

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN
INGEGNERIA INFORMATICA

Sviluppo di un sistema di controllo per l'assetto di un drone

Relatore

Prof. Zampieri Sandro

Laureando

Rigo Giacomo

Correlatore

Prof. Tommasin Stefano

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Data di laurea 24/09/2024

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Introduzione al quadricottero	3
1.2	Movimenti chiave	3
1.3	Obiettivo della tesi	4
2	Modello matematico del sistema	5
2.1	Definizione dei sistemi di riferimento e delle matrici di rotazione	5
2.2	Cinematica del quadricottero	11
2.3	Dinamica del sistema	12
2.3.1	Equazioni del moto traslazionale	13
2.3.2	Equazioni del moto rotazionale	14
2.4	Modello non lineare	16
2.5	Linearizzazione del modello in regime stazionario	16
3	Progettazione del Controllore	18
3.1	Controllo della quota	22
3.2	Controllo dell'assetto	30
4	Simulazioni in ambiente Simulink	35
4.1	Schema a blocchi del sistema	35
4.2	Implementazione controllo di quota	36
4.3	Implementazione controllo di assetto	41
5	Conclusioni	47
6	Ringraziamenti	49

1 Introduzione

1.1 Introduzione al quadricottero

Negli ultimi anni i droni, formalmente noti come Unmanned Aerial Vehicles (UAV), hanno assunto un ruolo sempre più rilevante in vari settori, spaziando dall'agricoltura all'intrattenimento, dalle operazioni di salvataggio alla sorveglianza aerea, fino ad arrivare a scopi militari. Tra le varie configurazioni di droni, i quadricotteri si distinguono per la loro versatilità e facilità di controllo, caratteristiche che li rendono particolarmente adatti ad una vasta gamma di applicazioni.

Il controllo dell'assetto e della quota di un drone è un aspetto cruciale per garantire la stabilità e la precisione durante il volo. In particolare, un quadricottero è un sistema meccanico che presenta sei gradi di libertà, ma con solo quattro ingressi di controllo, rappresentati dalle velocità dei rotori. Questo implica la necessità di elaborare sofisticate strategie di controllo per gestire efficacemente la spinta totale e i momenti torcenti, al fine di mantenere il drone stabile e controllabile in tutte le fasi del volo.

1.2 Movimenti chiave

Il quadricottero è un sistema a 6-DOF, ovvero come già accennato nel paragrafo precedente, presenta 6 gradi di libertà descritto da 6 equazioni che vedremo più avanti, che gli permetteranno di muoversi nello spazio tridimensionale. Questi movimenti possono essere suddivisi in due categorie: Spostamenti traslazionali (lungo gli assi X, Y e Z), e rotazioni attorno agli assi del centro di massa del drone (Roll, Pitch, Yaw).

- **Spostamenti traslazionali:** si dividono in tre tipi: verticale (lungo l'asse Z), longitudinale (lungo l'asse X) e trasversale (lungo l'asse Y). Per ottenere una traslazione verticale, tutti i rotori devono ruotare alla stessa velocità, generando una spinta uniforme, e in base alla velocità della rotazione, il corpo si muoverà verso l'alto o verso il basso. Per effettuare uno spostamento lungo l'asse X invece, si variano le velocità dei rotori anteriori e posteriori. Infine, per il movimento trasversale, si regolano le velocità dei rotori laterali; quindi aumentando la velocità di quelli sinistri e diminuendo quella dei destri, il drone si inclina verso destra
- **Roll, Pitch, Yaw:** in italiano definite come rollio, beccheggio e imbardata, rappresentano rispettivamente l'oscillazione lungo l'asse longitudinale, trasversale e verticale.

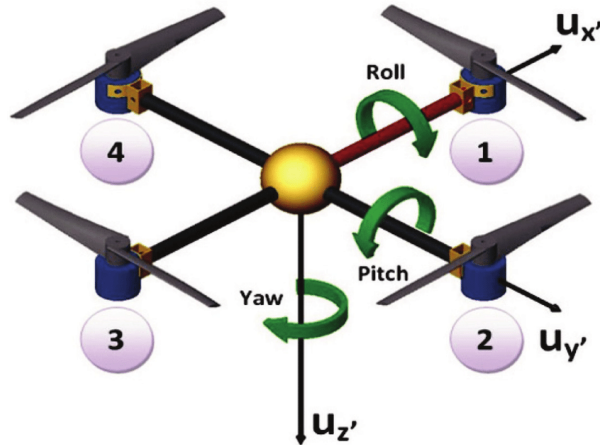


Figura 1: Roll, Pitch, Yaw.

Il rollio (che fa inclinare il drone da destra a sinistra) si ottiene regolando le velocità dei rotori laterali, ad esempio guardando la Figura 1, aumentando quella del rotore 4 e diminuendo quella del rotore 2 si ottiene un'inclinazione verso destra. Stesso discorso vale per il beccheggio, che controlla l'inclinazione verso avanti e indietro del drone agendo sui rotori 1 e 3. L'imbardata, più complessa, comporta la rotazione attorno all'asse verticale e si realizza modificando le velocità dei rotori opposti che ruotano nello stesso verso, generando un momento torcente senza alterare la spinta verticale complessiva.

1.3 Obiettivo della tesi

L'obiettivo principale di questa tesi è quello di analizzare e sviluppare un modello matematico per la dinamica di un quadricottero, con particolare attenzione al controllo dell'assetto e della quota per una condizione di volo stazionario.

Attraverso la modellizzazione del sistema, la linearizzazione delle equazioni del moto e l'implementazione di controllori in ambienti di simulazione come Simulink (in Matlab), andremo a progettare un controllore attraverso la sintesi in frequenza, garantendo una risposta rapida e precisa ai comandi.

I risultati delle simulazioni verranno analizzati per valutare l'efficacia della strategia di controllo in retroazione (*feedback*) negativa, che andremo ad approfondire nel Capitolo 4.

2 Modello matematico del sistema

In questo capitolo verrà sviluppato un modello matematico del quadricottero, per la progettazione e l'implementazione dei controllori necessari al mantenimento della stabilità del drone, analizzando la cinematica e la dinamica ad esso associate. Per esaminare ciò si dovranno stabilire alcune ipotesi, riducendo la complessità del modello mantenendo una buona accuratezza nel comportamento del drone.

Innanzitutto, bisognerà fare un'assunzione sul modello terrestre, dove la terra verrà considerata piatta e non rotante. Riguardo invece la struttura delle eliche, essa sarà considerata rigida e non soggetta a deformazioni. Infine lo stesso discorso può essere fatto per il corpo del drone, il quale si assume che abbia anch'esso una struttura rigida e simmetrica per evitare deformazioni del corpo durante il volo.

Il risultato finale di questo capitolo, sarà un modello matematico che servirà da base per la progettazione dei controllori e per la simulazione del comportamento dinamico del drone in un ambiente virtuale.

2.1 Definizione dei sistemi di riferimento e delle matrici di rotazione

Nel contesto della modellizzazione dinamica e del controllo di un quadricottero, la scelta e la definizione dei sistemi di riferimento rivestono un ruolo cruciale. Essi permettono di descrivere in modo preciso la posizione, l'orientamento e il movimento del drone nello spazio tridimensionale, sia rispetto alla Terra che rispetto al corpo del drone stesso. Infatti per descrivere il modello del sistema di un quadricottero, è necessario considerare due diversi tipi di sistemi di riferimento.

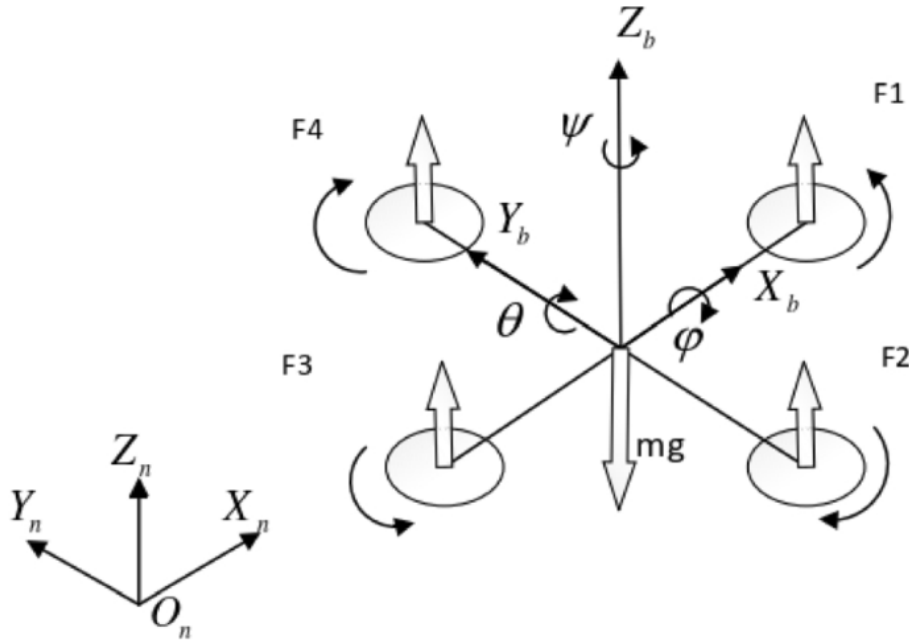


Figura 2: Sistema inerziale I e solidale S.

Adotteremo quindi i seguenti sistemi:

- **Sistema inerziale:** denominato con $I = [X_n, Y_n, Z_n]$, il quale è ancorato alla Terra, con assi che rimangono fissi rispetto alla superficie terrestre. Questo sistema è utile per descrivere la posizione e la velocità del drone nello spazio.
- **Sistema solidale:** denominato con $S = [\phi, \theta, \psi]$, dove ϕ, θ e ψ (ovvero gli angoli di Eulero), rappresentano rispettivamente gli angoli di rollio, beccheggio e imbardata del drone. Essi infatti, ci vengono d'aiuto nel determinare la rotazione del sistema S rispetto al sistema I . Il sistema solidale, viene anche chiamato *body frame*, la cui origine coincide con il centro di massa del quadricottero e i quali assi, ruotano e traslano assieme ad esso.

Per descrivere correttamente il movimento del drone, sarà indispensabile un metodo che trasformi le coordinate da un sistema di riferimento all'altro, cosicché si sia in grado di tradurre i dati dei sensori montati sul drone in valori inerziali, o fare l'operazione inversa. Gli angoli di Eulero descrivono come qualsiasi orientamento di un sistema di riferimento, possa essere ottenuto attraverso la combinazione di tre rotazioni attorno agli assi principali.

In pratica, le coordinate di un punto nel sistema I possono essere trasformate nel sistema S , attraverso una matrice di rotazione \mathbf{R} .

Consideriamo ora le tre tipologie di rotazioni possibili:

- $R_{x_n}(\phi)$, ovvero la rotazione di un angolo ϕ attorno all'asse x_n

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_{x_n}(\phi) \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

- $R_{y_n}(\theta)$, ovvero la rotazione di un angolo θ attorno all'asse y_n

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_{y_n}(\theta) \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

- $R_{z_n}(\psi)$, ovvero la rotazione di un angolo ψ attorno all'asse z_n

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_{z_n}(\psi) \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

Nel caso in cui invece non avviene alcuna rotazione, il sistema è descritto dalla seguente equazione che utilizza una matrice di rotazione uguale alla matrice identità 3×3 :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix}$$

A questo punto, possiamo finalmente determinare la matrice di rotazione $R(\phi, \theta, \psi)$, che è data dalla combinazione delle tre singole rotazioni $R_{x_n}(\phi), R_{y_n}(\theta), R_{z_n}(\psi)$.

Nell'ambito dell'algebra lineare applicata alla dinamica dei droni, è fondamentale prestare attenzione all'ordine con cui vengono applicate le matrici di rotazione. Dato che esse non sono commutative, l'ordine di moltiplicazione di tali matrici influenza direttamente il risultato finale.

Infatti se consideriamo i tre angoli di Eulero, associati rispettivamente alle rotazioni attorno agli assi x, y, z del sistema S , la sequenza con cui queste rotazioni vengono eseguite determina l'orientamento finale del drone. Ad esempio, una sequenza di rotazioni $R_{x_n}(\phi)R_{y_n}(\theta)R_{z_n}(\psi)$ produrrà un risultato differente rispetto a $R_{y_n}(\theta)R_{x_n}(\phi)R_{z_n}(\psi)$, a causa del modo in cui ciascuna rotazione modifica gli assi di riferimento influenzando le successive.

Pertanto, l'ordine delle rotazioni non è un dettaglio trascurabile, ma un aspetto cruciale che deve essere accuratamente pianificato per assicurare che l'orientamento del drone corrisponda esattamente a quello desiderato; noi utilizzeremo il seguente:

$$R(\phi, \theta, \psi) = R_{x_n}(\phi)R_{y_n}(\theta)R_{z_n}(\psi) \quad (4)$$

Tale matrice risultante, può essere denominata come R_i^s , la quale rappresenta la matrice di rotazione che permette il passaggio da coordinate espresse nel sistema di riferimento inerziale I a coordinate nel body frame S . Procedendo con i calcoli, la matrice R_i^s risulta quindi come segue:

$$\begin{aligned} R_{x_n}(\phi)R_{y_n}(\theta)R_{z_n}(\psi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & \sin(\psi) \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ \sin(\theta) \cos(\psi) & \sin(\psi) \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} = \\ R_i^s &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Ortogonalità delle matrici

Una caratteristica fondamentale delle matrici elencate nelle equazioni (1),(2),(3), è che sono ortogonali con righe e colonne linearmente indipendenti, perciò godono della seguente proprietà:

$$A^T = A^{-1}$$

Quindi l'inversa di una matrice ortogonale generica A è pari alla sua trasposta A^T . Dall'algebra lineare sappiamo che $AA^{-1} = I$ dove I è la matrice identità; questo significa che se A è ortogonale, avremo che:

$$A^T A = AA^T = I \tag{5}$$

Possiamo a questo punto verificare l'ortogonalità di tali matrici applicando a ciascuna la (5).

Ad esempio se moltiplichiamo $R_{x_n}(\phi)$ per la sua trasposta $R_{x_n}^{-1}(\phi)$ dovremmo ottenere la matrice identità:

$$\begin{aligned} R_{x_n}(\phi)R_{x_n}^{-1}(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dove abbiamo usato l'identità trigonometrica $\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1$.

Simili calcoli si possono eseguire per le altre due matrici di rotazione, verificando che anche queste soddisfano la precedente proprietà.

Un altro teorema derivato dall'algebra, afferma che il prodotto tra matrici ortogonali è ancora una matrice ortogonale.

Ciò è facilmente dimostrabile se poniamo A e B due matrici ortogonali, che per definizione significa che:

$$A^T A = AA^T = I \quad B^T B = BB^T = I.$$

Consideriamo ora la matrice $C = AB$. Vogliamo dimostrare che C è anch'essa ortogonale, cioè che:

$$C^T C = C C^T = I$$

Avremo che $C^T C = (AB)^T (AB)$ e usando la proprietà che la trasposta di un prodotto di matrici è il prodotto delle trasposte in ordine inverso, abbiamo:

$$(AB)^T = B^T A^T$$

Quindi si avrà:

$$C^T C = (B^T A^T)(AB) = (B^T B)(A^T A) = I$$

In quanto $(B^T B) = I$ e $(A^T A) = I$.

Quindi $C^T C = I$, che dimostra che C è ortogonale rispetto a questa proprietà.

Arrivati a questo punto, potremo concludere che $R(\phi, \theta, \psi) = R_{x_n}(\phi)R_{y_n}(\theta)R_{z_n}(\psi)$ essendo il prodotto di tre matrici ortogonali, è anch'essa ortogonale. Perciò l'inversa di R_i^s (ovvero R_s^i) corrisponderà alla matrice trasposta di R_i^s , perciò avremo che:

$$R_s^i = R_i^{sT} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Tale matrice sarà utile per trasformare le coordinate del sistema solidale S al sistema inerziale I .

2.2 Cinematica del quadricottero

Occupiamoci ora dello studio dei movimenti del drone, senza considerare (per ora) le forze che li causano. La posizione del centro di massa nel sistema inerziale è descritta dalle coordinate $H = [x_n, y_n, z_n]^T$.

Le velocità *traslazionali*, indicate come $v_I = [\dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n]^T$, possono essere ottenute dalla derivata della posizione rispetto al tempo.

Le velocità *rotazionali* nel sistema di riferimento del *body-frame* invece, vengono definite dal vettore $\omega = [p, q, r]$ dove p, q, r sono rispettivamente le velocità angolari del rollio del beccheggio e dell'imbardata.

In particolare, abbiamo che:

$$\omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R_{x_n}(\phi)R_{y_n}(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R_{x_n}(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Svolgendo i calcoli dell'equazione (7), ricaviamo la matrice di trasformazione S :

$$\omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Da cui si può determinare la sua inversa S^{-1} :

$$\begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Utilizzando la matrice (9), si può determinare i valori delle derivate degli Angoli di Eulero, ovvero le velocità angolari rispetto il sistema di riferimento solidale col drone. Otteniamo così il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = (q \sin \phi + r \cos \phi) \frac{1}{\cos \theta} \end{cases} \quad (10)$$

2.3 Dinamica del sistema

La dinamica del quadricottero prende in considerazione le forze e i momenti che agiscono sul veicolo, determinandone il comportamento in volo. Le equazioni del moto del quadricottero possono essere suddivise in due categorie: dinamica traslazionale e dinamica rotazionale.

Prima però, bisogna fare una considerazione generale su queste forze e momenti agenti sul sistema. Nel sistema di riferimento inerziale, abbiamo tre forze principali in gioco:

1. La forza di gravità \vec{F}_g , che agisce esclusivamente nell'asse verticale z , infatti avremo:

$$\vec{F}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (11)$$

Con m massa del drone e g costante gravitazionale;

2. La spinta generata dai propulsori \vec{F}_T , che per semplicità sarà determinata dalla combinazione lineare dei quadrati delle rotazioni di ciascun rotore:

$$\vec{F}_T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=0}^4 T_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_T(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dove U_1 sarà il nostro primo ingresso del controllore, T_i è la spinta del rotore i , mentre ω_i la sua rispettiva velocità con k_T costante del rotore;

3. La forza di attrito dell'aria \vec{F}_a , che agisce in verso opposto alla direzione del moto del drone:

$$\vec{F}_a = \begin{bmatrix} -A_x \dot{x}_n \\ -A_y \dot{y}_n \\ -A_z \dot{z}_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

Dove A_i rappresenta il coefficiente di attrito.

2.3.1 Equazioni del moto traslazionale

Nel paragrafo precedente al punto 2, siamo riusciti a determinare le forze agenti nel sistema, la spinta totale nell'eq. (12) però, è definita rispetto al *body-frame* del drone, quindi utilizzeremo la matrice di trasformazione R_s^i per esprimere le coordinate di \vec{F}_T nel sistema inerziale I . Troviamo quindi, la spinta totale in I , \vec{F}_T^i con la seguente formula:

$$\vec{F}_T^i = R_s^i F_T = \begin{bmatrix} U_1(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ U_1(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ U_1(\cos \phi \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Ora, ricordando la posizione H del corpo nel sistema inerziale I , indichiamo con \ddot{H} il vettore delle accelerazioni lungo gli assi longitudinali in I :

$$\ddot{H} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_n \\ \ddot{y}_n \\ \ddot{z}_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

Otteniamo infine il modello della dinamica traslazionale, che comprende le tre forze agenti sul sistema descritte nelle eq. (11),(13),(14):

$$m\ddot{H} = F_T^I - F_g - F_a \quad (16)$$

Dividendo entrambi i membri per m , si otterrà la seguente equazione:

$$\ddot{H} = \frac{1}{m}F_T^I - \frac{1}{m}F_g - \frac{1}{m}F_a \quad (17)$$

E risolvendo i calcoli si arriverà all'equazione finale del moto traslazionale:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_n \\ \ddot{y}_n \\ \ddot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{m}(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) - \frac{A_x}{m}\dot{x}_n \\ \frac{U_1}{m}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) - \frac{A_y}{m}\dot{y}_n \\ \frac{U_1}{m}(\cos \phi \cos \theta) - \frac{A_z}{m}\dot{z}_n - g \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.3.2 Equazioni del moto rotazionale

La dinamica rotazionale del drone, è definita nel sistema di riferimento del corpo rigido, in modo da misurare le rotazioni attorno agli assi del centro di massa. Con il vettore $\vec{\omega}$ indicheremo le accelerazioni angolari del quadricottero attorno al suo centro di massa:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}$$

Per quanto riguarda i momenti meccanici, sono presenti due tipi:

- Il momento esercitato dai rotori, indicato con \vec{M}_r , che definisce gli altri 3 ingressi del controllore, ovvero U_2, U_3, U_4 :

$$\vec{M}_r = \begin{bmatrix} M_{r_\phi} \\ M_{r_\theta} \\ M_{r_\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lk_t(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lk_t(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ lk_d(\omega_4^2 + \omega_2^2 - \omega_1^2 - \omega_3^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dove l indica la lunghezza del braccio, ovvero la distanza dal motore al centro di massa, e k_d rappresenta il coefficiente di **drag**, il cui termine viene utilizzato per indicare una forza presente nel sistema dovuta alla resistenza del vento, la quale sarà in senso opposto alla direzione del moto. Questo coefficiente è definito come segue:

$$d = \frac{Q}{\omega^2}, \text{ dove } Q \text{ è il momento della forza di trascinamento.} \quad (20)$$

- Il momento \vec{M}_g per l'effetto giroscopico:

$$\vec{M}_g = I_r \begin{bmatrix} -\dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \omega_i \quad (21)$$

Con J_r momento di inerzia del rotore.

Ora, possiamo definire l'equazione per il moto rotazionale, attraverso la seguente:

$$\vec{I}_b \cdot \dot{\omega} = \vec{M}_r - \vec{M}_g - (\omega \times \vec{I}_b \omega) \quad (22)$$

Nell'equazione (22) nella pagina precedente, abbiamo che il momento \vec{M}_g descritto nella (21), viene trascurato in quanto I_r è approssimabile a zero.

Possiamo notare in (22) che viene utilizzata una matrice \vec{I}_b , che indica il tensore di inerzia rispetto al centro di massa del drone, il quale è rappresentato da una matrice diagonale:

$$\vec{I}_b = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Infine, sempre nella (22) è presente il prodotto $(\omega \times \vec{I}_b \omega)$, che descrive l'effetto giroscopico dovuto alla rotazione dei motori combinata alla rotazione del corpo:

$$(\omega \times \vec{I}_b \omega) = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{yy}) \\ \dot{\psi} \dot{\phi} (I_{xx} - I_{zz}) \\ \dot{\theta} \dot{\phi} (I_{yy} - I_{zz}) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Risolvendo l'equazione (22) facendo le opportune sostituzioni, e dividendo tutto per \vec{I}_b , si otterrà la seguente:

$$\dot{\vec{\omega}} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} [(I_{yy} - I_{zz}) \dot{\theta} \dot{\psi} + U_2] \\ \frac{1}{I_{yy}} [(I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} \dot{\phi} + U_3] \\ \frac{1}{I_{zz}} [(I_{xx} - I_{yy}) \dot{\theta} \dot{\phi} + U_4] \end{bmatrix} \quad (25)$$

L'equazione (25) può esser scritta anche nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} \ddot{U}_2 \\ \ddot{U}_3 \\ \ddot{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} \times \dot{p} + qr(I_{zz} - I_{yy}) \\ I_{yy} \times \dot{q} + pr(I_{xx} - I_{zz}) \\ I_{zz} \times \dot{r} + pr(I_{yy} - I_{xx}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

2.4 Modello non lineare

La modellizzazione non lineare, è essenziale per catturare la complessità e le caratteristiche reali del comportamento dinamico di un quadricottero. A differenza dei modelli lineari, che approssimano il comportamento del sistema solo in prossimità di un punto di equilibrio, i modelli non lineari rappresentano fedelmente le dinamiche del sistema in tutto il dominio operativo.

In questo paragrafo verrà esplorata la derivazione del modello non lineare completo del quadricottero, nonostante sia già stato in precedenza approssimato, evidenziando le equazioni che governano il moto traslazionale e rotazionale di esso.

Ponendo $x_n = X$, $y_n = Y$ e $z_n = Z$, e mettendo assieme i due modelli descritti nelle equazioni (18) e (25), arriviamo al modello finale seguente:

$$\begin{cases} \ddot{X} = \frac{U_1}{m}(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) - \frac{A_x}{m} \dot{X} \\ \ddot{Y} = \frac{U_1}{m}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) - \frac{A_y}{m} \dot{Y} \\ \ddot{Z} = \frac{U_1}{m}(\cos \phi \cos \theta) - \frac{A_z}{m} \dot{Z} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}}[(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + U_2] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{yy}}[(I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\dot{\phi} + U_3] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}}[(I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\phi} + U_4] \end{cases} \quad (27)$$

2.5 Linearizzazione del modello in regime stazionario

A questo punto, ci occuperemo di linearizzare il modello identificato al paragrafo precedente, in modo da poter studiarne il controllo d'assetto e di quota in seguito. Questa linearizzazione viene fatta in modo che il drone sia parallelo al suolo, con un volo stazionario che supporti oscillazioni minime; quindi si linearizza attorno ad un punto di equilibrio, in cui tutti gli angoli di rotazione attorno al centro di massa, sono approssimabili a zero, quindi:

$$\begin{cases} \phi_0 \approx 0 \\ \theta_0 \approx 0 \\ \psi_0 \approx 0 \end{cases}$$

Perciò utilizzando le serie di Taylor, possiamo approssimare anche i seni e i coseni (ovvero funzioni non lineari):

$$\begin{cases} \cos \phi \approx 1 \\ \cos \theta \approx 1 \\ \cos \psi \approx 1 \\ \sin \phi \approx \phi \\ \sin \theta \approx \theta \\ \sin \psi \approx \psi \end{cases}$$

In questo modo, potremo riscrivere le equazioni in (10) nel seguente modo:

$$\begin{cases} \dot{\phi} \approx p \\ \dot{\theta} \approx q \\ \dot{\psi} \approx r \end{cases} \quad (28)$$

Arrivando finalmente al modello linearizzato seguente:

$$\begin{cases} \ddot{Z} = -g + \frac{U_1}{m} \\ \dot{\phi} \approx p \\ \dot{\theta} \approx q \\ \dot{\psi} \approx r \\ \dot{p} = \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{xx}} qr + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{cases} \quad (29)$$

Siccome le velocità angolari p, q, r devono essere praticamente nulle dato il punto di equilibrio in cui ci troviamo, i prodotti qr, pr, pq , possono essere approssimati a zero, e il sistema diventerà:

$$\begin{cases} \ddot{Z} = \frac{U_1}{m} - g \\ \dot{\phi} = \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{\theta} = \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \dot{\psi} = \frac{U_4}{I_{zz}} \end{cases} \quad (30)$$

3 Progettazione del Controllore

Dopo aver esplorato in dettaglio la dinamica del sistema nel capitolo precedente, ci si orienta ora verso la progettazione della fase di controllo. Questo capitolo si focalizza sulla definizione e sull'implementazione di un controllore adeguato, attraverso l'utilizzo della *sintesi in frequenza*, sviluppando un approccio che risponderà in modo efficiente alle specifiche richieste.

Il metodo di sintesi citato sopra, è anche chiamato *sintesi di Bode*, in quanto verranno utilizzati i diagrammi di Bode, che permettono di rappresentare graficamente la stabilità e la dinamica dei sistemi lineari tramite due grafici che rappresentano separatamente due valori:

- **Modulo** $|W(j\omega)|$: mostra come varia l'ampiezza (solitamente espressa in Decibel (dB)) del segnale di uscita di un sistema rispetto a diverse frequenze di segnale di ingresso.
- **Fase** $\angle|W(j\omega)|$: mostra come la fase del segnale di uscita si sposta rispetto alla fase del segnale di ingresso attraverso un range di frequenze.

Specifiche di progetto

Come accennato nel paragrafo precedente, è necessario definire alcune proprietà per conseguire con il controllo, che chiameremo *specifiche di progetto*. Quelle che considereremo sono:

- **Errore a regime**: è la differenza tra il valore di uscita di un sistema in risposta a un ingresso costante e il valore desiderato dopo che la fase transitoria sia finita. Quest'ultima, rappresenta il momento iniziale durante il quale il sistema risponde a un cambiamento dell'input, dall'inizio della risposta fino a quando non raggiunge uno stato stazionario o equilibrio. Questo parametro è critico perché indica quanto efficacemente un sistema può raggiungere e mantenere il valore desiderato sotto condizioni stazionarie.

- **Prontezza del sistema:** spesso valutata attraverso il **tempo di assestamento** (T_s), è il tempo necessario affinché l'uscita di un sistema si stabilizzi entro una certa banda percentuale (tipicamente il 2% o il 5%) attorno al valore finale, dopo l'applicazione di un ingresso a gradino.
- **Capacità smorzante:** è legata alla sovraelongazione S che è la quantità massima per cui la risposta a gradino di un sistema supera il valore finale prima di stabilizzarsi. Una bassa sovraelongazione indica un alto smorzamento, che di solito traduce una maggiore rapidità nel raggiungere l'equilibrio senza oscillazioni eccessive.

Queste caratteristiche, le possiamo vedere rappresentate nel grafico in Figura 3, nella pagina seguente, in modo da comprendere meglio il significato di ciascuna proprietà.

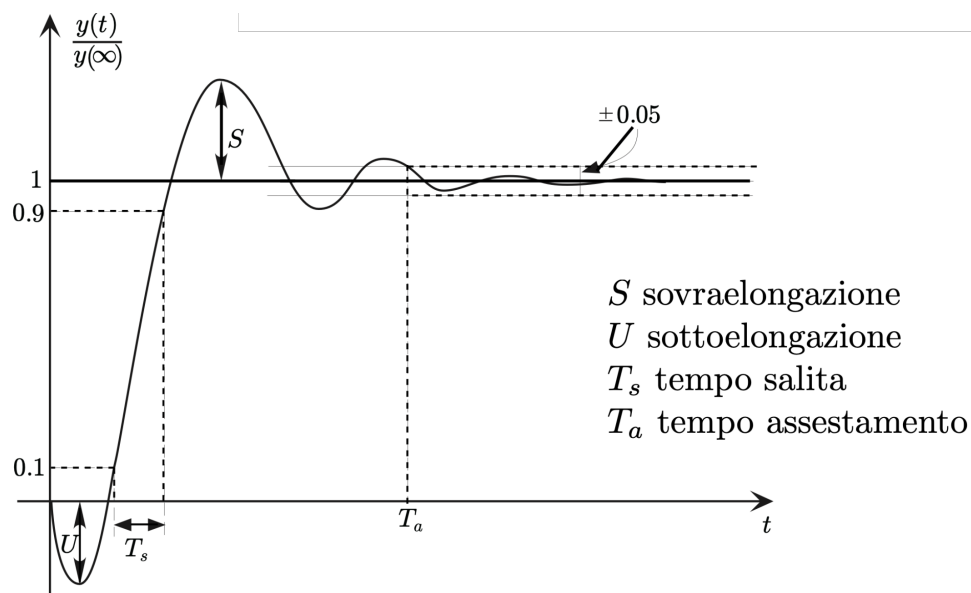


Figura 3: Andamento tipico della risposta a gradino

Di seguito, nei paragrafi 3.1 e 3.2, verranno introdotte le specifiche di progetto che si andranno ad utilizzare, andando rispettivamente a definire prima quelli per il controllo di quota e poi quelli per il controllo dell'assetto.

Equazioni in dominio complesso e funzioni di trasferimento

A partire dalle equazioni del moto che abbiamo linearizzato, possiamo successivamente estrarre le relative funzioni di trasferimento. Per effettuare questo passaggio, applichiamo la trasformata di Laplace alle equazioni presentate nel sistema (30), consentendo così di traslare l'analisi dal dominio del tempo a quello delle frequenze, in modo da poter proseguire con le analisi per il controllo del nostro sistema:

$$\begin{cases} Z(s) = \frac{U_1}{ms^2} - \frac{g}{s^2} \\ \phi(s) = \frac{U_2}{I_{xx}s^2} \\ \theta(s) = \frac{U_3}{I_{yy}s^2} \\ \psi(s) = \frac{U_4}{I_{zz}s^2} \end{cases} = \begin{cases} Z(s) = \frac{1}{s^2}(\frac{U_1}{m} - g) \\ \phi(s) = \frac{1}{s^2} \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \theta(s) = \frac{1}{s^2} \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \psi(s) = \frac{1}{s^2} \frac{U_4}{I_{zz}} \end{cases} \quad (31)$$

Analizzandole separatamente, possiamo estrapolarci le funzioni di trasferimento per ciascuna equazione:

- La prima equazione, descrive la quota del drone:

$$Z(s) = \frac{1}{ms^2}U_1(s) - \frac{g}{s^2}D(s) \quad (32)$$

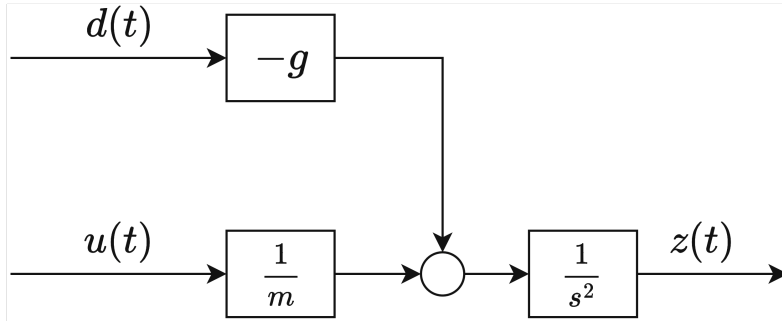
Il termine $\frac{1}{ms^2}$ è la funzione di trasferimento associata all'ingresso U_1 sull'uscita $Z(s)$ e la definiamo in questo modo:

$$W_{U_1Z}(s) = \frac{1}{ms^2} \quad (33)$$

Inoltre possiamo notare che il termine $\frac{g}{s^2}$ è un'influenza esterna che agisce sul sistema indipendentemente da qualsiasi ingresso di controllo perciò come possiamo notare nell'equazione, lo identificheremo come disturbo:

$$W_{DZ}(s) = -\frac{g}{s^2} \quad (34)$$

Infine, raggruppando queste funzioni di trasferimento, possiamo ricavarci il seguente schema a blocchi per la quota (siamo ancora senza controllore):



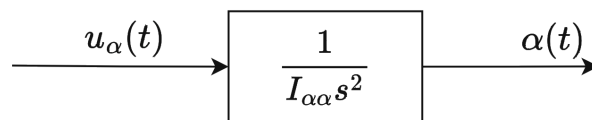
- Le altre tre equazioni invece, descrivono il moto rotazionale del drone e eseguendo gli stessi procedimenti di prima, possiamo ricavarci le seguenti funzioni di trasferimento:

$$W_{U_2\phi}(s) = \frac{1}{I_{xx}s^2} \quad (35)$$

$$W_{U_3\theta}(s) = \frac{1}{I_{yy}s^2} \quad (36)$$

$$W_{U_4\psi}(s) = \frac{1}{I_{zz}s^2} \quad (37)$$

Come possiamo notare, in questi tre casi tutti i termini dipendono dall'ingresso e non è presente alcun disturbo proveniente da cause esterne al sistema. Lo schema a blocchi qui sotto, rappresenta ognuna di queste funzioni di trasferimento in forma generica:



Parametri del modello

Andiamo ora a specificare i valori dei parametri della funzione di trasferimento. A tale scopo, prenderemo in considerazione un drone di taglia media e definiremo i seguenti parametri riguardanti tutto il sistema:

- **Massa drone:** $m = 0.85Kg$
- **Momenti di inerzia:** $I_{xx} = I_{yy} = 0.0081Kg \cdot m^2$ $I_{zz} = 2I_{xx} = 0.0162Kg \cdot m^2$
- **Coefficienti d'attrito:** $A_x = A_y = A_z = 0.35$

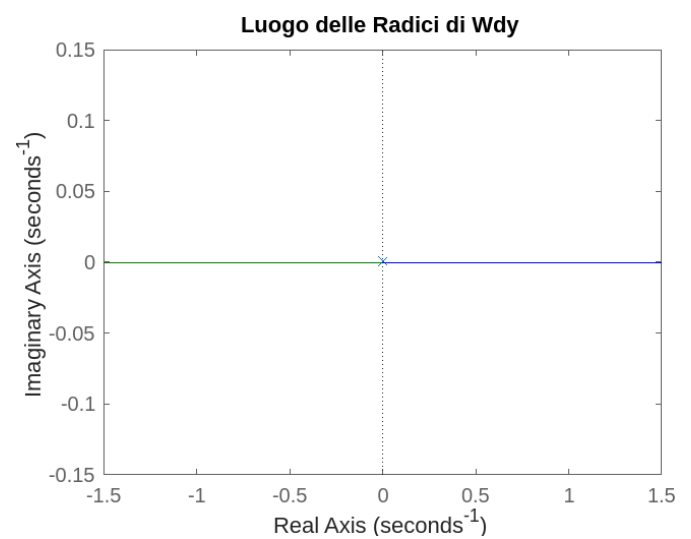
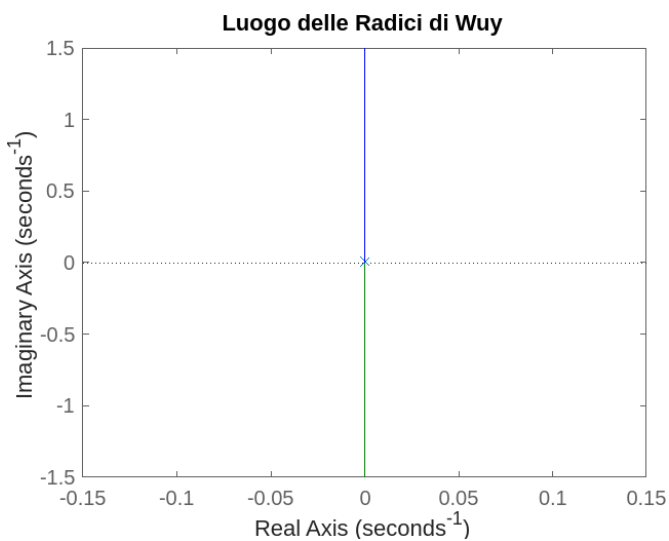
3.1 Controllo della quota

In questo paragrafo ci dedicheremo alla progettazione di un controllore in **catena chiusa** per il controllo di quota. A differenza dei sistemi in catena aperta, il controllo in catena chiusa si avvale di un feedback continuo che permette al controllore di adeguare l'input $u(t)$ in base alla differenza tra il valore di riferimento $r(t)$ e l'uscita misurata del sistema.

Questo approccio garantisce una maggiore precisione e affidabilità, essenziale per il mantenimento della quota in condizioni dinamiche e variabili.

Stabilità del sistema

Prima di procedere con qualsiasi intervento di progettazione del controllore, è cruciale comprendere la stabilità del sistema. Un metodo efficace per valutare questa caratteristica, è analizzare la disposizione dei poli della funzione di trasferimento utilizzando MATLAB, il quale ci permetterà di visualizzare chiaramente i risultati attraverso i grafici qui sotto:



Come possiamo osservare nei due luoghi delle radici, entrambe le funzioni di trasferimento, presentano due poli reali in 0, al centro dei due assi. Possiamo quindi affermare che il sistema in questione, è *semplicemente stabile*, in quanto tutte le radici p_1, p_2, \dots, p_t di $a(s)$ hanno $Re[p_i] \leq 0$, con $a(s)$ il polinomio caratteristico appartenente al denominatore della funzione di trasferimento.

In Figura 4 è rappresentata la risposta di tale sistema in assenza di controllori, con un ingresso a gradino.

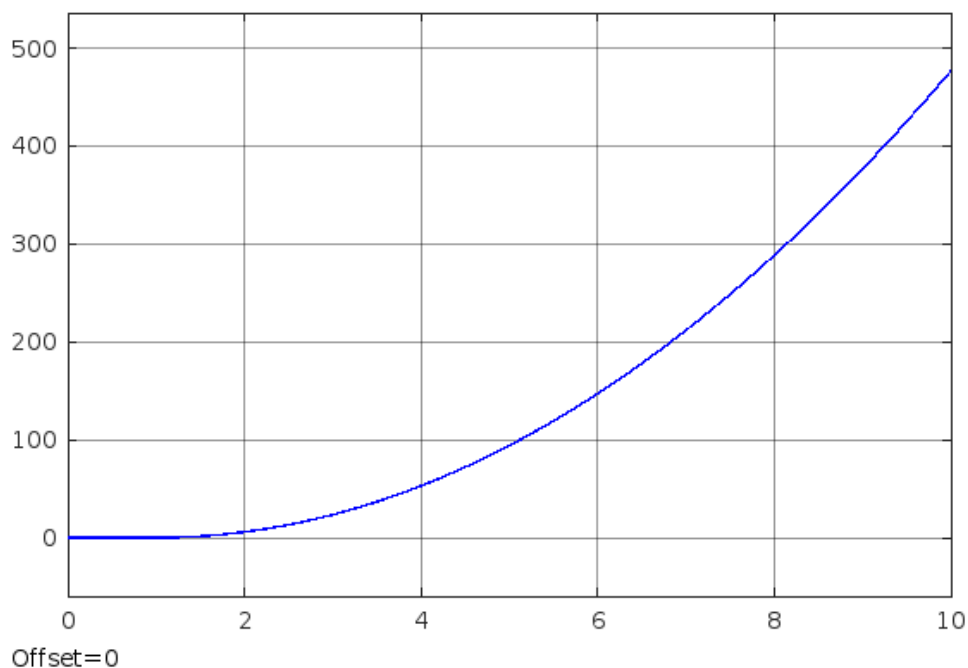


Figura 4: Risposta al gradino

Come abbiamo già detto, il sistema è semplicemente stabile (o marginalmente stabile) ovvero che siamo al limite della stabilità, e basta una minima variazione del guadagno o qualche perturbazione per rendere il sistema instabile; in questo particolare caso possiamo notare che la risposta cresce indefinitamente senza stabilizzarsi ad un valore di assestamento. Perciò, diventa essenziale implementare un controllo per stabilizzare o limitare la crescita nel tempo.

Controllo in catena chiusa

Dopo aver verificato la stabilità del sistema, possiamo passare alla fase successiva, ossia l'implementazione del controllo in catena chiusa. L'uscita del sistema viene continuamente misurata e confrontata con l'input desiderato correggendo eventuali errori e mantenendo il sistema vicino al valore di riferimento desiderato, migliorandone la stabilità, la precisione e la reattività ai disturbi.

Il layout generale per questo tipo di controllo è descritto di seguito:

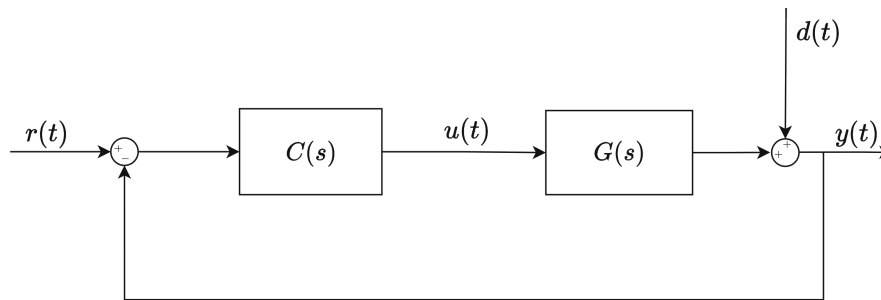


Figura 5: Schema a blocchi di un controllore in catena chiusa

Dove $C(s)$ è il nostro controllore che dobbiamo progettare e $G(s)$ è la funzione di trasferimento del nostro sistema, quindi possiamo modificare lo schema in modo da associarlo al controllo della quota:

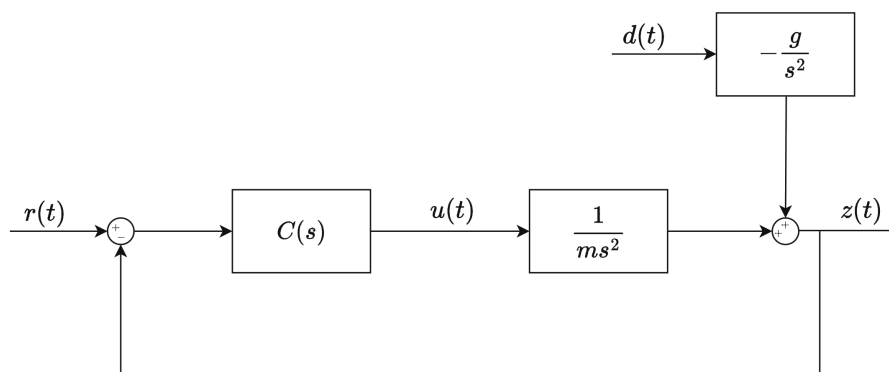


Figura 6: Schema a blocchi del controllore nel nostro sistema

In un sistema retroazionato come in Figura 3.1 e 6, possiamo definire la nuova funzione di trasferimento tra l'ingresso $U_1(s)$ e l'uscita $Z(s)$, attraverso il principio della sovrapposizione degli effetti, e si otterrà la seguente formula generalizzata:

$$W_{U_1Z}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (38)$$

Mentre tra il disturbo $D(s)$ e l'uscita $Z(s)$ avremo:

$$W_{DZ}(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} \quad (39)$$

Considerazioni sulle specifiche

Riprendendo il paragrafo a inizio capitolo sulle specifiche di progetto, è importante definire delle relazioni tra i parametri del sistema nel dominio del tempo e quelli nel dominio delle frequenze. Quest'ultimi, verranno utilizzati nella metodologia che ci permetterà di realizzare il nostro controllore, che consiste nella *sintesi in frequenza* citata all'inizio del Cap.3, tramite i *diagrammi di Bode*. Elenchiamo ora queste importanti relazioni:

- L'errore a regime ϵ , è condizionato dal **tipo** di sistema l , definito dal numero di poli all'origine, e dal **guadagno di Bode** K_B .
- La sovralongazione S , è legato al **margin di fase** m_ϕ che decresce se e solo se S aumenta. In quest'ultima situazione, avremo che il sistema retroazionato è vicino all'instabilità in quanto avremo una sovralongazione elevata. Inoltre possiamo stabilire una stima utilizzabile come punto di partenza della relazione matematica tra queste due grandezze:

$$m_\phi \approx 1 - 0.8S \quad (40)$$

- Infine il tempo di salita T_s è condizionato dalla **pulsazione di attraversamento** ω_A . Anche in questo caso abbiamo la seguente relazione:

$$T_s \text{ decresce} \iff \omega_A \text{ cresce} \quad (41)$$

E possiamo ricavarci anche qua una formula approssimativa:

$$\omega_A \approx \frac{2}{T_s} \quad (42)$$

Fatte queste considerazioni, possiamo finalmente definire le specifiche di progetto. Il nostro controllore dovrà quindi avere:

- $m_\phi = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{rad}$
- $\omega_A = 10 \text{Hz}$
- $\epsilon = 0.1$ con segnale a *rampa parabolica*

Definiamo ora $T(s)$ come il seguente prodotto: $T(s) = C(s)G(s)$. Ponendolo in forma di Bode, otteniamo:

$$T(s) = \frac{K_T}{s^{h_T}} \bar{T}(s) \quad (43)$$

Dove K_T rappresenta il guadagno di Bode (definito prima come K_B) che è pari a $\frac{1}{\epsilon}$ quindi $K_T = \frac{1}{\epsilon} = 10$.

h_T invece dipende dal tipo di sistema l , infatti $h_T = l$ ed essendo che siamo in presenza di un segnale a rampa parabolica, avremo: $h_T = 2$.

Ponendo ora anche $C(s)$ e $G(s)$ in forma di Bode, avremo:

$$C(s) = \frac{K_C}{s^{h_C}} \bar{C}(s) \quad (44)$$

$$G(s) = \frac{K_G}{s^{h_G}} \bar{G}(s) \quad (45)$$

Quindi la nostra funzione di trasferimento $T(s)$ diventerà:

$$T(s) = C(s)G(s) = \frac{K_C}{s^{h_C}} \bar{C}(s) \frac{K_G}{s^{h_G}} \bar{G}(s) = \frac{K_C K_G}{s^{h_C+h_G}} \bar{C}(s) \bar{G}(s) = \frac{K_T}{s^{h_T}} \bar{T}(s)$$

Con $\bar{T}(0) = 1$, $\bar{C}(0) = 1$ e $\bar{G}(0) = 1$.

Ora, essendo che $K_T = K_C K_G$ e $h_T = h_C + h_G$, possiamo ricavarci i guadagni e il numero di poli nell'origine di $C(s)$.

Riguardo la funzione $G(s)$, essa corrisponde alla funzione di trasferimento del nostro sistema, quindi $G(s) = W_{UZ}(s) = \frac{1}{ms^2}$ che possiamo già notare essere in forma di Bode, con $K_G = \frac{1}{m}$ e $h_G = 2$. Quindi in conclusione:

$$h_C = h_T - h_G = 0 \quad K_C = \frac{K_T}{K_G} = \frac{10}{\frac{1}{m}} = 10m \quad (46)$$

Per rendere le idee più chiare, possiamo scrivere $T(s)$ in questo modo:

$$T(s) = \bar{C}(s) \frac{K_C}{s^{h_C}} G(s) = \bar{C}(s) \frac{K_C K_G}{s^{h_C+h_G}} \bar{G}(s) \quad (47)$$

In cui possiamo definire $\hat{T}(s) = \frac{K_C K_G}{s^{h_C+h_G}} \bar{G}(s)$ come la parte fissata del modello del sistema da controllare e dalle specifiche relative all'errore a regime. Mentre sfruttiamo la libertà di $\bar{C}(s)$ per soddisfare le specifiche sul margine di fase e pulsazione di attraversamento.

Calcoliamoci ora $\hat{T}(s)$ sapendo che $\overline{G}(s) = 1$:

$$\hat{T}(s) = \frac{10m \cdot \frac{1}{m}}{s^{0+2}} = \frac{10}{s^2} \quad (48)$$

La quale è rappresentata dai diagrammi di Bode in Figura 7 e 8 alla pagina seguente.

Possiamo notare che la retta nel primo grafico, interseca l'asse delle ordinate a $20dB$ con una pendenza di $-40 \frac{dB}{decade}$, infatti come noto dalla teoria dei controlli, la retta su cui giace il diagramma è:

$$y = 20 \log |K_B| - 40x = 20 - 40x$$

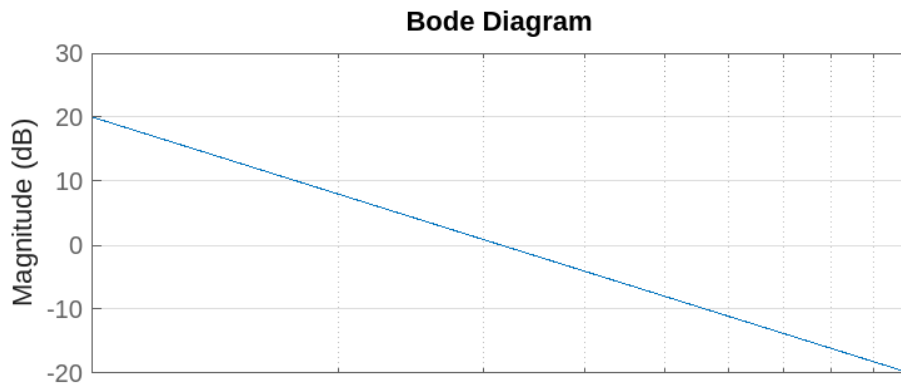


Figura 7: Diagramma del modulo di $\overline{T}(s)$

La pulsazione di attraversamento ω_A (ovvero quella frequenza a cui l'ampiezza della risposta in frequenza del sistema è esattamente $0dB$) possiamo vedere che sta attorno ai $3Hz$. Inoltre osservando sempre in Figura 7, ci si accorge facilmente che la retta non subisce variazioni di pendenza, questo è dovuto al fatto che $\overline{G}(s) = 1$ in quanto la funzione di trasferimento $G(s)$ non presenta ne poli ne zeri al di fuori dell'origine.

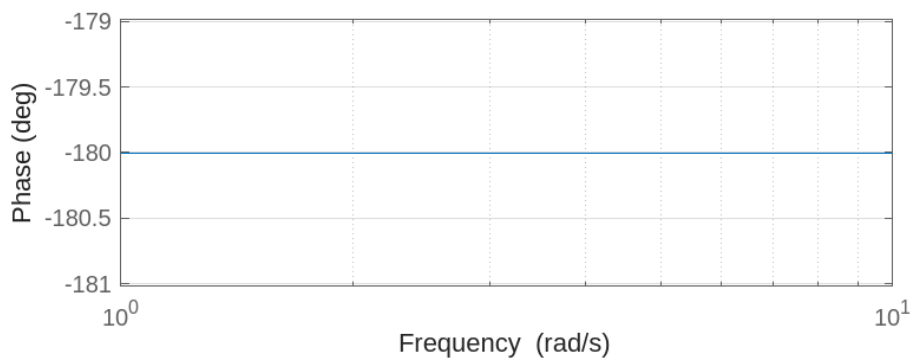


Figura 8: Diagramma della fase di $\overline{T}(s)$

Riguardo al grafico in Figura 8, notiamo che la fase si stabilizza sin dall'inizio a -180° senza subire alcuna variazione, sempre per lo stesso motivo spiegato al paragrafo precedente, perciò il margine di fase m_ϕ è pari a 0. Quello che cerchiamo di avere, è una pulsazione di attraversamento pari a $10Hz$ con un margine di fase di circa 90° quindi l'ideale sarebbe avere uno zero una decade prima di ω_A per modificare la pendenza di $+20 \frac{dB}{decade}$ e un polo una decade dopo per far tornare la pendenza a $-40 \frac{dB}{decade}$.

Per ottenere ciò, posizioneremo lo zero in $\omega_1 = 1Hz$ e il polo in $\omega_2 = 100$, e il nostro controllore $C(s)$ risulterà come segue:

$$C(s) = \frac{K_C}{s^{h_C}} \bar{C}(s) = 10m \cdot \frac{1+s}{1+\frac{s}{100}} \quad (49)$$

E quindi la nostra funzione di trasferimento $T(s)$ sarà:

$$T(s) = \bar{C}(s) \frac{K_C K_G}{s^{h_C+h_G}} \bar{G}(s) = \frac{10}{s^2} \cdot \frac{1+s}{1+\frac{s}{100}} \quad (50)$$

Che è descritta dai diagrammi di Bode in Figura 9 e 10.

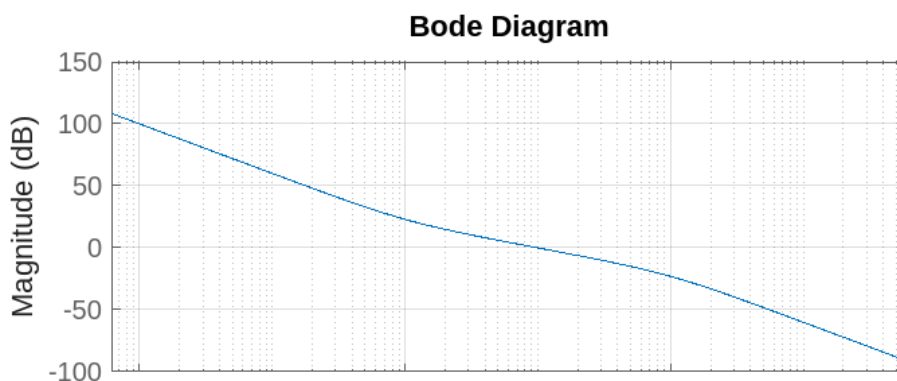


Figura 9: Diagramma della fase di $T(s)$

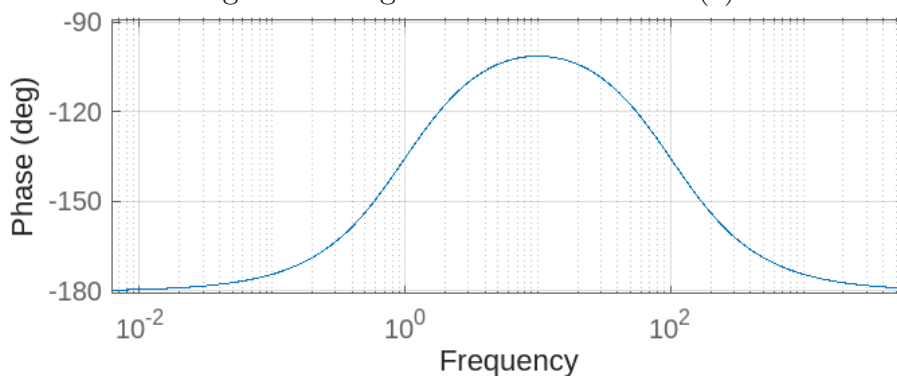


Figura 10: Diagramma della fase di $T(s)$

Come possiamo osservare, il controllore che abbiamo progettato rispetta a pieno le specifiche di progetto elencate prima, apparte per il margine di fase, che è: $m_\phi \approx 80$ che è minore dei 90° che speravamo di ottenere. Invece puntando l'attenzione sulla pulsazione di attraversamento, notiamo che essa vale esattamente $10Hz$ quando l'ampiezza risulta di $0dB$, infatti è ciò che volevamo vedere. Inoltre possiamo studiare la stabilità del nuovo sistema controllato, attraverso il luogo delle radici in Figura qui sotto:

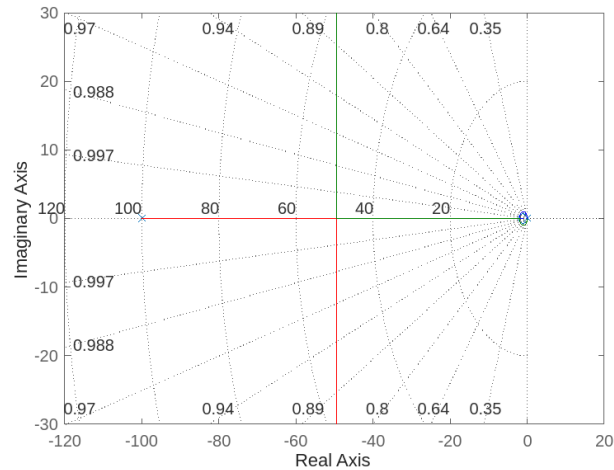


Figura 11: Luogo delle radici di $T(s)$

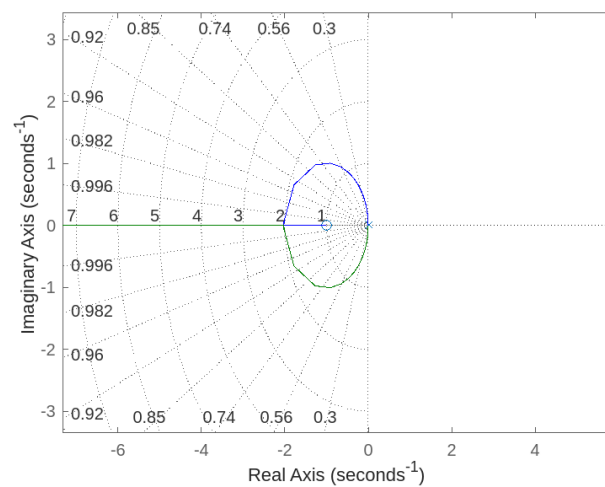


Figura 12: Zoom nelle radici in prossimità dell'asse immaginario

Come possiamo vedere nelle Figure 11 e 12, tutti i poli e gli zeri si trovano a sinistra dell'asse immaginario, il che indica che il sistema è stabile. Inoltre il luogo delle radici mostrano anche il movimento dei poli al variare del guadagno K , infatti osservando i grafici, i tracciamenti stanno sempre nella parte reale negativa per qualunque valore di K .

3.2 Controllo dell'assetto

Introduciamo ora il capitolo sul controllo dell'assetto del drone. Anche qui utilizzeremo un controllore in catena chiusa quindi prima di progettare il controllore, dobbiamo definire il blocco di $G(s)$.

A differenza del capitolo precedente, qui abbiamo tre diverse azioni da controllare, che però studiamo in un'unica analisi in quanto hanno la stessa funzione di trasferimento generale che abbiamo definito nelle Equazioni (35), (36) e (37) che riportiamo qui sotto in forma generica:

$$G_i(s) = \frac{1}{I_{\alpha\alpha}s^2} \quad (51)$$

Con $i \in \phi, \theta, \psi$ e $\alpha \in xx, yy, zz$.

Come possiamo notare anche qua abbiamo un doppio polo nell'origine, quindi siamo in presenza di un sistema che a livello di stabilità è paragonabile a quello della quota, avente lo stesso luogo delle radici.

Perciò, anche in questo caso siamo in presenza di una stabilità marginale, ovvero che sta al limite della stabilità, e diventa quindi necessario progettare un controllore per fare in modo che la risposta in uscita non sia come quella in Figura 4 mostrata per la quota.

Dall'Equazione (51), è facile intuire che abbiamo tre casi identici, con l'unica differenza che (come abbiamo già definito in precedenza) il valore del momento di inerzia I_{zz} è pari al doppio di I_{xx} e I_{yy} .

Riguardo ai disturbi, nel caso dell'assetto non sono presenti, infatti potremmo rappresentare il sistema (con il controllore) con il seguente schema a blocchi in catena chiusa:

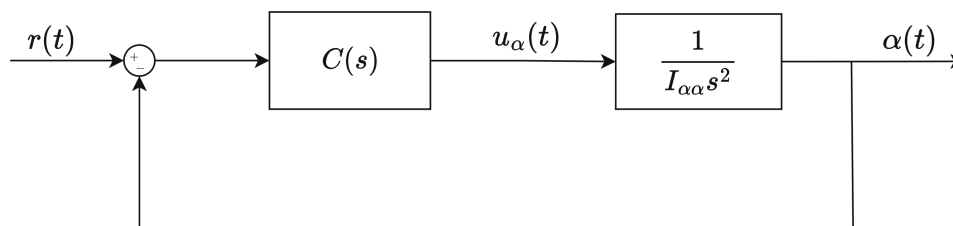


Figura 13: Schema a blocchi per il controllo dell'assetto

Analizzando lo schema riportato in Figura 13, siamo in grado di definire la funzione di trasferimento tra l'ingresso $U_\alpha(s)$ e l'uscita $\alpha(t)$ con $\alpha \in \phi, \theta, \psi$, che abbiamo già definito nell'Equazione (38), per un generico sistema in catena chiusa che ridefiniamo qui sotto:

$$W_{U_\alpha\alpha}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (52)$$

Con gli indici di W che indicano l'ingresso $U_\alpha(s)$ e l'uscita $\alpha(s)$.

Progettazione del controllore

Arrivati a questo punto, possiamo finalmente progettare il controllore $C(s)$ per il nostro sistema di assetto, ricordando tutte le considerazioni fatte nel capitolo precedente sulla sintesi in frequenza e le equazioni fondamentali ad essa associate definite nella (46).

Mentre riguardo la funzione di trasferimento $T(s)$ che sarebbe il prodotto di $C(s)$ e $G(s)$, e riguardando l'equazione (47), essa possiamo scriverla come segue:

$$T_\alpha(s) = \bar{C}_\alpha(s) \frac{K_{C_\alpha} K_{G_\alpha}}{s^{h_{C_\alpha} + h_{G_\alpha}}} \bar{G}(s) \quad (53)$$

Per questo tipo di sistema, vorremmo avere le seguenti specifiche di progetto:

- $m_\phi = 90^\circ = \frac{\pi}{2} rad$
- $\omega_A = 50 Hz$
- $\epsilon = 0.1$ con segnale a *rampa parabolica*

L'unica differenza sostanziale rispetto al controllo della quota, è che abbiamo aumentato la pulsazione di attraversamento.

Utilizzando le equazioni riportate in (46), calcoliamo h_{C_α} (ovvero il numero di poli nell'origine) e K_{C_α} (il guadagno di $C_\alpha(s)$):

$$h_{C_\alpha} = h_{T_\alpha} - h_{G_\alpha} = 0 \quad K_C = \frac{K_T}{K_G} = \frac{10}{\frac{1}{I_{\alpha\alpha}}} = 10 \cdot I_{\alpha\alpha}$$

Calcoliamo ora $\hat{T}_\alpha(s)$, ovvero la parte fissata del modello del sistema da controllare e dalle specifiche dell'errore a regime, sapendo che $\hat{T}_\alpha(s) = \frac{K_{C_\alpha} K_{G_\alpha}}{s^{h_{C_\alpha} + h_{G_\alpha}}} \bar{G}_\alpha(s)$ con $\bar{G}_\alpha(0) = 1$:

$$\hat{T}_\alpha(s) = \frac{10 \cdot I_{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{m}}{s^{0+2}} = \frac{10}{s^2} \quad (54)$$

La quale è rappresentata dai diagrammi di Bode in Figura 14 e 15 nella pagina seguente, che indicano rispettivamente il diagramma del modulo e quello della fase.

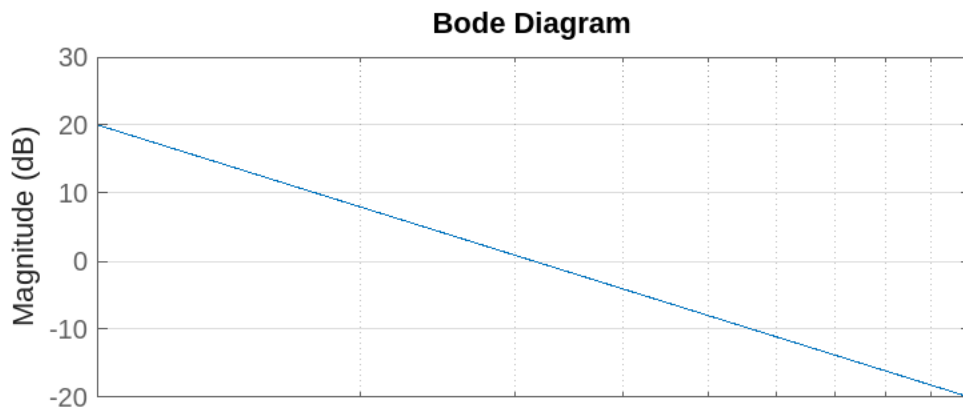


Figura 14: Diagramma del modulo di $\hat{T}_\alpha(s)$

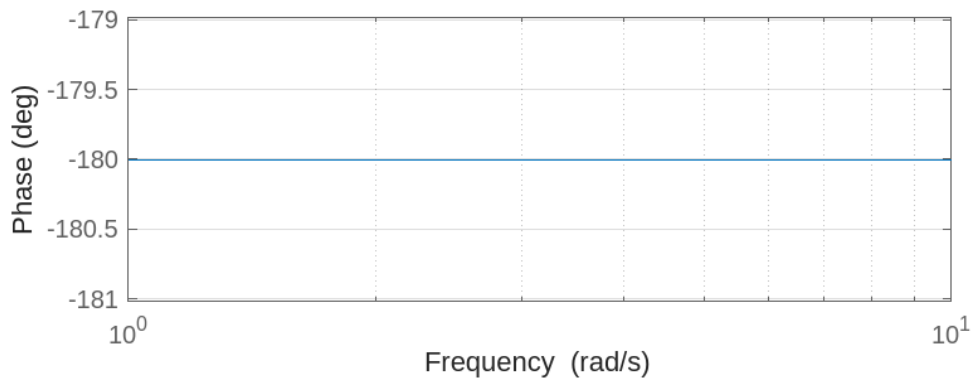


Figura 15: Diagramma della fase di $\hat{T}_\alpha(s)$

Si può facilmente notare che i due diagrammi, corrispondono a quelli in Figura 7 e 8 per il controllo della quota con le stesse caratteristiche; quindi con una pulsazione di attraversamento ω_A pari a $3Hz$ e una pendenza costante di $-40 \frac{dB}{decade}$.

Mentre riguardo la fase, rimane sempre a -180° senza subire variazioni.

Per ottenere le specifiche che si desiderano, si potrebbe sempre pensare ad un tipo di controllore come quello per la quota, con uno zero circa due decadi prima di ω_A , più precisamente in $\omega_1 = \frac{1}{5}Hz$ per aumentare la pendenza di $+20\frac{dB}{decade}$, e un polo una decade dopo ovvero in $\omega_2 = 500Hz$.

Applicando queste modifiche al nostro controllore, $C(s)$ sarà:

$$C_\alpha(s) = \frac{K_{C_\alpha}}{s^{h_{C_\alpha}}} \bar{C}_\alpha(s) = 10I_{\alpha\alpha} \cdot \frac{1 + 5s}{1 + \frac{s}{500}} \quad (55)$$

E quindi la funzione di trasferimento $T_\alpha(s)$ sarà:

$$T_\alpha(s) = \bar{C}_\alpha(s) \frac{K_{C_\alpha} K_{G_\alpha}}{s^{h_{C_\alpha} + h_{G_\alpha}}} \bar{G}_\alpha(s) = \frac{10}{s^2} \cdot \frac{1 + 5s}{1 + \frac{s}{500}} \quad (56)$$

Che è descritta dai diagrammi di Bode in Figura 16.

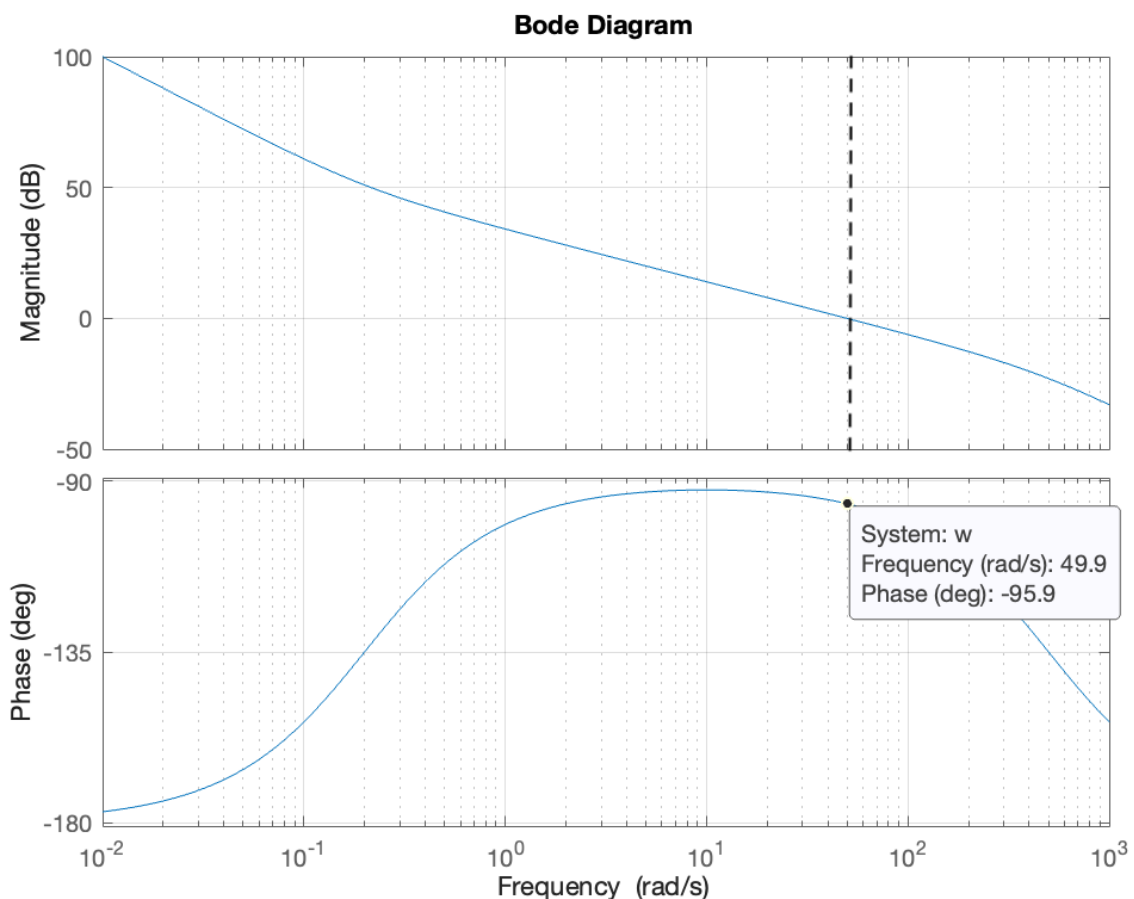
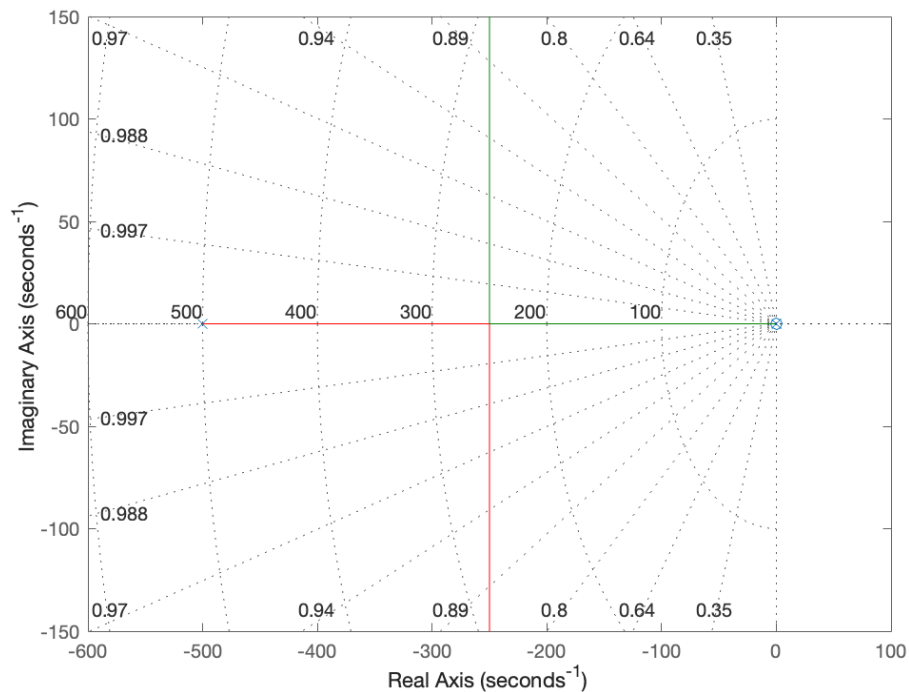


Figura 16: Diagramma del modulo e della fase di $T_\alpha(s)$

Da cui osserviamo che il controllore in esame rispetta le specifiche, anche se (come nel capitolo precedente) il parametro m_ϕ del margine di fase non è soddisfatto pienamente, in quanto ha un valore pari a $m_\phi \approx 84^\circ$.

Possiamo inoltre rappresentare il luogo delle radici in figura qui sotto:



Dalla quale notiamo che siamo nella stessa situazione del capitolo precedente, in cui tutti i poli e gli zeri stanno a sinistra dell'asse immaginario, il che rende il sistema stabile per qualunque valore del guadagno K .

4 Simulazioni in ambiente Simulink

4.1 Schema a blocchi del sistema

In questo capitolo ci dedicheremo all'analisi e l'implementazione dei controllori progettati nel Cap. 3 in Simulink.

L'obiettivo è comprendere come le risposte a segnali diversi cambiano tra sistema lineare e non lineare, esplorando come i controllori progettati possano rispondere efficacemente a segnali standard in condizioni ideali.

Qui di seguito in Figura 17, verrà mostrato per intero lo schema a blocchi associato al sistema non lineare che presenterà i 4 ingressi (U_1, U_2, U_3, U_4) con le rispettive uscite che saranno oggetto di studio nei paragrafi successivi, che sono la quota $z(t)$ e i moti rotazionali ϕ, θ, ψ che rappresentano rispettivamente gli angoli di rollio, beccheggio e imbardata spiegati nel primo capitolo introduttivo.

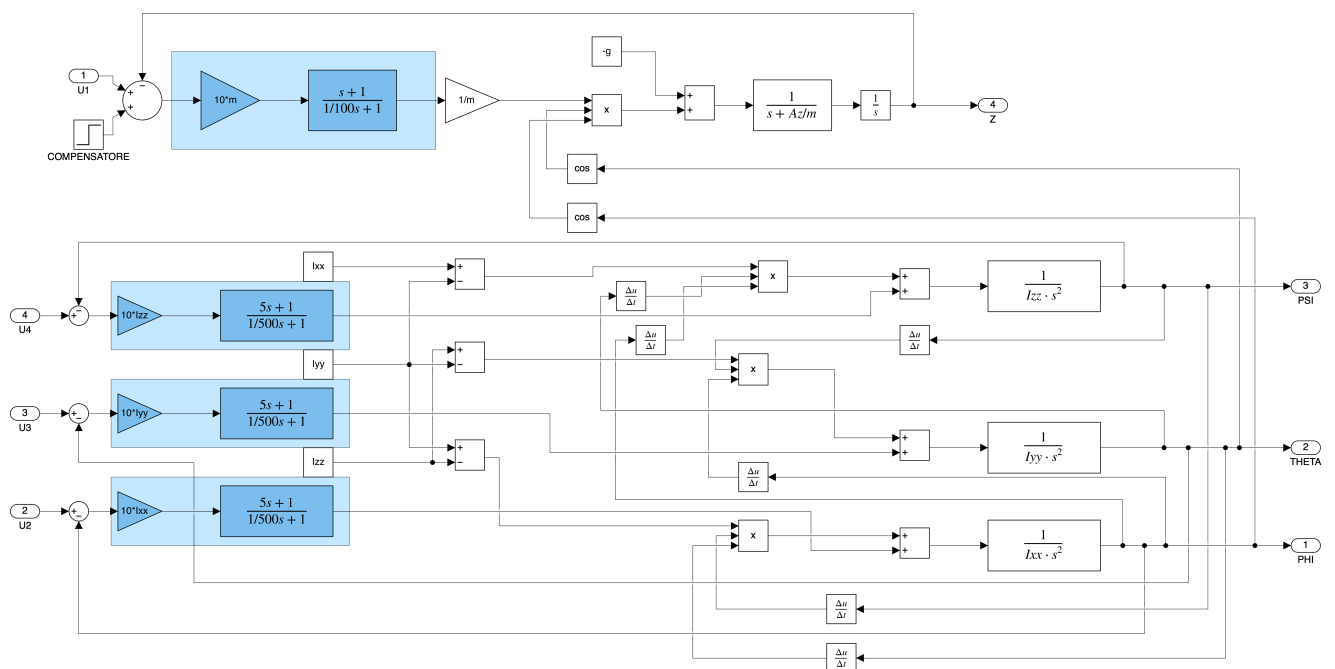


Figura 17: Schema a blocchi del sistema non lineare

Nella figura precedente, i blocchi dentro ai riquadri azzurri identificano i controllori che abbiamo progettato e collegato al sistema non lineare.

Nei prossimi paragrafi, verrà analizzato lo schema a fondo passo passo, mentre si andranno ad osservare le varie differenze tra le risposte in uscita dai due tipi di sistemi.

4.2 Implementazione controllo di quota

Di seguito, in Figura 18 è rappresentato il modello Simulink per il sistema lineare della quota, all'interno di un controllore a catena chiusa (quindi con retroazione):

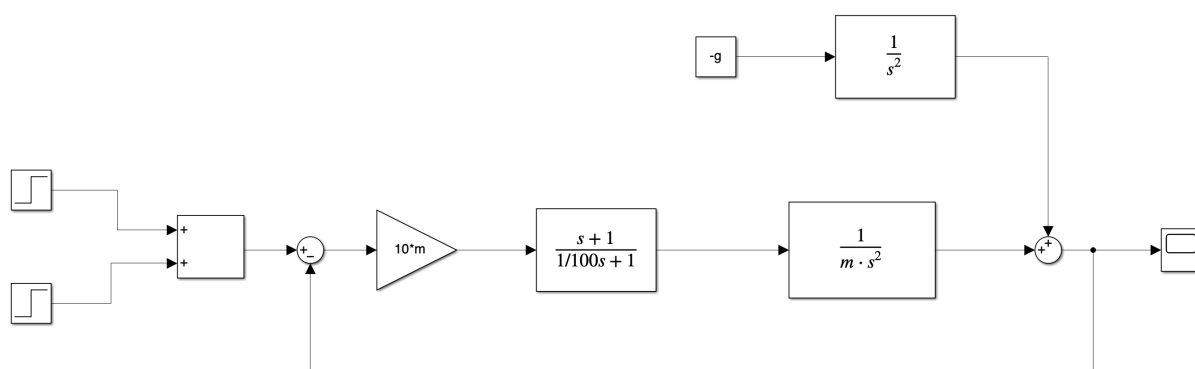


Figura 18: Schema a blocchi del controllo di quota

Come possiamo notare, sono presenti due ingressi con segnale a gradino, e un'uscita rappresentata dal blocco scope che ci permette di visualizzare il risultato della risposta, che rappresenta l'andamento della quota nel tempo.

Riguardo al disturbo, abbiamo che l'accelerazione di gravità la possiamo considerare come un disturbo costante, infatti nei seguenti passaggi andremo a calcolarci l'offset dell'errore a regime generato dalla gravità, che potremmo poi compensare con un valore di segno opposto tramite l'aggiunta di un ulteriore ingresso, che infatti è presente nello schema in Figura 18 sottoforma di un segnale a gradino che chiameremo compensatore.

Innanzitutto, per trovarci l'errore a regime, utilizzeremo il seguente limite, impostando la quota in ingresso desiderata pari a 0:

$$\begin{aligned}
 e_r &= \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} Z(s) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} W_{DZ}(s)D(s)
 \end{aligned}$$

Dove e_r è l'errore a regime, $W_{DZ}(s)$ la funzione descritta nell'equazione (39) e $D(s)$ pari a $-\frac{g}{s^2}$ e sostituendo avremo:

$$e_r = \lim_{s \rightarrow 0} -\left(\frac{s^2 \cdot \left(1 + \frac{s}{100}\right)}{s^2 \cdot \left(1 + \frac{s}{100}\right) + 10 \cdot (1 + s)} \cdot \frac{g}{s^2}\right) = -\frac{g}{10} \quad (57)$$

Perciò, potremmo affermare che l'offset dovuto al disturbo della gravità, sarà pari a $-\frac{g}{10}$ che quindi compenseremo con un segnale di ingresso a gradino con valore finale di $\frac{g}{10}$.

Risposte in uscita dal sistema

Riportiamo qui sotto in Figura 19 e 21i grafici della risposta al gradino rispettivamente del sistema lineare e di quello non lineare:

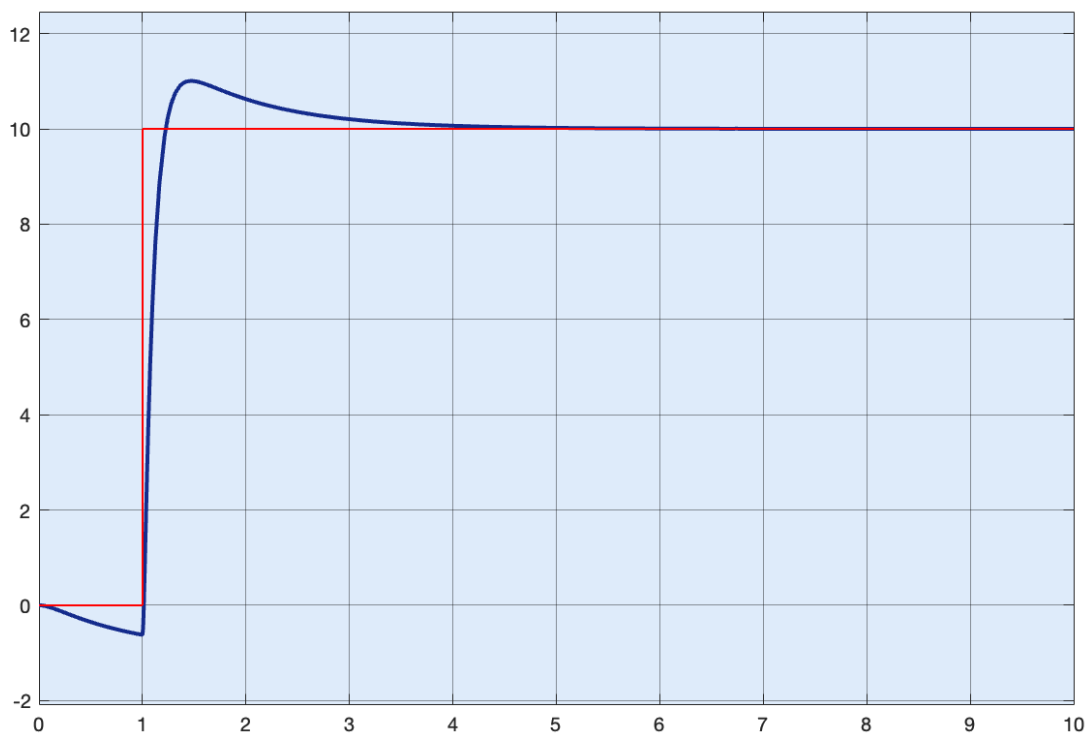


Figura 19: Risposta al gradino del sistema lineare per la quota

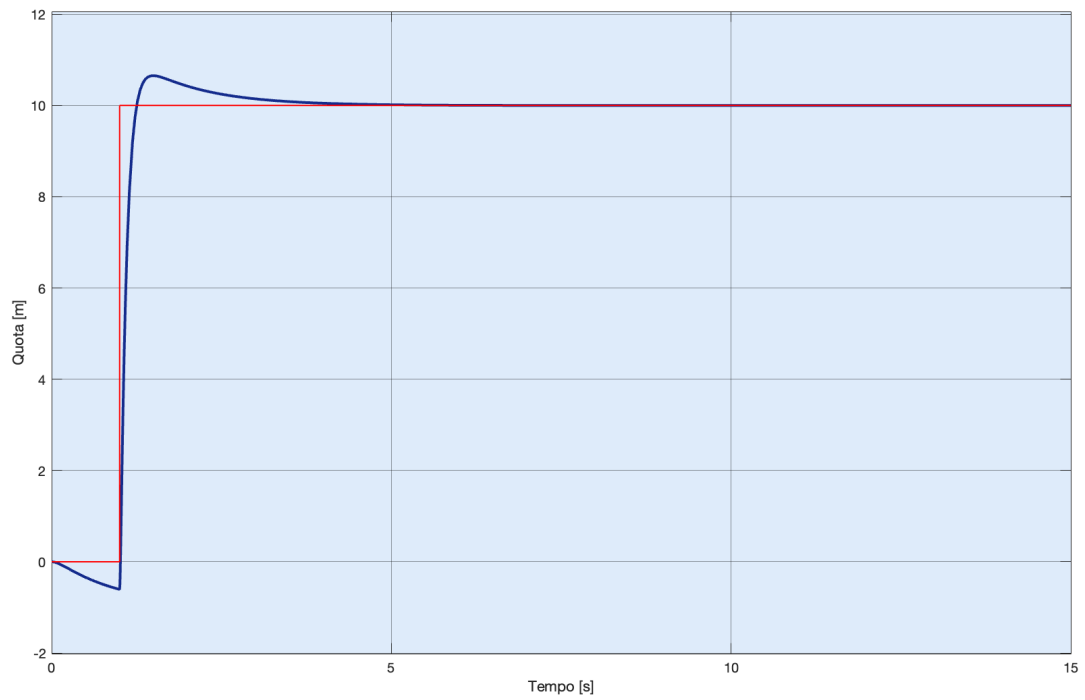


Figura 20: Risposta al gradino del sistema non lineare per la quota

Mentre l'uscita dai due tipi di sistemi con un ingresso a rampa, è rappresentata dalle Figure 21 e 22 qui sotto:

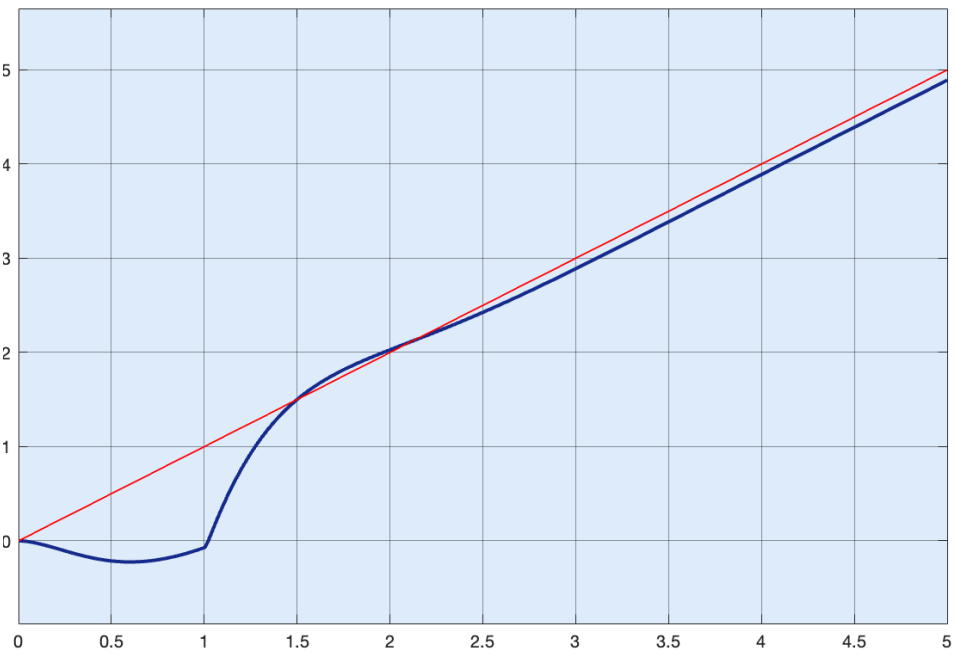


Figura 21: Risposta alla rampa del sistema lineare per la quota

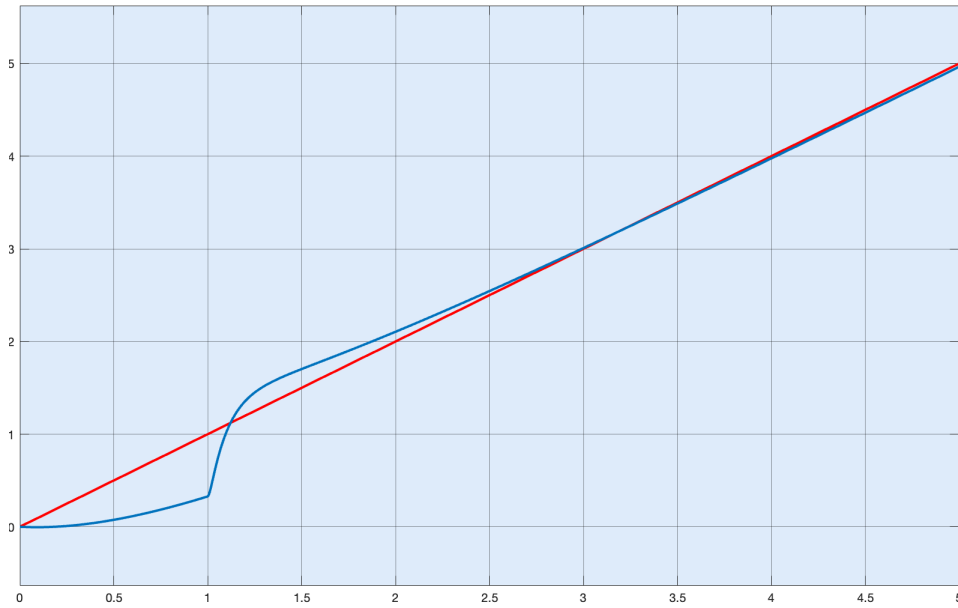


Figura 22: Risposta alla rampa del sistema non lineare per la quota

Analizzando le differenze tra le risposte del sistema lineare e quelle del sistema non lineare, si può notare che non ci sono particolari differenze soprattutto quando siamo in presenza di un ingresso a gradino, che all'occhio umano pare molto simile senza alcun cambiamento significativo.

Mentre spostando l'attenzione sui grafici in presenza di un ingresso a rampa, si può notare che la fase transitoria prima di stabilizzarsi in prossimità della rampa del sistema non lineare, pare che si discosti meno dalla quota desiderata mostrandosi più centrata in tale retta e avendo di conseguenza un errore a regime nettamente minore del sistema lineare, il quale si allontana molto nella fase iniziale.

Questa importante differenza è causata probabilmente dalla presenza del termine $-\frac{A_z}{m} \cdot \dot{Z}(s)$, che in uscita dal sistema causa un offset positivo rispetto alla risposta del sistema linearizzato.

Fino ad ora però, abbiamo considerato un volo stazionario in cui solo uno dei quattro ingressi presente nel sistema non lineare è applicato, ovvero U_1 che è generato dalla spinta uguale in tutti e quattro i rotori causando solo un aumento di quota e mantenendo il drone stabile.

Questo porta ad avere tutti e tre gli angoli di eulero pari a 0, che di conseguenza azzera i seni e pone ad 1 i coseni.

Infatti nel precedente caso, avevamo:

$$\begin{aligned}\ddot{Z} &= \frac{U_1}{m} \cdot (\cos \phi \cos \theta) - \frac{A_z}{m} \dot{Z} - g \\ &= \frac{U_1}{m} \cdot (\cos(0) \cos(0)) - \frac{A_z}{m} \dot{Z} - g \\ &= \frac{U_1}{m} - \frac{A_z}{m} \dot{Z} - g\end{aligned}$$

Quindi i coseni non causavano cambiamenti nella quota perchè valevano 1.

È interessante ora capire come varia la quota se applicassimo delle variazioni agli angoli ϕ e θ ; quindi oltre ad una variazione di quota vogliamo avere anche una variazione di assetto nello stesso istante.

In Figura 23 è rappresentato tale fenomeno:

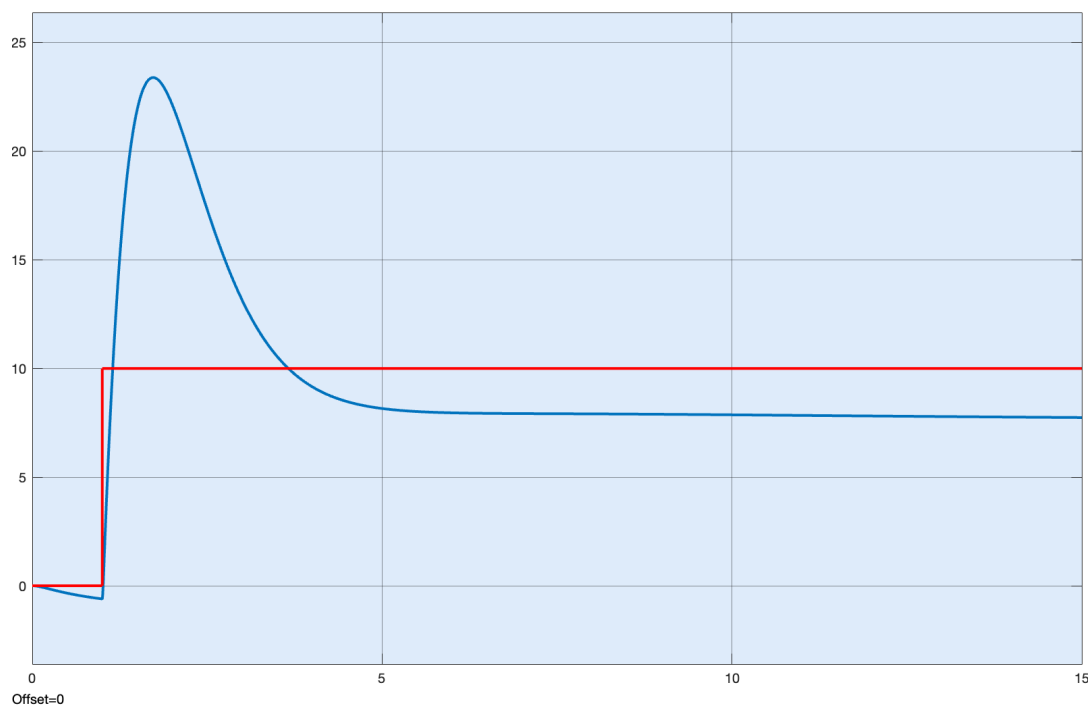


Figura 23: Risposta al gradino del sistema non lineare per la quota in presenza di variazioni di assetto

Si può facilmente intuire dal grafico sovrastante, che è presente una sovraelongazione molto più ampia, che causa un rallentamento del segnale in uscita per raggiungere il valore di regime.

Questo effetto, è causato dal fatto che l'ingresso è moltiplicato per il prodotto di due coseni che avranno valore compreso tra 0 e 1, il che rende il segnale più attenuato.

Infatti può facilmente saltare all'occhio un offset negativo dell'errore a regime, che porta inevitabilmente il segnale a regime ad un valore più basso.

Se invece volessimo variare anche l'angolo d'imbardata ψ , è facilmente dimostrabile attraverso ulteriori simulazioni che esso non altera in alcun modo la risposta in uscita della quota, infatti si può anche vedere nella sua equazione del modello non lineare, che non è presente in nessun termine il valore di tale angolo.

4.3 Implementazione controllo di assetto

In questo capitolo, andremo a discutere invece dell'implementazione del controllo di assetto in Simulink. Partiamo intanto col definire lo schema a blocchi del sistema lineare sempre in catena chiusa, mostrato in Figura 24:

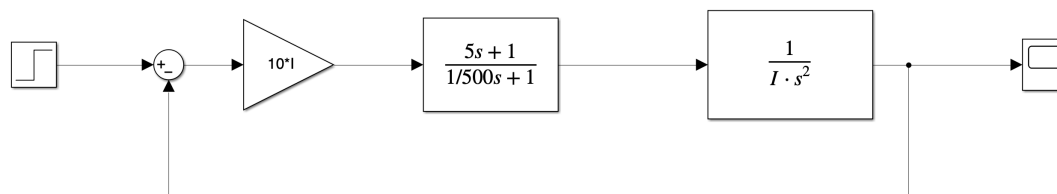


Figura 24: Schema a blocchi del controllo di assetto

In questo modello, possiamo notare che sono presenti un ingresso con segnale sempre a gradino, e un blocco scope per mostrare la risposta in uscita dal sistema.

Questo schema è inoltre generalizzato e vale per tutti i movimenti rotazionali, in quanto come già mostrato in precedenza, presentano lo stesso schema di controllo con piccole variazioni nei valori dei parametri tra l'imbardata e gli altri due moti.

A differenza del sistema precedente della quota, qui non siamo in presenza di disturbi come si può notare in Figura

Risposte dei sistemi

Nelle prossime figure, andremo ad analizzare le differenze tra le varie risposte. In particolare andremo a vedere come nel capitolo precedente, cosa cambia tra una risposta in uscita di un sistema lineare e di una di un sistema non lineare per ogni tipo di segnale in ingresso. Partiremo col rappresentare le risposte per il controllo degli angoli di rollio e di beccheggio, che saranno nello stesso grafico in quanto sono descritte dallo stesso modello con gli stessi valori. Prima mostreremo la risposta con ingresso a gradino e successivamente l'uscita con ingresso a rampa. Andando avanti, studieremo con lo stesso ordine del rollio e del beccheggio, l'angolo d'imbardata e infine vedremo come variano i tre angoli se applichiamo tutti i tre ingressi U_2, U_3, U_4 .

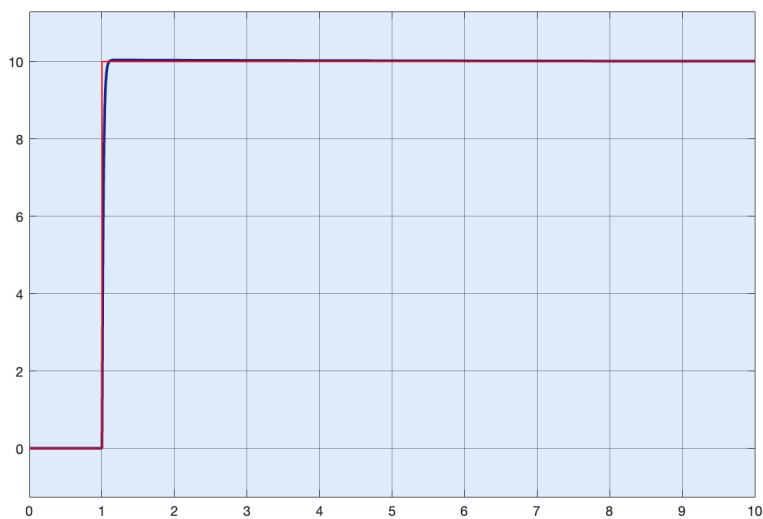


Figura 25: Risposta al gradino del rollio e beccheggio in sistema lineare

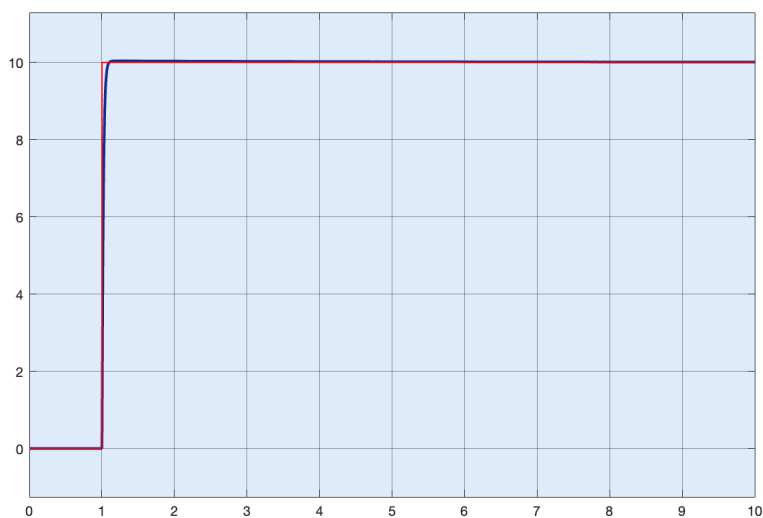


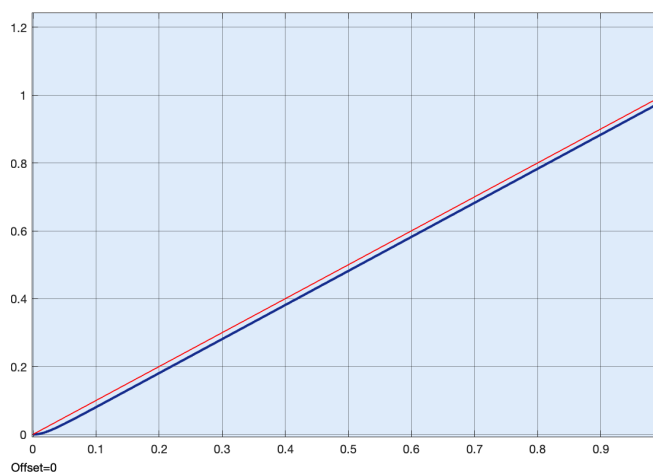
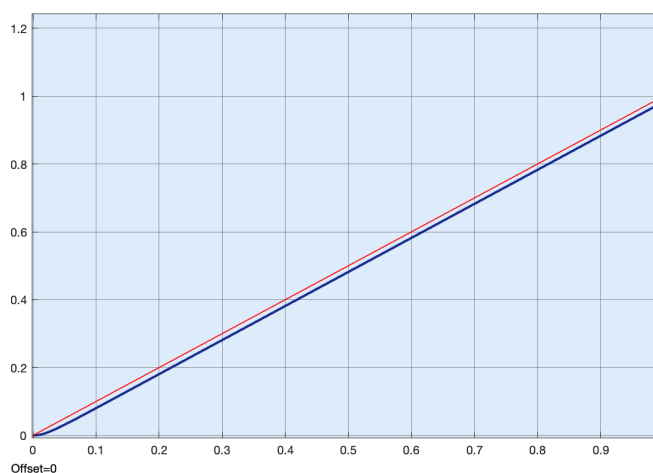
Figura 26: Risposta al gradino del rollio e beccheggio in sistema non lineare

Nelle figure 25 e 26, non si intravedono differenze significative tra la risposta al gradino del sistema lineare e di quello non lineare.

Infatti le equazioni del modello lineare e di quello non lineare differiscono per due termini, che sono l'effetto giroscopico descritto dall'equazione (21) e dalla differenza dei momenti d'inerzia moltiplicata per le derivate dei due angoli restanti.

È facilmente dimostrabile attraverso dei calcoli matematici, che questi due valori appena descritti sono trascurabili; per quanto riguarda l'effetto giroscopico, come abbiamo accennato in precedenza quando l'abbiamo definito, è molto piccolo e il suo valore si aggira attorno a 10^{-5} , infatti l'abbiamo già tolto dall'equazione del modello in partenza.

Mentre la differenza tra i momenti d'inerzia la possiamo calcolare tramite i parametri definiti nel Cap. 3, e anch'essa ha un valore approssimabile allo zero; inoltre in questo caso avremo che gli altri due angoli sono pari a zero, quindi il prodotto sarà in ogni caso pari a zero e potremmo trascurarlo.



Anche per la risposta alla rampa possiamo notare che i grafici sono pressochè identici, infatti possiamo fare le stesse considerazioni fatte prima.

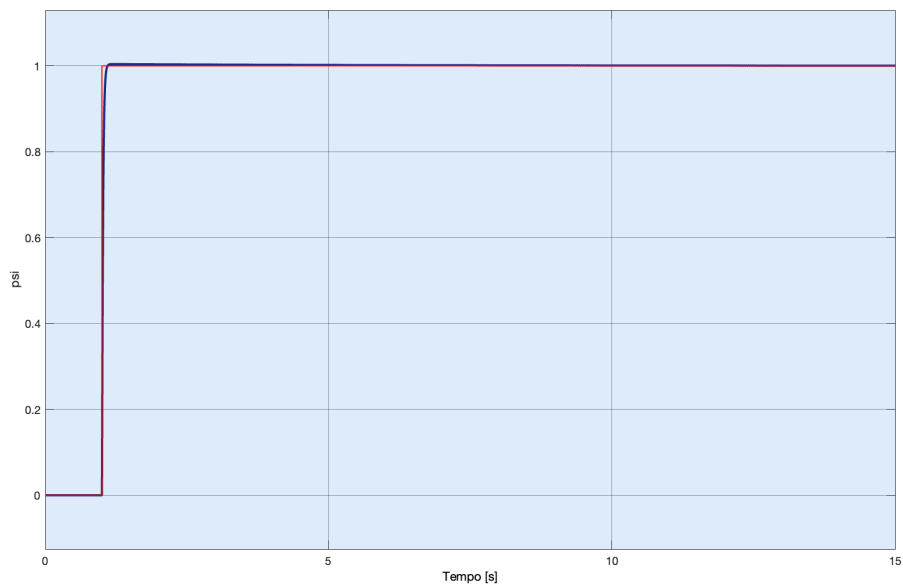


Figura 27: Risposta al gradino dell'imbardata in sistema lineare

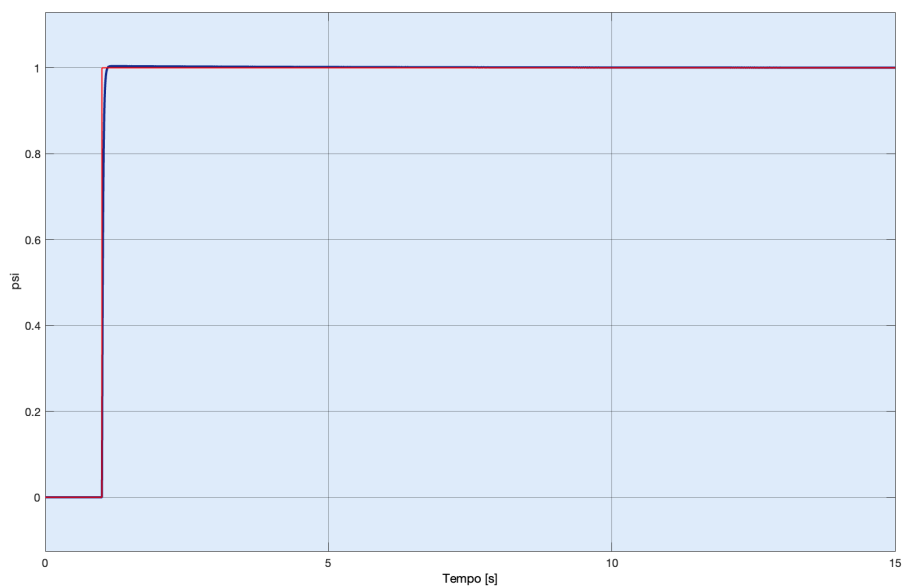


Figura 28: Risposta al gradino dell'imbardata in sistema non lineare

In Figura 27 e 28 sono mostrate le risposte al gradino dell'angolo d'imbardata, che notiamo essere molto simile alle uscite dei moti di rollio e beccheggio.

Anche in questo caso, potremmo trascurare i due termini descritti precedentemente infatti come per l'ingresso a gradino un analogo discorso si può fare per l'ingresso a rampa mostrato in Figura 29 e 30 nella pagina seguente.

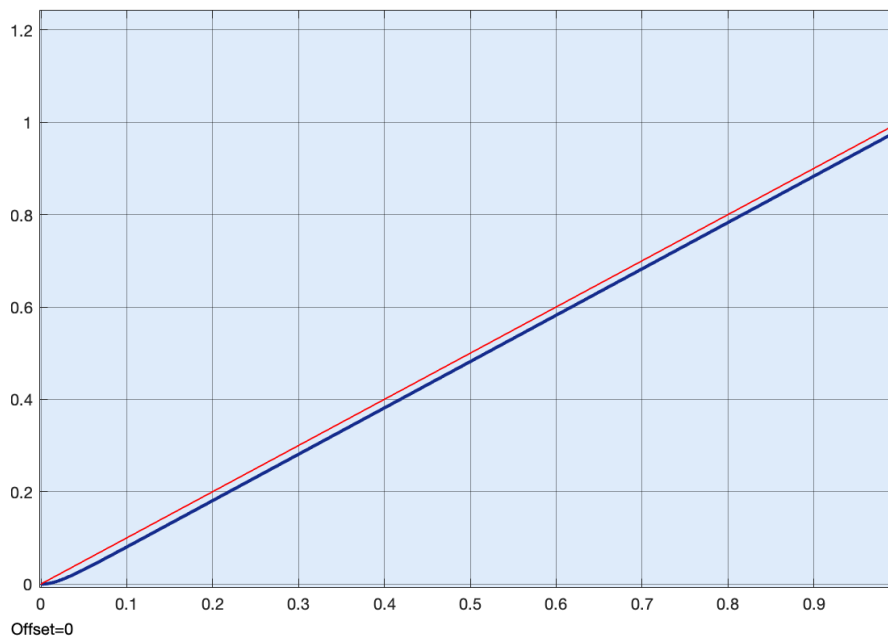


Figura 29: Risposta alla rampa dell'imbardata in sistema lineare

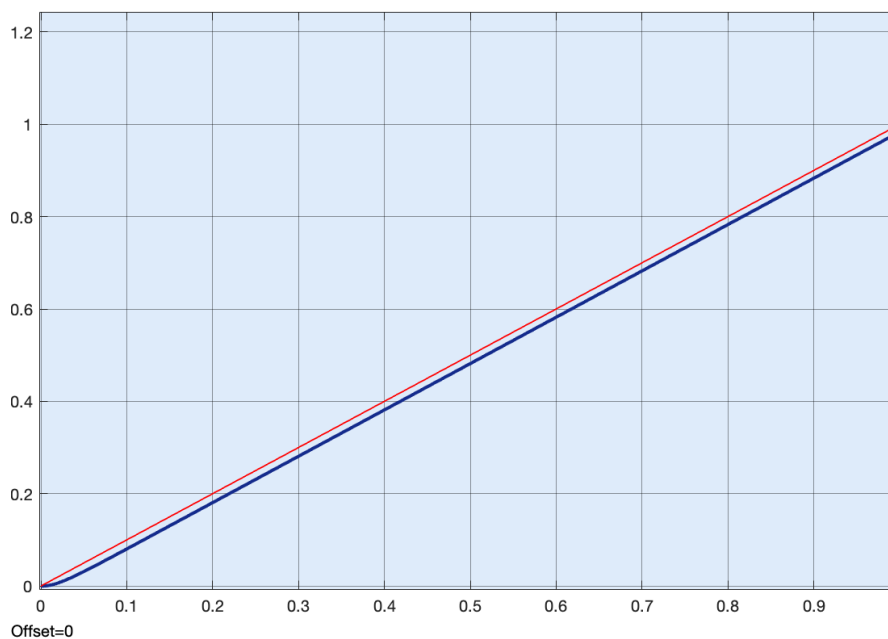


Figura 30: Risposta alla rampa dell'imbardata in sistema non lineare

È ora interessante capire, come variano tutti e tre gli angoli (in sistema non lineare) se noi applicassimo tutti e tre gli ingressi associati U_2, U_3, U_4 , che causeranno delle variazioni su tutti e tre. Per farlo si è deciso di attuare un ingresso a gradino applicato su tutti e tre gli ingressi, e rappresentare le diverse uscite in un unico grafico mostrato qui sotto in Figura 31.

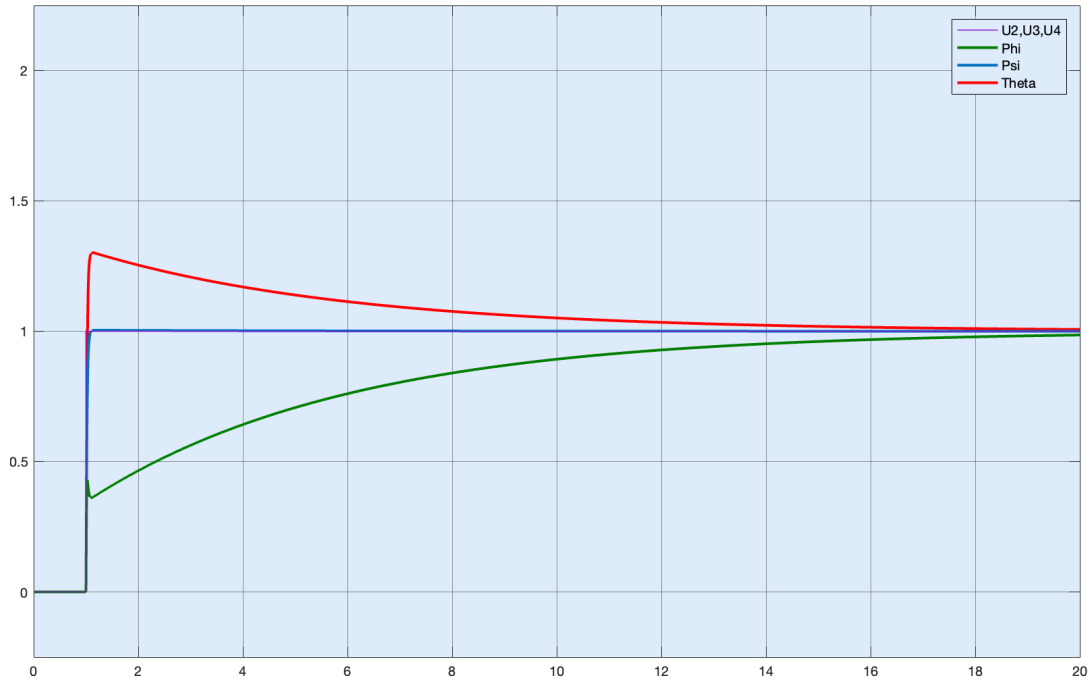


Figura 31: Risposta in uscita causata dalla variazione di tutti e tre gli angoli

Come possiamo notare, gli angoli di rollio ϕ e di beccheggio θ seguono delle traiettorie in uscita diverse, in qualche modo "opposte" e questo è dovuto al fatto che le differenze dei momenti di inerzia nelle equazioni dei due angoli, sono diversi infatti uno è con segno positivo (il beccheggio) e uno negativo (il rollio). Infatti prendendo le equazioni dei loro modelli avremo:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}} [(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + U_2]$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_{yy}} [(I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\dot{\phi} + U_3]$$

Dove:

$$I_{yy} - I_{zz} = 0.0081 - 0.0162 = -0.0081$$

$$I_{zz} - I_{yy} = 0.0162 - 0.0081 = 0.0081$$

5 Conclusioni

Nel corso di questa tesi, abbiamo sviluppato un modello matematico del quadricottero che ha fornito una solida base per la progettazione di un controllore per il volo stazionario. Questo controllore si è dimostrato non solo ottimo nel mantenere un assetto stabile durante il volo stazionario, ma ha anche gestito con successo piccole variazioni dell'assetto, dimostrando una buona flessibilità entro certi limiti.

Nonostante l'efficacia del controllore nei contesti simulati, la realtà operativa di un quadricottero può introdurre complessità aggiuntive. Fattori esterni come turbolenze, variazioni termiche e raffiche di vento non sono stati integrati nel modello corrente.

Inoltre, i parametri utilizzati nel modello, sebbene efficaci nelle simulazioni, richiederebbero una stima più accurata attraverso sperimentazioni reali per potenziare ulteriormente l'affidabilità e la precisione del controllore.

Guardando al futuro, esiste il potenziale per migliorare e espandere l'attuale modello con controllori più avanzati, capaci di affrontare una gamma più ampia di scenari e perturbazioni. In particolare, l'adozione di un controllore PID potrebbe offrire un migliore adattamento alle specifiche richieste e una maggiore flessibilità nel gestire le varie dinamiche e perturbazioni che un quadricottero può incontrare.

Un controllore PID, noto per la sua robustezza e capacità di ottimizzazione in presenza di variazioni e disturbi, rappresenta un promettente candidato per ulteriori studi.

In conclusione, le possibilità per lavori futuri nel campo dei sistemi di controllo per UAV sono numerose e promettenti. Tra queste, un'area particolarmente interessante è l'applicazione di algoritmi di apprendimento automatico, implementando tecniche di machine learning o deep learning per permettere al drone di adattarsi dinamicamente a condizioni ambientali variabili e imparare da esperienze passate, migliorando così la robustezza e l'efficacia del controllo in scenari non previsti.

Riferimenti bibliografici

- [1] R.C. Dorf, R.H. Bishop, *Controlli Automatici*. Pearson, 2010.
- [2] Bruno Siciliano, *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Springer, 2010,
- [3] Luukkonen, Teppo, *Modeling and control of a quadcopter*, Aalto University, 2011.
- [4] Hakim Bouadi, *Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor*, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, 2007.
- [5] Carlo Casarosa, *Meccanica del volo*, Pisa University Press, 2013

6 Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più profonda gratitudine al Prof. Sandro Zampieri, il mio relatore, per la sua disponibilità, pazienza e l'impegno meticoloso con cui ha seguito ogni fase della preparazione di questa tesi.

Non posso non menzionare la mia famiglia: i miei genitori e le mie sorelle, che non solo mi hanno fornito un rifugio sicuro e confortevole, ma mi hanno anche costantemente incoraggiato a proseguire, specialmente nei momenti più difficili, come durante il mio primo anno di università quando il percorso sembrava insormontabile. Il loro amore incondizionato e la loro incrollabile fiducia nelle mie capacità mi hanno spinto a superare le sfide e a non perdere mai di vista gli obiettivi.

Desidero inoltre dedicare un ringraziamento speciale alla mia ragazza, Sofia, la cui vicinanza e sostegno incrollabile hanno giocato un ruolo cruciale in questo percorso. La sua capacità di motivarmi e sollevarmi nei momenti di scoraggiamento ha trasformato quest'ultimo anno in un periodo di grande successo personale e accademico, portandomi a raggiungere obiettivi che inizialmente sembravano irraggiungibili.

Infine un caloroso ringraziamento va anche a tutti i miei amici, che sono stati un sostegno fondamentale durante questi anni universitari. La vostra amicizia e supporto mi hanno accompagnato e ispirato lungo tutto il percorso.