



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**Dipartimento di Psicologia Generale**

**Corso di laurea Magistrale in Psicologia cognitiva applicata**

**Tesi di laurea magistrale**

**Analisi sperimentale della Test-Retest Reliability  
dell'Effetto SNARC: Implicazioni per la ricerca sulla  
cognizione numerica**

**Experimental analysis of Test-Retest Reliability of the SNARC Effect: Implications for  
numerical cognition research**

***Relatore***

***Prof. Vicovaro Michele***

***Laureanda: Bongiorno Elvira***

***Matricola: 2083003***

Anno Accademico 2023-2024



## **Indice**

<i>Abstract</i> .....	5
<i>Abstract in lingua inglese</i> .....	6
<i>Capitolo I</i> .....	7
<i>Introduzione</i> .....	7
<b>1.1 La cognizione numerica</b> .....	7
<b>1.2 La rappresentazione numerica</b> .....	9
1.2.1 Fattori modulanti la cognizione numerica.....	11
1.2.2 Modelli teorici sulla rappresentazione numerica .....	13
<b>1.3 Processamento visuo-spaziale dei numeri</b> .....	21
1.3.1 Solco intraparietale.....	23
1.3.2 Numerosity-sensitive neurons .....	24
<b>1.4 Linea Numerica Mentale</b> .....	25
<i>Capitolo II</i> .....	30
<i>Effetto SNARC</i> .....	30
<b>2.1 Effetto SNARC</b> .....	30
<b>2.2 Misura dell'effetto SNARC</b> .....	42
<b>2.3 Effetto SNARC e variabilità individuale</b> .....	44
<b>2.4 Test-retest reliability</b> .....	46
<i>Capitolo III</i> .....	51
<b>RICERCA SPERIMENTALE</b> .....	51
<b>3.1 Metodo</b> .....	51
3.1.1 Partecipanti.....	52
3.1.2 Disegno sperimentale .....	53
3.1.3 Stimoli .....	55
<b>3.2 Risultati</b> .....	56

3.2.1 Discussione.....	68
<b>Capitolo IV</b> .....	<b>71</b>
<b>LIMITI E SVILUPPI FUTURI</b> .....	<b>71</b>
<b>Bibliografia</b> .....	<b>75</b>

## **Abstract**

L'effetto SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes) è uno dei fenomeni maggiormente studiati in ambito della cognizione numerica. Si tratta di un fenomeno che mette in luce la relazione tra rappresentazione numerica e rappresentazione spaziale. L'effetto SNARC si manifesta quando, in un compito che prevede confronti di grandezze numeriche o che richiede un giudizio di parità, le persone presentano tempi di reazione più brevi quando rispondono a numeri piccoli con la mano sinistra, e numeri grandi con la mano destra, suggerendo l'ipotesi di una mappatura mentale dei numeri su una linea numerica mentale che va da sinistra verso destra. In questo elaborato di tesi viene testato l'effetto SNARC attraverso un'analisi sperimentale condotta su un gruppo di partecipanti in due sessioni differenti, poste a distanza di almeno due settimane l'una dall'altra. Nella prima sessione, a metà dei partecipanti viene proposto un compito esplicito di confronto di grandezza; all'altra metà dei partecipanti viene invece proposto un compito di giudizio di parità. Nella seconda sessione ciascun partecipante ripete il medesimo compito. Nell'analisi, ci siamo focalizzati sia sulle differenze interindividuali tra i soggetti nella stessa sessione, sia sulle variazioni intraindividuali tra due sessioni diverse. Quest'ultimo punto è di cruciale importanza per lo studio e l'analisi della test-retest reliability dell'effetto SNARC. La test-retest reliability (affidabilità test-retest) è una misura della coerenza di un test nel tempo. In altre parole, valuta quanto i risultati di un test siano stabili quando somministrati più volte agli stessi soggetti in momenti diversi. Il nostro studio si propone di indagare l'effetto SNARC con un'attenzione particolare alla questione dell'affidabilità delle misurazioni. Attraverso un'analisi critica delle metodologie impiegate e delle fonti di variabilità nei dati, ci proponiamo di esaminare se e come la variabilità influenzi i risultati ottenuti riguardo all'associazione spaziale tra numeri e spazio. La nostra ricerca mira a chiarire l'impatto delle questioni di affidabilità sul fenomeno SNARC e a fornire indicazioni per migliorare la precisione delle misurazioni cognitive in studi futuri, contribuendo così alla solidità e alla replicabilità dei risultati in psicologia cognitiva.

## **Abstract in lingua inglese**

The SNARC effect (Spatial-Numerical Association of Response Codes) is one of the most widely studied phenomena in the field of numerical cognition. It highlights the relationship between numerical and spatial representation. The SNARC effect occurs when, in a task that involves numerical magnitude comparison or parity judgment, individuals show faster reaction times when responding to small numbers with the left hand and large numbers with the right hand, suggesting a mental mapping of numbers onto a mental number line that extends from left to right. In this thesis, the SNARC effect is tested through an experimental analysis conducted on a group of participants across two different sessions, spaced at least two weeks apart. In the first session, half of the participants were given an explicit numerical magnitude comparison task, while the other half performed a parity judgment task. In the second session, each participant repeated the same task. Our analysis focuses both on interindividual differences between subjects within the same session, as well as intraindividual variations between the two sessions. This latter point is crucial for studying and analyzing the test-retest reliability of the SNARC effect. Test-retest reliability is a measure of the consistency of a test over time. In other words, it evaluates how stable the test results are when administered multiple times to the same subjects at different points in time. Our study aims to investigate the SNARC effect with particular attention to the issue of measurement reliability. Through a critical analysis of the methodologies employed and the sources of variability in the data, we aim to examine whether and how variability influences the results regarding the spatial-numerical association. Our research seeks to clarify the impact of reliability issues on the SNARC phenomenon and provide insights for improving the precision of cognitive measurements in future studies, thereby contributing to the robustness and replicability of findings in cognitive psychology.

# Capitolo I

## Introduzione

### 1.1 La cognizione numerica

La cognizione numerica è quel campo di studi che si occupa di come gli esseri umani comprendono e manipolano i numeri. Questo campo di studio esplora le basi neurali e cognitive del processamento numerico e aritmetico, analizzando come sviluppiamo e utilizziamo queste abilità nel corso della vita. La capacità di utilizzare i numeri è una abilità fondamentale che ci permette di interagire con il mondo molto più di quanto non crediamo (Giroto & Zorzi, 2007). Il numero ha una duplice accezione; può essere inteso in senso astratto e quindi in termini di operazioni e calcoli, oppure come una proprietà che caratterizza un insieme di elementi.

Esistono due sistemi principali di espressione numerica; le parole (uno, due, tre..) e i numeri arabi (1, 2, 3). In entrambi i sistemi, gli elementi possono essere combinati attraverso regole sintattiche per denotare numeri di grandezza arbitraria (Giroto & Zorzi, 2007). L'apprendimento di concetti matematici simbolici, anche molto complessi, sembra determinato e sostenuto dal cosiddetto *core system numerico* (Feigenson, Dehaene, Spelke, 2004). Secondo Stanislas Dehaene il concetto di "senso del numero" deve essere ricercato all'interno di abilità biologicamente innate, in particolare l'uomo, possiede biologicamente l'abilità di comprendere, approssimare e manipolare le quantità numeriche (Dehaene, 2001).

Lo sviluppo della cognizione numerica inizia fin dalla prima infanzia, quando i bambini iniziano a comprendere i concetti di quantità e numero. Il processo di sviluppo numerico include l'apprendimento di contare, la comprensione della relazione tra numeri (ad esempio, quale numero è più grande o più piccolo), e la capacità di eseguire operazioni matematiche di base come l'addizione e la sottrazione. I neonati, fin da subito, sono in grado di riconoscere le quantità, percepire le numerosità visive di oggetti, senza dover contare. I bambini colgono la realtà numerica attraverso quel meccanismo che viene denominato percezione (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Fanno parte della cognizione numerica il *sensu del numero*, ovvero l'abilità prelinguistica di elaborare quantità numerica, il *subitizing*, capacità di discriminare velocemente piccole numerosità di oggetti, meccanismi di quantificazione, di seriazione e di comparazione. Queste abilità sono precoci, prelinguistiche e indipendenti dalle caratteristiche dell'ambiente o dall'insegnamento. È tuttavia importante sottolineare che la cultura, il linguaggio e l'insegnamento formale permettono di ampliare queste capacità.

Secondo un modello elaborato da Dehaene, il *modello del Triplo Codice*, la mente umana rappresenta i numeri in tre diversi codici: il codice visuo-arabico, che rappresenta i numeri come stringhe di cifre (ad esempio, 223), il codice uditivo-verbale, che rappresenta i numeri come sequenze sintatticamente organizzate di parole (ad esempio, *duecento ventitré*) e un codice analogico di grandezza, in cui i numeri sono rappresentati come porzioni di attivazione lungo un'ipotetica linea numerica mentale.

In questa prospettiva ogni codice sarebbe deputato a compiti numerici specifici: il codice visuo-arabico è reclutato nella soluzione di calcoli scritti o per recuperare informazioni sulla parità di un numero; il codice uditivo-verbale nel conteggio, ma anche nel recupero dei fatti aritmetici; il codice analogico di grandezza nei compiti che richiedono la comprensione delle quantità come, ad esempio, la comparazione numerica o la stima di grandezza. Il codice analogico è l'unico che veicola informazioni semantiche, vale a dire sulla quantità rappresentata da un numero, ma, per la sua stessa natura, tali informazioni sono approssimative. Questa rappresentazione sarebbe alla base di quella sensibilità innata alla numerosità che ereditiamo dal mondo animale e che guida l'apprendimento della matematica formale (Dehaene, 1992).

Inoltre, secondo il modello di Dehaene (Dehaene & Cohen, 1996) l'esistenza di una componente innata per la quantificazione, comporterebbe l'esistenza di circuiti neurali dedicati alla rappresentazione e all'acquisizione di informazioni quantitative. Diversi studi di neuroimaging e indagini neuropsicologiche su pazienti cerebrolesi convergono nell'indicare una specifica porzione della corteccia parietale inferiore, il solco intraparietale, come substrato biologicamente determinato a sostegno del senso numerico (Dehaene e Cohen, 1996).

## 1.2 La rappresentazione numerica

La rappresentazione numerica è il processo attraverso il quale le persone rappresentano e manipolano mentalmente i numeri. Come accennato nel paragrafo precedente, i numeri possono essere rappresentati come parole, simboli, immagini mentali e concetti astratti di quantità.

Una serie di studi indicano come i numeri possano anche essere rappresentati secondo un formato analogico e visuo-spaziale. L'idea di una relazione tra spazio e numeri può essere fatta risalire alle ricerche di Galton (1880), riguardanti l'esistenza di una "linea numerica mentale", e a quelle di Gerstmann (1924), per quanto riguarda gli aspetti anatomico-funzionali della rappresentazione numerica e spaziale. Gallistel e Gelman (2000) descrivono la rappresentazione mentale dei numeri come una linea, nella quale a ciascun numero corrisponde un segmento la cui lunghezza dipende dal valore numerico rappresentato (Lucangeli et al, 2006). Per meglio comprendere la relazioni tra numeri e spazio nella cognizione umana, è necessario far riferimento a due costrutti sperimentali: l'effetto distanza e l'effetto della grandezza numerica.

Quando parliamo di effetto distanza, facciamo riferimento a quel fenomeno per il quale, quando chiediamo ad un partecipante di indicare quale di due numeri presentati è il più grande (compito di confronto di grandezza numerica), i tempi di risposta aumentano al diminuire della distanza tra i due numeri (Moyer & Landauer, 1967). L'effetto distanza è presente anche in altri contesti, come nel confronto di grandezza con numeri a più cifre (Dehaene, Dupoux e Mehler, 1990; Reynvoet e Brysbaert, 1999), nei giudizi di numerosità (Buckley e Gillman, 1974) e nella comparazione della grandezza di oggetti (Moyer, 1973). L'effetto grandezza si riferisce invece al fatto che, per una distanza numerica costante, la difficoltà nel discriminare due numeri aumenta all'aumentare della loro grandezza (Buckley & Gillman, 1974; Moyer & Landauer, 1967). Sarà dunque più semplice discriminare il numero 1 dal numero 2, piuttosto che il numero 81 dal numero 82. Questi due fenomeni sono tra loro interdipendenti. Essi possono essere inquadrati nella cornice di riferimento più generale della legge di Weber-Fechner (Dehaene, 2003; Gallistel & Gelman. 2000; Whalen et al, 1999), per la quale la capacità di discriminare due grandezze (*magnitudes*) in riferimento ad una certa dimensione (peso, luminosità, volume, ecc), è direttamente proporzionale alla differenza tra le due quantità in rapporto alla loro grandezza assoluta. In altre parole, la capacità di distinguere due quantità è

costante quando la differenza tra le due quantità è proporzionale alla grandezza delle quantità stesse (Luncangeli et al.,2006). Considerando e studiando la rappresentazione mentale dei numeri attraverso l'analisi del numero di errori e dei tempi di reazione (RT) in compiti di discriminazione e confronto numerico (Dehaene & Changeux, 1993), il risultato più importante è che i RT sono più lenti e gli errori più numerosi quando aumenta la grandezza (effetto grandezza) o diminuisce la distanza (effetto distanza) tra i due numeri da confrontare (Moyer & Landauer, 1967).

Gli studi sulla rappresentazione numerica si sono concentrati, per diversi anni, sulle modalità di acquisizione e/o apprendimento negli esseri umani, avanzando l'idea che il modo di rappresentare i numeri è spesso legato allo sviluppo del linguaggio, che consente di esprimere verbalmente i numeri. Tuttavia questo legame tra linguaggio e numero non è sufficiente a spiegare come anche gli animali posseggano diverse abilità numeriche pur in assenza di un sistema linguistico. Per quanto riguarda l'aritmetica animale, gli studi di Brannon e Terrace (1998), Olthof, Iden e Roberts (1997), Sulkowski e Hauser (2001) dimostrano proprio come gli animali siano cognitivamente dotati di un sistema numerico che li rende capaci di rappresentare i numeri, di percepire le quantità numeriche e di mettere in atto operazioni aritmetiche quali addizioni e sottrazioni.

Ad esempio, la ricerca di Brennon e Terrace (1998) mirava a determinare se i macachi rhesus fossero in grado di apprendere l'ordine di una serie di stimoli visivi in base al numero di elementi che contenevano (numerosità). Per questo studio sono stati presi in considerazione due macachi, i quali sono stati addestrati a ordinare display visivi contenenti un numero variabile di punti (da 1 a 9). Ogni display conteneva un numero diverso di punti. Ai macachi venivano presentate coppie di display di diversa numerosità e dovevano toccarli in ordine crescente (ad esempio, toccare il display con 3 punti prima di quello con 5 punti).

I ricercatori hanno utilizzato un "paradigma di concatenamento simultaneo", dove ai macachi venivano mostrate tutte le possibili coppie di numerosità durante l'addestramento. Dopo l'addestramento, i macachi sono stati testati sulla loro capacità di ordinare numerosità che non avevano visto durante la fase di addestramento, per valutare se riuscivano a comprendere il concetto astratto di ordine numerico. I risultati hanno mostrato come i macachi fossero in grado di ordinare correttamente le numerosità, con un elevato grado di precisione. In particolare, hanno dimostrato di comprendere l'ordine

numerico al di là della semplice memorizzazione di coppie specifiche di stimoli, inoltre, sono stati in grado di applicare la loro conoscenza a nuove coppie di numerosità, indicando che capivano il principio generale dell'ordine numerico.

Questi risultati suggeriscono che alcune specie di animali sarebbero in grado di rappresentare i numeri in maniera astratta, indipendentemente dalle caratteristiche superficiali o dagli attributi dello stimolo. Partendo da questi studi, nel corso degli anni, è stato possibile confrontare le capacità di rappresentazione numerica degli animali e la capacità di rappresentazione numerica dei bambini, in diverse fasi del loro sviluppo (Feingenson, Carey, & Hauser, 2002).

Alcuni studi suggeriscono che animali e bambini condividono un sistema per la rappresentazione delle quantità numeriche piccole. Inoltre, ricerche di *neuroimaging* mostrano analogie tra scimmie e uomo nelle aree cerebrali che si attivano nel corso dell'elaborazione numerica. Questo rappresenterebbe un'ulteriore prova del fatto che gli animali e gli uomini condividono un sistema non verbale per la rappresentazione numerica (Nieder et al., 2002; Nieder & Miller, 2004). Sulla base di tali studi e dei dati ricavati è possibile concludere che la capacità umana per l'elaborazione dei numeri è sostanziata da un sistema cerebrale che favorisce proprio la percezione e la manipolazione mentale dei numeri.

### **1.2.1 Fattori modulanti la cognizione numerica**

Considerando la cognizione numerica come un'abilità innata dell'individuo, è altresì necessario mettere in luce la variabilità di tale abilità. Infatti, non tutti gli individui presentano tale capacità nello stesso identico modo. Alcuni individui possono avere una capacità innata superiore di comprendere i numeri e di manipolarli mentalmente, mentre altri possono avere difficoltà nel formare rappresentazioni numeriche precise. Queste differenze possono essere influenzate da fattori genetici, ambientali e educativi.

Per quanto concerne i fattori genetici, studi di neuro-imaging hanno dimostrato che il solco intra-parietale è coinvolto nell'elaborazione dei numeri, nel confronto di numerosità e nell'enumerazione (Dehaene et al, 2003). Queste aree sottostanno al normale sviluppo delle competenze matematiche, ed il loro ruolo è essenziale nell'apprendimento matematico; dunque, una compromissione di queste aree crea una

difficoltà in ambito matematico. Nell'ambito dello studio dei fattori genetici che presiedono allo sviluppo delle capacità numeriche, è necessario considerare l'ereditabilità di tali capacità. Studi sui gemelli dimostrano che gemelli monozigoti sono molto più simili nelle loro abilità numeriche rispetto a gemelli eterozigoti (Alarcòn, Defries, Gillis & Pennington, 1997); questo non significa, però, che tutti i bambini discalculici abbiano ereditato il loro deficit (Kovas, Haworth, Dale, & Plomin, 2007).

Ad esempio la discalculia, un disturbo specifico dell'apprendimento del calcolo, non è attribuibile né a fattori ambientali (educazione e/o clima familiare) né a fattori traumatici. Facciamo riferimento ad un deficit centrale nella comprensione numerica, ovvero nella comprensione della numerosità, nell'associazione del simbolo numerico, nella scrittura e lettura dei numeri ecc. (Mazzocco, 2007). Gli individui con discalculia, infatti, presentano una compromissione del sistema numerico di base, in assenza di deficit neurologici e con un QI nella norma. In materia di rappresentazione numerica, alcuni ricercatori sostengono che la discalculia sia caratterizzata da una compromissione nella rappresentazione della quantità numerica. Ad esempio, Piazza et al. (2010), hanno esaminato individui sani divisi per fasce d'età, confrontandoli con soggetti con discalculia. Il compito consisteva nel presentare insiemi di elementi e, ai soggetti, veniva richiesto di indicare l'insieme più numeroso. I risultati riportano come la performance dei soggetti discalculici fosse di gran lunga meno accurata rispetto a soggetti senza discalculia (Piazza et al., 2010). Altri studi, invece, si sono concentrati sulla acuità numerica, sulla capacità di calcolo simbolico e sulla capacità di confronto numerico simbolico e non simbolico, suggerendo una compromissione del sistema numerico di base nei soggetti discalculici.

Il sistema numerico e il contesto culturale giocano un ruolo cruciale nella rappresentazione numerica e nell'apprendimento della matematica. La struttura del linguaggio numerico, le pratiche educative, i valori culturali e gli atteggiamenti verso la matematica influenzano profondamente come gli individui comprendono, utilizzano e manipolano mentalmente i numeri.

Prendendo in considerazione la linea numerica mentale, un concetto che verrà trattato in maniera approfondita in seguito, esso subisce una forte influenza da parte dei fattori culturali e/o ambientali. La maggior parte della letteratura sostiene che la capacità di presentarsi e manipolare mentalmente i numeri abbia radici storiche e culturali: la

maggior parte dei sinesteti riporta che le proprie number-form sono linee diritte orientate da sinistra verso destra (Sagiv et al. 2006) Dehaene, Bossini e Giraux (1993) sostengono che la direzione della linea numerica mentale (mental number line; MNL) sia influenzata dal contesto culturale di appartenenza, in quanto dipendente dalla direzione della scrittura. In un famoso studio sull'effetto SNARC (spatial-numerical association of response codes, altro concetto che verrà approfondito in seguito), essi prendono in esame studenti provenienti dal contesto culturale iraniano, caratterizzato da direzione di scrittura da destra verso sinistra, residenti in Francia da un lasso variabile di tempo. Trovano che studenti iraniani residenti da lungo tempo in Francia mostrano il classico effetto SNARC, che a sua volta suggerisce una rappresentazione dei numeri da sinistra verso destra, mentre si trova uno SNARC invertito, che suggerisce una rappresentazione numerica da destra verso sinistra, per coloro che avevano avuto un'esposizione tardiva alla cultura occidentale.

## **1.2.2 Modelli teorici sulla rappresentazione numerica**

### **Modello modulare di McCloskey**

Il modello modulare di McCloskey (1991), studiato su pazienti neurologici che presentavano dei disturbi nell'elaborazione numerica, prevede un'architettura modulare, dove il nucleo centrale è rappresentato dal sistema semantico. Questo modello distingue un sistema deputato all'elaborazione dei numeri e un sistema deputato al calcolo. Il sistema dell'elaborazione, comprende una componente per la comprensione e una per la produzione dei numeri, che forniscono l'input e l'output al sistema di calcolo. In ciascuno di questi sistemi convergono dei meccanismi lessicali, responsabili dell'elaborazione degli elementi di base o numeri semplici, e dei meccanismi sintattici che attraverso l'utilizzo di regole permettono di formare qualsiasi numero partendo dagli elementi di base. Attraverso questi sistemi è possibile riconoscere i segni delle operazioni matematiche, il recupero di fatti aritmetici e le procedure di calcolo complesso.

Il sistema di comprensione coglie la quantità rappresentata da un numero partendo dai suoi elementi essenziali, il sistema del calcolo manipola l'input in diversi modi in base al tipo di compito, il sistema di produzione, infine, fornisce l'output in uscita, ovvero il risultato. I pazienti con disturbi del sistema delle procedure di calcolo riportano l'integrità

del sistema dei numeri e della conoscenza dei fatti aritmetici, ma sono in difficoltà nell'applicare le regole che governano la soluzione di operazioni matematiche (Caramazza & McCloskey, 1988).

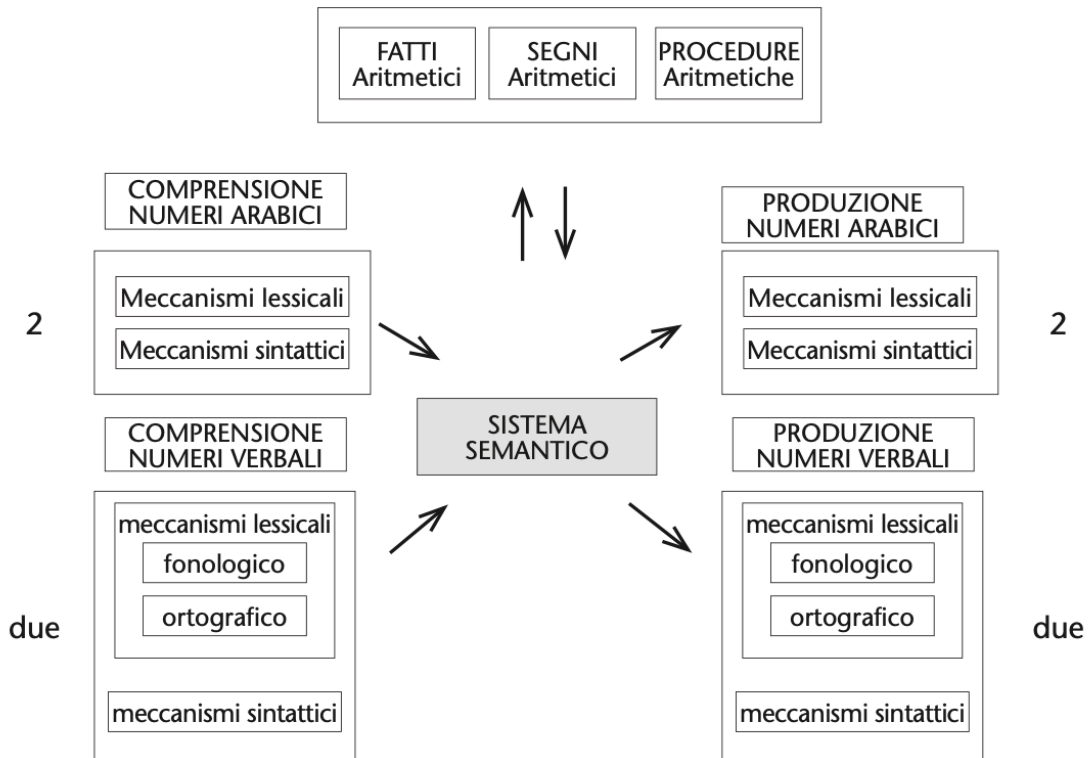


Figura 1: Modello modulare di McCloskey (1991)

Il modello modulare di McCloskey prevede che aree differenti del cervello si occupino di compiti specifici, permettendo di dissociare capacità che riguardano non solo i tre sottosistemi (comprensione, produzione, calcolo), ma anche questi ultimi al loro interno, a seconda che si abbia a che fare con numeri arabi rispetto a quelli espressi verbalmente. L'aspetto rilevante del modello è la modularità funzionalmente indipendente delle sue componenti; le varie componenti comunicano attraverso una singola forma di rappresentazione semantica interna. (McCloskey et al., 199).

Diversi studi hanno supportato la validità del modello di McCloskey, in particolare, ad esempio, a sostegno dell'ipotesi dell'interdipendenza dei meccanismi di comprensione e produzione numerica.

In uno studio di Benson e Denckla (1969) veniva riportato il caso di un uomo con una lesione all'emisfero sinistro, emisfero tipicamente associato alle funzioni linguistiche e al calcolo. Il paziente riusciva a risolvere correttamente problemi aritmetici quando questi venivano presentati in forma visiva o uditiva. Ad esempio, quando gli venivano mostrati dei problemi aritmetici visivamente o glieli si presentava oralmente, poteva indicare la soluzione corretta tra le opzioni fornite. Nonostante fosse in grado di comprendere e indicare le risposte corrette, il paziente commetteva errori significativi quando doveva produrre i numeri verbalmente o per iscritto. Quando gli veniva chiesto di pronunciare o scrivere il risultato di semplici operazioni aritmetiche, commetteva errori come sostituire numeri con altri foneticamente simili. Anche quando i numeri venivano dettati, faceva errori nel trascriverli correttamente o nel leggerli. Ad esempio, se gli veniva chiesto di sommare "3 + 4" e di pronunciare il risultato, poteva dire "otto" invece di "sette". Quando doveva scrivere i numeri sotto dettatura, commetteva errori nella trascrizione, come scrivere "6" invece di "9".

Questo caso, evidenzia come le parafasie verbali causate da una lesione all'emisfero sinistro possano influenzare la produzione numerica sia verbalmente che per iscritto, anche se la comprensione dei numeri e dei calcoli rimane intatta. Secondo il modello di McCloskey e colleghi (1985), gli errori di lettura e scrittura dei numeri non possono attribuirsi a una errata comprensione degli stimoli, vista la prova di una comprensione numerica intatta.

### **Triple-Code Model**

Il Triple-Code Model, o modello del triplo codice, (Dehaene,1992) postula l'esistenza di tre diversi codici attraverso cui la mente umana rappresenta i numeri:

- Il codice visuo-arabico, che rappresenta i numeri attraverso le cifre (ad esempio, 138)
- Il codice uditivo-verbale, che rappresenta i numeri come sequenze di parole (centrotrentotto)
- Un codice analogico di grandezza, che rappresenta i numeri come porzioni di attivazioni lungo una linea numerica mentale.

Secondo il modello di Dehaene ogni codice sarebbe deputato a specifici compiti: il codice visuo-arabico sarebbe deputato alla soluzione di calcoli scritti, ai giudizi di parità e disparità; il codice uditivo-verbale nel conteggio, nei fatti aritmetici. Il codice analogico in giudizi di quantità.

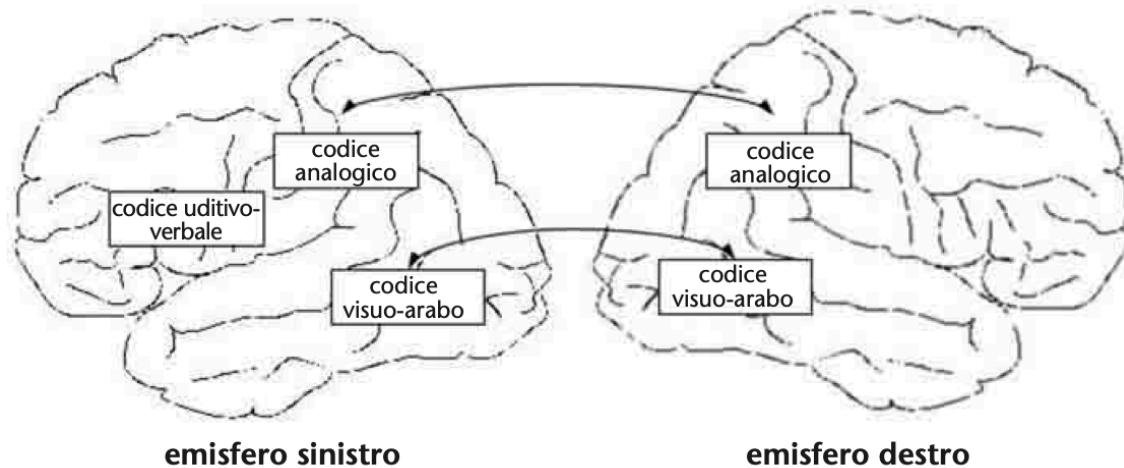


Figura 2: Modello del triplo codice di Dehaene

Secondo gli studi neuropsicologici di Dehaene, il modello del triplo codice coinvolge entrambi gli emisferi cerebrali, con ciascun codice (visuo-spaziale, verbale e di grandezza) associato a differenti substrati neuronali specifici.

L' emisfero sinistro:

- **Procedure di identificazione visiva:**  
Riconosce tutti i numeri, sia a una che a più cifre, e le parole.
- **Rappresentazione delle sequenze di parole:**  
Possiede una rappresentazione di sequenze di parole, utile per identificare e produrre i numeri in parole.
- **Percorsi di rappresentazione visiva e verbale:**  
Percorso asemantico per le identità numeriche.  
Percorso semantico per la rappresentazione della grandezza dei numeri.

L' emisfero destro:

- **Identificazione di simboli visivi:**  
Deputato all'identificazione di simboli visivi (Cohen & Dehaene, 1991).
- **Rappresentazione analogica di quantità:**

Superiore all'emisfero sinistro nella rappresentazione analogica di quantità, determinante per i giudizi di grandezza (es. numero più grande/numero più piccolo).

- **Rappresentazioni visive e di grandezza:**

Specializzato nelle rappresentazioni visive e nella rappresentazione della grandezza dei numeri.

Studi di neuroimaging su pazienti con lesioni ad uno dei due emisferi hanno confermato l'affidabilità del modello. (Dehaene e Cohen, 1996). I pazienti *split-brain* con lesione dell'emisfero sinistro, possono riconoscere la grandezza numerica all'interno di un insieme di numeri, possono decidere se due numeri sono uguali o differenti oppure dare dei giudizi di grandezza (Colvin, Funnell, & Gazzaniga, 2005; Seymour, Reuter-Lorenz, & Gazzaniga, 1994). Dehaene e Cohen (1991), presentano il caso del paziente YM, con una lesione al corpo calloso e al lobo parietale sinistro. Il paziente presentava capacità di comprensione e di calcolo preservate, ma con delle compromissioni nella capacità di lettura dei numeri arabi. Durante l'esperimento, a YM è stato chiesto di leggere 27 numeri di diverse cifre. Gli errori commessi da YM erano riconducibili ad una difficoltà di lettura delle cifre, ovvero il numero "38" veniva letto "ventotto". Come emerge dai risultati di questo studio, gli errori erano riconducibili alla produzione del numero. Gli errori sembravano interessare maggiormente le cifre più a sinistra e inoltre, i numeri errati pronunciati da YM sembravano, in qualche modo, essere influenzati dalla lettura del numero precedente. Questi risultati suggeriscono un deterioramento a livello della codifica visiva del numero.

Un altro studio (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993) introduce l'effetto SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes). Come vedremo nel prossimo capitolo, tale effetto ipotizza l'esistenza di un codice di grandezza interno dove i numeri sono rappresentati all'interno di una linea numerica mentale da sinistra verso destra. In questo studio, si dimostra l'esistenza di un codice interno delle quantità che si attiverebbe rapidamente e automaticamente in presenza di numeri. Infatti, ai partecipanti di tale esperimento fu chiesto di classificare ciascun numero presentato sullo schermo di un computer come più grande o più piccolo rispetto ad un numero di riferimento (compito di confronto di grandezza, o *magnitude comparison task*), oppure come pari o dispari (compito di giudizio di parità, o *parity judgment task*). Nel caso di compito di confronto

di grandezza, in un blocco i soggetti dovevano premere il tasto sinistro se il numero era più piccolo del numero di riferimento, oppure il tasto destro se era più grande. Nel secondo blocco, l'associazione tra grandezza relativa e tasto veniva invertita. L'ordine di presentazione dei blocchi era controbilanciato. Nel caso del compito di giudizio di parità, in un blocco i soggetti dovevano premere il tasto a sinistra quando il numero che veniva presentato era dispari e il tasto di destra quando il numero presentato era pari, mentre nel secondo blocco l'associazione veniva invertita (anche qui, l'ordine di presentazione dei blocchi era controbilanciato). In entrambi i compiti si è osservato che le risposte erano più rapide quando veniva premuto il tasto destro per classificare i numeri più grandi e il tasto sinistro per classificare i numeri più piccoli.

### **Modello di Butterworth**

Butterworth (1999) sostiene che i nostri cervelli possiedono circuiti specializzati per categorizzare il mondo in termini di numerosità. Secondo questa tesi, queste capacità sono modulari, ovvero costituiscono un modulo cognitivo caratterizzato dalla specificità di quel dominio. Questo significa che tali circuiti estraggono solo un tipo di informazione dai sensi in modo rapido e automatico. Butterworth presuppone l'esistenza di un "cervello matematico" innato, presente fin dalla nascita, tale modulo sarebbe deputato alla rappresentazione e al processamento numerico. All'interno del cervello matematico esisterebbe il cosiddetto "modulo numerico" (Butterworth, 1999).

Il modulo numerico permette, a tutti gli esseri umani fin dalla nascita, di classificare piccoli insiemi di oggetti (fino a circa 4-5 elementi). Le differenze individuali, invece, nelle capacità numeriche più avanzate sono dovute all'istruzione e agli strumenti concettuali forniti dalla cultura di appartenenza, come i simboli numerici scritti e i vocaboli usati per contare. Butterworth identifica tre capacità che i bambini molto piccoli mostrano:

- 1) Il subitizing: permette di determinare la quantità di un insieme di elementi in maniera immediata e veloce senza eseguire calcoli complessi;
- 2) La capacità di distinguere i cambiamenti di numerosità; in compiti che prevedono l'aggiunta o la sottrazione di elementi in un insieme;
- 3) La capacità di eseguire semplici operazioni di addizione e sottrazione.

In quanto modulare, il cervello matematico sarebbe indipendente da tutti gli altri sistemi cognitivi come il linguaggio o la memoria visuo-spaziale, per cui i processi numerici, secondo Butterworth, possono avvenire anche in assenza di altre funzioni cognitive. Il modulo numerico costituirebbe la base per la conoscenza del concetto di quantità. Grazie all'attivazione di questo modulo, il cervello sarebbe in grado di classificare gli elementi dell'ambiente circostante in termini di numerosità. Per cui, il neonato fin dalla nascita è capace di distinguere la numerosità in un insieme di elementi, e questa capacità si pone come base allo sviluppo di abilità matematiche più complesse che saranno influenzate, in un secondo momento, da fattori ambientali e dall'istruzione.

### **Encoding-Complex Model**

Il modello della complessità della codifica (Campbell, 1992, 1994, 1995; Campbell & Clark, 1988, 1992; Clark & Campbell, 1991) offre una prospettiva avanzata sul processamento numerico, in quanto rappresenta un'evoluzione rispetto ai modelli precedenti, come ad esempio quello di Butterworth (1999). Questo modello ipotizza un'architettura non modulare, contestando l'idea secondo cui il processamento numerico sia limitato a moduli indipendenti. Esso propone una visione all'interno della quale i codici numerici multipli si attivano reciprocamente nel corso del processamento numerico o in presenza di compiti aritmetici. I codici coinvolti comprendono rappresentazioni fonologiche, grafemiche, visive, semantiche, lessicali, articolatorie, immaginali e analogiche (Campbell & Clark, 1988). I codici numerici sono interconnessi in una rete associativa che permette l'attivazione sequenziale dei codici, creando una complessità multi-componenziale. Questo implicherebbe che durante il processamento numerico, una volta che un codice si attiva si attiverebbe quello successivo, creando una codifica (numerica) multi-componenziale. Secondo questo modello, inoltre, qualsiasi codice può essere potenzialmente recuperato durante il processamento numerico o durante il compito aritmetico, in quanto ogni codice è implicato in ogni punto del processo stesso.

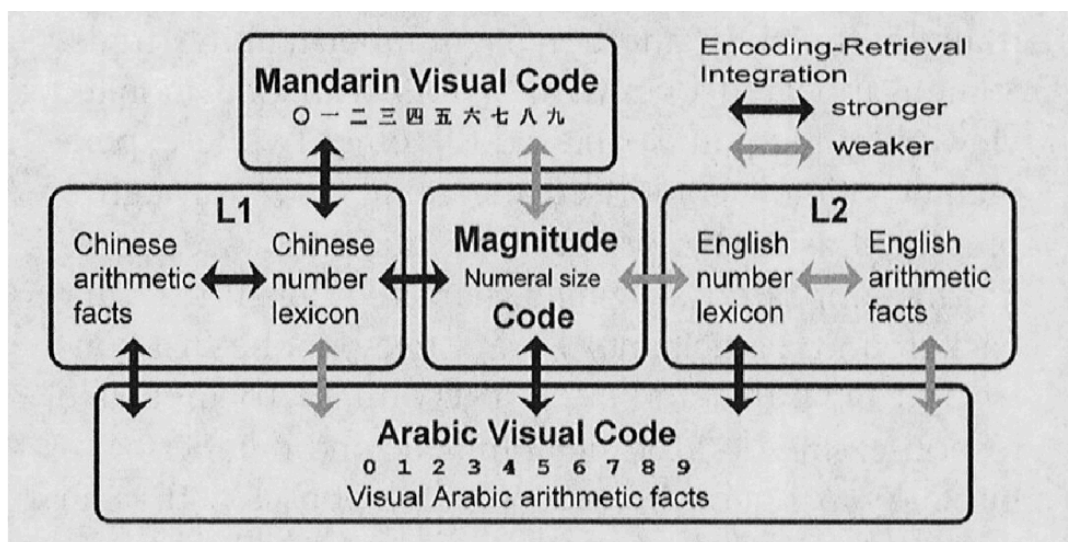


Figura 3: Encoding-complex model (Campbell & Epp, 2004, p. 231)

Secondo questo modello, esistono infinite e complesse funzioni numeriche come la transcodifica dei numeri, la lettura, la comparazione, stima e fatti aritmetici. In aggiunta, di fronte alla presentazione di un numero, quest'ultimo andrebbe ad attivare una complessa rete di associazioni. Ad esempio, se ad un soggetto si chiede di effettuare un'operazione aritmetica nel minor tempo possibile, alcuni errori sono più probabili di altri. Ad esempio,  $3 \times 6 = 21$ . Questo tipo di errori normalmente sono dovuti al recupero di numeri "vicini" dal punto di vista associativo o semantico, oppure dal calcolo di una operazione aritmetica associata al problema (es.  $3 \times 6 = 9$ ). Questi errori sembrano dipendere dal tipo di processamento che viene attivato di fronte al numero o all'operazione aritmetica. Infatti, molto spesso, i sistemi comunicano tra di loro in modo interattivo. In questo modo, il compito andrebbe a stabilire delle connessioni eccitatorie ed inibitorie tra i diversi moduli volti a contrastare l'interferenza tra informazioni rilevanti ed informazioni irrilevanti.

Lo sviluppo di questi sistemi integrati di recupero e codifica rappresenta il fondamento per acquisire un efficace processamento numerico. Il concetto chiave dell'ipotesi della complessità della codifica ruota attorno all'idea di un abile processamento numerico, il quale, implicherebbe quindi non solo la capacità di manipolare numeri in vari formati, ma anche l'utilizzo efficace delle risorse cognitive necessarie per comprendere, ricordare e applicare informazioni numeriche. Il processo di calcolo varia a seconda del formato di presentazione del problema, poiché numeri arabi o verbali attivano circuiti indipendenti rispetto alle rappresentazioni dei fatti numerici.

### 1.3 Processamento visuo-spaziale dei numeri

Secondo Gelman e Gallistel (1978), il numero è una proprietà che identifica un insieme di oggetti e deve essere riconosciuta e rappresentata mentalmente, ancor prima di sviluppare una forma di cognizione numerica. Quando si parla di numeri, spesso, questi vengono automaticamente collegati solo ed esclusivamente ad abilità matematiche, in realtà il modo in cui rappresentiamo mentalmente e manipoliamo i numeri nello spazio è mediato da meccanismi neurologici specifici e da processi strettamente cognitivi.

Il processamento visuo-spaziale dei numeri è una componente essenziale della cognizione numerica, che sottende l'esistenza di una relazione tra numeri e spazio. Galton fu il primo a parlare dell'esistenza di una relazione tra la rappresentazione numerica e lo spazio. L'idea di Galton, nel corso del tempo, ha ricevuto numerose prove a sostegno grazie agli studi di neuroimaging. Le neuroscienze, infatti, sostengono che la relazione tra numeri e spazio è mediata da regioni cerebrali specifiche, come ad esempio, il lobo parietale posteriore che si attiverebbe sia nel processamento numerico che in quello spaziale.

Lo studio di Galton (1880) sui "Visualised numerals" esplora il modo attraverso cui gli individui rappresentano e visualizzano mentalmente i numeri. Secondo Galton, esisterebbero delle *number forms* in ogni soggetto, le quali rappresenterebbero delle rappresentazioni visuo-spaziali di forme numeriche. Queste forme possono variare notevolmente tra gli individui e sono spesso rappresentate tramite schemi spaziali specifici, che possono includere curve, linee rette e colori particolari.

Secondo Galton (1880), le persone dotate di una buona capacità immaginativa tendono a pensare ai numeri attraverso immagini mentali. Secondo la sua concezione, ad esempio, nei "soggetti immaginativi", la parola-numero "sei" non sarà semplicemente udita nella mente, ma sarà visualizzata come un'immagine mentale che può variare notevolmente da persona a persona e da momento a momento. Galton definisce queste "visioni numeriche" come "forme numeriche" e le descrive come "l'apparizione improvvisa e automatica di una forma vivida e invariabile nel campo visivo mentale, ogni volta che si pensa a un numero, e in cui ogni numero ha il suo posto definito" (Galton,

1880, pag. 88). Queste forme possono assumere una vasta gamma di forme, dalle più semplici alle più complesse, tra cui forme tonde, curve, angolari o a zigzag. Inoltre, queste forme numeriche emergono indipendentemente dalla volontà cosciente e consapevole dell'individuo e rimangono invariate per forma e posizione per tutta la vita.

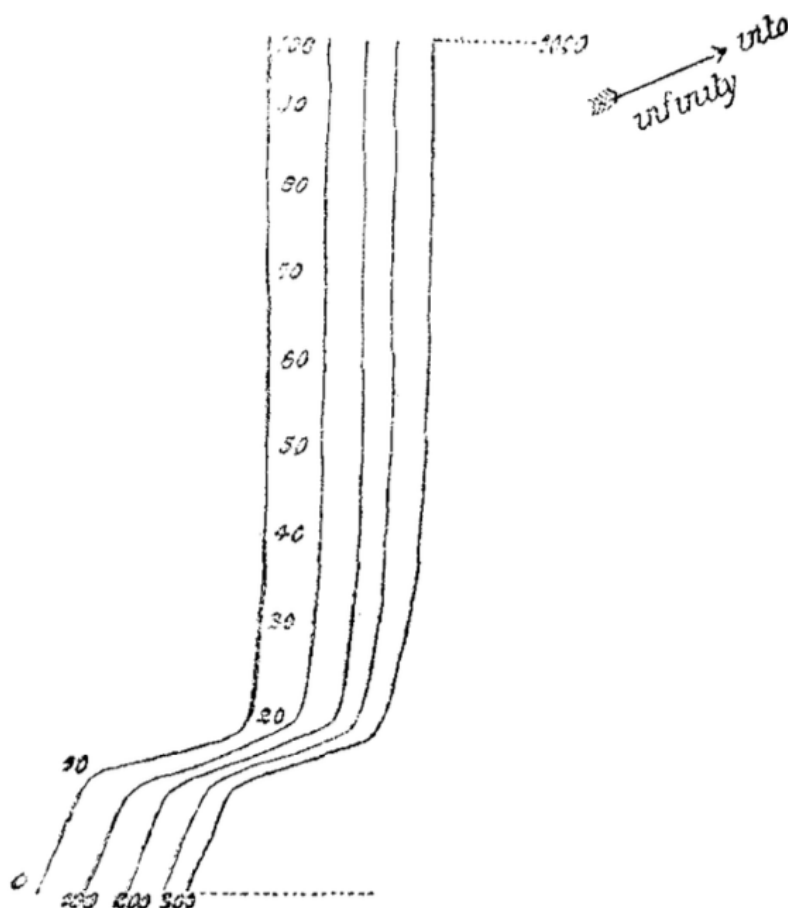


Figura 4: Rappresentazione numerica secondo Galton (1880)

Altre evidenze a sostegno dell'esistenza di una relazione tra spazio e numero sono state fornite da studi condotti su pazienti affetti da negligenza spaziale unilaterale. Questi pazienti, oltre a posizionare il punto di mezzo a destra quando chiamati a dividere una linea, hanno mostrato una tendenza a posizionarsi sulla parte destra di un intervallo numerico quando veniva chiesto loro di fornire il valore mediano (Zorzi et.al,2002). Questi risultati indicano che la bisezione numerica coinvolge una rappresentazione interna su una linea numerica spazialmente orientata.

### 1.3.1 Solco intraparietale

Come abbiamo accennato in precedenza, studi di neuroimaging suggeriscono che il solco intraparietale (IPS) svolge un ruolo importante nell'elaborazione del numero. Le lesioni alla corteccia parietale compromettono la comprensione del numero da parte dei pazienti (Gross,2007). A tal proposito, una ricerca condotta da Dehaene e colleghi (2003) esplora il ruolo dei circuiti parietali nel processo di elaborazione numerica, delineando tre circuiti distinti nel cervello che sono coinvolti nella percezione e nell'elaborazione delle informazioni numeriche.

Secondo questo studio, il segmento orizzontale del solco intraparietale (HIPS) sembrerebbe attivarsi ogni volta che i numeri vengono manipolati, e questa attivazione tenderebbe ad aumentare con il livello di complessità dell'elaborazione numerica. Ad esempio, durante operazioni più complesse come la moltiplicazione o la divisione, che richiedono una maggiore manipolazione dei numeri, il HIPS potrebbe mostrare un'attivazione più intensa rispetto a operazioni più semplici come il conteggio o l'identificazione di numeri. Inoltre, il lobo parietale contribuisce alla rappresentazione della quantità numerica su una linea numerica mentale. L'HIPS è attivo anche ogniqualvolta sia richiesta un'operazione comparativa che richieda l'accesso ad una scala numerica. Ad esempio, è più attivo quando si confrontano le grandezze di due numeri rispetto a quando i numeri vengono semplicemente letti (Chochon et al., 1999).

Una ricerca condotta sul un paziente (“MAR”) ha dimostrato come delle compromissioni all'HIPS comportassero un deterioramento della rappresentazione e della manipolazione delle quantità numeriche (Dehaene & Cohen, 1997). MAR dimostrava difficoltà nel confrontare coppie di numeri per determinare quello più grande, e mostrava una quasi totale incapacità nel decidere quale numero si trovasse nel mezzo di altri due. Tuttavia, è interessante notare come, nonostante queste difficoltà, MAR fosse in grado di eseguire con facilità compiti simili di confronto e bisezione in ambiti non numerici, come i giorni della settimana, i mesi o l'alfabeto (Dehaene & Cohen, 1997).

Altri studi di neuroimaging hanno evidenziato l'attivazione di un altro circuito cerebrale che sembrerebbe essere coinvolto nell'elaborazione dei numeri, ovvero il giro angolare sinistro, una regione situata posteriormente e inferiormente all'HIPS. Il giro angolare sinistro non è semplicemente coinvolto nel calcolo, ma in diversi tipi di processi

mediati dal linguaggio come la lettura o compiti verbali di memoria a breve termine. Dehaene e colleghi (1999) sostengono che il giro angolare sinistro è più attivo nel calcolo esatto che nell'approssimazione (Dehaene et al., 1999).

### **1.3.2 Numerosity-sensitive neurons**

Roitman e colleghi (2007) riferiscono che i neuroni nell'area intraparietale laterale (LIP) rispondono specificamente alla quantità numerica. Attraverso un compito di discriminazione numerica condotto sulle scimmie è stato possibile avanzare l'ipotesi dell'esistenza di tali neuroni nella corteccia parietale, coinvolti nella percezione e nella comprensione di quantità numeriche. Nel corso di questa ricerca, si è notato che i neuroni selettivi per le numerosità (numerosity-selective neurons) si sintonizzavano sul numero di elementi visualizzati durante il compito. Questi neuroni mostravano un'attivazione massima in risposta a specifiche quantità, mentre risultavano progressivamente meno attivi di fronte a numeri più distanti. È stato quindi possibile avanzare l'idea della presenza e dell'esistenza di neuroni specializzati nella manipolazione numerica delle quantità.

Studi più recenti (Tsouli et al., 2021), hanno esplorato come l'adattamento del cervello ai cambiamenti nella numerosità visiva influenzi la selettività neurale per la numerosità stessa. In sostanza, i ricercatori hanno scoperto che l'esposizione prolungata a una determinata numerosità visiva porta a una maggiore selettività neurale per quella specifica numerosità. Questo significa che, quando il cervello viene esposto ripetutamente a un certo numero di oggetti o elementi visivi, i neuroni responsabili della percezione della numerosità diventano più sensibili e selettivi a quella particolare quantità. Questo fenomeno suggerisce un meccanismo di adattamento neurale che ottimizza la capacità del cervello di elaborare informazioni numeriche visive in modo più efficiente e accurato (Tsouli et al., 2021).

#### 1.4 Linea Numerica Mentale

Come affermato in precedenza, Galton (1880) fu tra i primi ad esplorare il modo attraverso cui gli esseri umani rappresentano i numeri nella loro mente. Galton, nei suoi studi, chiese ad alcuni soggetti di descrivere come pensavano ai numeri. Molti di loro riferirono di rappresentarsi i numeri su una linea lungo la quale i numeri erano rappresentati in modo continuo ed analogico associata, spesso, a immagini visuo-spaziali e colori. Ad esempio, alcuni soggetti sostenevano di visualizzare mentalmente i numeri di un colore specifico. Altri invece sostenevano di visualizzare mentalmente ciascun numero collocato in una struttura mentale spaziale stabile, che Galton definì “forma del numero”.

Per quanto riguarda l’associazione numero-colore, la capacità di mettere in relazione il colore e il numero viene chiamata “sinestesia”. Secondo questo fenomeno, i colori, da soli, possono evocare automaticamente la rappresentazione numerica (Cohen Kadosh et al., 2008). Seguendo l’ipotesi di questo fenomeno, dunque, è possibile ipotizzare l’esistenza di una linea numerica mentale con una rappresentazione numerica sempre più imprecisa all’aumentare della dimensione del numero (Cohen Kadosh et al., 2008).

Inoltre, studi come quello di Van Opstal (2008) dimostrano come la sinestesia è più forte per i numeri grandi rispetto che ai numeri piccoli. Queste evidenze suggeriscono che la sinestesia, e l’associazione numero-colore, permette di processare i numeri in maniera visuo-spaziale al fine di rendere la rappresentazione in una linea mentale numerica associata ai colori, un’operazione automatica (Cytowic, 2002).

Per quanto riguarda, invece, l’associazione numero-spazio riprendendo gli studi di Galton, Bertillon (1880) ha riportato dati simili, mostrando che alcuni soggetti creavano rappresentazioni visuo-spaziali per i mesi dell’anno o i giorni della settimana. Queste rappresentazioni numeriche variavano nella loro struttura, alcuni immaginavano delle linee, altri delle griglie, righe, cambi nell’orientamento e nel colore, e posizione del primo numero, ma era possibile astrarre alcune caratteristiche comuni a tutti i soggetti. Per ogni soggetto, la forma complessiva del numero manteneva sempre la stessa identica struttura, ciascun numero occupava sempre la stessa posizione e le grandezze numeriche che avevano sempre le stesse caratteristiche di forma.

Inoltre, la maggior parte dei soggetti riferiva di possedere e utilizzare queste forme numeriche sin dall'infanzia e che per lo più venivano attivate automaticamente da ciascun numero, sia che lo vedessero o lo sentissero, sia che fosse evocato in mente.

Questa rappresentazione prende il nome di *Linea Numerica Mentale (LNM)* secondo cui i numeri potrebbero essere rappresentati analogicamente come punti su una linea retta. Per molti questa capacità si sviluppa gradualmente durante l'infanzia attraverso l'esperienza con i numeri e l'istruzione formale. Tuttavia, alcuni individui possono avere una linea numerica mentale più forte di altri, il che può influenzare la loro competenza matematica generale.

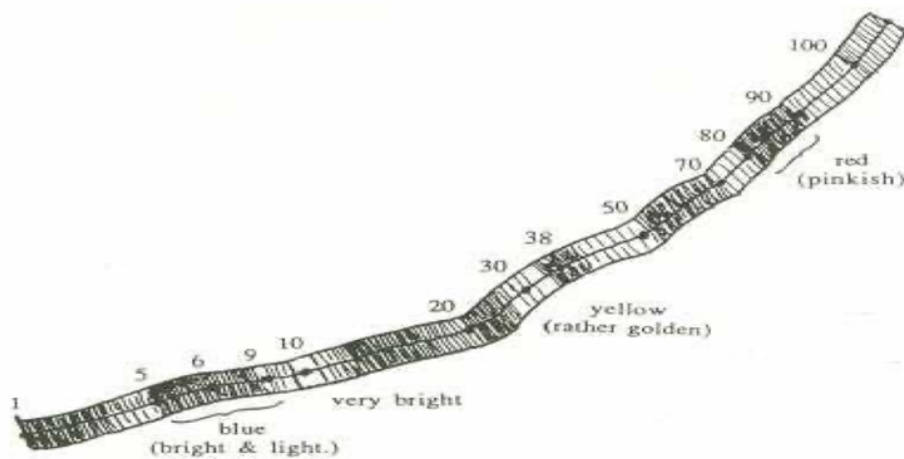


Figura 5: Linea Numerica Mentale (Galton,1880).

Tuttavia, se Galton ha introdotto il concetto di “forma del numero”, la denominazione di “linea numerica mentale” deve essere attribuita a Stanislas Dehaene. Dehaene (1990) sperimentò una tecnica sperimentale che prevedeva la somministrazione, ai partecipanti, di un compito di giudizio di parità. In particolare, il soggetto di fronte la presentazione di un dato numero doveva premere uno di due pulsanti, localizzati a destra e a sinistra, per stabilire se questo numero fosse pari o dispari. Dai risultati di tale esperimento, attraverso il calcolo dei tempi di risposta per ogni partecipante, è emerso che i tempi di risposta erano più veloci quando il soggetto doveva dare un giudizio per i numeri piccoli con la mano sinistra, e viceversa, più veloci quando il soggetto doveva premere il tasto con la mano destra per i numeri più grandi. Questo fenomeno denominato

effetto SNARC, come vedremo nel prossimo capitolo, è una delle dimostrazioni più robuste dell'esistenza di un'associazione numerico-spaziale.

Gran parte degli studi, in materia di linea numerica mentale si concentra sull'orientamento spaziale di quest'ultima, e dunque, come i numeri sono spazialmente orientati all'interno di questa retta. Dehaene (1997) propone l'ipotesi di un modello logaritmico che può essere esteso sia ad animali che agli esseri umani. Secondo Dehaene le distanze percepite tra i numeri adiacenti sulla linea numerica mentale diminuiscono all'aumentare delle loro grandezze. Studi successivi, come ad esempio, Siegler e Booth (2004) presuppongono l'esistenza di più rappresentazioni lineari che si influenzano a vicenda nel momento in cui viene percepito un numero. Secondo questa ipotesi, esisterebbe una rappresentazione mentale per i numeri più piccoli e una per quelli più grandi; da questa ipotesi nasce l'idea di un modello lineare doppio per la linea dei numeri (Helmreich et al., 2011). Tuttavia, questo resta un dibattito ancora aperto, in quanto alcuni studi confermano la possibilità di una co-esistenza di più rappresentazioni mentali, anche contemporaneamente (Siegler, 1996), mentre altri studi rifiutano questa ipotesi e sostengono la possibilità di co-esistenza di rappresentazioni mentali diverse all'interno di uno stesso individuo, ma queste non possono essere attivate, entrambe, contemporaneamente (Case et al, 1996). Secondo queste ipotesi, dunque, i bambini iniziano con una rappresentazione approssimativa delle quantità, spesso in forma logaritmica, dove piccole quantità sono distinte con maggiore precisione rispetto a quantità maggiori. Con l'educazione e l'esperienza, questa rappresentazione diventa più lineare e precisa.

La linea numerica mentale non solo evidenzia come percepiamo e interagiamo con i numeri, ma rappresenta anche una componente critica del nostro funzionamento cognitivo in generale, compreso il calcolo e le operazioni aritmetiche. In particolare, secondo Dehaene e Cohen (1995), le addizioni e le sottrazioni tendono ad essere calcolate come movimenti sulla linea numerica mentale. Secondo i loro studi (1997), esistono due percorsi cognitivi diversi per l'aritmetica mentale. Un percorso è deputato all'immagazzinamento e al recupero delle tabelle aritmetiche, e un percorso deputato ad elaborare quantitativamente i numeri. Infatti, un esperimento condotto su due partecipanti con compromissioni cerebrali, ha messo in luce numerose dissociazioni tra i

due percorsi, per cui un deficit in un percorso non implica necessariamente un deficit generale per l'aritmetica e/o per i calcoli matematici (Dehaene & Cohen,1997).

La linea numerica mentale, quindi, rappresenta uno dei concetti più importanti per quanto riguarda la cognizione e la rappresentazione numerica, e sebbene possa essere considerata una risorsa innata è importante sottolineare il ruolo e l'influenza di diversi altri fattori, come ad esempio l'educazione, l'istruzione, la cultura e inevitabilmente le neuroscienze. A proposito di istruzione e cultura, le evidenze comportamentali suggeriscono un orientamento spaziale e direzionale della linea numerica mentale affine alla direzione dello stile di lettura, discriminando le culture occidentali dalle culture orientali.

Ad esempio, Shaki e Fischer (2008) hanno condotto un confronto interculturale tra partecipanti provenienti da culture con diversi sistemi di scrittura: da sinistra a destra (come l'inglese) e da destra a sinistra (come l'arabo). Gli esperimenti hanno coinvolto compiti in cui i partecipanti dovevano valutare la grandezza di numeri presentati rapidamente e associare risposte motorie a questi numeri. I partecipanti provenienti da culture con un'orientazione di scrittura da sinistra a destra hanno mostrato un'associazione spaziale dei numeri coerente con questa direzione. Questo significa che hanno risposto più velocemente ai numeri più piccoli con una risposta a sinistra e ai numeri più grandi con una risposta a destra. Al contrario, i partecipanti provenienti da culture con un'orientazione di scrittura da destra a sinistra hanno mostrato spesso un'associazione inversa, rispondendo più rapidamente ai numeri più piccoli con una risposta a destra e ai numeri più grandi con una risposta a sinistra.

Questi risultati suggeriscono che l'esperienza di scrittura non solo influisce sulla direzione fisica della scrittura, ma anche sull'organizzazione spaziale dei numeri nella mente degli individui. L'abitudine quotidiana di leggere e scrivere da sinistra a destra o da destra a sinistra sembra modellare le associazioni spaziali dei numeri, influenzando il modo in cui vengono rappresentati mentalmente e processati cognitivamente.

Per quanto riguarda le neuroscienze, Zorzi e colleghi (2005) hanno effettuato uno studio condotto su pazienti con neglect sinistro. Questi pazienti possono trascurare la parte sinistra dello spazio, anche quando devono bisecare una linea numerica o rispondere a compiti numerici. Questo fenomeno suggerisce che la rappresentazione spaziale dei numeri segue principi specifici che possono differire da altri aspetti della percezione

spaziale, evidenziando una specializzazione cognitiva per il trattamento numerico. Questo implica che il cervello umano tratta i numeri in modo unico, utilizzando una mappatura spaziale che facilita il loro processamento e la loro manipolazione (Zorzi et al.,2005). In altre parole, la linea numerica mentale sembra attivarsi automaticamente di fronte alla grandezza numerica in un compito, sia esplicito che implicito. E l'esistenza dell'effetto SNARC dimostra come la linea numerica mentale sia un modo privilegiato per rappresentare numeri e grandezze, in quanto è influenzata dalla natura spaziale del compito, che di conseguenza, come vedremo, andrebbe ad influenzare la performance del soggetto.

## Capitolo II

### Effetto SNARC

#### 2.1 Effetto SNARC

Come abbiamo discusso nel capitolo precedente, diversi studi hanno dimostrato l'esistenza di una linea numerica mentale all'interno della quale i numeri sono rappresentati mentalmente lungo un continuum spaziale. (Galton,1880) (Dehaene & Cohen, 1995). La linea numerica mentale, dunque, può essere immaginata come una linea orizzontale all'interno del quale i numeri vengono rappresentati in ordine crescente da sinistra verso destra: i numeri più piccoli sono posizionati a sinistra, mentre quelli più grandi si trovano a destra.

Una delle evidenze più frequentemente utilizzate per dimostrare l'esistenza di una linea numerica mentale spazialmente organizzata da sinistra verso destra è data dall'effetto SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes). Descritto per la prima volta da Dehaene, Bossini e Giraux nel 1993, l'effetto SNARC riflette la tendenza delle persone a rispondere più rapidamente con la mano sinistra quando vengono presentati numeri piccoli e con la mano destra quando vengono presentati numeri grandi, indipendentemente dalla loro mano dominante. Dehaene e colleghi (1993) utilizzarono un paradigma sperimentale che prevedeva un compito di parità. Ai partecipanti venivano presentati sullo schermo diversi numeri singoli, il loro compito era quello di premere un pulsante a sinistra o a destra per indicare se quel numero era pari o dispari. Nel frattempo, venivano registrati i tempi di risposta (Reaction Time, RT) necessari per giudicare la parità/disparità di varie presentazioni di tali cifre. La posizione del pulsante per "pari" e "dispari" era controbilanciata tra i partecipanti, le opzioni di risposta erano due tasti lateralizzati a sinistra e a destra in una tastiera. Secondo i risultati di questo esperimento, i partecipanti rispondevano più rapidamente con la mano sinistra per numeri piccoli (es. 1, 2) e con la mano destra per numeri grandi (es. 8, 9). Questo effetto si verificava indipendentemente dal fatto che la risposta riguardasse la parità o disparità del numero. (Dehaene et al, 1993).

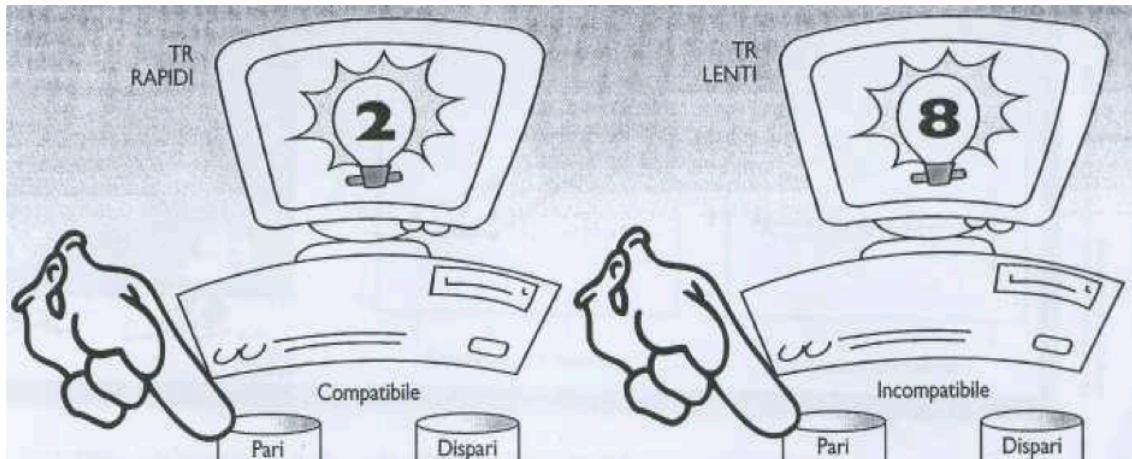


Figura 6: Rappresentazione dell'effetto SNARC in un compito di parità

L'effetto SNARC dimostra che l'informazione sulla grandezza numerica è rappresentata in modo spaziale. In un contesto più ampio, questo indica che la linea numerica mentale possiede specifiche proprietà spaziali. L'effetto SNARC viene misurato utilizzando anche un altro paradigma, il “*magnitude comparison task*”. In questo tipo di compito, al partecipante viene tipicamente chiesto di indicare se il numero presentato centralmente è più piccolo o più grande di 5, utilizzando due tasti di risposta lateralizzati come nel caso del “*parity judgment task*” descritto in precedenza. È importante sottolineare che, a differenza del *parity judgment task*, nel caso del *magnitude comparison task* il partecipante deve effettuare un confronto esplicito riguardante la grandezza del numero. Nel “*Magnitude Comparison Task*”, l'effetto SNARC può essere osservato confrontando i tempi di reazione (RT) e la precisione tra situazioni in cui il compito è congruente (es. premere a sinistra per un numero piccolo e a destra per un numero grande) e situazioni in cui il compito è incongruente (es. premere a destra per un numero piccolo e a sinistra per un numero grande). A tal proposito, nel terzo esperimento, Dehaene e colleghi (1993) hanno esplorato come la rappresentazione mentale dei numeri fosse influenzata dall'intervallo numerico presentato ai partecipanti. L'obiettivo era investigare se l'associazione spaziale tra numeri e risposte dipendesse dalla grandezza relativa dei numeri all'interno di un intervallo specifico, piuttosto che dalla loro grandezza assoluta. In questo esperimento, i partecipanti dovevano classificare i numeri come più piccoli o più grandi rispetto a una cifra di riferimento. Nella prima condizione venivano presentati i numeri da 0 a 5, nella seconda condizione i numeri da 4 a 9. I partecipanti avevano a disposizione due tasti di risposta, uno nella mano sinistra e l'altro nella mano

destra. In una metà dei casi, ai partecipanti veniva chiesto di premere il tasto destro per i numeri più grandi e il tasto sinistro per i numeri più piccoli. Nell'altra metà dei casi, le istruzioni erano invertite. Quando venivano presentati i numeri da 0 a 5, i numeri 4 e 5 erano associati con lo spazio destro, poiché erano i numeri più grandi all'interno di quell'intervallo. Tuttavia, in un'altra condizione, presentando i numeri da 4 a 9, i numeri 4 e 5 erano associati con lo spazio sinistro, poiché erano i numeri più piccoli all'interno di quell'intervallo (Dehaene et al., 1993). I risultati di questo esperimento suggeriscono come la rappresentazione spaziale dei numeri si adatti al contesto; infatti, per i numeri 4 e 5 si registravano RT più rapidi con la mano destra nel caso dell'intervallo da 0 a 5, e RT più rapidi con la mano sinistra nel caso dell'intervallo da 4 a 9. Ciò suggerisce che questi due numeri fossero rappresentati a sinistra o a destra a seconda che fossero relativamente più piccoli o più grandi rispetto agli altri numeri presentati.

In altre parole, la rappresentazione spaziale dei numeri si adatta all'intervallo in cui i numeri sono presentati, influenzando così il tempo di reazione e dimostrando che la percezione spaziale della grandezza numerica è relativa e non fissa, ma flessibile rispetto al contesto specifico (Dehaene et al., 1993). Secondo Dehaene (1993), dunque, l'associazione spaziale di un numero non è fissa, ma dipende dalla sua grandezza relativa rispetto agli altri numeri presentati nel compito. In altre parole, i numeri vengono associati a una posizione spaziale in base alla loro grandezza relativa all'interno dell'intervallo specifico considerato dai partecipanti. Questo fenomeno supporta l'idea che i partecipanti attivino una porzione specifica della loro linea numerica mentale corrispondente ai numeri presenti nell'intervallo del compito.

Il lavoro di Georges, Hoffmann e Schiltz (2017) ha esplorato come le associazioni tra numeri e spazio variassero a seconda che il compito di giudizio numerico fossero impliciti o espliciti. Nei compiti espliciti, i partecipanti dovevano giudicare direttamente la grandezza numerica, stabilendo se un numero fosse maggiore o minore rispetto a un altro. Nei compiti impliciti, invece, non era richiesto processare direttamente la grandezza numerica, in quando occorreva formulare un giudizio su aspetti del numero diversi dalla grandezza, quali parità/disparità e orientamento della cifra nello spazio (Georges et al., 2017). I risultati hanno mostrato che l'effetto SNARC era presente in entrambi i tipi di compito, ma con differenze significative nella forza dell'effetto stesso. In particolare, l'effetto SNARC era più forte nei compiti espliciti, suggerendo che, sebbene le

associazioni spaziali siano automatiche, la consapevolezza della grandezza numerica amplifica l'effetto. Inoltre, il tipo di risposta richiesto (manuale o verbale) influenzava l'intensità dell'effetto SNARC, con risposte manuali che portavano ad una associazione spazio-numero più marcata (Georges et al., 2017).

Gevers e colleghi (2006) offrono una prospettiva complementare sul fenomeno dell'effetto SNARC tramite un modello computazionale connessionista. Questo modello propone due vie parallele per la rappresentazione e l'elaborazione dei numeri: una via automatica e una via controllata. La via automatica prevede che la rappresentazione spaziale dei numeri influenzi le risposte in modo automatico, mentre la via controllata è più lenta e task-specifica (Gevers et al., 2006).

Il modello di Gevers e collaboratori si basa su un'architettura a strati con diversi cluster di nodi:

- *Number Field*: rappresenta la linea numerica mentale;
- *Standard Field*: contiene la rappresentazione della mediana del range di numeri del task;
- *Magnitude Field*: rappresenta il numero come "grande" o "piccolo" rispetto al continuum del compito specifico (Gevers et al., 2006).

Il *Number Field* e lo *Standard Field* si connettono al *Magnitude Field*, il quale poi influenza la risposta tramite la via automatica. Quando il nodo "grande" è attivato nel *Magnitude Field*, viene pre-attivata una risposta verso la mano destra. La via controllata, d'altra parte, coinvolge ulteriori cluster come il *Parity Field*, e si collega al cluster di risposta in base alle caratteristiche specifiche del compito (Gevers et al., 2006).

Questo modello spiega perché l'effetto SNARC emerge anche in compiti dove la grandezza numerica non è rilevante: la via automatica può pre-attivare una risposta che viene poi verificata dalla via controllata, risultando in una differenza di tempo di risposta tra condizioni congruenti e incongruenti. Inoltre, il modello chiarisce come l'effetto SNARC aumenti con il tempo di risposta: quando l'input alla rete è debole, cresce la differenza di attivazione tra la risposta automatica e quella controllata.

Il modello di Gevers et al. (2006) distingue tra due tipi di pattern nei compiti di giudizio: nel parity judgment task, lo SNARC mostra un effetto continuo, mentre nel magnitude comparison task, l'effetto è dicotomico. Questi risultati sono spiegati dalla combinazione dell'effetto distanza e dell'effetto tempo-grandezza SNARC (Gevers et al., 2006).

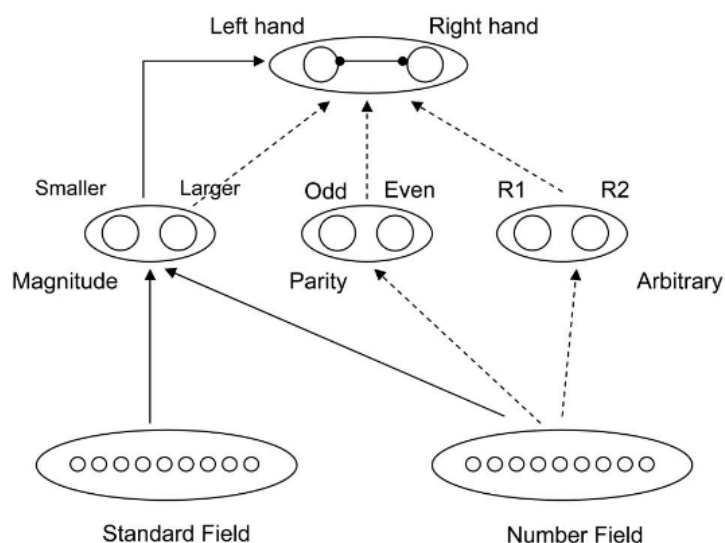


Figura 7: Architettura di base del modello di Gevers e colleghi (2006).

Nel corso del tempo, si è cercato di indagare se l'associazione tra numeri e spazio potesse essere considerata un fattore innato dell'individuo, e quindi un'abilità presente già dalla nascita, oppure un fattore acquisito nel corso del tempo con l'educazione, l'istruzione e/o culturalmente mediato. A tal proposito, Berch et al. (1999) hanno condotto una ricerca sull'effetto SNARC con bambini di sette anni, al fine di indagare gli aspetti evolutivi sia della linea numerica mentale sia dell'effetto SNARC. Questo studio investiga come i bambini sviluppano la capacità di comprendere la parità (pari o dispari) e la grandezza dei numeri attraverso il tempo. Berch e Foley (1987) esaminano il processo di rappresentazione mentale dei numeri arabi, evidenziando come le abilità numeriche si sviluppino durante la crescita. L'esperimento prevedeva un giudizio di parità, i partecipanti dovevano giudicare se un numero presentato fosse pari o dispari e inoltre, dovevano confrontare la grandezza di due numeri presentati e indicare quale fosse il più grande. I numeri venivano presentati visivamente su uno schermo uno alla volta. Per il giudizio di parità, i partecipanti dovevano premere un pulsante per indicare se il numero fosse pari o dispari. Per il confronto di grandezza numerica, i partecipanti dovevano premere un pulsante per indicare quale dei due numeri fosse più grande. La velocità di risposta e l'accuratezza venivano registrate per analizzare le performance dei partecipanti. I risultati mostravano che i bambini più piccoli tendevano a essere più precisi nel giudizio di parità rispetto al confronto di grandezza. Questo suggerisce che la comprensione della

parità numerica si sviluppa precocemente rispetto alla capacità di confrontare le grandezze. Con l'aumentare dell'età, i partecipanti mostravano miglioramenti nella capacità di confrontare la grandezza dei numeri, indicando una progressione graduale nello sviluppo delle abilità numeriche. Questo sviluppo cognitivo è supportato da cambiamenti nelle strategie cognitive e nelle rappresentazioni mentali dei numeri, evidenziando una progressione graduale nella comprensione numerica (Berch & Foley,1987).

L'effetto SNARC è stato indagato attraverso la manipolazione della posizione spaziale dei numeri e l'analisi dei tempi di risposta. I numeri sono stati presentati su uno schermo a destra o a sinistra, e i tempi di risposta sono stati misurati per vedere se vi era una differenza significativa nella velocità di risposta in base alla posizione spaziale dei numeri(Berch & Foley,1987). I dati sull'effetto SNARC hanno rivelato che i bambini di sette anni mostravano già una certa associazione tra numeri e spazio, anche se l'effetto SNARC era meno marcato rispetto agli adulti. Questo suggerisce che, sebbene l'effetto SNARC non sia completamente sviluppato nei bambini, la rappresentazione spaziale dei numeri inizia a formarsi intorno a questa età. Lo studio di Berch et al. (1999) suggerisce che l'effetto SNARC potrebbe non essere completamente innato ma piuttosto un fenomeno che si sviluppa con l'età e l'esperienza. I risultati indicano che i bambini iniziano a sviluppare associazioni tra numeri e spazio relativamente presto, ma queste associazioni diventano più forti e più evidenti con l'età e l'esperienza. Inoltre, la comprensione della parità numerica sembra evolversi più rapidamente rispetto alla comprensione della grandezza numerica, supportando l'idea di uno sviluppo graduale delle abilità numeriche e delle rappresentazioni mentali (Berch & Foley,1987).

Relativamente all'influenza della cultura sull'effetto SNARC i risultati sono piuttosto contrastanti, ad esempio, Ito e Hatta (2004) hanno studiato come la rappresentazione spaziale dei numeri, illustrata dall'effetto SNARC, sia influenzata da fattori culturali e di orientamento di lettura. L'obiettivo principale era comprendere se l'effetto SNARC variasse tra individui di culture diverse e con differenti orientamenti di lettura. Questo esperimento è stato condotto con partecipanti giapponesi, che leggono da sinistra a destra ma anche da destra a sinistra a seconda del testo. I partecipanti sono sottoposti a compiti di parità, in cui devono indicare se un numero è pari o dispari, utilizzando mani diverse per rispondere. Gli autori manipolavano l'orientamento del testo

per vedere come questo influenzasse la direzione dell'effetto SNARC. I risultati mostrano che l'effetto SNARC è presente nei partecipanti giapponesi, ma la sua direzione può variare in base all'orientamento del testo a cui sono esposti. Questo suggerisce che l'effetto SNARC non è rigidamente fissato ma può essere modulato da fattori culturali e contestuali, come ad esempio l'orientamento del testo (Ito & Hatta, 2004).

Studi più recenti sull'effetto SNARC si sono concentrati su quattro filoni importanti:

- 1) Effetto SNARC in numeri a doppia cifra
- 2) Analisi dell'effetto SNARC nella parità numerica
- 3) Ruolo del controllo cognitivo nell'effetto SNARC
- 4) Neuropsicologia e neuroimaging dell'effetto SNARC

Per quanto riguarda i numeri a doppia cifra, da Dehaene in poi, la maggior parte degli studi sull'effetto SNARC si sono concentrati su paradigmi sperimentali che prevedevano l'utilizzo di numeri ad una cifra (ad esempio 4,5,9). Studi più recenti, hanno cercato di indagare l'eventuale presenza dell'effetto SNARC con numeri a due o più cifre. Dehaene e colleghi (1993) hanno utilizzato numeri da 0 a 19 all'interno di un loro paradigma sperimentale, ma l'effetto SNARC non era evidente con numeri a doppia cifra. Tuttavia, i dati indicavano che in un compito di confronto di grandezze, un numero inferiore a un certo numero target favoriva le risposte con la mano sinistra, mentre un numero superiore al numero target favoriva le risposte con la mano destra (Dehaene et al., 1990). In un altro esperimento, Brysbaert (1995) ha trovato un effetto SNARC per numeri a doppia cifra quando il numero più piccolo era presentato a sinistra del numero più grande, rispetto alla disposizione opposta. Nel suo esperimento, Brysbaert (1995) ha investigato la lettura dei numeri arabi e come i numeri a doppia cifra vengano processati cognitivamente. Tutti i partecipanti all'esperimento erano madrelingua olandesi. I partecipanti dovevano confrontare numeri singoli e a doppia cifra. I numeri erano presentati in modo tale che il numero centrale fosse sempre accompagnato da due numeri esterni. Gli stimoli venivano presentati su uno schermo e i partecipanti dovevano indicare se il numero centrale fosse compreso tra i due numeri esterni o meno. Le risposte venivano registrate utilizzando pulsanti di risposta. Quando i numeri più piccoli erano posizionati a sinistra, i partecipanti rispondevano più rapidamente e con maggiore accuratezza rispetto alla condizione opposta (Brysbaert,1995). Secondo Brysbaert la presenza dell'effetto SNARC anche per

i numeri a doppia cifra suggerisce che la rappresentazione mentale di questi numeri potrebbe essere influenzata dalla posizione spaziale (Brysbaert,1995).

Anche Nuerk, Iversen, e Willmes (2004) hanno approfondito l'effetto SNARC per i numeri a doppia cifra, esaminando come la notazione e la struttura interna dei numeri (decine e unità) influenzano la manifestazione dell'effetto. Secondo gli studiosi, i numeri a doppia cifra possono essere scomposti nelle loro cifre componenti (decine e unità). Questo processo di decomposizione influenza la rappresentazione mentale e l'associazione spaziale dei numeri. Ad esempio, il numero 34 può essere percepito come "3 decine e 4 unità", influenzando la velocità e l'accuratezza della risposta. Nuerk et al. (2004) hanno trovato che l'effetto SNARC varia a seconda del contesto del compito. In compiti in cui i partecipanti devono considerare le cifre delle decine separatamente dalle unità, l'effetto SNARC può manifestarsi in modo diverso rispetto a compiti in cui il numero è considerato come un'entità unica. Nei compiti di confronto di grandezze, dove i partecipanti devono decidere quale tra due numeri è più grande, l'effetto SNARC era influenzato dalla posizione spaziale dei numeri. Ad esempio, i partecipanti erano più veloci nel rispondere quando il numero più piccolo era presentato a sinistra rispetto a quando era presentato a destra (Nuerk et al.,2004).

Per quanto concerne la misura dell'effetto SNARC e la parità numerica negli esperimenti 8 e 9, Dehaene et.al(1993) si sono focalizzati sull'analisi dei tempi di reazione, con l'obiettivo specifico di valutare se la grandezza numerica influisce sui tempi di reazione per il giudizio di parità di numeri composti da due e tre cifre e se, l'effetto di parità fosse influenzato dalla grandezza numerica e se i tempi di reazione per il giudizio di parità variassero con numeri di diverse grandezze. I risultati dell'esperimento 8 hanno rivelato tempi di reazione più rapidi per i numeri pari rispetto ai numeri dispari, un effetto che si è mantenuto anche quando i numeri erano composti da due o tre cifre. Specificamente, per i numeri a due cifre, il tempo medio di reazione per i numeri pari era significativamente inferiore rispetto a quello per i numeri dispari. Anche per i numeri a tre cifre, sebbene i tempi di reazione fossero più lunghi rispetto a quelli per i numeri a due cifre, l'effetto di parità rimaneva significativo, con i numeri pari continuando a essere elaborati più rapidamente rispetto ai numeri dispari (Dehaene et.al,1993). Nell'esperimento 9, i tempi di reazione erano più rapidi per i numeri pari rispetto ai numeri dispari, e questo effetto non variava significativamente in relazione alla grandezza

numerica dei numeri. Indipendentemente dal fatto che i numeri fossero piccoli o grandi, l'effetto di parità rimaneva significativo e consistente. Sebbene la grandezza numerica influisca sui tempi di reazione nei compiti di confronto numerico, come dimostrato dall'effetto della distanza numerica, non sembra interagire con l'effetto di parità. I tempi di reazione per il giudizio di parità non sono influenzati dalla grandezza del numero, suggerendo che i processi di giudizio della parità e quelli relativi alla grandezza numerica siano trattati separatamente (Dehaene et.al,1993).

Fino ad ora sono stati citati studi che utilizzavano stimoli numerici come stimoli target, al fine di misurare l'effetto SNARC. Nel corso del tempo, la letteratura ha esplorato se fosse possibile ricreare e ricercare l'effetto SNARC utilizzando altri simboli, come le lettere. A tal proposito, Dehaene e colleghi (1993) hanno utilizzato, come stimolo target del loro paradigma sperimentale, le lettere dell'alfabeto (esperimento 4). I soggetti dovevano premere un tasto quando venivano presentate le lettere "A" "C" "E" e un altro tasto quando venivano presentate le lettere "B" "D" "F" (Dehaene et.al,1993). Presentando un compito strutturalmente identico agli altri esperimenti, con la sola modifica dello stimolo target, gli autori partivano dall'ipotesi iniziale secondo cui, se l'effetto SNARC fosse governato dalla struttura sequenziale degli stimoli, dovrebbe presentarsi sia nei compiti di classificazione ACE-BDF che in quelli di classificazione consonante-vocale: le lettere più vicine all'inizio dell'alfabeto dovrebbero ricevere una risposta più rapida con la mano sinistra, e il contrario dovrebbe avvenire per le lettere più vicine alla fine dell'alfabeto. Al contrario, l'assenza di qualsiasi effetto SNARC in entrambi i compiti sarebbe una forte prova che l'effetto è specifico di una rappresentazione della grandezza numerica (Dehaene et.al,1993).

Questo esperimento ha confermato l'ipotesi secondo cui l'effetto SNARC sia un effetto di origine numerica, in quanto, non è stato riscontrato nessun effetto SNARC per le lettere (Dehaene et.al,1993). A partire da questi risultati, Gevers e colleghi (2003) hanno sviluppato un paradigma sperimentale con l'obiettivo di misurare l'effetto SNARC utilizzando le lettere come stimoli target. I partecipanti erano invitati a giudicare se due lettere, presentate successivamente, appartenessero alla stessa metà dell'alfabeto. Gli autori hanno manipolato la posizione delle lettere sullo schermo per verificare se la rappresentazione spaziale influenzasse la velocità e l'accuratezza delle risposte. I risultati hanno mostrato che i partecipanti rispondevano più rapidamente e con maggiore

precisione quando le lettere da confrontare erano posizionate in modo coerente con la loro rappresentazione spaziale dell'alfabeto. Questo suggerisce che, come con i numeri, anche le lettere sono organizzate spazialmente nella mente degli individui, con una sorta di "mappa mentale" che riflette la loro sequenza ordinale (Gevers et al.,2003). Questi risultati supportano l'idea che la cognizione spaziale gioca un ruolo cruciale nell'organizzazione di qualsiasi tipo di sequenza ordinata. Per cui, se le lettere dell'alfabeto seguono uno schema spaziale simile ai numeri, questo potrebbe suggerire che l'effetto SNARC potrebbe essere applicabile a una varietà di sequenze ordinali oltre ai numeri. Questa generalizzazione implica che il fenomeno non è specifico dei numeri ma potrebbe essere una caratteristica di come trattiamo tutte le sequenze ordinate.

Per quanto riguarda il ruolo del controllo cognitivo nell'effetto SNARC, esso svolge un ruolo cruciale sull'effetto. Il controllo cognitivo può modulare l'intensità e la manifestazione dell'effetto SNARC, influenzando le risposte dei soggetti (Zhang et al.,2016). Zhang e colleghi (2016) hanno discusso come il controllo cognitivo influenzi l'effetto SNARC. Il controllo cognitivo è la capacità di regolare pensieri e azioni per raggiungere obiettivi specifici, coinvolgendo processi come l'attenzione, l'inibizione delle risposte automatiche e l'adattamento a nuove regole (Zhang et al.,2016). Secondo gli studiosi, diverse sottocomponenti del controllo cognitivo, come la memoria di lavoro, lo spostamento mentale o del set di compiti, il controllo dell'inibizione e l'adattamento al conflitto, possono facilmente modulare l'effetto SNARC. Il controllo cognitivo può sopprimere o facilitare l'associazione spaziale dei numeri. Ad esempio, in situazioni in cui l'attenzione è strettamente focalizzata su un compito specifico, l'effetto SNARC può essere attenuato, poiché le risposte spaziali automatiche vengono inibite (Zhang et al.,2016). Secondo Zhang e colleghi (2016) la modulazione dell'intervallo numerico può influenzare l'effetto SNARC. Per esempio, l'effetto cambia quando si confrontano numeri in intervalli differenti (es. 0-5 vs. 4-9), indicando che il controllo cognitivo aiuta ad adattare l'associazione spaziale ai contesti specifici. Inoltre, anche l'attenzione svolgerebbe un ruolo fondamentale, in quanto, l'effetto SNARC sembrerebbe più pronunciato in compiti di attenzione divisa o multitasking. Un'attenzione focalizzata può ridurre l'effetto, mostrando che il controllo attentivo è cruciale per modulare l'associazione spaziale automatica, per cui, attraverso una gestione efficace dei processi

attentivi e inibitori, il controllo cognitivo modula come e quando l'effetto SNARC si manifesta. (Zhang et al.,2016).

La neuropsicologia e il neuroimaging forniscono una comprensione profonda dei meccanismi sottostanti l'effetto SNARC. Le regioni parietali e prefrontali del cervello giocano un ruolo cruciale nella rappresentazione spaziale dei numeri, mentre gli studi di ERP e TMS forniscono ulteriori dettagli sui tempi e le specifiche aree cerebrali coinvolte. Gli studi su pazienti con lesioni cerebrali forniscono informazioni preziose sui meccanismi neurali alla base dell'effetto SNARC. In particolare, come abbiamo visto in precedenza, le lesioni alla corteccia parietale hanno dimostrato di influenzare significativamente la rappresentazione spaziale dei numeri (Gross,2007). Lo studio di Zorzi, Priftis e Umiltà (2002) esplora come il danno cerebrale, in particolare il neglect spaziale, possa influenzare la rappresentazione mentale dei numeri. I ricercatori hanno esaminato pazienti con lesioni cerebrali che causano neglect spaziale utilizzando compiti numerici standard. Questi compiti hanno incluso la valutazione della percezione numerica e la presenza dell'effetto SNARC, che indica un'associazione spaziale automatica tra grandezza numerica e la risposta (mano destra e mano sinistra) (Zorzi et al.,2002). È emerso che i pazienti con neglect spaziale mostravano alterazioni significative nella rappresentazione spaziale dei numeri e di conseguenza nell'espressione dell'effetto SNARC. In particolare, la tendenza a rispondere più rapidamente con la mano destra per numeri più grandi e con la mano sinistra per numeri più piccoli non era presente o era notevolmente compromessa nei pazienti con lesioni cerebrali che causavano questa condizione. Questo suggerisce che il sistema di rappresentazione spaziale dei numeri, implicato nell'effetto SNARC, può essere distorto in presenza di danni cerebrali specifici (Zorzi et al.,2002).

Gli ERP (Event-Related Potentials) e la TMS (Transcranial Magnetic Stimulation) sono due metodologie utilizzate nella ricerca neuropsicologica e nel neuroimaging per investigare i meccanismi sottostanti fenomeni cognitivi complessi come l'effetto SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes). Lo studio dei Potenziali Evento-Relati (ERP) è una tecnica di neuroimaging non invasiva che registra l'attività elettrica del cervello in risposta a stimoli specifici. Nello studio di Keus e colleghi (2005), ai partecipanti veniva sottoposto un compito di confronto numerico in cui dovevano decidere se un numero presentato era più piccolo o più grande di un numero target di

riferimento (ad esempio, 5). Durante l'esperimento, sono stati registrati gli ERP dei partecipanti, concentrandosi sulla componente N2, che è comunemente associata alla fase di selezione della risposta. I risultati dello studio hanno indicato che l'effetto SNARC è correlato alla fase di selezione della risposta, come evidenziato dalla latenza e dall'ampiezza della componente N2 (Keus et al.,2005). I tempi di latenza della componente N2 erano più brevi quando i numeri erano congruenti con l'effetto SNARC (ad esempio, un numero più piccolo a sinistra e un numero più grande a destra). Questo suggerisce che la selezione della risposta è facilitata quando c'è congruenza spaziale. L'ampiezza della componente N2 era maggiore durante le condizioni incongruenti, indicando un maggior carico di processamento quando la relazione spaziale tra numero e risposta era invertita. I risultati di questo studio supportano l'ipotesi che l'effetto SNARC si verifica durante le fasi di elaborazione relative alla risposta piuttosto che allo stimolo (Keus et al.,2005). Questo suggerisce che l'associazione spaziale tra numeri e risposta può riflettere un processo automatico e inconscio di selezione motoria basato sulla rappresentazione spaziale dei numeri (Keus et al.,2005).

Nell'articolo di Van Dijck, Gevers e Fias (2009), si esplorano due principali interpretazioni teoriche dell'effetto SNARC. La prima interpreta l'effetto come una manifestazione di una rappresentazione percettiva e visuospaziale dei numeri, dove i numeri piccoli sono associati a posizioni spaziali a sinistra e i numeri grandi a destra. La seconda interpretazione suggerisce che l'effetto SNARC rifletta una rappresentazione concettuale dei numeri, che influenzerebbe le risposte spaziali in base alla classificazione concettuale dei numeri lungo un continuum di grandezza (Van Dijck et al., 2009). Il modello di corrispondenza della polarità (*polarity correspondence model*) e il modello computazionale di Gevers e colleghi (2006) sono esempi rappresentativi di queste teorie. Il primo modello propone che l'effetto SNARC derivi da una rappresentazione spaziale diretta dei numeri. Al contrario, il modello computazionale di Gevers et al. (2006) suggerisce che i numeri vengano elaborati concettualmente su una scala di grandezza, influenzando così le risposte spaziali, con i numeri grandi che risposte più rapide a destra, poiché i tasti di risposta sono anch'essi disposti lungo un continuum simile.

Secondo alcuni autori, il tipo di rappresentazione spaziale attivata possa variare a seconda del compito. Utilizzando un paradigma simile a quello di Herrera et al. (2008), che manipola alternativamente la memoria di lavoro verbale o visuo-spaziale, Van Dijck

et al. (2009) hanno osservato che, durante un compito di giudizio di parità, l'effetto SNARC viene attenuato dalla presenza di un compito secondario verbale. Al contrario, in un compito di confronto di grandezza l'effetto SNARC viene ridotto se il compito secondario è di natura visuospaziale (Van Dijck et al., 2009). Questi risultati replicano i risultati di Herrera e colleghi (2008) e suggeriscono che il compito di parity judgment potrebbe evocare una rappresentazione concettuale dei numeri, mentre il compito di magnitude comparison potrebbe favorire una rappresentazione visuo-spaziale. In un compito di magnitude comparison, in cui i numeri grandi sono collocati da un lato e i numeri piccoli dall'altro, una rappresentazione spaziale dei numeri risulta particolarmente vantaggiosa. Al contrario, nel parity judgment task, che richiede una valutazione semantica, i partecipanti accedono a informazioni concettuali che possono non essere direttamente associate a una rappresentazione spaziale (Van Dijck et al., 2009).

Questa distinzione tra rappresentazioni percettivo-visuospaziali e concettuali fornisce una comprensione approfondita dell'effetto SNARC, suggerendo che il tipo di elaborazione spaziale dipenda dal compito specifico e dalle modalità di rappresentazione coinvolte. Anche se questa spiegazione potrebbe sembrare forzata in alcuni casi, l'ipotesi di una duplice rappresentazione spaziale – una percettiva e una concettuale – offre una prospettiva interessante e stimolante per comprendere come e perché l'effetto SNARC si manifesti in modi diversi a seconda del contesto del compito (Van Dijck et al., 2009).

## **2.2 Misura dell'effetto SNARC**

L'effetto SNARC viene generalmente misurato e testato attraverso disegni sperimentali che permettono di misurare i tempi di reazione (RT). I tempi di reazione si riferiscono al tempo che intercorre tra la presentazione di uno stimolo e la risposta del partecipante.

In genere, per misurare l'effetto SNARC, uno degli approcci più comuni è l'analisi dei delta dei tempi di reazione medi ( $\Delta RT$ ).  $\Delta RT$  rappresenta la differenza nei tempi di reazione medi tra le risposte date con la mano destra e quelle date con la mano sinistra per ciascun numero presentato. Questa misura permette di quantificare l'effetto SNARC in modo dettagliato.

In un disegno sperimentale, dunque, in cui si chiede ai partecipanti di produrre due diverse tipologie di risposte (risposta con tasto destro premuto con dito indice della

mano destra e risposta con tasto sinistro premuto con dito indice della mano sinistra) raccoglieremo due diversi tempi di reazione:

- RT destra ( $RT_d$ ): tempo medio di reazione per le risposte date con la mano destra.
- RT Sinistra ( $RT_s$ ): Tempo medio di reazione per le risposte date con la mano sinistra.

Per ogni numero, si calcola  $\Delta RT$  come la differenza tra  $RT_d$  e  $RT_s$ :

$$\Delta RT = RT_d - RT_s$$

Un  $\Delta RT$  positivo indica che le risposte con la mano destra sono più lente rispetto a quelle con la mano sinistra, e viceversa. Per cui, partendo dall'ipotesi di base dell'effetto SNARC, se i numeri piccoli hanno  $\Delta RT$  positivo ( $RT_s < RT_d$ ), questo indica che le risposte con la mano sinistra sono più veloci, coerentemente con l'effetto SNARC. Se i numeri grandi hanno  $\Delta RT$  negativo ( $RT_d < RT_s$ ), questo indica che le risposte con la mano destra sono più veloci, supportando l'effetto SNARC.

Per quantificare l'effetto SNARC, viene utilizzato un modello di regressione lineare, che permette di analizzare la relazione tra la grandezza numerica e la differenza nei tempi di risposta ( $\Delta RT$ ) tra le mani. Avremo quindi due variabili, la grandezza numerica come predittore, la quale rappresenta il valore numerico del numero presentato, e il  $\Delta RT$  come variabile dipendente, che rappresenta la differenza nei tempi di risposta tra le risposte fornite con la mano destra e le risposte fornite con la mano sinistra. Il modello di regressione lineare esprime la relazione tra la grandezza numerica e il  $\Delta RT$  come:

$$\Delta RT = \beta_0 - \beta_1 \times \text{Grandezza numerica} + e$$

Dove  $\beta_0$  è l'intercetta della retta di regressione, che rappresenta il valore previsto di  $\Delta RT$  quando la grandezza numerica è zero (un valore teorico), mentre  $\beta_1$  è la pendenza della retta di regressione, che indica quanto cambia il  $\Delta RT$  per ogni unità di aumento nella grandezza numerica. La pendenza rappresenta la velocità e la direzione con cui cambia il  $\Delta RT$  in funzione della grandezza numerica. Un effetto SNARC tipico implica che i tempi di risposta siano più rapidi per i numeri piccoli con la mano sinistra ( $\Delta RT$  positivo) e più rapidi per i numeri grandi con la mano destra ( $\Delta RT$  negativo). Questa relazione lineare viene catturata dalla pendenza: più negativa è la pendenza, più forte è l'effetto SNARC.

In sostanza, la pendenza ci dice quanto fortemente e in che direzione la grandezza numerica influenza la differenza nei tempi di risposta tra le mani.

Le pendenze sono testate contro lo zero tramite un test t di Student per verificare la presenza dell'effetto a livello di gruppo, seguendo l'approccio di regressione per misure ripetute di Lorch e Myers (1990), applicato all'effetto SNARC da Fias (1996). Questo metodo testa l'effetto SNARC a livello di gruppo, non a livello individuale. Nonostante l'effetto SNARC sia robusto a livello di gruppo, varia tra i partecipanti: descrittivamente, solo il 70-80% dei partecipanti mostra pendenze negative indicative dell'effetto SNARC (Cipora et al., 2019; Wood et al., 2008).

### **2.3 Effetto SNARC e variabilità individuale**

In genere, quando parliamo di variabilità facciamo riferimento alle diverse modalità attraverso cui un fenomeno si manifesta, sia nel singolo individuo nel corso del tempo sia tra gli individui in un medesimo disegno sperimentale. Nell'ambito dell'effetto SNARC, diversi studi si sono concentrati innanzitutto sulla misurazione dello SNARC, e in seguito, sul livello di variabilità intraindividuale e interindividuale.

Ad esempio, uno studio sperimentale di Wood e colleghi (2008) ha identificato diverse fonti di variabilità interindividuale e intraindividuale nell'effetto SNARC. Per quanto riguarda la variabilità interindividuale, è stato confermato che la cultura influenza significativamente l'effetto SNARC. Le persone che leggono e scrivono da sinistra a destra mostrano un effetto SNARC più forte rispetto a quelle che leggono da destra a sinistra (Wood et al., 2008). Inoltre, le differenze nelle capacità cognitive, come la memoria di lavoro e le abilità spaziali, sono correlate con la variabilità nell'effetto SNARC. Persone con abilità spaziali superiori mostrano un effetto più forte (Wood et al., 2008). Inoltre, anche l'età sembrerebbe avere un impatto sull'effetto SNARC: Berch e colleghi (1999) hanno dimostrato che l'effetto SNARC, in un compito di decisione di parità, non emerge nei bambini prima dei 9 anni. Tuttavia, studi più recenti, come quello di van Galen e Reitsma (2008), hanno riscontrato l'effetto SNARC in bambini di 7 anni durante un compito di confronto di grandezza numerica. Inoltre, ricerche di Vuilleumier e colleghi (2004), Castronovo e Seron (2006) e Priftis e colleghi (2006) hanno evidenziato l'effetto SNARC in partecipanti molto più anziani rispetto ai comuni studenti universitari.

Quindi, l'età influisce sull'effetto SNARC, e se sì, in che modo? Wood e colleghi (2008) sostengono che l'età possa influenzare l'effetto SNARC, con due fattori cognitivi principali che causerebbero tale variabilità: la pratica a lungo termine, che si accumula con l'avanzare dell'età, e la capacità di inibizione, che aumenta in età adulta e decresce nell'infanzia e nell'anzianità (Wood et al.,2008). Secondo Wood e colleghi (2008), dunque, l'ipotesi è che l'età abbia un impatto significativo sulla dimensione dell'effetto SNARC, con pratiche a lungo termine che potenziano l'effetto e variazioni nella capacità di inibizione che lo influenzano nei gruppi di età più giovani e più anziani.

Ricerche come quelle di Cipora, Liu e Nuerk (2023) hanno dimostrato che non tutti gli individui mostrano l'effetto SNARC nella stessa misura. Alcuni partecipanti presentano un effetto forte e costante, mentre altri mostrano un effetto debole o nullo. Questa variabilità può dipendere da differenze innate nelle rappresentazioni spaziali dei numeri o da fattori ambientali e culturali. La variabilità interindividuale suggerisce che l'effetto SNARC non è universale, ma dipende da caratteristiche individuali e contesti specifici. Questo ha implicazioni per la generalizzazione dei risultati sperimentali e per la comprensione delle differenze cognitive tra gli individui (Cipora et al.,2023)

In ambito di variabilità, Roth e colleghi (2024) affrontano il problema della variabilità intraindividuale nel contesto del fenomeno SNARC. Utilizzando il paradigma "Ironman", questo studio esamina come le risposte cognitive individuali possono variare significativamente nel tempo e in diverse condizioni. Il paradigma "Ironman" è una metodologia sperimentale progettata per studiare la variabilità intraindividuale attraverso sessioni prolungate e multiple. Questo approccio permette di raccogliere dati su come le performance cognitive di un individuo possono fluttuare a causa di diversi fattori come la fatica, l'attenzione, e altri stati psicofisici (Roth et al.,2024). Utilizzando il paradigma Ironman e tecniche di bootstrap è stato possibile osservare un'altra variabilità individuale nei partecipanti, l'effetto SNARC non è una caratteristica stabile e predittiva delle capacità individuali, ma piuttosto un fenomeno influenzato da variabili situazionali e contestuali (Cipora et al.,2020).

Nello studio di Cipora e colleghi (2020) si è osservato che mentre alcuni partecipanti mostrano un effetto SNARC marcato e costante, altri non mostrano un effetto significativo, o addirittura possono mostrare un effetto opposto. Questa variabilità può essere attribuita a differenze individuali nelle rappresentazioni mentali dei numeri e nelle

loro associazioni spaziali, così come a diversi livelli di suscettibilità alle influenze situazionali. Ad esempio, aspetti come la disposizione del blocco di test, le istruzioni specifiche fornite, e le condizioni attuali del partecipante possono tutti contribuire alla variabilità osservata. Inoltre, i ricercatori hanno considerato che il compito stesso utilizzato per misurare l'effetto SNARC potrebbe non catturare con precisione il fenomeno in tutti gli individui (Cipora et al.,2020).

## 2.4 Test-retest reliability

La *test-retest reliability* (affidabilità test-retest) è una misura della stabilità di un effetto o di una variabile quando viene misurata in più occasioni. L'affidabilità test-retest, in statistica, consiste nello studio della correlazione fra due distribuzioni di misura ottenute somministrando due volte lo stesso test allo stesso gruppo di soggetti dopo un certo intervallo di tempo. Il coefficiente di correlazione calcolato viene identificato come coefficiente di attendibilità del test, il quale esprime il grado di stabilità nel tempo del test e di generalizzabilità dei risultati in caso di somministrazioni diverse.

Nel contesto dell'effetto SNARC, l'affidabilità test-retest si riferisce alla stabilità dell'effetto SNARC quando lo stesso individuo viene testato in diverse sessioni nel tempo. Come abbiamo visto in precedenza, diversi studi si sono concentrati sulla variabilità interindividuale e intraindividuale dell'effetto SNARC, giungendo alla conclusione che l'effetto SNARC non è una caratteristica stabile e predittiva delle capacità individuali, ma piuttosto un fenomeno influenzato da variabili situazionali e contestuali (Cipora et al.,2020).

La stabilità dell'effetto SNARC può essere quantificata in termini di affidabilità test-retest e in termini di stabilità assoluta dei punteggi (Roth et al.,2024). L'affidabilità test-retest misura la misura in cui l'ordine dei punteggi dei partecipanti in un compito cognitivo rimane coerente tra le occasioni di misurazione, (Zorowitz & Niv, 2023) Successivamente, sarà presentata una rassegna di studi che approfondiranno e chiariranno il concetto di affidabilità.

Come abbiamo accennato in precedenza, Dehaene, Bossini e Giraux (1993) sono stati i primi a condurre il primo esperimento sull'effetto SNARC, in questo loro studio gli autori hanno introdotto l'effetto SNARC e ne hanno esaminato la replicabilità. Hanno

trovato che l'effetto è consistente tra diversi gruppi di partecipanti e in differenti contesti sperimentali, fornendo una solida base per ulteriori ricerche sull'affidabilità test-retest (Dehaene et al.,1993).

Tuttavia, per approfondire il concetto di "*test-retest reliability*" dell'effetto SNARC, è necessario innanzitutto far riferimento al modo in cui questo effetto viene misurato. L'effetto SNARC può essere valutato attraverso due principali tipi di compiti: il compito implicito e il compito esplicito. Nel compito implicito, ai partecipanti viene chiesto di giudicare la parità di un numero (pari o dispari) mentre i tempi di reazione delle risposte vengono registrati per analizzare l'influenza della grandezza numerica su  $\Delta RT$ . Nel compito esplicito, ai partecipanti viene chiesto di giudicare direttamente la grandezza numerica, ad esempio, se un numero è più grande o più piccolo rispetto a un riferimento. Entrambi i tipi di compiti forniscono misure utili per valutare l'effetto SNARC, la sua presenza, la sua forza, e in seguito, la sua stabilità temporale.

Una volta stabiliti i metodi di misurazione, è possibile discutere l'affidabilità test-retest dell'effetto SNARC, che si riferisce alla coerenza dei punteggi dei partecipanti tra diverse sessioni di test. Uno studio chiave che esplora l'affidabilità test-retest dell'effetto SNARC è quello di Viarouge et al. (2014). In questo studio, 41 soggetti hanno partecipato a due sessioni sperimentali intervallate da 14 giorni. Nella prima sessione, i partecipanti hanno svolto un compito di parity judgment e un compito di magnitude comparison, mentre nella seconda sessione hanno eseguito un parity judgment e due compiti visuo-spaziali (riconoscimento di lettere ruotate e figure 3D ruotate) (Viarouge et al., 2014). I risultati dello studio mostrano che l'affidabilità test-retest dell'effetto SNARC nel compito di parity judgment è relativamente bassa ( $r = .372$ ). Gli autori considerano questo dato "sufficientemente buono" per concludere che l'effetto SNARC è affidabile e utilizzabile per analizzare le differenze individuali, ma questa conclusione è discutibile. Inoltre, il testo rivela che l'effetto SNARC nel compito di magnitude comparison non era statisticamente significativo, attribuendo questo risultato al fatto che il compito esplicito veniva sempre dopo il compito implicito (Viarouge et al., 2014). In sintesi, l'affidabilità test-retest dell'effetto SNARC, come illustrato dallo studio di Viarouge et colleghi (2014), mostra che l'effetto SNARC può essere influenzato da variabili situazionali e contestuali.

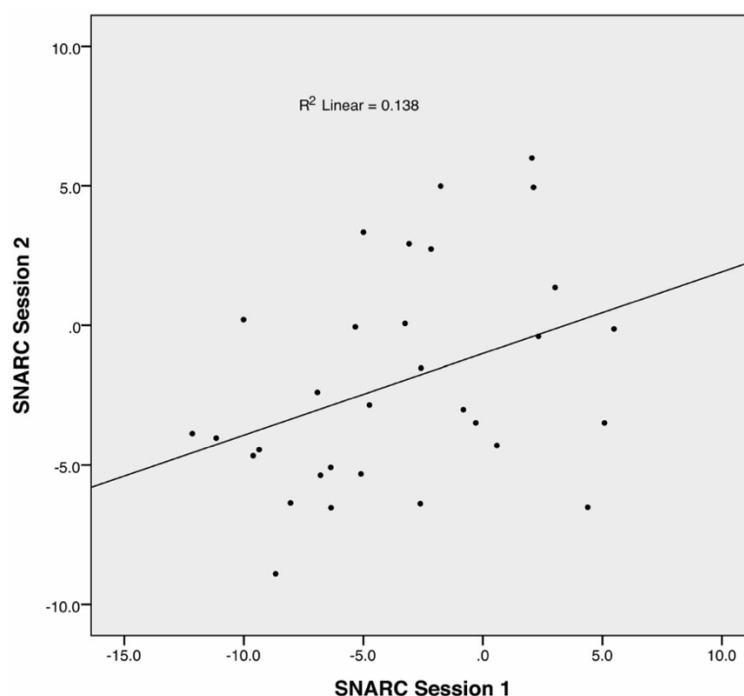


Figura 8: Grafico scatterplot della correlazione tra l'effetto SNARC nelle due sessioni, con la linea di regressione (Viarouge et al.,2014).

Un altro studio, importante nel contesto dell'effetto SNARC e della test-retest reliability, è quello di Hedge, Powell e Sumner (2018) il quale esplora la *reliability* delle misure in psicologia, evidenziando le differenze tra studi sperimentali e studi sulle differenze individuali.

Secondo gli autori, negli studi sperimentali, l'affidabilità di una misura è spesso legata alla capacità di ridurre la variabilità inter-individuale, permettendo di ottenere effetti chiari e replicabili tra diversi gruppi o condizioni sperimentali. La reliability in questi contesti si misura solitamente con un **indice di correlazione intraclassa (ICC)**, che considera la variabilità tra soggetti sulla base delle medie dei punteggi individuali, senza tenere conto delle differenze tra sessioni (Hedge et.al,2018).L'ICC include la varianza d'errore, che rappresenta le variazioni di punteggio relative agli altri membri del campione da una sessione all'altra, e la varianza tra le sessioni, che indica come varia il punteggio medio complessivo tra una sessione e l'altra (Hedge et.al,2018). Questa definizione di reliability si basa sull'accordo assoluto tra le diverse sessioni, dove la variabilità complessiva dei punteggi tra una sessione e l'altra pesa negativamente sull'ICC, come se ci si aspettasse un'invarianza assoluta (Hedge et.al,2018). Tuttavia,

esiste anche una misura alternativa di ICC che esclude la varianza tra sessioni nel denominatore, valutando l'accordo relativo e riconoscendo che possono esserci variazioni di punteggio assolute tra una sessione e l'altra. Nel caso di test su costrutti stabili, come la personalità, potrebbe essere più appropriata la prima definizione, mentre per compiti cognitivi, dove sono attesi cambiamenti assoluti, sembra più sensato utilizzare la seconda definizione (Hedge et.al,2018).

Nel contesto degli studi correlazionali, l'affidabilità di una misura si riferisce alla sua capacità di ordinare gli individui in modo stabile e coerente nel tempo, concetto che si rifà alla test-retest reliability. Questo tipo di affidabilità diminuisce all'aumentare della varianza d'errore data una variabilità inter-individuale costante, o diminuisce all'aumentare della variabilità inter-individuale data una varianza d'errore costante (Hedge et.al,2018). Ciò che rende un effetto altamente affidabile e replicabile negli studi sperimentali, ovvero la bassa variabilità inter-individuale, può ridurre la reliability negli studi sulle differenze individuali. Proprio per questo motivo, gli effetti che sono affidabili negli studi sperimentali potrebbero non esserlo negli studi correlazionali (Hedge et.al,2018).

Hedge e colleghi (2018) partono dall'obiettivo di esplorare la test-retest reliability di una serie di effetti tipicamente considerati molto affidabili in ambito sperimentale. Vengono presentati tre esperimenti con tre campioni diversi. Nei primi due esperimenti, i task includono lo Stroop, il go/no-go, l'Eriksen flanker task e lo stop-signal task, con i soggetti testati a tre settimane di distanza. Nel terzo esperimento, i task sono il Posner, il Navon e lo SNARC con *magnitude comparison*. Anche in questo caso, i soggetti sono testati a tre settimane di distanza, e ogni sessione dura circa 90 minuti con postazioni separate.

Focalizzandosi sul compito SNARC, i partecipanti svolgono un classico compito di *magnitude comparison* con numeri presentati in blocchi controbilanciati. Ogni blocco contiene 320 trials, e vengono misurati i tempi di risposta (RT) tra 200 e 1200 ms. La variabile dipendente è la differenza tra il RT medio nelle condizioni incongruenti e congruenti. La *reliability* dello SNARC viene misurata con il coefficiente di correlazione intraclasse (ICC), che risulta essere molto bassa, intorno a .22-.23, indicando una scarsa affidabilità test-retest (Hedge et.al,2018). L'analisi supplementare ha esaminato come la test-retest reliability vari in funzione del numero di prove, mostrando che l'affidabilità

tende a stabilizzarsi dopo circa 100 prove per condizione. Questo suggerisce che la differenza nel numero di prove non è la causa principale della bassa affidabilità riscontrata. Inoltre, viene discussa l'applicazione della formula per la de-attenuazione del coefficiente di correlazione, che tiene conto dell'affidabilità minore di 1 delle misure utilizzate. Tuttavia, nel caso del compito SNARC, la bassa affidabilità rende questa applicazione meno utile, poiché fornisce intervalli di confidenza troppo ampi per essere informativi (Hedge et.al,2018).

Inoltre, Hedge e colleghi (2018) approfondiscono, a livello teorico, la relazione tra variabilità e affidabilità. Secondo gli autori, infatti, l'affidabilità impatta la dimensione del campione e l'analisi della potenza statistica negli studi correlazionali. In pratica, partendo da un valore di correlazione atteso, si può utilizzare l'affidabilità delle misure per stimare il coefficiente di correlazione attenuato e calcolare la dimensione del campione necessaria.

Questo è particolarmente rilevante per studi condotti su popolazioni omogenee, come studenti universitari, dove la bassa variabilità interindividuale può ridurre l'affidabilità delle misure. Diventa importante considerare l'affidabilità delle misure nel contesto della popolazione studiata per garantire risultati validi e replicabili (Hedge et.al,2018). Per cui, mentre l'effetto SNARC rimane un fenomeno di interesse significativo nella psicologia cognitiva, la sua affidabilità test-retest è soggetta a variazioni che devono essere considerate con attenzione.

## Capitolo III

### RICERCA SPERIMENTALE

#### 3.1 Metodo

Il presente studio si propone di indagare la test-retest reliability dell'effetto SNARC, esplorando la coerenza delle risposte dei partecipanti in due sessioni sperimentali distinte. Come abbiamo visto nel capitolo precedente, nonostante la sua rilevanza teorica, la test-retest reliability dell'effetto SNARC è ancora un argomento che non ha portato a risultati chiari e univoci. Il concetto di test-retest reliability è cruciale per valutare se un determinato effetto cognitivo rappresenti una caratteristica stabile e riproducibile del comportamento umano o se, al contrario, sia soggetto a variazioni significative dovute a fattori contestuali o temporali.

Questo studio esplora la test-retest reliability dell'effetto SNARC impiegando due compiti distinti, in due diverse sessioni, per ciascun soggetto con una distanza di quattordici giorni tra le sessioni. Per valutare la test-retest reliability dell'effetto SNARC verranno impiegati due compiti sperimentali distinti: un compito implicito e un compito esplicito. Due gruppi distinti di partecipanti verranno testati sui due tipi di compito, il che significa che ciascun partecipante svolgerà il medesimo compito in entrambe le sessioni. Nel compito implicito i partecipanti saranno coinvolti in un giudizio di parità/disparità di numeri, un compito basato su quello utilizzato da Dehaene et al. (1993). In questo compito, verranno presentati numeri compresi tra 1 e 9 su uno schermo, e i partecipanti dovranno indicare se il numero è pari o dispari, premendo uno dei due tasti lateralizzati sulla tastiera. Nel compito esplicito, i partecipanti saranno chiamati a classificare i numeri presentati come più piccoli o più grandi di 5. In entrambe le sessioni di entrambi i tipi di compito verrà misurata la forza dell'effetto SNARC tramite un'analisi di regressione lineare con la grandezza numerica come predittore e  $\Delta RT$  come variabile dipendente, come già descritto in precedenza.

Le due sessioni sperimentali saranno distanziate di almeno quattordici giorni per consentire una valutazione accurata della test-retest reliability dell'effetto SNARC. La test-retest reliability verrà misurata attraverso un'analisi di correlazione tra i "punteggi" SNARC ottenuti dai partecipanti nelle due sessioni. Se l'effetto SNARC è stabile nel

tempo, ci si aspetta una forte correlazione tra la forza dell'effetto SNARC osservata nelle due sessioni, sia nel compito implicito che in quello esplicito. In altre parole, i partecipanti che presentano un effetto SNARC relativamente grande nella prima sessione dovrebbero presentare un effetto SNARC relativamente grande anche nella seconda sessione. Questa analisi permetterà di verificare se l'effetto SNARC è una caratteristica stabile del comportamento cognitivo di un individuo o se, al contrario, è soggetto a variazioni significative da un momento all'altro.

Si ipotizza che l'effetto SNARC si manifesterà in entrambe le sessioni e in entrambi i compiti, ma bisogna tener conto che la test-retest reliability potrebbe variare in base al tipo di compito e alle caratteristiche individuali dei partecipanti. Un'alta test-retest reliability indicherebbe che l'effetto SNARC è una caratteristica stabile e riproducibile del funzionamento cognitivo. Al contrario, una bassa test-retest reliability suggerirebbe che l'effetto può essere influenzato da fattori contestuali o da variazioni temporali nella rappresentazione dei numeri nello spazio.

### **3.1.1 Partecipanti**

Allo studio hanno partecipato 327 soggetti, con un'età compresa tra 18 e 60 anni (media = 22.96 anni, 95% CI [22.31, 23.61]). Il campione era composto da 224 femmine, 43 maschi e 7 soggetti che si sono dichiarati non-binary. Il campione era per lo più costituito da studenti e studentesse dell'Università di Padova che hanno partecipato volontariamente e senza ricevere compenso economico. Una parte del campione stesso (circa il 30%) è stato reclutato attraverso una piattaforma per la raccolta dati online. Questi soggetti hanno partecipato in cambio di una modesta somma di denaro.

Per quanto riguarda la distribuzione dei partecipanti nei due esperimenti, 164 soggetti hanno preso parte al compito esplicito (108 femmine, 53 maschi, 3 non-binari; età media = 23.00 anni, 95% CI [22.08, 23.92]), mentre 163 soggetti hanno preso parte al compito implicito (117 femmine, 43 maschi, 3 non-binari; età media = 22.93 anni, 95% CI [21.99, 23.86]). La partecipazione era volontaria, e i partecipanti venivano preventivamente informati della natura dello studio e delle procedure coinvolte. È stata garantita la riservatezza dei dati personali, e ogni partecipante ha fornito il consenso informato prima di prendere parte allo studio.

La preferenza manuale è stata valutata tramite il punteggio all'Edinburg Handedness Inventory (EHI; Oldfield, 1971) rivelando che 297 partecipanti erano destrimani, 23 mancini e 8 ambidestri. Questa distribuzione riflette una prevalenza di destrimani all'interno del campione, ma include anche una rappresentanza significativa di mancini e ambidestri, permettendo un'analisi diversificata dell'effetto SNARC.

### **3.1.2 Disegno sperimentale**

L'esperimento online è stato progettato utilizzando PsychoPy3 (Pierce & MacAskill, 2018), ed è poi stato caricato sulla piattaforma Pavlovia. Ogni partecipante riceveva un link per accedere all'esperimento utilizzando il proprio PC, necessario per utilizzare la tastiera prevista dal compito.

In totale, 327 partecipanti sono stati inclusi nello studio. Ogni partecipante è stato assegnato casualmente a uno dei quattro gruppi sperimentali, che rappresentano le combinazioni dei due tipi di compiti (esplicito e implicito) e dei due possibili ordini di presentazione dei blocchi all'interno di ciascun compito. Nello specifico, nel caso del compito esplicito, ai partecipanti poteva essere presentato prima il blocco congruente (numeri piccoli associati al tasto posto a sinistra e numeri grandi associati al tasto posto a destra) e successivamente il blocco incongruente (numeri piccoli associati al tasto posto a destra e numeri grandi associati al tasto posto a sinistra), oppure il contrario (prima il blocco incongruente e poi quello congruente). Nel caso di compito implicito, i due ordini di presentazione dei blocchi erano pari-tasto sinistro/dispari-tasto destro, oppure il contrario. Questa randomizzazione è cruciale per garantire che le condizioni siano bilanciate e per ridurre il rischio di bias nella selezione dei partecipanti. La randomizzazione dei gruppi aiuta a garantire che le differenze nei risultati siano dovute alle manipolazioni sperimentali piuttosto che a caratteristiche preesistenti dei partecipanti. E' tuttavia importante sottolineare che, sia nel caso di compito esplicito che nel caso di compito implicito, l'ordine di presentazione dei blocchi veniva mantenuto costante nelle due sessioni sperimentali, al fine di evitare un possibile indesiderato aumento della variabilità intra-individuale dei punteggi dovuta al diverso ordine di presentazione dei blocchi nelle due sessioni.

Il compito esplicito richiedeva ai partecipanti di rispondere a numeri utilizzando una tastiera con due tasti: "a" (mano sinistra) e "k" (mano destra). Nella condizione congruente, i numeri più piccoli di 5 dovevano essere associati al tasto "a", mentre i numeri più grandi di 5 al tasto "k". In contrasto, nella condizione incongruente, la associazione tra i numeri e i tasti era invertita: i numeri più grandi di 5 dovevano essere associati al tasto "a" e i numeri più piccoli di 5 al tasto "k".

Nel compito implicito, la distinzione tra i due blocchi sperimentali è rappresentata dalla modalità di associazione tra la mano utilizzata per la risposta e la categoria numerica a cui i numeri appartengono, ossia "pari" o "dispari". In dettaglio, la condizione "pari a sx" richiede che i partecipanti rispondano ai numeri pari utilizzando l'indice della mano sinistra e premendo il tasto "a" della tastiera, mentre per i numeri dispari devono utilizzare l'indice della mano destra e premere il tasto "k". In contrasto, nella condizione "pari a dx", le associazioni sono invertite: il partecipante deve premere con l'indice della mano destra il tasto "k" per i numeri pari, mentre per i numeri dispari il partecipante deve premere con l'indice della mano sinistra il tasto "a". Questo significa che, sebbene l'associazione tra le mani e i tasti rimanga invariata tra le due condizioni, c'è un'inversione nella relazione tra la mano utilizzata e la categoria numerica.

Sia nel compito implicito che nel compito esplicito, ogni partecipante è stato sottoposto a un numero ben definito di stimoli. In ciascun blocco sperimentale, sono state presentate 11 ripetizioni dei numeri da 1 a 9, escludendo il numero 5, per un totale di 88 stimoli sperimentali per blocco. Questi 88 stimoli sperimentali erano preceduti da una serie di 8 trial di prova, progettati per familiarizzare i partecipanti con il compito e ridurre l'effetto di apprendimento durante i trial sperimentali veri e propri, trial di prova che saranno successivamente esclusi dalle analisi statistiche.

In totale, in ciascuna sessione, ogni partecipante ha completato 176 trial sperimentali e 16 trial di prova. L'ordine di presentazione dei numeri all'interno di ciascun blocco era casuale, con l'unica accortezza che nessun numero poteva essere presentato più di due volte consecutivamente.

Dopo la prima sessione, ai partecipanti è stato richiesto di ripetere lo stesso compito, seguendo lo stesso ordine dei blocchi, con un intervallo di almeno due settimane tra le sessioni.

Dunque, gli obiettivi del presente studio sono:

- Misurare l'effetto SNARC in due compiti distinti: L'effetto SNARC verrà analizzato utilizzando due compiti sperimentali differenti:
- Indagare la test-retest reliability dell'effetto SNARC: Lo studio si propone di valutare la stabilità e la riproducibilità dell'effetto SNARC nel tempo, misurando la coerenza delle risposte dei partecipanti in due sessioni sperimentali distinte.

### 3.1.3 Stimoli

Il presente esperimento è stato progettato utilizzando PsychoPy3 (Pierce & MacAskill, 2018), ed è poi stato caricato sulla piattaforma Pavlovia. Gli stimoli sono stati progettati per valutare l'effetto SNARC attraverso una serie di fasi ben definite, ciascuna con durate e caratteristiche specifiche. Prima dell'inizio dell'esperimento, i partecipanti visualizzavano una schermata di consenso informato. In questa fase, venivano forniti dettagli sull'obiettivo dell'esperimento, le procedure, e i diritti dei partecipanti. Veniva richiesta la conferma di partecipazione prima di proseguire, assicurando che i partecipanti avessero compreso e accettato le condizioni dell'esperimento. Lo sfondo dello schermo era grigio, mentre le scritte e tutti gli altri elementi visivi (i.e., croce di fissazione, numeri e feedback) erano neri.

All'inizio di ogni trial, veniva presentata una croce di fissazione della durata di 500 ms. Successivamente, appariva sullo schermo un numero intero tra 1 e 9 (compresi, escluso il numero 5) per una durata massima di 1300 ms. Immediatamente dopo la comparsa del numero, il partecipante poteva premere il tasto "a" o "k" per classificare il numero (più piccolo o più grande di 5 nel compito esplicito, pari o dispari nel compito implicito). Dopo la risposta veniva presentato un feedback visivo della durata di 800 millisecondi. Il feedback veniva fornito come segue: se la risposta era corretta, appariva un cerchio "O"; se la risposta era errata, compariva una "X". Se la risposta non veniva fornita entro il tempo limite di 1300 ms, veniva visualizzato il messaggio "troppo lento". Dopo il feedback, compariva una schermata vuota della durata di 800 millisecondi. All'interno di ciascun blocco sperimentale, gli 88 trials (8 numeri × 11 ripetizioni) venivano presentati in ordine casuale. Prima di ciascun blocco sperimentale venivano presentati in ordine causale 8 trials di prova (uno per ciascun numero), per familiarizzare il partecipante con il compito.

In entrambi i tipi di compito venivano presentati due blocchi sperimentali, corrispondenti alle due diverse associazioni tra tasti e categoria di risposta.

### 3.2 Risultati

Tutti i dati sono stati analizzati attraverso l'utilizzo del software R (R Core Team, 2022). Attraverso una prima fase di analisi dei dati è stato possibile procedere con una pulizia dei dati raccolti.

Nel processo di pulizia dei dati, dopo aver filtrato il dataset, escludendo i trial di prova, è stata applicata una selezione basata sulle percentuali di errore. I partecipanti con una percentuale di errori e/o risposte mancanti maggiore o uguale al 25% sono stati identificati ed esclusi. In particolare, sei partecipanti sono stati esclusi dalla ricerca, in quanto le loro percentuali di errore avevano superato la soglia stabilita. Tra questi, due partecipanti erano stati assegnati al compito esplicito e quattro al compito implicito. Per quanto riguarda la media di errori più risposte mancate senza considerare gli outliers rimossi:  $M=5.11\%$  e  $sd=3.62$ .

Successivamente, sono stati esclusi i trials relativi alle risposte non corrette, mantenendo solo i trials relativi alle risposte corrette per le analisi seguenti. Successivamente, per ogni partecipante sono stati calcolati la media e la deviazione standard dei tempi di risposta. I trials associati a RT superiori o inferiori a tre deviazioni standard rispetto al RT medio del singolo partecipante sono stati esclusi (1,68% dei trials corretti).

La forza dell'effetto SNARC è stata valutata a livello individuale, andando a fittare un modello di regressione lineare ai  $\Delta RT$  di ciascun partecipante l'analisi è stata condotta separatamente per ogni combinazione di esperimento e sessione, fittando una retta agli 8 punti dati per ciascun partecipante. Per ogni partecipante e per ciascuna combinazione di esperimento e sessione, sono stati calcolati due tipi di misure, il coefficiente di pendenza ( $b$ ) che misura quanto cambia la differenza nei tempi di risposta ( $\Delta RT$ ) per ogni incremento di una unità nel numero presentato; e il coefficiente di regressione ( $r$ ) che misura la forza e la direzione della relazione lineare tra  $\Delta RT$  e il numero. I due concetti sembrano misurare aspetti differenti della relazione spazio-numero, anche se nella letteratura non c'è chiarezza su questo punto.

Nella misurazione dello SNARC, il coefficiente  $b$  rappresenta la pendenza della retta di regressione lineare che descrive la relazione tra la grandezza numerica e  $\Delta RT$ . Nello specifico, se l'effetto SNARC è presente, ci si aspetta una pendenza negativa (cioè  $b < 0$ ), indicando che i numeri più piccoli sono associati a risposte più rapide per la mano sinistra, e i numeri più grandi per la mano destra. Il valore del coefficiente  $b$  ci dà informazioni dirette sull'intensità e la direzione dell'effetto SNARC. Quindi,  $b$  fornisce una misura diretta di quanto e in che modo i numeri influenzano i tempi di risposta di ogni partecipante.

La bontà di adattamento è misurata dal coefficiente  $r$ , che esprime quanto bene il modello di regressione lineare si adatta ai dati. Un valore  $r$  elevato in assoluto (vicino a 1 o -1) indica che i dati seguono da vicino la relazione lineare predetta dal modello, mentre un valore vicino a 0 indica un basso adattamento ai dati.

La differenza chiave tra il coefficiente  $b$  e il coefficiente  $r$ , dunque è che il coefficiente  $b$  descrive l'entità e la direzione dell'effetto SNARC, mentre il coefficiente  $r$  riflette la forza della relazione lineare tra la variabile indipendente (numero) e la variabile dipendente ( $\Delta RT$ ) e quindi quanto il modello lineare è adeguato a rappresentare i dati. Entrambi i parametri sono utili per comprendere l'effetto SNARC, ma offrono informazioni diverse:  $b$  sulla forza e direzione dell'effetto e  $r$  sulla precisione con cui la relazione osservata si avvicina ad un modello lineare.

Dunque, per entrambi i compiti ed entrambe le sessioni, sono stati calcolati due coefficienti per misurare l'effetto SNARC, separatamente per la prima sessione e per la seconda: i coefficienti di regressione e di pendenza. Successivamente, è stata calcolata la correlazione tra il coefficiente di regressione e il coefficiente di pendenza per vedere se esistesse una relazione tra l'entità dell'effetto e quanto questo fosse lineare. I risultati di questa analisi sono stati visualizzati in un grafico che mostra la relazione tra i due coefficienti per ogni combinazione di esperimento e sessione.

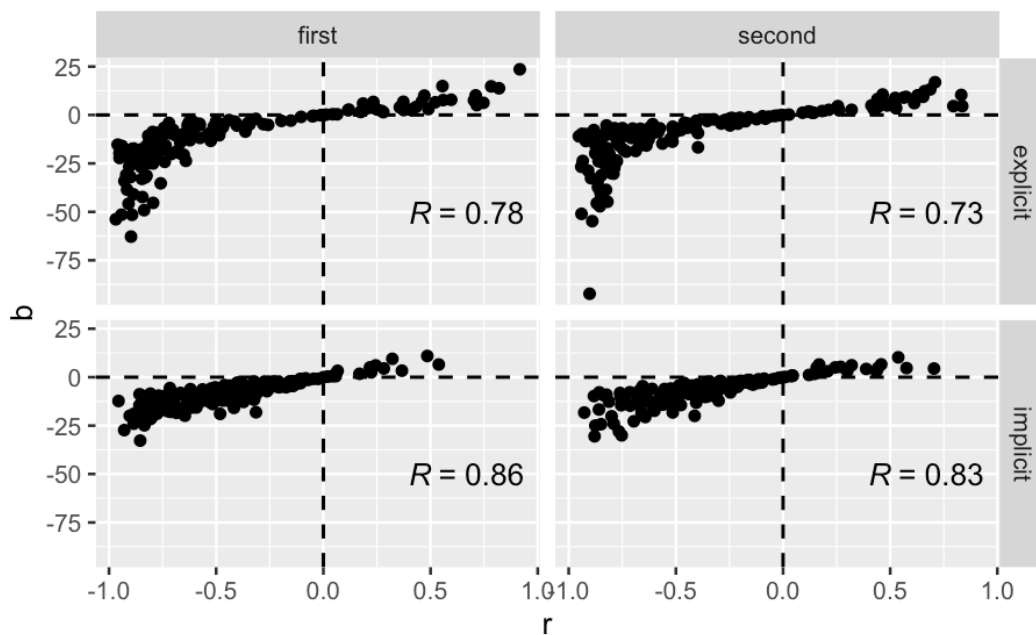


Figura 9: Grafico coefficienti  $b$  e  $r$

Nonostante entrambe le due sessioni del compito esplicito mostrino una correlazione significativa, la seconda sessione ha una forza di relazione leggermente inferiore rispetto alla prima. Nelle condizioni implicite, la correlazione è ancora più forte. È corretto, dunque, affermare che c'è una forte correlazione tra  $r$  e  $b$ , ma non una correlazione perfetta. Questo implica che, sebbene i due indici siano fortemente associati, non sono esattamente la stessa cosa.

Per avere un quadro complessivo dei dati, abbiamo anche esaminato quanti partecipanti mostrassero l'effetto SNARC nella direzione prevista. A tal proposito si possono usare criteri diversi; il più approssimativo è semplicemente contare quanti partecipanti mostrano un valore  $b$  o  $r$  negativo. Un criterio più restrittivo (ma comunque arbitrario) è contare quanti partecipanti mostrano un valore  $r$  inferiore a  $-0.3$  (convenzionalmente, valori compresi tra  $-0.3$  e  $0.3$  indicano una correlazione trascurabile). Nella seguente tabella, la terza colonna mostra semplicemente la proporzione di partecipanti che mostrano un valore di  $r$  negativo ( $r < 0$ ) per ciascuna combinazione di compito e sessione. La quarta colonna mostra la proporzione di partecipanti che hanno un coefficiente di regressione negativo che possiamo arbitrariamente considerare "affidabile"  $r < -0.3$ ; La quinta colonna mostra la proporzione di partecipanti che mostrano un effetto nullo/trascurabile ( $-0.3 \leq r \leq 0.3$ ). La sesta e ultima

colonna mostra quanti partecipanti mostrano un effetto SNARC relativamente robusto ( $r > 0.3$ ) in direzione opposta a quella prevista.

Il confronto tra le proporzioni di partecipanti che mostrano un effetto SNARC nella direzione prevista tra il compito implicito e quello esplicito rivela alcune differenze significative riguardo alla manifestazione di questo effetto. Nel compito implicito, l'effetto SNARC appare relativamente omogeneo: la maggior parte dei partecipanti dimostra l'effetto nella direzione prevista, mentre circa il 30% mostra un effetto nullo o trascurabile. Questo suggerisce che, a livello implicito, l'effetto SNARC è meno influenzato da differenze individuali e si manifesta in modo più consistente tra i partecipanti. La bassa prevalenza di effetto SNARC invertito indica che l'effetto è ben consolidato in questa condizione. Al contrario, nel compito esplicito, si osserva una maggiore polarizzazione dei risultati. Circa il 20% dei partecipanti mostra uno SNARC nella direzione opposta, mentre la percentuale di partecipanti con effetti trascurabili è relativamente bassa. Questo suggerisce che nel compito esplicito ci siano differenze inter-individuali più ampie nella manifestazione dell'effetto. La maggiore variabilità potrebbe riflettere l'influenza di fattori individuali che amplificano le differenze tra i partecipanti.

In sintesi, l'effetto SNARC sembra essere più robusto e consistente nel compito implicito rispetto a quello esplicito. Questo suggerisce che le risposte implicite all'effetto SNARC sono meno influenzate da variabili individuali rispetto alle risposte esplicite, che mostrano una maggiore variabilità inter-individuale e cambiamenti nel tempo.

	experiment	session	general	robust	null	robust_opp
1	explicit	first	0.7987805	0.7378049	0.1463415	0.20121951
2	explicit	second	0.7926829	0.6829268	0.1707317	0.20731707
3	implicit	first	0.9056604	0.6603774	0.3144654	0.09433962
4	implicit	second	0.8553459	0.5911950	0.3584906	0.14465409

Figura 10: proporzione di partecipanti che mostrano effetti SNARC con diverse intensità e direzioni, suddivisi per esperimento e sessione, in base ai valori del coefficiente di correlazione  $r$ .

Vale anche la pena notare che, nel passaggio dalla prima alla seconda sessione, sembrano esserci transizioni da SNARC nella direzione prevista a SNARC nella

direzione opposta, e viceversa. In tal senso, una serie di analisi ulteriori hanno mostrato che, per il compito esplicito, su un totale di 163 partecipanti, il 55.8% ha mostrato un effetto SNARC negativo sia nella prima che nella seconda sessione. Solo il 3.1% dei partecipanti ha mostrato un effetto nullo in entrambe le sessioni, e un altro 3.1% ha mostrato un effetto SNARC positivo in entrambe le sessioni. Inoltre, il 9.2% dei partecipanti ha mostrato un effetto SNARC negativo nella prima sessione e un effetto nullo nella seconda, mentre un'altra percentuale uguale (9.2%) ha mostrato un effetto SNARC negativo nella prima sessione e un effetto positivo nella seconda. Il 9.2% ha mostrato un effetto nullo nella prima sessione e un effetto negativo nella seconda, mentre il 2.5% ha mostrato un effetto nullo nella prima sessione e un effetto positivo nella seconda. Infine, il 3.1% ha mostrato un effetto SNARC positivo nella prima sessione e un effetto nullo nella seconda, e il 4.9% ha mostrato un effetto SNARC positivo in entrambe le sessioni.

Per l'esperimento implicito, su un totale di 159 partecipanti, il 44.0% ha mostrato un effetto SNARC negativo sia nella prima che nella seconda sessione. Il 16.4% ha mostrato un effetto nullo in entrambe le sessioni, mentre non ci sono stati partecipanti con effetto SNARC positivo in entrambe le sessioni. Il 18.9% dei partecipanti ha mostrato un effetto SNARC negativo nella prima sessione e un effetto nullo nella seconda. Solo il 3.1% ha mostrato un effetto negativo nella prima sessione e un effetto positivo nella seconda, e il 13.2% ha mostrato un effetto nullo nella prima sessione e un effetto negativo nella seconda. L'1.9% ha mostrato un effetto nullo nella prima sessione e un effetto positivo nella seconda, così come l'1.9% ha mostrato un effetto SNARC positivo nella prima sessione e un effetto nullo nella seconda. Solo lo 0.6% dei partecipanti ha mostrato un effetto SNARC positivo in entrambe le sessioni.

Attraverso *l'Edinburgh Handedness Inventory* (EHI) (Oldfield, 1971) è stato possibile analizzare la distribuzione, all'interno dell'esperimento, di partecipanti destrimani, mancini e ambidestri. I risultati mostrano che, sia nell'esperimento esplicito che in quello implicito, la maggior parte dei partecipanti è destrimane, con percentuali rispettivamente dell'87,20% e dell'87,42%. I partecipanti mancini sono relativamente pochi, costituendo solo il 6,10% e il 6,92% dei partecipanti per i compiti esplicito e implicito, rispettivamente. Inoltre, la percentuale di partecipanti ambidestri è bassa in entrambi i casi, pari al 6,71% per il compito esplicito e al 5,66% per il compito implicito.

Considerando i punteggi EHI, che misurano la manualità dei partecipanti, e i valori  $r$  che riflettono la presenza e la forza dell'effetto SNARC, testare la correlazione tra questi due valori serve a determinare se c'è una relazione tra la manualità dei partecipanti e l'effetto SNARC. Analizzando i risultati delle correlazioni e dei grafici per le diverse condizioni e sessioni, emergono diverse osservazioni importanti.

Per il compito esplicito, nella prima sessione non si osserva una correlazione significativa tra i punteggi EHI e i valori di  $r$ . Il coefficiente di correlazione è praticamente zero (0.004) e il  $p$ -value (0.9556) indica che non c'è evidenza statistica di una relazione lineare tra queste variabili in questa sessione. Questo suggerisce che, per la prima sessione del compito esplicito, le differenze nei punteggi EHI non sembrano influenzare i valori di  $r$  in modo significativo.

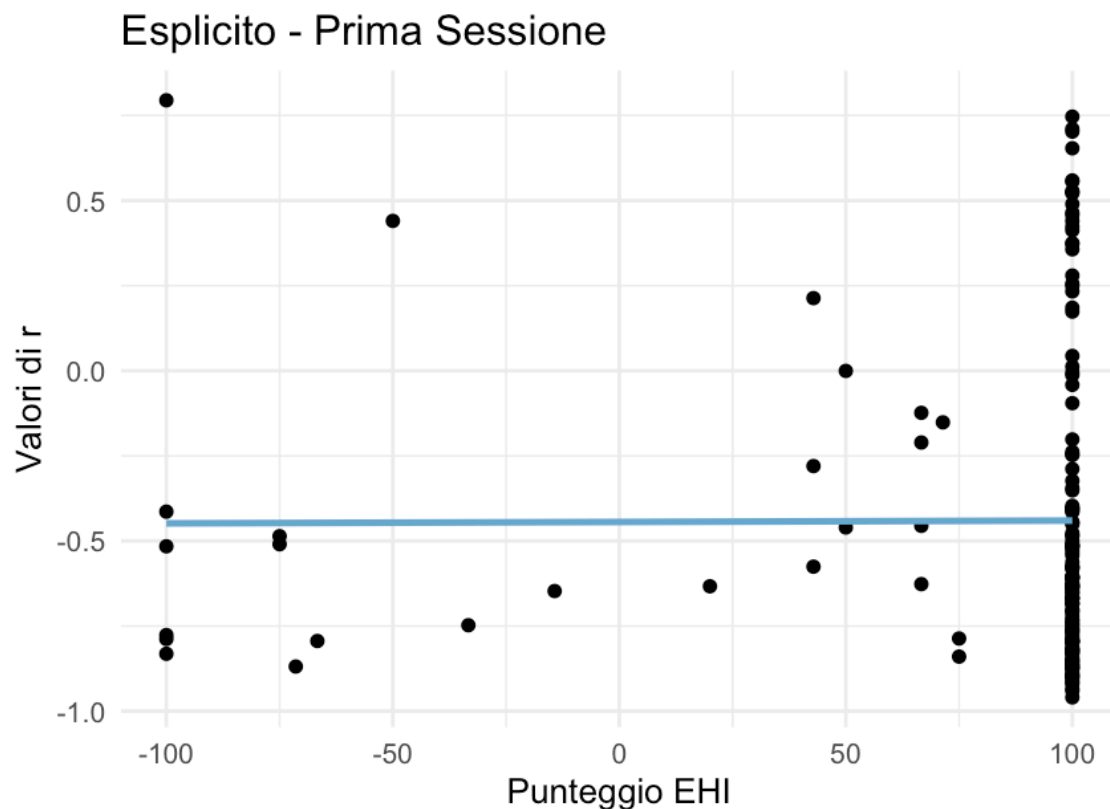


Figura 11: Relazione tra punteggi EHI e valori  $r$  compito esplicito-prima sessione

Per il compito esplicito nella seconda sessione, il test di correlazione indica un valore di  $r$  di 0.1584 con un  $p$ -value di 0.04276. Sebbene la correlazione sia modesta, il  $p$ -value suggerisce che questa relazione è statisticamente significativa. Il grafico associato (Figura 12) mostra una leggera inclinazione positiva della linea di regressione. Questo

suggerisce che esiste una debole ma significativa tendenza per cui punteggi più alti nell'EHI sono associati a valori più alti di  $r$ . Questo risultato è in verità contro-intuitivo, in quanto sembra suggerire che il mancino sia associato ad un effetto SNARC più marcato. Occorre interpretare questo risultato con molto scetticismo e cautela, in quanto è evidente da Figura 12 come la forte skew di entrambe le variabili poste in correlazione possa aver distorto il risultato dell'analisi di regressione.

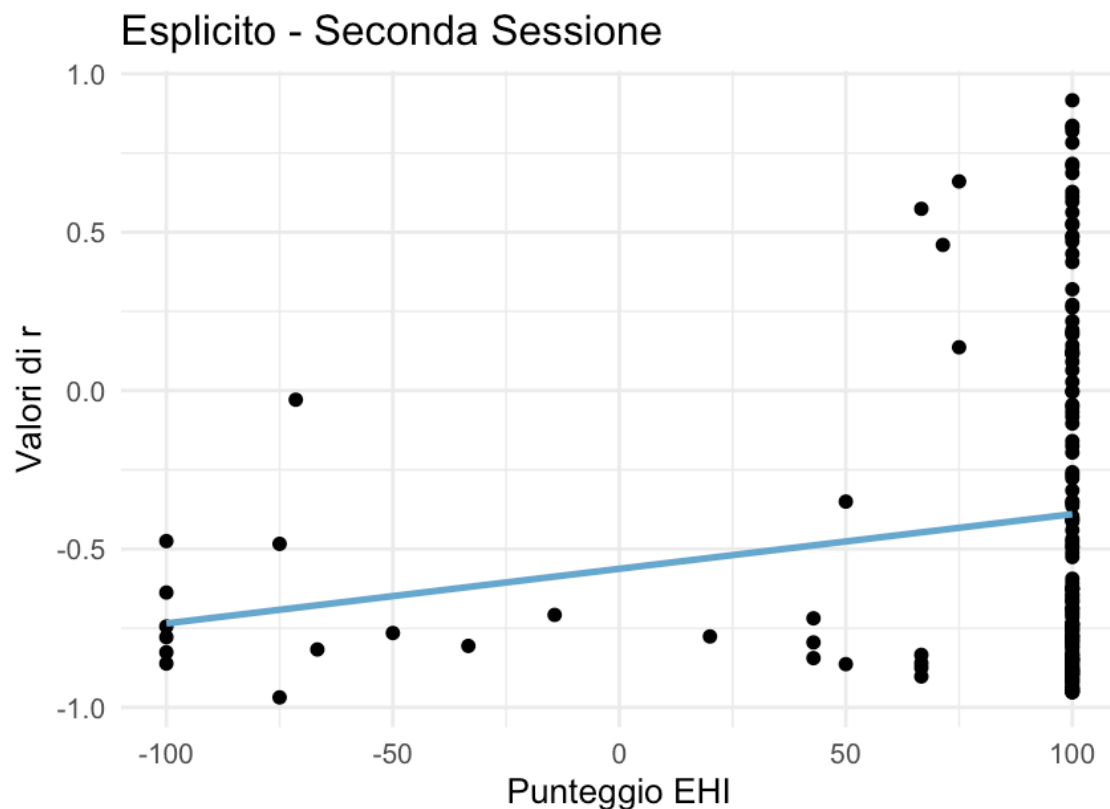


Figura 12: Relazione tra punteggi EHI e valori  $r$  compito esplicito-seconda sessione

Per il compito implicito nella prima sessione, i risultati del test di correlazione mostrano un valore di  $r$  di  $-0.0065$  e un  $p$ -value di  $0.9355$ . Questo indica che la correlazione è praticamente nulla e non significativa. Il grafico evidenzia che i punti sono distribuiti casualmente e la linea di regressione è quasi orizzontale. Questo suggerisce che non ci sono relazioni evidenti tra il punteggio EHI e i valori di  $r$  in questa sessione, confermando che il compito implicito non ha prodotto risultati che indicano una connessione chiara tra le due variabili in questo caso specifico.

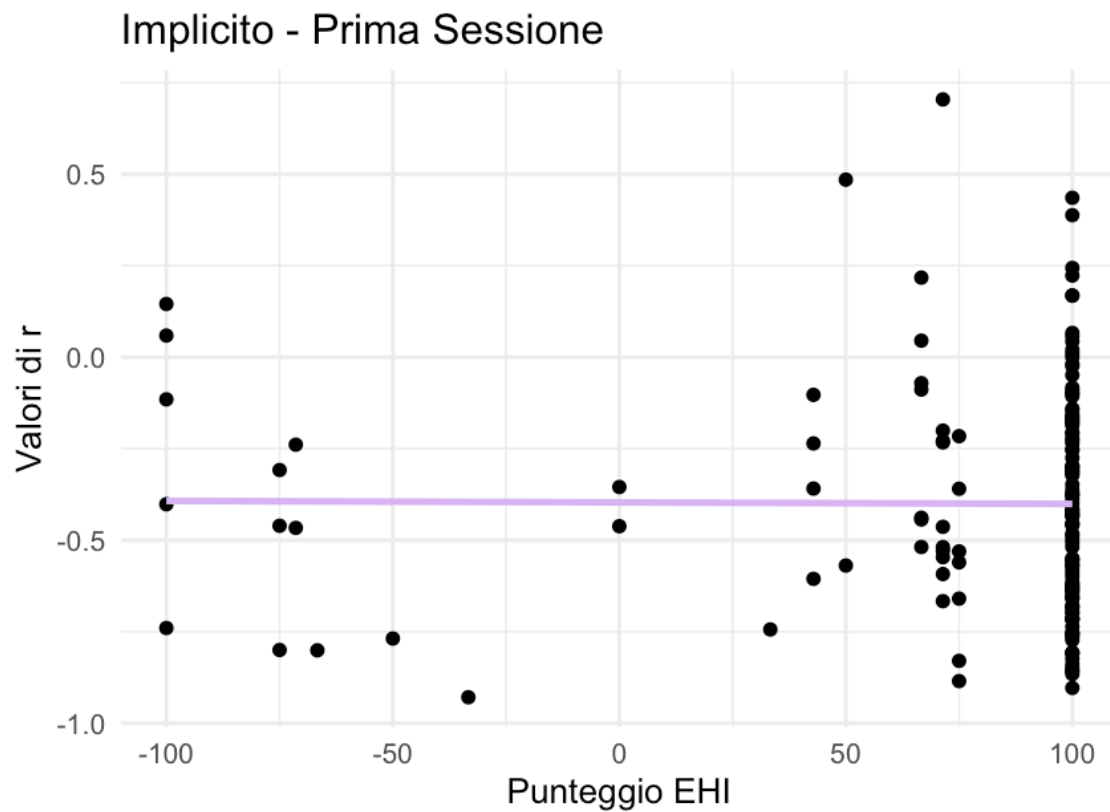


Figura 13: Relazione tra punteggi EHI e valori  $r$  compito implicito-prima sessione

Infine, per il compito implicito nella seconda sessione, il valore di  $r$  è 0.0285 con un  $p$ -value di 0.7218. Anche in questo caso, la correlazione è molto bassa e non significativa. Il grafico mostra una distribuzione casuale dei punti e una linea di regressione che non presenta inclinazioni significative. Non emerge alcuna tendenza evidente, e la linea di regressione non si adatta in modo sostanziale ai punti, evidenziando l'assenza di un effetto significativo.

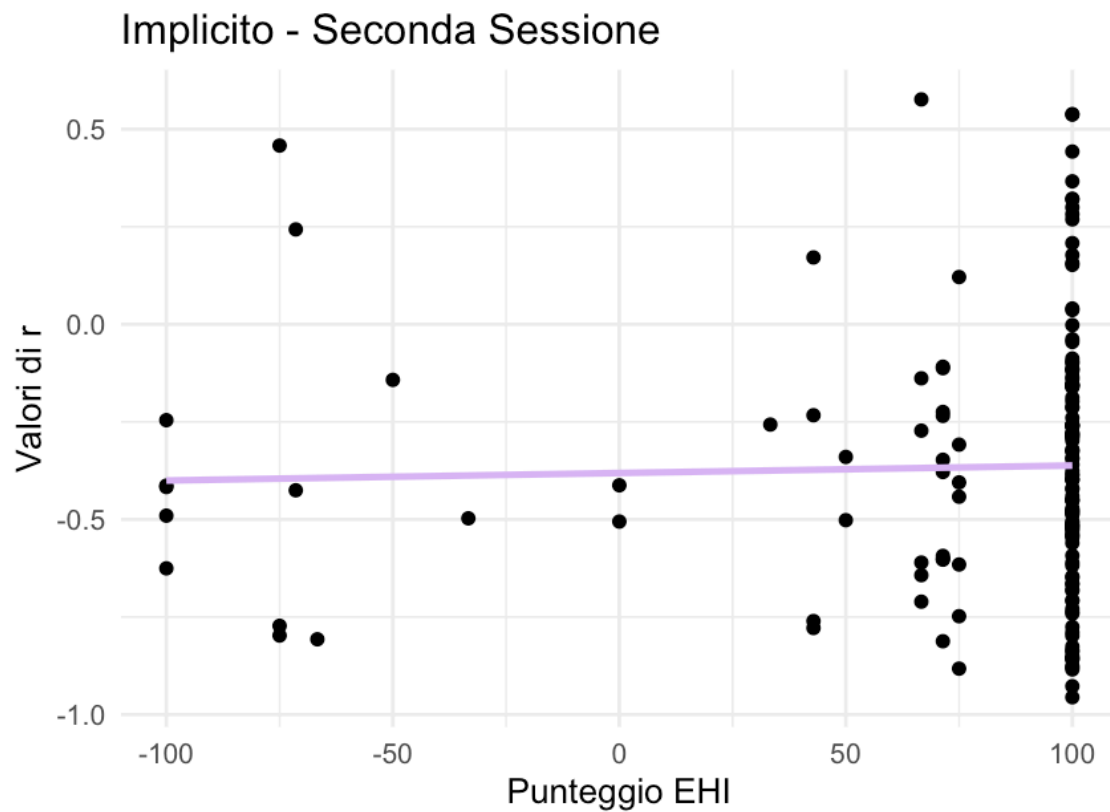


Figura 14: Relazione tra punteggi EHI e valori  $r$  compito implicito-seconda sessione

I risultati suggeriscono che, sebbene ci sia una debole ed incerta evidenza di correlazione per il compito esplicito nella seconda sessione, la relazione tra i punteggi EHI e i valori di  $r$  è, nel complesso, sostanzialmente trascurabile.

In seguito, si andrà a testare la test-retest reliability dell'effetto SNARC, testando le correlazioni tra gli  $r$  e i  $b$  tra le due sessioni, separatamente per il compito esplicito e quello implicito.

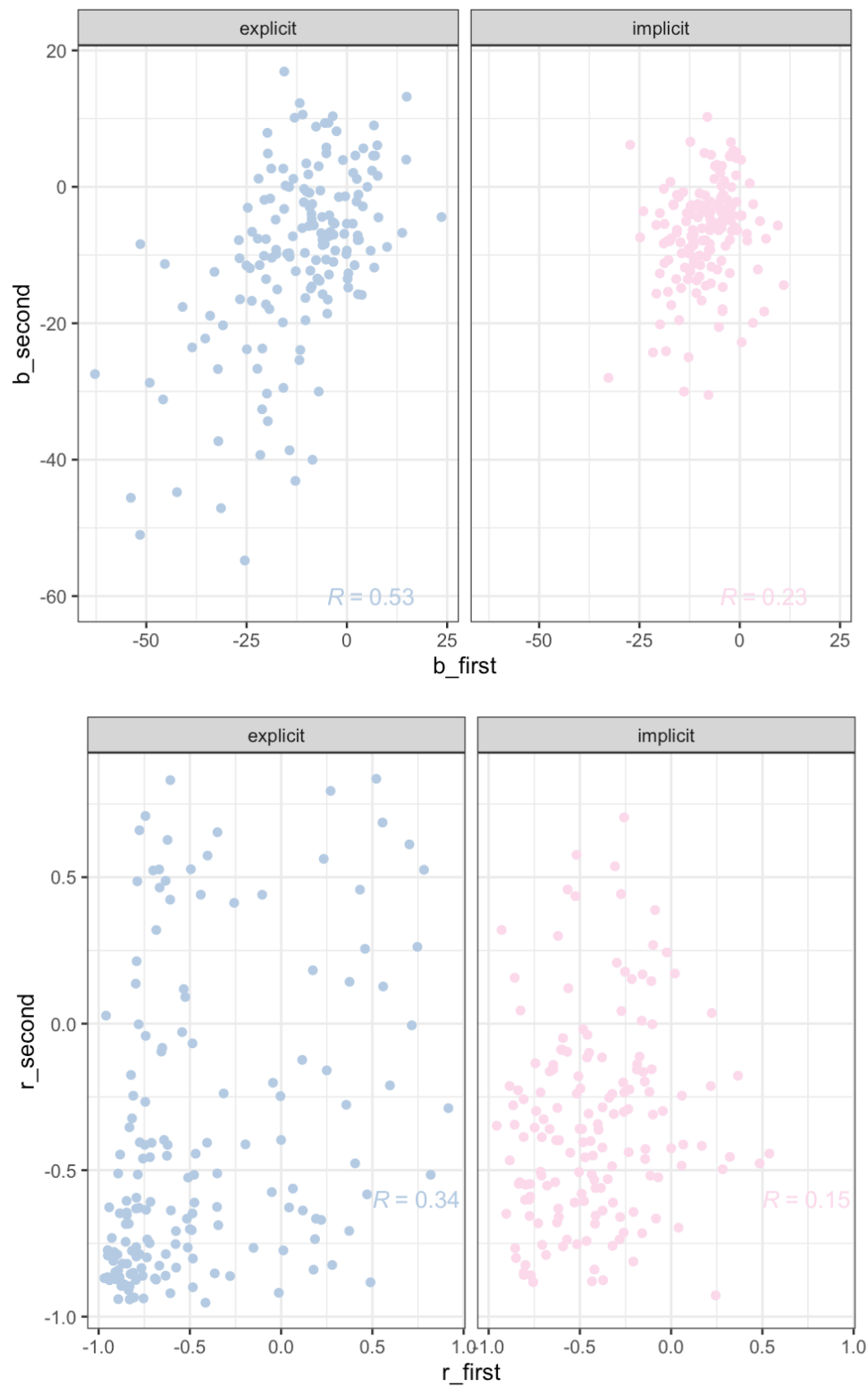


Figura 12: relazione tra i coefficienti  $r_s$  e  $b_s$

I grafici mostrano la relazione tra i coefficienti  $r$  e  $b$  nelle due sessioni separatamente per il compito implicito ed esplicito. Da una prima analisi, è stata

riscontrata la presenza di un *outlier* nel compito esplicito, ovvero un punto che si distanziava notevolmente dal cluster centrale dei dati. È da notare che questo outlier non è rappresentato in Figura 12, che mostra le correlazioni già “ripulite” da questo outlier. L’importanza e la legittimità della rimozione dei dati di questo partecipante è evidente se si considera che, includendo l’outlier, la test-retest reliability nel compito implicito passa da 0.53 a 0.42.

Il compito implicito, che non è influenzato dalla presenza dell'outlier, mostra una correlazione più debole con  $r=0.23$ . Questo indica una relazione meno pronunciata tra le variabili, indipendentemente dalla presenza dell'outlier.

Per il compito esplicito, la correlazione test-retest per il coefficiente di regressione ( $b$ ) nelle due sessioni è risultata moderata e statisticamente significativa. Il coefficiente di correlazione Pearson risultante era  $r = 0.532$ , con un  $p$ -value inferiore a 0.001. L'intervallo di confidenza al 95% per questa correlazione risultava compreso tra 0.412 e 0.634, suggerendo una buona consistenza dei coefficienti di regressione tra le due sessioni per i compiti espliciti.

Nel caso del compito implicito, la correlazione test-retest per i coefficienti di regressione è risultata più bassa,  $r = 0.227$ , con un  $p$ -value di 0.004, il che indica una significatività statistica. Tuttavia, l'intervallo di confidenza al 95% è più vicino a zero, variando tra 0.074 e 0.369, indicando una consistenza inferiore dei coefficienti di regressione tra le sessioni per i compiti impliciti rispetto ai compiti espliciti.

Per quanto riguarda i coefficienti di correlazione  $r$ , i risultati mostrano differenze significative tra i due tipi di compito. Nel caso del compito implicito, la correlazione test-retest per i coefficienti di correlazione è stata moderata e significativa, con  $r = 0.343$ , e un  $p$ -value inferiore a 0.001 e un intervallo di confidenza al 95% compreso tra 0.200 e 0.472. Questo riflette una buona stabilità dei coefficienti di correlazione tra le sessioni per il compito esplicito.

In contrasto, nel compito implicito, la correlazione test-retest per i coefficienti di correlazione è risultata meno forte e non statisticamente significativa al livello del 5%, con  $r = 0.148$  e un  $p$ -value di 0.063. L'intervallo di confidenza al 95% si estendeva da -0.008 a 0.297. Questo suggerisce una consistenza relativamente bassa dei coefficienti di correlazione tra le sessioni per il compito implicito.

In sintesi, i risultati indicano che il compito esplicito mostra una maggiore affidabilità test-retest sia per i coefficienti di regressione che per i coefficienti di correlazione rispetto al compito implicito. Questi dati evidenziano che vi sono cambiamenti significativi e variabilità nell'effetto SNARC tra le due sessioni, indicando che l'effetto potrebbe non essere sempre stabile nel tempo. I compiti espliciti mostrano una maggiore affidabilità test-retest rispetto ai compiti impliciti, sia per i coefficienti di regressione che per i coefficienti di correlazione. I coefficienti di regressione e di correlazione nei compiti espliciti sono più stabili e coerenti tra le sessioni rispetto ai compiti impliciti.

Questa maggiore affidabilità dei compiti espliciti potrebbe suggerire che le misurazioni relative agli effetti SNARC nei compiti espliciti sono più robuste e meno suscettibili a variazioni tra sessioni rispetto a quelle ottenute con i compiti impliciti.

Nel corso dell'analisi, è stato anche valutato il grado di variabilità delle misure  $b$  e  $r$  nei due esperimenti, esplicito e implicito, calcolando le deviazioni standard per ciascuna misura e successivamente esprimendo queste deviazioni come percentuale della media assoluta delle rispettive variabili. La variabilità sembra maggiore per il compito esplicito che per quello implicito, ed è anche maggiore per  $b$  che per  $r$ .

Per il compito esplicito, la deviazione standard di  $b$  è del 125.24% nella prima sessione e 142,84% nella seconda sessione. Per  $r$ , nel compito esplicito, la deviazione standard è dell'108.47% nella prima sessione e del 122.42% nella seconda sessione, mostrando anch'essa una deviazione standard elevata, ma inferiore rispetto a  $b$ .

Nel compito implicito, la deviazione standard di  $b$  è dell'84.98% nella prima sessione e dell'111.11% nella seconda sessione, che è più bassa rispetto ai valori ottenuti per  $b$  nel gruppo esplicito, mentre la deviazione standard di  $r$  è del 74.19% nella prima sessione e del 97.80% nella seconda sessione, risultando più contenuta rispetto al gruppo esplicito. Questi risultati indicano che la variabilità relativa di  $b$  è sempre più alta rispetto a quella di  $r$ , e che la variabilità complessiva è maggiore nel compito esplicito rispetto al compito implicito.

In conclusione, sebbene l'effetto SNARC sia ampiamente osservabile, la sua robustezza e la variabilità dipendono significativamente dal tipo di compito e dalle condizioni sperimentali. Le analisi della test-retest reliability hanno mostrato che la correlazione tra i coefficienti calcolati nelle due sessioni è relativamente bassa,

suggerendo una notevole variabilità nel tempo e tra i partecipanti. Questo riflette una certa instabilità dell'effetto SNARC, con variazioni osservate tra le sessioni e tra i tipi di compito, indicando che l'effetto può essere influenzato da diversi fattori sperimentali e individuali.

È importante notare che la maggiore test-retest reliability osservata nei compiti espliciti rispetto a quelli impliciti potrebbe essere attribuita alla maggiore variabilità dei dati nel compito esplicito. Come ampiamente discusso da Hedges e colleghi (2018) misure caratterizzate da una maggiore variabilità tendono ad essere associate a una maggiore test-retest reliability. Questo perché una maggiore variabilità nelle misurazioni può amplificare la possibilità di rilevare una correlazione tra le sessioni, mentre misure meno variabili possono mostrare una scarsa test-retest reliability. Una maggiore variabilità nei dati nel compito esplicito potrebbero contribuire a una maggiore affidabilità test-retest, mentre la minore variabilità nel compito implicito potrebbe spiegare la minore affidabilità osservata.

In un compito esplicito, i partecipanti potrebbero essere più consapevoli del compito e quindi le loro risposte variare di più in base alla loro interpretazione del compito numerico. Questa maggiore variabilità consente una misurazione più precisa dell'effetto SNARC tra sessioni diverse, portando a una test-retest reliability più elevata. Al contrario, nel compito implicito, i partecipanti potrebbero essere meno consapevoli dell'associazione numerica-spaziale, portando a risposte più uniformi e meno variabili. Questa minore variabilità riduce la capacità di discriminare pattern individuali tra le sessioni, abbassando così la test-retest reliability.

Questa osservazione sottolinea l'importanza di considerare la variabilità dei dati quando si interpretano i risultati di test-retest reliability e evidenzia la necessità di approcci più mirati per comprendere e controllare questa variabilità. Una comprensione più profonda delle fonti di variabilità e dei fattori che influenzano l'effetto SNARC è essenziale per migliorare l'affidabilità delle misurazioni e per ottenere risultati più consistenti nei futuri studi sperimentali.

### **3.2.1 Discussione**

I risultati ottenuti nel corso di questo studio hanno evidenziato che l'effetto SNARC, sebbene presente, mostra una considerevole variabilità a seconda delle condizioni

sperimentali. L'analisi dei dati ha fornito una panoramica dettagliata dell'effetto SNARC nei vari contesti sperimentali, permettendo di trarre alcune conclusioni significative riguardo alla forza, alla variabilità e alla consistenza dell'effetto SNARC.

L'effetto SNARC, il fenomeno per cui i tempi di risposta ai compiti di confronto numerico variano in base alla posizione del tasto di risposta, è stato osservato sia nei compiti espliciti che impliciti. Tuttavia, la forza e la direzione dell'effetto hanno mostrato variazioni significative tra i diversi tipi di compito. La test-retest reliability, che misura la stabilità dell'effetto quando lo stesso individuo viene sottoposto a due sessioni diverse nel tempo, è fondamentale per comprendere quanto l'effetto SNARC possa essere considerato una misura stabile delle capacità cognitive nel tempo.

L'affidabilità test-retest si riferisce alla coerenza dei punteggi dei partecipanti tra diverse sessioni di test. Una bassa affidabilità può indicare che l'effetto non è una caratteristica stabile e predittiva delle capacità individuali.

Studi recenti hanno esplorato l'affidabilità test-retest dell'effetto SNARC, rivelando una variabilità significativa. Hedge et al. (2018) hanno esaminato la test-retest reliability di diversi effetti cognitivi, incluso l'effetto SNARC (compito esplicito), e hanno trovato che, nonostante l'effetto SNARC fosse evidente nei compiti sperimentali, la test-retest reliability era relativamente bassa ( $\sim 0.22-0.23$ ). Questo riflette una scarsa stabilità dell'effetto nel tempo e suggerisce che l'effetto SNARC potrebbe essere influenzato da variabili non controllate tra le sessioni.

Questo studio ha analizzato in dettaglio la test-retest reliability dell'effetto SNARC utilizzando sia compiti impliciti che espliciti. Contrariamente a quanto osservato in studi precedenti, i risultati mostrano che la test-retest reliability dell'effetto SNARC nel compito esplicito è moderatamente alta ( $r = .53$ ), suggerendo una certa stabilità dell'effetto. In confronto, la test-retest reliability nei compiti impliciti è risultata più bassa ( $r = .34$ ), indicando una minore stabilità dell'effetto SNARC nel tempo. Questa maggiore variabilità nei compiti impliciti potrebbe riflettere una minore consistenza nelle risposte automatiche e una maggiore influenza di fattori esterni non controllati tra le sessioni, ma anche differenze di base legate alla maggiore o minore variabilità dell'effetto nei diversi tipi di compito.

Hedge et al. (2018) mettono in luce la bassa test-retest reliability dell'effetto SNARC e suggeriscono cautela nell'utilizzo di questa misura come indicatore stabile nelle ricerche

correlazionali. A causa della variabilità osservata, l'effetto SNARC potrebbe non essere una misura affidabile e costante delle caratteristiche cognitive degli individui nel tempo. Per affrontare queste problematiche, Hedge et al. (2018) propongono di considerare l'uso di misure alternative che abbiano dimostrato una maggiore affidabilità, di applicare controlli sperimentali più rigidi per ridurre la variabilità non controllata, e di condurre studi con campioni più ampi e un numero maggiore di prove per migliorare la robustezza dei risultati. Inoltre, raccomandano di interpretare i risultati basati sull'effetto SNARC con cautela, riconoscendo che le fluttuazioni possono riflettere variabili contestuali piuttosto che caratteristiche stabili degli individui. Inoltre, l'analisi della relazione tra i punteggi dell'Edinburgh Handedness Inventory (EHI) e i valori di  $r$  ha mostrato che, sebbene ci siano alcune evidenze di correlazione nel compito esplicito nella seconda sessione, la relazione non è forte o consistente. Questo suggerisce che la manualità dei partecipanti potrebbe avere un impatto limitato sull'effetto SNARC, o che altri fattori potrebbero influenzare l'effetto in modi non catturati da questa analisi. La mancanza di una correlazione significativa nei compiti impliciti rafforza l'idea che la variabilità dell'effetto SNARC possa essere più influenzata da fattori non legati alla manualità.

## **Capitolo IV**

### **LIMITI E SVILUPPI FUTURI**

Lo studio condotto ha permesso di esplorare in profondità la test-retest reliability dell'effetto SNARC, concentrandosi in particolare sulla variabilità delle risposte dei partecipanti in due sessioni sperimentali distinte. Il principale obiettivo di questa ricerca era determinare se l'effetto SNARC si manifestasse in modo stabile nel tempo e se le sue caratteristiche rimanessero coerenti in diversi contesti sperimentali, nello specifico nei compiti espliciti e impliciti.

Attraverso un'analisi dettagliata, è emerso che l'effetto SNARC era presente in una parte significativa dei partecipanti, ma con alcune variazioni importanti che sembrano dipendere sia dal tipo di compito sia dalla sessione sperimentale.

Un elemento chiave di questo studio è stata l'analisi della test-retest reliability dell'effetto SNARC, che è emersa come moderata. La tendenza osservata è che l'effetto SNARC è maggiormente variabile nel compito esplicito rispetto a quello implicito, suggerendo che la modalità di elaborazione dell'informazione numerica e la sua associazione con lo spazio mentale possono variare significativamente a seconda del contesto e del tipo di task proposto. Nei compiti impliciti, l'effetto SNARC appare più omogeneo tra i partecipanti, suggerendo una minore variabilità inter-individuale.

Studi precedenti, come quelli condotti da Fias et al. (1996) e Dehaene et al. (2003), avevano già evidenziato come l'effetto SNARC potesse variare a seconda del compito e del contesto sperimentale, ma i risultati di questo studio suggeriscono una variabilità ancora più pronunciata, specialmente nei compiti espliciti. Questo potrebbe indicare che il compito esplicito richiede un'elaborazione più complessa e cosciente dell'informazione numerica, rendendo l'effetto SNARC più suscettibile a influenze esterne e a differenze individuali nella strategia di risposta.

Un'altra scoperta rilevante è stata l'assenza di una correlazione significativa tra la manualità dei partecipanti, misurata tramite il punteggio EHI (Oldfield, 1971), e l'effetto SNARC. Questo risultato suggerisce che l'effetto SNARC non è fortemente influenzato dalla dominanza manuale, almeno nel campione considerato. Tale conclusione è in linea con i risultati dello studio di Dehaene et al. (1993), che aveva dimostrato che l'effetto SNARC non si inverte negli individui mancini e non subisce alterazioni significative

anche quando ai partecipanti viene richiesto di rispondere con le mani incrociate. Questo rinforza l'idea che l'effetto SNARC sia una rappresentazione mentale numerica fortemente radicata, non facilmente influenzabile dalla manualità o da semplici cambiamenti nella postura o nella modalità di risposta.

La mancanza di una relazione significativa con la manualità suggerisce che altri fattori potrebbero essere coinvolti nella modulazione dell'effetto. È importante esplorare ulteriormente queste variabili per ottenere una comprensione più completa dell'effetto SNARC e della sua stabilità nel tempo. Potrebbe essere utile indagare se le variazioni dell'effetto SNARC siano legate a differenze individuali nei processi cognitivi o a variabili contestuali specifiche.

Tuttavia, nonostante i risultati ottenuti siano di grande interesse, lo studio presenta alcune limitazioni che meritano attenzione e che potrebbero influenzare l'interpretazione dei risultati. In primo luogo, il campione utilizzato, composto prevalentemente da individui giovani e destrimani (297 partecipanti destrimani), potrebbe limitare la generalizzabilità dei risultati ad altre popolazioni.

Sebbene la predominanza di partecipanti destrimani non abbia mostrato un impatto statisticamente significativo sull'effetto SNARC, la mancanza di diversità in termini di dominanza manuale e altre caratteristiche demografiche potrebbe comunque limitare la validità esterna dei risultati. Inoltre, anche eccessive differenze di età potrebbero influenzare la manifestazione e l'interpretazione dell'effetto SNARC in modi non completamente esplorati in questo studio. Inoltre, l'assenza di una varietà di background culturale tra i partecipanti potrebbe ridurre la possibilità di applicare i risultati a popolazioni più ampie e diverse. Pertanto, future ricerche dovrebbero considerare campioni più eterogenei in termini di età, dominanza manuale e background culturale per determinare se i risultati osservati sono validi anche per altri gruppi demografici. Pertanto, future ricerche dovrebbero considerare campioni più eterogenei per verificare se i risultati osservati siano validi anche in altri gruppi demografici.

Inoltre, l'intervallo di tempo di quattordici giorni tra le due sessioni sperimentali potrebbe non essere stato sufficiente per catturare le variazioni più ampie dell'effetto SNARC che potrebbero emergere con intervalli temporali più lunghi o con cambiamenti più drastici nelle condizioni sperimentali. Studi futuri potrebbero beneficiare dell'esplorazione della stabilità dell'effetto SNARC su periodi di tempo più estesi, per

comprendere meglio come e quanto l'effetto possa variare nel tempo e quali fattori possano contribuire a tali variazioni.

Un'altra limitazione riguarda la metodologia utilizzata per misurare l'effetto SNARC. Sebbene l'approccio basato sui coefficienti di regressione e di pendenza sia utile per quantificare l'effetto, potrebbe non catturare tutte le sfumature della sua manifestazione, in particolare per quanto riguarda la variabilità intraindividuale. La variabilità intraindividuale potrebbe riflettere differenze nelle strategie cognitive utilizzate dai partecipanti durante il compito. Per esempio, strategie cognitive diverse o variazioni nella concentrazione e nell'attenzione potrebbero influenzare la manifestazione dell'effetto SNARC e non essere adeguatamente rilevate attraverso i metodi attuali.

Inoltre, fattori contingenti come lo stato d'animo o le condizioni ambientali possono influenzare la performance durante il test, ma potrebbero non essere direttamente captati dai coefficienti di regressione utilizzati per misurare l'effetto SNARC. Questi fattori possono contribuire a una variabilità che non è completamente spiegata dal modello di misurazione attuale. Pertanto, future ricerche potrebbero esplorare più approfonditamente la variabilità intraindividuale e i meccanismi cognitivi sottostanti l'effetto SNARC, magari attraverso metodi di misurazione più sensibili o approcci che considerino questi fattori contingenti.

Si potrebbe estendere l'indagine su gruppi di età diversi, includendo anche un campione più variegato in termini di dominanza manuale, per esaminare meglio l'effetto SNARC in popolazioni diverse. Una maggiore varietà nel campione potrebbe rivelare differenze significative nel modo in cui l'effetto SNARC si manifesta e potrebbe contribuire a una comprensione più completa della sua natura. Ad esempio, potrebbe essere interessante studiare se l'effetto SNARC si manifesti in modo differente in persone anziane rispetto ai giovani o se la cultura e l'esposizione a differenti sistemi di numerazione abbiano un impatto sull'effetto.

In aggiunta, sarebbe di grande interesse esplorare come variabili come lo stress, la fatica o le condizioni ambientali possano influenzare la stabilità dell'effetto SNARC. È noto che fattori come lo stress e la fatica possono influenzare le prestazioni cognitive in generale, e potrebbe essere che essi abbiano un impatto significativo anche sull'effetto SNARC. Indagare questi fattori potrebbe offrire nuove intuizioni su come l'effetto SNARC si adatti o si modifichi in risposta a diverse condizioni psicofisiche.

Un altro filone di ricerca potenzialmente promettente potrebbe concentrarsi sull'analisi dettagliata della variabilità intraindividuale dell'effetto SNARC, utilizzando metodologie più avanzate e focalizzate sull'individuo. Questo approccio permetterebbe di comprendere meglio le dinamiche che regolano l'interazione tra numeri e spazio mentale, e come queste possano variare non solo tra individui diversi, ma anche all'interno dello stesso individuo in momenti differenti.

Infine, come discusso nel primo capitolo, l'integrazione di tecniche neuroscientifiche, come la risonanza magnetica funzionale (fMRI) o la stimolazione magnetica transcranica (TMS), potrebbe offrire nuove intuizioni sui meccanismi neurali sottostanti l'effetto SNARC e la sua variabilità.

## Bibliografía

- \* Peirce, J. W., & MacAskill, M. R. (2018). Building experiments in PsychoPy. London: Sage.
- \* R Core Team (2022). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>
- \*R.C. Oldfield, “The Assessment and analysis of handedness: the Edinburgh Inventory”, M.R.C. speech and communication unit, Edinburgh University, Scotland, *Neuropsychologia*, 9, pp. 97-113, pergamon press, England, 1971
- Alarcón, M., DeFries, J. C., Light, J. G., & Pennington, B. F. (1997). A twin study of mathematics disability. *Journal of learning disabilities*, 30(6), 617–623. <https://doi.org/10.1177/002221949703000605>
- Benson, D. F., & Denckla, M. B. (1969). Verbal paraphasia as a source of calculation disturbance. *Archives of Neurology*, 21(1), 96–102. <https://doi.org/10.1001/archneur.1969.00480130110011>
- Berch, D. B., Foley, E. J., Hill, R. J., & Ryan, P. M. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of experimental child psychology*, 74(4), 286–308. <https://doi.org/10.1006/jecp.1999.2518>
- Bertillon, J. (1880). De la vision des nombres. *La Nature*, 378, 196–198.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science (New York, N.Y.)*, 282(5389), 746–749. <https://doi.org/10.1126/science.282.5389.746>
- Brybaert, M. (1995). Arabic number reading: On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(4), 434–452. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.4.434>

Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103(6), 1131–1136. <https://doi.org/10.1037/h0037361>

Butterworth, B. (1999). *Intelligenza matematica*. Milano: Rizzoli.

Campbell, J. I. D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition*, 53(1), 1–44. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(94\)90075-2](https://doi.org/10.1016/0010-0277(94)90075-2)

Campbell, J. I. D. (1994). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1(2), 121–164.

Campbell, J. I. D., & Clark, J. M. (1988). An encoding-complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol, and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General*, 117(2), 204–214. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.117.2.204>

Campbell, J. I. D., & Clark, J. M. (1992). Cognitive number processing: An encoding-complex perspective. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 457–491). North-Holland: Elsevier Science Publishers. [https://doi.org/10.1016/S0166-4115\(08\)60894-8](https://doi.org/10.1016/S0166-4115(08)60894-8)

Campbell, J. I. D., & Epp, L. J. (2004). An encoding-complex approach to numerical cognition in Chinese-English bilinguals. *Canadian Journal of Experimental Psychology / Revue canadienne de psychologie expérimentale*, 58(4), 229–244. <https://doi.org/10.1037/h0087447> (p. 231).

Caramazza A. (1986). On drawing inferences about the structure of normal cognitive systems from the analysis of patterns of impaired performance: the case for single-patient studies. *Brain and cognition*, 5(1), 41–66. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(86\)90061-8](https://doi.org/10.1016/0278-2626(86)90061-8)

Case, R., Okamoto, Y., Griffin, S., McKeough, A., Bleiker, C., Henderson, B., Marra Stephenson, K., Siegler, R. S., & Keating, D. P. (1996). *The role of central conceptual structures in the development of children's thought*. *Monographs of the Society for*

*Research in Child Development*, 61(1/2), i–vi, 1–295.  
Wiley. <https://doi.org/10.2307/1166077>

Castronovo, J., & Seron, X. (2007). Semantic numerical representation in blind subjects: The role of vision in the spatial format of the mental number line. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, 101 - 119.

Chochon, F., Cohen, L., van de Moortele, P. F., & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of cognitive neuroscience*, 11(6), 617–630.  
<https://doi.org/10.1162/089892999563689>

Chochon, F., Cohen, L., van de Moortele, P. F., & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of cognitive neuroscience*, 11(6), 617–630.  
<https://doi.org/10.1162/089892999563689>

Cipora, K. et al. (2019). A minority pulls the sample mean: on the individual prevalence of robust group-level cognitive phenomena — the instance of the SNARC effect. Preprint at psyArXiv <https://doi.org/10.31234/osf.io/bwyr3>

Clark, J. M., & Campbell, J. I. (1991). Integrated versus modular theories of number skills and acalculia. *Brain and cognition*, 17(2), 204–239.  
[https://doi.org/10.1016/0278-2626\(91\)90075-j](https://doi.org/10.1016/0278-2626(91)90075-j)

Cohen Kadosh, R., Tzelgov, J., & Henik, A. (2008). A synesthetic walk on the mental number line: The size effect. *Cognition*, 106(2), 548–557. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.12.007>

Cohen, L., & Dehaene, S. (1991). Neglect dyslexia for numbers? A case report. *Cognitive Neuropsychology*, 8(1), 39–58. <https://doi.org/10.1080/02643299108253366>

Colvin, M. K., Funnell, M. G., & Gazzaniga, M. S. (2005). Numerical processing in the two hemispheres: studies of a split-brain patient. *Brain and cognition*, 57(1), 43–52. <https://doi.org/10.1016/j.bandc.2004.08.019>

Cytowic, R. E. (2002). *Synesthesia: A union of the senses* (2nd ed.). Boston Review. <https://doi.org/10.7551/mitpress/6590.001.0001>

Dehaene S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1–42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-n](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n)

Dehaene S. (1997), *The number sense*, New York, Cambridge, U.K., Oxford University Press, Penguin Press.

Dehaene S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: a logarithmic mental number line. *Trends in cognitive sciences*, 7(4), 145–147. [https://doi.org/10.1016/s1364-6613\(03\)00055-x](https://doi.org/10.1016/s1364-6613(03)00055-x)

Dehaene, S. (1997). *Il senso del numero*. Oxford University Press

Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *Journal of cognitive neuroscience*, 5(4), 390–407. <https://doi.org/10.1162/jocn.1993.5.4.390>

Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29(11), 1045–1074. [https://doi.org/10.1016/0028-3932\(91\)90076-K](https://doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-K)

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Toward an Anatomical and Functional Model of Number Processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, 33(2), 219–250. [https://doi.org/10.1016/S0010-9452\(08\)70002-9](https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70002-9)

Dehaene, S., & Naccache, L. (2001). Towards a cognitive neuroscience of consciousness: basic evidence and a workspace framework. *Cognition*, 79(1-2), 1–37. [https://doi.org/10.1016/s0010-0277\(00\)00123-2](https://doi.org/10.1016/s0010-0277(00)00123-2)

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371–396. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.122.3.371>

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16(3), 626–641. <https://doi.org/10.1037/0096-1523.16.3.626>

Deloche, G., & Willmes, K. (2000). Cognitive neuropsychological models of adult calculation and number processing: The role of the surface format of numbers. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(Suppl 2), S27–S40. <https://doi.org/10.1007/s007870070007>

Duncan, E. M., & McFarland, C. E., Jr (1980). Isolating the effects of symbolic distance and semantic congruity in comparative judgments: an additive-factors analysis. *Memory & cognition*, 8(6), 612–622. <https://doi.org/10.3758/bf03213781>

Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, 13(2), 150–156. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00427>

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>

Fias, W. (1996). The Importance of Magnitude Information in Numerical Processing: Evidence from the SNARC Effect. *Mathematical Cognition*, 2(1), 95–110. <https://doi.org/10.1080/135467996387552>

Gallistel, C. R., & Gelman, I., I (2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in cognitive sciences*, 4(2), 59–65. [https://doi.org/10.1016/s1364-6613\(99\)01424-2](https://doi.org/10.1016/s1364-6613(99)01424-2)

Galton, F. (1880). Statistics of mental imagery. *Mind*, os-V(19), 301–318. <https://doi.org/10.1093/mind/os-V.19.301>

Galton, F. (1880). Visualised numerals. *Nature*, 21, 252–256. <https://doi.org/10.1038/021252a0>

Galton, F. (1883). *Inquiries into human faculty and its development*. London: Macmillan.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.

Georges, C., Hoffmann, D., & Schiltz, C. (2017). How and Why Do Number-Space Associations Co-Vary in Implicit and Explicit Magnitude Processing Tasks?. *Journal of Numerical Cognition*, 3(2), 182-211. <https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.46>

Gerstmann, J. (1940). SYNDROME OF FINGER AGNOSIA, DISORIENTATION FOR RIGHT AND LEFT, AGRAPHIA AND ACALCULIA: LOCAL DIAGNOSTIC VALUE. *Journal of Nervous and Mental Disease*, 44, 398-408.

Gevers, W., Lammertyn, J., Notebaert, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Automatic response activation of implicit spatial information: Evidence from the SNARC effect. *Acta Psychologica*, 122(3), 221–233. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2005.11.004>

Gevers, W., Reynvoet, B., & Fias, W. (2003). The mental representation of ordinal sequences is spatially organized. *Cognition*, 87(3), B87–B95. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(02\)00234-2](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(02)00234-2)

Gross L. (2007). Neurons for numerosity: as quantities increase, so does the neuronal response. *PLoS biology*, 5(8), e226. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0050226>

Gross, J. J., & Thompson, R. A. (2007). Emotion regulation: Conceptual foundations. In J. J. Gross (Ed.), *Handbook of emotion regulation* (pp. 3–24). Guilford Press.

Hedge, C., Powell, G., & Sumner, P. (2018). The reliability paradox: Why robust cognitive tasks do not produce reliable individual differences. *Behavior research methods*, 50(3), 1166–1186. <https://doi.org/10.3758/s13428-017-0935-1>

- Helmreich, I., Zuber, J., & Moeller, K. (2011). Language effects on children's nonverbal number line estimations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 42(4), 603–616. <https://doi.org/10.1177/0022022111406026>
- Herrera, A., Macizo, P., & Semenza, C. (2008). The role of working memory in the association between number magnitude and space. *Acta psychologica*, 128(2), 225–237. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.01.002>
- Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: Evidence from the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 32: 662-673.
- Keus, I. M., & Schwarz, W. (2005). Searching for the functional locus of the SNARC effect: Evidence for a response-related origin. *Memory & Cognition*, 33(4), 681–695. <https://doi.org/10.3758/BF03195335>
- Kovas, Y., Haworth, C. M., Dale, P. S., & Plomin, R. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 72(3), vii–144. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5834.2007.00439.x>
- Lorch, R. F., & Myers, J. L. (1990). Regression analyses of repeated measures data in cognitive research. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 16(1), 149–157. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.16.1.149>
- Lucangeli, D., Iannitti, A., & Vettore, M. (2007). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Roma: Carocci.
- Mazzocco, M. (2007). Household intertemporal behaviour: A collective characterization and a test of commitment. *The Review of Economic Studies*, 74(3), 857–895. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2007.00447.x>
- McCloskey M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44(1-2), 107–157. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90052-j](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90052-j)

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, 4(2), 171–196. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)

McCloskey, M., Harley, W., & Sokol, S. M. (1991). Models of arithmetic fact retrieval: an evaluation in light of findings from normal and brain-damaged subjects. *Journal of experimental psychology. Learning, memory, and cognition*, 17(3), 377–397.

Moyer, R. S. (1973). Comparing objects in memory: Evidence suggesting an internal psychophysics. *Perception & Psychophysics*, 13(2), 180–184. <https://doi.org/10.3758/BF03214124>.

Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215(5109), 1519–1520. <https://doi.org/10.1038/2151519a0>

Nieder, A., & Miller, E. K. (2004). A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101(19), 7457–7462. <https://doi.org/10.1073/pnas.0402239101>

Nieder, A., Freedman, D. J., & Miller, E. K. (2002). Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science (New York, N.Y.)*, 297(5587), 1708–1711. <https://doi.org/10.1126/science.1072493>

Nuerk, H.-C., Iversen, W., & Willmes, K. (2004). Notational modulation of the SNARC and the MARC (linguistic markedness of response codes) effect. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 835-863.

Olthof, A., Iden, C. M., & Roberts, W. A. (1997). Judgements of ordinality and summation of number symbols by squirrel monkeys (*Saimiri sciureus*). *Journal of experimental psychology. Animal behavior processes*, 23(3), 325–339. <https://doi.org/10.1037//0097-7403.23.3.325>

Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals

a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33–41. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012>

Priftis, K., Zorzi, M., Meneghello, F., Marenzi, R., & Umiltà, C. (2006). Explicit versus implicit processing of representational space in neglect: Dissociations in accessing the mental number line. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18: 680-688.

Reynvoet, B., & Brysbaert, M. (1999). Single-digit and two-digit Arabic numerals address the same semantic number line. *Cognition*, 72(2), 191–201. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00048-7](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00048-7)

Reynvoet, B., Brysbaert, M., & Fias, W. (2002). Semantic priming in number naming. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology A: Human Experimental Psychology*, 55A(4), 1127–1139. <https://doi.org/10.1080/02724980244000116>

Roitman, J. D., Brannon, E. M., & Platt, M. L. (2007). Monotonic coding of numerosity in macaque lateral intraparietal area. *PLoS Biology*, 5(7), e208. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0050208>

Roth, L., Knödler, V., Schwarz, S., Willmes, K., Nuerk, H. C., van Dijck, J. P., & Cipora, K. (2023). Don't SNARC me now! Intraindividual variability of the SNARC effect—insights from the Ironman paradigm. Preprint at psyArXiv

Seymour, S. E., Reuter-Lorenz, P. A., & Gazzaniga, M. S. (1994). The disconnection syndrome: Basic findings reaffirmed. *Brain: A Journal of Neurology*, 117(1), 105–115. <https://doi.org/10.1093/brain/117.1.105>

Shaki, S., & Fischer, M. H. (2018). Deconstructing spatial-numerical associations. *Cognition*, 175, 109–113. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.02.022>

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.

- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Journal of Experimental Psychology: General*, *133*(1), 43–63. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>
- Stoianov, I. P., & Kramer, P. (2008). Associazione spazio-numerica tra la percezione e la semantica. In C. Umiltà (Ed.), *Attenzione e cognizione: Festschrift per Carlo Umiltà* (pp. 315–324). Il Mulino.
- Sulkowski, G. M., & Hauser, M. D. (2001). Can rhesus monkeys spontaneously subtract?. *Cognition*, *79*(3), 239–262. [https://doi.org/10.1016/s0010-0277\(00\)00112-8](https://doi.org/10.1016/s0010-0277(00)00112-8)
- Tsouli, A., Cai, Y., van Ackooij, M., Hofstetter, S., Harvey, B. M., Te Pas, S. F., van der Smagt, M. J., & Dumoulin, S. O. (2021). Adaptation to visual numerosity changes neural numerosity selectivity. *NeuroImage*, *229*, 117794. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2021.117794>
- Tsouli, A., Cai, Y., van Ackooij, M., Hofstetter, S., Harvey, B. M., Te Pas, S. F., van der Smagt, M. J., & Dumoulin, S. O. (2021). Adaptation to visual numerosity changes neural numerosity selectivity. *NeuroImage*, *229*, 117794. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2021.117794>
- van Dijck, J.-P., Gevers, W., & Fias, W. (2009). Numbers are associated with different types of spatial information depending on the task. *Cognition*, *113*(2), 248–253. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2009.08.005>
- van Galen, M. S., & Reitsma, P. (2008). Developing access to number magnitude: A study of the SNARC effect in 7- to 9-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, *101*(2), 99–113. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.05.001>
- Van Opstal, F., Gevers, W., De Moor, W., & Verguts, T. (2008). Dissecting the symbolic distance effect: Comparison and priming effects in numerical and nonnumerical orders. *Psychonomic Bulletin & Review*, *15*(2), 419–425. <https://doi.org/10.3758/PBR.15.2.419>

Viarouge, A., Hubbard, E. M., & McCandliss, B. D. (2014). The cognitive mechanisms of the SNARC effect: an individual differences approach. *PloS one*, *9*(4), e95756. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0095756>

Vuilleumier, P., Ortigue, S., & Brugger, P. (2004). The number space and neglect. *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, *40*(2), 399–410. [https://doi.org/10.1016/S0010-9452\(08\)70134-5](https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70134-5)

Whalen, J., Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1999). Nonverbal counting in humans: The psychophysics of number representation. *Psychological Science*, *10*(2), 130–137. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00120>

Wood, G., Willmes, K., Nuerk, H.C., & Fischer, M. H. (2008). On the cognitive link between space and number: A meta analysis of the SNARC effect. *Psychology Science*, *50*(4), 489–525.

Zhang, P., Cao, B., & Li, F. (2022). The role of cognitive control in the SNARC effect: A review. *PsyCh journal*, *11*(6), 792–803. <https://doi.org/10.1002/pchj.586>

Zorowitz, S., & Niv, Y. (2023). Improving the Reliability of Cognitive Task Measures: A Narrative Review. *Biological psychiatry. Cognitive neuroscience and neuroimaging*, *8*(8), 789–797. <https://doi.org/10.1016/j.bpsc.2023.02.004>

Zorzi, M., & Girotto, V. (2007). *Fondamenti di psicologia generale*. Il Mulino.

Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, *417*(6885), 138–139. <https://doi.org/10.1038/417138a>

\*opera non direttamente consultata