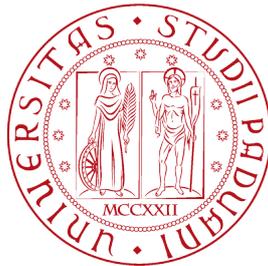


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA
"GALILEO GALILEI"

CORSO DI LAUREA IN ASTRONOMIA

TESI DI LAUREA TRIENNALE

Analisi delle regolarità nella distribuzione del raggio orbitale dei pianeti in sistemi multipli

Relatore:
Prof. Giampaolo Piotto
Correlatore:
Dott. Valerio Nascimbeni

Laureanda:
Lisa Altinier
Matr.:1102890

Anno Accademico 2018-2019

Introduzione

Dalla scoperta del primo esopianeta è cambiata la percezione del ruolo che riveste il Sistema Solare, ed in particolar modo la Terra, nell'Universo. Nel 1995 due astronomi dell'osservatorio di Ginevra, Michel Mayor e Didier Queloz, annunciano la scoperta del primo pianeta extrasolare: si tratta di *51 Pegasi b*, un pianeta massiccio circa la metà di Giove che orbita attorno alla stella madre ad una distanza di circa 0.05 ua. La scoperta è sorprendente non solo perché apre le porte ad un nuovo ramo dell'astronomia, ma anche perché non sembrava possibile che un pianeta di tali dimensioni potesse orbitare ad una così breve distanza dalla stella. In poco più di vent'anni la ricerca ha fatto passi da gigante: molte le missioni dedicate, da *CoRoT* a *TESS*, circa 4000 i pianeti scoperti¹, più della metà dei quali rivelati da *Kepler*, e altrettanti in attesa di conferma. Al proseguire delle ricerche il Sistema Solare si rivela essere sempre meno esclusivo, ma paradossalmente trovare un pianeta simile alla Terra sia per dimensioni che per parametri orbitali è ancora fuori dalla nostra portata.

Ad oggi sono noti anche centinaia di sistemi multipli, molti dei quali contengono più di quattro pianeti. L'obiettivo di questa tesi è quello di verificare se tali sistemi seguano un andamento di tipo esponenziale, noto come legge di Titius-Bode, nella distribuzione del raggio orbitale. A tale scopo sono stati utilizzati i dati della missione spaziale *Kepler* ed i parametri planetari predetti da Bovaird et al. (2015).

Nel *Capitolo 1* viene presentata la relazione di Titius-Bode, la sua idea-

¹4003, dato aggiornato al 13 giugno 2019.

zione, l'applicazione al Sistema Solare e le interpretazioni fisiche che sono state proposte storicamente.

Il *Capitolo 2* descrive la missione *Kepler*, principalmente dal punto di vista della strumentazione, delle tecniche scientifiche e dei risultati prodotti.

Nel *Capitolo 3* vengono riassunti i dati delle principali pubblicazioni riguardanti le previsioni dei raggi orbitali di possibili pianeti extrasolari mediante la relazione di Titius-Bode. Gli articoli in questione sono Bovaird & Lineweaver (2013), Huang & Bakos (2014) e Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015).

Nel *Capitolo 4* viene esposto il metodo utilizzato per la rielaborazione dei dati e i risultati ottenuti. Innanzitutto è stato verificato se tra i pianeti predetti da Bovaird & Lineweaver (2013) e Huang & Bakos (2014) ve ne fossero alcuni rilevati solo di recente. Successivamente sono state analizzate le previsioni di Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015). I 6 casi che hanno prodotto esito positivo, e che quindi risultano compatibili con il modello presentato, sono stati studiati singolarmente.

Il *Capitolo 5* riassume i risultati ottenuti da questa tesi ed espone alcuni obiettivi per la ricerca futura introducendo le missioni spaziali *TESS* e *PLATO*.

Indice

| | |
|--|-----------|
| Introduzione | i |
| 1 Relazione di Titius-Bode | 1 |
| 1.1 Interpolazione dei dati | 3 |
| 1.2 Cenni storici | 5 |
| 1.3 Le prime conferme | 7 |
| 1.4 Le prime smentite | 7 |
| 1.5 Interpretazione fisica | 9 |
| 1.5.1 Teorie elettromagnetiche | 9 |
| 1.5.2 Teorie gravitazionali | 9 |
| 1.5.3 Teorie nebulari | 10 |
| 2 <i>Kepler</i> | 15 |
| 2.1 Caratteristiche della Missione | 15 |
| 2.1.1 Durata della Missione | 16 |
| 2.1.2 Struttura del fotometro | 17 |
| 2.1.3 Campo di vista | 20 |
| 2.2 Osservazioni | 21 |
| 2.3 Cataloghi | 22 |
| 2.3.1 <i>TCE</i> | 23 |
| 2.3.2 <i>KOI</i> | 23 |
| 3 Lavori precedenti | 25 |
| 3.1 Bovaird & Lineweaver (2013) | 25 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2 | Huang & Bakos (2014) | 27 |
| 3.3 | Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015) | 29 |
| 4 | Elaborazione dati | 31 |
| 4.1 | Risultati Bovaird & Lineweaver (2013) | 32 |
| 4.2 | Risultati Huang & Bakos (2014) | 34 |
| 4.3 | Risultati Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015) | 39 |
| 4.3.1 | Candidati pianeti individuati | 40 |
| 5 | Conclusioni | 53 |
| 5.1 | Uno sguardo al futuro | 54 |
| A | Tabelle | 61 |
| | Bibliografia | 67 |

Capitolo 1

Relazione di Titius-Bode

La relazione di Titius-Bode è una legge esponenziale ricavata empiricamente che pone in relazione il semiasse maggiore dell'orbita del pianeta con la posizione dello stesso rispetto agli altri di un unico sistema planetario. La formulazione matematica originale è

$$r_n = 4 + 3 \cdot 2^n \quad (1.1)$$

dove r è il raggio orbitale (approssimando le orbite dei pianeti a delle orbite circolari) avendo assunto la distanza Sole-Terra di 10 unità e n è un parametro che individua la “posizione” del pianeta. Per il Sistema Solare $n = -\infty, 0, 1, 2, \dots$ rispettivamente per Mercurio, Venere, Terra, \dots . Tale relazione non esprime il raggio r_n in Unità Astronomiche. Se si volesse ciò è sufficiente normalizzare la distanza della Terra ad 1 ua. Si ottiene così la seguente formula, valida unicamente per il Sistema Solare:

$$r_{n,ua} = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n \quad (1.2)$$

Vi è anche una versione generalizzata ideata inizialmente per essere applicata ai sistemi pianeta-satellite¹ e che successivamente è stata riconsiderata per l'applicazione ai sistemi esoplanetari:

$$r_n = a + b \cdot 2^n. \quad (1.3)$$

¹Al tempo della formulazione (tra il 1766 e il 1772) erano noti solo quattro satelliti di Giove e cinque di Saturno.

Per il Sistema Solare i valori di *best fit* risultano essere $a = 0.387$ e $b = 0.293$ [Wurm, 1787], mentre per il sistema di satelliti allora noti di Giove sono $a = 3.0$ e $b = 3.0$, e per quello di Saturno $a = 4.5$ e $b = 1.6$. I raggi orbitali dei satelliti sono espressi in unità di raggio del pianeta, rispettivamente R_{Giove} e R_{Saturno} . Tuttavia, alla luce della scoperta di nuove lune² dei pianeti Giove, Saturno ed Urano, risulta più efficace la riformulazione della relazione di Titius-Bode (proposta da Miss Mary Adela Blagg nel 1913 [Blagg, 1913]) espressa come

$$r_n = A \cdot (1.7275)^n \cdot (B + f) \quad (1.4)$$

dove $n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$, A e B sono costanti positive ed f è una funzione periodica, che a sua volta dipende da altre due costanti (α e β), che assume rilevanza quando B è un valore molto piccolo. Nella *Tabella 1.1* vengono riportati i valori assunti dalle costanti nei diversi sistemi di satelliti.

| <i>Sistema</i> | A | B | α | β |
|----------------|--------|--------|----------|---------|
| Giove | 0.4523 | 1.852 | 113.0 | 36.0 |
| Saturno | 3.074 | 0.0071 | 118.0 | 10.0 |
| Urano | 2.98 | 0.0805 | 125.7 | 12.5 |

Tabella 1.1: Nella tabella sono riportati i dati dei valori che assumono le costanti della riformulazione di Blagg nei diversi sistemi pianeta-satelliti.

Con la terza legge di Keplero è possibile riscrivere la relazione (1.3) in funzione dei periodi di rivoluzione come

$$\log P_n = \log P_0 + n \cdot \log \alpha, \quad (1.5)$$

dove P_n è il periodo di rivoluzione del pianeta considerato, P_0 è il periodo di rivoluzione del pianeta più prossimo alla stella, $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ è la posizione del pianeta ed α un parametro caratteristico che varia da sistema a sistema.

²In questo caso si parla dei satelliti principali, i più massicci, scoperti quasi tutti entro la metà degli anni Settanta.

Sebbene per il Sistema Solare non vi sia alcuna necessità di preferire una formulazione della legge rispetto all'altra, non vale lo stesso per i sistemi extrasolari. Le attuali tecniche di rivelazione degli esopianeti non sempre permettono di ricavare con precisione sufficiente i semiassi orbitali, quindi l'equazione (1.4) risulta di più facile applicazione.

1.1 Interpolazione dei dati

Nella *Tabella 1.2* vengono posti a confronto i raggi orbitali dei principali corpi celesti del Sistema Solare ricavati dalla relazione di Titius-Bode con quelli realmente osservati. Per calcolare $r_{\text{Titius-Bode}}$ è stata utilizzata la relazione (1.3). La deviazione dei dati osservati da quelli predetti è stata schematizzata nella *Figura 1.1*.

| n | <i>Corpo</i> | $r_{\text{Titius-Bode}}$ | $a_{\text{osservato}}$ | <i>Deviazione</i> |
|-----------|--------------|--------------------------|------------------------|-------------------|
| $-\infty$ | Mercurio | 0.387 | 0.387 | 0% |
| 0 | Venere | 0.68 | 0.723 | 6.32% |
| 1 | Terra | 0.973 | 1 | 2.77% |
| 2 | Marte | 1.559 | 1.564 | 0.32% |
| 3 | Cerere | 2.731 | 2.765 | 1.24% |
| 4 | Giove | 5.075 | 5.209 | 2.64% |
| 5 | Saturno | 9.763 | 9.539 | 2.29% |
| 6 | Urano | 19.139 | 19.18 | 0.21% |
| 7 | Nettuno | 37.891 | 30.06 | 20.67% |
| 8 | Plutone | 75.395 | 39.48 | 47.64% |

Tabella 1.2: Confronto tra raggio orbitale predetto dalla relazione di Titius-Bode e quello effettivo per ogni singolo corpo celeste. Entrambi sono espressi in ua.

Si nota che la relazione di Titius-Bode è un modello abbastanza fedele per riprodurre la disposizione spaziale dei raggi orbitali, fatta eccezione per Plutone. Esso infatti rappresenta un caso particolare nel Sistema Solare. Ini-

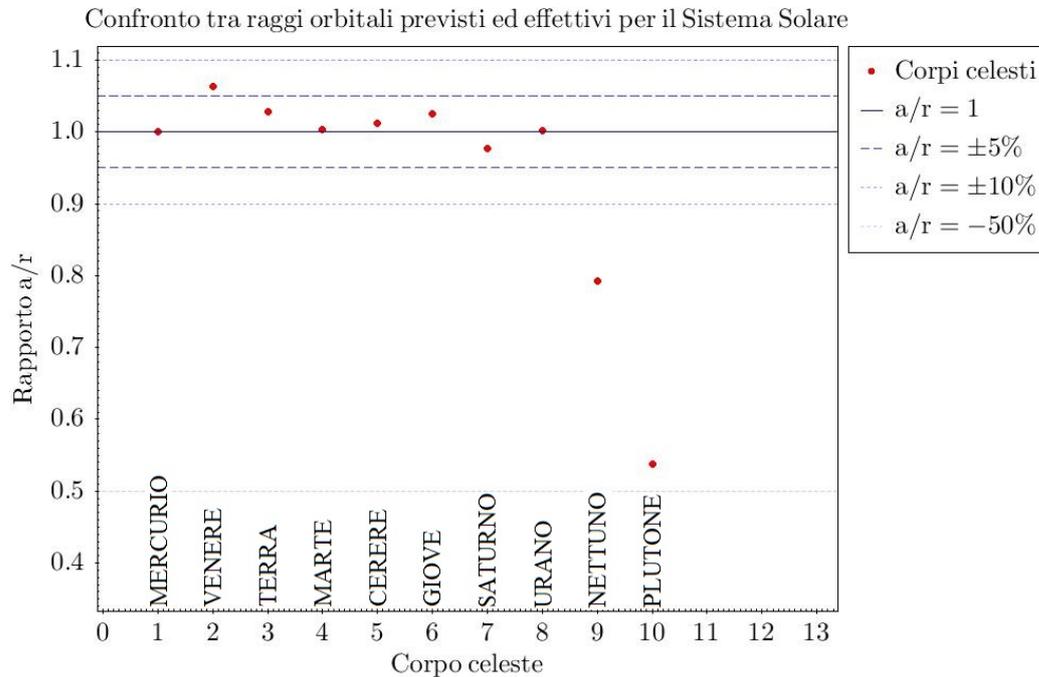


Figura 1.1: Il grafico rappresenta la deviazione percentuale dei semiassi maggiori orbitali dei principali corpi celesti del Sistema Solare da quanto previsto dalla relazione di Titius-Bode

zialmente considerato il nono pianeta, nel 2006 viene declassato a pianeta nano³. Tale risultato in contrasto con le previsioni potrebbe essere giustificato dal fatto che l'orbita di Plutone, oltre ad essere molto più inclinata degli altri pianeti rispetto all'eclittica, presenta un'eccentricità più elevata, tanto che interseca l'orbita di Nettuno, e quindi una distanza dal Sole più variabile. Inoltre ad oggi è noto che esternamente al Sistema Solare c'è una fascia di corpi transnettuniani. Tra questi ve ne sono 3 facenti anch'essi parte della categoria dei pianeti nani: Haumea, Makemake ed Eris. In particolare quest'ultimo ha dimensioni molto simili a quelle di Plutone, i restanti due sono più piccoli ma comunque più grandi di Cerere. Quindi, seguendo il criterio che la relazione di Titius-Bode dovrebbe prevedere i raggi orbitali dei

³Categoria di cui entra a far parte anche Cerere, pur non essendo mai stato considerato un pianeta.

principali corpi celesti di un sistema, per quanto riguarda il Sistema Solare dovrebbe funzionare anche per Haumea, Makemake ed Eris. È facile intuire che una legge così inclusiva ma al contempo vaga in quanto non pone limiti di massa minima può rivelarsi di estremamente difficile interpretazione.

Per completezza vengono anche inserite le tabelle (*Tabella 1.3*, *Tabella 1.4*, *Tabella 1.5*, *Tabella 1.6* e *Tabella 1.7*) nelle quali vengono riportati i dati dei sistemi pianeta-satelliti di Giove, Saturno ed Urano. Come per il Sistema Solare, anche in questo caso la relazione di Titius-Bode non pone alcun limite inferiore alla massa del satellite. Recentemente, infatti, sono stati scoperti molti nuovi satelliti di piccole dimensioni che non rispettano tale andamento esponenziale. Si nota comunque che questa riformulazione della relazione di Titius-Bode riproduce molto fedelmente la distribuzione spaziale reale dei satelliti attorno al loro pianeta e potrebbe rivelarsi interessante in futuro approfondire la formulazione di Blagg.

| n | <i>Satellite</i> | $R_{\text{Titius-Bode}}$ | $R_{\text{osservato}}$ |
|-----|----------------------|--------------------------|------------------------|
| 0 | Io (Giove I) | 6.0 | 6.032 |
| 1 | Europa (Giove II) | 9.0 | 9.598 |
| 2 | Ganimede (Giove III) | 15.0 | 15.311 |
| 3 | Callisto (Giove IV) | 27.0 | 26.930 |

Tabella 1.3: Nella tabella sono stati posti a confronto i dati delle distanze pianeta-satellite previsti dalla relazione di Titius-Bode (1.3) ed osservati. Entrambi sono espressi in unità di raggio del pianeta, ovvero R_{Giove} . Le costanti utilizzate sono $a = 3.0$ e $b = 3.0$. Al momento della formulazione della legge erano stati scoperti solamente i quattro satelliti medicei.

1.2 Cenni storici

La relazione di Titius-Bode compare per la prima volta nel 1766 nell'edizione tedesca di *Contemplation de la Nature* di Charles Bonnet [Bonnet,

| n | <i>Satellite</i> | $R_{\text{Titius-Bode}}$ | $R_{\text{osservato}}$ |
|-----|------------------|--------------------------|------------------------|
| -1 | Teti (I) | 5.3 | 5.06 |
| 0 | Dione (IV) | 6.1 | 6.48 |
| 1 | Rea (V) | 7.7 | 9.05 |
| 2 | Titano (VI) | 10.9 | 20.98 |
| 3 | Giapeto (VIII) | 17.3 | 61.15 |

Tabella 1.4: Nella tabella sono stati posti a confronto i dati delle distanze pianeta-satellite previsti dalla relazione di Titius-Bode (1.3) ed osservati. Entrambi sono espressi in unità di raggio del pianeta, ovvero R_{Saturno} . Le costanti utilizzate sono $a = 4.5$ e $b = 1.6$. Al momento della formulazione della legge erano stati scoperti solamente i cinque satelliti sopra elencati.

1764]. Johann Daniel Titius von Wittenberg, astronomo incaricato di tradurre il testo dal francese al tedesco, non si limita a ciò ma inserisce un suo commento:

«Data la distanza dal Sole a Saturno di 100 unità, allora Mercurio dista 4 unità dal Sole; Venere $4+3=7$ delle stesse; la Terra $4+6=10$; Marte $4+12=16$. Guardando oltre, da Marte a Giove c'è un allontanamento da una progressione così esatta. Da Marte segue uno spazio a $4+24=28$ unità, dove al momento non è stato osservato né un pianeta principale né un pianeta vicino. [...] Scommettiamo che, senza dubbio, questa posizione appartiene ad un satellite di Marte non ancora scoperto; aggiungiamo che forse anche Giove ne ha diversi attorno a lui che fino ad ora non sono stati visti con nessun telescopio. Al di là di questa posizione, a noi non svelata, vi è il dominio di Giove a $4+48=52$; e di Saturno a $4+96=100$ unità.»

Nel 1772 Johann Elert Bode pubblica sul suo libro di astronomia (*Deutsche Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels*) una nota molto simile, se non uguale, a quella scritta da Titius. Tuttavia, nonostante egli non fosse stato il primo a teorizzarla, per lungo tempo ha portato il suo nome, legge di Bode, principalmente per il fatto che il metodo di pubblicazione di Bode

(ovvero all'interno di un libro di astronomia di base e non come commento) e Bode stesso avevano avuto più visibilità.

1.3 Le prime conferme

Per lungo tempo dopo la sua formulazione la relazione di Titius-Bode viene ignorata. Quando nel 1781 William Herschel scopre un nuovo corpo celeste, che si rivelerà essere il pianeta Urano, gli astronomi calcolano che la sua distanza media risulta essere di 191.8254 unità⁴, cifra che si avvicina molto a quella predetta dalla legge di Titius-Bode di 196. Da questa scoperta la legge di Titius-Bode acquisisce credito, e diventa sempre più plausibile l'idea che tra Marte e Giove vi sia un altro pianeta. La conferma arriva nel 1801 da Giuseppe Piazzi. Egli osserva un oggetto di piccole dimensioni, Cerere, che orbita ad una distanza dal Sole di 27.67 unità (le previsioni erano di 28). Poco più tardi Heinrich Wilhelm Olbers scopre Pallade, anch'esso orbitante ad una distanza molto prossima alle 28 unità, 26.70. La soluzione a questo apparente problema non tarda ad arrivare e Olbers stesso suggerisce che i piccoli pianeti osservati siano in realtà frammenti di un pianeta più grande. Con il passare del tempo altri piccoli corpi celesti vengono individuati in quell'orbita. Oggi quella zona è chiamata Fascia degli Asteroidi.

1.4 Le prime smentite

Nonostante la relazione di Titius-Bode abbia riscosso molto successo in passato nel mondo dell'astronomia, sono emersi alcuni punti critici che sembrano smentirne o limitarne la validità. In particolare le discrepanze tra la teoria e le osservazioni sembrano verificarsi agli estremi del Sistema Solare.

⁴Si ricordi che non si parla di Unità Astronomiche, bensì approssimativamente di decimi di ua.

Nettuno e Plutone

L'orbita di Urano presenta delle inconsistenze tra il semiasse teorizzato e quello effettivamente osservato. Le ipotesi proposte erano due: un errore nelle Leggi di Newton o la presenza di un ulteriore pianeta che interagisce gravitazionalmente con Urano. La soluzione arriva nel 1847 con la scoperta di Nettuno congiuntamente da parte di Urbain Jean Joseph Leverrier, Johann Gottfried Galle e Walter Sydney Adams. Tuttavia, secondo i calcoli effettuati, il nuovo pianeta si trova ad una distanza dal Sole di 302.5 unità, ben lontana dalle 388 predette dalla relazione di Titius-Bode.

Un'ulteriore smentita alla validità della relazione di Titius-Bode arriva nel 1930 con la scoperta di Plutone da parte di Clyde Tombaugh. Il suo semiasse orbitale maggiore risulta essere di 395 unità contro le 772 previste dalla legge. A questo punto la relazione non risulta più così affidabile ma sembra piuttosto frutto del caso.

Mercurio

Incoraggiati dalla scoperta di Nettuno, nonostante la legge si stesse dimostrando non del tutto affidabile, gli astronomi hanno per lungo tempo cercato il pianeta, denominato Vulcano, che secondo le teorie del tempo avrebbe causato le anomalie nell'orbita di Mercurio. Questo pianeta non verrà mai osservato. In tempi moderni la precessione del perielio di Mercurio si rivelerà essere una prova a sostegno della Teoria della Relatività Generale. Inoltre non è chiara quale sia la necessità di scegliere $n_{\text{Mercurio}} = -\infty$. In questo caso si apre uno scenario di possibili infiniti pianeti tra Mercurio stesso e Venere. Se invece si scegliesse $n_{\text{Mercurio}} = -1$, allora il semiasse maggiore dell'orbita risulterebbe essere di 5.5 unità, quantità che si allontana di molto dalla cifra reale di 3.87. Sembra quindi che almeno per il primo pianeta la relazione sia stata costruita appositamente affinché i risultati coincidessero.

1.5 Interpretazione fisica

Apparentemente sembra che non vi sia alcuna immediata interpretazione fisica alla relazione di Titius-Bode. Ad esempio, non fornisce informazioni riguardo alle dimensioni che dovrebbe avere il pianeta, o il corpo celeste, che si trova in una determinata orbita. Sono state formulate storicamente molte teorie nel tentativo di spiegare il motivo per cui il Sistema Solare segua questa distribuzione a legge di potenza, ma si sono rivelate quasi tutte inconcludenti. Le principali possono essere raggruppate in tre categorie:

1. teorie elettromagnetiche
2. teorie gravitazionali
3. teorie nebulari

1.5.1 Teorie elettromagnetiche

Il primo a formulare un'interpretazione di questo tipo è stato Kristian Olaf Birkeland nel 1912. Le teorie elettromagnetiche ipotizzano che le particelle cariche emesse dal Sole si dispongano a diversi raggi orbitali in base al loro peso atomico. Queste teorie vengono smentite dal fatto che il campo magnetico solare non è abbastanza forte da mantenere ioni in orbite con raggi paragonabili a quelli che si trovano nel Sistema Solare. Inoltre, se queste teorie fossero vere, allora i pianeti dovrebbero presentare composizioni chimiche tutte diverse le une dalle altre e non differenziarsi soltanto in due gruppi (terrestri e gassosi). Per quanto riguarda i sistemi di satelliti, non viene spiegato il motivo per il quale anch'essi seguano questo criterio nel disporsi spazialmente.

1.5.2 Teorie gravitazionali

Nel 1944 Otto Julievich Schmidt è stato il precursore delle teorie gravitazionali e successivamente, per circa trent'anni, vengono formulate altre

ipotesi, tra le più recenti quella di Jack G. Hills del 1970. Le teorie gravitazionali, a differenza di quelle elettromagnetiche, non presentano molti aspetti in comune le une con le altre. Alcune ad esempio sostengono che la relazione di Titius-Bode sia causata dal variare della costante gravitazionale con il tempo, altre che derivi da incontri gravitazionali di grossa entità prima che i planetesimi si formassero. Molte di queste sono state smentite, altre non hanno aspetti contraddittori ma sono comunque inconcludenti. Infatti, pur ammettendo che la componente gravitazionale abbia svolto un ruolo fondamentale nell'evoluzione del Sistema Solare, ciò non spiega in modo univoco e soddisfacente quali siano i processi fisici che portano alla disposizione dei raggi orbitali secondo la relazione di Titius-Bode.

1.5.3 Teorie nebulari

La prima teoria nebulare viene proposta da Hendrick Petrus Berlage nel 1932 dopo aver abbandonato l'idea della teoria elettromagnetica. Tra gli altri un nome spicca in particolare, quello di Gerard Peter Kuiper, noto per la regione transnettuniana a lui intitolata. Le teorie nebulari concentrano la loro attenzione sull'aspetto dinamico del gas nebulare che ha dato vita al Sistema Solare. Infatti le differenze tra una teoria e l'altra si basano principalmente sul peso che viene dato alle forze viscosive in gioco o al ruolo che hanno rivestito le celle di turbolenza. In tutti i casi i punti critici riguardano i tempi secondo i quali si sarebbe dovuto formare il Sistema Solare, appunto troppo brevi per le forze a disposizione.

Sembra quindi che la relazione di Titius-Bode non abbia ancora trovato un'interpretazione fisica su cui ci si possa basare per valutarne l'attendibilità. Anche per questo motivo, molte riviste scientifiche di alto profilo, tra le quali ad esempio *Icarus*, ad oggi non accettano più articoli basati sulla relazione di Titius-Bode.

| n | <i>Satellite</i> | $R_{\text{T-B, Blagg}}$ | $R_{\text{osservato}}$ |
|-----|------------------|-------------------------|------------------------|
| -2 | Amaltea | 0.429 | 0.430 |
| -1 | (Tebe) | 0.708 | (0.526) |
| 0 | Io | 1.000 | 1.000 |
| 1 | Europa | 1.592 | 1.591 |
| 2 | Ganimede | 2.541 | 2.538 |
| 3 | Callisto | 4.467 | 4.465 |
| 4 | / | 9.26 | / |
| 5 | (Temisto) | 15.4 | (17.532) |
| 6 | Imalia | 27.54 | 27.157 |
| | Lisitea | | 27.841 |
| | Elara | | 27.930 |
| 7 | Ananke | 55.46 | 50.877 |
| | Carme | | 55.012 |
| | Parsifae | | 55.985 |
| | Sinope | | 57.050 |

Tabella 1.5: Nella tabella sono stati riportati i dati relativi ai raggi orbitali dei satelliti di Giove osservati e ricavati mediante la relazione di Titius-Bode nella versione di Blagg. I risultati sono normalizzati al raggio orbitale di Io. L'ultimo aggiornamento è stato svolto nel 1972 e si nota come tutti i satelliti noti rispettino le previsioni. Alle orbite corrispondenti a $n = -1$ e $n = 5$ non era associato alcun satellite. In questa rielaborazione vengono proposti Tebe e Temisto in quanto, al momento, sono quelli il cui raggio orbitale si avvicina maggiormente a quello previsto. Non è stato possibile fare altrettanto per l'orbita corrispondente a $n = 4$.

| n | <i>Satellite</i> | $R_{T-B, Blagg}$ | $R_{osservato}$ |
|-----|------------------|------------------|-----------------|
| -3 | Giano | 0.540 | 0.607 |
| -2 | Mimas | 0.629 | 0.629 |
| -1 | Encelado | 0.807 | 0.807 |
| 0 | Teti | 1.000 | 1.000 |
| 1 | Dione | 1.279 | 1.281 |
| 2 | Rea | 1.786 | 1.789 |
| 3 | / | 2.970 | / |
| 4 | Titano | 4.140 | 4.147 |
| 5 | Iperione | 5.023 | 5.027 |
| 6 | / | 6.300 | / |
| 7 | / | 6.650 | / |
| 8 | / | 7.000 | / |
| 9 | Giapeto | 12.110 | 12.086 |
| 10 | Phoebe | 43.850 | 43.683 |

Tabella 1.6: Nella tabella sono stati riportati i dati relativi ai raggi orbitali dei satelliti di Saturno osservati e ricavati mediante la relazione di Titius-Bode nella versione di Blagg. I risultati sono normalizzati al raggio orbitale di Teti. L'ultimo aggiornamento è stato svolto nel 1972 e si nota come tutti i satelliti noti rispettino le previsioni. Alle orbite corrispondenti a $n = 3$, $n = 6$, $n = 7$ e $n = 8$ non era associato alcun satellite e non sono state trovate corrispondenze con quelli scoperti in seguito.

| n | <i>Satellite</i> | $R_{\text{T-B, Blagg}}$ | $R_{\text{osservato}}$ |
|-----|------------------|-------------------------|------------------------|
| -2 | Miranda | 0.640 | 0.677 |
| -1 | / | 0.770 | / |
| 0 | <i>Ariel</i> | 1.000 | 1.000 |
| 1 | Umbriel | 1.393 | 1.393 |
| 2 | Titania | 2.286 | 2.282 |
| 3 | Oberon | 3.055 | 3.055 |

Tabella 1.7: Nella tabella sono stati riportati i dati relativi ai raggi orbitali dei satelliti di Urano osservati e ricavati mediante la relazione di Titius-Bode nella versione di Blagg. I risultati sono normalizzati al raggio orbitale di Ariel. L'ultimo aggiornamento è stato svolto nel 1972 e si nota come tutti i satelliti noti rispettino le previsioni. All'orbita corrispondente a $n = -1$ non era associato alcun satellite e non è stata trovata alcuna corrispondenza con quelli scoperti in seguito.

Capitolo 2

Kepler

Il telescopio *Kepler*¹ [Borucki et al., 2010] è un satellite della NASA lanciato in orbita il 7 marzo 2009 dallo spazioporto di Cape Canaveral a bordo di un lanciatore *Delta II*. L'obiettivo principale di questa Missione è stato quello di monitorare più di 150000 stelle di classe F, G e K al fine di identificare pianeti orbitanti attorno ad esse, in particolar modo quelli di tipo terrestre ($R < 2.5R_{\oplus}$) e possibilmente nella zona abitabile.

La Missione spaziale *Kepler* rientra nel programma *Discovery*, il quale si pone l'obiettivo di avviare diversi progetti a costo contenuto e ridotti tempi di progettazione rispetto a quelli del passato. Si tratta di una missione a medio costo che ha richiesto 18 anni di progettazione presso l'*Ames Research Center* prima che la proposta venisse accettata dalla NASA nel 2001. *Kepler* è il primo satellite della NASA dedicato alla ricerca di esopianeti.

2.1 Caratteristiche della Missione

Kepler è stato posizionato in un'orbita eliocentrica di tipo *Earth-trailing*, con un periodo di rivoluzione di 372.5 giorni. I vantaggi che hanno portato a preferire tale orbita piuttosto di una geocentrica sono diversi:

- non attraversa la fascia di Van Allen e l'Anomalia del Sud Atlantico;

¹keplerscience.arc.nasa.gov

- non attraversa il cono d'ombra terrestre;
- non cambia la sua orientazione per i gradienti gravitazionali;
- non c'è variazione nella quantità di luce riflessa dalla Terra verso l'interno dello strumento.

Ogni 93 giorni il telescopio veniva ruotato di 90° attorno al proprio asse ottico in modo da mantenere i pannelli solari esposti al Sole e il sistema di raffreddamento rivolto verso lo Spazio aperto. Di questo se ne occupava il *Laboratory for Atmospheric and Space Physics (LASP)*, mentre l'elaborazione dati era riservata al *Kepler Data Management Center (DMC)*. Il *downlink* avveniva a cadenza mensile, mentre il contatto con il telescopio per controllarne lo stato avveniva due volte alla settimana.

2.1.1 Durata della Missione

La raccolta dati è iniziata il 13 maggio 2009 ed è terminata ad ottobre 2018. La durata inizialmente prevista della Missione era di 3 anni e mezzo. Tuttavia, la quantità di propellente, l'idrazina, contenuta nei serbatoi sarebbe stata sufficiente per ulteriori 6 anni. Grazie a questo la Missione *Kepler* è stata prolungata fino a maggio 2013, quando, a seguito di un guasto alla seconda delle quattro ruote di reazione, viene dichiarata terminata, per dare inizio alla missione *K2* [Howell et al., 2014]. Tale progetto prevedeva l'utilizzo dei medesimi strumenti con la differenza che le osservazioni sarebbero risultate meno precise delle precedenti, in quanto il metodo di puntamento veniva effettuato sfruttando le due ruote di reazione ancora funzionanti e i propulsori stessi del satellite. Questo ha provocato anche un dispendio maggiore di idrazina. È proprio la mancanza di carburante che ha portato alla conclusione definitiva della Missione il 30 ottobre 2018.

2.1.2 Struttura del fotometro

Kepler è composto da un telescopio Schmidt a grande campo di apertura 0.95 metri. Lo specchio primario sferico di 1,4 metri è di vetro *ULE*², ha la superficie riflettente ricoperta di argento ed è un $f/1$ ³.

Sul piano focale è posizionato il *Focal Plane Array Assembly (FPAA)* che è costituito dal *Detector Array Assembly (DAA)*, dal *Local Detector Electronics (LDE)*, dal radiatore e dallo *spider* che sorregge la strumentazione. Il *DDA* presenta 4 sensori di guida e 42 CCDs, raggruppati a moduli di due⁴, disposti a quadrato in modo da avere simmetria quando il fotometro viene ruotato. Ogni CCD ha le dimensioni di 1024×2200 pixels, che a loro volta misurano $27 \mu\text{m}^2$. La *plate scale* risulta essere di $3.98 \text{ arcsec pixel}^{-1}$. L'orientazione del piano focale è stata scelta in modo da ridurre al minimo la quantità di stelle brillanti; queste saturerebbero i pixels con la conseguenza che molti di essi verrebbero intaccati dal *blooming* della stella stessa e sarebbero inutilizzabili. Per ovviare a questo problema, oltre ad una scelta accurata della porzione di cielo da puntare, il piano focale è stato orientato in modo tale che le poche stelle brillanti ($V_* < V = 6$) che necessariamente rientrano nel FOV si trovino tra un CCD e l'altro. Il *DDA* opera ad una temperatura di $-85 \text{ }^\circ\text{C}$. L'*FPAA* produce un oscuramento complessivo del 23.03% sullo specchio primario. La *Figura 2.1* schematizza quanto appena descritto.

Il fotometro è rivestito esternamente da una struttura in materiale composito di grafite e applicato all'apertura vi è un paralucente per schermare i raggi del Sole che degraderebbero le misurazioni. I pannelli solari sono posizionati lungo il corpo del telescopio e ricoprono circa metà della superficie. Questi hanno il ruolo esclusivo di alimentare gli strumenti.

²*Ultra Low Expansion*. Si tratta di un vetro composto da silicato di titanio con la caratteristica di avere un coefficiente di espansione termica molto basso. È prodotto dalla *Corning Incorporated*.

³ $f/\# = \frac{f_{\text{eq}}}{D}$, dove $f/\#$ è detto *f-number*, f_{eq} è la lunghezza focale equivalente e D è il diametro di apertura del telescopio.

⁴Durante la Missione *Kepler* due moduli cessano di funzionare. Un ulteriore modulo viene perso durante la missione estesa *K2*

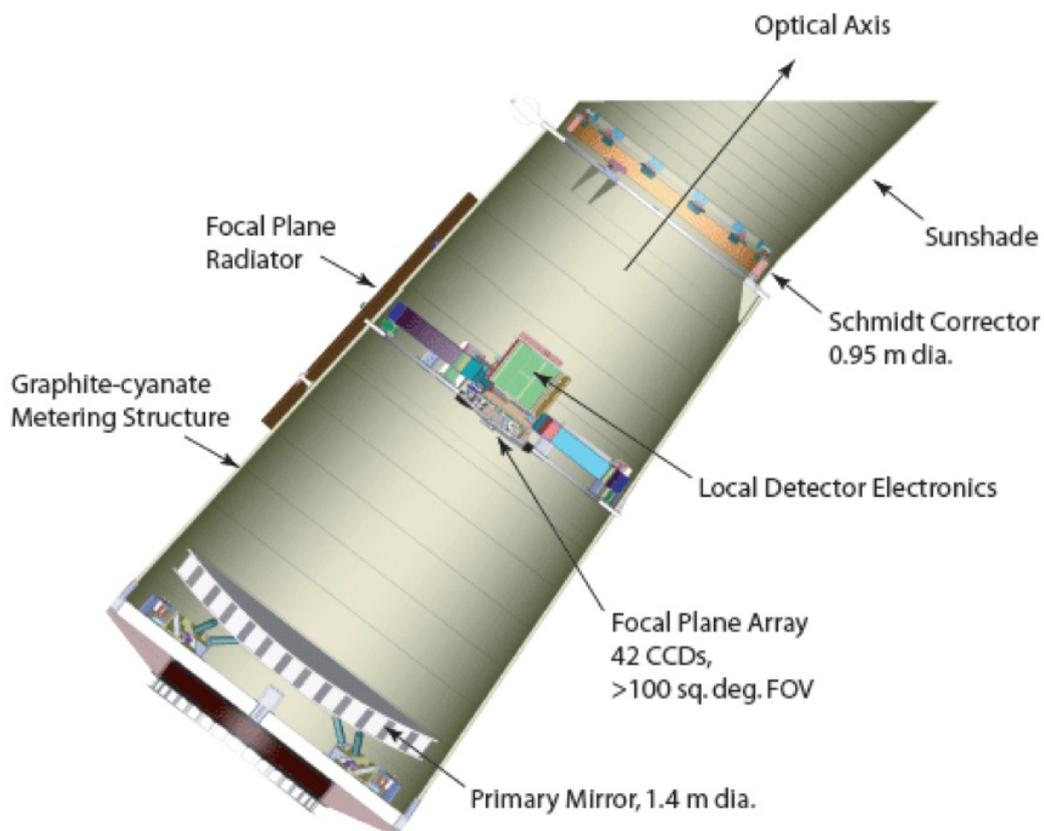


Figura 2.1: L'immagine schematizza la struttura interna di *Kepler*, come descritto nel testo. [NASA]

Alla base del fotometro è posizionato il veicolo spaziale che contiene i cercatori, le *Kepler Control Boxes (KCBs)* secondarie e quelle attive, vari strumenti di memoria e due antenne, la *High Gain Antenna (HGA)* e la *Low Gain Antenna (LGA)* (Figura 2.2). Ogni componente riveste un ruolo fondamentale:

- cercatori: provvedono al puntamento principale del telescopio. Il puntamento di precisione viene effettuato dai 4 sensori di guida posti sul *DDA*;
- *KCBs* attive: controllano la navicella, inviano e ricevono dati dal fotometro e li spostano agli strumenti di memoria come ad esempio la

Science Data Accumulator (SDA);

- *HGA*: di forma parabolica, provvede all'invio dei dati al *LASP*;
- *LGA*: viene utilizzata per comunicare alla stazione di controllo lo stato di salute del fotometro, riceve comandi per l'orientazione della navicella e provvede al riavvio degli strumenti a seguito di un'anomalia.

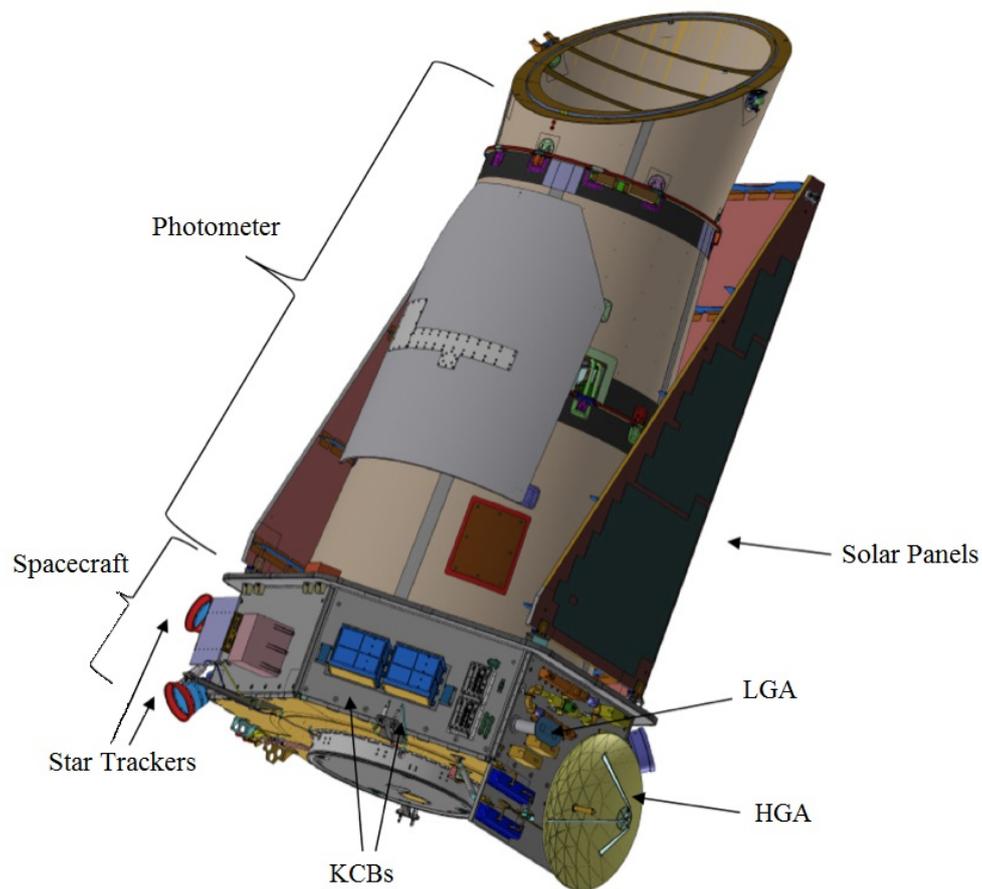


Figura 2.2: L'immagine schematizza la struttura esterna di *Kepler*, come descritto nel testo. [NASA]

2.1.3 Campo di vista

Kepler osserva un'unica porzione di cielo situata tra le costellazioni del Cigno e della Lira di 115.6 deg^2 (Figura 2.3), di cui 101 deg^2 presentano una vignettatura inferiore all'11%. La scelta della zona è stata dettata da alcune necessità:

- deve trovarsi al di fuori dell'eclittica al fine di evitare un'eccessiva contaminazione da parte della luce solare;
- deve contenere il maggior numero possibile di stelle di tipo solare nell'intervallo di magnitudine considerato.

Questi due requisiti sono stati imposti dal bisogno di monitorare continuamente (le misurazioni sono effettuate con due cadenze: 30 minuti e 1 minuto) il flusso proveniente dalle stelle in quanto i transiti hanno durata breve (dell'ordine di una decina di ore per un pianeta delle dimensioni della Terra che transita centralmente ad una stella come il Sole).

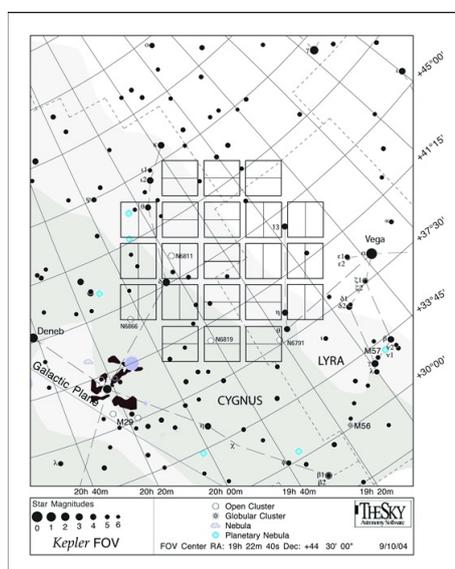


Figura 2.3: Immagine del campo di vista di *Kepler*.

2.2 Osservazioni

Kepler cerca esopianeti mediante fotometria in banda larga nella regione ottica⁵. Questa tecnica consiste nel misurare ad intervalli costanti l'intensità di radiazione emessa da una stella. Se si registra una variazione con determinate caratteristiche allora è possibile che a causarla sia stato il transito di un pianeta. Questo avviene quando un corpo celeste passa davanti alla sorgente di luce, producendo una variazione di flusso dell'ordine di qualche parte per milione (ppm), data in prima approssimazione dal rapporto tra le aree dei due dischi:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\pi R_P^2}{2\pi R_*^2} \quad (2.1)$$

dove R_P è il raggio del pianeta e R_* è quello stellare. Il rapporto $\frac{\Delta I}{I}$ è detto profondità di transito e talvolta viene indicato con δ .

Una prima conferma che si tratti o meno di un transito si può ricavare dalla forma della curva di luce, infatti questa assume una caratteristica forma squadrata. A seconda della pendenza dell'ingresso è possibile stimare il parametro d'impatto b , ovvero a quale distanza dal centro della stella (in unità di raggi stellari) stia avvenendo il transito (*Figura 2.4*).

Per quanto riguarda un pianeta delle dimensioni della Terra che transita al centro di una stella simile al Sole, la variazione di intensità risulta essere di 84 ppm ed ha una durata di circa 13 ore. Poiché la variazione di luminosità è molto ridotta rispetto alla luminosità stessa della stella, è necessario andare nello spazio per evitare errori sistematici dovuti all'atmosfera, e che il fotometro sia ad alta precisione. Si definisce *Combined Differential Photometric Precision (CDPP)* la combinazione di tre tipi diversi di rumore che possono compromettere la qualità dell'osservazione:

$$CDPP = (\text{shot noise}^2 + \text{variabilità stellare}^2 + \text{errore sistematico}^2)^{1/2} \quad (2.2)$$

Il massimo valore per la *CDPP* di una stella G2V di magnitudine 12 per misurare tre transiti di un gemello terrestre con 7.2σ di precisione è di 20

⁵L'intervallo di lunghezza d'onda va da 420 a 900 nm.

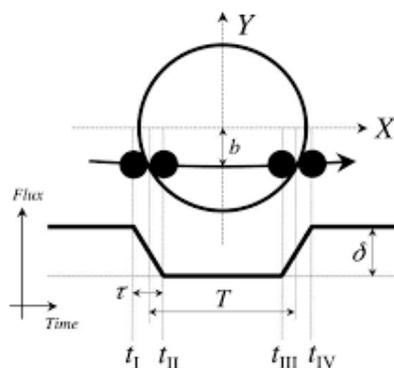


Figura 2.4: L'immagine schematizza le fasi salienti di un transito planetario con relativa curva di luce. T è la durata totale del transito, τ è il tempo d'ingresso, δ la profondità di transito e b il parametro d'impatto [Winn, 2010].

ppm. Statisticamente, il rumore causato dall'errore sistematico è di circa 10 ppm [Koch et al., 2010].

Affinché si possa applicare il metodo fotometrico, quindi, è necessario che avvenga un transito, ovvero il piano orbitale dell'esopianeta deve trovarsi lungo la linea di vista. La probabilità geometrica di osservare un transito è data da:

$$\varphi = \frac{R}{a} \quad (2.3)$$

dove R è la somma del raggio stellare e del raggio planetario e a è il semiasse maggiore dell'orbita. Per un caso analogo a quello Terra-Sole, la probabilità φ è dello 0.5 %. Invece, per un tipico *hot Jupiter*⁶ la probabilità φ varia da 1% a 34 % al diminuire della distanza pianeta-stella.

2.3 Cataloghi

La Missione *Kepler* si concentra principalmente sull'osservazione di stelle di tipo solare. Tuttavia, all'epoca di preparazione della Missione (prima della pubblicazione dei cataloghi *GAIA*), i cataloghi più estesi, classificavano le

⁶0.5 ua $\geq a \geq$ 0.015 ua

stelle in base a misure fotometriche e astrometriche ma senza riportarne i parametri stellari quali il raggio. Perciò, prima di iniziare le osservazioni è necessaria una selezione per distinguere le stelle nane dalle giganti. Questa è stata compiuta mediante due metodi:

- sono state svolte osservazioni specifiche con diversi filtri fotometrici, inclusi alcuni a banda stretta. I risultati sono stati inseriti nel *Kepler Input Catalog (KIC)* [Brown et al., 2011] dal quale sono state selezionate le stelle d’interesse;
- vengono osservate tutte le stelle del FOV che hanno una magnitudine in banda K minore di 15 [Koch et al., 2010]. Le giganti rosse sono più variabili delle nane e seguono una periodicità. In questo modo è possibile distinguere i due tipi di stelle.

2.3.1 *TCE*

Il catalogo *TCE (Threshold Crossing Event)* [Tenenbaum et al., 2013] contiene i dati di tutti i candidati segnali rivelati nelle curve di luce di *Kepler* che potrebbero essere causati da transiti planetari.

2.3.2 *KOI*

Dopo che il presunto transito è stato inserito nel catalogo *TCE* deve essere sottoposto a delle verifiche per escludere le cause più ovvie di “falso allarme”:

- verificare che la variazione di flusso non sia causata da una sorgente variabile di *background* la cui luce contamina il *target*;
- condurre osservazioni con ottica adattiva per escludere o caratterizzare i possibili contaminamenti;
- ricavare con precisione il raggio della stella compiendo osservazioni spettroscopiche e/o astrosismologiche e confrontandole con i modelli stellari;

- misurare con precisione la variabilità della stella;
- calcolare con precisione i tempi di transito dalle curve di luce per determinare l'influenza gravitazionale di eventuali pianeti non transitanti tramite la tecnica nota come *TTV* (*transit time variations*).

Una volta che tutte o parte di queste verifiche sono state svolte, se la variazione di intensità non può essere spiegata come effetto di nessuna delle precedenti possibilità, allora l'evento viene inserito nel catalogo *KOI* (*Kepler Object of Interest*). Seguono altre analisi approfondite, al termine delle quali il *KOI* può essere dichiarato Falso Positivo (*FP*) o pianeta.

Affinché quest'ultimo possa essere considerato un pianeta a tutti gli effetti sono necessari altre osservazioni usufruendo anche di strumenti diversi, tra cui la misura della massa planetaria tramite la tecnica delle velocità radiali.

Capitolo 3

Lavori precedenti

Gli autori che hanno discusso la possibilità di applicare la relazione di Titius-Bode ai sistemi extrasolari sono molti. In questo capitolo vengono analizzate solo le pubblicazioni che hanno prodotto delle previsioni quantitative basandosi sui dati di *Kepler* e che con gli ultimi aggiornamenti dei cataloghi *TCE* e *KOI* possono essere verificate. Si tratta di tre articoli pubblicati su *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* tra il 2013 e il 2015. Di seguito vengono analizzati più nel dettaglio.

3.1 Bovaird & Lineweaver (2013)

Nel primo articolo [8] vengono analizzati i sistemi contenenti almeno quattro pianeti. La relazione di interpolazione utilizzata è una versione generalizzata a due parametri della legge di Titius-Bode:

$$a_n = aC^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

dove a_n è il semiasse maggiore dell' n -esimo pianeta, a è un fattore di interpolazione legato ad a_0 e C parametrizza la spaziatura logaritmica.

Come già illustrato nel *Capitolo 1*, per i sistemi extrasolari è preferibile utilizzare i periodi di rivoluzione piuttosto che i semiasse delle orbite. In

questo caso la relazione utilizzata per l'elaborazione dati è:

$$\log P_n = \log P + n \log \alpha = A + Bn \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (3.2)$$

con A e B parametri da determinare per ogni sistema.

Gli autori implementano delle simulazioni ad N corpi per determinare in che regione del sistema planetario potrebbe essere inserito un nuovo pianeta senza perturbare l'equilibrio dinamico, sebbene si stimi che la metà dei sistemi planetari sia prossima all'instabilità (ipotesi dei sistemi planetari compatti¹) [Raymond et al. 2009].

Utilizzando i dati aggiornati al 17 luglio 2013 sono stati individuati 68 sistemi che rispondono ai requisiti richiesti: 7 con il metodo delle velocità radiali, 1 per *imaging* diretto e 60 con *Kepler*. Di questi sistemi ne è stata valutata l'aderenza alla relazione di Titius-Bode calcolando $\chi_{ridotto}^2$ e successivamente sono stati inseriti dei nuovi pianeti tra due adiacenti secondo il modello menzionato in precedenza. Le dimensioni massime in raggio e massa del pianeta inserito sono state determinate dal minimo rapporto di segnale-rumore (SNR) che si ha per gli altri pianeti dello stesso sistema. Successivamente viene verificato se il nuovo $\chi_{ridotto}^2$ è diminuito.

Un'ulteriore verifica dell'aderenza alla relazione di Titius-Bode di un sistema planetario viene data da un parametro di "spaziatura dinamica" Δ [Gladman 1993], che misura la separazione tra due pianeti in unità del loro raggio di Hill³. In media, per i sistemi osservati da *Kepler*, $\Delta = 21.7$. Si è notato che i casi di *NMMRs* (*Near Mean Motion Resonances*⁴) presentano

¹Tale ipotesi sostiene che i pianeti siano spazati tra loro il meno possibile senza che il sistema diventi dinamicamente instabile

² $\chi_{ridotto}^2$ è un parametro espresso come il rapporto tra χ^2 e il numero dei gradi di libertà ($\chi^2/d.o.f.$), ovvero la differenza tra il numero di punti a disposizione e i parametri liberi.

³Il raggio di Hill è un parametro che definisce la sfera di influenza gravitazionale di un corpo rispetto ad un altro. Nel caso specifico di due pianeti consecutivi esso è definito come: $R_H = \frac{a_1 + a_2}{2} \left(\frac{m_1 + m_2}{3M_*} \right)^{1/3}$, dove a_n e m_n sono rispettivamente il semiasse orbitale maggiore e la massa dell' n -esimo pianeta e M_* è la massa della stella madre.

⁴Si tratta di sistemi in cui uno o più pianeti o, in generale, corpi celesti presentano dei periodi orbitali che sono multipli di uno stesso fattore.

una $\Delta \leq 10$. Questi hanno una maggiore probabilità di essere stabili. Inoltre se l'inserimento di un pianeta porta ad ottenere $\Delta \leq 10$, allora il sistema è completo senza alcun inserimento.

Complessivamente, 39 sistemi su 68 considerati sono completi. Nel caso in cui ci fossero pianeti aggiuntivi, questi sarebbero in *NMMR* con uno o più tra quelli già esistenti.

Le previsioni riguardano dunque i 29 sistemi che sono risultati essere meno completi. Inoltre, per tutti i sistemi planetari nel campione considerato è stato aggiunto un pianeta esterno per estrapolazione dalla legge (3.2). In *Appendice A* vengono riportate le tabelle con i dati predetti per ogni singolo pianeta inserito o estrapolato. La conclusione degli autori è la seguente: considerato il fatto che circa il 94% dei sistemi del campione aderiscono alla relazione di Titius Bode allo stesso modo o meglio di quanto faccia il Sistema Solare, allora la legge può essere considerata valida per i sistemi extrasolari in generale.

Nell'analisi che verrà svolta in questa tesi, verranno considerati solo i sistemi osservati da *Kepler* (23 per quanto riguarda gli inserimenti e 37 per le estrapolazioni) e saranno trascurati gli altri. Tra i sistemi non completi ve ne è uno che compare due volte con due nomi diversi: *KOI-701* e *Kepler-62*. Dal totale delle previsioni effettuate verranno quindi eliminate quelle duplicate, ovvero 6 casi.

3.2 Huang & Bakos (2014)

Nel secondo articolo gli autori per prima cosa verificano le previsioni di Bovaird & Lineweaver (2013), BL13, analizzando i periodogrammi delle curve di luce. Ne è risultato che solo in 5 casi su 97 previsioni (sono state considerate solo quelle riguardanti la missione *Kepler*) potrebbe essere presente un pianeta nell'orbita in questione. È doveroso sottolineare come lo studio possa dare risultati differenti a seconda di quanto un picco nel periodogramma usato per la ricerca dei transiti nelle curve di luce venga considerato un

segnale genuino o meno. Infatti questo può presentare molti picchi derivanti dal rumore che si sovrappongono a quelli degli effettivi transiti planetari. Dunque è possibile che autori differenti considerino in modo diverso lo stesso picco dello spettro a seconda di quale sia la soglia minima di significatività accettata affinché venga considerato causa di un transito. Successivamente formulano le loro previsioni riguardo ai possibili pianeti inseriti ed estrapolati utilizzando la relazione di Titius-Bode precedentemente presentata (2.3). Questo procedimento viene effettuato solo per i sistemi nei quali, durante il processo di verifica delle previsioni di BL13, è stato validato un transito mediante lo studio dei periodogrammi, ovvero per sei casi.

Nella seconda parte gli autori espongono alcune considerazioni riguardanti i fattori che influenzano la possibilità di osservare o meno un transito. In particolare si soffermano sull'inclinazione che dovrebbe avere l'orbita di un pianeta extrasolare rispetto alla linea di vista affinché venga rivelato da *Kepler*. Tale angolo, che non rappresenta l'inclinazione orbitale comunemente definita⁵, risulta essere legato al periodo di rivoluzione secondo la relazione:

$$i_{\max} \approx 1.06^\circ \left(\frac{P}{50(\text{d})} \right)^{-2/3}. \quad (3.3)$$

Viene anche analizzata la distribuzione delle dimensioni dei pianeti di un sistema al fine di stimare una probabilità di *detection*:

$$Pr_{\text{detection}} = \left(1 - \exp \left(- \frac{1.06^2}{2\sigma_i^2} \left(\frac{P_i}{50(\text{d})} \right)^{-4/3} \right) \right) \cdot \left(\int_0^{r_{\min}} \frac{df(R)}{dR} dR \right) \quad (3.4)$$

dove σ_i è la moda nella distribuzione di Rayleigh, P_i è il periodo di rivoluzione del pianeta i -esimo espresso in giorni, r_{\min} è il minimo raggio che può essere osservato da *Kepler*, R il raggio del pianeta e $\frac{df(R)}{dR}$ è una funzione di distribuzione a legge di potenza che assume andamenti diversi a seconda che il pianeta analizzato abbia raggio superiore o inferiore a $2 R_\oplus$. Da ciò si evince che il numero di transiti validati secondo questa pubblicazione e previsti da BL13 risulta molto al di sotto delle aspettative date dal modello.

⁵Infatti, in questo caso, un'inclinazione di 90° rappresenta un sistema di taglio e non *edge on* come di consuetudine.

Inoltre gli autori sostengono che sebbene solo una minima parte di sistemi planetari completi non seguano la relazione di Titius-Bode, questi casi non possono essere giustificati dall'assenza di pianeti osservati. La conclusione definitiva propone che l'applicabilità della relazione di Titius-Bode ai sistemi extrasolari sia discutibile.

In *Appendice A* viene riportata la tabella con i dati delle previsioni di HB14.

3.3 Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015)

Nell'ultima pubblicazione viene ripresa l'analisi svolta da BL13 ma entrando più nel dettaglio, dal momento che si hanno a disposizione dati di due anni in più di osservazioni di *Kepler*.

Gli autori si pongono l'obiettivo di estendere la ricerca a tutti i sistemi che presentano almeno tre pianeti.

Viene introdotto un nuovo fattore, il parametro d'impatto b definito come la proiezione della distanza che intercorre tra il centro del pianeta a metà del transito e il centro della stella

$$b = \frac{a}{R_*} \cos i \quad (3.5)$$

dove a è il semiasse maggiore dell'orbita, R_* il raggio stellare e i l'inclinazione dell'orbita. Per convenzione il segno di b è positivo, quindi $i \leq 90^\circ$. Poiché il parametro d'impatto può anche essere espresso come funzione di altre osservabili come, ad esempio, il periodo P o la durata totale del transito t_T , è possibile ricavare l'angolo i . Il valore che esso assume influisce sulla probabilità di osservazione: più si avvicina ai 90° e più alta è tale probabilità. Gli autori pongono come valore limite $P_{\text{transito}} = 0.5$. Per ogni sistema planetario vi è un semiasse maggiore orbitale critico, a_{crit} , oltre il quale le probabilità di osservare il transito sono inferiori al 50%. Questa selezione dovrebbe portare ad un incremento della percentuale di successo della relazione di Titius Bode rispetto al precedente 5% ricavato da HB14. Considerando che, tuttavia, il

fatto che un pianeta transiti non significa che venga rilevato, si è dimostrato necessario introdurre la probabilità di *detection*, $P_{\text{detection}}$:

$$P_{\text{detection}} = P_{\text{transito}} P_{\text{SNR}} \quad (3.6)$$

dove P_{SNR} è la probabilità che il raggio planetario sia abbastanza grande da produrre un SNR superiore al limite rilevabile. Poiché non è univoco il valore che può assumere P_{SNR} , in questo *paper* si assume che il minimo raggio planetario osservabile sia di $1 R_{\oplus}$, che porta ad un valore minimo di $P_{\text{transito}} \geq 0.55$. Solo 1/3 del campione di dati presenta P_{transito} che soddisfa tale requisito, allora ci si aspetta che la percentuale di successo aumenti di un fattore 3, ovvero che sia del 15%.

A seguito di queste considerazioni, gli autori espongono il criterio che è stato adottato per inserire i nuovi pianeti all'interno dei sistemi. Se i pianeti preesistenti aderiscono alla relazione di Titius Bode meglio di quanto facciano quelli del Sistema Solare viene aggiunto solo un pianeta estrapolato, se invece ciò non accade, allora vengono effettuati inserimenti in modo da massimizzare l'aderenza alla legge. Successivamente, dal raggio orbitale e dai parametri stellari si è stimata la temperatura al fine di determinare quanti pianeti per ogni sistema, in media, si trovino nella fascia abitabile (HZ^6). Complessivamente sono state svolte 228 previsioni in 151 sistemi. Il modello assume che i pianeti siano disposti in un piano orbitale comune con un angolo di coplanarità avente una dispersione gaussiana pari a $\sigma_{\Delta\theta} = 1^\circ.5$.

Gli autori concludono discutendo il fatto che probabilmente gran parte delle loro previsioni non verranno verificate. La causa è da attribuire alle piccole dimensioni del pianeta, o all'inclinazione dell'orbita di quest'ultimo.

La tabella delle previsioni è riportata in *Appendice A*.

Negli anni successivi al 2015 non sono stati pubblicati altri *papers* riguardanti stime di inserimenti di pianeti basate sulla relazione di Titius Bode della stessa importanza di quelli sopra descritti.

⁶*Habitable Zone*

Capitolo 4

Elaborazione dati

Nel seguente capitolo vengono verificate le previsioni effettuate da BL13, HB14 e quelle di BL15 alla luce dei dati più recenti di *Kepler* rilasciati dalla NASA. I cataloghi utilizzati sono:

- catalogo *KOI* aggiornato al 17/02/2019
- catalogo *TCE* aggiornato al 18/02/2019
- catalogo *Kepler Stellar* aggiornato al 15/12/2016

Si è fatto inoltre uso del catalogo *GAIA*¹ (*Data Release 2*) [Brown et al., 2018] disponibile in remoto su *Topcat*. Con l'ausilio di questo programma, sono state incrociate inizialmente le tabelle con i pianeti inseriti e il catalogo *KOI*, successivamente l'operazione è stata ripetuta con il catalogo *TCE* (per questo è stato necessario utilizzare il catalogo *Kepler Stellar* in quanto tra le due tabelle non erano presenti colonne comuni). Si è scelto di impostare il risultato del *match* con l'opzione *all matches* in modo tale che, per un sistema dato, ogni candidato pianeta venga associato a tutti gli inserimenti ed estrapolazioni previsti per tale sistema. In questo modo si è garantito che nessuna combinazione fosse trascurata. Per ogni risultato è stato tracciato un grafico con il periodo dei pianeti o candidati pianeti osservati da *Kepler*

¹Missione ESA.

in ascissa ed i periodi dei pianeti predotti da BL13, HB14 e BL15 in ordinata (*Figura 4.1, Figura 4.2, Figura 4.3, Figura 4.4, Figura 4.5, Figura 4.6, Figura 4.7 e Figura 4.8*). La scala degli assi cartesiani è logaritmica in modo da garantire una migliore leggibilità dei punti nel piano. È anche stata aggiunta una retta bisettrice $y = x$: tutti i punti che giacciono sulla retta, o le cui barre d'errore la intersecano, sono pianeti (o candidati tali) che rispettano la previsione dalla relazione di Titius-Bode nella disposizione delle orbite. Successivamente, solo per le stelle che ospitano questi pianeti e che sono stati previsti da BL15, vengono posti a confronto in un grafico (*Figura 4.9*) i raggi stellari stimati da *Kepler* e da *GAIA*.

Di seguito vengono analizzati i vari casi nel dettaglio.

4.1 Risultati Bovaird & Lineweaver (2013)

I sistemi nei quali vengono aggiunti dei nuovi pianeti in BL13 sono divisi in due categorie: non completi e completi.

Sistemi non completi

Si tratta di sistemi che richiedono degli inserimenti al fine di rispettare più fedelmente la relazione di Titius-Bode. Gli autori hanno aggiunto uno o più nuovi pianeti tra due adiacenti e uno ulteriore con orbita esterna all'ultimo pianeta.

Confrontando queste previsioni con il catalogo *KOI* risulta che solo un caso su 61 è verificato (*Figura 4.1*). Nel grafico sottostante si tratta del primo punto da sinistra che interseca la retta $y = x$ e che coincide con *KOI-2859.05*. Zoomando sul secondo punto, quello più a destra (corrispondente a *KOI-1151.01*), si nota che la barra d'errore è molto prossima ma non sovrapposta alla retta bisettrice.

Il procedimento è stato ripetuto anche per il catalogo *TCE* (*Figura 4.2*), ottenendo il medesimo risultato.

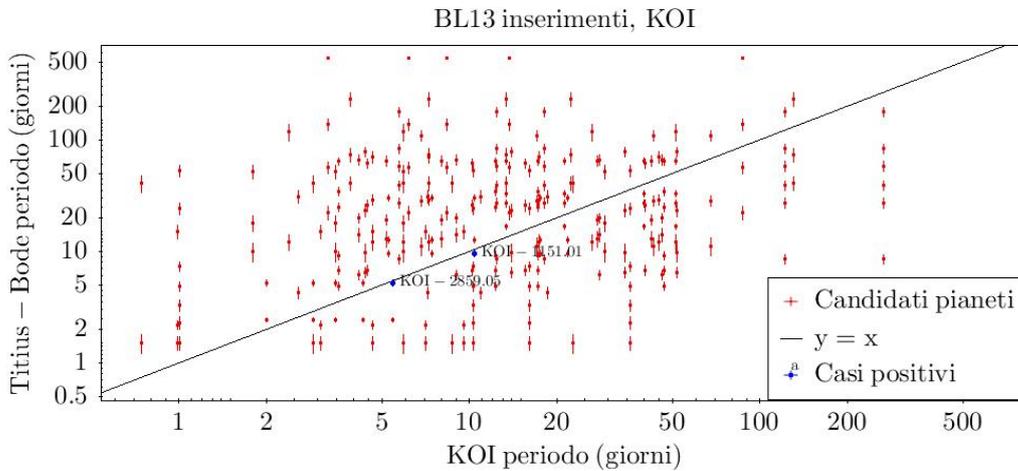


Figura 4.1: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *KOI* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL13 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi le osservazioni coincidano con la teoria, in questo caso *KOI-2859.05* e *KOI-1151.01*.

Il pianeta che ha prodotto esito positivo fa parte del sistema *KOI-2859*. È il più esterno di 5, tra i quali solamente due sono stati confermati. Il periodo di rivoluzione attorno alla stella è stato previsto essere di 5.2 ± 0.3 giorni, *Kepler* ha rilevato un valore di 5.43104 giorni.

Il transito suddetto era stato identificato da HB14. Ad oggi non risultano pubblicati studi specifici o di *follow-up* su questo oggetto.

Per quanto riguarda gli altri ipotetici pianeti che vengono rilevati in HB14 non vi è traccia, in quanto non sono stati rilevati dalla *pipeline* ufficiale di *Kepler*.

Sistemi completi

Nel secondo caso i sistemi analizzati dagli autori risultano completi senza che sia necessario inserire altri pianeti tra due adiacenti già rilevati. Hanno proceduto quindi estrapolando un unico nuovo pianeta con orbita esterna.

Come per i sistemi non completi sono state confrontate le previsioni effettuate da BL13 con il catalogo *KOI* (Figura 4.3) e risulta che nessun caso

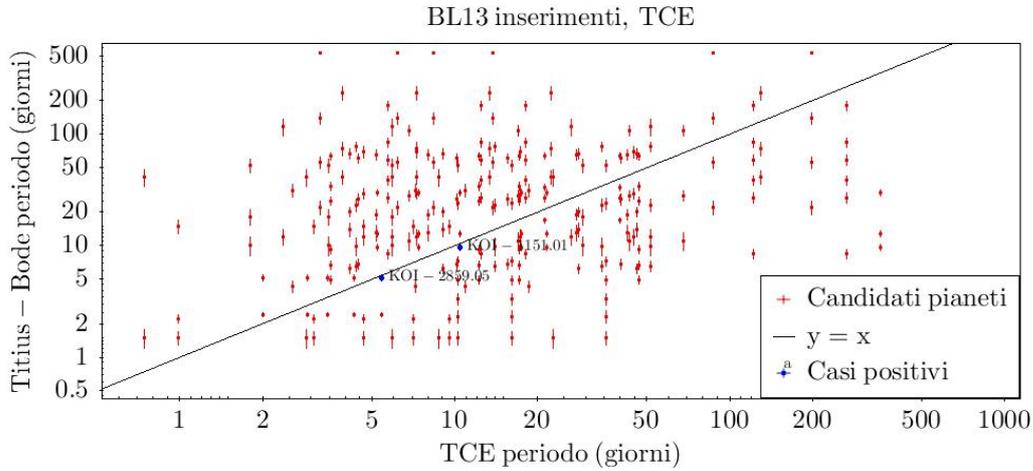


Figura 4.2: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *TCE* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL13 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi le osservazioni coincidano con la teoria, in questo caso *KOI-2859.05* e *KOI-1151.01*.

su 37 è verificato.

Il procedimento è stato ripetuto con il catalogo *TCE* ottenendo, anche in questo caso, esito nullo (*Figura 4.4*).

Il transito identificato da HB14 attorno a *KOI-2722* non trova alcun riscontro in nessuno dei due casi.

4.2 Risultati Huang & Bakos (2014)

I candidati pianeti presentati in questo articolo [22] vengono suddivisi dagli autori in tre categorie: *N*, nuovi rilevamenti da parte degli autori (analizzando i periodogrammi delle curve di luce), *I* ed *E*, rispettivamente inserimenti ed estrapolazioni effettuati seguendo la relazione di Titius-Bode. Complessivamente quindi vengono proposte le aggiunte di 20 pianeti a quelli già esistenti in 6 sistemi diversi.

Confrontando tali dati con quelli del catalogo *KOI* (*Figura 4.5*) ne è risultato che, ad una prima analisi, ben 10 casi siano compatibili con i rilevamenti

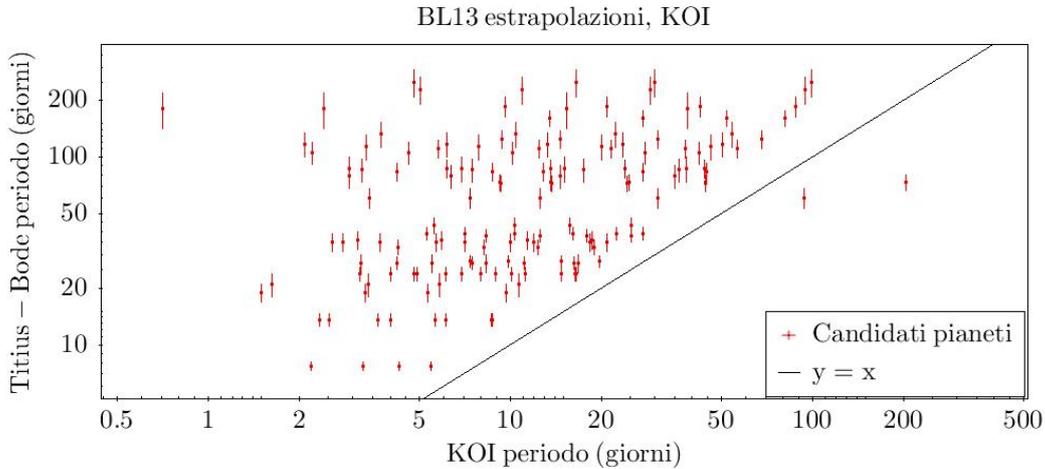


Figura 4.3: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *KOI* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL13 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia che, in questo caso, nessuna osservazione soddisfa le previsioni effettuate.

di *Kepler*.

Successivamente il procedimento è stato ripetuto anche con il catalogo *TCE*, ed il risultato ottenuto è stato lo stesso (*Figura 4.6*).

I primi 4 risultati a partire da sinistra rappresentano tutti lo stesso candidato pianeta (il terzo punto in alto lungo la barra d'errore), appartenente al sistema *KOI-2859*, che tuttavia trova la sua massima compatibilità nel sesto caso. Qui, non solo il transito appartenente alla categoria *N*, dunque quello che gli autori hanno osservato dalle curve di luce, si sovrappone perfettamente alla retta bisettrice, ma anche il candidato pianeta che è stato estrapolato seguendo la relazione di Titius-Bode risulta consistente con i dati rilasciati dalla NASA (*KOI-2859.05*). Infatti, il primo ha un periodo orbitale di 5.43105^{+6}_{-4} giorni, mentre il secondo di 5.2 ± 0.3 (già previsto da BL13). Sembra ragionevole quindi considerare i due transiti (quello osservato dalle curve di luce e quello previsto dalla relazione di Titius-Bode) come coincidenti. Tuttavia il transito che gli autori sostengono di aver ricavato dal periodogramma presenta delle barre d'errore molto grandi, addirittura maggiori del

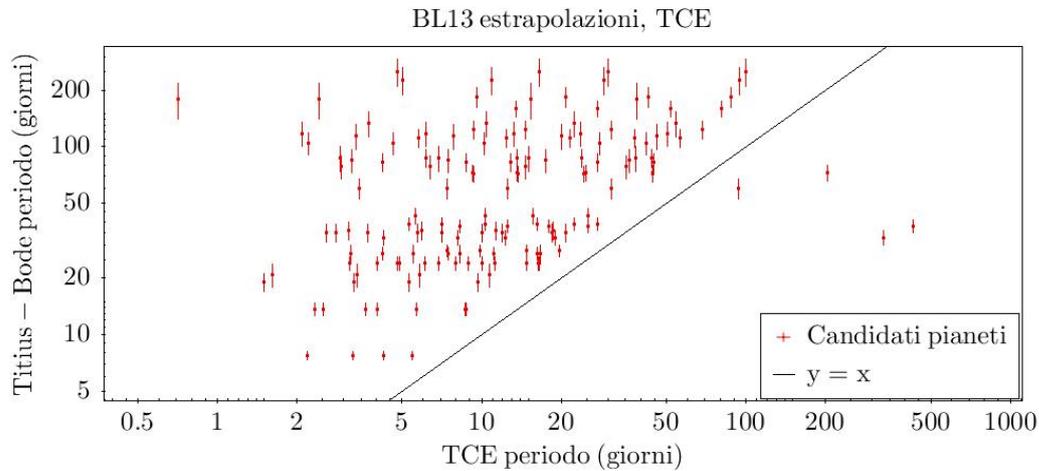


Figura 4.4: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *TCE* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL13 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia come, in questo caso, nessuna osservazione soddisfi le previsioni effettuate.

periodo orbitale stesso del candidato pianeta. Ciò non è plausibile in quanto non è possibile affermare di aver rilevato un pianeta senza conoscerne il periodo (o conoscendolo con un'incertezza tale da far perdere alla misurazione qualunque significato scientifico). Sembra ragionevole quindi ipotizzare che gli autori abbiano commesso un errore durante l'elaborazione dei dati o nella formattazione della tabella (riportata in *Appendice A*). Poiché l'articolo in analisi non è stato citato da altri in riviste di una certa rilevanza, non è stato possibile chiarire la ragione di questo errore.

Il transito è stato validato da BL15.

L'ultimo caso (*KOI-2722.05*) è stato ricavato isolando un picco nel periodogramma della curva di luce. Non si tratta quindi di una vera e propria previsione effettuata unicamente mediante la relazione di Titius-Bode, ma di nuova identificazione basata su dati scientifici (infatti è classificato dagli autori stessi come *N*). Il transito è stato validato anche da BL15.

Il quinto punto risulta più singolare dei precedenti, in quanto il transito che gli autori hanno ricavato dalle curve di luce, in questa analisi dei dati

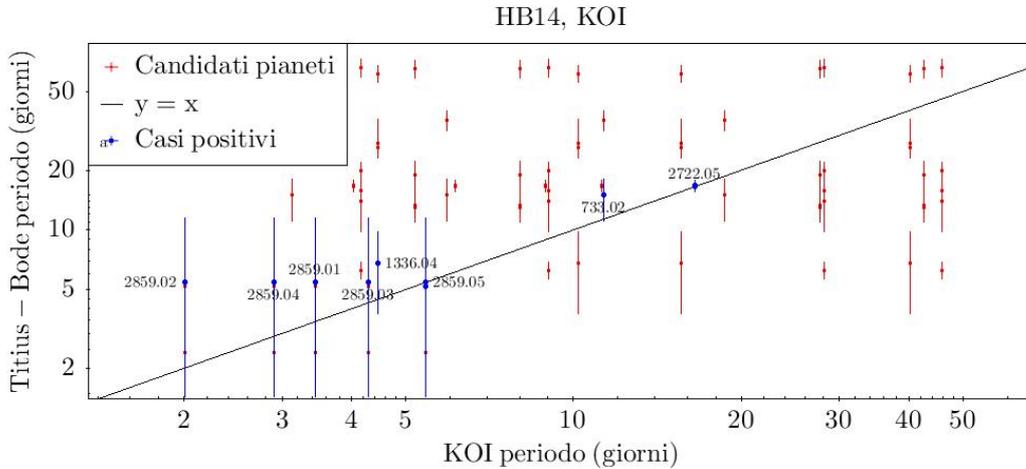


Figura 4.5: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *KOI* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in HB14 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi le osservazioni coincidano con la teoria, in questo caso *KOI-2859.02*, *KOI-2859.04*, *KOI-2859.01*, *KOI-2859.03*, *KOI-1336.01*, *KOI-2859.05* (per due punti diversi), *KOI-733.02* e *KOI-2722.05* (per due punti diversi). Nel grafico sono state omesse le diciture *KOI* per ragioni di spazio.

non trova riscontri nei cataloghi NASA. Al contrario, uno degli inserimenti effettuati da HB14 sfruttando la relazione di Titius-Bode risulta compatibile con un valore del periodo di un altro pianeta già validato al momento della pubblicazione e del quale gli autori disponevano dei parametri. Si tratta del sistema *KOI-1336*: l’inserimento prevedeva un periodo orbitale di 6.8 ± 3 giorni, che è consistente con il periodo del pianeta più interno (*KOI-1336.04*), ovvero 4.458250 giorni. Tuttavia, il transito già osservato è stato utilizzato per prevedere i raggi orbitali dei pianeti da aggiungere tramite la relazione di Titius-Bode. Risulta dunque improbabile che sia stata prevista l’orbita di un pianeta di cui già si avevano a disposizione i dati. Potrebbe invece trattarsi di un inserimento del quale non si è trovato alcun riscontro, ma le cui barre d’errore suggeriscono che si trovi molto vicino all’orbita di un pianeta preesistente. Tuttavia non è da escludere che l’orbita in questione non sia dominata da un unico corpo celeste, tuttavia si riscontra lo stesso

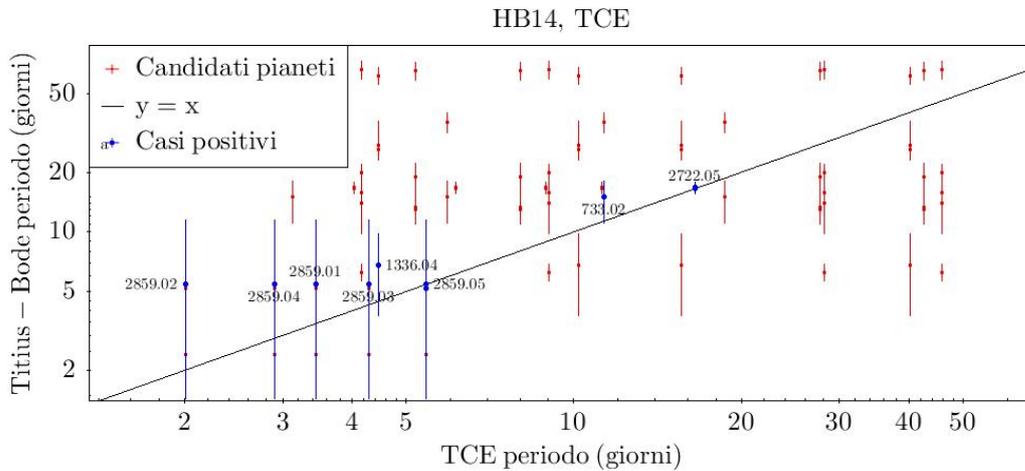


Figura 4.6: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *TCE* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in HB14 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi le osservazioni sono compatibili con la teoria, in questo caso *KOI-2859.02*, *KOI-2859.04*, *KOI-2859.01*, *KOI-2859.03*, *KOI-1336.01*, *KOI-2859.05* (per due punti diversi), *KOI-733.02* e *KOI-2722.05* (per due punti diversi). Nel grafico sono state omesse le diciture *KOI* per ragioni di spazio.

problema già osservato in precedenza, ovvero che le barre d'errore sono molto grandi rispetto al valore stesso della misura.

Discorso simile per il penultimo caso. Il transito isolato dalle curve di luce di *KOI-733* a 15.11133_{-4}^{+3} giorni è compatibile con il terzo pianeta dello stesso sistema, *KOI-733.02* (del quale gli autori avevano a disposizione i dati e che risulta essere confermato già al momento della pubblicazione di HB14), il cui periodo orbitale è di 11.34930 giorni. Nonostante BL15 dichiarò che il transito è verificato, dai cataloghi *KOI* e *TCE* non viene riscontrata altra consistenza se non con quella appena menzionata e di cui, come già detto, i dati sono stati utilizzati per le previsioni stesse.

Complessivamente, quindi, su 20 nuovi pianeti proposti da HB14, 14 sono stati previsti utilizzando la relazione di Titius-Bode, i restanti 6 sono stati ricavati dalle curve di luce. Di questi, solamente uno (*KOI-2722.05*) è stato validato. Nessuna corrispondenza invece è stata trovata per le previsioni

effettuate. Ad oggi non risultano pubblicati studi specifici o di *follow-up* su questi oggetti.

4.3 Risultati Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015)

Di questa pubblicazione non vi sono ancora state analisi precedenti a questa tesi che verificassero i pianeti che sono stati predetti per i diversi sistemi. Gli inserimenti e le estrapolazioni sono stati suddivisi dagli autori in due categorie: quelli con probabilità di transito superiore al 55%, e quelli con probabilità inferiore. Per praticità, nell'analisi che segue verranno studiati senza questa distinzione. I corpi celesti che supereranno la prima selezione verranno poi visti nel dettaglio.

Purtroppo gli autori non hanno riportato nelle tabelle i dati dei pianeti o candidati tali che avevano a disposizione al momento delle previsioni (diversamente da quanto fatto da HB14) e con i quali hanno eseguito il *fit*. Inoltre, essendo stata utilizzata la versione cumulativa del catalogo *KOI*, non è possibile risalire in modo indipendente a quale fosse il *set* di pianeti (o candidati pianeti) già rilevati alla data del loro accesso al *database*. Per questo motivo sarà possibile verificare i transiti previsti dalla relazione di Titius-Bode senza poter discutere se questi siano o meno riconducibili a pianeti già noti.

Come per le previsioni precedenti, i periodi orbitali sono stati confrontati con i dati disponibili sul catalogo *KOI*. Ne risulta che solo 6 casi su 228 trovano corrispondenza (*Figura 4.7*).

Lo stesso procedimento è stato svolto sostituendo il catalogo *KOI* con il *TCE*. In questo caso sono stati trovati 5 inserimenti compatibili con i dati raccolti da *Kepler* (*Figura 4.8*).

I due grafici differiscono solo di un caso: il quarto punto a partire da sinistra nella *Figura 4.7* le cui barre d'errore intersecano la retta bisettrice non compare nella *Figura 4.8*. Si tratta di un transito catalogato come *Falso*

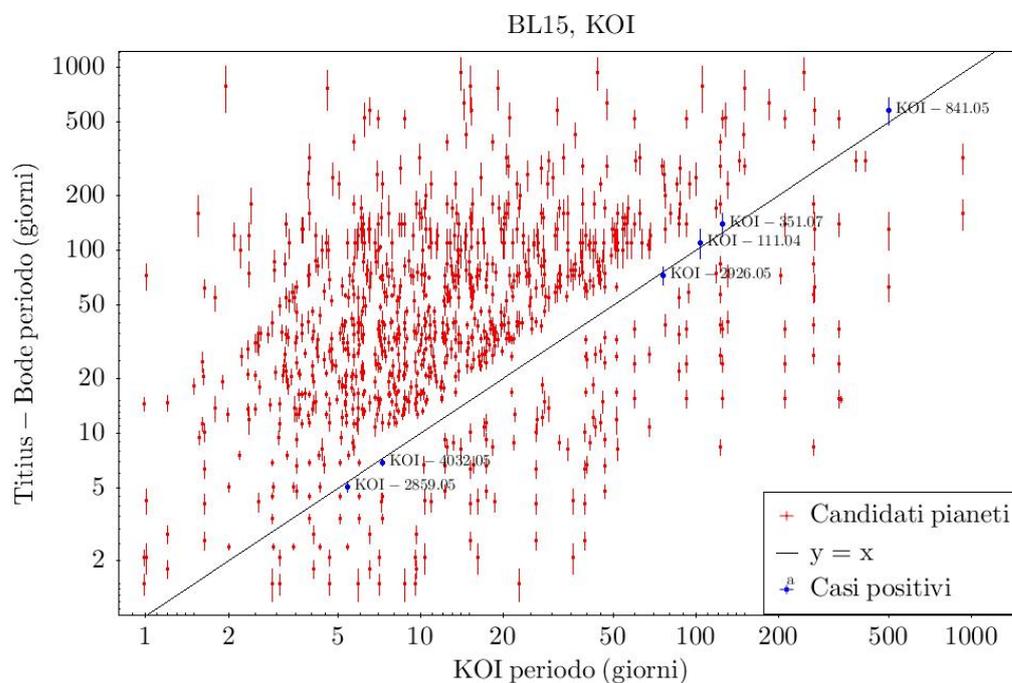


Figura 4.7: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *KOI* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL15 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi le osservazioni sono compatibili con la teoria, in questo caso *KOI-2859.05*, *KOI-4032.05*, *KOI-2926.05*, *KOI-111.04*, *KOI-351.07* e *KOI-841.05*.

Positivo di periodo 103.62651 giorni attorno alla stella *KOI-111*. Il periodo di rivoluzione previsto dalla relazione di Titius-Bode è di 110 ± 20 giorni.

Di seguito vengono analizzati nel dettaglio i rimanenti cinque casi positivi.

4.3.1 Candidati pianeti individuati

Le previsioni che risultano compatibili con i dati raccolti da *Kepler* sono cinque, e sono, nell'ordine da sinistra a destra della *Figura 4.8*: *KOI-2859.05*, *KOI-4032.05*, *KOI-2926.05*, *KOI-351.07* e *KOI-841.05*.

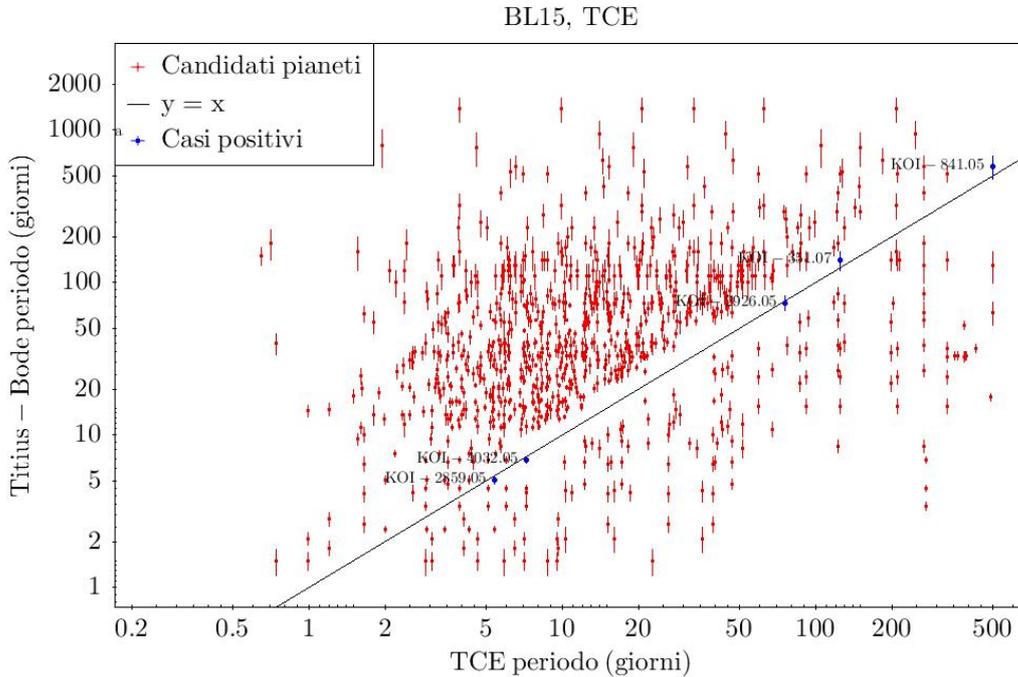


Figura 4.8: Il grafico pone a confronto i periodi di rivoluzione dei candidati pianeti rilevati da *Kepler* ed inseriti nel catalogo *TCE* (in ascissa), e quelli predetti dalla relazione di Titius-Bode in BL15 (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali le osservazioni sono compatibili con la teoria, in questo caso *KOI-2859.05*, *KOI-4032.05*, *KOI-2926.05*, *KOI-351.07* e *KOI-841.05*.

KOI-2859.05

Questo caso è già stato menzionato in precedenza (vedi *Risultati Bovaird & Lineweaver (2013)* e *Risultati Huang & Bakos (2014)*). Di seguito vengono riportati i dettagli.

È il quinto candidato pianeta ad essere stato rilevato attorno alla sua stella. Il sistema, chiamato anche *Kepler-1371*, ne comprende altri 4, di periodi ~ 2.01 , ~ 2.91 , ~ 3.45 e ~ 4.29 giorni, due dei quali (il primo ed il terzo) sono pianeti confermati [Morton et al., 2016] mediante la tecnica *fully automated FPP-computing*. *KOI-2859.05* è il più esterno, il periodo orbitale è di 5.43104 giorni e corrisponde ad un semiasse maggiore dell'orbita di 0.0532 ua. Il suo raggio orbitale è $\sim 1/7$ se paragonato a quello di Mercurio. La

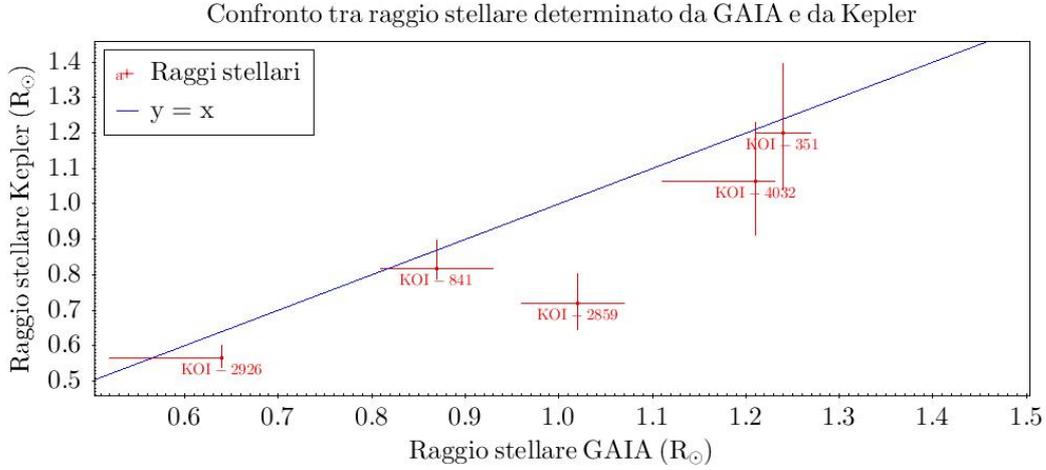


Figura 4.9: Il grafico pone a confronto i raggi stellari ricavati mediante i dati di *GAIA* (in ascissa), e mediante i dati di *Kepler* (in ordinata). La retta bisettrice $y = x$ evidenzia in quali casi i due valori collimano.

relazione di Titius-Bode prevedeva un periodo di 5.1 ± 0.3 giorni. Il raggio del pianeta risulta essere di $0,66 \pm 0.07 R_{\oplus}$ (poco più grande di Marte²).

La stella ha raggio stimato dal *Kepler Input Catalog (KIC)* tramite modelli astrosismologici di $0.721^{+0.082}_{-0.073} R_{\odot}$. Tale valore non è consistente con quello calcolato da *GAIA* (Figura 4.9), che invece propone $R_* = 1.02^{+0.05}_{-0.06} R_{\odot}$. Considerando che il primo, per questo caso specifico, ha utilizzato il metodo astrosismologico, che la metallicità della stella è alta, e che l'estinzione in banda G è piuttosto elevata (0.2920 mag), come anche quella in banda V (0.214 mag), si ritiene più affidabile il valore fornito da *Kepler*.

In *Tabella 4.1* e *Tabella 4.2* sono riportati rispettivamente i parametri stellari e planetari più importanti.

KOI-4032.05

Il candidato pianeta *KOI-4032.05* è il quinto ad essere stato rilevato attorno alla stella ospite. La sua è l'orbita più esterna rispetto a quelle degli altri quattro, i cui periodi sono ~ 2.89 , ~ 3.95 , ~ 5.10 e ~ 5.99 giorni, tutti

² $R_{\text{Marte}} = 0.53226 R_{\oplus}$

| | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| Ascensione retta (Ra) | 288.831 deg |
| Declinazione (Dec) | 47.552 deg |
| Kepler ID | 10397751 |
| Nome KOI | <i>KOI-2859</i> |
| Nome Kepler | <i>Kepler-1371</i> |
| Raggio stellare (R_*) | $0.721^{+0.082}_{-0.073} R_\odot$ |
| Massa della stella (M_*) | $0.68^{+0.086}_{-0.034} M_\odot$ |
| Magnitudine | 13.851 mag |
| Estinzione (A_V) | $0.214^{+0.022}_{-0.025}$ mag |
| Reddening ($E(B - V)$) | 0.077 mag |
| Metallicità | -0.680 ± 0.300 |
| Distanza (d) | $381.114^{+33.980}_{-48.582}$ pc |
| Candidati pianeti ospitati | 5 |

Tabella 4.1: La tabella riassume i parametri relativi alla stella *KOI-2859*.

confermati [Morton et al., 2016] mediante modelli astrosismologici. Il sistema prende anche il nome *Kepler-1542*. Il periodo di rivoluzione dei *KOI-4032.05* è di 7.23524 giorni, che coincide con un'orbita di semiasse maggiore di 0.0716 ua. Il suo raggio orbitale, se paragonato a quello di Mercurio, è $\sim 1/5$. La relazione di Titius-Bode prevedeva un periodo di 6.9 ± 0.3 giorni. Il raggio del pianeta è stimato essere di $0.82 \pm 0.12 R_\oplus$ (poco più piccolo di Venere³).

Il raggio stellare stimato dal *KIC* tramite modelli astrosismologici è di $1.065^{+0.106}_{-0.150} R_\odot$. Risulta consistente con la misura fornita da *GAIA* di $1.21^{+0.02}_{-0.10} R_\odot$ (*Figura 4.9*).

La *Tabella 4.3* e *Tabella 4.4* riassumono rispettivamente i principali parametri stellari e planetari.

Al momento non sono disponibili studi specifici o di *follow-up* su questo oggetto.

³ $R_{\text{Venere}} = 0.9488 R_\oplus$

| | |
|--|--|
| Pianeta | <i>KOI-2859.05</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | $5.43104 \pm 4.629000 \cdot 10^{-5}$ d |
| Semiasse maggiore (sma) | 0.0532 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $85^\circ.32$ |
| Parametro d'impatto (b) | $0.816^{+0.157}_{-0.576}$ |
| Profondità di transito (ΔI) | 66.8 ± 6.7 ppm |
| Durata del transito (t) | 2.469 ± 0.179 h |
| Raggio del pianeta (r) | $0.66 \pm 0.07 R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 873 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 5 |

Tabella 4.2: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *KOI-2859.05*.

KOI-2926.05

Anch'esso è il quinto candidato pianeta su cinque ad essere stato rilevato attorno alla stella *KOI-2926*, chiamata anche *Kepler-1388*. Gli altri quattro, i cui periodi orbitali sono ~ 5.54 , ~ 12.29 , ~ 20.96 e ~ 37.63 giorni, sono stati tutti confermati [Morton et al., 2016] mediante modelli astrosismologici. La sua orbita si posiziona esternamente. Il periodo di rivoluzione è di 75.73119 giorni, fatto che implica un semiasse maggiore corrispondente a 0.2966 ua, che se confrontato con quello di Mercurio è di $\sim 2/3$. La relazione di Titius-Bode prevedeva un periodo orbitale di 73 ± 8 giorni. Il raggio del candidato pianeta risulta essere di $3.47 R_\oplus$ (poco più piccolo di Nettuno⁴).

La stella che ospita il sistema planetario ha raggio stimato dal *KIC* mediante modelli astrosismologici di $0.564^{+0.035}_{-0.026} R_\odot$, dato consistente con quello fornito da *GAIA* di $0.64^{+0.00}_{-0.12} R_\odot$ (*Figura 4.9*).

La *Tabella 4.5* e *Tabella 4.6* riassumono i dati più importanti rispettivamente per quanto riguarda i parametri stellari e quelli planetari.

⁴ $R_{\text{Nettuno}} = 3.883 R_\oplus$

| | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| Ascensione retta (Ra) | 285.728 deg |
| Declinazione (Dec) | 42.6545 deg |
| Kepler ID | 7100673 |
| Nome KOI | <i>KOI-4032</i> |
| Nome Kepler | <i>Kepler-1342</i> |
| Raggio stellare (R_*) | $1.065^{+0.106}_{-0.15} R_{\odot}$ |
| Massa della stella (M_*) | $0.933^{+0.067}_{-0.053} M_{\odot}$ |
| Magnitudine | 12.639 mag |
| Estinzione (A_V) | 0.203 ± 0.027 mag |
| Reddening ($E(B - V)$) | 0,074 mag |
| Metallicità | 0.120 ± 0.150 |
| Distanza (d) | $358.128^{+57.134}_{-47.611}$ pc |
| Pianeti ospitati | 5 |

Tabella 4.3: La tabella riassume i parametri relativi alla stella *KOI-4032*.

KOI-841.05

Il candidato pianeta è il quinto di cinque ad essere stato rilevato attorno alla stella *KOI-841*, gli altri hanno periodo orbitale di ~ 6.55 , ~ 15.33 , ~ 31.33 e ~ 269.31 giorni. Il sistema, che prende anche il nome di *Kepler-27*, comprende solo due pianeti confermati, il secondo ed il terzo, [Steffen et al., 2012], mediante la tecnica del *transit timing variation*. L'orbita di *KOI-841.05* è la più esterna. Ha periodo di rivoluzione di 499.47338 giorni, consistente con il valore ipotizzato dalla relazione di Titius-Bode di 580 ± 100 giorni. Il semiasse maggiore dell'orbita risulta essere di 1.2023 ua (rapportato al Sistema Solare si troverebbe circa a metà tra l'orbita terrestre e quella marziana). Ci sono dunque i requisiti per pensare che potrebbe trattarsi di un pianeta abitabile.

La stella ha raggio stimato dal *KIC* mediante modelli astrosismologici di $0.817^{+0.080}_{-0.029} R_{\odot}$, valore consistente con quello osservato da *GAIA* di $0.87 \pm$

| | |
|--|--|
| Pianeta | <i>KOI-4032.05</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | $7.23524 \pm 4.586000 \cdot 10^{-5}$ d |
| Semiasse maggiore (sma) | 0.0716 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $89^\circ.49$ |
| Parametro d'impatto (b) | $0.182^{+0.264}_{-0.182}$ |
| Profondità di transito (ΔI) | 60 ± 4.4 ppm |
| Durata del transito (t) | 2.685 ± 0.169 h |
| Raggio del pianeta (r) | $0.82 \pm 0.012 R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 948 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 5 |

Tabella 4.4: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *KOI-4032.05*

$0.06 R_\odot$ (*Figura 4.9*).

La *Tabella 4.7* e *Tabella 4.8* riassumono i dati relativi rispettivamente ai principali parametri stellari e planetari.

KOI-351.07

Il pianeta *KOI-351.07* è il settimo ad essere stato rilevato attorno alla stella *KOI-351*. Oltre ad esso, ve ne sono altri sette di periodi orbitali ~ 7.01 , ~ 8.72 , ~ 14.45 , ~ 59.74 , ~ 91.94 , ~ 210.60 e ~ 331.60 giorni. Il sistema prende anche il nome di *Kepler-90* [Cabrera et al., 2014]. Tutti i pianeti ad ora rilevati dalla *pipeline* ufficiale in tale sistema sono anche stati confermati [Cabrera et al., 2014] mediante la tecnica del *transit timing variations*. *KOI-351.07*, noto anche come *Kepler-90 f* ha un'orbita intermedia, infatti è il sesto. Il periodo di rivoluzione è di 124.92252 giorni, dato consistente con le previsioni effettuate mediante la relazione di Titius-Bode di 140 ± 20 giorni. Il semiasse maggiore dell'orbita è di 0.48 ua che, comparato con il Sistema Solare, risulta essere compreso tra quello di Mercurio e quello di Venere. Il

| | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| Ascensione retta (Ra) | 283.336 deg |
| Declinazione (Dec) | 47.1745 deg |
| Kepler ID | 10122538 |
| Nome KOI | <i>KOI-2926</i> |
| Nome Kepler | <i>Kepler-1388</i> |
| Raggio stellare (R_*) | $0.564^{+0.035}_{-0.026} R_\odot$ |
| Massa della stella (M_*) | $0.605^{+0.025}_{-0.034} M_\odot$ |
| Magnitudine | 16.279 mag |
| Estinzione (A_V) | $0.217^{+0.012}_{-0.010}$ mag |
| Reddening ($E(B - V)$) | 0.060mag |
| Metallicità | 0.210 ± 0.150 |
| Distanza (d) | $424.886^{+40.4290}_{-30.321}$ pc |
| Pianeti ospitati | 5 |

Tabella 4.5: La tabella riassume i parametri relativi alla stella *KOI-2926*.

raggio planetario è di $2.88 R_\oplus$, quindi si tratta di un sub-nettuniano⁵.

La stella che ospita il sistema ha raggio stimato dai dati del *KIC* mediante modelli astrosismologici di $1.200^{+0.195}_{-0.160} R_\odot$, valore consistente con quello calcolato da *GAIA* di $1.24 \pm 0.03 R_\odot$ (*Figura 4.9*).

La *Tabella 4.9* e *Tabella 4.10* riportano i valori dei principali parametri relativi rispettivamente alla stella e al pianeta.

È interessante notare che *Kepler-90* è stato il primo sistema planetario con otto pianeti individuati, oltre al Sistema Solare; tuttavia nei cataloghi *KOI* e *TCE* ne compaiono solo sette. Il motivo è che *Kepler-90* i [Shallue & Vanderburg, 2018], l'ultimo ad essere stato scoperto e successivamente confermato nel 2018, non è stato rilevato mediante la *pipeline* ufficiale della Missione e quindi non ha nemmeno un codice *KOI* (per questo non è presente nei grafici). Della sua esistenza si è venuti a conoscenza durante le ricerche specifiche svolte per caratterizzare *Kepler-90 f*. Il periodo di rivoluzione è

⁵ $R_{Nettuno} = 3.883 R_\oplus$

| | |
|--|---------------------------------|
| Pianeta | <i>KOI-2926.05</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | 75.73119 ± 0.00188 d |
| Semiasse maggiore (sma) | 0.2966 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $89^\circ.22$ |
| Parametro d'impatto (b) | $0.9^{+0.042}_{-0.61}$ |
| Profondita di transito (ΔI) | 2496 ± 173 ppm |
| Durata del transito (t) | 4.859 ± 0.219 h |
| Raggio del pianeta (r) | $3.47^{+0.22}_{-0.16} R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 237 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 5 |

Tabella 4.6: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *KOI-2926.05*

di 14.45 giorni, che risulta consistente con la previsione effettuata con la relazione di Titius-Bode di 15.44 ± 1.7 giorni. Il valore del semiasse maggiore dell'orbita non viene fornito, ma dal rapporto $a/R_* \simeq 33.8$ e dal valore del raggio stellare assunto da *GAIA* è possibile ricavare una prima stima grossolana di ~ 0.2 ua. La sua orbita si posizionerebbe quindi al terzo posto dalla stella rispetto agli altri pianeti, ovvero la stessa posizione che assume la Terra all'interno del Sistema Solare. Il raggio del pianeta è di $1.32 R_\oplus$, presumibilmente si tratta dunque di un pianeta roccioso⁶. La *Tabella 4.12* riassume i principali parametri planetari. Per quanto riguarda i parametri stellari si faccia riferimento alla *Tabella 4.11*.

La combinazione di questi diversi fattori renderebbe interessante uno studio più approfondito di *Kepler-90*, in quanto appare presentarsi come una versione ridotta del nostro Sistema Solare. Di seguito vengono riportate due immagini (*Figura 4.10* e *Figura 4.11*), tratte dalla pagina *online* della NASA dedicata alla Missione *Kepler*, che evidenziano come la struttura dei due sistemi siano simili.

⁶Avendo ipotizzato che un pianeta che ha $R \leq 1.5 R_\oplus$ sia roccioso

| | |
|------------------------------|------------------------------------|
| Ascensione retta (Ra) | 292.237 deg |
| Declinazione (Dec) | 41.0859 deg |
| Kepler ID | 5792202 |
| Nome KOI | <i>KOI-841</i> |
| Nome Kepler | <i>Kepler-27</i> |
| Raggio stellare (R_*) | $0.817^{+0.08}_{-0.029} R_\odot$ |
| Massa della stella (M_*) | $0.926^{+0.032}_{-0.064} M_\odot$ |
| Magnitudine | 15.855 mag |
| Estinzione (A_V) | $0.465^{+0.015}_{-0.009}$ mag |
| Reddening ($E(B - V)$) | 0.132 mag |
| Metallicità | 0.210 ± 0.150 |
| Distanza (d) | $1015.921^{+115.010}_{-53.671}$ pc |
| Pianeti ospitati | 5 |

Tabella 4.7: La tabella riassume i parametri relativi alla stella *KOI-841*.

| | |
|--|---------------------------------|
| Pianeta | <i>KOI-841.05</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | 499.47338 ± 0.01187 d |
| Semiasse maggiore (sma) | 1.2023 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $89^\circ.78$ |
| Parametro d'impatto (b) | $0.793^{+0.159}_{-0.56}$ |
| Profondità di transito (ΔI) | 1662 ± 112 ppm |
| Durata del transito (t) | 12.248 ± 0.575 h |
| Raggio del pianeta (r) | $3.71^{+0.36}_{-0.14} R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 191 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 5 |

Tabella 4.8: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *KOI-841.05*

| | |
|------------------------------|---|
| Ascensione retta (Ra) | 284.434 deg |
| Declinazione (Dec) | 49.3052 deg |
| Kepler ID | 11442793 |
| Nome KOI | <i>KOI-351</i> |
| Nome Kepler | <i>Kepler-90</i> |
| Raggio stellare (R_*) | $1.200^{+0.195}_{-0.160} R_\odot$ |
| Massa della stella (M_*) | $1.089^{+0.089}_{-0.080} M_\odot$ |
| Magnitudine | 13.804 mag |
| Estinzione (A_V) | $0.277^{+0.005}_{-0.008}$ mag |
| Reddening | 0.094 mag |
| Metallicità | 0.100 ± 0.150 <i>valori diversi</i> |
| Distanza (d) | $808.63^{+131.510}_{-105.208}$ pc |
| Pianeti ospitati | 8 |

Tabella 4.9: La tabella riassume i parametri relativi alla stella *KOI-351*.

| | |
|--|---|
| Pianeta | <i>KOI-351.07</i> oppure <i>Kepler-90 f</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | 124.9144 ± 0.0019 d |
| Semiasse maggiore (sma) | 0.48 ± 0.09 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $89^\circ.77 \pm 0^\circ.31$ |
| Parametro d'impatto (b) | 0.35 ± 0.40 |
| Profondità di transito (ΔI) | 498.7 ± 21.6 ppm |
| Durata del transito (t) | 10.94 ± 0.25 h |
| Raggio del pianeta (r) | $2.88 \pm 0.52 R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 407 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 6 |

Tabella 4.10: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *KOI-351.07*

| | |
|--|---|
| Pianeta | <i>Kepler-90 i</i> |
| Periodo di rivoluzione (P) | 14.44912 ± 0.00020 d |
| Semiasse maggiore (sma) | ~ 0.196 au |
| Inclinazione del piano orbitale rispetto alla l.o.s. (i) | $89^\circ.20^{+0^\circ.59}_{-1^\circ.30}$ |
| Parametro d'impatto (b) | 0.50 ± 0.28 |
| Profondità di transito (ΔI) | // |
| Durata del transito (t) | 2.80 ± 0.31 h |
| Raggio del pianeta (r) | $1.31 \pm 0.21 R_\oplus$ |
| Temperatura alla superficie (T) | 709 ± 75 K |
| Posizione del pianeta rispetto agli altri (n) | 3 |

Tabella 4.11: La tabella riassume i parametri relativi al pianeta *Kepler-90 i*

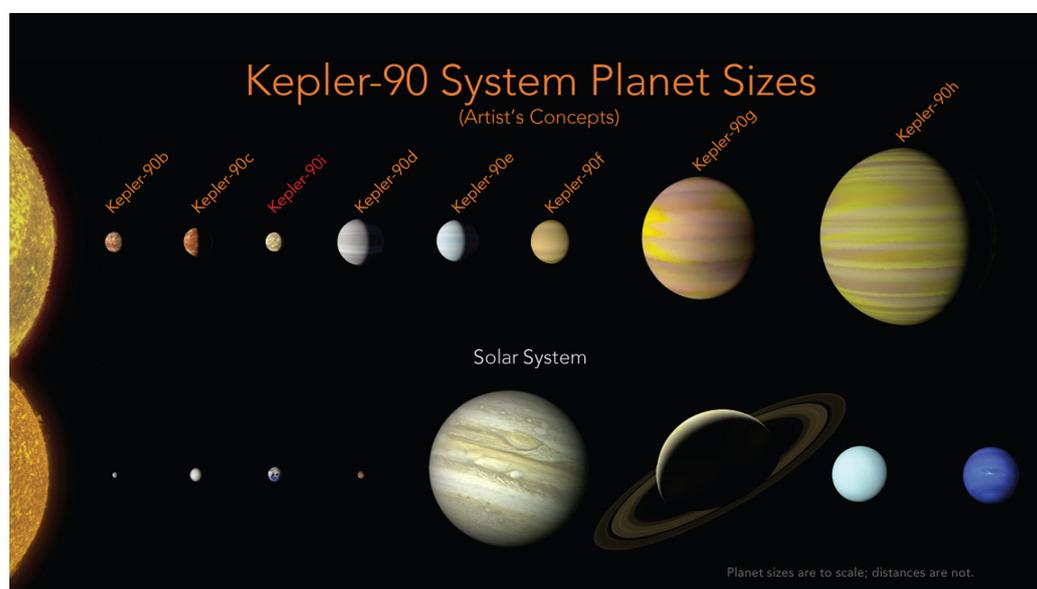


Figura 4.10: La rappresentazione artistica schematizza la struttura del sistema *Kepler-90* confrontata con quella del Sistema Solare. Le distanze non sono in scala. [NASA/Ames Research Center/Wendy Stenzel]

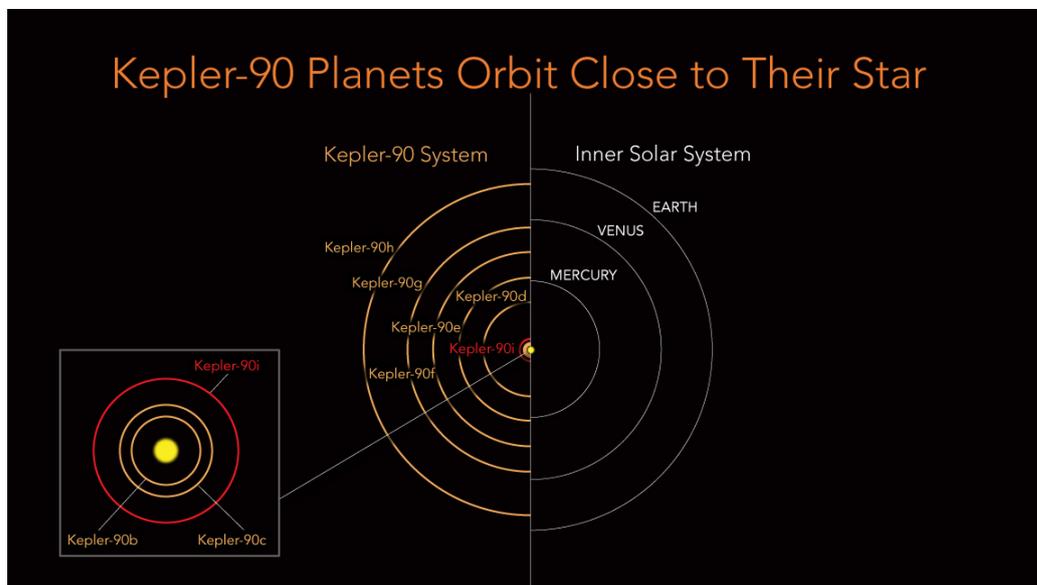


Figura 4.11: La rappresentazione schematizza la struttura orbitale del sistema *KOI-90* confrontata con quella del Sistema Solare. [NASA/Ames Research Center/Wendy Stenzel]

Capitolo 5

Conclusioni

Nel *Capitolo 4* sono state verificate con i cataloghi *KOI* e *TCE* tutte le previsioni che erano state precedentemente effettuate da BL13, HB14 e BL15 applicando la relazione di Titius-Bode ai sistemi extrasolari multipli disponibili al momento delle pubblicazioni. I casi che hanno prodotto esito positivo, ovvero per i quali è stato individuato il transito nei periodogrammi delle curve di luce di *Kepler*, possono essere riassunti nel seguente modo:

- 1/61 e 0/37 per BL13, rispettivamente nei casi di sistemi non completi e completi;
- 1/20 per HB14;
- 6/228 per BL15, includendo anche il caso anomalo di *Kepler-90 i*.

Complessivamente, quindi, solo 8 previsioni su 356 sono state verificate, ovvero solamente il 2.27%. Volendo essere ottimisti ed eliminando le previsioni duplicate effettuate dai diversi autori che tra loro risultano consistenti, la situazione non migliora di molto. Si ottiene infatti una frazione di candidati pianeti validati di 6/249, che corrisponde al 2.41%. C'è da ricordare che la relazione di Titius-Bode non prevede limiti di massa dei pianeti, né fornisce un'indicazione su quali dovrebbero essere i loro raggi. Ne deriva che, per prima cosa, il pianeta potrebbe essere estremamente piccolo e quindi, per rivelarlo, sarebbe necessario un errore di misura talmente piccolo da risultare

al momento inaccessibile. Se inoltre si riuscissero a validare tutte le previsioni, per la stessa motivazione di prima ancora non si avrebbe la certezza che non vi siano altri pianeti aggiuntivi che non rispettano la relazione di Titius-Bode. Sarebbe forse necessario, più in generale, riconsiderare la definizione stessa di pianeta: già osservando il Sistema Solare è evidente che la varietà di corpi celesti che lo popolano è ampia, se poi si pensa che la relazione di Titius-Bode si riferiva originariamente ai raggi orbitali dei pianeti, allora verrebbe spontaneo chiedersi che cosa si intenda realmente per *pianeta*, visto che Cerere, che non lo è secondo gli attuali criteri, rispetta l'andamento di potenza molto meglio di quanto non lo facciano altri corpi celesti che sono pianeti a tutti gli effetti.

È innegabile tuttavia che la precisione con la quale sembra che la relazione di Titius Bode riesca a governare il Sistema Solare, satelliti compresi, senza apparente spiegazione sia estremamente affascinante.

5.1 Uno sguardo al futuro

TESS

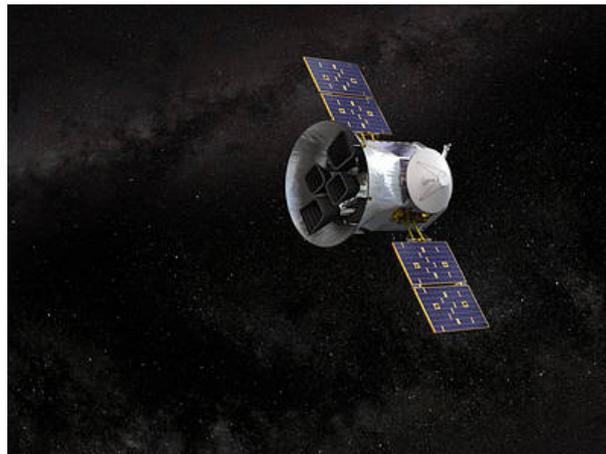


Figura 5.1: L'immagine artistica è una riproduzione del satellite *TESS*. [NASA]

Il 18 aprile 2018 è stata lanciata nello spazio la *survey TESS* (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*, *Figura 5.1*) con l'obiettivo di monitorare le stelle più brillanti (di magnitudine compresa tra 9 e 15) nei dintorni del Sole al fine di rilevare pianeti transitanti. In un arco di tempo di 2 anni le osservazioni copriranno l'intero cielo. Questo viene suddiviso in 26 settori, ognuno di FOV $24 \times 96 \text{ deg}^2$ ed osservato per almeno 27 giorni seguendo la strategia *stare and step* (*Figura 5.2*). Per il primo anno *TESS* monitorerà l'emisfero sud, nel secondo l'emisfero nord. Complessivamente coprirà un'area di cielo 20 volte superiore a quella di *Kepler*. La scelta di dedicare una missione all'osservazione di stelle vicine e brillanti è nata dalla necessità di disporre di molti fotoni, quindi appunto di stelle brillanti, in modo da poter utilizzare la tecnica delle velocità radiali per la conferma da terra di nuovi pianeti individuati e da poter anche caratterizzare le atmosfere planetarie.

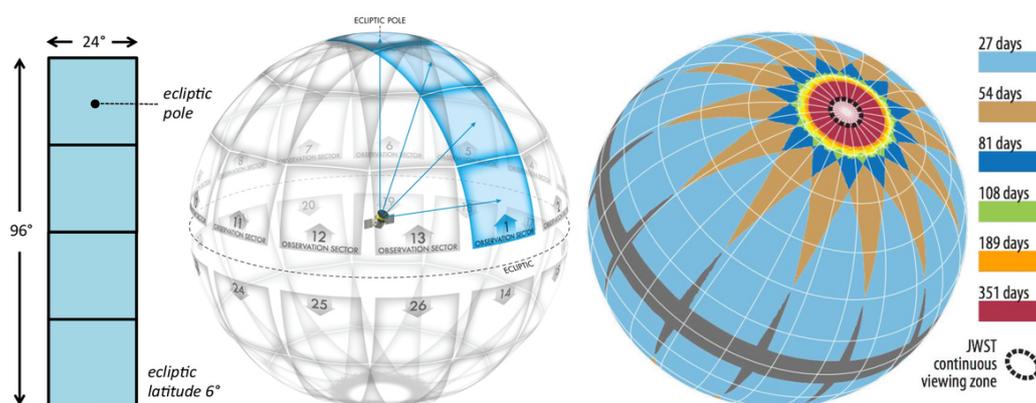


Figura 5.2: L'immagine a sinistra rappresenta il campo di vista di *TESS* suddiviso tra le 4 camere. La rappresentazione al centro schematizza la strategia *stare and step* adottata per le osservazioni. Si nota anche che l'area di cielo interessata dal monitoraggio è nettamente maggiore di quella osservata da *Kepler*. La figura a destra evidenzia le porzioni di cielo distinguendole per tempi di monitoraggio. [NASA]

La strumentazione scientifica a bordo di *TESS* comprende 4 telescopi ad ampio campo, ciascuno con 4 CCD e 7 componenti ottiche. Essa osserva le lunghezze d'onda dal visibile (da 600 nm) al vicino infrarosso (1000 nm). I

singoli *target* vengono monitorati ogni 2 minuti, mentre ogni 30 minuti viene prodotta un'immagine a *full-frame* da scaricare a terra.

Il telescopio si trova in un'orbita attorno alla Terra in risonanza 2 : 1 con la Luna. In questo modo è garantito un campo di vista che non viene mai oscurato, oltre a mantenere stabile la temperatura della sonda e a proteggerla dalle radiazioni.

Dalla missione *TESS* ci si aspetta che porti un contributo significativo alla scoperta di nuovi esopianeti, di dimensioni varie, che possano essere confermati e analizzati con precisione anche da telescopi a terra mediante la tecnica delle velocità radiali. Ci si aspetta inoltre di poter determinare la composizione atmosferica dei pianeti rivelati. In futuro i dati potranno essere implementati dalle osservazioni di *JWST* (*James Webb Space Telescope*) per studi specifici sulle atmosfere planetarie.

PLATO



Figura 5.3: L'immagine artistica è una riproduzione del satellite *PLATO*. [ESA]

Il vero erede di *Kepler* sarà tuttavia *PLATO* (*PLANetary Transits and Oscillations of stars*)[Rauer et al., 2014]. È una missione ESA di classe media alla quale l'INAF di Padova e l'Università degli Studi di Padova partecipano in modo attivo e che entra a far parte del programma *Cosmic Vision*. Il lancio è previsto per il 2026 e il satellite verrà posto nel punto lagrangiano L2. La durata della Missione nominale è prevista essere di 6 anni, ma c'è la possibilità di estenderla fino ad un massimo di 8.5 anni. L'obiettivo della Missione è quello di monitorare circa 1000000 di stelle, con particolare interesse per quelle di tipo solare (di magnitudine in banda V ≤ 11 mag), e individuare mediante fotometria pianeti terrestri la cui orbita è compresa nella fascia abitabile. La strumentazione a bordo (*Figura 5.4*) sarà composta da 34 telescopi che complessivamente copriranno un campo di vista di 2232 deg^2 . Ognuno di essi ha un FOV di 1100 deg^2 , un diametro di pupilla di 120 mm ed è composto da 6 componenti ottiche (*Figura 5.5*). In ciascun piano focale vi sono 4 CCD.

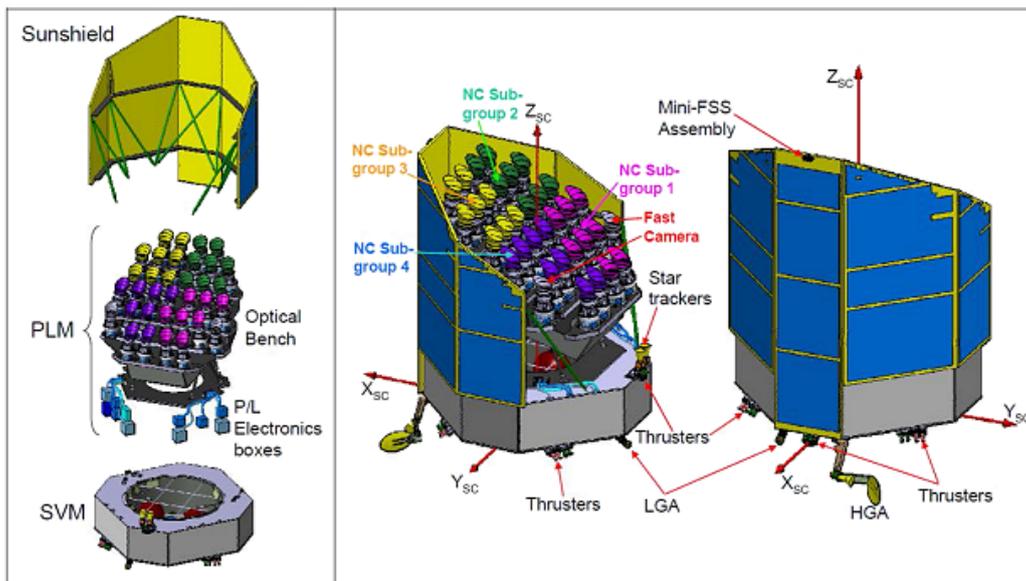


Figura 5.4: L'immagine rappresenta le diverse componenti del satellite *PLATO*.

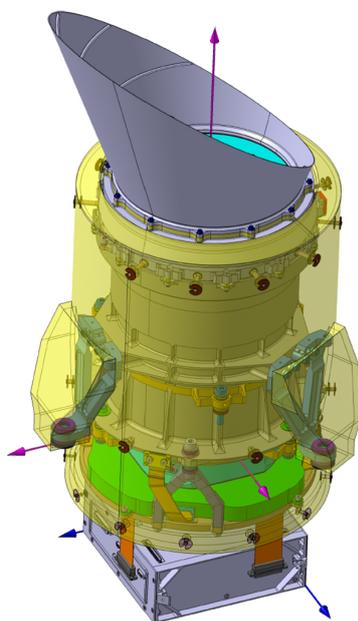


Figura 5.5: L'immagine schematizza la struttura di uno dei 34 telescopi che compongono *PLATO*. [ESA science]

PLATO osserverà le lunghezze d'onda dal visibile (500 nm) al vicino infrarosso (1050 nm). Grazie alla tecnologia *multi-telescope*, una novità per quanto riguarda le osservazioni dallo spazio, sarà possibile raggiungere un'accuratezza tale da poter individuare un pianeta terrestre attorno a stelle molto brillanti (≥ 4 mag) o molto deboli (≤ 16 mag). I candidati pianeti verranno confermati da terra mediante la tecnica delle velocità radiali e del *transit timing variation*, mentre per quanto riguarda i parametri stellari si utilizzeranno i modelli astrosismologici. La combinazione delle misurazioni porterà ad ottenere dei dati con precisione molto elevata, fino al 2% ad esempio per i raggi planetari. La strategia osservativa prevede due fasi: due puntamenti lunghi (di 2-3 anni) e un periodo in cui le osservazioni verranno svolte mediante la tecnica *stare and step* e che ricopriranno il 50% del cielo (*Figura 5.6*). Come per *Kepler*, anche *PLATO* verrà ruotato di 90° ogni 3 mesi per proteggere la strumentazione dai raggi solari.

Da questa Missione si stima che vengano scoperti circa 1000 pianeti di

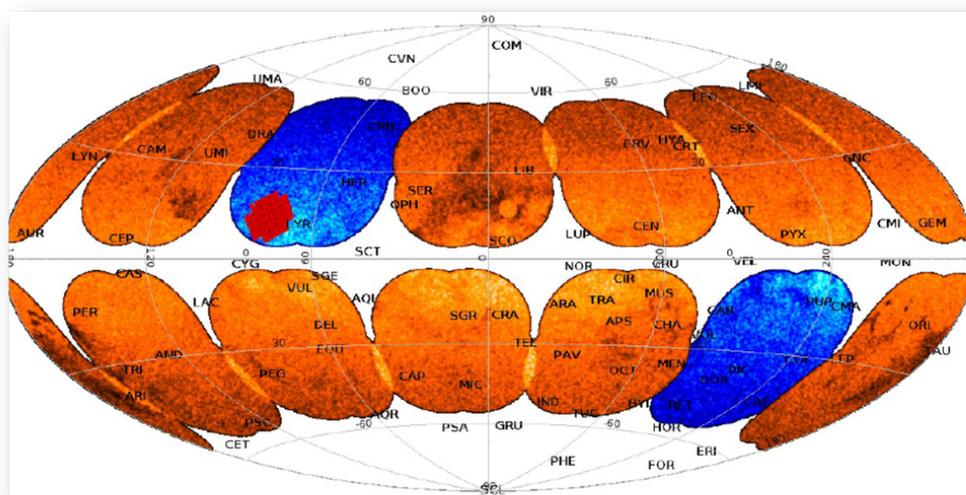


Figura 5.6: L'immagine rappresenta le porzioni di cielo che verranno interessate dalla Missione *PLATO*. Le zone blu saranno osservate dai puntamenti lunghi, quelle arancioni mediante la tecnica *stare and step*. In una delle due zone blu si nota un'area rossa che rappresenta la porzione di cielo che è stata interessata dalla missione *Kepler*. [platomission]

tipo super-Terra. Si prevede inoltre che la conferma dei candidati pianeti che rivelerà possa essere in parte effettuata utilizzando E-ELT (*European-Extremely Large Telescope*) che dovrebbe entrare in funzione nel 2024.

La sinergia che si creerà tra questi due telescopi porterà sicuramente a risultati grandiosi e in breve tempo amplierà gli orizzonti dello studio degli esopianeti.

Appendice A

Tabelle

| System | $\left(\frac{\chi^2}{\text{dof}}\right)_t$ | Period (days) | A (AU) | R_{max}^a (R_{\oplus}) | M_{max}^a (M_{\oplus}) | T_{eff} (K) |
|----------|--|------------------|-----------|--|--|-------------------------|
| KOI-1358 | 0.01 | 13.6 ± 1.0 | 0.10 | 1.6 | - | 522 |
| KOI-935 | 0.03 | 185 ± 23 | 0.68 | 4.1 | - | 374 |
| KOI-812 | 0.04 | 114 ± 17 | 0.38 | 2.5 | - | 224 |
| KOI-510 | 0.05 | 79 ± 11 | 0.34 | 3.5 | - | 413 |
| KOI-1432 | 0.07 | 87 ± 13 | 0.38 | 2.0 | - | 397 |
| KOI-869 | 0.08 | 85 ± 12 | 0.35 | 3.8 | - | 349 |
| KOI-2038 | 0.11 | 38 ± 3 | 0.21 | 1.8 | - | 494 |
| KOI-720 | 0.14 | 35 ± 4 | 0.20 | 2.9 | - | 477 |
| KOI-94 | 0.19 | 133 ± 20 | 0.55 | 3.5 | - | 468 |
| KOI-733 | 0.22 | 36 ± 4 | 0.20 | 2.8 | - | 437 |
| KOI-939 | 0.24 | 21 ± 3 | 0.15 | 1.9 | - | 640 |
| KOI-2055 | 0.29 | 13.6 ± 1.0 | 0.11 | 1.3 | - | 706 |
| HR 8799 | 0.31 | 368000 ± 46000 | 115.30 | - | 3730.5 | 35 |
| KOI-2029 | 0.31 | 24 ± 2 | 0.15 | 0.9 | - | 505 |
| KOI-730 | 0.32 | 28 ± 2 | 0.18 | 2.8 | - | 602 |
| KOI-116 | 0.34 | 87 ± 10 | 0.38 | 1.3 | - | 425 |
| KOI-623 | 0.40 | 43 ± 4 | 0.23 | 1.3 | - | 592 |
| KOI-1364 | 0.41 | 35 ± 4 | 0.20 | 3.0 | - | 508 |
| KOI-117 | 0.42 | 24 ± 2 | 0.17 | 1.4 | - | 692 |
| KOI-408 | 0.51 | 60 ± 7 | 0.29 | 2.6 | - | 461 |
| KOI-1278 | 0.52 | 73 ± 7 | 0.35 | 2.0 | - | 455 |
| KOI-474 | 0.54 | 228 ± 37 | 0.77 | 3.8 | - | 336 |
| KOI-2722 | 0.54 | 24 ± 2 | 0.17 | 1.3 | - | 774 |
| KOI-1589 | 0.56 | 83 ± 9 | 0.37 | 2.4 | - | 440 |
| KOI-1557 | 0.58 | 19 ± 2 | 0.12 | 2.0 | - | 499 |
| KOI-1930 | 0.60 | 72 ± 7 | 0.35 | 2.3 | - | 541 |
| KOI-1563 | 0.62 | 27 ± 3 | 0.17 | 3.7 | - | 491 |
| KOI-671 | 0.62 | 27 ± 2 | 0.17 | 1.5 | - | 614 |
| KOI-152 | 0.64 | 160 ± 16 | 0.60 | 5.4 | - | 381 |
| HD 10180 | 0.65 | 6200 ± 1500 | 6.67 | - | 147.9 | 106 |
| KOI-1102 | 0.75 | 33 ± 3 | 0.20 | 2.8 | - | 630 |
| KOI-834 | 0.84 | 117 ± 17 | 0.47 | 2.5 | - | 351 |
| KOI-2169 | 0.87 | 7.7 ± 0.4 | 0.07 | 0.7 | - | 868 |
| KOI-700 | 0.91 | 124 ± 14 | 0.48 | 2.1 | - | 388 |
| KOI-907 | 0.91 | 250 ± 41 | 0.76 | 4.5 | - | 309 |
| KOI-904 | 0.92 | 105 ± 14 | 0.37 | 2.2 | - | 252 |
| KOI-82 | 0.92 | 39 ± 3 | 0.21 | 0.9 | - | 408 |
| KOI-232 | 0.93 | 111 ± 12 | 0.46 | 2.1 | - | 391 |
| KOI-191 | 0.99 | 180 ± 39 | 0.61 | 3.4 | - | 301 |

Figura A.1: Tabella delle estrapolazioni effettuate da Bovaird & Lineweaver (2013) mediante la relazione di Titius-Bode.

| System | Number Inserted | γ (Rq. s) | $\Delta \gamma^a$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{dof}}\right)_i$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{dof}}\right)_f$ | Inserted Planet # | Period (days) | A (AU) | R_{max}^b (R_{\oplus}) | M_{max}^b (M_{\oplus}) | T_{eff} (K) |
|------------|--------------------|---------------------|-------------------|--|--|----------------------|------------------|-----------|--|--|-------------------------|
| KOI-1052 | 2 | 234.0 | 1528.2 | 1.36 | 0.01 | 1 | 11 ± 2 | 0.19 | 1.0 | - | 322 |
| | | | | | | 2 H C | 108 ± 12 | 0.46 | 2.8 | - | 423 |
| Gliese 876 | 3 | 210.7 | 32.5 | 7.88 | 0.02 | 1 | 3.9 ± 0.7 | 0.03 | - | 0.7 | 480 |
| | | | | | | 2 | 14 ± 3 | 0.08 | - | 1.5 | 388 |
| | | | | | | 3 H | 245 ± 40 | 0.52 | - | 21.9 | 122 |
| KOI-701 | 5 | 209.2 | 58.2 | 5.92 | 0.01 | 1 | 8.2 ± 0.8 | 0.07 | 0.9 | - | 321 |
| | | | | | | 2 | 39 ± 4 | 0.19 | 0.8 | - | 372 |
| | | | | | | 3 | 39 ± 4 | 0.20 | 0.9 | - | 328 |
| | | | | | | 4 | 23 ± 2 | 0.12 | 1.0 | - | 288 |
| | | | | | | 5 H | 180 ± 17 | 0.54 | 1.2 | - | 223 |
| KOI-1952 | 2 | 171.1 | 10.9 | 3.26 | 0.01 | 1 | 13 ± 2 | 0.10 | 1.5 | - | 828 |
| | | | | | | 2 H | 17 ± 2 | 0.14 | 1.0 | - | 791 |
| Kepler-62 | 6 | 107.3 | 40.6 | 4.04 | 0.01 | 1 | 8.5 ± 0.8 | 0.07 | 0.5 | - | 649 |
| | | | | | | 2 | 27 ± 3 | 0.15 | 0.6 | - | 442 |
| | | | | | | 3 | 29 ± 3 | 0.20 | 0.8 | - | 375 |
| | | | | | | 4 | 85 ± 8 | 0.33 | 0.9 | - | 301 |
| | | | | | | 5 H | 182 ± 18 | 0.55 | 1.0 | - | 233 |
| | | | | | | 6 H | 21 ± 2 | 0.17 | 0.8 | - | 180 |
| KOI-571 | 2 | 39.8 | 11.4 | 4.87 | 0.07 | 1 | 21 ± 2 | 0.16 | 1.0 | - | 242 |
| | | | | | | 2 H | 74 ± 10 | 0.28 | 1.3 | - | 164 |
| KOI-248 | 1 | 18.3 | 17.5 | 2.48 | 0.13 | 1 | 23 ± 2 | 0.21 | 1.3 | - | 164 |
| KOI-500 | 2 | 15.2 | 4.6 | 5.42 | 0.18 | 1 | 4.3 ± 0.5 | 0.16 | 1.2 | - | 435 |
| | | | | | | 2 H | 15 ± 2 | 0.11 | 1.0 | - | 320 |
| KOI-1507 | 2 | 11.8 | 12.1 | 1.51 | 0.07 | 1 | 12 ± 2 | 0.10 | 2.0 | - | 668 |
| | | | | | | 2 H | 79 ± 8 | 0.22 | 1.1 | - | 494 |
| KOI-1198 | 6 | 10.8 | 1.5 | 7.19 | 0.11 | 1 | 1.5 ± 0.2 | 0.03 | 1.2 | - | 1855 |
| | | | | | | 2 | 2.3 ± 0.3 | 0.04 | 1.2 | - | 1626 |
| | | | | | | 3 | 3.3 ± 0.4 | 0.05 | 1.3 | - | 1425 |
| | | | | | | 4 | 4.9 ± 0.9 | 0.08 | 1.6 | - | 1249 |
| | | | | | | 5 | 7.2 ± 0.7 | 0.08 | 1.9 | - | 1095 |
| | | | | | | 6 H | 24 ± 3 | 0.17 | 2.3 | - | 737 |
| KOI-2859 | 1 | 10.2 | -1.0 | 1.69 | 0.16 | 1 | 5.1 ± 0.6 | 0.09 | 2.8 | - | 565 |
| | | | | | | 2 H | 2.41 ± 0.10 | 0.03 | 0.8 | - | 1542 |
| KOI-1206 | 2 | 8.8 | 0.8 | 4.14 | 0.23 | 1 | 5.3 ± 0.3 | 0.05 | 0.8 | - | 967 |
| | | | | | | 2 H | 18 ± 3 | 0.09 | 1.2 | - | 841 |
| ups And | 2 | 8.5 | 1.0 | 5.31 | 0.30 | 1 | 18 ± 3 | 0.13 | 1.0 | - | 790 |
| | | | | | | 2 | 18 ± 3 | 0.27 | 1.1 | - | 485 |
| Kepler-20 | 1 | 7.4 | 1.0 | 3.51 | 0.42 | 1 | 10 ± 1 | 0.14 | - | 3.8 | 847 |
| mu Ara | 4 | 6.0 | 1.8 | 4.15 | 0.17 | 1 | 70 ± 22 | 0.36 | - | 11.9 | 537 |
| | | | | | | 2 H | 10300 ± 2000 | 13.57 | - | 1116.0 | 87 |
| | | | | | | 3 H | 18 ± 3 | 0.16 | - | - | 700 |
| | | | | | | 4 | 14 ± 2 | 0.22 | - | - | 485 |
| | | | | | | 5 H | 1690 ± 350 | 2.90 | - | 280.2 | 167 |
| Gl 581 | 1 | 5.0 | 0.9 | 3.72 | 0.63 | 1 | 6500 ± 2000 | 9.17 | - | 1180.7 | 94 |
| KOI-505 | 3 | 4.7 | 0.8 | 8.20 | 0.56 | 1 | 38 ± 5 | 0.13 | - | 3.0 | 238 |
| | | | | | | 2 | 22 ± 3 | 0.15 | 4.6 | 11.2 | 188 |
| | | | | | | 3 H | 35 ± 4 | 0.20 | 5.1 | - | 676 |
| KOI-880 | 1 | 4.0 | 2.4 | 1.35 | 0.28 | 1 | 130 ± 16 | 0.51 | 9.3 | - | 350 |
| Kepler-11 | 1 | 3.7 | 1.7 | 3.15 | 0.69 | 1 | 12 ± 2 | 0.10 | 2.1 | - | 761 |
| KOI-1831 | 3 | 3.5 | 1.7 | 2.54 | 0.23 | 1 | 17 ± 2 | 0.10 | 1.7 | - | 354 |
| | | | | | | 2 | 75 ± 8 | 0.34 | 2.9 | - | 449 |
| | | | | | | 3 H | 173 ± 17 | 0.52 | 3.2 | - | 341 |
| Kepler-33 | 1 | 3.2 | 0.1 | 3.69 | 0.90 | 1 | 6.5 ± 0.7 | 0.07 | 1.0 | - | 657 |
| | | | | | | 2 | 9.8 ± 1.0 | 0.08 | 1.0 | - | 657 |
| | | | | | | 3 H | 23 ± 3 | 0.13 | 1.2 | - | 529 |
| | | | | | | 4 H | 79 ± 8 | 0.34 | 1.8 | - | 350 |
| KOI-1151 | 2 | 3.1 | 0.2 | 3.77 | 0.54 | 1 | 8.9 ± 0.8 | 0.09 | 1.0 | - | 1182 |
| | | | | | | 2 H | 68 ± 7 | 0.35 | 3.2 | - | 590 |
| KOI-250 | 5 | 3.1 | 2.5 | 2.26 | 0.14 | 1 | 9.6 ± 0.7 | 0.09 | 0.8 | - | 854 |
| | | | | | | 2 | 12 ± 1 | 0.10 | 0.9 | - | 710 |
| | | | | | | 3 H | 4.9 ± 0.4 | 0.05 | 1.2 | - | 582 |
| | | | | | | 4 | 0.5 ± 0.0 | 0.00 | 1.2 | - | 616 |
| | | | | | | 5 H | 25 ± 2 | 0.14 | 1.8 | - | 401 |
| KOI-245 | 3 | 2.9 | 2.4 | 1.56 | 0.17 | 1 | 34 ± 3 | 0.17 | 2.0 | - | 360 |
| | | | | | | 2 H | 16.8 ± 0.9 | 0.12 | 0.3 | - | 297 |
| | | | | | | 3 | 27 ± 2 | 0.16 | 0.4 | - | 502 |
| | | | | | | 4 H | 32 ± 2 | 0.18 | 0.4 | - | 467 |
| ss Cnc | 2 | 2.6 | 0.5 | 1.49 | 0.25 | 1 | 9 ± 2 | 0.08 | 0.5 | - | 374 |
| | | | | | | 2 | 1080 ± 270 | 1.68 | - | 1.4 | 1117 |
| KOI-1336 | 2 | 2.5 | 11.0 | 1.07 | 0.19 | 1 | 20100 ± 6920 | 13.97 | - | 178.2 | 128 |
| | | | | | | 2 H | 6.8 ± 0.7 | 0.07 | 1.7 | 2046.5 | 59 |
| | | | | | | 3 H | 20 ± 3 | 0.17 | 1.2 | - | 676 |
| KOI-952 | 1 | 2.2 | 0.1 | 2.36 | 0.76 | 1 | 81 ± 6 | 0.31 | 3.0 | - | 507 |
| HD 40307 | 4 | 1.3 | 0.3 | 1.91 | 0.32 | 1 | 1.5 ± 0.3 | 0.03 | 0.9 | - | 924 |
| | | | | | | 2 | 2.1 ± 0.4 | 0.10 | 1.1 | - | 555 |
| | | | | | | 3 | 6.3 ± 0.7 | 0.06 | - | 0.4 | 814 |
| | | | | | | 4 | 11 ± 2 | 0.11 | - | 0.6 | 613 |
| | | | | | | 5 H | 81 ± 9 | 0.33 | - | 3.4 | 349 |
| | | | | | | 6 H | 121 ± 13 | 0.42 | - | 4.8 | 352 |
| KOI-719 | 3 | 1.2 | 0.1 | 1.32 | 0.31 | 1 | 287 ± 30 | 0.78 | - | 9.7 | 227 |
| | | | | | | 2 | 6.2 ± 0.6 | 0.08 | 0.6 | - | 692 |
| | | | | | | 3 | 14 ± 2 | 0.10 | 0.7 | - | 532 |
| | | | | | | 4 H | 20 ± 2 | 0.13 | 0.8 | - | 326 |
| | | | | | | 5 H | 66 ± 7 | 0.28 | 1.1 | - | 314 |

Figura A.2: Tabella degli inserimenti effettuati da Bovaird & Lineweaver (2013) mediante la relazione di Titius-Bode.

| KIC | χ^2_a | Origin ^b | KOI | Period | Epoch(BJD-245 4000) | R_p/R_* | R_p/R_{\oplus} | SNR | DSP | |
|----------|------------|---------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------|------|------------------|----|
| 9950612 | 1.35 | O | K00719.01 | 9.03 | 1004.014 | 0.023 | 1.64 | 1048 | 59 | |
| | | O | K00719.02 | 28.12 | 979.913 | 0.0123 | 0.88 | 77 | 18 | |
| | | O | K00719.03 | 45.90 | 999.538 | 0.0165 | 1.18 | 184 | 25 | |
| | | O | K00719.04 | 4.159 | 966.784 | 0.0113 | 0.81 | 405 | 25 | |
| | 0.49 | N | K00719.a | 15.7687^{+5}_{-6} | 966.435^{+10}_{-8} | 0.0059^{+6}_{-10} | 0.42 | 12 | 9 | |
| | | I | K00719.I | 6.2 ± 0.6 | - | - | 0.6 | - | - | |
| | | I | K00719.II | 14 ± 2 | - | - | 0.7 | - | - | |
| | | I | K00719.III | 20 ± 2 | - | - | 0.8 | - | - | |
| | | E | K00719.IV | 66 ± 7 | - | - | 1.1 | - | - | |
| | | | | | | | | | | |
| 10271806 | 0.22 | O | K00733.01 | 5.925 020 | 1002.714 | 0.010 71 | 2.84 | 328 | 64 | |
| | | O | K00733.02 | 11.349 30 | 967.318 | 0.010 93 | 2.47 | 195 | 24 | |
| | | O | K00733.03 | 3.132 940 | 968.677 | 0.008 78 | 1.52 | 60 | 25 | |
| | | O | K00733.04 | 18.643 90 | 974.620 | 0.009 93 | 2.55 | 13 | 14 | |
| | 4.06 | N | K00733.a ^c | $15.111 33^{+3}_{-4}$ | 972.676^{+2}_{-2} | 0.0113^{+6}_{-4} | 3.00 | 13 | 8 | |
| | | E | K00733.I ^d | 36 ± 4 | - | - | 2.8 | - | - | |
| 4077526 | 1.06 | O | K01336.01 | 10.218 500 | 969.871 | 0.021 50 | 2.6 | 329 | 19 | |
| | | O | K01336.02 | 15.573 800 | 965.438 | 0.021 69 | 2.6 | 177 | 11 | |
| | | O | K01336.03 | 40.101 000 | 965.715 | 0.022 60 | 2.7 | 18 | 13 | |
| | | O | K01336.04 | 4.458 250 | 967.387 | 0.014 31 | 1.7 | 31 | 9 | |
| | 1.35 | N | K01336.a | 27.5066^{+9}_{-1} | 977.882^{+3}_{-3} | 0.0086^{+6}_{-5} | 1.04 | nan | nan ^e | |
| | | I | K01336.I | 26 ± 3 | - | - | 2.4 | - | - | |
| | 0.19 | I | K01336.II | 6.8 ± 3 | - | - | 1.7 | - | - | |
| | | E | K01336.III | 61 ± 6 | - | - | 3.0 | - | - | |
| | 7747425 | 3.26 | O | K01952.01 | 8.010 350 | 1002.714 | 0.016 92 | 1.87 | 161 | 27 |
| | | | O | K01952.02 | 27.665 000 | 976.876 | 0.018 67 | 2.06 | 14 | 17 |
| O | | | K01952.03 | 5.195 500 | 968.677 | 0.011 35 | 1.25 | 217 | 15 | |
| O | | | K01952.04 | 42.469 900 | 979.305 | 0.018 21 | 2.01 | 30 | 13 | |
| 0.64 | | N | K01952.a | $13.27242^{+9}_{-1.3}$ | 973.014^{+4}_{-4} | 0.0077^{+9}_{-5} | 0.85 | 14 | 9 | |
| | | I | K01952.I | 13 ± 2 | - | - | 1.5 | - | - | |
| 0.01 | | I | K01952.II | 19 ± 2 | - | - | 1.6 | - | - | |
| | | E | K01952.III | 65 ± 7 | - | - | 2.2 | - | - | |
| 7673192 | 0.98 | O | K02722.01 | 6.124 820 | 967.935 | 0.010 93 | 1.47 | 215 | 28 | |
| | | O | K02722.02 | 11.242 800 | 969.322 | 0.010 71 | 1.44 | 184 | 17 | |
| | | O | K02722.03 | 4.028 710 | 966.775 | 0.008 78 | 1.18 | 17 | 15 | |
| | | O | K02722.04 | 8.921 080 | 970.494 | 0.009 93 | 1.33 | 142 | 16 | |
| | | N | K02722.a | 16.5339^{+1}_{-1} | 968.407^{+7}_{-5} | 0.0086^{+8}_{-5} | 1.16 | 31 | 13 | |
| | | E | K02722.I | 16.8 ± 1.0 | - | - | 2.8 | - | - | |
| 10397751 | 1.69 | O | K02859.01 | 3.446 219 | 965.2274 | 0.0132 | 1.27 | 89 | 16 | |
| | | O | K02859.02 | 2.005 396 | 966.2442 | 0.0074 | 0.72 | 99 | 13 | |
| | | O | K02859.03 | 4.288 814 | 965.3824 | 0.0075 | 0.72 | 105 | 11 | |
| | | O | K02859.04 | 2.905 106 | 965.5643 | 0.0086 | 0.83 | 150 | 10 | |
| | 1.07 | N | K02859.a | 5.43105^{+6}_{-4} | 967.41401^{+5}_{-3} | 0.0079^{+10}_{-6} | 0.76 | 160 | 10 | |
| | | I | K02859.I | 2.41 ± 0.1 | - | - | 0.6 | - | - | |
| | | E | K02859.II | 5.2 ± 0.3 | - | - | 0.8 | - | - | |
| | | | | | | | | | | |

Figura A.3: Tabella delle estrapolazioni effettuate da Huang & Bakos (2014) mediante la relazione di Titius-Bode.

| System | Number Inserted | γ | $\Delta\gamma^p$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_i$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_f$ | Inserted Planet # | Period (days) | a (AU) | R_{max}^b (R_{\oplus}) | T_{eff}^c (K) | P_{trans}^d |
|----------|--------------------|----------|------------------|---|---|----------------------|------------------|-----------|--|---------------------------|----------------------|
| KOI-1198 | 2 | 2.2 | 0.3 | 7.19 | 0.74 | 1 | 2.1 ± 0.4 | 0.03 | 1.3 | 1642 | 1.00 |
| | | | | | | 2 | 4.3 ± 0.7 | 0.06 | 1.5 | 1297 | 1.00 |
| | | | | | | 3 E ^c | 73 ± 12 | 0.37 | 3.1 | 505 | 0.41 |
| KOI-1955 | 4 | 3.4 | 0.2 | 10.23 | 0.19 | 1 | 2.6 ± 0.3 | 0.04 | 0.9 | 1568 | 1.00 |
| | | | | | | 2 | 4.1 ± 0.5 | 0.05 | 1.0 | 1347 | 1.00 |
| | | | | | | 3 | 6.4 ± 0.7 | 0.07 | 1.2 | 1157 | 0.99 |
| | | | | | | 4 | 10.1 ± 1.1 | 0.10 | 1.3 | 994 | 0.94 |
| | | | | | | 5 E | 62 ± 7 | 0.33 | 2.0 | 541 | 0.42 |
| KOI-1082 | 2 | 23.0 | 5.0 | 5.02 | 0.06 | 1 | 1.8 ± 0.2 | 0.03 | 1.0 | 1184 | 1.00 |
| | | | | | | 2 | 2.8 ± 0.3 | 0.04 | 1.1 | 1029 | 1.00 |
| | | | | | | 3 E | 14.7 ± 1.4 | 0.11 | 1.6 | 588 | 0.72 |
| KOI-952 | 1 | 2.2 | 5.2 | 2.36 | 0.76 | 1 | 1.5 ± 0.3 | 0.02 | 0.9 | 904 | 1.00 |
| | | | | | | 2 E | 40.0 ± 6.2 | 0.19 | 2.1 | 299 | 0.36 |
| KOI-500 | 2 | 7.6 | 1.9 | 5.47 | 0.18 | 1 | 1.5 ± 0.2 | 0.02 | 1.2 | 1091 | 1.00 |
| | | | | | | 2 | 2.1 ± 0.2 | 0.03 | 1.3 | 960 | 1.00 |
| | | | | | | 3 E | 14.5 ± 1.3 | 0.10 | 2.2 | 506 | 0.50 |
| KOI-4032 | 2 | 0.9 | 1.9 | 1.20 | 0.27 | 1 | 3.4 ± 0.2 | 0.04 | 0.8 | 1347 | 1.00 |
| | | | | | | 2 | 4.5 ± 0.2 | 0.05 | 0.9 | 1224 | 0.99 |
| | | | | | | 3 E | 6.9 ± 0.3 | 0.07 | 1.0 | 1061 | 0.91 |
| KOI-707 | 1 | 3.2 | 2.2 | 3.69 | 0.90 | 1 | 8.9 ± 0.8 | 0.09 | 2.0 | 1162 | 1.00 |
| | | | | | | 2 E | 68 ± 7 | 0.35 | 3.3 | 590 | 0.50 |
| KOI-1336 | 2 | 1.3 | 65.6 | 1.07 | 0.19 | 1 | 6.7 ± 0.7 | 0.07 | 1.7 | 1053 | 0.98 |
| | | | | | | 2 | 25.1 ± 2.5 | 0.17 | 2.4 | 679 | 0.64 |
| | | | | | | 3 E | 60 ± 6 | 0.31 | 3.0 | 507 | 0.39 |
| KOI-2859 | 1 | 10.2 | -1.0 | 1.69 | 0.16 | 1 | 2.4 ± 0.1 | 0.03 | 0.6 | 1242 | 0.98 |
| | | | | | | 2 E | 5.1 ± 0.3 | 0.05 | 0.8 | 967 | 0.54 |
| KOI-250 | 5 | 0.7 | 1.1 | 2.26 | 0.14 | 1 | 4.8 ± 0.4 | 0.05 | 1.2 | 686 | 0.96 |
| | | | | | | 2 | 6.6 ± 0.6 | 0.06 | 1.3 | 616 | 0.91 |
| | | | | | | 3 | 9.2 ± 0.8 | 0.07 | 1.4 | 553 | 0.83 |
| | | | | | | 4 | 24.1 ± 1.9 | 0.14 | 1.8 | 401 | 0.53 |
| | | | | | | 5 | 33.2 ± 2.6 | 0.17 | 2.0 | 360 | 0.44 |
| | | | | | | 6 E | 63.3 ± 5.0 | 0.27 | 2.3 | 290 | 0.29 |
| KOI-168 | 0 | - | - | 0.14 | - | 1 E | 22.6 ± 1.2 | 0.17 | 2.6 | 909 | 0.95 |
| | | | | | | 2 E | 33.2 ± 1.4 | 0.21 | 2.9 | 800 | 0.87 |
| | | | | | | 3 E | 48.6 ± 1.7 | 0.28 | 3.2 | 704 | 0.76 |
| | | | | | | 4 E | 71.3 ± 2.2 | 0.36 | 3.5 | 620 | 0.64 |
| | | | | | | 5 E | 104.5 ± 2.7 | 0.46 | 3.8 | 546 | 0.52 |
| KOI-2585 | 0 | - | - | 0.55 | - | 1 E | 14.8 ± 0.7 | 0.12 | 1.1 | 967 | 0.95 |
| | | | | | | 2 E | 20.7 ± 0.8 | 0.15 | 1.2 | 865 | 0.87 |
| | | | | | | 3 E | 28.9 ± 0.9 | 0.19 | 1.3 | 774 | 0.78 |
| | | | | | | 4 E | 40.4 ± 1.1 | 0.24 | 1.4 | 692 | 0.67 |
| | | | | | | 5 E | 56.4 ± 1.3 | 0.30 | 1.6 | 619 | 0.57 |
| KOI-1052 | 2 | 115.4 | 40.4 | 1.36 | 0.01 | 1 | 10.8 ± 1.2 | 0.10 | 1.6 | 909 | 0.94 |
| | | | | | | 2 | 27.1 ± 2.8 | 0.18 | 2.0 | 669 | 0.69 |
| | | | | | | 3 E | 110 ± 20 | 0.46 | 2.8 | 423 | 0.31 |
| KOI-505 | 3 | 1.6 | 0.1 | 8.20 | 0.56 | 1 | 21.9 ± 2.5 | 0.15 | 4.5 | 788 | 0.92 |
| | | | | | | 2 | 34.7 ± 3.9 | 0.20 | 5.1 | 676 | 0.78 |
| | | | | | | 3 | 55 ± 7 | 0.27 | 5.7 | 580 | 0.62 |
| | | | | | | 4 E | 140 ± 20 | 0.51 | 7.2 | 426 | 0.36 |
| KOI-1831 | 1 | 1.3 | 0.2 | 2.54 | 1.11 | 1 | 8.2 ± 1.1 | 0.08 | 0.9 | 739 | 0.91 |
| | | | | | | 2 E | 100 ± 20 | 0.41 | 1.7 | 316 | 0.25 |
| KOI-248 | 1 | 18.3 | 80.8 | 2.48 | 0.13 | 1 | 4.2 ± 0.5 | 0.04 | 1.4 | 633 | 0.89 |
| | | | | | | 2 E | 30.1 ± 3.3 | 0.16 | 2.2 | 329 | 0.30 |
| KOI-880 | 1 | 4.0 | 22.4 | 1.35 | 0.28 | 1 | 11.8 ± 2.0 | 0.10 | 2.1 | 761 | 0.89 |
| | | | | | | 2 E | 120 ± 20 | 0.45 | 3.7 | 354 | 0.27 |
| KOI-1567 | 2 | 5.9 | 44.8 | 1.51 | 0.07 | 1 | 11.4 ± 1.2 | 0.10 | 2.0 | 668 | 0.89 |
| | | | | | | 2 | 28.0 ± 2.9 | 0.18 | 2.5 | 494 | 0.62 |
| | | | | | | 3 E | 69 ± 8 | 0.32 | 3.1 | 366 | 0.37 |
| KOI-1952 | 2 | 85.6 | 16.6 | 3.26 | 0.01 | 1 | 12.1 ± 1.2 | 0.10 | 1.5 | 828 | 0.87 |
| | | | | | | 2 | 18.3 ± 1.8 | 0.14 | 1.6 | 720 | 0.75 |
| | | | | | | 3 E | 64 ± 7 | 0.31 | 2.2 | 474 | 0.38 |
| KOI-351 | 4 | 0.5 | 1.0 | 5.78 | 0.65 | 1 | 15.4 ± 1.7 | 0.13 | 1.4 | 813 | 0.87 |
| | | | | | | 2 | 23.9 ± 2.5 | 0.17 | 1.6 | 702 | 0.74 |
| | | | | | | 3 | 37.1 ± 3.9 | 0.23 | 1.8 | 607 | 0.60 |
| | | | | | | 4 | 140 ± 20 | 0.54 | 2.4 | 391 | 0.27 |
| | | | | | | 5 E | 520 ± 60 | 1.31 | 3.4 | 252 | 0.12 |
| KOI-701 | 6 | 18.0 | 7.4 | 4.04 | 0.01 | 1 | 8.4 ± 0.8 | 0.07 | 0.6 | 621 | 0.87 |
| | | | | | | 2 | 26.6 ± 2.6 | 0.15 | 0.8 | 423 | 0.52 |
| | | | | | | 3 | 39.1 ± 3.7 | 0.19 | 0.9 | 372 | 0.41 |
| | | | | | | 4 | 57 ± 6 | 0.25 | 1.0 | 327 | 0.33 |
| | | | | | | 5 | 84 ± 8 | 0.32 | 1.1 | 288 | 0.25 |
| | | | | | | 6 | 180 ± 20 | 0.54 | 1.3 | 223 | 0.15 |
| | | | | | | 7 E | 390 ± 40 | 0.90 | 1.6 | 172 | 0.09 |
| KOI-1306 | 1 | 5.7 | 0.4 | 4.12 | 0.62 | 1 | 13.7 ± 2.1 | 0.11 | 1.5 | 756 | 0.85 |
| | | | | | | 2 E | 55 ± 9 | 0.28 | 2.1 | 476 | 0.43 |
| KOI-2722 | 0 | - | - | 0.54 | - | 1 E | 23.4 ± 1.5 | 0.17 | 1.4 | 774 | 0.78 |
| | | | | | | 2 E | 33.0 ± 1.8 | 0.21 | 1.5 | 690 | 0.67 |
| | | | | | | 3 E | 46.5 ± 2.3 | 0.27 | 1.6 | 615 | 0.56 |
| KOI-1358 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 13.6 ± 1.0 | 0.10 | 1.6 | 522 | 0.74 |
| | | | | | | 2 E | 21.0 ± 1.3 | 0.14 | 1.8 | 451 | 0.60 |
| KOI-1627 | 0 | - | - | 0.24 | - | 1 E | 16.6 ± 1.2 | 0.13 | 1.9 | 586 | 0.73 |
| | | | | | | 2 E | 27.4 ± 1.5 | 0.17 | 2.1 | 497 | 0.57 |
| KOI-1833 | 0 | - | - | 0.74 | - | 1 E | 11.3 ± 0.6 | 0.08 | 2.0 | 514 | 0.72 |
| | | | | | | 2 E | 16.4 ± 0.7 | 0.10 | 2.2 | 455 | 0.60 |
| KOI-3158 | 0 | - | - | 0.23 | - | 1 E | 12.7 ± 0.6 | 0.09 | 0.4 | 566 | 0.71 |
| | | | | | | 2 E | 16.4 ± 0.7 | 0.11 | 0.4 | 520 | 0.62 |

continued

| System | Number | γ | $\Delta\gamma^e$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_i$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_f$ | Inserted Planet # | Period (days) | a (AU) | R_{max}^b (R_{\oplus}) | T_{eff}^c (K) | P_{trans}^d |
|----------|--------|----------|------------------|---|---|----------------------|------------------|-----------|--|---------------------------|----------------------|
| KOI-2055 | 0 | - | - | 0.29 | - | 3 E | 21.1±0.8 | 0.13 | 0.5 | 478 | 0.55 |
| | | | | | | 1 E | 13.6±1.0 | 0.11 | 1.3 | 703 | 0.70 |
| | | | | | | 2 E | 20.6±1.2 | 0.14 | 1.5 | 612 | 0.56 |
| KOI-245 | 3 | 1.0 | 1.3 | 1.56 | 0.17 | 1 | 16.8±0.9 | 0.12 | 0.3 | 582 | 0.70 |
| | | | | | | 2 | 26.1±1.4 | 0.16 | 0.3 | 502 | 0.56 |
| | | | | | | 3 | 32.6±1.7 | 0.18 | 0.3 | 467 | 0.50 |
| | | | | | | 4 E | 63.1±3.3 | 0.28 | 0.4 | 374 | 0.33 |
| KOI-749 | 0 | - | - | 0.49 | - | 1 E | 11.4±0.6 | 0.10 | 1.5 | 711 | 0.69 |
| | | | | | | 2 E | 16.4±0.7 | 0.12 | 1.7 | 630 | 0.57 |
| KOI-730 | 0 | - | - | 0.33 | - | 1 E | 27.9±1.5 | 0.18 | 2.3 | 620 | 0.69 |
| | | | | | | 2 E | 39.0±1.8 | 0.22 | 2.5 | 554 | 0.58 |
| KOI-719 | 1 | 1.1 | 1.5 | 1.36 | 0.66 | 1 | 14.8±2.0 | 0.11 | 0.8 | 514 | 0.69 |
| | | | | | | 2 E | 88±12 | 0.35 | 1.2 | 284 | 0.24 |
| KOI-1060 | 0 | - | - | 0.22 | - | 1 E | 32.7±2.6 | 0.22 | 2.1 | 703 | 0.68 |
| | | | | | | 2 E | 52.7±3.5 | 0.30 | 2.3 | 599 | 0.53 |
| KOI-3083 | 0 | - | - | 0.56 | - | 1 E | 13.2±0.5 | 0.11 | 0.7 | 751 | 0.66 |
| | | | | | | 2 E | 16.9±0.5 | 0.13 | 0.7 | 692 | 0.57 |
| KOI-156 | 0 | - | - | 0.10 | - | 1 E | 17.9±1.0 | 0.12 | 1.6 | 476 | 0.61 |
| KOI-137 | 0 | - | - | 0.13 | - | 1 E | 31.2±3.1 | 0.19 | 3.1 | 539 | 0.60 |
| KOI-1151 | 0 | - | - | 0.85 | - | 1 E | 33.0±2.2 | 0.20 | 1.0 | 564 | 0.59 |
| KOI-1015 | 0 | - | - | 0.62 | - | 1 E | 36.1±3.5 | 0.22 | 2.3 | 590 | 0.58 |
| KOI-2029 | 0 | - | - | 0.31 | - | 1 E | 23.7±1.6 | 0.15 | 0.9 | 514 | 0.56 |
| KOI-664 | 0 | - | - | 0.06 | - | 1 E | 40.3±3.0 | 0.23 | 1.5 | 618 | 0.56 |
| KOI-2693 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 19.1±1.4 | 0.12 | 1.0 | 430 | 0.53 |
| KOI-1590 | 0 | - | - | 0.64 | - | 1 E | 28.7±3.3 | 0.16 | 1.8 | 452 | 0.53 |
| KOI-279 | 0 | - | - | 0.13 | - | 1 E | 56±6 | 0.30 | 1.3 | 586 | 0.53 |
| KOI-1930 | 0 | - | - | 0.60 | - | 1 E | 72±7 | 0.35 | 2.3 | 541 | 0.52 |
| KOI-70 | 1 | 7.4 | 2.9 | 3.51 | 0.42 | 1 | 39.1±5.4 | 0.22 | 1.2 | 498 | 0.52 |
| | | | | | | 2 E | 130±20 | 0.49 | 1.7 | 331 | 0.24 |
| KOI-720 | 0 | - | - | 0.14 | - | 1 E | 34.8±3.6 | 0.20 | 2.9 | 477 | 0.51 |
| KOI-1860 | 0 | - | - | 0.02 | - | 1 E | 49.5±5.6 | 0.27 | 1.7 | 512 | 0.49 |
| KOI-1475 | 0 | - | - | 0.94 | - | 1 E | 24.6±3.0 | 0.14 | 1.7 | 377 | 0.48 |
| KOI-1194 | 0 | - | - | 0.52 | - | 1 E | 29.0±2.5 | 0.16 | 1.8 | 374 | 0.47 |
| KOI-2025 | 0 | - | - | 0.21 | - | 1 E | 40.5±2.4 | 0.24 | 2.3 | 647 | 0.47 |
| KOI-733 | 0 | - | - | 0.22 | - | 1 E | 35.5±3.5 | 0.20 | 2.8 | 437 | 0.46 |
| KOI-2169 | 0 | - | - | 0.87 | - | 1 E | 7.6±0.4 | 0.07 | 0.7 | 868 | 0.46 |
| KOI-2163 | 0 | - | - | 0.06 | - | 1 E | 46.3±3.1 | 0.26 | 1.7 | 532 | 0.44 |
| KOI-3319 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 45.9±5.3 | 0.25 | 2.1 | 517 | 0.44 |
| KOI-2352 | 0 | - | - | 0.28 | - | 1 E | 20.3±1.2 | 0.16 | 1.1 | 845 | 0.44 |
| KOI-1681 | 0 | - | - | 0.15 | - | 1 E | 12.7±1.1 | 0.09 | 1.3 | 415 | 0.44 |
| KOI-1413 | 0 | - | - | 0.14 | - | 1 E | 56.2±3.8 | 0.28 | 1.8 | 458 | 0.44 |
| KOI-2597 | 0 | - | - | 0.13 | - | 1 E | 17.7±1.0 | 0.14 | 1.8 | 791 | 0.43 |
| KOI-2220 | 0 | - | - | 0.19 | - | 1 E | 19.1±1.6 | 0.14 | 1.2 | 695 | 0.42 |
| KOI-1161 | 0 | - | - | 0.18 | - | 1 E | 21.4±1.9 | 0.14 | 2.1 | 574 | 0.42 |
| KOI-582 | 0 | - | - | 0.08 | - | 1 E | 30.3±2.3 | 0.18 | 1.8 | 466 | 0.41 |
| KOI-82 | 0 | - | - | 0.92 | - | 1 E | 38.3±2.9 | 0.21 | 0.9 | 408 | 0.41 |
| KOI-157 | 1 | 3.7 | 6.9 | 3.15 | 0.69 | 1 | 75±8 | 0.34 | 2.7 | 439 | 0.41 |
| | | | | | | 2 E | 170±20 | 0.60 | 3.4 | 334 | 0.24 |
| KOI-864 | 0 | - | - | 0.09 | - | 1 E | 44.0±4.6 | 0.24 | 2.9 | 453 | 0.40 |
| KOI-939 | 0 | - | - | 0.24 | - | 1 E | 20.2±2.1 | 0.15 | 1.9 | 640 | 0.40 |
| KOI-898 | 0 | - | - | 0.08 | - | 1 E | 39.1±3.6 | 0.20 | 2.8 | 360 | 0.40 |
| KOI-841 | 2 | 7.1 | 0.4 | 4.35 | 0.15 | 1 | 63±11 | 0.31 | 2.7 | 409 | 0.39 |
| | | | | | | 2 | 130±30 | 0.51 | 3.3 | 320 | 0.25 |
| | | | | | | 3 E | 580±100 | 1.35 | 4.7 | 196 | 0.09 |
| KOI-408 | 0 | - | - | 0.51 | - | 1 E | 59±7 | 0.29 | 2.6 | 461 | 0.39 |
| KOI-1909 | 0 | - | - | 0.26 | - | 1 E | 55±6 | 0.29 | 1.9 | 500 | 0.38 |
| KOI-2715 | 0 | - | - | 0.62 | - | 1 E | 26.1±2.9 | 0.14 | 3.9 | 379 | 0.38 |
| KOI-1278 | 0 | - | - | 0.52 | - | 1 E | 73±7 | 0.35 | 2.0 | 455 | 0.38 |
| KOI-1867 | 0 | - | - | 0.53 | - | 1 E | 31.3±3.6 | 0.16 | 1.7 | 323 | 0.37 |
| KOI-899 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 33.1±3.5 | 0.16 | 1.9 | 293 | 0.37 |
| KOI-1589 | 0 | - | - | 0.56 | - | 1 E | 82±9 | 0.37 | 2.4 | 440 | 0.37 |
| KOI-884 | 0 | - | - | 0.45 | - | 1 E | 53±7 | 0.25 | 2.9 | 362 | 0.37 |
| KOI-829 | 0 | - | - | 0.07 | - | 1 E | 76±8 | 0.36 | 3.5 | 442 | 0.37 |
| KOI-94 | 0 | - | - | 0.19 | - | 1 E | 130±20 | 0.55 | 4.2 | 452 | 0.36 |
| KOI-2038 | 0 | - | - | 0.11 | - | 1 E | 37.0±2.3 | 0.21 | 1.8 | 494 | 0.36 |
| KOI-1557 | 0 | - | - | 0.58 | - | 1 E | 18.2±1.9 | 0.12 | 2.0 | 499 | 0.35 |
| KOI-571 | 2 | 19.9 | 5.2 | 4.87 | 0.07 | 1 | 40.9±5.6 | 0.19 | 0.8 | 294 | 0.35 |
| | | | | | | 2 | 73±10 | 0.28 | 0.9 | 242 | 0.24 |
| | | | | | | 3 E | 230±40 | 0.61 | 1.2 | 164 | 0.11 |
| KOI-1905 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 72±8 | 0.32 | 1.7 | 374 | 0.34 |
| KOI-116 | 0 | - | - | 0.34 | - | 1 E | 86±10 | 0.38 | 1.3 | 425 | 0.34 |
| KOI-2732 | 0 | - | - | 0.22 | - | 1 E | 100±20 | 0.44 | 1.3 | 426 | 0.34 |
| KOI-665 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 11.2±1.0 | 0.10 | 1.5 | 893 | 0.34 |
| KOI-1931 | 0 | - | - | 0.20 | - | 1 E | 15.2±0.8 | 0.12 | 1.5 | 661 | 0.33 |
| KOI-886 | 0 | - | - | 0.46 | - | 1 E | 33.2±2.2 | 0.16 | 1.6 | 298 | 0.32 |
| KOI-1432 | 0 | - | - | 0.07 | - | 1 E | 87±13 | 0.38 | 2.0 | 397 | 0.32 |
| KOI-945 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 107±7 | 0.46 | 2.6 | 424 | 0.32 |
| KOI-869 | 0 | - | - | 0.08 | - | 1 E | 84±12 | 0.35 | 3.8 | 349 | 0.31 |
| KOI-111 | 0 | - | - | 0.03 | - | 1 E | 110±20 | 0.42 | 2.8 | 376 | 0.30 |
| KOI-1364 | 0 | - | - | 0.41 | - | 1 E | 34.9±3.3 | 0.20 | 3.0 | 508 | 0.30 |
| KOI-1832 | 0 | - | - | 0.03 | - | 1 E | 110±20 | 0.44 | 3.6 | 381 | 0.30 |
| KOI-658 | 0 | - | - | 0.60 | - | 1 E | 20.7±1.8 | 0.15 | 1.4 | 649 | 0.30 |
| KOI-1895 | 0 | - | - | 0.11 | - | 1 E | 64±6 | 0.27 | 2.6 | 289 | 0.30 |
| KOI-2926 | 0 | - | - | 0.49 | - | 1 E | 73±8 | 0.27 | 2.8 | 260 | 0.29 |
| KOI-1647 | 0 | - | - | 0.07 | - | 1 E | 74±9 | 0.34 | 2.0 | 460 | 0.29 |
| KOI-941 | 0 | - | - | 0.36 | - | 1 E | 75±12 | 0.32 | 4.7 | 343 | 0.29 |

continued

| System | Number | γ | $\Delta\gamma^d$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_i$ | $\left(\frac{\chi^2}{\text{d.o.f.}}\right)_f$ | Inserted | Period | a | R_{max}^b | T_{eff}^c | P_{trans}^d |
|----------|----------|----------|------------------|---|---|----------|------------|------|--------------------|--------------------|----------------------|
| | Inserted | | | | | Planet # | (days) | (AU) | (R_{\oplus}) | (K) | |
| KOI-3741 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 35.3 ± 3.1 | 0.21 | 2.2 | 709 | 0.28 |
| KOI-700 | 0 | - | - | 0.91 | - | 1 E | 120 ± 20 | 0.48 | 2.1 | 388 | 0.28 |
| KOI-1563 | 0 | - | - | 0.62 | - | 1 E | 26.9 ± 2.5 | 0.17 | 3.6 | 491 | 0.28 |
| KOI-2135 | 0 | - | - | 0.12 | - | 1 E | 140 ± 20 | 0.53 | 1.9 | 414 | 0.28 |
| KOI-2433 | 0 | - | - | 0.55 | - | 1 E | 150 ± 20 | 0.57 | 2.9 | 395 | 0.28 |
| KOI-2086 | 0 | - | - | 0.33 | - | 1 E | 15.2 ± 0.6 | 0.13 | 2.7 | 933 | 0.27 |
| KOI-1102 | 0 | - | - | 0.75 | - | 1 E | 32.4 ± 2.7 | 0.20 | 2.8 | 630 | 0.27 |
| KOI-3097 | 0 | - | - | 0.31 | - | 1 E | 15.6 ± 0.6 | 0.13 | 1.3 | 1033 | 0.27 |
| KOI-1445 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 150 ± 30 | 0.59 | 1.4 | 391 | 0.27 |
| KOI-232 | 0 | - | - | 0.93 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.46 | 2.1 | 391 | 0.26 |
| KOI-520 | 0 | - | - | 0.18 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.42 | 1.8 | 314 | 0.26 |
| KOI-2707 | 0 | - | - | 0.29 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.45 | 2.3 | 335 | 0.25 |
| KOI-152 | 0 | - | - | 0.64 | - | 1 E | 160 ± 20 | 0.60 | 3.6 | 381 | 0.25 |
| KOI-1332 | 0 | - | - | 0.03 | - | 1 E | 170 ± 30 | 0.63 | 3.8 | 337 | 0.25 |
| KOI-2485 | 0 | - | - | 0.17 | - | 1 E | 16.4 ± 1.2 | 0.12 | 1.8 | 575 | 0.25 |
| KOI-877 | 0 | - | - | 0.32 | - | 1 E | 40.0 ± 3.4 | 0.20 | 1.6 | 343 | 0.24 |
| KOI-775 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 78 ± 9 | 0.30 | 2.4 | 253 | 0.24 |
| KOI-757 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.41 | 4.2 | 295 | 0.24 |
| KOI-510 | 0 | - | - | 0.05 | - | 1 E | 78 ± 11 | 0.34 | 3.5 | 413 | 0.24 |
| KOI-117 | 0 | - | - | 0.42 | - | 1 E | 23.3 ± 2.0 | 0.17 | 1.4 | 692 | 0.23 |
| KOI-935 | 0 | - | - | 0.03 | - | 1 E | 180 ± 30 | 0.68 | 4.1 | 374 | 0.23 |
| KOI-285 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 94 ± 9 | 0.43 | 2.2 | 490 | 0.22 |
| KOI-671 | 0 | - | - | 0.62 | - | 1 E | 26.4 ± 2.0 | 0.17 | 1.5 | 614 | 0.22 |
| KOI-834 | 0 | - | - | 0.84 | - | 1 E | 120 ± 20 | 0.47 | 2.5 | 351 | 0.22 |
| KOI-509 | 0 | - | - | 0.22 | - | 1 E | 120 ± 20 | 0.46 | 2.5 | 334 | 0.22 |
| KOI-904 | 0 | - | - | 0.93 | - | 1 E | 100 ± 20 | 0.37 | 2.2 | 252 | 0.22 |
| KOI-723 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 74 ± 10 | 0.33 | 4.2 | 357 | 0.22 |
| KOI-1436 | 0 | - | - | 0.19 | - | 1 E | 31.3 ± 3.6 | 0.19 | 2.3 | 555 | 0.21 |
| KOI-435 | 2 | 1.8 | 0.3 | 6.69 | 0.84 | 1 | 160 ± 30 | 0.55 | 2.3 | 321 | 0.21 |
| | | | | | | 2 | 320 ± 60 | 0.90 | 2.8 | 252 | 0.13 |
| | | | | | | 3 E | 1380 ± 250 | 2.35 | 4.0 | 155 | 0.05 |
| KOI-2073 | 0 | - | - | 0.08 | - | 1 E | 130 ± 20 | 0.46 | 2.8 | 274 | 0.20 |
| KOI-812 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.38 | 2.5 | 224 | 0.20 |
| KOI-474 | 0 | - | - | 0.54 | - | 1 E | 230 ± 40 | 0.77 | 3.8 | 336 | 0.20 |
| KOI-907 | 0 | - | - | 0.91 | - | 1 E | 250 ± 50 | 0.76 | 4.5 | 309 | 0.19 |
| KOI-1422 | 0 | - | - | 0.04 | - | 1 E | 110 ± 20 | 0.37 | 1.9 | 198 | 0.19 |
| KOI-710 | 0 | - | - | 0.69 | - | 1 E | 12.5 ± 0.7 | 0.12 | 1.7 | 998 | 0.19 |
| KOI-623 | 0 | - | - | 0.40 | - | 1 E | 42.2 ± 3.5 | 0.23 | 1.3 | 592 | 0.19 |
| KOI-282 | 0 | - | - | 0.01 | - | 1 E | 280 ± 50 | 0.83 | 1.5 | 299 | 0.19 |
| KOI-620 | 0 | - | - | 0.84 | - | 1 E | 230 ± 20 | 0.74 | 7.6 | 298 | 0.18 |
| KOI-3925 | 0 | - | - | 0.38 | - | 1 E | 17.9 ± 1.6 | 0.13 | 3.5 | 779 | 0.18 |
| KOI-2167 | 0 | - | - | 0.05 | - | 1 E | 260 ± 50 | 0.82 | 1.8 | 303 | 0.17 |
| KOI-1426 | 0 | - | - | 0.02 | - | 1 E | 290 ± 30 | 0.88 | 5.3 | 294 | 0.16 |
| KOI-1127 | 0 | - | - | 0.81 | - | 1 E | 14.2 ± 1.1 | 0.12 | 2.0 | 681 | 0.16 |
| KOI-191 | 0 | - | - | 0.99 | - | 1 E | 180 ± 40 | 0.61 | 3.4 | 301 | 0.16 |
| KOI-1430 | 0 | - | - | 0.98 | - | 1 E | 200 ± 30 | 0.57 | 3.2 | 215 | 0.15 |
| KOI-806 | 0 | - | - | 0.16 | - | 1 E | 310 ± 40 | 0.89 | 2.5 | 247 | 0.15 |
| KOI-612 | 0 | - | - | 0.10 | - | 1 E | 290 ± 40 | 0.79 | 3.6 | 235 | 0.15 |
| KOI-481 | 0 | - | - | 0.02 | - | 1 E | 160 ± 40 | 0.56 | 4.0 | 282 | 0.14 |
| KOI-2714 | 0 | - | - | 0.09 | - | 1 E | 640 ± 120 | 1.55 | 3.4 | 272 | 0.13 |
| KOI-1258 | 0 | - | - | 0.96 | - | 1 E | 430 ± 70 | 1.11 | 5.1 | 218 | 0.10 |
| KOI-564 | 0 | - | - | 0.77 | - | 1 E | 530 ± 110 | 1.28 | 4.3 | 222 | 0.10 |
| KOI-1922 | 0 | - | - | 0.02 | - | 1 E | 790 ± 220 | 1.69 | 2.9 | 199 | 0.08 |
| KOI-2183 | 0 | - | - | 0.70 | - | 1 E | 770 ± 190 | 1.64 | 3.0 | 188 | 0.07 |
| KOI-518 | 0 | - | - | 0.84 | - | 1 E | 940 ± 190 | 1.59 | 3.1 | 124 | 0.05 |
| KOI-2842 | 0 | - | - | 0.27 | - | 1 E | 9.5 ± 0.8 | 0.07 | 3.2 | 559 | 0.00 |

Figura A.4: Tabella delle estrapolazioni effettuate da Bovaird, Lineweaver & Jacobsen (2015) mediante la relazione di Titius-Bode.

Bibliografia

- [1] Babusci D. (2007), *Einstein sotto esame. Alcune verifiche sperimentali della teoria della relatività*, *Asimmetrie*, 5, 34
- [2] Barnes R., Raymond S. N. (2004), *Predicting Planets in Known Extrasolar Planetary Systems. I. Test Particle Simulations*, *ApJ*, 617, 569-574, DOI:10.1086/423419
- [3] Blagg M. A. (1913), *On a Suggested Substitute for Bode's Law*, *MNRAS*, 73, 414, DOI: 10.1093/mnras/73.6.414
- [4] Bode J. E. (1772), *Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels*, 2^a ed., Amburgo, 1772, p. 462
- [5] Bonnet C. (1764), *Contemplation de la Nature*, Marc-Michel Rey, Amsterdam, 1764, p. 8
- [6] Borucki, W. J. (2016), *KEPLER MIssion: development and overview*, *Rep. Prog. Phys.*, 79, 036901, URL: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/3/036901>
- [7] Borucki, W. J. et al. (2010), *Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results*, *Science*, 327, 977, DOI:10.1126/science.1185402
- [8] Bovaird T., Lineweaver C. H. (2013), *Exoplanet predictions based on the generalized Titius–Bode relation*, *MNRAS*, 435, 1126–1138, URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/stt1357>

- [9] Bovaird T., Lineweaver C. H., Jacobsen S. K. (2015), *Using the inclinations of Kepler systems to prioritize new Titius–Bode-based exoplanet predictions*, MNRAS, 448, 3608–3627, URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/stv221>
- [10] Brown T. M. et al. (2011), *Kepler Input Catalog: Photometric Calibration and Stellar Classification*, AJ, 142, 112, DOI: 10.1088/0004-6256/142/4/112, arXiv:1102.0342
- [11] Coughlin J. L. et al. (2016), *Planetary Candidates Observed by Kepler. VII. The First Fully Uniform Catalog Based on the Entire 48-Month Data Set (Q1-Q17 DR24)*, ApJS, 224, 12, DOI:10.3847/0067-0049/224/1/12
- [12] Dubrulle B., Graner F. (1994), *Titius-Bode laws in the solar system. II. Build your own law from disk models*, A&A, 282, 269-276, 1994A&A...282..269D
- [13] Cabrera J. et al. (2014), *The Planetary System to KIC 11442793: A Compact Analogue to the Solar System*, ApJ, 781, 18, DOI: 10.1088/0004-637X/781/1/18
- [14] ESA Cosmic Vision: <http://sci.esa.int/cosmic-vision/>
- [15] GAIA: <http://sci.esa.int/gaia/>
- [16] Gaia Collaboration et al. (2016), *The Gaia mission*, A&A, 595, A1, <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201629272>, arXiv:1609.04153 [astro-ph.IM]
- [17] Gaia Collaboration et al. (2018b), *Gaia Data Release 2. Summary of the contents and survey properties*, A&A, 616, A1, <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833051>, arXiv:1804.09365 [astro-ph.GA]

- [18] Graner F., Bubrulle B. (1994), *Titius-bode laws in the solar system. I. Scale invariance explains everything*, A&A, 282, 262-268, 1994A&A...282..262G
- [19] Hayes W., Tremaine S. (1998), *Fitting Selected Random Planetary Systems to Titius- Bode Laws*, Icarus, 135, 549-557, URL: <https://doi.org/10.1006/icar.1998.5999>
- [20] Hills J. G. (1970), *Dynamic Relaxation of Planetary Systems and Bode's Law*, Nature, 225, 840, URL: <https://doi.org/10.1038/225840a0>
- [21] Howell S. B. et al. (2014), *The K2 Mission: Characterization and Early Results*, PASP, 126, 398-408, DOI: 10.1086/676406
- [22] Huang C. X., Bakos G. Á. (2014), *Testing the Titius-Bode law predictions for Kepler multiplanet systems*, MNRAS, 442, 674-681, URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/stu906>
- [23] Kepler & K2: <https://keplerscience.arc.nasa.gov/>
- [24] Koch D. G. et al. (2010), *Kepler Mission design, realized photometric performance, and early science*, ApJ, 713, L79-L86, URL: <https://doi.org/10.1088/2041-8205/713/2/L79>
- [25] Li X. Q. et al. (1995), *Self-similar collapse in nebular disk and the Titius-Bode law*, A&A, 304, 617-621, 1995A&A...304..617L
- [26] Mayor M., Queloz D. (1995), *A Jupiter-mass companion to a solar-type star*, Nature, 378, 355, URL: <https://doi.org/10.1038/378355a0>
- [27] Mathur S., Huber D. (2016), *Kepler Stellar Properties Catalog Update for Q1-Q17 DR25 Transit Search*, Kepler Science Document, KSCI-19097-004, Edited by Michael R. Haas and Natalie Batalha, 2016ksci.rept....8M, <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/KSCI-19097-004.pdf>

- [28] NASA Discovery: <https://www.nasa.gov/planetarymissions/discovery.html>
- [29] NASA Exoplanet Archive: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>
- [30] Neuhäuser R., Feitzinger J. V. (1986), *A generalized distance formula for planetary and satellite systems*, A&A, 170, 174-178, 1986A&A...170..174N
- [31] Nieto M. M. (1972), *The Titius-Bode Law of Planetary Distances: Its History and Theory*, Pergamon Press, Oxford, URL: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-016784-8.50002-9>
- [32] PLATO: <http://sci.esa.int/plato/>, <https://platomission.com>
- [33] Rauer H., Catala C., Aerts C. et al. (2014), *The PLATO 2.0 mission*, Exp Astron, 38, 249, URL: <https://doi.org/10.1007/s10686-014-9383-4>
- [34] Raymond S. N., Barnes R. (2005), *Predicting Planets in known Extrasolar Planetary Systems. II. Testing for Saturn Mass Planets*, ApJ, 619, 549-557, DOI: 10.1086/426311
- [35] Raymond S. N. et al. (2006), *Predicting planets in known Extrasolar Planetary Systems. III. Forming Terrestrial Planets*, ApJ, 644, 1223-1231, DOI: 10.1086/503594
- [36] Seager S., Mallén-Ornelas G. (2003), *A Unique Solution of Planet and Star Parameters from an Extrasolar Planet transit Light Curve*, ApJ, 585, 1038-1055, DOI:10.1086/346105
- [37] Shallue C. J., Vanderburg A. (2018), *Identifying Exoplanets with Deep Learning: A Five-planet Resonant Chain around Kepler-80 and an Eighth Planet around Kepler-90*, AJ, 155, 94, URL: <https://doi.org/10.3847/1538-3881/aa9e09>
- [38] Steffen J. H. (2013), *Kepler's missing planets*, MNRAS, 433, 3246-3255, DOI: 10.1093/mnras/stt966

- [39] Steffen J. H., Hwang J. A. (2015), *The period ratio distribution of Kepler's candidate multiplanet systems*, MNRAS, 448, 1956-1972, URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/stv104>, arXiv:1409.3320v2 [astro-ph.EP]
- [40] Tenenbaum P. et al. (2013), *Detection of Potential Transit Signals in the First 12 Quarters of Kepler Mission Data*, ApJS, 206, 5, DOI: 10.1088/0067-0049/206/1/5
- [41] TESS: <https://tess.gsfc.nasa.gov/>
- [42] Titius von Wittenberg J. D. (1776), traduzione dal francese al tedesco: *Betrachtung über die Natur, vom Herrn Karl Bonnet*, Johann Friedrich Junius, Lipsia, 1766, p.7
- [43] Van Cleve J. E., Caldwell D. A. (2009), *Kepler Instrument Handbook*, Kepler Science Document, KSCI-19033-001, <https://archive.stsci.edu/kepler/manuals/KSCI-19033-001.pdf>
- [44] Winn J. N. (2010), *Transits and Occultations*, ArXiv e-prints, arXiv: 1001 . 2010 [astro-ph.EP].
- [45] Winn J. N., Fabrycky D. C. (2015), *The Occurrence and Architecture of Exoplanetary Systems*, ARA&A, 53, 365-408, URL: <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-082214-122246>, arXiv: 1410.4199v4 [astro-ph.EP]
- [46] Wright J. T. et al. (2011), *The Exoplanet Orbit Database*, PASP, 123, 412-422, DOI: 10.1086/659427

