un nodo "master" e dei nodi "slave". In questo caso, si sceglie come nodo master un nodo appartenente all'estremità destra delle superfici di contatto di intermezzo e come nodi slave i nodi corrispondenti ai baricentri delle sezioni adiacenti da collegare, impostando la corrispondenza di tutti i gradi di libertà a meno di quello legato alla rotazione attorno all'asse X. Infine, si vincola anche in questo caso il nodo "master" a poter unicamente traslare nel piano YZ senza possibilità di rotazioni. Si conclude il modello applicando una condizione di incastro ad un'estremità della tape posta più in basso, e applicando la proprietà di contatto tra ogni piastra e le tape spring ad essa adiacenti.

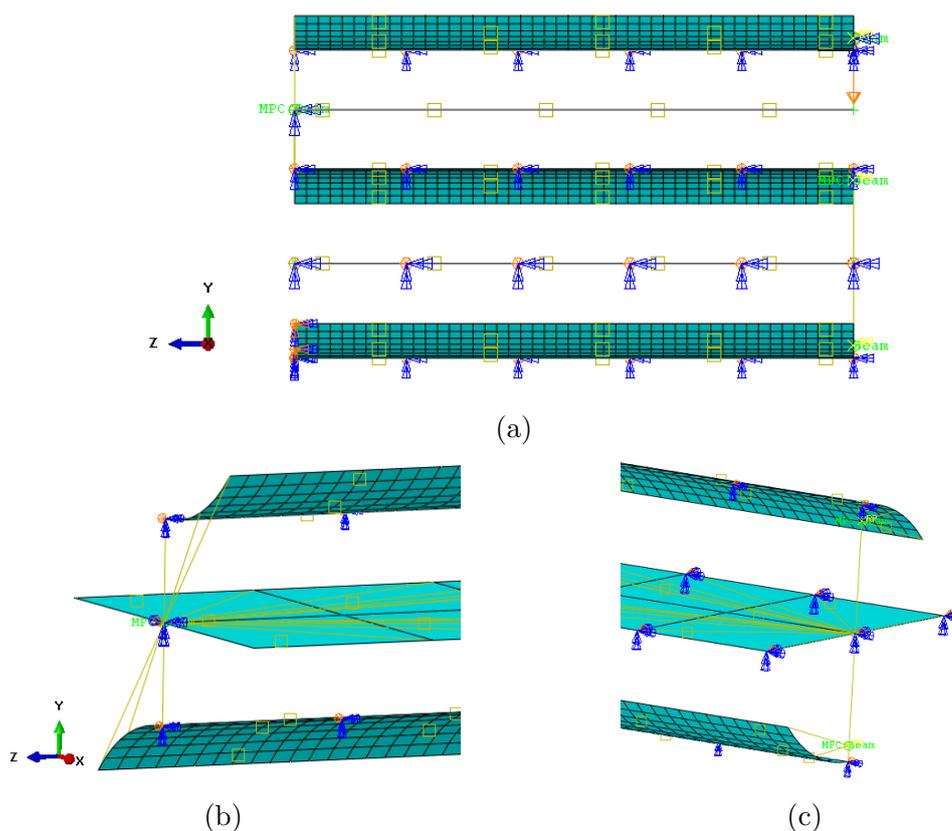


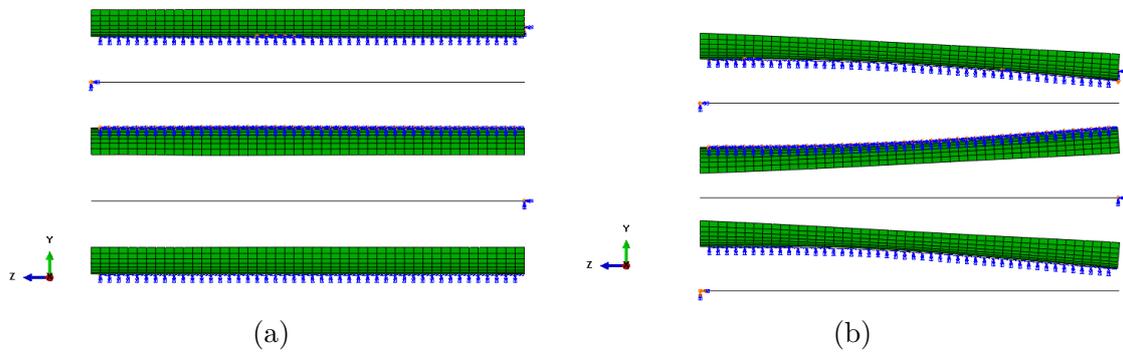
Figura 4.18: Modello agli elementi finiti della geometria 1 con tape spring in serie (a). Si evidenziano le condizioni al contorno di vincolo rigido (b) e vincolo di "coupling" (c)

Per quanto riguarda la mesh, come si è detto nelle precedenti considerazioni per giungere ad un livello di errore trascurabile sarebbe necessaria una mesh molto fine, con elementi di lato circa $0.3mm$. Poiché l'utilizzo di questa mesh su un modello costituito da molteplici tape spring farebbe crescere rapidamente il costo computazionale e i tempi di calcolo, si decide di utilizzare una mesh più rada (elementi S4R di lato $1mm$) per i quali si è dimostrato che l'errore non supera il 10%. I dati ottenuti, quindi, avranno lo scopo di indicare un andamento qualitativo, piuttosto che un dato reale.

Un'ulteriore e necessaria considerazione sulla mesh riguarda la necessità di simulare le lievi imperfezioni che caratterizzano la struttura reale di ogni tape spring. Poiché infatti in questa struttura tutte le tape spring sono idealmente identiche tra loro e tutte sottoposte allo stesso carico, in un ambiente di simulazione "pulito" effettuerebbero lo snapping in contemporanea. Nella realtà, impercettibili imperfezioni nella geometria delle tape springs e nella struttura di supporto sono sufficienti a rompere le simmetrie e far sì che ogni tape spring si pieghi in un istante differente, modificando le proprietà di dissipazione energetica della struttura. Una strategia

comunemente utilizzata nei casi in cui si debba simulare lievi imperfezioni di una struttura è effettuare un'analisi per ricavare le prime N frequenze proprie della struttura, e successivamente modificare la mesh iniziale secondo una combinazione lineare delle deformate di queste N frequenze, facendo attenzione a scalarne opportunamente l'ampiezza di modo che queste variazioni risultino di alcuni ordini di grandezza inferiori alle dimensioni caratteristiche del sistema. Per le analisi seguenti si farà uso dei primi 10 modi di vibrare, scalati di un fattore 0.001.

Come si può notare in figura 4.19, in questo modo applicando un carico verticale discendente le tape spring non scattano contemporaneamente ma in maniera progressiva.



Risultati geometria 1 con tape in serie

Di seguito vengono riportati i valori di energia dissipata e i rispettivi grafici di strutture composte rispettivamente da $M = 1, 2$ e 3 tape spring. In questo caso per valutare il volume della singola cella è possibile fare le stesse considerazioni già effettuate per la geometria precedente (equazione 4.2), con la differenza che ora l'altezza dh di ogni segmento sarà l'altezza della singola tape spring sommata a due volte l'escursione dy necessaria alla tape spring per poter piegarsi indipendentemente dalle altre (tale quantità varia per ogni tape spring e non è calcolabile a priori). Pertanto l'equazione 4.2 diventa:

$$V_{cella} = L \cdot dh \cdot 1.2dw = L \cdot (R(1 - \cos(\alpha/2)) + 2dy) \cdot 1.2 \cdot 2R\sin(\alpha/2) \quad (4.4)$$

Dai risultati si può evincere un netto miglioramento sia per l'energia dissipata su unità di massa che per il loss factor. Osservando la deformata della struttura in fase di carico e confrontandola con i grafici forza-spostamento si può notare bene quanto illustrato nel paragrafo 2.1. Nella prima fase di caricamento, mentre le tape spring si deformano in regime lineare, tutte le tape spring si piegano allo stesso modo,

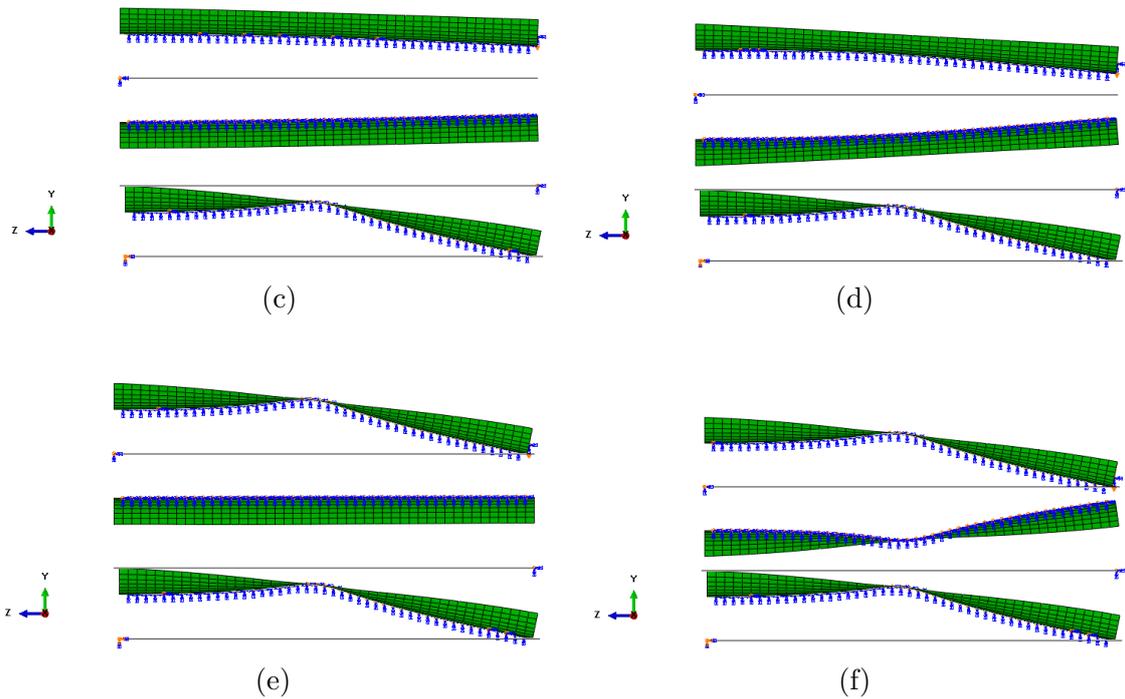


Figura 4.19: Andamento della compressione nella struttura con tape spring in serie. Come si può notare, nella fase di snapping viene rilasciata non solo parte della deformazione elastica della tape spring interessata, ma anche parte della deformazione delle altre tape spring in flessione.

accumulando energia di deformazione elastica. Nel momento in cui la prima tape spring effettua lo snapping, viene rilasciata non solo l'energia elastica accumulata dalla singola tape spring, ma anche parte dell'energia elastica accumulata in tutte le altre 4.19. Questo procedimento si ripete per ogni snapping, con la differenza che le tape spring già completamente flesse cessano di accumulare ulteriore energia elastica. A dimostrazione di ciò, nel grafico in figura 4.20 si può notare come il primo snapping sia contraddistinto da un'area sottesa molto elevata, mentre l'ultimo sia coincidente con quello di una tape spring singola.

$\alpha=90$ $L/(R\alpha)=3,$ $t/R=0.01$	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M(J/kg)$	$W_{diss}/V(J/m^3)$
M=1	0.0047	0.103	0.00036	12.986	658.2
M=2	0.0179	0.122	0.00072	24.953	1253.4
M=3	0.0333	0.130	0.00108	30.876	1554.5

Tabella 4.8: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 1 nel caso di M celle indipendenti disposte in serie. Le tape spring sono tutte uguali con parametri geometrici $\alpha = 90$, $L/(R\alpha) = 3$, $t/R = 0.01$

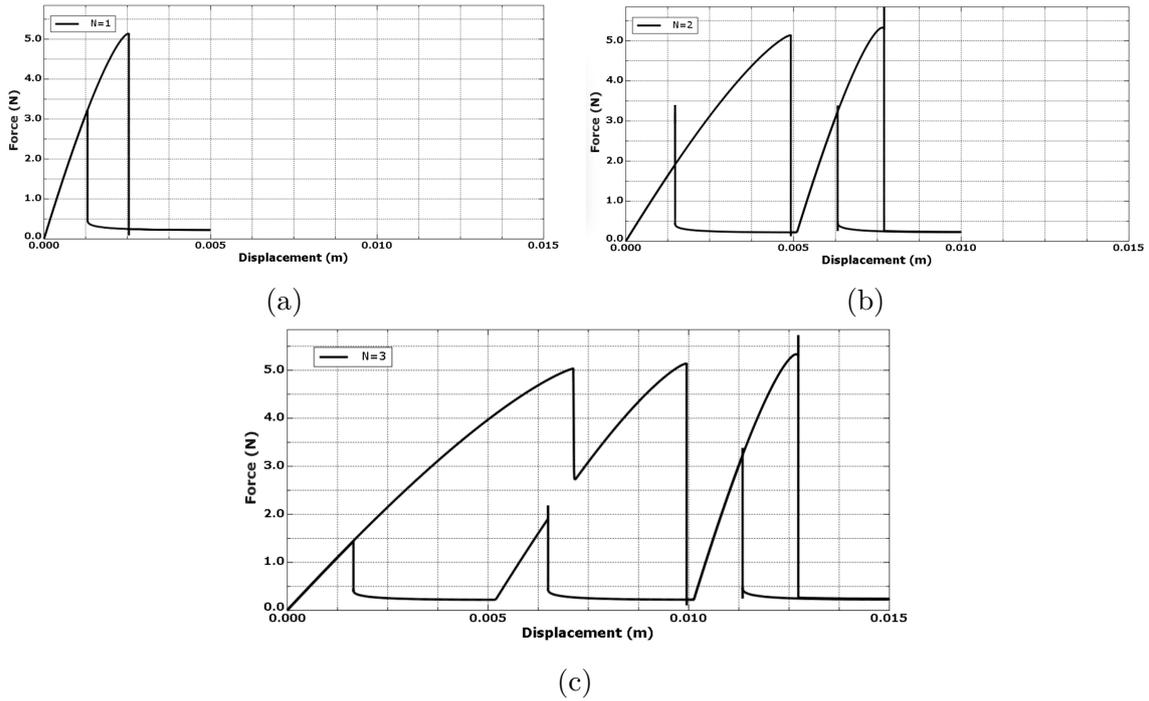


Figura 4.20: Relazione forza-spostamento per una struttura con un numero di celle in serie pari a 1(a), 2(b), 3(c).

4.2.7 Contributo della struttura di supporto

Per confrontare in modo più preciso le geometrie, può essere utile stimare il contributo in massa dovuto alla struttura di supporto necessaria ad ognuna. Per semplicità possiamo suddividere l'intera struttura in celle costituite da una tape spring e da una porzione ad essa assegnata di struttura di supporto. Nel caso di questa prima geometria, come si può notare dalla figura 4.17 stimiamo il supporto come un prisma a base rettangolare incastrato all'estremità di ogni tape spring. Le dimensioni di altezza dh e larghezza dw sono identiche a quelle calcolate per i volumi delle singole celle nelle equazioni 4.2 e 4.4. Lo spessore dovrebbe dipendere dai carichi che tale supporto subisce in fase operativa, e andrebbero valutati tramite analisi FEM. Tuttavia come ipotesi preliminare semplificativa si decide di stimarlo come 10 volte lo spessore della tape spring. Volume e massa di questo supporto quindi saranno:

$$M_{sup} = \rho_{PEEK} \cdot dt \cdot dh \cdot 1.2dw = \rho_{PEEK} 10t(R(1 - \cos(\alpha/2))) \cdot 1.2 \cdot 2R \sin(\alpha/2) \quad (4.5)$$

$$M_{sup} = \rho_{PEEK} \cdot dt \cdot dh \cdot 1.2dw = \rho_{PEEK} 10t(R(1 - \cos(\alpha/2)) + dy) \cdot 1.2 \cdot 2R \sin(\alpha/2) \quad (4.6)$$

Poiché si considera che ogni tape spring possieda uno di questi parallelepipedi ad ognuna delle 2 estremità, la massa complessiva del supporto sarà:

$$M_{tot} = 2 \cdot M \cdot N \cdot M_{sup} \quad (4.7)$$

Con M e N rispettivamente numero di righe e numero di colonne. Per ottenere la massa complessiva, si considera come ogni tape spring abbia un parallelepipedo delle dimensioni indicate ad ognuna delle sue estremità. Poiché a questi supporti non è richiesta la capacità di subire elevate deformazioni, è possibile utilizzare dei materiali meno prestanti dal punto di vista della tensione di deformazione plastica ma decisamente più leggeri della lega Rame Berillio. Il polietere etere chetone (PEEK) ad esempio è un materiale plastico comunemente utilizzato in campo aerospaziale [75] caratterizzato da una densità di circa $1320kg/m^3$.

Utilizzando questi valori, possiamo ricalcolare l'energia dissipata su unità di massa per la cella costituita da tape spring e struttura di supporto:

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.006$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V (J/m^3)$
Versione in parallelo	0.103	12.986	11.07	2006.5
Versione in serie M=3	0.130	30.876	21.4716	1554.5

Tabella 4.9: Parametri geometrici con le prestazioni migliori in termini di dissipazione energetica su unità di massa e di volume per la geometria 1.

Come si può notare, la massa del supporto è molto più impattante sulla geometria con celle in serie.

4.3 Geometria 2

4.3.1 Introduzione

La seconda geometria nasce con lo scopo di ridurre il più possibile la massa della struttura di supporto. Se infatti si precarica una tape spring tramite una flessione del tipo "equal bending", la curva centrale così ottenuta potrebbe fungere da punto di appoggio per sostenere lo snapping del tipo "opposite bending" delle due estremità così ottenute (4.21).

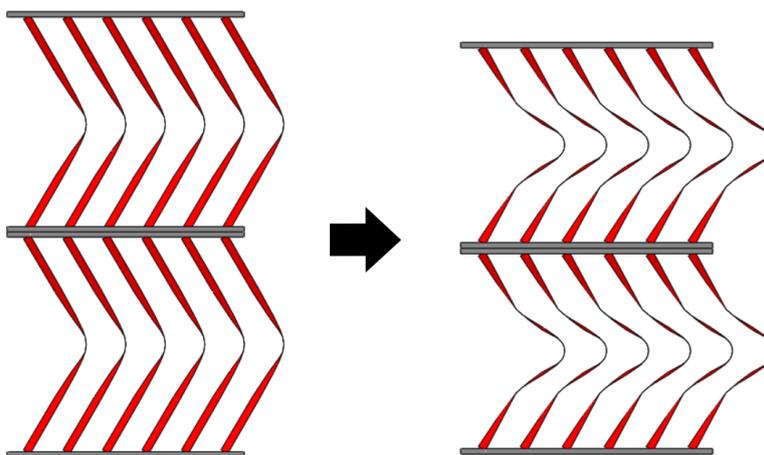


Figura 4.21: Disegno schematico della geometria 2.

In questo modo, paragonata alla geometria 1, dovrebbe essere possibile eliminare metà dei supporti totali (escludendo i supporti alle estremità). Ovviamente in questo caso emergono criticità aggiuntive: tramite l'analisi FEM sarà necessario valutare se gli stress della porzione precaricata siano accettabili, così come capire se tramite questa strategia si riesce a piegare tutte le tape spring in modo regolare. Inoltre un possibile svantaggio ulteriore risiede nel fatto che una singola fila di tape spring occupa più spazio verticale di quanto non faccia una singola fila della geometria 1, per via dell'inclinazione delle tape spring. Pertanto a parità di celle incolonnate in serie, l'ingombro risulterebbe maggiore, permettendo di sfruttare in maniera minore l'effetto di snapping già osservato nel capitolo precedente.

4.3.2 Realizzazione del modello agli elementi finiti

Per riuscire a ottenere la geometria ipotizzata, è necessario effettuare un'analisi suddivisa in più step, il primo dei quali effettuerà un precarico sulla struttura in modo da farle assumere la sagoma mostrata in figura 4.21. Si crea inizialmente il modello FEM di una tape spring rettilinea, utilizzando elementi 2D di tipo "shell" (S4R).

Considerando come valide le considerazioni sulle condizioni al contorno effettuate nel punto precedente, si considerano ogni estremità della tape spring vincolata rigidamente ad un punto posizionato in corrispondenza del baricentro della sezione stessa 4.22a. A tale baricentro verrà applicata la rotazione angolare che eseguirà il precarico. Per studiare il suo effetto nelle performance della struttura, questo viene eseguito in ogni casistica per angoli di $\theta = 30^\circ$ e 45° . Anche in questo caso si può fare uso della simmetria lungo il piano YZ per simulare solamente una metà di ogni tape spring. Per riuscire ad ottenere la piega del precarico esattamente nella porzione centrale della tape spring è necessario inserire un vincolo di simmetria lungo il piano XY che verrà poi eliminato negli step successivi.

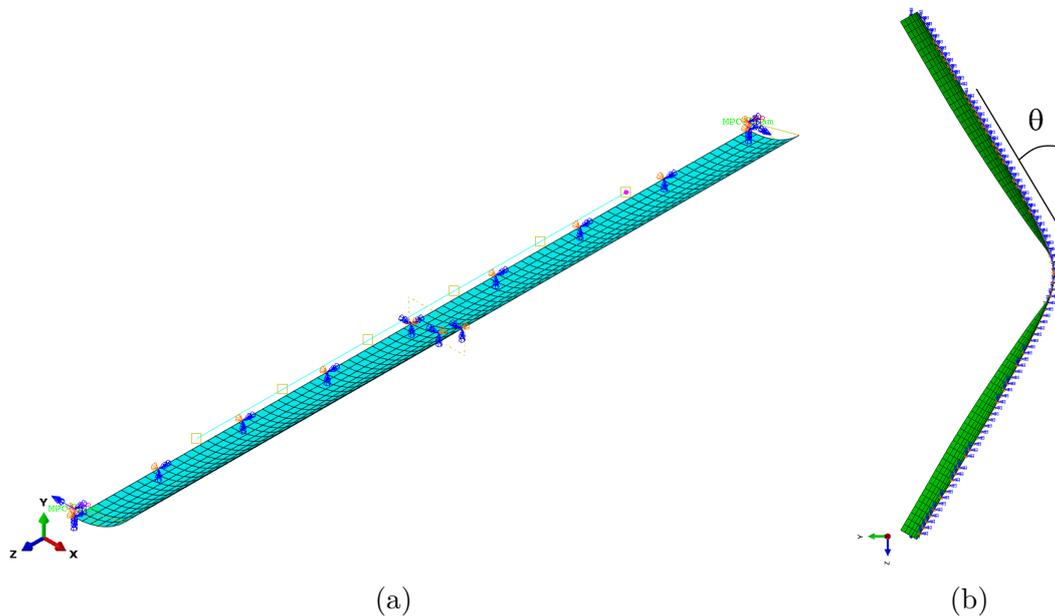


Figura 4.22: Mesh e vincoli sulla tape spring in configurazione iniziale (a) e relativa deformata dopo la fase iniziale di precarico (b)

Una volta applicato il precarico, si inserisce un vincolo di tipo "cavo" tra le due estremità della tape spring, ossia un elemento in grado di attivare la propria rigidità solamente nel caso in cui sia sottoposto a trazione per una lunghezza superiore alla sua lunghezza iniziale. In questo modo, l'elemento opporrà resistenza nulla in caso di avvicinamento delle due estremità, mentre manterrà la tape spring nella condizione di precarico nel caso in cui non vi siano forze applicate. Come ulteriori condizioni al contorno, all'estremità inferiore viene assegnato un vincolo di incastro mentre l'estremità superiore avrà come unico grado di libertà la possibilità di traslare lungo la direzione Z. A differenza della geometria precedente, in questo caso è fondamentale applicare le imperfezioni della tape spring anche nel caso della singola cella, in quanto, come si vedrà in seguito, è fondamentale stabilire se una volta che un'estremità della

tape spring ha superato la fase di snapping essa sia ancora in grado di trasmettere il carico all'altra estremità. Si applica quindi al modello una combinazione lineare dei primi 10 modi di vibrare, ricavati tramite un'analisi separata. Fatto questo è possibile applicare ad un'estremità un carico costituito da una discesa verticale ed eseguire un'analisi basata sul metodo di Newton.

Analizzando i risultati delle simulazioni, si nota che la compressione a cui è soggetta la zona centrale, porta a delle tensioni estremamente elevate, anche nei casi di curvature e spessori poco elevati 4.23b.

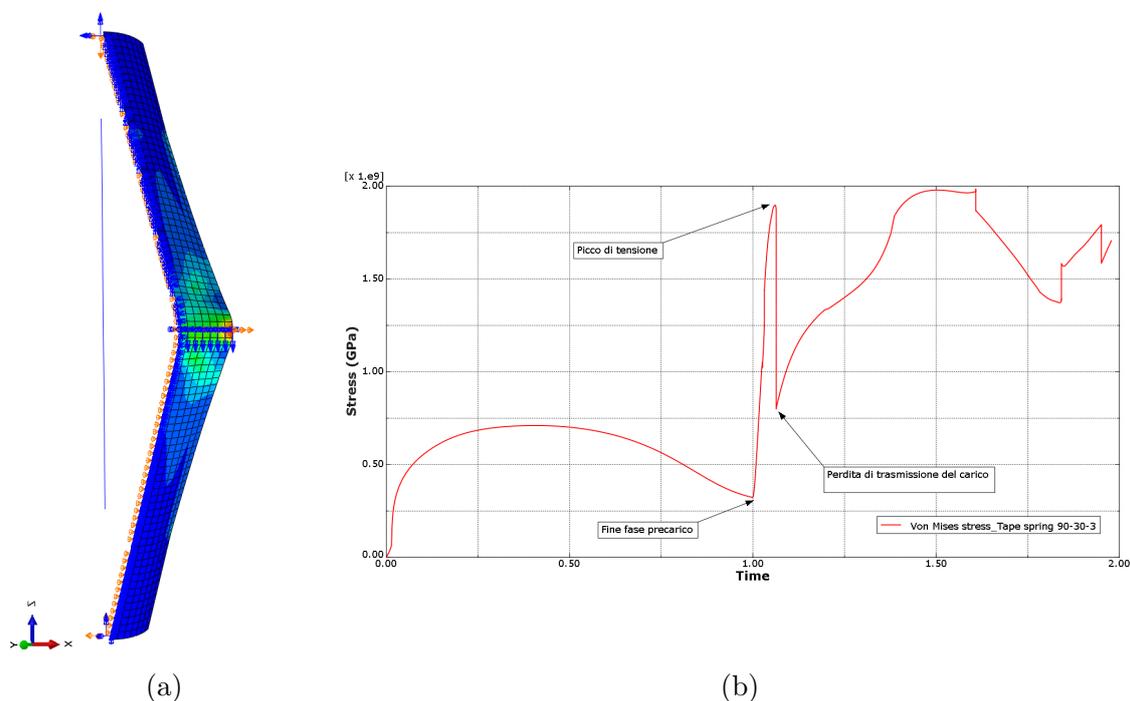


Figura 4.23: Distribuzione delle tensioni nella tape spring , nella fase di carico discendente (a) con il grafico associato all'andamento di tensione nella zona centrale (b). Si può osservare come la tensione salga molto rapidamente all'inizio della fase di carico verticale. Questi valori sono riferiti ad una tape spring con parametri geometrici $\alpha = 90^\circ$, $L/(R/L\alpha) = 3$ e $t/R = 0.005$

Come si può notare, le tensioni rimangono contenute nel caso in cui ci si limiti ad effettuare il precarico, mentre nel momento in cui si inizia ad esercitare il carico verticale discendente, le tensioni salgono a livelli ben oltre il limite di deformazione plastica del materiale. Si noti che anche in questo caso, questo concept potrebbe essere approfondito sperimentalmente con tape spring ad $\alpha < 90^\circ$.

Preso atto della non fattibilità del precarico, si è deciso di provare comunque a valutare i possibili vantaggi di questa geometria modificando l'idea iniziale. Poiché le tensioni appaiono troppo elevate per via del precarico, si può ad esempio imma-

ginare di utilizzare delle tape spring deformate plasticamente (tramite ad esempio un processo di piegatura) in modo da assumere la sagoma precedentemente ottenuta tramite precarico, ma senza alcun tipo di tensioni residue. Per simulare questa condizione, anziché effettuare lo step di compressione immediatamente dopo quello di precarico è necessario creare un nuovo modello in cui viene importata la mesh corrispondente all'incremento finale dello step di precarico. In questo modo la mesh avrà la sagoma desiderata senza alcun tipo di tensione residua. Vincoli e carichi sono del tutto analoghi a quelli del caso precedente, con la differenza che ora si può tralasciare l'elemento di tipo "cavo" poiché non è più necessario mantenere la tape spring nella configurazione a "V" tramite vincoli esterni. Si nota che a seguito di questa modifica, le tensioni ottenute sono nettamente inferiori 4.24.

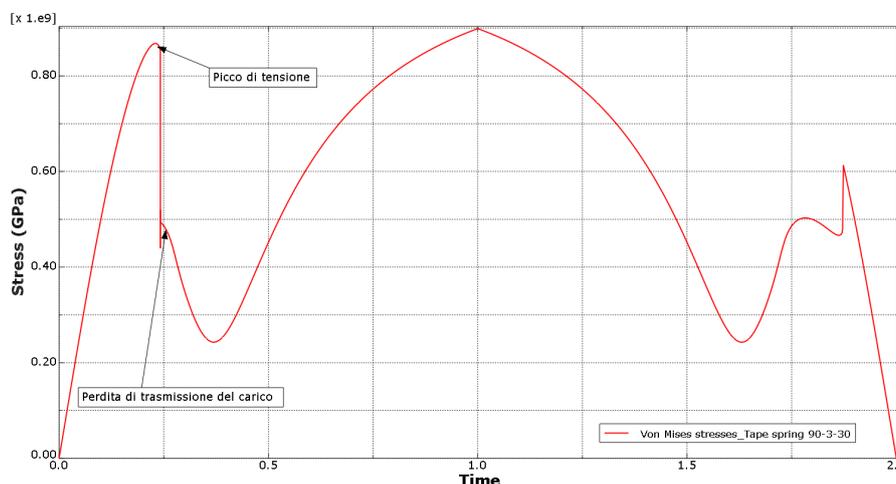


Figura 4.24: Andamento delle tensioni per una tape spring analoga a quella rappresentata in figura 4.23b ma con una curvatura centrale sagomata anziché ottenuta con un precarico. I valori di tensione sono nettamente inferiori.

Anche in questo caso, l'analisi di sensibilità della mesh rivela la necessità di utilizzare elementi di dimensione molto ridotta per calcolare adeguatamente le tensioni sviluppate. Si è visto che nelle zone di massima tensione possono essere necessari elementi fino a 0.3mm di spessore per ottenere dei valori accurati. Poiché soprattutto nelle tape più lunghe questo farebbe crescere notevolmente il costo computazionale della simulazione, è stata utilizzata la funzione "bias" in direzione longitudinale per addensare la mesh nelle zone più critiche ossia in corrispondenza degli snap alle estremità e nella curva centrale. Tale bias usa un range da 0.8mm a 0.3mm . Poiché nella curvatura centrale le tensioni appaiono elevate principalmente nella porzione esterna della tape spring, è stato aggiunto un ulteriore bias con range 0.6mm - 0.2mm lungo la direzione trasversale della tape 4.25.

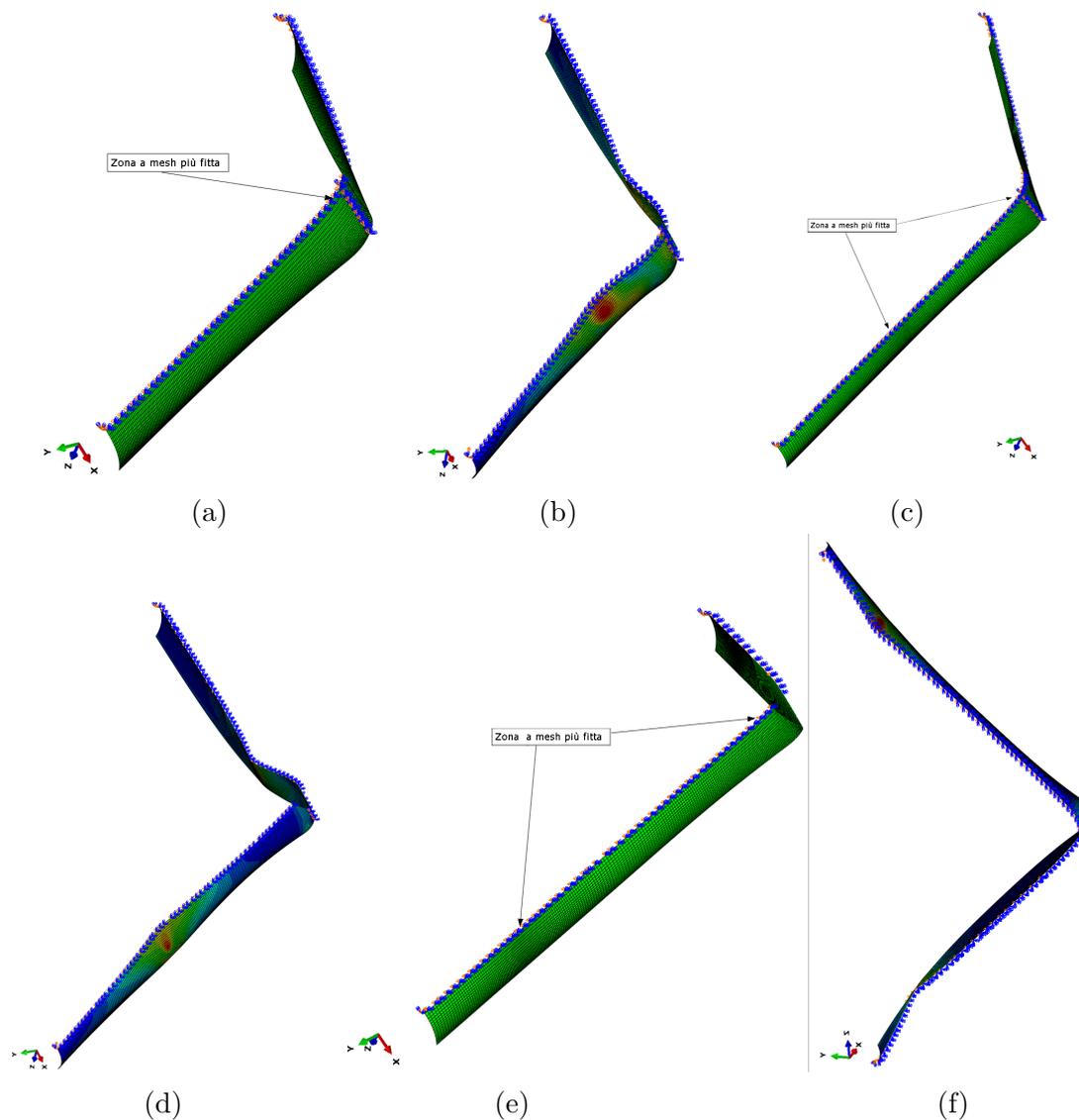


Figura 4.25: Confronto tra mesh e relative deformata fini per 3 diverse lunghezze: $\alpha = 90^\circ$, $L/(R/L\alpha) = 3$, $t/R = 0.008$ (a), $\alpha = 110^\circ$, $L/(R/L\alpha) = 5$, $t/R = 0.007$ (b) e $\alpha = 90^\circ$, $L/(R/L\alpha) = 7$, $t/R = 0.01$ (c). In ognuno dei casi la mesh è stata infittita nella zona di formazione della curvatura longitudinale.

Problema della trasmissione del carico

Si nota, nel processo di ottimizzazione dello spessore, che è necessario un suo valore minimo per far sì che il carico si trasmetta da un'estremità all'altra, come si può vedere in figura 4.26 .

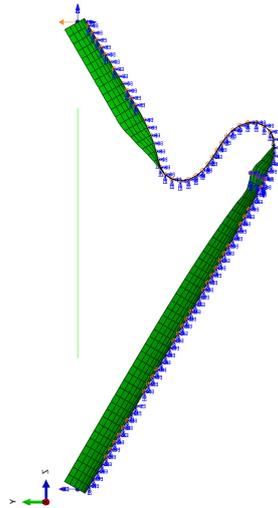


Figura 4.26: Caso in cui, per via di uno spessore troppo ridotto in rapporto alle forze sviluppate, la struttura non è in grado di trasmettere la flessione ad entrambe le estremità della tape spring.

Questo pone un vincolo aggiuntivo: lo spessore deve essere sufficientemente alto da far sì che vi sia trasmissione del carico, ma non così elevato da causare il superamento del fattore di sicurezza sulla tensione massima. Poiché i casi in cui questa condizione riesce a soddisfarsi sono molto limitati, occorre applicare un'ulteriore modifica al design di partenza. Si decide di vincolare la sezione posta nel piano di simmetria XZ, in modo che questa possa traslare liberamente nel piano YZ senza però poter ruotare. In questo modo si perde il vantaggio inizialmente ipotizzato di eliminare una parte del supporto strutturale, ma si riesce a far funzionare correttamente le tape springs per un range di parametri geometrici molto maggiore 4.27.

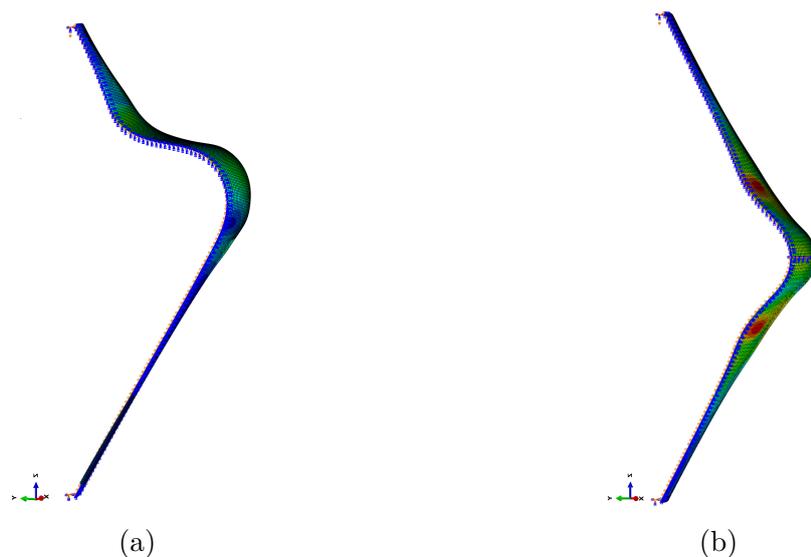


Figura 4.27: Deformata di una tape spring senza vincolo di simmetria centrale (a) e con vincolo di simmetria centrale (b).

4.3.3 Risultati Geometria 2

Nella tabella 4.10 riportiamo i parametri di dissipazione energetica ottenuti. I casi evidenziati in grassetto sono quelli per cui è possibile flettere entrambe le tape spring senza la necessità del vincolo di simmetria centrale. Per calcolare il volume complessivo di questa struttura facciamo riferimento all'immagine 4.28.

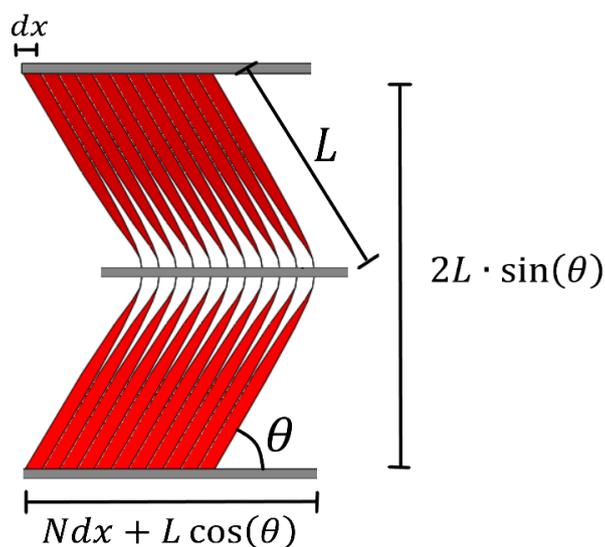


Figura 4.28: Disegno schematico di una fila di tape spring per la geometria 2.

In questo caso, la disposizione delle tape spring fa sì che non sia conveniente ragionare sul volume di una singola cella. Se si approssima la lunghezza del segmento

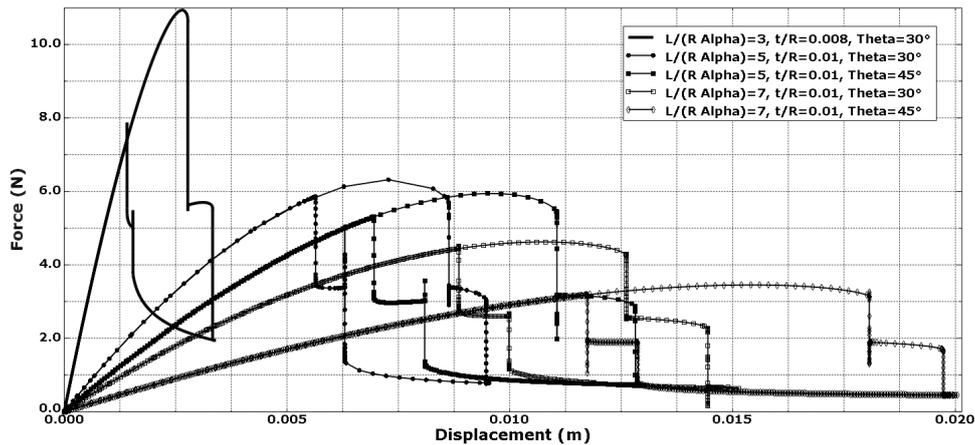
dx a quella dell'altezza dh della sezione di una tape spring e si riportano le stesse considerazioni sulla larghezza dw effettuate per la geometria precedente, il volume di una fila di tape spring costituita da N colonne sarà:

$$V_{fila} = L_{fila} \cdot dh_{fila} \cdot 1.2dw = (L\cos(\theta) + N \cdot R(1 - \cos(\alpha/2))) \cdot 2L\sin(\theta) \cdot 1.2 \cdot 2R\sin(\alpha/2) \quad (4.8)$$

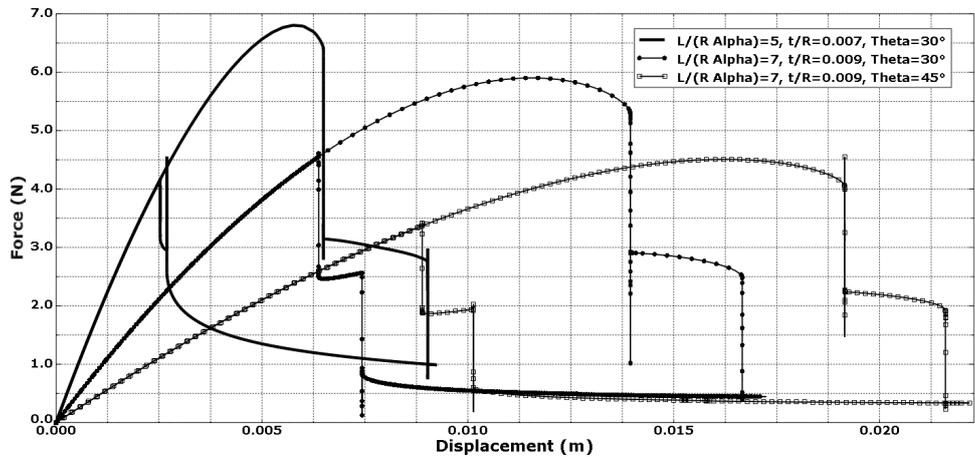
e quindi il volume di una struttura costituita da M file sarà semplicemente:

$$V_{tot} = M \cdot V_{fila} \quad (4.9)$$

Come si può notare, l'equazione 4.8 ha una componente fissa e una che dipende dal numero N di colonne, tale per cui maggiore è N minore sarà il contributo complessivo della componente fissa. Viene scelto un numero indicativo di $N = 10$ per confrontare tra loro le diverse soluzioni.



(a) $\alpha = 90^\circ$



(b) $\alpha = 110^\circ$

Figura 4.29: Grafici forza-spostamento per per la geometria 2.

	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M (J/kg)$	$W_{diss}/V (J/m^3)$
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=3$, $t/R=0.008$, $\theta=30^\circ$	0.0114	0.082	0.00096	11.842	1557.2
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.01$, $\theta=30^\circ$	0.0160	0.063	0.00200	8.020	2021.8
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.01$, $\theta=45^\circ$	0.0216	0.069	0.00200	10.837	1010.9
$\alpha = 90^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.01$, $\theta = 30^\circ$	0.0152	0.053	0.00279	5.453	558.1
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.01$, $\theta=45^\circ$	0.0186	0.064	0.00279	6.663	658.5
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$	0.0224	0.096	0.00179	12.480	756.1
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.009$, $\theta=30^\circ$	0.0413	0.102	0.00417	9.915	821.7
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.009$, $\theta=45^\circ$	0.0421	0.102	0.00417	10.103	821.65

Tabella 4.10: Parametri di energia dissipata per la geometria 2

Dai dati ottenuti si può notare come l'andamento generale dell'energia dissipata su unità di massa sia simile a quanto osservato per la geometria precedente. L'ordine di grandezza dell'energia dissipata è lo stesso, con i casi più efficienti che si riscontrano per le tape spring a lunghezza minore. Si noti che in questo caso, la tape a curvatura α maggiore presenta dei risultati migliori, in quanto riesce a raggiungere spessori leggermente più elevati di quanto osservato per la geometria 1. Per quanto concerne l'angolo di inclinazione θ delle tape spring, si può notare che disporre di un angolo maggiore porta a dei risultati migliori, sia in termini di energia dissipata

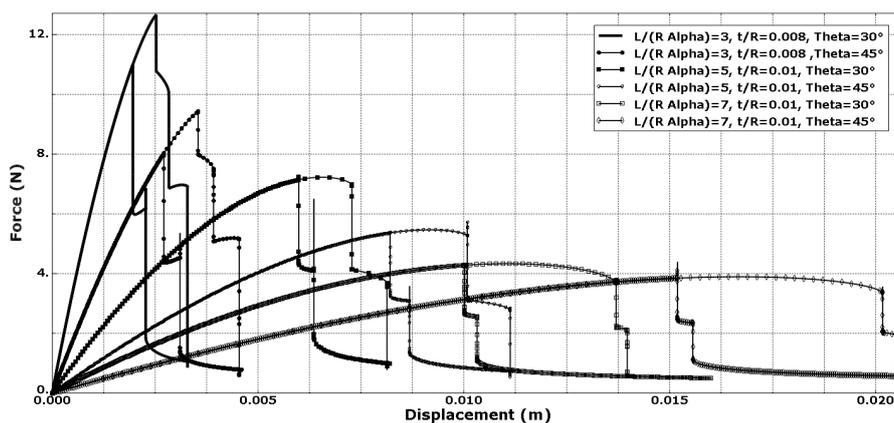
che di loss factor. Allo stesso tempo però, poiché aumenta il disallineamento tra le due estremità della tape spring, si riduce il carico di compressione e di conseguenza in alcuni casi non si riesce a trasmettere efficacemente il carico. Infine, si è osservato che per le lunghezze maggiori, e inclinazione θ minore, sia possibile trasmettere il carico tra le estremità della tape spring anche senza l'utilizzo del vincolo centrale (così come ipotizzato inizialmente) tuttavia questi casi non risultano competitivi dal punto di vista dei parametri di dissipazione energetica.

4.3.4 Versione semplificata

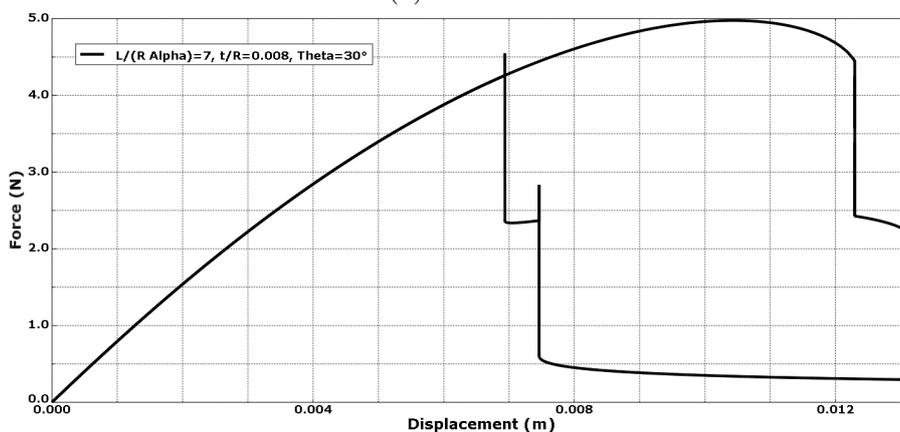
La configurazione finale così ottenuta presenta una complessità di realizzazione più elevata, in quanto è necessario non solo sagomare correttamente tutte le tape springs, ma è anche necessario imporre il vincolo centrale, ad esempio saldando le sezioni di simmetria ad una lamina orizzontale. Vi sono alcuni casi in cui questo supporto centrale non è richiesto, ma la loro energia dissipata su unità di massa non è tra le più elevate. Poiché per realizzare la simmetria centrale risulta comunque necessario aggiungere un supporto ulteriore tra due file di tape spring, è possibile semplificare la geometria sostituendo la tape sagomata con due semplici tape springs rettilinee, collegate tra loro da un supporto centrale. Nel modello agli elementi finiti, per simulare questo supporto, viene aggiunto un nodo nel punto medio tra i baricentri delle sue sezioni 4.30. Questo nodo viene vincolato a poter traslare nel piano XY senza poter ruotare, e successivamente collegato ai baricentri delle estremità adiacenti tramite un vincolo di tipo "coupling" in modo che i due baricentri siano legati rigidamente al nodo centrale, lasciando però libera la rotazione attorno all'asse X.



Figura 4.30: Modello agli elementi finiti della geometria 2 nella quale la singola tape spring viene sostituita da due tape spring separate (a). La curvatura centrale viene sostituita da un vincolo di tipo "coupling" tra le due estremità contigue (b).



(a) $\alpha = 90^\circ$



(b) $\alpha = 110^\circ$

Figura 4.31: Grafici forza-spostamento per per la geometria 2 nella versione senza sagomatura centrale.

Nella tabella 4.11 ne vengono mostrati i parametri di dissipazione energetica:

	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M(J/kg)$	$W_{diss}/V(J/m^3)$
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=3$, $t/R=0.008$, $\theta=30^\circ$	0.0099	0.063	0.00096	10.373	1352.3
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=3$, $t/R=0.008$, $\theta=45^\circ$	0.0104	0.065	0.00096	10.820	1468.7
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.01$, $\theta=30^\circ$	0.0090	0.037	0.00200	4.491	567.2
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.01$, $\theta=45^\circ$	0.0096	0.039	0.00200	4.820	1200.8
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.01$, $\theta=30^\circ$	0.0128	0.046	0.00279	4.590	600.4
$\alpha=90^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.01$, $\theta=45^\circ$	0.0153	0.044	0.00279	5.471	1083.3
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=7$, $t/R=0.008$, $\theta=30^\circ$	0.0241	0.087	0.00333	7.235	541.7

Tabella 4.11: Parametri di energia dissipata per la geometria 2 nella versione semplificata senza "sagomatura" centrale.

Confrontando questa tabella con la precedente, notiamo come la "semplificazione" della geometria abbia portato in generale ad un peggioramento delle prestazioni. Il caso che meno ne risente è quello a $L/R\alpha = 3$ e $\alpha = 90^\circ$ che presenta dei valori di poco inferiori a quelli del caso precedente, anche grazie alla possibilità di trasmettere il carico anche per $\theta = 45^\circ$. Per tutti gli altri casi, la riduzione delle prestazioni è netta. Osservando i grafici si può notare come questo sia dovuto ad una minore distanza tra gli angoli di snap della fase di carico e di scarico, portando ad una netta diminuzione dell'area sottesa tra le due curve. I casi ad $\alpha = 110^\circ$ e $L/R\alpha = 5$ che nella tabella precedente risultavano essere i più vantaggiosi, ora sono impraticabili per via di tensioni troppo elevate. Questi risultati dimostrano chiaramente la complessità del comportamento di questo tipo di strutture: le due casistiche appena analizzate sono molto simili, differendo solamente per la presenza nel primo caso di una rigidità aggiuntiva nel punto di contatto tra i due segmenti della sagoma a V, tuttavia ciò è sufficiente a modificare in modo netto il meccanismo di formazione della piega, portando a risultati molto diversi in termini di dissipazione energetica.

4.3.5 Geometria 2 con tape spring in serie

Stabilito come la configurazione a ad $\alpha = 110^\circ$ e $L/R\alpha = 5$ della tape spring "sagomata" sia il caso più vantaggioso in termini di energia dissipata su unità di massa, si prosegue analizzando come questa si comporti nel caso in cui si dispongano diverse celle in serie capaci di piegarsi indipendentemente tra loro. Il modello viene realizzato affiancando le tape spring e aggiungendo anche in questo caso delle superfici di contatto fittizie atte a simulare la capacità della struttura di prevenire l'ulteriore piegamento di ogni tape spring dopo che questa abbia superato la fase di snapping in entrambe le estremità. Come per la geometrie precedente, anche in questo caso, l'obiettivo è assicurarsi che non si raggiungano tensioni troppo elevate così come ridurre la quantità di energia elastica non dissipabile accumulata dalla struttura. Si generano due superfici quadrate di dimensioni leggermente differenti per ogni tape spring presente nella struttura. Si lega tramite vincolo rigido la superficie di lato maggiore all'estremità inferiore della tape spring e si dispone sopra di essa la superficie di lato inferiore, ad una distanza pari all'escursione che si vuole permettere. Quest'ultima superficie viene legata con un vincolo rigido all'estremità superiore della tape spring 4.32a. Successivamente si assegna alle due superfici la proprietà "contatto". Si conclude collegando tramite vincoli rigidi le estremità contigue delle tape spring e aggiungendo un vincolo di incastro all'estremità inferiore della tape spring posta più in basso.

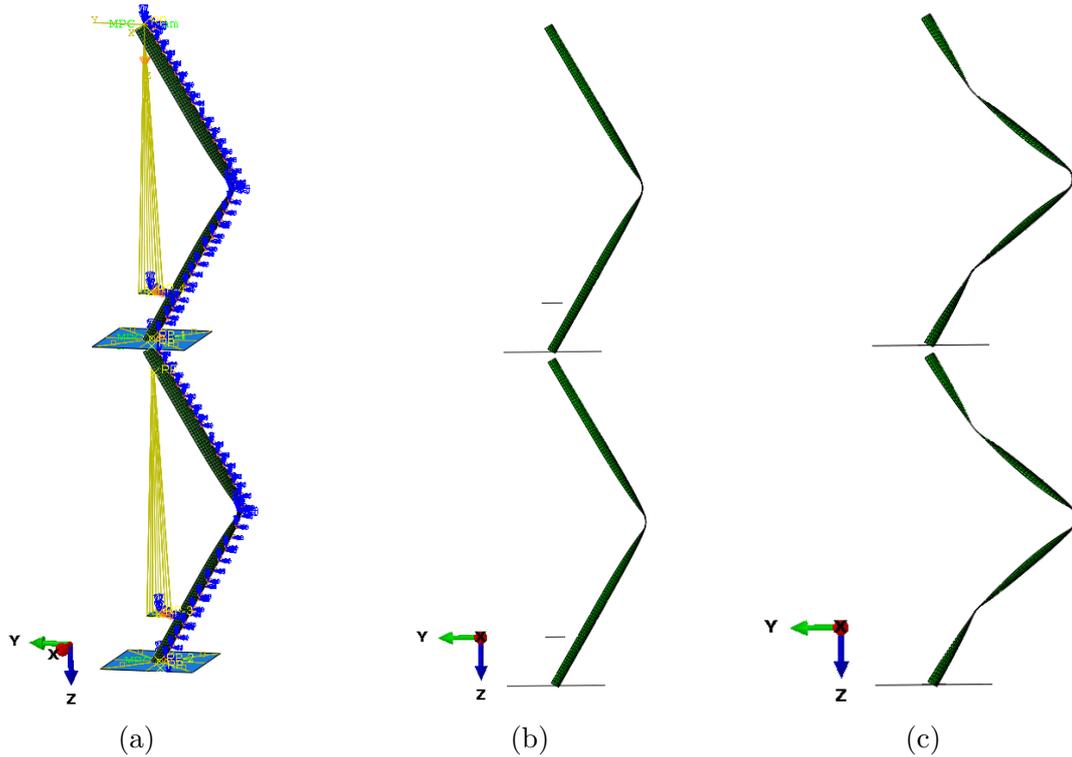


Figura 4.32: Geometria 2 con tape spring disposte in serie. Vengono riportate la mesh iniziale (a) e la configurazione deformata finale (b)-(c)

	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M (J/kg)$	$W_{diss}/V (J/m^3)$
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=1$	0.0224	0.096	0.00179	12.480	756.1
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=2$	0.0564	0.098	0.00358	15.745	951.85
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=3$	0.1064	0.101	0.00582	18.267	1197.1

Tabella 4.12: Valori di dissipazione di energia per la geometria 2 con tape spring in serie.

Come per la geometria precedente, anche in questo caso disporre celle in serie permette di ottenere un aumento dell'energia dissipata per singola cella, e dai grafici

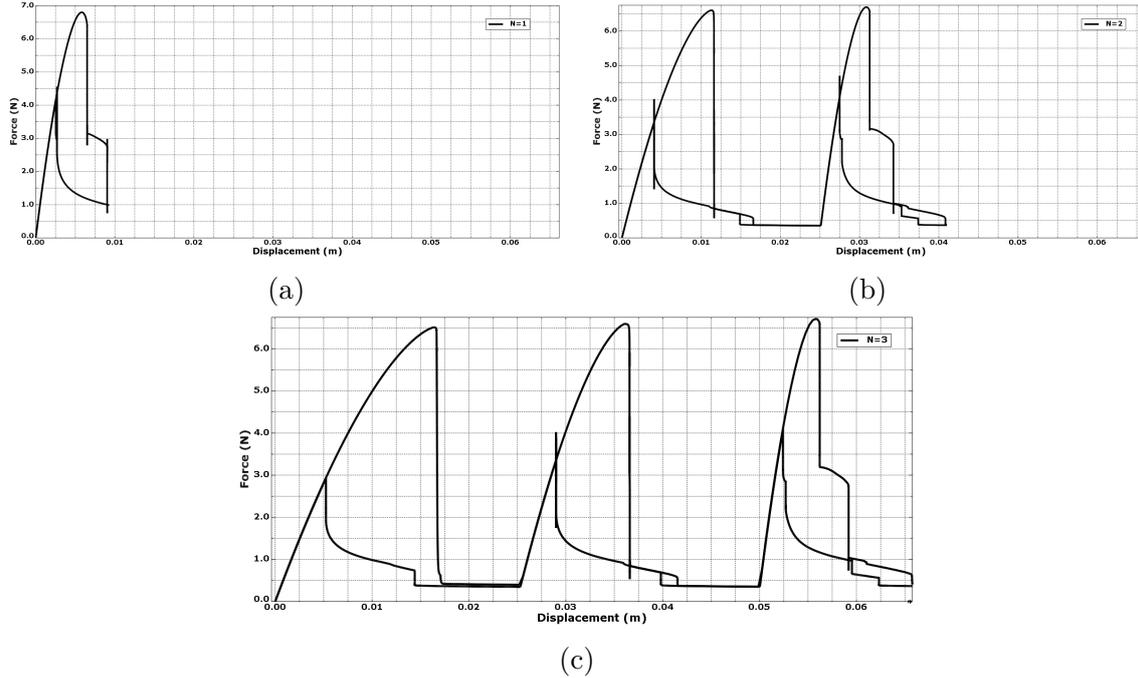


Figura 4.33: Grafici forza-spostamento per costituita basata sulla geometria 2 e costituita rispettivamente da 1(a), 2(b) e 3(c) celle in serie.

corrispondenti si può notare come il meccanismo alla base sia essenzialmente lo stesso già descritto. Il fatto rilevante tuttavia è che in questo caso l'aumento percentuale è molto inferiore, dimostrando come sia necessario un numero di celle maggiore per ottenere gli stessi valori di dissipazione di energia.

4.3.6 Contributo della struttura di supporto

Per calcolare la massa della struttura di supporto, si considera semplicemente di inserire un lungo segmento orizzontale tra ogni fila di tape spring 4.28. Per calcolare il volume del supporto, si considera l'equazione 4.8, nella quale all'altezza dh della fila si sostituisce lo spessore del supporto. Similmente a quanto considerato per la geometria 1, tape spessore viene approssimato a 10 volte lo spessore della tape spring:

$$M_{segmento} = \rho \cdot L_{fila} \cdot dt \cdot 1.2dw = \rho_{PEEK}(L \cdot \sin(\theta) + N \cdot R(1 - \cos(\alpha/2))) \cdot 10 \cdot t \cdot 1.2 \cdot 2R\sin(\alpha/2) \quad (4.10)$$

$$M_{tot} = M \cdot M_{segmento} \quad (4.11)$$

dove M e N sono rispettivamente il numero di file e di colonne.

	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V(J/m^3)$ $M = 1$
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=3$, $N=1$	0.101	18.267	9.3090	207.6
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=3$, $N=10$	0.101	18.267	15.6633	1197.1
$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$, $M=3$, $N=100$	0.101	18.267	16.8108	2287.1

Tabella 4.13: Parametri geometrici con le prestazioni migliori in termini di dissipazione energetica su unità di massa e di volume per la geometria 2

In questo caso, per un numero di tape spring sufficientemente elevato si nota come il contributo della massa della struttura riduca l'energia dissipata su unità di massa di una quantità marginale.

4.4 Geometria 3

4.4.1 Introduzione

La terza struttura che si decide di analizzare è basata sul comportamento di una geometria detta "tetra-anti-chirale" [76] 4.34a. Questa geometria appartiene al ramo delle strutture planari auxetiche, ossia strutture progettate per avere un numero di poisson negative. Ciò significa che se sottoposte a compressione o trazione lungo una direzione, si osserverà rispettivamente compressione o trazione anche nella direzione perpendicolare a quella del carico. Poiché questa tipologia di struttura basa il suo funzionamento sulla flessione di segmenti rettilinei collegati da nodi 4.34b, sostituendo tali segmenti con delle tape spring sarebbe possibile creare una struttura

in grado di fletterle avendo come unico elemento strutturale i nodi di collegamento tra i segmenti. Nel documento [62] viene già esplorata preliminarmente questa possibilità, ma poiché si riscontra un comportamento poco stabile, si scarta questa soluzione in favore di un altro tipo di geometria, ossia quella di tipo "esa-chirale" 4.35.

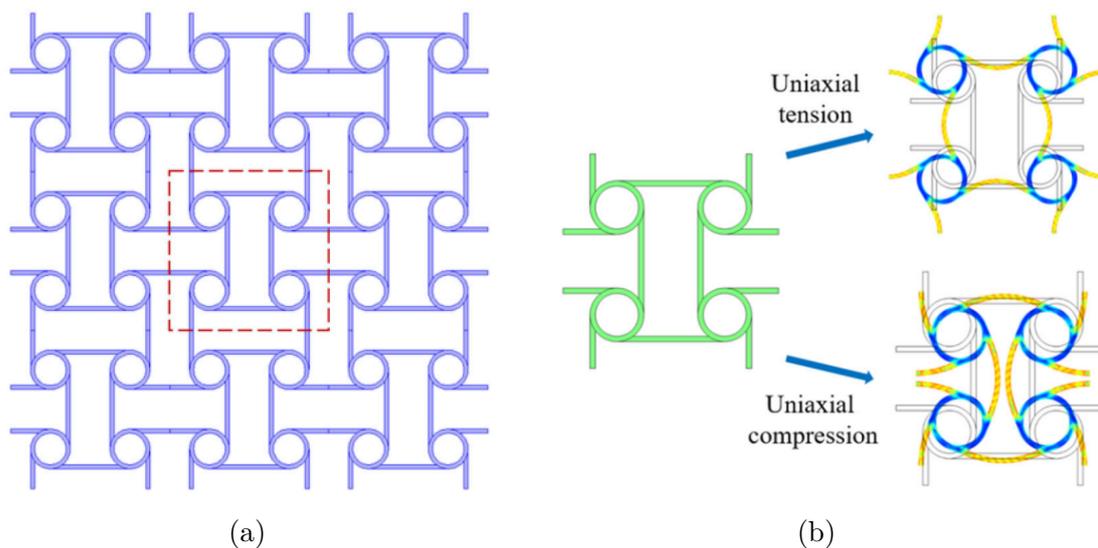


Figura 4.34: Geometria tetra-anti-chirale (a) e sua modalità di deformazione se sottoposta a trazione o compressione (b) [77]

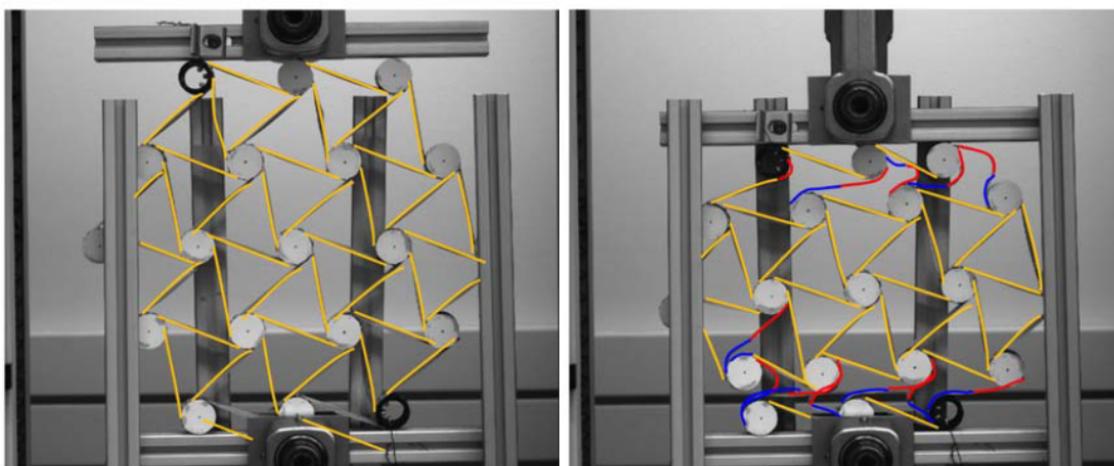


Figura 4.35: Deformazione in una geometria esa-chirale. Si noti come le tape spring subiscano parte della flessione nella direzione "equal bending" (blu) e parte della flessione nella direzione "opposite bending" (rosso)[62].

Il motivo principale per cui si ritiene opportuno approfondire questa possibilità rispetto alla geometria esa-chirale risiede nel tipo di flessione a cui sono sottoposti i segmenti.

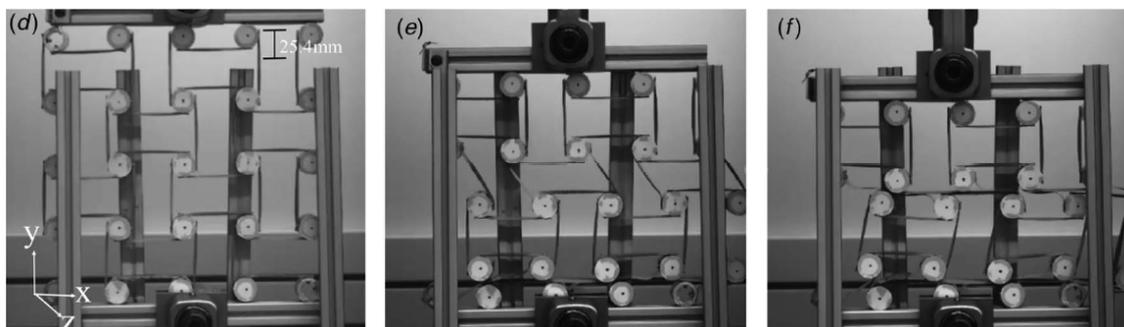


Figura 4.36: Esperimento di compressione di una struttura tetra-anti chirale basata su tape spring. In questo caso, poiché i nodi di una stessa colonna non rimangono allineati il comportamento della struttura viene modificato e non tutte le tape vengono sottoposte a flessione [62].

Come si può notare in figura 4.36, nella geometria esa-chirale ogni tape spring viene sottoposta a flessione del tipo "opposite bending" ad un'estremità, e di tipo "equal bending" all'altra estremità (la quale come si è visto non possiede la proprietà di dissipare energia). In una geometria di tipo "tetra-anti-chirale" invece, ogni tape spring subirebbe una flessione del tipo "opposite bending" ad entrambe le estremità, potenzialmente aumentando l'energia dissipabile. Gli svantaggi principali di cui ci si rende già conto sono 2: il meccanismo di flessione delle tape spring è più complesso dei casi precedenti, e potrebbe presentare un comportamento molto più irregolare e imprevedibile. Ad esempio come è stato valutato nel documento [62], nel momento in cui una tape spring si piega, perde la capacità di trasmettere efficacemente il carico al resto della struttura, prevenendo la flessione delle tape spring ai suoi lati 4.36. Nel corso delle analisi effettuate per questo studio, si valuterà l'inserimento di vincoli aggiuntivi, ad esempio escludendo la possibilità di moto orizzontale relativo tra i nodi di una stessa colonna, in modo che scendano rimanendo incolonnati tra loro.

4.4.2 Realizzazione del modello agli elementi finiti

In questo caso il modello agli elementi finiti risulta meno banale da realizzare, poiché la divisione della struttura in celle non è univocamente definita. Per sfruttare al meglio le simmetrie si decide di realizzare una cella costituita da un nodo centrale e quattro semi-tape spring, come mostrato in figura 4.37.

Anche in questo caso per ogni tape spring viene realizzata solo una delle due metà secondo il piano di simmetria longitudinale, per cui ognuno dei quattro segmenti presenti in una singola cella è costituito da 1/4 di tape spring completa. Per semplificare ulteriormente la geometria, l'anello centrale non viene realizzato, e la

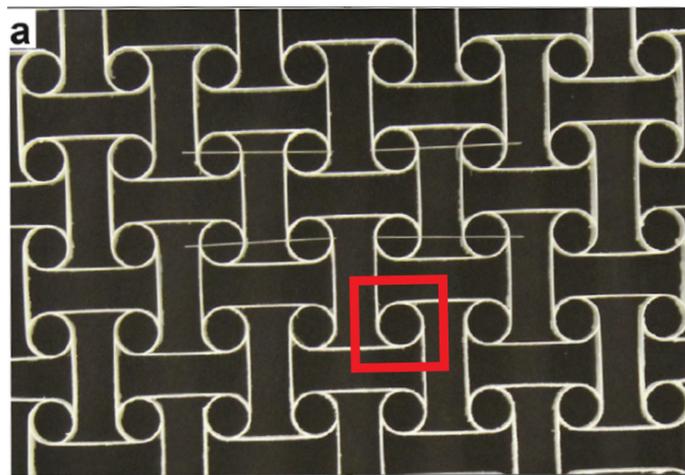


Figura 4.37: Struttura tetra-anti-chirale nella quale viene evidenziata la sezione considerata come "cella base".

sua funzione viene modellata tramite 4 vincoli rigidi che legano un punto posto al centro della circonferenza alle 4 estremità interne delle tape spring. In questo modo non solo si impone alle 4 estremità di ruotare come se fossero un corpo rigido, ma si impone anche la rigidità di queste sezioni di estremità. Per quanto riguarda le sezioni di estremità esterne, si dovrà imporre ad ognuna una condizione di simmetria rispetto al piano trasversale in cui giace tale sezione. Non è però possibile utilizzare la generica condizione di simmetria per tutte le sezioni, in quanto queste dovranno essere libere di traslare nel piano YZ . Si procede nel modo seguente, come rappresentato in figura 4.38a.

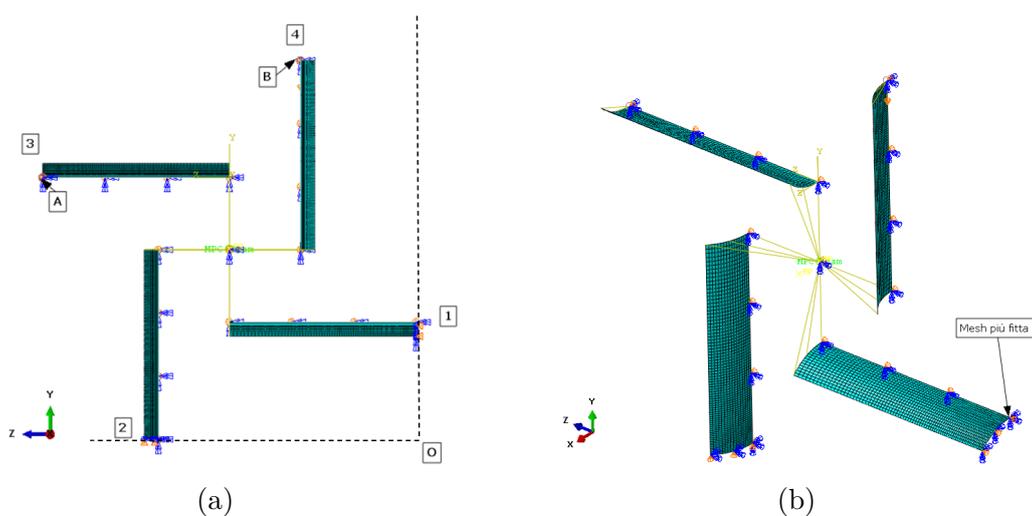
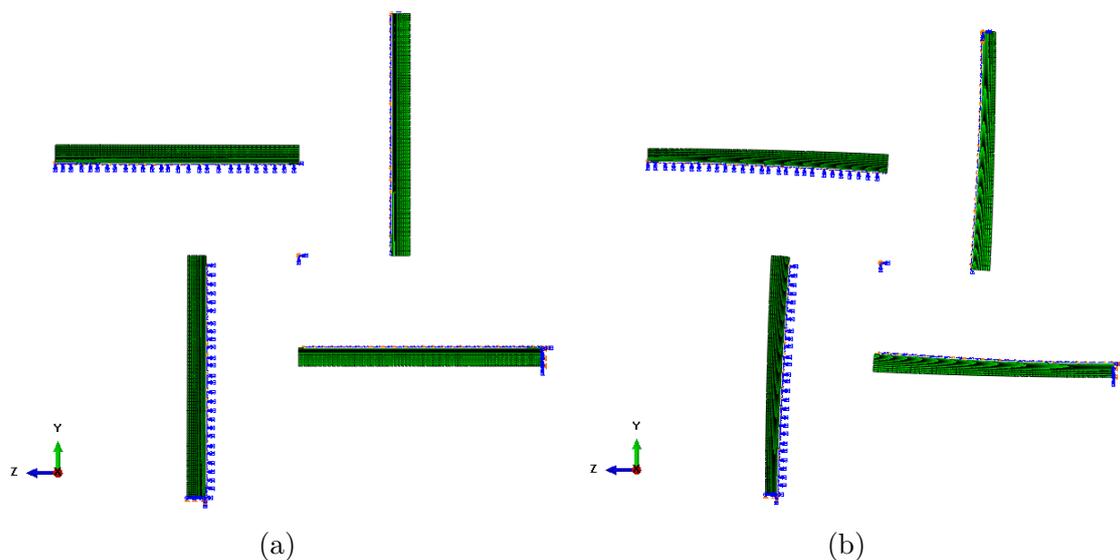


Figura 4.38: Modello agli elementi finiti per una cella della geometria 3. Sono evidenziate le diverse condizioni al contorno ai bordi esterni (a) e i vincoli rigidi tra il nodo centrale e i bordi interni (b).

Si considera il punto O come punto fermo, in questo modo è possibile applicare alle estremità 1 e 2 dei normali vincoli di simmetria, rispettivamente rispetto al piano XY e al piano XZ. Per le estremità 3 e 4 invece, si vincolano gli stessi gradi di libertà appena elencati, tuttavia anziché imporvi uno spostamento nullo, si richiede che tale spostamento coincida con quello di un punto posto alla base della sezione, dunque punto A per la sezione 3 e punto B per la sezione 4. Per fare questo si utilizza il vincolo chiamato "coupling" in Abaqus. In questo modo, gli spostamenti "relativi" legati ai gradi di libertà elencati saranno bloccati, ma la sezione potrà muoversi nel piano XY. La mesh, validata da un'analisi di sensibilità, è costituita da elementi 2D "S4R" la cui dimensione è regolata in modo da essere inferiore in corrispondenza dell'estremità esterna della tape spring (in cui si formerà la curvatura longitudinale) con un bias caratterizzato da valore massimo $8mm$ e valore minimo $3mm$. Come per la seconda geometria, anche in questo caso la singola cella reale sarà costituita da più tape spring che differiranno leggermente luna dall'altra per piccole imperfezioni della geometria. Pertanto è necessario modificare la mesh con una opportuna combinazione lineare dei primi 10 modi di vibrare, scalati in modo da dare deformazioni di almeno due ordini di grandezza inferiori alla scala della geometria iniziale.

Poiché la struttura è considerata anche in questo caso come compressa dall'alto, si applica un carico di spostamento discendente nel punto B. Anche in questo caso si effettua un'analisi statica utilizzando il metodo di Newton per facilitare la convergenza. Come si può notare in figura 4.39, la deformata coincide con quanto atteso poiché tutte e 4 le tape spring si piegano correttamente e ad istanti differenti.



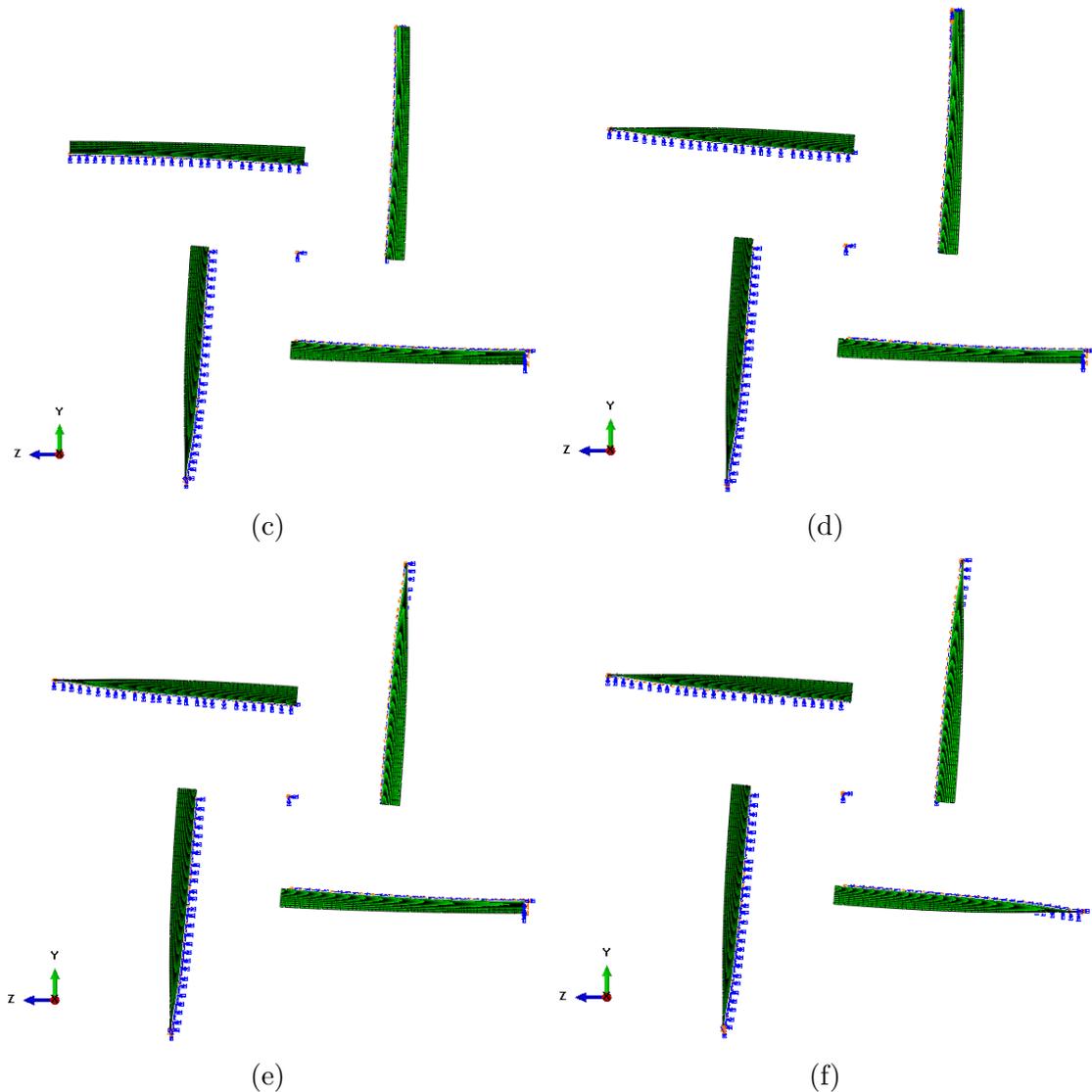


Figura 4.39: Deformata della singola cella costituente la geometria 3. Si può notare come le tape spring performino lo snapping ad istanti differenti.

Prima di procedere all'analisi generale, è stata valutata l'influenza della distanza tra le 4 tape spring. Sono state considerate 2 distanze di valore 30mm e 15mm per due differenti lunghezze di tape spring ossia $L/R\alpha = 3$ e 5 . Quello che si nota dalle curve Forza-spostamento è che ridurre la distanza tra le tape causa un aumento della forza massima opposta dalla struttura e una diminuzione dello spostamento verticale necessario a far avvenire lo snap. Ad un aumento di forza opposta segue naturalmente un aumento della tensione massima locale. Entrambi questi comportamenti si possono spiegare col fatto che ridurre la distanza tra due tape implica la riduzione del braccio della forza applicata rispetto al punto centrale. A parità di momento angolare necessario per flettere le tape spring, ridurre il braccio comporta un necessario aumento della forza da applicare. Inoltre, a parità di spostamento angolare che

le estremità della tape spring devono percorrere prima di scattare, ridurre il braccio implica una diminuzione della distanza verticale da percorrere. Il fatto più importante per i nostri scopi tuttavia è che nonostante la curva forza-spostamento venga modificata, l'integrale della curva produce sempre lo stesso risultato, indicando che l'energia complessivamente dissipata non cambia.

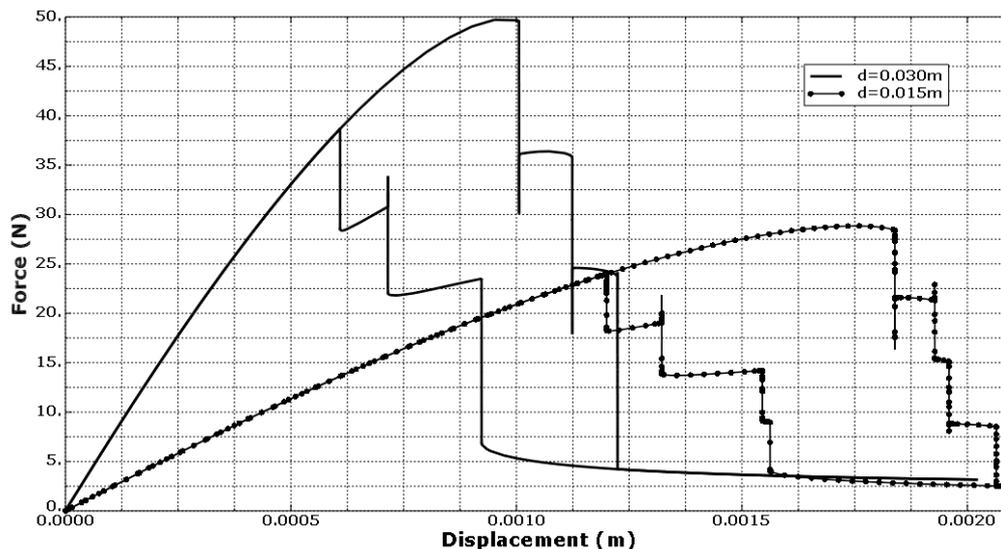


Figura 4.40: Confronto tra la relazione forza-spostamento di due celle con tape spring di uguale lunghezza ma diverso diametro del perno centrale.

Si deve comunque tenere in conto che una maggiore distanza tra le tape spring comporta un aumento della massa necessaria alla struttura di supporto, diminuendo l'energia su unità di massa complessiva. Infine, si può dimostrare che questo parametro non modifica il volume occupato dalla singola cella (4.41) fintanto che la distanza tra due tape spring non supera quella del quadrato tratteggiato in figura (di lato uguale alla lunghezza di una tape spring completa). Anche nel caso in cui ciò avvenisse non vi sarebbe più possibilità di collegamento tra celle adiacenti e la geometria non sarebbe realizzabile. Pertanto possiamo affermare che questo parametro non modifica il volume complessivo della struttura. Questa caratteristica permettere alla struttura una certa flessibilità nell'applicazione, poiché a parità di energia dissipata permetterebbe di regolare la forza massima opposta dalla struttura in base alle necessità della specifica applicazione (assicurandosi si rimanere entro le tensioni prefissate). Poiché questo parametro non ha effetto sull'energia dissipata, per confrontare l'impatto dei diversi valori geometrici sulle proprietà della struttura, si manterrà un valore fisso di $d = 30mm$ per tutte le tape spring successivamente analizzate.

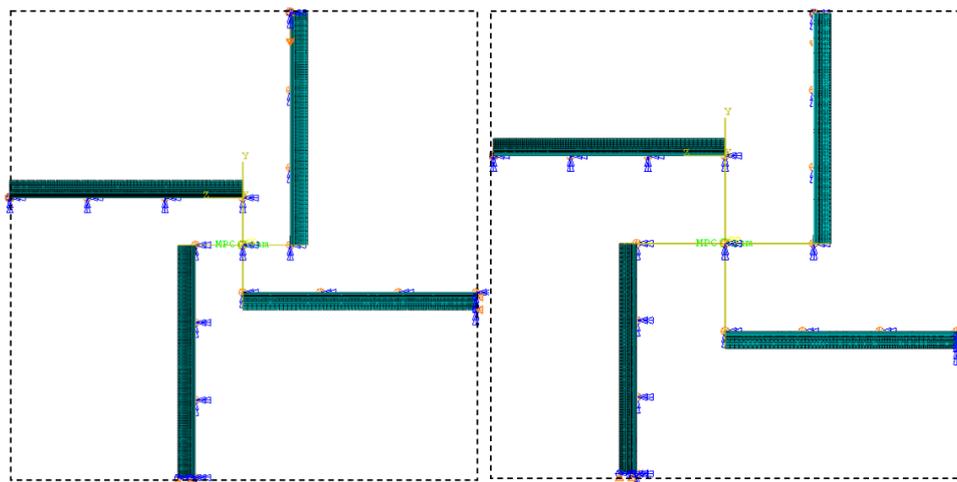
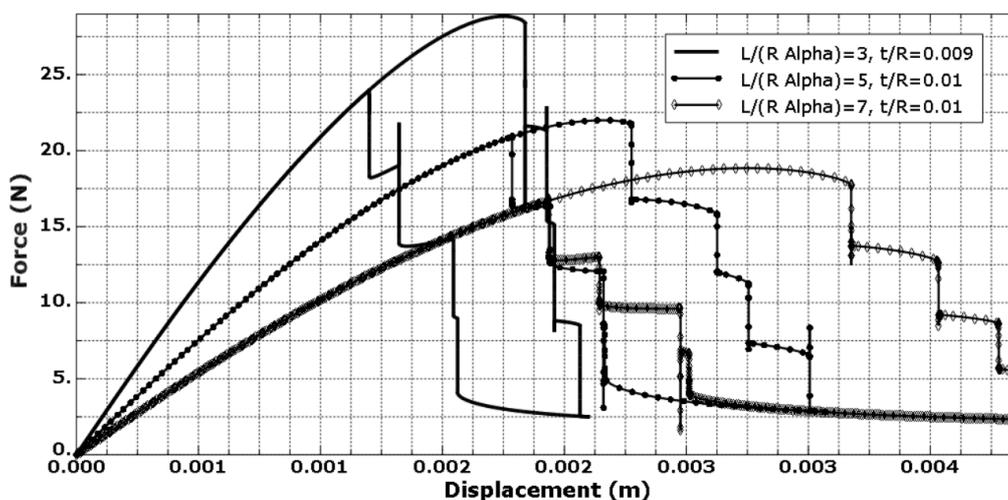


Figura 4.41: Confronto tra due celle con tape spring di uguale lunghezza ma con diverso diametro del perno centrale. Come si può notare, il volume occupato dalla cella non cambia.

4.4.3 Risultati Geometria 3

Si riportano in tabella 4.14 In questo caso il volume occupato da una singola cella è semplice da calcolare. Come si può notare dalla figura 4.41, l'area di una cella corrisponde ad un quadrato avente i lati di lunghezza uguale a 2 semi-lunghezze di tape spring. Pertanto, ripetendo le considerazioni sulla larghezza dw già espresse in precedenza, si ottiene:

$$V_{cella} = A_{cella} \cdot 1.2dw = L^2 \cdot 1.2 \cdot 2R \sin(\alpha/2) \cdot 1.2 \quad (4.12)$$



(a) $\alpha = 90^\circ$

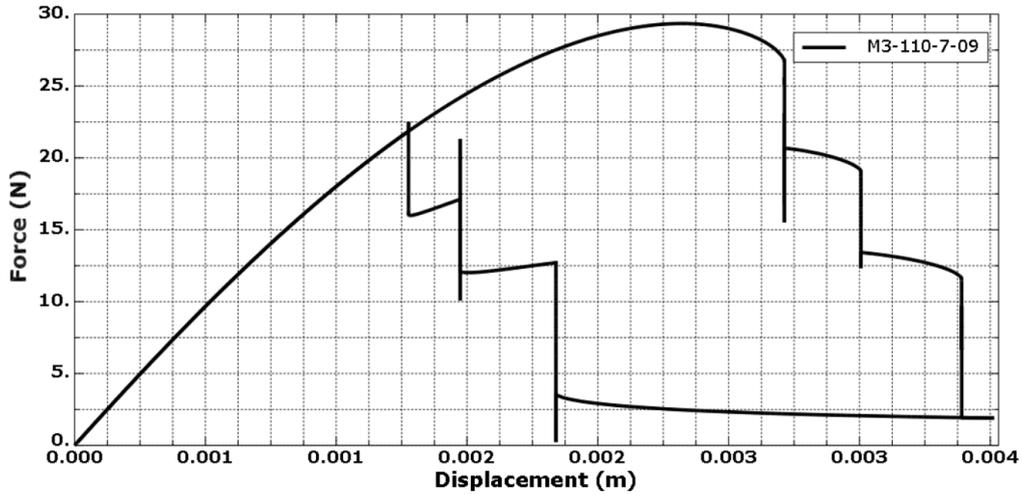

 (b) $\alpha = 110^\circ$

Figura 4.42: Grafici forza-spostamento di una singola cella per per la geometria 3.

	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M(J/kg)$	$W_{diss}/V(J/m^3)$
$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.009$	0.0137	0.060	0.00108	12.689	363.53
$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=5$, $t/R=0.01$	0.0116	0.044	0.00100	5.772	110.81
$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=7$, $t/R=0.01$	0.0202	0.067	0.00140	7.197	98.45
$\alpha=110^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=-$	-	-	-	-	-
$\alpha=110^\circ$, $L/(R\alpha)=5$, $t/R=-$	-	-	-	-	-
$\alpha=110^\circ$, $L/(R\alpha)=7$, $t/R=0.09$	0.0385	0.094	0.00375	10.265	108.43

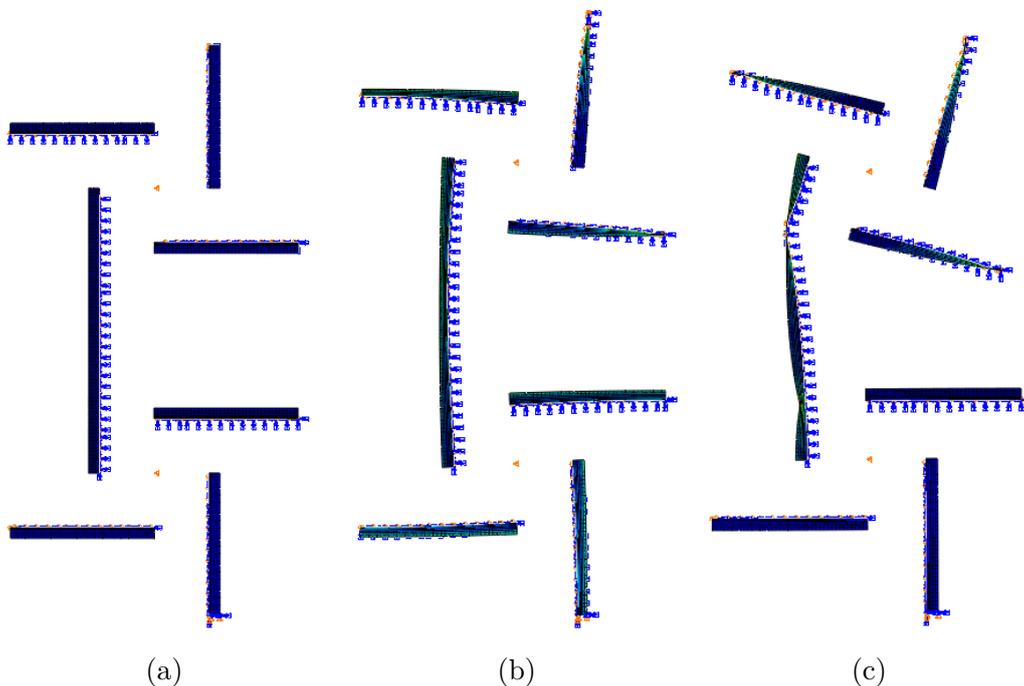
Tabella 4.14: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 3 per una singola cella

L'andamento generale rispecchia quanto riscontrato per le geometrie 1 e 2, con valori di energia dissipata in rapporto alla massa impiegata molti simili a quelli delle geometrie precedenti, con i valori più alti in corrispondenza della tape spring con $\alpha = 90^\circ$ e $L/(R\alpha) = 3$. Se invece si guarda l'energia impiegata su unità di

volume, i valori risultano di un ordine di grandezza inferiore ai casi precedenti. Per quanto riguarda le combinazioni di parametri considerate non praticabili, il motivo è dovuto ad un'impossibilità di trasmettere correttamente gli spostamenti lungo la cella. Così come si era notato nella seconda geometria analizzata, se lo spessore necessario a rimanere entro le tensioni stabilite risulta troppo basso, la singola tape spring si flette eccessivamente, non riuscendo a trasmettere il momento flettente alle altre tale spring della cella. Fortunatamente, questo fenomeno risulta in questo caso molto meno accentuato che non nella geometria precedente.

4.4.4 Geometria 3 con tape spring in serie

Si conclude studiando il comportamento di celle multiple disposte in serie. In questo caso è sufficiente disporre 2 celle simmetriche, sostituendo alle due tape spring adiacenti una singola tape spring completa. Le condizioni al contorno sulle diverse estremità rimangono inalterate e, come illustrato dalle considerazioni iniziali, si impone che i centri di rotazione delle due celle rimangano allineati verticalmente per l'intera deformazione.



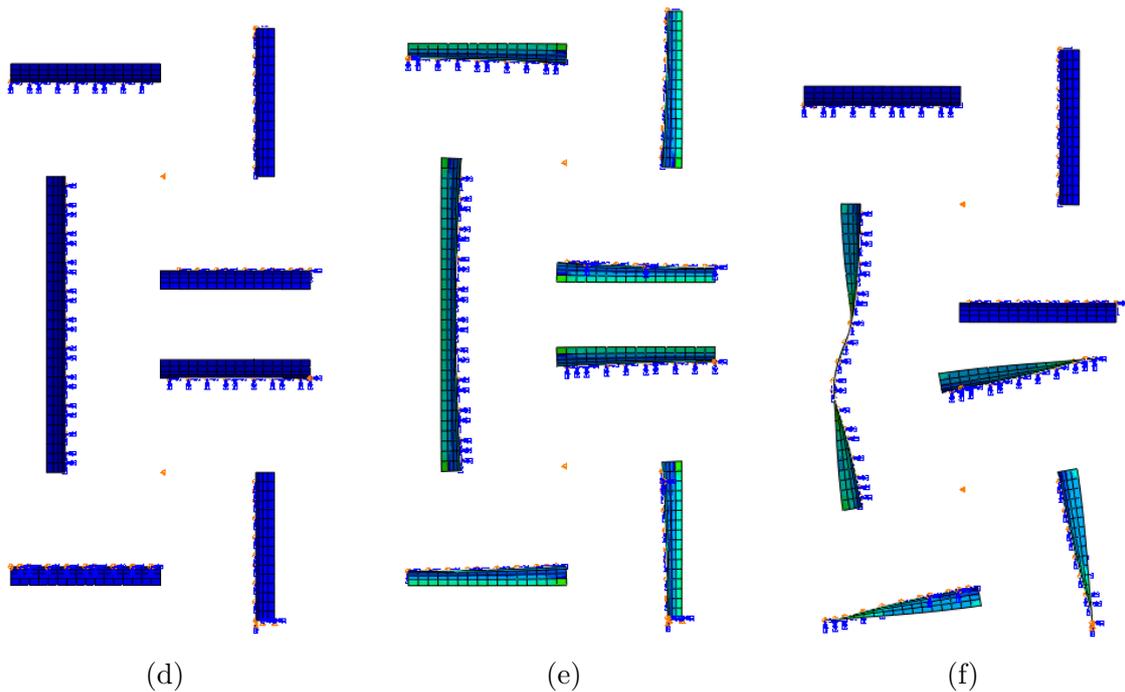


Figura 4.43: Simulazione della geometria 3 con celle multiple in serie, per due tape spring di parametri geometrici $\alpha = 90, L/(R\alpha) = 3, t/R = 0.01$ (a-c) e $\alpha = 90, L/(R\alpha) = 3, t/R = 0.01$ (d-f). In entrambi i casi la cella a cui è applicato il carico non riesce a trasmetterlo alla cella successiva per via delle asimmetrie generatesi.

Come si può notare dalle deformate in figura 4.43 anche allineando i centri di rotazione delle celle, non si riesce per nessun caso a trasmettere il carico alle celle inferiori, indipendentemente dal raggio del perno centrale. Questo poiché lo snap anticipato della prima cella causa una perdita di simmetria tale da impedire la trasmissione verticale del carico. Ne si conclude che questa geometria non è praticabile se non complicando ulteriormente la struttura per fare in modo che il carico di compressione si trasmetta ad una struttura di supporto aggiuntiva ad ogni flessione di tape spring (similmente a quanto accade per le geometrie 1 e 2). Non si ritiene comunque utile affrontare questa casistica in quanto i valori di energia dissipata su unità di volume risultano nettamente inferiori a quelli delle geometrie precedenti, e i valori di energia dissipata su unità di massa e loss factor non risultano sufficientemente elevati da giustificare la scarsa gestione degli spazi che caratterizza questa geometria.

4.5 Confronto finale

Si riportano di seguito i casi con caratteristiche migliori della geometria 1 e 2, già illustrati in precedenza. Poiché il valore di energia su unità di volume della geometria 2 dipende dal numero di celle, ne vengono riportati 3 valori, corrispondenti rispettivamente a 1, 10 e 100 celle per fila.

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.006$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V (J/m^3)$
Versione in parallelo	0.103	12.986	11.07	2006.5
Versione in serie M=3	0.130	30.876	21.4716	1554.5

Tabella 4.15: Parametri geometrici con le prestazioni migliori in termini di dissipazione energetica su unità di massa e di volume per la geometria 1.

$\alpha=110^\circ$, $L/R\alpha=5$, $t/R=0.007$, $\theta=30^\circ$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V (J/m^3)$ M=1
M=3, N=1	0.101	18.267	9.3090	207.6
M=3, N=10	0.101	18.267	15.6633	1197.1
M=3, N=100	0.101	18.267	16.8108	2287.1

Tabella 4.16: Parametri geometrici con le prestazioni migliori in termini di dissipazione energetica su unità di massa e di volume per la geometria 2

Se si guarda la singola cella, la geometria 1 presenta una dissipazione su unità di massa leggermente superiore, mentre la geometria 2 risulta più vantaggiosa in termini di dissipazione su unità di volume (inclinare le tape spring permette una migliore gestione degli spazi) tuttavia solo se il numero di tape spring in parallelo è sufficientemente elevato. Se si valuta la possibilità di mettere più tape spring in serie, in entrambe si nota un miglioramento per quanto riguarda l'energia dissipata su unità di massa, ma tale incremento è molto più incisivo per la geometria 1. Quest'ultimo nel caso di $M = 3$ celle in serie vede tale parametro aumentare del 120% mentre per la geometria 2, lo stesso numero di celle causa un aumento del 46.8%. Il vantaggio della geometria 1 in questo parametro è tuttavia ridotto nel momento

in cui si considera anche la massa della struttura di supporto, pur mantenendosi superiore all'altra geometria.

Per l'energia dissipata su unità di volume, anche in questo caso la seconda geometria risulta potenzialmente migliore, ma ancora una volta solo nel caso in cui il numero di tape in parallelo sia elevato. Questo è dovuto principalmente al fatto che la geometria 1 richiede una spaziatura maggiore tra le tape spring nel caso si voglia disporle in serie, mentre la geometria 2 permette di realizzare la disposizione in serie su diverse file pur mantenendo un'elevata densità di tape spring in una stessa fila. In entrambi i casi, la frazione di energia dissipata su energia assorbita, rappresentata dal loss factor η , è superiore per la prima geometria.

A seguito di quanto detto, possiamo concludere che in base al volume disponibile per ogni specifica applicazione, diverse considerazioni potrebbero portare all'utilizzo di una o dell'altra configurazione, tuttavia in generale è possibile affermare che la geometria 1 presenta delle caratteristiche complessivamente migliori, in quanto:

- Dispone di un'energia dissipata su unità di massa nettamente superiore.
- Dispone di un'energia dissipata su unità di volume solo moderatamente inferiore o superiore in base al volume totale disponibile.
- La frazione di energia dissipata è superiore, in particolare nel caso di celle in serie.
- La geometria è più semplice in quanto non richiede di sagomare le tape spring, operazione invece necessaria per la geometria 2.

Per questi motivi, si decide di approfondire l'analisi della sola geometria 1. La conclusione di questo capitolo è dedicata ad un approfondimento delle potenzialità di questa geometria, mentre nel capitolo seguente si valuteranno le sue performance nel caso di carichi di tipo dinamico.

4.6 Analisi estesa del modello selezionato.

4.6.1 Dipendenza dei parametri dal numero M di celle

Noto che utilizzare celle multiple disposte in serie porta ad un generale miglioramento dei parametri di dissipazione energetica, sono state effettuate analisi per valutarne l'effetto per un numero di celle fino a $M = 10$. I risultati di queste analisi sono riportati nella tabella 4.17.

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.006$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V(J/m^3)$
M=1	0.103	12.986	11.07	2006.5
M=2	0.122	24.953	17.3127	1253.4
M=3	0.130	30.876	21.4716	1554.5
M=4	0.135	35.792	24.9051	1803.1
M=5	0.138	38.871	27.0426	1957.8
M=6	0.139	40.601	28.2419	2044.6
M=7	0.140	42.706	29.7065	2150.7
M=8	0.141	44.918	31.2401	2261.7
M=9	0.141	46.82	32.6050	2360.5
M=10	0.144	47.857	33.2906	2410.1

Tabella 4.17: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 1 nel caso di celle disposte in serie, al variare del numero M di celle. Le tape spring sono tutte uguali con parametri geometrici $\alpha = 90^\circ$, $L/(R\alpha) = 3$, $t/R = 0.01$

Come si può notare, l'incremento nell'energia dissipata e di loss factor risulta particolarmente significativo fino a circa $M = 5$. Per un numero di celle superiore, l'incremento in proporzione è più ridotto, ma comunque crescente con regolarità per tutti i casi considerati. Si è notato inoltre che quando il numero di tape spring risulta elevato, aumenta la probabilità che, a dispetto delle imperfezioni introdotte, più tape spring effettuino il processo di snapping contemporaneamente, riducendo l'energia complessivamente dissipabile. Come si può notare dal grafico in figura 4.44 nonostante la struttura sia costituita da $M=9$ tape spring in serie, si osservano solamente 8 picchi in quanto 2 tape spring si sono piegate approssimativamente in contemporanea.

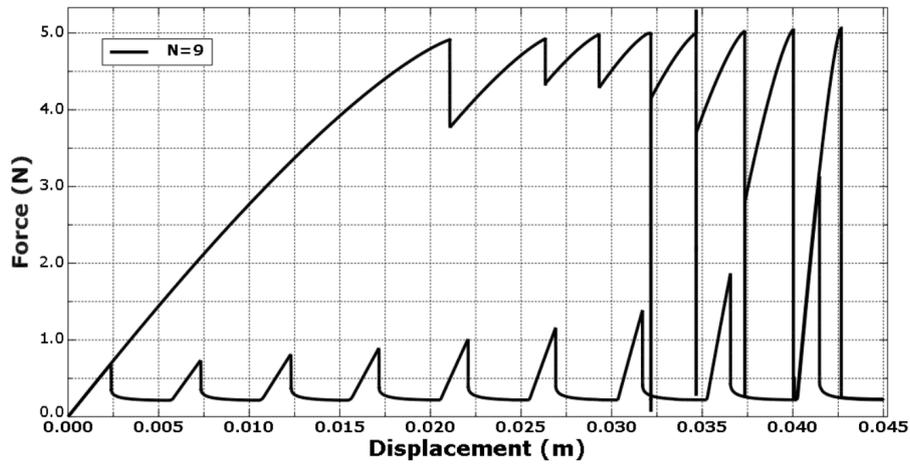


Figura 4.44: Relazione forza-spostamento per una struttura costituita da $M=9$ tape spring in serie. I parametri geometrici adimensionali della tape spring sono $\alpha = 90^\circ$, $L/(R\alpha) = 3$, $t/R = 0.006$

4.6.2 Combinazione di tape spring in serie e in parallelo

Si è visto come implementare nella geometria 1 la possibilità per le tape spring di flettersi in serie anziché in parallelo possa portare ad un aumento delle prestazioni, che però viene limitato dall'aumento di volume e struttura di supporto richiesti. Per ridurre questi fattori peggiorativi è possibile adottare una soluzione ibrida tra tape spring in serie e in parallelo 4.45:

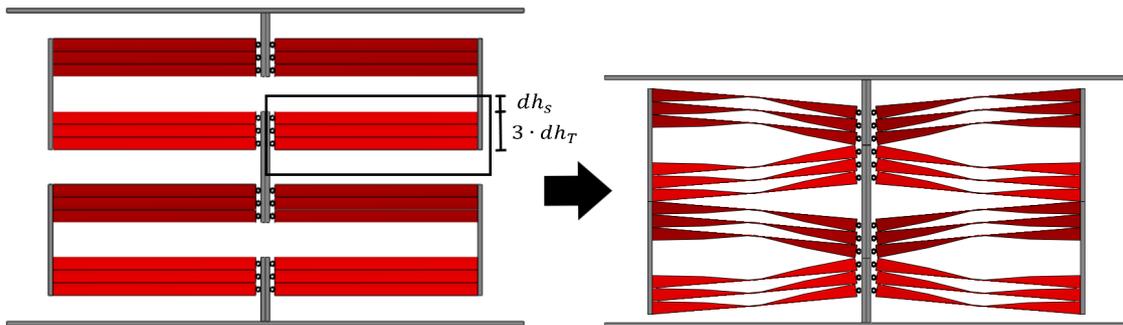


Figura 4.45: Esempio di struttura basata su una combinazione di tape spring in serie e in parallelo. Viene evidenziata quella che si considera la singola cella base.

Come si può notare, adottando questa strategia, all'interno di ognuna delle celle in serie tra loro è possibile inserire multiple tape spring in parallelo. Per valutare le conseguenze di questo cambio di geometria sull'energia dissipata per unità di volume, procediamo come segue: poniamo W_T energia equivalente dissipata dalla singola tape spring, w la larghezza della cella, L la lunghezza della tape spring

dh_T l'altezza di una tape spring e dh_s l'altezza relativa alla struttura di supporto (corrispondente all'escursione verticale dell'estremità impernata della tape spring). Il volume occupato da una cella composta da una singola tape spring, trascurando lo spessore del supporto, sarà:

$$V_{cella} = w \cdot L \cdot (dh_T + 2dh_s) \quad (4.13)$$

e dunque l'energia dissipata su unità di volume sarà:

$$W_{diss/V} = \frac{W_T}{w \cdot L \cdot (dh_T + 2dh_s)} \quad (4.14)$$

Nel caso in cui una cella contenga un numero N di tape spring in parallelo, l'equazione diventerà

$$W_{diss/V} = \frac{W_T \cdot N}{w \cdot L \cdot (dh_T \cdot N + 2dh_s)} \quad (4.15)$$

Che possiamo riscrivere come:

$$W_{diss/V} = \frac{W_T}{w \cdot L \cdot (dh_T + \frac{2dh_s}{N})} \quad (4.16)$$

Dunque possiamo concludere che, inserire un numero N di tape spring in parallelo all'interno di una cella permette di ridurre di un fattore $1/N$ l'impatto della struttura di supporto, portando ad una migliore gestione degli spazi disponibili.

Un discorso del tutto analogo può essere effettuato per l'energia dissipata su unità di massa:

$$W_{diss/M} = \frac{W_T}{2 \cdot (M_T + M_s)} \quad (4.17)$$

dove M_T è la massa relativa alla porzione di supporto in cui è incastrata la tape spring e M_s è la massa della restante struttura di supporto.

$$W_{diss/M} = \frac{W_T \cdot N}{2 \cdot (M_T \cdot N + M_s)} \quad (4.18)$$

$$W_{diss/M} = \frac{W_T}{2 \cdot (M_T + \frac{M_s}{N})} \quad (4.19)$$

Anche in questo caso, il contributo della struttura di supporto necessaria a permettere la flessione in serie delle celle viene ridotta di un fattore $1/N$. Nella tabella seguente vengono riportate per i casi di $M = 3e6$ celle in serie, l'effetto di un numero N di tape spring in parallelo per cella pari a $N = 1,5$ e 50 .

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.006$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V (J/m^3)$
N=1	0.130	30.88	21.47	1551.5
N=5	0.130	30.876	24.48	3361.6
N=50	0.130	30.876	25.28	4552.4

Tabella 4.18: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 1 con $M=3$ celle in serie e numero N di tape spring in parallelo per cella variabile.

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.006$	η	$W_{diss}/M(J/kg)$ sola tape spring	$W_{diss}/M(J/kg)$ tape spring con supporto	$W_{diss}/V (J/m^3)$
N=1	0.139	40.601	28.2419	2044.6
N=5	0.139	40.601	32.2	4421.6
N=50	0.139	40.601	33.27	5987.8

Tabella 4.19: Valori di energia dissipata e tensione massima per la geometria 1 con $M=6$ celle in serie e numero N di tape spring in parallelo per cella variabile.

Come si può notare, il vantaggio è incisivo sia per la massa che per il volume. Nel caso dell'energia dissipata su unità di massa, l'aumento è inferiore ma si stabilizza già per un numero di tape spring in parallelo pari a 5 (la differenza rispetto al caso con un numero 10 volte superiore è minima). Per quanto riguarda l'energia dissipata su unità di volume invece, l'incremento è estremamente elevato, arrivando a superare quanto ottenuto con la geometria 2, tuttavia per sfruttare a pieno questo effetto si dovrebbe utilizzare un numero di tape spring molto elevato (nonostante già con $N=5$ il miglioramento è netto). Possiamo quindi affermare che in base alla specifica applicazione ed agli spazi a disposizione, il numero di celle da inserire in parallelo per ogni cella è un parametro molto importante da valutare.

4.6.3 Progettazione di un perno di tipo compliant

Poiché si è reso necessario modificare l'iniziale condizione al contorno di incastro con un perno in grado di permettere la libera rotazione attorno all'asse X, si vuole valutare se sia possibile progettare questo perno sulla base di un meccanismo compliant, in modo da evitare attriti e usura come da proposito iniziale. Osservando la classificazione esposta nel primo capitolo, ed in particolare i giunti rappresentati in figura 1.6 e dai parametri indicati in figura 1.7 si prende a riferimento il giunto a profilo rettangolare (ossia la geometria numero 1 nella tabella appena citata) in quanto combina una buona escursione angolare (se paragonata con i giunti successivi) ed un'elevata semplicità geometrica. Per il dimensionamento del giunto ci si riferisce al documento [78] nel quale si considerano i seguenti fattori adimensionali: $\beta_L = L/H$, $\beta_l = l/H$, $\beta_h = h/H$ e $\beta_w = w/H$ 4.46.

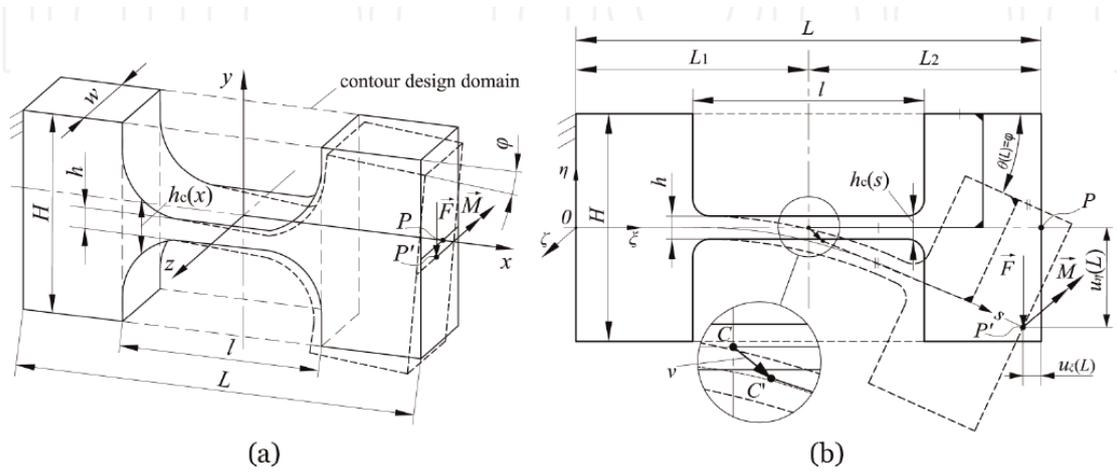


Figura 4.46: Schema con denominazione dei parametri geometrici per un giunto compliant scelto (tipologia "notch flexure hinge") [78].

L'equazione che lega il momento flettente all'angolo di rotazione del perno proposta è:

$$\frac{M}{\theta_{max}} = k_{M1} E \beta_w \beta_l^{-k_{M2}} \beta_h^{(2+k_{M2})} H^3 \quad (4.20)$$

Dove k_{M1} e $-k_{M2}$ sono dei valori tabulati dipendenti dalla tipologia di perno. Poiché l'obiettivo di questo dimensionamento non è realizzare un perno ottimale ma semplicemente verificare la fattibilità di tale soluzione, si utilizzano per i parametri adimensionali dei valori standard ossia $\beta_L = 2.5$, $\beta_l = 2$, $\beta_h = 0.1$ e $\beta_w = 4$. Inserendo i valori di momento M massimo e rotazione angolare θ massima è possibile calcolare

una stima di primo tentativo di del parametro H . Per questo caso specifico la tape spring viene dimensionalizzata con un raggio di $R = 0.01m$:

$$H = \sqrt[3]{\frac{\frac{2.5}{0.1}}{83.95 \cdot 131 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 2^{-0.96} \cdot 0.1^2 \cdot 96}} = 1.003mm \quad (4.21)$$

Applicando il valore del parametro H ai vari parametri β si ottiene un dimensionamento preliminare del giunto compliant: $L = 2.5mm$, $l = 2mm$, $H = 1mm$, $h = 0.1mm$ $w = 4mm$ Per la dimensione del raggio di curvatura dei raccordi, ci si riferisce nuovamente al documento [78], nel quale viene dichiarato che, mediamente, un raggio di curvatura pari a $0.1l$ garantisce una distribuzione ottimale delle tensioni. Poiché risulta $l = 0.002m$, il raggio di curvatura sarà di $r = 0.0002m$. Si genera quindi il modello agli elementi finiti utilizzando elementi 3D di tipo Hexa (C3D8R) e lo si incastra in corrispondenza della relativa estremità di tape spring, di modo che la superficie dell'interfaccia del perno sia parallela alla superficie trasversale della tape 4.47a. Il materiale di cui si considera composto il perno è ancora una volta la lega Rame-Berillio CuBe, in virtù dell'elevata tensione di deformazione elastica. L'analisi effettuata è una non-lineare statica tramite metodo di Newton e il carico è uno spostamento verticale discendente applicato all'estremità esterna del perno. Le prime analisi con una mesh più rada dimostrano che le tensioni si sviluppano principalmente nella curva di raccordo 4.47b.

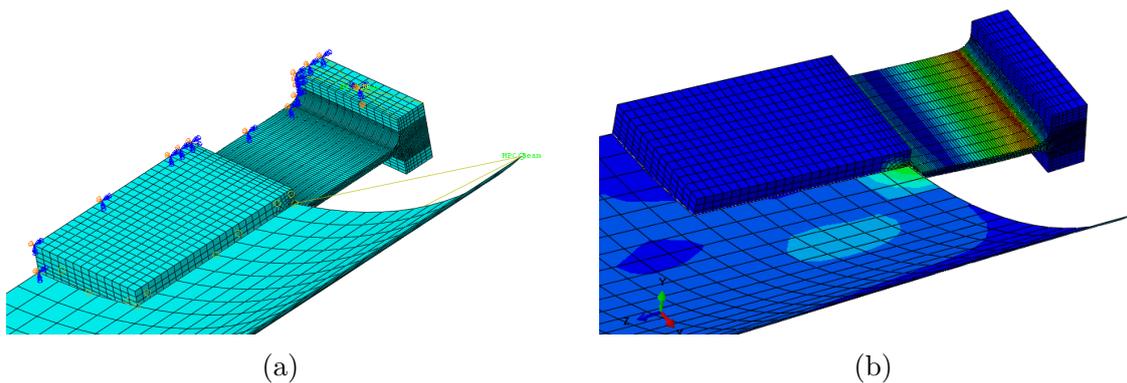


Figura 4.47: Modello agli elementi finiti del perno compliant di tipo "notch flexure" (a) e relativa distribuzione delle tensioni in fase di carico (b). Come si può notare, i blocchi rettangolari esterne risultano pressoché scarichi.

Poiché i blocchi rettangolari alle estremità risultano essenzialmente scarichi, si decide di ridurne la dimensione in modo da semplificare la generazione della mesh

più fitta. Inoltre, per semplificare l'interfaccia con la tape spring si decide di non effettuare un incastro all'interno della stessa tape ma di legare con dei vincoli rigidi l'estremità della tape spring a quella del perno. L'idea quindi è che questo perno venga saldato ad una superficie piana incastrata all'estremità della tape spring. Nella tabella 4.20 vengono indicate le tensioni massime sviluppate in relazione alla densità della mesh.

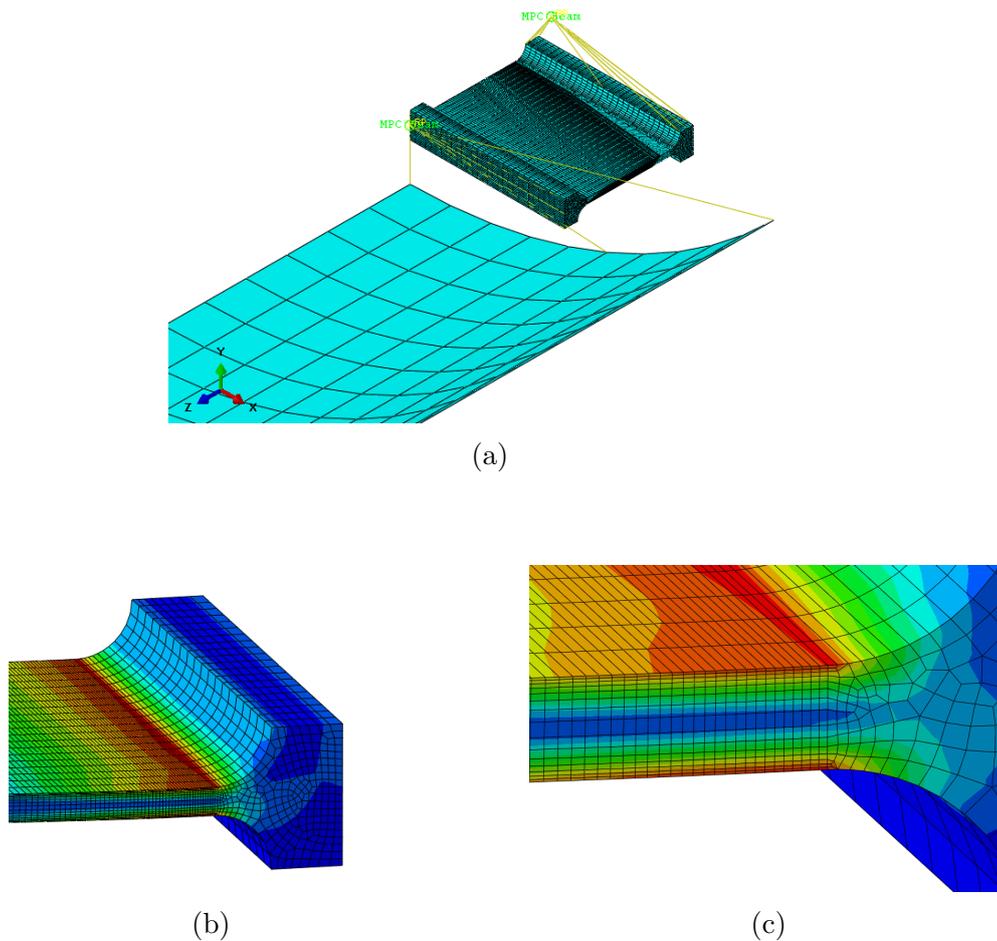


Figura 4.48: Modello agli elementi finiti definitivo del perno compliant di tipo "notch flexure" (a), relativa distribuzione delle tensioni in fase di carico (b) e ingrandimento sulla composizione della mesh nella zona di maggior tensione (c).

Bias dimensione elementi S4R (mm)	$\sigma_{max}(GPa)$
Direzione z: 0.02-0.02, Direzione y: 0.04	0.97
Direzione z: 0.02, Direzione y: 0.02-0.005	1.045
Direzione z: 0.04-0.008, Direzione y: 0.015-0.001	1.07

Tabella 4.20: Valori di tensione massima sviluppati nel perno compliant tipo "Notch flexure" in funzione della densità della mesh.

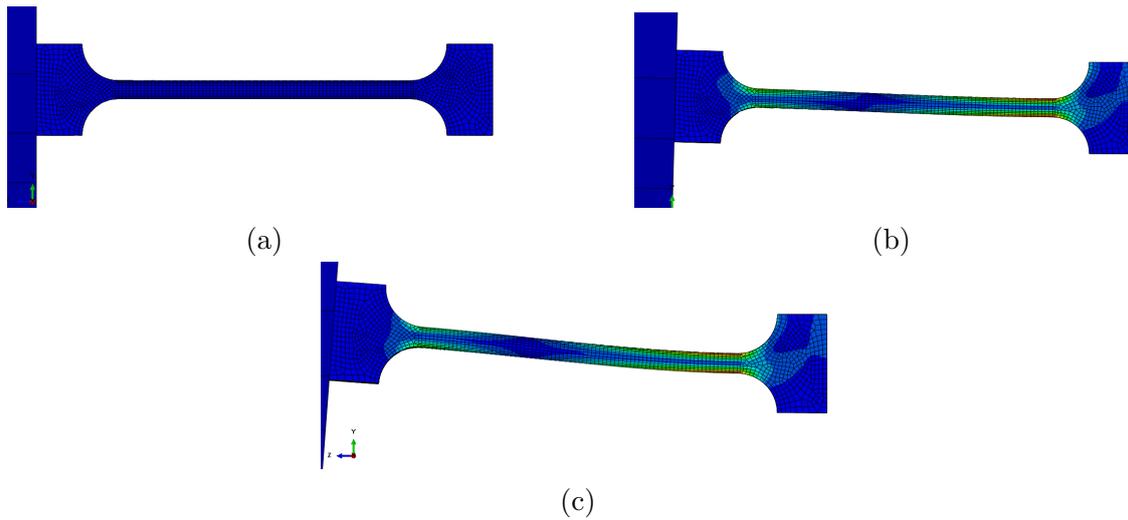


Figura 4.49: Deformata del perno nella fase di carico. Si può notare come l'estremità destra trasli senza ruotare, mentre l'estremità sinistra rimanga parallela all'estremità della tape spring.

Dall'analisi effettuata, risulta quindi che il perno compliant così dimensionato è in grado di flettersi per l'escursione necessaria a piegare completamente la tape spring rimanendo entro il margine di sicurezza sulla tensione massima. Inoltre, confrontando la curva forza-spostamento con quella di una tape spring precedente con perno "ideale" (poiché privo di rigidità) si nota come vi sia una variazione dovuta in parte alla rigidità aggiuntiva del perno, e in parte al fatto che il punto di applicazione del carico si sposta dal baricentro della sezione all'estremità esterna del perno 4.50. Valutando l'integrale della curva, la variazione di energia riscontrata è del tutto trascurabile, a dimostrazione del fatto che il perno inserito si limita ad accumulare e rilasciare energia elastica, senza causare alcuna dissipazione 4.21.

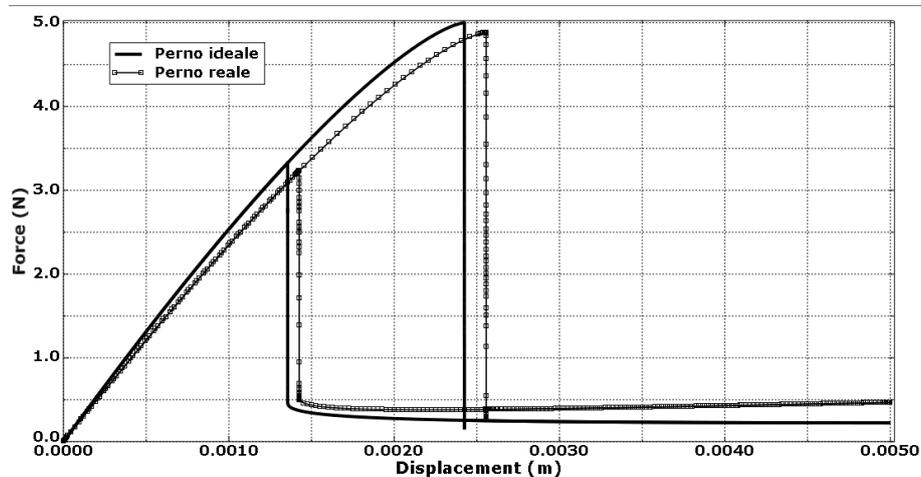


Figura 4.50: Confronto tra i grafici forza-spostamento tra una tape spring con perno ideale e perno reale.

	W (J)
Perno ideale	0.00471
Perno reale	0.00473

Tabella 4.21: Valori di energia netta dissipata per una tape spring con perno ideale e una con perno reale

Modellazione di un perno equivalente

Come si è visto, per rappresentare correttamente il comportamento di tale perno è necessaria una mesh molto fitta che aumenta drasticamente il costo computazionale della simulazione della struttura complessiva, soprattutto nel caso in cui questa sia costituita da numerose tape spring in serie. Per risolvere questo problema, si può modellare l'effetto del perno compliant tramite un elemento molla equivalente. Per definire la rigidezza di questa molla, si esegue un'analisi non lineare statica sul solo perno, imponendo una rotazione alla sua estremità. Dalla curva così ottenuta si ricava una rigidezza a flessione rispetto all'asse X del valore $k = 0.01875N/m$

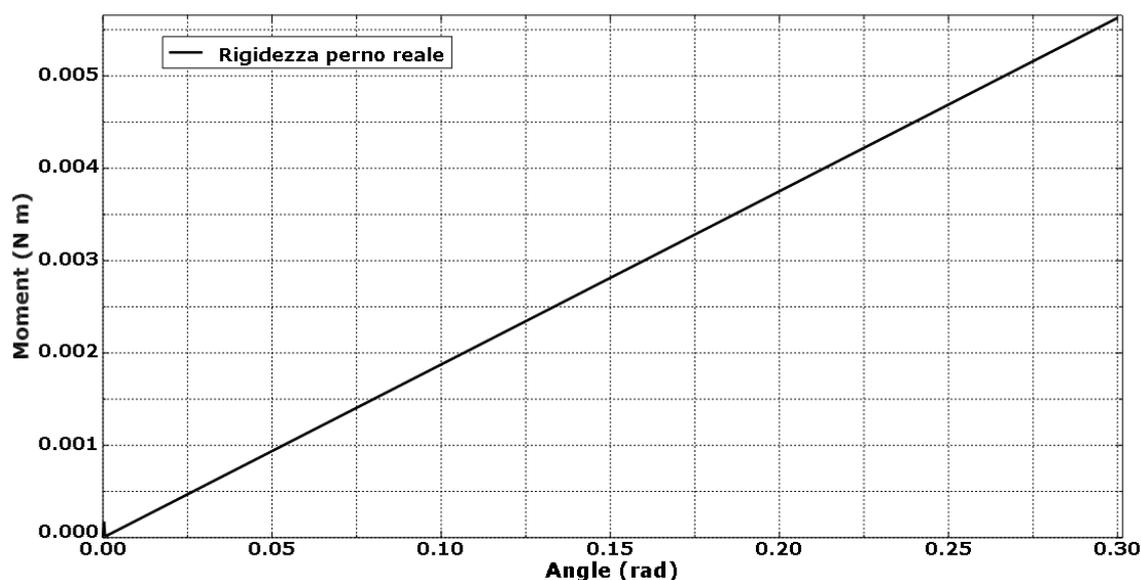


Figura 4.51: Grafico momento angolare-rotazione per il solo perno compliant. L'andamento è essenzialmente lineare.

Noto il valore della rigidezza, è possibile simulare l'effetto del perno tramite un elemento chiamato "connector" in ABAQUS. Tramite questo elemento è possibile collegare due o più nodi tra loro imponendo una rigidezza riferita al moto relativo per determinati gradi di libertà selezionabili dall'utente. In questo caso si realizzano 2 nodi, collegati dal un elemento "connector" con rigidezza riferita alla rotazione relativa tra i due nodi (rispetto all'asse X), un nodo (A) viene collegato rigidamente

all'estremità della tape spring mentre il secondo nodo (B) viene vincolato a poter traslare nel solo piano XY senza possibilità di rotazione. 4.52 Si conclude imponendo un vincolo rigido tra i nodi A e B. In questo modo, applicando un carico verticale discendente al nodo B insorgerà una rotazione relativa tra i due nodi, a cui seguirà il momento angolare imposto dalla rigidità dell'elemento "connector".

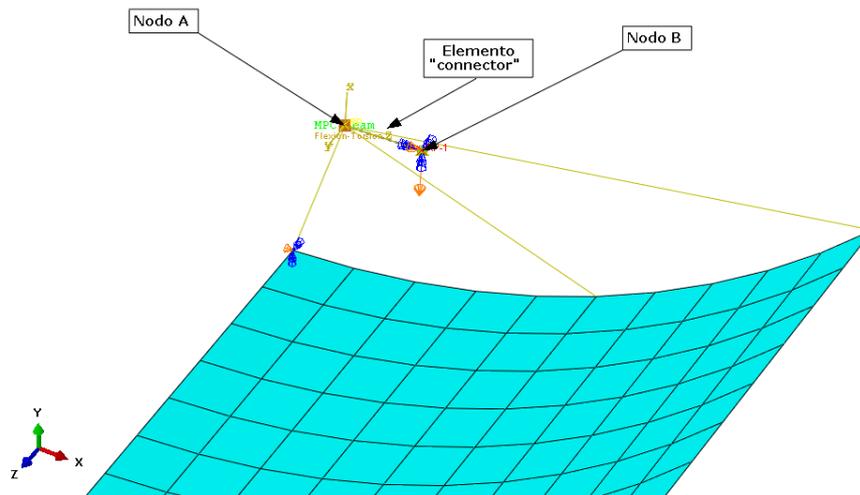


Figura 4.52: Perno equivalente realizzato con un nodo solidale alla tape spring e un nodo di applicazione del carico a rotazioni bloccate, collegati tramite elemento "connector" con rigidità torsionale.

Come si può notare dal grafico in figura 4.53 in questo modo il modello FEM può replicare il comportamento del perno reale con un aumento trascurabile di costo computazionale.

	W (J)
Perno ideale	0.00471
Perno reale	0.00473
Perno reale equivalente	0.00458

Tabella 4.22: Valori di energia netta dissipata per una tape spring con perno ideale, una con perno reale, e una con perno reale equivalente modellata con elemento "connector".

Si può osservare come il perno "compliant" replica molto fedelmente la curva forza-spostamento, tuttavia presenta un leggero scostamento per quanto riguarda l'energia netta dissipata.

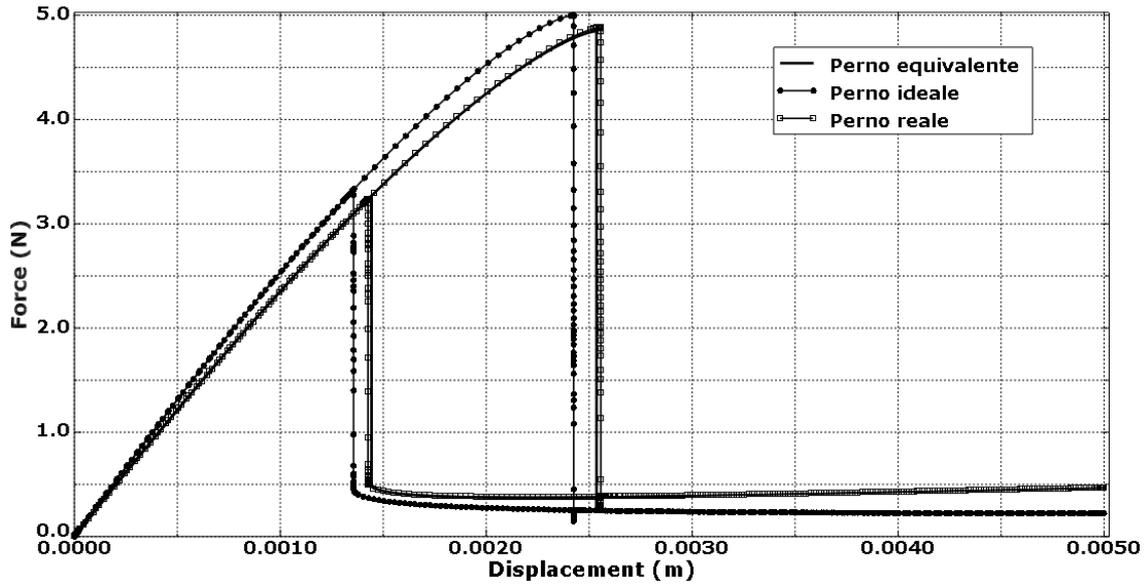


Figura 4.53: Confronto tra i grafici forza-spostamento tra una tape spring con perno ideale e perno reale.

4.6.4 Considerazioni su un materiale alternativo

Le considerazioni iniziali espresse ad inizio capitolo prevedevano l'uso di un singolo materiale, ovvero la lega Rame-Berillio, per via dell'elevata tensione di deformazione elastica e l'esperienza maturata nel tempo nel suo uso per la realizzazione di tape spring. L'eventuale utilizzo di materiali metallici differenti e potenzialmente più performanti potrebbe portare diversi benefici alla struttura ideata. A titolo di esempio, nel documento [64] vengono realizzate e testate sperimentalmente delle tape spring costituite di una non ben precisata lega di acciaio temprato, del quale vengono dichiarate le seguenti proprietà:

	$E(GPa)$	ν	$\rho(kg/m^3)$	$\sigma_{yield}(GPa)$
Hardened Steel Alloy	210	0.3	7850	2.75
Steel alloy	200	0.3	7800	0.25-0.600

Tabella 4.23: Caratteristiche della lega di acciaio temprato utilizzata nel documento [64]. Vengono riportati a titolo di confronto anche i parametri della lega CuBe

Come si può notare, confrontando questi dati con quelli della lega CuBe, la rigidità di questo acciaio temprato risulterebbe maggiore del 60%, mentre la tensione di deformazione elastica aumenterebbe di oltre il 130%. Analizzando una tape spring secondo le modalità della geometria 1 costituita di questo materiale, emerge come non solo i valori di energia dissipata risultino drasticamente superiori 4.24, ma anche come il maggiore margine disponibile sulla tensione di snervamento permetterebbe

$\alpha=90^\circ$, $L/(R\alpha)=3$, $t/R=0.01$	$W_{diss}(J)$	η	$M(kg)$	$W_{diss}/M (J/kg)$	$W_{diss}/V (J/m^3)$
M=1	0.0047	0.103	0.00036	12.986	2006.5
M=2	0.0183	0.086	0.00048	38.027	7812.6

Tabella 4.24: Valori di dissipazione energetica per una tape spring di parametri geometrici $\alpha = 90^\circ$ e $L/(R\alpha) = 3$ realizzata in lega Rame Berillio (spessore adimensionale $t/R = 0.006$) e in lega di acciaio temprato (spessore adimensionale $t/R = 0.008$).

di tollerare le tensioni sviluppate da una piega di tipo "Equal bending" propria della configurazione inizialmente ipotizzata per la geometria 1. In questo modo per realizzare la struttura sarebbe sufficiente incastrare entrambe le estremità delle tape spring alle strutture di supporto come inizialmente ipotizzato, senza ricorrere ad alcun tipo di perno.

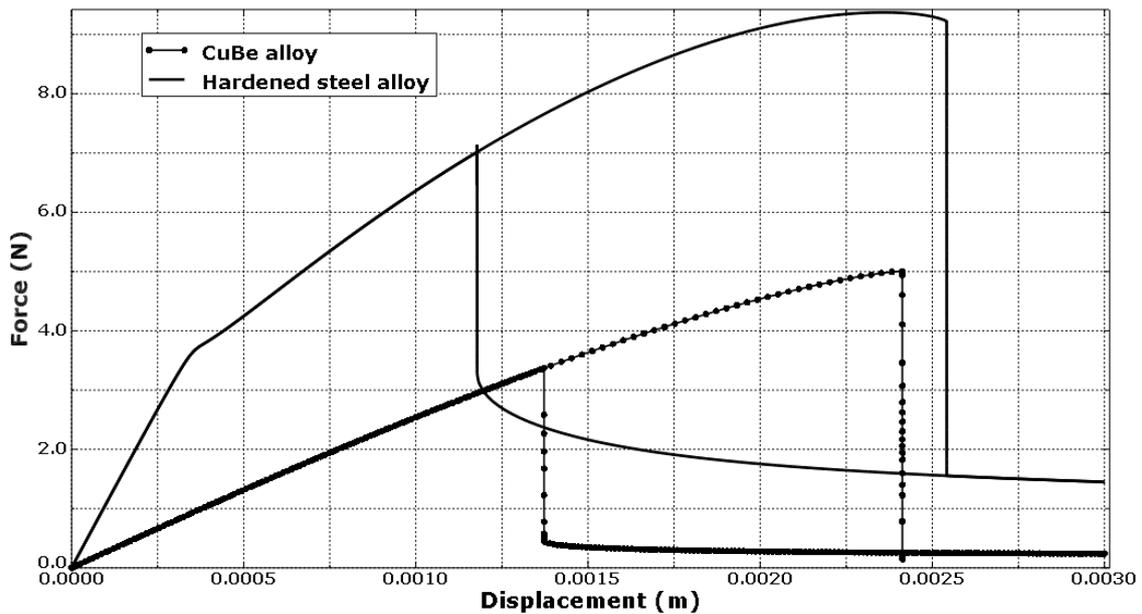
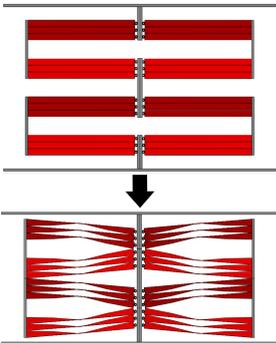
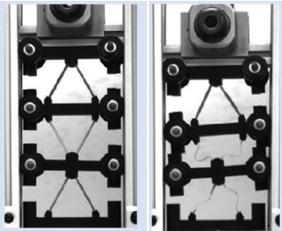


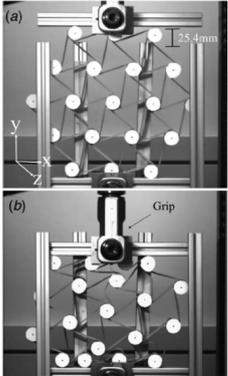
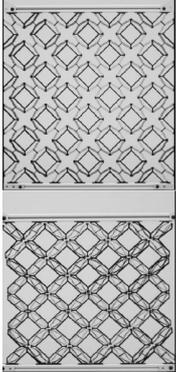
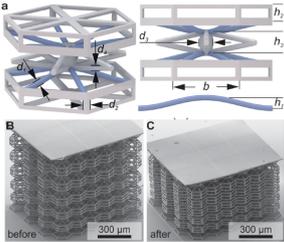
Figura 4.54: Confronto tra i grafici forza-spostamento tra due tape spring di parametri geometrici $\alpha = 90^\circ$ e $L/(R\alpha) = 3$ realizzate rispettivamente in lega Rame Berillio (spessore adimensionale $t/R = 0.006$) e in lega di acciaio temprato (spessore adimensionale $t/R = 0.008$).

Poiché non si conosce nel dettaglio la natura di questo materiale, non sono state effettuate ulteriori analisi in merito a questa possibilità. Tuttavia questo esempio è indicativo di come la scelta di materiali con caratteristiche differenti possano portare miglioramenti consistenti per questo tipo di struttura.

4.6.5 Confronto con altre strutture per la dissipazione di energia in campo elastico

Note le caratteristiche generali della struttura in regime quasi statico, è possibile confrontarla con altre strutture finalizzate alla dissipazione di energia in regime elastico presenti in letteratura. Nella tabella 4.25 sono riportate inizialmente le strutture basate su tape spring (A-PXCM, H-PXCM) e successivamente le strutture costituite da segmenti bi-stabili.

Struttura	Caratteristiche	Note
	<p>Loss factor: 0.103 (N=1), 0.144 (N=10)</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: 12.98 (N=1), 47.857 (N=10)</p> <p>Energia dissipata su unità di volume: 2006.5 (N=1), 2410.1 (N=10)</p> <p>Materiale: Lega Rame-Berillio.</p>	
<p>A-PXCM [67]</p> 	<p>Loss factor: 0.005 (N=1)-0.07(N=10)</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: 176 (N=1) 247 (N=10) $J/(kg)$</p> <p>Energia dissipata su unità di volume: 300 (N=1)-421 (N=10) J/m^3</p> <p>Materiale: Acciaio 17-4 PH-H900</p>	<p>La dissipazione di energia su unità di massa è estremamente elevata ma il loss factor è relativamente basso, ad indicare che una parte significativa dell'energia non viene dissipata Anche gli ingombri risultano non ottimali.</p>

Meccanismo	Caratteristiche	Note
<p>H-PXCM [62]</p> 	<p>Loss factor: 0.037</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: $1400 J/(kg)$</p> <p>Energia dissipata su unità di volume:</p> <p>Materiale: Lega di Acciaio (tape spring), Lega di Alluminio (perni centrali)</p>	<p>I parametri di dissipazione possiedono un'ordine di grandezza simile a quello della struttura trattata in questa tesi tuttavia il loss factor è inferiore.</p>
<p>S-PXCM [53]</p> 	<p>Loss factor: -</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: $11 J/kg$</p> <p>Energia dissipata su unità di volume: $1120 J/m^3$</p> <p>Materiale: ABS-M30</p>	<p>Realizzato per poter subire compressione lungo carichi diversi. I parametri di dissipazione possiedono un'ordine di grandezza simile a quello della struttura trattata in questa tesi. Non è in grado di tornare automaticamente alla posizione iniziale.</p>
<p>Microlattice shock absorber [51]</p> 	<p>Loss factor: -</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: $145 J/kg$</p> <p>Energia dissipata su unità di volume: $15080 J/m^3$</p> <p>Materiale: IP-S, Nanoscribe GmbH</p>	<p>I valori di dissipazione energetica sono molto elevati, tuttavia deve essere prodotto in materiale polimerico tramite stampa 3D (SLA) su ordini di grandezza del μm. Non è in grado di tornare automaticamente alla posizione iniziale.</p>

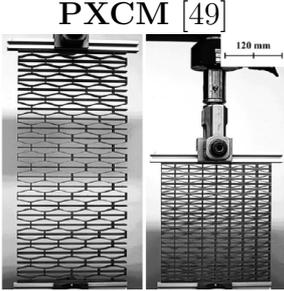
Meccanismo	Caratteristiche	Note
 <p>PXCМ [49]</p>	<p>Loss factor: 0.17 (Acciaio) - 0.23 (Polimero)</p> <p>Energia dissipata su unità di massa: 300 (Metallo) - 700 (Polimeri)</p> <p>Energia dissipata su unità di volume:-</p> <p>Materiale: Acciaio o materiali polimerici</p>	<p>I valori di dissipazione sono molto elevati, tuttavia raggiungibili solo utilizzando un numero molto elevato di celle (ordine di 10^2). Non è in grado di tornare automaticamente alla posizione iniziale.</p>

Tabella 4.25: Confronto strutture per dissipazione di energia in campo elastico presenti in letteratura.

Si può concludere che la geometria ipotizzata in questa tesi, pur non possedendo i parametri più elevati tra quelli a disposizione per strutture in regime elastico, presenta un combinazione di caratteristiche peculiare. Se la si confronta ad esempio con la geometria di tipo "A-PXCМ", anch'essa basata su tape spring, si può notare come il valore di energia dissipata su unità di massa sia di un'ordine di grandezza inferiore, tuttavia presenta un valore di loss factor decisamente superiore. Questo implica che la geometria "A-PXCМ" sia in grado di dissipare molta energia, tuttavia inevitabilmente una percentuale di energia maggiore (66% dell'energia complessiva con un numero di celle pari a 10) non verrà attutita. Si noti che questo comportamento è stato ottenuto deformando le tape spring tramite instabilità per carico di punta anziché per flessione delle estremità, aumentando notevolmente la forza esercitabile sulla tape spring prima della fase di snapping. Generalmente, anche le strutture basate su elementi bi-stabili (PXCМ, "Microlattice shock absorber") presentano valori di dissipazione energetica estremamente elevati, tuttavia per via della loro bi-stabilità vi si deve esercitare del lavoro sia in fase di carico che di scarico, in quanto non sono in grado di tornare autonomamente alla loro posizione iniziale. Questo li rende più efficienti per determinate applicazioni (ad esempio attenuazione di carichi ciclici sinusoidali) ma meno utili in altri (ad esempio smorzamento di impatti ripetuti nel tempo).

Capitolo 5

Analisi dinamica

Nei capitoli precedenti è stata analizzata solamente la risposta della struttura a regime statico o quasi-statico, in modo da poter avere un termine di paragone con le strutture finalizzate a dissipare energia in regime elastico già esistenti. Poiché però l'obiettivo primario di questa struttura è dissipare l'energia dovuta ad impatti, è necessario verificare come si modifichino le sue proprietà nel caso di un carico di tipo dinamico. Questo introduce alcune complessità aggiuntive non presenti nelle analisi statiche, come ad esempio definire correttamente la scala temporale dell'analisi e valutare con quanta più precisione possibile gli smorzamenti del materiale.

5.1 Metodi di analisi

5.1.1 Analisi dinamica implicita

Per effettuare una simulazione dinamica in ABAQUS le principali tipologie di analisi che si possono utilizzare sono quelle di tipo esplicito e quelle di tipo implicito. Un'analisi implicita segue modalità simili a quelle di un'analisi statica, ovvero ricavando la matrice di rigidezza della struttura, invertendola e risolvendo il relativo sistema di equazioni non lineari tramite metodo iterativo di Newton. In questo tipo di analisi, la dissipazione numerica per controllare le alte frequenze è governata da tre fattori α , β e γ secondo un metodo noto come "Hilbert-Hughes-Taylor". L'utente ha la possibilità di modificare il parametro α in un intervallo di $[-0.5,0]$ mentre gli altri 2 parametri vengono calcolati di conseguenza secondo le equazioni:

$$\beta = 0.25(1 - \alpha)^2 \tag{5.1}$$

$$\gamma = 0.5 - \alpha \tag{5.2}$$

Si può dimostrare che la massima dissipazione numerica si ottiene quando $\alpha = -1/3$ mentre la dissipazione è nulla se $\alpha = 0$. Di default un'analisi dinamica implicita utilizza un valore di $\alpha = -0.05$, considerato un buon compromesso tra una ridotto impatto nella soluzione finale e una buona capacità di smorzare le elevate frequenze dovute alla natura discreta del modello agli elementi finiti.

Il principale vantaggio del metodo di analisi dinamico implicito risiede nel suo essere "incondizionatamente stabile" rispetto all'incremento Δt con cui si discretizza l'intervallo temporale del fenomeno studiato. Questo implica che, per quanto un elevato time-step possa portare a una bassa accuratezza, questo non comprometterà la stabilità del sistema, permettendo al solutore di giungere sempre a convergenza. Questo risulta molto utile nel caso si debba studiare un fenomeno temporalmente esteso, per il quale l'uso di un Δt molto ridotto porterebbe a tempi di calcolo proibitivi. [68]

5.1.2 Analisi dinamica esplicita

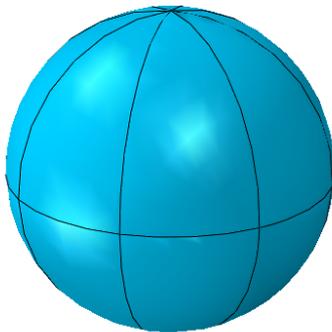
Un'analisi dinamica implicita opera secondo una logica differente. Il metodo esplicito calcola lo stato del sistema all'incremento successivo basandosi unicamente su quantità note all'inizio di ogni incremento, pertanto non è necessario ricavare ed invertire la matrice di rigidità ad ogni iterazione. Per questo motivo, il singolo incremento calcolato tramite algoritmo esplicito richiede un costo computazionale decisamente inferiore a quello impiegato tramite algoritmo implicito. Il problema di questo metodo tuttavia, è che in questo modo l'algoritmo risulta "condizionatamente stabile" rispetto all'incremento Δt , e pertanto scegliere un time-step troppo elevato può impedire la convergenza della soluzione. L'intervallo temporale necessario a garantire la convergenza della soluzione è calcolato dal solutore sulla base del tempo impiegato da un'onda di pressione per propagarsi attraverso il più piccolo elemento della mesh, pertanto per utilizzare questo metodo è necessario elaborare una mesh sufficientemente fine da rendere gestibile l'incremento Δt . In virtù di queste caratteristiche, tale metodo risulta ideale nel caso in cui si debba studiare problemi di estensione temporale ridotta e caratterizzati da deformazioni fortemente non-lineari, discontinuità e fenomeni di contatto. Lo smorzamento numerico in ABAQUS è conferito mediante un parametro noto come "linear bulk viscosity" b_1 in quanto è proporzionale al volume della struttura ed al tasso di deformazione volu-

metrica. L'impostazione di default di questo parametri è $b_1 = 0.06$. [68]

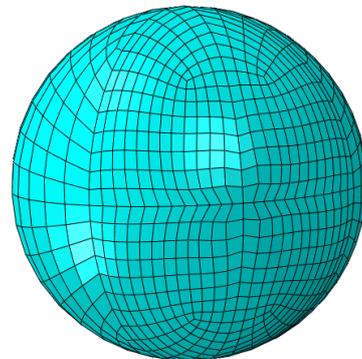
Nel caso dell'analisi dinamica quasi-statica eseguita nel capitolo precedente, caratterizzata da una grande estensione temporale e priva di fenomeni di contatto, un'analisi di tipo dinamico implicito è stata considerata la più conveniente, mentre poiché il problema dell'impatto della sfera sulla struttura dissipatrice di energia è un fenomeno rapido e caratterizzato sia da elevate non linearità che da fenomeni di contatto, si decide di impiegare un'analisi di tipo esplicito.

5.2 Modello agli elementi finiti

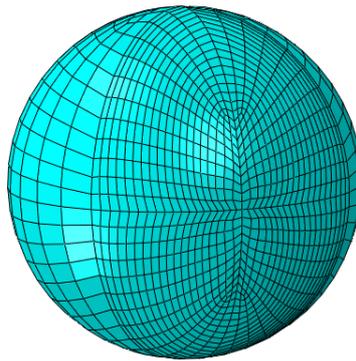
Il modello agli elementi finiti della struttura dissipatrice (Geometria 1) non presenta particolari differenze rispetto a quello già illustrata nel paragrafo 4.2. Essa sarà costituita da 5 tape spring in serie, con una mesh a elementi "S4R" di lato $0.75mm$. Si devono tuttavia aggiungere 2 componenti, ossia la sfera che impatterà sulla struttura e la superficie posta all'apice della struttura di con il quale la sfera entrerà in contatto. Viene generata una sfera di raggio $r = 0.01m$ come un semplice solido 3D di rivoluzione. Per agevolare la creazione della mesh, la geometria viene divisa in sezioni come illustrato in figura 5.1a. Viene quindi realizzata una mesh con gli elementi tridimensionali di default per una struttura tridimensionale, ovvero gli elementi "C3D8R": elementi solidi ("Continuum elements") 3D aventi 8 nodi e facente uso del metodo di integrazione ridotta (per ridurre i tempi di calcolo). La divisione in sezioni effettuata sulla geometria permette di modificare agevolmente il numero di elementi nella sola zona prossima al punto di impatto; in questo modo si riduce il numero complessivo di elementi necessari a modellare il fenomeno. In figura 5.2 vengono mostrate 2 diverse mesh caratterizzate da un diverso addensamento di elementi nella zona di impatto.



(a)



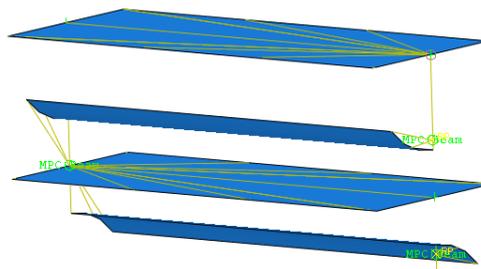
(b)



(c)

Figura 5.1: La geometria della sfera, viene sezionata in modo da facilitare la generazione della mesh (a). Nelle figure (b-c) le mesh realizzate, caratterizzate da una diversa densità di elementi nella zona di impatto.

Si noti come la sagoma della sfera renda complesso generare elementi perfettamente cubici, e pertanto la deformazione elevata di alcuni elementi potrebbe influenzare i risultati dell'analisi. Per semplificare l'esperimento virtuale, si decide di considerare la sfera come un corpo completamente rigido, e pertanto i nodi costituenti la mesh della sfera vengono vincolati a muoversi solidalmente. Poiché quindi la sfera non subisce deformazioni, il valore di modulo elastico attribuito al materiale non ha alcuna rilevanza. Per quanto concerne la densità della sfera, essa verrà fatta variare nelle diverse analisi in modo da controllare il livello di energia associato al fenomeno di impatto. Infine, come condizioni iniziali viene imposta alla sfera una velocità iniziale di $1m/s$ (in modo da semplificare la relazione tra densità ed energia cinetica) e un vincolo che permetta unicamente la traslazione lungo l'asse Y. Per quanto riguarda la superficie di impatto, si inserisce all'apice della struttura una superficie identica a quella utilizzata per simulare il contatto tra due tape spring, legandola al baricentro della sezione della tape spring adiacente tramite un vincolo di tipo "coupling" che permetta a tale nodo di traslare nel piano YZ e ruotare attorno all'asse X. La superficie viene poi vincolata in modo da poter unicamente traslare nel piano YZ senza alcuna rotazione.



(a)

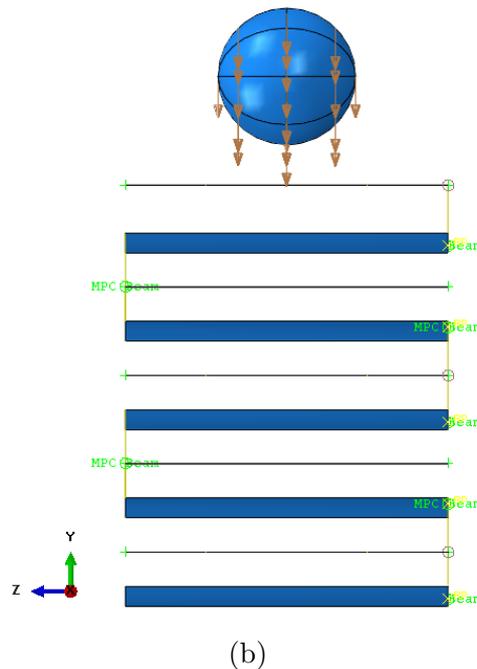


Figura 5.2: Modello agli elementi finiti completo per l'analisi dinamica (a). Ingrandimento sul collegamento realizzato tra la struttura e la superficie impattante (b).

5.2.1 Scelta dei parametri di dissipazione

Come detto inizialmente, una delle difficoltà aggiuntive nell'eseguire un'analisi dinamica è la corretta valutazione dei parametri di smorzamento. In particolare, lo smorzamento numerico è fondamentale per replicare il comportamento di una tape spring. Nel caso reale, infatti, il fenomeno di snapping converte l'energia di deformazione elastica in energia cinetica sotto forma di vibrazioni ad elevata frequenza, che vengono poi smorzate dall'isteresi dovuta ad attriti interni nel materiale. Questa isteresi non viene replicata adeguatamente nel modello agli elementi finiti in quanto la natura discreta della mesh non è in grado di riprodurre vibrazioni oltre una determinata frequenza, a meno di non disporre di una mesh estremamente fitta (in tal caso però il costo computazionale della simulazione diverrebbe proibitivo).

Un esempio di problema che può scaturire in presenza di vibrazioni elevate senza controllo numerico è il fenomeno noto come "hourglassing". In ABAQUS per ridurre il costo computazionale delle simulazioni dinamiche vengono utilizzati di default degli elementi dotati di "integrazione ridotta" ossia aventi un solo punto di integrazione posto al centro dell'elemento. Come conseguenza di questo, in presenza di determinati fenomeni dinamici, si possono instaurare dei cosiddetti "modi ad energia nulla" in quanto l'elemento non è in grado di opporre una rigidità a questo tipo di deformazione 5.3.

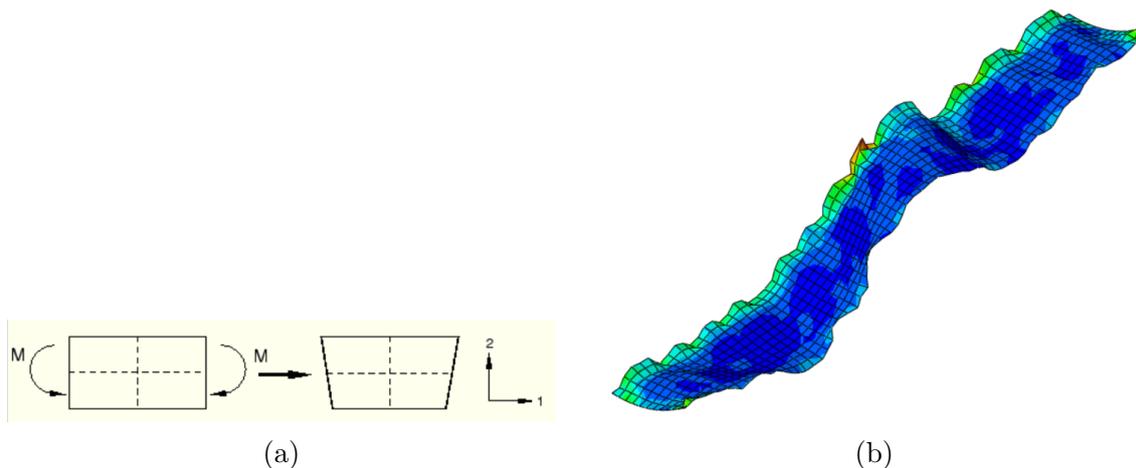


Figura 5.3: Deformazione di tipo "hourglassing" per un elemento S4R. Poiché è presente un solo punto di integrazione centrale, le deformazioni rappresentate sono caratterizzate da energia nulla. (a). Esempio di "hourglassing" per una tape spring in assenza di dissipazione numerica.

Per evitare la deformazione eccessiva di questi elementi, ABAQUS introduce di default una rigidità fittizia legata a questi modi di vibrare; l'energia associata a questa rigidità è nota come "Artificial strain energy". Poiché questa energia non è legata ad alcun fenomeno fisico è sempre necessario assicurarsi che questo parametro sia almeno un ordine di grandezza inferiore ai valori di energia interna del sistema. Per risolvere questo problema le strade percorribili possono essere aumentare il numero di elementi o utilizzare elementi senza integrazione ridotta, tuttavia in entrambi questi casi il costo computazionale aumenterebbe drasticamente. Per questo motivo, lo smorzamento numerico introdotto dovrebbe essere in grado di smorzare le vibrazioni ad alta frequenza evitando che queste finiscano per indurre elevate energie fittizie legate ai modi di "hourglassing" [68].

Pertanto, macroscopicamente, la dissipazione dovuta a smorzamento numerico per vibrazioni ad alta frequenza dovrà svolgere lo stesso ruolo impiegato dagli attriti interni del materiale nel fenomeno reale [63]. Ovviamente, lo smorzamento di tipo numerico non ha alcun legame con lo smorzamento strutturale del materiale, tuttavia in alcuni documenti [72] viene dimostrato come impiegando una determinata quantità di smorzamento numerico si riesca a raggiungere un elevato grado di accuratezza rispetto all'esperimento reale. Nello stesso documento viene anche evidenziato come, poiché lo smorzamento numerico opera principalmente alle alte frequenze, sia utile introdurre anche uno smorzamento viscoso equivalente del materiale, in modo da smorzare le oscillazioni a frequenze inferiori. Come già specificato nel capitolo precedente, purtroppo data la mancanza di formule analitiche per valutare questi fattori, essi vengono generalmente ricavati a posteriori di una prova

sperimentale in modo che i dati raccolti combacino con quelli della simulazione. In questa trattazione non si è in possesso di dati sperimentali legati alla specifica struttura in esame, pertanto si procederà eseguendo innanzitutto delle analisi senza alcun tipo di smorzamento numerico (in modo da isolare il contributo dell'isteresi della tape spring) e successivamente si ripeterà l'analisi utilizzando dei valori di primo tentativo sia per lo smorzamento numerico che per lo smorzamento viscoso del materiale. In particolare, questi sono fissati come segue:

- Per lo smorzamento numerico viene mantenuto il valore di default per le analisi implicite, ossia $b_1 = 0.06$
- Per lo smorzamento viscoso del materiale, ci si rifà a quanto valutato nei documenti [72] e [60] in cui si simula il dispiegamento di una singola tape spring pre-caricata: lo smorzamento viene valutato secondo il modello di "Kelvin-Voigt" il quale ipotizza che il materiale possa essere modellato come una rigidità puramente elastica e uno smorzatore in parallelo tra loro[79].

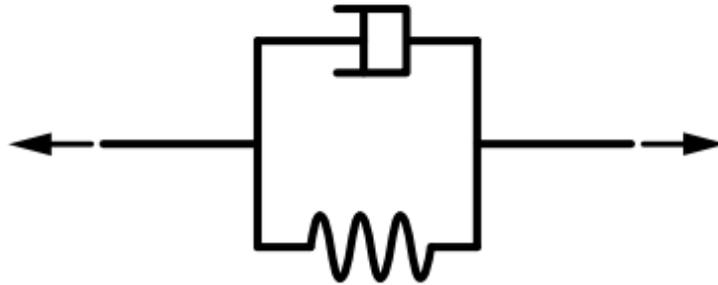


Figura 5.4: Rappresentazione schematica della proprietà di dissipazione secondo il modello di Kelvin-Voigt [79]

Assumendo che la tape spring oscilli come un oscillatore armonico ad un grado di libertà, l'equazione del moto sarà:

$$\ddot{z} + 2\epsilon\omega_0\dot{z} + \omega_0^2z = 0 \quad (5.3)$$

dove ω_0 è la frequenza naturale del sistema e ϵ è lo smorzamento strutturale definito come:

$$\epsilon = \frac{\eta}{2\omega_0 m} \quad (5.4)$$

con η parametro di viscosità e m massa della tape spring. Nei documenti citati, il sistema ha una massa di 0.51018 kg [72] e 0.0813 kg [60] e a seguito dell'analisi sperimentale, si fissa un valore del parametri di dissipazione rispettivamente di $\eta = 10^{-3}$ e $\eta = 1.7 \cdot 10^{-4}$. In ABAQUS al posto del modello di Kelvin-Voigt viene utilizzato il modello di Rayleigh, che considera lo smorzamento come somma di una componente proporzionale alla massa per le basse frequenze (legata ad un fattore di dissipazione α_R) e una componente proporzionale alla rigidezza per le alte frequenze (legata ad un fattore di dissipazione β_R) [68]. Lo smorzamento strutturale legato al i -esimo modo di vibrare ϵ_i è definito quindi come :

$$\epsilon_i = \frac{\alpha_R}{2\omega_i} + \frac{\beta_R\omega_i}{2} \quad (5.5)$$

Confrontando questa formula con la precedente si può notare come il modello di Kelvin-Voigt consista in una versione semplificata del modello di Rayleigh nel quale si considera solamente la porzione di smorzamento proporzionale alla massa per l'unica frequenza naturale del sistema (poiché dotato per ipotesi di un solo grado di libertà). Ciò risulta in linea con il fatto che lo smorzamento del materiale viene in questo caso impiegato per smorzare solamente le oscillazioni a bassa frequenza. Pertanto per riprodurre lo smorzamento riscontrato nei documenti citati sarà sufficiente calcolare:

$$\alpha_R = \frac{\eta}{m} = \frac{10^{-3}}{0.5102} = 0.00196 \quad (5.6)$$

$$\alpha_R = \frac{\eta}{m} = \frac{1.7 \cdot 10^{-4}}{0.0813} = 0.0021 \quad (5.7)$$

Vista l'estrema vicinanza tra i due valori, per il presente elaborato si decide di considerare i parametri di smorzamento come $\alpha_R = 0.002$ e $\beta_R = 0$.

5.3 Risultati delle analisi dinamiche

5.3.1 Effetto dei parametri di smorzamento

Come spiegato nel capitolo precedente, è importante innanzitutto valutare l'impatto dei parametri di dissipazione inseriti e se questi siano in grado di mantenere l'artificial strain energy entro valori trascurabili. Per fare questo si eseguono delle analisi su uno stesso modello ponendo dapprima i parametri di dissipazione pari a 0, e successivamente pari ai valori stabiliti. Si effettuerà questo controllo per 3

diversi valori di energia in ingresso: tale energia, coincidente con l'energia cinetica della sfera impattante, viene variata mantenendo la velocità unitaria e modulando la densità del materiale componente la sfera. Si ricorda che in questo capitolo ci si utilizza il simbolo " b_1 " per indicare lo smorzamento numerico del metodo esplicito ("bulk viscosity") ed il simbolo " α_R " per indicare il fattore di smorzamento viscoso del materiale secondo Rayleigh.

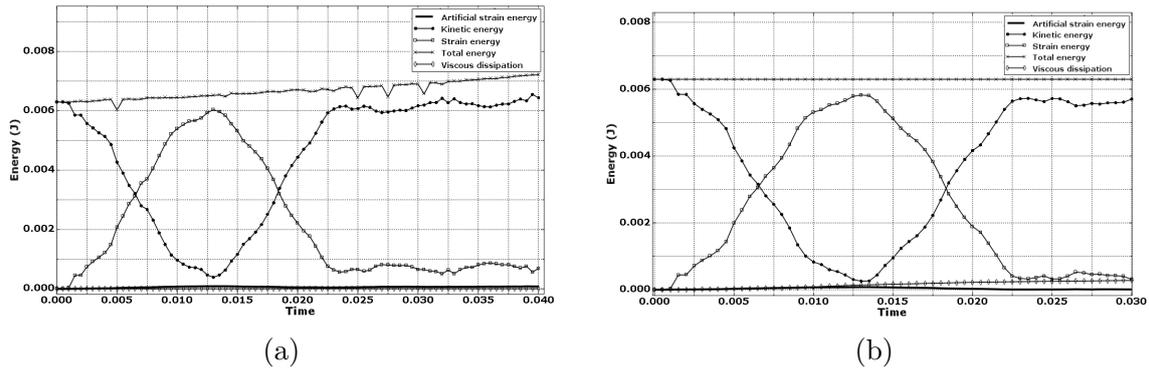


Figura 5.5: Confronto tra i livelli di energia senza (a) e con (b) smorzamento numerico e viscoso. L'energia della sfera impattante è tale per cui le tape spring non effettuano alcuno snapping.

Il grafico 5.5 mostra l'andamento di diversi parametri energetici nel caso a densità $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ tale per cui le tape spring non effettuano il processo di snapping. Come si può notare, l'andamento rispecchia qualitativamente quanto ci si poteva attendere: inizialmente l'energia totale è costituita unicamente dall'energia cinetica della sfera impattante. Man mano che questa entra in contatto con le tape spring, la sua energia cinetica viene convertita in energia di deformazione elastica ed energia cinetica della struttura, fino a quando la velocità non raggiunge un valore nullo. Successivamente, poiché non si è verificato il fenomeno di snapping delle tape spring, avviene il processo inverso, ovvero l'energia di deformazione elastica della struttura ritorna alla sfera sotto forma di energia cinetica. Come si può notare, poiché le strutture non sono una molla ideale, una piccola parte dell'energia cinetica della sfera rimane all'interno della struttura sotto forma di energia cinetica (oscillazioni). Poiché non si sono verificate oscillazioni ad elevata frequenza, l'artificial strain energy rimane entro valori trascurabili, e la dissipazione viscosa è nulla. Si può tuttavia notare un aumento dell'energia totale E_{TOT} per via di instabilità numeriche sulle oscillazioni delle tape spring. Si consideri che l'energia totale è definita in questo caso come:

$$E_{TOT} = E_k + E_{as} + E_s + E_{vd} + E_{fd} - W_e \quad (5.8)$$

con E_k energia cinetica, E_{as} artificial strain energy, E_s energia di deformazione elastica, E_{vd} , dissipazione viscosa, E_{fd} dissipazione per attriti, W_e , lavoro delle forze esterne (gli ultimi 2 parametri non sono presenti nel modello qui analizzato). Se si introducono dei fattori di dissipazione numerica e viscosa, si può notare come queste riescano a tenere sotto controllo tali instabilità 5.5b: l'energia totale rimane costante nel tempo e si osserva una quantità non nulla di dissipazione viscosa, recuperando il senso fisico del problema.

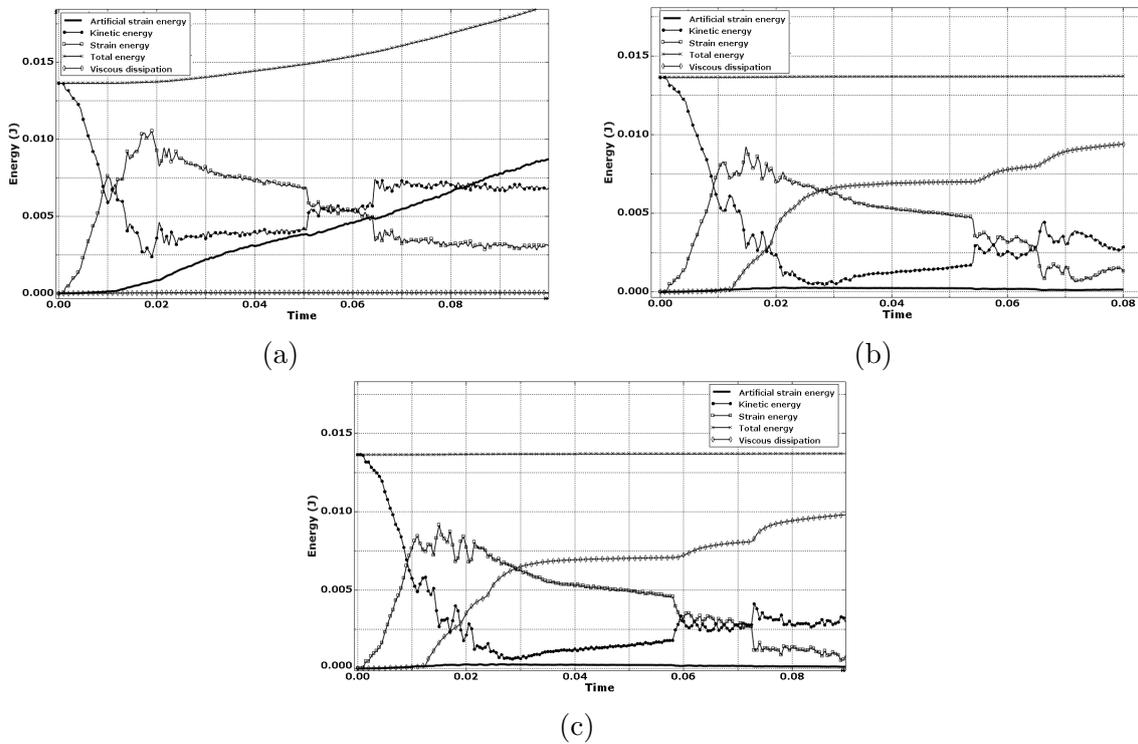


Figura 5.6: Confronto tra i livelli di energia senza (a) smorzamento, con smorzamento numerico (b) e con smorzamento sia numerico che viscoso. L'energia della sfera impattante è tale per cui le tape spring effettuano il processo di snapping.

Successivamente possiamo osservare gli stessi grafici realizzati per il caso di una sfera con densità $\rho = 6500 \text{ kg/m}^3$, la quale possiede sufficiente energia a indurre nelle tape spring il fenomeno di snapping. Si nota come dopo una iniziale decrescita regolare di energia cinetica (accompagnata da crescita di energia di deformazione elastica) l'andamento di tali curve diventi più irregolare, a causa delle elevate vibrazioni indotte dal fenomeno di snapping. La principale differenza rispetto al caso precedente, è che ora l'energia cinetica si stabilizza ad un valore nettamente infe-

riore rispetto a quello iniziale. Allo stesso tempo, alle elevate vibrazioni prodotte si accompagna un aumento rapido di artificial strain energy, che comporta naturalmente un aumento dell'energia totale del sistema. Questo implica che questa artificial strain energy non ha senso fisico, in quanto non è dovuta a trasferimento di energia da una forma all'altra ma nasce da instabilità numeriche. Se si introduce dissipazione numerica, si nota immediatamente come l'artificial strain energy torni a valori trascurabili ed allo stesso tempo aumenti considerevolmente l'energia di dissipazione viscosa. Complessivamente però, l'energia totale rimane costante, indicando che il modello riproduce in modo più accurato il fenomeno fisico. Come si può notare in tabella 5.1, aggiungendo i fattori di dissipazione numerica e viscosa la dissipazione di energia della sola sfera varia di una quantità trascurabile, indicando come questi servano principalmente a gestire le elevate vibrazioni indotte dal fenomeno di snapping, mentre impattano con entità inferiore sull'interazione tra la struttura e la sfera.

	W_{in}	W_{diss}	η
$\rho = 3000kg/m^3$ $b_1 = 0$ $\alpha_R = 0$	0.0063	0.00087	0.0221
$\rho = 3000kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0$	0.0063	0.00089	0.0226
$\rho = 3000kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0.002$	0.0063	0.00090	0.0228
$\rho = 5000kg/m^3$ $b_1 = 0$ $\alpha_R = 0$	0.0105	0.00647	0.0984
$\rho = 5000kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0$	0.0105	0.00645	0.0980
$\rho = 5000kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0.002$	0.0105	0.00695	0.1056
$\rho = 6500kg/m^3$ $b_1 = 0$ $\alpha_R = 0$	0.0136	0.01115	0.1304
$\rho = 6500kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0$	0.0136	0.01133	0.1324

$\rho = 6500kg/m^3$			
$b_1 = 0.06$	0.0136	0.01113	0.1302
$\alpha_R = 0.002$			

Tabella 5.1: Effetto dei parametri di dissipazione impostati per l'analisi di tipo lineare esplicito nella dissipazione di energia della sfera impattante

Un'altra osservazione può essere fatta per il caso $\rho = 6500kg/m^3$ $b_1 = 0.06$ $\alpha_R = 0.002$: si può notare come l'aggiunta di dissipazione viscosa (oltre a quella numerica già presente) non comporti necessariamente una diminuzione dell'energia trasferita dalla struttura alla sfera. Questo perché l'energia trasferita alla sfera dalla struttura deriva principalmente dall'energia di deformazione elastica accumulata mentre la dissipazione agisce sull'energia cinetica accumulata.

5.3.2 Effetto della precisione di macchina

Effettuando le diverse simulazioni si è notato come impostare la precisione di macchina in singola precisione determini delle instabilità numeriche (figura 5.7).

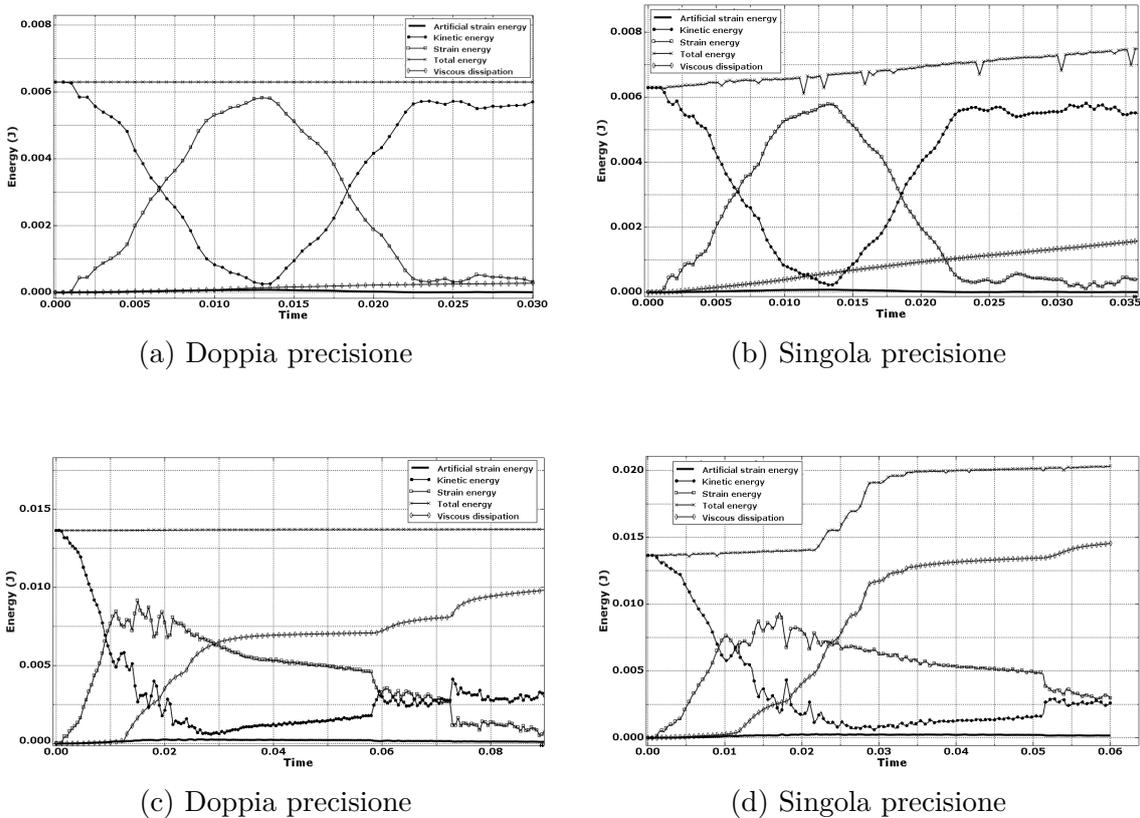


Figura 5.7: Effetto della precisione di macchina impiegata sui parametri di dissipazione energetica per una sfera impattante di densità $\rho = 3000kg/m^3$ (a-b) e $\rho = 6500kg/m^3$ (c-d)

Come si può notare, si osserva un aumento di artificial strain energy anche in presenza di dissipazione numerica e viscosa.

L'effetto sulla dissipazione di energia della sfera impattante è contenuto, ma comunque presente.

	W_{in}	W_{diss}	η
$\rho = 3000kg/m^3$ <i>Single precision</i>	0.0063	0.00097	0.0244
$\rho = 3000kg/m^3$ <i>Double precision</i>	0.0063	0.00090	0.0228
$\rho = 6500kg/m^3$ <i>Single precision</i>	0.0136	0.01180	0.1379
$\rho = 6500kg/m^3$ <i>Double precision</i>	0.0136	0.01113	0.1302

Tabella 5.2: Effetto della precisione di macchina utilizzata per l'analisi nella dissipazione di energia della sfera impattante

Per questo motivo, tutte le analisi seguenti saranno effettuate in doppia precisione.

5.3.3 Analisi di sensibilità della mesh

Infine, occorre assicurarsi che la simulazione non sia influenzata da una dimensione non adeguata degli elementi della mesh. Si esegue un'analisi di sensibilità variando dapprima la dimensione degli elementi delle tape spring 5.3, e successivamente gli elementi della sfera impattante 5.4.

<i>Dimensione elemento mesh (mm)</i>	W_{in}	W_{diss}	η
1	0.0136	0.01122	0.1312
0.75	0.0136	0.01113	0.1302
0.5	0.0136	0.01076	0.1258

Tabella 5.3: Effetto nella dissipazione di energia del numero di elementi impiegati per la mesh della tape spring.

<i>Dimensione elemento mesh (mm)</i>	W_{in}	W_{diss}	η
bias 0.0012-0.0008	0.0136	0.01106	0.1293
bias 0.0008-0.0004	0.0136	0.01113	0.1302

Tabella 5.4: Effetto nella dissipazione di energia del numero di elementi impiegati per la mesh della sfera.

Come si può notare, in entrambi i casi la variazione di dissipazione energetica ottenuta dimezzando gli elementi della mesh è appena del 4% pertanto la mesh può essere considerata adeguata.

5.3.4 Analisi delle prestazioni

Stabiliti i parametri più idonei da assegnare all'algoritmo risolutivo, si effettuano diverse simulazioni per analizzare la risposta della struttura a sfere impattanti con energia diverse. Anche in questo caso, per semplicità si è deciso di mantenere la velocità di $1m/s$ per tutte le simulazioni, controllando l'energia della sfera modificando la sua densità. In tabella 5.6 vengono presentati i risultati inerenti al modulo di energia dissipata e alla frazione della stessa rispetto all'energia iniziale (loss factor η). Si ricordi che il loss factor è calcolato come $\eta = W_{diss}/(2\pi W_{in})$ pertanto se si vuole ottenere la percentuale di energia dissipata è necessario moltiplicare per un fattore 2π .

Tape spring in parallelo

Inizialmente si verificano le performance nel caso di tape spring in parallelo, e dunque vincolate a flettersi contemporaneamente.

	W_{in}	W_{diss}	η
$\rho = 6000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0126	0.00086	0.0109
$\rho = 8000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0168	0.00941	0.0894
$\rho = 10000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0209	0.01196	0.0909
$\rho = 12000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0251	0.01151	0.0729
$\rho = 14000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0293	0.01344	0.0729

Tabella 5.5: Energia dissipata nel caso di tape spring in parallelo

Contrariamente a quanto atteso, l'energia dissipata dipende entro certi limiti dall'energia in ingresso, nonostante in tutti i casi il numero di tape spring che subiscono il fenomeno di snapping sia lo stesso. Questo può dipendere dal fatto che parte dell'energia viene trattenuta dalla struttura sotto forma di vibrazioni a bassa frequenza anche in assenza di snapping, come visto nei paragrafi precedenti. Complessivamente tuttavia, possiamo notare come più l'energia cresce rispetto all'energia di soglia

per far avvenire lo snapping delle tape spring, minore sarà la frazione di energia dissipata η . Rapportando la minima energia dissipata rispetto alla massa delle tape spring si ottiene un valore di $10.45J/kg$, dunque inferiore rispetto al valore di $12.87J/kg$ valutato nelle analisi statiche. Tuttavia, nel caso a maggiore dissipazione ($\rho = 14000kg$), tale valore sale a $14.9J/kg$ dunque potenzialmente maggiore di quanto permesso dal caso statico.

5.3.5 Tape spring in serie

Successivamente si studia il comportamento nel caso di tape spring disposte in serie. In tabella viene anche indicato il numero di tape spring che effettuano il processo di snapping per quel valore di energia in ingresso.

	W_{in}	W_{diss}	η	<i>Tape spring con snapping</i>
$\rho = 3000kg/m^3$	0.0063	0.00090	0.0228	0
$\rho = 5000kg/m^3$	0.0105	0.00695	0.1056	1
$\rho = 6500kg/m^3$	0.0136	0.01144	0.1337	2
$\rho = 8000kg/m^3$	0.0168	0.01255	0.1192	3
$\rho = 9500kg/m^3$	0.0199	0.01397	0.1117	3
$\rho = 1100kg/m^3$	0.0230	0.01937	0.1338	4
$\rho = 12500kg/m^3$	0.0262	0.02191	0.1332	4
$\rho = 14000kg/m^3$	0.0293	0.02460	0.1335	5

Tabella 5.6: Effetto nella dissipazione di energia dell'energia della sfera impattante

Come si può notare, a differenza del caso con tape spring in parallelo, ora l'energia dissipata ha un andamento più regolare al variare dell'energia in ingresso: poiché le tape spring sono in grado di effettuare lo snapping indipendentemente l'una dall'altra, maggiore sarà l'energia in ingresso, maggiore sarà il livello di compressione della struttura, da cui dipenderà il numero di tape spring completamente piegate e da cui a sua volta dipenderà la quantità di energia dissipata. In merito al modulo di energia dissipata, se la si rapporta alla massa delle tape spring impiegate per il caso in cui tutte le tape spring effettuano lo snapping, otteniamo un valore di $W/m = 27.33J/kg$. Questo valore risulta inferiore a quello calcolato tramite analisi statica (ovvero circa $W/m = 38.87J/kg$) ma comunque superiore al valore ottenuto nel caso di tape spring in parallelo ($W/m = 10.45 - 14.91J/kg$). Il peggioramento delle performance nel caso di tape spring in serie può essere dovuto ad un cambiamento nell'interazione tra la singola tape spring e l'intera struttura. In un'analisi statica, a seguito della fase di snapping l'energia accumulata da una tape spring

ha il "tempo" di propagarsi in tutta la struttura per poi essere dissipata, portando la struttura ad una condizione di equilibrio. Nel caso di un'analisi dinamica i vari casi di snapping si susseguono in modo meno controllato, portando ad una differente propagazione dell'energia lungo la struttura. Ulteriori studi più approfonditi sarebbero necessari per confermare questa ipotesi. Il loss factor η risulta nettamente migliorato rispetto al caso di tape spring in parallelo, coerentemente con quanto riscontrato tramite analisi statiche (un valore medio di $\eta = 0.13$ corrisponde a circa un 80% di energia dissipata).

Effetto della velocità

Nel paragrafo precedente si è constatato come il comportamento dinamico della struttura produca dei risultati differenti rispetto a quanto ottenuto tramite analisi statica. Può quindi essere interessante studiare cosa si ottiene mantenendo costante l'energia cinetica del corpo impattante ma modificando di volta in volta la velocità iniziale.

	W_{in}	W_{diss}	η
$\rho = 2000kg/m^3$ $v = 2m/s$	0.0168	0.01430	0.1359
$\rho = 3555.56kg/m^3$ $v = 1.5m/s$	0.0168	0.01349	0.1282
$\rho = 8000kg/m^3$ $v = 1m/s$	0.0168	0.01255	0.1192
$\rho = 14222.22kg/m^3$ $v = 0.75m/s$	0.0168	0.01222	0.1161
$\rho = 32000kg/m^3$ $v = 0.5m/s$	0.0168	0.01380	0.1311

Tabella 5.7: Effetto nella dissipazione di energia della velocità della sfera impattante, a parità di energia della sfera impattante.

Come si può notare, l'energia dissipata può variare anche del 15%. Osservando il comportamento dinamico della struttura si osserva come la velocità iniziale modifica entro certi limiti anche il numero di tape spring soggette al fenomeno di snapping per via di una diversa interazione tra la velocità di discesa della sfera e le principali frequenze di oscillazione della struttura complessiva. Uno studio dettagliato di questo fenomeno va oltre gli obiettivi di questa tesi, tuttavia le analisi effettuate dimostrano la complessità di questo tipo di strutture.

5.4 Conclusione

A seguito delle analisi effettuate, possiamo stabilire che la struttura progettata nel corso di questo elaborato risulta potenzialmente in grado di dissipare energia a seguito di un carico di tipo dinamico. Confrontando la configurazione a tape spring in parallelo con quella a tape spring in serie, possiamo affermare che disporre le tape spring in serie permette un doppio vantaggio:

- Aumenta l'energia dissipata su unità di massa W/m e la frazione di energia dissipata η .
- Aumenta il range di energia del corpo impattante per cui si riesce a mantenere una buona percentuale di energia dissipata.

Si è inoltre verificato come il solo dato dell'energia del corpo impattante non sia del tutto sufficiente a valutare esattamente l'energia dissipabile, ma sia necessario tenere in conto anche la sua velocità, per quanto l'incertezza risulti contenuta entro il 15% (limitatamente ai casi analizzati). Ulteriori studi potrebbero aiutare a definire con più precisione il meccanismo di dissipazione nel corso di un fenomeno di tipo dinamico.

Capitolo 6

Conclusioni

I meccanismi compliant, ossia meccanismi che basano il loro funzionamento sulla deformabilità elastica della loro struttura, possiedono numerose caratteristiche di interesse per lo sviluppo di dispositivi in campo aerospaziale, tuttavia il loro utilizzo appare consolidato solamente per un numero molto limitato di applicazioni. A seguito di un'analisi dello stato dell'arte per questa tipologia di meccanismi, si è deciso di esplorare la possibilità di realizzare strutture per la dissipazione di energia in regime elastico, nello specifico atte ad attenuare impatti. I vantaggi di questo tipo di struttura risiedono nella sua elevata riutilizzabilità, data dalla permanenza in regime elastico, e compatibilità con l'ambiente spaziale, per il fatto di poter essere completamente realizzata in materiale metallico. La dissipazione di energia è ottenuta mediante l'impiego di strutture note come "tape springs" ossia lamine sottili con curvatura uniforme longitudinale in grado di esibire un comportamento isteretico se sottoposte a flessione.

Come analisi preliminare, è stato studiato come i parametri geometrici di una singola tape spring ne influenzano la capacità di dissipare energia. Con le informazioni raccolte, sono state ideate e analizzate 3 diverse geometrie costituite da numerose tape spring, mediante modello agli elementi finiti. Per svolgere queste analisi è stato impiegato il software per analisi con metodo FEM ABAQUS, particolarmente robusto per analisi di tipo non-lineare. Le 3 strutture ottenute sono state confrontate tra loro tramite analisi statiche non-lineari prendendo in considerazione non solo l'energia complessivamente dissipata, ma anche qualità importanti per l'applicazione in ambito spaziale quali leggerezza, compattezza ed efficienza. La geometria reputata più vantaggiosa è stata analizzata in modo più approfondito, valutando il comportamento a carichi in regime dinamico, quale l'impatto con una sfera rigida.

A seguito delle analisi effettuate, è stato possibile trarre le seguenti conclusioni:

- È possibile realizzare strutture metalliche basate su tape spring in grado di

mitigare l'energia derivante da impatti, rimanendo in regime elastico.

- Risulta vantaggioso utilizzare tape spring di dimensioni ridotte, e incolonnate in modo da potersi flettere in serie. In base agli spazi a disposizione, può essere vantaggioso anche disporre in serie diverse celle costituite da più tape spring in parallelo tra loro.
- La quantità di energia dissipata per unità di massa della struttura prodotta, non è particolarmente elevata se confrontata con altre strutture per la dissipazione di energia elastica, tuttavia presenta una combinazione di fattori caratteristica, quale una buona energia dissipata su unità di volume, una elevata percentuale di energia dissipata rispetto all'energia iniziale posseduta dal corpo impattante e la possibilità di ritornare autonomamente alla configurazione iniziale.

Nel corso di questo studio sono emerse diverse criticità. Innanzitutto, risulta complesso valutare correttamente la tensione massima raggiunta durante la flessione di una tape spring di ridotta lunghezza, in quanto si sviluppano delle zone di concentrazione delle tensioni tali per cui è necessaria una mesh ad elementi di dimensioni molto ridotte, i quali però aumentano drasticamente il costo computazionale della simulazione. Un altro fattore di incertezza riguarda le analisi dinamiche, per le quali è necessario conoscere con precisione i parametri di smorzamento da inserire, i quali però non sono calcolabili mediante metodi analitici. Si è visto come questi fattori possano influenzare in maniera significativa la tensione massima calcolata, e in maniera minore, la quantità di energia dissipata. Per superare entrambe queste criticità, è necessario svolgere dei test sperimentali in modo da valutare accuratamente il carico di rottura di una tape spring di ridotta lunghezza, così come ottenere dei parametri di dissipazione numerica e viscosa adeguati. Tali analisi sperimentali saranno anche essenziali per definire con maggiore precisione la struttura di supporto necessaria a sostenere e collegare le varie tape springs. Si evidenzia in particolare la necessità di verificare la fattibilità dei perni compliant da applicare ad un'estremità di ogni tape spring. Infine, tutte le tape spring di questa simulazione sono state realizzate mediante un materiale standard per queste applicazioni, ossia la lega Rame-Berillio. L'eventuale impiego di materiali più performanti potrebbero portare ad un miglioramento delle prestazioni generali così come ad una semplificazione della geometria della struttura.

Ringraziamenti

Ringrazio innanzitutto il professor Mirco Zaccariotto per la disponibilità, la passione e la puntualità con cui ha saputo incoraggiarmi e consigliarmi nel corso di tutti i mesi di stesura di questa tesi.

Un ringraziamento speciale va a tutta la mia famiglia ed in particolare ai miei genitori Marina e Gianni e a mio fratello Damiano per il costante supporto che in tutti questi anni non è mai venuto a mancare. A loro va un grande abbraccio e un sincero Grazie dal profondo del mio cuore.

Un enorme grazie anche a tutti gli amici che in qualche modo mi sopportano ormai da parecchi anni: Giacomo, Samuel, Giulia, Ermione, Francesco, Margherita, Gabriele, Francesca, Silvia e Matteo. Senza di voi non sarei mai riuscito ad arrivare nemmeno a metà strada e per questo non potrò mai ringraziarvi abbastanza.

Ringrazio tutte le persone con cui ho stretto amicizia in università e che hanno reso questi anni tra i più felici e speciali: Emanuele, Andrea, Carlo, Alessandra, Giacomo, Alessandro, Pietro, Alessio, Riccardo e Alice. A tutti un grande abbraccio e i migliori auguri per una fantastica carriera, nella speranza che si riesca ogni tanto a ritrovarsi.

Infine un ringraziamento particolare va a tutti i membri del progetto Lift UP, in particolare Marco(x3), Manfredo, Alessio, Riccardo, Alessandro, Luca, Dario, Federico, Cristiana e Alberto, per la dedizione e l'impegno che hanno dimostrato in tutti questi anni nel creare e mantenere vivo un gruppo nel quale tutti potessero mettersi alla prova con sostegno reciproco. Avete reso questi anni un'avventura.

Bibliografia

- [1] D. Russo e A. Caputi, «How to Classify Compliant Mechanisms,» *Design Tools and Methods in Industrial Engineering: Proceedings of the International Conference on Design Tools and Methods in Industrial Engineering, ADM 2019, September 9–10, 2019, Modena, Italy*, 2020.
- [2] L. L. Howell, S. P. Magleby e B. M. Olsen, *Handbook of compliant mechanisms*. John Wiley & Sons, 2013.
- [3] C. Conlan-Smith, A. Bhattacharyya e K. A. James, «Optimal design of compliant mechanisms using functionally graded materials,» *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 57, pp. 197–212, 2018.
- [4] S. Poppinga, A. Körner, R. Sachse et al., «Compliant mechanisms in plants and architecture,» *Biomimetic Research for Architecture and Building Construction: Biological Design and Integrative Structures*, pp. 169–193, 2016.
- [5] H. Gray, *Anatomy of the human body*. Lea & Febiger, 1924.
- [6] E. McEwen, R. L. Miller e C. A. Bergman, «Early bow design and construction,» *Scientific American*, vol. 264, n. 6, pp. 76–83, 1991.
- [7] N. Air e S. Museum, «<https://airandspace.si.edu/collection-objects/1903-wright-flyer>,»
- [8] D. Budzyń, H. Zare-Behtash, A. Cowley e A. Cammarano, «Implicit lunar dust mitigation technology: Compliant mechanisms,» *Acta Astronautica*, vol. 203, pp. 146–156, 2023.
- [9] J. A. Gallego e J. Herder, «Synthesis methods in compliant mechanisms: An overview,» *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2009.
- [10] N. Kikuchi, S. Nishiwaki, J. S. O. Fonseca e E. C. N. Silva, «Design optimization method for compliant mechanisms and material microstructure,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 151, n. 3-4, pp. 401–417, 1998.

- [11] R. Fowler, L. Howell e S. Magleby, «Compliant space mechanisms: a new frontier for compliant mechanisms,» *Mechanical Sciences*, vol. 2, n. 2, pp. 205–215, 2011.
- [12] T. J. Stubbs, R. R. Vondrak e W. M. Farrell, «Impact of dust on lunar exploration,» *Dust in planetary systems*, vol. 643, pp. 239–243, 2007.
- [13] A. I. Ivanovich e N. Weinstein, «Mechanisms in modern engineering design: a handbook for engineers, designers, and inventors,» (*No Title*), 1975.
- [14] T. Montecchi e D. Russo, «FBOS: function/behaviour-oriented search,» *Procedia engineering*, vol. 131, pp. 140–149, 2015.
- [15] D. Farhadi Machekposhti, N Tolou e J. Herder, «The scope for a compliant homokinetic coupling based on review of compliant joints and rigid-body constant velocity universal joints,» in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, American Society of Mechanical Engineers, vol. 45035, 2012, pp. 379–392.
- [16] R. M. Fowler, «Investigation of compliant space mechanisms with application to the design of a large-displacement monolithic compliant rotational hinge,» 2012.
- [17] P. Spanoudakis, L. Kiener, F. Cosandier et al., «Large angle flexure pivot development for future science payloads for space applications,» *MATEC Web of Conferences*, vol. 304, 2019.
- [18] P. Spanoudakis, L. Kiener, F. Cosandier et al., «Large Angle Flexure Pivot Development and Test Campaign Results,» 2021.
- [19] L. Kiener, H. Saudan, F. Cosandier et al., «Compliant mechanism based on additive manufacturing,» *CEAS Space Journal*, pp. 1–17, 2021.
- [20] E. Ercolini, F. Calignano, M. Galati, M. Viccica e L. Iuliano, «Redesigning a flexural joint for metal-based additive manufacturing,» *Procedia CIRP*, vol. 100, pp. 469–475, 2021.
- [21] J. Zhang, H.-w. Guo, J. Wu, G.-j. Gao, Z.-m. Kou e A. Eriksson, «Design and analysis of flexure revolute joint based on four-bar mechanism,» *Acta Astronautica*, vol. 151, pp. 420–431, 2018.
- [22] S. Henein, P. Spanoudakis, S. Droz, L. I. Myklebust e E. Onillon, «Flexure pivot for aerospace mechanisms,» *10th European Space Mechanisms and Tribology Symposium, San Sebastian, Spain*, pp. 285–288, 2003.

-
- [23] W. Coppoolse, M Kreienbuehl, J. Moerschell, A. Dommann e D. Bertsch, «Dual-axis single-mirror mechanism for beam steering and stabilisation in optical inter satellite links,» *10th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*, vol. 524, pp. 183–190, 2003.
- [24] A. Muhammad, Y. Jingjun, X. Yan e A. Salam, «Conceptual design, modeling and compliance characterization of a novel 2-DOF rotational pointing mechanism for fast steering mirror,» *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 33, n. 12, pp. 3564–3574, 2020.
- [25] H Simon, S Peter, S Philippe et al., «Mechanical slit mask mechanism for the James Webb Space Telescope spectrometer,» *Optical, Infrared, and Millimeter Space Telescopes*, vol. 5487, 2003.
- [26] E. Lamacchia, R. Edeson e M. E. Humphries, «Design and analysis of a novel flexible compliant joint for space mechanism,» *Proc. ESMATS 2017*, 2017.
- [27] A. Verhaeghe, G. Perruchoud, P. Schwab, M. Gumy e J. Rouvinet, «Lessons Learnt during the Development of a compliant Focus Mechanism for the EXO-MARS Rover Mission,» in *18th European Space Mechanisms and Tribology Symposium. Presented at the ESMATS*, 2019.
- [28] Y. Li, W. Ge, X. Zhang e X. Tong, «Optimization and experiment of a novel compliant focusing mechanism for space remote sensor,» *Sensors*, vol. 20, n. 23, p. 6826, 2020.
- [29] E. Merriam, J. Jones, S. Magleby e L. Howell, «Monolithic 2 DOF fully compliant space pointing mechanism,» *Mechanical Sciences*, vol. 4, n. 2, pp. 381–390, 2013.
- [30] J. Rouvinet, A. Ummel, F. Cosandier, D. Nguyen e V. Schaffter, «PULSAR: Development of a mirror tile prototype for future large telescopes robotically assembled in space,» vol. 11451, pp. 801–815, 2020.
- [31] S. A. Zirbel, K. A. Tolman, B. P. Trease e L. L. Howell, «Bistable mechanisms for space applications,» *PloS one*, vol. 11, n. 12, 2016.
- [32] D. Budzyń, H. Zare-Behtash, A. Cowley e A. Cammarano, «Topology Optimization of Compliant Mechanisms as a Design Method to Improve Hardware Performance in Lunar Dust Environment,» 2021.
- [33] K. Koski, «Focus Mechanism for Kepler Mission,» *Proceedings of the 39th Aerospace Mechanisms Symposium, NASA Marshall Space Flight Center*, pp. 359–372, 2008.

- [34] W. Zeng, F. Gao, H. Jiang, C. Huang, J. Liu e H. Li, «Design and analysis of a compliant variable-diameter mechanism used in variable-diameter wheels for lunar rover,» *Mechanism and Machine Theory*, vol. 125, pp. 240–258, 2018.
- [35] F. Dewalque, J.-P. Collette e O. Brüls, «Mechanical behaviour of tape springs used in the deployment of reflectors around a solar panel,» *Acta Astronautica*, vol. 123, pp. 271–282, 2016.
- [36] J. Morgan, S. P. Magleby e L. L. Howell, «An approach to designing origami-adapted aerospace mechanisms,» *Journal of Mechanical Design*, vol. 138, n. 5, p. 052301, 2016.
- [37] R. L. Fusaro, «NASA space mechanisms handbook: lessons learned documented,» *Research and Technology 1998*, 1999.
- [38] H. Saudan, L. Kiener, G. Perruchoud, K. Vaideeswaran e M Dadrás, «Additively manufactured and topologically optimized compliant mechanisms: technological assessment approach, latest achievements and current work in progress,» *Proceedings of the 17th European Space Mechanisms & Tribology Symposium, Hatfield, United Kingdom*, pp. 20–22, 2017.
- [39] C. Cáceres-C, E. Cuan-Urquizo e M. Alfaro-Ponce, «Compliant Cross-Axis Joints: A Tailoring Displacement Range Approach via Lattice Flexures and Machine Learning,» *Applied Sciences*, vol. 12, n. 13, p. 6635, 2022.
- [40] H. Schaub, L. E. Jasper, P. V. Anderson e D. S. McKnight, «Cost and risk assessment for spacecraft operation decisions caused by the space debris environment,» *Acta Astronautica*, vol. 113, pp. 66–79, 2015.
- [41] Y. Zhang, X. Jiang, Z.-f. Bai, J.-w. Guo e C. Wei, «Dynamics and rebound behavior analysis of flexible tethered satellite system in deployment and station-keeping phases,» *Defence Technology*, vol. 18, n. 3, pp. 509–523, 2022.
- [42] P. M. Dixit e U. S. Dixit, *Plasticity: fundamentals and applications*. CRC press, 2014.
- [43] Y. Chen e L. Jin, «Reusable Energy-Absorbing Architected Materials Harnessing Snapping-Back Buckling of Wide Hyperelastic Columns,» *Advanced Functional Materials*, vol. 31, n. 31, p. 2102113, 2021.
- [44] Q. Tao, P. Ren, L. Shi et al., «Energy absorption and impact behavior of composite sandwich panels under high-velocity spherical projectile,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 162, p. 104143, 2022.

-
- [45] A Rittweger, J Albus, E Hornung, H Öry e P Mourey, «Passive damping devices for aerospace structures,» *Acta Astronautica*, vol. 50, n. 10, pp. 597–608, 2002.
- [46] K. Minesugi, J. Onoda e Y. Hanawa, «Passive vibration suppression using thin tape with viscous lamina,» in *36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 1995, p. 1180.
- [47] S.-C. Kwon, M.-S. Jo, D.-H. Ko e H.-U. Oh, «Viscoelastic multilayered blade-type passive vibration isolation system for a spaceborne cryogenic cooler,» *Cryogenics*, vol. 105, p. 102982, 2020.
- [48] F. Usta, H. S. Türkmen e F. Scarpa, «High-velocity impact resistance of doubly curved sandwich panels with re-entrant honeycomb and foam core,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 165, p. 104230, 2022.
- [49] D. Restrepo, N. D. Mankame e P. D. Zavattieri, «Phase transforming cellular materials,» *Extreme Mechanics Letters*, vol. 4, pp. 52–60, 2015.
- [50] I. Leahu-Aluas e F. Abed-Meraim, «A proposed set of popular limit-point buckling benchmark problems,» 2011.
- [51] T. Frenzel, C. Findeisen, M. Kadic, P. Gumbsch e M. Wegener, «Tailored buckling microlattices as reusable light-weight shock absorbers,» *Advanced Materials*, vol. 28, n. 28, pp. 5865–5870, 2016.
- [52] M. S. Blanter, I. S. Golovin, H Neuhauser e H.-R. Sinning, *Internal friction in metallic materials*. Springer, 2007.
- [53] Y. Zhang, D. Restrepo, M. Velay-Lizancos, N. D. Mankame e P. D. Zavattieri, «Energy dissipation in functionally two-dimensional phase transforming cellular materials,» *Scientific reports*, vol. 9, n. 1, p. 12581, 2019.
- [54] S. Liu, A. I. Azad e R. Burgueño, «Architected materials for tailorable shear behavior with energy dissipation,» *Extreme Mechanics Letters*, vol. 28, pp. 1–7, 2019.
- [55] H. Yang e L. Ma, «Multi-stable mechanical metamaterials by elastic buckling instability,» *Journal of materials science*, vol. 54, pp. 3509–3526, 2019.
- [56] T. R. Giri e R. Mailen, «Controlled snapping sequence and energy absorption in multistable mechanical metamaterial cylinders,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 204, p. 106541, 2021.

- [57] H. Ma, K. Wang, H. Zhao et al., «Energy dissipation and shock isolation using novel metamaterials,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 228, p. 107464, 2022.
- [58] C. S. Ha, R. S. Lakes e M. E. Plesha, «Design, fabrication, and analysis of lattice exhibiting energy absorption via snap-through behavior,» *Materials & Design*, vol. 141, pp. 426–437, 2018.
- [59] K. Seffen, S Pellegrino e G. Parks, «Deployment of a panel by tape-spring hinges,» *IUTAM-IASS Symposium on Deployable Structures: Theory and Applications: Proceedings of the IUTAM Symposium held in Cambridge, UK, 6–9 September 1998*, pp. 355–364, 2000.
- [60] F. Dewalque, C. Schwartz, V. Denoël, J.-L. Croisier, B. Forthomme e O. Brüls, «Experimental and numerical investigation of the nonlinear dynamics of compliant mechanisms for deployable structures,» *Mechanical systems and signal processing*, vol. 101, pp. 1–25, 2018.
- [61] C. Calladine, «The theory of thin shell structures 1888–1988,» *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Process Engineering*, vol. 202, n. 3, pp. 141–149, 1988.
- [62] K. W. Hector, D. Restrepo, C. Tejedor Bonilla, L. G. Hector Jr, N. Mankame e P. D. Zavattieri, «Mechanics of chiral honeycomb architectures with phase transformations,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 86, n. 11, p. 111014, 2019.
- [63] S. Hoffait, O Brüls, D. Granville, F. Cugnon e G. Kerschen, «Dynamic analysis of the self-locking phenomenon in tape-spring hinges,» *Acta Astronautica*, vol. 66, n. 7-8, pp. 1125–1132, 2010.
- [64] Ö. Soykasap, «Analysis of tape spring hinges,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 49, n. 7, pp. 853–860, 2007.
- [65] D.-Y. Kim, H.-S. Choi, J. H. Lim, K.-W. Kim e J. Jeong, «Experimental and numerical investigation of solar panels deployment with tape spring hinges having nonlinear hysteresis with friction compensation,» *Applied Sciences*, vol. 10, n. 21, p. 7902, 2020.
- [66] K. Seffen e S Pellegrino, «Deployment dynamics of tape springs,» *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 455, n. 1983, pp. 1003–1048, 1999.

-
- [67] K. W. Hector, G. Jarrold, Y. Cho, D. Restrepo, N. Mankame e P. D. Zavattieri, «Energy dissipating architected materials with transversely curved tapes and independently tunable properties,» *Extreme Mechanics Letters*, vol. 58, p. 101946, 2023.
- [68] M. Smith, *ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.9*, English. United States: Dassault Systèmes Simulia Corp, 2009.
- [69] R. M. Neville, R. M. Groh, A. Pirrera e M. Schenk, «Shape control for experimental continuation,» *Physical review letters*, vol. 120, n. 25, p. 254101, 2018.
- [70] B.-A. Memon e X.-z. Su, «Arc-length technique for nonlinear finite element analysis,» *Journal of Zhejiang University-Science A*, vol. 5, pp. 618–628, 2004.
- [71] A. Fischer, «Bending instabilities of thin-walled transversely curved metallic strips,» 1995.
- [72] F. Dewalque, P. Rochus e O. Brùls, «Importance of structural damping in the dynamic analysis of compliant deployable structures,» *Acta Astronautica*, vol. 111, pp. 323–333, 2015.
- [73] H. Ye, Y. Zhang, Q. Yang e B. Zhang, «Quasi-static analysis and multi-objective optimization for tape spring hinge,» *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 60, pp. 2417–2430, 2019.
- [74] V. A. Rukavishnikov e E. I. Rukavishnikova, «Weighted finite-element method for elasticity problems with singularity,» *Finite Element Method. Simulation, Numerical Analysis and Solution Techniques*, pp. 295–311, 2018.
- [75] R. I. Shekar, T. Kotresh, P. D. Rao e K. Kumar, «Properties of high modulus PEEK yarns for aerospace applications,» *Journal of applied polymer science*, vol. 112, n. 4, pp. 2497–2510, 2009.
- [76] W. Wu, W. Hu, G. Qian, H. Liao, X. Xu e F. Berto, «Mechanical design and multifunctional applications of chiral mechanical metamaterials: A review,» *Materials & design*, vol. 180, p. 107950, 2019.
- [77] Z. Mao e S. Liu, «A Design of Tunable Band Gaps in Anti-tetrachiral Structures Based on Shape Memory Alloy,» *Acta Mechanica Solida Sinica*, pp. 1–15, 2023.
- [78] S. Linß, S. Henning e L. Zentner, «Modeling and design of flexure hinge-based compliant mechanisms,» *Kinematics-Analysis and Applications*, 2019.

- [79] J. Rösler, H. Harders e M. Bäker, *Mechanical behaviour of engineering materials: metals, ceramics, polymers, and composites*. Springer Science & Business Media, 2007.