UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Facoltà di Ingegneria Gestionale

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI

Tesi di Laurea Triennale

RISOLUZIONE TRAMITE ALGORITMO EURISTICO DEL PROBLEMA DEL TRASPORTO DELLE PELLI FRESCHE DAI MACELLI ALLA CONCERIA

Relatore
Prof. Giorgio Romanin Jacur

Laureanda
Annalisa Dal Santo

ANNO ACCADEMICO 2011-2012

INDICE

SOMMARIO

In questa tesi si è partiti esponendo e spiegando da un punto di vista teorico qual è il problema del Vehicle Routing Problem; ne sono poi state elencate tutte le sue varianti.
Successivamente si è posta l'attenzione sui metodi euristici con i quali è possibile risolvere questo problema, la scelta dell'algoritmo da utilizzare ricadrà sull'algoritmo dei risparmi proposto da Clarke&Wright.
Il problema reale che è stato affrontato riguarda l'ottimizzazione del percorso che devono svolgere dei camion partendo da un deposito per portare delle pelli bovine fresche da dei macelli ad una conceria. Lavorando con un algoritmo euristico si sapeva a priori che probabilmente non si sarebbe giunti ad una soluzione ottima, in verità non si aveva neppure la certezza di riuscire a trovare una soluzione.
Il problema infatti non si limitava alla ricerca del percorso che desse il costo minore ma doveva allo stesso tempo rispettare delle restrizioni tipiche del Vehicle Routing Problem.
Si è utilizzato Excel visti i calcoli ripetitivi che l'algoritmo richiedeva, velocizzando il controllo dei vincoli e limitando i possibili errori di calcolo.
Si è quindi giunti ad una soluzione che coinvolgesse tutti i macelli e che rispettasse tutti i vincoli.

CAPITOLO 1

Il Vehicle Routing Problem e le sue varianti

1.Concetti generali sul VRP

Il problema noto come VRP - Vehicle Routing Problem - è stato proposto nel 1959 da Dantzig e Ramser. In letteratura VRP è il nome generico con cui ci si riferisce ad un'intera classe di problemi inerenti alla visita di "clienti" da parte di "veicoli".

Questo tipo di problemi ha notevoli implicazioni pratiche sia nel caso del trasporto effettivo di merce, sia in molti altri settori (raccolta di posta da cassette postali, servizio scuolabus, …).

La distribuzione di merce riguarda il servizio di un insieme di clienti attuato mediante un flotta di veicoli, localizzati in uno o più depositi e affidati ad autisti, che si muovono su una rete stradale. La soluzione di un VRP consiste nella determinazione di un insieme di circuiti (route), ognuno percorso da un singolo veicolo che parte e arriva ad un deposito (non necessariamente lo stesso), tali da soddisfare i requisiti di clienti e distributore e, contemporaneamente, da minimizzare il costo globale del trasporto.

La rete stradale è generalmente descritta tramite un grafo, che può essere orientato o meno; i suoi vertici corrispondono alle posizioni dei clienti e del deposito, mentre gli archi rappresentano i collegamenti stradali. Ogni arco `e associato ad un costo, che di solito `e pari alla lunghezza del collegamento stradale, ed eventualmente ad un tempo di percorrenza che può dipendere dal tipo di veicolo o dal periodo di tempo durante il quale l'arco è attraversato. Ogni cliente `e tipicamente associato a:

- quantità di merce (domanda), di uno o più tipi, che deve essere recapitata o raccolta;
- periodo del giorno (time window) durante il quale può o deve avvenire il servizio, per esempio legato a orari di apertura particolari o ad esigenze di disponibilità;
- tempo necessario per consegnare o raccogliere la merce, eventualmente in dipendenza dal tipo di veicolo;
- sottoinsieme dei veicoli che possono essere usati per servirlo, ristretti, ad esempio, a causa di problemi logistici o di accessibilità.

I route percorsi hanno origine e terminano presso uno dei depositi, situati sui vertici del grafo. Ogni deposito è caratterizzato dal numero e dal tipo di veicoli associati ad esso e dall'ammontare di merce, di uno o più tipi, di cui dispone. In alcuni casi, i clienti sono già assegnati preventivamente ai depositi e i veicoli devono ritornare al deposito di partenza alla fine di ogni route: in questi casi, il problema può essere scomposto in sottoproblemi indipendenti, ognuno associato ad un singolo deposito.

Il trasporto delle merci è affidato ad una flotta di veicoli, la cui composizione e dimensione può essere prefissata o variare a seconda delle esigenze.

Caratteristiche tipiche dei veicoli sono le seguenti:

- deposito di partenza, al quale il veicolo può essere obbligato o meno a ritornare al termine del route;
- capacità del veicolo espressa in volume, peso o numero di colli trasportabili;
- eventuale suddivisione in scompartimenti, ognuno caratterizzato dalla sua capacità e dal tipo di merce che può contenere;
- sottoinsieme dei collegamenti della rete stradale attraversabili dal veicolo;
- costo associato all'utilizzo del veicolo, fisso, per unità di distanza e/o per unità di tempo.

Ogni route deve soddisfare determinati vincoli, che dipendono dalla natura della merce trasportata, dal livello di qualità del servizio e dalle caratteristiche di clienti e veicoli. Alcuni tipici vincoli sono i seguenti:

- la richiesta totale dei clienti posti lungo il route non può superare la capacità del veicolo ad esso assegnato;
- i clienti serviti possono richiedere solo la consegna di merce, solo la raccolta o ambedue le cose;
- i clienti possono essere serviti solo nei loro specifici intervalli temporali (*time windows*) e durante i periodi di lavoro degli autisti;
- devono essere rispettati eventuali vincoli di precedenza definiti tra i clienti - si pensi, ad esempio, al caso in cui parte della merce da consegnare ad un cliente debba essere prima ritirata da altri (*pickup and delivery problem*); in questo caso, inoltre, interi gruppi di clienti devono essere serviti dallo stesso veicolo. Un'altra situazione di questo tipo si ha nel cosiddetto VRP con Backhauls, in cui i veicoli possono effettuare raccolta e distribuzione, a condizione che quest'ultima attività avvenga per prima.

Diversi obiettivi, spesso contrastanti, possono essere considerati per i problemi di vehicle routing. Tipici obiettivi sono:

- minimizzazione del costo globale di trasporto, dipendente dalla distanza totale percorsa, dal tempo totale impiegato e dai costi fissi associati ai veicoli e agli autisti;

- minimizzazione del numero dei veicoli o autisti necessari per servire tutti i clienti;
- bilanciamento dei route in termini di tempo di percorrenza e/o carico dei veicoli.

2.Cenni su alcune varianti del VRP

2.1.Capacitated Vehicle Routing Problem

Nel CVRP si ha una flotta di veicoli con capacità fissa che deve servire le richieste dei clienti, queste sono conosciute a priori e devono essere soddisfatte da un solo veicolo. I mezzi sono tutti uguali e fanno riferimento ad un singolo deposito centrale. L'obiettivo del CVRP è quello di ridurre al minimo la flotta di veicoli e la somma del tempo di viaggio, facendo in modo che la domanda totale per ciascuna rotta non superi la capacità del veicolo che serve la rotta stessa.
La soluzione è accettata se la quantità totale assegnata a ciascun percorso non eccede la capacità del veicolo che serve quella rotta.

2.2.Distance-Constrained Vehicle Routing Problem

Nel DVRP i vincoli di capacità di ogni route sono sostituiti da vincoli di lunghezza o di tempo massimi: in particolare, una lunghezza non negativa t_{ij} viene associata a ciascun arco o lato (i, j) e la lunghezza totale degli archi di ogni route non può superare un valore massimo pari a T.
Un'altra variante è il DCVRP - Distance-Constrained CVRP – nel quale sono presenti entrambe le famiglie di vincoli; ogni route ha una lunghezza o un tempo di percorrenza massimo e, in più, il veicolo che lo percorre ha una limitata capacità di trasporto. L'obiettivo del problema corrisponde allora a minimizzare la lunghezza totale dei route oppure, se il tempo di servizio è incluso nei costi temporali degli archi, la loro durata.

2.3.VRP con Pick-Up and Delivering

Il Vehicle Routing Problem con pick-up e delivery (VRPPD) è un VRP in cui è prevista la possibilità che i clienti restituiscano alcuni prodotti. É necessario, quindi, tener conto anche dei prodotti che i clienti restituiscono per non eccedere la capacità massima dei veicoli. Questa restrizione rende i problemi legati alla pianificazione più difficili e può portare ad un minor sfruttamento delle capacità dei veicoli, all'aumento della lunghezza del viaggio o ad un bisogno di un numero maggiore di veicoli.
Un modo per provare a trovare una soluzione a questi problemi è quello di considerare delle situazioni particolari, ad esempio tutte le richieste di consegna partono dal deposito e tutte quelle di pick-up devono essere riportate al deposito, quindi non ci

sono scambi di beni tra i clienti. Un altro problema può essere aggirato se si toglie il vincolo che ogni cliente deve essere visitato solamente una volta del veicolo. Un'altra semplificazione è quella di imporre ad ogni veicolo di consegnare tutti i prodotti prima di ritirare qualsiasi tipo di merce.

L'obiettivo del VRPPD è quello di minimizzare la flotta di veicoli e la somma del tempo di viaggio, con la limitazione che il veicolo deve avere una capacità sufficiente per trasportare le merci da consegnare e quelle raccolte dai clienti per riportarle al deposito. La soluzione possibile è che la quantità totale di merce assegnata a ciascun percorso non può eccedere la capacità del veicolo che supporta il servizio su quella rotta e in più la sua capacità dev’essere sufficiente per ritirare le merci presso i clienti.

2.4.VRP con Time Windows

Un’estensione importante del CVRP è il Vehicle Routing Problem con *time windows* (VRPTW) (Luca Maria Gambardella 2000). L’obbiettivo di questi problemi è quello di minimizzare la flotta di veicoli e il tempo totale di viaggio e di attesa necessari per servire tutti i clienti rispettando i loro vincoli temporali. L’intervallo di tempo associato al cliente *i* detto, appunto, time window, viene indicato con $[e_i, l_i]$.(earliest time, latest time) Il servizio di ogni cliente deve iniziare in un istante t_i contenuto nel time window; in caso di arrivo anticipato al vertice i, il veicolo deve attendere l’istante e_i prima di poter effettuare il servizio. Viceversa se il veicolo arriva dopo il tempo l_i la soluzione non è fattibile. Ognuno dei clienti è anche associato ad un tempo di servizio, s_i , che rappresenta la durata dell’intervallo di tempo durante il quale il veicolo che effettua il servizio rimane fermo presso il cliente stesso. Ogni mezzo deve poi iniziare e finire il proprio percorso rispettando la finestra temporale relativa al deposito dal quale parte.

CAPITOLO 2

Metodi risolutivi euristici per il Vehicle Routing Problem

1.Concetti generali sugli algoritmi euristici

La grande complessità dei problemi di VRP rende molto difficile, o al limite impossibile, il calcolo della soluzione ottima, si usa per questo procedere attraverso euristiche.
Questi tipi di algoritmi si dividono in metodi sequenziali e metodi paralleli: i primi costruiscono una rotta alla volta finché le richieste di tutti i clienti vengono soddisfatte, quelli paralleli, invece, generano un numero di rotte contemporaneamente. La quantità di rotte può essere fissata a priori oppure no.
Le assunzioni alla base di questi algoritmi sono le seguenti:

- la flotta è omogenea ed è formata da un numero non fisso di veicoli, la numerosità della flotta viene determinata assieme al numero di rotte che si ricavano;
- si hanno **n** clienti indicati con **i** (i=1,…,n);
- la finestra temporale del cliente viene indicata con [$\mathbf{e_i}$, $\mathbf{l_i}$]
- sia $\mathbf{s_i}$ l'unità di tempo per il servizio e $\mathbf{b_i}$ il tempo in cui il servizio al cliente inizia, con $\mathbf{b_i} \in$[$\mathbf{e_i}$, $\mathbf{b_i}$]. Se un veicolo viaggia direttamente da un cliente i ad un altro j ed arriva troppo presto da j dovrà aspettare un tempo pari a $\mathbf{b_i}$=max{e_j, b_i+s_i+t_{ij}} con $\mathbf{t_{ij}}$ il tempo necessario a percorrere il tragitto tra i e j;
- il deposito è indicato dal nodo **0** e la sua finestra temporale è [$\mathbf{e_o}$, $\mathbf{l_o}$]: i veicoli possono lasciare il deposito dall'istante $\mathbf{e_0}$ e devono ritornarci entro l'istante $\mathbf{l_0}$;
- il costo del viaggio dal cliente i al cliente j è dato ed è pari a $\mathbf{c_{ij}}=\rho_1 d_{ij}+\rho_2(b_j-b_i)$ con $\rho_1 \geq 0$ e $\rho_2 \geq 0$.

E' necessario indicare ora quali siano le condizioni necessarie e sufficienti per poter inserire un cliente *u* rispettando i vincoli temporali.
Si voglia dunque inserire un cliente *u* tra i clienti i_{p-1} e i_p con $1 \leq p \leq m$ in una rotta parziale fattibile (i_0 , i_1 , i_2 ,…, i_m) con i_0 = i_m = 0, per la quale sono noti i tempi di inizio del servizio, b_{i_r}, per $0 \leq r \leq m$.
Si assumerà che ogni veicolo parta dal deposito il prima possibile, ovvero al tempo e_0.
Sarà possibile poi sistemare le partenze dei veicoli dal deposito separatamente per ogni veicolo in modo da ridurre qualsiasi tempo d'attesa non necessario.

Si indicherà poi con $b_{i_p}^{new}$ il nuovo tempo di inizio servizio al cliente i_p dovuto all'inserimento di u e con w_{i_r} il tempo d'attesa del cliente i_r per $p \le r \le m.$
Se si considera che la disuguaglianza triangolare consideri sia le distanze che i tempi di viaggio, l'inserimento definisce un *push forward* (avanzamento) nella lista per i_p:

$$PF_{i_p} = b_{i_p}^{new} - b_{i_p} \ge 0$$

Inoltre:

$$PF_{i_{r+1}} = \max\{0, PF_{i_r} - w_{i_{r+1}}\} \text{ con } p \le r \le m - 1.$$

Se $PF_{i_p} > 0$ alcuni clienti i_r , $p \le r \le m$ possono diventare infattibili. E' facile vedere che dovremmo esaminare questi clienti in modo sequenziale per valutarne la fattibilità temporale finchè non si trovi qualche cliente detto i_r con $r < m$ per cui $PF_{i_r} = 0$: o i_r non è temporalmente fattibile oppure, nel peggiore dei casi, tutti i clienti i_r, $p \le r \le m$ sono stati esaminati. E' stato appena dimostrato che :
Le condizioni necessarie e sufficienti per la fattibilità temporale dell'inserimento di un cliente u tra i_{p-1} *e* i_p, *,* $1 \le p \le m$*, in una rotta parziale fattibile* $(i_0, i_1, i_2, \ldots, i_m)$ *con* $i_0 = i_m = 0$ *sono*

$$b_u \le l_u \quad e \quad b_{i_p} + PF_{i_p} \le l_u , \qquad p \le r \le m$$

Se si usano distanze e tempi di viaggio non euclidei è possibile che $PF_{i_p} < 0$, il che rende possibile soddisfare tutti i clienti in tempo.
In più visto che $i_m = 0$ si ha la certezza che se un cliente non permette ad un veicolo di ritornare al deposito entro l'orario previsto non verrà aggiunto alla rotta parziale.
Vengono ora esposti diversi metodi euristici per la soluzione del Vehicle Routing Problem con Time Windows.

2.Savings Heuristics

Questo algoritmo è stato proposto da Clarke e Wright (1964) e si basa sulla nozione di "risparmio".

Questo algoritmo inizia con *n* rotte distinte nelle quali ogni cliente è servito da un unico veicolo. Nella versione in parallelo si ha l'aggiunta ad ogni iterazione di un collegamento tra due clienti finali appartenenti a rotte distinte non completamente formate, per fare ciò si considerano i risparmi in funzione dei costi:

$$sav_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - \mu d_{ij} \qquad \mu \geq 0.$$

Ad esempio se μ=1 sav_{ij} è la distanza risparmiata che risulta dall'aver servito i clienti i e j in un'unica rotta invece di averli serviti direttamente dal deposito in maniera distinta.

Vista la presenza delle finestre temporali è necessario fissare l'orientazione della rotta. Due rotte parziali che abbiano come clienti finali *i* e *j* hanno orientazioni compatibili se *i* è il primo (ultimo) e *j* è l'ultimo (primo): i collegamenti ammissibili vanno dall'ultimo cliente di una rotta al primo cliente di un'altra. Ad ogni iterazione, oltre a tener conto del vincolo di capacità totale del veicolo, è necessario controllare che non vengano violati i vincoli dovuti alle finestre temporali.

Così descritto l'euristico può trovare corretto il collegamento tra due clienti molto vicini in termini di spazio ma molto lontani temporalmente. Collegamenti di questo tipo portano a tempi d'attesa che farebbero aumentare i costi: il mezzo in questione, infatti, nell'attesa che il cliente sia pronto per il servizio potrebbe servire altri clienti.

Per far sì che la distanza in termini di tempo e spazio sia ridotta viene proposto di limitare il tempo d'attesa quando si vogliono collegare due clienti *l* e *f*: indicando con w_f^{new} il tempo d'attesa per l'ultimo cliente *f* e sia W un parametro, se $w_f^{new} > W$ il collegamento tra *l* e *f* non dovrebbe esserci.

3.A Time-Oriented, Nearest-Neighbor Heuristics

Questo secondo euristico è di tipo sequenziale. Inizia ogni rotta trovando il cliente "più vicino" al deposito al quale non sia già stata assegnata una rotta. Ad ogni iterazione successiva si cerca il cliente "più vicino" all'ultimo cliente inserito nella rotta. La ricerca viene fatta tra tutti i clienti che possono (rispettando i vincoli di capacità, di finestre temporali e di tempo di arrivo al deposito) essere aggiunti alla fine della rotta emergente. Una nuova rotta inizia quando la ricerca fallisce o non vi sono più clienti da inserire.

Questo approccio vuole tenere in considerazione sia la vicinanza temporale che quella in termini di spazio tra i clienti. Sia l'ultimo cliente nella rotta parziale il cliente *i* e sia *j* un qualsiasi cliente esterno a tutte le rotte che può essere visitato successivamente.
Il termine c_{ij} terrà quindi conto della distanza diretta tra i due clienti (d_{ij}), della differenza tra il tempo per finire il servizio al cliente *i* e l'inizio del servizio al cliente *j* (T_{ij}) e dell'urgenza della consegna al cliente *j* (v_{ij}), espressa come il tempo restante prima che l'ultimo servizio del mezzo possa iniziare:

$T_{ij} = b_j - (b_i + s_i)$,

$v_{ij} = l_j - (b_i + s_i + t_{ij})$,

e $c_{ij} = \delta_1 d_{ij} + \delta_2 T_{ij} + \delta_3 v_{ij}$

è definita se vengono soddisfatte $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$, $\delta_1 \geq 0$, $\delta_2 \geq 0$, $\delta_3 \geq 0$.

4.Insertion Heuristics

Questi algoritmi costruttivi inizializzano ogni rotta usando diversi criteri che verranno poi esposti. Dopo aver inizializzato la rotta corrente, il metodo usa due criteri $c_1(i, u, j)$ e $c_2(i, u, j)$ per inserire ad ogni iterazione un nuovo cliente *u* tra due clienti adiacenti *i* e *j* appartenenti alla rotta parziale considerata.
Sia ($i_0, i_1, .., i_m$) la rotta corrente con $i_0 = i_m = 0$. Per ogni cliente privo di rotta gli viene assegnata la miglior posizione fattibile di inserimento all'interno della rotta emergente come segue:

$c_1(i(u), u, j(u)) = min[c_1(i_{p-1}, u, i_p)]$,   con $p=1,\dots, m$.

Di tutti i clienti viene inserito il miglior cliente *u* seguendo questo secondo criterio:

$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*))=optimum\ [c_2(i(u), u, j(u))]$, con *u* fattibile e privo di rotta.

Il cliente u^* è quindi inserito nella rotta tra $i(u^*)$ e $j(u^*)$. Quando l'inserimento di un nuovo cliente non è più fattibile per nessun cliente, il metodo inizia una nuova rotta a meno che tutti i clienti non appartengano già ad una rotta.
Vengono ora descritti tre approcci basati sui criteri generali di inserimento appena descritti.

i. $c_{11}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} – \mu d_{ij} \quad \mu \geq 0.$

$c_{12}(i, u, j) = b_{ju} - b_j$

dove b_{ju} è il nuovo tempo di inizio servizio al cliente *j*, dato che *u* è stato inserito;

$c_1(i, u, j) = \alpha_1\, c_{11}(i, u, j) + \alpha_2\, c_{12}(i, u, j)$

$\alpha_1 + \alpha_2 =1; \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2 \geq 0;$

$c_2(i, u, j) = \lambda d_{0u} - c_1(i, u, j), \quad \lambda \geq 0.$

Questo tipo di inserimento euristico prova a massimizzare il beneficio derivante dal servire un cliente inserito nella rotta parziale in fase di costruzione piuttosto che dover servire il cliente con una rotta diretta. Ad esempio se $\mu = \alpha_1 = \lambda =1$ e $\alpha_2 = 0$, $c_2(i, u, j)$ è la distanza risparmiata per aver servito il cliente *u* nella stessa rotta di *i* e *j*, rispetto all'averlo servito in una rotta diretta ed individuale.
Il miglior inserimento fattibile di un cliente in una rotta è quello che minimizza una combinazione pesata tra il tempo e la distanza.

ii. Il secondo tipo di criterio vuole scegliere clienti il cui costo di inserimento minimizza la distanza totale della rotta e il costo per percorrerla.

$c_1(i, u, j)$ è definito come sopra;

$c_2(i, u, j) = \beta_1 R_d(u) + \beta_2 R_t(u), \quad \beta_1 + \beta_2 = 0, \quad \beta_1 \geq 0, \beta_2 > 0$

dove $R_d(u)$ e $R_t(u)$ sono rispettivamente la distanza totale e il tempo della rotta parziale corrente se *u* viene inserito.

iii. Nel terzo approccio viene tenuta in considerazione, all'interno dell'aspetto temporale, anche l'urgenza di dover servire un cliente.

$c_{11}(i, u, j)$ e $c_{12}(i, u, j)$ sono definiti come sopra;

$c_{13}(i, u, j) = l_u – b_u;$

$$c_1(i, u, j) = \alpha_1 c_{11}(i, u, j) + \alpha_2 c_{12}(i, u, j) + \alpha_3 c_{13}(i, u, j),$$

dove

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1; \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2 \geq 0 \quad \alpha_3 \geq 0;$$

$$c_2(i, u, j) = c_1(i, u, j)$$

E' possibile vedere come questo tipo di euristiche siano una generalizzazione del Time-Oriented, Nearest-Neighbor Heuristics; infatti, invece di inserire un cliente alla fine della rotta, ne viene inserito uno in una posizione fattibile tra una coppia di clienti già presenti nella rotta.

In tutti gli approcci presentati l'inserimento di un cliente in una rotta è guidato sia da criteri geografici che temporali. Ci si aspetta perciò che il tempo d'attesa nelle soluzioni proposte da questo algoritmo euristico sia significativamente più basso rispetto a quello proposto dai criteri basati sulle distanze.

5.A Time-Oriented Sweep Heuristic

Questa euristica può essere vista come una componente di un'ampia classe di metodi di approssimazione che scompongono il VRPTW in una fase di raggruppamento (*clustering*) e in una fase di pianificazione.

Nella prima fase si assegnano i veicoli ai clienti come nel originale metodo euristico di scambio (Gillett and Miller, 1974). Nella seconda fase viene creata una lista di singoli veicoli per i clienti presenti in questo settore, usando un'euristica costruttiva.

Dopo aver eliminato dalla lista dei clienti per ulteriori considerazioni, si ripete il processo di raggruppamento e pianificazione. Per preservare la coerenza geografica, è possibile considerare diversi criteri di selezione per iniziare il gruppo (*cluster*) successivo. Si usa una semplice regola che divida il settore appena considerato e, assumendo uno scambio antiorario nel primo semi-settore che si incontra in senso antiorario, si usa come seme del nuovo cluster il cliente che presenta l'angolo più piccolo formato dalla bisettrice e dalla retta che va dal deposito al cliente.

Il motivo per cui si dividono i clienti non ancora considerati del settore in due sottoinsiemi è che i primi clienti, considerando un senso orario a partire dal semi-settore, saranno relativamente molto lontani dal nuovo *cluster*. Inserendo questi clienti in un successivo passaggio si spera di ottenere una miglior pianificazione.

Il processo dev'essere ripetuto finchè tutti i clienti sono stati organizzati.

CAPITOLO 3

Un’applicazione specifica per la raccolta e il trasporto delle pelli bovine fino alla conceria

1.Ambiente e dichiarazione del problema.

Si consideri un territorio dove esiste una rete stradale; nelle strade sono dislocati in posizioni fisse:

- Una conceria,
- Dei macelli,
- Uno o più depositi per i camion

I macelli forniscono pelli bovine fresche per essere trasportate alla conceria con l’ausilio di camion dedicati, rispettando i vincoli di capacità e delle finestre temporali.

Alcuni mezzi, ognuno caratterizzato da una capacità massima di peso, sono siti nei depositi; ogni mezzo può iniziare dal suo stesso deposito rispettando la sua finestra temporale di partenza; ogni camion che esce, se utilizzato, implica un costo fisso.

Ogni macello fornisce una quantità specifica di pelle bovina fresca; queste pelli possono essere caricate su un mezzo rispettando una data finestra temporale e necessitando un dato tempo di carico; per alcuni macelli il peso delle pelli fornite può essere nullo.

Un mezzo può muoversi dal suo stesso deposito per raggiungere il primo macello, carica tutte le pelli fornite dal macello rispettando la propria finestra temporale e impiegando il proprio tempo di carico, poi si muove verso il secondo macello e carica, si sposta fino al terzo e carica, così via, fino a che abbia caricatole pelli dell’ultimo macello presente su suo percorso, dopo il quale va fino alla conceria e scarica tutte le pelli caricate; l’operazione di scarico deve rispettare una precisa finestra temporale della conceria, inoltre per ogni macello, se il camion ha caricato la pelle, è necessario rispettare un tempo massimo di scarico in conceria per preservare la freschezza della pelle; pause durante il percorso del mezzo sono permesse per rispettare le finestre temporali. Il peso totale delle pelli caricate sul mezzo non può superare la sua capacità massima. Vengono forniti il tempo e i costi richiesti per lo spostamento dal deposito per ogni macello e per ogni mezzo. Per ogni macello vengono forniti costo e tempo per lo spostamento da questo al successivo; in conclusione per ogni macello sono forniti tempo e costo per raggiungere la conceria. E' richiesto un costo aggiuntivo, proporzionale al tempo totale del percorso; inoltre è considerato un costo associato ad un eccessivo ritardi alla partenza.

Il problema consiste nel definire il percorso che ogni mezzo dovrà eseguire (c'è la possibilità che alcuni mezzi rimangano fermi al deposito) in modo da raccogliere le pelli fornite da tutti i macelli (tralasciando i macelli con fornitura nulla), rispettando le capacità e le finestre temporali dei vincoli, con il minimo costo totale.

Un modello di programmazione lineare intera sarà sviluppato come descritto sotto.

1.1.Dati del modello.

Si abbiano:

- ***r*** mezzi indicate con ***k***
- ***n*** macelli indicate da ***i*** o ***j***
- una conceria chiamata ***l***.

I depositi sono associati ai mezzi, come indicato sotto.

Ogni mezzo ***k***, k=1, ***r*** è caratterizzato da:

- una capacità q_k
- un costo di uscita fisso c_k, che deve essere pagato se il mezzo compie qualsiasi percorso (ad esempio se non rimane al suo stesso deposito)
- un costo unitario di tempo ct_k pagato per ogni unità di tempo spesa tra l'uscita dal deposito e la fine dello scarico in conceria
- un costo unitario di tempo cd_k pagato per ogni unità di tempo spesa ritardando l'uscita dal deposito
- un deposito m_k e la relativa finestra temporale $[s_{mk} , f_{mk}]$ (il deposito può coincidere con la conceria)
- il tempo richiesto per scaricare le pelli alla conceria t_{lk}.

Ogni macello $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{i}$ = 1, $\boldsymbol{n}$ è caratterizzato da:

- il peso totale delle pelli da fornire $\boldsymbol{p_i}$
- la finestra temporale di carico $[\boldsymbol{s_i}, \boldsymbol{f_i}]$
- un tempo massimo $\boldsymbol{g_i}$ prima del quale tutte le pelli fornite devono essere scaricate in conceria per la conservazione.

Ogni coppia macello-mezzo $\boldsymbol{ik}$, $\boldsymbol{i}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$ è caratterizzato da:

- il tempo di carico $\boldsymbol{t_{ik}}$ per permettere al mezzo $\boldsymbol{k}$ di caricare le pelli fornite dal macello $\boldsymbol{i}$
- il tempo speso per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal deposito al macello $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{t_{mik}}$
- il tempo speso per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal macello $\boldsymbol{i}$ alla conceria $\boldsymbol{t_{ilk}}$
- il costo richiesto per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal deposito al macello $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{d_{mik}}$
- il costo richiesto per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal macello $\boldsymbol{i}$ alla conceria $\boldsymbol{d_{ilk}}$.

Ogni trio macello-macello-mezzo $\boldsymbol{ijk}$, $\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$ è caratterizzato da:

- il tempo speso per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal macello $\boldsymbol{i}$ al macello $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{t_{ijk}}$
- il costo richiesto per spostare il mezzo $\boldsymbol{k}$ dal macello $\boldsymbol{i}$ al macello $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{d_{ijk}}$.

In conclusione un grande numero $\boldsymbol{M}$ è usato nelle equazioni se necessario.

1.2. Variabili decisionali del modello.

Si abbia il seguente gruppo di variabili binarie:

- $\boldsymbol{x_{mlk}} \in \{0, 1\}$ per ogni mezzo $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: $\boldsymbol{x_{mlk}}$ = 1 se il mezzo $\boldsymbol{k}$ rimane al deposito, $\boldsymbol{x_{mlk}}$ = 0 altrimenti, i. e. se il mezzo $\boldsymbol{k}$ esegue un percorso tra alcuni macelli
- $\boldsymbol{x_{mik}} \in \{0, 1\}$ per ogni coppia macello-mezzo $\boldsymbol{ik}$, $\boldsymbol{i}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: $\boldsymbol{x_{mik}}$ = 1 se il mezzo $\boldsymbol{k}$ si muove dal deposito al macello $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{x_{mik}}$ = 0 altrimenti
- $\boldsymbol{x_{ilk}} \in \{0, 1\}$ per ogni coppia macello-mezzo $\boldsymbol{ik}$, $\boldsymbol{i}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: $\boldsymbol{x_{ilk}}$ = 1 se il mezzo $\boldsymbol{k}$ si muove dal macello $\boldsymbol{i}$ alla conceria, $\boldsymbol{x_{ilk}}$ = 0 altrimenti
- $\boldsymbol{x_{ijk}} \in \{0, 1\}$ per ogni trio macello-macello-mezzo $\boldsymbol{ijk}$, $\boldsymbol{i,j}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: $\boldsymbol{x_{ijk}}$ = 1 se il mezzo $\boldsymbol{k}$ si muove dal macello $\boldsymbol{i}$ al macello $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{x_{ijk}}$ = 0 altrimenti

Si ha poi il seguente gruppo di variabili non negative:

- $\boldsymbol{z_{mk}} \geq 0$ per ogni mezzo $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: rappresenta il tempo di uscita del mezzo $\boldsymbol{k}$ dal suo deposito;
- $\boldsymbol{z_{ik}} \geq 0$ per ogni coppia macello-mezzo $\boldsymbol{ik}$, $\boldsymbol{i}$=1, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: rappresenta il tempo che il mezzo $\boldsymbol{k}$ impiega a finire di caricare le pelli fornite dal macello $\boldsymbol{i}$ ed è pronto a partire verso un altro macello o la conceria;
- $\boldsymbol{z_{lk}} \geq 0$ per ogni mezzo $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{k}$=1, $\boldsymbol{r}$: rappresenta il tempo che impiega il mezzo $\boldsymbol{k}$ a scaricare le pelli presso la conceria.

1.3.Funzione obbiettivo del modello.

Si ha la seguente funzione obbiettivo da minimizzare, che riporta il costo totale:

$$\sum(\boldsymbol{c_k\ x_{mik}} \mid \boldsymbol{i}=1,n,\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) + \sum(\boldsymbol{d_{mik}\ x_{mik}} \mid \boldsymbol{i}=1,n,\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) + \sum(\boldsymbol{d_{ijk}\ x_{ijk}} \mid \boldsymbol{i,j}=1,n,\ \boldsymbol{i\neq j},\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) + \sum(\boldsymbol{d_{ilk}\ x_{ilk}} \mid \boldsymbol{i=1,n,\ k=1,r}) + \sum(\boldsymbol{ct_k}\ [\boldsymbol{z_{lk}} - \boldsymbol{z_{mk}}] \mid \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) + \sum(\boldsymbol{cd_k}\ [\boldsymbol{z_{mk}} - \boldsymbol{s_{mk}}] \mid \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r})$$

$\sum(\boldsymbol{c_k\ x_{mik}} \mid \boldsymbol{i}=1,n,\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) \rightarrow$ riporta i costi di uscita di un mezzo

$\sum(\boldsymbol{d_{mik}\ x_{mik}} \mid \boldsymbol{i}=1,n,\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) \rightarrow$ la somma dei costi per il viaggio dal deposito ad un macello

$\sum(\boldsymbol{d_{ijk}\ x_{ijk}} \mid \boldsymbol{i,j}=1,n,\ \boldsymbol{i\neq j},\ \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) \rightarrow$ la somma dei costi per il viaggio tra un macello e l'altro

$\sum(\boldsymbol{d_{ilk}\ x_{ilk}} \mid \boldsymbol{i=1,n,\ k=1,r}) \rightarrow$ la somma dei costi del viaggio tra un macello e la conceria

$\sum(\boldsymbol{ct_k}\ [\boldsymbol{z_{lk}} - \boldsymbol{z_{mk}}] \mid \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) \rightarrow$ la somma dei costi del tempo totale di viaggio

$\sum(\boldsymbol{cd_k}\ [\boldsymbol{z_{mk}} - \boldsymbol{s_{mk}}] \mid \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}) \rightarrow$ la somma dei costi dovuti ad un ritardo nell'uscita dal deposito (start delay).

1.4.Vincoli del modello.

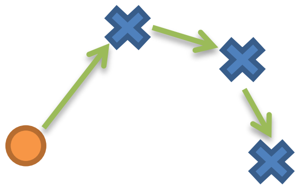
I vincoli possono essere classificati come "vincoli di viaggio" e "vincoli di tempo".

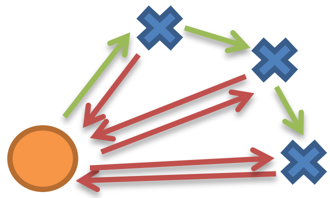
1.4.1.I vincoli di viaggio:

- $\underbrace{\sum(\boldsymbol{x_{mik}} \mid \boldsymbol{i}=1,n)}_{(1)} + \underbrace{\boldsymbol{x_{mlk}}}_{(2)} = 1 \qquad \boldsymbol{k}=1,\boldsymbol{r}$

  Ogni mezzo se esce dal deposito fa diventare uguale a 1 il solo addendo della sommatoria (1) che fa riferimento al viaggio deposito-macello *i-esimo*, in quanto il mezzo una volta uscito dal deposito non vi ritornerà finché non avrà completato il suo giro terminandolo con la conceria.

Se invece il camion non esce dal deposito diventerà pari a 1 l'addendo (2).

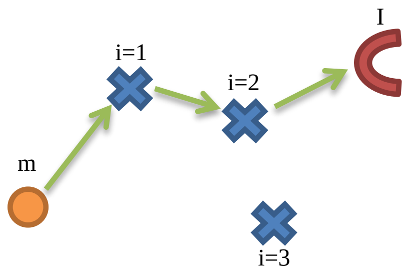




- $x_{mik} + \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j \neq i) = \sum(x_{ijk} \mid j=1,n,\ j \neq i) + x_{iIk}$ $i=1,n,\ k=1,r$

  In ogni macello o entra ed esce lo stesso camion, o non vi entra ed esce nessun mezzo (nel caso di fornitura di pelle nulla).

Esempio:



Dati m, I, k=1 (mezzo) e 3 macelli, si ha:

- per i=1 e j=1,..,3 con j≠i:

  $x_{m11} + (x_{211} + x_{311}) = (x_{121} + x_{131}) + x_{1I1}$ ➔ 1+(0+0)=(1+0)+0 ➔ 1=1

  l'equazione è bilanciata;
- per i=2 e j=1,..,3 con j≠i:

  $x_{m21} + (x_{121} + x_{321}) = (x_{211} + x_{231}) + x_{2I1}$ ➔ 0+(1+0)=(0+0)+1 ➔ 1=1

  l'equazione è bilanciata;
- per i=3 e j=1,..,3 con j≠i:

  $x_{m31} + (x_{131} + x_{231}) = (x_{311} + x_{321}) + x_{3I1}$ ➔ 0+(0+0)=(0+0)+0 ➔ 0=0

  l'equazione è bilanciata.

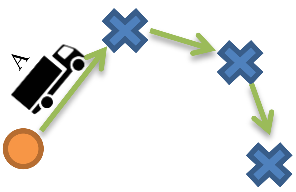
- $\sum(q_k[x_{mik}+\sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i)] \mid k=1,r) \geq p_i$ $\qquad$ $i=1,n$

  Un camion può entrare in un macello e caricare la pelle solo se il peso della pelle fornita è strettamente positivo. E' possibile infatti che ci siano giorni in cui i macelli sono chiusi (è come se caricassero una quantità di pelle pari a zero) si cerca quindi di evitare che il camion passi inutilmente per il macello.

- $\sum(p_i \cdot x_{jik} \mid i,j=1,n,\ j\neq i) + \sum(p_i \cdot x_{mik} \mid i=1,n) \leq q_k$ $\qquad$ $k=1,r$

  Ogni camion non può caricare un peso totale di pelle fornita che eccede la propria capacità.

  Esempio:



  Dati i, j =1,2,3, sia q_A la capacità massima del camion che passa per i 3 macelli e p_i le quantità di pelle fornite dai macelli i-esimi:

  $[P_1{*}x_{21A} + P_1{*}x_{31A} + P_2{*}x_{12A} + P_2{*}x_{32A} + P_3{*}x_{13A} + P_3{*}x_{23A}] + P_1{*}x_{m1A} + P_2{*}x_{m2A} + P_3{*}x_{m3A} \leq q_A$

  $\Rightarrow [P_1{*}0 + P_1{*}0 + P_2{*}1 + P_2{*}0 + P_3{*}0 + P_3{*}1] + P_1{*}1 + P_2{*}0 + P_3{*}0 \leq q_A$

  $\Rightarrow P_2 + P_3 + P_1 \leq q_A$

  Com'era deducibile, nel caso in esame la capacità totale del camion A deve essere maggiore o uguale alla somma del peso della pelle fornita dai 3 macelli per i quali esso passa.

1.4.2.I vincoli temporali:

- $z_{mk} \geq s_{mk}$ $\qquad$ $k=1,r$

  Ogni camion non può partire se la finestra temporale del proprio deposito non è iniziata.

- $z_{mk} \leq s_{fk} - [s_{fk} - s_{mk}]\, x_{mlk}$ $\qquad$ $k=1,r$

  Un camion non può partire dal deposito quando la finestra temporale si è chiusa, ogni camion parte nell'istante in cui la finestra temporale del deposito inizia.

- $z_{ik} \geq z_{mk} + t_{mik} + t_{ik} - M\,[1 - x_{mik}]$ $\qquad$ $i=1,n,\ k=1,r$

  Rappresenta il tempo minimo richiesto dal camion per andare ad un macello raggiunto direttamente partendo dal deposito.

- $z_{ik} \geq z_{jk} + t_{jik} + t_{ik} - M\,[1 - x_{jik}]$ $\qquad$ i,j=1,n, $j \neq i$, k=1,r

  Rappresenta il tempo minimo richiesto dal camion per andare da un macello ad un altro macello.

- $z_{ik} \geq s_i + t_{ik} - M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j \neq i)]$ $\qquad$ i=1,n, k=1,r

  Il tempo impiegato dal camion per arrivare ad un macello deve rispettare l'inizio della finestra temporale del macello di destinazione.

- $z_{ik} \leq f_i + M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j \neq i)]$ $\qquad$ i=1,n, k=1,r

  Il tempo impiegato dal camion per arrivare ad un macello deve rispettare la fine della finestra temporale del macello di destinazione

- $z_{lk} \geq z_{ik} + t_{ilk} + t_{lk} - M\,[1 - x_{ilk}]$ $\qquad$ i=1,n, k=1,r

  Rappresenta il tempo minimo che impiega un camion a svolgere tutte le operazioni di scarico in conceria.

- $z_{lk} \geq s_l + t_{lk}$ $\qquad$ k=1,r

  Il tempo impiegato da un camion per lo scarico in conceria deve rispettare l'inizio della finestra temporale della conceria.

- $z_{lk} \leq f_l$ $\qquad$ k=1,r

  Il tempo impiegato da un camion per lo scarico in conceria deve rispettare la fine della finestra temporale della conceria.

- $z_{lk} \leq g_i + M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j \neq i)]$ $\qquad$ i=1,n, k=1,r

  Il tempo con cui un camion finisce le operazioni di scarico in conceria deve rispettare il tempo massimo imposto dalle pelli fresche caricate nei rispettivi macelli.

L'intero modello è composto in questo modo:

$$\text{MIN}\{\sum(c_k\, x_{mik} \mid i=1,n,\ k=1,r) + \sum(d_{mik}\, x_{mik} \mid i=1,n,\ k=1,r) + \sum(d_{ijk}\, x_{ijk} \mid i,j=1,n,\ i\neq j,\ k=1,r) +$$
$$+ \sum(d_{ilk}\, x_{ilk} \mid i=1,n,\ k=1,r) + \sum(ct_k\,[z_{lk} - z_{mk}] \mid k=1,r) + \sum(cd_k\,[z_{mk} - s_{mk}] \mid k=1,r)\}$$

s.t.:

$$\sum(x_{mik} \mid i=1,n) + x_{mlk} = 1 \qquad k=1,r$$
$$x_{mik} + \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i) = \sum(x_{ijk} \mid j=1,n,\ j\neq i) + x_{ilk} \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$\sum(q_k[x_{mik}+\sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i)] \mid k=1,r) \geq p_i \qquad i=1,n$$
$$\sum(p_i\, x_{jik} \mid i,j=1,n,\ j\neq i) + \sum(p_i\, x_{mik} \mid i=1,n) \leq q_k \qquad k=1,r$$
$$z_{mk} \geq s_{mk} \qquad k=1,r$$
$$z_{mk} \leq s_{fk} - [s_{fk} - s_{mk}]\, x_{mlk} \qquad k=1,r$$
$$z_{ik} \geq z_{mk} + t_{mik} + t_{ik} - M\,[1 - x_{mik}] \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$z_{ik} \geq z_{jk} + t_{jik} + t_{ik} - M\,[1 - x_{jik}] \qquad i,j=1,n,\ j\neq i,\ k=1,r$$
$$z_{ik} \geq s_i + t_{ik} - M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i)] \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$z_{ik} \leq f_i + M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i)] \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$z_{lk} \geq z_{ik} + t_{ilk} + t_{lk} - M\,[1 - x_{ilk}] \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$z_{lk} \geq s_l + t_{lk} \qquad k=1,r$$
$$z_{lk} \leq f_l \qquad k=1,r$$
$$z_{lk} \leq g_i + M\,[1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} \mid j=1,n,\ j\neq i)] \qquad i=1,n,\ k=1,r$$

$$x_{mlk} \in \{0,1\} \qquad k,\ k=1,r$$
$$x_{mik} \in \{0,1\} \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$x_{ilk} \in \{0,1\} \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad i,j=1,n,\ k=1,r$$

$$z_{mk} \geq 0 \qquad k=1,r$$
$$z_{ik} \geq 0 \qquad i=1,n,\ k=1,r$$
$$z_{lk} \geq 0 \qquad k=1,r$$

CAPITOLO 4

Soluzione esempio applicativo

1.Organizzazione dei dati mediante tabelle in Excel.

In questo capitolo si è provato ad utilizzare l'algoritmo dei risparmi per trovare una soluzione al problema precedentemente esposto. E' stato utilizzato un esempio numerico nel quale si hanno 3 camion (k1,k2,k3) e 13 macelli (i1,i2,…,i13) da dover instradare.

Prima di tutto è stato necessario creare delle tabelle in Excel per riuscire ad avere una miglior panoramica dei dati forniti. Tali tabelle si possono trovare interamente nell'Appendice.

Per quanto riguarda i ***camion***, si hanno questi valori:

Costo del tempo impiegato	
k1	0,1
k2	0,1
k3	0,1

Costo di uscita	
k1	200
k2	220
k3	180

Capacità max camion	
k1	3700
k2	2700
k3	2700

Tempo max partenza	
k1	100
k2	130
k3	120

Costo attesa	
k1	0,05
k2	0,05
k3	0,05

Tempo partenza	
k1	10
k2	30
k3	20

Costo scarico alla conceria	
k1	5
k2	6
k3	4

Tempo scarico in conceria	
k1	10
k2	10
k3	10

Per quanto riguarda i ***macelli***, alcuni dati sono:

FINESTRA TEMPORALE		
	Inizio	Fine
i1	120	540
i2	380	960
i3	180	490
i4	450	840
i5	210	900
i6	500	1500
i7	880	1400
i8	590	1000
i9	110	710
i10	720	1060
i11	100	1000
i12	260	800
i13	80	440

QUANTITA' CARICATA IN OGNI MACELLO	
	p(i)
i1	250
i2	530
i3	800
i4	300
i5	390
i6	340
i7	420
i8	390
i9	480
i10	620
i11	400
i12	550
i13	270

TEMPO LIMITE DI SCARICO IN CONCERIA	
	g(i)
i1	1700
i2	1800
i3	1800
i4	1900
i5	1701
i6	1600
i7	1900
i8	1500
i9	1600
i10	1800
i11	1700
i12	1700
i13	1500

Come dati di input vengono dati anche dei valori che collegano i camion con i macelli. Ad esempio:

Costo di carico di ogni macello per ogni camion			
	k1	**k2**	**k3**
i1	2	2	2
i2	3	3	3
i3	3	4	4
i4	2	2	2
i5	3	3	4
i6	2	3	3
i7	2	2	3
i8	4	4	4
i9	2	3	4
i10	4	3	3
i11	3	3	3
i12	4	4	4
i13	4	3	3

Tempo di carico di ogni macello per ogni camion			
	k1	**k2**	**k3**
i1	20	22	24
i2	25	28	30
i3	32	35	37
i4	18	19	20
i5	30	34	36
i6	22	26	28
i7	19	21	22
i8	41	42	44
i9	23	24	26
i10	44	46	47
i11	32	34	35
i12	29	31	32
i13	34	35	37

Una volta riportati tutti i dati nelle tabelle la prima cosa da fare è stata quella di calcolare il costo di attesa, dovuto al fatto che un camion può arrivare ad un macello prima che la finestra temporale di quest'ultimo sia aperta. Per fare ciò si è calcolato un valore temporale che rappresenta il tempo di carico di un determinato macello più il tempo di viaggio per andare da un generico macello *i* ad un altro macello *j* (t'_{ij}). Questo tempo è stato poi confrontato con il tempo di inizio della finestra temporale del macello j (s_j): se questo risultava minore di s_j allora si calcolava la differenza s_j - t'_{ij} e la si moltiplicava per il costo del ritardo altrimenti si considerava un ritardo pari a zero perché significava che il camion non avrebbe dovuto aspettare per entrare nel macello.

Come risultato si ottengono tre tabelle, una per ciascun camion. Di seguito viene riportata la tabella di k1:

k1														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	11,65	10,75	-	9,95	9,75	8,45	12,55	12,5	9,95	9	9,9	11,75	9,55	10,45
i3	0,95	0	0,25	-	0,2	0,25	1,95	1,4	0,5	0,6	0,8	0	0,35	0
i4	15,3	13,7	13,25	12,5	-	14,4	14,55	15,95	15,1	12,85	14,55	14,1	15,3	13,25
i5	3,55	3,4	0,9	0,5	1,05	-	3,75	4,55	2,5	2,45	1,15	0	1,65	2,9
i6	18,5	17,75	15,95	16,35	16,5	17,5	-	17,65	14,45	16,25	14,5	16,05	16,75	16
i7	39	37,45	34,6	36	34,05	37,5	37,15	-	34	35,4	34,15	37,05	33,95	34,85
i8	23,4	21,65	22,1	18,85	22,9	19,95	23,35	23,65	-	22,4	18,6	21,45	20,5	22,65
i9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
i10	28,05	27,55	27,7	28,2	29,3	27,2	26,85	27,5	25,1	28,2	-	28,2	26,05	25,85
i11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
i12	6,35	5,05	3,9	4,1	6,5	3,95	5	3,7	3,5	3,85	4,65	3,55	-	5,25
i13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-

E' stato ricavato il costo totale di viaggio specifico per una determinata tratta (macello-macello o deposito-macello o macello-conceria) specifica per un camion (k1 o k2 o k3) come somma di:

- costo di uscita del camion, ad esempio per k1 è 200;

Costo di uscita	
k1	200
k2	220
k3	180

- costo di viaggio per andare da i a j, ad esempio per andare da i2 a i5 con k1 è 56;

	k1													
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	25	-	42	58	66	45	59	75	53	35	49	33	52	45
i2	37	45	-	49	67	58	71	65	45	65	46	74	42	53
i3	51	61	50	-	58	49	49	49	71	42	30	56	49	68
i4	34	56	60	68	-	58	61	51	47	67	42	49	32	42
i5	41	49	**56**	64	71	-	80	49	69	43	55	68	53	35
i6	33	51	60	51	66	61	-	39	70	54	73	39	63	46
i7	28	46	51	60	72	59	67	-	54	61	44	41	77	39
i8	31	39	57	42	61	77	63	29	-	38	65	54	56	37
i9	33	36	63	40	66	44	52	63	36	-	52	41	55	71
i10	29	48	47	31	43	53	75	42	64	51	-	64	42	74
i11	40	35	55	55	50	69	40	42	54	40	63	-	56	57
i12	35	51	44	50	31	52	62	76	57	57	45	52	-	29
i13	32	46	51	67	44	36	45	38	38	72	72	55	30	-
conceria	-	28	39	53	39	37	36	41	58	36	26	49	40	42

- costo di carico che si divide in:
  - costo del carico per camion relativo ad ogni macello, ad esempio per i2 con k1 è 3;

Costo di carico di ogni macello per ogni camion			
	k1	**k2**	**k3**
i1	2	2	2
i2	3	3	3
i3	3	4	4
i4	2	2	2
i5	3	3	4
i6	2	3	3
i7	2	2	3
i8	4	4	4
i9	2	3	4
i10	4	3	3
i11	3	3	3
i12	4	4	4
i13	4	3	3

- costo dato dal tempo dovuto al carico moltiplicato per il costo del tempo impiegato, ad esempio per i2 con k1 è 25 * 0,1 = 2,5;

- -costo del tempo di trasporto che è pari al tempo di trasporto per andare da i a j moltiplicato per il costo del tempo impiegato, ad esempio per andare da i2 a i5 con k1 è 167 * 0,1 = 16,7;

- -costo del tempo di attesa per un camion prima di poter entrare in un macello: si usa la tabella precedentemente calcolata e si ricava ad esempio che per il percorso i2-i5 con k1 il costo è 1,65.

La formula si può riassumere così:

$$\sum(costo\ uscita, costo\ viaggio, costo\ attesa, costo\ carico, costo\ orario\ trasporto)$$

E' ora possibile ricavare la tabella del costo totale per ogni camion. Ad esempio, il costo totale del percorso i2-i5 con k1 che è pari a 279,6.

k1														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	241,5	-	260,2	277,8	286,6	264,6	274,2	289,9	270,1	249,3	268,2	253,8	269,4	264,4
i2	267,9	275,8	-	279,4	299	290,1	299,8	294,1	274,5	297,2	275,2	302,6	273,1	282,7
i3	273,3	283,3	271,5	-	280,2	270	269,1	269,9	290,6	263,3	249	277,9	270	292
i4	266,5	289,1	293,1	301,1	-	289,4	293,1	282	276,6	300,7	271,9	280,5	262,6	274,2
i5	263,5	270,6	**279,6**	287,3	295,2	-	301,1	269,6	289,4	265,3	276,5	292,4	275,5	255,7
i6	267,7	285,5	295,8	285,7	301,9	294,7	-	273,7	305,7	289,7	308,3	274	297,6	280,8
i7	279,9	298,5	305,8	312,7	328,1	310,4	319,6	-	307,8	315,2	297,4	292,7	332,1	292,7
i8	273,7	282,5	299,5	287,1	303,4	321,2	304,6	270,6	-	280,4	309,1	296,5	299,7	278,1
i9	247,9	251,1	284,8	259,1	286,9	265,6	271,3	281,9	252,4	-	269,4	258,3	275,7	292,5
i10	280,4	298,9	297,2	280	292,3	303,2	326,4	293	315,2	300,9	-	313	293,5	325,2
i11	258,2	257,8	272,3	276,6	270,1	293,4	260,5	258,7	273,5	258,8	286	-	277,6	279
i12	260,6	276,9	270,5	275,6	255,6	278	287,7	303,3	282,3	283,8	268,9	278,2	-	253,3
i13	253,5	265,6	273,6	288,3	266,2	255	266,8	260,4	255,5	296,9	296,3	278,4	249,4	-
conceria	-	245,8	257,9	273,3	257,9	256,1	253,8	261,8	279	254,6	243,4	269,1	259,4	260,7

Nel caso in cui si abbia la coppia macello-conceria sarà necessario aggiungere al costo totale il costo di scarico alla conceria e il prodotto tra il tempo di scarico in conceria e il costo del tempo impiegato relativi al camion considerato.

2.La tabella dei risparmi e algoritmo di Clarke&Wright

A questo punto viene realizzata un'altra tabella chiamata "Tabella dei Risparmi", che è proprio quella sulla quale si basa l'algoritmo scelto per la soluzione del problema.

La formula dei risparmi è la seguente:

$sav_{ij} = c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}$

Di conseguenza, data la tabella dei costi totali, si prendono i tre valori:

- costo per andare dal deposito al macello *i*;
- costo per andare dal deposito al macello *j*;
- costo per andare dal macello *i* al macello *j*.

Se si considera per esempio ancora la coppia i2-i5 con k1 si vede che il risparmio è pari a 251,7.

	k1												
	i1	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	-	249,15	236,95	221,4	240,35	235	231,5	245,1	240,1	253,65	245,9	232,65	230,6
i2	233,6	-	261,75	235,4	241,25	235,8	253,65	267,1	218,55	273	223,5	255,35	238,7
i3	231,45	269,65	-	259,55	266,75	271,9	283,25	256,35	257,85	304,6	253,55	263,85	234,75
i4	218,9	241,3	238,65	-	240,55	241,15	264,45	263,6	213,75	275	244,2	264,45	245,85
i5	234,35	**251,7**	249,4	234,8	-	230,1	273,8	247,75	246,1	267,35	229,25	248,55	261,25
i6	223,75	239,8	255,3	232,3	236,45	-	273,95	235,75	225,95	239,75	251,95	230,7	240,4
i7	222,95	241,95	240,45	218,35	232,95	228,05	-	245,8	212,6	262,9	245,45	208,4	240,75
i8	232,75	242,05	259,9	236,8	216	236,85	283,05	-	241,2	244,95	235,45	234,55	249,15
i9	238,3	230,95	262,05	227,5	245,75	244,3	245,9	269,2	-	258,85	247,8	232,75	208,9
i10	223	251	273,6	254,55	240,6	221,7	267,25	238,85	227,35	-	225,55	247,45	208,7
i11	241,9	253,75	254,85	254,6	228,25	265,4	279,4	258,4	247,3	252,55	-	241,15	232,7
i12	225,2	257,9	258,2	271,45	246,05	240,55	237,15	251,95	224,7	272,05	240,6	-	260,8
i13	229,4	247,75	238,45	253,8	261,95	254,4	273	271,7	204,5	237,55	233,3	264,65	-

Una volta calcolati tutti i risparmi l'algoritmo prevede che questi siano messi in ordine decrescente in modo tale che le coppie che hanno i risparmi più elevati, ovvero quelle economicamente più vantaggiose, siano le prime ad essere prese in considerazione per valutare se posso essere 'instradate' o meno.

DA->A	RISPARMIO
i10->i3	**332,55**
i10->i4	308,4
i7->i8	308,25
i7->i3	305,7
i4->i12	305
i3->i10	304,7
i7->i11	303,5
i10->i2	299,7
i8->i13	298,5
i7->i13	298,4
i7->i5	297,5
i8->i4	297,35
i12->i4	297,05
i10->i12	297,05
i8->i9	296,2
i6->i3	295,45
i7->i6	295,15
i5->i3	294,2
i2->i3	293,65
i12->i3	293,1
i3->i9	293
i10->i5	292,05
i7->i10	291,95
i4->i11	290,6
i6->i11	290,5
i3->i8	290,2
i7->i4	289,95
i12->i13	289,45
i4->i13	289
i3->i2	288,95
i4->i10	288,8
i9->i3	287,75
i5->i13	287,75
i3->i12	287,7
i4->i3	287,65
i13->i5	287
i13->i12	286,65
i10->i7	286,6
i3->i11	286,4

DA->A	RISPARMIO
i8->i2	286,05
i10->i9	285,45
i8->i11	285,1
i11->i3	284,1
i8->i3	283,65
i10->i1	283,35
i2->i12	283,15
i3->i6	282,2
i13->i4	281,1
i2->i11	281,05
i12->i2	281,05
i6->i13	281
i10->i11	279,85
i8->i12	278,3
i3->i5	278,1
i11->i4	278
i2->i10	277,85
i7->i2	277,25
i2->i13	276,45
i2->i1	276,15
i11->i1	276,1
i11->i6	276,05
i13->i8	275,3
i9->i11	275,3
i11->i9	275
i8->i5	274,9
i2->i5	274,05
i12->i5	273,45
i5->i4	273,45
i5->i9	272,65
i9->i5	272,55
i3->i4	272,45
i12->i10	272,25
i5->i12	272,25
i8->i1	272,2
i3->i13	271,5
i10->i8	271,15
i6->i4	271,05
i2->i4	270,75

DA->A	RISPARMIO
i11->i7	270,55
i7->i9	270,3
i9->i1	269,8
i6->i9	268,8
i4->i8	268,55
i4->i5	268,45
i3->i7	268,45
i2->i8	268,4
i9->i8	268,05
i12->i11	267,85
i5->i10	267,8
i5->i1	267,55
i11->i12	267,3
i8->i10	266,9
i10->i13	266,25
i13->i7	265,2
i13->i3	265,2
i13->i2	265,15
i6->i12	264,55
i4->i2	264,55
i4->i6	264,35
i11->i8	264,35
i3->i1	263,9
i8->i7	263,75
i2->i6	263,65
i13->i6	263,55
i5->i2	262,85
i4->i9	262,5
i10->i6	262,05
i7->i12	261,95
i6->i8	261,75
i11->i13	261,7
i2->i7	261,6
i13->i1	261,2
i12->i8	260,95
i12->i1	260,65
i13->i11	259,8
i8->i6	259,8
i6->i1	259,7

DA->A	RISPARMIO
i6->i2	259,6
i1->i2	259,5
i1->i5	259,45
i2->i9	258,65
i7->i1	258,3
i12->i9	257,55
i1->i3	257,3
i9->i10	257
i5->i11	255,75
i11->i5	255,35
i4->i1	254,8
i1->i11	254,7
i5->i6	254,55
i12->i6	254,5
i6->i5	254
i1->i13	253,7
i11->i10	252,95
i1->i12	252,3
i1->i4	251,4
i9->i12	251,35
i5->i7	251,05
i1->i9	251
i11->i2	250,7
i9->i6	250,2
i9->i4	249,7
i1->i8	249,15
i1->i6	248,45
i6->i7	247,85
i1->i10	247,7
i6->i10	247,4
i4->i7	246,8
i9->i2	245,7
i1->i7	243,85
i5->i8	241,9
i9->i7	238,85
i13->i9	237,3
i13->i10	237,05
i9->i13	236,9
i12->i7	233

Il primo passo da compiere per riuscire a trovare una soluzione con questo metodo è considerare, tra i tutti i camion, la coppia di macelli i-j che ha il risparmio maggiore. Nel nostro caso la coppia che ha il risparmio maggiore è i10-i3 con k2.

Il procedimento da fare ora è quello di controllare se i vincoli vengono rispettati.

I vincoli da controllare sono quattro:

1) vincolo sulla capacità: si controlla se caricando il camion la sua capacità massima non viene superata;

2) vincolo di arrivo al macello: si controlla se all'istante in cui si arriva al macello esso è già aperto; se si arriva in anticipo rispetto alla finestra di apertura del macello, si attende. L'altro controllo da effettuare è se il camion non arriva in tempo per entrare nella finestra temporale del macello;
3) vincolo scarico in conceria: poiché anche la conceria ha una finestra temporale il camion deve finire il proprio percorso in un tempo compatibile con la finestra temporale della conceria;
4) vincolo sulle pelli fresche: ogni macello impone un vincolo sul tempo massimo in cui le pelli devono essere consegnate in conceria e dev'essere rispettato. Di conseguenza, dato ad esempio un percorso x-y-z, si dovrà prendere come limite di arrivo in conceria il tempo minimo per cui la pelle si degrada. Considerando tx=1000, ty=1300 e tz=950 (con tx, ty e tz tempo massimo di arrivo in conceria), il valore con cui fare il controllo è 950.

Per poter verificare se i vincoli sono rispettati, è necessario calcolare per ogni camion una tabella strutturata in questo modo:

K1	Capacità residua	Ora arrivo al macello	Ora entrata macello	Ora uscita macello
i0	3700	10	10	10
i1	3450	135	135	155
i6	3110	280	500	522
i11	2710	665	665	697
i7	2290	804	880	899
i8	1900	997	997	1038
conceria	-	1198	1198	1198

In seguito verrà spiegato come sono stati inseriti i macelli in questa tabella e cosa significa il loro ordine. Le quattro colonne mi dicono:

- la capacità residua che si autoaggiorna ad ogni passaggio dal macello i-esimo;
- l'ora di arrivo al macello, calcolata tenendo conto del percorso fatto per arrivare fino al macello i-esimo;
- l'ora di entrata nel macello, che è dovuta alla finestra temporale del macello i-esimo;
- l'ora di uscita dal macello è data dall'ora di entrata più il tempo di carico delle pelli nel macello i-esimo.

Si possono così confrontare i valori appena calcolati con i valori limite imposti dai dati del problema. I confronti sono riassunti nella seguente tabella, la quale dà come risultato “VERO” se il vincolo viene rispettato.

k1	Vincolo capacità	Vincolo arrivo al macello	Vincolo scarico in conceria	Vincolo pelli fresche
i0	-	-	-	-
i1	VERO	VERO	VERO	VERO
i6	VERO	VERO	VERO	VERO
i11	VERO	VERO	VERO	VERO
i7	VERO	VERO	VERO	VERO
i8	VERO	VERO	VERO	VERO
conceria	-	-	VERO	VERO

Ovviamente, un macello può essere inserito nel percorso solo se tutti e quattro i vincoli danno come risultato “VERO”.

Verrà ora delineata la procedura di risoluzione che è stata usata per risolvere il problema in esame:

<u>*Step 1.*</u> Dalle tabelle ordinate dei risparmi, si prende la coppia con saving massimo e si fa il controllo sui vincoli. In questo caso, la coppia selezionata (i10 – i3 con k2) non va bene in quanto non viene rispettato il vincolo 2).

Si passa alla coppia successiva. Nel nostro caso operativo è utile svolgere l’algoritmo in parallelo, bisogna quindi controllare ad ogni passaggio di utilizzare sempre la coppia che ha il risparmio massimo tra tutti i camion.

Lo *step 1* procede finché non viene trovata una coppia ammissibile.

Nel caso in esame si rimane su k2 perché tra tutti i risparmi dei vari camion è sempre quello che presenta i valori maggiori. La coppia da controllare è i10 – i4, e anche questa non rispetta il secondo vincolo. Continuando a seguire la lista la prima coppia accettabile è i4 – i12.

<u>*Step 2.*</u> Si inserisce la coppia trovata nella *route* di k2.

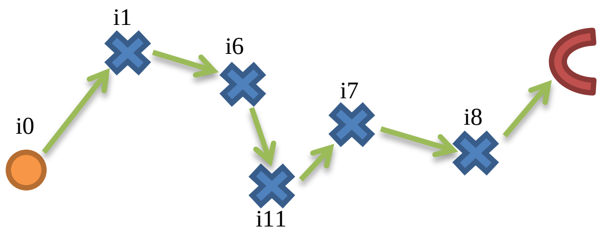
Una volta che si inserisce una coppia di macelli nella rotta di un camion è utile cancellarne i riferimenti nelle tabelle dei risparmi degli altri camion, facilitando così la ricerca del saving massimo all’interno delle tabelle.

<u>*Step 3.*</u> Sempre considerando i risparmi maggiori si va a vedere se in k2 c’è una coppia di macelli che ha come successore i4 o come predecessore i12. Nel caso esistesse, si vanno a controllare i quattro vincoli. Se essi sono rispettati, allora è possibile inserire il macello nella *route*, altrimenti si riprende lo *step 4* finché non si inserisce un macello o finché i risparmi della possibile coppia da inserire non diventino inferiori di quelli di un’altra coppia presente nella lista di un altro camion. Se si verifica la seconda ipotesi, si riprende dallo *step 1*.

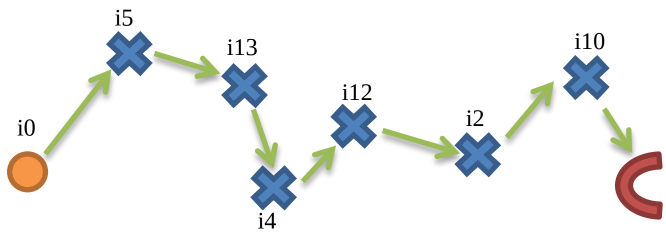
3.Risultati ottenuti.

I risultati ottenuti con questo algoritmo sono i seguenti:

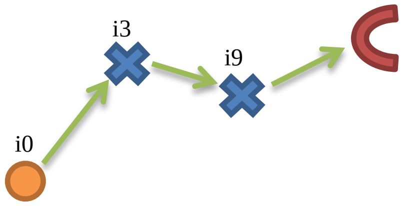
k1	Vincolo capacità	Ora arrivo al macello	Ora entrata macello	Ora uscita macello
i0	3700	10	10	10
i1	3450	135	135	155
i6	3110	280	500	522
i11	2710	665	665	697
i7	2290	804	880	899
i8	1900	997	997	1038
conceria	-	1198	1198	1198



k2	Vincolo capacità	Ora arrivo al macello	Ora entrata macello	Ora uscita macello
i0	2700	30	30	30
i5	2310	163	210	244
i13	2040	363	363	398
i4	1740	551	551	570
i12	1190	684	684	715
i2	660	880	880	908
i10	40	1052	1052	1098
conceria	-	1223	1223	1223



k3	Vincolo capacità	Ora arrivo al macello	Ora entrata macello	Ora uscita macello
i0	2700	20	20	20
i3	1900	180	180	217
i9	1420	366	366	392
conceria	-	533	533	533



Grazie ai percorsi trovati e alla tabella del costo totale ricavata all'inizio, è stato semplice calcolare il costo totale del percorso di ogni camion. In particolare si ottiene che per k1 il costo è 1629,65, per k2 è 1996,8 e per k3 è 732,75.

4.Conclusioni.

L'algoritmo usato ha permesso di giungere ad una soluzione del problema. Probabilmente, a causa della natura euristica dell'algoritmo, non è detto che si sia arrivati alla soluzione ottima, ma comunque si è giunti ad una soluzione buona.
L'algoritmo di per sé non presenta grandi difficoltà nell'applicazione anche a casi reali. Ciò che tuttavia ha appesantito lo svolgimento sono stati principalmente i calcoli articolati da svolgere, i quali potevano essere facilmente fonte di errori. Per questo è stato sfruttato lo strumento di Excel per ridurre al minimo gli sbagli.

BIBLIOGRAFIA

"Vehicle routing problem":un caso di studio (http://amslaurea.unibo.it)

The vehicle routing problems with backhauls: properties and solutions algorithms (http://neo.lcc.uma.es)

Evaluation of optimization algorithms for improvement of a transportation companies (inhouse) vehicle routing system (http://digitalcommons.unl.edu)

Metodi esatti di risoluzione per il problema di vehicle routing con finestre temporali (http://tesi.cab.unipd.it)

Implementazione e sperimentazione di algoritmi per il routing di veicoli in tempo reale (http://amslaurea.unibo.it)

Clarke & wright's savings algorithm (http://www.hha.dk)

Laporte Gilbert, Semet Frédéric "Classical Heuristics for the Capacitated VRP"

Solomon Marius M. "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with the window constraints" 1984

APPENDICE

Di seguito, vengono riportate tutte le tabelle contenenti i dati del caso considerato. Si parte dai dati forniti, fino ad arrivare alle tabelle che derivano dall'elaborazione di tali dati.

- **Costanti dei macelli**

FINESTRA TEMPORALE		
	Inizio	Fine
i1	120	540
i2	380	960
i3	180	490
i4	450	840
i5	210	900
i6	500	1500
i7	880	1400
i8	590	1000
i9	110	710
i10	720	1060
i11	100	1000
i12	260	800
i13	80	440

QUANTITA' CARICATA IN OGNI MACELLO	
	p(i)
i1	250
i2	530
i3	800
i4	300
i5	390
i6	340
i7	420
i8	390
i9	480
i10	620
i11	400
i12	550
i13	270

TEMPO LIMITE DI SCARICO IN CONCERIA	
	g(i)
i1	1700
i2	1800
i3	1800
i4	1900
i5	1701
i6	1600
i7	1900
i8	1500
i9	1600
i10	1800
i11	1700
i12	1700
i13	1500

Tempo max entrata al macello	
i1	540
i2	960
i3	490
i4	840
i5	900
i6	1500
i7	1400
i8	1000
i9	710
i10	1060
i11	1000
i12	800
i13	440

Finestra temporale conceria	
sm	**fm**
420	1740

- **Costanti dei camion**

Costo del tempo impiegato	
k1	0,1
k2	0,1
k3	0,1

Costo di uscita	
k1	200
k2	220
k3	180

Capacità max camion	
k1	3700
k2	2700
k3	2700

Tempo max partenza	
k1	100
k2	130
k3	120

Costo attesa	
k1	0,05
k2	0,05
k3	0,05

Tempo partenza	
k1	10
k2	30
k3	20

Costo scarico alla conceria	
k1	5
k2	6
k3	4

Tempo scarico in conceria	
k1	10
k2	10
k3	10

- **Relazioni camion-macelli**

Costo di carico di ogni macello per ogni camion			
	k1	**k2**	**k3**
i1	2	2	2
i2	3	3	3
i3	3	4	4
i4	2	2	2
i5	3	3	4
i6	2	3	3
i7	2	2	3
i8	4	4	4
i9	2	3	4
i10	4	3	3
i11	3	3	3
i12	4	4	4
i13	4	3	3

Tempo di carico di ogni macello per ogni camion			
	k1	**k2**	**k3**
i1	20	22	24
i2	25	28	30
i3	32	35	37
i4	18	19	20
i5	30	34	36
i6	22	26	28
i7	19	21	22
i8	41	42	44
i9	23	24	26
i10	44	46	47
i11	32	34	35
i12	29	31	32
i13	34	35	37

Tempo trasporto

k1														
	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13
i1	125	-	142	158	166	156	112	109	131	103	152	168	134	154
i2	137	145	-	149	167	181	107	111	140	177	138	113	160	137
i3	151	161	150	-	158	145	119	133	129	145	120	157	144	178
i4	134	156	160	168	-	132	137	112	107	170	115	136	115	151
i5	129	122	167	168	171	-	113	100	119	138	143	184	148	118
i6	120	125	156	141	152	120	-	128	170	152	166	147	136	146
i7	90	111	163	128	181	100	115	-	159	149	153	107	172	149
i8	112	137	123	181	114	161	101	98	-	119	174	129	151	103
i9	106	108	175	148	166	173	150	146	121	-	131	130	164	172
i10	149	149	141	124	116	146	161	151	177	133	-	124	170	169
i11	120	166	111	154	139	182	143	105	133	126	168	-	154	158
i12	123	139	157	146	112	151	138	167	149	160	123	157	-	121
i13	141	122	152	139	148	116	144	150	101	175	169	160	120	-
conceria	-	128	139	153	139	141	128	158	160	136	124	151	144	137

k2														
	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13
i1	130	-	143	163	168	157	115	110	134	105	156	174	137	157
i2	140	147	-	151	170	178	109	113	143	183	141	118	165	140
i3	157	166	154	-	165	147	117	140	132	147	124	161	147	184
i4	144	159	163	171	-	133	135	112	109	175	118	142	118	153
i5	133	123	165	166	170	-	115	102	121	142	147	190	152	119
i6	121	127	156	144	154	120	-	132	170	155	171	151	138	150
i7	92	112	166	131	190	101	116	-	161	153	155	112	177	151
i8	120	139	125	187	116	170	107	99	-	123	177	132	154	104
i9	109	111	177	151	170	175	153	149	123	-	134	134	167	175
i10	153	154	144	128	119	148	165	153	180	135	-	128	175	174
i11	121	166	115	159	141	186	148	109	136	131	172	-	156	162
i12	129	142	158	148	114	155	141	170	151	164	126	160	-	123
i13	144	119	154	141	150	119	146	153	105	178	171	162	123	-
conceria	-	131	142	157	146	142	129	162	162	139	125	154	147	140

k3														
	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13
i1	132	-	142	160	167	156	113	110	132	104	154	170	135	155
i2	143	146	-	150	168	179	108	112	141	179	139	115	162	138
i3	160	163	152	-	150	146	118	136	130	146	121	159	145	181
i4	148	157	161	169	-	133	136	113	108	172	116	139	116	152
i5	138	122	166	167	171	-	114	101	120	140	144	186	150	119
i6	121	126	157	142	153	121	-	129	169	153	168	149	137	148
i7	96	111	164	129	184	101	115	-	160	151	154	109	174	150
i8	124	138	124	184	115	164	104	98	-	121	175	130	152	103
i9	115	109	176	149	167	174	151	147	122	-	132	131	165	174
i10	157	151	142	125	117	147	163	152	178	134	-	126	172	171
i11	122	166	112	156	140	184	145	106	134	128	169	-	155	160
i12	133	140	158	147	113	153	139	168	150	162	124	158	-	122
i13	146	121	153	140	149	117	145	151	102	176	170	161	121	-
conceria	-	133	144	160	150	143	130	165	164	141	126	156	149	142

Costo fisso trasporto

k1														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	25	-	42	58	66	45	59	75	53	35	49	33	52	45
i2	37	45	-	49	67	58	71	65	45	65	46	74	42	53
i3	51	61	50	-	58	49	49	49	71	42	30	56	49	68
i4	34	56	60	68	-	58	61	51	47	67	42	49	32	42
i5	41	49	56	64	71	-	80	49	69	43	55	68	53	35
i6	33	51	60	51	66	61	-	39	70	54	73	39	63	46
i7	28	46	51	60	72	59	67	-	54	61	44	41	77	39
i8	31	39	57	42	61	77	63	29	-	38	65	54	56	37
i9	33	36	63	40	66	44	52	63	36	-	52	41	55	71
i10	29	48	47	31	43	53	75	42	64	51	-	64	42	74
i11	40	35	55	55	50	69	40	42	54	40	63	-	56	57
i12	35	51	44	50	31	52	62	76	57	57	45	52	-	29
i13	32	46	51	67	44	36	45	38	38	72	72	55	30	-
conceria	-	28	39	53	39	37	36	41	58	36	26	49	40	42

k2														
	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13
i1	30	-	43	63	68	45	60	74	54	34	46	31	51	42
i2	40	47	-	51	70	61	70	64	51	63	43	72	40	51
i3	57	66	54	-	65	49	52	52	72	41	29	54	47	65
i4	44	59	63	71	-	57	62	56	46	64	40	48	31	39
i5	43	51	58	64	69	-	78	47	66	41	53	66	51	33
i6	33	51	58	50	63	64	-	37	68	52	71	37	60	44
i7	29	51	54	59	73	63	68	-	59	58	42	39	74	37
i8	34	51	56	41	62	75	61	27	-	37	63	51	54	36
i9	35	51	60	38	63	41	50	61	34	-	49	39	54	67
i10	32	51	45	29	41	50	72	40	61	47	-	62	41	70
i11	43	51	53	53	47	66	38	41	53	38	60	-	54	55
i12	37	51	43	49	29	49	60	73	55	55	43	50	-	27
i13	35	51	48	64	42	35	42	36	37	66	68	53	30	-
conceria	-	51	42	57	46	39	35	43	59	37	28	52	41	44

k3														
	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13
i1	27	-	42	60	67	45	60	74	53	34	47	32	51	43
i2	38	46	-	50	68	59	70	64	47	64	44	73	41	52
i3	53	63	52	-	60	50	50	50	71	41	29	55	48	66
i4	38	57	61	69	-	57	61	52	46	65	41	48	31	40
i5	42	50	57	65	70	-	79	48	67	41	54	67	52	34
i6	32	50	59	50	64	62	-	38	69	53	72	38	61	45
i7	29	47	52	59	72	61	67	-	56	59	43	40	75	38
i8	32	40	56	41	61	76	62	28	-	37	64	52	55	36
i9	34	35	61	39	64	42	51	62	35	-	50	40	54	68
i10	30	47	46	30	42	51	73	41	62	48	-	63	41	71
i11	41	34	54	54	48	67	39	41	53	39	61	-	55	56
i12	36	50	44	49	30	50	61	74	55	56	44	51	-	28
i13	33	45	49	65	43	35	43	37	37	68	69	54	30	-
conceria	-	29	40	55	42	38	35	42	59	37	27	50	41	43

- **Costi dell’attesa**

k1														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	11,65	10,75	-	9,95	9,75	8,45	12,55	12,5	9,95	9	9,9	11,75	9,55	10,45
i3	0,95	0	0,25	-	0,2	0,25	1,95	1,4	0,5	0,6	0,8	0	0,35	0
i4	15,3	13,7	13,25	12,5	-	14,4	14,55	15,95	15,1	12,85	14,55	14,1	15,3	13,25
i5	3,55	3,4	0,9	0,5	1,05	-	3,75	4,55	2,5	2,45	1,15	0	1,65	2,9
i6	18,5	17,75	15,95	16,35	16,5	17,5	-	17,65	14,45	16,25	14,5	16,05	16,75	16
i7	39	37,45	34,6	36	34,05	37,5	37,15	-	34	35,4	34,15	37,05	33,95	34,85
i8	23,4	21,65	22,1	18,85	22,9	19,95	23,35	23,65	-	22,4	18,6	21,45	20,5	22,65
i9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
i10	28,05	27,55	27,7	28,2	29,3	27,2	26,85	27,5	25,1	28,2	-	28,2	26,05	25,85
i11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
i12	6,35	5,05	3,9	4,1	6,5	3,95	5	3,7	3,5	3,85	4,65	3,55	-	5,25
i13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-

k2														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	10,65	10,65	-	9,8	9,7	8,25	12,35	12,4	9,9	8,95	9,8	11,65	9,45	10,4
i3	0	0	0,1	-	0,15	0,05	1,75	1,3	0,45	0,55	0,7	0	0,25	0
i4	14,3	13,6	13,1	12,35	-	14,2	14,35	15,85	15,05	12,8	14,45	14	15,2	13,2
i5	2,55	3,3	0,75	0,35	1	-	3,55	4,45	2,45	2,4	1,05	0	1,55	2,85
i6	17,5	17,65	15,8	16,2	16,45	17,3	-	17,55	14,4	16,2	14,4	15,95	16,65	15,95
i7	38	37,35	34,45	35,85	34	37,3	36,95	-	33,95	35,35	34,05	36,95	33,85	34,8
i8	22,4	21,55	21,95	18,7	22,85	19,75	23,15	23,55	-	22,35	18,5	21,35	20,4	22,6
i9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
i10	27,05	27,45	27,55	28,05	29,25	27	26,65	27,4	25,05	28,15	-	28,1	25,95	25,8
i11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
i12	5,35	4,95	3,75	3,95	6,45	3,75	4,8	3,6	3,45	3,8	4,55	3,45	-	5,2
i13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-

k3														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	11,15	10,55	-	9,7	9,65	8,15	12,25	12,35	9,8	8,85	9,75	11,6	9,4	10,3
i3	0,45	0	0	-	0,1	0	1,65	1,25	0,35	0,45	0,65	0	0,2	0
i4	14,8	13,5	13	12,25	-	14,1	14,25	15,8	14,95	12,7	14,4	13,95	15,15	13,1
i5	3,05	3,2	0,65	0,25	0,95	-	3,45	4,4	2,35	2,3	1	0	1,5	2,75
i6	18	17,55	15,7	16,1	16,4	17,2	-	17,5	14,3	16,1	14,35	15,9	16,6	15,85
i7	38,5	37,25	34,35	35,75	33,95	37,2	36,85	-	33,85	35,25	34	36,9	33,8	34,7
i8	22,9	21,45	21,85	18,6	22,8	19,65	23,05	23,5	-	22,25	18,45	21,3	20,35	22,5
i9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
i10	27,55	27,35	27,45	27,95	29,2	26,9	26,55	27,35	24,95	28,05	-	28,05	25,9	25,7
i11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
i12	5,85	4,85	3,65	3,85	6,4	3,65	4,7	3,55	3,35	3,7	4,5	3,4	-	5,1
i13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-

- **Costo totale**

k1														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	241,5	-	260,2	277,8	286,6	264,6	274,2	289,9	270,1	249,3	268,2	253,8	269,4	264,4
i2	267,9	275,8	-	279,4	299	290,1	299,8	294,1	274,5	297,2	275,2	302,6	273,1	282,7
i3	273,3	283,3	271,5	-	280,2	270	269,1	269,9	290,6	263,3	249	277,9	270	292
i4	266,5	289,1	293,1	301,1	-	289,4	293,1	282	276,6	300,7	271,9	280,5	262,6	274,2
i5	263,5	270,6	279,6	287,3	295,2	-	301,1	269,6	289,4	265,3	276,5	292,4	275,5	255,7
i6	267,7	285,5	295,8	285,7	301,9	294,7	-	273,7	305,7	289,7	308,3	274	297,6	280,8
i7	279,9	298,5	305,8	312,7	328,1	310,4	319,6	-	307,8	315,2	297,4	292,7	332,1	292,7
i8	273,7	282,5	299,5	287,1	303,4	321,2	304,6	270,6	-	280,4	309,1	296,5	299,7	278,1
i9	247,9	251,1	284,8	259,1	286,9	265,6	271,3	281,9	252,4	-	269,4	258,3	275,7	292,5
i10	280,4	298,9	297,2	280	292,3	303,2	326,4	293	315,2	300,9	-	313	293,5	325,2
i11	258,2	257,8	272,3	276,6	270,1	293,4	260,5	258,7	273,5	258,8	286	-	277,6	279
i12	260,6	276,9	270,5	275,6	255,6	278	287,7	303,3	282,3	283,8	268,9	278,2	-	253,3
i13	253,5	265,6	273,6	288,3	266,2	255	266,8	260,4	255,5	296,9	296,3	278,4	249,4	-
conceria	-	245,8	257,9	273,3	257,9	256,1	253,8	261,8	279	254,6	243,4	269,1	259,4	260,7

k2														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	267,2	-	281,5	303,5	309	284,9	295,7	309,2	291,6	268,7	285,8	272,6	288,9	281,9
i2	290,5	298,2	-	301,7	322,5	312,9	319,1	313,5	301	316,1	292,7	321,3	291,8	301,2
i3	300,2	310,1	297	-	309,2	291,3	293	294,8	313,2	283,8	269,6	297,6	289,5	310,9
i4	296,6	312,4	316,3	324,4	-	308,4	313,8	307	295,9	318,2	290,2	300,1	281,9	291,4
i5	285,3	293	301,7	307,4	313,4	-	319,5	288,1	307	284	295,2	311,4	294,2	274,2
i6	288,2	307	315	306,2	320,5	318,9	-	293,4	325	309,3	328,1	293,7	316,1	300,6
i7	300,3	323,7	329,2	332,1	350,1	334,5	340,7	-	333,2	332,8	315,7	311,3	349,7	311
i8	296,6	314,7	318,7	306,6	324,7	340	323,1	288,7	-	299,9	327,4	313,8	318	297,2
i9	271,3	287,5	303,1	278,5	305,4	283,9	290,7	301,3	271,7	-	287,8	277,8	296,1	309,9
i10	302	321,5	314,6	297,5	309,8	319,4	342,8	310,3	331,7	316,3	-	330,5	312,1	340,8
i11	281,5	294	290,9	295,3	287,5	311	279,2	278,3	293	277,5	303,6	-	296	297,6
i12	282,4	297,3	289,7	294,9	274	295,4	306	320,7	300,7	302,3	287,3	296,6	-	271,6
i13	275,9	289,4	289,9	304,6	283,5	273,4	283,1	277,8	274	310,3	311,6	295,7	268,8	-
conceria	-	290,1	282,2	298,7	286,6	279,2	273,9	285,2	301,2	276,9	266,5	293,4	281,7	284

k3														
	i0	**i1**	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	224,6	-	240,6	260,4	268,1	245	255,7	269,4	250,6	228,8	246,8	233,4	248,9	242,9
i2	249,5	257,2	-	260,7	280,5	271,1	279,1	273,6	256,9	276,8	253,7	282,1	252,6	262,1
i3	257,2	267	254,9	-	262,8	252,3	251,2	252,6	272,1	243,8	229,5	258,6	250,4	271,8
i4	251,6	270,2	274,1	282,2	-	268,4	272,9	263,1	255,8	278,9	251	259,9	241,8	252,3
i5	246,5	253	261,9	269,6	275,7	-	281,5	250,1	269	244,9	257	273,2	256,1	236,3
i6	247,9	266	276,2	266,1	281,5	277,1	-	254,2	286	270,2	289	254,6	277,1	261,5
i7	262,3	280,6	288	292,9	309,6	293,5	300,6	-	291,1	294,6	277,6	273	311,4	272,9
i8	255,7	263,7	278,7	266,4	283,7	300,5	283,9	249,7	-	259,8	288,4	274,7	279	257,2
i9	232,1	232,5	265,2	240,5	267,3	246	252,7	263,3	233,8	-	249,8	239,7	257,1	272
i10	261	277,2	275,4	258,2	270,6	280,3	303,6	271,3	292,5	277,2	-	291,4	271,8	301,5
i11	239,7	237,1	251,7	256,1	248,5	271,9	240	238,1	252,9	238,3	264,4	-	257	258,5
i12	242,4	256,1	250,7	254,8	234,9	256,2	266,8	281,6	260,6	263,1	248,1	257,4	-	232,5
i13	234,3	243,8	251	265,7	244,6	233,4	244,2	238,8	233,9	272,3	272,7	256,8	228,8	-
conceria	-	226,3	238,4	255	241	236,3	232	242,5	259,4	235,1	223,6	249,6	239,9	241,2

- **Risparmi**

k1													
	i1	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	-	249,15	236,95	221,4	240,35	235	231,5	245,1	240,1	253,65	245,9	232,65	230,6
i2	233,6	-	261,75	235,4	241,25	235,8	253,65	267,1	218,55	273	223,5	255,35	238,7
i3	231,45	269,65	-	259,55	266,75	271,9	283,25	256,35	257,85	304,6	253,55	263,85	234,75
i4	218,9	241,3	238,65	-	240,55	241,15	264,45	263,6	213,75	275	244,2	264,45	245,85
i5	234,35	251,7	249,4	234,8	-	230,1	273,8	247,75	246,1	267,35	229,25	248,55	261,25
i6	223,75	239,8	255,3	232,3	236,45	-	273,95	235,75	225,95	239,75	251,95	230,7	240,4
i7	222,95	241,95	240,45	218,35	232,95	228,05	-	245,8	212,6	262,9	245,45	208,4	240,75
i8	232,75	242,05	259,9	236,8	216	236,85	283,05	-	241,2	244,95	235,45	234,55	249,15
i9	238,3	230,95	262,05	227,5	245,75	244,3	245,9	269,2	-	258,85	247,8	232,75	208,9
i10	223	251	273,6	254,55	240,6	221,7	267,25	238,85	227,35	-	225,55	247,45	208,7
i11	241,9	253,75	254,85	254,6	228,25	265,4	279,4	258,4	247,3	252,55	-	241,15	232,7
i12	225,2	257,9	258,2	271,45	246,05	240,55	237,15	251,95	224,7	272,05	240,6	-	260,8
i13	229,4	247,75	238,45	253,8	261,95	254,4	273	271,7	204,5	237,55	233,3	264,65	-

k2													
	i1	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	-	276,15	263,9	254,8	267,55	259,7	258,3	272,2	269,8	283,35	276,1	260,65	261,2
i2	259,5	-	288,95	264,55	262,85	259,6	277,25	286,05	245,7	299,7	250,7	281,05	265,15
i3	257,3	293,65	-	287,65	294,2	295,45	305,7	283,65	287,75	332,55	284,1	293,1	265,2
i4	251,4	270,75	272,45	-	273,45	271,05	289,95	297,35	249,7	308,4	278	297,05	281,1
i5	259,45	274,05	278,1	268,45	-	254	297,5	274,9	272,55	292,05	255,35	273,45	287
i6	248,45	263,65	282,2	264,35	254,55	-	295,15	259,8	250,2	262,05	276,05	254,5	263,55
i7	243,85	261,6	268,45	246,8	251,05	247,85	-	263,75	238,85	286,6	270,55	233	265,2
i8	249,15	268,4	290,2	268,55	241,9	261,75	308,25	-	268,05	271,15	264,35	260,95	275,3
i9	251	258,65	293	262,5	272,65	268,8	270,3	296,2	-	285,45	275	257,55	237,3
i10	247,7	277,85	304,7	288,8	267,8	247,4	291,95	266,9	257	-	252,95	272,25	237,05
i11	254,7	281,05	286,4	290,6	255,75	290,5	303,5	285,1	275,3	279,85	-	267,85	259,8
i12	252,3	283,15	287,7	305	272,25	264,55	261,95	278,3	251,35	297,05	267,3	-	286,65
i13	253,7	276,45	271,5	289	287,75	281	298,4	298,5	236,9	266,25	261,7	289,45	-

k3													
	i1	**i2**	**i3**	**i4**	**i5**	**i6**	**i7**	**i8**	**i9**	**i10**	**i11**	**i12**	**i13**
i1	-	233,45	221,35	208,1	226,05	216,8	217,5	229,7	227,9	238,75	230,9	218,05	216
i2	216,9	-	245,9	220,6	224,85	218,3	238,2	248,25	204,8	256,75	207,05	239,2	221,65
i3	214,75	251,7	-	245,95	251,3	253,9	266,9	240,8	245,5	288,65	238,25	249,1	219,65
i4	206	226,95	226,6	-	229,65	226,65	250,8	251,55	204,8	261,55	231,45	252,2	233,6
i5	218,05	234,05	234,05	222,4	-	212,9	258,65	233,2	233,65	250,4	212,95	232,7	244,5
i6	206,55	221,15	238,95	218	217,25	-	256	217,6	209,8	219,9	233	213,15	220,75
i7	206,35	223,8	226,6	204,35	215,25	209,65	-	226,95	199,85	245,65	229	193,25	223,7
i8	216,65	226,5	246,45	223,6	201,7	219,75	268,3	-	228,05	228,3	220,7	219,1	232,8
i9	224,2	216,35	248,75	216,4	232,55	227,3	231,1	254	-	243,25	232,1	217,35	194,4
i10	208,4	235,05	259,95	241,95	227,1	205,3	252	224,2	215,9	-	209,3	231,5	193,75
i11	227,2	237,45	240,75	242,8	214,25	247,6	263,9	242,5	233,5	236,25	-	225,05	215,5
i12	210,9	241,15	244,75	259,05	232,65	223,45	223,1	237,5	211,35	255,2	224,65	-	244,15
i13	215,1	232,75	225,75	241,3	247,35	238	257,8	256,1	194,1	222,55	217,2	247,85	-