



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

TESI DI LAUREA

**Studio sulla propagazione di colate detritiche
tramite l'applicazione di un modello
bidimensionale ai volumi finiti**

Relatore: LANZONI STEFANO
Correlatrice: STANCANELLI LAURA MARIA
Correlatore: CANESTRELLI ALBERTO

FENT ILARIA

ANNO ACCADEMICO 2013-2014

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Posizione del problema	1
1.2	Obiettivi	2
1.3	Metodologia	2
1.4	Limiti	3
1.5	Fasi del lavoro	3
2	Modello numerico bidimensionale FV_shock	5
2.1	Equazioni del modello morfodinamico	5
2.2	Formulazione vettoriale	7
2.3	Schema numerico	11
3	Modifiche a FV_shock adattato a leggi di Debris Flow	15
3.1	Termini di attrito Sf e Friction	15
3.1.1	Formulazione esplicita	15
3.1.2	Formulazione implicita	16
3.2	Modelli reologici delle colate detritiche	17
3.2.1	Modello di Newton	18
3.2.2	Modello semplice di Bingham	20
3.2.3	Modello di Hershel e Bulkley	22
3.2.4	Modello quadratico di O'Brien e Julien	24
3.2.5	Modello di Takahashi	25
3.2.6	Modello di Voellmy	28
3.3	Erosione e Deposito	30
3.3.1	Condizione di erosione e deposito costanti	30
3.3.2	Soluzione di Takahashi secondo Valiani e Caleffi	31
3.3.3	Soluzione di Capart & Young	31
3.3.4	Soluzione di Egashira & Ashida	32
3.4	Problemi nel calcolo dei termini di erosione e deposito	33
3.4.1	Componente di continuità uscente	34
4	Campagne sperimentali adottate per la verifica del modello	35
4.1	Dam Break su fondo piano ed erodibile.	35
4.1.1	Esperienza sperimentale di Capart & Young [1998]	36

4.1.2	Modellazione numerica delle esperienze sperimentali	38
4.2	Dam break su fondo rigido inclinato e piano di deposito a valle	41
4.2.1	Esperienza sperimentale di Iverson [1997]	41
4.2.2	Modellazione numerica delle esperienze sperimentali.	43
4.3	Erosione di un fondo inclinato e trasporto del materiale solido	46
4.3.1	Esperienza sperimentale di Tubino & Lanzoni [1993]	47
4.3.2	Risultati di Lanzoni e Tubino	48
5	Simulazioni ed analisi dei risultati	51
5.1	Dam Break su fondo piano ed erodibile	51
5.2	Dam break su fondo fisso inclinato e piano di deposito a valle	63
5.2.1	Applicazione della legge reologica di O'Brien e Julien	63
5.3	Erosione di un fondo inclinato e trasporto del materiale solido	70
5.3.1	Immissione di portata costante su fondo inclinato ed erodibile	70
5.3.2	Dam Break su fondo inclinato erodibile	87
5.4	Esperimento di Iverson riprodotto all'interno della canaletta di laboratorio	94
6	Conclusioni	97
	Bibliografia	101
	Website	103

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Posizione del problema

Le colate detritiche sono fenomeni che, in occasione di eventi pluviometrici estremi, traggono origine da dissesti superficiali che si innescano nella parte medio-alta dei versanti e si trasformano rapidamente in flussi di sedimenti misti ad acqua. Tali fenomeni comportano un notevole pericolo per una serie di fattori, che può individuarsi nella carenza di chiari segni premonitori, nell'alta capacità erosiva e distruttiva e, soprattutto, nell'elevata mobilità delle colate, spesso in grado di trascinare blocchi di roccia e di materiale vario di grandi dimensioni, in grado di percorrere notevoli distanze in tempi brevissimi.

Negli ultimi anni diversi eventi di colate detritiche hanno interessato il territorio italiano che, come è noto, è classificato ad elevato rischio idrogeologico. Tra gli eventi più rilevanti ricordiamo il caso di Sarno e di Quindici (1998), il caso di Giampileri, di Scaletta Zanclea e di Itala (2009), il caso di Atrani (2010) e, più recentemente, quello di Genova (2011), di Saponara (2011) e la recentissima alluvione accaduta in Sardegna (2013). Tali casi, peraltro, non rappresentano una eccezione. Infatti, dall'inventario dei Fenomeni Franosi in Italia redatto dall'ISPRA (IFFI; 2007), attivo a partire dal 1996, risultano censiti 485.000 fenomeni franosi che interessano un'area di 20.721 km², pari al 6,9% del territorio nazionale.

Tali considerazioni, pertanto, portano drammaticamente in evidenza il problema di un'efficace protezione e prevenzione dei centri urbani dal rischio idrologico-idraulico, ossia dal rischio di eventi calamitosi riconducibili agli effetti prodotti dall'azione dell'acqua sul territorio, quali esondazione di corsi d'acqua, colate detritiche, trasporto di materiale alluvionale, etc. Per quanto concerne la previsione, tra gli strumenti fondamentali vi sono le mappe del rischio, spesso redatte anche grazie all'uso di modelli di propagazione di colate detritiche. Nella letteratura scientifica esistono numerosi metodi numerici basati sulla meccanica del continuo per la modellazione delle colate. Essi differiscono tra loro per le differenti relazioni reologiche implementate, per la descrizione del comportamento che caratterizza la miscela di acqua e di sedimenti di cui si compone la colata.

Oggetto di questa tesi è stato appunto l'applicazione del modello bidimensionale ai volumi finiti **FV_shock** (di Canestrelli et al.[2009]), inizialmente sviluppato per riprodurre numericamente il trasporto solido, per la descrizione dei fenomeni di colate di detriti. Per far ciò il modello è stato opportunamente modificato, facendo variare le leggi costitutive del materiale, leggi reologiche, e

le leggi di evoluzione del fondo. Infine al fine di verificare il corretto funzionamento del modello numerico così modificato si sono eseguite delle simulazioni facendo riferimento a delle diverse campagne sperimentali condotte nell'ambito della sperimentazione delle colate detritiche.

1.2 Obiettivi

L'obiettivo della presente tesi è stato quello di contribuire alla comprensione dei fenomeni di colate detritiche, analizzando specificamente le fasi d'innesco, propagazione e deposito. A tal proposito, la conoscenza sia delle leggi reologiche che governano questi fenomeni, sia degli effetti al fondo dovuti dalla propagazione degli stessi costituiscono le informazioni di base per poter effettuare studi sull'argomento.

L'obiettivo specifico è stato inizialmente di adattare il modello Fvschok alla descrizione delle colate detritiche, tramite l'implementazione di opportune leggi di resistenza e di evoluzione del fondo, e successivamente di applicarlo per la simulazione numerica di diverse campagne sperimentali. Inoltre è stata analizzata l'applicabilità delle varie leggi reologiche implementate alle esperienze di laboratorio simulate numericamente, valutando l'influenza di alcuni parametri (angolo di attrito interno, numero di Bagnold, scelta dei parametri di sforzo di soglia).

L'obiettivo è stato perseguito tramite approccio numerico, confrontando i risultati ottenuti in maniera sistematica con quanto rilevato in laboratorio.

1.3 Metodologia

Lo studio delle tematiche proposte è stato affrontato analizzando eventi controllati in ambiente sperimentale e di seguito riprodotti grazie all'utilizzo di un programma numerico. Questo tipo di approccio permette la verifica del modello matematico più precisa, poiché è possibile confrontare i risultati con dati esatti, rilevati con strumenti affidabili. La stessa geometria del sito e le condizioni al contorno indagate sono di più semplice riproduzione da parte del modello, dato che esse sono regolari e conosciute.

Per lo svolgimento del lavoro, in primo luogo sono state prese in considerazione le diverse leggi reologiche presenti in letteratura, per capire quali potessero essere veramente rappresentative del fenomeno d'interesse. In contemporanea è stato studiato il modello numerico per individuare le parti che si sarebbero dovute modificare; ovviamente il punto focale rimane il calcolo delle tensioni e delle forze che agiscono durante lo sviluppo di una colata, mentre la sezione riguardante la risoluzione matematica (con metodo ai volumi finiti) del sistema ad equazioni differenziali parziali non è stata in alcun modo modificata.

E' stato deciso di affrontare il problema come tipico moto di onde lunghe in acque basse, dunque risolvendo le equazioni di Navier-Stokes riferite alla conservazione della quantità di moto e conservazione della massa. Dunque la colata è simulata come se questa seguisse il comportamento di un normale flusso monostrato, confinato all'interno del canale, ma caratterizzato da una concentrazione di sedimenti al suo interno piuttosto elevata. L' innesco del fenomeno è stato ipotizzato:

- con un 'dam break' di una miscela già costituita da acqua e sedimenti in gran percentuale;
- con un'immissione di portata seguendo un andamento simile a quello di un'ondata di piena, ma composto da una miscela di acqua e sedimenti;

- con immissione in canaletta di acqua a concentrazione nulla di sedimenti, la quale, erodendo lo strato di materiale sul fondo, si arricchisce di sedimenti e scorre a valle come una vera colata detritica. (Immissione che potrà avvenire con tipologia di 'dam-break' oppure di portata costante).

1.4 Limiti

I limiti legati alla modellazione numerica di eventi naturali reali così imprevedibili sono molteplici. A partire dalle leggi reologiche elencate in letteratura, è noto che esse sono state ricavate sperimentalmente dunque, come tutte le leggi empiriche, sono soggette ad errori relativi alla scelta delle condizioni al contorno e dei tipi di materiali adottati negli esperimenti di taratura della legge. Infatti questa incertezza sull'adattamento della legge ai fenomeni è spesso causa di errori nei risultati finali e richiede prove di calibrazione, prima di ottenere una buona riproduzione del comportamento desiderato. Molti sono i codici presenti sul mercato e non solo, ma tutti presentano lo stesso limite nella modellazione della propagazione e dell'arresto di fenomeni di colata, poichè è particolarmente difficile descrivere le fasi di transizione tra flusso della colata e deposito.

Oltre a ciò si sommano i limiti e le approssimazioni che un codice numerico è costretto ad effettuare, per permettere ad un calcolatore di risolvere operazioni ai numeri finiti, legate quindi allo schema numerico selezionato.

Ulteriore problematica è legata alla definizione della geometria della canaletta (o ambiente naturale in casi reali): nulla può essere infinitesimo, perciò qualsiasi componente geometrica viene suddivisa in elementi di dimensioni finite, caratterizzati da valori medi delle grandezze dell'elemento stesso. E' intuitivo dunque capire che le caratteristiche medie sono rappresentative della zona, ma non esatte e quindi potrebbero comportare a loro volta degli errori di perturbazione del fenomeno.

1.5 Fasi del lavoro

Il lavoro è cominciato con la ricerca bibliografica di articoli e libri che potessero essere d'aiuto nella comprensione del fenomeno nel suo aspetto generale, per poi approfondire la conoscenza di leggi reologiche e componenti fisiche che stanno alla base degli eventi di 'debris flow'. Una volta chiaro il quadro fisico reologico, è stata studiata la sezione matematica/numerica del lavoro, per capire come operino i codici di calcolo ed in particolare per entrare nel cuore del programma qui utilizzato: **FV_shock**. Questo è stato studiato in profondità, nelle sue parti di nostro interesse: modellazione bidimensionale di fluido monofase e mono-strato, con possibilità o meno di erosione del fondo.

Successivamente sono stati cercati in letteratura studi proposti per la calibrazione di altri modelli numerici, al fine di trovare gli stessi esperimenti adatti anche alla taratura del modello qui indagato. La parte operativa del lavoro è stata divisa in tre parti principali corrispondenti ai tre esperimenti di laboratorio, qui riproposti attraverso le simulazioni condotte con **FV_shock**: il primo è un esperimento su piccola scala, che vuole indagare il carattere impulsivo iniziale di un 'dam break' su fondo erodibile; il secondo è un 'dam break' di una miscela già contenente la fase solida, su larga scala, il quale tenta di riprodurre la fase di propagazione e di deposito della colata; il terzo è un esperimento ancora su piccola scala, studiato per capire l'innesco e la propagazione della colata,

all'interno di una canaletta su fondo erodibile.

Sulla base del tipo di lavoro svolto, il presente elaborato risulta articolato come segue. Il Capitolo 2 analizza la costruzione del modello **FV_shock** nella sua parte matematica e della gestione delle equazioni differenziali, nel Capitolo 3 vengono elencate le leggi reologiche e di erosione/deposito utilizzate nella calibrazione del modello, con relativo inserimento delle stesse all'interno del codice. Il successivo Capitolo 4 elenca i tre esperimenti indagati da altri autori in letteratura, per essere poi riproposti nel Capitolo 5 dove vengono confrontati con le simulazioni ottenute attraverso **FV_shock**. Infine il Capitolo 6 riporta le principali conclusioni del lavoro svolto.

Capitolo 2

Modello numerico bidimensionale FV_shock

Il modello numerico **FV_Force** (Canestrelli et al. [2009]) è un modello bidimensionale ai volumi finiti, sviluppato per la risoluzione delle equazioni del moto. Esso è stato inizialmente applicato per la previsione dell'evoluzione dei fondali fluviali e lagunari, valutando ad esempio gli effetti del trasporto solido nei corsi d'acqua, delle onde di piena in corrispondenza di confluenze, ecc.

All'interno del presente capitolo si descrivono il sistema di equazioni su cui si basa il modello, la relativa formulazione vettoriale e lo schema numerico adottato.

2.1 Equazioni del modello morfodinamico

Il modello si basa sulle equazioni di onde lunghe in acque basse, ricorrendo alle tipiche equazioni di Saint Venant per la descrizione del movimento della fase fluida, mentre fa riferimento alle equazioni di Exner per la descrizione del trasporto solido e dell'evoluzione del fondo.

Per definire la formulazione esatta delle stesse equazioni, è necessario elencare le ipotesi che stanno alla base del sistema. Innanzitutto si suppone che sia la fase solida, sia la fase liquida siano dei continui incompressibili, perciò le equazioni di continuità delle due fasi saranno scritte separatamente, mentre il bilancio della quantità di moto nelle due direzioni x e y è scritto per l'intera miscela, per evitare la necessità di valutare l'interazione delle forze che si applicano sull'interfaccia tra acqua e solido.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1a) \\ \frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x}{H - z_b} + \frac{1}{2}gH^2 - gHz_b \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x q_y}{H - z_b} \right) + \\ \quad + gH \frac{\partial z_b}{\partial x} = -g(H - z_b)S_{fx} \quad (2.1b) \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_y q_x}{H - z_b} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_y}{H - z_b} + \frac{1}{2}gH^2 - gHz_b \right) + \\ \quad + gH \frac{\partial z_b}{\partial y} = -g(H - z_b)S_{fy} \quad (2.1c) \\ \frac{\partial Ch}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Ch q_x}{H - z_b} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Ch q_y}{H - z_b} \right) = E_b - D_b = i(1 - n) \quad (2.1d) \\ \frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{E_b - D_b}{1 - n} = -i \quad (2.1e) \end{array} \right. \quad (2.1f)$$

Dove alcuni termini importanti sono

$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$ è l'elevazione della superficie libera rispetto ad un piano di riferimento;

$\mathbf{z}_b(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$ è l'elevazione del fondo rispetto ad un piano di riferimento;

la differenza di questi primi due termini è $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$, cioè il tirante d'acqua;

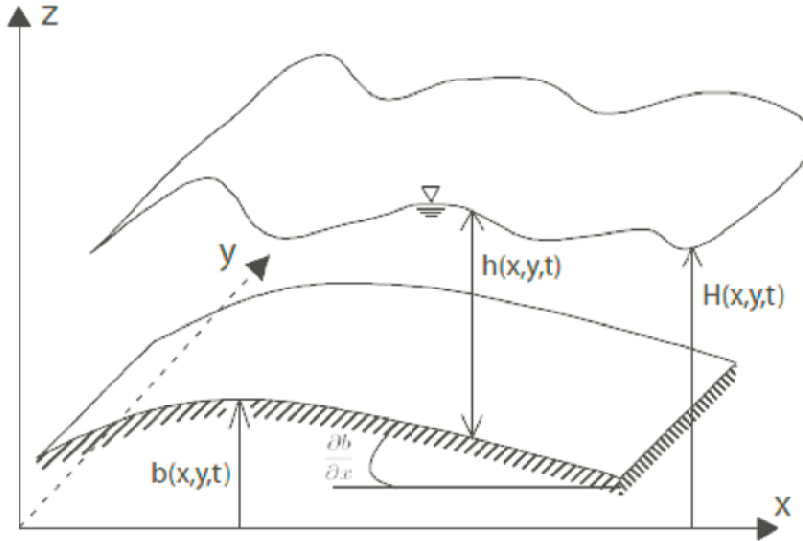


Figura 2.1: Rappresentazione grafica delle grandezze inserite nelle equazioni di De Saint Venant e Exner

$\mathbf{q}_x(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$ e $\mathbf{q}_y(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$ sono le portate liquide per unità di larghezza rispettivamente in direzione x e y ;

$\frac{\partial z_b}{\partial x}$ e $\frac{\partial z_b}{\partial y}$ sono le pendenze del fondo rispettivamente in direzione x e y ;

\mathbf{S}_{fx} e \mathbf{S}_{fy} sono i termini di attrito intesi come pendenze della linea dell'energia, dovuti alle tensioni τ

$$S_{fx} = \frac{\tau}{\gamma R_H} \frac{q_x}{q}, \quad S_{fy} = \frac{\tau}{\gamma R_H} \frac{q_y}{q}$$

verranno poi calcolati in maniera diversa a seconda delle leggi reologiche adottate;

$\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$ è la concentrazione del materiale solido all'interno della miscela;

\mathbf{E}_b è il parametro di erosione durante il trasporto solido;

\mathbf{D}_b è il parametro di deposito durante il trasporto solido.

2.2 Formulazione vettoriale

Il sistema 2.1, che dovrà essere risolto, è formato da equazioni differenziali iperboliche, le quali sono scritte in forma non conservativa. Si riscrive dunque il sistema di equazioni in forma vettoriale, nello spazio α -dimensionale.

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \underline{\underline{A}}(\vec{Q}) \cdot \nabla \vec{Q} = \vec{R}(\vec{Q}), \quad (2.2)$$

$(\vec{x}, t) \in \mathfrak{R}^\alpha \times \mathfrak{R}_0^\alpha$, $\vec{Q} \in \Omega \subseteq \mathfrak{R}^N$

dove le grandezze sono:

- $\tilde{\mathbf{Q}} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N]^T$ è il vettore delle incognite. Si assume che la funzione incognita $\tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{Q}}(\vec{x}, t)$ abbia come dominio un insieme aperto convesso Ω che sia compreso all'interno dell'insieme dei \mathfrak{R}^N .

Il sistema è iperbolico.

- $\underline{\underline{A}}(\tilde{\mathbf{Q}}) = (\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_\alpha)$ è il vettore dei coefficienti della matrice e la doppia sottolineatura rappresenta vettori e matrici multidimensionali.

- $\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{Q}}) = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N]^T$ è il cosiddetto *Source Vector*, cioè il vettore dei termini sorgente che stanno a destra dell'uguale nelle precedenti equazioni. Anche il suo dominio è Ω , come sottoinsieme di dimensione N dei numeri reali \mathfrak{R}^N .

Per quanto riguarda il problema bidimensionale vero e proprio affrontato, lo schema assumerà il valore $\alpha = 2$ e, secondo la trattazione di Canestrelli et al. [2010], dovrà essere ridotto ad una forma modificata per diventare uno schema conservativo, quindi più facilmente risolvibile.

Il nuovo sistema di equazioni potrà essere riscritto in forma conservativa, nel seguente modo:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{\underline{F}} = \vec{R}(\vec{Q}), \quad (2.3)$$

nel caso in cui la matrice $\underline{\underline{A}}(\tilde{\mathbf{Q}})$ fosse lo Jacobiano $\underline{\underline{A}}(\tilde{\mathbf{Q}}) = \partial \underline{\underline{F}} / \partial \tilde{\mathbf{Q}}$, di una qualsiasi funzione di flusso $\underline{\underline{F}} = [\mathbf{F}_1(\tilde{\mathbf{Q}}), \mathbf{F}_2(\tilde{\mathbf{Q}}), \dots, \mathbf{F}_\alpha(\tilde{\mathbf{Q}})]$

Definizione di vettori e matrici

La risoluzione delle equazioni differenziali, secondo lo schema iperbolico 2.1, necessita della definizione di matrici e vettori, in ogni loro componente.

In primo luogo è importante evidenziare le componenti del vettore delle variabili, le quali saranno anche le grandezze di nostro interesse, per la rappresentazione del moto:

$$Q = \begin{bmatrix} H \\ q_x \\ q_y \\ C \cdot h \\ z_b \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Il vettore delle matrici dei coefficienti $\underline{\underline{A}}$, del sistema 2.2, è formato da due sottomatrici, dato che il sistema è bidimensionale. Per il caso qui esaminato si considera portata solida nulla ed un flusso

monostrato, con possibilità di erosione del fondo. Le due matrici dei coefficienti che risultano sono 2.5 in x e 2.6 in y

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ g(H - z_b) - \frac{q_x^2}{(H - z_b)^2} & \frac{2q_x}{H - z_b} & 0 & 0 & \frac{q_x^2}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{q_x}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{C \cdot h q_x}{(H - z_b)^2} & \frac{C \cdot h}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x}{H - z_b} & \frac{C \cdot h q_x}{(H - z_b)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{q_x}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} \\ g(H - z_b) - \frac{q_y^2}{(H - z_b)^2} & 0 & \frac{2q_y}{H - z_b} & 0 & \frac{q_y^2}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{C \cdot h q_y}{(H - z_b)^2} & 0 & \frac{C \cdot h}{H - z_b} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{C \cdot h q_y}{(H - z_b)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

L'operazione che il programma opera tra queste matrici nella parte sinistra delle equazioni differenziali è di seguito specificata (2.11). In primo luogo devono essere trovate le derivate parziali, per tutte le variabili, nel tempo (2.7)

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial q_x}{\partial t} \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial t} \\ \frac{\partial z_b}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

e nello spazio, in x (2.8) e in y (2.9)

$$\nabla_x \vec{Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial q_x}{\partial x} \\ \frac{\partial q_y}{\partial x} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial x} \\ \frac{\partial z_b}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\nabla_y \vec{Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial y} \\ \frac{\partial q_x}{\partial y} \\ \frac{\partial q_y}{\partial y} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial y} \\ \frac{\partial z_b}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Questi vettori e matrici appena trascritti sono indispensabili per la definizione della parte sinistra delle equazioni nel sistema 2.1, mentre le quantità poste a destra dell'uguale sono elencate all'interno di un vettore chiamato *SOURCE* (2.10)

$$SOURCE = \begin{bmatrix} 0 \\ -g(H - z_b)S_{fx} \\ -g(H - z_b)S_{fy} \\ E_b - D_b \\ -\frac{E_b - D_b}{1-n} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

In definitiva il sistema verrà dunque risolto come segue:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial q_x}{\partial t} \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial t} \\ \frac{\partial z_b}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ g(H - z_b) - \frac{q_x^2}{(H - z_b)^2} & \frac{2q_x}{H - z_b} & 0 & 0 & \frac{q_x^2}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{q_x}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{C \cdot h q_x}{(H - z_b)^2} & \frac{C \cdot h}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x}{H - z_b} & \frac{C \cdot h q_x}{(H - z_b)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial q_x}{\partial x} \\ \frac{\partial q_y}{\partial x} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial x} \\ \frac{\partial z_b}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{q_x}{H - z_b} & 0 & \frac{q_x q_y}{(H - z_b)^2} \\ g(H - z_b) - \frac{q_y^2}{(H - z_b)^2} & 0 & \frac{2q_y}{H - z_b} & 0 & \frac{q_y^2}{(H - z_b)^2} \\ -\frac{C \cdot h q_y}{(H - z_b)^2} & 0 & \frac{C \cdot h}{H - z_b} & \frac{q_y}{H - z_b} & \frac{C \cdot h q_y}{(H - z_b)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial y} \\ \frac{\partial q_x}{\partial y} \\ \frac{\partial q_y}{\partial y} \\ \frac{\partial C \cdot h}{\partial y} \\ \frac{\partial z_b}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g(H - z_b)S_{fx} \\ -g(H - z_b)S_{fy} \\ E_b - D_b \\ -\frac{E_b - D_b}{1 - n} \end{bmatrix} \quad (2.11)
\end{aligned}$$

2.3 Schema numerico

Il modello sviluppato è basato sul classico approccio ai volumi finiti, utile nell'integrazione di equazioni differenziali alle derivate parziali. In particolare tale metodo risolve sistemi di equazioni iperboliche, tipiche nell'approssimazione dei flussi, dato che la discretizzazione ai volumi finiti delle equazioni differenziali soddisfa automaticamente le leggi di conservazione della massa, dell'energia e della quantità di moto.

Il vantaggio principale del metodo ai volumi finiti è insito nella sua natura integrale, dato che mostra la capacità di impiegare volumi di forma arbitraria per la suddivisione del dominio fisico. Esso si basa sul concetto di centrare la quantità conservativa nelle celle relative, per questo lo schema ai volumi finiti è spesso chiamato "schema alle differenze con celle centrate".

Dovendo ora risolvere il sistema in forma vettoriale (2.3), si fa riferimento allo schema numerico FORCE, implementato da Canestrelli et al., a sua volta sviluppato in precedenza da Toro et al. [2009].

Si considera una triangolazione conforme T_Ω del dominio computazionale $T_\Omega \subseteq \mathbb{R}^\alpha$ fatta da elementi T_i

$$T_\Omega = \bigcup_i T_i \quad (2.12)$$

dove ogni elemento T_i ha n_f facce piane ∂T_i^j di area S_j e con associato un vettore normale \vec{n}_j alla faccia, diretto verso l'esterno. Il volume totale $|T_i|$ degli elementi T_i è suddiviso in sottovolumi V_j^- generati dalla connessione dei baricentri dell'elemento T_i con i vertici della faccia j . Il corrispondente sottovolume adiacente nell'elemento confinante che condivide la faccia ∂T_i^j con l'elemento T_i è denominato V_j^+ . [figura 2.2]

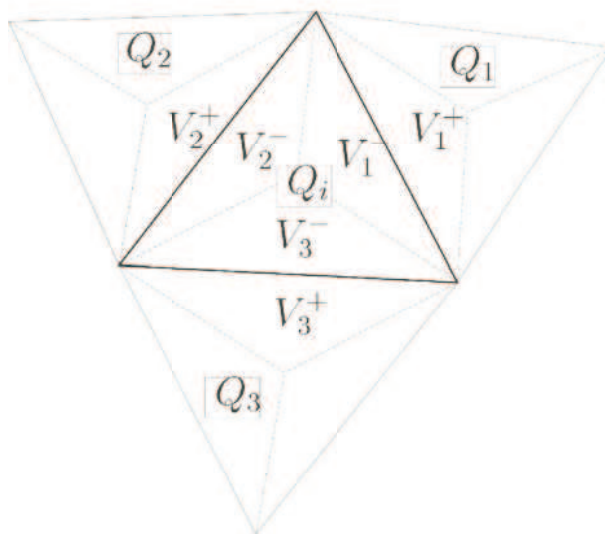


Figura 2.2: notazione per una qualsiasi mesh triangolare non strutturata.

Per calcolare le variabili al passo temporale successivo, deve essere integrato lo schema conservativo

2.3 sul volume $V_j^- \cup V_j^+$ e tra il tempo $t = 0$ e $t = \Delta/2$, per ottenere il nuovo vettore delle variabili \vec{Q}

$$\vec{Q}_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{\vec{Q}_i^n V_j^- + \vec{Q}_j^n V_j^+}{V_j^+ + V_j^-} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t S_j}{V_j^+ + V_j^-} \left(\underline{\underline{F}}(\vec{Q}_j^n) - \underline{\underline{F}}(\vec{Q}_i^n) \right) \cdot \vec{n}_j \quad (2.13a)$$

$$\vec{Q}_i^{n+1} = \frac{1}{|T_i|} \sum_{j=1}^{n_f} \left(V_j^- \vec{Q}_{j+1/2}^{n+1/2} - \frac{1}{2} \delta t S_j \underline{\underline{F}}(\vec{Q}_{j+1/2}^{n+1/2}) \cdot \vec{n}_j \right) \quad (2.13b)$$

Oppure si può usare una formulazione più conveniente, di tipo conservativo e non instabile

$$\vec{Q}_i^{n+1} = \vec{Q}_i^n - \frac{\Delta t}{|T_i|} \sum_{j=1}^{n_f} \left(S_j \underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{FORCE} \cdot \vec{n}_j \right) + \Delta t \vec{R}^n \quad (2.14)$$

dove

$$\underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{FORCE} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{LF} + \underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{LW} \right).$$

Al fine di tener conto delle discontinuità e migliorare l'abilità del sistema nell'affrontare i problemi di trasporto di materiale e di onde di taglio, si preferisce utilizzare una versione modificata dello schema (Bib.[5]): *FORCE-Contact*

$$\underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{FORCE-Contact} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{LF-Contact} + \underline{\underline{F}}_{j+1/2}^{LW} \right) \quad (2.15)$$

Si è voluta migliorare ancor più l'accuratezza del modello, trovando un giusto compromesso tra precisione e complessità dello schema, quindi è stato introdotto un secondo ordine di accuratezza nel tempo e nello spazio, chiamato *MUSCL-type reconstruction*. L'estensione dello schema *FORCE-Contact* ad un secondo ordine di precisione è dunque responsabile di una rappresentazione della soluzione all'interno delle celle sicuramente più esatta.

All'interno di ogni cella (i-esima) e ad ogni passo temporale (tempo a livello n) viene ricostruito un profilo lineare, riferito ad ognuna delle variabili che si vogliono conoscere.

$$\vec{Q}_i(x, y, t^n) = (x - x_G)_i \vec{a}_i + (y - y_G)_i \vec{b}_i + \vec{c}_i$$

dove x_G e y_G sono le coordinate del centro di massa della cella i-esima e le grandezze \vec{a}_i e \vec{b}_i sono le pendenze calcolate ad ogni passo temporale per la cella i-esima, riferite alla variazione di ogni singola variabile. In tal modo sono state riportate le quantità in formulazione numerica rappresentative delle derivate parziali nello spazio.

A questo punto è possibile riscrivere lo schema del secondo ordine per il sistema 2.3, a partire dalla ricostruzione di tipo *MUSCL*:

$$\begin{aligned} \vec{Q}_i^{n+1} = & \vec{Q}_i^n - \frac{1}{|T_i|} \left(\int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{T_i/\partial T_i} \underline{\underline{A}}(\hat{\vec{Q}}_i) \cdot \nabla \hat{\vec{Q}}_i d\vec{x} dt \right. \\ & + \sum_{j=1}^{n_f} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{S_j} \underline{\underline{F}}_{j+1/2} \cdot \vec{n}_j dS dt - \sum_{j=1}^{n_f} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{S_j} \underline{\underline{F}}^- \cdot \vec{n}_j dS dt \\ & \left. - \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{T_i} \vec{R}(\hat{\vec{Q}}_i) d\vec{x} dt \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

dove

$$\underline{\underline{F}}^- = \underline{\underline{F}}(\hat{\vec{Q}}_i^-)$$

\hat{Q}_i^- e \hat{Q}_i^+ rappresentano i dati di confine, estrapolati all'interno dell'elemento T_i e dell'elemento vicino.

Tutti gli integrali sono approssimati usando la formula di quadratura di Gauss, per questo è necessario valutare la variabile \hat{Q}_k in ogni punto dello spazio-tempo Gaussiano $(\vec{x}, t) = (x_k, y_k, t)$. A questo scopo, la soluzione locale del sistema alle differenze parziali, $\vec{Q}(x, t) = \vec{Q}_G(x, t)$ in ogni cella, è applicata al centro di massa \vec{x}_G dell'elemento attraverso la serie di Taylor:

$$\begin{aligned} \hat{Q}_k(x_k, t_k) = & \vec{Q}_i(x_i, t^n) + (x_k - x_g) \left. \frac{\partial \vec{Q}}{\partial x} \right|_{x_g} + (y_k - y_g) \left. \frac{\partial \vec{Q}}{\partial y} \right|_{x_g} \\ & - (t_k - t^n) \left(\vec{A}_1(\vec{Q}_i^n) \left. \frac{\partial \vec{Q}}{\partial x} \right|_{x_g} + \vec{A}_2(\vec{Q}_i^n) \left. \frac{\partial \vec{Q}}{\partial y} \right|_{x_g} - \vec{R} \right|_{x_G} \Big) \dots \end{aligned} \quad (2.17)$$

qui le derivate spaziali del primo ordine sono ottenute direttamente dalle grandezze \vec{a}_i e \vec{b}_i prima accennate. Sussiste però un problema per cui le variabili $h = H - z_b$ e Ch potrebbero assumere valori negativi, perciò in casi come questi si pongono le pendenze \vec{a}_i e \vec{b}_i uguali a zero.

Questa trattazione è stata ripresa dagli studi di Canestrelli et al. che hanno sviluppato il programma *FORCE-Compact*, inizialmente pensato per rappresentare il comportamento del trasporto solido al fondo, anche in casi di fanghi. E' stato dunque analizzato il programma sia nella sua parte matematica che fisica, facendo sempre riferimento agli indispensabili articoli elencati in bibliografia [4], [5], [6].

Un termine importante nell'ottimizzazione dei risultati della simulazione è il passo temporale: si calcola il miglior Δt che intercorre tra un risultato ed il successivo, non rischiando dunque di avere troppi dati oppure di perdere dei passaggi importanti.

Per questo motivo è stato introdotto il numero di Courant-Friedrichs-Lewy (**CFL**), il quale è spesso usato in schemi numerici espliciti temporali, per migliorare la convergenza numerica della soluzione delle equazioni alle derivate parziali. Il passo temporale deve essere più piccolo di un certo intervallo di tempo, per questo viene moltiplicato per una quantità $CFL < 1$.

Il passo temporale è inizialmente calcolato secondo la 2.18

$$\Delta t = \frac{d_{inc}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2} + c} \quad (2.18)$$

quindi il rapporto tra il diametro dell'incentro delle maglie triangolari e la velocità media sommata alla celerità di corrente. Questo valore verrà di seguito moltiplicato per un CLF imposto, il quale sarà tanto più piccolo, quanto più vicini vogliono essere i risultati nel tempo.

Capitolo 3

Modifiche a `FV_shock` adattato a leggi di Debris Flow

Le modifiche applicate a `FV_shock` per la descrizione dei fenomeni di colata, sono esclusivamente riguardanti i termini di attrito, pertanto risulta necessario conoscere le leggi reologiche che definiscono le forze a cui tali fenomeni sono soggetti. In tale contesto vengono non solo analizzate le forze di attrito legate direttamente alla propagazione della colata, ma anche quelle indirettamente legate all'evoluzione del fondo. Quest'ultima è governata da fenomeni di erosione e deposito. Diversi autori hanno svolto esperimenti in laboratorio ed in campo, per comprendere meglio il fenomeno del 'debris flow' e riuscire a formularlo matematicamente. Le leggi di maggior interesse scientifico verranno quindi di seguito esposte e introdotte all'interno del codice.

3.1 Termini di attrito `Sf` e `Friction`

Ai fini di una puntuale e corretta lettura della ricerca, è da subito necessario ben comprendere le modalità di elaborazione del programma. Ciò proprio in riferimento alla gestione dei termini di attrito, i quali sono contenuti all'interno del vettore `SOURCE`, alle posizioni (2) e (3), secondo le relazioni 3.1a e 3.1b. In questo modo è possibile definire un unico parametro **Friction**, valido sia in direzione x , che in direzione y .

Perché ciò sia possibile, esistono due differenti modalità mediante cui il programma gestisce i termini di attrito sovraindicati: il primo è il *modo esplicito*, quindi inserendo il termine **Friction** direttamente nel `SOURCE`, il secondo è il *modo implicito*, secondo il quale la portata (q_x e q_y) sarà funzione della velocità, ridimensionata a causa delle forze d'attrito agenti.

3.1.1 Formulazione esplicita

Le principali variabili che tengono conto dei termini di attrito all'interno del codice sono **Sf** e **Friction**. Questi due termini hanno lo stesso significato, a meno della velocità media, poichè **Friction** è calcolato quale pendenza dell'energia, **Sf**, divisa per U .

Volendo utilizzare la formulazione esplicita di **Friction**, si fa riferimento direttamente ai termini del vettore SOURCE, alla seconda e terza riga (vettore 2.10) riportati alle espressioni del bilancio della quantità di moto, calcolati nella *subroutine SOURCEsub*.

Dal modello originale scritto da Canestrelli et al., è possibile evidenziare la legge esplicita di calcolo dei due termini sorgente già presenti, secondo il sistema 3.1

$$\begin{cases} SOURCE(2) = g \frac{q_{Mod}}{k_s^2 (H - z_b)^{7/3}} q_x & (3.1a) \\ SOURCE(3) = g \frac{q_{Mod}}{k_s^2 (H - z_b)^{7/3}} q_y & (3.1b) \end{cases}$$

Risulta identica, per entrambe le componenti, la parte centrale, che verrà posta pari a

$$Friction = \frac{q_{Mod}}{k_s^2 (H - z_b)^{7/3}} = \frac{q_{Mod}}{H - z_b} \frac{1}{k_s^2 (H - z_b)^{4/3}} = \frac{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}{k_s^2 (H - z_b)^{4/3}}$$

dove

$q_{Mod} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ è il modulo della portata, in direzione x e y;

$U = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ è il modulo della velocità, in direzione x e y.

Sarà dunque possibile riscrivere i termini sorgenti (sistema 3.2)

$$\begin{cases} SOURCE(2) = g \cdot Friction \cdot q_x & (3.2a) \\ SOURCE(3) = g \cdot Friction \cdot q_y & (3.2b) \end{cases}$$

Sarà proprio la *Friction*, determinata secondo precise leggi reologiche, ad essere inserita in tali posizioni, per risolvere le equazioni delle quantità di moto, in x e y.

3.1.2 Formulazione implicita

Nonostante la formulazione esplicita sia molto più precisa nel calcolo di velocità e portate, questa può condurre a problemi di instabilità nella soluzione, nel caso i tiranti fossero troppo bassi. Perciò viene proposta la formulazione implicita, che calcola velocità e portate in modo diretto, tenendo conto del ruolo delle forze d'attrito al passaggio della corrente.

Anche in questo caso, si parte dal modello originale di Canestrelli et al., per capire come vengano calcolati i termini **velFRICT** all'interno della *subroutine SOURCE_onlyFriction_implicit*. La formulazione è qui un poco più elaborata, ma ancora è possibile inserire il termine **Friction** nell'equazione 3.3

$$kb = g \frac{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}{k_s^2 \cdot h_1^{4/3}} dt = g \cdot Friction \cdot dt \quad (3.3)$$

che a sua volta verrà utilizzata per calcolare la velocità *velFRICT* in direzione x e y (sistema 3.4)

$$inv_kb_p1 = \frac{1}{kb + 1}$$

$$\begin{cases} velFRICT(2) = u_x \cdot inv_kb_p1 & (3.4a) \\ velFRICT(3) = u_y \cdot inv_kb_p1 & (3.4b) \end{cases}$$

Tale velocità verrà direttamente moltiplicata per il tirante, al fine di ottenere il nuovo valore di portata, al passo successivo della simulazione.

3.2 Modelli reologici delle colate detritiche

Per la definizione dei termini **Sf** e **Friction** è necessario conoscere le leggi reologiche che stanno alla base dei fenomeni delle colate detritiche.

La reologia, per definizione, è la scienza che studia gli equilibri raggiunti nella materia che fluisce o si deforma per effetto di uno stato di sollecitazione. Le sue basi furono poste da E.C. Bingham nel 1928, con l'obiettivo di conferire rigore scientifico allo studio delle proprietà meccaniche dei materiali (sia naturali, sia di produzione industriale) e di formulare adeguati modelli analitici in grado di descrivere il comportamento di tali materiali nelle più svariate condizioni di sollecitazione e di conseguente deformazione. ¹

Le leggi della reologia di un fluido o di una miscela acqua-sedimento possono dunque essere sviluppate a partire da misure dello sforzo tangenziale a vari ordini di deformazione angolare, in tal modo si caratterizza il comportamento meccanico mediante la definizione di modelli matematici che stabiliscano i legami tra tensioni interne ed esterne, flusso e deformazione dei corpi.

La comunità scientifica ha a lungo investigato sulla caratterizzazione reologica delle colate di detriti. A tal proposito in letteratura è possibile trovare diversi modelli reologici, ma nonostante ciò ancora oggi il fenomeno è di difficile descrizione tramite l'utilizzo di un'unica legge reologica. La natura eterogenea della miscela coinvolta durante una colata, infatti, è causa di una continua evoluzione degli sforzi agenti durante il deflusso.

Nonostante la complessità di interpretazione del fenomeno, diversi autori hanno studiato modelli reologici che potessero descrivere il comportamento delle colate. Per fare ciò è necessario innanzitutto conoscere le componenti delle forze a cui la miscela solido-liquida è soggetta: componenti esterne, promotrici dell'instabilità del corpo, e componenti interne, dovute agli sforzi tra le particelle solide, relativi alla propagazione. Gli studiosi hanno concentrato i loro studi sulla ricerca della legge che dovrà determinare le tensioni a cui il corpo è soggetto. Diverse indagini hanno definito le relazioni costitutive di queste colate liquide, con alta concentrazione di solido al loro interno.

I modelli più noti evidenziano una correlazione tra lo sforzo tangenziale e la variazione della velocità rispetto alla direzione normale al moto (Figura 3.1), tenendo conto anche delle variazioni della viscosità del fluido stesso. La viscosità è quella caratteristica, dipendente dalla temperatura e dalle pressioni, la quale appare come attrito che permane tra le molecole di un fluido in movimento, limitando la fluidità e la mobilità delle particelle al suo interno. ²

In base a tali caratteristiche si possono distinguere diverse classi di fluido, (figura 3.1) :

- *Fluido newtoniano*: il fluido presenta una viscosità non variabile con velocità, pressione e temperatura.
- *Fluido viscoplastico alla Bingham*: il fluido non si deforma finché lo sforzo tangenziale è inferiore ad una soglia τ_0 , superata questa soglia il fluido si comporta come uno newtoniano.
- *Fluido pseudoplastico*: il fluido presenta una forte resistenza al moto per piccole velocità, che va diminuendo all'aumentare delle velocità.

¹<http://www.treccani.it/enciclopedia/reologia/>

²<http://pcfarina.eng.unipr.it/dispense99/albertini117539/albertini117539.htm>

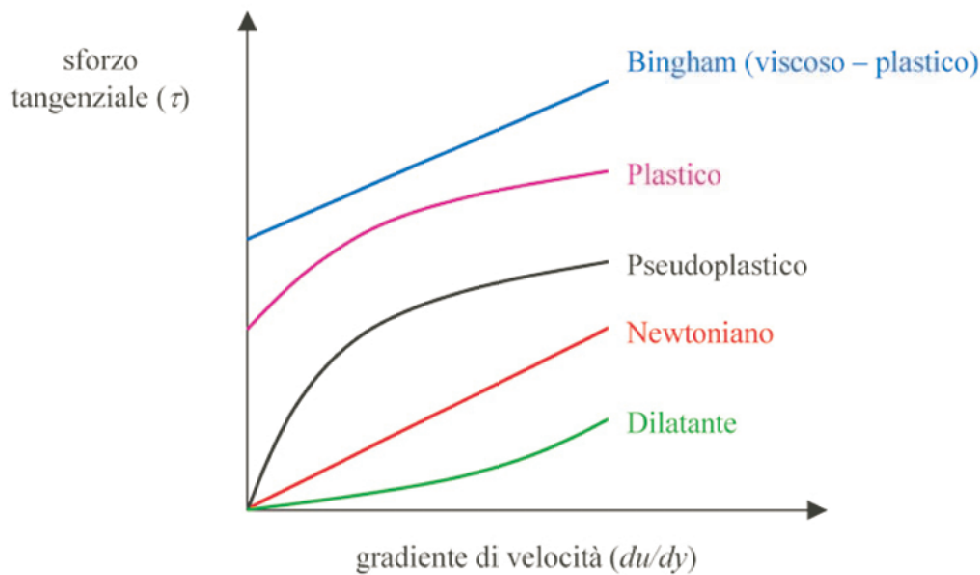


Figura 3.1: Reogramma per diversi tipi di fluido

- *Fluido plastico*: il fluido mostra lo stesso comportamento di quello pseudoplastico, a partire da un valore limite di sforzo tangenziale (simile al fluido di Bingham).
- *Fluido elastoviscoso*: il fluido presenta comportamenti assai diversi in funzione delle deformazioni. In essi infatti prevalgono gli effetti viscosi tipici dei fluidi, ma possiedono anche proprietà elastiche tipiche dei solidi.
- *Fluido dilatante*: quando il contenuto solido nel fluido è molto elevato, la viscosità apparente aumenta con la velocità di deformazione, presentando alte resistenze al moto per alte velocità di scorrimento tra le particelle.³

Di seguito verranno analizzate una ad una le varie leggi reologiche e ricavati i termini d'interesse **Sf** e **Friction**.

3.2.1 Modello di Newton

Reologia

Il modello di fluido viscoso newtoniano è il più semplice nella descrizione del fenomeno delle colate detritiche, ma anche il più impreciso.

Il comportamento dei fluidi newtoniani presenta una correlazione lineare tra sforzo tangenziale e gradiente di velocità, quindi è rappresentato in figura 3.1 con una retta a pendenza costante e passante per l'origine. Per definizione, un fluido newtoniano rispetta la legge tale per cui lo sforzo tangenziale τ è uguale, a meno di costante, alla derivata della velocità del fluido che scorre su di una superficie:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad (3.5)$$

³Prof. Bonvissuto, G., fluidi non newtoniani.pdf

dove $\dot{\gamma}$ è la velocità di deformazione a taglio, μ la viscosità dinamica che resta costante, u la velocità e y la profondità della corrente, supposta la possibilità di confondere la direzione normale al moto con la verticale. Nonostante la semplicità di questo modello, esso è valido solo quando le concentrazioni dei sedimenti nel fluido restano al di sotto del 9% del volume totale. Al superamento di questo valore le interazioni tra i grani sono molto più importanti dell'impatto del fluido sulle particelle, nella determinazione del tipo di movimento (Bagnold ⁴), perciò non è più possibile applicare il modello newtoniano. Dunque per la caratterizzazione del fenomeno delle colate detritiche, dove la concentrazione di solido è molto elevata, è opportuno usare altre leggi reologiche.

Adattamento al modello

Il primo modello esposto riguarda quello già presente all'interno del codice, il quale era stato inizialmente sviluppato per risolvere la condizione di moto di fluido newtoniano. Per questo era stata scelta la tipica legge di Gauckler Strickler per il calcolo delle portate. Essa sarebbe propria della descrizione del moto uniforme per acqua limpida, ma comunque qui adottata, supponendo che ogni moto sia descritto da un susseguirsi di moti uniformi, debolmente variabili tra loro. Per rappresentare il termine di attrito delle correnti descritte dalle leggi del sistema 2.1, è stata utilizzata la legge di Gauckler-Strickler, che in termini di velocità e portata è descritta come segue:

$$Q = A k_s R_H^{2/3} \sqrt{j} \quad (3.6a)$$

$$q = h k_s R_H^{2/3} \sqrt{j} \quad (3.6b)$$

$$U = k_s R_H^{2/3} \sqrt{j} \quad (3.6c)$$

Ponendo $R_H = h$ e quindi supponendo un caso di canale rettangolare molto largo, è possibile determinare il termine Sf (equazioni 3.7):

$$j = \frac{Q^2}{A^2 k_s^2 h^{4/3}} = Sf \quad (3.7a)$$

$$j = \frac{q^2}{k_s^2 h^{10/3}} = Sf \quad (3.7b)$$

$$j = \frac{U^2}{k_s^2 h^{4/3}} = Sf \quad (3.7c)$$

Per calcolare infine i termini di interesse *Friction* basterà dividere il termine di attrito $j = Sf$ per la velocità media. Quindi sarà ottenuta la nuova variabile di attrito *Friction*

$$Friction = \frac{Sf}{U} = \frac{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}{k_s^2 h^{4/3}} \quad (3.8)$$

Questo primo caso appena esaminato è riferito alla formulazione di Gauckler Strickler, che nel programma assumerà il valore di `TYPEreologFRICT=1`.

⁴<http://www.springerreference.com/docs/html/chapterdbid/4356.html>

3.2.2 Modello semplice di Bingham

Reologia

Il modello di Bingham descrive il comportamento del fluido viscoplastico. *Johnson* [1965] e *Yano e Daido* [1965], furono i primi ad applicarlo per definire fenomeni di colate, mettendo in evidenza proprietà caratteristiche sia del fluido viscoso che del solido plastico.

In particolare, il modello di Bingham descrive la propagazione di un materiale monofase, che rimane nella sua condizione di equilibrio finché lo sforzo tangenziale non supera un certo valore di soglia: lo "snervamento plastico" del fluido; ed una volta superato questa tensione limite, il materiale comincia a defluire come un fluido viscoso, con le medesime caratteristiche del fluido newtoniano. Ne deriva la legge definita da Bingham (eq. 3.9):

$$\tau = \tau_y + \mu_B \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.9)$$

dove μ_B è la viscosità, detta viscosità di Bingham, e τ_y lo sforzo minimo necessario per dar luogo al movimento.

Nella letteratura scientifica diversi autori hanno dato il loro contributo nella determinazione dei parametri τ e μ_B . Ad esempio *Whipple & Dunne* [1992] proposero dei valori costanti da attribuire ai due parametri durante tutta la propagazione della colata ⁵, mentre *O'Brien e Julien* (bib. [16]), proposero una relazione (3.10) che mettesse in evidenza la dipendenza della viscosità e della tensione limite dalla concentrazione di sedimenti.

$$\tau_y = 0.1 (\alpha_1 e^{\beta_1 c_v}) \quad \& \quad \mu_B = 0.1 (\alpha_2 e^{\beta_2 c_v}) \quad (3.10)$$

dove $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ sono numeri positivi dipendenti dalle dimensioni dei sedimenti e c_v è la concentrazione volumetrica del solido nel fluido. I quattro coefficienti empirici sono stati ricavati sperimentalmente, valutando le proprietà di diversi provini di miscele, le quali contenevano sedimenti in concentrazioni e con diametri diversi. Tali valori sono elencati in tabella 3.1.

⁵Cit. "we constrain yield strength and viscosity to be constant in any given debris flow" (bib.[26])

Source	$\tau_y = 0.1 (\alpha_1 e^{\beta_1 c_v})$		$\mu_B = 0.1 (\alpha_2 e^{\beta_2 c_v})$	
	[Pa]		[Pa]	
	α_1	β_1	α_2	β_2
Aspen Pit 1	0.181	25.7	0.0360	22.1
Aspen Pit 2	2.72	10.4	0.0538	14.5
Aspen Natural Soil	0.152	18.7	0.00136	28.4
Aspen Mine Fil	0.0473	21.1	0.128	12.0
Aspen Watershed	0.0383	19.6	0.000495	27.1
Aspen Mine Source Area	0.291	14.3	0.000201	33.1
Glenwood 1	0.0345	20.1	0.00283	23.0
Glenwood 2	0.0765	16.9	0.0648	6.20
Glenwood 3	0.000707	29.8	0.00632	19.9
Glenwood 4	0.00172	29.5	0.000602	33.1

Tabella 3.1: Coefficienti α e β per diverse tipologie di miscele e sedimenti.

Anche *Daido* [1979] diede il suo contributo nella definizione del τ_y e, dopo vari esperimenti effettuati usando materiali di pezzatura che andava da 0.295 cm a 0.585 cm, ricavò una legge empirica, funzione della concentrazione di sedimenti:

$$\tau_y = 0.133 \cdot c_v^2.$$

Un'altra definizione della resistenza al taglio limite è supposta dipende dall'angolo di attrito di Coulomb, perciò viene espressa dalla legge 3.11

$$|\tau_y| = (\sigma - p) \tan \phi + c \quad (3.11)$$

dove τ_y è la tensione di taglio media lungo la superficie di scivolamento, $(\sigma - p)$ è l'effettiva tensione normale, ϕ è l'angolo di attrito del materiale solido e c è la coesione tra le particelle. Rispettare questo tipo di legge costitutiva del materiale significa che all'aumentare del contenuto di sedimenti fini, anche il limite di "snervamento plastico" aumenta.

Major and Pierson [1992] durante i loro esperimenti, svolti facendo uso di miscele di detriti composte da soli sedimenti fini e acqua, confermarono che tale τ_y incrementa all'aumentare del contenuto fine presente. Al contrario, altri esperimenti svolti con l'utilizzo di materiale di pezzatura maggiore e solo una piccola percentuale di contenuto fine, hanno mostrato che all'aumentare della frazione fine diminuisce lo spessore del lobo e la resistenza apparente τ_y , dato che tale frazione riduce la resistenza d'attrito, aumentando la pressione nei pori. Questo dunque è un limite all'applicabilità della legge reologica, che è vista impiegata principalmente per la caratterizzazione del comportamento di materiale ad alto contenuto di componente fine.

Un'altra assunzione limite dello schema reologico riguarda il fatto che la quantità di moto e la dissipazione di energia siano dipendenti solo dallo sforzo di taglio viscoso, e non prendono in considerazione la dissipazione dovuta al contatto grani contro grani o contro le pareti di delimitazione del flusso.

Adattamento al modello

Partendo dalla legge che evidenzia il ruolo della tensione tangenziale (equazione (3.9)), si può determinare il coefficiente di attrito Sf . Supponendo che la velocità vari solo lungo la verticale, quindi la derivata parziale in z sia anche derivata totale a variabili separabili, e ipotizzando tutte le grandezze τ e μ indipendenti da velocità e z , è possibile integrare la precedente espressione 3.9 per ricavare il termine della pendenza della linea dell'energia "j":

$$\begin{aligned}(\tau - \tau_y) dz &= \mu_B du \\ \int_0^h (\tau - \tau_y) dz &= \int_0^U \mu_B du \\ (\tau - \tau_y) \cdot h &= \mu_B \cdot U \\ \tau &= \tau_y + \mu_B \frac{U}{h} = \gamma_{mix} R_H j\end{aligned}$$

Pertanto la pendenza può essere descritta dalla seguente espressione (3.12):

$$Sf = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} R_H} + \mu_B \frac{U}{\gamma_{mix} R_H h} = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h} + \mu_B \frac{U}{\gamma_{mix} h^2} \quad (3.12)$$

Il termine di maggior interesse è invece *Friction*, che vale

$$Friction = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h U} + \mu_B \frac{1}{\gamma_{mix} h^2} \quad (3.13)$$

Con $\gamma_{mix} = c_v \cdot \gamma_s + (1 - c_v)\gamma$

I valori di μ_B e τ_y sono stati valutati sperimentalmente e calcolati come espressioni esponenziali della concentrazione della miscela c_v (equazioni 3.10).

Questo secondo caso inserito nel codice è riferito alla formulazione di Bingham, che nel programma assumerà il valore di `TYPEreologFRICT=2`.

3.2.3 Modello di Hershel e Bulkley

Reologia

Questo modello suppone la colata detritica composta da materiale con viscosità ed alcune caratteristiche quantitative che cambiano in funzione delle sollecitazioni a cui è sottoposto, infatti esso si deforma in modo non newtoniano quando soggetto ad uno sforzo di taglio. In particolare questi materiali pseudoplastici mostrano una diminuzione della viscosità al crescere dell'intensità dello sforzo.

Hershel e Bulkley si occuparono della formulazione di tale modello e definirono la relazione reologica attraverso la legge adatta a materiali pseudoplastici con soglia di movimento:

$$\tau = \tau_y + K \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \quad (3.14)$$

dove K è positivo e rappresenta l'indice di consistenza, n è l'indice di pseudoplasticità compreso tra 0 e 1 (solitamente posto uguale a $0.3 \div 0.6$), $\partial u / \partial z$ è il gradiente di velocità e τ_y è la tensione di taglio limite.

Nel caso di materiale puramente pseudoplastico, come è rappresentato in figura 3.1, lo sforzo di taglio limite è inesistente ed il movimento della colata avviene non appena venga applicata una

tensione superiore a zero.

Il modello di *Herschel e Bulkley* può essere dunque visto come una combinazione del modello di Bingham e della legge di potenza. Tale legge di potenza è l'equazione empirica più usata per i fluidi pseudoplastici (Bird et al. [1960]), poichè sintetizza al suo interno il comportamento dei fluidi pseudoplastici (se non esiste τ_y), di quelli dilatanti (§3.2.5) con $n \geq 1$ e di quelli newtoniani/di Bingham (§3.2.1 e §3.2.2) con $n = 1$. Anche quando $n < 1$ il fluido mostra un comportamento pseudoplastico che necessita comunque di uno sforzo tangenziale iniziale per rompere la natura coesiva.

Questa tipologia di modello adatto ai fluido pseudplastici, detti anche "shear thinning fluids", poichè la loro viscosità apparente decresce con il tasso di sforzo tangenziale applicato, sembra il più adatto a descrivere le colate di fango (*mudflows*) e quelle con matrice fangosa abbondante, sia per alte che per basse concentrazioni solide.

Adattamento al modello

Anche questo caso fornisce una formulazione della legge reologica in termini di tensioni tangenziali

$$\tau = \tau_y + K \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \quad (3.15)$$

Imponendo le stesse ipotesi del modello di Bingham e risolvendo l'itintegrale di tale legge si ricava

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{\tau - \tau_y} dz &= \sqrt[n]{K} du \\ \int_0^h \sqrt[n]{\tau - \tau_y} dz &= \int_0^U \sqrt[n]{K} du \\ \sqrt[n]{\tau - \tau_y} \cdot h &= \sqrt[n]{K} \cdot U \\ \tau - \tau_y &= K \frac{U^n}{h^n} \\ \tau &= \tau_y + K \frac{U^n}{h^n} = j \gamma_{mix} R_H \end{aligned}$$

per trovare il termine Sf:

$$Sf = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} R_H} + K \frac{U^n}{\gamma_{mix} R_H h^n} = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h} + K \frac{U^n}{\gamma_{mix} h^{n+1}} \quad (3.16)$$

Il termine di *Friction* diventa:

$$Friction = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h U} + K \frac{U^{n-1}}{\gamma_{mix} h^{n+1}} \quad (3.17)$$

La τ_y verrà calcolata come nel caso precedente (alla Bingham), mentre \mathbf{K} e \mathbf{n} sono due costanti calcolate in modo empirico (elencate in tab. 3.2).

Questo terzo caso appena esaminato è riferito alla formulazione di Herschel e Bulkley, che nel programma assumerà il valore di *TYPEreologFRICT=3*.

	K	n
valori I	20	0.550
valori II	10	0.405
valori III	0.0359	0.774

Tabella 3.2: valori che possono assumere le costanti K e n

3.2.4 Modello quadratico di O'Brien e Julien

Reologia

Le carenze dei modelli che ben rappresentavano o il flusso viscoso o il flusso inerziale separatamente, hanno motivato la realizzazione di approcci alternativi per la descrizione del fenomeno fisico. Uno di questi è appunto il Modello di O'Brien e Julien, che vuole combinare insieme i fenomeni di tipo viscoplastici con quelli grano-inerziali. Questo è il cosiddetto modello reologico quadratico, poichè la tensione di taglio è definita da un polinomio di secondo grado (Bib. [15]).

Il comportamento reologico del flusso con alta concentrazione di sedimenti implica l'interazione tra diversi processi fisici molto complessi. Il comportameneto non newtoniano della matrice fluida è controllata dalla coesione tra le componenti fini, la quale contribuisce ad innalzare il valore di τ_y . Questo, secondo i risultati di O'Brien e Julien, è tradotto in una somma di contributi allo sforzo tangenziale pari a

$$\tau = \tau_c + \tau_{mc} + \tau_v + \tau_t + \tau_d \quad (3.18)$$

dove τ_c è la tensione coesiva tra le particelle, τ_{mc} è la tensione di Mohr Coulomb, τ_v è la tensione di taglio di tipo viscosa, τ_t è la tensione di taglio di tipo turbolento, τ_d è la tensione di taglio di tipo dispersivo.

La stessa equazione 3.18 è scritta in termini di gradiente di velocità, quindi risulta una forma reologica quadratica (Modello di O'Brien e Julian, 3.19). Il primo ed il secondo termine saranno esattamente gli sforzi alla Bingham: la somma delle tensioni limiti, di soglia, con gli sforzi viscosi definiscono lo sforzo di taglio di un fluido con alta concentrazione di sedimenti e coesivo, in condizioni di regime di flusso viscoso. Il terzo termine, invece, è la somma degli sforzi dispersivi e turbolenti, definendo così un regime di moto inerziale per le colate detritiche fangose.

$$\tau = \tau_y + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + C \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (3.19)$$

dove

$\tau_y = \tau_c + \tau_{mc}$ è la tensione limite per innescare il movimento,

η è il coefficiente delle caratteristiche viscoso del materiale,

$C = \rho_m l^2 + f(\rho_m, c_v) d_s^2$ è il coefficiente di tensione tangenziale inerziale, con l lunghezza di mescolamento di Prandtl e ρ_m densità della miscela. Tra i vari esperimenti sostenuti per la validazione della funzione $f(\rho_m, c_v)$, è degna di nota la formulazione di Egashira et al. [1989] (3.20)

$$f(\rho_s, c_v) = \frac{\pi}{12} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{1/3} (\sin \alpha_1)^2 \rho_s (1 - e_n^2) c_v^{1/3} \quad (3.20)$$

dove e_n è il coefficiente di restituzione energetica dopo l'impatto, che in caso di sabbia varia tra 0,70 e 0,85, e α_1 è l'angolo medio di impatto tra le particelle.

In definitiva questo modello di O'Brien e Julien ben si addice alla descrizione delle colate detritiche, perchè prende in considerazione sia l'aspetto viscoso del regime di flusso del fluido, sia le caratteristiche turbolente ed inerziali che la colata acquista quando le velocità sono elevate.

Adattamento al modello

La forma della legge reologica di O'Brien e Julien espressa in termini di τ è la seguente

$$\tau = \tau_y + \mu_B \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + C \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

Avendo ormai capito i passaggi sempre identici ai capitoli precedenti, si integri la τ per ottenerne il termine Sf

$$\begin{aligned} \tau - \tau_y &= \frac{K}{8} \mu_B \frac{U}{h} + \gamma_{mix} n^2 \frac{U^2}{h^{1/3}} \\ Sf &= \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} R_H} + \frac{K}{8} \mu_B \frac{U}{\gamma_{mix} R_H h} + n^2 \frac{U^2}{R_H h^{1/3}} \\ &= \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h} + \frac{K}{8} \mu_B \frac{U}{\gamma_{mix} h^2} + n^2 \frac{U^2}{h^{4/3}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ed il termine di *Friction* diventa

$$Friction = \frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h U} + \frac{K}{8} \mu_B \frac{1}{\gamma_{mix} h^2} + n^2 \frac{U}{h^{4/3}} \quad (3.22)$$

τ_y e μ_B sono gli stessi calcolati nell'equazione 3.10,

$\mathbf{K} = 24$ è il coefficiente di resistenza del flusso laminare,

$\mathbf{n} = \alpha_{OJ} 0.538 / e^{6.0896c_v}$, è il pseudo coefficiente di resistenza di Manning che tiene conto sia dell'attrito turbolento al contorno, sia degli sforzi di collisione interna ($n_t = 0.1$ è l' n-valore turbolento). Questo quarto caso appena esaminato è riferito alla formulazione di O'Brien e Julien, che nel programma assumerà il valore di $TYPE_{reolog}FRICT=4$.

3.2.5 Modello di Takahashi

Reologia

Basandosi sugli studi effettuati da Bagnold [1954], Takahashi applicò il suo modello ai fluidi cosiddetti "dilatanti", per i quali sono importanti le interazioni tra i grani. Infatti i grani sulla superficie di una colata possono scontrarsi energeticamente o bloccarsi a vicenda, al fine di formare una zona apparentemente rigida.

Nei suoi esperimenti, Bagnold applicò uno sforzo di taglio ad un fluido newtoniano posto nello spazio anulare che si trovava tra due cilindri coassiali, facendo ruotare quello più esterno. Quest'operazione veniva fatta per ottenere un flusso laminare, all'interno del quale erano mescolate delle particelle di cera di 0.132cm, e del quale calcolare l'eccesso di pressione rispetto alla idrostatica applicata sulla parete del cilindro interno. Egli arrivò a determinare che la sovrappressione era proporzionale al momento torcente necessario a ruotare il cilindro.

$$\tau = -\sigma \tan \alpha \quad (3.23)$$

dove σ è la componente in direzione z della tensione interna tra le particelle e $\tan \alpha$ è una costante di proporzionalità dipendente dal numero di Bagnold (N_{Bag}).

Di conseguenza egli capì che la sovrappressione doveva necessariamente essere prodotta dalle collisione tra le particelle disperse all'interno del fluido e fu chiamata "pressione dispersiva"⁶. Inoltre Bagnold dedusse che le tensioni di taglio e normale tra le particelle sospese varia sia in modo quadratico che lineare con la velocità di taglio, in funzione di N_{Bag} . In particolare le due sono proporzionali al quadrato della velocità di taglio $(\partial u / \partial z)^2$, se il regime di moto è "granulare inerziale", e sono linearmente dipendenti alla velocità di taglio $(\partial u / \partial z)$, se le interazioni tra particelle sono trascurabili con regime di moto "macro viscoso".

Tornando alla definizione del numero di Bagnold

$$N_{Bag} = \frac{\rho_s \lambda^{1/2} d^2}{\mu_f} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.24)$$

dove ρ_s è la densità del solido, d è il diametro delle particelle, μ_f è la viscosità del fluido interstiziale e λ è la concentrazione lineare del solido nella miscela.

λ è definita come

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{c_*}{c_v} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{-1} \quad (3.25)$$

con c_* la massima concentrazione possibile di solido quando è impaccato e c_v la concentrazione volumetrica del solido nel fluido.

In base al numero di Bagnold sarà possibile distinguere due comportamenti della colata di detriti e le rispettive leggi reologiche che la governano:

- Per il campo di moto macro-viscoso, con $N < 40$ ($\tan \alpha \approx 0.75$)

$$\tau = 2.25 \lambda^{3/2} \mu_f \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.26)$$

- Per il campo di moto completamente inerziale, con $N \geq 450$

$$\tau = a_B \sin \alpha \rho_s \lambda^2 d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (3.27)$$

dove a_B è una costante pari a 0,24 per concentrazione lineare λ compresa tra 14 e 17 e pari a 0.042 per concentrazione lineare λ maggiore di 1 (ρ_s è la densità del solido). Per angoli sufficientemente piccoli si tende ad approssimare il $\sin \alpha$ con la $\tan \alpha$, la quale vale $\tan \alpha = 0.32$, per valori di $\lambda < 12$, e vale $\tan \alpha \approx 0.4$, per $\lambda > 12$

Altri autori diedero prova della validità degli esperimenti di Bagnold, verificandoli in maniera sperimentale. Questi furono *Savage e McKeown* [1983], *Hanes e Inman* [1985], *Daido* [1979], *Shen e Ackermann* [1982] e *Tsubaki et al.* [1982].

In particolare, considerando gli esperimenti di Daido, *Miyamoto* [1985] mise in discussione l'energia dissipata a causa delle collisioni inelastiche delle particelle. Supponendo una miscela statica di solido e liquido su di un letto rigido, sollecitata da uno sforzo di taglio, finchè questo sforzo di taglio non supera il valore limite τ_y , il materiale non si muove (questo limite è dato ancora una volta dallo sforzo di taglio di Coulomb, eq. 3.11). Ma non appena lo sforzo di taglio supera questo valore di soglia la colata comincia a defluire comportandosi dapprima come un fluido newtoniano. Aumentando ancora la tensione applicata, le proprietà apparenti del fluido cambiano trasformando

⁶Takahashi, T., 1991. Debris Flow

la miscela in un fluido dilatante, del quale il comportamento dipende dal quadrato della velocità di taglio.

Come scrisse Iverson nel suo "The physics of debris flow" [1997], il flusso di solido e fluido è governato da una forza longitudinale data dalla gravità. La gravità impartisce una tensione che aumenta con la profondità del flusso e di conseguenza anche il gradiente di velocità reagisce. Lo sforzo di taglio, a sua volta, può modificare il gradiente di pressione tra i grani, influenzando la temperatura, la concentrazione solida e anche la pressione fluida nei pori. Tutto ciò è valido nel momento in cui si supponga il moto in condizioni uniformi, quando gli sforzi tangenziali sono bilanciati dalla componente longitudinale della forza peso.

Il modello di Bagnold-Takahashi si adatta bene alla descrizione delle colate detritiche composte da materiale a grana grossa, dove gli sforzi interstiziali sono predominanti. Presenta invece qualche difficoltà nella rappresentazione di fenomeni di colata di tipo viscoso. Preserva, nonostante ciò, il vantaggio di descrivere il fenomeno tramite parametri fisici non eccessivamente complessi da determinare (concentrazione, granulometria e densità della frazione solida), poiché questi possono essere selezionati valutando una sezione fisica del fenomeno.

Adattamento al modello

Infine viene presentato il modello di Takahashi. A differenza degli altri modelli, che preferiscono esplicitare gli sforzi tangenziali di attrito per ricavare il coefficiente Sf, nel modello di Takahashi si fa ricorso alla legge di Chezy (3.28), conoscendo la velocità media fornita dallo stesso Takahashi (3.29).

$$U = \chi \sqrt{R_H j} \quad (3.28)$$

$$U = \frac{2}{5} \frac{h}{d} \frac{1}{\lambda} \sqrt{c_v + (1 - c_v) \frac{\gamma}{\gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a_B \tan \alpha}} \cdot \sqrt{g R_H \tan \phi} \quad (3.29)$$

con λ calcolata in 3.25. la concentrazione c_v è in realtà la concentrazione del solido nel fluido, ma può anche essere calcolata come funzione delle variabili del flusso:

$$c_v = 4.28 c_* \left(\frac{U^2}{gh} \right).$$

Sapendo che la velocità media di attrito U_* è pari a

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R_H j}{\rho}} = \sqrt{g R_H \tan \phi}$$

e che secondo la formula di Chezy

$$\frac{U}{U_*} = \frac{\chi}{\sqrt{g}},$$

si può riscrivere

$$U = U_* \frac{\chi}{\sqrt{g}}$$

dove χ dovrà assumere il valore di

$$\chi = \sqrt{g} \cdot \frac{2}{5} \frac{h}{d} \frac{1}{\lambda} \sqrt{c_v + (1 - c_v) \frac{\gamma}{\gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a_B \tan \alpha}} \quad (3.30)$$

Riprendendo in mano la formula di Chezy 3.28 si può determinare il coefficiente di attrito

$$Sf = \frac{U^2}{\chi^2 R_H} = \frac{U^2}{\chi^2 h} \quad (3.31)$$

con χ calcolato nella 3.30.

Questo termine però è soggetto a delle restrizioni numeriche, poiché non è possibile che superi il valore della tangente dell'angolo di attrito interno del materiale. Per questo motivo, se risultasse $Sf > \tan \phi$, allora andrebbe imposta l'uguaglianza $Sf = \tan \phi$.

Volendo esplicitare tutti i termini all'interno dell'ultima equazione (3.31) ed in particolare

$$\lambda^2 = \left(\frac{1}{\left(\frac{c_*}{c_v}\right)^{1/3} - 1} \right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{c_*^{1/3}}{c_v^{1/3}} - 1} \right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{c_*^{1/3} - c_v^{1/3}}{c_v^{1/3}}} \right)^2 = \left(\frac{c_v^{1/3}}{c_*^{1/3} - c_v^{1/3}} \right)^2$$

si può riscrivere il termine Sf in modo tale che, se la velocità o la concentrazione dovessero risultare nulle, esso non risulterà infinito o NaN.

$$Sf = \frac{25}{4} \frac{U^2}{g h} \frac{d^2}{h^2} \left(\frac{c_v^{1/3}}{c_*^{1/3} - c_v^{1/3}} \right)^2 \frac{1}{c_v + (1 - c_v) \frac{\gamma}{\gamma_s}} \cdot a_B \tan \alpha. \quad (3.32)$$

Come si può vedere dalla relazione 3.32, Sf dipende dalla concentrazione e nel caso in cui l'acqua fosse inizialmente limpida, non risulterebbe alcuna forza di attrito agente sul fluido. Così è stata proposta da Manning una formula alternativa, valida per concentrazioni inferiori a 0.2 ($c_v \leq 0.2$)

$$Sf = \frac{d^2 U^2}{FR_{lamin} g h^2 R_H} \quad (3.33)$$

dove FR_{lamin} è il coefficiente di resistenza laminare al flusso di Manning, il qual valore riassume contemporaneamente gli effetti delle resistenze inerziali e di contorno e non dipende dalla concentrazione solida c_v presente nella miscela. Questo tipo di scrittura (equazione 3.32) è riproposto nella definizione del parametro *Friction*:

$$\begin{aligned} Friction &= \frac{25}{4} \frac{U}{g h} \frac{d^2}{h^2} \lambda^2 \frac{1}{c_v + (1 - c_v) \frac{\gamma}{\gamma_s}} \cdot a_B \tan \alpha \\ &= \frac{25}{4} \frac{U}{g h} \frac{d^2}{h^2} \left(\frac{c_v^{1/3}}{c_*^{1/3} - c_v^{1/3}} \right)^2 \frac{1}{c_v + (1 - c_v) \frac{\gamma}{\gamma_s}} \cdot a_B \tan \alpha \end{aligned} \quad (3.34)$$

e lo stesso riferito alla relazione di Manning diventa:

$$Sf = \frac{d^2 U^2}{FR_{lamin} g h^2 R_H} \quad (3.35)$$

Quest'ultimo caso appena esaminato è riferito alla formulazione di Takahashi, che nel programma assumerà il valore di $TYPE_{reolog}FRICT=5$.

3.2.6 Modello di Voellmy

Reologia

In realtà questo modello è stato adattato alle valanghe che possono verificarsi lungo i pendii delle montagne, ma presenta degli aspetti particolari che possono essere tenuti in considerazione anche per la rappresentazione delle colate detritiche. Le valanghe sono frequentemente provocate da sporgenze, ammassi e cumuli di neve e per la loro formazione è necessario, ma non sufficiente, che

parte dello strato di scivolamento sia spinto verso il basso e fatto cadere rispetto allo strato stabile di neve, guadagnando una notevole velocità durante la discesa.

Il modello implementato da Voellmy è di tipo puntuale, perchè a centro di massa, per cui si suppone di analizzare la dinamica di una valanga attraverso lo studio del moto del suo baricentro lungo una traiettoria predefinita, rappresentata dal profilo longitudinale del pendio. Inizialmente il movimento è stimolato dalla lenta viscosità o della tensioni applicate, perciò il flusso è ritenuto laminare finchè lo strato superficiale rimane intatto. Questo potrebbe essere il caso di neve bagnata dove lo strato intatto di neve è compresso nella forma della valanga stessa. Invece, nel caso di neve densa e asciutta la viscosità è maggiore.

In ogni caso la disgregazione di blocchi di neve, e di conseguenza il movimento turbolento della massa di materiale che scende, deve superare una resistenza di taglio limite $\tau_s \sim \frac{\gamma v^2}{\xi}$, dove v è la velocità media e ξ il coefficiente di attrito turbolento (anche detto di viscosità turbolenta). L'equazione di Voellmy per la massima velocità è $v^2 = \xi h' (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, dove h' è lo spessore del flusso, μ è il coefficiente di attrito di scivolamento ⁷.

Per poter validare il modello di Voellmy, bisogna ipotizzare che il moto di una valanga nella zona di scorrimento abbia caratteristiche analoghe a quelle delle correnti idrauliche stazionarie a pelo libero e che il fluido sia incomprimibile. Date tali ipotesi si costruisce la geometria fortemente semplificata: i tratti di pendenza su cui scorre la valanga sono due, il primo più ripido del secondo.

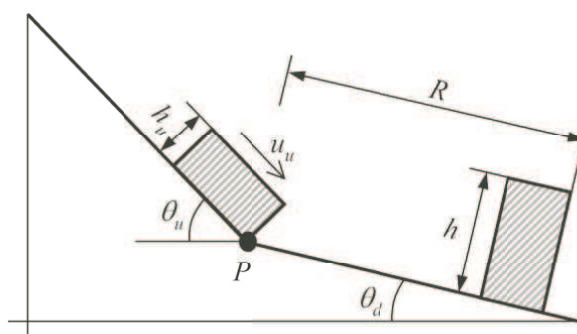


Figura 3.2: Altezze, velocità e pendenze caratteristiche del modello di Voellmy (*tesi_dottorato_Cesca_UNIPD.pdf*)

La vera equazione che governa il moto tratta la valanga granulare, che è formata da un numero discreto di particelle, come un continuo e assume trascurabili le variazioni di densità di massa che avvengono durante il movimento. A partire dalle equazioni di conservazione della massa 3.36a e della quantità di moto lineare 3.36b:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \vec{v} = 0 & (3.36a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla \cdot \vec{p} + \rho_m \vec{g} & (3.36b) \end{cases}$$

Questo sistema 3.36 è accompagnato dalla relazione costitutiva di Mohr-Coulomb, supponendo che sulla superficie di scivolamento la tensione di attrito sia in due componenti:

$$\tau = \tau_y + \tau_s \quad (3.37)$$

⁷<http://www.avalanche.org/moonstone/zoning/avalanche%20dynamics.htm>

la prima è la componente di taglio di Coulomb e la seconda è la tensione viscosa di trascinamento

$$\tau_s = \frac{\rho_m g}{\xi} |\vec{v}| \vec{v}$$

dove ξ è la viscosità turbolenta, con la stessa dimensione dell'accelerazione, la quale è legata alla portata da $q = g/\xi$.

In definitiva, lo sforzo complessivo al fondo per muovere la massa di materiale è dato dalla relazione

$$\tau = \frac{\rho_m g}{\xi} v^2 + \mu \rho_m g h \cos \theta \quad (3.38)$$

valida per il moto di versante, il cui coefficiente di Chezy è sostituito dal coefficiente di attrito turbolento ξ e μ indica il coefficiente di attrito Coulombiano, o viscosità dinamica. I due parametri d'attrito sono dipendenti dalle proprietà della neve, dalla scabrezza del tracciato e dal volume di partenza.

Anche questo metodo presenta delle imperfezioni, infatti tratta la massa in movimento come finita ma non deformabile oppure deformabile ma non finita. Inoltre i coefficienti di attrito sono ritenuti costanti, nonostante le stesse osservazioni povino che questi dipendono dallo stato di flusso. Si trascura per altro la dinamica delle curvature della zona su cui passano le valalnghe, sebbene questa sia da un certo lato rilevante.

3.3 Erosione e Deposito

Nel caso in cui si voglia simulare un evento di colata su fondo erodibile, deve essere tenuta in considerazione l'evoluzione dello stesso, valutando possibili erosioni e conseguenti depositi.

Come visto in precedenza, il vettore *SOURCE* alla quarta e quinta posizione presenta dei termini che sono funzione sia di erosione che di deposito. Questi inoltre dipendono dal tipo di materiale presente nel fondo e dalla sua compattezza, espressa tramite il valore della porosità del solido sul fondo. (sistema 3.39a)

$$SOURCE(4) = -(Erosione - Deposito) \quad (3.39a)$$

$$SOURCE(5) = -\frac{-(Erosione - Deposito)}{1 - P_{oroSol}} \quad (3.39b)$$

Entrambi rigorosamente con segno opposto rispetto alle indicazioni del sistema. Se al contrario il fondo fosse inerodibile i due termini (3.39a) sarebbero nulli, ma questi sono invece responsabili sia dell'evoluzione del fondo nel tempo e nello spazio, sia del cambiamento della concentrazione del materiale solido all'interno della miscela.

I due contributi di erosione e deposito verranno di seguito calcolati separatamente, seguendo diverse leggi trovate in letteratura.

3.3.1 Condizione di erosione e deposito costanti

Nel caso più semplice descritto, i coefficienti di erosione (*Upset*) e deposito (*Settling*) sono costanti durante tutto l'evento e vengono quindi stabiliti dall'autore, il quale inserisce tali valori nel file di input iniziale (sim).

$$\begin{cases} Erosione = Upset \cdot U^3 & (3.40a) \\ Deposito = Settling \cdot c_v & (3.40b) \end{cases}$$

Queste relazioni vengono usate dal codice, imponendo TYPEerosion=1 e TYPEdeposit=1.

3.3.2 Soluzione di Takahashi secondo Valiani e Caleffi

Nel loro articolo viene esplicitato il tasso netto di erosione, in riferimento al *debris flow*

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \delta_e \frac{(C'_e - c_v)(\tan \phi - \tan \theta_f)}{(c_* - C_e)(\tan \phi - \tan \theta)} \left(\frac{h}{d} \right) U, \quad \text{se } C'_e \geq c_v \\ i = \delta_d \frac{(C'_e - c_v)}{c_*} U, \quad \text{se } C'_e < c_v \end{array} \right. \quad (3.41a)$$

$$\quad \quad \quad (3.41b)$$

dove:

- d è il diametro dei sedimenti (in m),
- $\theta_f = \arctan(Sf)$ è l'angolo della pendenza di attrito, quindi $\tan \theta_f = Sf$;
- θ è l'angolo di inclinazione del piano inclinato;
- ϕ è l'angolo di attrito interno in condizioni statiche;
- $C'_e = \frac{\tan \theta_f}{(\gamma/\gamma_s - 1)(\tan \phi - \tan \theta_f)}$ è la concentrazione di equilibrio secondo Takahashi;
- $C_e = \frac{\tan \theta}{(\gamma/\gamma_s - 1)(\tan \phi - \tan \theta)}$ è la concentrazione di equilibrio per flusso uniforme, con angolo θ pari appunto alla pendenza del fondo. Questo tipo di relazione è accettabile in casi di pendenze superiori ai $5^\circ \div 7^\circ$, altrimenti è preferibile imporre $C_e = 0.95c_*$;
- PoroSol è la porosità del materiale sul fondo.

La grandezza i è definita come

$$i = \frac{\text{Erosione} - \text{Deposito}}{1 - P_{oroSol}};$$

Volendo esprimere queste stesse leggi in termini di Erosione netta e Deposizione netta, si possono suddividere le equazioni appena viste in

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se } C'_e \geq c_v \\ \text{Erosione} = \delta_e \frac{(C'_e - c_v)(\tan \phi)}{(c_* - C_e)(\tan \phi - \tan \theta)} \left(\frac{h}{d} \right) U(1 - P_{oroSol}) \\ \text{Deposito} = \delta_e \frac{(C'_e - c_v)(\tan \theta_f)}{(c_* - C_e)(\tan \phi - \tan \theta)} \left(\frac{h}{d} \right) U(1 - P_{oroSol}) \end{array} \right. \quad (3.42a)$$

$$\quad \quad \quad (3.42b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se } C'_e < c_v \\ \text{Erosione} = 0.d0 \\ \text{Deposito} = \delta_d \frac{(C'_e - c_v)}{c_*} U(1 - P_{oroSol}) \end{array} \right. \quad (3.42c)$$

$$\quad \quad \quad (3.42d)$$

Questi calcoli verranno scelti imponendo TYPEerosion=5 e TYPEdeposit=5.

3.3.3 Soluzione di Capart & Young

La trattazione di Capart & Young è molto simile alla precedente, ma utilizza dei coefficienti un poco diversi, calcolati tramite esperienze in laboratorio.

Le equazioni del sistema 2.1 sono state adimensionalizzate nell'articolo [7], ma dovranno essere riportate allo stato iniziale per essere confrontate con le precedenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \left(\frac{Ch}{H_0} \right)}{\partial \left(t \sqrt{\frac{g}{H_0}} \right)} + \frac{\partial \left(\frac{Ch}{H_0} \frac{U_x}{\sqrt{gH_0}} \right)}{\partial \left(\frac{x}{H_0} \right)} + \frac{\partial \left(\frac{Ch}{H_0} \frac{U_y}{\sqrt{gH_0}} \right)}{\partial \left(\frac{y}{H_0} \right)} = \\ k \frac{\sqrt{gH_0}}{U} \left(\epsilon \frac{U^2}{gH_0} - \frac{Ch}{H_0} \right) \end{array} \right. \quad (3.43a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \left(\frac{z_b}{H_0} \right)}{\partial \left(t \sqrt{\frac{g}{H_0}} \right)} = \\ - \frac{1}{1 - P_{oroSol}} \left[k \frac{\sqrt{gH_0}}{U} \left(\epsilon \frac{U^2}{gH_0} - \frac{Ch}{H_0} \right) \right] \end{array} \right. \quad (3.43b)$$

il quale sistema, fatte le giuste semplificazioni, per eliminare i termini usati nelle adimensionalizzazioni, diventa

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Ch}{\partial t} + \frac{\partial (Ch u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (Ch u_y)}{\partial y} = k\epsilon U - gk \frac{Ch}{U} = E_b - D_b \end{array} \right. \quad (3.44a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{1}{1 - P_{oroSol}} \left(k\epsilon U - gk \frac{Ch}{U} \right) = - \frac{E_b - D_b}{1 - P_{oroSol}} \end{array} \right. \quad (3.44b)$$

Così è facile esplicitare i termini di Erosione e Deposito separatamente:

$$\left\{ \begin{array}{l} Erosione = k\epsilon \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \end{array} \right. \quad (3.45a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Deposito = gk \frac{Ch}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \end{array} \right. \quad (3.45b)$$

con i valori di ϵ e k costanti, ottenuti durante le calibrazioni.

$\epsilon = 0.4$ coefficiente adimensionalizzato di mobilità dei sedimenti.

$k = 1.0$ coefficiente adimensionalizzato di scambio dei sedimenti.

Questi calcoli verranno scelti imponendo TYPEerosion=6 e TYPEdeposit=6.

3.3.4 Soluzione di Egashira & Ashida

Un modello più semplice è quello proposto da Egashira & Ashida (bib.[3]), i quali suppongono il tasso di erosione-deposito funzione dell'angolo di pendenza del fondo θ e dell'angolo di equilibrio θ_e , moltiplicati per una costante empirica e la velocità media. (equazione 3.46)

$$i = KU \tan(\theta - \theta_e) = KU \frac{\tan \theta - \tan \theta_e}{1 + \tan \theta \cdot \tan \theta_e} \quad (3.46)$$

deve essere suddiviso in componenti di erosione e deposito

$$\left\{ \begin{array}{l} Erosione = KU \frac{\tan \theta}{1 + \tan \theta \cdot \tan \theta_e} (1 - P_{oroSol}) \end{array} \right. \quad (3.47a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Deposito = KU \frac{\tan \theta_e}{1 + \tan \theta \cdot \tan \theta_e} (1 - P_{oroSol}) \end{array} \right. \quad (3.47b)$$

dove:

- $K = 1$ è il coefficiente empirico assunto da Egashira e Ashida;
- θ_e è l'angolo di equilibrio per cui una volta raggiunta tale inclinazione da parte del letto del canale, erosione e deposito cesseranno.

Così è definito lo stato stazionario del fondo (3.48):

$$\tan \theta_e = \tan \phi \frac{c_v(\gamma_s/\gamma - 1)}{c_v(\gamma_s/\gamma - 1) + 1} \quad (3.48)$$

Questo tipo di formulazione potrebbe comportare dei problemi di calcolo nel momento in cui il fronte della colata dovesse incontrare delle pendenze contrarie, infatti:

$$\frac{\partial z}{\partial x} \geq 0 \Rightarrow S_o \leq 0 \Rightarrow \theta \leq 0 \Rightarrow i \leq 0 \quad (3.49)$$

quindi la [3.46] tenderà sempre a depositare. Per questo si è scelto di sostituire l'angolo di inclinazione del fondo con l'angolo di inclinazione della linea dell'energia (θ_f). In tal modo il sistema 3.47 viene aggiornato al seguente sistema 3.50:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Erosione} = K_{er} U \frac{Sf}{1 + Sf \cdot \tan \theta_e} (1 - P_{oroSol}) \\ \text{Deposito} = K_{dep} U \frac{\tan \theta_e}{1 + Sf \cdot \tan \theta_e} (1 - P_{oroSol}) \end{array} \right. \quad (3.50a)$$

$$(3.50b)$$

valido per l'intero canale, indipendentemente dal segno dell'inclinazione del fondo.

Il modello originale di Egashira & Ashida è basato sull'assunzione che il flusso sia diretto dall'inclinazione del letto del canale. Al contrario la relazione (3.50) implica che il tasso di erosione-deposito sia governato dalla pendenza della linea dell'energia, rendendo quindi il fenomeno più lento.

3.4 Problemi nel calcolo dei termini di erosione e deposito

Come accade in tutti i programmi di calcolo, le operazioni che vedano coinvolti lo zero, i numeri negativi, riferiti a condizioni fisiche che non lo permettano, ed i numeri irrazionali possono dare dei problemi nelle soluzioni.

Erosione

Il modello potrebbe calcolare delle erosioni negative o addirittura erosioni su di un fondo che ormai abbia raggiunto il suo livello fisso (inerodibile). Questo potrà essere risolto in modo semplice imponendo delle condizioni limiti:

- se l'erosione risulta negativa dovrà essere imposta nulla;
- se il fondo ha raggiunto il suo livello di inerodibilità ancora una volta non può verificarsi alcuna erosione.

$$\begin{aligned} \text{Se Erosione} < 0 \\ \text{Se } z_b < z_{b_{initial}} - Y_{lim} + toll_{piccola} \end{aligned} \Rightarrow \text{Erosione} = 0.d0$$

Deposito

Altro problema di forse maggior importanza riguarda il calcolo del tasso di deposito. Questo infatti potrebbe risultare superiore rispetto a quello fisicamente ammissibile, cioè funzione del materiale solido sospeso nella miscela. Sono stati dunque anche qui imposti dei limiti di calcolo:

- se la concentrazione è molto bassa il deposito è nullo;

$$sec_v < 10^{-5} \Rightarrow \text{Deposito} = 0.d0$$

- se il parametro di deposito supera la caduta di materiale sospeso nella miscela deve essere imposto uguale alla quantità massima ammissibile

$$\text{Deposito} = \min \left[\text{Deposito}, c_v \frac{h_1}{dt} \right]$$

.

3.4.1 Componente di continuità uscente

Un ultimo vettore che viene creato per assicurare la continuità del materiale uscente è *SOURCE_USC_CONTINUITY*, il quale rappresenta la parte di materiale uscente da un dato strato, in termini di velocità.

Facendo il confronto con gli stessi termini usati nella modellazione dei flussi di acqua e fango, si vede che solo la componente di concentrazione per il secondo strato è soggetta ad una continuità nella deposizione di materiale (che quindi esce dallo strato stesso).

Allo stesso modo, per un problema di "shallow water" su fondo erodibile, tutte le componenti saranno nulle, a parte

$$\begin{aligned} \text{SOURCE_USC_CONTINUITY}(1, 1) &= \text{Erosion} \frac{P_{oroSol}}{1 - P_{oroSol}} \\ \text{SOURCE_USC_CONTINUITY}(1, 4) &= \text{Deposit} \end{aligned}$$

se la cella è bagnata.

Capitolo 4

Campagne sperimentali adottate per la verifica del modello

Per la verifica del modello numerico **FV_shock**, sono state modellate numericamente diverse esperienze di laboratorio ed i risultati ottenuti sono stati confrontati con i dati ricavati sperimentalmente.

Tre in particolare sono gli esperimenti che si vogliono analizzare e riprodurre: i primi due ricostruiscono un evento di "dam break", cioè dovuti alla rimozione istantanea di una paratoia che trattiene il liquido a monte, ma i due si differenziano per quanto riguarda le condizioni geometriche.

Il primo è l'esperimento svolto da Capart e Young [1998] (bib. [7]) ed esaminato successivamente da diversi autori, quali Baruf, Garcia-Navarro, Ghilardi, Natale e Savi [2000] (bib. [3]), Valiani e Caleffi (bib. [25]), i quali suppongono una geometria del sistema con fondo piano ed erodibile, con fluido composto da sola acqua bloccato a monte della paratoia.

Il secondo tipo di esperimento, tenuto da Iverson [1997] (bib. [12]), impone di avere a monte della paratoia un miscuglio già ricco di sedimenti e acqua, il quale viene fatto mobilitare lungo una canaletta molto pendente e lunga, ma con fondo fisso.

La terza è l'esperienza ricreata nel laboratorio di Genova, da parte di Tubino e Lanzoni [1993], i quali hanno indagato l'innesco della colata e la propagazione della stessa, all'interno di una canaletta pendente, con fondo erodibile.

Di seguito vengono descritte in dettaglio le sopracitate campagne sperimentali e, in alcuni casi, si riportano anche gli studi numerici di approfondimento condotti precedentemente da altri autori.

4.1 Dam Break su fondo piano ed erodibile.

Il primo esperimento si propone di studiare il comportamento del fluido, che via via si arricchisce di sedimenti, e del materiale sul fondo, che verrà sollevato e trasportato dalla corrente. La situazione dal punto di vista geometrico è molto semplice, infatti il caso può essere riprodotto in termini monodimensionali, se si considera la sezione rettangolare e compatta. Ma ciò non significa che il problema sia banale, anzi, il fenomeno del trasporto solido, soggetto a condizioni fortemente variabili nel tempo, presenta un alto grado di incertezza su diversi aspetti. In particolare è difficile inquadrare con esattezza la posizione del fenomeno all'interno delle sottoclassi di intenso trasporto

di sedimento, di "debris flow" immaturo oppure di "debris flow" propriamente detto.

4.1.1 Esperienza sperimentale di Capart & Young [1998]

Geometria. L'esperimento è stato svolto in laboratorio all'interno di una canaletta rettangolare a fondo orizzontale, lunga 12m, larga 20cm ed alta 70cm. Le pareti laterali sono verticali e rigide, mentre il fondo è mobile, composto da leggere perle ($\gamma_s = 10276N/m^3$) con forma uniforme sferica e diametro di 6.1mm. La concentrazione volumetrica dei sedimenti massima, per un letto indisturbato è stata stimata esser pari a $c_{max} = 0.4$.

A monte l'acqua è ritenuta da una paratoia, con un'altezza di 10cm per una lunghezza di 4m, la quale viene rimossa quasi istantaneamente grazie ad un sistema di molle. A valle invece non è presente nessuno strato di acqua e non viene nemmeno imposta alcuna condizione al contorno che varia nel tempo, poiché il volume d'acqua interessato al fenomeno è lo stesso ritenuto a monte della diga.

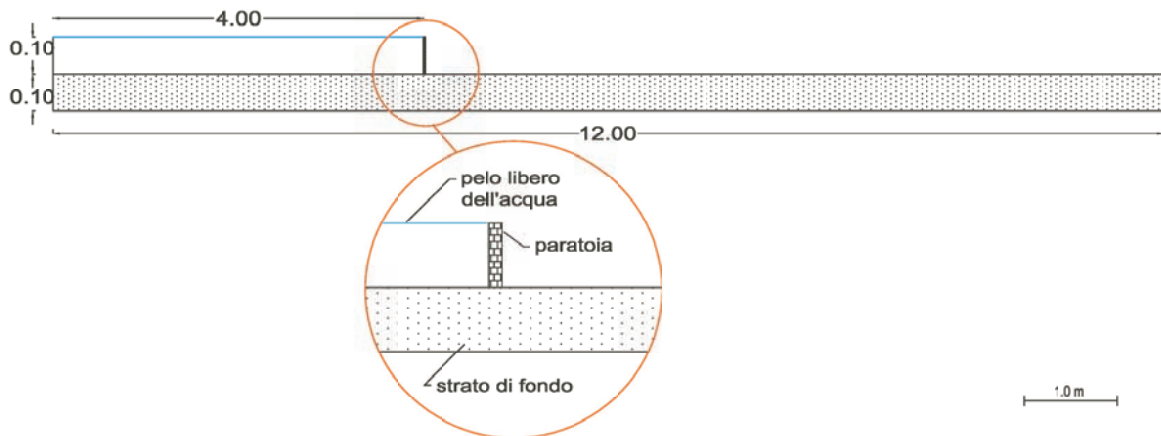


Figura 4.1: Geometria della canaletta piana a fondo erodibile

Nell'articolo di Capart e Young (1998, bib. [7]) è documentato il comportamento della corrente, la quale si sviluppa al di sopra di un fondo mobile: le particelle sedimentate vengono erose velocemente e portate via dall'onda di 'dam break'. Sono quindi ricercate le interazioni delle onde con il materiale leggero adagiato sul fondo, per capire cosa accade in caso di trasporto ad alta intensità o debris flow.

Nel presente lavoro è stata adottata un'analisi basata sulle immagini, in modo da poter tracciare l'evoluzione della superficie libera ed il movimento di ogni singolo grano. Questo tipo di strumentazione di indagine pone però delle sfide. L'analisi è infatti ostacolata dalla dispersione non uniforme delle particelle, presenti nella regione ad alta densità di impaccamento. Inoltre anche la concentrazione e le velocità dovranno essere ricavate dalle immagini stesse.

Le particelle bianche risaltano sullo sfondo scuro dell'acqua intorno e si può ben distinguere la superficie libera dell'acqua proiettata sulla griglia retrostante (figura (4.2)). Si nota che il maggior trasporto di particelle si verifica in corrispondenza della posizione iniziale della paratoia (posizione del 'dam-break'), dove il fondo risulta fortemente eroso. Il materiale del fondo viene trasportato intensamente in corrispondenza del fronte, che si muove molto velocemente, mostrando al suo in-

terno i grani densamente impaccati su tutto lo spessore della corrente. E' proprio questo fronte a mostrare il tipico comportamento della colata detritica. A causa della presenza di elevate concentrazioni di materiale, il fronte prosegue aumentando la sua ripidità.

Di notevole interesse è anche in questo caso la presenza di un risalto idraulico, creatosi in corrispondenza della posizione iniziale della diga, il quale è caratterizzato da una superficie libera rapidamente variabile, da una rilevante turbolenza vicino al pelo libero e da una distribuzione irregolare del profilo dell'energia in corrispondenza dell'onda.

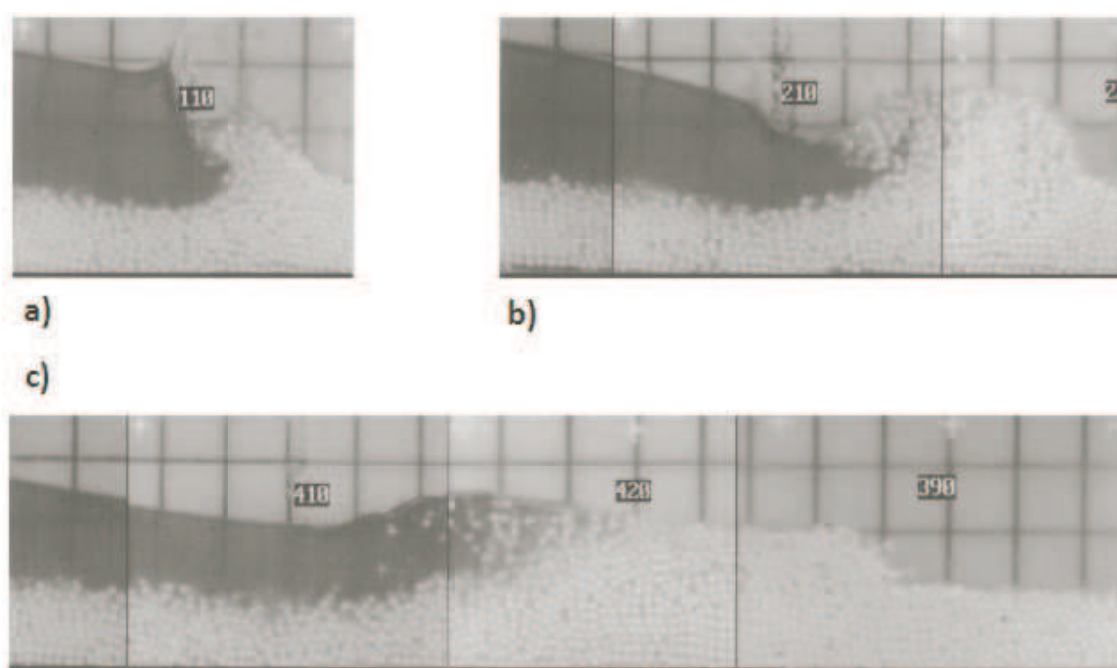


Figura 4.2: Foto digitali selezionate per onde provocate da dam break, ai tempi adimensionali di a) $t=1$; b) $t=2$; c) $t=4$.

Anche i dati relativi ai valori delle velocità sono stati misurati tramite le immagine scattate in laboratorio. La figura 4.3 descrive l'andamento del moto ed il comportamento delle particelle coinvolte nel fenomeno.

I profili di velocità risultano uniformi lungo la verticale, perciò si può confermare l'ipotesi per cui si assume che la velocità delle singole particelle, lungo tutto il corpo dell'onda, sia uguagliata alla velocità del fluido, mediata sulla verticale.

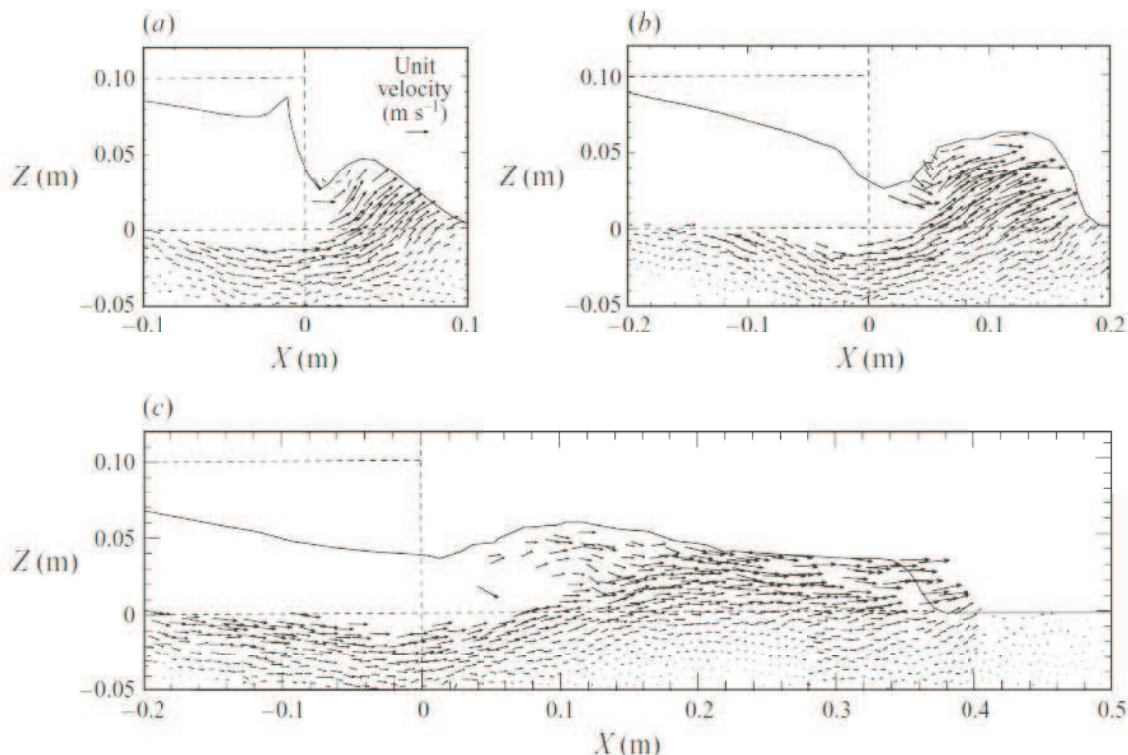


Figura 4.3: Evoluzione della superficie libera e campo di velocità per l'onda, ai tempi adimensionali di a) $t=1$; b) $t=2$; c) $t=4$.

4.1.2 Modellazione numerica delle esperienze sperimentali

Il modello matematico, adottato per la riproduzione numerica di questo esperimento, è la tipica formulazione di onde lunghe in acque basse usata per questo stesso lavoro di tesi (sistema 2.1), fondata sul bilancio di massa e conservazione della quantità di moto, in termini monodimensionali. La fase liquida e la fase solida sono considerati come un continuo, ma allo stesso tempo indipendenti, per cui è possibile scrivere le due equazioni di bilancio separatamente (eq. 2.1a ed eq. 2.1d), mentre il bilancio della quantità di moto è scritto per l'intera miscela, al fine di evitare l'interazione delle forze tra le due fasi. L'interazione tra le due parti è anche responsabile delle variazioni di densità della miscela lungo la verticale, ma tali scostamenti dalla densità media sono talmente minimi da poter essere trascurati.

Per quanto riguarda il calcolo delle componenti di attrito S_f e Friction, il modello fa ricorso alle leggi di Takahashi, distinguendo tra l'equazione 3.33 di Manning, se il "debris flow" è ancora immaturo perché non è stato eroso molto materiale, e l'equazione 3.32 per il cosiddetto "stony debris flow" se propriamente sviluppato. Tenendo conto della rapidità con cui varia la natura del fenomeno fisico, si suppone che nella fase iniziale di rilascio di acqua e sedimenti non ci sia un intervallo spaziale e temporale sufficientemente ampio da permettere lo sviluppo completo della colata di detrito.

Oltre alla componente di attrito molto importante nello sviluppo della colata, è determinante capire come i tassi di erosione e deposito siano stati calcolati. Per questo, diversi approcci sono stati affrontati, al fine di dare una valenza matematica allo stesso fenomeno qui esaminato. Le componenti di erosione e deposito sono esattamente quelle esposte nel capitolo § 3.3.

Risultati di Valiani e Caleffi

Il confronto tra i dati sperimentali e quelli calcolati numericamente è stato presentato da Valiani e Caleffi [2001] in figura 4.4.

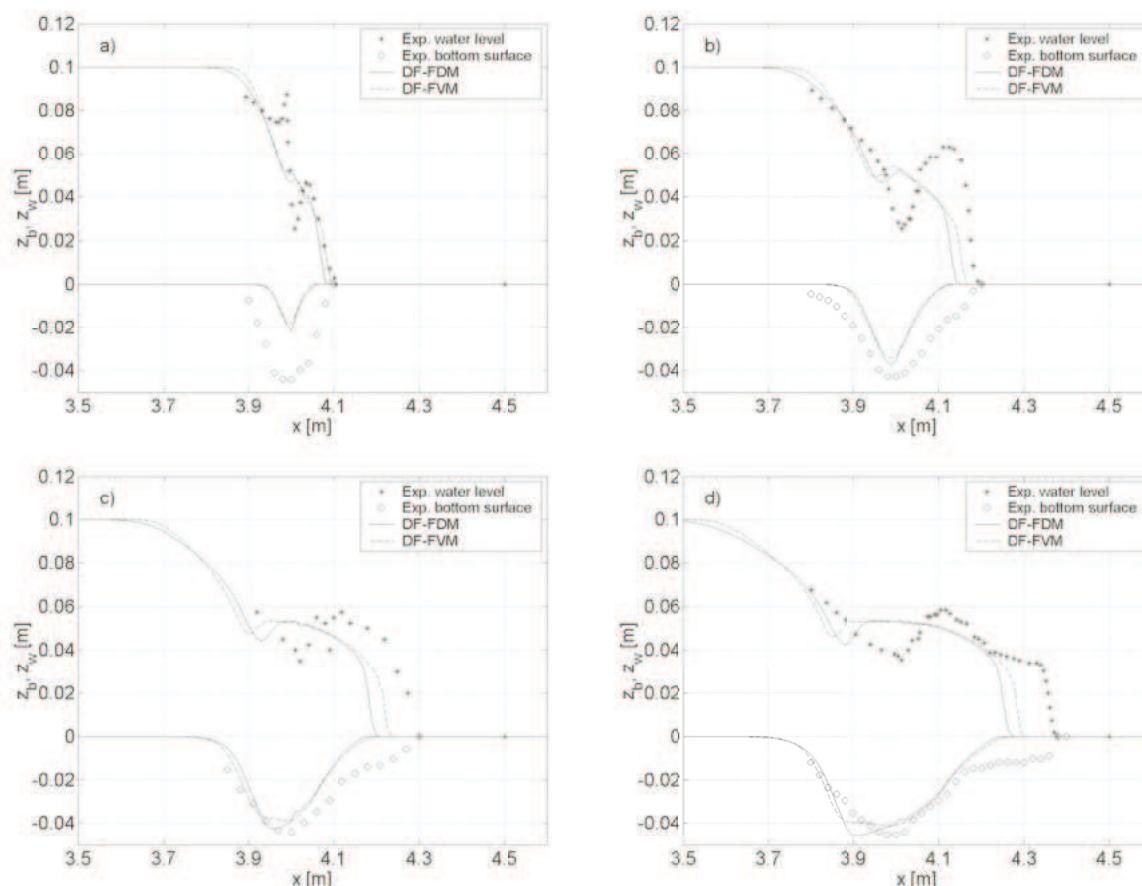


Figura 4.4: Confronto tra i profili calcolati e misurati, del pelo libero e del fondo. Simulazioni effettuate da Valiani e Caleffi ai tempi a) $t=0.1s$, b) $t=0.2s$, c) $t=0.3s$, d) $t=0.4s$

Anche se per un breve periodo, è evidente l'evoluzione iniziale del profilo di acqua e del fondo nei primi quattro 'time-steps'. In particolare si confrontino l'evoluzione reale, descritta dai simboli 'rombo pieno' per il livello dell'acqua e 'rombo vuoto' per il livello del fondo, con la linea tratteggiata che distingue la formulazione numerica ai volumi finiti (**DF-FVM**), dato che quest'ultima è la stessa metodologia di calcolo utilizzata nel programma di Canestrelli et al. [2010] (**FV_shock**). La prima cosa che salta all'attenzione è la differente localizzazione del risalto idraulico, con un'onda molto più regolare ottenuta attraverso la simulazione numerica. Infatti è praticamente impossibile riprodurre fedelmente la realtà, poiché l'ipotesi di base prevede la riproduzione di fenomeni di onde lunghe in acque basse, caratterizzati da pressione idrostatica lungo la verticale. Ma di fronte a problemi di questa entità tale ipotesi potrebbe venir meno, generando dunque differenze nelle curvature del fronte dell'onda. Se le ipotesi di intenso trasporto solido conducono ad una corretta curvatura del fronte, le ipotesi di 'debris flow' propriamente detto danno luogo a fronti con curvature concave.

Allo stesso modo la velocità di propagazione del fronte dell'onda è sottostimata e quindi sovra-

mati gli effetti dissipativi.

La modellazione del meccanismo di erosione-deposito, invece, riproduce in modo migliore la realtà, infatti si vede che lo scavo assume la stessa forma, e dopo 0.4s la profondità raggiunta è la stessa per entrambi i casi numerico e fisico. Anche la celerità dell'onda assume valori confrontabili con la reale.

Risultati di Capart e Young

La formulazione matematica di Capart & Young sviluppa le stesse equazioni tipiche del fenomeno dello "shallow water" (sistema 2.1), ma adimensionalizzate, per essere adattate a qualsiasi geometria e caratteristica fluida indagata (sistema 3.43b).

I dati sperimentali, acquisiti in laboratorio dagli stessi autori, sono stati poi confrontati con i risultati ottenuti applicando il modello esposto in § 3.3.3, per quanto riguarda il calcolo delle componenti di erosione e deposito, ed applicando la formula di attrito studiata da Takahashi (3.23). In figura 4.5 è stato stampato il risultato che più si avvicina ai dati sperimentali e si è visto che la soluzione numerica è molto più sensibile al variare del parametro ϵ , mentre è poco influenzata da k . Le soluzioni numeriche dunque descrivono alquanto fedelmente le osservazioni sperimentali, in particolare per quanto riguarda il processo di erosione del fondo e della propagazione dell'onda a fronte pendente, con il salto idraulico caratteristico.

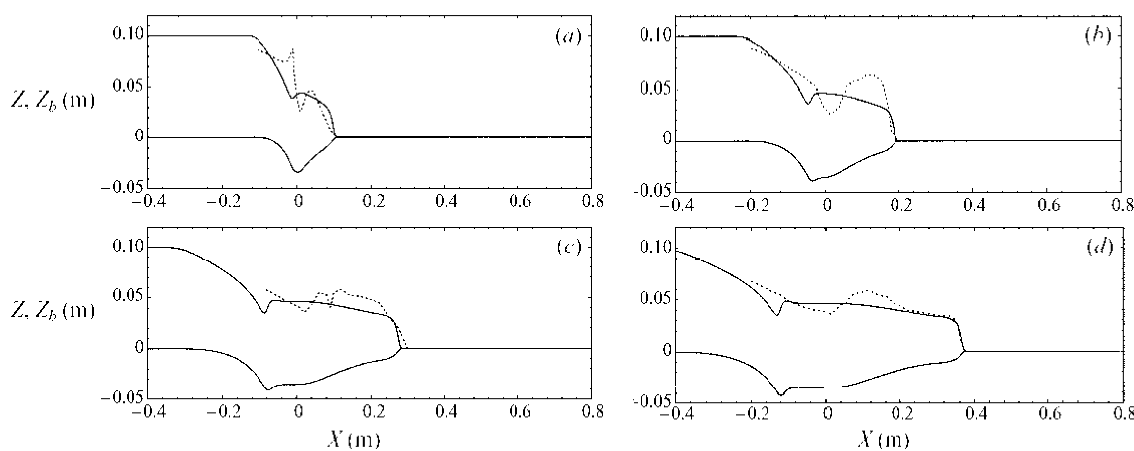


Figura 4.5: Confronto dei risultati fisici e numerici, per l'evoluzione della superficie libera e del fondo, ai tempi adimensionali di a) $t=1$; b) $t=2$; c) $t=3$; d) $t=4$.

I profili dettagliati, comunque, presentano deviazioni significative rispetto all'andamento reale della superficie libera, questo limite si può attribuire al fatto che le leggi usate siano quelle del "shallow water". Per tempi brevi, le accelerazioni verticali, associate al trascinarsi verso valle della superficie libera dell'acqua, mostrano che il fronte si trova sempre nello stesso punto, ma l'incavo si sposta molto più velocemente verso monte. Inoltre, al di sopra del fondo granulare erodibile, sono ammesse accelerazioni verticali addizionali, da un lato nella variazione rapida della superficie libera associata al salto idraulico, dall'altro lato nella forma dello scavo sul fondo, impressa dal flusso soprastante.

4.2 Dam break su fondo rigido inclinato e piano di deposito a valle

I famosi esperimenti di Iverson [1997] sono stati effettuati presso lo U.S. Geological Survey (USGS). E' stato costruito un canale al fine di riprodurre un flusso di colata di detriti, nella H. J. Andrews Experimental Forest, Oregon, dove sono state effettuate diverse prove e rilevato il comportamento del fenomeno. In tal caso sono stati ottenuti i rilievi direttamente in sito.

4.2.1 Esperienza sperimentale di Iverson [1997]

Geometria. Gli esperimenti sono stati effettuati all'interno di un canale in calcestruzzo a sezione rettangolare, larga 2m, con pendenza a 31° per i primi 82.50m. Alla fine di questo canale confinato da pareti alte 1.20m, è presente un piano largo e lungo 47.50m con pendenza costante di 2.50° . (Figura 4.6).

Altro elemento importante nella rappresentazione dell'evento è l'imposizione delle condizioni iniziali e condizioni al contorno. Inizialmente la miscela è posizionata a monte di una diga alta poco più di 2m, la quale blocca a monte un volume pari a circa $10m^3$, formato da sabbia e massi mescolati in acqua. Le caratteristiche del materiale sono elencate in tabella (4.1).

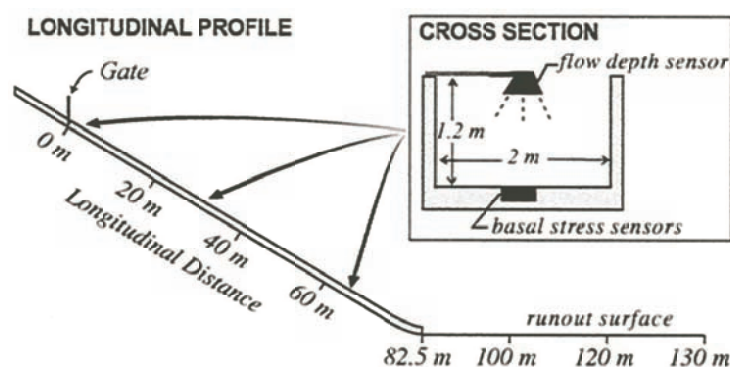


Figura 4.6: Schema del canale (USGS) usato per gli esperimenti, con flussi di acqua saturata di materiale

All'istante iniziale viene aperta istantaneamente la paratoia che trattiene la miscela di acqua e sedimenti a monte. Quest'ultima si propaga lungo il piano inclinato senza incontrare alcun ostacolo, quindi sono facilmente misurabili i valori di velocità e tirante nelle sezioni I, II e III. Figura 4.7 mostra un istante della fase di colata lungo il canale, quando parte del materiale ha ormai già raggiunto il piano di deposito. Durante l'esperimento è stata seguita la colata lungo tutta la propagazione, ai fini di monitorare, oltre ai tiranti e alle velocità nelle tre sezioni, anche l'andamento generale dell'onda. E' stata indagata la propagazione della colata, la quale presenta la tipica forma descritta da un fronte arrotondato e più alto della coda, la quale si assottiglia verso monte. Nella parte finale del canale, l'andamento della colata è irregolare e caratterizzato da onde che si susseguono (il cosiddetto fenomeno di 'roll waves').

Una volta che tutto il volume della miscela raggiunge il piano debolmente inclinato, se ne studiano forme e tiranti per capire come un evento del genere potrebbe terminare la sua corsa.

Proprietà dei parametri	Esperimento della colata di detriti
Angolo di pendenza del fondo ϕ_{bed}	$28^\circ \pm 0.7$
Angolo di attrito interno del materiale θ_{int}	$42^\circ \pm 0.4$
Frazione di volume solida	0.6 (stato statico e dinamico)
Frazione di volume liquida	0.4 (stato statico e dinamico)
Viscosità fluida	$0.1 Pa \cdot s$ (fango)
Densità del solido	$2700 kg/m^3$ (quarzo, feldspar, etc.)
Densità del fluido	$1200 kg/m^3$ (fango)
Diametro dei grani	0.01m (sassi)
Permeabilità idraulica	$10^{-11} m^2$
Diffusività idraulica $10^{-4} m^2$	
Numero di Savage	0.2
Numero di Bagnold	600

Tabella 4.1: Proprietà dei materiali usati negli esperimenti fisici e nei modelli di previsione



Figura 4.7: Schema del canale (USGS) usata per gli esperimenti, con flussi di acqua satura di materiale

4.2.2 Modellazione numerica delle esperienze sperimentali.

Risultati di Iverson e Denlinger [2001]

Per rappresentare il comportamento degli esperimenti di colate è stato ancora una volta risolto il sistema di equazioni alle derivate parziali (sistema 2.1), con bilanci di massa e conservazione della quantità di moto, distinguendo tra *'inviscid case'* e *'viscous case'* (articolo di Iverson. Bib. [12]). Il modello idraulico usato ha la funzione di prevedere la propagazione della colata lungo il canale e di definire i limiti di piano poco inclinato in cui la colata si blocca. Questo però omette alcuni fenomeni fisici importanti, come ad esempio la componente di velocità perpendicolare al fondo, fornendo quindi dei risultati di distribuzione delle pressioni non idrostatiche all'interno dei pori non completamente corretti.

In realtà sono stati presi in considerazione diversi modelli matematici: il più semplice approccio usa il bilancio di quantità di moto dello stato statico al posto dello stesso per il flusso instabile [Weir, 1982; Arratano e Savage, 1944]; un approccio più elaborato, invece, tiene conto del completo bilancio della quantità di moto, ma differenzia la rappresentazione delle tensioni di resistenza al moto [Yamashita and Miyamoto, 1991; Macedonio and Pareschi, 1992; Hunt, 1994; Shieh et al., 1996].

In tutti questi modelli, ciò che risulta più importante è la legge costitutiva, dove viene messo in evidenza la tensione di taglio agente durante il moto: $\tau = -\sigma \frac{\tan(\phi_{bed/int})}{\tan \theta}$.

Comportamento lungo il canale

Innanzitutto è stato monitorato il comportamento della colata lungo il canale, per capire come si disponesse il flusso e quale fosse la sua velocità di propagazione, per un moto che inizialmente può essere considerato pressochè monodimensionale. Sono stati confrontati i grafici tirante-tempo di ciò che accade lungo il canale, in particolare in corrispondenza delle sezioni monitorate (vedi figura 4.6), poste a 0m, 33m e 67m e si è visto che lo spessore del fronte si stabilizza quando raggiunge il valore di 10cm, poichè gli accumuli non liquefatti dei sassi più grandi sul fronte dell'onda sono responsabili della resistenza che impedisce un ulteriore assottigliamento del fronte.

Dalla figura 4.8 si nota la presenza di piccole oscillazioni del tirante, prima dell'arrivo della vera ondata. Ciò è dovuto alla formazione di possibili *'roll waves'*, le quali si formano in lunghi canali ad alte pendenze. Le ondate secondarie aumentano e a volte si uniscono, sviluppando una conformazione simile ma meno cospicua del fronte.

Il fronte ha la caratteristica di essere piuttosto ripido e soggetto ad alte velocità accompagnate da basse pressioni all'interno dei pori, mentre la coda sarà meno veloce e tenderà ad allungarsi, ma le pressioni a cui è soggetta sono maggiori.

Deposito del materiale sul piano a valle del canale

Di seguito viene illustrato il comportamento della miscela di acqua e detriti, una volta raggiunto il piano a bassissima pendenza (2.5°), posto a valle del canale. Qui il materiale rallenta significativamente il suo moto e le azioni di attrito a cui la massa è soggetta sono tali da fermare il tutto

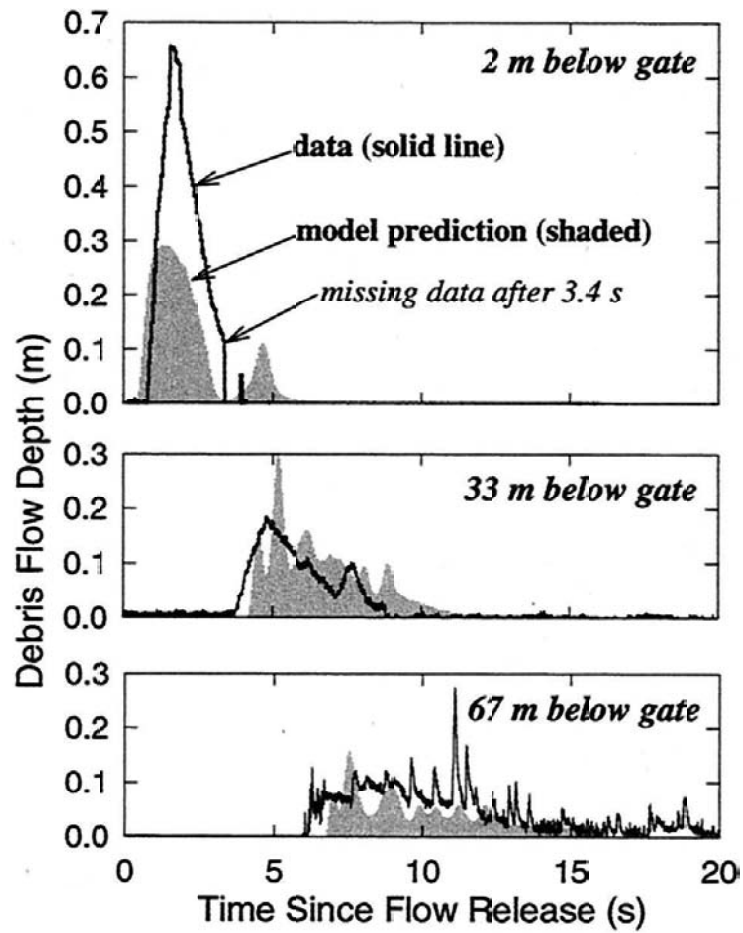


Figura 4.8: Misurazioni sperimentali a confronto con i risultati numerici dei tiranti alle sezioni poste a 2 m, 33 m, 67 m a valle del 'dam-break'.



Figura 4.9: Deposito sperimentale (USGS) della colata di detriti, per un flusso saturo. Tipica forma allungata e aree di accumulo dei sassi

in un accumulo di materiale dalla forma allungata (tipica forma di figura 4.9).

In genere i depositi di materiale saturo sono molto più allungati e più sottili degli analoghi depositi dello stesso materiale, ma non saturo. Inoltre i confini del deposito hanno forme molto irregolari, con superfici piuttosto piatte. Sono stati per di più inseriti all'interno della miscela delle particelle colorate, per seguire meglio il comportamento della massa: il risultato ha dimostrato che i detriti posizionati nella parte frontale tendono a dare una forma allungata al volume saturo, durante il trasporto, mentre il centro della massa oltrepassa il fronte dei detriti originari, sovrastandoli. In definitiva si può dire che il deposito di una singola colata può provocare un accumulo orizzontale tanto quanto può accumularsi gradualmente in modo verticale.

Dopo aver analizzato il comportamento della colata nella sua fase di deposito, concentrandosi sulla forma e sui rilievi del deposito stesso, sono stati effettuati dei calcoli numerici con programmi finalizzati alla rappresentazione bidimensionale della massa di materiale bloccato a valle. Figura 4.10 è rappresentativa della previsione data dal modello (a destra, 4.10.a) e delle misurazioni ottenute in sito (a sinistra, 4.10.b).

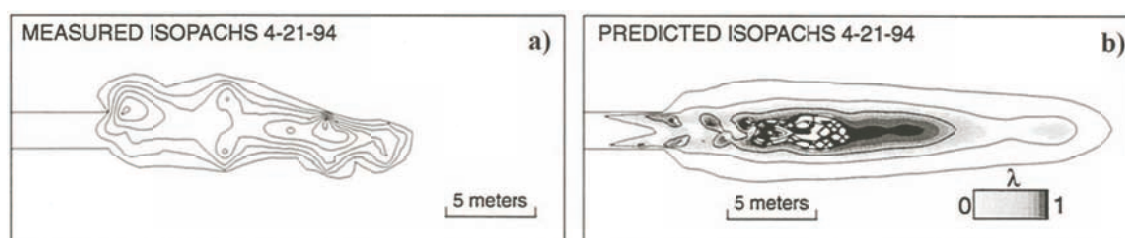


Figura 4.10: Confronto dei risultati fisici **a)** e numerici **b)**, per l'evoluzione della superficie del deposito.

La prima differenza sostanziale che salta all'occhio è la forma e la lunghezza del deposito: il caso fisico reale mostra una forma molto più irregolare e accorciata, inoltre la superficie superiore è quasi piana, mentre le superfici laterali sono abbastanza pendenti; al contrario, il modello prevede una forma più allungata e regolare, con depositi laterali che con dolci pendenze partono dal centro della massa per arrivare fino al livello del terreno. Si vede infatti una differenza rilevante nella distanza delle linee di livello nei due casi. Altra differenza importante è il deposito di materiale che solo nel caso numerico tende a fermarsi ed accumularsi sul fondo del canale.

Nonostante tali incongruenze per quanto riguarda i risultati di deposito, si può affermare che il modello si avvicina di molto a quello che è il comportamento reale del fenomeno di fermata a valle di un pendio. Ciò indica anche che il modello ben rappresenta le dissipazioni di energia e la distribuzione delle pressioni all'interno dei pori.

4.3 Erosione di un fondo inclinato e trasporto del materiale solido

La terza tipologia di esperimento analizzato si propone di indagare la modalità di innesco di una colata matura ('mature debris flow'), con erosione del fondo, seguito dalla propagazione di una miscela via via più ricca di materiale solido. Lo studio si concentra sulle grandezze caratteristiche quali il tirante del fluido, la velocità mediata sulla verticale, le fluttuazioni di velocità e le concen-

trazioni solide, lungo tutto il campo di moto.

Anche in questo caso si vogliono commentare dei risultati ottenuti in laboratorio, quindi sotto precise condizioni al contorno.

4.3.1 Esperienza sperimentale di Tubino & Lanzoni [1993]

Apparato sperimentale. Gli esperimenti sono stati condotti all'interno di una canaletta allestita nel laboratorio dell'istituto di Idraulica dell'Università di Genova (4.11) lunga 10m con sezione rettangolare delle dimensioni di 20cm di larghezza e di 30cm di altezza. La pendenza è stata imposta a 17° , ma con la possibilità di variarla fino a raggiungere pendenze di 31° .

Uno strato iniziale di materiale granulare erodibile è stato posto sul fondo e saturato di acqua fin dal primo istante. Una volta preparate tutte le condizioni adatte alla formazione di una colata, è stata immessa una portata d'acqua costante a monte della canaletta, in modo da innescare l'erosione del fondo con conseguente formazione del 'debris flow'.

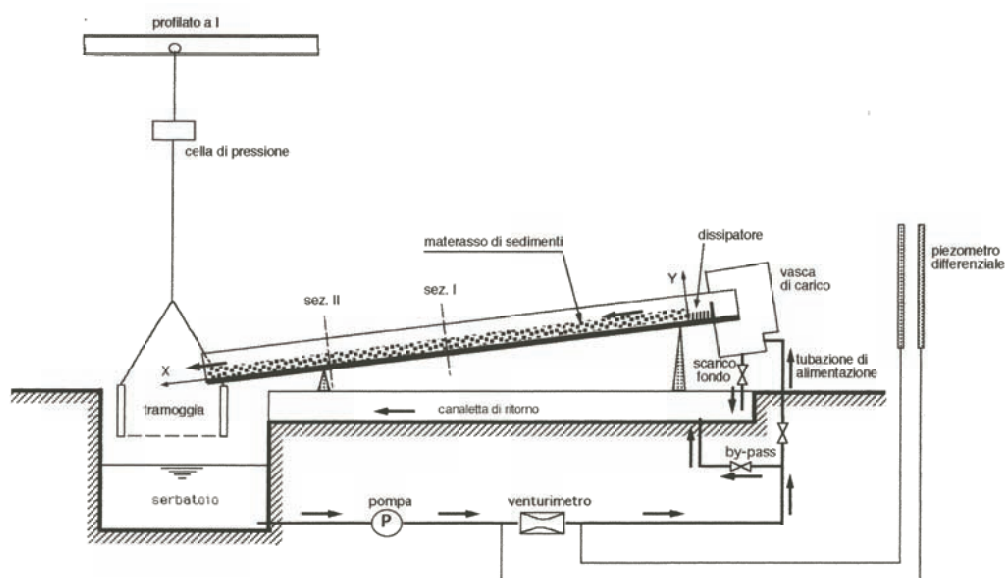


Figura 4.11: Apparato sperimentale utilizzato nella riproduzione della colata detritica

La portata è stata misurata attraverso uno strumento, 'orifice plate', posto all'interno del tubo di flusso. Alla fine della canaletta è presente un canale collettore dove è posto un calibro, utilizzato per la misurazione del peso cumulativo del materiale trasportato a valle.

Per misurare le concentrazioni, invece, sono stati prelevati dei provini di miscela dopo il passaggio del fronte dell'onda.

Le grandezze più importanti sono state misurate disponendo dei sensori che rilevassero i valori di fluttuazioni delle velocità, velocità media e altezza del tirante, in corrispondenza delle sezioni disposte a 5,4 m (sezione I) e a 7,8 m (sezione II) dalla partenza di monte, mentre il movimento della massa è stato registrato attraverso delle telecamere. Infine il livello esatto della superficie libera è stato misurato dalle immagini registrate e con l'utilizzo di un metro di riferimento.

I dati raccolti da Lanzoni e Tubino risalgono al 1993, ottenuti grazie a strumentazioni dell'epoca, sicuramente meno precise di quelle disponibili ai giorni nostri.

L'esperimento si è svolto all'interno della canaletta mostrata in figura 4.11, ed i seguenti obiettivi hanno motivato la scelta di particolari condizioni sperimentali e di misurazione:

- determinare la velocità media e la concentrazione della massa, in funzione della variazione di pendenza della canaletta e di portata immessa a monte;
- tracciare le velocità e le traiettorie delle particelle, al fine di investigare il ruolo dei meccanismi responsabili dello sviluppo delle tensioni interne;
- testare l'influenza della dimensione e della forma dei grani in riferimento alla reologia della miscela;
- testare l'influenza delle differenti condizioni al contorno.

4.3.2 Risultati di Lanzoni e Tubino

Partendo dalle registrazioni effettuate in campo, sono state fatte delle considerazioni generali riguardo le traiettorie delle particelle, le quali risultano quasi rettilinee. Inoltre gli scostamenti delle velocità v_z dalla velocità media lungo la verticale sono irrilevanti, per questo si può semplificare il moto in bidimensionale, come era stato ipotizzato sin dall'inizio.

Tali registrazioni hanno inoltre evidenziato la forma che assume il flusso, dopo la generazione del processo di colata (figura 4.12). Tre zone in particolare sono evidenziate: il fronte, con la testa molto ripida che aumenta nel tempo, inglobando materiale eroso dal fondo; il corpo, la cui lunghezza aumenta in accordo con l'incremento di erosione, ma la velocità e l'altezza rimangono approssimativamente costanti; la coda, molto più sottile ed allungata, riduce la sua altezza nel tempo.

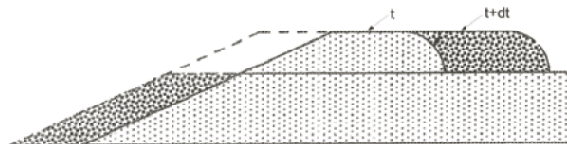


Figura 4.12: Forma tipica della propagazione della colata, in stato avanzato.

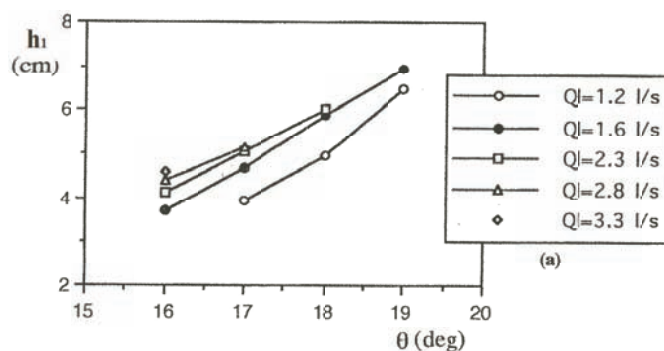
Dopo il passaggio del fronte, lo spessore del corpo rimane quasi costante in un intervallo di tempo di $2 \div 5$ s, durante il quale nemmeno le velocità mostrano significative variazioni: è stata raggiunta una condizione di moto stabile e quasi uniforme.

Tutti questi valori delle grandezze coinvolte nel 'mature debris flow' sono stati rappresentati in grafici che propongono un confronto dei risultati, al variare di portata immessa a monte e angolo di inclinazione della canaletta, tenendo costante il diametro dei grani, pari a 5mm.

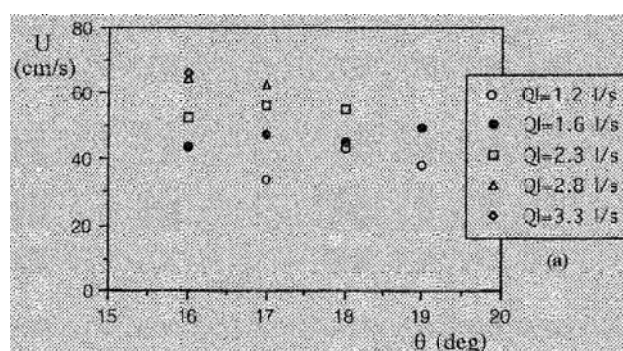
In figura (4.13a) sono messe a confronto i valori dei tiranti medi, misurati tra le due sezioni I e II, per diverse pendenze e diverse portate in entrata. È evidente l'andamento crescente dei tiranti al crescere delle portate. Essendo un moto a pelo libero è prevedibile un comportamento di questo tipo. Concentrando l'attenzione sulla canaletta a pendenza 17° , si vede che per valori più bassi di portata, all'aumentare della stessa, la variazione dei tiranti è di notevole rilevanza. Al contrario, i tiranti divengono indipendenti dalla portata per valori piuttosto alti; infatti, al di sopra di 2.3 l/s i punti (quadrato e triangolo) coincidono. Ciò significa che il tirante diviene indipendente dalla

portata.

Isolando poi i valori di una sola portata, ad esempio 1.2 l/s con i pallini vuoti, si nota un aumento dei tiranti in corrispondenza allo stesso aumento di pendenza della canaletta.



(a) Tiranti del fluido .



(b) Velocità mediate sulla verticale .

Figura 4.13: Confronto dei tiranti e delle velocità mediate sulla verticale, in funzione di portata e pendenza della canaletta.

Per quanto riguarda le velocità (figura 4.13b), si notano le stesse variazioni caratteristiche del precedente grafico (figura 4.13a) all'aumentare delle portate, considerando di volta in volta la stessa pendenza del fondo. Ancora una volta le distanze tra i punti riferiti alla pendenza di 17° sono molto più ampie per piccole portate e diminuiscono per valori più alti.

La pendenza è invece una componente poco influente sulla variazione delle velocità che tende a mantenere gli stessi valori, nonostante il fondo della canaletta si irripidisca.

In quest'analisi sperimentale è stato assunto che la velocità media delle particelle potesse essere rappresentativa della velocità media di tutta la miscela. Infatti i risultati mostrano che non ci sono significative differenze tra la velocità del fluido e quella della parte solida.

Altra grandezza importante è la concentrazione del materiale solido in miscela, la quale è illustrata in figura 4.14.

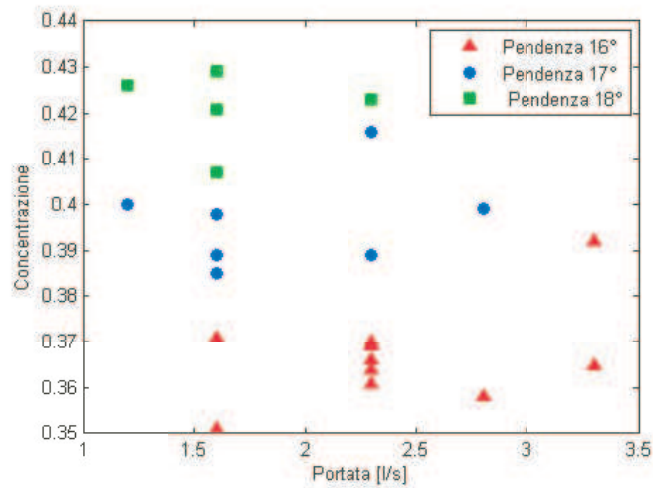


Figura 4.14: Confronto delle concentrazioni in funzione di portata e pendenza della canaletta

Si nota che la concentrazione tende ad aumentare in accordo con l'aumento della pendenza del fondo, ma essa rimane costante per portate diverse. Accade infatti che, oltre un certo valore di concentrazione, la miscela è satura perciò se erode materiale dal fondo deve contemporaneamente depositarne dell'altro.

Capitolo 5

Simulazioni ed analisi dei risultati

Nel presente capitolo sono presentati i risultati numerici ottenuti tramite l'applicazione del modello numerico a volumi finiti **FV_shock** sviluppato da Canestrelli et al. [2009] e qui modificato per la descrizione dei fenomeni di colata detritica. In particolare, sono descritte le differenti simulazioni effettuate per la riproduzione numerica dei tre casi sperimentali in precedenza descritti al capitolo § 4: Capart & Young [1998], Iverson [1997] e Lanzoni & Tubino [1993]. Le osservazioni sperimentali oggetto di studio si differenziano non soltanto per la geometria dell'apparato, ma anche per la tipologia di materiale coinvolto e per la condizione d'innescò della colata. Le simulazioni numeriche effettuate sono state condotte facendo variare sia le leggi reologiche sia la legge di evoluzione del fondo. Infine tramite il confronto sistematico dei risultati ottenuti è stato possibile valutare la capacità del modello nella riproduzione numerica dei fenomeni osservati in laboratorio e individuare il range di applicabilità di alcune leggi reologiche.

5.1 Dam Break su fondo piano ed erodibile

L'esperimento che prevede la rimozione istantanea di una paratoia, al di sopra di un fondo erodibile, è un esperimento su piccola scala, dove il modello dovrà essere in grado di simulare eventi rapidamente variabili, in cui piccoli errori di misura potrebbero riportare errori significativi nei risultati. L'acqua è inizialmente pulita e ritenuta a monte della diga, quindi non si può parlare di vero e proprio fenomeno di colata di detriti. Si vuole invece concentrare l'attenzione sulla capacità da parte dell'onda, formatasi dalla rimozione improvvisa della diga, nell'erosione del fondo ed aumentare di conseguenza la concentrazione di materiale solido al suo interno.

Ciò che viene indagato sono i primi quattro istanti di tempo di cui si possiedono i dati sperimentali di altezze del fondo e della superficie libera, ricavati in laboratorio e mostrati in figura 5.1:

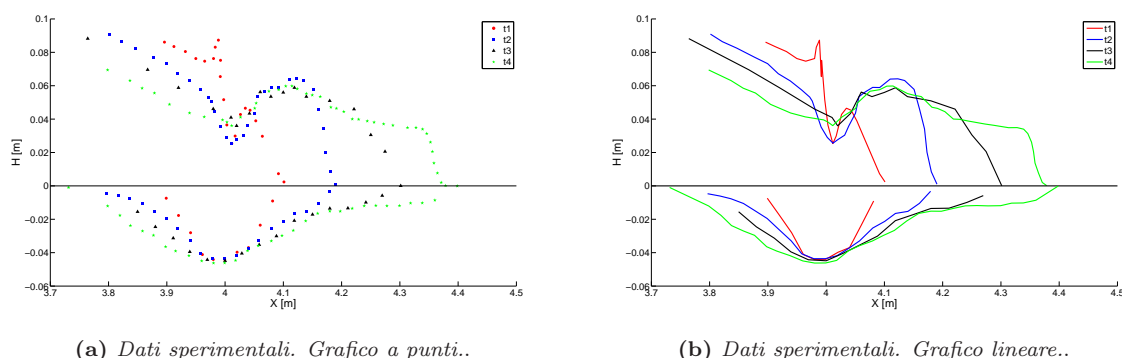


Figura 5.1: Sovrapposizione dell'andamento della superficie libera e dell'evoluzione del fondo nei primi quattro istanti di tempo. ($t_1 = 0.1s, t_2 = 0.2s, t_3 = 0.3s, t_4 = 0.4s$)

Le simulazioni numeriche effettuate tramite il modello **FV_shock**, per la modellazione numerica delle esperienze di laboratorio condotte da Capart e Young [1998], differiscono tra loro per le differenti leggi reologiche e leggi di erosione-deposito adottate. In particolare sono state adottate le seguenti:

1. Applicazione della reologia di Takahashi e del modello con tassi di erosione e deposito costanti;
2. Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida;
3. Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi;
4. Applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

Occorre puntualizzare che, sebbene l'applicazione di Gauckler-Strickler potrebbe sembrare inappropriata per la simulazione di colate detritiche, o meglio come in questo caso di flussi iperconcentrati, essa viene utilizzata in quanto il 'Dam Break' è costituito da acqua "pulita" (concentrazione nulla di sedimenti). Inoltre il fenomeno viene qui investigato soltanto nella fase iniziale, dove ancora il fronte d'onda non è stato particolarmente influenzato dall'accumulo di sedimenti provenienti dallo strato erodibile.

Le altre leggi reologiche, invece, fanno riferimento a relazioni già utilizzate e validate in letteratura, qui impiegate per tarare il modello numerico *FV_shock*.

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti.

I risultati ottenuti dalla simulazione numerica, effettuata considerando come legge di resistenza al moto la legge di Takahashi e la legge di evoluzione al fondo con condizione di erosione e deposito costante, sono qui presentati a confronto con quelli ricavati durante la campagna sperimentale.

In Figura 5.2 sono presentanti, per gli istanti di tempo $t_1 = 0.11s$, $t_2 = 0.21s$, $t_3 = 0.33s$ e

$t_4 = 0.43s$, i profili di erosione e deposito ottenuti con il modello numerico, ipotizzando il coefficiente di erosione e deposito pari a $Upset=0.7$ ed il coefficiente di attrito al fondo pari a $a_B = 0.5$. Come è possibile osservare in Figura 5.2, il fenomeno descritto dal modello presenta per i primi due istanti di tempo considerati una evoluzione di minor entità, sia in termini di profilo di propagazione che di profilo di erosione. Al contrario, per i successivi due istanti di tempo si osservano forti analogie con quelli dei dati sperimentali, in termini di altezza del fronte d'onda e profondità dello scavo. Pertanto il modello utilizzato, applicando la legge di Takahashi per la propagazione e quella a condizione costante di erosione e deposito, non riesce a descrivere le caratteristiche del risalto idraulico conseguente alla fase del crollo della diga nella fase iniziale (0.2 s dall'inizio dell'esperimento), mentre è capace di descrivere il fenomeno di propagazione caratteristico della fase successiva e di conseguente erosione del fondo.

L'evoluzione del fondo è fortemente influenzata dalla scelta del coefficiente di erosione e deposito ipotizzato $Upset$ (si veda eq. (3.40)), infatti, all'aumentare dello stesso, si nota un aumento della profondità del fondo con erosione più marcata in verticale piuttosto che in orizzontale. In tal modo esso si avvicina di più ai risultati ottenuti in laboratorio, pur sottostimando ancora la quantità di materiale eroso dal fondo.

Come si può notare dai grafici di figura 5.2, la miscela si sta muovendo con un certo anticipo di propagazione rispetto al caso sperimentale, ma ciò è probabilmente dovuto all'errore nella precisione del calcolo dei tempi. Come era stato spiegato in corrispondenza della definizione del passo temporale, al capitolo § 2.3, l'intervallo di tempo calcolato tra un'iterazione e la successiva non è sempre costante, ma tale da ottimizzare la simulazione nel suo complesso. E' dunque impossibile stampare con precisione un istante temporale ricercato e, come accade in questo caso, i primi quattro passi temporali differiscono tra loro di $0.01 \div 0.03s$.

I risultati della simulazione numerica, ai passi temporali successivi gli 0.4s, non possono essere confrontati con i corrispettivi dati sperimentali per mancanza di misurazioni. Si nota che, nonostante la prima figura (5.2a) non sia ben raccordata con il profilo reale, i tiranti e le profondità del fondo ai passi temporali successivi approssimano in modo sempre migliore i veri dati sperimentali, perciò si può pensare che dopo il primo secondo le due onde procederanno sovrapposte. In particolare il profilo ottenuto al tempo $t_6 = 1.00s$, di figura 5.3, mette in evidenza la forma a scalino con fronte pendente, tipico dell'onda sperimentale, e raggiungimento dell'altezza del fondo molto più prossima a quella ricercata.

Durante lo svolgimento delle varie prove effettuate e dai grafici riportati (5.2 e 5.3), è stato riscontrato che il coefficiente di erosione $Upset$ è ovviamente responsabile della quantità di materiale eroso al fondo e di conseguenza della sua forma. Allo stesso modo il parametro a_B influenza soprattutto il modo di propagarsi dell'onda e quindi la sua forma. Infatti, per valori bassi di Sf la forma dell'onda tende ad essere regolare, di forma arrotondata e allungata, mentre all'aumentare del termine a_B si osserva una maggiore ripidità del fronte, caratterizzato dal risalto di figura 5.3. L'approccio molto semplicistico, quale è nel caso in cui si veda il coefficiente di erosione dipendente dalla sola velocità e da un parametro costante, fissato dall'utente, non è completamente errato. Esso infatti mostra dei risultati accettabili rappresentativi dei fenomeni reali se viene ben tarato. Può dunque essere applicato anche a future simulazioni, se calibrato in precedenza su un modello conosciuto.

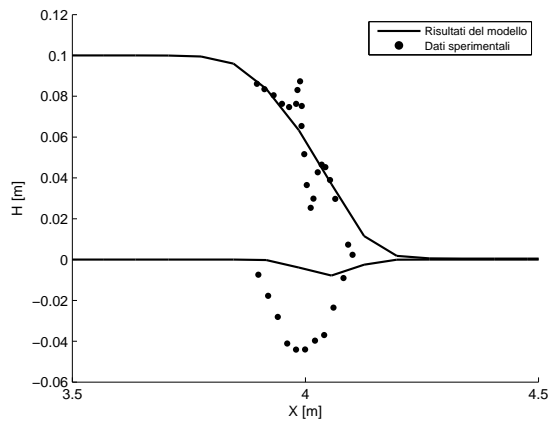
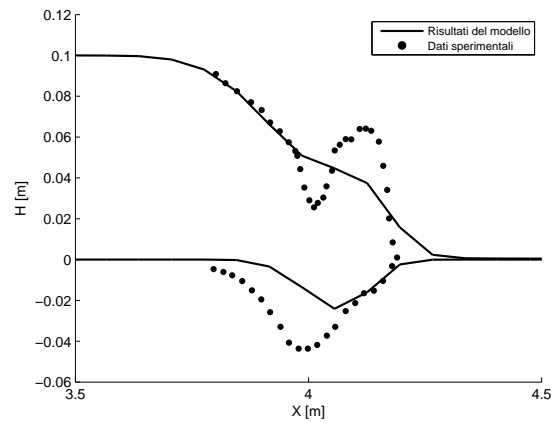
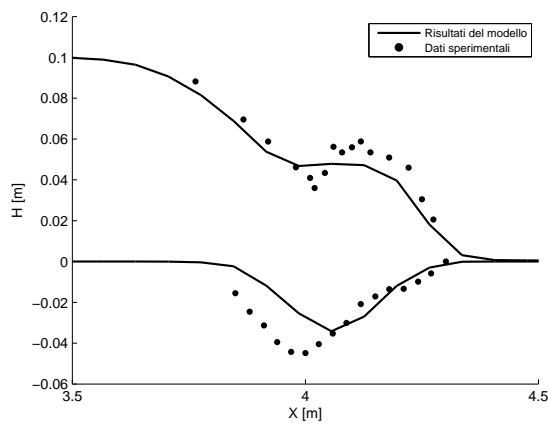
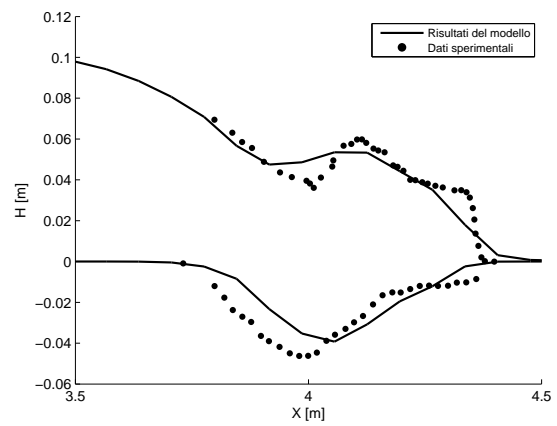
(a) Tempo $t=0.11s$.(b) Tempo $t=0.21s$.(c) Tempo $t=0.33s$.(d) Tempo $t=0.43s$.

Figura 5.2: Andamento della superficie libera ed evoluzione del fondo a confronto. Dati sperimentali e modello con applicazione della reologia di Takahashi e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti.

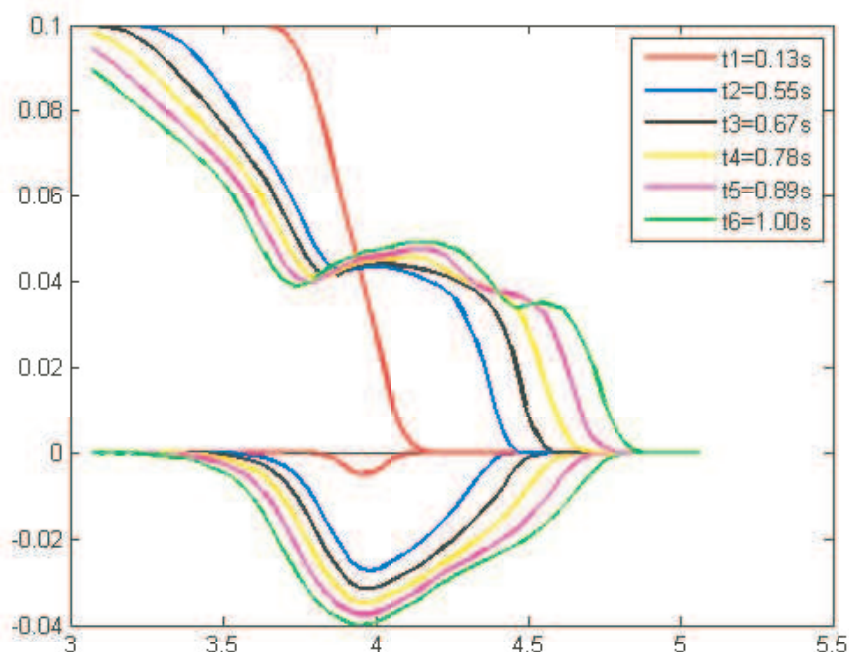


Figura 5.3: Profili del fondo e della superficie libera, calcolati nei primi passi temporali, tramite l'applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito con coefficienti costanti. ($t_1 = 0.13s$, $t_2 = 0.55s$, $t_3 = 0.67s$, $t_4 = 0.78s$, $t_5 = 0.89s$, $t_6 = 1.00s$)

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

La seconda simulazione effettuata con il modello numerico *FV_shock*, fa riferimento alla relazione reologica di Takahashi, accompagnata dalle leggi di erosione e deposito di Egashira ed Ashida. Questo approccio è lo stesso sviluppato da Ghilardi et al. [2001] (bib. [3]), per esperimenti di ugual genere.

Per i primi istanti temporali sono stati messi direttamente a confronto i risultati ottenuti dal modello ed i dati sperimentali (figura 5.4). Tali risultati sono stati ottenuti imponendo ancora una volta valori del parametro a_B piuttosto elevati ($a_B = 0.7$) ed il coefficiente $FR_{lamin} = 0.025$. Altro parametro importante nella determinazione dei risultati è l'angolo di attrito interno, la cui tangente è stata posta $\tan \phi = 0.58$. Per quanto riguarda i termini di erosione e deposito (eq. 3.50), si è scelto di imporre $K_{er} = 1.3$ e $K_{dep} = 1.0$.

Prestando attenzione ai grafici di figura 5.4, si osserva un andamento lineare ed arrotondato dell'onda nella sua fase iniziale di propagazione. La superficie libera, per i primi tre istanti temporali non evidenzia la presenza del risalto in corrispondenza del punto di massima erosione del fondo, ma è caratterizzata da una curva che raccorda le altezze e i profili di monte con valle. In corrispondenza dell'istante $t_4 = 0.43s$, il profilo liquido raggiunge i livelli corrispondenti ai risultati sperimentali ed il fronte si irripidisce al suo procedere.

L'erosione al fondo è sottodimensionata e tende ad evidenziare una pendenza via via minore verso monte e più ripida a valle. Nonostante il profilo dell'evoluzione del fondo non coincida esattamente con il caso reale, questo tipo di erosione ha il vantaggio di spingersi verso valle, molto più rapidamente rispetto a tutte le altre simulazioni. Si vede infatti che, ad ogni istante temporale, il punto di massima profondità sta alla destra del corrispettivo sperimentale. Tali risultati dipendono dai valori attribuiti ai parametri K_{er} , K_{dep} e $\tan \phi$, infatti all'aumentare di K_{er} e al diminuire di K_{dep} e $\tan \phi$, l'evoluzione del fondo presenta un'erosione più accentuata.

Nonostante i dati sperimentali non siano disponibili oltre $t = 0.4s$, è stato indagato il comporta-

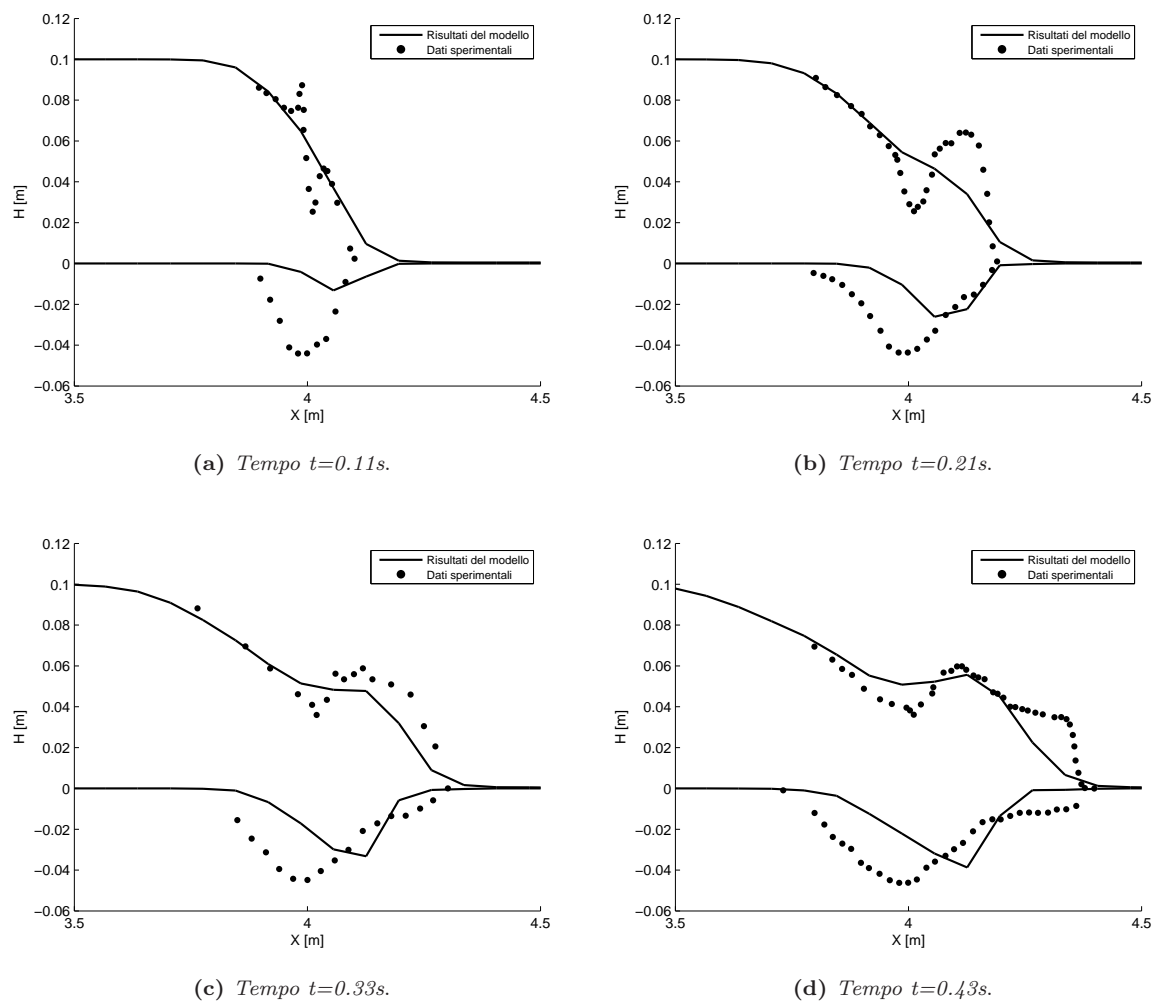


Figura 5.4: Andamento della superficie libera ed evoluzione del fondo a confronto. Dati sperimentali e modello con applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

mento del fenomeno tramite la simulazione numerica, fino al raggiungimento del tempo $t=1s$. La figura 5.5 mostra l'evoluzione nel tempo della superficie libera e del fondo: la forma e le altezze caratterizzanti il fenomeno reale sono raggiunte in corrispondenza degli ultimi due istanti temporali $t=0.66s$ e $t=0.98s$. In particolare il profilo verde, al tempo $t_4 = 0.98s$ evidenzia la presenza di un fronte molto ripido, preceduto da un piccolo scalino tipico della stessa curva di figura 5.1, al passo

temporale t_4 . Ciò significa che il modello è in grado di riprodurre l'andamento della miscela, con un leggero ritardo temporale.

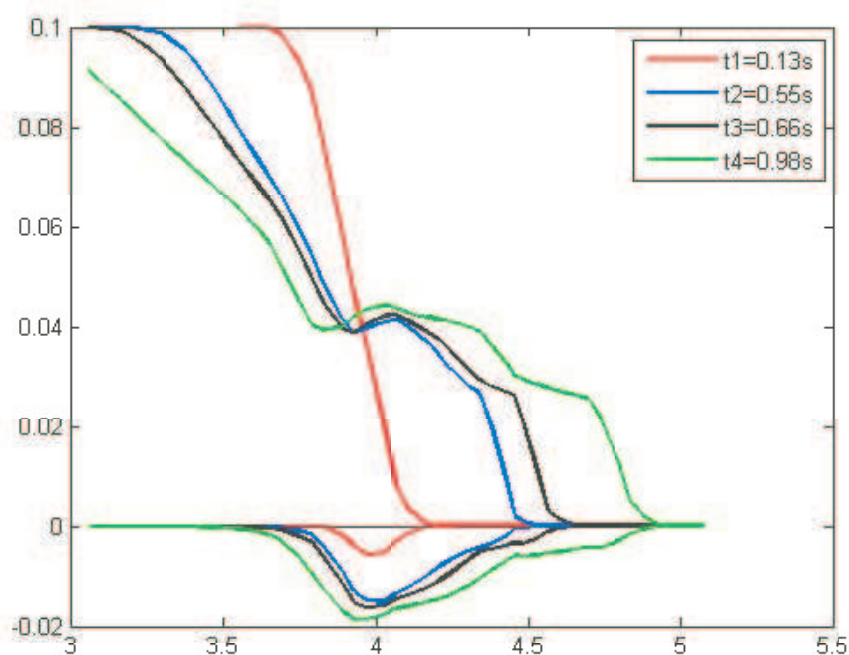


Figura 5.5: Profili del fondo e della superficie libera, calcolati nei primi passi temporali, tramite l'applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida. ($t_1=0.13s$, $t_2=0.55s$, $t_3=0.66s$, $t_4=0.98s$)

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

La modellazione numerica del fenomeno di 'Dam Break' su fondo piano ed erodibile era già stata presa in considerazione da Valiani e Caleffi (bib. [25]), i quali proposero una risoluzione del problema tramite l'applicazione della legge reologica di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Takahashi.

I risultati in figura 5.6 sono stati ottenuti variando i valori dei seguenti parametri: per quanto riguarda le relazioni di attrito 3.32 e 3.33 sono stati imposti i coefficienti $a_B = 0.5$, $\tan \alpha = 0.35$ e $FR_{lamin} = 0.025$ rispettivamente, mentre nelle relazioni di erosione e deposito è stato imposto il valore della tangente dell'angolo di attrito interno del materiale pari a $\tan \phi = 0.48$ (circa 27°). Tutti i parametri precedentemente elencati sono stati scelti dopo aver effettuato diverse simulazioni, che hanno portato ad una comprensione più precisa del significato degli stessi. Il fenomeno qui simulato è caratterizzato da forze di attrito, e quindi valori del termine S_f , piuttosto elevate, infatti, come scrivono Brufau et al. [2001] (bib. [3]), in presenza di un fondo granulare statico erodibile, la scabrezza è piuttosto alta e la resistenza risulta quindi maggiore, traducendosi in un aumento di a_B fino a valori di $0.35 \div 0.5$. Anche il parametro utilizzato nella formula di Manning (3.33), FR_{lamin} , riveste qui un ruolo importante, dato che nei primi passi temporali la concentrazione risulta essere ancora molto bassa (circa inferiore o uguale a 0.2) e la relazione usata per il calcolo

di S_f deve essere la 3.33. Il parametro che, invece, influenza maggiormente l'evoluzione del fondo in termini di erosione e deposito è la tangente dell'angolo interno $\tan \phi$ (eq. (3.42)). Per ottenere un buon andamento del profilo liquido e del fondo eroso sarebbe necessario diminuire l'angolo di attrito interno a pochi gradi ($\tan \phi \approx 0.1$) ma questa è una condizione fisicamente impossibile da attribuire al materiale presente al fondo. In figura (5.6) è descritta l'evoluzione della superficie libera e del fondo, nei primi 0.40 s. Si osserva un andamento del profilo liquido piuttosto regolare, primo del tipico risalto, molto marcato nell'esperienza sperimentale. I livelli dei tiranti sono inoltre sovradimensionati, poiché il volume di materiale eroso al fondo è allo stesso modo più elevato rispetto a quello misurato nella realtà. Il fronte risulta comunque molto ripido, ma in posizione arretrata rispetto al fronte reale: aspetto importate nel comportamento del fluido di Takahashi è appunto una dimostrata ripidità del fronte superiore rispetto a quella del materiale bingamiano. L'evoluzione del fondo riproduce in maniera quasi esatta il primo istante della simulazione, ma si sviluppa poi in modo errato in corrispondenza degli istanti successivi: infatti, non solo l'erosione sovrastima i volumi di materiale asportato dal fondo, bensì si espande verso monte e non avanza verso valle.

L'imposizione del valore $\tan \phi = 0.48$ per la tangente dell'angolo interno è responsabile dell'elevata erosione di materiale al fondo. La stessa problematica, che caratterizza i materiali non coesivi, era stata riscontrata da Wu e Wang [2007] (bib. [27]), i quali proposero una soluzione di tipo matematico-numerica: le tipiche relazioni reologiche e di erosione e deposito calcolano valori di concentrazione vicino al letto superiori al valore

$$c_v = 1 - \left(0.13 + \frac{0.21}{(d_{50} + 0.002)^{0.21}} \right).$$

Per ovviare a tale problema è stato imposto un limite in corrispondenza del calcolo dell'erosione, la quale non può mai superare il valore massimo:

$$E_{max} = \omega_{s0}(1 - \alpha c_v)^{m_0} \left(1 - 0.13 - \frac{0.21}{(d_{50} + 0.002)^{0.21}} \right).$$

In tal modo l'erosione si blocca se supera un certo valore e di conseguenza anche la forma ed il tirante dell'onda si deformeranno nel modo più consono a rappresentare al meglio la realtà.

Il fenomeno così impulsivo è difficile da riprodurre esattamente con modelli matematici, per questo è necessario imporre dei limiti ed adattare le varie leggi al caso indagato.

Applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

Da ultima, ma non meno importante, è stata applicata la legge reologica i Gauckler e Strickler, accompagnata dallo schema di erosione e deposito di Takahashi.

Al fine di ottenere i risultati desiderati, sono stati variati i parametri determinanti nella propagazione della colata e nell'evoluzione del fondo. All'interno del termine S_f (eq. (3.7)) viene attribuito il valore al coefficiente di Gauckler-Strickler $k_s = 40m^{1/3}/s$, mentre all'interno delle relazioni di erosione e deposito (eq. (3.41)) è stata variata la tangente dell'angolo di attrito interno del materiale, posta pari a $\tan \phi = 0.4$.

La figura (5.7) mette a confronto i dati sperimentali e i risultati numerici relativi all'evoluzione della superficie libera e del fondo, nei primi 0.40 s. Anche in questo caso il risalto idraulico calcolato con il modello non è accentuato come il corrispettivo misurato in laboratorio. I tiranti della

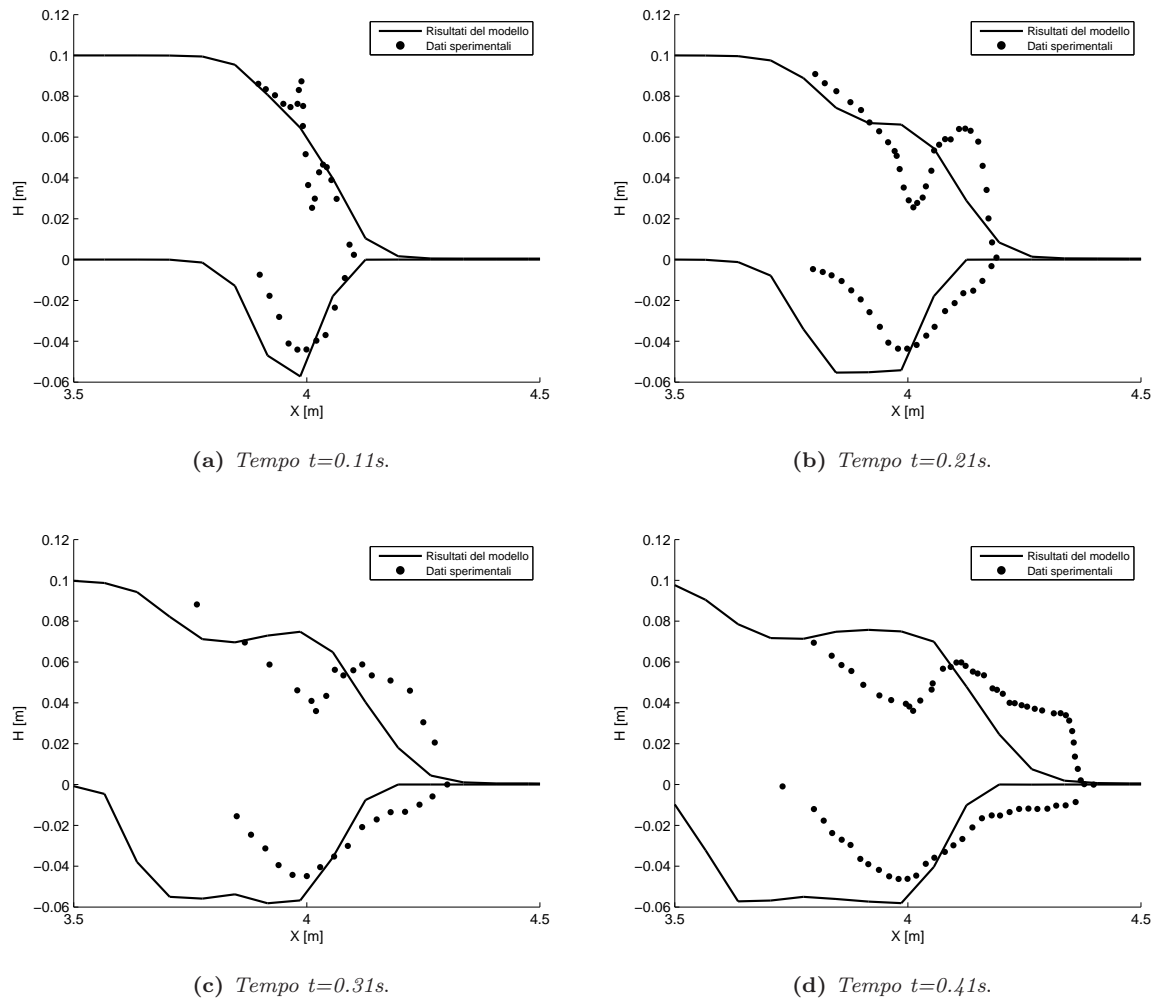


Figura 5.6: Andamento della superficie libera ed evoluzione del fondo a confronto. Dati sperimentali e modello con applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

superficie non raggiungono le altezze desiderate poiché lo spessore dell'onda tende a diminuire e allungarsi nella direzione del moto. Infatti, i risultati del modello evidenziano la posizione del fronte che precede sempre il profilo dei dati sperimentali, dunque la colata tende a scorrere più rapidamente verso valle. Tale comportamento potrebbe essere conseguenza della scelta del coefficiente di Gauckler-Strickler troppo elevato, un abbassamento del valore dello stesso k_s imporrebbe una condizione di attrito maggiore, con conseguente rallentamento della propagazione. Anche in questo caso è stato difficile raggiungere il grado di erosione aspettato ma, a differenza delle precedenti simulazioni, si nota una forma della parte erosa del fondo rappresentativa di ciò che accade nella realtà. La pendenza più marcata a monte ed un graduale accordo con il fondo immutato di valle rendono il fenomeno simulato molto più simile all'evento riprodotto in laboratorio.

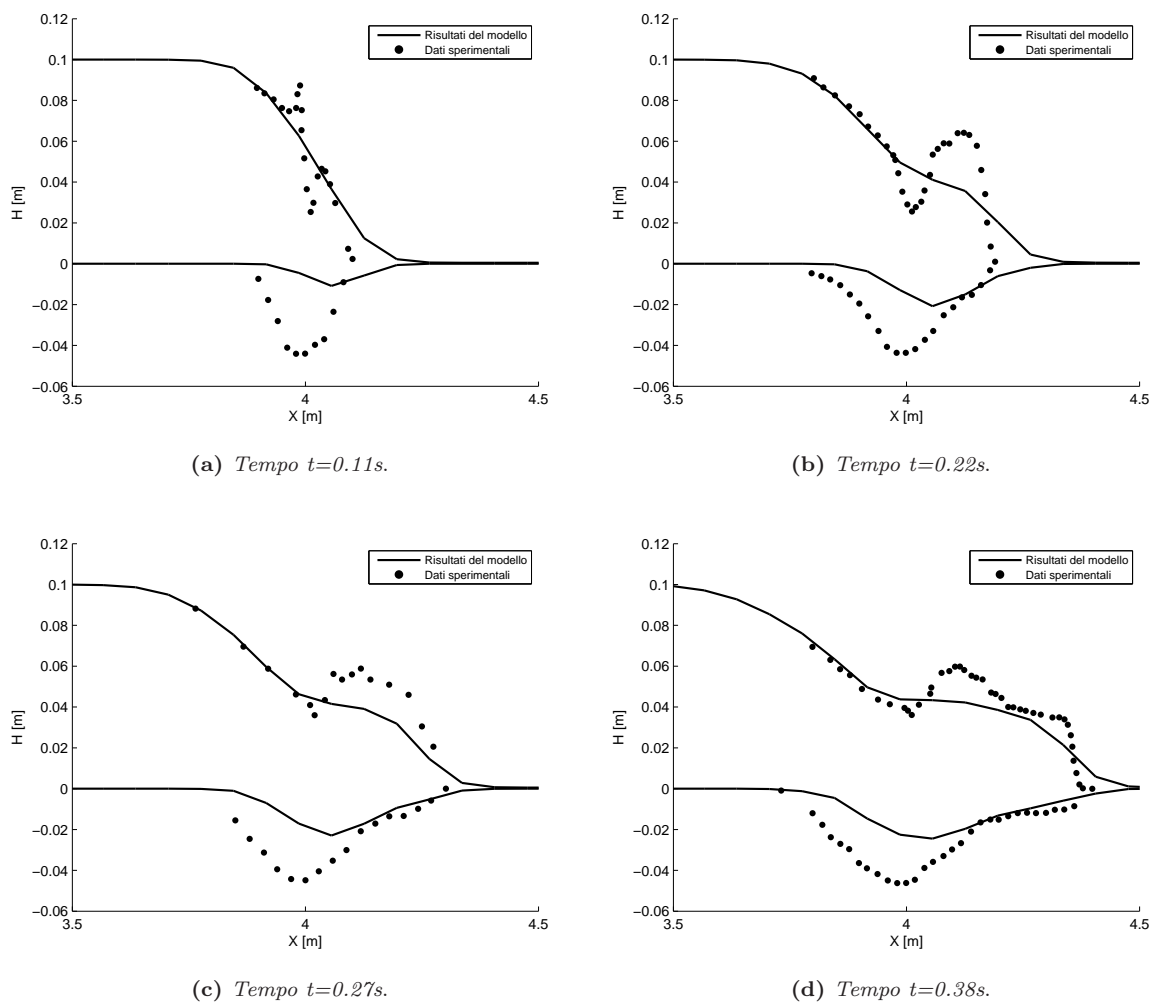


Figura 5.7: Andamento della superficie libera ed evoluzione del fondo a confronto. Dati sperimentali e modello con applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

Confronto tra le simulazioni attuate con il modello Infine sono stati messi a confronto i risultati del modello per gli stessi passi temporali, distinguendo tra le leggi adottate, accoppiando

differenti reologie e relazioni di erosione e deposito.

Al primo passo temporale le varie leggi mostrano lo stesso andamento della superficie libera, ma già si distinguono nell'erosione le linee verdi e blu relative rispettivamente alle relazioni di Takahashi e di coefficiente di erosione costante. Queste ultime sono anche le migliori nel rappresentare l'erosione del fondo ai passi temporali successivi.

Concentrando l'attenzione direttamente sull'ultima figura (5.8d) si nota che i volumi di zona erosa al fondo e altezze del tirante della superficie libera mostrano una certa corrispondenza: più in basso è disegnata la linea di definizione del nuovo fondo, maggiore sarà l'altezza della superficie libera. Tale condizione conferma il fatto che il volume di materiale eroso incide significativamente sul volume di miscela spostato e sui tiranti dell'onda. Altra corrispondenza degna di nota tra fondo e superficie libera riguarda la forma: dove il fondo è stato eroso in maniera simmetrica si presentano onde con forme piuttosto regolari ed arrotondate, se invece la pendenza della parte erosa a monte è superiore rispetto a quella di valle, l'onda assume la tipica forma a scalino indagata in precedenza. In conclusione è possibile affermare che nessuna delle precedenti simulazioni riproduca in maniera esatte il fenomeno fisico in tutti i suoi aspetti, ognuna di esse mostra comunque dei pregi e dei difetti. Sarà responsabilità del ricercatore capire quale sia la migliore, in base alle condizioni esterne a cui è soggetto il fenomeno e al tipo di grandezze risultanti ricercate.

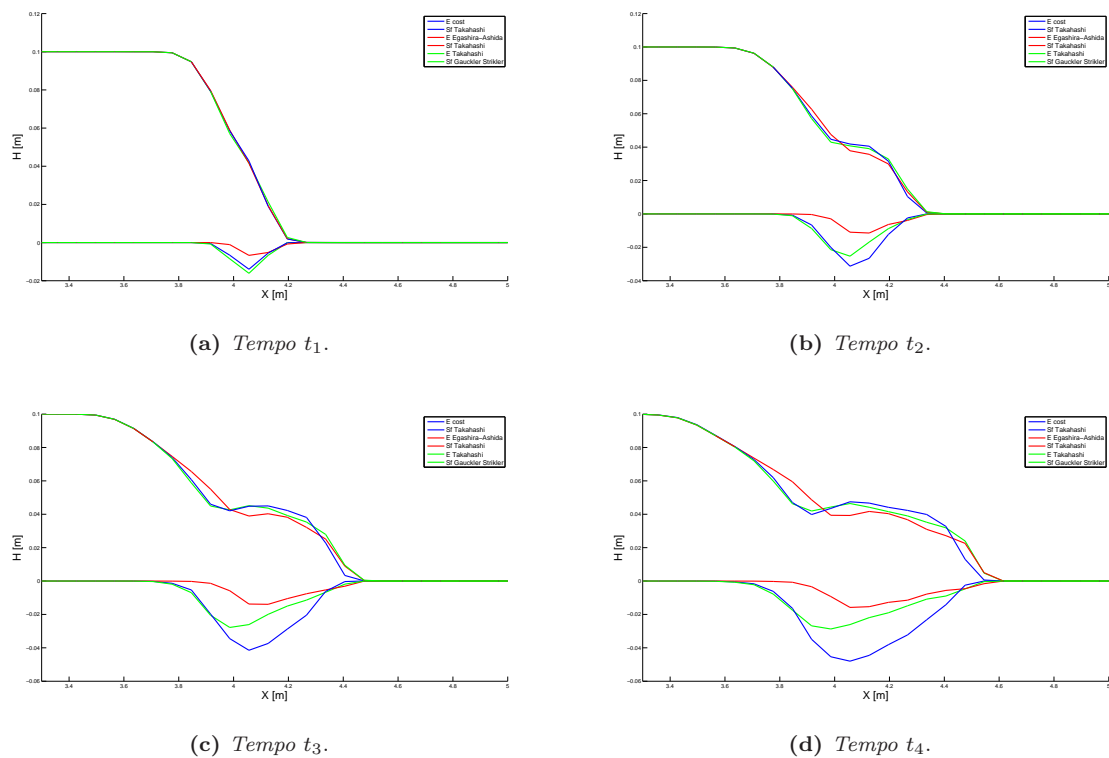


Figura 5.8: Andamento della superficie libera ed evoluzione del fondo. A confronto le diverse simulazioni.

Andamento delle concentrazioni.

Nonostante le concentrazioni non siano state indagate sperimentalmente in modo preciso, si è voluto indagare l'andamento delle concentrazioni nello spazio, fissato un certo istante temporale,

per capire la loro distribuzione (figura 5.10).

La figura (5.9) schematizza l'andamento delle concentrazioni durante la fase di propagazione della colata. Si osserva che il fronte è caratterizzato da un'elevata concentrazione solida, la quale spesso raggiunge le concentrazioni massime C_{max} , mentre il corpo e la coda sono più liquidi.

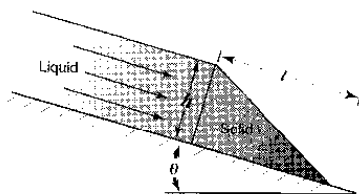


Figura 5.9: Profilo di concentrazione tipico in onde di 'debris-flow' (bib. [12]).

Tale comportamento è rappresentato in figura (5.10), dove è stato graficato l'andamento delle concentrazioni, all'istante temporale $t=2.5$ s. Il picco della concentrazione corrisponde alla posizione del fronte dopo 2.5 s dalla rimozione istantanea della paratoia. Il corpo della colata presenta una concentrazione ancora piuttosto elevata, la quale diminuisce verso monte, ed infine la coda è molto liquida, dato che le concentrazioni solide sono inferiori al 10%.

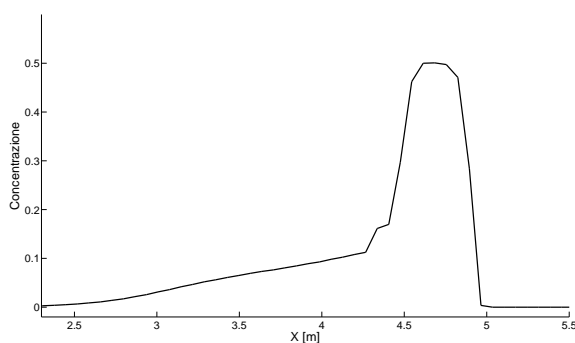


Figura 5.10: Profilo di concentrazione dopo 2.5 s. Tipica forma a campana, allungata nella parte a monte. Risultato ottenuto tramite l'applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida

Questi dati sono concordi a risultati ottenuti da altri autori. Nell'articolo [27] sono stati messi a confronto i profili longitudinali della concentrazione dei sedimenti (di volume), calcolati al tempo $t = 0.40$ s. Alla stessa figura 5.11 è stato sovrapposto il grafico delle concentrazioni per lo stesso istante, riferito ai risultati ottenuti con *FV_shock*. La concentrazione solida calcolata da Fraccarollo & Capart è determinata dallo spessore dello strato di acqua pulita soprastante e dallo strato di sedimenti sul fondo, considerato a concentrazione costante, pari a 0.5. Per questo motivo, la concentrazione massima raggiunta è proprio di 0.5. Al contrario, secondo Wu & Wang, la concentrazione può variare in tempo e spazio, dipendendo dalle condizioni di flusso e sedimentazione.

Qualitativamente i grafici concordano tra loro. Il risultato di *FV_shock* mostra però la massima concentrazione un poco arretrata rispetto alle altre due, ma la forma della campana allungata verso monte coincide. Anche se il risultato ottenuto all'istante $t=0.4$ s non soddisfa pienamente i corrispettivi andamenti della concentrazione calcolati da Fraccarollo & Capart e da Wu & Wang,

si osserva che la forma dell'andamento delle concentrazioni all'istante temporale successivo $t=2.5$ s (figura 5.10) concorda pienamente con i risultati di questi autori.

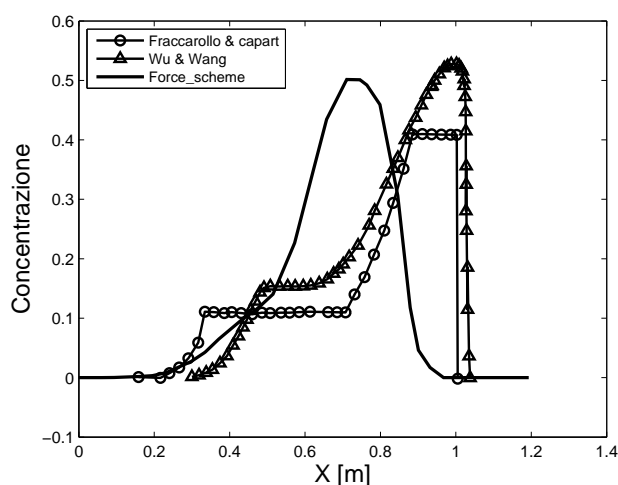


Figura 5.11: Profili di concentrazione a confronto, al tempo $t=0.40$ s.

5.2 Dam break su fondo fisso inclinato e piano di deposito a valle

L'esperimento descritto al capitolo §4.2, indaga il fenomeno di propagazione di una colata detritica fangosa lungo un canale di grandi dimensioni ed il fenomeno di deposito, che avviene in corrispondenza del cambio di pendenza. Le dimensioni del sito sperimentale e dei volumi coinvolti negli esperimenti sono notevoli, soprattutto se confrontate con le precedenti, quindi il fenomeno sarà soggetto a problematiche differenti.

La miscela di partenza, ritenuta a monte della paratoia, è sin dall'inizio composta da materiale granulare e liquido, con concentrazioni pari a $c_v = 0.5$. Una volta aperta istantaneamente la paratoia la miscela si propaga verso valle, su fondo inerodibile, pertanto la simulazione numerica delle esperienze sperimentali trascura le leggi di evoluzione del fondo per il parametro di erosione, condizionando però la possibilità che si verifichi un deposito da parte del materiale solido, in particolare sul piano di valle, dove la miscela rallenta e tende a depositarsi.

Di seguito sono presentati i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate, trattando in maniera disgiunta la fase di propagazione e quella di deposito.

5.2.1 Applicazione della legge reologica di O'Brien e Julien

La scelta della legge reologica da implementare nel modello è stata compiuta tenendo conto della tipologia di materiale coinvolta. Pertanto essendo una colata fangosa e quindi soggetta in predominanza da sforzi di soglia e sforzi viscosi, è stata selezionata la legge reologica sviluppata appositamente per la descrizione di colate fangose ('mudflow') da O'Brien & Julien [1988]. Tale legge, come descritto al paragrafo § 3.2.4, si basa anche su leggi di tipo empirico che hanno richiesto una fase di calibrazione per l'adattamento della stessa. In particolare, le difficoltà legate alla

modellazione numerica in questo caso erano legate alla corretta descrizione, tramite l'adozione di un'unica legge reologica, non solo della propagazione ma anche del deposito della colata.

Comportamento lungo il canale.

La propagazione verso valle di un fenomeno di colata detritica, trascurando la prima fase di innesco, tende a mantenere costante la sua concentrazione, per questo è stato possibile indagare l'evento simulando il 'dam-break' di una colata ipotizzata già innescata a monte. Il comportamento è tipico del cosiddetto '*mudflow*' che si propaga verso valle, lungo il canale, presentando un fronte arrotondato. Le pendenze del fronte d'onda non sono elevate poiché il tutto risulta abbastanza fluido (figura 5.12).

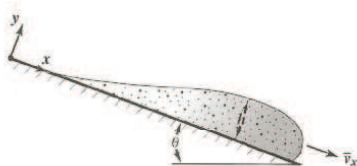
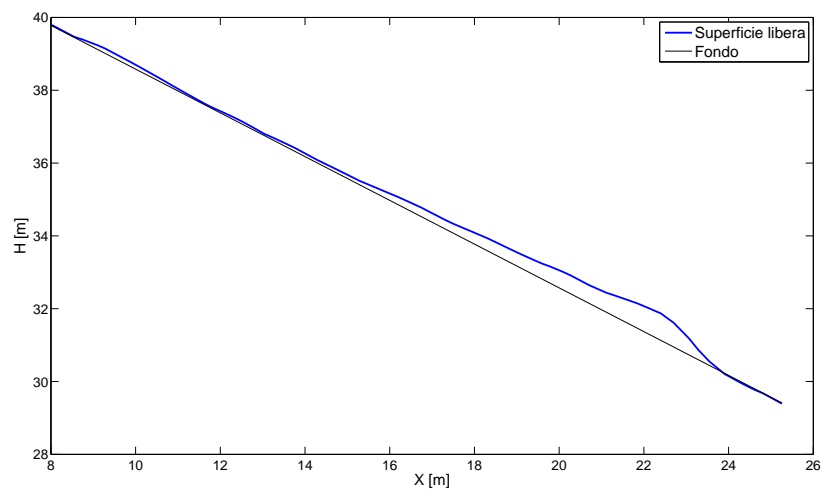


Figura 5.12: Esempio di forma della testa di una colata '*mudflow*' (bib. [12]).

La modellazione numerica ha riproposto la tipologia d'innescio effettuata in laboratorio, che prevedeva il 'dam-break' di una miscela acqua sedimento con concentrazione 0.5. Dopo la fase d'innescio della colata si osserva la formazione dell'onda di propagazione composta dalla miscela rilasciata. In Figura (5.13) è presentato il profilo di propagazione della colata a circa 5 s dall'inizio dell'esperimento. Il fronte dell'onda presenta una forma arrotondata con tiranti di 70 cm circa, il corpo dell'onda ha dimensioni modeste mentre la coda è di forma allungata e nel tempo cresce in dimensione. Inoltre si evidenzia come in soli 5 secondi il fronte dell'onda si è propagato lungo i primi 24 m del canale. La forma dell'onda riprodotta dal modello è in accordo alla teoria del '*mudflow*' (vedi Figura) dove si evidenziano fronti d'onda molto arrotondati caratterizzati da maggior concentrazione di solidi e una coda più allungata e maggiormente fluida. Dopo poco più di 5s, il fronte ha già raggiunto i primi 24m della canale.

La figura 5.13 è rappresentativa della forma iniziale dell'onda, ma durante la fase di propagazione il profilo dell'onda non risulta sempre così regolare. Infatti l'elevata pendenza della canale è responsabile dello sviluppo del fenomeno cosiddetto '*roll waves*' che mostra un susseguirsi di piccole onde, perciò il fronte mantiene le caratteristiche mostrate in partenza, mentre la coda presenta delle irregolarità ondulate (figura (5.14)). Queste irregolarità non sono solo dovute all'elevata inclinazione della canale, ma i fattori sono molteplici e in concomitanza tra loro. Una seconda causa responsabile della formazione delle piccole onde lungo il percorso è la struttura della mesh utilizzata dal modello. Le maglie sono state create da un software adottato per la discretizzazione del dominio ed hanno lati di dimensione 50cm. Ognuna di esse è caratterizzata da un'altezza media che può essere piuttosto differente rispetto a quella delle maglie adiacenti. Questo tipo di discretizzazione è responsabile della formazione di scalini più o meno elevati, i quali provocano accelerazioni e rallentamenti del flusso, con conseguente turbolenza all'interno del moto.

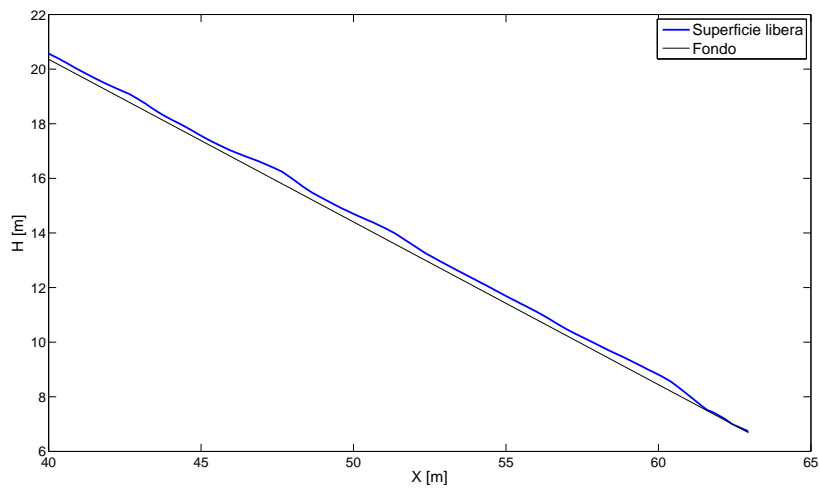


(a) Sezione longitudinale.



(b) Pianta.

Figura 5.13: Profilo di moto dopo 5.55s dall'apertura della paratoia (dam-break).



(a) Sezione longitudinale.



(b) Pianta.

Figura 5.14: Profilo di moto dopo 18.74s dall'apertura della paratoia (dam-break).

Infine, per la verifica del modello, per quanto riguarda la propagazione della colata lungo il canale, sono stati confrontati i risultati di figura 5.15, i quali rappresentano i tiranti di propagazione misurati alle sezioni lontane 2 m, 33 m e 67 m dal 'dam-break', con le analisi riportate da Iverson in figura (4.8). E' stato osservato che in corrispondenza della prima sezione (posizionata 2 m a valle del 'dam-break') i tiranti calcolati raggiungono esattamente l'altezza di quelli misurati nell'esperimento, con un picco pari a 0.65m. I dati sperimentali relativi alle successive sezioni sono invece minori di quelli calcolati con **FV_shock**, infatti figura (4.8) rappresenta i livelli raggiunti nella seconda sezione, con un picco di circa 30 cm, e nella terza sezione, pari a circa 15 cm. Al contrario, i risultati ottenuti in figura (5.15), per la seconda e terza sezione sono dell'ordine dei 40 cm e 30 cm, rispettivamente. L'andamento dei tiranti nel tempo è comunque molto simile, tra i dati sperimentali e numerici, e presenta valori maggiori in corrispondenza dell'arrivo del fronte ed una diminuzione delle altezze al passaggio del resto del corpo. Il moto non è ovviamente regolare e le onde si traducono nel grafico in picchi irregolari che seguono il primo fronte.

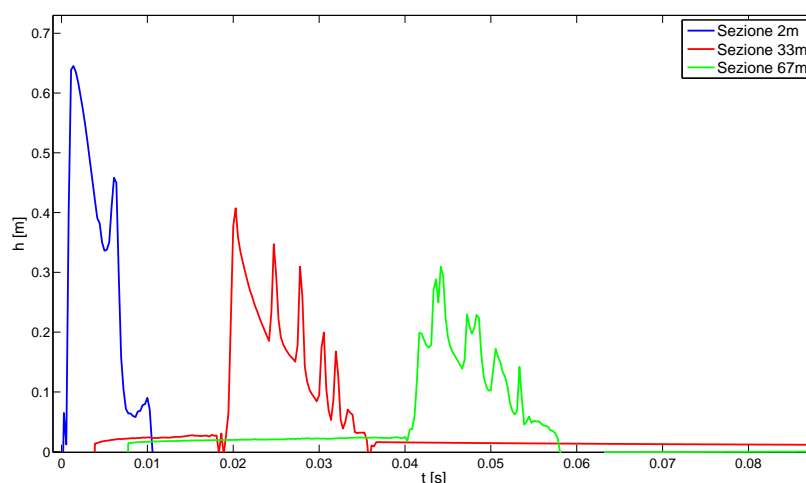


Figura 5.15: Profili di evoluzione dei tiranti nelle sezioni poste rispettivamente a 2m, 33m e 67m dal 'dam-break'.

Per la calibrazione della legge reologica di O'Brien e Julien (eq. (3.21)), sono stati modificati alcuni parametri al fine di riprodurre il comportamento del materiale ricercato.

Come è stato esposto nel capitolo § 3.2.4 i termini di attrito di soglia, viscoso e inerziale possono essere variati inserendo coefficienti appropriati, i quali cambiano in funzione delle caratteristiche del materiale e altre condizioni fisiche e geometriche specifiche. Per questo motivo sono state fatte diverse prove da cui è risultato che alti valori di α_{OJ} influenzano di molto il comportamento della miscela lungo la canale. Infatti, in presenza di elevate velocità, il termine di velocità al quadrato incrementa il valore dell'attrito inerziale e turbolento, provocando un rallentamento o addirittura il deposito totale della miscela lungo il pendio inclinato della canale. Ovviamente un deposito lungo il pendio inclinato a 31° è una condizione fisica impossibile da verificare, soprattutto quando la miscela è satura d'acqua, con angolo di attrito interno inferiore. Per questo motivo si deve intervenire sul valore di α_{OJ} , riducendo la sua influenza lungo il tratto molto pendente, dove le

velocità sono alte.

Il secondo termine della relazione 3.21 è invece il termine legato alla viscosità del sistema. Esso tende ad aumentare con la velocità lineare e a diminuire con l'incremento delle altezze. Questo termine è pensato in funzione della configurazione della tipica onda da 'debris flow', con un fronte caratterizzato da maggiori tiranti e ripidità e da maggiori concentrazioni, ricco di materiale granulare, mentre la coda è allungata e più liquida. Anche in questo caso, però, i risultati mostrano una significativa dipendenza dalla velocità che porterebbe ancora una volta ad un rallentamento eccessivo della massa di materiale fluido lungo la canale. E' stato dunque deciso di intervenire sui coefficienti della relazione (3.10), α_2 e β_2 , e K . I primi sono stati imposti pari ai valori elencati in tabella (3.1), per *Aspen Pit 2*: $\alpha_2 = 0.0538$ e $\beta_2 = 14.5$, ed il coefficiente K è stato imposto pari a $K = 16$.

Così facendo la miscela scorre più velocemente verso valle, assumendo la tipica forma ad onda allungata verso monte e pendente in fronte.

Da ultimo, ma forse più importante, è il termine di soglia τ_y , determinante nella partenza del movimento, poiché è necessario superare questa soglia per poter mobilitare il materiale. Nell'equazione 3.22 il primo termine è inversamente proporzionale al tirante ed alla velocità, perciò si suppone che lungo la canale assumerà valori inferiori rispetto a quelli calcolati in corrispondenza del piano di deposito, debolmente inclinato.

Dando dunque rilevanza al primo termine e diminuendo il contributo dei secondi due, il comportamento lungo la canale rispecchia approssimativamente quello del reale fenomeno fisico indagato. Altro aspetto degno di nota, valido per altre simulazioni è il diverso comportamento che la miscela mostra lungo il suo percorso, nel caso in cui venissero modificati i coefficienti della legge reologica e la concentrazione di materiale alla partenza. Per bassi valori di concentrazione e bassi coefficienti α e β la miscela è molto fluida e date le alte pendenze risulta molto instabile. Le onde che si formano sulla superficie liquida sono rilevanti, perciò la simulazione si blocca ricalcolando gli stessi valori allo stesso passo temporale.

Deposito del materiale sul piano a valle del canale.

La colata, dopo la propagazione lungo il canale a pendenza costante (31°), confluisce lungo un piano posto più a valle caratterizzato da maggiore ampiezza e minor pendenza ($2,5^\circ$). Quest'ultimo viene definito piano di deposito, in quanto in questa area avviene la sedimentazione della mistura di cui è composta la colata. Durante la campagna sperimentale si è osservato la miscela durante la fase di deposito non si comporta più come un fluido mono fase ma la frazione più grossolana si separa da quella fluida. Il deposito si compone da un corpo centrale caratterizzato da maggior concentrazione e le estremità da una minore.

Tale comportamento risulta di difficile modellazione con l'adozione di una sola legge reologica. A tal proposito si è investigato il comportamento della legge di O'Brien anche per quanto concerne la fase di deposito. Le leggi reologiche, che ben simulavano la colata lungo il pendio, ora non sono più in grado di tener fronte al comportamento della massa solido/liquida sul piano di deposito.

La prima componente della variabile di attrito (relazione (3.22)) aumenta di molto quando le velocità si abbassano in corrispondenza della drastica diminuzione di pendenza, per questo motivo pare che il materiale depositi, disponendosi in maniera semicircolare. In realtà esso si muove molto

lentamente, fino a defluire completamente dopo un lungo periodo.

Per ovviare a tale problema è stata imposta una condizione che tenga conto in modo determinante di un valore di soglia oltre il quale il materiale è costretto a fermarsi.

Diverse sono state le analisi effettuate per individuare il parametro di soglia da imporre per una corretta modellazione. Inizialmente è stata ipotizzata una soglia relativo al termine τ_y , per cui superato un certo valore la massa si sarebbe arrestata. Ovviamente, come è intuitivo pensare, all'aumentare della concentrazione solida la massa diventa più densa e peraltro viscosa. In particolare, come è noto dalla letteratura, il fronte è caratterizzato da elevati valori di concentrazione e pertanto maggior sforzo agente. Dunque, è facile che la colata, raggiunto il piano di deposito, abbia difficoltà a mobilitare il fronte, che blocca il resto del materiale a monte. Questo tipo di comportamento, con aumento della concentrazione in corrispondenza del fronte, non è però simulato dal modello preso in considerazione, perciò si presenta il controsenso di avere concentrazioni più elevate a monte ($c_v = 0.5$ in corrispondenza del dam-break) e via via in diminuzione lungo la canale, fino al raggiungimento del piano di deposito. Il risultato sarà una diminuzione del valore della τ_y nella zona di deposito. Sarà dunque inutile porre un limite troppo basso in corrispondenza di tale grandezza, poiché c'è il rischio di far depositare il materiale a monte, subito dopo la fase di innesco. D'altro canto, se il limite imposto al termine τ_y è molto alto, questo non influenzerà per nulla il comportamento del deposito, perciò la colata tende a scorrere all'infinito, senza mai depositare. Successivamente è stato ipotizzato un limite al valore completo di **Sf**, calcolato nella relazione (3.21), ma anche in questo caso non è stato ottenuto il risultato desiderato. Il valore totale di Sf è infatti influenzato dai termini viscosi e turbolenti, oltre a quello di soglia, funzione di τ_y . Questi ultimi due termini saranno infatti superiori durante la fase di propagazione lungo il canale e quindi imporrebbero un blocco del materiale in una zona dove, al contrario, il flusso dovrebbe presentarsi quasi indisturbato. Infine l'opzione che pare dover fornire migliori risultati è l'imposizione di una soglia riferita al primo termine completo della **Friction** (eq. 3.22): $\frac{\tau_y}{\gamma_{mix} h U}$.

La calibrazione del modello è veramente problematica, soprattutto nelle fasi di innesco e deposito, poiché il meccanismo di conservazione della quantità di moto in termini di trasporto e dissipazione di energia differisce molto da evento ad evento. Inoltre, i vari coefficienti assunti nelle leggi reologiche devono rappresentare allo stesso tempo gli effetti di attrito dato dalla scabrezza al fondo e dagli sforzi viscosi turbolenti dovuti alla propagazione della colata. L'adozione di un'unica legge di resistenza, però, differisce molto da quella statica agente durante la fase di deposito. Infatti nell'ultima fase di deposito, la colata mostra un comportamento sia fluido che solido, molto difficile da modellare (Iverson [12]). Sarebbe dunque necessario implementare un codice in grado di interpretare il comportamento di una miscela bifasica, non monofasica come è stata assunta in questo lavoro di tesi. Nonostante tutte le difficoltà del caso, sono stati ottenuti dei risultati che mostrano un valido confronto con la realtà.

La figura 5.16 mostra in modo approssimativo la forma del deposito che si blocca sul piano a debole pendenza. Ricordando i risultati sperimentali e del modello di Iverson & Delinger (figura 4.10), si nota che la forma allungata del deposito è anche qui riprodotta. Il materiale tende però ad espandersi un poco in direzione perpendicolare al moto, rendendo il deposito allargato e di minor spessore. A differenza dei dati ottenuti in campo, le altezze raggiunte dal deposito non superano i 6cm, quindi con una sottostima di ben 10cm rispetto al dato sperimentale. Questo tipo di risoluzione del problema numerico richiede uno studio ben più approfondito ed un approccio al problema

differente da quello valido per il moto in canale.

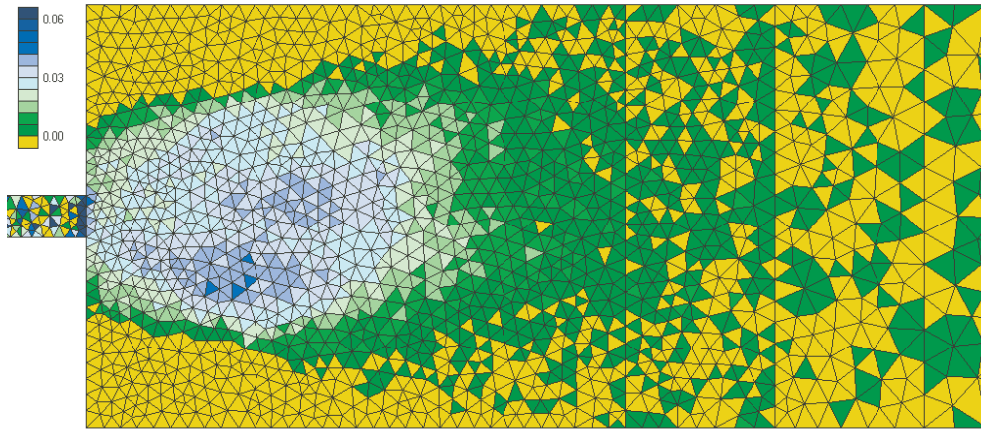


Figura 5.16: Immagine in pianta del deposito sul piano leggermente inclinato.

5.3 Erosione di un fondo inclinato e trasporto del materiale solido

Nella presente sezione sono state condotte le simulazioni che riproducono le campagne sperimentali di Lanzoni & Tubino [1993]. Inizialmente è stata creata una griglia di calcolo per la rappresentazione della canaletta, al cui termine è stato aggiunto un piano orizzontale (figura 5.17). Sebbene tale piano non sia presente nella versione originale della canaletta, utilizzata negli esperimenti svolti nel Laboratorio di Idraulica dell'università di Genova, esso è stato aggiunto al fine di indagare anche la fase di deposito della colata.

Le simulazioni qui attuate si ripropongono di analizzare un evento su piccola scala, studiando il processo di innesco della colata e seguente propagazione della stessa. Per fare ciò sono state simulate due tipologie di innesco:

- **Immissione di portata costante su fondo erodibile.** A monte della canaletta viene immessa una portata d'acqua costante con concentrazione pari a 0.1.
- **'Dam Break' su fondo erodibile.** Nella parte iniziale della canaletta, un volume di acqua "pulita" è ritenuto a monte di una paratoia che viene rimossa istantaneamente all'istante iniziale $t=0$ s.

5.3.1 Immissione di portata costante su fondo inclinato ed erodibile

La canaletta di figura 5.17 è inizialmente riempita da uno strato di materiale granulare, in condizioni sature. La colata detritica è generata sollecitando con un'assegnata portata liquida un materasso di sedimenti, di spessore 10cm, al di sotto del quale è presente il fondo fisso, piano inferiore della canaletta. Il materiale utilizzato nelle simulazioni ha le seguenti caratteristiche: grani omogenei di

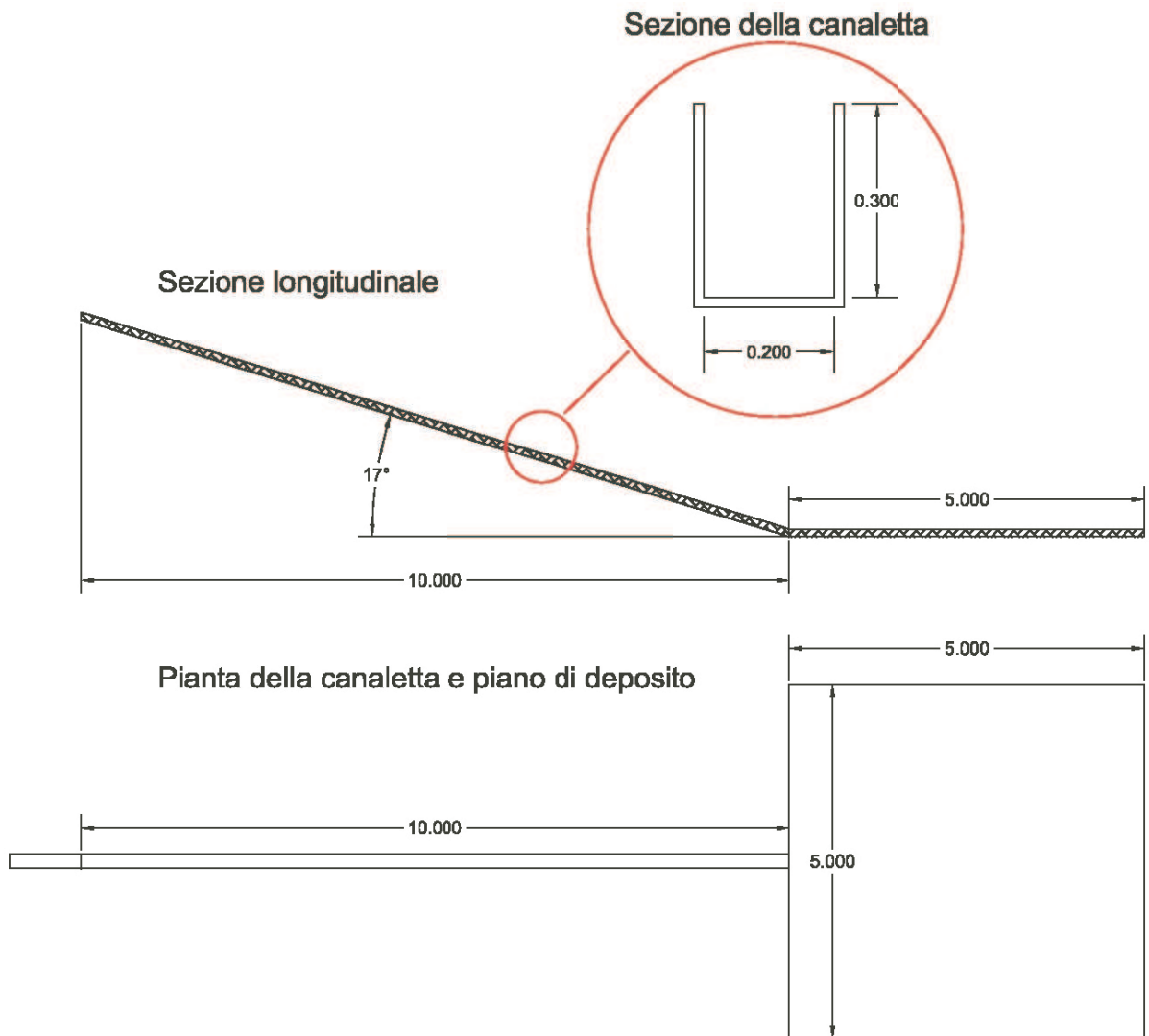


Figura 5.17: Geometria della canaletta su modello di quella del laboratorio di Ingegneria Idraulica, Padova

diametro pari a 5mm e peso specifico di $25994N/m^3$.

Per la verifica del modello sono state effettuate delle simulazioni che differiscono in termini di leggi reologiche e di erosione e deposito del fondo. I risultati sono stati poi paragonati con quelli misurati in laboratorio, durante la campagna sperimentale.

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

Gli esperimenti della campagna sperimentale di Lanzoni & Tubino [1993] sono stati simulati applicando la legge reologica di Takahashi e le relazioni di erosione e deposito di Takahashi, secondo Valiani e Caleffi.

I fenomeni di innesco e propagazione sono molto sensibili agli sforzi agenti, perciò è necessario che le leggi reologiche e di erosione e deposito qui applicate siano in grado di riprodurre il comportamento della colata di detriti. In particolare il termine di attrito, descritto tramite le relazioni (3.32) e (3.33), influenza non solo la fase di propagazione della colata, ma in questo caso è capace di influenzare in maniera sostanziale anche la morfodinamica del sistema. Come accade nella realtà, fenomeni del genere sono soggetti ad elevati sforzi inerziali, responsabili dell'innalzamento del valore del termine di attrito stesso. Allo stesso tempo elevati valori di attrito ed erosione presuppongono angoli di attrito interno del materiale anch'essi elevati, i quali sono supposti variabili all'interno del range $40^\circ \div 45^\circ$.

Tre diverse simulazioni sono state riproposte, applicando la stessa reologia e condizione di erosione e deposito di Takahashi. Sono stati invece variati i valori di portata costante immessa a monte della canaletta ed il diametro delle particelle presenti sul fondo:

- **Caso I.** Immissione di portata costante pari a 1.2 l/s con concentrazione 0.1. Diametro delle particelle solide al fondo pari a 5.0mm.
- **Caso II.** Immissione di portata costante pari a 1.2 l/s con concentrazione 0.1. Diametro delle particelle solide al fondo pari a 5.5mm.
- **Caso III.** Immissione di portata costante pari a 2.8 l/s con concentrazione 0.4. Diametro delle particelle solide al fondo pari a 5.8mm.

Caso I. Nella prima simulazione è stata immessa in canaletta una portata di 1,2 l/s di acqua contenente una concentrazione molto bassa di sedimenti, pari a 0.1. Si è visto che il modello richiede una irrisoria quantità di sedimento iniziale presente nel flusso entrante, altrimenti l'erosione non ha nemmeno inizio oppure accade che la simulazione blocchi il materiale a metà del suo percorso. Per la prima riproduzione numerica del fenomeno sono stati imposti i seguenti parametri: $a_B = 0.5$, $\tan \alpha = 0.35$ e $\tan \phi = 0.89$.

Volendo confrontare i dati degli esperimenti di Tubino e Lanzoni (§4.3.2) si presentano i grafici di evoluzione temporali riferiti ai livelli della miscela nelle sezioni I (a 6,4m dal punto di immissione della portata) e II (a 7,8m dal punto di immissione della portata). Il livello rimane inalterato sino al passaggio dell'onda, che coincide con il picco della superficie libera in figura (5.18a) e figura (5.18b), dopo di che i tiranti diminuiscono gradualmente. Allo stesso tempo il fondo abbassa il suo livello ed il materiale del fondo eroso viene portato a valle dalla colata stessa. Il comportamento è tipico delle colate di detriti, a meno della propagazione del corpo a tirante costante. I risultati

sperimentali, infatti, mostrano in figura 4.12 una fase intermedia in cui il corpo della colata si propaga mantenendo uno spessore costante.

I livelli raggiunti sono dell'ordine dei $15 \div 25\text{cm}$, quindi sovrastimano i dati ricavati in laboratorio, misurati sperimentalmente e riportati in figura 4.13a, pari a 4.0cm . Probabilmente, tale condizione è dovuta ad una deformazione della curva della superficie libera verso l'alto. Infatti l'area sottesa dalla curva blu (superficie libera) in figura (5.18) è sempre la stessa, dato che la portata rimane costante, ma si sviluppa in altezza piuttosto che in larghezza.

Altra caratteristica da notare in corrispondenza del profilo della superficie libera in figura (5.18b) è l'andamento irregolare della medesima superficie libera nel tempo: i picchi indicano l'arrivo di ondate seguenti, in corrispondenza della sezione II. Questo fenomeno è lo stesso verificatosi nell'esperimento di Iverson (§4.2.1) dove, in corrispondenza di pendenze elevate e lunghe distanze da percorrere, possono formarsi le cosiddette 'roll waves', caratterizzate dalla successione di tanti fronti che si rincorrono.

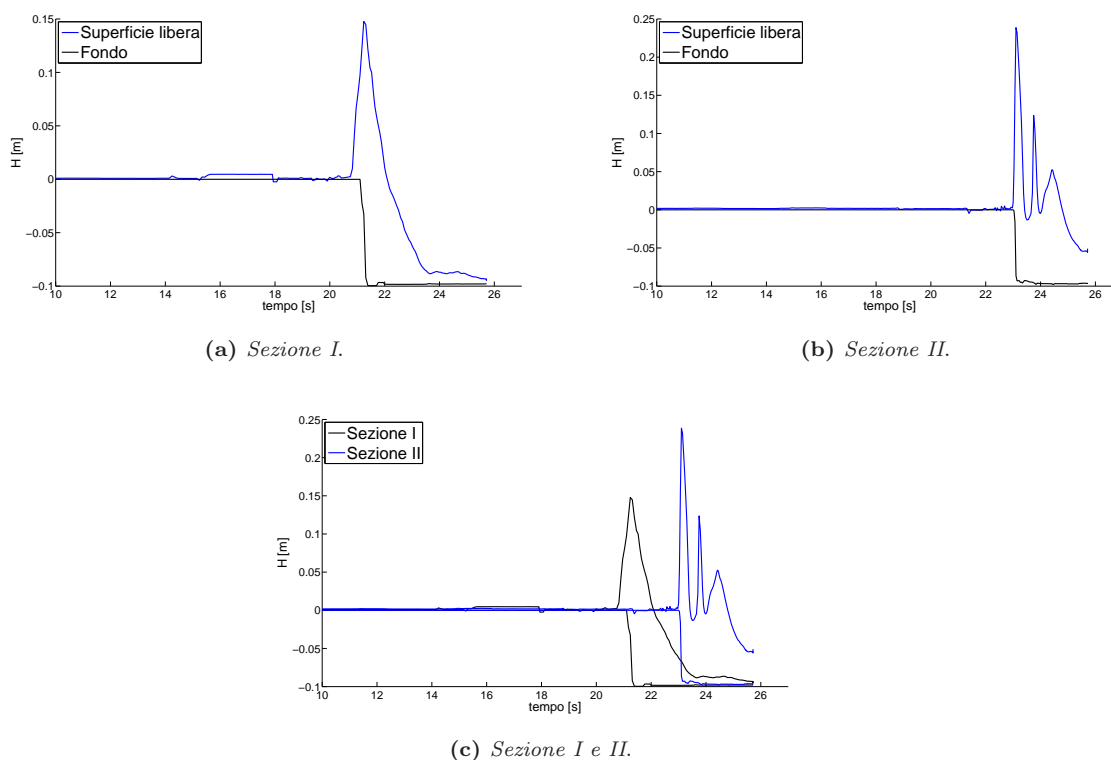


Figura 5.18: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie nelle sezioni I e II, con portata 1.2 l/s , per il **Caso I**.

Altra grandezza degna di nota è la velocità di propagazione della colata. Nelle stesse sezioni I e II, nonostante le velocità non siano esattamente regolari, assumono valori dell'ordine degli 0.4m/s , superiori quindi alle misure effettuate in laboratorio (figura 4.13b), dove la velocità era stata stimata pari a 0.337m/s .

La propagazione della colata lungo l'intera canaletta avviene all'interno di un periodo di tempo stimato pari a circa 25s . È interessante fotografare alcune fasi della propagazione per indagare

la forma dell'onda e l'evoluzione del fondo, in corrispondenza di precisi passi temporali. La figura (5.19a) evidenzia la fase di innesco della colata, che ha inizio dopo circa 5s dal primo istante di immissione di portata. L'acqua procede erodendo il fondo e di conseguenza accumulando materiale che viene trasportato a valle. La forma del fronte ripido seguito da un piccolo corpo e la coda allungata verso monte è rispettato in figura (5.19b) e (5.19c), nonostante le irregolarità del fondo determinino la presenza di ondulazioni in corrispondenza della superficie libera.

Il fenomeno qui rappresentato è il cosiddetto 'stony debris flow', il quale coinvolge materiali di pezzatura relativamente elevata: durante la fase di propagazione della colata il fronte avanza erodendo il fondo ed arricchendosi di materiale solido.

Come si osserva in figura (5.19), durante tutta la fase di propagazione della colata, il fondo viene eroso quasi in corrispondenza del fronte. Facendo riferimento ai dati sperimentali, l'erosione di sarebbe dovuta verificare in ritardo rispetto a quanto riportato dalla simulazione. Tale evoluzione del fondo potrebbe essere la causa della mancata presenza del corpo della colata.

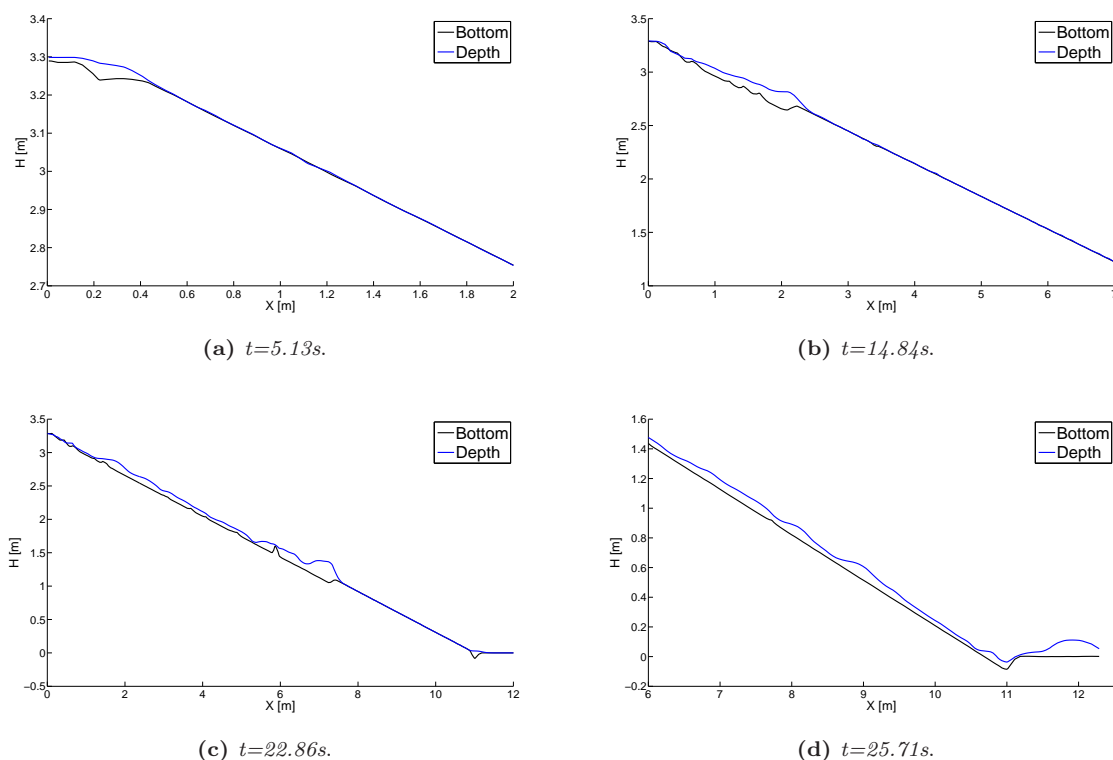


Figura 5.19: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il **Caso I**.

In figura (5.19d) la colata ha ormai raggiunto il piano di deposito, dove è costretta a rallentare e fermarsi. Nonostante gli esperimenti di Tubino e Lanzoni non prevedevano alcun deposito finale, si è voluto comunque indagare la presenza di un piano di deposito, il quale sostituisce l'originale canaletta presente in laboratorio, utilizzata per l'asportazione del materiale in arrivo da monte. Dopo circa 26s la simulazione numerica si blocca in corrispondenza dello medesimo istante 25.71s, denotando il comportamento statico della colata. Il materiale si è a questo punto fermato sul piano di deposito e non è più in grado di avanzare. Il deposito rappresentato in figura 5.20 è un poco

allungato, caratterizzato da una forma arrotondata ed un allargamento laterale. I tiranti superano i 10cm nelle zone centrali blu e si abbassano alle estremità del deposito.

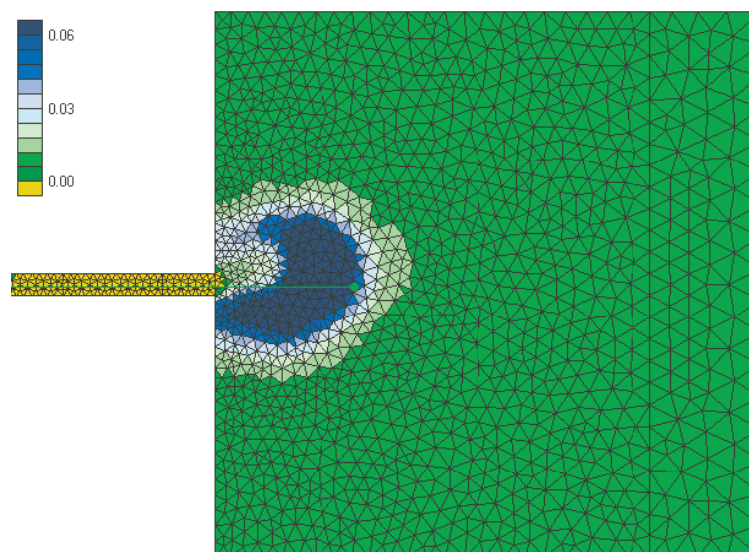


Figura 5.20: Deposito a valle della canaletta, nel caso di portata costante 1.2 l/s, per il **Caso I**.

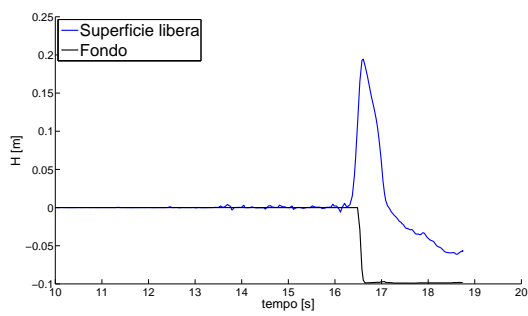
Caso II. La seconda simulazione è stata effettuata immettendo la stessa portata a monte, pari a 1.2 l/s, con concentrazione pari a 0.1. Di conseguenza sono stati imposti differenti valori dei parametri che intervengono nelle relazioni di attrito per il calcolo del termine S_f (eq. (3.32) e (3.33)) e nelle relazioni di erosione e deposito (eq. 3.41). In particolare sono stati variati i valori del coefficiente di Bagnold $a_B = 0.4$, del parametro $\tan \alpha = 0.35$ e della tangente dell'angolo di attrito interno del materiale $\tan \phi = 0.93$. Nell'attribuzione dei diversi valori ai precedenti parametri, è stato riscontrato un problema di conflitto tra diametro dei sedimenti e valore della tangente dell'angolo interno: infatti, per piccoli diametri dei sedimenti coinvolti nella simulazione devono essere imposti angoli di attrito interno meno elevati, e viceversa. Per questo preciso caso è stata aumentata la $\tan \phi$ e di conseguenza anche il diametro $d=5.5\text{mm}$.

In figura (5.21) si osserva un incremento dei tiranti nelle sezioni I e II, dovuti ad una maggiore erosione del fondo che incide sull'aumento dei sedimenti trasportati. Infatti, l'aumento del parametro $\tan \phi$ e del diametro dei sedimenti corrisponde ad un incremento dell'evoluzione del fondo, il cui materiale eroso influenza notevolmente i risultati numerici di calcolo dei volumi, durante la propagazione della colata. Il risultato è un aumento dei tiranti della superficie libera (figura 5.21c), i quali raggiungono i valori di $20 \div 30\text{cm}$ in corrispondenza delle sezioni I e II.

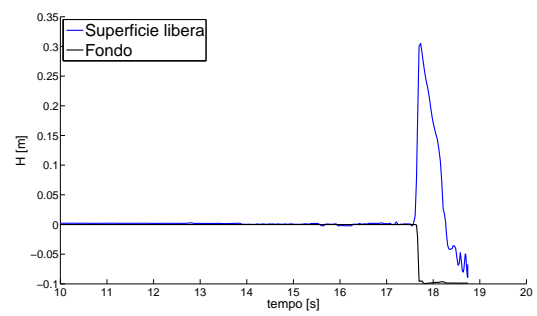
Osservando l'andamento della curva della superficie libera in figura (5.21b), si nota una minore irregolarità del profilo e la mancanza dei picchi riscontrati in figura (5.18b). Tale fenomeno potrebbe essere dovuto al fatto che il fondo viene eroso uniformemente, rimanendo privo di irregolarità sulla superficie di contatto con la colata.

Le velocità sono state indagate allo stesso modo delle precedenti. I valori di velocità tra le sezioni I e II sono incrementati, raggiungendo gli 0.6 m/s: ciò giustifica il minor tempo impiegato dalla colata per raggiungere il fondo della canaletta e depositarsi sul piano, pari a 18.74s.

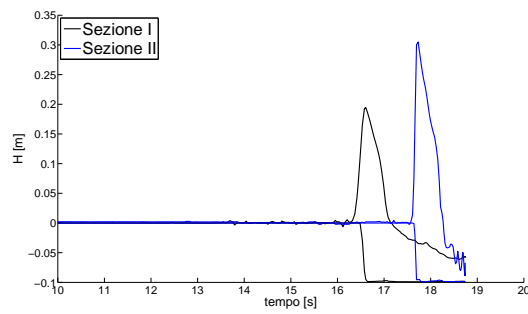
La figura (5.22a) rappresenta una fase subito successiva all'innesco, che anche in questo caso si



(a) Sezione I.



(b) Sezione II.



(c) Sezione I e II.

Figura 5.21: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie nelle sezioni I e II, con portata 1.2 l/s, per il **Caso II**.

verifica dopo qualche secondo dal primo istante di immissione di portata costante. Negli istanti successivi l'onda di colata si propaga verso valle erodendo il fondo: in figura 5.22b e 5.22c si distingue il fronte della colata rispetto al corpo, che mostra un tirante quasi costante, tipico di figura 4.12. Sono comunque presenti alcune imperfezioni del profilo della superficie libera, dovute alle irregolarità del fondo che accentuano le turbolenze presenti durante la fase di propagazione. L'erosione del fondo che si osserva in figura (5.22) è piuttosto regolare, soprattutto nella fase finale, ma anticipata rispetto all'evoluzione del fondo che caratterizza questo tipo di propagazione (figura 4.12). Come accadeva nel **Caso I**, la zona di prima erosione del fondo coincide con la posizione del fronte, mentre ci si dovrebbe aspettare un ritardo della stessa, in corrispondenza della fine del corpo della colata. Il passaggio dell'onda è minimamente antecedente l'inizio dell'erosione, perciò bisognerebbe perfezionare il risultato, posticipando di poco il fenomeno erosivo.

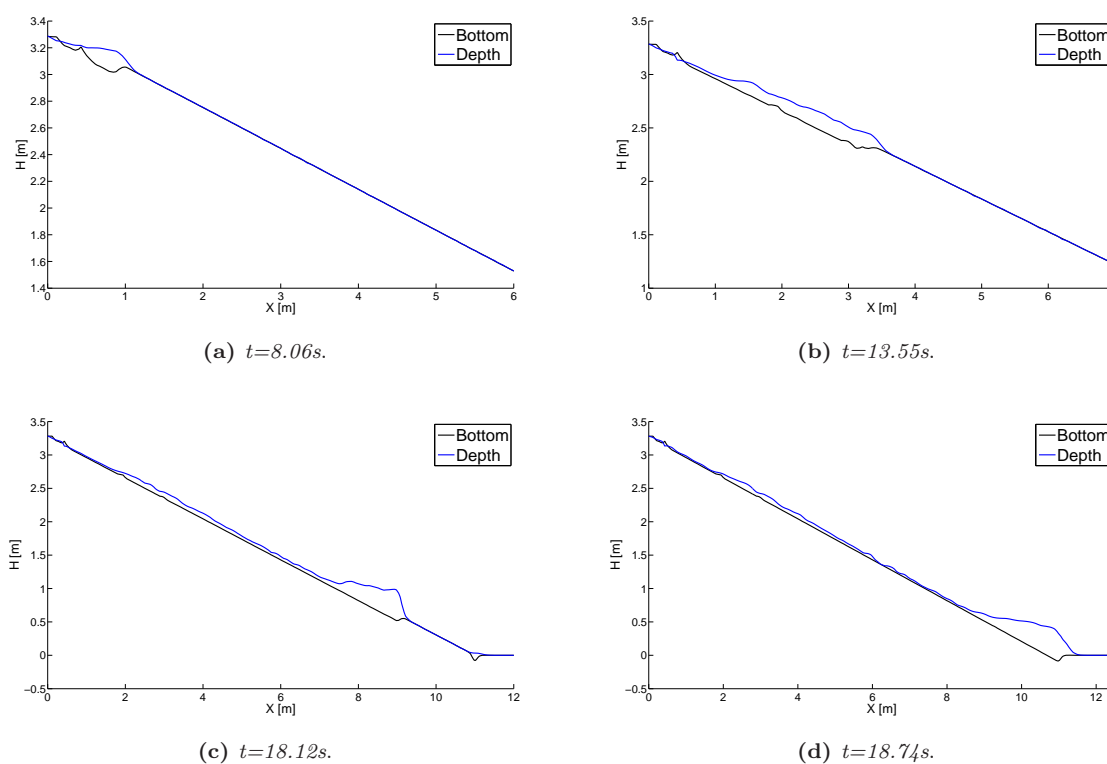


Figura 5.22: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il **Caso II**.

Il volume della miscela coinvolta durante la propagazione aumenta in accordo con l'aumento di materiale solido proveniente dal fondo. Come è evidente dalle figure 5.22d e 5.23, il fronte della colata ricca di detriti viene subito frenato, non appena raggiunge il piano orizzontale, e deposita. Di conseguenza il resto del materiale proveniente da monte si blocca all'interno della canaletta e non è in grado di procedere. Tale comportamento è giustificato dal fatto che il materiale solido mobilitato ha un diametro ed un angolo di attrito interno superiori rispetto al caso precedente (**Caso I**). Il fenomeno rappresentato è uno 'stony debris flow', il quale risente molto dei cambiamenti di pendenza e tende a depositare non appena incontra un piano orizzontale, quale è il piano posto al

termine della canaletta.

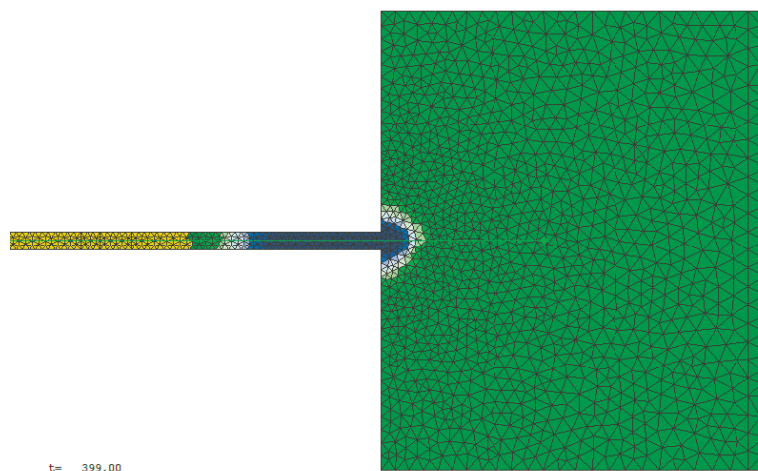


Figura 5.23: Deposito a valle della canaletta, nel caso di portata costante 1.2 l/s, per il **Caso II**.

Caso III. L'ultima simulazione effettuata per questa combinazione di leggi reologica e di erosione/deposito prevede l'immissione di una portata costante di 2.8 l/s. L'angolo di attrito interno è stato mantenuto identico al precedente **Caso II**, ponendo $\tan \phi = 0.93$, mentre è stato abbassato il valore di $a_B = 0.042$ e $\tan \alpha = 0.35$. In questo caso il modello richiedeva un'immissione di portata con un alto contenuto di materiale solido, la cui concentrazione era pari a 0.4.

La figura (5.24) mostra un andamento della superficie libera nel tempo, in corrispondenza delle sezioni I e II, molto simile a quello di figura (5.21). I tiranti massimi raggiunti sono ancora una volta pari a circa $20 \div 30\text{cm}$. Tale condizione presuppone che il volume di colata in propagazione dipenda soprattutto dall'angolo di attrito interno del materiale. Infatti, i risultati ottenuti al **Caso I**, dove era stata imposta $\tan \phi = 0.89$, sono gli unici a presentare valori dei tiranti inferiori rispetto a quelli calcolati in **Caso II** e **Caso III**. I valori dei tiranti in figura (5.24) sono confrontati quelli del grafico 4.13a, riferiti a portate di 2.8 l/s e pendenze del fondo della canaletta di 17° . Nelle esperienze sperimentali le altezze della colata durante la propagazione erano state stimate pari a circa 5.7cm, quindi di gran lunga inferiori a quelli ottenuti durante la simulazione matematica.

Anche i valori delle velocità calcolate durante la simulazione numerica sono superiori rispetto a quelli dei risultati sperimentali. Infatti, se durante le campagne sperimentali è stata misurata una velocità pari a circa 0.625 m/s, la simulazione calcola i valori di velocità pari a circa 1.2 m/s. Inoltre tale valore di velocità è sicuramente superiore a quello di **Caso I** e **Caso II**, poiché qui la colata riesce a raggiungere il piano di deposito e bloccarsi in meno di 9s. Tale differenza nei risultati è probabilmente conseguenza delle condizioni di attrito attribuite al **Caso III**, dove al parametro a_B è stato imposto un valore piccolo.

I profili di moto nel tempo non sono stati qui riproposti in tutte le loro parti poiché molto simili ai casi precedenti. Dopo i primi secondi necessari all'innesco della colata, l'onda si propaga erodendo il fondo e mostrando la tipica forma con fronte pendente e coda allungata verso monte. In figura (5.25) sono riportati gli ultimi due istanti significativi dell'evento. In particolare figura (5.25a) riprende l'istante della simulazione in cui il fronte ha quasi raggiunto la fine della canaletta, dove si osserva la presenza di una seconda onda in arrivo da monte, conseguenza del tipico fenomeno

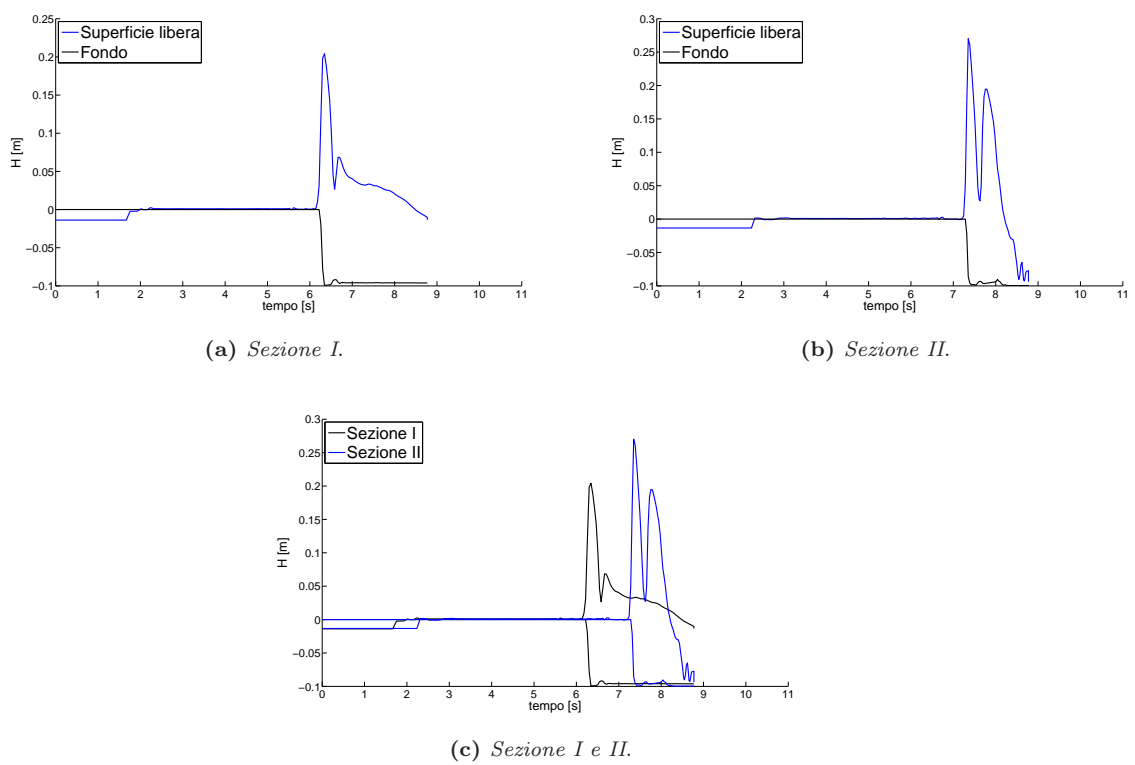


Figura 5.24: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie nelle sezioni I e II, con portata 2.8 l/s, per il **Caso III**.

cosiddetto 'roll waves'.

Al termine della simulazione (figura 5.25b) la propagazione della colata è bloccata a causa della presenza del piano di deposito che obbliga il materiale a depositare anche lungo la canaletta.

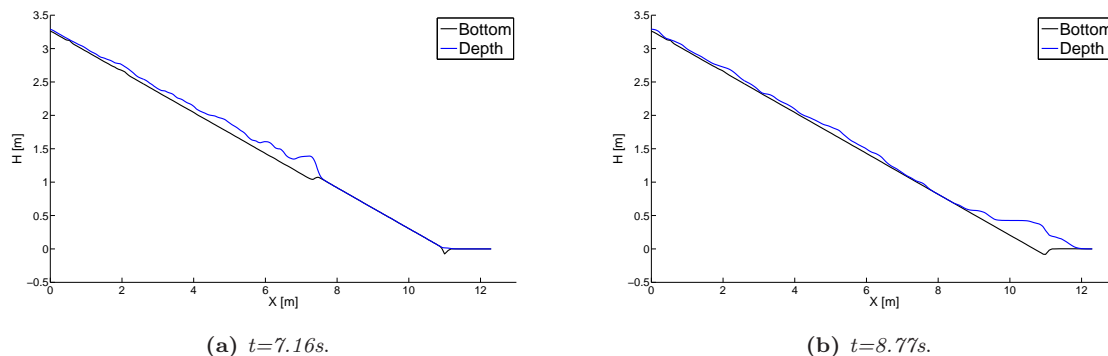


Figura 5.25: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il **Caso III**.

La figura 5.26 mostra il deposito in pianta e presenta tiranti superiori ai 25cm in alcune zone.

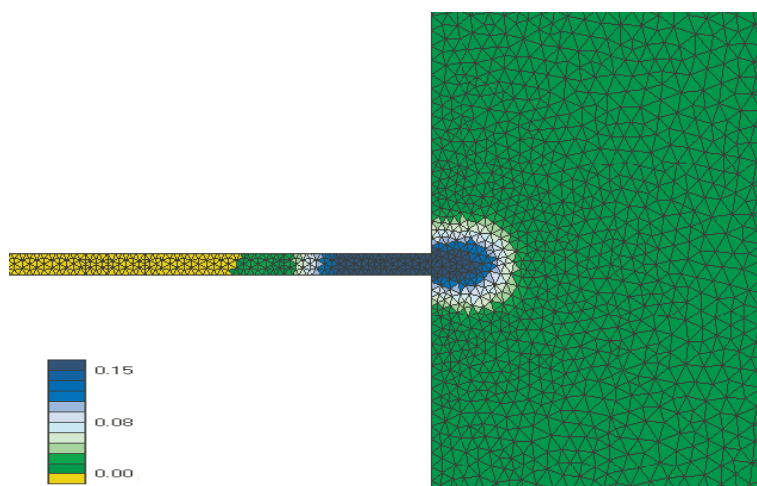


Figura 5.26: Deposito a valle della canaletta, nel caso di portata costante 2.8 l/s, per il **Caso III**.

Quest'ultima simulazione permette di concentrare l'attenzione sull'evoluzione dei volumi coinvolti nell'evento di propagazione. E' stato riscontrato che il parametro $\tan \phi$ è determinante nella previsione dei volumi trasportati, infatti solo nella prima simulazione questo era inferiore e l'ondata era risultata ridimensionata.

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashgira e Ashida.

Gli esperimenti della campagna sperimentale di Lanzoni & Tubino [1993] sono stati simulati applicando la legge reologica di Takahashi e le relazioni di erosione e deposito proposte da Egashgira & Ashida.

Le condizioni al contorno proposte per questa simulazione prevedono l'immissione di portata costante a monte pari a 1.2 l/s e la composizione dello strato erodibile al fondo formata da sedimenti di diametro 5mm. Seguendo gli stessi passi riproposti alla sezione precedente, sono stati variati alcuni parametri determinanti nel calcolo dei termini di attrito S_f (eq. (3.32) e (3.33)) e delle componenti di erosione e deposito (eq. eqErDepEgashiraAshida). In particolare sono stati variati i valori del coefficiente di Bagnold $a_B = 0.7$, del parametro $\tan \alpha = 0.4$ e della tangente dell'angolo di attrito interno del materiale $\tan \phi = 0.73$. Per quanto riguarda i valori dei termini di erosione e deposito sono stati imposti $k_{EAer} = 1.1$ e $k_{EAdep} = 1.0$. Questi ultimi due coefficienti non possono essere troppo differenti tra loro, altrimenti il modello non è in grado di riprodurre l'evento e si blocca dopo pochi istanti. E' preferibile agire sui valori degli altri parametri che influenzano i termini di erosione e deposito: il termine S_f , che interviene nel calcolo dell'erosione, e $\tan \phi$, che interviene nel calcolo del deposito. Per stabilire i valori dei parametri appena elencati, sono state effettuate diverse simulazioni, modificando di volta in volta i termini significativi fino al raggiungimento della soluzione che pareva meglio rappresentare l'esperimento reale.

La figura (5.27) mostra l'andamento dei tiranti della superficie libera rispetto al tempo. I valori raggiunti in questo caso sono dell'ordine dei $6 \div 8\text{cm}$, quindi le altezze possono essere paragonate con i valori ottenuti durante la campagna sperimentale, pari a 4.0cm. La forma dei profili della superficie libera è piuttosto irregolare, ma presenta un abbassamento costante nel tempo, il quale segue lo stesso andamento dell'evoluzione del fondo. Tali irregolarità della superficie sono dovute al carattere turbolento del flusso ed alla non linearità del fondo. Il salto della superficie libera, descritto in corrispondenza dell'istante $t=9\text{s}$ per la sezione I (figura (5.27a)) e $t=12\text{s}$ per la sezione II (figura (5.27b)), evidenzia il momento di arrivo del fronte della colata. Il fronte dunque presenta la ripidità caratteristica della propagazione ed è seguito da un corpo che mantiene nella prima fase uno spessore costante.

L'erosione del fondo non è qui immediata come accadeva nella simulazione precedente (figura 5.24), ma dopo il passaggio del fronte che abbassa improvvisamente il livello di circa 3cm, il fondo erode in maniera graduale. Questo tipo di risultato è sicuramente dovuto all'attribuzione di un basso valore per la $\tan \phi$.

La figura (5.28) descrive l'andamento delle velocità nel tempo, per la sezione I e II. I valori delle velocità presentano delle irregolarità, pur rimanendo sempre all'interno del range $0.5 \div 0.7\text{m/s}$. Tali valori sovrastimano i reali dati acquisiti durante la campagna sperimentale (0.337 m/s), poiché l'attrito calcolato numericamente è probabilmente inferiore a quello realmente agente. In tal modo la colata detritica può propagarsi più rapidamente, non essendo frenata da forze di attrito agenti.

In figura (5.29) si può osservare l'evoluzione della propagazione della colata, sino al raggiungimento del piano di deposito.

La fase di innesco è molto rapida, infatti dopo il primo secondo, figura (5.29a), la colata ha già percorso il primo tratto della canaletta. La propagazione della colata presenta il fronte piuttosto arrotondato ed il corpo e coda che si confondono tra loro, presentando una forma allungata verso monte.

L'erosione del fondo si sviluppa in corrispondenza del passaggio del fronte durante la propagazione e presenta un accenno di deposito in corrispondenza dell'inizio del piano di deposito (figura 5.29d)

Una volta terminata la fase di propagazione della colata, la miscela comincia a depositare parte

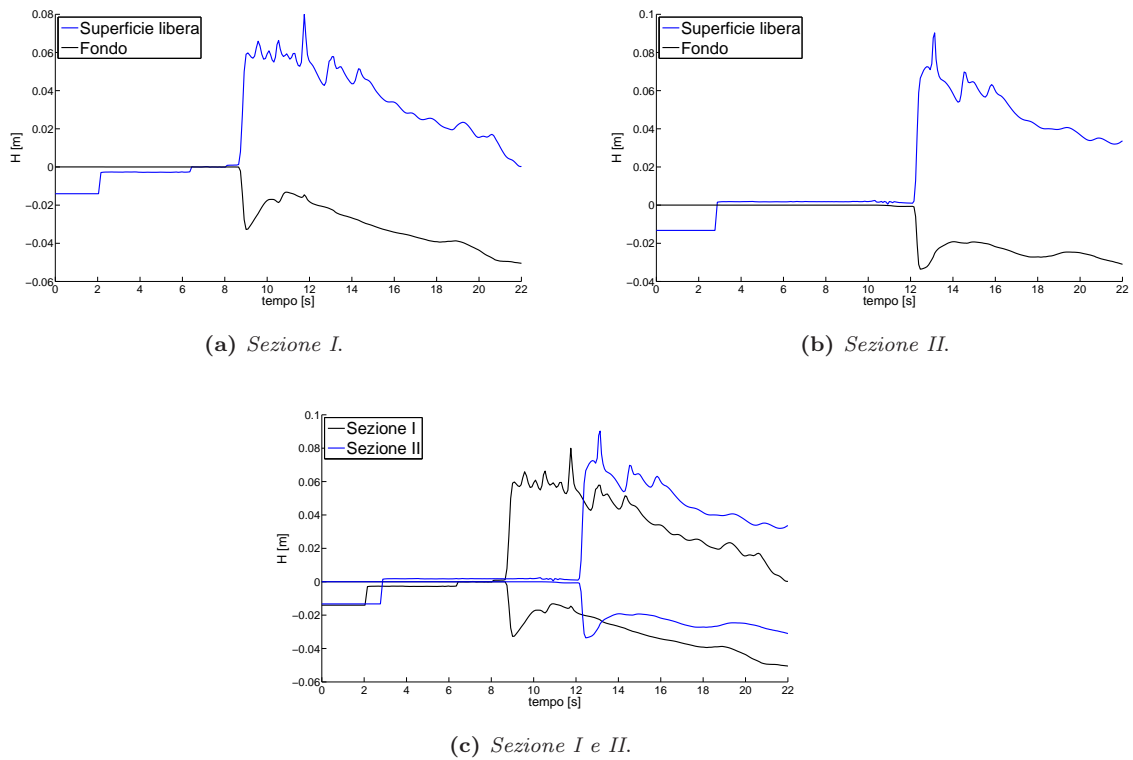


Figura 5.27: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie nelle sezioni I e II, con portata 1.2 l/s, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashgira e Ashida.

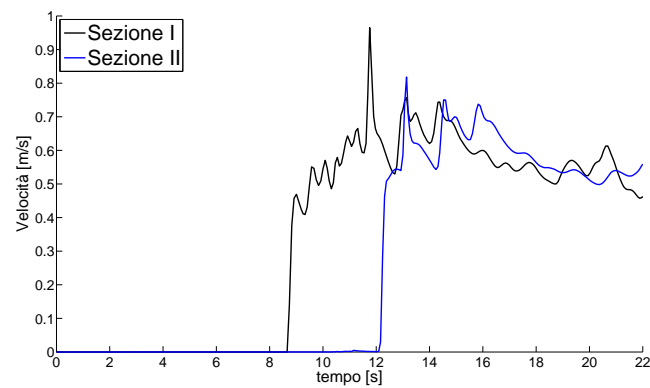


Figura 5.28: Andamento delle velocità nelle le sezioni I e II, con portata 1.2 l/s, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashgira e Ashida.

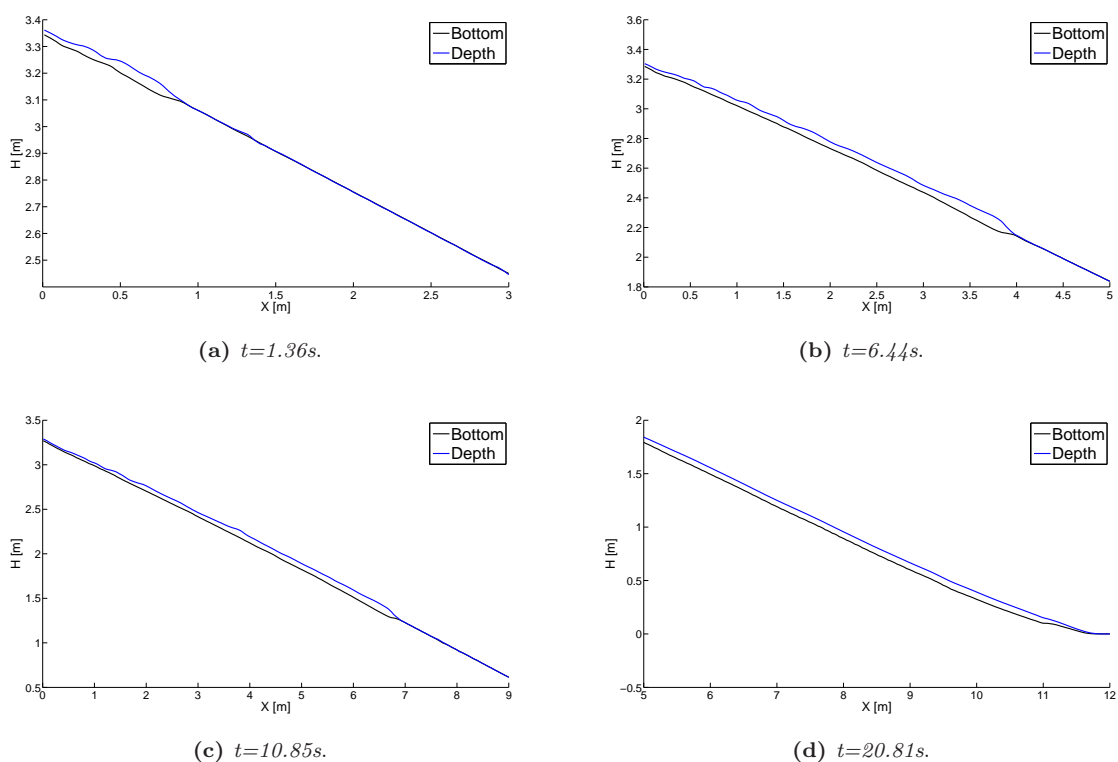


Figura 5.29: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashgira e Ashida.

della sua componente solida, creando un ostacolo al suo procedere e bloccando gran parte del materiale nella canaletta a monte. La forma del deposito sul piano orizzontale è ancora una volta molto arrotondata. Lo 'stony debris flow' è molto solido, quindi non permette l'avanzamento della miscela come accade nel caso di 'mud flow'. Tale comportamento giustifica il deposito precoce di forma arrotondata e la fermata di gran parte del materiale lungo la canaletta.

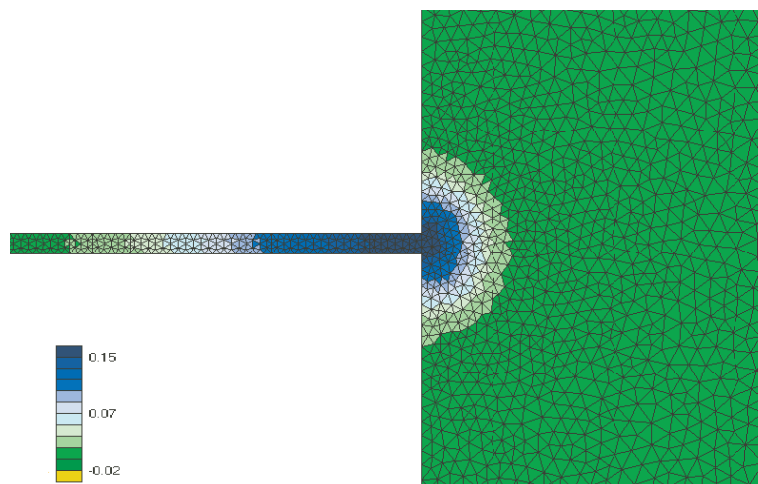


Figura 5.30: Deposito a valle della canaletta, nel caso di portata costante 1.2 l/s, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello di erosione e deposito di Egashgira e Ashida.

Applicazione della reologia di Takahashi e del modello con tassi di erosione e deposito costanti.

In questa sezione, gli esperimenti della campagna sperimentale di Lanzoni & Tubino [1993] sono stati simulati applicando la legge reologica di Takahashi e le relazioni di erosione e deposito con coefficienti costanti.

Le condizioni al contorno proposte per questa simulazione prevedono l'immissione di portata costante a monte pari a 3.0 l/s, formata da acqua limpida priva di alcun sedimento solido, e la composizione dello strato erodibile al fondo formata da sedimenti di diametro 5mm. Le leggi applicate a questo tipo di simulazione richiedono l'imposizione dei valori da attribuire ai termini significativi: i termini di attrito S_f (eq. (3.32) e (3.33)) e le componenti di erosione e deposito (eq. (3.40)). In particolare sono stati variati i valori del coefficiente di Bagnold $a_B = 0.5$, del parametro $\tan \alpha = 0.4$ e della tangente dell'angolo di attrito interno del materiale $\tan \phi = 0.93$. Per quanto riguarda i valori dei termini di erosione e deposito sono stati imposti $Upset=0.01$ e $Settling=10^{-5}$. In figura (5.31) è rappresentato l'andamento della propagazione della colata ad istanti successivi. Tale simulazione mostra dei risultati molto particolari in tutti i suoi aspetti. Innanzitutto si osserva un andamento del fondo rettilineo nella prima parte della propagazione, infatti la portata liquida non è ancora in grado di erodere abbondantemente il materiale presente nello strato di fondo. In figura (5.31b) la colata ha già percorso gran parte della canaletta e presenta un fronte piuttosto arrotondato seguito da un corpo di spessore costante. La stessa figura evidenzia l'andamento del profilo del fondo che comincia ad erodere in corrispondenza della zona iniziale della canaletta, dove la coda è più assottigliata. Tale forma assunta dalla propagazione dell'onda corrisponde a quella rappresentata in figura (4.12), tipica dell'evoluzione sperimentale della colata.

Nonostante la simulazione numerica ben raffiguri il fenomeno reale nei primi istanti di propagazione, in figura (5.31c) si osserva che il profilo della colata assume un andamento molto irregolare, caratterizzato da una successione di diverse onde superficiali: le onde tipiche del fenomeno 'roll waves' sono forse qui troppo accentuate e non permettono di capire quale sia il fronte principale della colata. Tale comportamento è probabilmente conseguenza di valori non abbastanza elevati nel calcolo del termine di attito Sf. L'attrito viscoso agente non è sufficiente a contrastare gli effetti turbolenti che si generano a tali velocità.

Una volta raggiunto il piano di deposito, la miscela riesce a fuoriuscire completamente dalla canaletta poichè non è soggetta ad elevate forze di attrito dovute alla scabrezza del fondo.

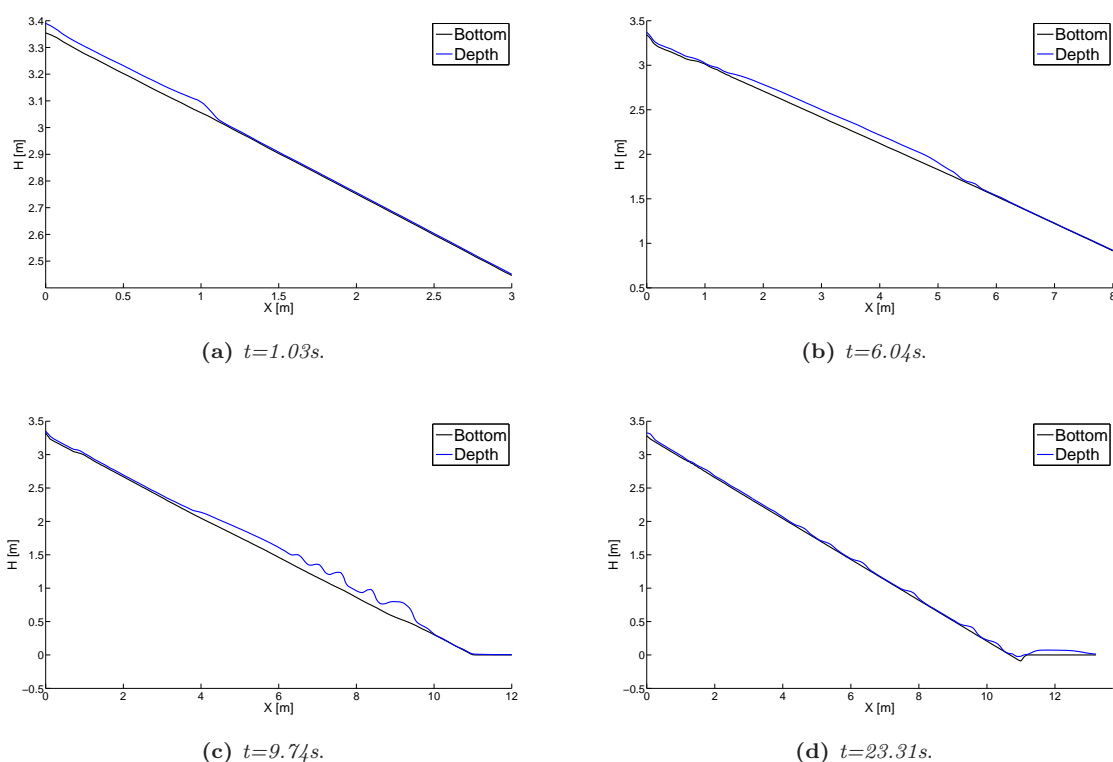


Figura 5.31: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello con tassi di erosione e deposito costanti.

La fase finale di deposito è molto diversa dai casi indagati precedentemente. Essendo la miscela molto più fluida, nel momento in cui essa arriva a valle tende ad espandersi su tutto il piano di deposito ed occupa un'area estesa in tutte le direzioni. Lo spessore del deposito è si conseguenza inferiore.

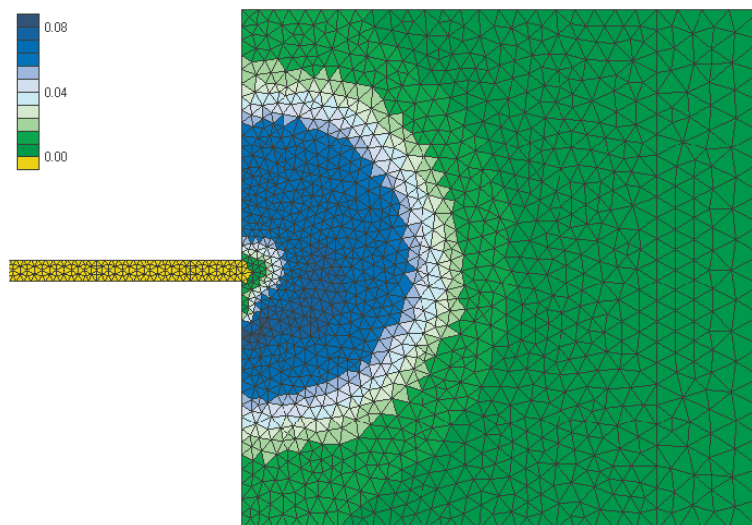


Figura 5.32: Deposito a valle della canaletta, nel caso di portata costante 3.0 l/s, , per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello con tassi di erosione e deposito costanti.

Applicazione della reologia di O'Brien & Julien e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti.

L'ultima simulazione sviluppata per la riproduzione dell'esperimento di Lanzoni & Tubino prevede l'applicazione della reologia di O'Brien & Julien e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti.

Anche in questo caso la portata immessa in canaletta è costante e pari a 3.0 l/s, formata da acqua contenente sedimenti solidi in percentuale volumetrica 10%. Il fondo è come sempre saturo formato da sedimenti di diametro pari a 5mm. Per ottenere i risultati desiderati, sono stati modificati i parametri presenti all'interno dei termini S_f (eq. 3.21) e le componenti di erosione e deposito (eq. 3.40). La scelta delle grandezze τ_y e μ_B è stata effettuata tenendo conto dei valori di tabella 3.1, della quale è stato utilizzato il caso "Glenwood 3" per la definizione dei coefficienti α e β . Il parametro K , determinante nella componente di attrito viscoso, è stato posto pari a $K=0.95$ ed il parametro $\alpha_{OJ} = 0.005$. Nella determinazione delle componenti di erosione e deposito sono stati imposti i coefficienti costanti $Upset=0.01$ e $Settling=10^{-5}$. La figura (5.33) descrive la propagazione della colata nei quattro istanti 0.86 s, 3.17 s, 3.99 s e 4.53 s, fino al raggiungimento del piano di deposito. Tale propagazione sembra avvenga al di sopra di un piano fisso e lineare, in realtà la simulazione numerica prevede un'erosione del fondo molto rapida, nonostante i valori dei coefficienti $Upset$ e $Settling$ siano piccoli. Accade dunque che il fondo eroda completamente ancor prima che la colata si propaghi. Inoltre non è possibile riprodurre lo scalino che dovrebbe formarsi in corrispondenza del corpo-coda della colata.

La forma della propagazione è comunque rispettata: si riconosce in modo chiaro il fronte più ripido seguito dal corpo e dalla coda allungata, che si assottiglia verso monte. Il tempo impiegato nella propagazione è molto ristretto, infatti la colata raggiunge il piano di deposito dopo soli 5 s. Tale condizione è dovuta alla mancanza di sedimenti che arricchiscono la colata durante la sua propagazione, infatti, essendo stato eroso il fondo nei primissimi istanti, la colata non accumula più materiale e scorre indisturbata verso valle. Tale problema potrebbe essere causato dalla scelta

di valori del parametro *Upset* troppo elevati. Anche il termine di attrito *Sf* non è sufficiente a frenare la miscela lungo il suo percorso, poiché tali valori sono calcolati in funzione delle basse concentrazioni solide presenti all'interno della miscela (vedi eq. (3.10)).

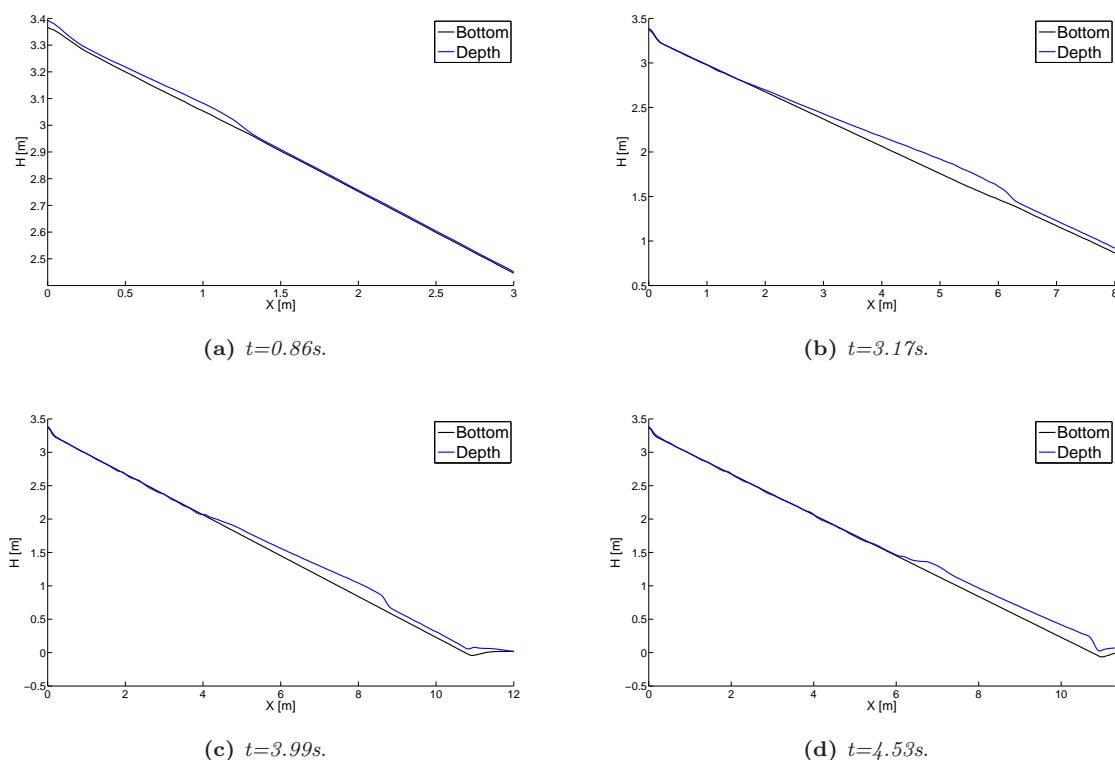


Figura 5.33: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il caso di applicazione della reologia di Takahashi e del modello con tassi di erosione e deposito costanti.

5.3.2 Dam Break su fondo inclinato erodibile

Gli esperimenti descritti nella campagna sperimentale di Tubino e Lanzoni (§ 4.3.2) sono stati riprodotti attraverso delle simulazioni che prevedono il 'Dam break' in fase di innesco della colata. Questo tipo di innesco della colata, però, non era stato esaminato in campagna sperimentale, quindi non si posseggono dati attendibili, con i quali confrontare i risultati. Essa però risulta interessante perché unisce in un unico esperimento, le esperienze descritte al §4.1 e al §4.3.

A monte della canaletta è stato fissato un volume di acqua pulita, di dimensioni circa pari a $7.35 \cdot 10^{-3} m^3 (= 0.15 \cdot 0.49 \cdot 0.2/2)$, il quale è ritenuto a monte di una paratoia che viene improvvisamente rimossa all'istante iniziale $t=0s$.

Anche per questo tipo di evento sono stati proposti due approcci differenti:

- Applicazione della reologia di O'Brien & Julien affiancata allo schema di erosione e deposito costanti;
- Applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e della relazione di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

Applicazione della reologia di O'Brien & Julien e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti.

La prima simulazione, riferita all'evento che riproduce un 'Dam Break' su fondo erodibile ed inclinato, prevede l'applicazione della reologia di O'Brien & Julien e del modello con coefficienti di erosione e deposito costanti. Anche per questo tipo di esperimento sono stati variati i parametri determinanti nella propagazione della colata e nell'evoluzione del fondo. All'interno del termine Sf (eq. (3.21)) vengono imposti i coefficienti α e β di tabella 3.1, riferiti al caso 'Aspen Mine Fill', ed i coefficienti $K=0.1$ ed $\alpha_{OJ} = 0.01$. I coefficienti costanti imposti all'interno delle relazioni di erosione e deposito sono $Upset=0.3$ e $Settling=10^{-4}$.

L'apertura improvvisa della paratoia rilascia un gran volume d'acqua, che da subito sollecita le particelle solide presenti sul fondo. Il fenomeno è lo stesso indagato nel capitolo § 5.1, con la differenza che il fondo è qui inclinato.

La figura (5.34) rappresenta l'andamento dei tiranti nel tempo, con riferimento ad alcune sezioni significative poste lungo la canaletta, in particolare a 2.00 m, 4.000 m, 5.50m e 8.00m a partire dal fondo della canaletta stessa. Si osserva un andamento simile per tutte le curve del grafico di figura (5.34), le quali presentano un picco in corrispondenza dell'arrivo del fronte della colata ed una diminuzione delle altezze attribuite al passaggio del corpo e della coda della colata. In questo caso si verifica una minima permanenza nel tempo del massimo valore di tirante, perciò si prevede la formazione di un piccolo corpo della colata a spessore costante. Nonostante le sezioni siano poste lontane tra loro, ad eccezione della curva rossa, le configurazioni sono identiche e raggiungono gli stessi livelli, pari a circa 23cm. Tale condizione è conseguenza del fatto che la colata mantiene inalterato il suo volume e procede in modo "costante". La fase di diminuzione del tirante raggiunge valori che stanno al di sotto dello zero, poiché nello stesso periodo il fondo è stato eroso e di conseguenza ha raggiunto livelli negativi rispetto all'originale sistema di riferimento.

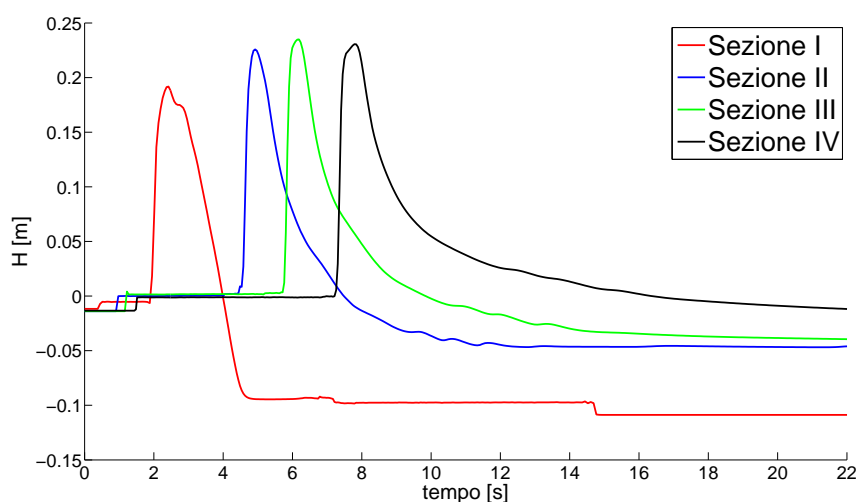


Figura 5.34: Andamento dei tiranti nel tempo per le sezioni poste a monte del fondo della canaletta: I) 8.00m, II) 5.50m, III) 4.00m, IV) 2.00m. Per il caso di applicazione della reologia di O'Brien & Julien e schema di erosione e deposito costanti.

Anche le velocità rappresentate in figura (5.35) sono caratterizzate da un andamento simile a quello

dei tiranti nel tempo. Infatti, in corrispondenza dell'arrivo della colata le velocità presentano un picco che si mantiene costante, sul valore di circa 1 m/s, durante un piccolo intervallo di tempo. Tale risultato conferma il fatto che il fronte ed il corpo siano caratterizzati dalla stessa velocità, mentre la coda presenta velocità sempre minori.

Ad eccezione della sezione I, a soli 2m di distanza dalla posizione iniziale della paratoia, in tutte le altre zone della canaletta l'onda di piena tende a procedere con velocità costante. E' questo un dato già preso in considerazione da altri autori, Lanzoni & Tubino [1993], i quali scrissero che "[...] tale comportamento rivela che il carattere della corrente granulare è solo approssimativamente schematizzabile come uniforme. In esperienze del tutto analoghe, condotte in canalette più corte (lunghe al più 7m), altri autori (Takahashi, 1978; Tsubaki et al. 1983) assumono che il moto del corpo della colata sia uniforme, senza effettuare controllo alcuno".¹

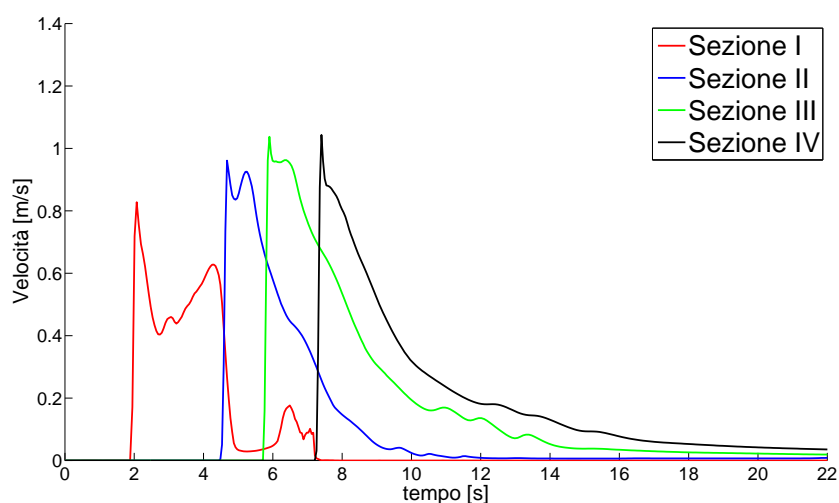


Figura 5.35: Andamento delle velocità nel tempo per le sezioni poste a monte fondo della canaletta: I) 8.00m, II) 5.50m, III) 4.00m, IV) 2.00m. Per il caso di applicazione della reologia di O'Brien & Julien e schema di erosione e deposito costanti.

La figura 5.36 riprende quattro istanti significativi a partire dall'innesco della colata con conseguente propagazione della stessa. In figura (5.36a) si osserva l'innesco vero e proprio della colata, la cui forma non è ancora ben definita, bensì il volume è accumulato all'interno di un piccolo spazio. L'erosione del fondo è già cominciata e segue la propagazione della colata stessa. Dopo tale fase di innesco, la propagazione procede lungo la canaletta, presentando la tipica forma della colata detritica: fronte ripido, corpo a spessore costante e coda leggermente allungata (figura 5.36b). In figura (5.36c) è rappresentato il momento in cui la colata presenta al meglio tutte le sue caratteristiche e risponde esattamente al fenomeno reale, fino al raggiungimento del termine della canaletta (figura (5.36d)).

L'erosione del fondo si verifica in corrispondenza del fronte ripido, ma tale simulazione non riproduce in maniera fedele l'esperimento di laboratorio.

¹Lanzoni, S., 1993. Meccanica di miscugli solido-liquido in regime granulo-inerziale.

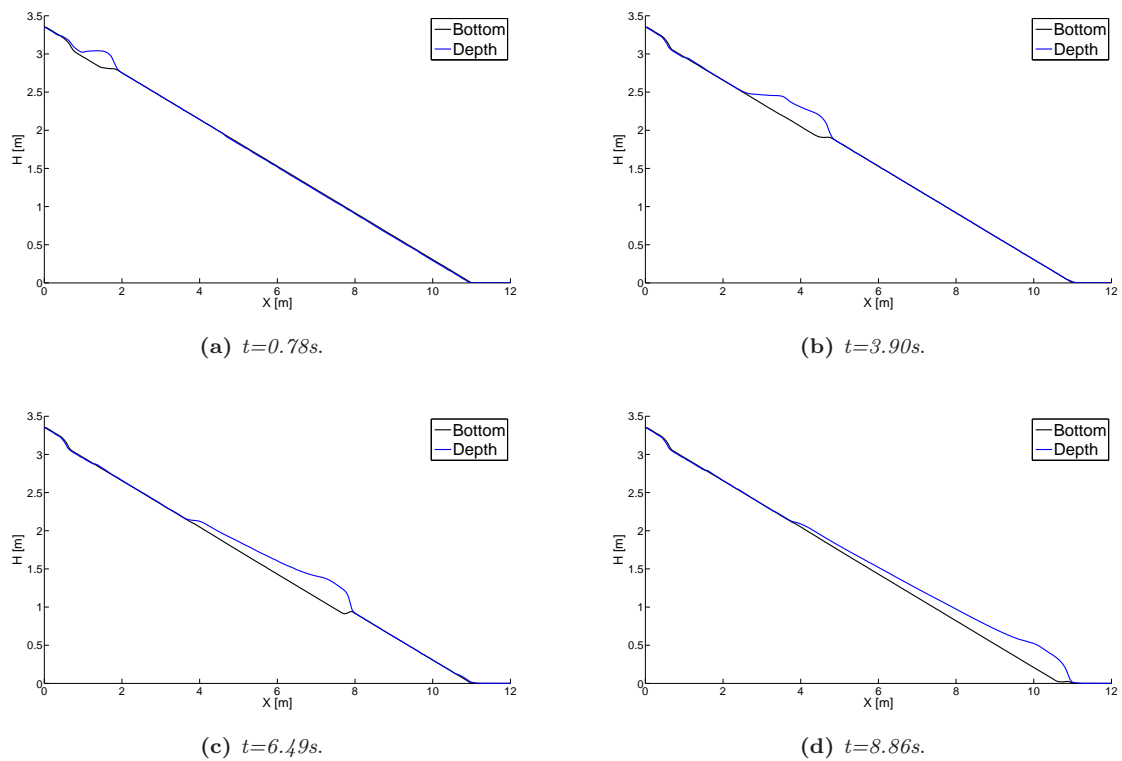


Figura 5.36: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il caso di applicazione della reologia di O'Brien & Julien e schema di erosione e deposito costanti.

Al termine della canaletta il materiale tende a depositare in corrispondenza del cambio di pendenza sul piano di deposito (figura 5.37). La forma di tale deposito è sempre molto arrotondata e blocca parte del materiale a monte, all'interno della canaletta.

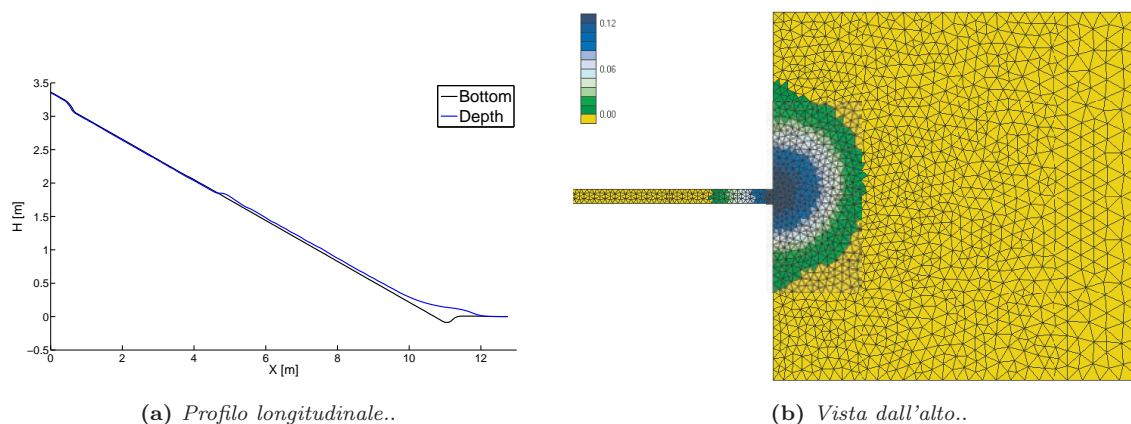


Figura 5.37: Deposito sul piano orizzontale a valle della canaletta, per il caso di applicazione della reologia di O'Brien & Julien e dello schema di erosione e deposito costanti.

Applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

Lo stesso fenomeno di 'Dam Break', su fondo inclinato ed erodibile, è stato riproposto applicando la reologia di Gauckler-Strickler e la formulazione di erosione e deposito di Egashira e Ashida. Al fine di ottenere i risultati desiderati, sono stati variati i parametri determinanti nella propagazione della colata e nell'evoluzione del fondo. All'interno del termine S_f (eq. (3.7)) viene attribuito il valore al coefficiente di Gauckler-Strickler $k_s = 40m^{1/3}/s$, mentre i coefficienti costanti imposti all'interno delle relazioni di erosione e deposito (eq. (3.50)) sono $k_{EAer} = 1.1$ e $k_{EAdep} = 1.0$. In quest'ultima legge è determinante anche il valore attribuito all'angolo di attrito interno del materiale solido coinvolto, perciò si pone $\tan \phi = 0.35$: un valore probabilmente troppo basso, ma necessario per permettere la buona riuscita della simulazione.

La figura (5.34) rappresenta l'andamento dei tiranti nel tempo, con riferimento ad alcune sezioni significative poste lungo la canaletta, in particolare a 2.00 m, 4.000 m, 5.50m e 8.00m a partire dal fondo della canaletta stessa. Le altezze raggiunte dalla superficie libera sono qui inferiori rispetto alla simulazione precedente, infatti raggiungono al massimo i 12cm circa. L'andamento delle curve del grafico è caratterizzato da un picco in corrispondenza del passaggio del fronte della colata nella rispettiva sezione, dopo di che i livelli scendono molto gradualmente nel tempo sino a raggiungere le profondità del fondo eroso.

La velocità raffigurata in figura (5.39) mette in evidenza l'andamento poco variabile del suo valore nel tempo. Infatti, dopo il picco iniziale, essa diminuisce gradualmente: il fronte dell'onda possiede una velocità paragonabile alla velocità del corpo della colata. Nello stesso grafico è possibile osservare l'aumento delle velocità in corrispondenza delle sezioni successive, ciò significa che il fronte procede sempre più rapidamente, spostandosi verso valle. I valori di tali velocità sono molto elevati e superano addirittura i 3 m/s.

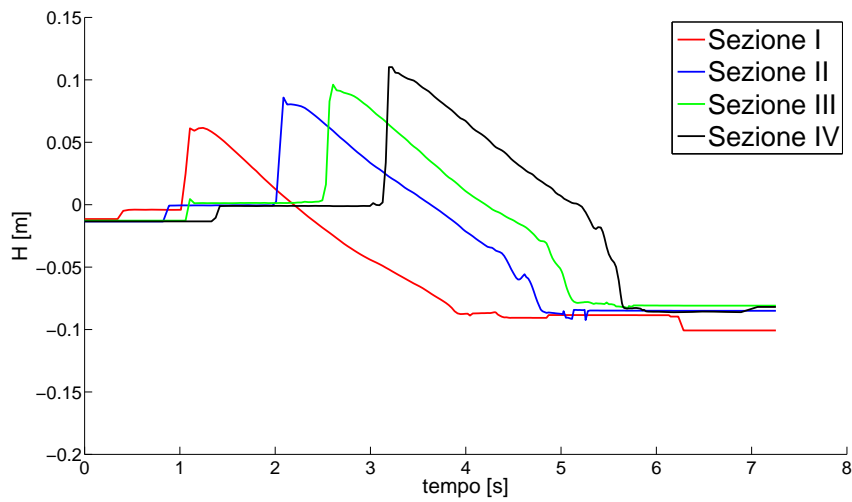


Figura 5.38: Andamento dei tiranti nel tempo per le sezioni poste a monte del fondo della canaletta: I) 8.00m, II) 5.50m, III) 4.00m, IV) 2.00m. Per il caso dell'applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

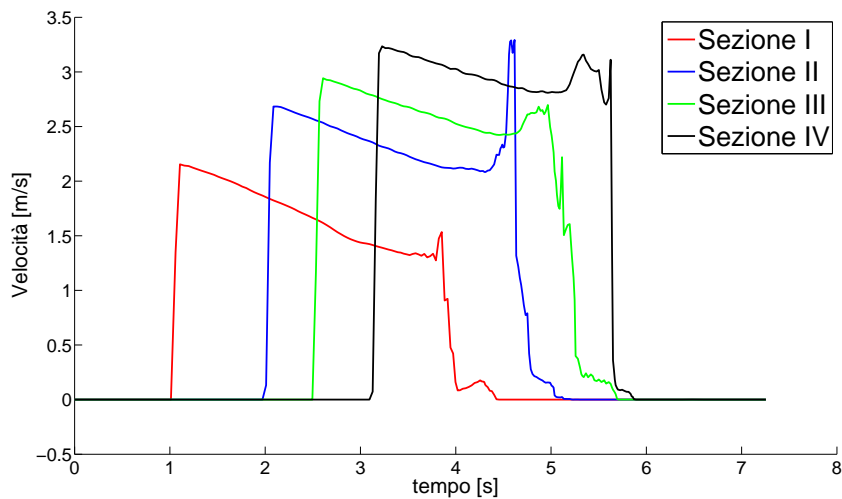


Figura 5.39: Andamento delle velocità nel tempo per le sezioni poste a monte fondo della canaletta: I) 8.00m, II) 5.50m, III) 4.00m, IV) 2.00m. Per il caso dell'applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

La figura (5.40) descrive l'andamento della colata lungo la canaletta, ed evidenzia l'elevata velocità di propagazione della stessa, poiché dopo soli 4 secondi tutto il materiale ha già raggiunto il piano di deposito. Tale rapidità nel percorrere l'intera canaletta è probabilmente dovuta al fatto che il coefficiente di Gauckler-Strickler sia stato imposto troppo alto. Devono quindi essere attribuiti a k_s valori inferiori, in modo da considerare un attrito di fondo superiore e di conseguenza rallentare il moto. L'andamento tipico della propagazione della colata di detriti è ben riprodotto ed il fronte presenta una pendenza molto accentuata.

L'erosione del fondo non risponde in maniera esatta alla rappresentazione del fenomeno reale, infatti, tutto il materiale viene eroso ed asportato a valle in un brevissimo intervallo di tempo. Di conseguenza la colata si propaga al di sopra di un fondo che risulta essere quasi inerosibile e non trova ostacoli lungo il suo percorso.

L'elevata inerzia acquisita dal materiale lungo la canaletta e l'assenza di sufficiente attrito sul piano orizzontale non ostacolano il moto della miscela quasi completamente liquida, che è libera di scorrere senza mai depositare.

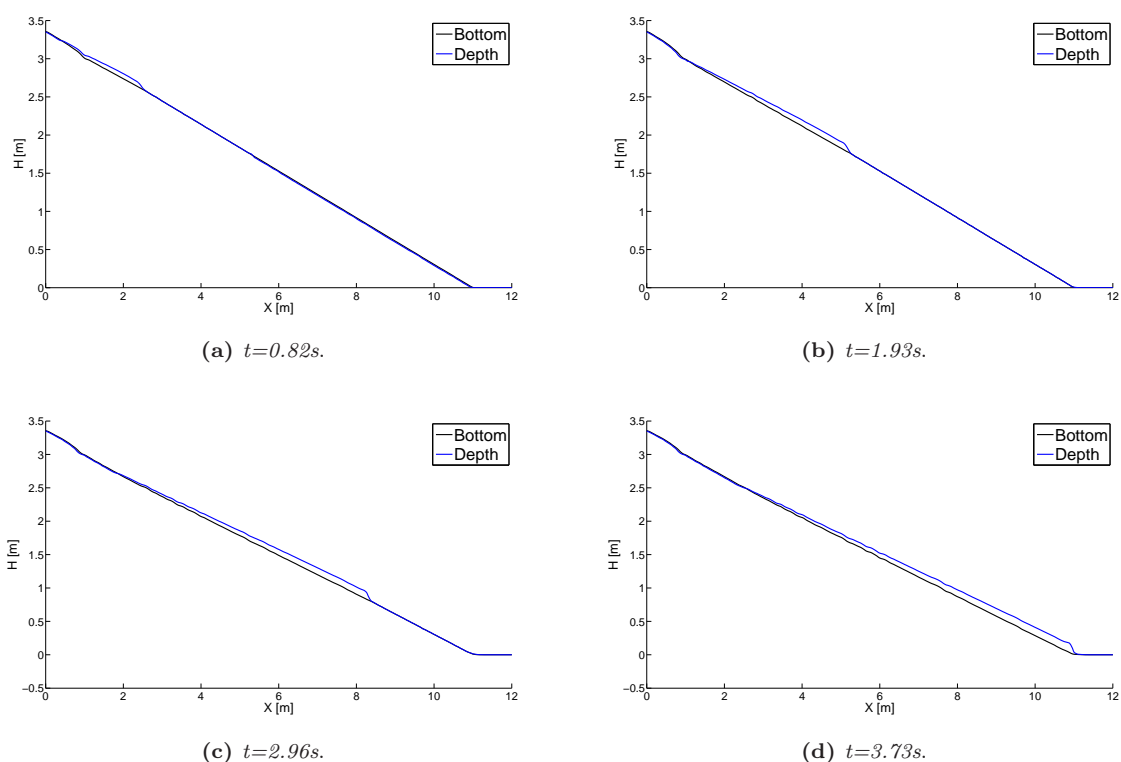


Figura 5.40: Andamenti delle altezze del fondo e della superficie libera nello spazio, a diversi step temporali, per il caso dell'applicazione della reologia di Gauckler-Strickler e del modello di erosione e deposito di Egashira e Ashida.

5.4 Esperimento di Iverson riprodotto all'interno della canaletta di laboratorio

Lo stesso esperimento svolto da Iverson, durante la campagna sperimentale descritta al capitolo § 4.2.1, è stato riprodotto all'interno della canaletta in laboratorio. Le dimensioni della canaletta e del volume ritenuto a monte della paratoia e la pendenza del fondo sono qui ridimensionati, perciò l'esperimento descritto è riproposto su piccola scala. Il fenomeno di 'dam break' coinvolge anche in questo caso una miscela già ricca di materiale solido, la quale scorre lungo la canaletta il cui fondo è inerodibile. In questo caso, l'attenzione è stata concentrata sulla fase di deposito, la quale era stata significativamente problematica in corrispondenza delle simulazioni descritte al § 5.2.1. Per ottenere i risultati che permettevano il deposito di materiale a valle della canaletta è stata applicata la combinazione di coefficienti α e β di tabella (3.1), *Glenwood 2*, e dei coefficienti $K=0.002$ ed $\alpha_{OJ} = 0.003$. La concentrazione della miscela ritenuta a monte è stata scelta pari a 0.5.

Prima di scegliere i valori definitivi da attribuire ai parametri appena descritti, sono state effettuate diverse simulazioni variando la concentrazione della miscela ritenuta a monte ed i coefficienti τ_y , μ_B , K e α_{OJ} presenti all'interno della relazione (3.22) del modello quadratico.

Il comportamento della colata lungo la canaletta e del deposito sul piano orizzontale è molto influenzato dalle modifiche effettuate sui valori dei coefficienti che intervengono all'interno della legge reologica di O'Brien & Julien. E' stato osservato che la diminuzione di tutti i coefficienti coinvolti nella relazione (3.22) è responsabile dello scorrimento della miscela molto veloce verso valle, poichè le forze di attrito agenti sono piuttosto basse. Questa condizione è anche causa della propagazione della colata troppo instabile, tale da rendere possibile la formazione di accentuate ondulazioni in corrispondenza della superficie libera ('roll waves').

Successivamente sono state effettuate delle prove cambiando la concentrazione di materiale solido presente all'interno del volume della miscela ritenuta a monte della paratoia. E' stato osservato che una diminuzione esagerata della concentrazione all'interno della miscela rende il fluido sempre più simile all'acqua "pulita", la quale presenta comportamenti anomali, soprattutto su fondali ad alta pendenza. Una concentrazione molto alta, ad esempio pari a 0.6, rallenta di molto la propagazione della colata, tanto da non permettere il raggiungimento del piano orizzontale nei primi due minuti di simulazione.

La variazione di concentrazione all'interno della miscela è invece quasi ininfluenza per quanto riguarda la forma del deposito. Le prove a confronto sono state effettuate con concentrazioni pari a 0.35, 0.5 e mostrano un deposito identico (figura 5.41) sia nella forma che nello spessore. Questo comportamento contraddice ciò che accade nella realtà, infatti, miscele meno dense (ad esempio 'mud flow') tendono a correre più velocemente proseguendo nella stessa direzione di arrivo dalla canaletta e presentano una forma del deposito molto allungata. Al contrario, le alte concentrazioni rendono la miscela più viscosa ed impediscono lo scorrimento fluido al di sopra del piano di deposito.

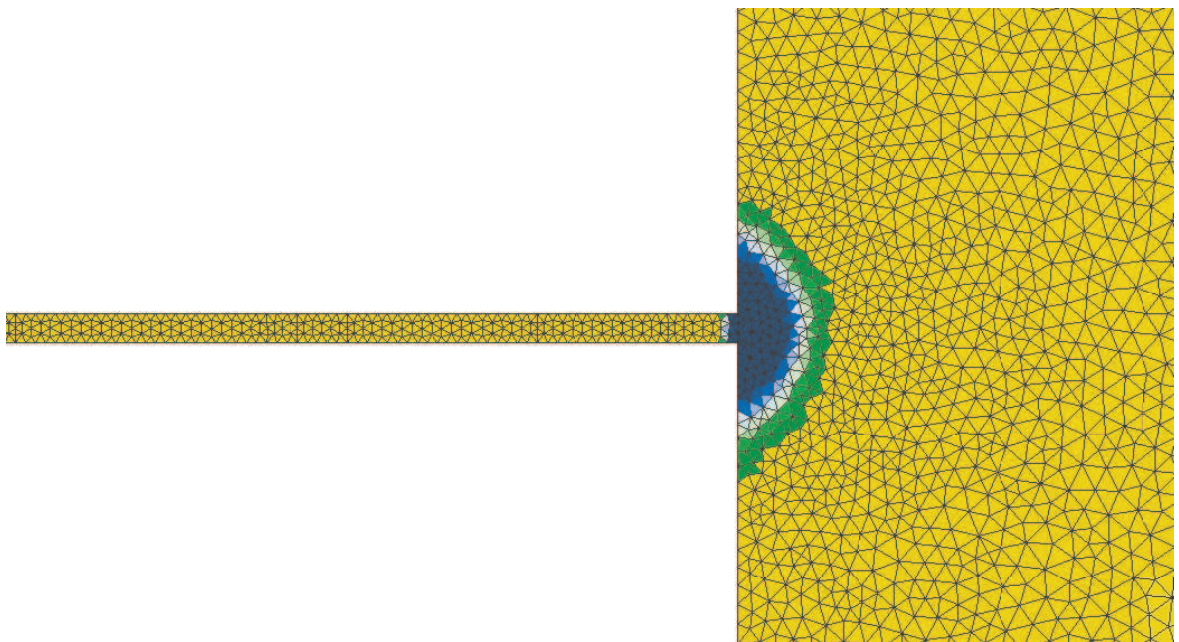


Figura 5.41: Vista dall'alto del deposito della miscela, con concentrazione 0.5, il quale si ferma sul piano a valle, dopo 90s di simulazione

Capitolo 6

Conclusioni

Il modello numerico bidimensionale ai volumi finiti, **FV_shock**, è stato opportunamente modificato per consentire la simulazione numerica di colate detritiche generate in ambiente di laboratorio. Le modifiche hanno interessato la definizione delle leggi di resistenza al moto e delle leggi di evoluzione del fondo, che dovrebbero descrivere in maniera esaustiva il complesso comportamento delle colate di detrito, sia in fase di propagazione sia in fase di erosione e deposito. Pertanto sono state prima selezionate le leggi reologiche e di evoluzione del fondo presenti in letteratura adatte a descrivere i fenomeni di colata e solo in seguito sono state implementate all'interno del modello numerico. In particolare le leggi reologiche sono state inserite all'interno delle equazioni della quantità di moto mentre quelle di evoluzione del fondo all'interno delle equazioni che descrivono il bilancio di massa. Per la verifica del corretto funzionamento del modello numerico modificato, sono state eseguite alcune simulazioni numeriche, riproducendo tre diverse esperienze di laboratorio che differiscono tra loro per la geometria del sistema e per la tipologia di materiale coinvolto.

Il primo è un esperimento condotto su piccola scala, il quale analizza lo sviluppo di un dam break su mezzo poroso, studiando così la conseguente erosione al fondo e la formazione a valle di un'onda di piena caratterizzata da elevate concentrazioni di sedimenti. Sono state applicate diverse leggi per la simulazione del fenomeno, i risultati ottenuti sono in accordo sia con i dati sperimentali sia i risultati ottenuti tramite le modellazioni numeriche svolte con diversi modelli. Il modello appare capace di cogliere le differenze insite delle leggi reologiche e di quelle di erosione e deposito imposte infatti, al variare delle stesse la simulazione restituisce risultati differenti. In particolar modo si è osservato che quasi tutte le relazioni di erosione e deposito applicate, ad eccezione del caso di Takahashi, tendono a sottostimare l'erosione nei primi istanti e di conseguenza a prevedere un profilo d'onda leggermente distorto rispetto a quello osservato durante la campagna sperimentale. Nel complesso l'andamento dell'onda è ben descritto, per quanto riguarda la descrizione dei tiranti di propagazione e della velocità, questo però si osserva per la fase successiva a quella transitoria, minore di un secondo, che invece è governata dalla formazione del dam break di sola acqua e quindi di difficile riproduzione tramite leggi di propagazione di colate.

Infine, volendo valutare le performance del modello nella capacità di ottenere risultati credibili del parametro di concentrazione si vede un andamento in accordo a quanto descritto in letteratura, con il fronte caratterizzato da una maggiore concentrazione di frazione solida rispetto alla coda.

Il secondo esperimento è stato eseguito in un canale installato lungo un pendio naturale, dunque

si tratta di modellazione del fenomeno a grande scala. L'erosione è qui trascurata, poiché il fondo è fisso. Il fenomeno maggiormente investigato è la propagazione di una colata fangosa (mudflow) innescata a monte tramite il rilascio istantaneo di una miscela di acqua e sedimenti. Applicando la reologia del modello quadratico di O'Brien & Julien [1988], è stato riprodotto, in accordo con la realtà, l'andamento della colata lungo il canale, riproducendo la tipica forma dell'onda con fronte arrotondato e coda allungata. Non appena l'ondata arriva in corrispondenza del piano di deposito rallenta il suo avanzamento e solo in parte deposita. Questa difficoltà nel raggiungere i risultati sperati è dovuta alla problematica riscontrata nel riprodurre con le stesse leggi due fasi dell'evento molto differenti tra loro, quali sono la fase di propagazione e quella di deposito. Sarebbe inoltre consigliato un approccio di tipo bifasico per distinguere in fase di deposito la componente solida della miscela, che si deposita a monte, e la componente liquida che invece viene drenata dall'ammasso.

Il terzo ed ultimo esperimento è stato svolto in una canaletta a forte pendenza, ancora una volta su piccola scala. In questo caso si sono volute indagare le fasi d'innescamento della colata e propagazione della stessa, imponendo come condizione al contorno immissione costante di portata a monte. Anche in questo caso, per lo stesso esperimento, sono state riproposte diverse simulazioni, variando l'applicazione delle leggi reologiche, di erosione e di deposito e le caratteristiche di portata e sedimenti coinvolti nell'evento.

Riferendosi ai dati risultanti, si può affermare che il codice è in grado di simulare con esattezza la fase di innescamento, la quale non avviene immediatamente, ma necessita di qualche secondo prima di raggiungere le condizioni ottimali. La colata poi avanza erodendo il fondo e arricchendosi di materiale che trasporta verso valle.

In funzione delle leggi utilizzate, si ottengono risultati diversi, ma in tutti i casi si nota la tendenza a sovrastimare sia i tiranti che le velocità dell'ondata. Si è voluto poi indagare il comportamento del deposito di valle, il quale è fortemente dipendente dal diametro del materiale di cui è composto il fondo, poiché materiale di pezzatura superiore tende a fermarsi non appena incontra il piano debolmente inclinato e quindi blocca il resto del materiale in arrivo a monte.

Lo studio di diversi comportamenti della colata riferiti a differenti condizioni al contorno ha permesso di capire quali fossero i parametri significativi all'interno delle leggi indagate. In primo luogo si evidenzia l'importanza del fattore di attrito S_f che, per tali fenomeni, assume valori piuttosto elevati, perciò i vari parametri che intervengono nella sua definizione sono generalmente altrettanto elevati. La legge reologica di Takahashi richiede dunque di tarare l'equazione rispetto ai valori di a_B e $\tan \alpha$, mentre il modello quadratico prevede elevati valori del primo termine 'yield stress' e coefficienti più bassi per i termini di attrito viscoso ed inerziale.

I termini di erosione ed di deposito sono invece funzione, oltre che dei coefficienti imposti dall'operatore, delle grandezze $\tan \phi$ (tangente dell'angolo interno del materiale solido) e della $\tan \theta$ (tangente dell'angolo di pendenza della canaletta). Si è notato che le relazioni di Takahashi e di Ehigashira & Ashida sono opposte tra loro poiché, se la prima richiede una $\tan \phi$ e un basso valore di S_f per aumentare l'erosione, la seconda deve imporre valori minori per $\tan \phi$ e maggiori per S_f , per ottenere erosioni più accentuate.

Il progetto di studio sulla propagazione di colate detritiche tramite l'applicazione di un modello bidimensionale ai volumi finiti, non si conclude con questo lavoro di tesi. Una parte del modello è stata tarata tramite gli esperimenti analizzati in questo lavoro, ma altri potrebbero essere indagati

al fine di ottimizzare il modello. Inoltre lo stesso modello potrebbe essere in futuro applicato a casi di colate detritiche reali, di cui si conoscano le condizioni al contorno e soprattutto sia possibile creare una griglia georeferenziata della geometria del suolo alluvionale.

Sono diverse le possibilità di miglioramento del codice, a partire dalla risoluzione dell'equazione del bilancio di massa dei sedimenti (comprensiva di concentrazione). Si sono infatti verificati dei problemi nel calcolo delle concentrazioni, che in diversi casi superavano le massime imposte. Bisognerà dunque intervenire all'interno del codice limitando questa variabile alle condizioni fisiche realmente ammissibili.

Il problema riscontrato nella simulazione del deposito è fonte di altre proposte per effettuare ulteriori ricerche. E' infatti auspicabile una futura applicazione del modello utilizzando la parte strutturata per la risoluzione di simulazioni in campo bifasico. Sarà così possibile scindere il comportamento della fase solida da quello della fase liquida.

Bibliografia

- [1] Al-Zahrani, S. M., 1996. A generalized rheological model for shear thinning fluids. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 17 (1997) 211-215.
- [2] Armanini, A., Fraccarollo, L., Rosatti, G., 2009. Two-dimensional simulation of debris flows in erodible channels. *Computers & Geosciences* 35 993–1006.
- [3] Brufau, P., Garcia-Navarro, P., Ghilardi, P., Natale, L., Savi, F., 2001. 1D mathematical modelling of debris flow. *Journal of hydraulic research*, vol. 38, 2000, no.6.
- [4] Canestrelli, A., Dumbser, M., Siviglia, A., Toro, E. F., 2010. Well-balanced high-order centered schemes on unstructured meshes for shallow water equations with fixed and mobile bed. *Advances in Water Resources* 33 (2010) 291–303.
- [5] Canestrelli, A., Fagherazzi, S., Lanzoni, S. 2012. A mass-conservative centered finite volume model for solving two-dimensional two-layer shallow water equations for fluid mud propagation over varying topography and dry areas. *Advances in Water Resources* 40 (2012) 54-70.
- [6] Canestrelli, A., Toro, E. F., 2012. Restoration of the contact surface in FORCE-type centred schemes II: Non-conservative one- and two-layer two-dimensional shallow water equations. *Advances in Water Resources* 47 (2012) 76–87.
- [7] Capart, H., Young, D. L., 1998. Formation of a jump by the dam-break wave over a granular bed. *J. Fluid Mech.* (1998), vol. 372, pp. 165-187.
- [8] Cesca, M. 2008. Studio dei meccanismi di deposizione dei debris flow: integrazioni tra esperienze di laboratorio, analisi di campo e modellazioni numeriche. Tesi di dottorato, 255.
- [9] Delinger, R. P., Iverson, R. M., 2001. Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 2. Numerical predictions and experimental tests. *Journal of geophysical research*, vol. 106, no. B1, pages 553–566, January 10, 2001.
- [10] Hutter, K., Nohguchi, Y., Nagaoka-shi. 1989. Similarity solutions for a Voellmy model of snow avalanches with finite mass. *Acts Mechanics* 82, 99–127 (1990)
- [11] Iverson, R.M. 2003. The debris-flow rheology myth. In D. Rickenmann & C.L. Chen (eds), *Debris-flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction, and Assessment; Proceedings of the 3rd International DFHM Conference*. Davos, Switzerland, September 10-12, 2003. Rotterdam, Millpress: 303-314.

- [12] Iverson, R.M. 1997. The physics of debris flows. *Reviews of Geophysics*, 35: 245-296.
- [13] Lanzoni, S., 1993. *Meccanica di miscugli solio-liquido in regime granulo-inerziale*. Tesi di dottorato di ricerca in Idrodinamica, quinto ciclo (1989-1992).
- [14] Major, J. J. 1997. Depositional processes in large-scale debris flow experiments. *Journal of Geology*, 1997, volume 105, p. 000-000.
- [15] O'Brien, J. S., Julien, P. Y., Fullerton, W. T., 1992. Two-dimensional water flood and mudflow simulation. *Journal of Hydraulic Engineering*.
- [16] O'Brien, J. S., Julien, P. Y., Fullerton, W. T., 1988. LABORATORY ANALYSIS OF MUDFLOW PROPERTIES. *J. Hydraul. Eng. ASCE*.
- [17] Pirulli M. 2005. Numerical modelling of landslide runout. A continuum mechanics approach. Ph.D. Degree in Geotechnical Engineering (17th Cycle). Politecnico di Torino.
- [18] Quan Luna, B., Remaître, B., Th.W.J., van Asch, Malet, J.P., van Westen, C.J. 2011. Analysis of debris flow behavior with a one dimensional run-out model incorporating entrainment. *Engineering Geology* 128 (2012) 63–75.
- [19] Stancanelli, L., Fenomeni di iterazione tra colate detritiche. Tesi per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca. 2012.
- [20] Stancanelli, L. M., Rosatti G., Begnudelli, L., Armanini, A., Foti, E., 2011. Single or two-phase modelling of debris flow? A systematic comparison of the two approaches applied to a real debris flow in Giampileri Village (Italy). *Proceedings of the Second World Landslide Forum - 3-7 October 2011*.
- [21] Takahashi, T., *Debris Flow*, Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1991.
- [22] Tate, R. E., 1964, On the destructive force of avalanches, by A. Voellmy "Ueber die Zerstoerungskraft von Lawinen Schweizerische Bauzeitung" 1955. U.S. Department of Agriculture Forest Service Alta Avalanche Study Center, Translation No. 2, 65p.
- [23] Toro E.F., Hidalgo A., Dumbser M. 2009. Force schemes on unstructured meshes I: conservative hyperbolic systems. *J Comput Phys* 2009;228:3368–89.
- [24] Tubino, M., Lanzoni, S., 1993. Rheology of debris flow: experimental observations and modeling problems. *Exerpta of te italian contributions to the field of hydraulic engineering*. Volume 7 - 1992/1993, p. 201-236.
- [25] Valiani, A., Caleffi, V., Numerical simulation of a dam-break flow on granular bed: intense sedimenti transport vs. debris flow modelling. Dipartimento di Ingegneria, Università degli studi di Ferrara.
- [26] Whipple, K. X., Dunne, T., 1992. The influence of debris-flow rheology on fan morphology, Owens Valley, California. *Geological Society of America Bulletin*, v. 104, p. 887-900, 12 figs., 3 tables, July 1992.

- [27] Wu, W., Wang, S. S.Y., 2007. One dimensional modeling of dam-break flow over movable bed. Journal of hydraulic engineering, 10.1061/(ASCE)0733-9489(2007)133:1(48).

Website

1. <http://pcfarina.eng.unipr.it/dispense99/albertini117539/albertini117539.htm>
2. <http://www.springerreference.com/docs/html/chapterdbid/4356.html>
3. <http://www.jstor.org/stable/91629>
4. <http://www.engr.colostate.edu>
5. <http://content.lib.utah.edu/cdm/ref/collection/altaav/id/94>
6. http://www.ingegneriemeccanica.net/Tematiche/2FM/2FMcomputazionaleC/2FMcomputazionaleC_fm/2FMcomputazionaleC_fm.htm
7. <http://mox.polimi.it/it/progetti/pubblicazioni/tesi/ferrarese.pdf>
8. http://it.wikipedia.org/wiki/Condizione_di_Courant_-_Friedrichs_-_Lewy