



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**



**DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA ELETTRONICA

**Descrizione delle principali strategie di controllo
per le sospensioni semi-attive**

Relatore: Prof. Mattia Bruschetta

Laureando: Enrico Padoan

**ANNO ACCADEMICO 2022 – 2023
Data di laurea: 21/03/2023**

Indice

1. Introduzione.....	5
2. Modello matematico.....	8
2.1. Struttura del modello quarter-car.....	8
2.2. Equazioni del sistema e funzioni di trasferimento.....	9
3. Principali tecniche di controllo per sospensioni semi-attive.....	13
3.1. Analisi delle funzioni di trasferimento.....	13
3.2. Controllo Skyhook.....	15
3.2.1. Skyhook a due stati (SH 2-States).....	17
3.2.2. Skyhook ad approssimazione lineare (SH Linear).....	18
3.3. Controllo Groundhook.....	18
3.3.1. Groundhook a due stati (GH 2-States).....	19
3.3.2. Groundhook ad approssimazione lineare (GH Linear).....	19
4. Implementazione tecniche di controllo.....	20
4.1. Sistema a sospensioni passive.....	20
4.2. Sistema a sospensioni semi-attive.....	23
4.2.1. Implementazione Skyhook 2-States.....	24
4.2.2. Implementazione Skyhook Linear.....	26
4.2.3. Implementazione Groundhook 2-States.....	28
4.2.4. Implementazione Groundhook Linear.....	29
4.3. Confronto strategie Skyhook e Groundhook.....	30
5. Conclusioni.....	34
6. Bibliografia e sitografia.....	36

Elenco delle figure

Figura 1: Modello quarter-car sospensione semi-attiva ^[6] *	8
Figura 2: Diagramma di corpo libero del modello quarter-car ^[5] *	10
Figura 3: Diagramma di Bode del modulo di $F_Z(s)$	14
Figura 4: Diagramma di Bode del modulo di $F_{Z_{def_t}}(s)$	14
Figura 5: Configurazione Skyhook ideale ^[2] *	16
Figura 6: Logica di funzionamento Skyhook ^[1]	17
Figura 7: Configurazione Groundhook ideale ^[2] *	19
Figura 8: Implementazione Simulink sistema passivo	20
Figura 9: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico sistema passivo	21
Figura 10: Accelerazione massa sospesa sistema passivo	22
Figura 11: Implementazione Simulink sistema semi-attivo	23
Figura 12: Implementazione simulink controllore SH 2-States	24
Figura 13: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico SH 2-States	25
Figura 14: Accelerazione massa sospesa SH 2-States	25
Figura 15: Implementazione Simulink controllore SH Linear	26
Figura 16: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico SH Linear	27
Figura 17: Accelerazione massa sospesa SH Linear	27
Figura 18: Implementazione Simulink controllore GH 2-States	28
Figura 19: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico GH 2-States	29
Figura 20: Chassis Displacement SH 2-States con ingresso sinusoidale a 17 Hz	31
Figura 21: Chassis Displacement SH Linear con ingresso sinusoidale a 17 Hz	31
Figura 22: Diagramma di Bode del modulo di $F_Z(s)$	31
Figura 23: Tire Deflection GH 2-States con ingresso sinusoidale a 2 Hz	32
Figura 24: Tire Deflection GH Linear con ingresso sinusoidale a 2 Hz	32
Figura 25: Diagramma di Bode del modulo di $F_{Z_{def_t}}(s)$	33

□ Riferimento bibliografico

□* Riferimento bibliografico modificato

1. Introduzione

Le sospensioni di cui sono dotati i veicoli circolanti per le strade devono garantire, sia un buon livello di comfort per gli occupanti della vettura, soprattutto in presenza di percorsi dissestati e sconnessi, sia una buona tenuta di strada (road-holding), per far in modo che non si verifichi una perdita di aderenza con il suolo, in particolare quando si percorre una curva ad una certa velocità.

Comfort e tenuta sono due caratteristiche fondamentali nella progettazione delle sospensioni, si tratta infatti di un classico problema di trade-off. L'obiettivo è raggiungere il miglior compromesso tra le due caratteristiche, cercando di privilegiare il comfort in un mezzo pensato per l'utilizzo quotidiano e la tenuta nella progettazione di una vettura sportiva.

Il sistema sospensivo connette le masse sospese della macchina, cioè il telaio e il motore, con le ruote e i freni, chiamate anche masse non sospese.

È costituito, oltre che da una parte strutturale per il collegamento delle masse, da una molla elicoidale elastica, in grado di fornire sia la forza necessaria a sostenere l'autoveicolo, sia un'azione filtrante contro le oscillazioni provenienti dal gruppo mozzo-ruota; inoltre, è presente un ammortizzatore che frena i movimenti tra ruota e telaio fino ad annullarli in un certo intervallo di tempo. Questo avviene grazie ad una componente smorzante, solitamente un fluido oleoso, che converte in calore l'energia elastica generata dalle oscillazioni della molla.

A differenza degli elementi meccanici che si occupano solamente della cinematica del mezzo, molla e ammortizzatori rivestono una notevole importanza, in quanto influenzano la dinamica verticale del sistema, e di conseguenza il modello matematico che ne deriva.

Le sospensioni più economiche e comunemente usate nella maggior parte dei veicoli vengono chiamate passive. In questo caso il coefficiente elastico della molla e il coefficiente di smorzamento dell'ammortizzatore sono fissati in fase di progettazione dalla casa costruttrice; pertanto, tali valori non sono più modificabili in seguito. Il movimento delle masse sospese e non sospese è influenzato dal profilo della superficie stradale e dalle sollecitazioni dinamiche come: forze esterne ed inerziali, accelerazioni, frenate, ecc.

Per cercare di incrementare le performance e i livelli di comfort e tenuta, nella seconda metà del secolo scorso sono stati realizzati sistemi più avanzati come le sospensioni attive che, grazie allo sviluppo dei microcontrollori e alla ricerca nel campo delle tecniche di controllo, consentono di regolare in continuazione il proprio assetto, adattandosi istantaneamente alle variazioni del manto stradale.

Questa tipologia di sospensioni consente una rapida regolazione della rigidità delle molle, del coefficiente di smorzamento degli ammortizzatori e dell'altezza da terra del veicolo attraverso l'uso di attuatori come le pompe idrauliche, che sono in grado di generare una forza variabile nel tempo tra la cassa del veicolo e la ruota.

Purtroppo, l'elevato consumo di energia in primis e altre problematiche come il peso, la complessità del sistema e manutenzione frequente, hanno limitato l'installazione di questa tecnologia solamente in auto di fascia alta e nelle monoposto di Formula 1, tra la fine degli anni '80 e l'inizio degli anni '90.

Questa serie di svantaggi ha portato, negli anni a venire, ad un ulteriore sviluppo di un sistema (implementato per la prima volta nel 1983 nella Toyota Soarer) che potesse conservare il principale vantaggio delle sospensioni attive, ovvero la regolazione dei parametri in movimento, ma che al tempo stesso fosse più efficiente dal punto di vista energetico. Così nel mercato cominciarono a diffondersi le sospensioni semi-attive, che sono essenzialmente un compromesso tra le sospensioni attive pure e quelle passive.

A differenza delle sospensioni attive, nelle semi-attive è possibile variare solo il coefficiente di smorzamento dell'ammortizzatore, ma per far ciò è richiesta un'esigua quantità di corrente, necessaria per la trasmissione del segnale di controllo; inoltre, i costi di produzione sono più bassi e la manutenzione è meno frequente. Questa serie di vantaggi ha spinto le case costruttrici ad implementare questa tipologia di sospensioni anche in veicoli più commerciali.

Attualmente si cercano di impiegare contemporaneamente le sospensioni semi-attive e autolivellanti, che mantengono l'altezza della vettura costante al variare del carico.

Dopo una breve trattazione del modello impiegato per lo studio del sistema, questo elaborato ha come obiettivo quello di illustrare e descrivere le principali strategie di controllo atte a migliorare il comfort di marcia e la tenuta di strada.

Attraverso l'ausilio di Matlab e Simulink saranno analizzati alcuni grafici, che metteranno a confronto il differente comportamento delle sospensioni passive e semi-attive.

Per far ciò saranno effettuate prima delle osservazioni nel dominio del tempo, per vedere come il sistema reagisce ad un'ipotetica deformazione del manto stradale, ad esempio un dosso (bump test), in seguito nel dominio della frequenza, per esaminare come il telaio e lo pneumatico vengono sollecitati all'interno della banda d'interesse.

Infine, verranno commentati i risultati ottenuti e le problematiche che possono presentarsi, specie quando si lavora con tecniche chiamate "Two states", che sono non lineari.

2. Modello matematico

In questo capitolo verrà illustrato lo schema del modello quarter-car. Da esso verranno ricavate le equazioni del sistema e le funzioni di trasferimento per la massa sospesa e lo pneumatico, fondamentali per lo studio del comfort e del road-holding.

2.1. Struttura del modello quarter-car

Per la rappresentazione del sistema sospensivo si è deciso di utilizzare il modello quarter-car, che permette di studiare solamente la dinamica verticale di un quarto di veicolo.

Esistono anche modelli più completi chiamati half-car (mezzo veicolo) e full-car (intero veicolo), che consentono di aggiungere al sistema ulteriori fenomeni dinamici, come rollio (oscillazioni attorno al proprio asse longitudinale) e beccheggio (oscillazioni attorno al proprio asse trasversale), ma a causa dell'elevata complessità si preferisce usare il quarter-car, più che adatto per evidenziare i vantaggi delle sospensioni semi-attive.

In figura 1 è riportato il modello quarter-car per una sospensione semi-attiva.

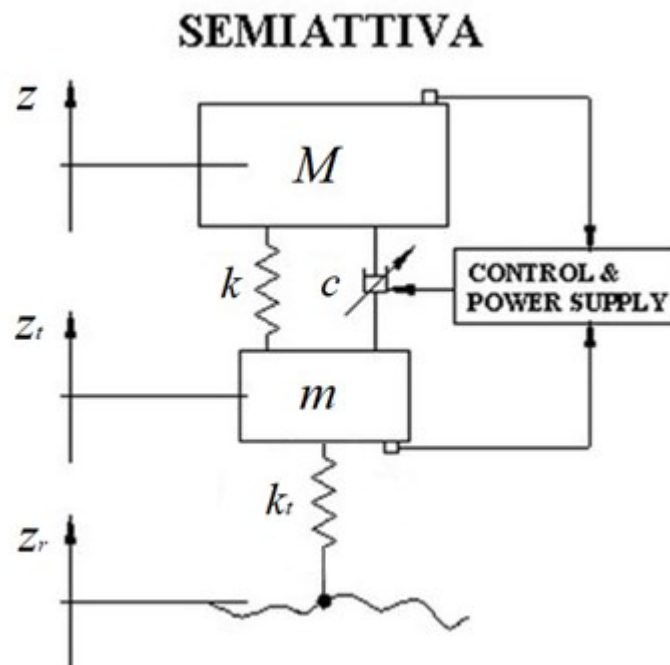


Figura 1: Modello quarter-car sospensione semi-attiva [6] *

Gli elementi che compongono il modello, ottenuti da un quarto di auto o metà moto, come in questo caso, sono:

- M : Massa sospesa (carrozzeria, interni, motore) = 117 Kg;
- m : Massa non sospesa (ruote, freni) = 30 Kg;
- k : Coefficiente elastico sospensione = 26000 N/m;
- k_t : Coefficiente elastico pneumatico = 200000 N/m;
- c : Coefficiente di smorzamento sospensione variabile (ammortizzatore);
- z : Posizione massa sospesa;
- z_t : Posizione massa non sospesa;
- z_r : Posizione strada;

Rispetto al classico schema usato per una sospensione passiva, nel modello per la sospensione semi-attiva il coefficiente di smorzamento è regolato attraverso l'implementazione di un algoritmo di controllo, che ha l'obiettivo di prediligere il comfort o la tenuta di strada.

Spesso è presente anche il coefficiente di smorzamento dello pneumatico, ma dato che tale valore è nettamente inferiore rispetto alla rigidità della ruota, e non di particolare interesse per l'analisi e il controllo della sospensione, si preferisce trascurarlo, permettendo di semplificare ulteriormente il sistema.

2.2. Equazioni del sistema e funzioni di trasferimento

Dal modello precedentemente introdotto si possono ricavare le equazioni che descrivono il sistema, osservando come le forze agiscono nel diagramma di corpo libero riportato in figura 2.

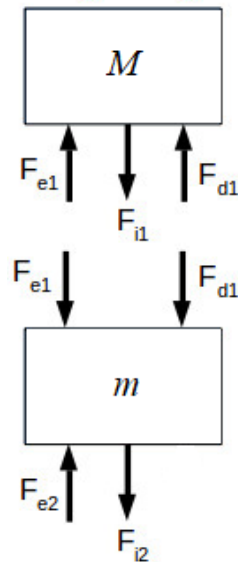


Figura 2: Diagramma di corpo libero del modello quarter-car ^[5]*

Come si vede dal diagramma qui sopra, nel sistema agiscono alcune forze:

- F_{e1} : Forza elastica della sospensione ($k(z - z_t)$);
- F_{e2} : Forza elastica dello pneumatico ($k_t(z_t - z_r)$);
- F_{i1} : Forza di inerzia massa sospesa ($M\ddot{z}$);
- F_{i2} : Forza di inerzia massa non sospesa ($m\ddot{z}_t$);
- F_{d1} : Forza di smorzamento della sospensione ($c(\dot{z} - \dot{z}_t)$);

Il verso delle forze si ottiene immaginando di passare sopra ad un dosso con la ruota.

Il cambiamento di profilo della strada causa la compressione dello pneumatico; pertanto, si genera una forza elastica F_{e2} che spinge la massa non sospesa verso l'alto. A causa dell'inerzia tale massa si oppone al cambio di posizione; quindi, si ottiene una forza F_{i2} che spinge verso il basso.

La sospensione (molla + ammortizzatore) si oppone al movimento verso l'alto della ruota; perciò, la forza elastica F_{e1} e la forza di smorzamento F_{d1} agiscono verso il basso. Allo stesso tempo, per il principio di azione e reazione, F_{e1} e F_{d1} producono una spinta verso l'alto e, per via dell'inerzia, la massa sospesa cerca di resistere alla variazione di posizione attraverso la forza d'inerzia F_{i1} .

Assumendo che le molle lavorino nella zona lineare della loro caratteristica e il coefficiente di smorzamento sia fissato come in una sospensione passiva, si ottiene il seguente sistema LTI composto da due equazioni:

$$\begin{cases} M\ddot{z} = -k(z - z_t) - c(\dot{z} - \dot{z}_t) \\ m\ddot{z}_t = k(z - z_t) + c(\dot{z} - \dot{z}_t) - k_t(z_t - z_r) \end{cases}$$

Un sistema lineare tempo invariante può essere riscritto anche in forma matriciale, che permette sia di mettere in evidenza i parametri d'interesse sia di ricavare più facilmente le relazioni ingresso-uscita da analizzare. Per definizione un sistema LTI può essere scritto come:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t) \end{cases}$$

Osservando le equazioni ottenute dall'analisi del modello quarter-car e sfruttando la definizione di sistema LTI, si ottiene la seguente rappresentazione nello spazio degli stati:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ \ddot{z}_t \\ \dot{z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c}{M} & \frac{-k}{M} & \frac{c}{M} & \frac{k}{M} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{m} & \frac{k}{m} & \frac{-c}{m} & \frac{-(k+k_t)}{m} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ z \\ \dot{z}_t \\ z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m} \\ 0 \end{bmatrix} [z_r]$$

$$\begin{bmatrix} z \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ z \\ \dot{z}_t \\ z_t \end{bmatrix} + [0][z_r]$$

Per poter illustrare gli effetti delle tecniche di controllo usate nelle sospensioni semi-attive è necessario ottenere, dalle equazioni in forma matriciale, le funzioni di trasferimento che rappresentano il movimento della massa sospesa e la deformazione subita dallo pneumatico, denominate rispettivamente $F_z(s)$ e $F_{z_{def_t}}(s)$.

Per far ciò si fa uso della trasformata di Laplace, un operatore matematico che, quando sono note le condizioni iniziali, permette di risolvere le equazioni differenziali e di semplificare il calcolo di una convoluzione nel dominio del tempo in un prodotto nel dominio delle trasformate.

Sapendo che $\mathcal{L}[\dot{x}(t)] = sX(s) - x(0^-)$ e che le condizioni iniziali possono essere supposte nulle, il sistema LTI diventa:

$$\begin{cases} X(s) = (sI - F)^{-1}G + U(s) \\ Y(s) = HX(s) + JU(s) \end{cases}$$

Sostituendo $X(s)$ nella seconda equazione si ricava che per trovare le funzioni di trasferimento desiderate bisogna calcolare la matrice di trasferimento $W(s)$, definita come:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = H(sI - F)^{-1}G + J$$

Dato che nessuna delle equazioni di uscita $Y(s)$ è funzione dell'ingresso del sistema la matrice J è nulla; pertanto, dal modello quarter-car si ottiene che:

$$W(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + \frac{c}{M} & \frac{-k}{M} & \frac{c}{M} & \frac{k}{M} \\ 1 & s & 0 & 0 \\ \frac{c}{m} & \frac{k}{m} & s + \frac{c}{m} & \frac{-(k + k_t)}{m} \\ 0 & 0 & 1 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Effettuando la moltiplicazione tra matrici si ottengono le funzioni di trasferimento di interesse:

$$F_Z(s) = \frac{(ck_t)s + k_t k}{(Mm)s^4 + (cm + cM)s^3 + (Mk + mk + Mk_t)s^2 + (ck_t)s + k_t k}$$

$$F_{z_t}(s) = \frac{(Mk_t)s^2 + (ck_t)s + k_t k}{(Mm)s^4 + (cm + cM)s^3 + (Mk + mk + Mk_t)s^2 + (ck_t)s + k_t k}$$

Dalla $F_{z_t}(s)$ conviene ricavare $F_{z_{def_t}}(s)$, che in seguito sarà utile per descrivere il road-holding:

$$F_{z_{def_t}}(s) = F_{z_t - z_r}(s) = F_{z_t}(s) - 1$$

3. Principali tecniche di controllo per sospensioni semi-attive

In questo capitolo verrà analizzata la risposta in frequenza del sistema passivo.

Da questa analisi sarà possibile iniziare a comprendere le problematiche che si riscontrano nelle sospensioni passive, e per quale motivo un sistema semi-attivo risulta più efficiente.

In seguito, sarà descritta la logica di funzionamento delle strategie atte ad incrementare il comfort (Skyhook) e la tenuta di strada (Groundhook).

3.1. Analisi delle funzioni di trasferimento

Alla fine della sezione 2.2 sono state riportate delle funzioni di trasferimento, che sono funzioni di variabile complessa che descrivono il comportamento del sistema in frequenza, mettendo in relazione l'ingresso con l'uscita.

Da queste funzioni, chiamate brevemente f.d.t., è interessante studiare la risposta in frequenza dei sistemi LTI, che può essere ottenuta attraverso i "Diagrammi di Bode".

In figura 3 e 4 sono riportati i diagrammi di Bode del modulo di $F_Z(s)$ e di $F_{Z_{def_t}}(s)$, importanti per lo studio del comfort di marcia e della tenuta di strada.

Frequency response of $F_z(s)$ (Sprung mass), Invariant points: $f_1 = 0$ Hz, $f_2 = 2.9722$ Hz, $f_3 = 12.9949$ Hz, $f_4 = 14.6696$ Hz

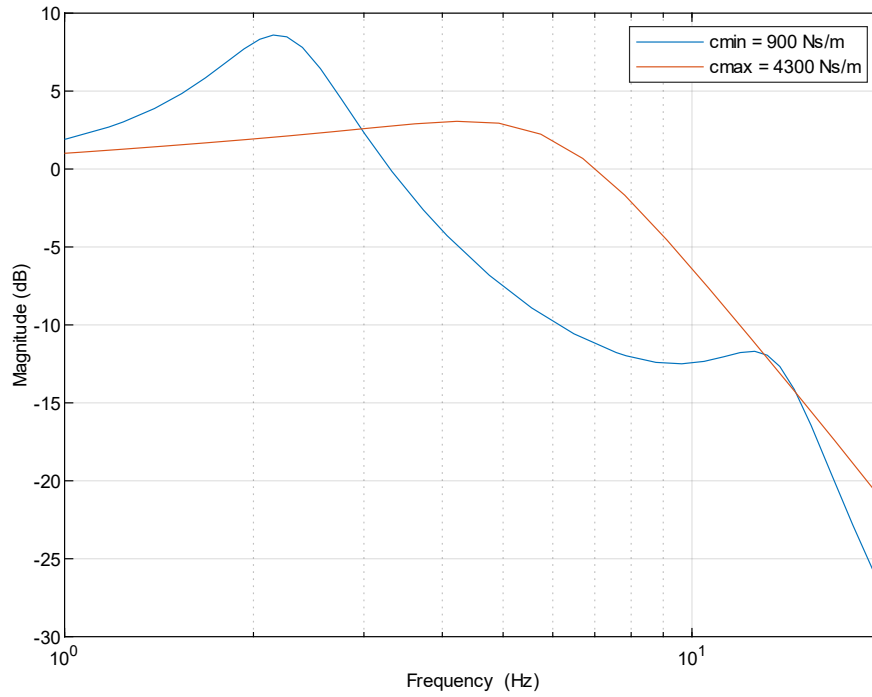


Figura 3: Diagramma di Bode del modulo di $F_Z(s)$

Frequency response of F_z def $t(s)$ (Tire deflection), Invariant points: $f_5 = 2.798$ Hz, $f_6 = 11.019$ Hz

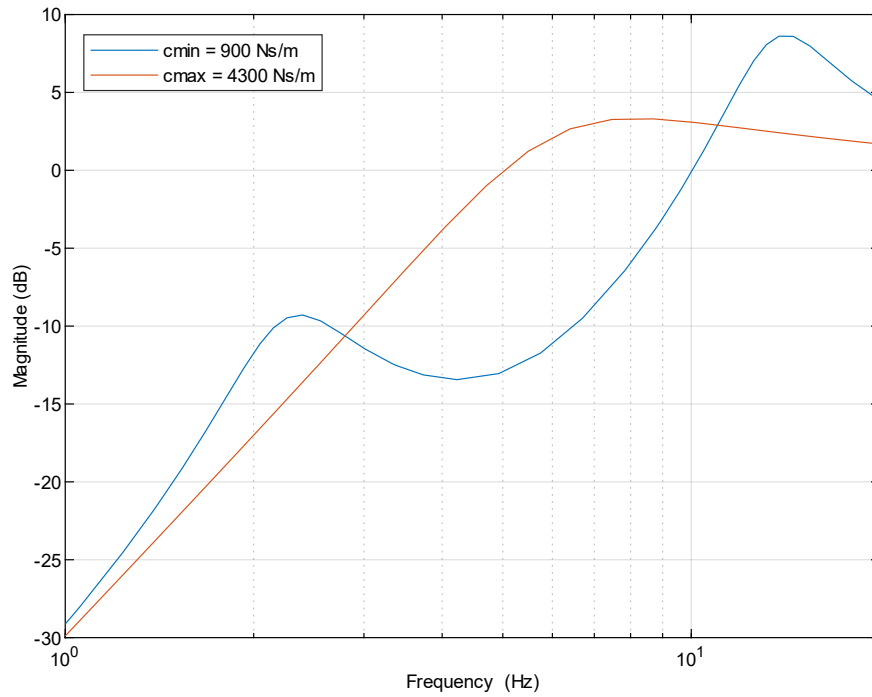


Figura 4: Diagramma di Bode del modulo di $F_{Z_{def_t}}(s)$

In ciascuno dei diagrammi riportati sopra si hanno due f.d.t., ottenute usando un differente valore del coefficiente di smorzamento. In base al valore di c si possono osservare differenti comportamenti per un opportuno intervallo di frequenze:

- $f \in [0; 2.9722] \cup [12.9949; 14.6696] \text{ Hz}$: Si ottiene la miglior azione filtrante utilizzando la configurazione con c_{max} ;
- $f \in [2.9722; 12.9949] \cup [14.6696; +\infty] \text{ Hz}$: Si ottiene la miglior azione filtrante utilizzando la configurazione con c_{min} ;
- $f \in [0; 2.798] \cup [11.019; +\infty] \text{ Hz}$: Si ottiene il miglior contatto con la superficie stradale utilizzando la configurazione con c_{max} ;
- $f \in [2.798; 11.019] \text{ Hz}$: Si ottiene il miglior contatto con la superficie stradale utilizzando la configurazione con c_{min} ;

Si può osservare come il coefficiente di smorzamento ottimale per minimizzare le sollecitazioni dello chassis e dello pneumatico non dipende solamente dalla componente smorzante, ma anche dalla frequenza.

Si evidenzia che in alcuni punti (intersezione tra le f.d.t) localizzati ad una specifica frequenza, chiamati punti invarianti, si ha una variazione del comportamento del sistema. Tali punti non sono fissi, ma dipendono dai parametri del sistema come: la rigidità della molla, il valore delle masse, ecc.

Per cercare di ridurre il più possibile le vibrazioni del telaio e dello pneumatico l'idea di base prevede di alternare opportunamente i valori del coefficiente di smorzamento tra un minimo c_{min} e un massimo c_{max} , in modo da evitare l'insorgere di fenomeni di risonanza che potrebbero verificarsi qualora la massa sospesa o lo pneumatico siano soggetti alle bande di frequenze riportate nel primo e nel terzo punto.

Su questo principio si basano le tecniche di controllo orientate al comfort e al road-holding come lo Skyhook e il Groundhook.

3.2. Controllo Skyhook

Il controllo Skyhook, tradotto letteralmente come “Gancio al cielo”, è stato brevettato nel 1974 da Karnopp.

Questo concetto prevede uno smorzatore “ideale” connesso tra la carrozzeria del veicolo ed un riferimento inerziale (il cielo), al fine di ridurre le accelerazioni e le oscillazioni verticali trasmesse alla massa sospesa, isolandola meglio da terra.

In figura 4 è riportato il modello dello Skyhook ideale, nel quale si vede come può essere raggiunto l'effetto desiderato ponendo il parametro $\alpha = 0$. Tale parametro sarà spiegato meglio in seguito.

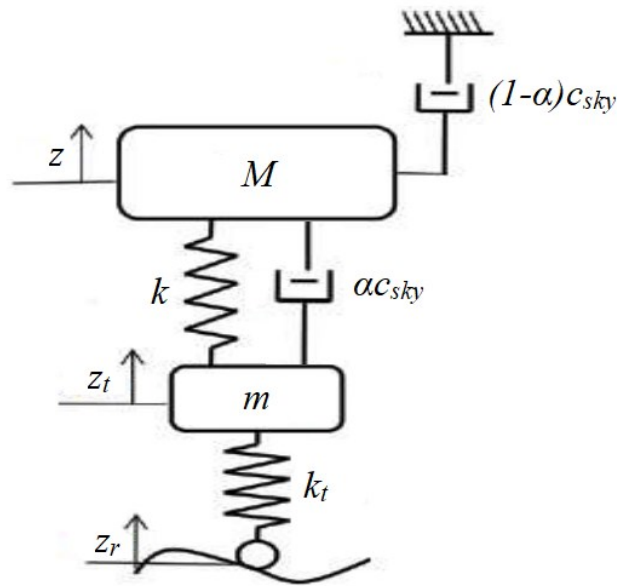


Figura 5: Configurazione Skyhook ideale [2] *

Questa tecnica funziona come segue: se la massa sospesa si sta muovendo verso l'ipotetico smorzatore c_{sky} e viceversa, il controllore irrigidisce l'ammortizzatore che genera una forza in direzione della massa. Invece, se la massa sospesa si sta muovendo in direzione opposta, la legge di controllo ammorbidisce l'ammortizzatore, nel tentativo di ridurre al minimo la spinta verso l'alto generata da quest'ultimo.

Una descrizione completa del funzionamento è riassunta in figura 6.

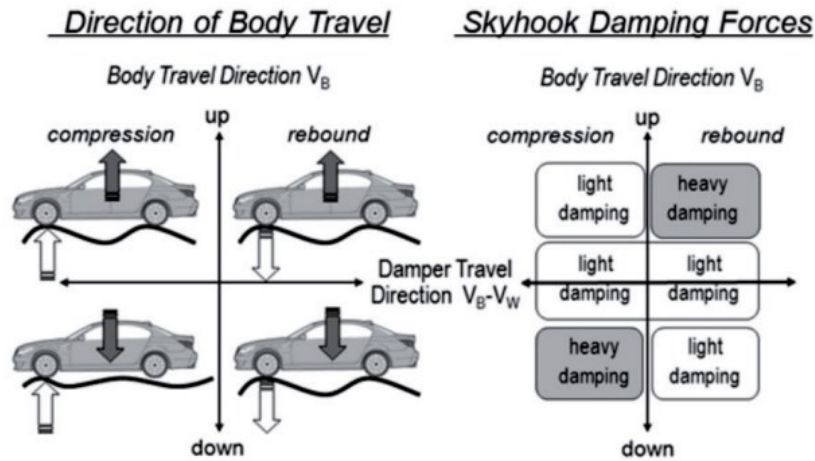


Figura 6: Logica di funzionamento Skyhook ^[1]

Grazie a questo meccanismo il controllo Skyhook è in grado di attenuare l'ampiezza (8.6 dB) del primo picco di risonanza (risonanza di cassa) visibile in figura 3, e di ridurre sensibilmente le sollecitazioni della massa sospesa per l'intera banda di frequenze.

Dato che questo modello di funzionamento è ideale, e pertanto non realizzabile nella pratica, per simulare il comportamento dello Skyhook bisogna regolare opportunamente il coefficiente di smorzamento dell'ammortizzatore collocato tra le due masse.

Per effettuare questa regolazione si può far uso di due varianti del controllo Skyhook chiamate: Skyhook a due stati (versione discreta) e Skyhook lineare (versione continua).

3.2.1. Skyhook a due stati (SH 2-States)

Lo Skyhook 2-States è una strategia di controllo di tipo on/off che varia il coefficiente di smorzamento tra un massimo (c_{max}) e un minimo (c_{min}).

La legge che regola il passaggio tra i due possibili valori dipende dalla velocità del telaio (\dot{z}) moltiplicata per la velocità di deformazione della sospensione ($\dot{z}_{def} = \dot{z} - \dot{z}_t$) secondo la seguente logica:

$$c_{in} = \begin{cases} c_{min} & se \dot{z}\dot{z}_{def} \leq 0 \\ c_{max} & se \dot{z}\dot{z}_{def} > 0 \end{cases}$$

Questa tipologia di controllo disattiva l'ammortizzatore controllato quando le due velocità hanno segni opposti; viceversa, lo attiva in caso di segni concordi.

3.2.2. Skyhook ad approssimazione lineare (SH Linear)

Lo Skyhook lineare è un'evoluzione del controllo SH a due stati, dato che permette di variare in maniera continua (Continuously Variable Damper) lo smorzamento, permettendo di ottenere un numero pressoché illimitato di coefficienti utilizzabili.

La logica per lo SH linear è definita come:

$$c_{in} = \begin{cases} c_{min} & se \dot{z}_{def} \leq 0 \\ sat\left(\frac{\alpha c_{max} \dot{z}_{def} + (1 - \alpha) c_{max} \dot{z}}{\dot{z}_{def}}\right) & se \dot{z}_{def} > 0 \end{cases}$$

A differenza della tecnica precedente, nella logica di controllo compare una funzione di saturazione che permette di limitare il valore in modo che $c_{in} \in [c_{min}, c_{max}]$.

Inoltre, è presente un ulteriore parametro $\alpha \in [0, 1]$ che consente di modificare le prestazioni della legge di controllo.

Tale parametro può essere pensato come ad una ripartizione dello smorzamento, tra l'ammortizzatore in parallelo alla molla della sospensione e il fittizio smorzatore collegato al cielo (figura 5).

Per $\alpha = 1$ la strategia di controllo equivale allo SH 2-states, invece per $\alpha = 0$ si vede come la dipendenza delle due velocità permetta di ottenere infiniti valori.

3.3. Controllo Groundhook

Il controllo Groundhook è la versione complementare dello Skyhook appena illustrato, ed è stato studiato per la prima volta da Valasek nel 1997.

A differenza dello Skyhook, che consiste in un fittizio collegamento al cielo, la strategia Groundhook prevede che la massa non sospesa sia ancorata al terreno. L'obiettivo è minimizzare le sollecitazioni verticali a cui la massa non sospesa è sottoposta, con conseguente stabilizzazione dello pneumatico.

Tale concetto è stato sviluppato, inizialmente, per minimizzare la forza di contatto tra pneumatico e strada, in modo da ridurre i danni alle strade causati dai camion pesanti.

In figura 7 è riportato il modello del Groundhook con l'ammortizzatore che è ora collegato a terra.

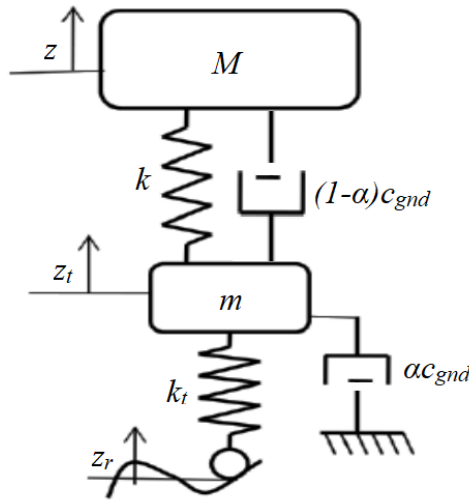


Figura 7: Configurazione Groundhook ideale ^[2]*

Anche questa tecnica di controllo prevede due versioni, molto simili a quelle già viste: Groundhook a due stati (versione discreta) e Groundhook lineare (versione continua).

3.3.1. Groundhook a due stati (GH 2-States)

In maniera duale alla variante Skyhook discreta, il GH 2-States implementa una logica di funzionamento basata sempre sulla commutazione del coefficiente di smorzamento tra c_{min} e c_{max} , che dipende dalla velocità della massa non sospesa (\dot{z}_t) e dalla velocità della sospensione (\dot{z}_{def}).

$$c_{in} = \begin{cases} c_{min} & se -\dot{z}_t \dot{z}_{def} \leq 0 \\ c_{max} & se -\dot{z}_t \dot{z}_{def} > 0 \end{cases}$$

3.3.2. Groundhook ad approssimazione lineare (GH Linear)

Il Groundhook lineare è un'ulteriore evoluzione della versione discreta, dato che permette di modificare la capacità smorzante nell'intero range di valori compresi tra il minimo e il massimo.

$$c_{in} = \begin{cases} c_{min} & se -\dot{z}_t \dot{z}_{def} \leq 0 \\ sat \left(\frac{\alpha c_{max} \dot{z}_{def} + (1 - \alpha) c_{max} \dot{z}_t}{\dot{z}_{def}} \right) & se -\dot{z}_t \dot{z}_{def} > 0 \end{cases}$$

Anche nel GH Linear è presente il parametro $\alpha \in [0, 1]$, che modifica le prestazioni del sistema.

Però, a differenza dello SH Linear, si ha un comportamento migliore con $\alpha = 1$ che equivale al GH 2-States, dato che simula meglio lo schema ideale (figura 7).

4. Implementazione tecniche di controllo

Lo scopo di questo capitolo è simulare il comportamento dinamico del sistema sospensivo, osservando come variano i segnali d'uscita (posizione e accelerazione massa sospesa, deformazione sospensione e pneumatico) in risposta ad un disturbo che riproduce una fittizia asperità dell'asfalto.

Prima di tutto saranno descritte e analizzate le sospensioni passive, successivamente si passerà alle sospensioni semi-attive e all'implementazione delle tecniche di controllo precedentemente illustrate.

Per far ciò si è deciso di utilizzare Simulink, un programma che consente di rappresentare un sistema reale sottoforma di modello matematico.

4.1. Sistema a sospensioni passive

Il sistema sospensivo più semplice e diffuso è quello passivo; infatti, non prevede nessun algoritmo di controllo e la rapidità con cui vengono attenuate le oscillazioni dipende semplicemente dal valore del coefficiente di smorzamento.

Il problema principale di queste sospensioni è che sono soggette al cosiddetto trade-off, cioè dei criteri contrastanti che non permettono di ottenere un livello elevato di comfort o tenuta senza compromettere drasticamente uno dei due.

In figura 7 è riportato il modello Simulink del suddetto sistema.

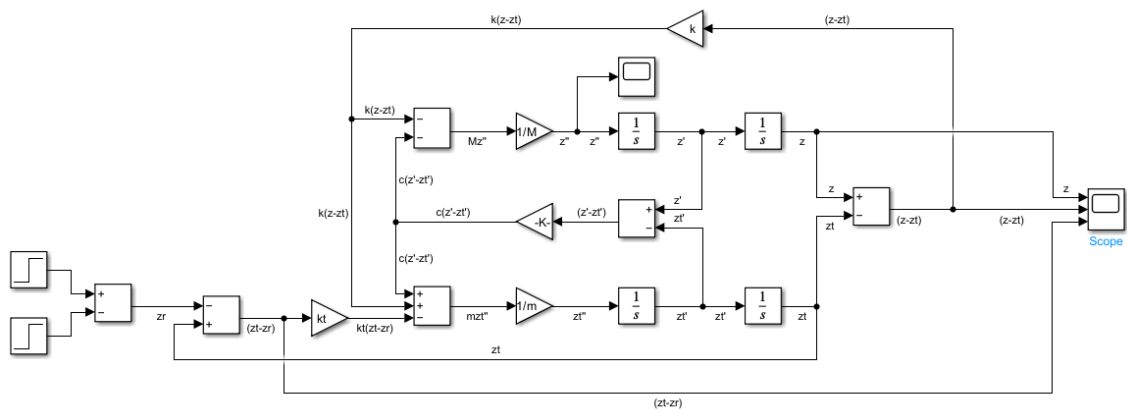


Figura 8: Implementazione Simulink sistema passivo

Come ingresso del sistema viene applicato un segnale rettangolare z_r di ampiezza 2 cm e durata 1 secondo ($0.02 * rect(t - 1.5)$), ottenuto come composizione di due gradini

unitari. Tale segnale permette di rappresentare una deformazione della superficie stradale, ad esempio un dosso.

Le uscite del sistema in risposta al segnale rettangolare d'ingresso vengono osservate, nel dominio del tempo, attraverso il blocco "scope", che è un oscilloscopio virtuale.

Tramite scope vengono visualizzati lo spostamento e l'accelerazione della massa sospesa, la deformazione della sospensione e dello pneumatico.

Per lo studio del comfort i segnali d'interesse sono la posizione dello chassis z e la sua accelerazione \ddot{z} , poiché, la riduzione della trasmissibilità tra profilo stradale ed accelerazione della massa sospesa migliora sensibilmente il comfort dei passeggeri all'interno del mezzo.

Invece, la tenuta di strada mira, con opportune approssimazioni, a minimizzare i movimenti di deformazione dello pneumatico e la forza di contatto pneumatico-suolo.

In figura 9 e 10 vengono analizzate le differenze tra i segnali d'uscita del modello Simulink per due differenti valori del coefficiente di smorzamento: $c_{min} = 900 \text{ Ns/m}$ e $c_{max} = 4300 \text{ Ns/m}$.

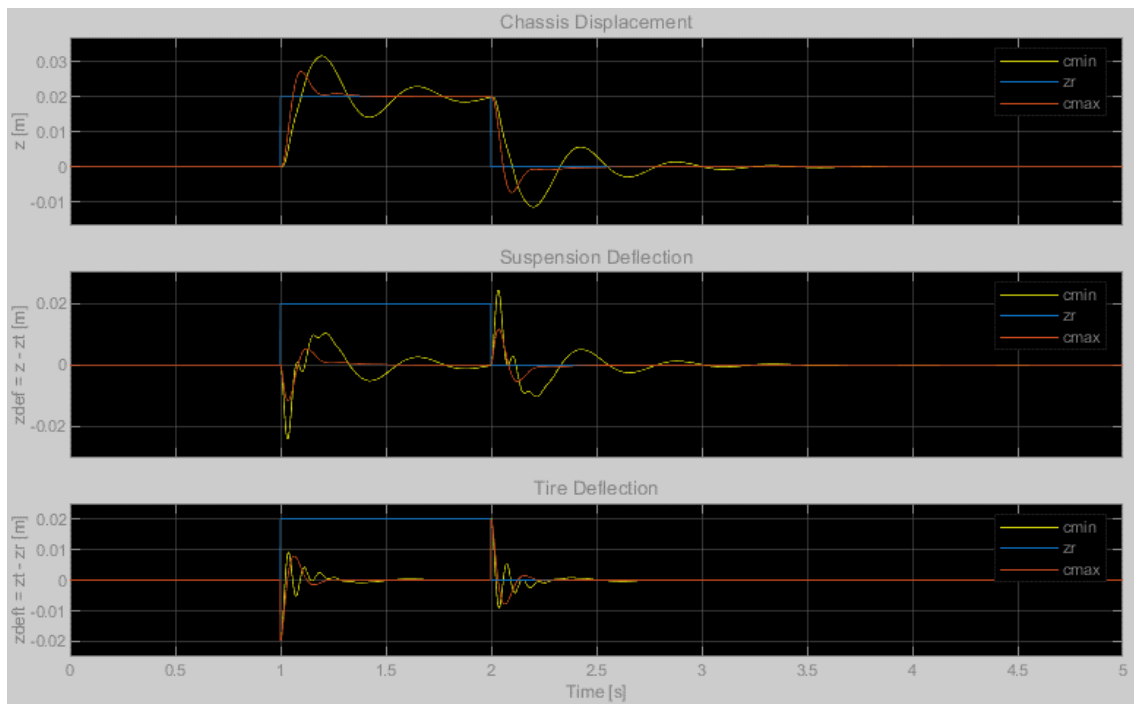


Figura 9: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico sistema passivo

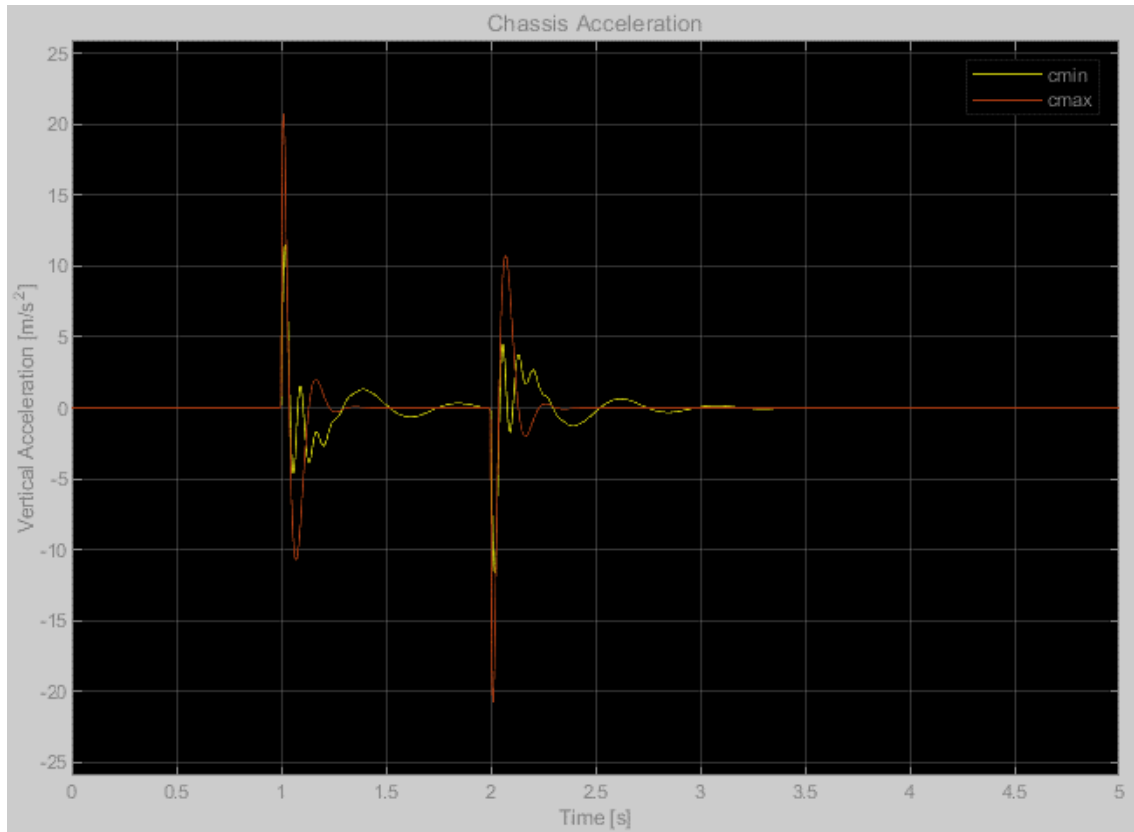


Figura 10: Accelerazione massa sospesa sistema passivo

In figura 9 si vede che per un basso coefficiente di smorzamento la massa sospesa impiega più tempo per assestarsi al riferimento, rispetto alla configurazione con c_{max} .

Considerazioni analoghe valgono anche per la deformazione della molla e dello pneumatico; infatti, con c_{min} si hanno una serie di oscillazioni attorno allo zero e il tempo di assestamento risulta superiore.

Nonostante la configurazione con c_{min} solleciti maggiormente la massa sospesa, in figura 10 si osserva come i picchi di accelerazione restano più contenuti, rispetto al sistema con lo smorzamento massimo.

Questo risultato permette di dire che le sospensioni morbide tendono a migliorare il comfort fornendo accelerazioni più basse, ma rischiano di ridurre la tenuta a causa delle maggiori oscillazioni dello pneumatico; invece, una taratura più rigida migliora la tenuta, ma produce una maggior accelerazione della massa sospesa, peggiorando uno dei requisiti principali del comfort.

4.2. Sistema a sospensioni semi-attive

Le sospensioni semi-attive si distinguono dalle passive grazie alla capacità di poter variare il coefficiente di smorzamento.

Questi sistemi possono generare la forza di controllo del damping in diversi modi.

I più noti agiscono su orifizi a sezione variabile che alterano il flusso del mezzo idraulico, oppure modificano la viscosità di alcuni liquidi speciali attraverso l'applicazione di un campo magnetico, generato da un controllo in corrente (tecnologia Magnetoreologica).

La gestione del damping, invece, avviene attraverso l'implementazione delle tecniche di controllo, come Skyhook e Groundhook.

Come già illustrato precedentemente l'obiettivo del controllo Skyhook è ridurre il primo picco di risonanza, chiamato risonanza di cassa, che si manifesta in bassa frequenza a circa 2 Hz.

A causa della non linearità delle tecniche di controllo, non è possibile tracciare la risposta in frequenza del sistema con Bode. Pertanto, non si è in grado di ottenere direttamente un diagramma come quelli di figura 3 o 4, che permetta di evidenziare l'attenuazione della condizione di risonanza con tecniche di linearizzazione standard; infatti, sarebbe necessario applicare metodi abbastanza complessi.

Per dimostrare comunque l'efficacia delle tecniche basate sul principio dello Skyhook e Groundhook, si applica una serie di segnali sinusoidali (per la definizione di risposta in frequenza) per un numero finito di frequenze e si valuta l'ampiezza del segnale d'uscita (posizione massa sospesa) per ciascuna frequenza.

In figura 11 è riportato lo schema Simulink di una sospensione semi-attiva.

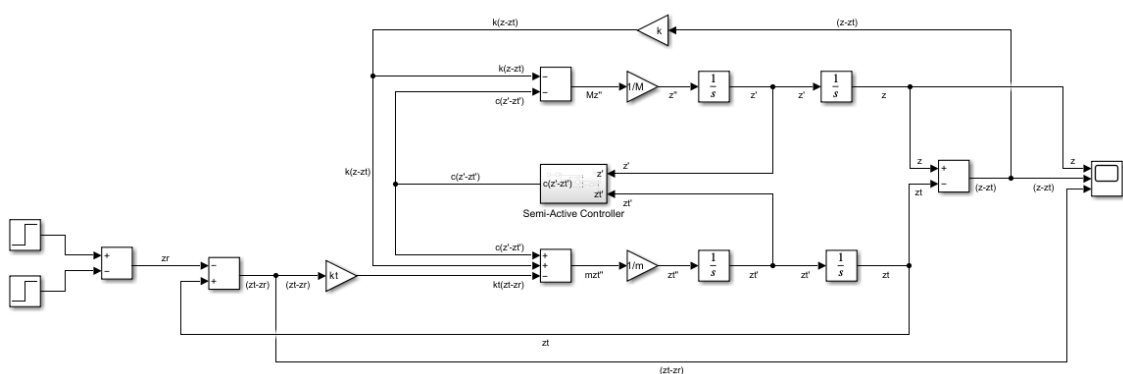


Figura 11: Implementazione Simulink sistema semi-attivo

4.2.1. Implementazione Skyhook 2-States

In figura 12 è stato realizzato il controllore che gestisce il damping dell'ammortizzatore, in modo da variare la forza richiesta.

In tutte le implementazioni vengono utilizzati i valori di $c_{min} = 900 \text{ Ns/m}$ e $c_{max} = 4300 \text{ Ns/m}$ per definire il range di valori che l'ammortizzatore può assumere.

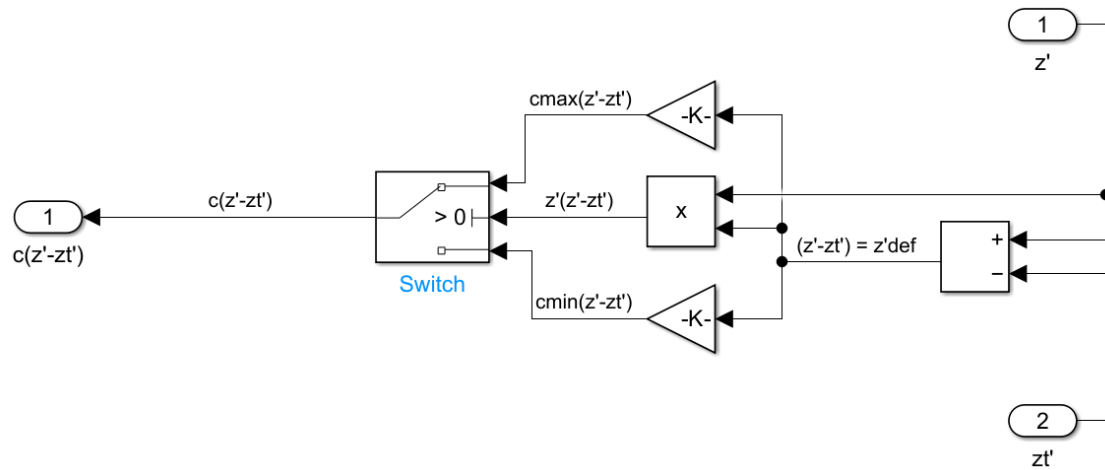


Figura 12: Implementazione simulink controllore SH 2-States

Il controllore SkyHook 2-States implementa la logica di funzionamento illustrata precedentemente.

All'ingresso del controllore sono presenti le velocità della massa sospesa \dot{z} e non sospesa \dot{z}_t , che vengono sommate per ottenere la velocità relativa \dot{z}_{def} . In seguito, il prodotto tra \dot{z} e \dot{z}_{def} viene utilizzato per pilotare lo switch e, in base al segno (positivo o negativo), viene selezionato l'ingresso con il coefficiente di smorzamento opportuno, che viene moltiplicato per la velocità di deformazione della molla, dato che l'uscita è una forza.

In figura 13 e 14 viene riportata la visualizzazione dei segnali d'interesse.

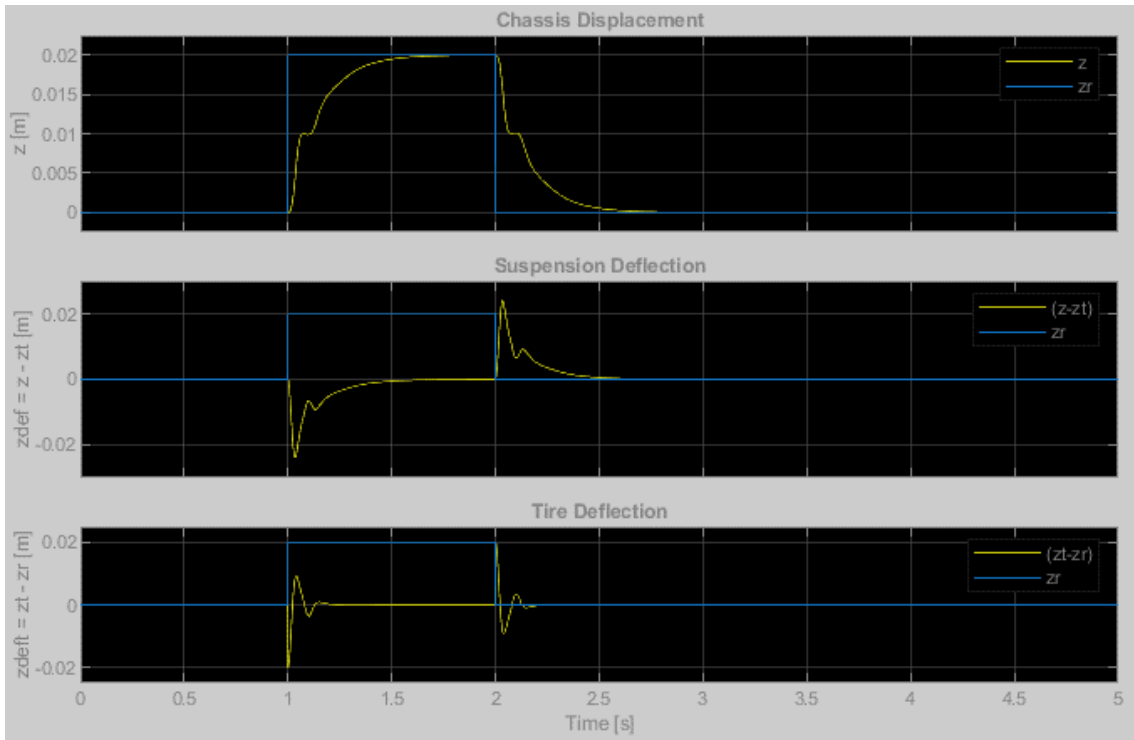


Figura 13: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico SH 2-States

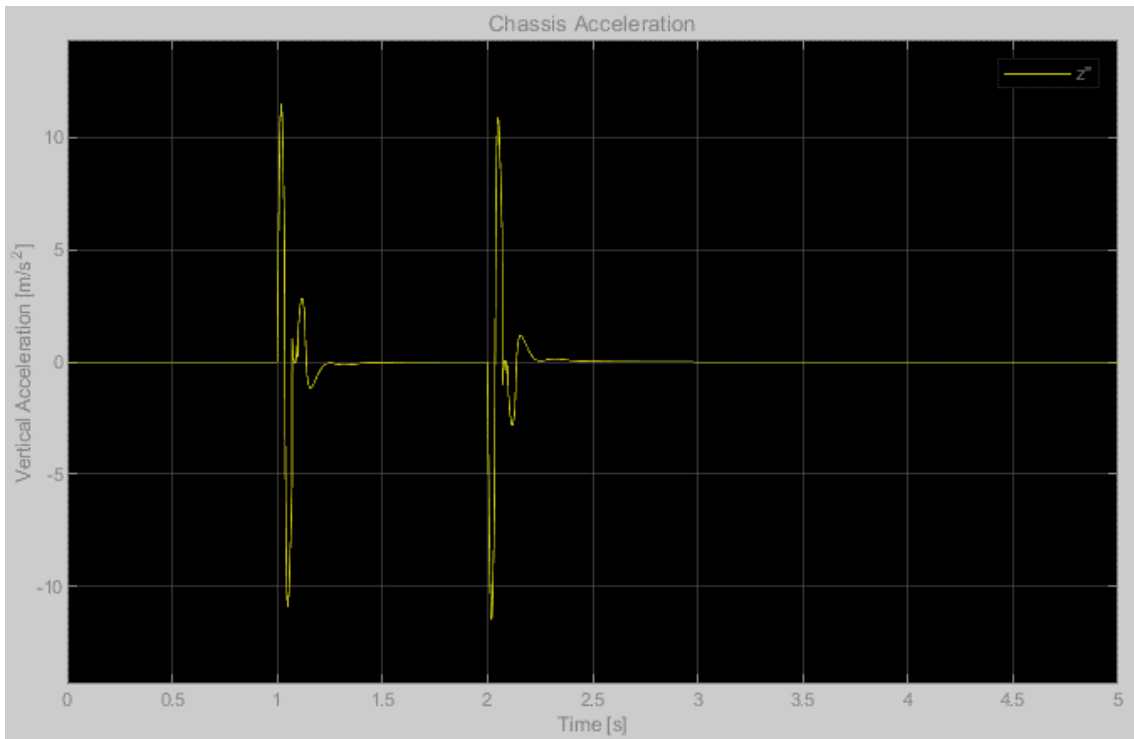


Figura 14: Accelerazione massa sospesa SH 2-States

Rispetto alle sospensioni passive, il tempo che la massa sospesa impiega per inseguire l'andamento della strada, con il controllo Skyhook discreto, risulta inferiore, ma il tempo di salita è aumentato e la sospensione si ferma più lentamente.

Per quanto riguarda l'accelerazione in figura 14, una sospensione passiva con basso smorzamento presenta picchi di accelerazione più contenuti (soprattutto negativi), ma con ampiezza massima inferiore rispetto ai 20 m/s^2 della configurazione con c_{max} .

Nonostante lo Skyhook sia una tecnica orientata al comfort, è interessante notare come questa tipologia di controllo smorza rapidamente le oscillazioni dello pneumatico, con un comportamento quasi analogo a quello di un ammortizzatore rigido.

Da questa analisi nel dominio del tempo, si conclude che tale tecnica produce un leggero miglioramento del comfort di marcia, visto che gli spostamenti e l'accelerazione dello chassis sono stati maggiormente contenuti, ma al tempo stesso il peggioramento della tenuta è trascurabile.

4.2.2. Implementazione Skyhook Linear

Rispetto alla versione precedente, il controllore che realizza lo SH Linear richiede qualche blocco aggiuntivo per implementare la logica di funzionamento, come il blocco divisore e quello che esegue la funzione saturazione, che permette di limitare l'escursione del damping tra c_{min} e c_{max} .

In figura 15 è riportato lo schema realizzato in Simulink con $\alpha = 0$, dato che tale configurazione garantisce una miglior approssimazione del comportamento ideale (figura 5). Con $\alpha = 0$ il coefficiente di smorzamento diventa: $c_{in} = \text{sat}\left(\frac{c_{max}\dot{z}}{\dot{z}_{def}}\right)$.

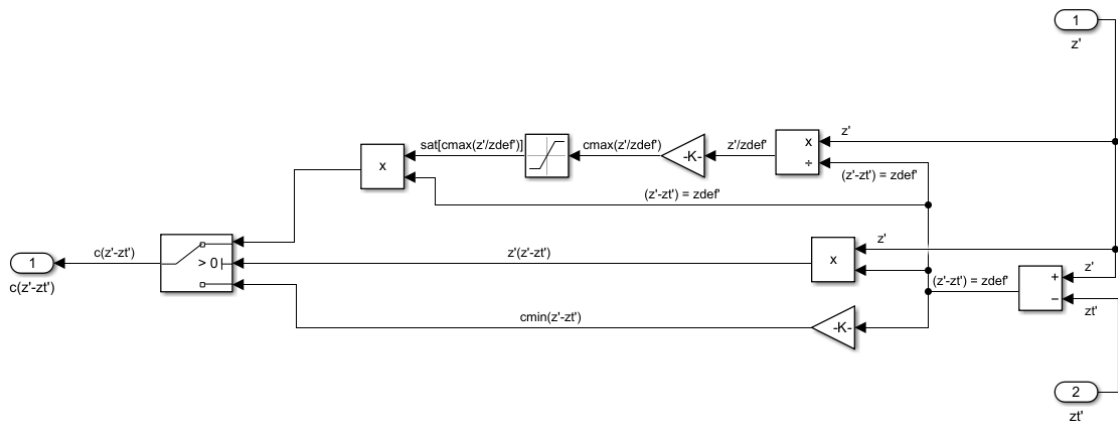


Figura 15: Implementazione Simulink controllore SH Linear

In figura 16 e 17 si osservano i segnali d'uscita ottenuti dall'implementazione del controllo Skyhook continuo.

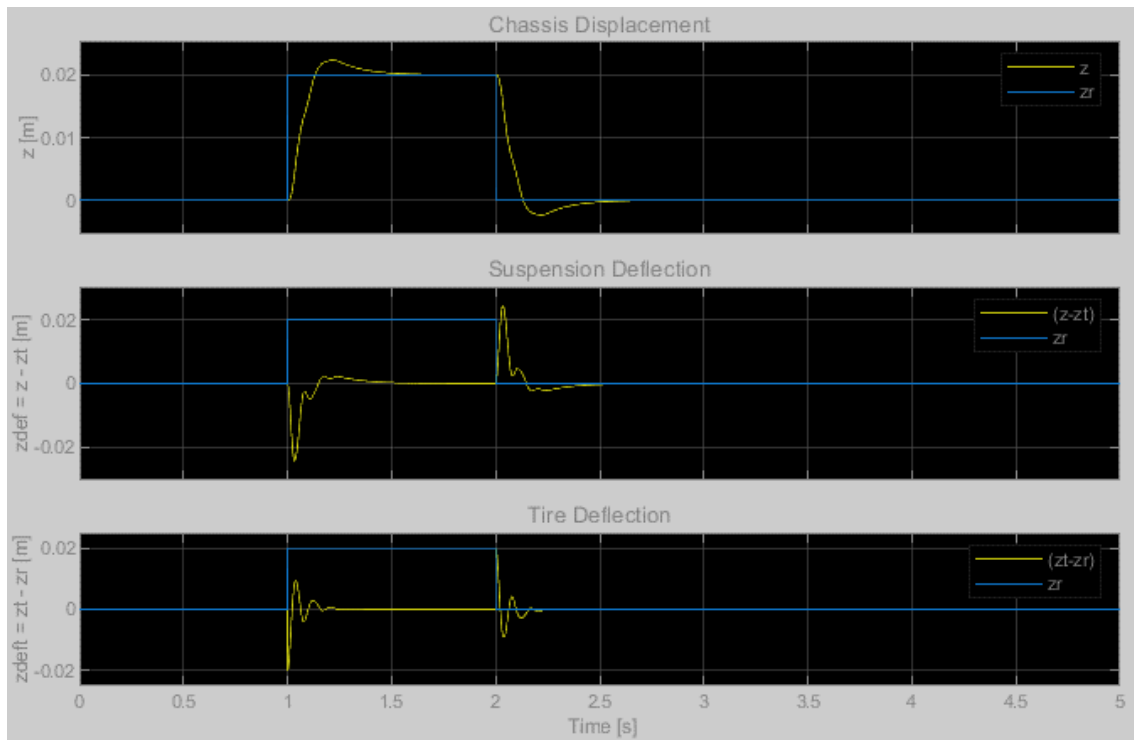


Figura 16: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico SH Linear

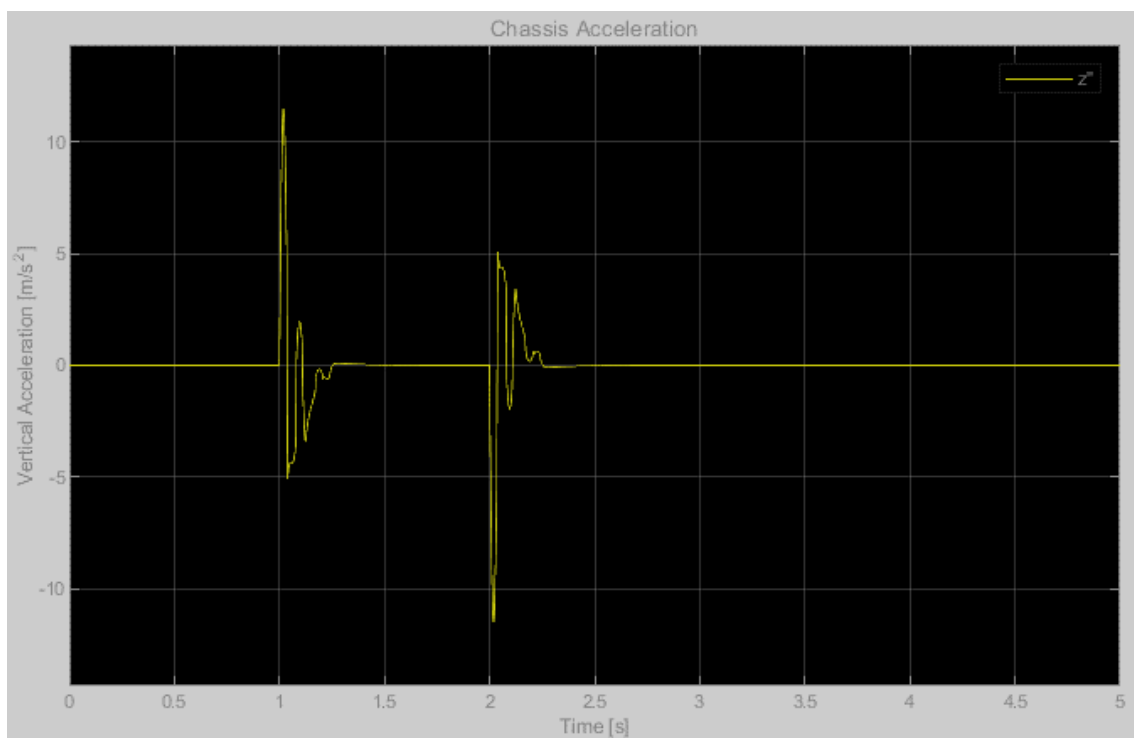


Figura 17: Accelerazione massa sospesa SH Linear

In figura 16 si può vedere come, rispetto al controllo 2-States analizzato precedentemente, il sistema risponde più velocemente alla variazione d'altezza causata dall'ingresso z_r , ma il tempo di assestamento per inseguire il riferimento rimane simile.

È importante sottolineare come, in figura 17, il picco di accelerazione negativo sia stato notevolmente attenuato se confrontato con lo Skyhook discreto; pertanto, questo effetto contribuisce ad aumentare sensibilmente il comfort di guida con il vantaggio di annullare le oscillazioni della massa sospesa e l'accelerazione a cui è sottoposta, in un intervallo di tempo più breve rispetto ad una sospensione che usa c_{min} .

Però, rispetto alla versione a due stati, la tenuta di strada inizia a risentire maggiormente degli effetti dovuti alla minimizzazione dei movimenti e all'accelerazione dello chassis. Infatti, nel grafico intitolato "Tire deflection" ora si può notare un leggero aumento delle sollecitazioni attorno al valore nullo.

Si conclude che lo Skyhook Lineare incrementa notevolmente il comfort di marcia, ma la tenuta risulta ridotta rispetto allo Skyhook a 2 stati.

4.2.3. Implementazione Groundhook 2-States

L'implementazione del controllore per il corretto funzionamento del GH 2-States è molto simile allo SH 2-States, cambia solo che la velocità relativa \dot{z}_{def} viene moltiplicata per la velocità della massa non sospesa \dot{z}_t , e l'ordine delle forze minime e massime in ingresso allo switch viene invertito (figura 18).

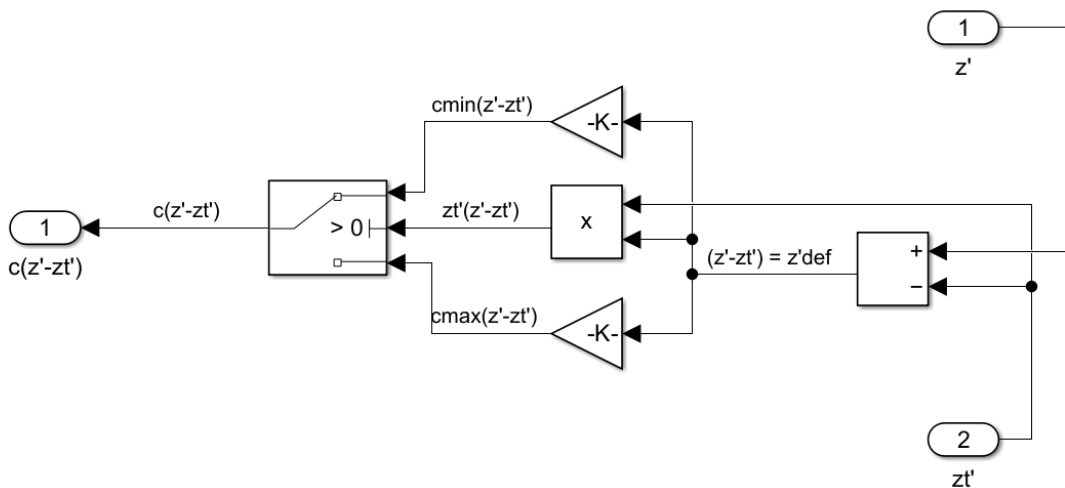


Figura 18: Implementazione Simulink controllore GH 2-States

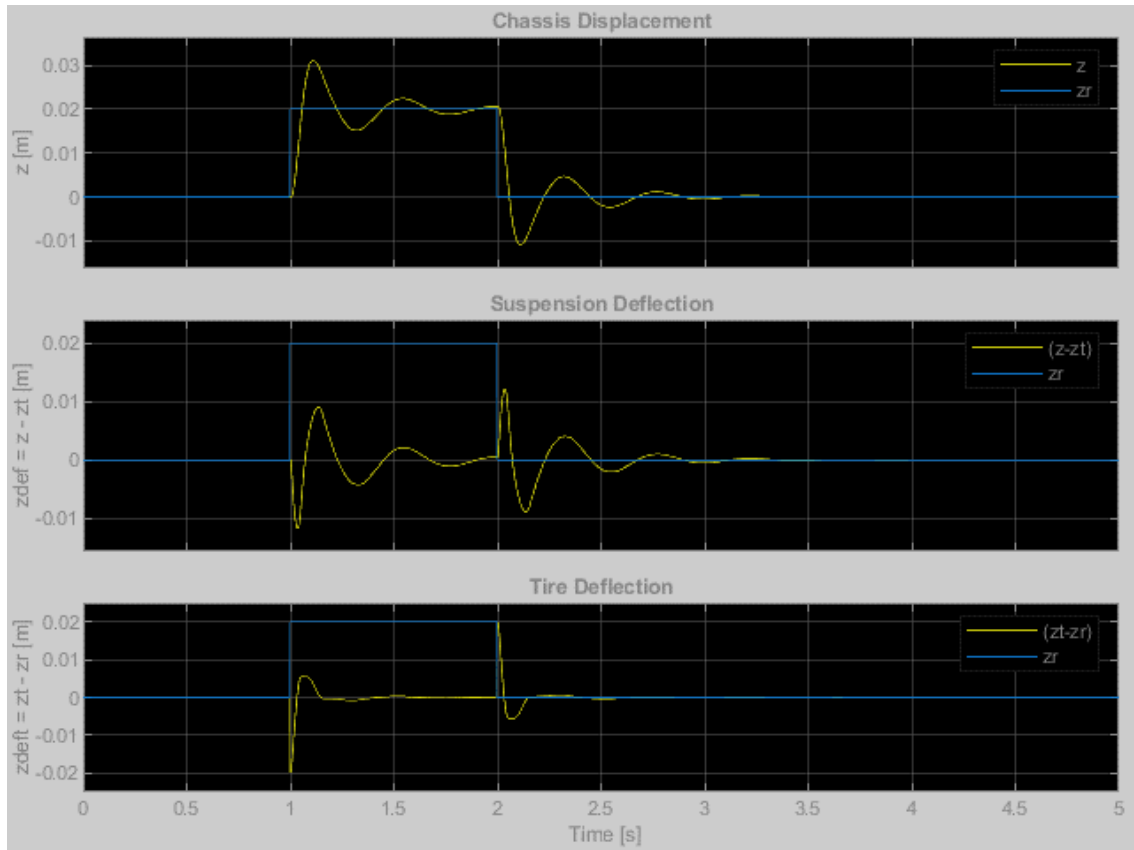


Figura 19: Pos. chassis, def. sospensione, def. pneumatico GH 2-States

In figura 19 si vede che il Groundhook non produce alcun tipo di attenuazione delle oscillazioni trasmesse alla massa sospesa, compromettendo il comfort.

Se si osserva attentamente la sezione “Tire Deflection”, si nota che il GH 2-States presenta una lieve attenuazione del picco rispetto alla configurazione passiva che usa c_{max} . La specifica sulla tenuta di strada risulta soddisfatta, sebbene presenti un tempo di assestamento più lungo e una maggior sollecitazione della sospensione.

4.2.4. Implementazione Groundhook Linear

A differenza di quanto avviene per lo Skyhook lineare con $\alpha = 0$, che migliora ulteriormente il comfort di marcia rispetto alla sua versione discreta, con lo stesso valore del parametro α il Groundhook Linear non migliora l’aderenza con il terreno; anzi, la peggiora. Invece, per $\alpha = 1$, la logica di controllo diventa l’equivalente della versione GH 2-States.

Il motivo per cui tale tecnica è riconosciuta come strategia orientata al road holding è dovuto alla possibilità di regolare $\alpha \in [0, 1]$, in modo che sia possibile avvicinarsi al

comportamento visto per la versione discreta, cercando, al tempo stesso, di limitare la perdita di comfort.

Dato che non si riesce ad ottenere un comportamento migliore rispetto alla variante discreta non viene inserito alcun grafico.

4.3. Confronto strategie Skyhook e Groundhook

Dalle simulazioni effettuate sulle due differenti implementazioni dello Skyhook, si evince come la versione ad approssimazione lineare consente di raggiungere un livello di comfort più elevato.

Le tecniche analizzate, in particolare la 2-States, sono non lineari. Però, a differenza dello SH discreto, che presenta ampiezze differenti in risposta ad un segnale sinusoidale di ampiezza 0.02 m a frequenza fissata, per certe frequenze comprese tra i 0 e i 20 Hz, lo SH ad approssimazione lineare può essere considerato tale dopo un opportuno tempo di assestamento. Infatti, non si verificano deformazioni della forma d'onda per le frequenze d'interesse e il segnale d'uscita risulta proporzionale a quello d'ingresso.

Per visualizzare la risposta in frequenza dei due sistemi semi-attivi occorrerebbe tracciare i diagrammi di Bode, cosa normalmente non possibile per sistemi che non sono LTI.

Avviando una simulazione su Simulink e applicando in ingresso un segnale sinusoidale, che viene di volta in volta aumentato di 1 Hz, dopo aver misurato con i cursori l'ampiezza di picco media del segnale d'uscita, si riesce ad ottenere un comportamento "approssimato" dell'efficacia delle strategie Skyhook.

Per poter mettere a confronto i risultati ottenuti dal sistema, vengono estratti i valori di frequenza e ampiezza (figura 3) per entrambi i coefficienti di smorzamento e inseriti in due relativi vettori; infine, tramite la funzione *semilogx*, vengono plottati.

In figura 20 e 21 vengono messi in evidenza dei fenomeni di distorsione, causati dalla non linearità delle tecniche di controllo per le frequenze ritenute più critiche, rispettivamente per lo SH 2-States e SH Linear. Invece, in figura 22 viene riportata l'approssimazione del diagramma di Bode ottenuto.

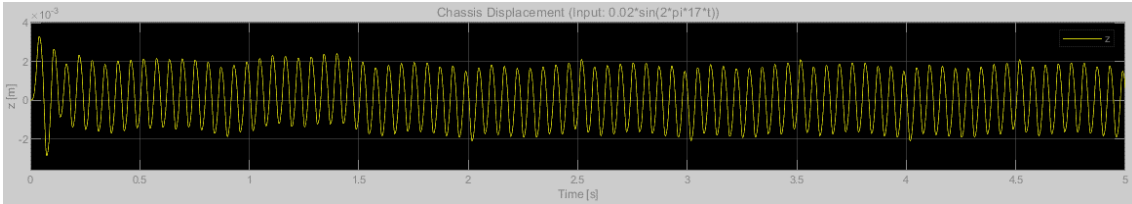


Figura 20: Chassis Displacement SH 2-States con ingresso sinusoidale a 17 Hz

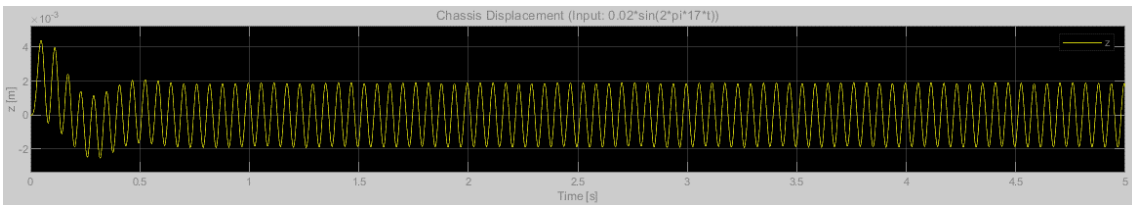


Figura 21: Chassis Displacement SH Linear con ingresso sinusoidale a 17 Hz

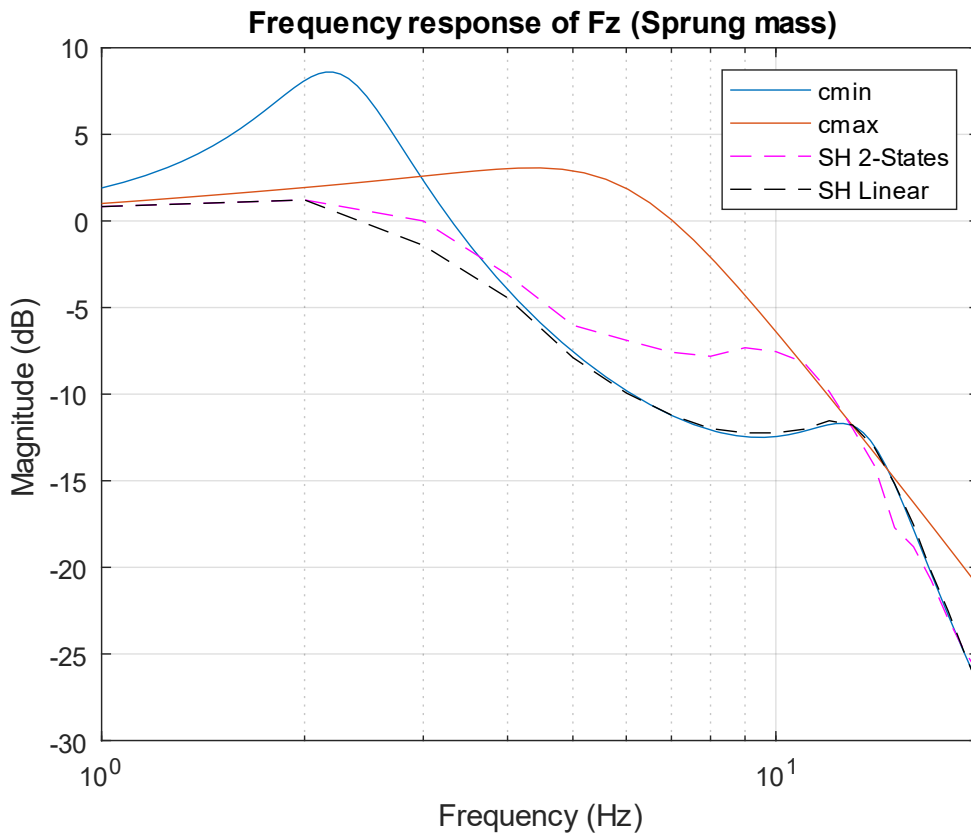


Figura 22: Diagramma di Bode del modulo di $F_Z(s)$

Dal diagramma di Bode ottenuto si osserva come le due strategie di controllo orientate al comfort comportano un miglior isolamento da terra della massa sospesa, riducendo sensibilmente il picco di risonanza per le basse frequenze.

Sebbene il diagramma ottenuto non sia perfettamente rappresentativo della dinamica del sistema, a causa dei fenomeni di non linearità che richiedono tecniche di analisi avanzate per una corretta rappresentazione grafica, si riesce lo stesso ad osservare, anche dal punto di vista della risposta in frequenza, che lo Skyhook Lineare risulta superiore allo Skyhook a due stati, dato che riduce maggiormente l'ampiezza delle sollecitazioni per quasi l'intera banda di frequenze analizzate.

Come si è appena visto per lo Skyhook, anche per il Groundhook valgono considerazioni analoghe, dato che le strategie reali sono non lineari.

Si evidenzia una forte distorsione solo per frequenze minori ai 4 Hz nel GH 2-States. In figura 23 e 24 vengono riportate le uscite del sistema, rispettivamente per controllo a 2 stati e ad approssimazione lineare, in risposta ad un segnale d'ingresso sinusoidale a 2 Hz. In figura 25, invece, viene illustrata la risposta in frequenza "approssimata" per la deformazione dello pneumatico, calcolata come fatto precedentemente.

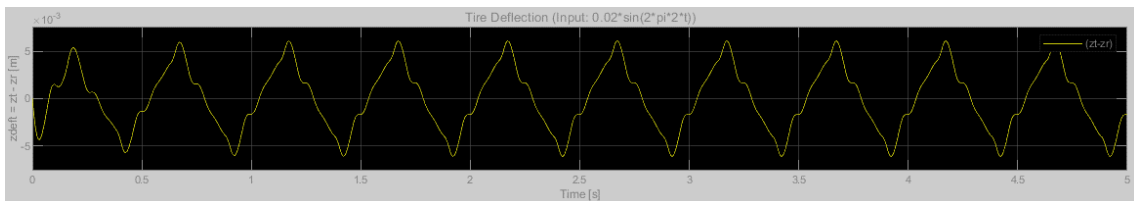


Figura 23: Tire Deflection GH 2-States con ingresso sinusoidale a 2 Hz

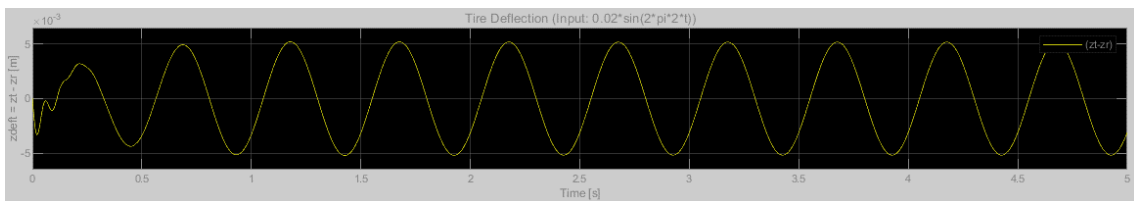


Figura 24: Tire Deflection GH Linear con ingresso sinusoidale a 2 Hz

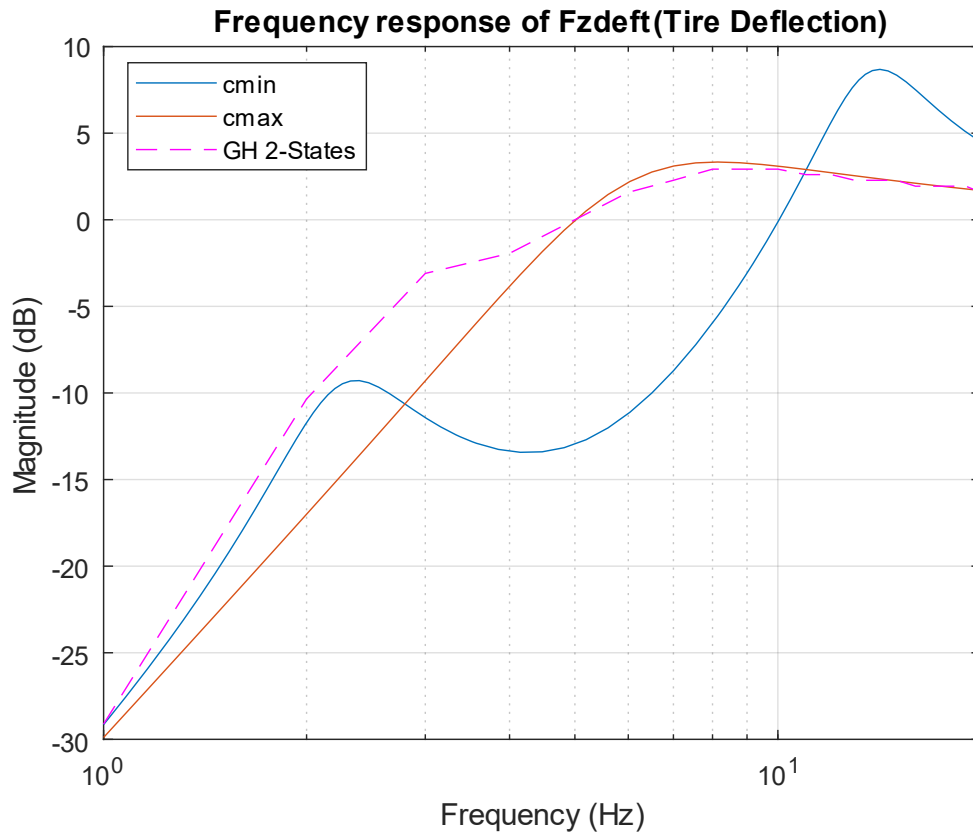


Figura 25: Diagramma di Bode del modulo di F_{zdeflt}

Nel diagramma di Bode viene riportato solo il GH 2-States, dato che tra le tecniche analizzate è quella che garantisce un miglioramento più evidente della tenuta di strada. Tale strategia produce, rispetto alla configurazione passiva, un aumento del modulo fino ai 5 Hz; invece, per frequenze superiori, si può apprezzare un leggero calo dell'ampiezza rispetto al sistema passivo con c_{max} (il migliore per la tenuta). Tale calo risulta un po' più marcato applicando opportune tecniche per la gestione di sistemi non lineari.

5. Conclusioni

Partendo dal modello quarter car e dalle equazioni del sistema, abbiamo visto com'è possibile ricavare le funzioni di trasferimento $F_Z(s)$ e $F_{Z_{def}}$, fondamentali per la definizione e lo studio di comfort di marcia e tenuta di strada.

Dall'analisi in frequenza delle f.d.t per due differenti valori del coefficiente di smorzamento (c_{min} e c_{max}) dell'ammortizzatore, abbiamo riscontrato che con un classico sistema passivo non si riesce ad ottenere un comportamento ottimale, a causa di alcuni fenomeni come le condizioni di risonanza. Per affrontare queste problematiche è necessario controllare e gestire il damping in base alle condizioni stradali, in modo da ottenere lo smorzamento migliore per ogni evenienza.

Per questo motivo è nata l'esigenza di studiare e sviluppare delle tecniche di controllo che cerchino di replicare al meglio il comportamento del modello teorico, generando un aumento delle performance nell'area di interesse; come la predisposizione al comfort per lo Skyhook e alla tenuta di strada per la strategia Groundhook.

Successivamente con Simulink abbiamo simulato il sistema passivo nel dominio del tempo e osservato come delle sospensioni morbide, generalmente, migliorano il comfort grazie alla riduzione dei picchi di accelerazione verticale, ma allo stesso tempo la massa sospesa è soggetta a oscillazioni dovute a fenomeni di risonanza, che impiegano un tempo non trascurabile per essere smorzate; inoltre, lo pneumatico risulta soggetto a fluttuazioni della forza di contatto che rischiano di compromettere la tenuta.

Invece, le sospensioni rigide si comportano al contrario, ovvero tendono a migliorare l'aderenza con il fondo stradale, ma aumentano le sollecitazioni a cui è sottoposto lo chassis.

Con l'implementazione dei controllori che realizzano lo SH, e in particolare con lo SH ad approssimazione lineare che risulta più efficace, abbiamo osservato come i movimenti della massa sospesa vengono limitati quasi istantaneamente, in maniera simile ad una sospensione rigida, ma l'accelerazione resta contenuta quasi come una sospensione morbida.

Si deduce che una tecnica di controllo orientata al comfort, come lo Skyhook, nella prima parte del transitorio mantiene un basso coefficiente di smorzamento per ottenere una

buona azione filtrante (riduce i picchi di accelerazione); invece, nella seconda parte viene utilizzato c_{max} per ridurre il tempo di assestamento.

Per quanto riguarda il Groundhook, si vede nel dominio del tempo che il picco della deformazione è un po' meno accentuato; pertanto, questo migliora la tenuta per la definizione di road-holding.

Infine, per avere un quadro completo dei risultati ottenuti, vengono tracciati i diagrammi di bode per comfort e tenuta. Però, a differenza di un sistema ideale che implementa questi principi, quello reale presenta delle non linearità, che rischiano di generare dei comportamenti imprevedibili che non soddisfano le proprietà di un sistema lineare.

A causa di questi fenomeni non lineari non è possibile tracciare rigorosamente un diagramma di Bode, dato che sarebbe necessario applicare tecniche di analisi avanzate. Comunque, visto che per quasi tutte le frequenze analizzate il comportamento del sistema è sufficientemente lineare, con alcune approssimazioni come il valor medio delle ampiezze nel caso dello SH 2-States, siamo riusciti a tracciare dei diagrammi di Bode abbastanza approssimati delle variabili d'interesse. Abbiamo così dimostrato come il comfort è stato migliorato per tutta la banda esaminata usando il principio Skyhook, e come la tenuta abbia subito un leggero aumento per frequenze superiori ai 5 Hz, inseguendo poi c_{max} per frequenze maggiori di 20 Hz.

Lo studio delle tecniche di controllo è in continuo sviluppo; infatti, ulteriori ricerche hanno portato anche alla realizzazione del sistema Hybrid, che combina i vantaggi visti per le strategie Skyhook e Groundhook.

Tale sistema è descritto dalla seguente logica di controllo:

$$c_{in} = [\alpha c_{sky} + (1 - \alpha)c_{gnd}]$$

dove il parametro α , come visto in precedenza, svolge la funzione di ripartizione percentuale tra le due tecniche. Per $\alpha = 0$ si ottiene un controllo prettamente Groundhook, invece per $\alpha = 1$ si ottiene un controllo puramente Skyhook.

Ulteriori algoritmi come lo SH-ADD, che funziona come Skyhook per smorzare la risonanza di cassa e come ADD per isolare maggiormente la massa sospesa dalle asperità del terreno alle frequenze più alte, e il LPV hanno contribuito al raggiungimento di livelli di comfort e tenuta ancora più alti, dimostrando come le prestazioni possono essere ulteriormente migliorate.

6. Bibliografia e sitografia

- [1] AMA Soliman, MMS Kaldas, “*Semi-active suspension systems from research to mass-market – A review*”, Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2021
- [2] Ansar Mulla, Sudhindra Jalwadi, Deepak Unaune, “*Performance Analysis of Skyhook, Groundhook and Hybrid Control Strategies on Semiactive Suspension System*”, International Journal of Current Engineering and Technology, 2014
- [3] Bilin Aksun Güvenç, Emre Kural, Bülent Keşli, Kemal Gülbudak, Serdar Güngör, Ahmet Kanbolat, “*Semi Active Suspension Control System Development for a Light Commercial Vehicle*”, Automotive Control and Mechatronics Research Center, Department of Mechanical Engineering, İstanbul Technical University, Gümüşsuyu, İstanbul, Turkey, Ford Otosan, Gölcük, Kocaeli, Turkey
- [4] Sergio M. Savaresi, Charles Poussot-Vassal, Cristiano Spelta, Oliver Sename, Luc Dugard, “*Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles*”, Elsevier, 2010
- [5] x-engineer, <https://x-engineer.org/quarter-car-suspension-modeling-simulation/>
- [6] GPOne, https://www.gpone.com/it/2021/11/08/moto-news/come-funzionano-le-sospensioni-attive-e-semi-attive-sulle-moto.html?refresh_ce