UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA, SOCIOLOGIA, PEDAGOGIA E PSICOLOGIA APPLICATA

CORSO DI LAUREA IN FILOSOFIA

GENERALITÀ ASSOLUTA E QUANTIFICAZIONE NON RISTRETTA

Relatore

Prof. Carrara Massimiliano

Laureando

Chiebao Andrea

ANNO ACCADEMICO 2024-2025

Data di laurea 11/12/2024

Alla mia famiglia e agli amici che hanno reso possibile questo traguardo.

Introduzione

"Lo scopo della filosofia, formulato astrattamente, è comprendere come le cose, nel senso più ampio possibile del termine, stiano assieme, nel senso più ampio possibile del termine."(Sellars 1962o, 2007)

Uno degli obiettivi che la filosofia si è posta nella sua lunga storia è la ricerca delle verità massimamente generali, che riguardino assolutamente tutto quello che c'è. Williamson, nel suo saggio "Everything" (2003) sottolinea come la generalità assoluta sia costantemente presupposta nella ricerca filosofica, sia che si tratti di problemi che riguardino la distinzione tra enti fisici e astratti, oppure fra enti reali e fittizi, o temi di modalità che distinguano fra enti attuali, possibili e impossibili, la possibilità stessa di questo tipo di indagini poggia sulla nostra capacità di esprimerci in modo assolutamente generale. Non si può tuttavia affrontare la generalità assoluta senza tener conto dello strumento principe nella formulazione di enunciati generali in maniera formale da Frege in poi, ossia la quantificazione universale. In questo senso quando ci riferiamo formalmente al Tutto stiamo sottintendendo che "i numeri naturali, gli insiemi puri e gli alberi nel giardino-tutti loro, assieme ad ogni altro oggetto che ci sia-possono essere simultaneamente i valori delle variabili di un linguaggio del primo ordine."(Cartwright 1994 p.1). Dunque quando stiamo cercando di esprimere verità assolutamente generali, vogliamo adottare un uso non ristretto della quantificazione della logica del primo ordine. Ciò tuttavia non è affatto scontato, in quanto l'uso della quantificazione non ristretta genera numerosi paradossi. Lo scopo di questa tesi è, dopo aver esposto le regole standard della quantificazione in logica, esaminare i principali paradossi che renderebbero contraddittorio l'uso della quantificazione non ristretta, dal paradosso di Russell nella sua versione originale ai paradossi di tipo più propriamente semantico, fino all'uso del teorema di Skolem contro il realismo metafisico. In seguito verranno descritte le principali forme di relativismo della generalità, dall'ambiguità sistematica di Charles Parsons all'uso di schemi da parte di Shaughan Lavine, fino alla metaontologia di Rudolf Carnap. Infine verranno esposte alcune strategie alternative per salvare la generalità assoluta che superino il trattamento standard della generalità.

Indice

Capitolo 1

Generalità e quantificazione

Il primo trattamento della quantificazione si può ritrovare negli Analitici Primi di Aristotele, dove le proposizioni categoriche che costituiscono i sillogismi sono ottenute a partire da uno dei 4 quantificatori binari ”tutti(A,B)”, ”alcuni(A,B)”, ”nessun(A,B)”, ”non tutti (A,B)”.[1] Fu proprio nel tentativo di formalizzare il sillogismo aristotelico che Augustus De Morgan tra il 1846 e il 1863 introdusse per la prima volta il termine ”quantificatore”. Il trattamento aristotelico della quantificazione si rivelò inadeguato per la formalizzazione del ragionamento matematico, e venne sostituito dalla moderna logica quantificazionale, che trova la sua origine nell'opera rivoluzionaria di Gottlob Frege. Nella Begriffsschrift del 1879 troviamo la prima presentazione della logica dei predicati, con l'intuizione di descrivere la quantificazione come vincolante variabili. In particolare nella Begriffsschrift viene introdotto il quantificatore universale, che compare nella sezione 11 dall'eloquente titolo Generalità (Die Allgemeinheit). Von Plato (2014) rende con la notazione moderna il seguente passaggio: ”È anche illuminante che uno può derivare $A \to \forall x F(x)$ da $A \to F(a)$ se A è un'espressione in cui a non occorre e se a sta in $F(a)$ solo nelle posizioni dell'argomento” (Frege, 1879 in Von Plato, 2014 pg.418) in cui possiamo trovare la prima enunciazione della regola di generalizzazione o introduzione dell'universale. In Frege (1879) il quantificatore esistenziale non viene presentato in maniera indipendente ma solo come la contrapposta dell'universale, in notazione moderna $\neg\forall x \neg F(x)$, il simbolo $\exists x$ venne introdotto per la prima volta da Peano e fu poi adottato da Bertrand Russell che scoprì il potenziale del trattamento fregeano della quantificazione e lo sviluppò in una serie di lavori che culminarono

[1]Questa analisi del sillogismo si può trovare in Peters e Westerståhl(2006) e in ”Quantifiers and Quantification”(Stanford Encyclopedia of Philosophy

con i Principia Mathematica (1910), con Whitehead come coautore, in cui sia il quantificatore universale che quello esistenziale vengono trattati come primitivi e vengono presentate le regole di introduzione ed eliminazione dell'universale e l'introduzione dell'esistenziale. La regola di eliminazione dell'esistenziale appare per la prima volta nei Principi della logica teorica (1928) di Hilbert e Ackermann, e con Gentzen nel 1933 le regole del calcolo dei predicati trovano la loro formalizzazione standard:

- ($I\forall$) Data una formula ben formata $F(a)$, con a nome arbitrario, e sia $F(x)$ la formula risultante dalla sostituzione di tutte e sole le occorrenze di a con la variabile x non occorrente in $F(a)$. Se a non occorre in alcuna delle assunzioni da cui $F(a)$ dipende, è possibile concludere $\forall x F(x)$;
- ($E\forall$) Data la funzione proposizionale $F(x)$,da $\forall x F(x)$ è possibile concludere $F(a)$, il risultato della sostituzione di tutte le occorrenze di x in $F(x)$ con a;
- ($I\exists$) Data $F(a)$ definita come sopra, è possibile concludere $\exists F(x)$;
- ($E\exists$) Data $\exists F(x)$ e la derivazione di una conclusione C da $F(a)$, è possibile concludere C scaricando $F(a)$, posto che a non occorra in C o nessun'altra assunzione necessaria per derivare C da $F(a)$ con l'eccezione di $F(a)$ stessa.

Russell notò anche l'efficacia di questo rivoluzionario trattamento della quantificazione ai fini della formalizzazione dell'ontologia: nel suo fontamentale saggio "On Denoting" (1905) egli assume "la nozione di variabile come fondamentale" (Russell 1905 p.480) e mostra come sia possibile considerare l'esistenza come una proprietà delle funzioni proposizionali espressa dal quantificatore esistenziale e invece usare il quantificatore universale per esprimere il fatto che proposizioni del tipo $\forall x x = x$ vadano interpretate come "$x = x$ è sempre vero" per qualsiasi oggetto che venga sostituito alla variabile x secondo la regola vista sopra, permettendo così di esprimere verità assolutamente generali. Già in Frege l'uso del quantificatore universale in maniera non ristretta ad un dominio specifico viene visto come attestazione del fatto che le verità della logica siano della massima generalità, in quanto in questo caso il loro dominio sarebbe costituito dall'universo, fissato una volta per tutte, del Tutto. Questa concezione secondo cui le verità logiche governino 'non solo l'attuale, non solo l'intuibile, ma tutto il pensabile'(Frege "Die Grundlagen der Arithmetik" 14, in Weiner 2010, p. 35) ha come caposaldo l'assunto che

Warren Goldfarb chiama *concezione universalista*,secondo cui le leggi della logica possono essere applicate a qualsiasi disciplina, in quanto a partire dalle leggi generali è possibile inferire le leggi delle discipline particolari per la regola d'istanziazione dell'universale.[2] La logica si configura così come "la scienza delle leggi più generali della verità"(Frege "Logic" in Scritti Postumi, in Goldfarb 2010 p.73). Il logicismo di Frege troverà il suo primo ostacolo con la scoperta del paradosso di Russell.

[2]e.g. potremmo dimostrare affermazioni del tipo "Se tutte le balene sono mammiferi e tutti i mammiferi sono vertebrati, allora tutte le balene sono dei vertebrati"(Goldfarb 2010 p.68)

Capitolo 2

Il paradosso di Russell

2.1 Storia del paradosso

Bertrand Russell scoprì il suo celebre paradosso nel 1901. Egli stesso racconta che giunse a tale scoperta analizzando l'argomento di Cantor secondo cui non esiste un numero cardinale massimo[1]. Nel capitolo 43 dei Principles of Mathematics (1903), dopo aver presentato la celebre procedura di diagonalizzazione di Cantor, Russell mostra come, dato un qualunque insieme u, è possibile dimostrare che l'insieme delle parti di u ha cardinalità strettamente maggiore di u rappresentando l'insieme delle parti come l'insieme K delle relazioni che associano ciascun elemento di u a 0 o 1. Russell considera un qualunque sottoinsieme di K in correlazione uno-uno con u, indicando così ogni relazione del sottoinsieme con R_x , dove x è l'elemento di u correlato. A questo punto è possibile definire una relazione R' secondo l'argomento diagonale, tale che "per ogni termine x di u, per cui x abbia una relazione R_x con 0, x abbia la relazione R' con 1; e per ogni termine y di u per cui y ha la relazione R_y con 1, y abbia la relazione R' con 0. Allora la relazione R' risulta definita per tutti i termini di u e quindi è una relazione della classe K; ma non è alcuna delle relazioni R_x." (Russell, 1903, §344). Riformulando l'argomento, Russell definisce una relazione R che correli uno a uno ogni elemento di un insieme u a un sottoinsieme di u, e mostra che almeno un insieme w viene omesso da questa correlazione. L'insieme w viene definito come l'insieme degli elementi di u che non sono in relazione R con se stessi, da cui segue che se y è un qualunque elemento di u, esso apparterrà a w solo se non sarà in relazione R con il

[1] Si vedano Grattan-Guinness (1978) e Coffa (1979) per la ricostruzione storica del percorso di Russell.

sottoinsieme a lui correlato, e quindi w sarà diverso dal sottoinsieme correlato ad y per ogni y.[2] Russell applica l'argomento alla classe universale V, ponendo come ipotetica corrispondenza uno-uno la relazione che associa x a $\{x\}$ e ogni classe a se stessa. In questo caso "la classe che, secondo l'argomentazione del Cantor, dovrebbe risultare omessa dalla correlazione , sarebbe la classe w di quelle classi che non sono elementi di se stesse"(Russell, 1903, §349). Tale classe genera una contraddizione, poiché se non appartenesse a se stessa soddisferebbe la proprietà della classe e apparterrebbe a se stessa, mentre se appartenesse a se stessa non soddisferebbe la proprietà e quindi non apparterrebbe a se stessa. Il paradosso si può riscrivere nella teoria degli insiemi "naive", alla base del programma logicista di Frege. In particolare Frege assumeva l'equivalente del principio di comprensione non ristretta, secondo cui ogni proprietà ben definita determina un insieme. Se tuttavia si assume che qualsiasi delle infinite istanze dello schema assiomatico di comprensione non ristretta $\exists y \forall x(x \in y \iff Fx)$ sia vera, prendendo la proprietà $\neg(x \in x)$ si ottiene la classe contraddittoria di Russell, il che dimostra come il tentativo di Frege di fondare l'aritmetica su basi logiche porti a contraddizioni. Il 16 giugno 1902 Russell comunicò a Gottlob Frege il paradosso in una lettera, scrivendo: "Sia *w* il predicato: essere un predicato che non può essere predicato di se stesso. Si può predicare *w* di se stesso? Da qualsiasi risposta segue l'opposto. Dobbiamo dunque concludere che *w* non è un predicato. Allo stesso modo non esiste una classe (come totalità) di quelle classi che, considerate come totalità, non appartengono a se stesse. Ne concludo che in determinate circostanze una collezione (insieme) definibile non forma una totalità."(Russell 1902). Come nota Timothy Williamson in "Everything (2003)" vi sono diverse strategie che una teoria degli insiemi può adottare per evitare il paradosso[3]:

- La teoria di Zermelo-Fraenkel sostituisce lo schema assiomatico di comprensione non ristretta $\exists y \forall x(x \in y \iff Fx)$ con lo schema di separazione $\forall z \exists y \forall x(x \in y \iff x \in z \wedge Fx)$, in tal modo si presuppone che x appartenga già ad un insieme e così viene ristretto l'uso della predicazione di una proprietà nel determinare insiemi.

- la teoria di Von Neumann-Bernays-Gödel e la teoria di Morse-Kellley adottano il principio di comprensione di classi, introducendo così la nozione di classe come distinta da quella

[2]Usando una terminologia più moderna, Odifreddi(2003) definisce R come l'ipotetica biiezione f fra l'insieme e l'insieme delle sue parti e w come$\{x|x \notin f(x)\}$

[3]Si veda anche l'articolo "Russell's paradox" della Stanford Encyclopedia of Philosophy

di insieme per evitare il paradosso.

- le New Foundations di Quine permette l'esistenza di un insieme universale introducendo lo schema di comprensione stratificata $\exists x \forall y (y \in x \leftrightarrow \Phi)$ con Φ predicato stratificato, limitando così i predicati su cui è possibile applicare il principio di comprensione [4]

Russell adottò un approccio diverso alla risoluzione del paradosso, introducendo la prima teoria dei tipi nell'Appendice B dei Principi. L'idea è di sistemare le funzioni proposizionali (i predicati) in una gerarchia di tipi, in cui le classi di un determinato livello, o appunto tipo, possono contenere solo classi di un tipo inferiore, costituendo così una gerarchia che dagli oggetti di tipo 0, gli individui, passa alle classi di individui di tipo 1, alle classi di classi di tipo 2 e così via. Russell era motivato dall'idea che il suo paradosso originasse dal Principio del Circolo Vizioso: secondo tale principio la contraddizione risiede nell'uso di definizioni impredicative, ossia definizioni che si riferiscono alla totalità a cui l'oggetto stesso che stanno definendo appartiene. Così "ogni volta che generalizziamo su una totalità, presupponiamo tutte le entità che compongono questa totalità. Quindi, quando tentiamo di definire un'entità generalizzando su una totalità alla quale questa entità apparterrebbe, presupponiamo tacitamente l'entità che stiamo cercando di definire. "(Linnebo, 2017). Dunque secondo tale principio, formulato nello stesso periodo anche da Henri Poincarè , è necessario evitare di definire gli elementi di una classe quantificando su di essa. Non posso definire un italiano dicendo che è colui che possiede le proprietà condivise dalla totalità degli italiani. Russell e Whitehead nei Principia Mathematica (1910) scrivono: "L'analisi dei paradossi da evitare mostra che essi risultano tutti da una sorta di circolo vizioso. I circoli viziosi in questione nascono dal presupposto che una collezione di oggetti possa contenere membri che possono essere definiti solo mediante la collezione nel suo insieme. Così, ad esempio, si suppone che la raccolta di proposizioni contenga una proposizione che affermi che "tutte le proposizioni sono vere o false" (Russell e Whitehead 1910, p.37). Sembrerebbe, tuttavia, che una tale affermazione non potrebbe essere legittima a meno che "tutte le proposizioni" non si riferiscano a un insieme già definito, cosa che non può fare se nuove proposizioni vengono create da asserzioni su "tutte le proposizioni". Dovremo quindi dire che le affermazioni su "tutte le proposizioni" non hanno senso. … Il principio che permette di evitare totalità illegittime può essere così enunciato: "Ciò che riguarda il tutto di una collezione non

[4] Per ulteriori dettagli si veda "Quine's New Foundations" nella Stanford Encyclopedia of Philosophy

deve essere parte della collezione”; o, di converso: “Se, posta una certa collezione che avesse un totale, essa avesse membri definibili solo in termini di quel totale, allora detta collezione non avrebbe totale”. Lo chiameremo il “principio del circolo vizioso”, perché ci consente di evitare i circoli viziosi coinvolti nell’assunzione di totalità illegittime.” Tale posizione predicativista non è comunque condivisa da tutti i matematici, già Frank P. Ramsey faceva notare[5] che, per esempio, definire Julius come la persona più alta della stanza è corretto, pur essendo classificabile come definizione impredicativa, visto il riferimento a tutte le persone della stanza, in quanto è possibile caratterizzare Julius in maniera indipendente dalla totalità delle persone nella stanza, semplicemente indicandolo. Una definizione impredicativa può essere ammessa se l’entità definita può in linea di principio essere specificata indipendentemente dalla totalità a cui la definizione si riferisce. Tuttavia negli scritti di Russell si può ritrovare l’identificazione di un altro concetto all’opera nel paradosso, quello della indefinita estensibilità.

2.2 Indefinita estensibilità

In Russell (1907) leggiamo: ”le contraddizioni derivano dal fatto che, secondo le ipotesi logiche attuali, ci sono quelli che possiamo chiamare processi e classi auto-riproduttive. Ossia, ci sono alcune proprietà tali che, data qualsiasi classe di termini in cui tutti hanno tale proprietà, possiamo sempre definire un nuovo termine avente anch’esso la proprietà in questione. Quindi non potremo mai raccogliere tutti i termini che hanno la suddetta proprietà in un tutto; perché, ogni volta che speriamo di averli tutti, la raccolta che abbiamo procede immediatamente a generare un nuovo termine avente anch’esso la suddetta proprietà.” (Russell 1907, p.36) In Russell (1908) vengono riepilogati i paradossi dell’autoreferenzialità:

- il paradosso di Epimenide, il cretese che afferma che tutti i cretesi siano bugiardi;
- il paradosso del mentitore, che semplifica il precedente nell’enunciato ”Io sto mentendo”;
- il paradosso di Russell

[5] In“Foundations of Mathematics” ,1931 come riportato da Linnebo (2017)

- il paradosso di Berry: in inglese il numero 111 777 è il più piccolo numero che non si può nominare in meno di 19 sillabe, ma il sintagma " the least integer not nameable in fewer than nineteen syllables" ha 18 sillabe;

- il paradosso di Richard: sia E la classe dei numeri reali in notazione decimale definibili con un numero finito di parole, E ha cardinalità $\aleph_0$, e dunque può essere ordinato; definendo il numero N con la condizione che per l'n-esima cifra p dell'n-esimo decimale di E l'n-esima cifra di N sia p+1, otteniamo un numero che per la diagonalizzazione di Cantor non appartiene ad E, ma è stato definito con un numero finito di parole;

- il paradosso di Burali-Forti: ogni serie ben ordinata ha un numero ordinale, ogni numero ordinale α ha un successore α+1 e la serie di tutti i numeri ordinali è bene ordinata, quindi tale serie ha un numero ordinale Ω, ma in questo caso Ω avrebbe come successore $\Omega + 1$, e dunque Ω non sarebbe l'ordinale di tutti gli ordinali.

Russell nota come "in ogni contraddizione viene detto qualcosa su tutti i casi di un certo tipo e da quello che viene detto sembra che venga generato un nuovo caso, che allo stesso tempo è e non è dello stesso tipo di tutti i casi che ci interessavano in quanto era stato detto" (Russell 1908,p.224) In particolare nel paradosso di Russell "la classe w è definita tramite un riferimento a "tutte le classi" e poi si rivela essere una fra le classi. Se cerchiamo rimedio decidendo che nessuna classe appartiene a se stessa, allora w diventa la classe di tutte le classi, e dobbiamo decidere che questa non appartiene a se stessa, i.e., non è una classe. Questo è solo possibile se non c'è una cosa come la classe di tutte le classi nel senso richiesto dal paradosso. Che non ci sia una tale classe risulta dal fatto che se supponiamo che ci sia, la supposizione dà immediatamente origine (come nella contraddizione sopra [6])a nuove classi che giacciono fuori l'ipotetica totalità di tutte le classi"(Russell 1908, p.225). Gli altri paradossi nascono da un meccanismo analogo che a partire dall'assunzione di una totalità di "tutte le proposizioni" nel caso del mentitore, "tutti i nomi" nel caso del paradosso di Berry, "tutte le descrizioni" nel caso del paradosso di Richard e tutti gli ordinali nel caso di Buriali-Forti genera nuove proposizioni, nuovi nomi, nuove descrizioni e nuovi ordinali. Michael Dummett ha definito questa caratteristica che alcuni concetti possiedono come indefinita estensibilità. Dummett (1963) scrive: " Un concetto

[6]Il paradosso del mentitore.

è indefinitamente estendibile se, per qualsiasi caratterizzazione di esso, c'è una naturale estensione di questa caratterizzazione, che comporta un concetto più inclusivo: questa estensione verrà fatta secondo qualche principio generale per generare queste estensioni, e, tipicamente, la caratterizzazione estesa sarà formulata attraverso un riferimento alla precedente, non estesa, caratterizzazione"(Dummett 1963 in Dummett 1978, pp. 195-196)Riprendendo le osservazioni di Russell troviamo in Dummett (1993) che un concetto si può considerare indefinitamente estendibile se, nel momento in cui "possiamo formare una concezione definita di una totalità di cui tutti i membri cadono sotto quel concetto, possiamo in riferimento a quella totalità caratterizzare una totalità più grande di cui tutti i membri ci cadono sotto" (Dummett 1993. p.441) L'indefinita estensibilità è ciò che per Dummett rende impossibile qualsiasi forma di quantificazione non ristretta, infatti "l'unica lezione dei paradossi della teoria degli insiemi che sembra piuttosto certa è che non possiamo interpretare le variabili individuali nel nodo di Frege, come aventi dominio simultaneamente sulla totalità di tutti gli oggetti che a cui si potrebbero riferire o su cui potrebbero quantificare. Questo è... il motivo per cui le spiegazioni moderne della semantica del calcolo dei predicati del primo ordine richiedono sempre che venga specificato un dominio per le variabili individuali...l'unica cosa in cui possiamo dire con confidenza che difficilmente un qualsiasi logico moderno crede è la quantificazione completamente non ristretta. Tutti i logici moderni concordano che, per specificare un'interpretazione di qualsiasi frase o formula contenenti variabili vincolate, è necessario stipulare espressamente quale dev'essere il range delle variabili"(Dummett 1981, p. 567). Questo perché "non è possibile supporre che, specificando il dominio di qualche tipo di variabili individuali come se fosse su "tutti gli oggetti" o "tutti gli insiemi" o "tutti gli ordinali", abbiamo dunque conferito un determinato valore di verità a tutte le proposizioni contenenti quantificatori che vincolino tali variabili...Qualsiasi tentativo di stipulare un senso per i predicati, le espressioni relazionali e gli operatori funzionali che vogliamo usare relativamente a un tale dominio porterà a una contraddizione o ci porterà a concedere che noi non stiamo, dopotutto, usando le variabili vincolate per quantificare su assolutamente tutto ciò che potremmo intuitivamente riconoscere come un oggetto, un insieme, o un numero ordinale"(Dummett 1981, p.476). Shapiro e Wright (2006) riformulano bene quest'argomento : il presupposto è considerare la quantificazione come una funzione su più valori che, dato un range di istanze come argomenti, restituisce un valore di verità. Se gli elementi che le istanze riguardano sono indefinitamente estendibili, allora ogni collezione di istanze su cui si applica la funzione permetterà la definizione di una nuova istanza, e dunque risulta impossibile applicare la funzione a tutti gli elementi di tale tipo. Ma ogni funzione per avere un valore determinato deve avere un range di argomenti stabile, e in questo senso ogni tentativo di quantificare su totalità indefinitamente estendibili risulta impossibile, perché ogni specificazione di queste totalità permette di costruire un nuovo caso. La conclusione è che la quantificazione richiede di operare su una totalità stabile, un dominio.

2.3 Il principio Tutto-in-Uno

Una critica a questa forma di argomemto contro la quantificazione non ristretta è fornita da Richard Cartwright, che in Cartwright (1994) nota come venga implicitamente assunto il Principio del Tutto-in-Uno, secondo cui gli oggetti in un dominio del discorso debbano sempre costituire un insieme o un oggetto simile ad un insieme. Il paradosso di Russell e più in generale l'indefinita estensibilità del concetto di insieme portano alla conclusione che non esiste un insieme di tutti gli insiemi, ma per arrivare a dire che è impossibile quantificare su tutto ciò che c'è, bisogna presupporre che la quantificazione richieda che gli oggetti costituiscano qualche forma di insieme affinché possano essere valori di variabili della logica primo ordine. Cartwright contesta questo punto, sostenendo che "un conto è che ci siano certi oggetti, un altro che ci sia un insieme, o un oggetto simile ad un insieme [set-like], di cui questi oggetti siano membri" (Cartwright 1994, p.8). Egli ritrova questo punto sia in Russell che Cantor, osserva come già Russell distinguesse rispettivamente tra la classe come una e la classe come molti, e Cantor scrivesse di molteplicità inconsistenti nel senso che "l'assunzione che tutti i loro elementi 'stiano assieme' porta a una contraddizione"[7], in quanto una molteplicità inconsistente "non può essere compresa come un tutto e dunque non può essere compresa come una cosa"[8]. Cartwright osserva come Dummett possa, a partire dalla falsità di $\exists y \forall x (x \in y)$(l'inesistenza di un'insieme universale), affermare come "la lezione più diretta dei paradossi della teoria degli insiemi" sia la proposizione: 1) Non c'è un dominio che includa ogni dominio su cui possiamo quantificare in modo legittimo, da cui segue la proposizione 2) Non c'è un dominio che contenga tutto ciò che può

[7] Lettera di Cantor a Dedekind, riportata in Cartwright(1994) p.8

[8] Lettera di Cantor a Jourdain, riportata in Cartwright(1994) p.8

essere legittimamente preso come valore di una variabile. Cartwright sottolinea però come per arrivare a dire che la quantificazione non ristretta sia illegittima nessuna delle due proposizioni è sufficiente, ma è necessario assumere la proposizione 3)Tutti gli oggetti che possono essere presi come valori delle variabili della logica del primo ordine devono costituire un dominio. La proposizione 3 è necessaria per escludere che sia possibile quantificare su oggetti che presi assieme non costituiscono un insieme o un oggetto simile ad esso, ed è in effetti il principio Tutto-in-Uno. Cartwright presenta un argomento di Kreisel (1967) per mostrare come la caratterizzazione di verità e conseguenza logiche della teoria dei modelli standard non richieda il principio Tutto-in-Uno, ma anzi come sia sufficiente la quantificazione solo su insiemi per poter dire di stare quantificando su "tutto". Secondo la definizione tarskiana una proposizione ϕ è conseguenza logica di un insieme di proposizioni Γ se è vera in ogni modello (interpretazione vera) di Γ. L'argomento di Kreisel è il seguente : consideriamo una proposizione ϕ del primo ordine, e assumiamo che sia la conseguenza logica dell'insieme di proposizioni del primo ordine Γ. Ogni modello di Γ è per definizione un'interpretazione di Γ in cui tutti i teoremi di Γ sono veri, dunque ϕ è vera in ogni modello insiemistico (il cui dominio è um insieme)di Γ. Viceversa, assumiamo che Φ sia vera in ogni modello insiemistico di Γ. Dal teorema di completezza di Gödel per cui ogni formula vera in tutti i modelli è deducibile segue che Φ è deducibile da Γ e, poiché il calcolo dei predicati è coerente e dunque gli assiomi e le regole di deduzione della logica del primo ordine sono validi, Φ è conseguenza logica di Γ. Cartwright coniuga questo risultato con le nozioni di chiusura universale e relativizzazione di una formula. Si dice proposizione una formula ben formata senza variabili libere, ossia una formula chiusa. Si dice chiusura universale di una formula la formula chiusa che si ottiene aggiungendo un quantificatore universale per ogni variabile libera della formula. La relativizzazione di una formula è la formula che si ottiene restringendo i suoi quantificatori a uno specifico insieme. Per esempio la relativizzazione di $\forall x \exists y \phi(x, y)$ a un insieme U è $(\forall x \in U)(\exists y \in U)\phi(x, y)$. Secondo tali definizioni Cartwright individua una corrispondenza tra verità logica e verità della chiusura universale di una formula su tutte le sue relativizzazioni a insiemi non vuoti, in quanto se la formula di un linguaggio L del primo ordine è vera in tutte le sue relativizzazioni, e vera in tutti i suoi modelli con un insieme come dominio e la verità logica segue dal risultato di Kreisel. In questo senso non è necessario che l'universo del discorso del linguaggio di L sia un insieme, è comunque possibile quantificare su ”tutto quello che c'è”. Tuttavia quest'argomento poggia su un elemento essenziale, che è la definizione tarksiana di conseguenza logica. Proprio a partire da tale nozione Williamson (2003) riesce a formulare una versione del paradosso di Russell sulle interpretazioni che è caratterizzata da una forte generalità.

2.4 Il paradosso ”semantico” di Williamson

La definizione di conseguenza logica poggia sulla nozione di generalizzazione su tutte le interpretazioni delle lettere predicative. Williamson nota che ad esempio l'inferenza da $\forall x Px$ e $\forall x(Px \Rightarrow Qx)$ a $\forall x Qx$ preserva la verità logica comunque si interpretino le lettere predicative P e Q. ”In linea di principio, quando applichiamo la definizione di conseguenza logica, dev'essere possibile interpretare una lettera predicativa secondo qualsiasi predicato che abbia contenuto” (Williamson 2003 p.426), quindi per ogni predicato si può definire un'interpretazione che interpreti in tal modo la lettera predicativa P. Ne ricaviamo: 1) Per ogni ”cosa” o ”oggetto” o (per tutti gli o), I(F) è un'interpretazione sotto cui si applica P alla cosa o se e solo se o Fs. Ora, se consideriamo le interpretazioni come oggetti, il che è ciò che sembriamo fare quando parliamo di conseguenza logica e quantifichiamo su di esse, possiamo definire un predicato R nel seguente modo: 2) Per tutti gli oggetti o, o Rs se e solo se o non è un'interpretazione sotto cui P si applica a o. R è un predicato ben formato. Ma sostituendo ”F” in (1) con ”R” e applicando la definizione di ”R” da (2) otteniamo: 3)Per tutti gli oggetti o, I(R) è un'interpretazione secondo la quale P si applica a o se e solo se o non è un'interpretazione in base alla quale P si applica a o. In particolare, poiché abbiamo usato “tutti” in modo non ristretto, o può essere I(R) stesso. Quindi da (3) si ha l'istanziazione in cui il valore della variabile o è I(R): 4) I(R) è un'interpretazione secondo la quale P si applica a I(R) se e solo se I(R) non è un'interpretazione in base alla quale P si applica a I(R). Abbiamo ottenuto una contraddizione analoga a quella dell'insieme di Russell. Nella versione in Parsons (2006):

1. P è vero di x secondo l'interpretazione $I(F) \iff Fx$

2. $Rx \iff \neg$(P è vero di x secondo x) (definizione di R)

3. P è vero di x secondo $I(R) \iff \neg$(P è vero di x secondo x)

4. P è vero di $I(R)$ secondo $I(R)$ $\iff$ $\neg$(P è vero di I(R) secondo I(R))

In questa versione del paradosso non abbiamo assunto insiemi o classi, e, sottolinea Williamson, nemmeno altre forme di domini del discorso che siano standard o non standard. Questa versione del paradosso ”non assume che tutto, o tutto ciò che Rs, appartenga a una singola cosa di qualsiasi tipo. Esso assume riguardo alle interpretazioni solo ciò che è richiesto per catturare l’idea intuitiva...di generalizzare su tutti...gli argomenti della forma giusta nella definizione di conseguenza logica”. Glanzberg (2004) nota come tentando di specificare la nozione di ”assolutamente tutto” si giunge alla nozione di oggetto logico, ossia la nozione più generale possibile di oggetto, ma la versione di Williamson del paradosso mostra come anche tale nozione sia indefinitamente estendibile, infatti non appena la si usa per specificare un determinato dominio di quantificazione, essa produce ”una sequenza indefinitamente crescente” di domini di quantificazione. Williamson (2003) sottolinea che se tentiamo di quantificare su tutte le interpretazioni di un linguaggio L passando a un metalinguaggio L* allarghiamo il range di generalità, e ci rendiamo conto che il nostro linguaggio originale non esprimeva assolutamente ”tutto”, ma visto che il procedimento si può iterare passando da L* a un ulteriore metalinguaggio e così via per qualsiasi linguaggio, possiamo concludere che la generalità assoluta sia inesprimibile, e dunque impensabile.

Capitolo 3

Relativismo della generalità

A questo punto, visti i vari paradossi a cui vanno incontro i sostenitori della generalità assoluta e della quantificazione non ristretta, sorge la necessità di analizzare la posizione opposta, quella del generality relativism, secondo cui è impossibile quantificare su ogni cosa e fare affermazioni su assolutamente ogni cosa, ma al contrario è necessario interpretare i quantificatori come aventi range in un domino ristretto. Un problema sorge però istantaneo: le affermazioni scritte sopra del tipo "è impossibile quantificare su ogni cosa" sono assolutamente generali, o almeno sembra che sia necessario leggerle in tal senso affinché comunichino appieno il senso della posizione del relativista. Per il relativista dunque si prospetta la sfida di esprimere la propria posizione in un modo non autocontraddittorio. Si tratta di un problema che ricorda quello dello scetticismo antico e del suo presunto carattere autorefutatorio [1] Per quanto riguarda il generality relativism esso viene denominato come il problema dell'ineffabilità. Tale critica si ritrova per la prima volta riferita in maniera più precisa al tema della quantificazione in Lewis (1991) : 'forse il relativista della generalità dice che qualche censore mistico ci impedisce di quantificare su assolutamente tutto senza restrizione. Guarda, egli viola la propria struttura nell'atto stesso di proclamarla."(Lewis 1991, p.68). Williamson riprende la prefazione del Tractatus di Wittgenstein: " per tracciare un limite al pensiero, noi dovremmo poter pensare ambo i lati di questo limite (dovremmo, dunque, poter pensare quel che pensare non si può)."(Wittgenstein 1918 in Williamson 2003 p.427). Una serie di approcci al problema dell'esprimibilità del generality relativism prende spunto da alcune intuizioni di Russell nella formulazione della sua teoria dei

[1] Come si può vedere in Sesto Empirico e Agostino.

tipi. La prima idea da prendere in esame è quella di ambiguità tipica, o ambiguità sistematica.

3.1 Ambiguità sistematica

Il concetto di ambiguità tipica, o typical ambiguity, si trova per la prima volta in Russell (1908), in cui per ogni tipo n diverso da 0 viene definita cls come la classe di tutte le classi di oggetti di tipo n-1. Russel osserva come l'espressione $cls \in cls$ " richiede che " cls" dovrebbe avere un significato differente nei due posti in cui occorre. Il simbolo "cls" può solo essere utilizzato dove non è necessario conoscere il tipo; esso ha un'ambiguità che adatta sé stessa alle circostanze."(Russell 1908, p.251). Come esposto da Feferman (2003) la soluzione di Russell per interpretare espressioni ambigue come $cls \in cls$ è considerare la prima occorrenza di cls come la classe di tutte le classi di tipo n, mentre la seconda come la classe di tutte le classi n+1. Analogamente la classe universale V è un simbolo ambiguo, che acquista significato solo quando viene interpretato relativamente a un certo tipo, così $V \in V$ ha senso ed è un'espressione legittima solo interpretando la seconda occorrenza di V in un tipo più elevato rispetto alla prima occorrenza. Charles Parsons è stato il primo ad usare esplicitamente quest'idea russelliana di ambiguità per articolare la posizione del generality relativism, a partire da Sets and Classes (1974a). Parsons sviluppa il concetto di "ambiguità sistematica" formulandolo in primo luogo in connessione con una massima di estensibilità valida per qualsiasi teoria degli insiemi che consiste nell'assumere l'esistenza di un insieme che è un modello standard della suddetta teoria. Parsons 2006 si richiama a un'osservazione di Gödel che nota come dato un "sistema di assiomi per una teoria degli insiemi...ogni classe che occorre in questo sistema può essere considerata come un nuovo dominio di individui e usata come punto di partenza per creare tipi sempre più elevati. Non esiste fine per questo processo...Ci siamo proposti di trovare un sistema formale per la matematica e invece troviamo un'infinità di sistemi, e qualunque sistema si scelga da questa infinità, ne esiste uno più comprensivo" [Gödel 1933o 2011, p.16-17]. Parsons scrive: "se prendo i tuoi quantificatori come se spaziassero su "tutti" gli insiemi, questo può mostrare solo (da un livello "superiore" di prospettiva) la mia mancanza di una concezione più completa di insieme rispetto al tuo. Ma poi sembra che sia sempre possibile una prospettiva in base alla quale le tue classi sono realmente insiemi. Questo modo di considerare la teoria degli insiemi renderebbe il linguaggio della teoria degli insiemi sistematicamente ambiguo; nessuna totalità insiemistica di possibili interpretazioni potrebbe cogliere la portata di questa ambiguità.” (Parsons 1974a, p.11). Tale ambiguità sistematica assume un ruolo chiave per affrontare paradossi semantici come quello del mentitore (vedasi Parsons 1974b), o la versione di Williamson del paradosso di Russell (come si può vedere in Parsons 2006 e Glanzberg 2004) : “Per quanto scomoda, mi sembra che una simile concezione sia richiesta in ogni caso per comprenderne i paradossi semantici. Come o se possiamo, essendo consapevoli di questa ambiguità, trascenderla, è una domanda a cui non so rispondere.” (Parsons 1974a, p.11). Il punto tuttavia è che se cercassimo di trascendere l’ambiguità sistemica dando una definizione precisa del fenomeno in una teoria con una sua semantica formale, otterremmo un linguaggio in cui è possibile formulare nuovamente il paradosso semantico di Williamson sulle interpretazioni, e dunque saremmo costretti a passare a un ulteriore metalinguaggio, ”uno non può esprimere dove giace l’ambiguità sistematica se non in un linguaggio che è soggetto a una simile ambiguità sistematica”(Parsons 1974b,,p.409). In questo senso si costituisce una gerarchia di linguaggi alla Tarski in cui si succedono schemi d’interpretazione sempre più comprensivi che corrispondono a universi del discorso sempre più estesi, da cui potremmo produrre un ”paradosso del supermentitore”, ossia ”una frase che dice di se stessa che non è vera sotto alcuno schema d’interpretazione”(Parsons 1974b, p.406). Ci troveremmo così costretti a estendere la nozione di schema d’interpretazione, applicando su di esso la riflessione semantica che abbiamo applicato ai linguaggi, generando così una nuova gerarchia. Hilary Putnam commentando la soluzione di Parsons nota come possiamo andare avanti in questo processo continuando a creare nuove gerarchie e generare un paradosso del ”super-supermentitore” parlando di ”tutte le gerarchie d’interpretazione che possiamo produrre”, o ”tutte le gerarchie d’interpretazione a cui uno potrebbe mai arrivare continuando la riflessione” (Putnam 2001, p.12), arrivando a costruzioni matematicamente non ben definite, e dire che ”questa frase è falsa” non diventa mai stabilmente vera nella ”gerarchia di tutte le gerarchie”, ma allora avremmo generato un’interpretazione ”finale” da cui ricominciare il processo. L’errore è che ”quando parliamo di gerarchie in generale, piuttosto di una specifica gerarchia costruita secondo la teoria degli insiemi, stiamo parlando in modo schematico”(Putnam 2001, p .13). Le frasi ”sistematicamente ambigue” vanno dunque considerate come formulate in un discorso *sui generis* che non appartiene alla gerarchia dei linguaggi ma che ha un carattere ”schematico”. Proprio in questo carattere schematico dell’ambiguità sistemica possiamo vedere la seconda grande intuizione di Russell che può essere usata per formulare il generality relativism.

3.2 Generalità schematica

In Russell (1908) viene introdotta la sottile distinzione tra ”any” e ”all”, ”qualsiasi” e ”tutti”, che si riflette in due diverse forme di generalità. Russell la descrive come ”La distinzione tra : (1) Asserire qualsiasi valore di una funzione proposizionale, e (2) asserire che la funzione è sempre vera”(Russell 1908, p.227), e la riconduce alla distinzione già presente in Euclide fra enunciati generali che si riferiscono per esempio a ”tutti i triangoli”, ed enunciati particolari del tipo ”sia ABC un triangolo, allora la somma dei lati AB e BC è più grande del lato AC”, in cui la generalità è data dal fatto che il triangolo preso in considerazione è ”assolutamente ambiguo”. Russell si richiama anche alla distinzione fregeana tra affermare $\phi(x)$ e $\forall x\phi(x)$. Se affermare x=x per tutti gli x si traduce in $\forall x(x = x)$, generando i problemi sulla quantificazione non ristretta visti finora, quando affermiamo x=x per qualsiasi x, ”stiamo asserendo la funzione x=x, i.e.,stiamo asserendo qualsiasi valore della funzione.”(Russell 1908, p.228), e in questo senso non sono richiesti i quantificatori, perché stiamo usando un altro tipo di variabile in grado di esprimere la generalità attraverso i tipi del sistema russelliano. Si tratta appunto di variabili schematiche, che possono essere sostituite da variabili di qualsiasi tipo della gerarchia russelliana. In ”Understanding the Infinite”(1994) Shaughan Lavine a partire da queste variabili schematiche delinea la storia della scoperta di un nuovo tipo di generalità, la generalità schematica. Lavine ne trova applicazioni in questo senso nella matematica finitaria di Hilbert, in cui si evita l’espressione $\forall x(x + 1 = 1 + x)$, che potrebbe essere interpretata da un matematico classico come richiedente un dominio che contenga un’infinità attuale di numeri naturali, contro un intuizionista che la interpreterebbe in maniera costruttiva come una prova, e la si sostituisce con l’espressione 1+c=c+1, con c un ”numerale non specificato” (Hilbert 1928 in Lavine 1994, p.190). Per Lavine possiamo considerare una regola logica del tipo $\phi, \neg\phi \vdash \psi$ come uno schema se ϕ e ψ sono variabili schematiche. Tuttavia, Lavine vuole esprimere anche il carattere ”aperto” (open ended) delle regole della logica, sottolineato da Harris (1982) e McGee (2000), e che consiste nel fatto che le regole della logica non si applichino solo al linguaggio logico che viene correntemente considerato, ma anche a ogni sua possibile estensione, ”sia che quell’estensione sia stata considerata o meno" (Lavine 2006,p.113). La regola $\phi, \neg\phi \vdash \psi$ resta valida anche se passiamo dalla logica del primo ordine a quella del secondo o alla logica modale. Affinchè uno schema rifletta tale proprietà ciò che si considera accettabile come istanza di sostituzione per le variabili si espanda automaticamente quando il linguaggio si espande e sia dunque "aperto", in questo caso le variabili vengono chiamate variabili schematiche piene. Lavine (1994) nota come la sostituzione piena confermi l'osservazione di Benacerraf (1985) secondo cui "la pratica matematica riflette le nostre intenzioni e controlla il nostro uso del linguaggio matematico in modi di cui potremmo non essere consapevoli in un dato momento, ma che trascendono ciò che abbiamo esplicitamente stabilito in un dato resoconto, o che potremmo mai essere in grado di fare"(Benacerraf 1985 in Lavine 1999, p.231), e vede un primo esempio di utilizzo degli schemi pieni in Feferman (1991), dove vengono impiegati per l'assiomatizzazione dell'aritmetica. In particolare, in un linguaggio L si formula il principio d'induzione in maniera schematica, $P(0) \wedge (\forall x(P(x) \to P(x')) \to \forall x P(x)$, con P simbolo "libero" di predicato per cui vale la sostituzione piena, la regola $A(P)/A(\tilde{x}B(x))$, dove $A(P)$ è una formula di L contenente P variabile predicato, e $A(\tilde{x}B(x)$ è il risultato della sostituzione di ogni istanza di $P(x)$ in $A(P)$ con $B(x)$. Se consideriamo un secondo linguaggio L' con $L \subset L'$ possiamo applicare la regola di sostituzione a tutte le formule $B(x)$ del linguaggio L' e dunque includere nello schema d'induzione anche le istanze del tipo $B(0) \wedge (\forall x(B(x) \to B(x')) \to \forall x B(x)$. Feferman osserva come in questo senso stiamo attribuendo al principio d'induzione un carattere universale, non limitato da alcun linguaggio, assumendo in anticipo la sua applicazione a ogni estensione del linguaggio. Lavine (2006) nota come la generalità schematica piena possa sostituire la quantificazione non ristretta nelle sue applicazioni metafisiche, per esempio la definizione aristotelica di ontologia come la più generale delle scienze può essere resa con "il soggetto della disciplina chiamata ontologia è s"(Lavine 2006, p.141), che a differenza di un simile enunciato reso attraverso la quantificazione non ristretta non richiede un universo del discorso attualmente infinito, che sarebbe problematico per la metafisica aristotelica. Tuttavia a questo punto un contro-argomento dell'assolutista della generalità sarebbe usare gli schemi aperti per arrivare a formulare la quantificazione non ristretta, come si può vedere in McGee(2000,2006) e Williamson (2003). Usando s come lettera schematica che indichi un qualsiasi oggetto, possiamo inferire $\forall x P(x) \vdash P(s)$ usando l'istanziazione universale e definendo il predicato $(\exists y) y = x$

possiamo ottenere $(\exists y)y = s$, ciò che Lavine (2006) chiama l'everything axiom, in quanto può essere usato nel seguente modo: prendendo un linguaggio L relativizzato a un dominio D, se aggiungiamo agli assiomi di L l'everything axiom relativizzato a D $(\exists y \in D)y = s$, possiamo prendere un oggetto arbitrario di un secondo dominio, denotarlo con una costante c, e "poiché s è una lettera schematica piena, l'everything axiom include il nuovo simbolo come una possibile sostituzione di s"(Lavine 2006, p.125). Otteniamo dunque $(\exists y \in D)y = c$ e da ciò per Williamson (2003) possiamo dedurre che il dominio D contiene assolutamente tutto e dunque ci troveremmo costretti ad accettare la quantificazione non ristretta.

Capitolo 4

Quantificazione e ontologia

4.1 Realismo e teoria dei modelli

In Lavine (2006) viene articolata un'obiezione in due punti all'uso di variabili schematiche piene per formulare la quantificazione non ristretta, in particolare all'utilizzo dell'everything axiom. La prima osservazione di Lavine è che l'everything axiom sembra adeguato per esprimere la quantificazione non ristretta perché il suo carattere aperto suggerisce un'idea di massimalità, ma l'universo del discorso di un quantificatore non ristretto non può essere un universo massimale in senso assoluto. Per Lavine è necessario escludere gli oggetti non esistenti dal dominio di quantificazione, e, poiché la richiesta di massimalità si tradurrebbe nell'ammissibilità di ogni termine di qualsiasi espansione del linguaggio nelle istanze dell'everything axiom, la massimalità ci porterebbe ad accettare istanze del tipo $\exists x(x = Dio)$, una prova assurda dell'esistenza di Dio. Dunque è necessario un criterio per identificare i termini che possono sostituire la lettera schematica in modo adeguato, ma così il parlante di un linguaggio L sarebbe in grado di usare i quantificatori in maniera non ristretta solo se già in grado di dire se un termine si riferisce a qualcosa che esiste e di conseguenza identificare tutti gli oggetti che esistono. L'argomento risulta dunque affetto da una forma di circolarità, in quanto la possibilità di quantificare in maniera non ristretta dipenderebbe dall'assunzione che abbiamo già la possibilità di considerare tutti gli oggetti esistenti . Il secondo punto dell'obiezione consiste nel formulare la possibilità di due parlanti, con due differenti universi del discorso E ed S, con $S \subset E$. S ed E hanno lo stesso vocabolario, concordano sull'utilizzo di tutti i nomi e le proposizioni del linguaggio che sono vere, e accettano l'utilizzo dell'everything axiom. Se il parlante di E vuole rendere noto al parlante di S un oggetto che è in E e non in S, dovrà espandere il suo linguaggio introducendo un nuovo nome per denotare il suddetto oggetto. A questo punto tuttavia il parlante di S non è in alcun modo obbligato a espandere il suo universo del discorso, poiché può sempre negare che il nuovo nome denoti un oggetto esistente. La situazione è ora quella di due parlanti che sono in disaccordo su ciò che esiste e che non possono trovare alcuna utilità nel dirimere la disputa nell'utilizzo dell'everything axiom o in generale dei quantificatori "non ristretti", perché entrambi si applicano a tutto ciò che esiste per il parlante. In modo più formale, Lavine riprende l'argomento di Putnam (1980) contro il realismo metafisico che utilizza il teorema di Löwenheim-Skolem in giù: se una teoria T in un linguaggio L ha un modello M, ha anche un modello N con cardinalità $\leq L$. Se consideriamo le teorie del primo ordine che utilizzano un linguaggio di cardinalità numerabile (la maggior parte delle teorie del primo ordine usate in matematica), ciò implica che ogni teoria con modello M non numerabile abbia anche un modello numerabile $N \subset M$. Nell'esperimento mentale di prima S sarebbe l'universo del discorso numerabile del modello N, mentre E sarebbe effettivamente "tutto". Il punto è che per il teorema di Löwenheim-Skolem le formule vere in S sono le stesse vere in E, la differenza sta nel numero dei membri del dominio che rende vera ciascuna formula. S è, nella metafora vivida usata da Lavine, una scenografia hollywoodiana, che simula case, metropoli, interi mondi fantastici, riproducendo solo le porzioni che telecamera deve inquadrare, prendendo, per ogni formula esistenziale che il linguaggio "inquadra in macchina", un solo membro da E che la renda vera, indipendentemente da quanti effettivamente ce ne siano. In questo senso nulla del linguaggio, nemmeno l'everything axiom come abbiamo visto sopra, permette di capire a quale universo il parlante si stia effettivamente riferendo, se a un dominio numerabile o a uno che contiene infinità non numerabili di oggetti in più. Per Lavine ciò prova che l'universo della quantificazione non ristretta sia essenzialmente ambiguo. È possibile rispondere all'argomento di Lavine notando come si poggi su assunzioni ontologiche implicite. Già Putnam (1980) notava come il teorema di Löwenheim-Skolem non ha implicazioni relativistiche per un filosofo affine al platonismo, visto che, pur dimostrando che l'uso totale del linguaggio non fissa mai un'unica interpretazione, non esclude la possibilità di "misteriose facoltà" in grado di cogliere i concetti e gli oggetti matematici. In forma più prosaica, ci sono interpretazioni più naturali di altre, come fa notare Priest (2007) portando l'esempio dei modelli non standard dell'aritmetica e osservando che quando parliamo di numeri naturali nessuno suppone che stiamo parlando degli oggetti in questi modelli. Lewis (1984) formula ulteriori obiezioni su questa linea all'argomento di Putnam contro il realismo metafisico per come viene formulato in Putnam (1977). La versione dell'argomento in Putnam (1977) è differente rispetto a quella esaminata finora e si serve del teorema di completezza e del teorema di Löwenheim-Skolem in su. Lo scopo di Putnam è attaccare la tesi del realismo metafisico per cui ”la verità è supposta essere radicalmente non-epistemica” (Putnam 1977, p.485): anche la teoria migliore dal punto di vista puramente operativo potrebbe essere falsa. Così Putnam fa il seguente esperimento mentale: ”Poniamo che ”T_1 sia una teoria ideale, secondo i nostri principi. Sollevando le restrizioni alle nostre capacità attuali ancora troppo finite, possiamo immaginare che T_1 abbia ogni proprietà eccetto la verità oggettiva-che è lasciata aperta-che ci piace. Ad esempio, T, può essere immaginata completa, coerente, in grado di predire tutte gli enunciati di osservazione,...che sia ”bella”, ”semplice”, ”plausibile”...”(Putnam 1977, p.485). Putnam poi suppone che il Mondo (la totalità della realtà) sia composto di infinite parti e che la teoria T_1 dica che esistano infinite cose. Ora, poiché T_1 è consistente, ha un modello (infinito) per il teorema di completezza e per il teorema di Löwenheim-Skolem in su ha modelli per ogni cardinalità infinita. Putnam sceglie un modello M della stessa cardinalità del Mondo ottenendo una corrispondenza uno a uno tra i membri di M e le parti del mondo e di conseguenza una relazione di soddisfazione tra i predicati di T_1 e gli insiemi di parti del Mondo. Tale relazione, detta SAT, rende inevitabilmente vera T_1. Il punto di Putnam è che così abbiamo ottenuto che per qualsiasi teoria ideale T_1 che sia consistente e perfetta sotto ogni punto di vista operazionale possiamo ottenere un'interpretazione SAT che la rende vera, dunque la nostra teoria T_1 potrebbe essere falsa solo se SAT non fosse l'interpretazione che intendiamo veramente, ma per affermare ciò dovremmo far appello a fattori che non sono né teorici né osservazionali, in quanto SAT rende già veri tutti gli elementi teorici di T_1 e tutte le osservazioni. Come scrive Lewis (1984): ”È (quasi) certo che il mondo fornirà gli ingredienti per un'interpretazione che renderà vera la teoria. In effetti, fornirà innumerevoli interpretazioni di questo tipo. Ex hypothesi queste interpretazioni sono intenzionali. Quindi non c'è (quasi) modo che la teoria non possa risultare vera secondo le sue interpretazioni intenzionali. Vale a dire: non c'è (quasi) modo che la teoria non possa risultare vera” (Lewis 1984, p.224). Lewis attua una strategia contro la conclusione di Putnam che è ricostruita in Van Fraassen (1997): per Lewis l'argomento di Putnam ci porta a un bivio, accettare una forma di anti-nominalismo e rifiutare il descrittivismo globale o accettare quest'ultimo e giungere alla tesi di Putnam. Con descrittivismo globale Lewis indica la posizione secondo cui "tutto il linguaggio deve essere inteso come riferito alle cose in modo tale che la teoria totale (la totalità delle nostre credenze o asserzioni) risulti vera" (Van Fraassen 1997, p.24), ma a questo punto l'argomento di Putnam mostra che è sempre possibile costruire un'interpretazione del linguaggio che renda vera la teoria totale, qualsiasi (tra le teorie che soddisfano le condizioni "ideali" di Putnam) essa sia. Per evitare che "l'incredibile tesi di Putnam"(Lewis 1984,p.224) risulti vera è necessario rifiutare il descrittivismo globale e di conseguenza adottare un diverso meccanismo per assegnare il riferimento che escluda tutte le interpretazioni non intese della teoria che la renderebbero comunque vera. Il vincolo aggiuntivo individuato da Lewis "non riguarda il discorso e il pensiero di coloro che si riferiscono, e non le loro connessioni causali con il mondo, ma piuttosto i referenti stessi. Tra tutte le innumerevoli cose e classi che ci sono, la maggior parte sono miscellanee, manipolate, mal demarcate. Solo una minoranza elitaria è incisa nelle giunture, in modo che i loro confini siano stabiliti da oggettive identità e differenze in natura. Solo queste cose e classi elitarie sono idonee a fungere da referenti. Il mondo, qualsiasi mondo, ha le caratteristiche di molte interpretazioni che soddisfano molte teorie; ma la maggior parte di queste interpretazioni sono squalificate perché impiegano referenti non idonei. Quando ci limitiamo alle interpretazioni idonee, quelle che rispettano le giunture oggettive in natura, non c'è più alcuna garanzia che (quasi) qualsiasi mondo possa soddisfare (quasi) qualsiasi teoria. Diventa ancora una volta un obiettivo degno scoprire una teoria che si avvererà con un'interpretazione idonea, e diventa una speranza audace e rischiosa che siamo sulla buona strada per raggiungere questo obiettivo." (Lewis 1984, p.227). In questo senso l'interpretazione naturale dei quantificatori sarebbe quella non ristretta, perché, come scrive Williamson (2003), anche se "qualcuno potrebbe intendere con 'tutto' assolutamente tutto eccetto questi granelli di sabbia, potrebbe farlo solo in modo perverso, attraverso strumenti *adhoc* innaturali" e riprendendo McGee (2000) nota come il quantificatore universale sia caratterizzato in modo unico dalle sue regole d'introduzione ed eliminazione "solo se non vi è una restrizione contestuale su ciò che si può nominare...Qualcosa potrebbe essere così elusivo che gli umani non possono individuarlo per nominarlo; comunque i quantificatori non ristretti hanno range su di esso"(Williamson 2003, p.460). In questo senso torniamo alla prima parte del contro-argomento di Lavine sull'uso dell'everything axiom, che critica proprio il fatto che ogni termine sia ammissibile, e di conseguenza sia oggetti esistenti e non esistenti. Analizzando questo punto, che consiste nel mettere in discussione cosa intendiamo per "tutti gli oggetti" possiamo trovare presupposti ontologici che si fondano su un'altra linea di critica al realismo metafisico, ossia quella del pluralismo concettuale [1] e analogamente alla diatriba tra Putnam e Lewis le riflessioni su questo argomento hanno ripercussioni sul problema della quantificazione non ristretta.

4.2 Pluralismo ontologico

L'argomento del pluralismo concettuale consiste nel negare che vi sia una nozione unica di "oggetto", "esistenza", "proprietà", in quanto questi termini sono sempre relativi a uno schema concettuale. Al contrario, con l'introduzione del predicato $(\exists y)y = x$ per ottenere l'everything axiom, Lavine (2006) fa esplicitamente riferimento alla metaontologia di Quine[2], per cui possiamo comprendere gli impegni ontologici di una teoria attraverso il quantificatore esistenziale, che può essere parafrasato con "qualcosa è un oggetto x tale che"(Quine 1960o 2008,p.297). Van Inwagen (2009) annovera tra le tesi metaontologiche fondamentali di Quine l'univocità dell'esistenza e l'idea secondo cui "Il singolo senso dell'essere o dell'esistenza è adeguatamente espresso dal quantificatore esistenziale della logica formale" (Van Inwagen 2009,p.492). In breve, "essere è essere il valore di una variabile" (Quine 1953,p.1). Queste tesi vengono messe in discussione dalla tradizione pluralista da Carnap (1950) a Putnam (2004) che contestano l'assegnazione a "esiste" di un unico significato. Già nel 1962 Richard Milton Martin, seguendo il pluralismo ontologico di Carnap, criticava i passaggi di Parola e Oggetto di Quine in cui traspariva la possibilità di interpretare il quantificatore universale come "ogni cosa" in quanto restava dubbio "quale significato si possa dare alla frase "tutti gli oggetti". Quine ovviamente preferisce gli oggetti fisici ad altri. Si impegna molto per difendere e giustificare questa preferenza, tuttavia, ma non riesce del tutto a dare alla frase "oggetto fisico" un chiaro significato. Tuttavia non si obietterebbe di prendere D come dominio degli oggetti fisici. I teorici degli insiemi

[1] Come riportato in Challenges to Metaphysical Realism nella Stanford Encyclopedia of Philosophy
[2] In particolare a Existence and Quantification in Quine (1969)

richiedono un altro dominio su cui le loro variabili possano spaziare, un dominio di *insiemi* o *classi*. Ma il teologo ne ha bisogno di un altro, e il critico letterario ancora di un altro, e così via."(Martin 1962, p.527). Anche se Quine concedesse al teorico degli insiemi il suo dominio di insiemi all'interno della teoria il quantificatore $\forall x$ significherebbe "per tutti gli *insiemi* x". "Non si guadagna nulla insistendo sulla lettura "per tutti gli oggetti x". In effetti, al contrario, si perde molto. Cosa dobbiamo includere come oggetti? Angeli, sogni, disposizioni, opere d'arte, valori, ecc.? La classe di Russell di tutte le classi che non sono membri di se stesse? Frasi o iscrizioni di sorta che dicono di se stesse di non essere vere? Chiaramente devono esserci delle restrizioni qui per evitare incoerenza, da un lato, e per ottenere una forma di chiarezza dall'altro. Quindi la frase "per tutti gli oggetti x" non può davvero significare affatto ciò che Quine apparentemente desidera. Limitazioni appropriate devono essere imposte limitando le variabili a un intervallo su un dominio fisso." (Martin 1962,p.527). Martin ritiene che analogamente a $\int$ e $\in$ i quantificatori assumano significato solo in un linguaggio L con un dominio D di oggetti già specificato. Ciò trova il suo fondamento sulla distinzione tra linguaggio esterno e interno di Carnap, secondo il meccanismo seguente: "Dobbiamo distinguere due tipi di domande di esistenza: in primo luogo le domande sull'esistenza di certe entità del nuovo tipo all'interno del framework: chiamiamo queste domande interne; e in secondo luogo, le domande riguardanti l'esistenza o la realtà del sistema delle entità come un tutto, che vengono chiamate domande esterne. Le domande interne e le possibili risposte ad esse sono formulate con l'aiuto delle nuove forme di espressioni. Le risposte potrebbero essere trovate o da metodi puramente logici o attraverso metodi empirici, ciò dipende se il framework è logico o fattuale. Una domanda esterna è di carattere problematico"(Carnap 1950, p.22). Quando ci domandiamo cosa intendiamo nel dire che qualcosa esiste dobbiamo attuare una restrizione di questo tipo:"Un'affermazione esistenziale che asserisce che ci sono entità di un tipo specifico può essere formulata come una semplice affermazione esistenziale in un linguaggio contenente variabili per queste entità. Io ho chiamato le affermazioni esistenziali di questo tipo formulate all'interno di un linguaggio dato, affermazioni esistenziali interne" (Carnap 1963 p.871). Un punto importante dell'approccio carnapiano è che in un certo senso concorda con l'affermazione di Quine secondo cui gli impegni ontologici di una teoria vengono catturati appieno dai valori ammessi dalle variabili, tuttavia questo principio in Carnap assume un aspetto deflazionistico, come si può notare dalla seguente osservazione: ”Preferirei non usare la parola ”ontologia” per il riconoscimento di entità mediante l’ammissione di variabili. Questo uso mi sembra quantomeno fuorviante; potrebbe essere inteso come se implicasse che la decisione di usare certi tipi di variabili debba basarsi su convinzioni ontologiche e metafisiche. A mio avviso, tuttavia, la scelta di una certa struttura linguistica e, in particolare, la decisione di usare certi tipi di variabili è una decisione pratica come la scelta di uno strumento; dipende principalmente dagli scopi per cui lo strumento, qui il linguaggio, è destinato a essere usato e dalle proprietà dello strumento. Ammetto che la scelta di un linguaggio adatto agli scopi della fisica e della matematica comporta problemi molto diversi da quelli coinvolti nella scelta di un motore adatto per un aereo da trasporto merci; ma, in un certo senso, entrambi sono problemi di ingegneria e non riesco a capire perché la metafisica dovrebbe entrare nel primo più che nel secondo.”(Carnap 1947 p.43). Il motivo di ciò si può trovare nel pluralismo logico di Carnap, da cui segue che diversi frameworks logici, diversi sistemi di variabili, diversi linguaggi, sono ammissibili, e di conseguenza configurano diverse nozioni di ”oggetto”, ”esistenza”, ”proprietà”, voler chiedersi il significato della nozione di ”oggetto in generale” indipendentemente da un contesto linguistico sarebbe una domanda insensata, una pseudo-domanda in quanto le uniche domande esterne a un linguaggio che ha senso chiedersi sono quelle riguardanti l’utilità pratica dell’adozione del suddetto linguaggio. Un esempio efficace di tale approccio è il seguente: ”Una domanda come: ”Ci sono (davvero) punti spazio-temporali?” è ambigua. Può essere intesa come una domanda interna; allora la risposta affermativa è, ovviamente, analitica e banale. Oppure può essere intesa nel senso esterno: ”Dobbiamo introdurre tali e tali forme nel nostro linguaggio?”; in questo caso non è una domanda teorica ma pratica, una questione di decisione piuttosto che di affermazione, e quindi la formulazione proposta sarebbe fuorviante. O infine, può essere intesa nel senso seguente: ”Le nostre esperienze sono tali che l’uso delle forme linguistiche in questione sarà opportuno e fruttuoso?” Questa è una domanda teorica di natura fattuale ed empirica. Ma riguarda una questione di grado; quindi una formulazione nella forma ”reale o no?” sarebbe inadeguata.” (Carnap 1950, pp. 29-30). Hellman (2006) applica l’approccio carnapiano dei frameworks all’estensibilità indefinita, notando che ”è precisamente il loro carattere indefinitamente estendibile che mina la significatività di frasi come ”Tutti gli insiemi”, ”Tutti gli ordinali”, ”Tutte le categorie”, ”Tutte le proprietà”, ”Tutte le proposizioni”...Questo, tuttavia non impedisce affatto di fare teoria degli insiemi o teoria generale delle categorie... Queste teorie prendono per garantito un ”mondo” o ”universo” di insiemi, ordinali, categorie etc..Per quanto riguarda i principi semantici e logici interni a queste teorie o frameworks, l’assunzione di fondo di un ”mondo” o di un ”universo” funziona come una restrizione di dominio (un ”universo del discorso”)”(Hellmann 2006, p.94). Come visto nei capitoli precedenti possiamo estendere questi universi del discorso, considerandoli come membri di universi più grandi, e ciò nell’ottica carnapiana si traduce nel relativizzare il discorso a una loro estensione. Davanti a noi si apre uno ”sconfinato oceano di possibilità illimitate” (Carnap 1937, prefazione).

Capitolo 5

Forme alternative di generalità

I sostenitori del generality relativism potrebbero tuttavia giungere ad un'aporia, come sottolinea sempre Williamson (2011), qualora tentassero di tenere assieme le due obiezioni al generality absolutism che finora abbiamo visto alternarsi. Infatti bisogna distinguere l'accusa di contraddittorietà dall'attestazione dell'impossibilità di esprimere la posizione stessa, o meglio, nella possibilità di interpretare ogni espressione assolutamente generale come riferita a un dominio più ristretto. Mentre l'accusa di contraddittorietà deriva dai paradossi insiemistici di Cantor e Russell e da quelli semantici analizzati da Parsons, l'accusa di inarticolabilità si può ritrovare nell'interpretazione del paradosso di Skolem da parte di Putnam e Lavine e nell'approccio deflazionista di Carnap. Se un relativista afferma l'inarticolabilità dell'assolutismo, allora per lui sarà impossibile dimostrare in maniera consistente la contraddittorietà dell'assolutismo, infatti qualsiasi argomento che mirasse a ciò dovrebbe assumere nelle proprie premesse una proposizione assolutamente generale da cui derivare la contraddizione ma, in accordo con la tesi dell'inarticolabilità, tale proposizione assunta nelle premesse risulterebbe vera in una restrizione del dominio del discorso, e dunque essendo vera per il relativista renderebbe il relativismo stesso contraddittorio. Williamson suggerisce di adottare questa strategia in modo tale da usare l'inarticolabilità dell'assolutismo per reinterpretare ogni argomento contro di esso come un argomento contro qualcosa sostenuto dal relativista. Il rischio però è che a questo punto la discussione degeneri in una reciproca accusa di ineffabilità, e proprio per evitare ciò Williamson (2003) propone alle parti in causa di scegliere un $test\ cruciale$, in cui l'assolutista dichiara di quantificare su assolutamente tutto nel contesto C, mentre il relativista vuole mostrare come il passaggio da un contesto C a un contesto $C*$ porti a quantificare su più oggetti rispetto a prima. Williamson ha in mente la sua versione semantica del paradosso come test cruciale e la sua soluzione al paradosso consiste nel definire una nuova nozione d'interpretazione utilizzando un linguaggio del secondo ordine in modo tale che essa non venga considerata come un individuo. In Rayo e Williamson (2003) viene introdotta la variabile diadica del secondo ordine I, che ha come dominio tutti gli individui x tali che I sia vera della coppia ordinata $\big('\forall', x\big)$. I valori che I assegna a un predicato P a n variabili sono le n-tuple $\langle x_1, ...x_n\rangle$ tali che I sia vera della coppia ordinata $\big(P, \langle x_1, ...x_n\rangle\big)$. In modo più formale l'enunciato "I è un'interpretazione (del secondo ordine)" diventa $\exists x(I(\forall, x)) \land \forall x(FOV(x) \to \exists! y I(x, y))$, dove FOV è il predicato "essere una variabile del primo ordine". Possiamo ora provare a ricreare il paradosso semantico di Williamson con questa nuova nozione di interpretazione:

1. $I(P, x) \iff Px$
2. $Rx \iff \neg I(Px, x)$
3. $I(R, x) \iff \neg I(Px, x)$

A questo punto per arrivare alla contraddizione dovremmo supporre che ci sia un valore di x tale che $I(Px, x)$ sia equivalente a $I(R, x)$ ma non abbiamo alcun motivo di pensare che tale valore di x esista. Williamson e Rayo riescono a dimostrare in questo linguaggio del secondo ordine un teorema di completezza per la logica del primo ordini con le variabili libere di avere range su tutti gli oggetti, tuttavia, come nota Parsons (2006), questo è reso possibile fermando a questo punto la metateoria, perché altrimenti dovremmo proseguire utilizzando una logica del terzo ordine, e così via. Questo "limite" dovrebbe essere reso naturale dal fatto che Williamson (2003) riprende la distinzione fregeana tra oggetti (denotati dalle variabili del primo ordine) e concetti (denotati dai predicati), in modo tale da far risultare come mal posta la stessa domanda "su cosa quantificano le variabili del secondo ordine?" poiché "le cose nel senso dell'assolutista della generalità sono solo gli oggetti fregeani" (Williamson 2003 p.458). Linnebo(2017) tuttavia osserva che questo tipo di approccio poggia su un'eccessiva restrizione della possibilità di reificazione di concetti e pluralità, mentre un'alternativa più desiderabile sarebbe quella di introdurre una nuova forma di generalità. Tale nuova forma di generalità detta "generica" consiste nell'adottare un'asimmetria tra la quantificazione esistenziale, che riguarderebbe le istanze già disponibili in un particolare momento del processo di formazione degli insiemi, e la quantificazione universale, che in questa concezione riguarderebbe non solo quanto è già stato introdotto nel nostro dominio, ma ”tutti gli oggetti che questo processo potrebbe mai produrre” (Linnebo 2017, p.17). Questa generalità generica infatti non si baserebbe sulle istanze a disposizioni ma su certe proprietà essenziali dei concetti che appaiono nella generalizzazione. Quest'idea viene suggerita a Linnebo da un passaggio di Weyl (1921) in cui, trattando l'infinito dei numeri naturali con un approccio potenzialista, suggerisce che non serva avere a disposizione l'infinità attuale dei numeri naturali, in quanto le loro proprietà rilevanti sarebbero nella loro essenza. Weyl scrive che ”l'espressione ”c'è” ci impegna all'Essere e alla legge, mentre ”ogni” ci rilascia nel Divenire e nella libertà” (Weyl 1921 in Crosilla e Linnebo 2023, p.424), con dei toni che sembrano richiamare la dialettica della filosofia classica tedesca. Più esplicitamente Zermelo scrive che ”le due polari tendenze opposte dello spirito pensante, l'idea di progresso creativo e quella di collezione e completamento, idee che sono anche dietro alle antinomie kantiane, trovano la loro riconciliazione simbolica nella serie di numeri transfiniti...Questa serie non raggiunge un vero completamento nella sua avanzata senza restrizioni, ma possiede solo punti di fermata relativi...”(Zermelo (1930) in Shapiro e Wright(2006) p.278). A questo punto sarebbe interessante chiedersi se esiste un approccio esplicitamente ”hegeliano” al problema della generalità assoluta e in effetti qualcosa di simile si può trovare nella soluzione dialeteica di Graham Priest. Anche se Williamson scrive ironicamente che ”il dialeteismo è un fato peggiore della morte” (Williamson 2011, p.387), Priest(2007) sottolinea come i paradossi generati dai tentativi di assolutisti e relativisti di articolare le loro rispettive posizioni possano rientrare nell'$inclosure$ $schema$, da lui esposto per la prima volta in Beyond the Limits of Thought(1995). Lo schema è ”generato da due momenti:totalizzare insiemi di ϕs e fuoriuscire da queste totalità con un diagonalizzatore, δ, la cui natura gli da il potere di rompere attraverso ogni confine...quando consideriamo la totalità di tutti i ϕs...il diagonalizzatore non ha nulla di consistente verso cui andare. Una forza inamovibile incontra un oggetto irresistibile; e la contraddizione, nella forma di un'$inclosure$, è il risultato.”(Priest 2002, p.233). Priest sostiene che lo schema manifesta le proprietà del vero infinito di Hegel, tale infinito è ”il venire assieme di due momenti nella forma di una totalità assoluta, da cui comunque si può fuoriuscire; un limite che,tuttavia, può essere trasceso; un illimitato limitato.”(Priest 2002, p.109). In questo senso, l'immagine della generalità assoluta come un ”confine sconfinato” è un’adeguata chiusura alle nostre riflessioni.

Bibliografia

Benacerraf, Paul e Crispin Wright. «Skolem and the Skeptic». *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes* 59 (1985): 85–137.

Carnap, Rudolf. «Empiricism, Semantics, and Ontology». *Revue Internationale de Philosophie 4:20-40* (1950).

— . *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*. Chicago, IL, USA: University of Chicago Press, 1947.

— . «Replies and Systematic Expositions». In *Schilpp, P. (ed.)* A cura di Rudolf Carnap, 859–1013. 1963.

— . *The Logical Syntax of Language*. London: K. Paul, Trench, Trubner & co., 1937.

Cartwright, Richard L. «Speaking of everything». *Noûs* 28, n. 1 (1994): 1–20.

Coffa, J Alberto. «The humble origins of Russell's paradox». *Russell: The Journal of Bertrand Russell Archives* 33, n. 1 (1979): 31–37.

Copi, Irving M. «The burali-forti paradox». *Philosophy of Science* 25, n. 4 (1958): 281–286.

Crosilla, Laura e Øystein Linnebo. «Weyl and Two Kinds of Potential Domains». *Noûs* (forthcoming). `https://doi.org/10.1111/nous.12457`.

Dieveney, Patrick Sean. *Indispensable ontological commitments*. The University of Arizona, 2006.

Dummett, Michael. *Frege: Philosophy of language*. Harvard University Press, 1981.

— . *Frege: Philosophy of mathematics*. Harvard University Press, 1991.

— . «The Philosophical Significance of Gödel's Theorem». In *Ratio*, a cura di Michael Dummett e Philip Tartaglia, 186–214. Duckworth, 1963.

— . *The seas of language*. Clarendon Press, 1993.

Feferman, Solomon. «Reflecting on incompleteness 1». *The Journal of Symbolic Logic* 56, n. 1 (1991): 1–49.

— . «Typical ambiguity: trying to have your cake and eat it too». *One hundred years of Russell's paradox* (2004): 135–151.

Fraassen, Bas C. Van. «Putnam's Paradox: Metaphysical Realism Revamped and Evaded». *Philosophical Perspectives* 11 (1997): 17–42.

Glanzberg, Michael. «Quantification and realism». *Philosophy and Phenomenological Research* 69, n. 3 (2004): 541–572.

Gödel, Kurt. «L'attuale situazione nei fondamenti della matematica (1933)». In *Scritti scelti 1933-1964*, a cura di Gabriele Lolli, 3–23. Bollati Boringhieri, 2011.

Goldfarb, Warren. «Frege's conception of logic». In *The Cambridge Companion to Frege*, a cura di Tom Ricketts e MichaelEditors Potter, 63–85. Cambridge Companions to Philosophy. Cambridge University Press, 2010.

Grattan-Guinness, Ivor. «How Bertrand Russell discovered his paradox». *Historia Mathematica* 5, n. 2 (1978): 127–137.

Harris, John H. «What's so logical about the "logical" axioms?» *Studia Logica* 41 (1982): 159–171.

Hellman, Geoffrey. «Against 'absolutely everything'!» *Absolute generality* (2006): 75–97.

Hilbert, David. *Die grundlagen der mathematik: Vortrag, gehalten auf Einladung des Mathematischen Seminars im Juli 1927 in Hamburg*. Springer, 1928.

Inwagen, Peter van. «Being, Existence, and Ontological Commitment». In *Metametaphysics: New Essays on the Foundations of Ontology*, a cura di Ryan Wasserman, David Manley e David Chalmers. Oxford University Press, 2009.

Kanamori, Akihiro e Ernst Zermelo. «Zermelo 1930a», 390–430. Gen. 2010. isbn: 978-3-540-79383-0. `https://doi.org/10.1007/978-3-540-79384-7_17`.

Kreisel, Georg. «Informal rigour and completeness proofs». In *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, 47:138–186. Elsevier, 1967.

Lavine, Shaughan. «Something about everything: Universal quantification in the universal sense of universal quantification». *Absolute generality* (2006): 98–148.

— . *Understanding the infinite*. Harvard University Press, 1994.

Lemmon, E.J. e M. Prampolini. *Elementi di logica. Con gli esercizi risolti*. Biblioteca universale Laterza. Laterza, 1995. isbn: 9788842027720. `https://books.google.it/books?id=WbfhQwAACAAJ`.

Lewis, David K. «Parts of classes». *Mind* 100, n. 3 (1991).

— . «Putnam's Paradox». *Australasian Journal of Philosophy* 62, n. 3 (1984): 221–236.

Linnebo, Ø. «Predicative and impredicative definitions». *The Internet Encyclopedia of Philosophy* (2017): 2161–0002.

Linnebo, Øystein. «On the Permissibility of Impredicative Comprehension». *Oxford Scholarship Online* (2017). `https://api.semanticscholar.org/CorpusID:217171917`.

Marcus, Ruth Barcan. «Quantification and Ontology». *Noûs* 6, n. 3 (1972): 240–250.

Martin, R. M. «Existential Quantification and the "Regimentation" of Ordinary Language». *Mind* 71, n. 284 (1962): 525–529.

McGee, Vann. «There's a rule for everything». *Absolute generality* (2006): 179–202.

— . «'Everything'». In *Between Logic and Intuition: Essays in Honor of Charles Parsons*, a cura di Gila Sher e RichardEditors Tieszen, 54–78. Cambridge University Press, 2000.

Odifreddi, Piergiorgio. «Il diavolo in cattedra: la logica da Aristotele a Gödel» (2003).

Parsons, Charles. «Sets and classes». *Noûs* (1974): 1–12.

— . «The liar paradox». *Journal of Philosophical Logic* 3 (1974): 381–412.

— . «The problem of absolute universality». *Absolute generality* (2006): 203–19.

Peters, S. e D. Westerståhl. *Quantifiers in Language and Logic*. Clarendon Press, 2006. isbn: 9780199291250.

Peters, Stanley e Dag Westerståhl. *Quantifiers in Language and Logic*. Oxford, England: Clarendon Press, 2006.

Plato, Jan Von. «GENERALITY AND EXISTENCE: QUANTIFICATIONAL LOGIC IN HISTORICAL PERSPECTIVE». *The Bulletin of Symbolic Logic* 20, n. 4 (2014): 417–448. issn: 10798986, visitato il 18/11/2024. `http://www.jstor.org/stable/43150543`.

Priest, Graham. *Beyond the Limits of Thought*. Oxford, England: Oxford University Press, 2002.

— . «Indefinite Extensibility–Dialetheic Style». *Studia Logica* 101, n. 6 (2013): 1263–1275. `https://doi.org/10.1007/s11225-013-9532-1`.

— . «Review of Absolute Generality». *Notre Dame Philosophical Reviews* (2007).

Putnam, Hilary. *Ethics Without Ontology*. Cambridge: Harvard University Press, 2004.

— . «Models and reality». *The journal of symbolic logic* 45, n. 3 (1980): 464–482.

— . «Paradox Revisited I: Truth». In *Between Logic and Intuition: Essays in Honor of Charles Parsons*, a cura di Gila Sher e RichardEditors Tieszen, 3–15. Cambridge University Press, 2000.

— . «Realism and Reason». *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association* 50, n. 6 (1977): 483–498.

Quine, Willard Van Orman. «On What There Is». In *From a Logical Point of View*, a cura di Willard Van Orman Quine, 1–19. Harvard University Press, 1953.

— . *Ontological Relativity and Other Essays*. New York: Columbia University Press, 1969.

— . *Word and Object*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1960.

Rayo, Agustín e Gabriel Uzquiano. *Absolute generality*. Oxford University Press, 2006.

Rayo, Agustin e Timothy Williamson. «A Completeness Theorem for Unrestricted First- Order Languages». In *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*, a cura di J. C. Beall, 331–356. Oxford University Press UK, 2003.

Russell, Bertrand. *I principi della matematica (1903), tr. it. di L.Geymonat*. Longanesi, Milano, 1963.

— . «Mathematical logic as based on the theory of types». *American journal of mathematics* 30, n. 3 (1908): 222–262.

— . «On Denoting». *Mind* 114, n. 456 (2005): 873–887.

— . «On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types». *Proceedings of the London Mathematical Society* s2-4, n. 1 (1907): 29–53.

— . «‘Letter to Frege’ (1902)». In *From Frege to Gödel*, a cura di Jean Van Heijenoort, 124–125. Harvard University Press, 1967.

Sellars, Wilfrid. *La filosofia e l’immagine scientifica dell’uomo*. Armando Editore, 2007.

Shapiro, Stewart e Crispin Wright. «All things indefinitely extensible». *Absolute generality* (2006): 255–304.

Smid, Jeroen. «The logic behind Quine’s criterion of ontological commitment». *European Journal of Philosophy* 28, n. 3 (2020): 789–804.

Weiner, Joan. «Understanding Frege’s project». In *The Cambridge Companion to Frege*, a cura di Tom Ricketts e MichaelEditors Potter, 32–62. Cambridge Companions to Philosophy. Cambridge University Press, 2010.

Weyl, Hermann Von. «Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik». *Mathematische Zeitschrift* 10 (1921): 39–79. `https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120541755`.

Williamson, Timothy. «Absolute Identity and Absolute Generality». In *Absolute generality*, a cura di Agusti?n Rayo e Gabriel Uzquiano, 369–89. Oxford University Press, 2006.

— . «Everything». *Philosophical perspectives* 17 (2003): 415–465.

Zalta, Edward N et al. «Stanford encyclopedia of philosophy». *See https://plato.stanford.edu/*.