

Università degli Studi di Padova

Facoltà di Scienze Statistiche

***Corso di Laurea in Statistica, Economia e
Finanza***



TESI DI LAUREA

**I PRODOTTI STRUTTURATI: IL CASO
DELL'EXPRESS CERTIFICATE DI
UNICREDIT.**

Relatore: Prof. Weber Guglielmo

Laureando: Zorzi Nicola Carlo

Anno Accademico 2007 – 2008

Alla mia famiglia

INDICE

Introduzione.....	4
L'Express Certificate.....	7
Analisi dell'indice SP/MIB.....	10
L'indice MIB 30.....	16
Analisi preliminare del contratto.....	20
Analisi principale del contratto.....	28
Conclusioni.....	36
Bibliografia.....	38

INTRODUZIONE

I contratti di opzione su azioni sono stati trattati per la prima volta nel 1973 alla borsa di Wall Street. Da allora c'è stata una fortissima crescita dei mercati delle opzioni. Questi contratti derivati vengono ora trattati in diverse Borse sparse per tutto il mondo. Volumi enormi di opzioni vengono negoziati nel mercato Over The Counter (mercato non ufficiale delle opzioni non standard) da banche e altre istituzioni finanziarie. Le attività sottostanti includono azioni, indici azionari, tassi di cambio, obbligazioni, futures, merci ed altre cose.

Esistono due tipi fondamentali di opzioni: call e put. Una "call option" dà al portatore il diritto di comprare un'attività entro una certa data, ad un prezzo pre-determinato alla data di stipula del contratto. Una "put option" dà al portatore il diritto di vendere un'attività entro una certa data, ad un prezzo pre-determinato alla data di stipula del contratto. Il prezzo con cui viene scambiato il sottostante è detto "strike price", il prezzo del sottostante (variabile nel tempo) è detto "spot price", mentre la data indicata nel contratto è detta "exercise date". Le opzioni "europee"

possono essere esercitate solo alla scadenza, le opzioni “americane” possono venire esercitate in qualsiasi momento durante la vita del contratto derivato.

Un aspetto molto interessante delle opzioni può essere ricondotto alla loro forte flessibilità: combinando tra loro varie opzioni e legandole reciprocamente secondo specifiche relazioni si possono creare un numero infinito di particolari strumenti derivati, ciascuno con un obiettivo finanziario ben preciso secondo le richieste degli operatori finanziari mondiali. Le “opzioni esotiche”, denominate anche opzioni della seconda generazione, sono contratti derivati che hanno payoff più complessi di quelli delle opzioni standard: questo può riguardare sia la formazione del payoff nel tempo sia la configurazione dello stesso a scadenza. Le ragioni principali che sono all’origine dello sviluppo delle opzioni esotiche possono essere sintetizzate nei seguenti fattori:

- esigenza di potenziare l’offerta, da parte degli intermediari finanziari, di strumenti in grado di garantire livelli di flessibilità maggiori nelle strategie operative degli investitori rispetto ai margini offerti dalle opzioni standard;
- profilo di rendimento potenzialmente più attraente rispetto a quello offerto dalle opzioni classiche (“plan vanilla”);
- possibilità di negoziare certi tipi di opzioni esotiche a costi più contenuti rispetto a quelle standard;
- maggiore competizione tra gli intermediari finanziari nella proposta di prodotti innovativi.

Non è semplice proporre una classificazione delle opzioni esotiche in quanto tali titoli, negoziati quasi totalmente nel mercato Over The

Counter, sono presenti in una grande varietà di forme e la grande dinamicità dei mercati finanziari crea ogni giorno nuovi tipi di opzioni con caratteristiche sempre più articolate, quindi ogni classificazione risulterebbe incompleta e non del tutto definitiva.

Lo scopo di questa tesi è di conoscere una particolare forma di queste opzioni esotiche, attraverso lo studio di un contratto derivato strutturato emesso da un intermediario finanziario di livello mondiale. Tramite delle forme analitiche specifiche il prodotto finanziario può venire apprezzato; inoltre, attraverso la simulazione di possibili scenari futuri, si studia il comportamento di questo contratto in situazioni future di espansione o recessione economica.

L'EXPRESS CERTIFICATE

L'Express Certificate è un contratto derivato strutturato avente come sottostante l'indice azionario italiano SP/MIB. La data di emissione del contratto è il 27 novembre 2007. Dopo il pagamento di 100 euro, il prezzo per l'acquisto del Certificate alla data di emissione, il cliente ha diritto ai seguenti payoffs:

- il 28 novembre 2008 se il sottostante è superiore al 95% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione, il contratto si estingue e viene rimborsata al cliente la cifra di 109 euro, altrimenti il contratto continua a valere;
- il 30 novembre 2009 se il sottostante è superiore al 90% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione, il contratto si estingue e viene rimborsata al cliente la cifra di 118 euro, altrimenti il contratto continua a valere;
- il 29 novembre 2010 se il sottostante è superiore all'85% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione il contratto si estingue e viene

rimborsata al cliente la cifra di 127 euro, altrimenti il contratto continua a valere;

- il 25 novembre 2011 (ultimo giorno di valutazione) se il sottostante è superiore all'80% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione, viene rimborsata al cliente la cifra di 136 euro, altrimenti si hanno due possibili situazioni:
 - i) se durante la vita del contratto l'indice sottostante non è mai sceso sotto la barriera del 65% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione, vengono rimborsati 127 euro;
 - ii) se durante la vita del contratto l'indice sottostante è sceso almeno una volta sotto la barriera del 65% del livello dell'SP/MIB alla data di emissione, viene rimborsato il valore del sottostante all'ultimo giorno di valutazione moltiplicato per un fattore di proporzionalità pari a 0,002652.

N.B. Nel prospetto informativo risulta molto complicato leggere tra le righe che il soggetto Emittente “può” (ma non “deve”) restituire anticipatamente il capitale investito. Questa piccola differenza porta a delle conclusioni completamente differenti sulla “bontà” del contratto; queste considerazioni verranno trattate in maniera più approfondita all'interno del lavoro di analisi del contratto.

L'idea che si può fare un investitore poco oculato oppure semplicemente poco istruito in materia di derivati, è che il certificato prevede la restituzione di una somma superiore al capitale investito nella maggior parte dei casi; la nota dolente, però, è che in caso di debolezza dell'indice sottostante il rischio di forti perdite è molto alto, con possibilità

di rimborso di solo il 20% del capitale investito. Insomma, a prima vista sembra un contratto vantaggioso, ma uno studio più approfondito mette in risalto i rischi enormi che si assume il cliente, coprendo in questo modo l'istituto emittente dal rischio annesso ad una forte contrazione dell'indice SP/MIB. Il rischio che si assumono le due controparti è assolutamente asimmetrico a favore dell'istituto finanziario emittente del contratto.

Un ulteriore importante rischio per il sottoscrittore dell'Express Certificate, seppur molto remoto, è dato dalla possibilità di default del soggetto emittente; nel Prospetto Informativo del contratto viene appena accennato ad un aspetto di fondamentale importanza: i Certificates non sono coperti dalla garanzia offerta dal Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi. In caso di default del soggetto Emittente gli obblighi contrattuali potrebbero non venire rispettati.

ANALISI DELL'INDICE SP/MIB

Borsa Italia, in collaborazione con Standard & Poor's, calcola e diffonde quotidianamente il valore dell'indice S&P/MIB; tale indice è stato introdotto nel mercato italiano il 2 giugno 2003 con un valore base di 10.000 riferito al 31 dicembre 1997. Lo S&P/MIB viene calcolato ogni 30 secondi sulla base dei prezzi degli ultimi contratti conclusi. Il paniere sottostante l'indice è formato da 40 titoli azionari quotati su MTA e MTAX. Questo non ha un numero fisso di componenti, i titoli da includere vengono selezionati dall'Index Committee (ossia l'organismo che procede alla revisione periodica dell'indice) in modo tale da ottenere la massima rappresentatività della struttura del mercato rappresentato dall'indice stesso. Nel paniere possono essere incluse tutte le tipologie di azioni (ad eccezione delle azioni di risparmio e delle azioni privilegiate, a meno che le azioni ordinarie di una determinata società non siano quotate o abbiano una minor liquidità), anche di emittenti esteri purché rispettino i requisiti stabiliti da Borsa Italiana in materia di comunicazione e divulgazione delle informazioni. Una volta costruito il paniere, sono

selezionati i 40 titoli che andranno costituire l'indice vero e proprio sulla base di alcuni criteri riferiti a:

- rappresentatività settoriale. I titoli sono suddivisi in dieci settori di mercato sulla base della metodologia GICS (Global Industry Classification Standard) e vengono selezionati in modo tale da rappresentare al meglio il tessuto economico del mercato di riferimento;
- liquidità. Questa viene valutata considerando il controvalore delle azioni negoziate nei sei mesi precedenti, il flottante ed il numero di giorni di negoziazione. Per poter essere incluse nell'indice le società devono avere il 30% di turnover velocity del flottante;
- Investable Weight Factor (IWF). Tale indicatore viene calcolato al fine di escludere dall'indice pacchetti di azioni (pari o superiori al 5% del totale delle azioni emesse da una determinata società) di proprietà degli azionisti a lungo termine e quindi non destinati ad essere scambiati sul mercato;
- capitalizzazione valutata in base al flottante (free float); nel caso in cui alcune azioni manifestino un IWF inferiore al 25% potranno essere incluse nell'indice solo a seguito di una valutazione da parte dell'Index Committee finalizzata ad accertare che capitalizzazione del flottante e turnover velocity siano sufficientemente elevate rispetto alle altre società appartenenti al medesimo settore.

Attualmente lo S&P/Mib viene calcolato come:

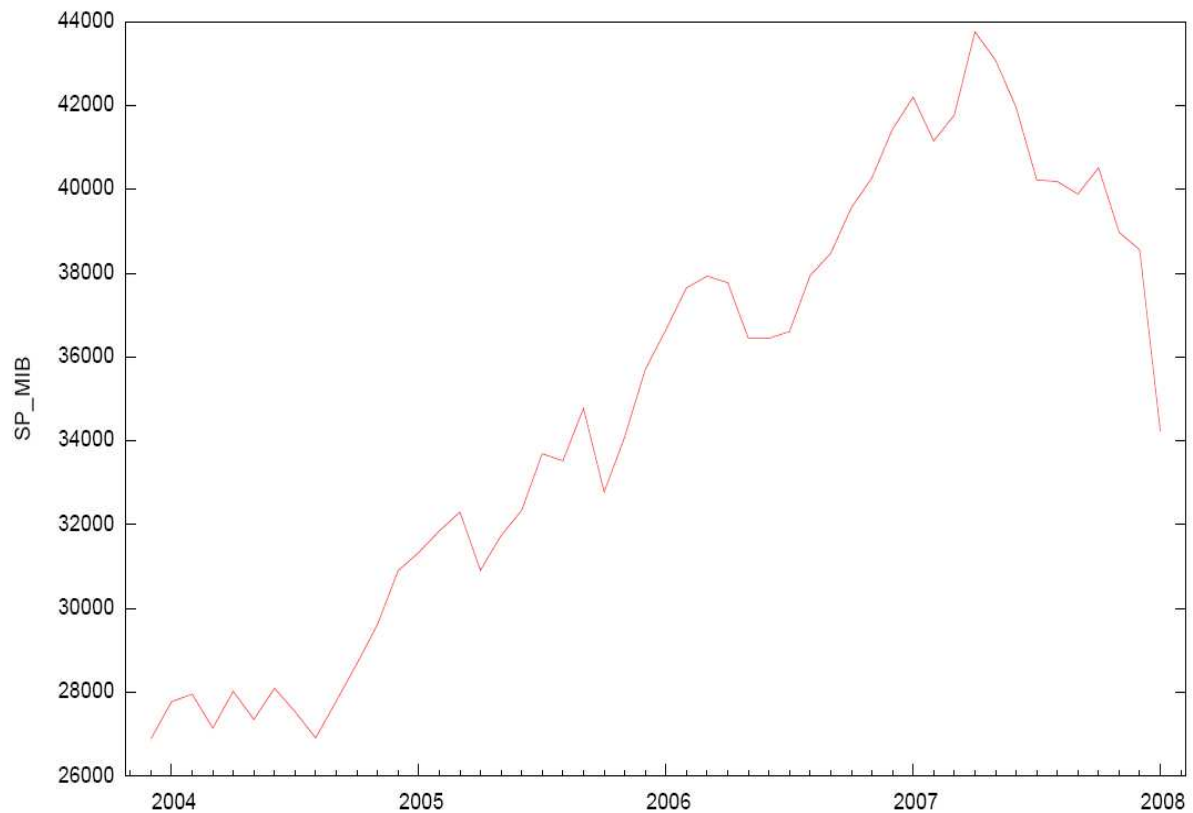
$$I(t) = \frac{M(t)}{D(t)}$$

dove $M(t)$ rappresenta la capitalizzazione di borsa al periodo t e $D(t)$ il valore del divisore al medesimo istante. La capitalizzazione di borsa è pari a:

$$M(t) = \sum_i p_i(t) q_i(t) IWF_i$$

dove $p_i(t)$ rappresenta il prezzo al giorno t dell'azione i , $q_i(t)$ rappresenta il numero di azioni i presenti nell'indice, IWF_i rappresenta l'Investable Weight Factor dell'azione i . Il divisore viene modificato a seguito di cambiamenti dell'indice o di particolari operazioni sul capitale delle società, che generano una modifica della capitalizzazione di borsa; la variazione del divisore si rende necessaria al fine di assicurare la continuità tra i valori dell'indice stesso.

Le quotazioni storiche mensili (gen-04/gen-08) del livello dell'SP/MIB sono rappresentate dal seguente grafico:



Le statistiche descrittive sono:

N. osservazioni	51
Minimo	26.887
Massimo	43.755
Media	34.862,63
Mediana	34.775
Varianza	26.481.057,04
Dev. Std	5.145,97
Asimmetria	-0,0873
Curtosi	-1,2616

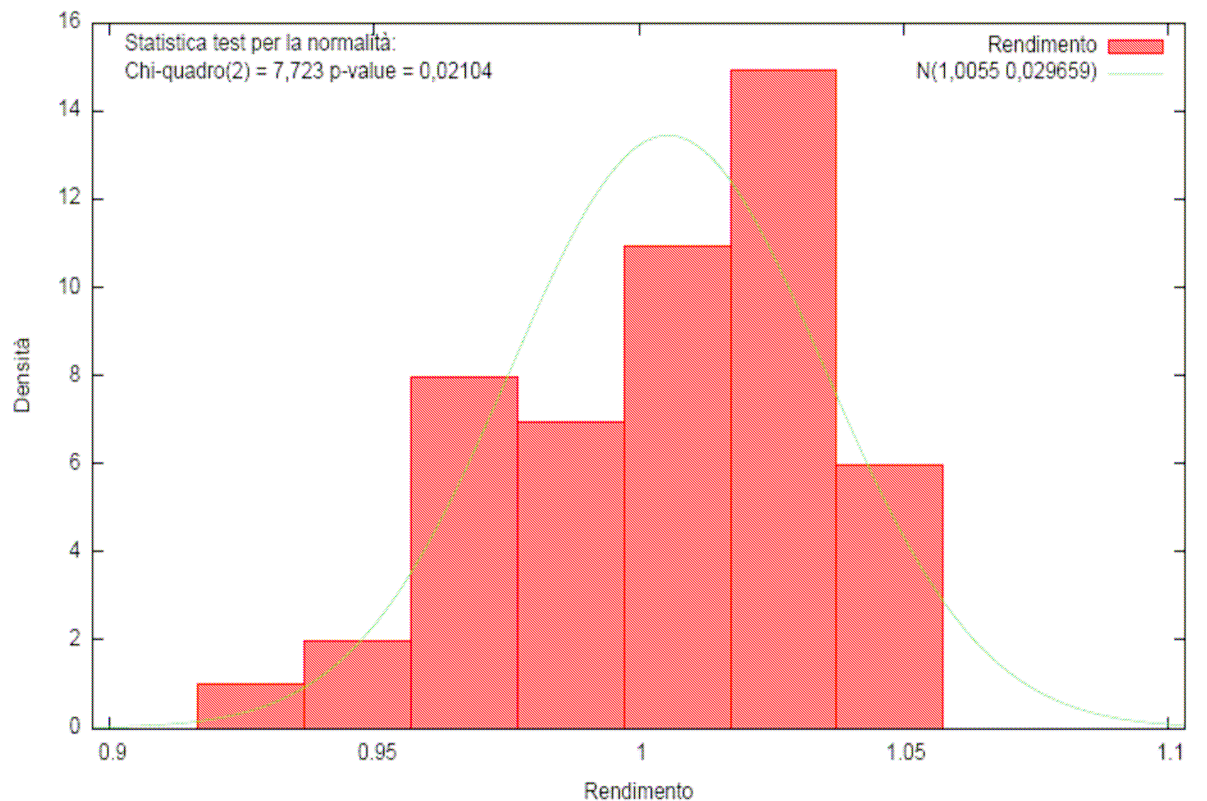
Il rendimento storico mensile (feb-04/gen-08) dell'SP/MIB è rappresentato dal seguente grafico:



Le statistiche descrittive sono:

N. osservazioni	50
Minimo	0,92680
Massimo	1,04750
Media	1,00557
Mediana	1,01417
Varianza	0,00101
Dev. Std	0,03176
Asimmetria	-1,26600
Curtosi	2,41000

Confrontando la distribuzione campionaria dei rendimenti dell'indice con una distribuzione normale, possiamo dire, in maniera appena significativa, che il rendimento campionario mensile dell'indice S&P/MIB si distribuisce come una v.c. Normale(1,0055;0,029659)



Si può facilmente dedurre che il rendimento annuale dell'SP/MIB ha:

Media : 6,6%

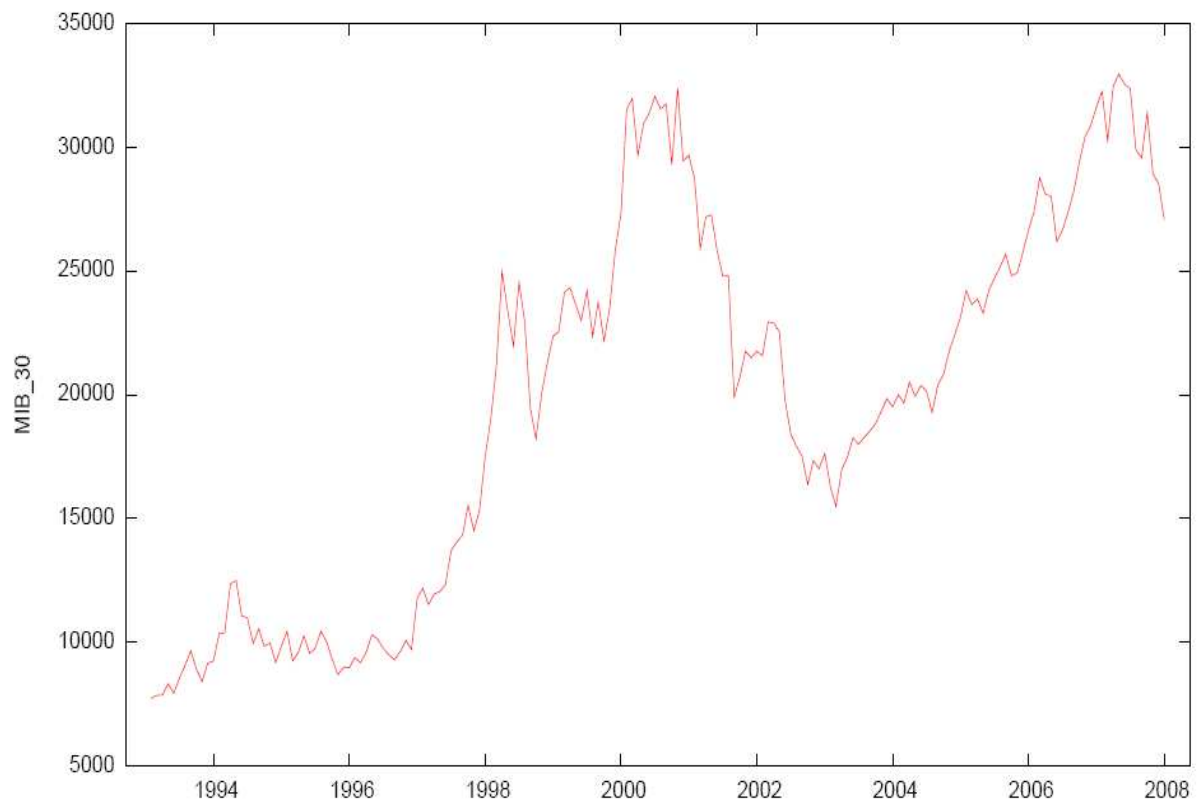
Dev. Std : 10,24%

Tuttavia si può facilmente intuire che le quotazioni storiche dell'indice SP/MIB non coprono un intervallo temporale adeguato per poter descrivere completamente la variabilità potenziale del mercato finanziario italiano. Le quotazioni dell'SP/MIB sono presenti soltanto in un intervallo temporale in cui l'economia ha vissuto un periodo di

espansione associata ad una bassa volatilità dei mercati azionari internazionali. Per meglio spiegare tutta la potenziale volatilità del mercato azionario italiano, vengono utilizzate le quotazioni storiche dell'indice MIB 30, il quale si può definire l'indice più "simile" allo SP/MIB. Infatti, andando a confrontare i due indici, nel periodo in cui esistono le quotazioni dell'indice SP/MIB, si può vedere con facilità che i loro andamenti sono molto simili (l'unica piccola differenza è la minor variabilità dell'indice MIB30). Inoltre, andando a confrontare la composizione di questi indici, si può vedere che la maggior parte delle società che compongono il MIB 30 sono comprese anche nello SP/MIB.

Viene preso un intervallo temporale più ampio, circa 15 anni, per cercare di stimare empiricamente la volatilità ed il rendimento medio annuo atteso del mercato azionario italiano spiegato dall'indice sottostante l'Express Certificate.

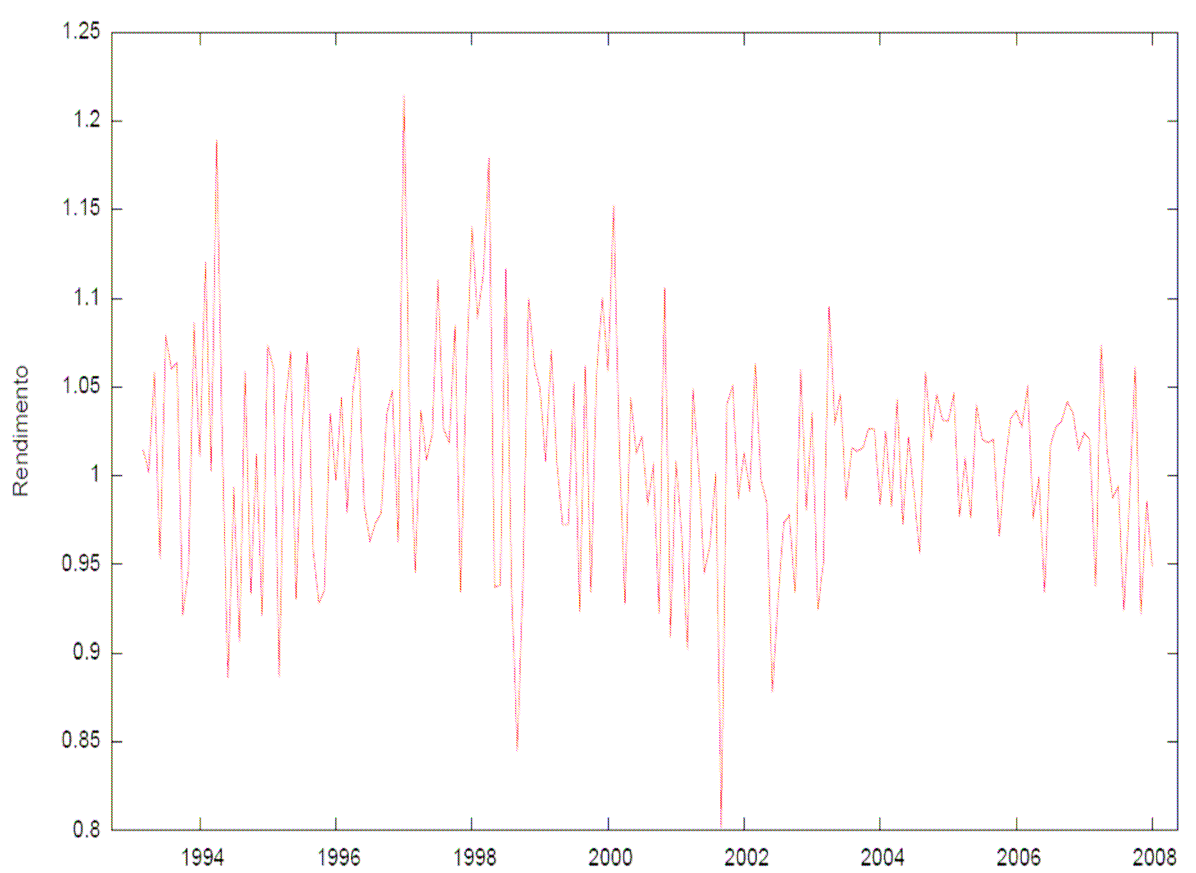
Le quotazioni storiche mensili (feb-93/gen-08) del livello del MIB 30 sono rappresentate dal seguente grafico:



Le statistiche descrittive sono:

N. osservazioni	180
Minimo	7.740
Massimo	32.961
Media	19.679
Mediana	20.266
Varianza	58.637.306,25
Dev. Std	7.657,5
Asimmetria	-0,03556
Curtosi	-1,24250

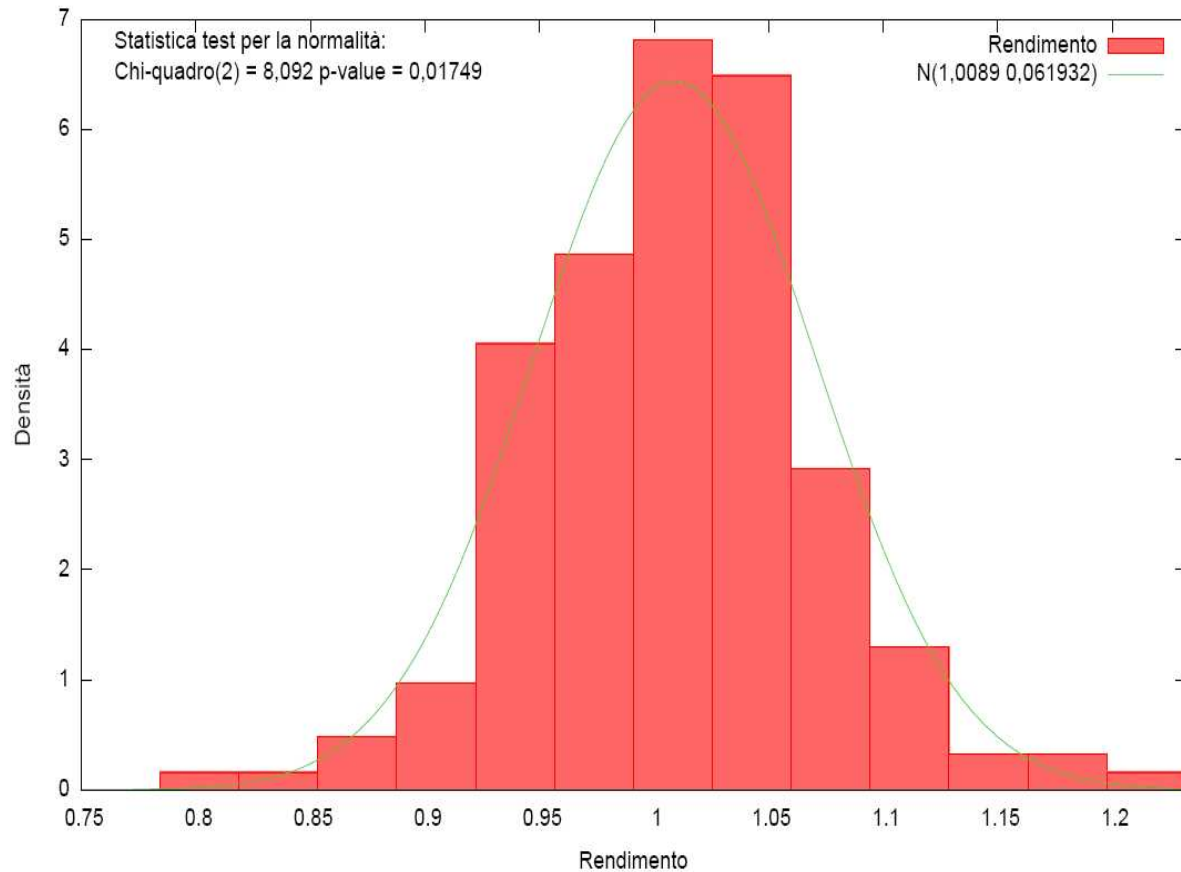
Il rendimento storico mensile (mar-93/gen-08) del MIB 30 è rappresentato dal seguente grafico:



Le statistiche descrittive sono:

N. osservazioni	179
Minimo	0,80152
Massimo	1,21480
Media	1,00890
Mediana	1,01460
Varianza	0,00384
Dev. Std	0,06193
Asimmetria	0,06669
Curtosi	0,93900

Confrontando la distribuzione campionaria dei rendimenti dell'indice con una distribuzione normale, possiamo dire, in maniera appena significativa, che il rendimento campionario mensile dell'indice MIB 30 si distribuisce come una variabile casuale Normale(1,00890;0,06193)



Si può facilmente dedurre che il rendimento storico annuale del MIB 30 ha:

Media : 10,68%

Dev. Std : 21,45%

Da questo breve confronto posso arrivare alla conclusione che l'indice SP/MIB ha i seguenti valori potenziali tratti dall'analisi appena fatta (da notare la differenza nel rendimento medio atteso, dato che, considerando lo stesso intervallo storico, l'indice SP/MIB ha un rendimento minore di circa il 2% rispetto al MIB 30) :

Rendimento medio atteso : 8,5%

Deviazione standard rendimento : 21%

ANALISI PRELIMINARE DEL CONTRATTO

L'Express Certificate è un contratto derivato strutturato. A prescindere dalle situazioni in cui il contratto viene liquidato prima della sua scadenza, la parte fondamentale dell'analisi è come varia il payoff alla scadenza in funzione del valore che assume il sottostante durante i quattro anni di vita del contratto; nel caso in cui il Certificate non venga estinto prima della sua scadenza naturale, ci sono due possibili situazioni: viene restituito il sottostante (il prezzo dell'SP/MIB alla data di scadenza moltiplicato per un coefficiente di proporzionalità pari a 0,002652) oppure vengono restituiti al cliente 127 euro; specificatamente, c'è una barriera (24512,8) che funge da trigger per i due diversi importi di liquidazione.

Un'opzione esotica denominata reverse barrier, in particolare una down-and-in put, riesce perfettamente a spiegare questi possibili payoff previsti nel contratto.

Le opzioni barriera sono state fra le prime opzioni esotiche ad essere negoziate. Una prima call del tipo down-and-out appare sul mercato OTC americano già nel 1967 ma bisogna attendere la fine degli anni ottanta per veder emergere anche altre tipologie di opzioni barriera. Le opzioni barriera sono opzioni che o “nascono” (in barrier o knock-in) o “muoiono” (out barrier o knock-out) quando il prezzo dell’attività sottostante raggiunge un determinato valore H detto appunto barriera. Le opzioni barriera, siano esse call o put, possono essere distinte in quattro categorie:

- up-and-in : il prezzo dell’attività sottostante S deve, prima della scadenza, crescere fino a raggiungere il valore H . Solo in questo caso il detentore avrà diritto ad esercitare l’opzione;
- down-and-in : l’opzione “nasce” solo nel momento in cui il prezzo dell’attività sottostante decresce fino a raggiungere il valore H ;
- up-and-out : il detentore perde il diritto ad esercitare l’opzione se, durante la vita della stessa, l’attività sottostante aumenta fino a raggiungere la barriera;
- down-and-out : in questo caso il contratto è cancellato se, entro la scadenza dello stesso, il prezzo dell’attività sottostante raggiunge o va al di sotto del valore barriera H .

La caratteristica peculiare delle reverse barrier, rispetto alle altre opzioni barriera, è il collocarsi della barriera nella zona in-the-money dell’opzione; tale feature è infatti responsabile di un fortissimo dislivello nel valore intrinseco dell’opzione sui due lati della barriera, con conseguenti comportamenti anomali dell’esotica. In tal merito N.Taleb (1997) riporta, all’inizio del capitolo dedicato a queste bizzarre esotiche,

la battuta di un operatore, N.Zeidan: “The only thing I like about a [reverse] knock-out option is that it knocks out”. Per evitare che troppi operatori finissero con l’abbracciare la posizione del signor Zeidan, il mercato, dal lato dell’offerta, ha cercato quanto meno di smussare le asperità comportamentali delle reverse, introducendo con più frequenza il Rebate nelle caratteristiche contrattuali delle stesse: tale “premio di consolazione”, si pensi ad esempio alla knock-out call , può in effetti svolgere un ruolo di moderatore proprio nei confronti di quel dislivello di valore intrinseco che, registrabile a cavallo della barriera, è il vero ed unico responsabile della natura capricciosa di questa tipologia di esotiche.

Fa parte delle reverse barrier l’opzione esotica considerata nel contratto: la down-and-in put, dove la barriera si trova nella regione in-the-money ed il suo valore H è inferiore al prezzo d’esercizio K . Solo se il valore dell’attività sottostante scende al di sotto del valore barriera (H) l’opzione diviene attiva ed alla scadenza verrà esercitata dal detentore solo se il valore del sottostante alla scadenza sarà inferiore a K .

Una down-and-in put restituisce un payoff atteso:

- $\text{Max} [0 , K - S_T]$ se per qualche t^* risulta $S(t^*) \leq H$
- 0 se per ogni t^* risulta $S(t^*) > H$

dove S_T rappresenta il prezzo del sottostante a scadenza, K lo strike price e H la barriera; t^* indica un momento determinato prima della scadenza T mentre $S(t^*)$ rappresenta il prezzo del sottostante rilevabile nell’istante t^* .

Il valore delle opzioni down-and-in put è dato dai seguenti integrali:

$$P_{di} = e^{-rt} \int_{-\infty}^{\ln(\frac{H}{S})} (Se^u - K) f(u) du + e^{-rt} \int_{\ln(\frac{H}{S})}^{\ln(\frac{K}{S})} (Se^u - K) g(u) du \quad (1)$$

Il primo integrale rappresenta il valore di quei payoff le cui chance di realizzazione sono legate alle probabilità che il prezzo ha di concludere la propria corsa sotto la barriera (non a caso l'intervallo di integrazione va da meno infinito fino alla barriera, in versione logaritmica), indipendentemente dal percorso seguito: se infatti il prezzo viene a trovarsi a scadenza al di qua della barriera, deve evidentemente averla attraversata almeno una volta, con conseguente attivazione della vanilla, e poiché la barriera è posta al di sotto dello strike, ne deriva evidentemente il conseguimento del corrispondente payoff. L'esotica tuttavia offre payoff positivi non solo per prezzi che vanno da meno infinito ad H, ma anche per prezzi compresi tra K ed H: sono questi i payoff il cui valore il secondo integrale si propone di catturare (infatti l'intervallo di integrazione va appunto da H a K, entrambi ovviamente in versione logaritmica). Poiché tuttavia un prezzo finale compreso tra strike e barriera (dato $K > H$) non implica automaticamente il perforamento di quest'ultima, ne consegue l'utilizzo, nell'integrale, della funzione di densità $g(u)$ (al posto della tradizionale $f(u)$), la quale, per ogni prezzo finale (espresso in forma logaritmica) posto al di qua della barriera, restituisce la densità di probabilità che il sottostante ha sì di concludere la propria corsa in corrispondenza di tale prezzo, ma dopo però essere preliminarmente passato per la barriera (si tratta in sostanza di una probabilità condizionata al perforamento di quest'ultima). Dalla somma di questi due integrali emerge dunque il valore della down-and-in put senza

Rebate. Un cenno particolare va fatto a riguardo delle due funzioni di distribuzione $f(u)$ e $g(u)$:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} e^{-\frac{1(u-at)^2}{2\sigma^2 t}}$$

è la prima parte della funzione del metodo probabilistico messa a punto da Cox e Miller nel 1965; questa è una semplice distribuzione gaussiana.

$$g(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} e^{2ha/\sigma^2} e^{-\frac{1(u-2h-at)^2}{2\sigma^2 t}}$$

è la seconda parte della funzione di Cox e Miller; questa calcola, per ogni livello di prezzo posto al di qua della barriera, la probabilità (“neutrale al rischio”) con cui il sottostante vi può arrivare passando per la barriera. L’espressione e^{2ha/σ^2} è stato necessario inserirla per poter utilizzare tale funzione $g(u)$ in finanza (dato che inizialmente serviva alla fisica per descrivere la traiettoria di due particelle), in particolare per compensare il drift positivo $a = r - \sigma^2/2$.

Per il calcolo del valore della down-and-in put bisogna trovare una forma esplicita della formula (1) e una valutazione fatta poggiando su di un impianto concettuale di natura probabilistica può essere utile anche in questa situazione. L’approccio probabilistico fu sviluppato per la prima volta in Cox e Ross (1976). Esso consiste, in sostanza, nell’attualizzare al tasso senza rischio r_f il payoff atteso di un’attività rischiosa (in realtà noi assumeremo che l’attività in questione sia oggetto di perfetta copertura, il che, eliminando il rischio, giustifica la scelta del tasso risk-free per l’attualizzazione). Poiché, come ovvio, attualizzare al tasso risk-free un payoff, che, al contrario, ha natura aleatoria e quindi rischiosa, significa essenzialmente “sopravvalutare” tale attività (noi infatti

attualizzeremo al tasso r_f un'attività che, in quanto intrinsecamente rischiosa, si apprezza ad un tasso $m > r_f$), è necessario, per compensare tale "errore" (in realtà giustificato dall'ipotesi di copertura dell'attività), commetterne in un certo senso un altro. Si tratta in effetti di sostituire alla distribuzione di probabilità reale (detta anche oggettiva) una distribuzione "neutrale al rischio" ρ . Il valore attuale del premio deve risultare uguale al prezzo odierno dell'attività. Di fatto questa distribuzione "fittizia" di probabilità non fa altro che sostituire il tasso r_m di apprezzamento atteso del sottostante con un più opportuno tasso senza rischio. Poste queste condizioni, la forma esplicita si trova in pochi passaggi algebrici.

Innanzitutto è conveniente spezzare in due parti il secondo integrale della (1), ottenendo così:

$$P_{di} = e^{-rt} \int_{-\infty}^{\ln(\frac{H}{S})} (Se^u - K)f(u)du + \left[e^{-rt} \int_{\ln(\frac{H}{S})}^{+\infty} (Se^u - K)g(u)du - e^{-rt} \int_{\ln(\frac{K}{S})}^{+\infty} (Se^u - K)g(u)du \right]$$

La soluzione della (1) ci offre la seguente formula di valutazione per le opzioni down-and-in put (da notare che ognuna delle tre righe della formula seguente deriva dalla risoluzione dei rispettivi tre integrali):

$$P_{di} = -S N\left(-\frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right) + rt + \frac{\sigma^2 t}{2}}{\sigma\sqrt{t}}\right) + e^{-rt}K N\left(-\frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right) + rt - \frac{\sigma^2 t}{2}}{\sigma\sqrt{t}}\right) +$$

$$+ \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2a}{\sigma^2}} \left[-\left(\frac{H^2}{S}\right) N\left(\frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right) + at + \sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}\right) + e^{-rt}K N\left(\frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right) + at}{\sigma\sqrt{t}}\right) \right] -$$

$$- \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2a}{\sigma^2}} \left[- \left(\frac{H^2}{S}\right) N\left(\frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right) + at + \sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}\right) + e^{-rt} K N\left(\frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right) + at}{\sigma\sqrt{t}}\right) \right].$$

A questo punto ho tutti gli elementi utili per analizzare l'opzione esotica che caratterizza l'Express Certificate considerato; in particolare posso assumere:

- 1) Alla data di emissione (29 novembre 2007), il cliente che sottoscrive il certificato paga 100 euro all'Emittente; sottoscrivendo il certificato, di fatto, il cliente vende all'Emittente una down-and-in put avente sottostante l'indice SP/MIB, con Barriera 65, Strike price 127 e prezzo Spot 100 (N.B.: per il confronto con il livello reale del sottostante basta moltiplicare i valori dell'indice per il fattore di proporzionalità 0,002652);
- 2) Alla data di valutazione (25 novembre 2011), il cliente riceverà con probabilità uno il capitale investito inizialmente di 100 euro più 27 euro;
- 3) Alla data di valutazione l'opzione down-and-in put (sempre se è "nata", cioè se la Barriera è stata superata), verrà esercitata solo se per il soggetto Emittente è conveniente; il payoff per l'Emittente non potrà che essere maggiore o uguale a 0:

$$payoff_{PUT} = \begin{cases} 0 & \text{se } S_T \geq 127 \\ 127 - S_T & \text{se } S_T < 127 \end{cases}$$

Da notare che alla data di emissione del certificato l'Emittente non paga alcun premio al cliente, nonostante quest'ultimo gli venda una put.

Fissando i seguenti valori tratti dalle condizioni contrattuali possiamo calcolare analiticamente il prezzo della down-and-in put:

- i. Prezzo Strike(K) = 127
- ii. Prezzo Spot(S) = 100
- iii. Barriera(H) = 65
- iv. Dev. Std del sottostante(σ) = 21%
- v. $R_{\text{free-risk}} (r_f) = 3,25\%$
- vi. Tempo residuo alla scadenza(t) = 4

$$P_{di} = 14,07 \text{ euro}$$

Insomma, il cliente, vendendo una put all'Emittente nel momento in cui sottoscrive il contratto, dovrebbe ricevere un premio di 14,07 euro.

ANALISI PRINCIPALE DEL CONTRATTO

Tutta l'analisi precedente è stata fatta escludendo a priori che l'Istituzione Finanziaria che emette il Certificato possa estinguere il contratto prima della data di scadenza.

Nel prospetto informativo non è ben chiaro se per il soggetto Emittente il rimborso anticipato del capitale investito sia un obbligo oppure solo una possibilità. Bisogna dire, però, che per l'Emittente il rimborso anticipato è comunque un beneficio fondamentale dato che gli assicura una "funzione di costo" del contratto con un "cap" verso l'alto, limitando la cifra di rimborso nel caso di forti fluttuazioni positive dell'indice sottostante.

Per tener conto di questa situazione suddivido l'analisi in due casi, i quali differiscono per il valore delle soglie nel rimborso anticipato del capitale:

1. Le soglie per il rimborso sono quelle specificate nel P.I. e il soggetto Emittente le rispetta (alle date di valutazione se il livello del sottostante è sopra la soglia rimborsa il capitale anticipatamente secondo le modalità previste);
2. Le soglie vengono ipotizzate diverse e il soggetto Emittente le rispetta: in particolare vengono ipotizzate essere il 109% il primo anno, 118% il secondo, 127% il terzo, mantenendo la barriera al 65%.

N.B. I costi di gestione e di transazione del contratto non sono specificati nel Prospetto Informativo. Vengono supposti nulli (oppure si possono considerare inglobati nei 100 euro versati dal cliente alla stipula del contratto).

Nell'analisi del contratto effettuata, ipotizzo che il soggetto Emittente investa la cifra incassata (alla stipula del contratto) in un BTP a 4 anni supposto come investimento free-risk. I BTP a 4 anni hanno un rendimento annuo del 4,35% con una dev. std dello 0,84% (se fosse veramente free-risk questa dovrebbe essere uguale a zero).

La simulazione è una procedura che consente non solo di seguire l'evolversi di un processo ma anche di prevedere situazioni future e in quanto tale si configura come uno strumento molto utile per chi deve prendere delle decisioni di qualsiasi natura esse siano. La simulazione si fonda su principi decisamente pragmatici e su tecniche di emergenza che si propongono di raggiungere l'obiettivo senza badare troppo alla precisione e in quanto tale non ha sempre ottenuto il giusto riconoscimento negli ambienti accademici. Un vantaggio indiscutibile

della simulazione è quello di dare una risposta a molti problemi di calcolo scientifico che si dimostrano intrattabili se affrontati con altri approcci. Si può comunque affermare che un processo di simulazione consiste nel:

- costruire un modello che sia in grado di funzionare nel tempo in modo da imitare da vicino il sistema in esame;
- generare dal modello numerosi campioni di casi possibili e studiarne il comportamento al trascorrere del tempo;
- analizzare i risultati evidenziando le decisioni alternative.

Il metodo di simulazione Monte Carlo viene spesso utilizzato in finanza per l'analisi di contratti derivati strutturati, i quali hanno funzioni di payoff talmente sofisticate da non essere in grado di analizzarle tramite metodi analitici. L'applicazione delle tecniche di simulazione Monte Carlo alla valutazione delle opzioni finanziarie è stata proposta per la prima volta in Boyle (1977). Per tale metodo di valutazione, di fondamentale importanza è la procedura utilizzata per generare le traiettorie del prezzo S del bene sottostante l'opzione. Le traiettorie vengono costruite in base all'ipotesi di poter operare in un'economia neutrale al rischio.

Questo metodo è particolarmente utile in questa analisi perché il payoff del contratto considerato può dipendere dall'andamento del sentiero temporale seguito dal sottostante, non solo dal valore finale del sottostante (si pensi alla situazione in cui non avviene il rimborso anticipato, dal sentiero temporale del sottostante dipende il payoff del contratto, il quale cambia se la barriera è stata superata almeno una volta durante la vita del contratto). Purtroppo il metodo Monte Carlo è solo un'analisi numerica, quindi approssimata, ma non avendo altri strumenti a disposizione è l'unica strada percorribile.

Nella simulazione stocastica si inizia col definire la variabile stocastica generatrice del sottostante; si procede quindi con il generare N repliche estraendo ogni volta K valori dalla corrispondente distribuzione; ciascuna delle N repliche sarà una possibile traiettoria nel tempo del prezzo del sottostante. Ciascuno dei K valori corrisponderà ad un giorno di quotazione del sottostante. Per avere buone stime deve essere N molto grande (≈ 5.000).

Tale metodo è molto sensibile ai parametri della variabile stocastica ipotizzata per descrivere il sottostante. Una piccola variazione di questi può portare ad una sensibile variazione nell'analisi finale.

Per l'analisi specifica di questo contratto ho:

1. simulato 5000 possibili sentieri temporali nei 4 anni di vita del contratto. Ho utilizzato rendimenti giornalieri, per un totale di 1024 valori in ogni scenario simulato (dai dati storici si vede che ogni anno ho in media 258,5 giorni di quotazione). Per simulare, tramite Excel, ho utilizzato la variabile casuale $N\left(\frac{0,085}{258,5}; \frac{0,21}{\sqrt{258,5}}\right)$;
2. calcolato il payoff del contratto, separatamente per i 2 casi ipotizzati con diverse soglie di rimborso;
3. calcolato il rendimento medio annuo (con relativa deviazione standard) che mi offre l'Express Certificate;
4. confrontato i precedenti valori con il rendimento free-risk (BTP a 4 anni);
5. dal vettore dei 5000 rendimenti annui del sottostante (del mercato) e dal vettore dei corrispettivi rendimenti annui del contratto ho

calcolato la loro covarianza e di conseguenza anche il Beta (β) del contratto (ricordando che la varianza del mercato è uguale alla varianza del sottostante);

6. Tramite il CAPM calcolo il valore atteso, “previsto dal mercato in base alla sua classe di rischio”, del rendimento annuo del contratto e lo confronto col rendimento calcolato al punto 3. Ora posso trarre delle conclusioni sulla reale convenienza a stipulare o no un contratto di questo tipo.

Considerazione:

Da notare che per l'analisi ho sempre utilizzato rendimenti annui, mentre per la simulazione ho utilizzato rendimenti giornalieri. Per la simulazione ho utilizzato rendimenti giornalieri dato che con rendimenti annui non potevo rappresentare correttamente la situazione reale nel caso in cui la barriera viene oltrepassata; ad esempio, in una possibile situazione reale, se un giorno il sottostante scende sotto il 65% ed il giorno successivo risale subito sopra questo valore (rimanendo poi sempre sopra tale soglia), utilizzando nella simulazione del sentiero temporale rendimenti annui (quindi non più 1024 valori ma soltanto 4 valori) ci sarebbe un possibile rimborso del capitale investito errato (solo nel caso in cui il capitale investito non viene rimborsato anticipatamente), non riuscendo a catturare nel sentiero temporale “simulato” la situazione di “sfondamento” della barriera. Nell'analisi complessiva ho invece utilizzato rendimenti annui per un confronto con il rendimento free-risk.

I risultati dell'analisi sono i seguenti:

	caso 1.	Caso 2.
Rendimento medio annuo stipulando l'E.C.	7,82%	5,96%
Deviazione standard rendimento annuo	4,46%	6,16%
Beta del Certificato	0,067	0,143
Rendimento medio atteso dal CAPM	4,63%	4,94%
Ricavo medio attualizzato per il cliente che sottoscrive il contratto rispetto al caso in cui investa in un BTP a 4 anni (in euro)*	2,92	0,26

* per questo valore ho scontato i payoff previsti dal contratto al tasso free-risk.

Dalla tabella si può subito vedere che:

- il caso 1. porta ad una valutazione molto favorevole del contratto. Ma una valutazione molto favorevole per il cliente significa quindi una valutazione molto sfavorevole per il soggetto Emittente il Certificato; questo porta a concludere che lo schema di rimborso anticipato del capitale investito utilizzato dall'Emittente non dovrebbe seguire le soglie dichiarate nel P.I.;
- il caso 2. è molto più probabile; in questa situazione il cliente riceve un rendimento atteso superiore di circa l'1% rispetto al rendimento trovato col CAPM; questa sorta di "premio" che l'Emittente dà al cliente può avere diverse spiegazioni: la prima può essere che chi emette questo tipo di contratto dà questo premio aggiuntivo perché

il cliente si assume tutti i rischi legati a grandi fluttuazioni verso il basso del sottostante; la seconda spiegazione può derivare dal fatto che il soggetto Emittente del contratto non paga il prezzo dell'opzione down-and-in put (ca 14 euro) che il cliente gli vende alla stipula del contratto; questo mancato pagamento viene sfruttato tutto dall'Emittente, il quale per bilanciare le parti offre il "premio" sul rendimento offerto dal contratto. Altre spiegazioni potrebbero essere possibili.

Per meglio comprendere il comportamento del rendimento offerto dal contratto rispetto alle fluttuazioni del prezzo dell'indice SP/MIB ho calcolato la probabilità che il rendimento atteso annuo offerto dal contratto sia superiore al rendimento free-risk, separatamente per i due casi considerati: nel primo caso la probabilità è del 94,7% mentre nel secondo caso è dell'86,8%. Una probabilità così alta sembra portare ad una conclusione affrettata: il contratto risulta molto vantaggioso. In realtà, però, bisogna considerare che la media dei rendimenti che sono risultati inferiori al rendimento free-risk è uguale a -8,19% (con una dev. std annua dello 0,26%), quindi nel caso in cui le cose andassero male (cioè nel caso in cui il capitale non viene restituito anticipatamente e inoltre alla scadenza la barriera è stata superata almeno una volta) la stipula del contratto porterebbe a forti perdite. Infatti, se ad esempio si considera un rendimento annuo del -8,19%, per un capitale investito all'inizio di 100 euro si riceve alla scadenza del contratto una cifra attesa pari a 71,05 euro. Questa situazione porta quindi a delle perdite considerevoli, considerando che in alcuni casi sono state simulate delle situazioni (dei sentieri temporali) in cui il rendimento atteso annuo nel caso di stipula del contratto era del -20%. Tutte queste considerazioni portano ad una visione globale più completa del rendimento offerto dal

contratto, la quale può venire riassunta dalla seguente affermazione: la stipula del contratto risulta “quasi” sempre vantaggiosa, ma nel caso questa risulti svantaggiosa (dato l’andamento negativo del mercato) la perdite sono molto elevate.

I clienti che sottoscriveranno il contratto è facile intuire siano poco avversi al rischio dati i grossi rischi che si assumono.

Tale contratto sembra molto appropriato per i grandi investitori istituzionali, oppure per i grandi fondi comuni internazionali; il fattore comune di questi soggetti, potenziali clienti dell’Express Certificate, è la grande quantità di liquidità da impegnare (differenziando il più possibile i loro investimenti) e la loro neutralità al rischio; non sembra infatti molto appropriato per un piccolo risparmiatore investire in un contratto di questo tipo, data la sua ipotetica forte avversione al rischio e la poca disponibilità di liquidità da impegnare.

CONCLUSIONI

Lo scopo di questa tesi era di studiare un reale contratto derivato strutturato offerto sul mercato. Nello studio è stato analizzato l'Express Certificate, un titolo finanziario con alla base un'opzione put di tipo "esotico" denominata down-and-in, la quale è molto utile per una analisi preliminare del contratto. Tale opzione permette di studiare analiticamente una parte del contratto, cosa che non si potrebbe fare se si considera il Certificato nel suo insieme; questa analisi mette in luce che il cliente nel momento della stipula del contratto vende questa opzione al soggetto Emittente, senza però ricevere alcun "premio" da tale vendita. Nell'analisi principale si è invece studiato il contratto nel suo complesso, ma questo non è stato possibile farlo analiticamente, data la complessità della funzione di payoff del contratto. Si è utilizzata una procedura numerica, denominata Metodo di Simulazione Monte Carlo, cercando di prevedere il comportamento del contratto per ogni possibile sviluppo futuro del prezzo del sottostante. Tale analisi ha portato a dei risultati mediamente soddisfacenti per il cliente che stipula il contratto, anche se sono stati messi in luce dei casi poco probabili, ma molto

negativi per il sottoscrittore del Certificato. Ed è proprio questo ultimo punto che caratterizza fortemente contratti di questo tipo, tale da poterli includere nella lista dei titoli speculativi. Purtroppo, nella presentazione del contratto per la sottoscrizione da parte dei clienti interessati, il soggetto Emittente mette poco in risalto la loro natura speculativa.

Si è inoltre cercato di analizzare le caratteristiche dei potenziali acquirenti del contratto, cercando di capire in quali ambiti tale Certificato potrebbe risultare utile. Si è concluso che quest'ultimo è utile soprattutto per diversificare investimenti in ambito finanziario.

BIBLIOGRAFIA

John C. Hull, 2006. Opzioni, futures e altri derivati. 6° Edizione in italiano a cura di Emilio Barone. PEARSON, Prentice Hall

Sguera, Francesco (1999) Valutazione e copertura delle opzioni binarie e a barriera. Technical Report ALEA ; 01, Informatica e Studi Aziendali, University of Trento.

Link utili per la consultazione:

<http://aleasrv.cs.unitn.it/techalea.nsf/8363beb726f0d09ec12568fd002f2cb2/fa28aacd2a0b4147c12568fc0058ad11>

itim.unige.it/pm/C98_4/sld048.htm

caronte.dma.unive.it/~pianca/matfin/SIMULA.pdf