



# **UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione**

**Dipartimento di Psicologia Generale**

**Corso di laurea magistrale in Psicologia Clinica dello Sviluppo**

**Tesi di laurea magistrale**

**Percezione della numerosità nella discalculia evolutiva**

**Numerosity perception in developmental dyscalculia**

***Relatore***

Prof. Marco Zorzi

***Correlatrice***

Dott.ssa Serena Dolfi

***Laureanda:*** Elisa Matteucci

***Matricola:*** 2015062

Anno Accademico 2021/2022

## ABSTRACT

I numeri sono parte fondamentale della nostra vita. È stato dimostrato che già dalla nascita siamo capaci di discriminare tra diverse numerosità. La maggior parte della letteratura sostiene che la stima approssimativa di insiemi di grandi dimensioni (estimation) e la quantificazione precisa di insiemi piccoli (subitizing) sono supportate da due sistemi separati, rispettivamente Approximate Number System (ANS) e Object Tracking System (OTS). L'implicazione di questi sistemi nello sviluppo di successive abilità matematiche è tutt'oggi argomento di dibattito. Tale aspetto appare ancora più interessante nella discalculia evolutiva (DD), un disturbo dell'apprendimento che comporta una compromissione delle abilità matematiche, in assenza di deficit neurologici e con quoziente intellettivo nella norma. In letteratura sono emerse opinioni contrastanti sulla compromissione dei sistemi ANS e OTS in individui con discalculia evolutiva: alcuni studi riconoscono un deficit solo in uno dei due sistemi, altri invece in entrambi. Nel presente studio è stato proposto un compito di confronto di numerosità non simboliche, comprese tra 1 e 8, a bambini con discalculia evolutiva e a un gruppo di controllo, tra 8 e 14 anni, per approfondire le capacità di percezione delle numerosità nei due intervalli di numerosità. Nel range di grandi numerosità bambini con discalculia mostrano una performance meno accurata rispetto al gruppo di controllo. Nel range di subitizing, non sono state riscontrate differenze significative tra i due gruppi. Il valore soglia tra i due intervalli risulta consistente tra bambini con discalculia e gruppo di controllo, attraverso l'utilizzo di due metodi diversi: confronti di numerosità adiacenti e bilinear model. Inoltre, all'interno dell'intervallo di grandi numerosità sono state rilevate differenze nei tempi di reazione, che suggeriscono il possibile utilizzo di strategie diverse tra i gruppi nello svolgimento del compito.

# Indice

<i>Introduzione</i> .....	5
CAPITOLO 1 <i>La cognizione numerica</i> .....	8
1.1 <i>I numeri e la cognizione numerica</i> .....	8
1.2 <i>Le origini della cognizione numerica: prime capacità di discriminazione di quantità</i> .....	9
1.3 <i>Subitizing e stima: due diversi sistemi per piccole e grandi numerosità</i> .....	10
1.4 <i>Rappresentazione simbolica e non simbolica della numerosità</i> .....	15
1.5 <i>Correlazione tra abilità simboliche e non simboliche e abilità matematiche</i> .....	18
CAPITOLO 2 <i>La discalculia evolutiva</i> .....	23
2.1 <i>I Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA)</i> .....	23
2.2 <i>La discalculia evolutiva</i> .....	24
2.3 <i>Abilità numeriche di base nella discalculia evolutiva</i> .....	25
2.3.1 <i>Rappresentazione numerica</i> .....	25
2.3.2 <i>Elaborazione di numerosità simboliche</i> .....	27
2.3.3 <i>Capacità di subitizing</i> .....	29
2.4 <i>Abilità dominio generali nella discalculia evolutiva</i> .....	31
CAPITOLO 3 <i>Metodo</i> .....	36
3.1. <i>Obiettivi dello studio</i> .....	36
3.2. <i>Partecipanti</i> .....	37
3.3. <i>Metodo</i> .....	39
3.3.1. <i>Abilità numeriche</i> .....	39

3.3.2. Memoria visuo-spaziale .....	40
3.3.3. Intelligenza.....	41
3.3.4. Match to Sample Task.....	41
3.4. Analisi.....	43
CAPITOLO 4 RISULTATI E DISCUSSIONE.....	45
4.1 Performance generale nel Match to Sample task.....	45
4.2 Performance nei due range .....	48
4.3 Subitizing range.....	50
4.4 Discussione.....	52
4.5 Limiti e direzioni future .....	55
Conclusioni .....	57
Appendice .....	58
BIBLIOGRAFIA .....	61

## *Introduzione*

Nella nostra vita utilizziamo i numeri ogni giorno, per esempio, per programmare attività, gestire il denaro, contare oggetti e dividerli tra più persone. Già nella prima infanzia del bambino, con giochi e filastrocche, si cerca di facilitare lo sviluppo di una competenza numerica di base, necessaria per l'arco della vita (Butterworth, 2005). Le abilità numeriche si sviluppano con la crescita, in cui generalmente interviene anche l'istruzione, nel corso degli anni i ricercatori si sono occupati di studiare come tale maturazione avvenga. Sono state rilevate competenze iniziali già negli animali e nei neonati, che condividono un senso primitivo del numero (Xu & Spelke, 2000; Piazza, 2010). Questa abilità tende a migliorare soprattutto nel primo anno di vita, ma la crescita continua fino all'età adulta (Lipton & Spelke, 2003; Halberda & Feigenson, 2008; Izard et al., 2009). Tali competenze vengono studiate attraverso stimoli simbolici, per esempio i numeri arabi, oppure con stimoli non simbolici, come insiemi di pallini.

In particolare, è possibile stimare con precisione il numero di un insieme di piccoli elementi, una capacità chiamata *subitizing*, mentre la stima di quantità ampie risulta essere approssimata e imprecisa (Kaufman, Lord, Reese & Volkmann, 1949; Jevons, 1871). Per questo, la maggior parte degli studiosi ha evidenziato che piccole e grandi numerosità sono sostenute da due sistemi separati, rispettivamente il sistema di tracciamento degli oggetti (OTS) e il sistema di approssimazione numerica (ANS), anche se questa prospettiva non è condivisa da tutta la letteratura (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004; Piazza, Fumarola, Chinello & Melcher, 2011; Dehaene & Changeux, 1993). Il valore di soglia tra l'elaborazione di piccole e grandi numerosità è ancora oggetto di discussione tra gli studiosi, che lo ritengono variabile e soggetto a differenze individuali (Leibovich-Raveh, Lewis, Al-Rubaiey Kadhim & Ansari, 2018; Decarli, et al. 2020). Tale capacità di elaborare grandezze numeriche potrebbe influenzare lo sviluppo successivo delle capacità matematiche. È stato proposto un collegamento tra abilità numeriche di base e abilità matematiche formali: in particolare, il sistema di approssimazione numerica potrebbe funzionare da base per l'acquisizione di sistemi

numerici simbolici, tuttavia, questo legame è ancora oggetto di dibattito (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman & Germine, 2012, Schneider et al., 2017; Li et al., 2018).

La possibile relazione fra abilità numeriche di base e competenze matematiche diventa ancora più rilevante nel caso di difficoltà nell'ambito della matematica, per capire gli ambiti deficitari e poter intervenire per migliorarli. Si definisce discalculia evolutiva un disturbo dell'apprendimento che comporta deficit nell'elaborazione dei numeri e nell'apprendimento della matematica (APA, 2013). Il deficit maggiore relativo a questo disturbo è argomento di discussione: alcuni autori evidenziano un'importante difficoltà nella rappresentazione delle quantità numeriche (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004; Piazza et al., 2010), altri invece riscontrano le principali difficoltà nell'associazione tra numeri simbolici e il loro significato semantico (Iuculano, Tang, Hall & Butterworth, 2008; De Smedt & Gilmore, 2011). Ulteriori ricerche sottolineano l'importante influenza di difficoltà di tipo dominio generali, relative per esempio alla memoria di lavoro o alla capacità di inibizione (McLean & Hitch, 1999; Morsanyi, van Bers, O'Connor & McCormack, 2018). Molti studi si sono dedicati all'approfondimento del range di subitizing nella discalculia evolutiva, le evidenze risultano contrastanti: secondo un filone di ricerche questo intervallo appare compromesso, altri autori invece non riscontrano deficit all'interno di tale range (Decarli et al., 2020; Schleifer & Landerl, 2011; Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013; Olsson, Östergren & Träff, 2016).

A partire dai precedenti risultati ottenuti in letteratura, il presente studio si è occupato di approfondire le capacità di percezione della numerosità in bambini con discalculia evolutiva, all'interno dei due range di subitizing e stima. A tale scopo, la performance di bambini con discalculia e un gruppo di controllo, comparati per età, intelligenza e abilità visuo-spaziali, è stata esaminata in un compito di discriminazione non simbolica. I partecipanti osservavano nuvole di punti, da 1 a 8, e veniva richiesto loro di giudicare se i due insiemi contenessero lo stesso numero di pallini. Le risposte dei bambini sono state valutate in termini di accuratezza e tempo di reazione. L'obiettivo dello studio consiste nell'approfondire la prestazione dei bambini con discalculia nell'intervallo di subitizing, per capire

se ci sia un deficit relativo a questo sistema, considerando le opinioni contrastanti riscontrate in letteratura. È stato anche indagato il valore di soglia tra i due intervalli di numerosità, per studiare se ci siano differenze tra gruppo con discalculia e gruppo di controllo.

Nel primo capitolo di tale elaborato vengono trattate le prospettive presenti in letteratura sull'elaborazione dei numeri, a partire dalle prime capacità dei neonati, fino all'età adulta, esaminando, inoltre, il collegamento tra tali capacità e le successive abilità matematiche. In particolare, viene analizzata la distinzione tra piccole e grandi numerosità e la loro elaborazione, distinguendo tra subitizing e stima. Il secondo capitolo analizza le suddette capacità nel caso di individui con discalculia evolutiva, indagando i deficit alla base di tale disturbo e gli ambiti maggiormente compromessi. I due capitoli seguenti sono relativi al progetto di ricerca. Il terzo contiene la descrizione del metodo adottato nel presente studio e la procedura utilizzata, vengono inoltre trattate le analisi svolte su dati precedentemente raccolti. Il quarto capitolo riguarda la presentazione dei risultati e la loro discussione, in cui sono messi in relazione i risultati ottenuti con le evidenze riscontrate nella letteratura precedente. Nella parte finale sono affrontati i limiti del presente studio e forniti spunti per ricerche future.

## CAPITOLO 1 *La cognizione numerica*

### *1.1 I numeri e la cognizione numerica*

I numeri sono presenti quotidianamente nella nostra vita. Li utilizziamo, ad esempio, per stabilire appuntamenti con orari e date, trovare una pagina in un libro, gestire il denaro con sconti e resti, scegliere un canale alla televisione (Butterworth, 2005). Il numero può essere inteso in senso astratto, in ambito matematico, per poter svolgere operazioni e calcoli. In questo caso ci si riferisce alla notazione simbolica del numero. Con formato simbolico si intende il simbolo numerico dato da un sistema formale condiviso, come quello dei numeri arabi. Lo sviluppo di competenze simboliche dipende dall'inserimento in una cultura, tramite l'educazione e l'istruzione (Piazza & Eger, 2016). La cultura dell'uomo ha, infatti, favorito lo sviluppo di un sistema avanzato del calcolo, che consente di compiere operazioni complesse e precise (Nieder & Dehaene, 2009).

Dall'altra parte il numero può essere visto come una proprietà che caratterizza un insieme di elementi, chiamata cardinalità. In questo senso il numero viene percepito dall'uomo fin dai primi momenti di vita e anche da alcune specie animali (Xu & Spelke, 2000; Izard, Sann, Spelke & Streri, 2009; Piazza, 2010). La percezione di numerosità è comunemente indagata con l'utilizzo di insiemi di oggetti e chiedendo agli individui di indicare quello che contiene più elementi o invitando i partecipanti a stimare la quantità numerica presentata, senza contare (Piazza, 2010). Gli stimoli generalmente vengono presentati per un breve tempo, per evitare il conteggio (Lyons & Ansari, 2015). Approfondire le abilità numeriche di base, come percezione o discriminazione di numerosità, è utile per conoscere lo sviluppo delle competenze matematiche successive.



## *1.2 Le origini della cognizione numerica: prime capacità di discriminazione di quantità*

Nel corso degli anni i ricercatori si sono occupati di capire come emergono le abilità numeriche. Gli studi che investigano la percezione di numerosità con bambini in età preverbale utilizzano il paradigma di “preferential looking”. In questo tipo di esperimenti vengono mostrati più volte gli stessi stimoli, fino a che il tempo di osservazione del neonato si riduce e si verifica l’abituazione, definita come decremento dell’attenzione in seguito a stimolazioni ripetute (Bornstein & Benasich, 1986). Poi, presentando stimoli nuovi, si può rilevare se i neonati li osservano più a lungo rispetto ai precedenti ai quali erano stati abituati, mostrando così di discriminare i due stimoli. Con questa tecnica è stato dimostrato che neonati di circa 6 mesi riescono a distinguere grandi numerosità e distanti tra loro, come 8 e 16, ma presentano difficoltà per numerosità più vicine tra di loro, per esempio 8 e 12 (Xu & Spelke, 2000). Tali risultati suggeriscono l’esistenza di un primitivo senso del numero nel neonato e mostrano come l’elaborazione numerica precoce sia dipendente dal rapporto tra i numeri. Questa capacità di discriminazione numerica ha un ampio sviluppo durante i primi mesi di vita: è stato osservato che neonati di 9 mesi riescono a distinguere 8 da 12, capacità non presente in neonati di 6 mesi (Lipton & Spelke, 2003).

Nella capacità di considerare la numerosità si inserisce anche la facoltà di distinguere l’aggiunta o la sottrazione di elementi da un insieme. Wynn (1992) nel suo studio ha approfondito queste primitive abilità nei neonati tra 4 e 5 mesi utilizzando il paradigma di “violation of expectation”. Ai neonati veniva mostrata una scena con un pupazzo: dopo averla coperta con un pannello, lo sperimentatore inseriva un altro pupazzo. Quando si abbassava il pannello, poteva esserci un solo pupazzo (situazione inaspettata) oppure due (situazione attesa). La stessa procedura veniva svolta nella condizione di sottrazione. In entrambe le condizioni è stato visto che i neonati osservavano per più tempo la situazione incongruente con l’aspettativa. Si può quindi ipotizzare che i neonati comprendano semplici operazioni di somma (1+1) e di sottrazione (2-1) e per questo si concentrino per più tempo

sulla condizione errata, che non si aspettano. Tale capacità innata potrebbe essere la base per lo sviluppo di successive abilità matematiche più avanzate.

Questa capacità di percezione numerica così precoce non è limitata ad un'unica modalità sensoriale. Gli studiosi hanno mostrato che già i neonati possono comparare stimoli di natura differente. Starkey, Spelke e Gelman (1990), dopo una fase di familiarizzazione, hanno presentato a neonati tra 6 e 9 mesi set di oggetti fotografati, accompagnati da un suono di batteria, che poteva o meno corrispondere alla numerosità degli oggetti. Hanno dimostrato che i neonati sono attratti maggiormente dalle condizioni di corrispondenza per numerosità tra stimoli uditivi e visivi. Izard e colleghi (2009) hanno approfondito tale aspetto, concentrandosi sul diverso rapporto tra le numerosità proposte. Ai neonati venivano mostrati insiemi di punti accompagnati da sequenze di sillabe, di numero uguale o diverso rispetto ai punti. È stato rilevato che, generalmente, i neonati (età media: 49 ore) osservavano per più tempo le condizioni di corrispondenza per numerosità tra stimolo visivo e uditivo. In accordo con gli studi precedentemente descritti, i neonati hanno mostrato di percepire l'incongruenza in caso di numerosità distanti tra loro (es. 4–12 e 8–18), ma non per numerosità più vicine, come 4 e 8.

In conclusione, gli studi appena descritti evidenziano che già i neonati sono capaci di confrontare quantità numeriche distanti fra loro. Tale capacità sembra indipendente dalla modalità sensoriale degli stimoli e mostra di migliorare con lo sviluppo.

### *1.3 Subitizing e stima: due diversi sistemi per piccole e grandi numerosità*

Come visto nel paragrafo precedente, in letteratura è stato dimostrato che la percezione di grandi numerosità dipende dal rapporto tra di esse, già poco dopo la nascita e che questa capacità migliora durante lo sviluppo. Anche gli adulti mostrano una performance collegata alla distanza tra le numerosità: nel discriminare due diverse quantità, all'aumentare della differenza numerica tra gli stimoli da confrontare si osserva una diminuzione dei tempi di reazione e dei tassi di errore. Questo

è conosciuto come effetto distanza: è più facile discriminare grandezze distanti tra di loro, rispetto a grandezze vicine (Moyer & Landauer, 1967). Diversi studi sottolineano infatti come, nel confrontare quantità non simboliche, individui adulti siano più veloci e precisi nei confronti tra numerosità distanti tra loro, rispetto a grandezze più vicine (Sasanguie, Defever, Van den Bussche & Reynvoet, 2011). Questo effetto per quantità non simboliche è stato dimostrato anche da Holloway e Ansari (2009), che hanno misurato tempi di reazione maggiori al diminuire della distanza tra le numerosità comparate. Un'altra caratteristica della discriminazione di numerosità, chiamata effetto grandezza, implica che considerando numeri equidistanti tra loro, la precisione nella discriminazione peggiora all'aumentare del valore dei numeri (Moyer & Landauer, 1967). Queste evidenze suggeriscono che la rappresentazione numerica non sia esatta, ma approssimata, e che la capacità di discriminazione segua la legge di Weber. È stato ipotizzato che tale abilità sia sostenuta da un sistema preverbale, chiamato sistema di approssimazione numerica (Approximate Number System: ANS), specifico per grandi numerosità (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004).

Un modello proposto riguardo alla modalità di rappresentazione delle grandezze numeriche è la linea mentale numerica, in cui i numeri più piccoli si trovano a sinistra e aumentano andando verso destra. Esistono due modelli relativi alla mental number line: uno logaritmico e uno scalare (lineare). Entrambi prevedono una sovrapposizione tra le curve relative alle diverse numerosità. Nel primo, tale sovrapposizione è data da una distanza logaritmica fra numerosità, con variabilità fissa delle curve, nel secondo la variabilità delle curve aumenta al crescere delle numerosità, ma le curve rimangono equidistanti. La variabilità rende più difficili i compiti di discriminazione, coerente con l'idea di rappresentazioni numeriche approssimative e dipendenti dal rapporto tra numerosità (Siegler & Opfer, 2003; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004).

La misura della precisione dell'ANS, acuità numerica, si ottiene tramite la frazione di Weber, considerata come la minima differenza numerica che può essere percepita. Per questo, valori più bassi indicano una maggiore precisione del sistema di approssimazione numerica. Come precedentemente

descritto, un aumento di precisione dell'ANS avviene soprattutto nei primi mesi di vita, ma sembra continuare anche nell'età adulta. Halberda e Feigenson (2008) hanno testato bambini dai 3 ai 6 anni e adulti in un compito di discriminazione: in particolare, ai partecipanti era richiesto di indicare il più numeroso fra due insiemi di elementi in numero compreso tra 2 e 14. Tale studio ha mostrato che la frazione di Weber diminuisce con l'età: gli autori hanno interpretato questo risultato come una conferma dell'aumento della precisione dell'ANS con lo sviluppo. Il minimo rapporto discriminabile alla nascita sembra essere 1:3, a sei mesi 1:2, a nove 2:3, per arrivare a 7:8 a venti anni circa. La maturazione di tale sistema, infatti, non sembra essere completa prima dell'inizio dell'adolescenza (Halberda & Feigenson, 2008; Piazza, 2010).

Mentre la stima di numerosità grandi è approssimata, alcuni studiosi hanno dimostrato che è possibile distinguere facilmente piccole numerosità, da 1 a 4, senza fare errori. Al crescere della numerosità gli errori aumentano in modo proporzionale. Il primo a parlarne è stato Jevons (1871): ha osservato su sé stesso, che gettando dei fagioli, riusciva a fare una stima precisa del numero fino a 4 elementi. Per numerosità più grandi commetteva errori in proporzione al numero dei fagioli (Jevons, 1871). Questa capacità è stata definita *subitizing* da Kaufman e colleghi nel 1949. Con questo termine, gli autori si riferivano alla capacità di stimare la numerosità di un set di stimoli di numero inferiore o uguale a 6, in contrapposizione con il range di numerosità superiori a 6, in cui è possibile fare una stima della quantità proposta, senza contare (*estimation*). Nel range di *subitizing* la stima della numerosità è più accurata e veloce (Kaufman, Lord, Reese & Volkman, 1949). Inoltre, la performance in questo intervallo non sembra dipendere dal rapporto tra le grandezze proposte. Diverse ricerche hanno rilevato maggiore accuratezza nei compiti di confronto per numerosità comprese tra 1 e 4 (Revkin, Piazza, Izard, Cohen & Dehaene, 2008). L'assenza di correlazione tra le performance nei due range ha portato alcuni autori a sostenere l'esistenza di un sistema specifico e dedicato per le piccole numerosità, definito *Object Tracking System (OTS)* (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004).

Prove a favore della separazione tra i due sistemi si ottengono anche da studi che implicano manipolazioni attentive nel tempo e nello spazio, durante compiti di stima numerica. Ad esempio, nello studio di Burr, Turi e Anobile (2010), nella condizione di minore carico attentivo i partecipanti dovevano giudicare quanti elementi avevano osservato, mentre nella condizione di maggiore carico attentivo veniva richiesto anche di prestare attenzione a uno stimolo target. Gli autori hanno osservato che la performance peggiorava con carico attentivo maggiore per le numerosità più basse (subitizing), mentre per le numerosità più alte (estimation) ne dipendeva in misura molto minore. La differenza nell'influenza del carico attentivo permette di ipotizzare che i due processi siano diversi e separati. In linea con i risultati appena presentati, un ulteriore studio (Piazza, Fumarola, Chinello & Melcher, 2011). ha osservato che le differenze individuali nella capacità di subitizing erano strettamente correlate con le differenze individuali nella capacità di memoria di lavoro visiva: questi dati suggeriscono che il subitizing e la memoria di lavoro visuo-spaziale condividano un limite di capacità. Inoltre, nella stessa ricerca le differenze individuali nella stima di numerosità piccole non erano correlate con quelle nelle numerosità grandi: sembra quindi che queste abilità siano sostenute da sistemi diversi.

Inoltre, se entrambi i sistemi si sviluppano nel tempo, per maturazione ed esperienza, la loro traiettoria appare diversa: se, come visto precedentemente, il sistema di stima pare modificarsi anche nell'età adulta, il sistema di subitizing sembra raggiungere la maturazione durante l'infanzia (Decarli et al, 2020). Alcuni ricercatori (Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014) si sono occupati di studiare la percezione di piccole e grandi numerosità in neonati, attraverso stimoli visivi e uditivi, sulla base della procedura utilizzata da Izard e collaboratori (2009). Nel confrontare due numerosità grandi (4 e 12) i neonati preferivano le prove in cui immagini e suoni erano congruenti tra loro per numero. Lo stesso si verificava per le numerosità 3 e 9. Questo invece non avveniva per le numerosità 2-3 e 2-6. Poiché le numerosità 3-9 e 2-6 hanno lo stesso rapporto, ma nel primo caso il compito viene svolto mentre nel secondo no, gli autori hanno ipotizzato che il confine tra piccole e grandi numerosità nel

primo anno di vita sia tra 2 e 3, per poi aumentare con l'età. Anobile, Arrighi e Burr (2019) riconoscono che il valore soglia tra subitizing e stima risulta essere più grande per gli adulti che per i bambini, indipendentemente dalla modalità sensoriale. Nel loro studio venivano presentati insiemi di punti simultanei, oppure sequenze di flash o stimoli uditivi, di numerosità compresa tra 2 e 18, e i partecipanti dovevano indicare la quantità numerica osservata. In tale studio, bambini tra 7 e 11 anni hanno mostrato un limite per il subitizing di 5.26, mentre la stima della soglia fra subitizing ed estimation per gli adulti era 6.30. In più, nei bambini la capacità di subitizing relativa a stimoli uditivi e visivi sequenziali appariva correlata, ma non risultava esserlo per gli adulti. Questo potrebbe suggerire che il sistema di subitizing sequenziale sia inizialmente di tipo sensoriale e separato dal subitizing per stimoli simultanei.

Tuttavia, è importante notare che il valore di soglia tra i due range, ovvero il numero massimo di oggetti che un individuo può enumerare a colpo d'occhio, è un valore indicativo, medio, e si rilevano differenze individuali. Inoltre, la variabilità nelle stime che si ottengono può dipendere anche dai diversi metodi per stabilire il valore di soglia tra i due range (Leibovich-Raveh, Lewis, Al-Rubaiey Kadhim & Ansari, 2018).

L'ipotesi di due sistemi separati per l'elaborazione di piccole e grandi numerosità non è condivisa da tutta la letteratura. Inizialmente, Dehaene e Changeux (1993) sostenevano l'esistenza di un sistema cognitivo alla base della cognizione numerica, che si sviluppa con la crescita e sottende l'elaborazione di piccole e grandi quantità.

In conclusione, nonostante le numerose evidenze a favore di due diversi sistemi per la percezione di piccole e grandi quantità, questi meccanismi rimangono tutt'oggi oggetto di discussione.

#### *1.4 Rappresentazione simbolica e non simbolica della numerosità*

L'uomo utilizza quotidianamente numeri in formato simbolico. È quindi interessante capire se ci sia un collegamento tra la rappresentazione di numeri in formato simbolico e non simbolico e come si sviluppi nell'arco della crescita. Un modello teorico proposto, il modello del triplo codice, prevede tre categorie di rappresentazioni mentali numeriche (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995). La prima è la forma visuo-arabica, che riguarda i numeri rappresentati come stringhe di cifre. La seconda concerne la forma verbale, composta da sequenze di parole. Infine, il terzo tipo riguarda la rappresentazione analogico quantitativa, relativa al significato del numero, che permette di confrontare le numerosità, indicando quantità maggiori o minori attraverso la linea mentale numerica. Secondo questo modello, l'informazione semantica relativa alla quantità rappresentata dai numeri converge in quest'ultima rappresentazione, indipendentemente dal formato simbolico o non simbolico del numero. Secondo gli autori è possibile passare da una rappresentazione all'altra in base alle richieste del compito da svolgere.

Un modello più recente relativo allo sviluppo del concetto del numero è stato proposto da Von Aster e Shalev (2007) ed è articolato in quattro fasi. Il primo livello si riferisce alla rappresentazione della grandezza e della cardinalità. È una capacità innata che fa parte del sistema centrale, permette i processi di subitizing, stima e confronto tra grandezze. Si evolve durante l'infanzia, consente la formazione di un senso di base del numero e la rappresentazione di quantità concrete. Il secondo livello è rappresentato dall'acquisizione verbale del numero, comprende iniziali strategie di conteggio verbale e il suo sviluppo avviene in età prescolare. Il terzo livello implica l'apprendimento del sistema numerico simbolico scritto, che consente lo svolgimento di calcoli scritti. Lo sviluppo di tale capacità si verifica durante la fase scolare ed è favorito dall'insegnamento dei numeri arabi. Il quarto e ultimo passaggio riguarda la creazione di una linea mentale dei numeri: è a questo punto che si introduce il concetto di ordinalità. Tale competenza, che matura anche questa durante l'età scolare, permette di svolgere operazioni approssimative e calcoli a mente.

Come detto in precedenza, poiché le abilità non simboliche sono state riscontrate fin dalla nascita, è stato proposto che possano essere una base per lo sviluppo di abilità simboliche successive. Alcuni autori hanno infatti ipotizzato che le abilità simboliche si sviluppino sulla base di quelle non simboliche (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). A favore di questa ipotesi, è stato mostrato come analoghi effetti di distanza e grandezza osservati per le quantità non simboliche, si riscontrano anche nel confronto di cifre (Moyer & Landauer, 1967). Inoltre, è stata dimostrata l'esistenza dell'effetto della congruenza semantica: confrontando due piccole quantità è più facile e veloce indicare quella minore, considerando invece grandi quantità è più immediato riconoscere quella maggiore (Banks, Fujii & Kayra-Stuart, 1976). Questi due effetti decrescono con l'età, a dimostrazione del fatto che tali processi migliorano con la crescita (Duncan & McFarland, 1980).

Sembra che la rappresentazione numerica e quella dello spazio siano spesso associate, questa tendenza è definita effetto SNARC: Spatial-Numerical Association of Response Codes (Fischer, 2012). Pare, infatti, che le piccole numerosità siano indicate più velocemente con la mano sinistra, mentre le cifre più grandi con la mano destra. È stato confermato anche per compiti e stimoli diversi, in molte popolazioni (Wood, Willmes, Nuerk & Fischer, 2008). Questo effetto richiama la rappresentazione dei numeri su una linea mentale orientata da sinistra a destra, già descritta nel paragrafo precedente (Dehaene, 1992). È stato discusso il tipo di rappresentazione numerica utilizzato per la linea dei numeri e se questo si modifichi con l'età. Siegler e Opfer (2003) hanno testato bambini e adulti con un compito, in cui si chiedeva di stimare la posizione delle cifre proposte su una linea dei numeri, fino a 100 o a 1000 (NP: da numero a posizione), oppure al contrario di indicare il numero che occupava la posizione mostrata (PN: da posizione a numero). È emerso che con lo sviluppo si predilige la rappresentazione scalare rispetto a quella logaritmica: il modello lineare si adattava bene alla performance degli adulti, il modello logaritmico a quella dei bambini di seconda elementare. Si può anche utilizzare uno dei modelli scegliendo quello più appropriato per il contesto: nei compiti NP con linea fino a 100 è stato riscontrato un migliore adattamento della funzione lineare, mentre nei



compiti NP con linea fino a 1000 prevaleva la funzione logaritmica. I modelli che prevedono un'unica modalità di rappresentazione non sembrano essere adatti, ma si presuppone un cambiamento in base all'età e ai compiti (Siegler & Opfer, 2003). Questi risultati suggeriscono che i bambini, come gli adulti, possiedano formati di rappresentazione numerica diversi e che le loro difficoltà nella stima numerica possano derivare dall'utilizzo di un modello logaritmico quando è, invece, necessario un modello lineare.

Altri autori ritengono che l'elaborazione di quantità simboliche e non simboliche sia sostenuta da sistemi separati, che rimangono distinti nel tempo (Lyons, Ansari & Beilock, 2012). Secondo alcuni ricercatori (Hutchison, Ansari, Zheng, De Jesus & Lyons, 2020), se lo sviluppo delle abilità simboliche si basasse su quelle non simboliche dovremmo aspettarci una stretta correlazione tra queste due, ma in realtà non sembra essere così. In particolare, pare che le abilità simboliche possano favorire lo sviluppo di abilità non simboliche, ma non il contrario (Mussolin, Nys, Content & Leybaert, 2014; Matejko & Ansari, 2016). Bambini di 6 anni circa sono stati testati all'inizio dell'anno scolastico, a metà e alla fine, con un compito di confronto di grandezze simboliche e non simboliche. Dalle analisi è risultato che i cambiamenti nelle abilità simboliche e non simboliche erano correlati solo nella prima metà dell'anno. Inoltre, solo i punteggi nei confronti simbolici al tempo 1 prevedevano punteggi simbolici al tempo 2, mentre punteggi simbolici e non simbolici al tempo 2 prevedevano punteggi simbolici al tempo 1: è stato quindi proposto che le prestazioni in ambito simbolico influenzino l'ambito non simbolico, ma non l'opposto (Matejko & Ansari, 2016). Questi risultati suggeriscono che le rappresentazioni simboliche non si sviluppino sulla base di quelle non simboliche, ma al contrario un miglioramento nella comprensione dei formati simbolici potrebbe comportare una maggior precisione nelle rappresentazioni non simboliche.

Una proposta alternativa prevede che il legame tra abilità simboliche e non simboliche sia più stretto all'interno dell'intervallo di subitizing (Hutchison et al., 2020). Questo può essere spiegato dal fatto che piccole numerosità vengono elaborate in modo esatto (Lipton & Spelke, 2004; Revkin et al.,

2008). A bambini tra 4 e 5 anni sono stati proposti compiti di confronto di quantità simboliche e non simboliche, in autunno e nella primavera successiva. È stata riscontrata una relazione significativa tra abilità simboliche e non simboliche, più forte per il range di subitizing. Inoltre, è stato rilevato che le abilità simboliche prevedevano lo sviluppo delle abilità non simboliche sia nel range di piccole numerosità che grandi. Le abilità non simboliche, invece, preannunciavano il cambiamento delle abilità simboliche solo all'interno dell'intervallo di subitizing e non in quello di stima. Da tali risultati è possibile ipotizzare che la relazione bidirezionale tra elaborazione simbolica e non simbolica riguardi principalmente l'intervallo di subitizing (Hutchison et al., 2020).

Riassumendo, in letteratura sono diffuse opinioni contrastanti in merito al legame tra abilità non simboliche e simboliche. Secondo alcuni autori le prime favoriscono lo sviluppo delle seconde, per cui un sistema non simbolico più accurato e preciso facilita lo sviluppo e la maturazione del sistema simbolico. Secondo altri si verifica l'opposto: una maggiore competenza del formato simbolico permette di ottenere una rappresentazione non simbolica più precisa.

### *1.5 Correlazione tra abilità simboliche e non simboliche e abilità matematiche*

Come trattato nel paragrafo precedente, non è ancora certo in che modo il sistema simbolico di rappresentazione del numero e quello non simbolico siano legati tra loro. La capacità di rappresentare in modo preciso le grandezze numeriche potrebbe essere importante per l'apprendimento della matematica. Inoltre, è stato ipotizzato che il sistema di elaborazione di quantità non simboliche sia alla base dello sviluppo di abilità numeriche più avanzate. Se questa ipotesi è corretta, ci attendiamo di trovare una correlazione tra una buona performance in abilità non simboliche e successive abilità matematiche: molte ricerche, infatti, lo confermano (Halberda, Mazocco & Feigenson, 2008; Fazio, Bailey, Thompson & Siegler, 2014; Schneider et al., 2017; Li et al., 2018). Ad esempio, Halberda e collaboratori (2008) hanno considerato l'acuità numerica di partecipanti di 14 anni in relazione con la loro abilità matematica negli anni precedenti. I bambini erano stati testati ogni anno dall'età di 5

anni agli 11, con batterie di test standardizzati (TEMA e WJ-Rcalc), per misurare le abilità matematiche precoci e le capacità di calcolo. L'acuità numerica è stata invece investigata tramite un compito di discriminazione di numerosità. Dallo studio è emerso che la precisione del sistema numerico di approssimazione correlava con la precedente performance nei test svolti dai partecipanti. Per spiegare questi risultati gli autori hanno proposto due interpretazioni. Secondo la prima, le differenze individuali nell'ANS comportano differenze nelle abilità matematiche. Secondo l'altra, l'istruzione formale della matematica va ad aumentare e migliorare la precisione del sistema di approssimazione numerico. Halberda e colleghi (2012) hanno svolto uno studio tramite internet, su partecipanti di età compresa tra 11 e 85 anni, per approfondire il collegamento tra abilità non simboliche e abilità matematiche, rilevando una correlazione tra la precisione della stima della numerosità e le abilità matematiche autoriferite. Questo legame appare stabile nel corso della vita (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman & Germine, 2012). Evidenze simili sono state ottenute anche in altre ricerche (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011b; Libertus, Feigenson & Halberda, 2013). Libertus, Feigenson e Halberda (2013) si sono occupati di approfondire la correlazione tra stima numerica e abilità matematiche con uno studio longitudinale. A bambini in età prescolare è stato somministrato un test per la precisione dell'ANS con quantità non simboliche, e il TEMA-3 per misurare le abilità matematiche. Dopo 6 mesi, sono state ripetute le stesse prove e in più è stato somministrato un questionario per valutare l'attenzione e prove per la memoria. È emerso che solo l'accuratezza e i tempi di reazione nel test di acuità dell'ANS erano correlati con le abilità matematiche. Gli autori hanno così sostenuto l'ipotesi dell'esistenza di un legame tra senso del numero primitivo e abilità matematiche successive. Risultati analoghi sono stati ottenuti da Mazzocco, Halberda e Feigenson (2011b), che hanno riscontrato una correlazione tra ANS nei bambini prescolari e abilità matematiche due anni dopo.

Tuttavia, tale legame è ancora oggetto di dibattito. Diversi studi non sono riusciti a replicare simili correlazioni e propongono l'esistenza di un collegamento mediato da altre abilità. Alcune ricerche hanno evidenziato che il legame tra abilità non simboliche e abilità matematiche potrebbe essere

mediato da funzioni esecutive, come la capacità di inibizione, e non dalla precisione delle rappresentazioni non simboliche (Gilmore et al., 2013). Per esempio, Li e colleghi (2018), in uno studio condotto su bambini tra 4 e 8 anni, hanno riscontrato una relazione indiretta tra abilità non simboliche e matematica, attraverso le abilità simboliche. Tuttavia, una spiegazione di tali risultati contrastanti può derivare dal fatto che negli studi sono considerati compiti simbolici differenti come conteggio, confronto tra numerosità, ordine dei numeri, e range di età diversi (Lyons & Ansari, 2015).

Durante la fase scolare, il miglioramento delle abilità matematiche, come abbiamo visto in precedenza, viene facilitato dal processo di scolarizzazione. Questa intersezione tra sviluppo e istruzione rende più difficile determinare quale sia l'origine dell'accrescimento delle abilità numeriche e matematiche. Per cercare di studiare in modo separato i due processi, sono state investigate le abilità numeriche di una tribù indigena che vive in Brasile, Mundurucù (Piazza, Pica, Izard, Spelke & Dehaene, 2013). Tale popolazione non presenta un lessico sviluppato per l'ambito aritmetico e nemmeno un sistema simbolico, e solo negli ultimi anni ha avuto accesso a programmi educativi, anche se non accessibili a tutti gli individui. In un compito di discriminazione di numerosità, è stato osservato che i partecipanti che avevano ricevuto un'istruzione mostravano una minore acuità numerica rispetto a quella dei partecipanti non istruiti e simile a quella di adulti italiani istruiti. Nelle società industrializzate, in cui l'istruzione è rivolta a tutti gli individui, è più complesso studiare lo sviluppo delle abilità matematiche, perché non si può scindere il contributo dovuto alla scolarizzazione dalla maturazione per la crescita: si riscontra un ampio miglioramento iniziale nell'ANS, derivato dallo sviluppo e poi un cambiamento più ridotto negli anni successivi, quest'ultimo probabilmente è dato dall'istruzione formale, negli individui non istruiti infatti non si registra. Abbiamo visto che bambini molto piccoli sono capaci di rappresentare in modo preciso piccole quantità numeriche e in modo approssimativo grandi numerosità. L'istruzione dovrebbe, appunto, migliorare le capacità di rappresentazione numerica. Obersteiner, Reiss e Ufer (2013) hanno considerato due approcci educativi diversi: il primo mira ad enfatizzare il significato preciso dei

numeri, l'altro lavora sul significato approssimativo. Si sono occupati di indagare come queste diverse modalità di istruzione, sviluppate tramite un gioco al computer, possano influenzare le rappresentazioni mentali dei numeri. Per i compiti basati sul sistema approssimativo, come confronto tra quantità, stima e calcolo approssimativo, il miglioramento è stato rilevato solo in individui che avevano ricevuto un training approssimativo, viceversa un miglioramento nel sistema esatto, per esempio stimare piccole quantità numeriche, si verificava in seguito a un training in questo specifico ambito. Entrambi gli aspetti devono, quindi, essere affrontati per ottenere un cambiamento.

Allo scopo di delineare un quadro più completo degli studi inerenti al legame tra abilità simboliche e non simboliche e matematica, sono state condotte metanalisi, che consentono di approfondire le prospettive presenti in letteratura. Fazio e il suo gruppo di ricerca (2014), nella loro metanalisi hanno riscontrato una debole relazione tra quantità non simboliche e matematica, che risultava più forte al di sotto dei 6 anni. Tali risultati suggeriscono che l'istruzione formale possa influenzare il legame tra abilità non simboliche e matematica: la relazione appare infatti più stretta prima che venga ricevuto un insegnamento. Inoltre, nel loro studio, hanno valutato la performance di bambini di quinta elementare in diversi compiti, quali linea numerica, confronti di numerosità e stima con quantità simboliche, non simboliche, numeri interi e frazionari. Le prestazioni in tutti i compiti simbolici erano correlate con i risultati in matematica ed è stata rilevata una relazione anche per alcuni compiti non simbolici, come confronto di quantità, ma più debole. Non è stata riconosciuta nessuna correlazione significativa tra compiti simbolici e non simbolici. Gli autori ipotizzano che la conoscenza di grandezze simboliche sia indipendente da quella di grandezze non simboliche, ma che entrambe contribuiscano allo sviluppo di competenze matematiche (Fazio, Bailey, Thompson & Siegler, 2014). Schneider e collaboratori (2017) hanno condotto una metanalisi per indagare la correlazione tra abilità matematiche e rispettivamente capacità di elaborazione di grandezze simboliche e non simboliche, individuando una maggiore associazione tra abilità simboliche e abilità matematiche, rispetto ad abilità non simboliche. Considerando che la competenza matematica richiede consapevolezza di un

sistema simbolico, come quello dei numeri arabi, tale risultato sembra essere in linea con questo aspetto.

Altri autori hanno esaminato il range di subitizing, per capire il legame con le abilità numeriche successive. Anobile, Arrighi e Burr (2019) hanno coinvolto nel loro studio adulti e bambini, che sono stati sottoposti a prove di stima numerica e a compiti di abilità semantiche e addizioni mentali. Dai risultati emerge che l'abilità di subitizing non risultava correlata con i punteggi matematici, suggerendo quindi l'assenza di correlazione tra range di subitizing e abilità matematiche.

In conclusione, dagli studi presentati si rileva una buona condivisione in letteratura sull'esistenza di una correlazione tra capacità di discriminazione di grandezze simboliche e abilità matematiche. Il legame delle abilità matematiche con le capacità relative a numerosità non simboliche generalmente appare più debole ma tale relazione sembra essere più consistente nei primi anni di istruzione. È discusso il ruolo del range di subitizing nel legame con le abilità numeriche.

## CAPITOLO 2 *La discalculia evolutiva*

### *2.1 I Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA)*

I disturbi specifici dell'apprendimento (DSA) nel DSM 5 sono inseriti tra i disturbi del neurosviluppo (APA, 2013). Hanno una base biologica comune, che comprende aspetti genetici, epigenetici e fattori ambientali. Individui che presentano disturbi specifici dell'apprendimento riportano difficoltà nell'acquisizione di competenze accademiche e una performance scolastica inferiore rispetto alla media attesa per l'età. Nella maggior parte dei bambini le difficoltà sono evidenti fin dai primi anni di scuola. In alcuni casi si manifestano successivamente, quando le richieste scolastiche sono maggiori e superano le capacità dell'alunno. Sono definiti disturbi specifici per quattro motivi: non sono attribuibili a difficoltà intellettive; non derivano da fattori generali, come svantaggio economico o mancanza d'istruzione; non sono attribuibili a danni neurologici, motori, disturbi della vista o dell'udito. Infine, le difficoltà possono essere limitate ad un unico dominio. Il disturbo può riguardare difficoltà nella lettura: in questo caso si parla di dislessia. Quando le difficoltà coinvolgono l'ambito della matematica si definisce discalculia. Sono stati riconosciuti tre livelli di gravità: lieve, moderato, severo. Per poter arrivare alla diagnosi è necessaria una valutazione completa, che comprenda la storia medica, evolutiva, familiare dell'individuo, la storia del disturbo e il suo impatto sulla quotidianità del soggetto. Sono disturbi generalmente più frequenti nei maschi che nelle femmine, in rapporto che varia tra 2:1 e 3:1. I disturbi specifici dell'apprendimento possono provocare conseguenze negative sulla vita dell'individuo. Si associano, infatti, spesso a basso rendimento scolastico, maggiore probabilità di abbandono degli studi, maggiori livelli di disagio psicologico e tassi di disoccupazione più elevati (APA, 2013).

## 2.2 *La discalculia evolutiva*

La discalculia evolutiva (Developmental Dyscalculia, DD) è caratterizzata da abilità aritmetiche marcatamente inferiori al livello atteso per l'età dei bambini. Le capacità intellettive sono adeguate, lo sviluppo neurologico è appropriato e le difficoltà compaiono nonostante siano garantite favorevoli opportunità scolastiche. I bambini con discalculia presentano deficit nella comprensione della relazione tra numeri e quantità, difficoltà nel conteggio e nel confronto tra grandezze o numeri, deficit nella stima di insiemi di elementi e nel posizionamento di quantità sulla linea numerica. Si riscontra una difficoltà nel recupero di fatti matematici, come le tabelline, in cui i risultati possono essere richiamati alla memoria senza dover essere calcolati ogni volta (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Haberstroh & Schulte-Körne, 2019).

In letteratura sono stati usati termini diversi per riferirsi a questo disturbo, con variabilità anche nelle diverse definizioni. Questi termini comprendono: disabilità dell'apprendimento matematico (MLD), difficoltà di calcolo o disabilità aritmetiche. Generalmente negli studi i suddetti termini vengono utilizzati come sinonimi. La prevalenza della DD varia dal 3% al 6%, fino a un picco del 20%, a seconda dei criteri di riferimento utilizzati nelle ricerche (Castaldi, Piazza & Iuculano, 2020). Nella valutazione diagnostica della discalculia vengono, infatti, usate diverse procedure, criteri e test. Una diagnosi corretta dovrebbe considerare prove di abilità aritmetiche curriculari, per avere un quadro delle difficoltà scolastiche, ma anche prove neuropsicologiche, per ottenere una visione più completa del disturbo (Kaufmann & von Aster, 2012). I criteri utilizzati per individuare ciò che differisce dalla norma sono vari. Alcuni studi si basano sull'individuazione di performance inferiori rispetto a ciò che ci si aspetterebbe in base al QI, considerando la differenza in deviazioni standard. Altri definiscono la DD sul grado di compromissione della matematica, in base a cutoff di test standardizzati: questi valori variano da punteggi al di sotto del 3° percentile a punteggi inferiori al 25° percentile. Un altro criterio utilizzato riguarda considerare il divario tra grado scolastico e rendimento: viene individuata discalculia in bambini che hanno una performance scolastica pari o



inferiore a quella di bambini di 2 anni più giovani. Un ulteriore metodo riconosce bambini con DD come resistenti all'intervento in ambito matematico (Shalev & von Aster, 2008; Devine, Soltész, Nobes, Goswami & Szűcs, 2013). La differenza nelle stime di prevalenza della DD può quindi derivare dall'assenza di consenso e di definizione dei criteri per i diversi strumenti utilizzati.

## 2.3 *Abilità numeriche di base nella discalculia evolutiva*

### 2.3.1 *Rappresentazione numerica*

In letteratura sembra esserci poca condivisione sulle origini della discalculia. Alcuni ricercatori ritengono che questo disturbo sia caratterizzato da una compromissione della rappresentazione centrale delle quantità numeriche (Piazza et al., 2010). Questa prospettiva è supportata da studi che hanno evidenziato in individui con DD una ridotta acuità numerica. Nella ricerca condotta da Piazza e colleghi (2010) sono stati testati individui sani in tre fasce d'età (scuola dell'infanzia, età scolare, adulti), confrontati con soggetti con discalculia. Ai partecipanti venivano mostrati insiemi di elementi ed era richiesto di indicare quello più numeroso. È stato osservato che, nonostante tempi di reazione comparabili fra bambini con e senza discalculia, la performance dei bambini con DD risultava molto meno accurata. In particolare, potendo confrontare le due traiettorie dell'acuità numerica, di gruppo tipico e gruppo con discalculia, è stato osservato che il secondo presentava un ritardo di circa 5 anni. Con l'analisi dei test somministrati per la discalculia è inoltre emerso che la scarsa acuità numerica si rifletteva nelle capacità di calcolo simbolico. Questi dati suggeriscono la presenza di una compromissione al sistema numerico di base. Mazzocco, Feigenson e Halberda (2011a) hanno ottenuto risultati in linea con quelli appena descritti. Hanno considerato partecipanti di 14 e 15 anni, che avevano partecipato a uno studio longitudinale, in cui in tutti gli anni sono state misurate capacità matematiche e abilità cognitive generali, come abilità percettive, memoria, velocità di recupero lessicale. È stato poi proposto un compito per valutare la capacità di discriminazione di quantità non simboliche e un'attività di stima numerica. Bambini con difficoltà matematiche hanno mostrato un

ANS meno preciso rispetto al gruppo di controllo e tale deficit nella performance non risultava collegato ad abilità cognitive generali. Tali evidenze suggeriscono che bambini con DD presentano un deficit specifico, relativo al sistema dell'ANS.

Numerosi altri studi riportano che i bambini con difficoltà matematiche hanno capacità di confronto simbolico e non simbolico significativamente più deboli rispetto ai bambini a sviluppo tipico. Per esempio, sono stati esaminati i confronti numerici con vari formati simbolici e non simbolici, su bambini di 10 e 11 anni (Mussolin, Mejias & Noël, 2010). Gli studiosi, in questo caso, hanno rilevato un effetto di distanza numerica più ripido per i bambini con DD, che indica una maggiore difficoltà nel confrontare quantità, simboliche e non simboliche, vicine tra loro. Questo suggerisce che i bambini con DD potrebbero essere meno precisi nella rappresentazione sulla linea mentale. Nel presente studio i tempi di risposta erano comparabili tra bambini con discalculia evolutiva e gruppo di controllo. Altri studi, che considerano bambini più piccoli, invece, riscontrano differenze tra i due gruppi anche nei tempi di reazione: è stato quindi proposto che con la crescita e con l'istruzione le differenze tra i due campioni possano assottigliarsi (Kucian et al., 2006; Rousselle & Noël, 2007). Ulteriori ricerche sottolineano la presenza nei bambini con discalculia di deficit nell'ambito delle abilità simboliche e non simboliche (Landerl, Fussenegger, Moll & Willburger, 2009). Altri ricercatori hanno utilizzato compiti sperimentali di stima di insiemi di punti e, viceversa, di produzione di insiemi di punti pari al numero arabo mostrato, rivolti a bambini di quarta elementare (Mejias, Mussolin, Rousselle, Grégoire & Noël, 2012). Hanno riscontrato che i partecipanti con difficoltà matematiche producevano stime meno accurate, in tutte le prove, rispetto al gruppo di controllo.

In conclusione, gli studi presentati supportano l'ipotesi di una difficoltà nella rappresentazione approssimativa della grandezza dei numeri nei bambini con DD.

### *2.3.2 Elaborazione di numerosità simboliche*

Altri ricercatori hanno ipotizzato che alla base della discalculia ci sia un deficit nella formazione dell'associazione tra i numeri simbolici e il loro significato semantico. Questa idea è stata proposta da Rousselle e Noël (2007), che hanno testato bambini di seconda elementare con un'attività di confronto di numeri arabi, in cui era richiesto di mettere in relazione simbolo con significato, e con un'attività di confronto di quantità non simboliche. I bambini con difficoltà matematiche erano più lenti e meno accurati rispetto ai controlli nel compito di confronto di numeri arabi, mentre non sono state rilevate differenze nel confronto non simbolico. Questi dati suggeriscono che nei bambini con DD ci sia una difficoltà di accesso alle informazioni simboliche e contrastano con l'ipotesi di un deficit generale di elaborazione della numerosità. Risultati congruenti sono stati ottenuti da altri autori (Iuculano, Tang, Hall & Butterworth, 2008), che hanno confrontato bambini con discalculia o bassa capacità di calcolo e bambini a sviluppo tipico tra 8 e 9 anni. Nel loro studio, i partecipanti sono stati sottoposti a prove di enumerazione di punti, confronti tra numerosità, addizione e sottrazione, con quantità simboliche e non simboliche. Il gruppo di bambini con difficoltà matematiche aveva una performance nettamente inferiore rispetto al gruppo di controllo nel confronto di numeri simbolici, mentre i compiti non simbolici non risultavano compromessi: questi risultati propongono una possibile difficoltà nell'interpretare i simboli numerici e un preservato concetto del numero di base. Anche altri ricercatori hanno sostenuto questa ipotesi. Nello studio condotto da De Smedt e Gilmore (2011) sono stati coinvolti bambini di prima elementare. È stato valutato il rendimento in matematica tramite un test standardizzato. Le prove sperimentali consistevano in addizione approssimativa, confronto di grandezze e identificazione dei numeri, condotti con stimoli simbolici o non simbolici. Gli autori hanno evidenziato che i bambini con difficoltà matematiche mostravano minore accuratezza e tempi di reazione più ampi rispetto al gruppo di controllo in compiti simbolici, mentre per grandezze non simboliche non è stato rilevato questo deficit. Tali evidenze suggeriscono carenze in bambini con discalculia nell'accedere alle informazioni sulla grandezza numerica.

Diversi studi hanno esaminato le difficoltà in compiti di number line estimation in bambini con discalculia. Lo studio di Sella e colleghi (2013) ha evidenziato che bambini tra 8 e 13 anni con DD mostravano una performance più scarsa rispetto al gruppo di controllo: risultavano meno precisi nel posizionare le cifre su una linea numerica da 0 a 1000, mentre i tempi di reazione erano comparabili. L'accuratezza era paragonabile a quella di bambini con 3 o 4 anni in meno. Per quanto riguarda il modello utilizzato per la rappresentazione, la prestazione della maggior parte del gruppo di controllo era spiegata meglio dal modello lineare, mentre per i bambini con discalculia nella linea numerica da 0 a 1000 sembrava essere più adatto il modello logaritmico, invece per quella fino a 100 la prestazione era intermedia tra i due modelli. Questi risultati supportano l'esistenza di una difficoltà nella rappresentazione simbolica in bambini con DD, che sembra basata su un sistema immaturo e logaritmico. Altri ricercatori si sono chiesti se questo deficit fosse relativo alla linea numerica in sé, oppure limitato a quantità simboliche. A tale scopo, Lafay, St-Pierre e Macoir (2017) hanno analizzato l'integrità della linea mentale numerica in bambini di 8 o 9 anni con discalculia. In tale studio è emerso che i bambini con DD non avevano problemi nel posizionare quantità non simboliche sulla linea numerica, mentre trovavano difficoltà nel posizionare numeri simbolici. Il deficit sembra essere limitato quindi all'aspetto simbolico.

In conclusione, molte ricerche riconoscono come deficit centrale della discalculia una difficoltà di accesso al significato semantico di numeri simbolici. Studi che si focalizzano sulla rappresentazione del numero sulla linea mentale supportano questa ipotesi, rilevando difficoltà solo in ambito simbolico e un sistema non simbolico intatto.

### 2.3.3 *Capacità di subitizing*

I ricercatori negli anni hanno approfondito la capacità di subitizing nei bambini con discalculia. Le evidenze proposte sono molto contrastanti. Alcuni studi rilevano che la performance nell'intervallo di subitizing non sembra compromessa. Per esempio, Decarli e colleghi hanno indagato se bambini tra 8 e 11 anni con DD presentano un deficit nell'elaborazione di grandi insiemi non numerabili (ANS) e/o piccoli insiemi numerabili (OTS, subitizing). Nei compiti di confronto simbolico e non simbolico i bambini con discalculia mostravano minore accuratezza, accompagnata da maggiore difficoltà nel confrontare numeri vicini tra loro. I risultati ottenuti supportano l'esistenza di un deficit nell'ANS nei bambini con discalculia. Gli autori, per spiegare questo dato hanno ipotizzato che le rappresentazioni interne delle numerosità potrebbero essere meno precise. In linea, in un compito di enumerazione i bambini con DD hanno mostrato una performance inferiore rispetto al gruppo di controllo nel range di numerosità fra 4 e 8. Non sono state riscontrate, invece, differenze tra gruppo di controllo e DD all'interno dell'intervallo di subitizing, individuato con numerosità comprese tra 1 e 3. Tali risultati supportano l'esistenza di una separazione tra ANS e subitizing e suggeriscono una differenza tra i due meccanismi di rappresentazione numerica, questo implica che i deficit nella discalculia possano riguardare solo uno dei due sistemi (Decarli et al., 2020). In uno studio di altri autori su questo tema hanno partecipato adolescenti tra 13 e 16 anni. Venivano presentati dei quadrati, da 1 a 9, e il partecipante doveva indicare il numero osservato. È stata rilevata una differenza significativa tra il gruppo DD e il gruppo di controllo nella prestazione per le numerosità più grandi: i ragazzi con discalculia si sono mostrati meno accurati e più lenti nello svolgere il compito. Nell'intervallo di subitizing i due gruppi hanno mostrato una performance comparabile (Ceulemans et al., 2014).

Al contrario, altre ricerche individuano un deficit nel range di subitizing per i bambini con discalculia, e non nel range di stima. Nel loro studio, Schleifer e Landerl (2011) hanno selezionato bambini tra 8 e 10 anni. Nel compito sperimentale venivano mostrati insiemi di pallini ed era richiesto di contarli

ed indicare il numero esatto, nel minor tempo possibile. È stata confermata la differenza tra i processi di subitizing e conteggio: infatti è risultato che gli errori erano rari per le piccole numerosità e aumentavano al crescere delle grandezze proposte. Dalle analisi è stato individuato come valore soglia tra subitizing e conteggio il numero 3. I bambini con discalculia avevano pendenze più ripide rispetto al gruppo di controllo nei tempi di reazione nell'intervallo di subitizing, mentre nel range di conteggio le pendenze erano comparabili tra i gruppi: questo suggerisce che individui con discalculia potrebbero aver bisogno del conteggio anche per piccole numerosità. Ulteriori ricerche hanno esaminato il range di subitizing (Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013). A bambini di circa 9 anni sono stati presentati insiemi di punti in posizione canonica (come nel dado) oppure casuale, ed era richiesto di indicare il numero osservato. Nel range di subitizing (numeri da 1 a 4) il gruppo DD si è mostrato meno accurato rispetto al gruppo di controllo: all'aumentare del numero di punti la precisione diminuiva e i tempi di reazione aumentavano. In generale, la performance era peggiore per i punti disposti in modo casuale rispetto alla disposizione canonica. Nel gruppo di controllo la performance era comparabile tra le numerosità, mentre i bambini con DD avevano una performance peggiore per le numerosità 3 e 4, rispetto a 1 e 2: il range di subitizing potrebbe essere quindi ridotto rispetto ai controlli. Secondo gli autori la percezione di numerosità nell'intervallo di subitizing consiste nel riconoscimento di uno schema, e lo stesso si verifica per la stima di punti in posizione canonica: un deficit simile nei due compiti per i DD può suggerire che i due processi si basino su uno stesso meccanismo cognitivo.

Altri ricercatori, invece, hanno evidenziato deficit in entrambi i sistemi, per piccole e grandi numerosità, nei bambini con discalculia. Per esempio, Olsson, Östergren e Träff (2016) hanno considerato bambini di terza elementare. I compiti sperimentali comprendevano confronti simbolici e non simbolici e conteggio. Dai risultati è emerso che i bambini con DD nei confronti non simbolici erano meno precisi rispetto ai controlli. Nei compiti simbolici i bambini DD sembravano essere più influenzati dalla grandezza e dalla distanza tra i numeri nei confronti a una cifra. Inoltre, i bambini

con DD hanno mostrato pendenze maggiori per i tempi di reazione per le numerosità comprese tra 1 e 4, ma non per i numeri fino a 3: questo dato ha portato gli autori ad ipotizzare un range di subitizing più ristretto, dato che per il gruppo di controllo la differenza nella prestazione si evidenziava soprattutto tra le numerosità 4 e 5. Queste evidenze suggeriscono che sia il sistema di approssimazione numerica che quello di subitizing siano deficitari nei bambini con discalculia evolutiva.

Da questi articoli proposti è chiaro come in letteratura ci sia una variabilità di prospettive nell'individuare l'origine della discalculia. Alcuni ricercatori sottolineano la presenza di un deficit specifico del senso del numero, altri riconoscono una difficoltà nell'associazione tra numeri e significato semantico. Gli studiosi che si sono concentrati sulla differenza di elaborazione di piccole e grandi quantità hanno presentato risultati contrastanti.

#### *2.4 Abilità dominio generali nella discalculia evolutiva*

Nell'apprendimento della matematica intervengono molte abilità diverse, come memoria di lavoro, attenzione, funzioni esecutive (Szucs, Devine, Soltesz, Nobes & Gabriel, 2013; Morsanyi, van Bers, O'Connor & McCormack, 2018). Difficoltà in queste funzioni dominio generali potrebbero contribuire a un rallentamento nell'apprendimento della matematica. Secondo un'ulteriore prospettiva, rispetto alle precedenti, deficit dominio generali potrebbero costituire una base per lo sviluppo della discalculia evolutiva. Alcuni ricercatori si sono concentrati sulla memoria di lavoro, che permette di tenere a mente informazioni rilevanti mentre siamo impegnati in altre attività mentali. Inoltre, consente di filtrare le informazioni irrilevanti durante lo svolgimento di un compito. McLean e Hitch (1999) hanno valutato la memoria di lavoro in bambini a sviluppo tipico e con difficoltà matematiche tra 7 e 9 anni. In una prova i bambini dovevano collegare in ordine numeri dal minore al maggiore e lettere in ordine alfabetico, alternando numeri e lettere (Trails Written, Trails Verbal, Trails Color). Un'altra prova era il compito di Corsi, in cui lo sperimentatore toccava dei blocchetti

in sequenza e si chiedeva al partecipante di ripeterla, valutando il numero massimo di cubetti che riusciva a ricordare. È emerso che i bambini con difficoltà matematiche presentavano performance deficitarie in compiti relativi alla memoria di lavoro. In più, il gruppo con difficoltà matematiche ha mostrato una performance altamente deficitaria nel tempo di svolgimento del Missing item task, in cui si proponevano equivalenze incomplete ed era richiesto di completarle in modo corretto. Questi risultati suggeriscono che le difficoltà nella memoria visuo-spaziale possano contribuire a complicare lo sviluppo delle abilità matematiche. La memoria visuo-spaziale sembra essere coinvolta nello svolgimento di calcoli scritti, nello specifico per ordinare le cifre nel modo corretto. Un altro studio ha coinvolto bambini tra 9 e 10 anni, sottoponendoli a prove che implicavano la memoria di lavoro visiva, spaziale simultanea o sequenziale. È stato rilevato che bambini con DD mostravano una performance deficitaria in tutti i compiti. I risultati ottenuti sostengono l'ipotesi della presenza di un deficit relativo alla memoria di lavoro in individui con discalculia (Mammarella, Caviola, Giofrè & Szűcs, 2018).

Un'ulteriore capacità che può interferire con lo sviluppo di abilità matematiche consiste nel gestire e memorizzare l'ordine di quantità numeriche e non numeriche. Nello studio di Morsanvi e i suoi collaboratori (2018) su questo ambito, bambini di circa 8 anni con discalculia presentavano più difficoltà rispetto al gruppo di controllo nei compiti di elaborazione di ordini, anche relativi ad attività quotidiane. Bambini con DD presentavano capacità di memorizzazione ridotte per sequenze brevi e ulteriori difficoltà nel formulare giudizi sulla correttezza dell'ordine di sequenze relative a elementi numerici e non numerici, che necessitano di rappresentazioni nella memoria a lungo termine. Il deficit di elaborazione degli ordini sembra quindi essere generale, non limitato all'ambito numerico.

Altri autori hanno proposto la presenza di un deficit relativo alla capacità di inibizione in individui con discalculia. Szucs e colleghi (2013), nel loro studio, hanno testato bambini di circa 9 anni in diversi compiti, tra cui confronto numerico simbolico e non simbolico e Stroop test numerico e non numerico. I bambini con discalculia avevano performance peggiori nei test di Stroop rispetto ai



controlli, mostrando una maggiore influenza da informazioni irrilevanti per lo svolgimento del compito. Inoltre, è stato rilevato un effetto di congruenza maggiore nel confronto non simbolico nei bambini con DD: nella condizione di congruenza la matrice di punti più numerosa aveva dimensioni fisiche maggiori rispetto all'insieme meno numeroso. Questi risultati suggeriscono un deficit relativo alla capacità di inibizione. Gli stessi autori hanno rilevato difficoltà nei bambini con DD in compiti di memoria visuo-spaziale, in cui il partecipante doveva ricordare la posizione di uno stimolo all'interno di una matrice. Questo dato sostiene l'ipotesi, trattata in precedenza, dell'esistenza di un deficit nella memoria di lavoro in bambini con DD (Szucs et al., 2013). Una difficoltà riguardante le funzioni esecutive è stata ipotizzata anche da Bugden e Ansari (2016). Nel loro studio hanno investigato la performance di bambini tra 10 e 13 anni con e senza discalculia in un compito di discriminazione di numerosità in cui hanno proposto prove congruenti, nelle quali la matrice di punti più numerosa occupava un'area maggiore e prove incongruenti, in cui la matrice di punti più numerosa occupava un'area più piccola. Risulta che bambini con discalculia avevano tassi di errore maggiori rispetto a bambini con sviluppo tipico, in particolare nelle prove incongruenti, che richiedono capacità di inibizione. Inoltre, è stato visto che bambini con DD, che avevano capacità di memoria di lavoro visuo-spaziale inferiori, hanno avuto maggiore difficoltà nel discriminare tra grandezze numeriche non simboliche durante le prove incongruenti. Gli autori hanno quindi proposto che il deficit possa essere relativo a un'incapacità di inibizione di informazioni irrilevanti.

In contrapposizione con gli studi appena presentati, Landerl, Bevan e Butterworth (2004) non hanno riscontrato differenze nelle abilità dominio generali tra bambini con discalculia e gruppo di controllo. Hanno coinvolto nella loro ricerca bambini tra gli 8 e i 9 anni, con discalculia, dislessia o entrambi i disturbi. I bambini con discalculia, con o senza dislessia, mostravano deficit nell'elaborazione dei numeri: rispetto al gruppo di controllo erano più lenti nei compiti di confronto di cifre e in alcune prove di conteggio, commettevano più errori e impiegavano più tempo nei calcoli di sottrazione e moltiplicazione, e nel gruppo di bambini con solo discalculia anche nell'addizione. Non sono state

riscontrate differenze tra i due gruppi nelle abilità dominio generali, quali denominazione di colori, memoria fonologica, vocabolario, intelligenza non verbale e funzioni psicomotorie. Gli autori hanno quindi individuato come deficit all'origine della discalculia l'incapacità di comprendere i concetti numerici di base, in particolare l'idea della numerosità, indipendentemente da altre abilità generali.

Gli studi trattati suggeriscono che i deficit relativi alla discalculia evolutiva siano eterogenei. Come trattato nel capitolo precedente, differenze nei criteri utilizzati dalle ricerche per individuare soggetti con discalculia comportano una grande variabilità nelle difficoltà presentate dai partecipanti. In una ricerca (Bartelet, Ansari, Vaessen & Blomert, 2014), attraverso una Cluster Analysis sono stati riconosciuti sei sottotipi del disturbo, dai quali si possono evidenziare quattro principali aree deficitarie: conteggio, linea numerica, conoscenza dei numeri arabi e conoscenza approssimativa del numero. Anche Träff e colleghi (2017) hanno evidenziato come i profili di individui con discalculia evolutiva siano diversi tra loro. Hanno riscontrato che il deficit non è circoscritto alle abilità matematiche, ma spesso comprende difficoltà dominio generali. La performance dei singoli partecipanti è stata confrontata con i dati normativi per individuare gli ambiti deficitari. Gli autori hanno individuato un profilo in cui risultano alterate l'elaborazione numerica non simbolica, spaziale e temporale, con un deficit relativo all'elaborazione della grandezza in generale. Un altro sottotipo comprende tale deficit in aggiunta a difficoltà nell'elaborazione simbolica e nel range di subitizing, accompagnato da un deficit dominio generale nell'ambito della memoria di lavoro visuo-spaziale e un'alterazione della funzione di orientamento dell'attenzione e della capacità di cambiamento di compito (shifting). Un ulteriore sottotipo è stato riconosciuto come deficitario nell'accesso al numero simbolico, associato a un deterioramento cognitivo generale nella memoria visuo-spaziale e nelle capacità attentive (Träff, Olsson, Östergren & Skagerlund, 2017).

In conclusione, possiamo ritenere che le difficoltà all'origine della DD sono ancora oggetto di discussione. In letteratura esistono studi che riconoscono un deficit di base nelle abilità numeriche, in particolare nella rappresentazione centrale delle quantità oppure nel collegamento tra i numeri e il

loro significato. Un altro filone di ricerche, invece, ritrova nei deficit dominio generali la base per lo sviluppo della discalculia evolutiva. Anche in merito alle difficoltà relative al range di subitizing le evidenze sono contrastanti. Approfondire le conoscenze sulle difficoltà dei bambini con discalculia è fondamentale per poter intervenire sullo sviluppo delle competenze matematiche e facilitarlo, programmando interventi educativi e riabilitativi nel modo più efficace.

## CAPITOLO 3 *Metodo*

### 3.1. *Obiettivi dello studio*

Gran parte della letteratura, come abbiamo visto, sembra condividere l'esistenza di due sistemi diversi per elaborare piccole e grandi numerosità (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004; Burr, Turi & Anobile, 2010; Piazza et al., 2011). Nella discalculia evolutiva, in particolare, è stata riscontrata un'acuità numerica ridotta, che suggerisce la presenza di un deficit relativo al sistema di approssimazione numerica (Piazza et al., 2010; Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011a). Per quanto riguarda il subitizing le evidenze sono contrastanti. Alcuni studi hanno dimostrato che il range relativo alle piccole numerosità appare deficitario, mentre l'intervallo per numerosità grandi sembra essere inalterato (Schleifer & Landerl, 2011; Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013). Al contrario, altri ricercatori hanno riscontrato differenze tra gruppo di controllo e bambini con discalculia nel range di stima, mentre la performance nell'intervallo di subitizing è risultata comparabile (Ceulemans et al., 2014; Decarli et al., 2020). Ulteriori studi hanno invece trovato deficit in entrambi i range di numerosità (Olsson, Östergren & Träff, 2016). Tali risultati contraddittori possono derivare dall'utilizzo di criteri diversi per definire individui con discalculia all'interno degli studi: come già trattato in precedenza, infatti, i ricercatori nella selezione dei partecipanti con DD possono basarsi, per esempio, su punteggi relativi all'intelligenza, rendimento in matematica, differenze nella prestazione scolastica o incapacità di rispondere al trattamento. Questa varietà di metodi comporta una grande variabilità all'interno dei campioni considerati (Castaldi, Piazza & Iuculano, 2020; Shalev & von Aster, 2008; Devine et al., 2013). Inoltre, per individuare il valore di soglia tra l'elaborazione di piccole e grandi numerosità esistono molti metodi, dai quali si ottengono risultati contrastanti (Leibovich-Raveh et al., 2018). Diverse ricerche hanno approfondito la performance all'interno dei due range in bambini con discalculia e gruppo di controllo a confronto: alcuni studiosi rilevano un intervallo di subitizing più ristretto nei bambini con DD (Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013; Olsson, Östergren & Träff, 2016).

L'obiettivo del presente studio è indagare i processi di subitizing e stima nella discalculia, sia per contribuire al dibattito riguardante l'esistenza di un deficit nell'elaborazione delle numerosità in generale, sia per approfondire la possibilità di un sistema di subitizing compromesso nei bambini con DD. A tale scopo, è stata investigata la performance di un gruppo di bambini con discalculia confrontata con quella di bambini a sviluppo tipico in un compito di Match to sample, in cui venivano presentati insiemi di pallini in numero compreso tra 1 e 8 e i partecipanti dovevano giudicare se contenessero la stessa quantità. Studi precedenti hanno mostrato che la discriminazione di quantità comprese tra 1 e 4 appare più accurata rispetto a grandezze più ampie (Jevons, 1871; Revkin et al., 2008), dalle ipotesi, in questo range ci aspettiamo che i bambini di entrambi i gruppi siano capaci di discriminare tali quantità in modo più veloce e preciso. Per le numerosità più grandi, 5, 6, 7 e 8, ci attendiamo una performance meno accurata e più lenta. In particolare, a partire dai risultati ottenuti in letteratura, nell'intervallo di stima ci aspettiamo maggiore accuratezza e tempi di risposta inferiori per il gruppo di controllo rispetto al gruppo con discalculia, nel range di subitizing, considerate le evidenze contrastanti in letteratura, è più difficile formulare ipotesi precise in merito alla possibile esistenza di un deficit.

### *3.2. Partecipanti*

Il campione iniziale è composto da 195 bambini, tra 8 e 14 anni, segnalati al Centro Medico di Foniatria di Padova. Sono stati esclusi dal campione i partecipanti con assessment incompleto e coloro che non avevano portato a termine il compito sperimentale. In modo particolare, sono stati controllati i bambini che nelle note erano segnalati come distratti, per valutare che non avessero risposto a caso nello svolgimento del compito. Come criterio di selezione dei partecipanti è stato considerato un QI al di sopra di 85. Il campione è stato poi ridotto ulteriormente escludendo i partecipanti con deficit di vario tipo, quali ritardo globale dello sviluppo, deficit sensoriali, neurologici, motori e ADHD. Inoltre, sono stati esclusi i partecipanti con una performance carente nel compito sperimentale, che

indicava una scarsa attenzione e partecipazione alla prova, in particolare nei trials più semplici. È stato ottenuto un campione di 154 soggetti. Dal campione iniziale, infatti, sono stati esclusi 41 partecipanti in totale, secondo i diversi criteri considerati.

Nel campione rimanente, sono stati considerati come individui con discalculia bambini con una performance in range clinico in una batteria standardizzata per le abilità numeriche e matematiche (BDE, Biancardi, Bachmann & Nicoletti, 2016). Bambini con punteggio alla BDE inferiore a 70 sono stati inseriti nel gruppo con discalculia; per i bambini più piccoli, per i quali non si ottiene questo valore, è stato considerato il numero di prove nella BDE al di sotto del quinto percentile: con almeno 4 prove inferiori sono stati inseriti nel gruppo sperimentale. In questo modo il gruppo con discalculia risulta formato da 47 bambini. Abbiamo poi individuato un gruppo di controllo (CS), composto da bambini con QT totale alla BDE maggiore di 85 e con al massimo una prova al di sotto del quinto percentile, selezionando i 47 bambini più simili al gruppo con DD per età, QI e punteggio nel subtest della NEPSY (Korkman, Kirk & Kemp, 2007) utilizzato per valutare la memoria visuo-spaziale. È stato osservato che i due gruppi erano comparabili per età e per punteggi al subtest della NEPSY, ma non per il QI ( $BF_{age}$ :  $0.24 \pm 0.02\%$ ,  $BF_{QI}$ :  $2.68 \pm 0.01\%$ ,  $BF_{Nepsy}$ :  $0.26 \pm 0.02\%$ ). Sono stati quindi iterativamente esclusi ulteriori bambini dal gruppo di controllo per bilanciare anche il QI. Il campione finale (*Tabella 1*) comprende quindi 47 bambini con discalculia (28 femmine) e 43 bambini nel gruppo di controllo (10 femmine). I due gruppi non differiscono significativamente per età ( $BF$ :  $0.27 \pm 0.02\%$ ), intelligenza ( $BF_{QI}$ :  $0.82 \pm 0.01\%$ ), e memoria visuo-spaziale ( $BF_{Nepsy}$ :  $0.25 \pm 0.02\%$ ). Alcuni bambini presentano una diagnosi di dislessia, nello specifico 8 bambini del gruppo di controllo e 20 del gruppo con discalculia.

Tabella 1 Tabella descrittiva del gruppo di controllo (CS) e del gruppo DD.  
\*punteggio relativo solo a una parte del campione: 40 CS e 31 DD

	<b>CS (43)</b>	<b>DD (47)</b>
<b>Media età (DS)</b>	127.19 (17.40)	129.64 (16.90)
<b>Media QI (DS)</b>	101.77 (6.65)	98.66 (9.87)
<b>Media BDE (DS)*</b>	98.32 (7.94)	56.48 (7.88)
<b>Media NEPSY (DS)</b>	119.44 (22.46)	116.91 (23.00)

### 3.3. Metodo

I bambini sono stati sottoposti a batterie di test standardizzati e a un compito sperimentale. La valutazione e i test sono stati svolti in una stanza silenziosa nel centro Medico di Foniatria di Padova, da personale di ricerca qualificato. L'assessment è stato svolto in due sessioni in giorni diversi. La prima sessione consisteva nella valutazione delle abilità cognitive e matematiche. La seconda sessione comprendeva lo svolgimento di un test di memoria visuo-spaziale e del compito sperimentale. La prova computerizzata è stata presentata su un laptop con uno schermo di 15.6 pollici, tramite il software E-Prime 2.0 (Psychology Software Tools). Il protocollo di ricerca è stato approvato dal Comitato Etico per la Ricerca Psicologica dell'Università di Padova. I genitori hanno compilato il modulo del consenso informato per permettere ai figli di partecipare all'esperimento.

#### 3.3.1. Abilità numeriche

Per valutare le competenze numeriche e matematiche è stata utilizzata la Batteria per la discalculia evolutiva, BDE-2 (Biancardi, Bachmann & Nicoletti, 2016). È uno strumento clinico utile per misurare la cognizione numerica e le abilità numeriche e aritmetiche di bambini e adolescenti. Esistono due versioni: una per la 3<sup>a</sup> primaria e una per le classi dalla 4<sup>a</sup> primaria alla 3<sup>a</sup> secondaria di primo grado. Tramite questa batteria sono indagate le aree del calcolo, del numero, del senso del numero e dei problemi aritmetici, quest'ultima solo per i bambini più grandi. All'area del numero fanno riferimento le prove di conteggio, lettura, scrittura e ripetizione di numeri. Le prove di

moltiplicazioni a mente, calcolo rapido (solo per bambini più grandi), calcolo a mente, tabelline dirette e operazioni scritte fanno parte dell'area del calcolo. Nell'area del senso del numero sono presenti le prove di triplete (individuare il numero più grande tra i tre proposti) e le inserzioni (inserire il numero target in ordine di grandezza rispetto ad altri numeri). In quest'area per i bambini più piccoli è presente il compito del segno algebrico, in cui i partecipanti devono indicare qual è il segno risultante di alcune operazioni. Per i bambini più grandi sono inserite le prove di calcolo approssimativo e linea dei numeri. L'ambito dei problemi aritmetici è indagato attraverso la risoluzione di problemi aritmetici a risposta multipla in dieci minuti. Dai punteggi grezzi dei diversi subtest è possibile ottenere la somma dei punteggi normativi ( $M = 100$ ,  $SD = 50$ ), chiamato quoziente totale (QT). Un quoziente totale al di sotto di 70 è considerato clinico. Per i bambini più grandi è stato ottenuto il quoziente totale relativo alle loro capacità matematiche. Per i bambini più piccoli, che frequentano la terza elementare, per i quali non è prevista una misura di quoziente totale, è stato considerato il numero di prove al di sotto del quinto percentile rispetto ai dati normativi.

### *3.3.2. Memoria visuo-spaziale*

Per misurare le capacità di memoria visuo-spaziale è stato utilizzato il subtest "memoria di disegni immediata" della NEPSY-II (Korkman, Kirk & Kemp, 2007). La NEPSY-II è uno strumento di valutazione cognitiva, può essere usato dai 3 ai 16 anni. Permette una valutazione globale e un'analisi di sei domini specifici: attenzione e funzioni esecutive, linguaggio, capacità di memoria e apprendimento, funzioni sensorimotorie, percezione sociale e abilità di elaborazione visuo-spaziale. Nello specifico subtest considerato per il presente studio, il bambino deve memorizzare una griglia con una combinazione di 6–10 figure, presentate per un limitato intervallo di tempo (10 s). Successivamente, è richiesto di replicare ciò che ha osservato, scegliendo delle carte e mettendo gli stimoli nella stessa posizione in una griglia vuota. Da questo test è possibile ricavare un punteggio di contenuto, relativo all'abilità di ricordare i disegni mostrati e un punteggio spaziale, che riguarda la



capacità di ricordare la posizione degli stimoli. Nelle analisi è stato considerato il punteggio totale, dato dalla somma dei precedenti.

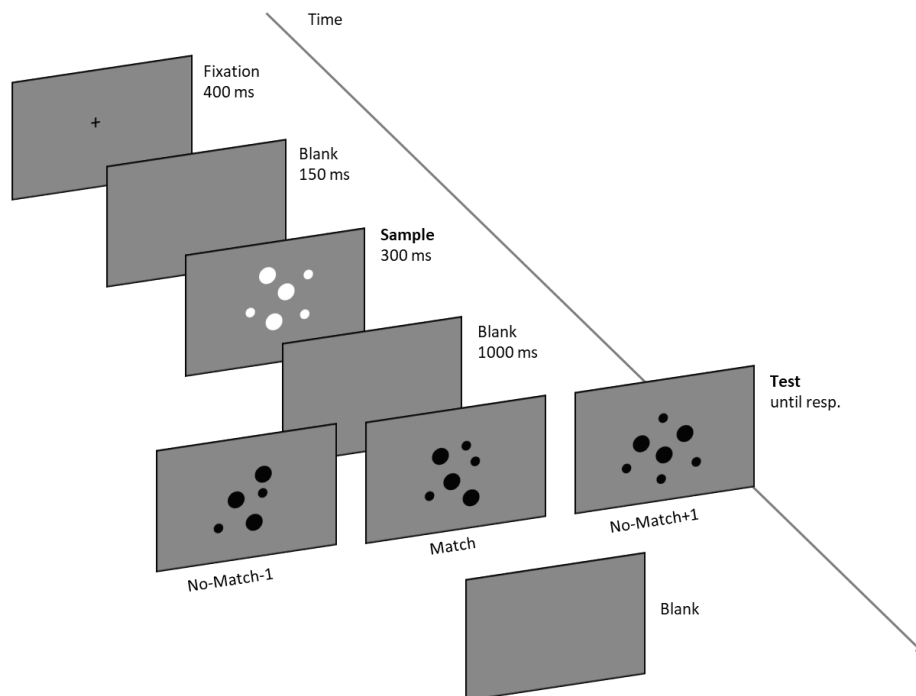
### 3.3.3. *Intelligenza*

Per ottenere il quoziente intellettivo (QI) sono state utilizzate le scale Wechsler (WISC-IV; Wechsler, 2003). Sono composte da 10 subtest, più 5 supplementari. Si può ottenere un punteggio diviso per aree e un quoziente totale. Le aree considerate sono: comprensione verbale, con i subtest di somiglianze, vocabolario e comprensione; ragionamento visuo-percettivo con disegno con cubi, concetti illustrati, ragionamento con matrici; memoria di lavoro con memoria di cifre e riordinamento di lettere e numeri; velocità di elaborazione con cifrario e ricerca di simboli. Il punteggio ottenuto relativo al QI è stato utilizzato nelle analisi per considerare le capacità intellettive dei partecipanti che costituiscono il campione.

### 3.3.4. *Match to Sample Task*

Per investigare le capacità di subitizing e stima, è stato utilizzato un compito computerizzato di Match to Sample (*Figura 1*) (Sella, Lanfranchi & Zorzi, 2013). In tale prova, ai partecipanti venivano mostrate due nuvole di punti, una dopo l'altra, ed era chiesto loro di giudicare se le immagini contenessero lo stesso numero di pallini o meno. In ogni trial veniva stata mostrata una schermata con una croce di fissazione per 400 ms, seguita da uno schermo vuoto per 150 ms. Appariva poi la prima immagine, definita *sample numerosity*, per 300 ms, seguita da una schermata vuota per 1000 ms. L'immagine target (*target numerosity*) era poi presentata fino all'inserimento della risposta, inserita tramite touchpad: il tasto sinistro corrispondeva alla risposta "uguale", il tasto destro alla risposta "diverso". Il numero di pallini variava da 1 a 8. Le due immagini mostrate potevano differire al massimo di un pallino e ogni numerosità era confrontata con sé stessa e con le numerosità adiacenti, così che le condizioni possibili erano le seguenti: 1vs1 e 1vs2, 2vs2 e 2vs3, 3vs3 e 3vs4...7vs8 e 8vs8. In metà delle prove le due numerosità erano uguali (*match condition*), delle prove restanti, metà avevano un pallino in più rispetto all'immagine sample e metà un pallino in meno (*mismatch*

*condition*). Allo scopo di permettere ai partecipanti di familiarizzare con il compito, era prevista una fase iniziale di prova composta da 10 trials, mentre la successiva fase di test era formata da 90 prove. Per ogni condizione (1vs1 e 1vs2, 2vs2 e 2vs3...) erano proposti 12 trials, ad eccezione della numerosità 8: poiché non veniva considerata la numerosità superiore (9), tale condizione conteneva solo i trials 8vs8, erano quindi 6 prove. Per evitare che la risposta data dai bambini fosse influenzata dalle caratteristiche percettive degli stimoli, la dimensione degli elementi e la loro disposizione spaziale è stata selezionata casualmente per ogni prova, sia per lo stimolo target che per lo stimolo sample. L'immagine sample presentava pallini bianchi su sfondo grigio, l'immagine target pallini neri, sempre su sfondo grigio. È stata misurata la correttezza delle risposte fornite dal bambino e il tempo di risposta.



*Figura 1 L'immagine è una rappresentazione di un trial del Match to sample task. I partecipanti dovevano confrontare uno stimolo sample, con pallini bianchi, con uno target, con pallini neri, e indicare se fossero uguali per numerosità. Le due immagini potevano essere identiche, oppure differire di un'unità.*

### 3.4. *Analisi*

Come detto in precedenza, sono stati esclusi i partecipanti con una scarsa performance nel compito, in particolare nelle prove più semplici con 1 o 2 pallini (1 vs 1, 1 vs 2, 2 vs 1, 2 vs 2), secondo un test binomiale. Per evitare di includere risposte in trials in cui i partecipanti erano probabilmente distratti, sono state escluse le prove in cui la risposta era stata data in tempi eccessivamente brevi o lunghi. Sono stati quindi eliminati i trials con tempo di risposta inferiore a 200 ms e i trials con tempo di risposta maggiore di 2.5 deviazioni standard rispetto alla media totale, controllando che ogni partecipante mantenesse almeno l'85% delle prove. Dal gruppo di controllo sono stati eliminati 97 trials. Dal gruppo dei DD sono stati esclusi 74 trials.

Sono state calcolate accuratezza e tempi di risposta medi per singolo partecipante e per confrontare la performance generale tra i due gruppi è stato svolto un t test. Nelle analisi sono stati considerati i tempi di risposta relativi alle risposte corrette. Considerando poi la numerosità sample, relativa quindi alla prima immagine che veniva presentata, è stata condotta un'ANOVA per valutare accuratezza e tempi di reazione dei due gruppi, in relazione alle diverse numerosità proposte. Per valutare la performance riferita a piccole e grandi numerosità è stata calcolata la soglia del range di subitizing a livello di gruppo, attraverso pairwise t test: è stata comparata la performance dei due gruppi per le numerosità adiacenti individuando i primi confronti statisticamente significativi. Questo metodo è utile per stimare la soglia perché nel range di subitizing all'aumentare della numerosità non ci aspettiamo una differenza nell'accuratezza, mentre tale variazione è attesa per l'intervallo di estimation. Sono state individuate come piccole le numerosità comprese tra 1 e 3, il range delle numerosità grandi comprende i trials con numeri uguali o superiori a 4. Per investigare eventuali differenze fra i due gruppi nei diversi range di subitizing e stima, è stata poi condotta un'ANOVA per confrontare la performance dei due gruppi nei due range. È stato poi utilizzato un metodo più sofisticato per stimare il range a livello di gruppo: consiste nel fittare un bilinear model, e si basa sullo stimare la performance dei partecipanti tramite una rappresentazione con due linee, la cui

intersezione permette di ottenere il valore limite tra gli intervalli considerati. Come spiegato sopra, non ci aspettiamo una variazione nell'accuratezza nel range di subitizing, perciò, in questo caso il primo segmento dovrebbe essere quasi orizzontale, mentre per l'intervallo di stima ci attendiamo invece una pendenza positiva, considerando gli errori. A livello esplorativo questo metodo è stato applicato anche alla performance individuale con l'obiettivo di misurare il range di subitizing per ciascun partecipante. Le analisi sono state condotte con l'utilizzo dei software RStudio e Jasp.

#### 4.1 Performance generale nel Match to Sample task

Sono state calcolate media e deviazione standard di accuratezza e tempi di risposta nei due gruppi (Tabella 2). Con un t test è stata confrontata a livello statistico la performance totale dei due gruppi, per accuratezza e tempi di risposta. Risulta una differenza statisticamente significativa tra i due gruppi per l'accuratezza ( $t(83.2) = 3.01, p = 0.003, d = 0.64$ ). Anche per quanto riguarda i tempi di risposta si rileva una differenza significativa ( $t(84.7) = 2.00, p = 0.049, d = 0.42$ ) (Figura 2). In generale, il gruppo di controllo mostra una performance più accurata nel compito e tempi di risposta più elevati, rispetto al gruppo con discalculia.

Tabella 2 Media e deviazione standard di accuratezza e tempi di risposta per gruppo di controllo (CS) e DD

	CS	DD
<b>Media accuratezza (SD)</b>	0.77 (0.09)	0.71 (0.08)
<b>Media tempi di risposta in ms (SD)</b>	1874 (602)	1632 (541)

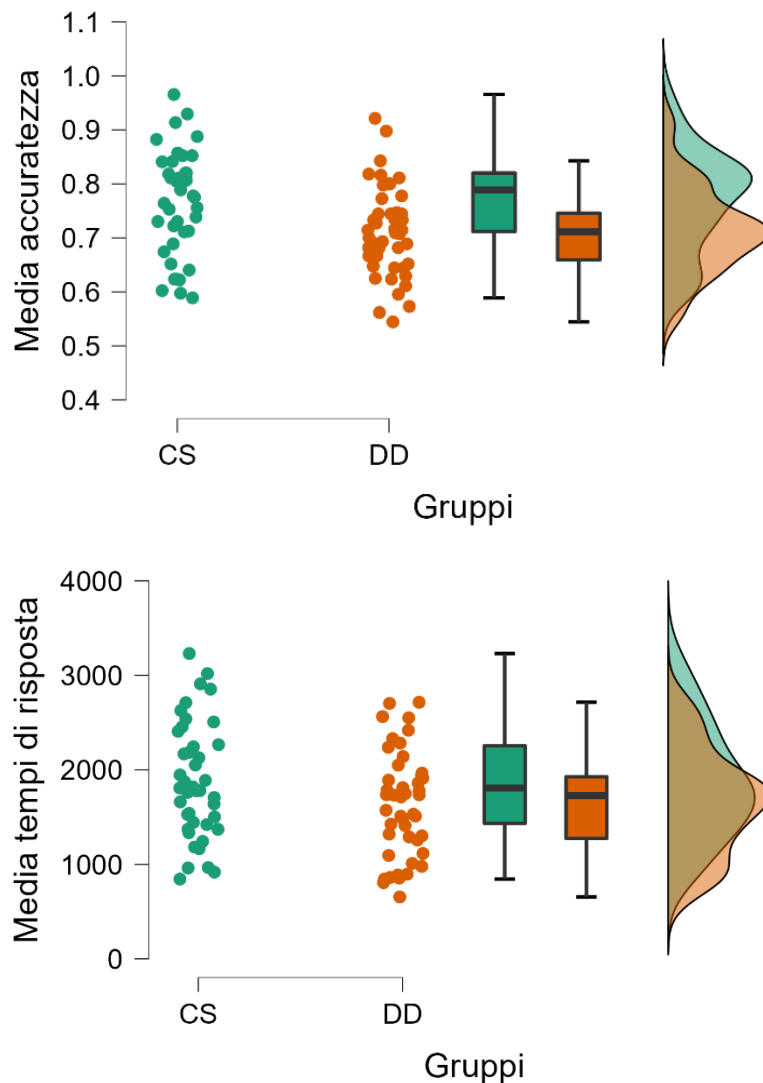


Figura 2 Grafici media accuratezza e tempi di risposta per gruppo

Per investigare eventuali variazioni della performance in base alla numerosità presentata, tramite l'ANOVA è stata confrontata la performance dei due gruppi, per accuratezza e tempi di risposta, in base alle diverse numerosità sample. Per l'accuratezza, si rileva un effetto significativo della numerosità sample ( $F(5.75, 506.16) = 102.67, p < 0.001, \eta^2 = 0.43$ ) e un effetto significativo del gruppo ( $F(1,88) = 9.11, p = 0.003, \eta^2 = 0.02$ ). Infine, non si rileva un'interazione significativa tra numerosità e gruppo ( $F(5.75, 506.16) = 1.83, p = 0.094, \eta^2 = 0.01$ ). In generale, quindi, si osserva un calo della performance all'aumentare delle numerosità, indipendentemente dal gruppo. Inoltre, il gruppo di controllo si mostra più accurato nella performance in generale rispetto al gruppo DD.

Per i tempi di reazione, si rileva un effetto significativo della numerosità sample ( $F(2.47, 217.21) = 50.00, p < 0.001, \eta^2 = 0.22$ ) mentre l'effetto del gruppo non è significativo ( $F(1,88) = 3.56, p = 0.062, \eta^2 = 0.02$ ). Si riscontra invece un'interazione significativa tra numerosità e gruppo ( $F(2.47, 217.21) = 4.46, p = 0.008, \eta^2 = 0.02$ ). In generale, si può osservare che al crescere della numerosità i tempi di risposta aumentano, inoltre, si rileva una maggiore differenza tra i due gruppi.

Risultati equivalenti si ottengono considerando le singole condizioni sperimentali (1vs1e1vs2, 2vs2e2vs3 ... 8vs8e8vs9): la performance peggiora all'aumentare delle numerosità implicate nelle diverse condizioni e i tempi di reazione aumentano.

Dai grafici (*Figura 3*) si può osservare che il gruppo di controllo si mostra generalmente più accurato del gruppo con DD e che l'accuratezza cala con l'aumentare delle numerosità. Per i tempi di risposta nelle numerosità più piccole la performance tra i due gruppi è comparabile, mentre, per le numerosità più grandi si osserva una grande variabilità, con valori molto ampi: questi tempi di risposta registrati e il loro aumento progressivo suggeriscono che alcuni bambini abbiano adottato una strategia di conteggio della numerosità target, per completare il compito, invece che la stima. Inoltre, l'ampia variabilità osservata, considerando i tempi di risposta ai trials corretti, può derivare dalla bassa accuratezza presentata per le numerosità più grandi. Per tali ragioni, le successive analisi non si sono concentrate sui tempi di risposta per le numerosità grandi.

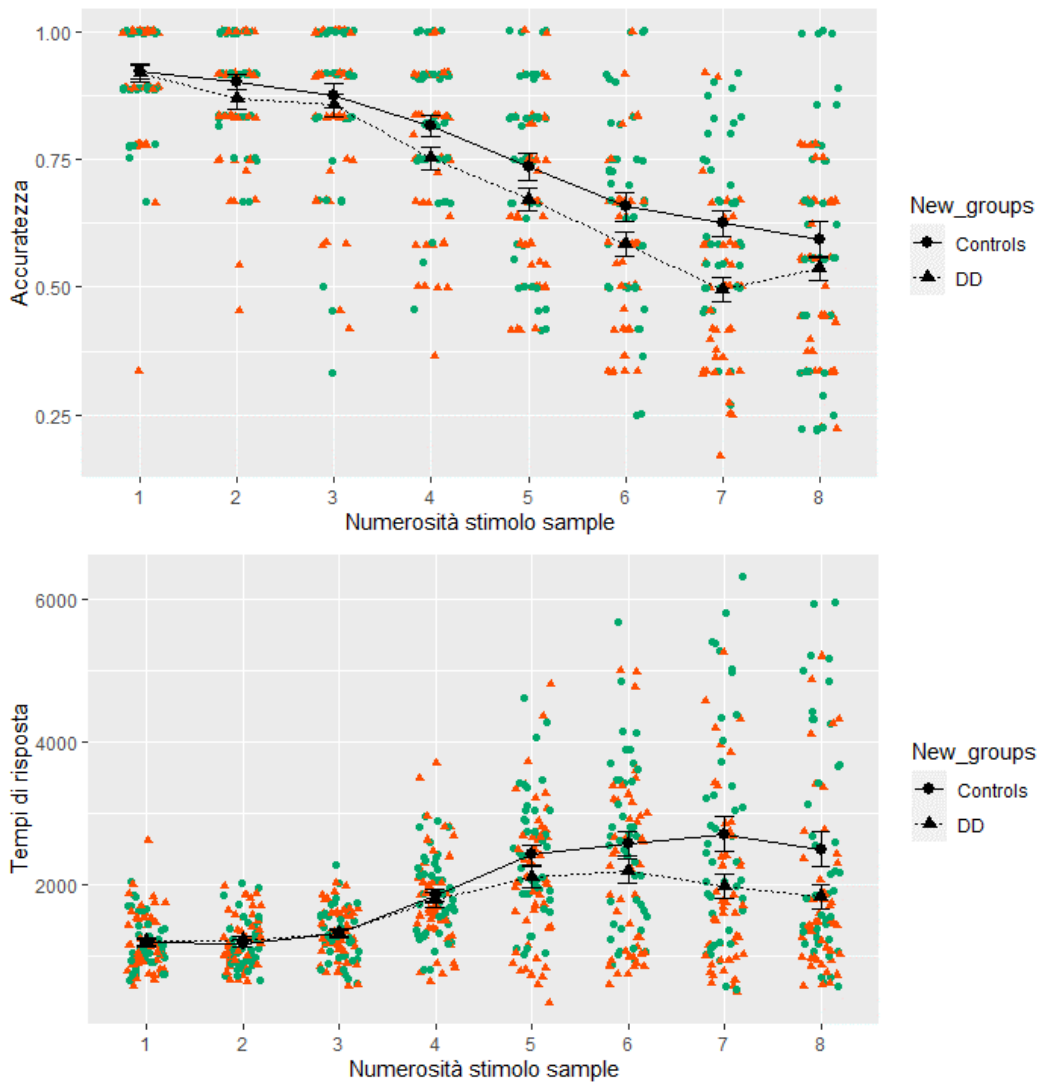


Figura 3 Grafico accuratezza e tempo di risposta in relazione al numero di pallini dello stimolo sample

#### 4.2 Performance nei due range

Con un pairwise t test è stata confrontata la performance rispettivamente all'interno del gruppo di controllo e al gruppo DD in relazione alle numerosità sample. In particolare, sono state comparate tra loro le numerosità adiacenti (1–2, 2–3, 3–4, etc.) per individuare il valore soglia tra subitizing ed estimation, basandosi sull'ipotesi per cui nel range di subitizing non ci aspettiamo una variazione nell'accuratezza e nei tempi di risposta al crescere delle grandezze, mentre questo effetto è atteso nel range delle numerosità grandi. Dai risultati emerge che nel gruppo di controllo, considerando l'accuratezza si ha una differenza significativa tra le numerosità sample 3 e 4 ( $t(42) = 2.39, p = 0.021$ ,



$d = 0.37$ ), mentre per il tempo di reazione tra le numerosità 2 e 3 ( $t(42) = -2.76, p = 0.009, d = -0.42$ ).

Un simile risultato emerge anche per il gruppo DD: per l'accuratezza il primo confronto significativo si riscontra fra le numerosità 3 e 4 ( $t(46) = 4.30, p < 0.001, d = 0.63$ ), per il tempo di risposta tra le numerosità 2 e 3 ( $t(46) = -2.09, p = 0.042, d = -0.31$ ).

Per confrontare la performance dei due gruppi nei range, è stato quindi selezionato come valore soglia il numero 4, limite superiore riscontrato per entrambi i gruppi. Con l'ANOVA è stata quindi confrontata l'accuratezza dei due gruppi nei due range. Si rileva un effetto significativo del gruppo ( $F(1,88) = 7.23, p = 0.009, \eta^2 = 0.02$ ) e del range ( $F(1,88) = 439.40, p < 0.001, \eta^2 = 0.57$ ). Risulta inoltre esserci un'interazione significativa tra gruppi e range ( $F(1,88) = 6.42, p = 0.013, \eta^2 = 0.01$ ). Considerando che i risultati dell'ANOVA precedente sono significativi, è stato svolto un post hoc test per vedere che tipo di interazione ci fosse tra la performance dei due gruppi nei due range diversi. Per l'accuratezza, tra i due gruppi non c'è differenza significativa nel range dei numeri più piccoli (differenza media = 0.020,  $p_{\text{bonf}} = 1.000$ ), mentre la differenza è significativa nel range di grandi numerosità (differenza media = 0.077,  $p_{\text{bonf}} = 0.002$ ).

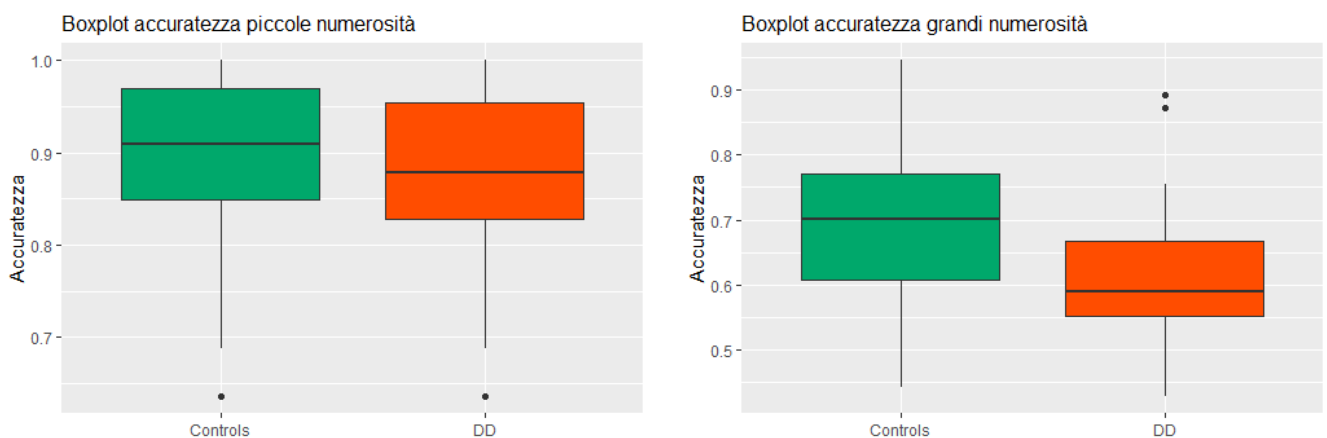


Figura 4 Grafico media accuratezza nel range di subitizing (a sinistra) ed estimation (a destra)

Come precedentemente descritto, tenendo conto della grande variabilità nei tempi di reazione per le numerosità grandi, è stato deciso di non approfondire la performance relativa ai tempi di risposta dei due gruppi nel range di estimation. Tramite un t test sono stati confrontati i tempi di risposta dei due gruppi all'interno dell'intervallo di subitizing ( $t(88) = -0.31, p = 0.76, d = -0.07$ ): la differenza non risulta statisticamente significativa.

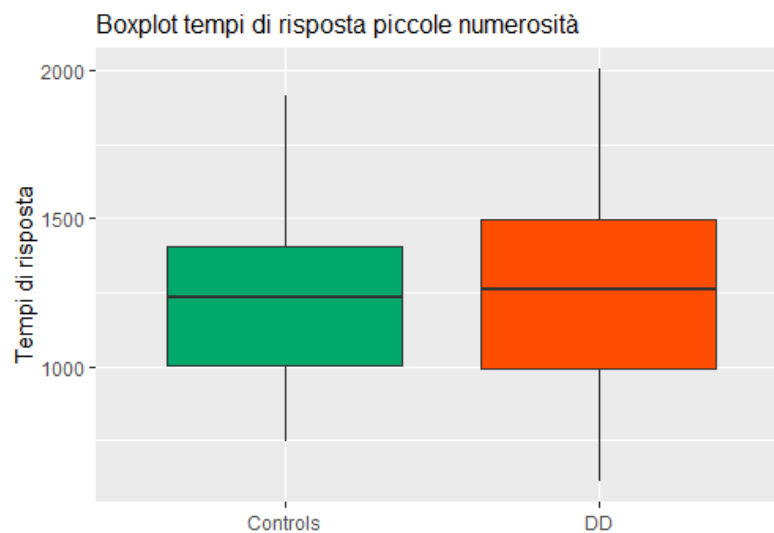


Figura 5 Grafico tempi di risposta nel range di subitizing

### 4.3 Subitizing range

È stato utilizzato anche un metodo alternativo per individuare il valore soglia tra range di subitizing ed estimation nei due gruppi: il bilinear model. Consiste nello stimare la performance dei partecipanti con due linee che seguono l'andamento dei dati: il loro punto di intersezione rappresenta il valore di soglia tra i due range (Leibovich-Raveh et al., 2018). Dalle evidenze presenti in letteratura ci aspettiamo una prima linea quasi orizzontale, che indica una performance piuttosto stabile nell'intervallo relativo alle piccole numerosità, mentre una linea con pendenza maggiore e positiva per il range di stima, considerando i tassi di errore. Il metodo è stato applicato a livello di gruppo.

Per utilizzare il bilinear model sono state escluse le numerosità 6, 7, 8 poiché è stato osservato, tramite un test binomiale, che più del 50% dei partecipanti presentava una performance inferiore al caso. Con

questo metodo, per il gruppo di controllo, si ottengono i seguenti valori soglia: 3.33 per l'accuratezza e 2.75 per i tempi di risposta. Per il gruppo DD, si ottiene 3.00 per l'accuratezza e 2.69 per i tempi di risposta (Figura 6). Tali risultati sono consistenti con quelli ottenuti nel metodo descritto in precedenza.

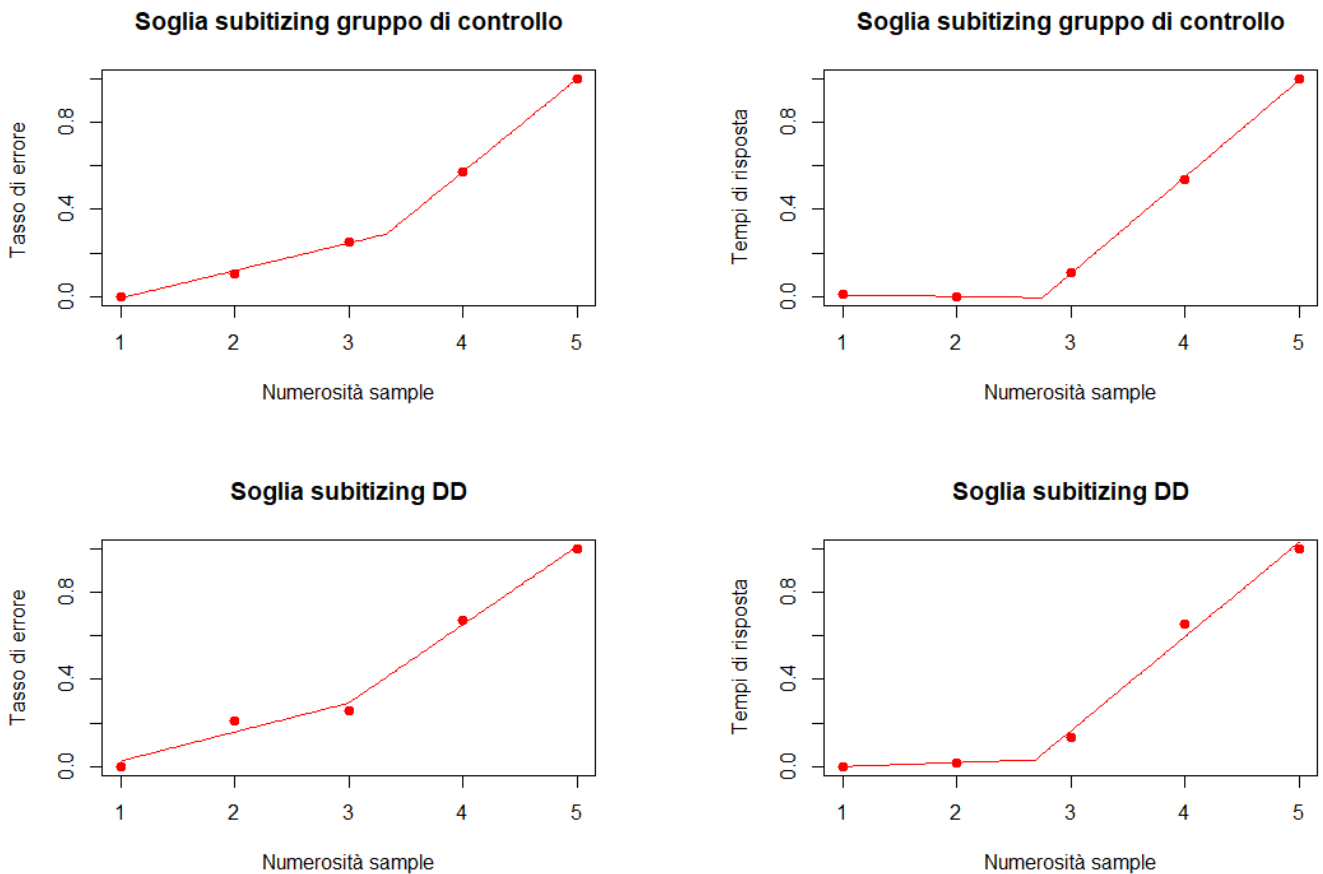


Figura 6 Grafici ottenuti tramite l'utilizzo del bilinear model per stimare il confine tra i due range per accuratezza e tempi di risposta: in alto gruppo di controllo, in basso gruppo DD. I dati sono stati normalizzati tra 0 e 1.

A livello esplorativo, abbiamo provato ad utilizzare il modello applicandolo alle singole performance dei partecipanti, per confermare i risultati precedenti. L'idea consisteva nel calcolare la soglia di subitizing a livello individuale e confrontare poi le soglie tra i gruppi. I valori stimati per molti partecipanti non si sono, però, mostrati affidabili, per cui il confronto tra gruppi non è stato svolto. Sono riportati alcuni esempi in appendice.

#### 4.4 *Discussione*

In questo studio sono stati esaminati i processi di subitizing e stima in bambini con discalculia evolutiva, confrontati con un gruppo di controllo. I due gruppi sono stati comparati per età, intelligenza, misurata con la WISC-IV, e abilità visuo-spaziali, valutate con un subtest della NEPSY-II. Tramite la batteria standardizzata BDE-2 sono state misurate le capacità matematiche dei bambini. La capacità di discriminazione numerica è stata valutata con un compito computerizzato in cui i partecipanti dovevano giudicare se quantità non simboliche, comprese tra 1 e 8, fossero identiche per numerosità.

A livello generale, in entrambi i gruppi le prestazioni si differenziano tra i due range, relativi a piccole e grandi numerosità. In particolare, l'accuratezza risulta essere maggiore nel range di subitizing rispetto a quello di stima, sia per il gruppo di controllo che per i bambini con discalculia. Questo risultato è in linea con le evidenze che sostengono la separazione tra i sistemi OTS e ANS, rispettivamente adibiti all'elaborazione di piccole e grandi numerosità (Burr, Turi & Anobile, 2010; Piazza et al., 2011; Coubart et al., 2014; Anobile, Arrighi & Burr, 2019).

Nel range di subitizing la performance tra i due gruppi sembra comparabile per l'accuratezza. Allo stesso modo, per i tempi di risposta, la prestazione si mostra simile tra i due gruppi. Tale risultato è coerente con gli studi che non riscontrano differenze tra bambini con discalculia e gruppo di controllo nel range relativo a piccole numerosità (Ceulemans et al., 2014; Decarli et al., 2020), ma in contrasto con ricerche che individuano un intervallo di subitizing ridotto nella discalculia (Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013; Olsson, Östergren & Träff, 2016). Infatti, nel presente studio, il valore di soglia tra i due range, calcolato a livello di gruppo, risulta consistente tra i due metodi utilizzati e simile per entrambi i gruppi: è stato indicato tra le numerosità 3 e 4 per l'accuratezza e tra 2 e 3 per i tempi di reazione, in linea con Decarli et al. (2020). Nel tentativo di stimare il valore limite tra i due range a livello individuale, il bilinear model è stato applicato alla performance dei singoli bambini:

la stima risultava poco affidabile per molti partecipanti, quindi, non è stato possibile svolgere un confronto più approfondito.

Considerando il range di stima, invece, il gruppo di controllo si mostra significativamente più accurato del gruppo di bambini con discalculia, in linea con studi che rilevano una minore acuità numerica in individui con DD, riconoscendo un deficit relativo al sistema ANS (Piazza et al. 2010; Mussolin, Mejias & Noël, 2010; Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011a; Mejias et al., 2012; Decarli et al., 2020). Al contrario, nel presente studio nel range delle grandi numerosità sono stati riscontrati tempi di risposta maggiori per il gruppo di controllo rispetto ai bambini con discalculia, a differenza di alcune precedenti ricerche che hanno rilevato tempi comparabili tra i due gruppi (Piazza et al. 2010; Mussolin, Mejias & Noël, 2010; Decarli et al., 2020). In tali studi, infatti, il gruppo di controllo, nella discriminazione di quantità, appariva più accurato rispetto al gruppo con discalculia e più veloce; nei nostri risultati invece questo secondo aspetto non si rileva, infatti, i bambini appartenenti al gruppo di controllo appaiono più lenti nello svolgere il compito. Questo potrebbe indicare che per essere più precisi nel completare la prova sia necessario impiegare più tempo. Una spiegazione alternativa può essere che i bambini del gruppo di controllo, per numerosità alte, attivino una strategia di conteggio dei pallini presentati, invece di confrontare le quantità attraverso il processo di estimation, come richiedeva il compito. In particolare, si osserva un'ampia variabilità nei tempi di reazione, e numerose risposte sono state fornite in tempi molto lunghi, fino a 6 secondi circa. Il divario tra i dati relativi ai due gruppi può essere influenzato dal numero di prove considerate, essendo inclusi in queste analisi solo i trials con risposta corretta. Risulta che per i bambini con discalculia tali analisi si basano su un numero minore di prove, ampliando la differenza tra i due gruppi.

Un altro fattore da considerare è il tempo di presentazione dello stimolo target. Nel presente studio l'immagine permaneva fino che non veniva fornita la risposta, in linea con Piazza et al. (2010), mentre in altre ricerche (Mussolin et al., 2010; Decarli et al., 2020), in cui non sono state riscontrate differenze nei tempi di reazione tra DD e gruppo di controllo, era stabilito un tempo di presentazione fisso (500

ms o 1000 ms): questa differenza nelle procedure può aver interferito con i risultati che appaiono contraddittori per i tempi di risposta.

Diverse ricerche nel corso degli anni si sono concentrate sull'individuazione di deficit dominio generali alla base della discalculia, riconoscendo come rilevanti alcune capacità, quali memoria di lavoro, attenzione, funzioni esecutive (Szucs et al., 2013; Morsanyi et al., 2018). In particolare, la memoria visuo-spaziale sembra essere deficitaria nella DD (McLean & Hitch, 1999; Szucs et al., 2013; Mammarella et al., 2018). Nel nostro studio era prevista una misurazione dell'abilità di memoria visuo-spaziale, attraverso un subtest della NEPSY-II. Tale aspetto non viene considerato da tutti gli studi che riscontrano differenze significative tra i due gruppi, nei tempi di risposta nel range di subitizing (Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013). Questa misura aggiuntiva che ha permesso, nel presente studio, la comparazione tra i due gruppi in merito all'abilità di memoria visuo-spaziale, può essere interpretata come una causa potenziale dei risultati contraddittori che abbiamo ottenuto per i tempi di risposta, non rilevando differenze significative in questo intervallo di numerosità.

In generale, i risultati emersi evidenziano una carenza nella performance di bambini con discalculia in un compito di discriminazione numerica. Tale deficit sembra essere limitato al range relativo alle numerosità grandi, nella performance all'interno dell'intervallo delle piccole numerosità non si riscontrano, infatti, differenze significative tra i due gruppi. Questi risultati si uniscono alle numerose evidenze che individuano una difficoltà nell'elaborazione di numerosità in individui con discalculia, relativa al sistema di approssimazione numerica (Piazza et al. 2010; Mussolin, Mejias & Noël, 2010; Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011a; Mejias et al., 2012; Decarli et al., 2020). Si trovano invece in disaccordo con la teoria a supporto dell'esistenza di un deficit relativo al sistema di subitizing (Ashkenazi, Mark-Zigdon & Henik, 2013; Olsson, Östergren & Träff, 2016), che nel presente studio non sembra essere compromesso.

#### 4.5 *Limiti e direzioni future*

Infine, è importante menzionare alcune limitazioni della ricerca attuale. Un primo limite dello studio è relativo al tempo di presentazione dello stimolo target. Nel compito sperimentale utilizzato non era stabilito un intervallo fisso di permanenza, ma l'immagine veniva mostrata fino a che il partecipante non forniva la risposta. Nello specifico, tale compito è stato programmato per valutare l'accuratezza nella discriminazione di quantità non simboliche ed esplorare le eventuali differenze tra i due range di numerosità. Questa procedura ha comportato tempi di reazione ampi, in particolare per il range relativo alle numerosità più grandi, in cui è probabile che i bambini abbiano attivato strategie diverse dalla stima, come il conteggio. Per tale motivo è stato poi deciso di non approfondire i tempi di risposta nel range di stima. Per indagare come effettivamente il tempo di presentazione dello stimolo influenzi la prestazione, studi futuri potrebbero proporre due versioni del compito: una con un tempo limitato di presentazione dello stimolo (es. 500 ms) e l'altra senza un limite di tempo, in modo da osservare eventuali variazioni dell'accuratezza e dei tempi di risposta nelle prove e per verificare che gli attuali risultati siano replicati anche in presenza di tempi di presentazione dello stimolo target limitati. Inoltre, potrebbe essere informativo approfondire la strategia utilizzata per fornire le risposte, per capire se, in questo tipo di compito, i bambini con DD attivino il conteggio, invece di una strategia più adattiva ed efficace.

Un secondo limite del presente studio riguarda il numero di trials considerati: è stato necessario escludere le numerosità più grandi nel calcolo del range perché i partecipanti avevano un numero troppo basso di prove corrette. Un problema aggiuntivo collegato al numero di prove con risposta esatta è stato riscontrato nel confronto tra i tempi di reazione per le grandi numerosità, nelle quali i bambini con discalculia avevano un limitato numero di trials da poter considerare. Il basso numero di prove è probabile che amplifichi la variabilità dei risultati. Studi futuri potrebbero progettare compiti con un numero più elevato di trials, per ovviare a questa difficoltà.

Allo scarso numero di trials, probabilmente, si collega un'altra difficoltà: nella ricerca non è stato possibile stimare il valore di soglia tra i due range a livello individuale, applicando il bilinear model alla performance di ciascun partecipante, i risultati sono apparsi inaffidabili. Per molti partecipanti, infatti, le stime fornite dal modello per il valore di soglia contrastano con le ipotesi su cui si basa il metodo. Studi futuri potrebbero testare approcci differenti (Leibovich-Raveh et al., 2018) per approfondire tale aspetto. Aumentare il numero dei trials potrebbe diminuire l'inaffidabilità dei dati che si ottengono.

Nel presente studio i due gruppi sono stati bilanciati su unico subtest di memoria visuo-spaziale, al contrario, non sono state prese in considerazione ulteriori abilità come l'attenzione o le funzioni esecutive, precedentemente riconosciute come associate alla discalculia, questo aspetto rappresenta un ulteriore limite (McLean & Hitch, 1999; Szucs et al., 2013; Morsanyi et al., 2018; Mammarella et al., 2018). In futuro, altre ricerche potrebbero approfondire aggiuntive abilità dominio generali per esplorare i deficit relativi alla discalculia e bilanciare i due gruppi sulla base di un maggior numero di abilità, così da ottenere un campione maggiormente omogeneo.



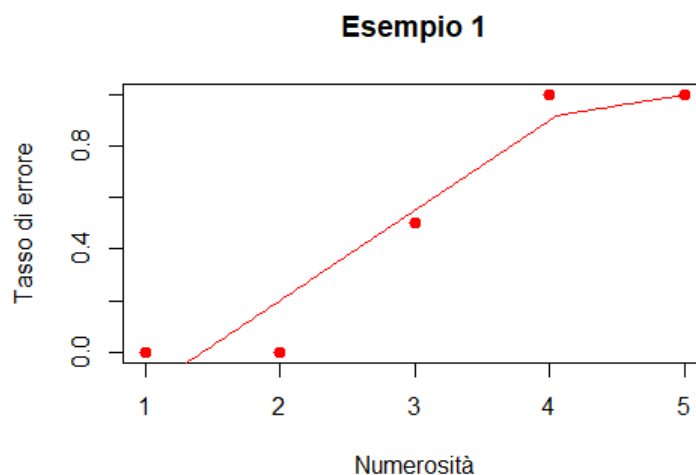
## Conclusioni

Lo studio attuale si proponeva di approfondire l'elaborazione di piccole e grandi numerosità in bambini con discalculia evolutiva, per chiarire se il deficit fosse relativo alle numerosità in generale, oppure specifico del range di piccole o grandi numerosità. A tale scopo, è stata confrontata la performance di un gruppo di bambini con discalculia e un gruppo di controllo in un compito di discriminazione numerica non simbolica. È stato mostrato che nel range di subitizing non si riscontrano differenze significative tra i due gruppi, mentre si rileva una significatività nell'intervallo relativo a grandi numerosità. Tali risultati supportano l'ipotesi dell'esistenza di un deficit riguardante il sistema di approssimazione numerica (ANS). I tempi di risposta molto lunghi, riscontrati soprattutto per il gruppo di controllo nel range delle grandi numerosità, suggeriscono che diversi bambini potrebbero aver adottato strategie diverse dalla stima, come il conteggio, per svolgere il compito. Inoltre, la grande variabilità riscontrata nella stima della soglia individuata a livello individuale, tramite il bilinear model, e i risultati sui tempi di risposta in contrasto con studi precedenti indicano che ulteriori ricerche sono necessarie per approfondire tale ambito. In particolare, studi futuri potrebbero chiarire il tipo di strategia utilizzata in questo tipo di prova e approfondire le differenze nella discriminazione di numerosità tra bambini con discalculia evolutiva e gruppo di controllo, cercando di individuare il valore di soglia tra l'intervallo di piccole numerosità e il range relativo a grandi numerosità.

## Appendice

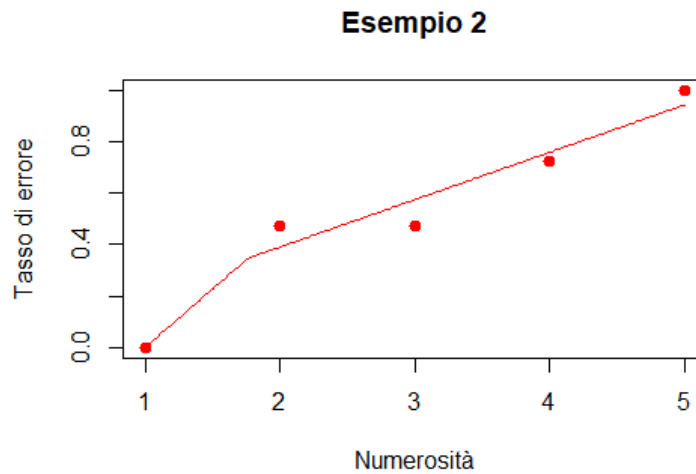
A livello esplorativo, il bilinear model è stato utilizzato anche in relazione alla performance di ciascun partecipante, nel tentativo di calcolare il valore di soglia tra range di subitizing ed estimation sulla prestazione del singolo soggetto, confrontando poi le soglie tra i gruppi. I risultati non sono però consistenti: il modello per diversi partecipanti fornisce stime della soglia in contrasto con le ipotesi teoriche alla base del metodo, che suggeriscono una scarsa variabilità nella performance relativa alle piccole numerosità, data dai pochi errori, e una pendenza crescente per le numerosità più alte, con l'aumentare delle risposte scorrette.

In questo primo esempio (*Figura A1*) si osserva come la tendenza non sia quella attesa: si ottiene una prima linea con elevata pendenza positiva, maggiore rispetto alla seconda. A causa dei valori elevati per il tasso di errore nelle numerosità 4 e 5, il modello sembra non cogliere il limite tra 2 e 3.



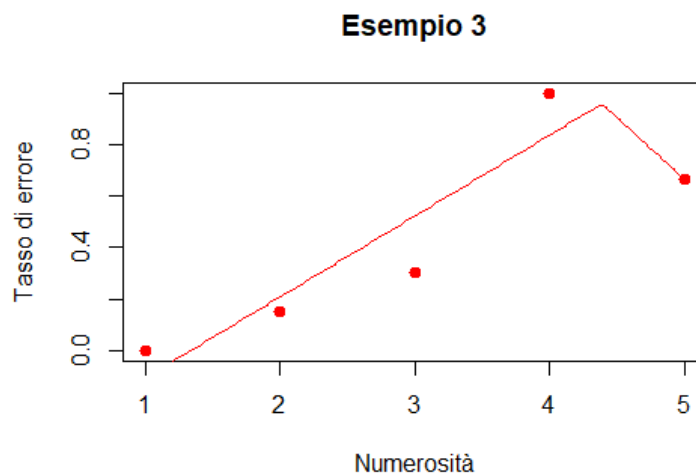
*Figura A1. Applicazione del bilinear model alla performance di un singolo partecipante: esempio 1*

In un secondo esempio (*Figura A2*), si osserva come l'andamento dei dati sia rappresentato in modo quasi lineare, la pendenza è maggiore per il primo segmento rispetto al secondo, contrariamente alle aspettative.



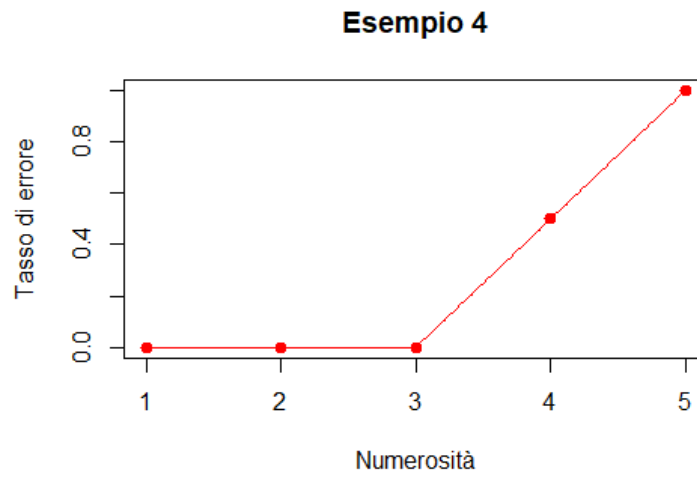
*Figura A2* Applicazione del bilinear model alla performance di un singolo partecipante: esempio 2

Nel terzo esempio riportato (*Figura A3*), in modo simile al primo, l'elevato valore registrato per la numerosità 4 influenza la rappresentazione di tutti i dati, e si ottiene un andamento diverso da quello atteso.



*Figura A3* Applicazione del bilinear model alla performance di un singolo partecipante: esempio 3

Il quarto e ultimo esempio (*Figura A4*) dimostra che il modello possa rappresentare l'andamento dei dati in modo preciso e accurato: in questo caso, infatti, si ottiene la prima linea orizzontale e la seconda con pendenza positiva, il punto di intersezione, quindi il valore soglia, è pari a 3.



*Figura A4 Applicazione del bilinear model alla performance di un singolo partecipante: esempio 4*

## BIBLIOGRAFIA

Anobile, G., Arrighi, R., & Burr, D. C. (2019). Simultaneous and sequential subitizing are separate systems, and neither predicts math abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *178*, 86–103.

APA, American Psychiatric Association (2013), *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, DSM-5, V ed., Washington, DC, APA; trad. it. *Manuale diagnostico e statistico dei disturbi mentali*, DSM-5, Milano, Cortina, 2014.

Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2013). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness?. *Developmental science*, *16*(1), 35–46.

Banks, W. P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgments of magnitude of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *2*, 435–447.

Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A., & Blomert, L. (2014). Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education. *Research in developmental disabilities*, *35*(3), 657–670.

Biancardi, A., Bachmann, C., & Nicoletti, C. (2016). *BDE-2. Batteria Per La Discalculia Evolutiva*. Trento: Erickson.

Bornstein, M. H., & Benasich, A. A. (1986). Infant habituation: assessments of individual differences and short-term reliability at five months. *Child development*, *57*(1), 87–99.

Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the 'Approximate Number System' in children with persistent Developmental Dyscalculia. *Developmental science*, *19*(5), 817–833.

Burr, D. C., Turi, M., & Anobile, G. (2010). Subitizing but not estimation of numerosity requires attentional resources. *Journal of Vision*, *10*(6), 20.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *46*(1), 3–18.

- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science (New York, N.Y.)*, 332(6033), 1049–1053.
- Castaldi, E., Piazza, M., & Iuculano, T. (2020) Learning disabilities: Developmental dyscalculia. *Handbook of Clinical Neurology*, 174, 61–75.
- Ceulemans, A., Titeca, D., Loeys, T., Hoppenbrouwers, K., Rousseau, S., & Desoete, A. (2014). Enumeration of small and large numerosities in adolescents with mathematical learning disorders. *Research in Developmental Disabilities*, 35(1), 27–35.
- Coubart, A., Izard, V., Spelke, E. S., Marie, J., & Streri, A. (2014). Dissociation between small and large numerosities in newborn infants. *Developmental Science*, 17(1), 11–22.
- De Smedt, B., & Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of experimental child psychology*, 108(2), 278–292.
- Decarli, G., Paris, E., Tencati, C., Nardelli, C., Vescovi, M., Surian, L., & Piazza, M. (2020). Impaired large numerosity estimation and intact subitizing in developmental dyscalculia. *PLoS ONE*, 15(12).
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1–42.
- Dehaene, S., & Changeux, J.P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5(4), 390–407.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83–120.
- Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U., & Szűcs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and instruction*, 27, 31–39.
- Duncan, E., & McFarland, C. (1980). Isolating the effects of symbolic distance and semantic congruity in comparative judgments: An additive-factors analysis. *Memory & Cognition*, 8, 612–622.

- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *123*, 53–72.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*(7), 307–314.
- Fischer, M.H. (2012). A hierarchical view of grounded, embodied, and situated numerical cognition. *Cogn Process*, *13*, 161–164
- Geary D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of developmental and behavioral pediatrics: JDBP*, *32*(3), 250–263.
- Gilmore, C., Attridge, N., Clayton, S., Cragg, L., Johnson, S., Marlow, N., Simms, V., & Inglis, M. (2013). Individual differences in inhibitory control, not non-verbal number acuity, correlate with matematica achievement. *PLoS ONE*, *8*(6).
- Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). The Diagnosis and Treatment of Dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt international*, *116*(7), 107–114.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the “Number Sense”: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology*, *44*(5), 1457–1465.
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J.B., Naiman, D.Q., & and Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *PNAS*, *109*(28), 11116–11120.
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665–668.

- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(1), 17–29.
- Hutchison, J.E., Ansari, D., Zheng, S., De Jesus, S., & Lyons, I.M. (2020). The relation between subitizable symbolic and non-symbolic number processing over the kindergarten school year. *Developmental Science*, *23*(2).
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W., & Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental science*, *11*(5), 669–680.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *PNAS*, *106*(25), 10382–10385.
- Jevons, W.S., (1871). The power of numerical discrimination. *Nature*, *3*(67), 281–282.
- Kaufman, E.L., Lord, M.W., Reese, T.W., & Volkman, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology*, *62*(4), 498–525.
- Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt international*, *109*(45), 767–778.
- Korkman, M., Kirk, U., & Kemp, S. (2007). *NEPSY-II: Clinical and interpretative manual*. San Antonio, TX: Harcourt Assessment. Ed. it.: Urgesi, C., Campanella, F., & Fabbro, F. (2011) *NEPSY II: Contributo Alla Taratura Italiana*. Firenze: Giunti OS.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: A functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, *2*, 31.
- Lafay, A., St-Pierre, M. C., & Macoir, J. (2017). The Mental Number Line in Dyscalculia: Impaired Number Sense or Access From Symbolic Numbers?. *Journal of learning disabilities*, *50*(6), 672–683.



- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition*, *93*(2), 99–125.
- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., & Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 309–324.
- Leibovich-Raveh, T., Lewis, D. J., Al-Rubaiey Kadhim, S., & Ansari, D. (2018). A New Method for Calculating Individual Subitizing Ranges. *Journal of Numerical Cognition*, *4*(2), 429–447.
- Li, Y., Zhang, M., Chen, Y., Deng, Z., Zhu, X., & Yan, S. (2018). Children's Non-symbolic and Symbolic Numerical Representations and Their Associations With Mathematical Ability. *Frontiers in Psychology*, *9*, 1035.
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? *Learning and Individual Differences*, *25*(410), 126–133.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense. Large-number discrimination in human infants. *Psychological science*, *14*(5), 396–401.
- Lipton, J.S., & Spelke, E. S. (2004). Discrimination of Large and Small Numerosities by Human Infants. *Infancy*, *5*, 271–290.
- Lyons, I. M., Ansari, D., & Beilock, S. L. (2012). Symbolic estrangement: evidence against a strong association between numerical symbols and the quantities they represent. *Journal of experimental psychology. General*, *141*(4), 635–641.
- Lyons, I.M., & Ansari, D. (2015). Foundations of Children's Numerical and Mathematical Skills: The Roles of Symbolic and Nonsymbolic Representations of Numerical Magnitude. *Advances in Child Development and Behavior*, *48*, 93–116.

- Mammarella, I. C., Caviola, S., Giofrè, D., & Szűcs, D. (2018). The underlying structure of visuospatial working memory in children with mathematical learning disability. *The British journal of developmental psychology*, *36*(2), 220–235
- Matejko, A. A., & Ansari, D. (2016). Trajectories of Symbolic and Nonsymbolic Magnitude Processing in the First Year of Formal Schooling. *PLoS ONE*, *11*(3).
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011a). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child development*, *82*(4), 1224–1237
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011b). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, *6*(9).
- McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of experimental child psychology*, *74*(3), 240–260.
- Mejias, S., Mussolin, C., Rousselle, L., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2012). Numerical and nonnumerical estimation in children with and without mathematical learning disabilities. *Child Neuropsychology*, *18*(6), 550–575.
- Morsanyi, K., van Bers, B., O'Connor, P. A., & McCormack, T. (2018). Developmental Dyscalculia is Characterized by Order Processing Deficits: Evidence from Numerical and Non-Numerical Ordering Tasks. *Developmental neuropsychology*, *43*(7), 595–621.
- Moyer, R., & Landauer, T. (1967). Time required for Judgements of Numerical Inequality. *Nature*, *215*, 1519–1520.
- Mussolin, C., Mejias, S., & Noël, M. P. (2010). Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, *115*(1), 10–25.

- Mussolin, C., Nys, J., Content, A., & Leybaert, J. (2014). Symbolic number abilities predict later approximate number system acuity in preschool children. *PLoS ONE*, *9*(3).
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, *32*, 185–208.
- Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, *23*, 125–135.
- Olsson, L., Östergren, R., & Träff, U. (2016). Developmental dyscalculia: A deficit in the approximate number system or an access deficit? *Cognitive Development*, *39*, 154–167.
- Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, *14*(12), 542–551.
- Piazza, M., & Eger, E. (2016). Neural foundations and functional specificity of number representations. *Neuropsychologia*, *83*, 257–273.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, *116*(1), 33–41.
- Piazza, M., Fumarola, A., Chinello, A., & Melcher, D. (2011). Subitizing reflects visuo-spatial object individuation capacity. *Cognition*, *121*(1), 147–153.
- Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E.S., & Dehaene, S. (2013). Education Enhances the Acuity of the Nonverbal Approximate Number System. *Psychological Science*, *24*(6), 1037–1043.
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychological Science*, *19*(6), 607–614.

- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361–395.
- Sasanguie, D., Defever, E., Van den Bussche, E., & Reynvoet, B. (2011). The reliability of and the relation between non-symbolic numerical distance effects in comparison, same-different judgments and priming. *Acta Psychologica*, *136*(1), 73–80.
- Schleifer, P. & Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in typical and atypical development. *Developmental Science*, *14*, 280–291.
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S.S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science*, *20*(3).
- Sella, F., Berteletti, I., Bazzolotto, M., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2013). Number Line Estimation in Children with Developmental Dyscalculia. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *11*(2), 41–49.
- Sella, F., Lanfranchi, S., & Zorzi, M. (2013). Enumeration skills in Down syndrome. *Research in Developmental Disabilities*, *34*(11), 3798–3806.
- Shalev, R S, & von Aster, M (2008). Identification, classification, and prevalence of developmental dyscalculia. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237–243.
- Starkey, P., Spelke, E.S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, *36*(2), 97–127.

- Szucs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., & Gabriel, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex; a journal devoted to the study of the nervous system and behavior*, 49(10), 2674–2688.
- Träff, U., Olsson, L., Östergren, R., & Skagerlund, K. (2017). Heterogeneity of developmental dyscalculia: Cases with different deficit profiles. *Frontiers in Psychology*, 7, 1–15.
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental medicine and child neurology*, 49(11), 868–873.
- Wechsler, D. (2003). *WISC-IV. Wechsler Intelligence Scale for Children – Fourth Edition Technical and Interpretive Manual*. San Antonio, TX: The Psychological Association. Ed. it: Orsini, A., Pezzuti, L., & Picone, L. (2012). *WISC-IV. Contributo alla taratura italiana*. Firenze: Giunti OS.
- Wood, G., Willmes, K., Nuerk, H. C., & Fischer, M. H. (2008). On the cognitive link between space and number: A meta-analysis of the SNARC effect. *Psychology science quarterly*, 50(4), 489–525.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358(6389), 749–750.
- Xu, F., & Spelke, E.S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1–B11.