



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Facoltà di Scienze Statistiche

*Corso di Laurea Specialistica in
Scienze Statistiche, Economiche, Finanziarie ed Aziendali*

***LA FINANZA COMPORTAMENTALE E
L'ORDINAMENTO DEI FONDI COMUNI: STELLE,
TOTAL RETURNS E LOSS AVERSION***

Relatore: Prof. Massimiliano Caporin

Correlatore: Prof. Guglielmo Weber

Laureanda:
Erica Mezzarobba

ANNO ACCADEMICO 2007-2008

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
CAPITOLO 1	9
DALLA TEORIA CLASSICA ALLA FINANZA	
COMPORAMENTALE	9
1.1 La teoria tradizionale dei mercati finanziari.....	9
1.1.1 L'ipotesi dei mercati efficienti	10
1.1.2 La Teoria dell'Utilità Attesa.....	13
1.1.3 Le critiche empiriche alla finanza tradizionale	16
1.2 Prospect Theory	24
CAPITOLO 2	35
LA FINANZA COMPORAMENTALE	35
2.1 Storia.....	35
2.2 Principi teorici	40
2.2.1 Overconfidence	42
2.2.2 Ancoraggio	45
2.2.3 Rappresentatività	49
2.2.4 Disponibilità	53
2.2.5 Loss Aversion.....	57
2.2.6 Underreaction e Overreaction	57
2.2.7 Conservatorismo.....	61
2.2.8 Avversione per l'ambiguità	63
2.2.9 Altre euristiche	65
2.3 Modelli comportamentali.....	72
2.3.1 Modello DHS	72
2.3.2 Modello BSV.....	75
2.3.3 Modello HS	82
2.3.4 Modelli di Herding	86
2.4 Applicazione dei principi teorici ai mercati finanziari	90
2.4.1 Equity premium puzzle	90
2.4.2 Disposition effect	96
2.4.3 Closed-end fund puzzle	104
2.4.4 Altri fenomeni	110

CAPITOLO 3	117
L'ORDINAMENTO DEI FONDI COMUNI: UN'ANALISI EMPIRICA.....	117
3.1 Rating di Morningstar	119
3.2 Misura di performance con Loss Aversion	128
3.3 Analisi empirica con un data set reale.....	131
 CONCLUSIONI.....	 149
 APPENDICE	 153
 BIBLIOGRAFIA.....	 209

INTRODUZIONE

La Finanza Comportamentale, o *Behavioral Finance*, è un approccio alla finanza che prende le distanze dall'ipotesi dei mercati efficienti, per decenni paradigma standard di analisi, cercando di fornire risposte migliori al reale andamento dei mercati finanziari. Questo nuovo approccio include nei propri modelli una prospettiva psicologica, mostrando come fattori emotivi possano influenzare le scelte di investimento degli individui. Difatti quest'ultimi non sembrano comportarsi in modo perfettamente razionale, violando la Teoria dell'Utilità Attesa. La *Behavioral Finance* è un approccio di ricerca che segna l'incontro della finanza con la psicologia e, più in generale, con le scienze cognitive e di *decision-making*.

Se a prima vista sembrerebbe azzardato e forse eccessivamente accademico cercare di affiancare discipline così diverse fra loro per l'analisi dei mercati finanziari, in realtà un'analisi più attenta confermerebbe la necessità di partire dallo studio del comportamento umano per la comprensione dei mercati, poiché proprio gli individui sono i protagonisti diretti ed indiscussi del mercato. Il grandissimo numero di contrattazioni e negoziazioni che ogni giorno, ininterrottamente, si verificano nel mondo sono frutto di considerazioni fatte da individui, sono decisioni umane.

I modelli classici riducono l'analisi circa le scelte e le capacità dell'individuo a mere ipotesi standard dello studio; viceversa, l'approccio comportamentale riconduce l'individuo ad una posizione centrale ed egli stesso diventa oggetto di analisi e possibile spiegazione dei fenomeni di mercato che si osservano. Il vero problema della finanza classica è l'assunto di base che, con eccessiva fiducia nelle capacità umane, ipotizza i mercati come luoghi popolati da individui perfettamente razionali e con una conoscenza precisa della struttura dell'economia in cui si muovono.

L'obiettivo del presente lavoro è quello di fornire un'analisi generale della Finanza Comportamentale tentando di dare una visione unitaria ed organizzata della materia. Questo compito non è di semplice realizzazione dato che si tratta di una materia molto giovane e ancora fortemente eterogenea, poiché l'insieme di concetti e modelli che la costituiscono è stato elaborato da un gran numero di studiosi e per mezzo di metodi ed approcci molto diversi. Questo lavoro quindi non pretende in nessun modo di analizzare questa vasta materia in maniera perfetta ed esaustiva, vuole essere semplicemente un primo passo nella comprensione di questo innovativo argomento.

Il lavoro è strutturato in tre parti, che costituiscono i tre capitoli della tesi: la prima parte illustra la crisi della finanza tradizionale, la seconda parte descrive la teoria della Finanza Comportamentale e la terza presenta un'analisi empirica.

Nel primo capitolo vengono richiamati gli elementi fondamentali della teoria dei mercati efficienti: le sue ipotesi, le sue implicazioni e le sue derivazioni. L'esposizione di questi punti è seguita da quella delle critiche che rispetto ad ognuno di essi si sono sviluppate in ambito di *Behavioral Finance*, e che segnano la crisi del paradigma dominante nello studio della finanza, cioè il modello neoclassico. Si presenta cronologicamente la crisi del modello tradizionale, evidenziando le scoperte più importanti che ne hanno dimostrato l'incompletezza e l'inadeguatezza. In particolare viene descritta la Prospect Theory, teoria che apre la strada alla *Behavioral Finance*.

Nel secondo capitolo si affronta la teoria della Finanza Comportamentale, i quali studi forniscono una prospettiva nuova e stimolante nel tentare di risolvere problemi che trovano soluzioni insoddisfacenti nella teoria tradizionale. Inizialmente si fornisce la definizione della materia, che è il risultato della fusione tra le scienze umane e la finanza, e si presenta la sua

breve storia, indicando i lavori e gli autori principali.

Successivamente si analizzano in dettaglio i principi teorici, o euristiche, che costituiscono la Finanza Comportamentale: *overconfidence*, ancoraggio, rappresentatività, disponibilità, *loss aversion*, *underreaction* e *overreaction*, conservatorismo e avversione per l'ambiguità. Vengono poi presentati i principali modelli comportamentali che derivano dalle euristiche appena citate: il modello DHS, il modello BSV, il modello HS ed i modelli di Herding.

Per completare il quadro della Finanza Comportamentale, si analizzano le sue principali applicazioni ad aree tematiche fondamentali del mondo finanziario: il mercato azionario aggregato, il comportamento degli investitori individuali ed il comportamento degli investitori istituzionali.

Il terzo ed ultimo capitolo è costituito da un'analisi empirica, in particolare si è voluto analizzare il concetto di *loss aversion* nell'ottica di assegnazione del *rating* ai fondi comuni d'investimento. Il risultato principale di questa analisi è il fatto che l'ordinamento dei fondi è fortemente sensibile alla scelta dell'indice di *performance*. In particolare utilizzando come misura di *performance* l'indice che tiene conto della *loss aversion*, si ottengono dei *ranking* differenti rispetto a tutti gli indici utilizzati da Morningstar ed in particolare rispetto a quello corretto per il rischio.

CAPITOLO 1

DALLA TEORIA CLASSICA ALLA FINANZA COMPORIMENTALE

1.1 La teoria tradizionale dei mercati finanziari

Prima di analizzare la Finanza Comportamentale, è utile fornire un quadro generale, seppur estremamente sintetico, della cosiddetta finanza moderna o finanza tradizionale. Nella seconda metà del XX secolo si hanno i contributi fondamentali che costituiranno questa nuova branca dell'economia che raggiunge l'apice della sua fama negli ambienti accademici attorno agli anni '70, grazie ai brillanti contributi di economisti quali Harry Markowitz, James Tobin e Eugene F. Fama. Il corollario fondamentale della finanza tradizionale è l'*Efficient Market Hypothesis* (d'ora in poi EMH), la quale afferma che un mercato è efficiente quando in ogni istante i prezzi riflettono completamente tutte le informazioni disponibili e sostiene che i mercati finanziari del mondo reale godano di questa proprietà. L'EMH è stata formulata all'Università di Chicago intorno al 1960, ed è stata l'ipotesi centrale della finanza per circa 30 anni. Nel 1970 appare sul "*Journal of Finance*" il celebre articolo di E.F. Fama, "*Efficient Capital Markets: a review of theory and empirical work*", in cui appare la prima dettagliata formalizzazione della teoria del mercato efficiente. L'ipotesi dei mercati efficienti è l'idea più potente alla base della finanza tradizionale, ma è anche stata l'oggetto principale delle critiche degli studiosi della teoria comportamentale. Questo è il punto di partenza obbligato per la comprensione della Finanza Comportamentale.

1.1.1 *L'ipotesi dei mercati efficienti*

Lo studio dell'efficienza dei mercati si focalizza sui meccanismi di formazione dei prezzi delle attività finanziarie, cioè sullo studio della velocità e della precisione con cui le informazioni hanno effetti positivi o negativi nei prezzi degli strumenti finanziari. La teoria dei mercati efficienti parte dal presupposto che l'investitore è razionale, ha un'informazione completa e massimizza la propria utilità attesa. In questo contesto il prezzo è uguale al valore fondamentale del titolo, cioè il valore netto corrente dei suoi *cash flows* futuri scontati. Quando l'investitore viene a conoscenza di qualche informazione sul valore fondamentale del titolo, risponde prontamente aumentando il prezzo d'offerta quando la notizia è "buona", e diminuendolo quando la notizia è "cattiva". Se ad esempio, un investitore riceve una comunicazione di guadagni di un'impresa, aspettandosi un conseguente aumento nei dividendi attesi, aumenterà il prezzo a cui è disposto ad offrire il suo titolo, se nella posizione di venditore; se nella posizione di acquirente, sarà disposto a pagare un prezzo più elevato per acquistare il titolo.

In questo modo i prezzi incorporano istantaneamente tutte le notizie disponibili, aggiustandosi al nuovo valore attuale netto dei *cash flow* futuri attesi.

L'EMH stabilisce che, in mercati vasti, ovvero caratterizzati da un numero sufficientemente ampio di operatori e transazioni, e liberi, ovvero mercati senza barriere all'entrata o all'uscita, il prezzo di mercato di un bene:

- sia l'unico prezzo possibile;
- rifletta in maniera esatta e completa tutta l'informazione disponibile, rappresentando di conseguenza la migliore stima del valore del bene;

- non lasci spazio a nessuna opportunità di arbitraggio, dato che i prezzi rimangono in equilibrio stabile in assenza di nuove informazioni, e variano in maniera rapida e corretta ogni volta che arriva una nuova informazione.

Secondo la formalizzazione proposta da Fama nel suo celebre articolo, si possono individuare tre tipi di informazione, e pertanto si possono distinguere tre diverse ipotesi di efficienza dei mercati:

- a. *efficienza in forma debole*, quando il prezzo di un titolo tiene conto di tutte le informazioni ricavabili dall'osservazione delle serie storiche. Non è possibile formulare una strategia di *trading* con un rendimento atteso superiore a quello di mercato basandosi solo sull'informazione contenuta nella serie storica dei prezzi;
- b. *efficienza in forma semi-forte*, quando il prezzo di mercato riflette tutta l'informazione contenuta nella serie storica dei prezzi, più qualunque altra informazione pubblica. Quindi l'utilizzo di informazioni relative a prezzi e quantità passate, e a informazioni pubblicate non permette di ottenere un extra profitto;
- c. *efficienza in forma forte*, quando il prezzo di mercato incorpora l'informazione contenuta nella serie storica dei prezzi, le informazioni di dominio pubblico, e tutte le informazioni di tipo privato. Avendo a disposizione le informazioni elencate, non è possibile attuare nessuna strategia che mi fornisca un rendimento atteso superiore a quello di mercato.

L'efficienza in forma forte implica quella in forma semi-forte, che a sua volta implica quella in forma debole. Le implicazioni inverse non valgono.

Dopo queste conclusioni si può dedurre che per l'investitore sarebbe meglio tenere passivamente il portafoglio di mercato, e dimenticarsi della gestione attiva dei titoli. Infatti l'investitore medio (sia azionario o di un fondo pensione o di un fondo comune d'investimento), non potrebbe sperare di "battere il mercato" (ottenere un rendimento medio atteso superiore a quello di equilibrio) e, tutte le risorse che egli impiega per analizzare, scegliere e scambiare titoli, sarebbero sprecate. In altre parole se l'EMH vale, il mercato dice cosa fare per ottenere il meglio. Qualora dovessimo ipotizzare la presenza di investitori irrazionali, ciò non modificherebbe l'idea che i mercati siano efficienti. Si sostiene che gli scambi degli investitori irrazionali essendo casuali, abbiano l'effetto di cancellarsi a vicenda (l'operazione d'acquisto di un investitore sarà compensata da una operazione di vendita della sua controparte), senza avere effetti sui prezzi. Nel caso in cui le strategie d'investimento siano correlate tra loro, la situazione non cambia. Infatti, ad esempio, quando un titolo scende sotto il suo valore fondamentale a causa dell'azione di un investitore irrazionale, un arbitraggista compra il titolo su quel mercato e lo rivende immediatamente su un altro mercato. In questo modo, l'operazione dell'arbitraggista fa alzare il prezzo del titolo sottostimato e lo riporta al livello del suo valore fondamentale. L'azione degli arbitraggisti mantiene i prezzi prossimi ai valori fondamentali e quindi permette la conservazione dell'efficienza dei mercati.

Alla fine degli anni '70 l'ipotesi dei mercati efficienti appare valida sia teoricamente sia empiricamente: essa sembra proprio essere il grande trionfo dell'economia del XX secolo.

1.1.2 La Teoria dell'Utilità Attesa

Tra le teorie psicologiche del comportamento umano la Teoria dell'Utilità Attesa rappresenta il modello teorico principale all'interno dell'orizzonte della decisione classica. Questa prospettiva, incentrata sull'uomo come essere razionale e prevedibile nel suo agire, è stata proposta nel 1947 da Von Neumann Morgenstern, ed è stata largamente accettata ed applicata come modello del comportamento economico per trent'anni, fino cioè all'emergere di una nuova teoria maggiormente vicina alla realtà economica: la Prospect Theory, proposta negli anni '70 da Tversky e Kahneman. Secondo la Teoria dell'Utilità Attesa, gli individui generalmente si muovono nella realtà seguendo dei modelli comportamentali predeterminati, alla base dei quali vi è l'assunto che l'utilità marginale della ricchezza è sempre positiva. La Teoria dell'Utilità Attesa prevede che le persone che compiono scelte di investimento tra diverse alternative caratterizzate da esiti incerti, di cui sono però note le probabilità di accadimento, siano in grado di associare un valore monetario ad ogni alternativa e, considerando che gli individui preferiscono avere una ricchezza maggiore che una minore, facciano sempre la scelta più razionale. Si suppone quindi che gli agenti del mercato abbiano un sistema coerente di preferenze e siano perfettamente informati.

Nello specifico descrive e studia le preferenze individuali sottostanti il comportamento del consumatore in condizioni di rischio, cioè quando l'individuo è chiamato a prendere una decisione senza conoscere con certezza quale stato del mondo si verificherà, ma conosce la lista dei possibili eventi, a ciascuno dei quali associa una probabilità di realizzazione. In pratica è ragionevole assumere che gli individui scelgano

tra varie combinazioni rischiose sulla base dei rispettivi valori di utilità attesa: essi sceglieranno sempre la combinazione alla quale è associata

l'utilità attesa più elevata, cioè le alternative che in assoluto offrono i guadagni più elevati o le perdite più basse. La funzione di utilità può essere, quindi, usata per associare a ciascuna scelta una corrispondente misura di utilità. Questa funzione prevede due proprietà:

- 1) la funzione rispetta l'ordine di preferenze;
- 2) l'utilità attesa può essere usata per ordinare alternative rischiose e viene espressa in funzione dei risultati possibili e delle probabilità che tali risultati si manifestino.

La suddetta funzione di utilità può, inoltre, assumere diverse forme:

- è di tipo concavo quando descrive le preferenze di un individuo avverso al rischio;
- è di tipo convesso quando descrive le preferenze di un individuo propenso al rischio;
- è di forma lineare quando descrive le preferenze di un individuo neutrale al rischio.

All'interno di tale teoria è stato introdotto un importante concetto, applicato in svariati ambiti economici, il "premio per rischio", inteso come il pagamento massimo che l'individuo è disposto ad elargire per eliminare il rischio ed ottenere con certezza il guadagno atteso della combinazione rischiosa. In altri termini, il premio per il rischio misura quanto l'individuo è disposto a pagare per eliminare il rischio della scelta.

Questa teoria ha profondamente influenzato la cultura economica accademica ed è un modello che ha trovato facile diffusione poiché rende molto semplice la modellizzazione matematica del processo decisionale.

Trova però un forte limite nell'aver trascurato alcune importanti variabili implicate nel processo di decisione come ad esempio la complessità del compito, la valutazione affettiva delle alternative di scelta e i limiti delle risorse cognitive dell'individuo.

1.1.3 Le critiche empiriche alla finanza tradizionale

La finanza tradizionale raggiunge l'apice della sua fama negli ambienti accademici e professionali all'inizio degli anni '70. La teoria economica tradizionale affermava che i mercati finanziari erano efficienti e le evidenze empiriche confermavano quasi totalmente le ipotesi della teoria.

Michael Jensen (1998) afferma che “non c'è altra proposizione in economia che abbia un'evidenza empirica più solida dell'ipotesi dei mercati efficienti”. Insomma, il mondo accademico è pervaso da grande entusiasmo e ritiene di aver raggiunto la totale comprensione del mondo finanziario.

Le prime critiche alla EMH si hanno verso la fine degli anni '70, quando iniziarono ad essere pubblicati i primi lavori empirici che mettono in dubbio la validità delle leggi della finanza moderna. Questi contributi evidenziano l'esistenza di eventi che non possono essere spiegati dal CAPM¹ o sono incoerenti con l'ipotesi dei mercati efficienti. Molte delle controversie in merito all'inefficienza dei mercati sono collegate ad una serie di anomalie riscontrate con una certa ridondanza nel corso dei decenni passati, e di cui la letteratura finanziaria fornisce numerose documentazioni. In principio molti di questi lavori innovativi vengono criticati dai sostenitori della finanza tradizionale. Ma l'evidenza delle anomalie esistenti è molto forte e conduce infatti alla nascita di un nuovo filone di ricerca, la Finanza Comportamentale. Dal punto di vista cronologico, le critiche empiriche alle ipotesi dei mercati efficienti hanno preceduto quelle teoriche. La lista di questi lavori è piuttosto ampia, ma in questa sede ci si limiterà ad elencare solo i più rappresentativi.

¹ Il *capital asset pricing model* (CAPM) fu elaborato da Sharpe, Black e Lintner all'inizio degli anni '60 ed è considerato ancora oggi il principale metodo di determinazione del prezzo delle attività finanziarie.

I primi a documentare un comportamento anomalo dei rendimenti del mercato in alcuni periodi dell'anno furono Rozeff e Kinney (1976), i quali evidenziarono un rendimento medio più alto nel mese di gennaio, rispetto agli altri mesi. Nel loro esperimento vennero utilizzate le azioni del New York Stock Exchange (NYSE) nel periodo 1904-1974, ed il risultato fu il seguente: il rendimento medio del mese di gennaio era pari al 3.48%, notevolmente più alto dello 0.42% relativo al rendimento medio degli altri mesi. Questo fenomeno, riscontrato anche negli anni successivi ed in mercati azionari di altri paesi, è conosciuto come “effetto gennaio”.

Studiando le variazioni giornaliere dei prezzi è possibile ricavare il comportamento dei mercati nei giorni non lavorativi, ed estrapolare dunque il cosiddetto “effetto weekend”. In particolare è possibile esaminare se, quando il mercato è chiuso, si modifica la velocità dei processi che generano l'andamento dei prezzi. Granger e Morgenster (1970) trovarono che la velocità di tali processi rallenta quando il mercato è chiuso, come conseguenza di una diminuzione della varianza per unità di tempo. French (1980) analizzando i rendimenti delle azioni nel periodo 1953-1977, ha evidenziato che i rendimenti tendono ad essere negativi di lunedì, mentre negli altri giorni della settimana tendono ad essere positivi. La letteratura recente sembra tuttavia segnalare che l'“effetto weekend” non sia più rilevabile negli ultimi anni: Kamara (1997) mostra che lo S&P500 non ha evidenziato un significativo “effetto lunedì” dopo l'aprile del 1982, e Steeley (2001) che l'“effetto weekend” nel Regno Unito è sparito negli anni '90.

Tra le anomalie di “calendario” la più marcata è l'“effetto cambio del mese”, riscontrata da molti studi in mercati diversi. Ariel nel 1987 ha riscontrato un forte aumento della variabilità dei prezzi nell'ultimo giorno del mese. Nel 1988 Lakonishok e Smidt rilevano per la prima volta un forte aumento della redditività dei titoli azionari nell'ultimo giorno lavorativo del

mese e nei primi tre giorni del mese successivo.

Barone (1990) rileva che il mercato italiano esibisce un andamento ben differenziato nella prima e nella seconda parte del mese solare, infatti i prezzi delle azioni diminuiscono nella prima parte del mese solare per poi aumentare nella seconda parte, in concomitanza con il chiudersi e l'aprirsi di due cicli borsistici². Particolarmente evidente è l'aumento delle quotazioni a fine mese: le variazioni giornaliere osservate il 30 e il 31 sono pari in media, rispettivamente, allo 0.49% e allo 0.37% e risultano significativamente diverse da zero ad un livello di confidenza inferiore allo 1%. Tra le possibili spiegazioni di questo fenomeno ci sono, da una parte il fatto che il pagamento dei salari a fine mese può influenzare la domanda di titoli, dall'altra l'uso da parte degli investitori istituzionali di concentrare gli acquisti a fine mese, in corrispondenza delle rilevazioni della stampa specializzata.

Un'altra importante anomalia di "calendario" è quella legata alle variazioni dei prezzi nei giorni che precedono i festivi. Uno studio di Jacobs e Levi (1988), descrive un curioso fenomeno che indicano come "effetto vacanza", documentando che il 35% della crescita dei corsi delle azioni tra il 1963 ed il 1982 si è verificato negli otto giorni prefestivi di ogni anno. Sembra infatti che oltre ad una maggiore variabilità dei prezzi ci sia una maggiore tendenza verso il rialzo nei giorni prefestivi. Barone (1990) ha effettuato uno studio sui tassi di variazione medi dell'indice MIB storico nei giorni prefestivi, considerando otto festività: 1° gennaio, Pasqua, 25 aprile, 1° maggio, Ferragosto, 1° novembre, 8 dicembre e Natale, nel periodo che va dal 2 gennaio 1975 al 22 agosto 1989. Il risultato è che le variazioni di tali giorni sono positive nel 60% dei casi, contro il 49% degli altri giorni. In particolare nei giorni che precedono la Pasqua, il 1° maggio, il 1° novembre e il Natale, i tassi di variazione medi sono sensibilmente positivi e

² Risultati di uno studio del mercato borsistico italiano nel periodo 2 gennaio 1975-22 agosto 1989.

significativamente diversi da zero ad un livello di confidenza del 5%.

L'anomalia non può essere considerata come compenso di un più elevato livello di rischio: infatti, la deviazione standard delle variazioni osservate in questi giorni (0.88) è addirittura inferiore a quella dei giorni normali (1.30). Un effetto che sembra avere radici molto profonde nel tempo, soprattutto in Europa, è l'“effetto Halloween”. Si tratta di un forte effetto stagionale secondo cui i rendimenti azionari dovrebbero essere più alti nel periodo novembre-aprile, che non nel periodo compreso tra maggio e ottobre. Bouman e Jacobsen in uno studio pubblicato nel 2000, ne trovano evidenza in 36 dei 37 mercati studiati e anche se nel Regno Unito tale evidenza è più marcata, si può affermare che nel continente europeo in generale il periodo delle vacanze estive sembra portare con sé una forte stagionalità nei rendimenti. Oltre a quelle esaminate finora, le cosiddette anomalie di “calendario”, figurano nella letteratura finanziaria anche altri tipi di imperfezioni del mercato, legate agli aspetti più diversi.

Ad esempio nel 1986, Harris e Gurel parlano di un “effetto S&P500”, dopo aver constatato come vi sia un premio sorprendente, superiore al 3%, legato all'annuncio dell'inclusione di un titolo nell'indice S&P500. Anche questo tipo di anomalia contribuisce a dare una spallata alla EMH, in quanto l'annuncio di una quotazione all'interno di un indice, è sì un'informazione, ma priva di alcun contenuto di novità, e quindi tale evidenza costituisce un'importante eccezione all'assunto della teoria dell'efficienza riguardante l'incorporazione di informazioni nei prezzi.

Infine recentemente, è stato pubblicato un articolo di David Hirshleifer e Tyler Shumway intitolato “*Good Day Sunshine: Stock Returns and the Weather*”, in cui nel periodo 1982-97 si è studiata la relazione esistente per 26 sedi borsistiche, tra le condizioni atmosferiche e il segno degli scambi.

Il risultato è stato che il sole è fortemente correlato con i ritorni azionari giornalieri e che quindi tende ad accompagnare giornate affaristiche positive³.

La scoperta di queste anomalie rappresenta chiaramente un forte attacco alla finanza tradizionale, dimostrando che nella realtà si verificano eventi assolutamente incoerenti con le sue leggi fondamentali. Per molti osservatori, l'evidenza empirica di questi fenomeni ha dato inizio ad una vera e propria crisi della finanza tradizionale.

³ Mentre altre condizioni meteorologiche quali la pioggia e la neve sono risultate incorrelate con i rendimenti.

1.2 Prospect Theory

La Teoria del Prospetto, formulata dai due psicologi israeliani Kahneman e Tversky (1979) in contrapposizione alla Teoria dell'Utilità Attesa, è una teoria descrittiva che assegna grande importanza al modo in cui viene interpretato il problema decisionale. La prima grande critica alla Teoria dell'Utilità Attesa, base di tutti i modelli economici, è stata mossa dall'economista francese Maurice Allais, che dimostrò che gli individui sopravvalutano i risultati considerati certi e sottovalutano i risultati considerati probabili. Ciò è in contrasto con la Teoria dell'Utilità Attesa, secondo la quale l'utilità di un evento aleatorio è esattamente la combinazione lineare delle probabilità di ciascun risultato. Prendendo spunto dagli esperimenti di Allais, gli psicologi Kahneman e Tversky dimostrarono l'esistenza di alcuni fenomeni che contraddicono la Teoria dell'Utilità Attesa: l'effetto-certezza, l'effetto-riflessione e l'effetto-isolamento.

L'effetto-certezza consiste nella preferenza degli individui per un evento certo piuttosto che per un evento probabile. Tipicamente si verifica che gli individui scelgono un guadagno certo di valore più basso piuttosto che un guadagno probabile di valore più alto. A differenza cioè di quanto sostenuto dalla tradizionale Teoria dell'Utilità Attesa, secondo cui un individuo posto di fronte a due "lotterie" con uguale utilità è indifferente tra lo scegliere una lotteria o l'altra, riscontrarono un tipo di scelta negli individui differente a seconda che le due opzioni con uguale valore atteso avessero una possibilità di guadagno o un rischio di perdita.

L'effetto-riflessione consiste nella manifestazione esattamente speculare delle preferenze riguardanti eventi positivi ed eventi negativi.

Gli individui preferiscono gli eventi positivi di valore minore ma con probabilità maggiore agli eventi positivi di valore maggiore ma con probabilità minore, ed in modo esattamente speculare essi preferiscono gli eventi negativi di valore maggiore ma con probabilità minore agli eventi negativi di valore minore ma con probabilità maggiore. Inoltre gli individui preferiscono eventi positivi certi a eventi positivi incerti e eventi negativi incerti a eventi negativi certi, cioè il fenomeno si inverte nel passaggio dalla considerazione di eventi positivi alla considerazione di eventi negativi. Mentre in una situazione in cui i risultati delle possibili alternative sono tutti positivi, entra in gioco l'avversione al rischio, in un dominio negativo (in una situazione, cioè, in cui i risultati delle possibili alternative sono tutti negativi) si rivela l'esistenza di comportamenti di preferenza del rischio (*risk seeking*). Dunque, gli agenti economici si comportano in modo avverso al rischio quando esistono potenzialità di guadagno, mentre diventano propensi al rischio quando i risultati possibili presentano segno negativo⁴.

L'effetto-isolamento consiste nella scomposizione di ogni alternativa nei suoi elementi salienti, allo scopo di semplificare il processo di scelta. Gli individui si concentrano solo su alcune parti di un'alternativa e non considerano affatto le altre.

Questi fenomeni rappresentano forti critiche alla Teoria dell'Utilità Attesa ed all'idea che il processo di scelta avvenga in modo perfettamente razionale.

La conclusione principale a cui Kahneman e Tversky sono giunti, nel corso del loro lavoro di ricerca, risulta essere la verifica dell'esistenza di *framing*

⁴ In quest'ultimo caso, infine, la perdita certa non è necessariamente preferita ad una perdita non certa ma di valore atteso maggiore. Quindi l'effetto riflesso elimina l'effetto certezza nel dominio negativo. Nel caso di perdite, le preferenze degli operatori sono perfettamente speculari rispetto alle preferenze espresse in caso di guadagni. Si può quindi affermare che il "riflesso" dei risultati intorno allo zero inverte le schede di scelta.

effects per cui enunciazioni logicamente equivalenti (ma non in modo

trasparente) conducono a scelte differenti di decisione. A queste conclusioni sono arrivati attraverso test empirici nella forma di questionari con ipotetici problemi di scelta tra lotterie semplici. Le decisioni prese dagli intervistati sembrano essere dettate da altre tipologie di variabili, quali il linguaggio utilizzato, il contesto in cui è inserita la scelta, la natura del problema oppure la percezione psicologica soggettiva del problema. Questo aspetto potrebbe, di fatto, spiegare il motivo per cui gli individui si comportano in modo differente quando sono messi di fronte a possibili guadagni o a possibili perdite, come illustrato in precedenza. Gli autori hanno comparato le risposte che i soggetti avevano dato ad un problema, strutturato con una sola fase di gioco, consistente nella scelta tra una vincita di 4000 con probabilità 0.2 o di 3000 con probabilità 0.25, con quelle date ad un altro problema. Quest'ultimo era strutturato in due fasi di gioco: la prima consentiva con una probabilità del 75% di terminare il gioco senza vincere nulla e del 25% di passare alla seconda fase in cui c'era da operare un'ulteriore scelta tra la vincita di 4.000 con probabilità 0.8 o la vincita di 3.000 con probabilità 1. Questa scelta doveva essere effettuata senza conoscere il risultato della prima fase. Sebbene le vincite di 4.000 e 3.000 avessero le stesse probabilità finali nei due problemi (infatti anche nel secondo si ottengono le probabilità 0.2 data da $0.25 \cdot 0.8$ e 0.25 data da $1 \cdot 0.25$), le preferenze dei soggetti erano diverse. Gli operatori trascurano la prima fase del gioco che ritengono comune e concentrano la loro attenzione sulla scelta tra la vincita di 4.000 con probabilità 0.8 e la certezza di ottenerne 3.000. Le risposte sono a favore della seconda scelta, infatti il 78% degli intervistati seleziona la vincita di 3000, confermando le affermazioni espresse sull'effetto certezza.

Purtroppo, come sostiene la teoria economica classica, il loro comportamento è irrazionale.

Gli effetti del *framing* (impostazione del problema) sono stati anche rilevati, ad esempio, nell'ambito delle decisioni mediche.

Esemplare a questo riguardo è lo studio di McNeil, Pauker, Sox e Tversky (1982), in cui si presentano due diverse descrizioni dello stesso risultato statistico relativo ad un intervento chirurgico: si afferma che il tasso di mortalità nell'arco dei sei mesi successivi all'intervento è del 10% e, in altri termini, che il tasso di sopravvivenza nell'arco dei sei mesi successivi all'intervento è del 90%. I risultati mostrano che i pazienti (ma anche i medici) tendono ad evitare l'intervento chirurgico se l'esito dello stesso è descritto in termini di mortalità, anziché di sopravvivenza. La *frame dependency* è perciò uno dei principali assunti su cui viene basata la formulazione della Prospect Theory.

Secondo questo approccio, gli agenti valutano le lotterie, *prospects*, attraverso un processo a due livelli: una fase di *editing*, in cui diventa cruciale il modo in cui vengono posti i problemi, e una seconda successiva fase di valutazione.

Lo scopo della fase di *editing* è di organizzare e riformulare le opzioni in modo tale da rendere più semplici le successive fasi di valutazione e scelta. Essa può avvenire attraverso sei operazioni. L'operazione di *coding* consiste nel confrontare i risultati della lotteria, i guadagni o le perdite, con un determinato punto di riferimento, tipicamente la situazione di partenza. L'operazione di *combination* consiste nella combinazione delle probabilità associate a eventi identici. L'operazione di *segregation* consiste nella separazione della componente rischiosa dell'alternativa dalla sua componente non rischiosa. L'operazione di *cancellation* consiste nell'eliminazione delle componenti comuni a più alternative. L'operazione di *simplification* consiste nell'arrotondamento e nell'approssimazione delle probabilità o dei risultati. L'operazione di *detection of dominance* consiste nell'eliminazione immediata delle alternative dominate. Il modo in cui è condotta la fase di *editing* fa emergere anomalie nel processo di scelta.

Infatti dopo questa fase, ogni alternativa assume una forma nuova che dipende dall'ordine e dalle modalità con cui l'individuo compie le suddette operazioni.

La fase di valutazione invece, si avvale di una *value function*, che consente di verificare come l'utilità di un agente economico dipenda dai guadagni e dalle perdite che può ottenere rispetto ad un certo livello di ricchezza che rappresenta il punto di riferimento (*reference point*). Quest'ultimo è determinato dalla percezione individuale del contesto decisionale ed è dunque soggetto ad effetti di *framing*. I potenziali risultati ottenibili dalle varie alternative sono espressi in termini di guadagni e perdite rispetto a questo punto di riferimento. La differenza con la Teoria dell'Utilità Attesa, focalizzata sulla ricchezza finale, è dunque rilevante. Questo è un punto cruciale e ricorrente negli studi di economia comportamentale e una differenza fondamentale rispetto al modello classico di razionalità: gli individui tendono a valutare ogni decisione separatamente, senza tener conto della loro situazione d'insieme, o comunque degli effetti complessivi della loro decisione.

La *value function* sostituisce quindi la funzione di utilità proposta da Von Neumann e Morgenstern. La sua forma spiega il concetto fondamentale della teoria che è la forte avversione alle perdite (*loss aversion*), cioè la forte preferenza degli individui ad evitare perdite piuttosto che ad avere guadagni. A causa dell'effetto certezza, gli agenti economici si comportano in maniera non speculare davanti a guadagni e a perdite, la funzione quindi sarà concava nel dominio positivo, cioè in presenza di guadagni, e convessa nel dominio negativo, cioè in presenza di perdite, come illustrato in Figura 1. Inoltre sarà più ripida nel dominio delle perdite, infatti in genere, a parità di risultato assoluto, la "sofferenza" generata dalle perdite è più elevata del "godimento" determinato dai guadagni.

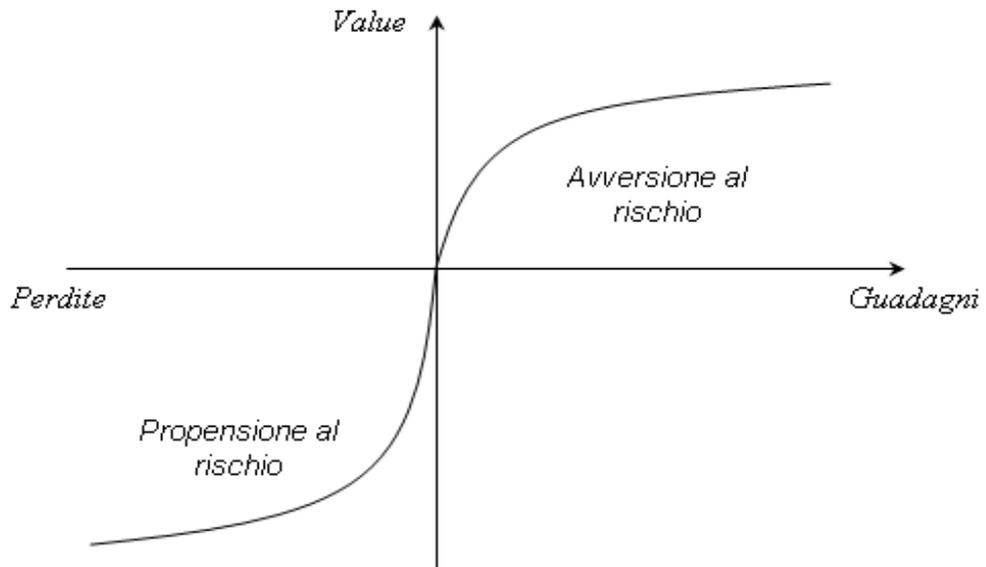


Figura 1. Rappresentazione della value function.

La *value function*, $v(x)$, è rappresentabile matematicamente nel modo seguente:

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{per } x \geq 0 \\ -\beta(-x^\beta) & \text{per } x \leq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Il coefficiente β è la misura di avversione alle perdite ed è generalmente maggiore di 1. Tversky e Kahneman (1992) e Benartzi e Thaler (1995) hanno stimato $\alpha \approx 0.88$ e $\beta \approx 2.25$, mentre Ang, Bekeart e Liu (2004) utilizzano diversi valori di β tutti maggiori di 1 e Fishburn e Kochenberger (1979) hanno dimostrato empiricamente che $\beta > 1$.

La forma della *value function* consente quindi di osservare come il comportamento degli individui sia generalmente avverso al rischio nel dominio positivo dei *payoff* e *risk seeking* in quello negativo. L'importanza di questa riflessione è comprensibile considerando che nell'ambito della Teoria dell'Utilità Attesa convenzionalmente proposta, si ha avversione al rischio per ogni alternativa indipendentemente dal segno dei suoi possibili

risultati.

In conclusione si può quindi affermare che secondo la Prospect Theory, la funzione di utilità di un agente economico:

- dipende dalla variazione e non dal livello della ricchezza;
- esprime avversione al rischio nelle aree caratterizzate da potenziali guadagni, ma propensione al rischio quando i risultati possibili sono negativi;
- si caratterizza per un atteggiamento di *loss aversion*.

CAPITOLO 2

LA FINANZA COMPORTAMENTALE

2.1 Storia

Le origini storiche della Finanza Comportamentale sono remote per quanto riguarda l'osservazione degli effettivi comportamenti economici, più recenti invece per quanto riguarda il confronto di tali osservazioni con i modelli teorici degli economisti. La Finanza Comportamentale si è sviluppata come “ramo” della teoria neoclassica a partire dagli anni '50, grazie ai contributi di vari autori. Questa disciplina, però, solo a partire dalla metà degli anni '70, grazie a studi nuovi e più approfonditi, ha ottenuto la “visibilità” sufficiente negli ambienti accademici, per acquisire lo status di “teoria”.

Il primo lavoro importante sul tema è senza dubbio l'opera di Herbert Simon (1955) sul modello comportamentale di scelta razionale. Ma il vero grande precursore della materia è probabilmente lo psicologo Paul Slovic. Nei suoi lavori fondamentali (1969 e 1972), egli indaga ed enfatizza la percezione errata del rischio da parte degli individui. Il problema posto da Slovic sarà il punto di partenza di numerosi lavori successivi. Secondo gran parte della comunità accademica, Daniel Kahneman e Amos Tversky possono essere considerati i grandi padri della Finanza Comportamentale. Con due celebri lavori (1974 e 1979) essi danno un contributo fondamentale alla materia e le loro intuizioni godono ancora oggi di grande stima da parte

degli studiosi. I due autori, partendo dalla presentazione del paradosso di Allais⁵, dove si mostra come l'utilità di un evento rischioso non è combinazione lineare delle probabilità associate a ciascun risultato possibile, sviluppano l'analisi critica della Teoria dell'Utilità Attesa e degli assiomi su cui essa si fonda (assiomi di von Neumann-Morgenstern 1944-1947 e 1953) arrivando così alla formulazione della Prospect Theory. Un'altra tappa fondamentale è costituita dallo storico studio del 1981 di Robert Shiller sulla volatilità dei mercati azionari. Egli ha il merito di aprire la strada ad una serie di numerosi studi pratici, che hanno conferito alla Finanza Comportamentale una connotazione fortemente empirica. Questi lavori evidenziano l'esistenza di eventi incoerenti con le leggi della finanza tradizionale e questi risultati vengono definiti anomalie. Fischer Black è considerato un altro grande protagonista della rivoluzione comportamentale. Da presidente dell'*American Finance Association* egli sostiene con entusiasmo lo sviluppo della Finanza Comportamentale. Durante l'incontro annuale del 1984 egli dedica un seminario specifico al tema, presentando formalmente per la prima volta la materia alla comunità scientifica. Questo causa un notevole aumento di pubblicazioni sull'argomento, tra le quali due celebri articoli pubblicati sul *Journal of Finance* nel 1985, uno di De Bondt e Thaler e l'altro di Statman e Shefrin. De Bondt e Thaler hanno sottolineato come gli investitori nelle loro strategie di investimento tendano ad essere a volte troppo conservativi ed altre volte troppo reattivi, mentre Shefrin e Statman hanno osservato che le persone tendono a vendere troppo presto i titoli in rialzo e a tenere troppo a lungo i titoli in ribasso. Altri lavori importanti sono prodotti da scienziati come Summers, Kleidon, Yellen e Cox. E' interessante notare come molti ricercatori che si sono occupati di Finanza Comportamentale con successo non abbiano una formazione

⁵ E' il più celebre paradosso del modello dell'utilità attesa risalente al 1953, quando l'economista francese Maurice Allais riscontrò in diversi esperimenti la violazione dell'assioma di indipendenza.

economica, ma piuttosto provengano da studi di psicologia.

Questo evidenzia la grande importanza del fattore psicologico nella comprensione dell'ambiente finanziario. A sottolineare ancora di più questa componente, nel 2002 il premio Nobel per l'economia è stato vinto da Daniel Kahneman, "per avere integrato risultati della ricerca psicologica nella scienza economica, specialmente in merito al giudizio umano e alla teoria delle decisioni in condizioni d'incertezza". Le ricerche sperimentali hanno dimostrato che gli individui, nelle loro scelte finanziarie, non sono guidati da principi economici razionali, ma dal contesto, dalla storia personale, da come viene proposta l'operazione e dall'incompletezza informativa. La spiegazione che il premio Nobel propone alla mancata razionalità del comportamento degli investitori è che le scelte degli esseri umani siano governate maggiormente da valutazioni affettive piuttosto che da calcoli sull'utilità attesa. L'esempio che illustra questa teoria è il seguente: la gente sarebbe disposta ad attraversare la città per risparmiare 5 euro su un oggetto che ne costa 15, ma non per risparmiare 5 euro su un oggetto che ne costa 125.

Negli ultimi anni sono nate varie riviste scientifiche dedicate esclusivamente alla Finanza Comportamentale e molte università hanno iniziato a tenere corsi e seminari esclusivamente rivolti al tema.

Il crescente interesse da parte di investitori e "addetti ai lavori" verso le teorie della *Behavioral Finance* ha contribuito alla nascita dell'A.I.FIN.C. (Associazione Italiana di Finanza Comportamentale) costituita da un team di docenti universitari ed esperti di economia, finanza e psicologia. Di recente istituzione è anche il primo sito italiano interamente dedicato a questa disciplina, www.finanzacomportamentale.it, realizzato a cavallo tra il 2003 e il 2004 ma in continua crescita.

Oggi la ricerca sulla Finanza Comportamentale avanza a gran ritmo in molti dei maggiori atenei del mondo. La materia ha raggiunto successi notevoli, ma indubbiamente c'è ancora molto da comprendere.

2.2 *Principi teorici*

Di seguito viene presentato l'insieme dei principi teorici che costituiscono il nuovo filone di ricerca che conosciamo col nome di Finanza Comportamentale. La materia è molto giovane ed eterogenea. L'insieme di concetti e modelli che la costituiscono è stato elaborato da un gran numero di studiosi, perciò è naturale che manchi una visione globale ed organizzata. Per questa ragione è stato necessario fare una selezione, sono stati analizzati i principi teorici maggiormente condivisi negli ambienti accademici e maggiormente citati negli articoli scientifici.

La Finanza Comportamentale ha una forte connotazione empirica e la recente letteratura di tipo sperimentale è caratterizzata da una relazione con principi comportamentali che provengono principalmente dalla psicologia, dalla sociologia e dall'antropologia. È stata dimostrata l'esistenza di una serie di strategie sistematiche che le persone utilizzano per la gestione delle informazioni a fini decisionali. A volte queste strategie sono utilizzate per far fronte a situazioni di incertezza o scarsità di informazioni, altre volte invece sono utilizzate per selezionare le informazioni rilevanti in ambienti il cui tasso informativo è molto elevato. La psicologia della decisione ha prodotto negli ultimi decenni un gran numero di prove riguardo alla difficoltà delle persone a gestire situazioni decisionali incerte o mal strutturate. A livello psicologico, quando il numero e la frequenza delle informazioni cresce, il cervello cerca delle "scorciatoie" che permettano di ridurre il tempo di elaborazione dei dati al fine di prendere comunque una decisione. Tali "scorciatoie" vengono definite più formalmente euristiche, metodi decisionali basati su regole rapide e semplici piuttosto che su un meccanismo logico e razionale. L'euristica è il processo per cui gli individui trovano le informazioni necessarie al proprio interno invece che all'esterno.

Kahneman e Tversky sono i primi a illustrare gli “*heuristics biases*”, distorsioni connesse all’uso di strategie euristiche.

Dal lavoro svolto da questi due autori emergono tre principali comportamenti euristici che possono facilmente generare degli errori nei processi decisionali: *representativeness*, *availability* ed *anchoring*, che approfondiremo di seguito. Le euristiche permettono di gestire in maniera rapida e selettiva le informazioni a disposizione facendo ricorso in gran parte all’intuizione. Ma se da un lato semplificano il lavoro della nostra mente, dall’altro possono portare a conclusioni errate o troppo semplificate, dato l’esiguo tempo e l’incompletezza del processo decisionale.

Queste distorsioni (*biases*) cognitive e/o emozionali determinano:

- 1) errori nelle scelte di investimento individuali, che portano a rendimenti insufficienti o a un'eccessiva esposizione al rischio;
- 2) *biases* collettivi. Se tali comportamenti individuali si sommano e oltrepassano una determinata soglia critica si crea un rapido effetto “contagio”, quindi fenomeni legati al singolo investitore diventano collettivi;
- 3) generiche inefficienze di mercato, quali ad esempio prezzi sbagliati o anomalie nei rendimenti tra differenti attività, periodi di investimento, ecc..

La Finanza Comportamentale cerca di individuare e comprendere tali distorsioni ed anomalie e, per quanto possibile, di sfruttarle nella determinazione delle strategie di investimento ottimali.

Di seguito verranno descritti i principali comportamenti euristici riscontrati negli anni da vari autori.

2.2.1 *Overconfidence*

Tra i vari comportamenti euristici messi in atto dagli individui, l'*overconfidence* è uno di quelli maggiormente studiati.

Con questo termine si intendono generalmente gli atteggiamenti di sovrastima delle proprie capacità. Molti individui hanno un'eccessiva sicurezza nei propri mezzi, cioè sopravvalutano le loro abilità, le loro conoscenze e la precisione delle loro informazioni.

Il concetto di *overconfidence* è uno dei fenomeni più studiati dalla Finanza Comportamentale. Il lavoro fondamentale è stato pubblicato nel 1977 da Lichtenstein, Fischhoff e Phillips, successivamente si è sviluppata una vastissima letteratura sull'argomento, grazie ai lavori di numerosi economisti. Inoltre, l'*overconfidence* è stata confermata da una lunga serie di esperimenti di psicologia cognitiva applicati a diversi ambiti professionali, quali l'ambito ingegneristico (Kidd, 1970), imprenditoriale (Coper, Woe e Dunkelberg, 1988), psicologico (Oskamp, 1965), giuridico (Wagenaar e Keren, 1986), e manageriale (Russo e Schoemaker, 1992).

L'iper-sicurezza, traduzione italiana di *overconfidence*, influenza notevolmente il comportamento degli investitori nei mercati finanziari. E' utile sottolineare come l'eccesso di sicurezza sia una caratteristica delle persone, e non dei mercati. Ritenersi particolarmente abili e competenti induce gli agenti ad effettuare operazioni che normalmente non compirebbero. In particolar modo, la frequenza con cui un investitore compravende i propri titoli appare sensibilmente influenzata, più un operatore è *overconfident*, più egli effettuerà acquisti e vendite sul mercato. Barber e Odean (1999) evidenziano come la presenza di *overconfidence* nei mercati finanziari porti gli investitori a compiere scambi non profittevoli. In

particolare, illustrano come questi ultimi in media, vendendo dopo diversi intervalli temporali, non riescano a coprire i costi sostenuti, ottenendo un

guadagno minore del 6% (che è la percentuale media dei costi di transazione).

Gli operatori di giovane età che hanno sperimentato *performance* relativamente brillanti aumentano la confidenza nelle loro abilità fino a diventare iper-sicuri. L'*overconfidence* assume un andamento crescente e poi decrescente durante la vita di un agente⁶. In media, il livello di confidenza è più alto per coloro che sono presenti nel mercato da meno tempo. Con maggior esperienza invece, le persone sviluppano un processo di valutazione delle proprie capacità più oggettivo.

Olsen (2000) afferma che l'eccessiva sicurezza nelle proprie capacità sia una strategia di ragionamento che si è sviluppata per ragioni evolutive e di adattamento alla vita quotidiana. Innanzitutto ci sarebbe un'asimmetria tra emozioni positive e negative per cui la sicurezza nelle proprie abilità, associata alla soppressione di emozioni negative, permetterebbe di affrontare anche situazioni ambientali molto critiche mantenendo un buon livello di motivazione. Inoltre, secondo l'autore le persone giudicano l'accumularsi di differenti informazioni alternative tra loro come una serie di prove differenti tutte favorevoli ad un certo dato, e non come una serie di evidenze interscambiabili.

De Bondt e Thaler (1995) affermarono che “forse la scoperta più robusta nella psicologia cognitiva è che le persone sono *overconfident*”. Questo indica quanto sia importante la sua presenza per capire come gli individui si allontanano dalla perfetta razionalità prevista nella teoria tradizionale.

⁶ Gervais S. e Odean T., “*Learning to be overconfident*”, *Review of Financial Studies*, vol. 14, n. 1, pp. 1-27, 2001.

2.2.2 *Ancoraggio*

L'euristica dell'ancoraggio è la tendenza ad ancorarsi ai dati di partenza e a cambiare difficilmente le proprie idee iniziali sulla base di nuovi dati.

Si è osservato che gli individui formano le proprie stime partendo da un valore iniziale ed arbitrario e successivamente lo aggiustano in base alle nuove informazioni, ma spesso il processo di aggiustamento è insufficiente, poiché gli individui si soffermano troppo sul valore iniziale (Barberis e Thaler, 2001).

Per verificare tale atteggiamento, si ricorda un famoso esperimento messo in atto da Kahneman e Tversky nel 1974, che dimostra come questo fenomeno si presenti anche in assenza di informazioni.

I due autori chiesero a diversi gruppi di intervistati di stimare la percentuale di paesi africani che rientrano nelle Nazioni Unite. Prima di raccogliere le risposte venne fatta girare una ruota graduata da uno a cento. Agli intervistati fu chiesto di indicare se la percentuale era inferiore o superiore al numero indicato dalla ruota e, in seguito, di indicare la propria risposta corretta. Alla conclusione dell'esperimento è stato possibile mostrare che le risposte furono fortemente influenzate dal numero casuale generato dalla ruota. Negli esperimenti in cui la ruota segnava 10, la risposta media data dagli intervistati fu 25%; quando la ruota indicava 65, in media la soluzione proposta fu pari a 45%.

L'ancoraggio è un principio molto importante nei mercati finanziari. Non disponendo di informazioni migliori, molti operatori si basano sul prezzo del titolo in un determinato momento o breve periodo, senza considerare la storia del titolo e la variabilità del suo prezzo nel passato. Un titolo potrebbe avere un valore molto elevato oggi ma non essere un investimento sicuro

poiché in passato ha tenuto un andamento molto altalenante con forti crescite di valore seguite da altrettanto forti ribassi.

Anche utilizzare informazioni relative all'andamento passato di un titolo per prevederne l'andamento futuro non è, in realtà, un comportamento razionale ma certamente permette una valutazione più accurata di quella che si ottiene considerando soltanto il valore delle azioni in un determinato momento.

L'ancoraggio è anche alla base degli atteggiamenti conservatori che adottano gli agenti economici. A questo proposito Shefrin (2000) analizza un caso di conservatorismo nel comportamento degli analisti finanziari. Questi ultimi partono con ipotesi iniziali circa le caratteristiche di un'azienda, ovvero la probabilità che questa possa produrre utili interessanti. Quando vengono diffuse nuove informazioni sull'azienda stessa, l'analista tende a leggerle sulla base di tali probabilità iniziali. Se, ad esempio, le informazioni positive riguardano un'azienda che in passato ha avuto *performance* non particolarmente brillanti, l'analista rivede la sua valutazione in modo conservativo, sottostimando la possibilità che l'azienda possa in futuro generare utili significativi.

L'ancoraggio può portare ad una diversa forma di conservatorismo noto come *status quo bias*, che consiste nel fatto che gli agenti sono propensi a scommettere di più per mantenere lo *status quo* di quanto lo siano per acquisire una posizione iniziale. In un noto esperimento⁷, si procede ad allocare casualmente, ad alcuni membri di un gruppo, alcune tazze. Ai possessori viene poi chiesto di indicare un prezzo a cui sarebbero disposti a vendere le tazze, mentre a chi non ha ricevuto l'oggetto si domanda a quale prezzo sarebbero disposti ad acquistarlo. L'esperimento mostra come, in genere, il prezzo di vendita risulti considerevolmente superiore al prezzo di acquisto.

Shiller nel 2000 definisce l'ancoraggio come la tendenza degli individui a essere influenzati dai suggerimenti. Anche questo fenomeno è stato

⁷ The Economist, "Rethinking thinking", The Economist, pp. 69-71, 18 Dicembre 1999.

verificato

empiricamente.

In molti questionari i sondaggisti inseriscono una serie di valori predefiniti dopo ogni domanda e si è notato che gli interpellati sono fortemente influenzati da questi valori. Questo comportamento può sembrare razionale. Non ricordando la cifra esatta o non disponendo dell'informazione, l'individuo si basa sul valore predefinito per fornire una risposta esatta.

2.2.3 *Rappresentatività*

La rappresentatività mostra come gli agenti economici tendano ad effettuare le loro scelte sulla base di stereotipi. In altri termini, la rappresentatività indica che il modo in cui si stabilisce la probabilità di un evento dipende da quanto quell'evento è "rappresentativo" di una certa classe di eventi, non considerando le reali caratteristiche o probabilità. Il termine rappresentativo è in questo caso sinonimo di simile.

Questo principio è stato introdotto da Kahneman e Tversky (1972), sviluppato da Kahneman, Tversky e Slovic (1982) e successivamente citato e rielaborato da numerosi autori. Werner De Bondt in una recente conferenza l'ha descritto come uno dei tre principi essenziali della Finanza Comportamentale.

Un importante esempio di rappresentatività, tratto dall'evidenza empirica nei mercati finanziari, è il "*winner-loser effect*". De Bondt e Thaler (1985) documentano come le azioni con *performance* fortemente negative durante un triennio, nel triennio successivo tendano ad avere *performance* significativamente più brillanti rispetto a quelle ottenute da titoli che nel triennio precedente avevano sperimentato tassi di crescita molto positivi. De Bondt (1992) mostra come le previsioni a lungo termine eseguite dagli analisti di borsa tendono ad essere distorte in direzione dei titoli in quel momento più forti. In altri termini, gli analisti "iper-reagiscono", ovvero

tendono ad essere molto più ottimisti nei confronti dei titoli con

performance brillanti di quanto lo siano verso titoli con risultati contenuti, se non addirittura negativi. Nonostante gli analisti siano operatori professionali, nel loro processo decisionale la rappresentatività induce a sottovalutare la tendenza di “*mean reversion*”⁸ presente nei mercati finanziari.

Allo stesso modo, quando un investitore esamina una *growth stock* (l’azione di una società che ha mostrato una storia di utili in crescita) può non considerare il fatto che solo gli utili di pochissime società continuano a crescere indefinitamente cadendo così nell’errore di ritenere tale titolo “rappresentativo” di un buon investimento.

La rappresentatività può portare ad inferenze errate anche a causa di una ridotta sensibilità alla dimensione del campione utilizzato. A questo proposito è utile descrivere l’esperimento di Shefrin (2000). Supponendo che una moneta sia stata lanciata cinque volte, mostrando sempre testa, si chiede qual è la probabilità che al sesto lancio la moneta segni croce. La risposta statistica naturalmente è 50%. Tuttavia numerose persone ragionano con uno schema mentale secondo cui se si lancia una moneta un certo numero di volte, come risultato si determina un’equa distribuzione tra testa e croce. In altre parole, la rappresentatività fa ritenere che il lancio della moneta determini lo stesso numero di teste e croci. Al sesto lancio dunque è comune la previsione che il risultato debba essere croce. La rappresentatività in questo caso spinge all’errore, poiché come nel caso del comportamento dei giocatori d’azzardo si tende a interpretare in modo non corretto la legge dei grandi numeri⁹. In questo caso l’errore cognitivo è

⁸ L’espressione indica che vi è inversione di tendenza nei rendimenti conseguiti dai titoli nel medio-lungo termine.

⁹ La legge dei grandi numeri afferma che, al crescere delle prove, il verificarsi di un evento tende ad uguagliare la sua probabilità. Inoltre garantisce che solo campioni molto ampi siano altamente rappresentativi della popolazione da cui sono stati tratti.

quello di applicare la legge dei grandi numeri a piccoli campioni allo stesso

modo con cui la si applica a grandi campioni, prendendo decisioni errate. Kahneman e Tversky (1971) hanno descritto questo comportamento come “legge dei piccoli numeri”.

2.2.4 *Disponibilità*

L’euristica della disponibilità è un altro importante principio che influisce sul processo decisionale degli individui. La sua prima spiegazione è contenuta in un famoso lavoro di Kahneman e Tversky (1974), che la definiscono come il fenomeno per cui il processo decisionale viene influenzato dalla facilità con cui esempi e associazioni vengono in mente all’individuo.

L’euristica della disponibilità porta ad effettuare stime decisionali sulla base del recupero di esempi dalla memoria. È stato infatti accertato che le informazioni maggiormente utilizzate sono quelle di più veloce accesso o facile comprensione. Nel fornire una stima riguardo al possibile accadere di eventi futuri le persone utilizzano la loro esperienza relativa all'accadimento di quegli eventi in passato. Tuttavia le informazioni che vengono recuperate dalla memoria non sono quelle con il potere informativo maggiore ma sono spesso quelle più intense, sono cioè le informazioni alle quali l’individuo ha associato i connotati emotivi più forti. Eventi che si sono verificati più frequentemente nella vita di un individuo o che lo hanno impressionato maggiormente saranno giudicati come più probabili anche se in realtà non lo sono.

A sostegno di questo fenomeno, vi è ampia evidenza sperimentale.

Shefrin, in un esperimento del 2000, pone ad un gruppo di persone la seguente domanda: qual è la principale causa di morte negli Stati Uniti tra infarto e omicidio? Per rispondere gli intervistati fanno una rassegna di

quanti eventi di ciascun tipo ricordano.

Quando gli intervistati ricordano un maggior numero di morti per omicidio che per infarto, tendono a rispondere che la prima è la principale causa di morte. Per rispondere a questa domanda, gli intervistati si avvalgono spesso dei mezzi di comunicazione, che tendono ad offrire un quadro parziale dando maggiore enfasi agli omicidi rispetto alle morti per infarto. Il modello cognitivo basato sulla disponibilità ne è quindi falsato.

Altro esempio è il fatto che se si chiede ad un campione di persone se faccia più freddo a Trieste o a Milano, la maggior parte delle persone risponderà Trieste anche se mediamente fa più freddo a Milano. Questo perché vengono più facilmente alla mente esempi eclatanti di maltempo a Trieste. Ogni volta quindi che la disponibilità è influenzata da fattori diversi dall'effettiva frequenza, come la parzialità della stampa o degli altri media, è possibile che la rappresentazione che viene data della realtà non sia corretta e veritiera.

Un famoso esperimento venne condotto prima delle elezioni presidenziali statunitensi del 1976. Si interpellarono due gruppi di individui: al primo gruppo si chiese di immaginare Gerald Ford vincitore e al secondo gruppo si chiese di immaginare Jimmy Carter vincitore. Successivamente si osservò che il primo gruppo riteneva Gerald Ford il più probabile vincitore e il secondo gruppo riteneva più probabile Jimmy Carter. Questo esperimento dimostra come un individuo a cui viene chiesto di immaginare un evento successivamente ritiene l'evento probabile.

La disponibilità si riscontra anche nei mercati finanziari. In particolare gli investitori pensano di ottenere guadagni migliori da quei titoli che rappresentano aziende ben gestite e senza debiti (Solt, 1989). Ad esempio in media gli investitori ritengono che le aziende che investono i loro soldi in programmi giudicati promettenti dagli analisti siano quelle che avranno minori problemi di bilancio e saranno meno coinvolte in azioni speculative. Perciò investono su queste aziende giudicando questi titoli meno volatili e

quindi

meno

rischiosi.

In realtà questa uguaglianza tra gestione delle aziende e rendimento dei titoli non è valida in assoluto poiché non sempre aziende con i conti in attivo hanno un rendimento superiore rispetto all'indice generale del mercato.

2.2.5 *Loss Aversion*

La *loss aversion*, ovvero avversione alle perdite, è stata presa in considerazione ed analizzata per la prima volta da Tversky e Kahneman nel 1979 nell'ambito della formalizzazione della Prospect Theory.

Come abbiamo già visto nel paragrafo 1.2, la *loss aversion* è l'asimmetria di comportamento dell'individuo nel trattamento delle perdite rispetto ai guadagni. In particolare, in condizioni di incertezza, il panico e la paura di poter perdere 1 € è molto più intensa ed elevata (in valore assoluto) rispetto alla gioia di guadagnarne uno. In altre parole, gli individui sono più sensibili, in termini di utilità marginale, ad una diminuzione della loro ricchezza investita piuttosto che ad un aumento di questa. Nel valutare l'utilità attesa quindi, l'investitore pondera più pesantemente le perdite rispetto alle vincite.

Da questa euristica si è sviluppato un diverso modo di considerare e calcolare il rischio, creando delle nuove misure per il rischio, misure di rischio asimmetrico o *downside risk*, che tengono conto di questa propensione degli investitori. La *loss aversion* e le misure di rischio che ne tengono conto verranno analizzati in dettaglio nel capitolo 3.

2.2.6 *Underreaction e Overreaction*

Gran parte della ricerca recente si è occupata di due importanti fenomeni che si manifestano nei mercati finanziari con una certa regolarità: la

underreaction

e

la

overreaction.

La *underreaction* può essere definita come il fenomeno per cui i prezzi dei titoli “sottoreagiscono” alla nuova informazione nel breve periodo, ovvero si muovono lentamente e scarsamente in reazione all’annuncio di una notizia che li riguarda. Generalmente si verifica che il rendimento medio dei titoli nel periodo successivo alla pubblicazione di una buona notizia è superiore al rendimento medio nel periodo successivo alla pubblicazione di una brutta notizia. Questo può significare che il titolo sottoreagisce alla buona notizia al momento della sua pubblicazione, ma corregge questo errore offrendo rendimenti maggiori in un periodo immediatamente successivo che è generalmente di un anno (Barberis, Shleifer e Vishny, 1998).

Vi è ampia evidenza empirica a dimostrazione del fenomeno della *underreaction*. Tra i contributi più importanti, Cutler, Poterba e Summers (1989) e Jegadeesh e Titman (1993) hanno esaminato e confermato l’esistenza di autocorrelazione positiva dei rendimenti dei titoli nel breve periodo, che implica all’inizio *underreaction* e successivamente un adeguamento dei prezzi alle nuove informazioni.

L’*overreaction* può essere definita come il fenomeno per cui i prezzi dei titoli “sovrareagiscono” alla nuova informazione nel lungo periodo, ovvero si muovono eccessivamente in reazione ad una serie di notizie che li riguarda. Generalmente si verifica che il rendimento medio dei titoli nel periodo successivo alla pubblicazione di una serie di buone notizie è inferiore al rendimento medio nel periodo successivo alla pubblicazione di una serie di cattive notizie. Questo può significare che il titolo sovreatisce alla serie di buone notizie durante la loro pubblicazione, ma corregge questo errore offrendo rendimenti minori successivamente (Barberis, Shleifer e Vishny, 1998). Vi è ampia evidenza empirica anche a dimostrazione del fenomeno della *overreaction*. Tra i contributi più noti, De Bondt e Thaler (1985) e Fama e French (1998) hanno dimostrato l’esistenza di

autocorrelazione negativa dei rendimenti durante i tre-cinque anni

successivi alla serie di annunci, che implica all'inizio *overreaction* e successivamente un adeguamento dei prezzi alle nuove informazioni.

2.2.7 Conservatorismo

Un altro pregiudizio diffuso che influenza le scelte decisionali degli individui è il conservatorismo, definito per la prima volta da Edwards del 1968 in "*Conservatism in human information processing*". Viene definito come una resistenza al cambiamento, una tendenza degli individui a mantenere le proprie convinzioni o a cambiarle lentamente, anche di fronte all'evidenza del contrario.

Questo principio trova numerose applicazioni in campo finanziario e molti studiosi ritengono che esso sia alla base del fenomeno della *underreaction*.

Il conservatorismo consente di dare spiegazione a regolarità, presenti nei mercati finanziari, che sarebbero di difficile interpretazione. Gli operatori "conservatori", sottostimando il contenuto informativo dei segnali (ritenuti il frutto di fattori di natura temporanea) rimangono ancorati al bagaglio informativo preconstituito. Quindi, il diffondersi di notizie circa alcuni titoli viene assorbita lentamente dai prezzi, generando sottoreazione e autocorrelazione positiva nel breve termine.

Griffin e Tversky (1992) hanno tentato di mettere assieme i due atteggiamenti descritti, elaborando i concetti di forza e di peso delle informazioni.

La forza consiste nell'importanza evocativa, nella salienza informativa, mentre il peso si riferisce al contenuto informativo dal punto di vista più propriamente statistico, contemplando, ad esempio, fattori quali la dimensione del campione utilizzato e altre variabili di quel tipo. Gli autori suggeriscono che gli individui aggiornano le loro previsioni dando eccessiva

importanza alla forza e non abbastanza attenzione al peso delle informazioni

che ricevono. In questo contesto, il conservatorismo trova giustificazione quando le nuove informazioni, che vengono diffuse, sono di forza ridotta e peso elevato: i decisori sono poco influenzati dalla ridotta significatività e reagiscono in maniera minore di quanto l'effettivo peso dei nuovi segnali richieda. Quando invece si diffondono informazioni molto forti, ma con poco peso, il decisore reagisce eccessivamente dando importanza sproporzionata a segnali particolarmente rilevanti, ma statisticamente deboli.

2.2.8 *Avversione per l'ambiguità*

La prima concettualizzazione di questo comportamento euristico è contenuta in un celebre lavoro di Daniel Ellsberg (1961), passato alla storia come il paradosso di Ellsberg, dove dimostra che le persone preferiscono scommettere su una lotteria con probabilità note piuttosto che su una lotteria con esito ambiguo. Nell'esperimento vengono predisposte due urne, una contenente 50 palline rosse e 50 nere, l'altra contenente 100 palline con una combinazione di palline rosse e nere sconosciuta.

Ai giocatori si propone una prima scelta:

- A) estrarre una pallina dalla prima urna, ricevendo 100\$ se è rossa e 0\$ se è nera.
- B) estrarre una pallina dalla seconda urna, ricevendo 100\$ se è rossa e 0\$ se è nera.

Ellsberg nota che i soggetti preferiscono estrarre dalla prima urna (evento con probabilità conosciuta) piuttosto che dalla seconda (evento ambiguo). Questo esperimento dimostra che gli individui preferiscono affrontare rischi conosciuti piuttosto che sconosciuti. Quindi l'avversione per l'ambiguità consiste nel tipico atteggiamento degli individui a rifiutare situazioni

ambigue.

Questo fenomeno è stato successivamente rielaborato da vari autori tra cui Craig Fox, Amos Tversky e Shefrin. Quest'ultimo in un lavoro del 2002 definisce avversione per l'ambiguità una tipica preferenza degli individui per ciò che è familiare rispetto a ciò che non è familiare.

Fox e Tversky (1995) spiegano che la causa principale alla base della manifestazione di avversione per l'ambiguità è la *comparative ignorance*. Secondo l'ipotesi di ignoranza comparativa, l'avversione per l'ambiguità sorge quando l'individuo nota il contrasto tra la sua limitata competenza su un evento e la sua superiore competenza su un altro evento. Ad esempio, gli esperti di politica preferiscono scommettere su eventi politici piuttosto che su altri eventi che considerano di uguale probabilità mentre gli esperti di sport preferiscono scommettere su eventi sportivi piuttosto che su altri eventi. Quando le persone si sentono competenti sono favorevoli all'ambiguità ma, in contesti comparativi, il giudizio sulla propria competenza può cambiare, divenendo il soggetto avverso all'ambiguità.

2.2.9 Altre euristiche

I principi teorici della Finanza Comportamentale presentati fin'ora sono quelli che hanno ottenuto maggior condivisione tra gli esperti e sui quali si è concentrata la ricerca scientifica. Di seguito vengono descritti sinteticamente alcuni principi comportamentali che possono essere considerati minori, in quanto non hanno ancora ottenuto la necessaria evidenza empirica.

La teoria del comportamento imitativo descrive il fenomeno per cui un gruppo di individui agisce allo stesso modo pur non avendo nessuna forma di coordinazione o di organizzazione.

La teoria dei compartimenti mentali indica la tendenza degli individui a posizionare particolari eventi in determinati compartimenti basandosi su

attributi superficiali. In altre parole, gli individui non guardano alla situazione globale come suggerisce la Teoria dell'Utilità Attesa, ma piuttosto si concentrano separatamente su piccole parti. Questo principio psicologico è particolarmente interessante nel campo finanziario.

Shefrin e Statman (1994) dimostrano che tipicamente gli investitori immaginano il loro portafoglio come suddiviso in una parte non rischiosa ed una parte rischiosa. Shefrin e Thaler (1998) osservano che gli individui dividono il loro denaro in tre categorie: reddito da salario, reddito da investimento e reddito futuro.

Altra euristica è il *mental account* (Thaler, 1991; Shefrin e Thaler, 1992), che può essere riassunto come il fatto di assegnare un valore diverso ai soldi, a seconda della destinazione d'uso (acquisto della casa, divertimento, vacanza) e della loro provenienza (vinti, ereditati, guadagnati con il lavoro).

Il principio dell'ottimismo consiste nella tendenza di numerosi individui ad avere irrimediabilmente una prospettiva rosea e irrealistica del loro futuro. Si può definire ottimismo la situazione in cui un individuo crede che gli eventi futuri saranno più favorevoli di quanto si verificherà nella realtà. Psicologi comportamentali confermano che le persone sono in media ottimiste e si aspettano che accadano loro eventi positivi più frequentemente che agli altri (Weinstein 1980).

Spesso gli individui attribuiscono alla loro abilità i segnali che confermano le previsioni effettuate, ma tendono ad incolpare altri di risultati negativi, in questo caso si parla di auto-attribuzione (*self-attribution bias*).

Un'euristica abbastanza confermata dall'evidenza empirica è l'*home bias*, propensione degli investitori a preferire titoli domestici a titoli esteri per la composizione del proprio portafoglio. French e Poterba (1991) riportano che gli investitori americani, giapponesi ed inglesi allocano rispettivamente il 94%, 98% e 82% del loro portafoglio in titoli domestici. Naturalmente questo fenomeno porta ad una minore diversificazione con conseguente

aumento del rischio del portafoglio.

Una possibile causa di tale comportamento può riscontrarsi nei costi di reperimento dell'informazione: investire all'estero comporta conoscere tali ambienti, anche dal punto di vista legale. Altra spiegazione può essere il fatto che i titoli domestici forniscono una maggiore copertura dei rischi nazionali (ad esempio, il rischio d'inflazione) o semplicemente gli agenti sono più ottimisti in relazione all'andamento dei mercati domestici rispetto a quelli esteri.

Un comportamento frequente è il tendere degli individui a crearsi una aspettativa di successo (probabilità soggettiva) di un dato compito, superiore a quanto le circostanze obiettive consentano di rilevare. Questo fenomeno è noto come illusione di controllo. Una modalità di controllo illusorio è il così detto pensiero basato sul desiderio (*wishful thinking*). Secondo questo fenomeno, un evento è considerato più probabile di un altro, solo perché vissuto come più desiderabile. Così facendo gli individui tenderanno a rischiare certe decisioni più di quanto dovrebbero fare basandosi su informazioni obiettive.

Euristica	Descrizione	Effetti
<i>Overconfidence</i>	Sovrastima delle proprie capacità	<ul style="list-style-type: none"> - Maggiori volumi di trading - Minori guadagni - Inversamente proporzionale all'esperienza
<i>Ancoraggio</i>	Gli individui si "ancorano" ai dati di partenza e cambiano difficilmente le idee iniziali sulla base di nuove informazioni	<ul style="list-style-type: none"> - Decisioni sbilanciate verso l'ipotesi di partenza - gli agenti sono propensi a scommettere di più per mantenere lo status quo
<i>Rappresentatività</i>	La probabilità di un evento dipende da quanto questo è "rappresentativo" di una certa classe di situazioni, non considerando le reali caratteristiche o probabilità	<ul style="list-style-type: none"> - Iper-reazione degli analisti - Interpretazione scorretta della legge dei grandi numeri
<i>Disponibilità</i>	Il processo decisionale viene influenzato dalla facilità con cui esempi e associazioni vengono in mente all'individuo	<ul style="list-style-type: none"> - Probabilità degli eventi influenzata da fattori diversi dall'effettiva frequenza - Influenza della stampa e dei media che porta a distorsioni decisionali
<i>Underreaction e overreaction</i>	Sottoreazione ad una nuova informazione nel breve periodo e sovra reazione ad una nuova informazione nel lungo periodo	<ul style="list-style-type: none"> - Autocorrelazione positiva dei titoli nel breve periodo causato dall'<i>underreaction</i> - Autocorrelazione negativa dei titoli nel lungo periodo causata dall'<i>overreaction</i>
<i>Conservatorismo</i>	Tendenza degli individui a mantenere le proprie convinzioni o a cambiarle lentamente, anche di fronte all'evidenza del contrario	Autocorrelazione positiva nel breve termine
<i>Avversione per l'ambiguità</i>	Rifiuto di situazioni ambigue, incerte	<ul style="list-style-type: none"> - Preferire eventi di probabilità note rispetto ad eventi con probabilità sconosciute - Preferenza per ciò che è familiare rispetto a ciò che non lo è

Tabella 1. *Riepilogo dei principali comportamenti euristici trattati.*

2.3 *Modelli comportamentali*

Gli studi recenti cercano di presentare modelli che spiegano, sulla base di ipotesi ben precise, il processo di formazione dei prezzi. Verranno di seguito analizzati questi modelli comportamentali che si muovono tutti nella stessa direzione, ovvero tentare di dare una spiegazione al modo in cui le informazioni vengono inglobate nei prezzi, generando autocorrelazione positiva dei rendimenti nel breve termine e autocorrelazione negativa all'allungarsi dell'orizzonte temporale. A questo comune oggetto d'indagine fanno riferimento diverse ipotesi, soprattutto riguardo a come gli errori euristici influenzano il comportamento degli investitori.

2.3.1 *Modello DHS*

Nel modello di Daniel, Hirshleifer e Subrahmanyam (1998), l'attenzione si concentra sulle implicazioni di due inefficienze presenti nei modelli cognitivi adottati dagli investitori: l'*overconfidence* e l'auto-attribuzione (*self-attribution bias*).

L'ipotesi principale del modello DHS è quella secondo cui i prezzi sovrareagiscono all'arrivo di informazioni di natura privata e sottoreagiscono davanti all'informazione di natura pubblica. Secondo gli autori, il rischio di iper-sicurezza aumenta quando gli investitori dispongono di informazioni o segnali privati, poiché cresce il coinvolgimento. L'auto-attribuzione invece influenza in modo asimmetrico il comportamento degli operatori, in quanto spinge a sovrappesare i segnali positivi, ovvero concordi con le loro previsioni, e a sottopesare i segnali negativi, ovvero discordi.

In questo contesto quindi gli investitori sovrastimano l'informazione privata, trascurando le informazioni pubblicamente disponibili, ed aggiornano in modo asimmetrico le proprie previsioni.

Daniel, Hirshleifer e Subrahmanyam assumono che gli investitori agiscono in modo "quasi razionale", nel senso che la loro razionalità è limitata in quanto non sono completamente informati e si accontentano di risultati soddisfacenti invece che ottimali.

A differenza dei modelli che saranno illustrati in seguito, DHS attribuisce l'autocorrelazione positiva di breve termine a fenomeni di sovrareazione dei prezzi. A causa dell'*overconfidence* un investitore, che dispone di informazione privata e vi dà eccessivo peso causando una reazione sproporzionata nei prezzi, al successivo arrivo di informazione pubblica, che conferma il segnale, determina un'ulteriore reazione dei prezzi (autocorrelazione positiva). L'arrivo invece di informazione discorde non inverte la tendenza, poiché, inizialmente, influenza le previsioni in modo solo marginale.

Anche l'autocorrelazione negativa nel medio-lungo termine trova collocazione nel lavoro degli autori. Essi sostengono che tale fenomeno rappresenta una forma di correzione alla dinamica di sovrareazione nel breve termine. La presenza di segnali concordi consente ai prezzi di continuare a muoversi nella stessa direzione per archi di tempo prolungati, mentre l'arrivo di informazione discorde, poiché interpretata come fattore di disturbo, influenza i prezzi solo in tempi più lontani, quando genera autocorrelazione negativa.

Un corollario importante del modello DHS è insito nel lavoro di Gervais e Odean (2001) in cui si indaga il modo per cui un *trader* diventa iper-sicuro. Secondo questi autori, l'iper-sicurezza è un fattore di origine endogena e varia durante la vita del *trader*. Gli operatori di giovane età che hanno sperimentato *performance* relativamente brillanti aumentano la fiducia nelle

loro abilità fino a diventare iper-sicuri.

I *traders* più anziani, più esperti, riescono in genere, a mantenere un atteggiamento più oggettivo davanti alle informazioni, mostrandosi meno fiduciosi nelle proprie capacità.

D., H., e S. osservano inoltre che l'iper-sicurezza essendo un fattore che varia da soggetto a soggetto, in base all'età, all'inesperienza, ecc., contribuisce in maniera determinante all'eccessiva volatilità dei prezzi. Se è vero che un *trader* aumenta la fiducia nelle proprie abilità all'aumentare dei suoi successi, ne consegue che l'iper-sicurezza è strettamente collegata alla ricchezza. Con questa ipotesi si afferma che *traders* ricchi (poiché di successo) aumentano la convinzione sulle proprie abilità, e non che la presenza di atteggiamenti collegati all'iper-sicurezza determinano la ricchezza. La presenza nel mercato di *traders* facoltosi e determinati può influenzare in modo significativo l'andamento dei titoli. Infatti si generano le condizioni per un'eccessiva attività di negoziazione e si determinano i presupposti per un'elevata volatilità nei prezzi. In questo caso la volatilità non dipende dalle informazioni disponibili, ma dall'agire di *traders* troppo confidenti nelle loro capacità previsionali.

2.3.2 *Modello BSV*

Il secondo modello è stato sviluppato da Barberis, Shleifer e Vishny (1998). Sempre centrato sull'obiettivo di dare spiegazione ai fenomeni dell'autocorrelazione positiva dei prezzi nel breve periodo e negativa nel medio-lungo periodo, questo modello comportamentale si discosta in modo significativo dal modello DHS. Rispetto al modello precedente le conclusioni sono contrarie. Il modello BSV considera l'autocorrelazione positiva di breve termine come una conseguenza di una sottoreazione dei prezzi alle informazioni e l'autocorrelazione negativa nel lungo termine,

invece, l'effetto di una successiva sovrareazione.

Secondo il modello BSV questa interpretazione delle regolarità dei prezzi dei titoli è coerente con altri errori cognitivi compiuti dagli investitori: la rappresentatività e il conservatorismo. A causa della rappresentatività, gli operatori tendono ad interpretare i segnali per quel che rappresentano e ad inferire in modo improprio secondo la legge dei piccoli numeri, confondendo peso e forza delle informazioni. E' dunque l'euristica della rappresentatività il fenomeno che spinge gli investitori a reagire eccessivamente nel medio-lungo termine e che consente di spiegare l'autocorrelazione negativa dei prezzi.

Il conservatorismo comporta invece che il diffondersi di notizie nei mercati finanziari riguardo alcuni titoli viene assorbito lentamente dai prezzi, generando sottoreazione e autocorrelazione positiva nel breve termine. Gli operatori conservatori infatti sottostimano il contenuto informativo dei segnali, ritenendo questi ultimi il frutto di fattori di natura temporanea, e rimanendo maggiormente ancorati al bagaglio informativo preconstituito.

Nel modello BSV si considera un'unica categoria di investitori neutrali al rischio, con un atteggiamento quasi razionale, distorto dalla rappresentatività e dal conservatorismo, e un'unica classe di attività che paga tutti gli utili sotto forma di dividendo. Gli utili conseguiti dalla società si susseguono in modo casuale, seguendo un vero e proprio *random walk*, ma, erroneamente, gli investitori ritengono che essi seguano due regimi alternativi¹⁰. Nel primo regime, gli agenti ritengono che gli utili seguano un percorso *mean-reverting*¹¹, mentre nel secondo regime, che assumano la presenza di un *trend*, ovvero un andamento monotono crescente o decrescente. Continuamente, gli investitori osservano gli utili e usano l'informazione pubblicamente disponibile per aggiornare le proprie

¹⁰ Entrambi i regimi sono modellati secondo un processo markoviano in cui la variazione degli utili al tempo t dipende unicamente dalla variazione intercorsa negli utili al tempo $t-1$

¹¹ Tendenza dei prezzi azionari ad essere "attratti" verso il loro valore medio di lungo periodo, presentando un comportamento in disaccordo con la teoria dell'efficienza.

convinzioni.

In questa attività di revisione, gli investitori adottano un approccio bayesiano, ma ricorrono ad un modello di previsione degli utili che non è accurato.

Se, ad esempio, gli investitori sono convinti di trovarsi in uno stato del mondo caratterizzato dal primo regime, ad un'informazione positiva circa l'andamento degli utili della società, essi si attendono ne seguirà una meno brillante. All'arrivo delle informazioni gli investitori conservatori non reagiranno proporzionalmente a queste e genereranno una situazione di sottoreazione dei prezzi. Se, al contrario gli investitori ritengono che il regime vigente sia il secondo, l'euristico che li condiziona è la rappresentatività. Essi valuteranno in modo eccessivo la sequenza di utili, estrapolando andamenti futuri e reagendo in modo eccessivo. Inoltre, quando ad un dato positivo inatteso segue un secondo dato positivo, gli operatori aumentano la loro convinzione di trovarsi in una fase di trend ascendente (sovrareazione). Al contrario, se ad una sorpresa positiva si accompagna una nuova informazione di segno negativo, ad esempio utili minori del previsto o utili decrescenti, gli investitori ritengono più probabile la presenza di uno stato di inversione di tendenza (sottoreazione).

Il modello BSV è dunque particolarmente adatto a spiegare la reazione degli investitori al fluire delle informazioni relative agli utili generati dalle società, mentre è molto meno risolutivo quando impiegato per interpretare regolarità *event-based*. Se prendiamo come esempio l'andamento di un titolo che omette il pagamento dei dividendi o che, in generale, ne riduce il suo ammontare, questo genererà performance negative per qualche tempo a seguire, generando sottoreazione. Tale comportamento può essere spiegato se si ipotizza che gli investitori si trovino nel primo regime. Spesso, però, il taglio o l'omissione dei dividendi segue l'annuncio di numerosi *shock* negativi negli utili. Nel modello BSV, tale sequenza di eventi dovrebbe spingere gli investitori verso il secondo regime e quindi un'ulteriore cattiva

notizia, quale in questo caso l'omissione degli utili, genererebbe

sovrareazione (come conseguenza della rappresentatività). Per dare giustificazione a questa regolarità, in modo da risultare coerente con il modello, alcuni autori sono del parere che la diffusione di notizie relative a eventi isolati, quali appunto l'omissione del dividendo, determina reazioni a sé stanti. Secondo questa interpretazione, gli investitori, basando le previsioni sulla sequenza degli utili osservati, non ingloberebbero l'informazione derivante dal fatto isolato all'interno delle previsioni stesse. In questo caso, allora, la sottoreazione sarebbe nuovamente giustificabile in base al conservatorismo che porterebbe a sottovalutare il peso dell'informazione. Questa interpretazione però non è immune da critiche, in quanto eventi quali l'omissione di dividendi o, ad esempio, l'annuncio di una fusione, sono generalmente informazioni forti, che dovrebbero portare ad una sovrareazione.

Oltre ai limiti proposti, il modello presenta anche altri limiti interpretativi. Per esempio, non è in grado di spiegare il comportamento di *growth stock* estreme. L'evidenza empirica mostra che l'andamento dei prezzi di società con una serie prolungata di utili in crescita sia comunque soggetto a sottoreazione, mentre il modello che stiamo analizzando ipotizzerebbe una condizione di sovrareazione.

Il modello BSV differisce da altri modelli comportamentali, poiché in questo contesto gli investitori non modificano mai il modo in cui interpretano i dati. Nonostante vi siano nuove informazioni disponibili, gli operatori non cambiano atteggiamento per giungere, ad esempio, a ritenere che il processo di erogazione degli utili possa seguire un andamento casuale. In questo modello gli investitori imparano dai dati, ma solo per stabilire quale sia il regime, tra il primo e il secondo citati, da cui si genereranno gli utili futuri.

2.3.3 Modello HS

Il modello proposto da Hong e Stein (1999) si discosta in modo netto dai precedenti per le ipotesi di lavoro su cui è basato e sulle conseguenze che è in grado di generare.

A differenza dei modelli DHS e BSV, in cui si assume la presenza di un'unica tipologia di agente rappresentativo sottoposto a errori cognitivi, il lavoro di H. e S. introduce due tipologie di operatori neutrali al rischio: i *newswatcher* ed i *momentum trader*. Il modello HS intende quindi spiegare le regolarità in base all'interazione di gruppi diversi di agenti sottoposti a razionalità limitata¹², e non come conseguenza di determinati comportamenti euristici, quali l'*overconfidence* o la rappresentatività.

Il primo gruppo, quello dei *newswatcher*, è composto da individui che generano previsioni circa l'andamento futuro dei prezzi in base a informazioni o segnali privati a loro disposizione. Ogni *newswatcher* dispone solo di informazioni limitate e non è in grado di sfruttare le indicazioni prodotte da altri operatori appartenenti alla sua stessa categoria, perché non può inserire nel suo processo decisionale le informazioni relative all'andamento storico e corrente dei prezzi.

I *momentum trader* sono un gruppo di investitori che genera previsioni osservando unicamente la dinamica dei prezzi passati, quindi solo l'informazione storica è presa come riferimento per elaborare le aspettative.

Il modello è basato su un'ulteriore ipotesi, ossia che le informazioni private si diffondono lentamente e gradatamente presso i *newswatcher*, considerati i negozianti fondamentali.

¹² Gli investitori commettono errori cognitivi, poiché fanno ricorso ad un processo decisionale esclusivo non pienamente razionale.

Date queste condizioni, si osserva che se nel mercato operano inizialmente solo *newswatcher*, i prezzi reagiscono gradualmente alle nuove informazioni

e si determina sottoreazione o più generalmente autocorrelazione positiva dei prezzi, almeno nel breve termine.

Ciò è dovuto al fatto che il modello si basa proprio sui presupposti descritti prima: il processo previsionale esclude l'informazione storica e vi è una graduale diffusione delle informazioni private.

Con l'avvento dei *momentum trader*, poiché le strategie sono funzione solo dell'informazione inglobata nei prezzi, e non di tutta quella disponibile, si registrano empiricamente fenomeni di sovrareazione nei prezzi.

Ad esempio, ipotizziamo vi sia un'unica informazione di segno positivo diffusa al tempo t e nessun altro segnale a carattere fondamentale rilasciato in seguito. Operando su di essa, i *trader* fondamentali, i *newswatcher*, spingono i prezzi al rialzo al tempo t , ma non a sufficienza per raggiungere il nuovo livello di equilibrio. Al tempo $t+1$ compare nel mercato il primo gruppo di *trader* tecnici, i *momentum trader*, che, sfruttando la sottoreazione dei prezzi, effettua acquisti a condizioni profittevoli e genera un ulteriore aumento dei prezzi. Proprio l'incremento dei prezzi attrae nuovi gruppi di *momentum trader*, che generano a loro volta nuovi rialzi nei prezzi e così via. Gli ultimi negozianti che arrivano nel mercato al tempo $t+i$ (dato un i qualsiasi) perdono, poiché i prezzi sono saliti oltre il livello di equilibrio.

L'idea di fondo di questo esempio è il fatto che i primi *momentum trader* che si presentano sul mercato, impongono esternalità negative¹³ a quelli che arrivano con ritardo. Gli investitori non possono agire sulla sottoreazione generata dall'introduzione graduale delle informazioni dato che, in alcuni casi, la variazione del prezzo non è determinata da questa causa, ma dipende direttamente dall'azione messa in atto in precedenza da altri investitori tecnici, che si limitano ad osservare l'andamento dei prezzi.

¹³ Si parla di esternalità negativa in un'economia di mercato, quando l'attività intrapresa da uno o più individui causa delle conseguenze negative sul benessere di altri membri della società, senza che avvenga una compensazione in termini monetari.

Il modello HS consente quindi di dare contemporanea spiegazione della sottoreazione dei prezzi nel breve termine e della sovrareazione degli stessi nel lungo, ricorrendo all'interazione tra due categorie di *trader* sottoposti a diverse condizioni di razionalità limitata. E' infatti la presenza di limiti cognitivi nelle azioni intraprese dai *momentum trader*, che consente di dare una spiegazione ai fenomeni di sovrareazione dei prezzi.

Poiché il fulcro di questa teoria è il fatto che le informazioni si diffondono con gradualità, c'è da attendersi che i *momentum trader* si concentrino sui titoli per cui questo processo è più lento. Per testare questa ipotesi Hong, Lim, Stein (2000) utilizzano due *proxy* del grado di diffusione delle informazioni.

La prima è la dimensione della società¹⁴, in quanto si ipotizza che gli investitori spesso siano sottoposti a notevoli costi informativi fissi, e quindi preferiscano concentrare l'attività (assumendo posizioni di importo rilevante) su titoli in cui possano adeguatamente ammortizzare tali costi, trascurando così i titoli di società piccole e determinando una diffusione delle informazioni più lenta e graduale.

La seconda *proxy* è il grado di copertura della società, dopo aver effettuato il controllo circa le dimensioni.

Questa evidenza empirica ha dimostrato non solo che i profitti conseguibili ricorrendo a strategie di *momentum trading* sono inversamente correlati con la capitalizzazione delle società su cui vengono adottate, ma anche che il profitto è più consistente e duraturo per quei titoli che hanno la minore copertura da parte degli analisti.

Dunque, secondo il modello HS è la velocità di diffusione delle informazioni a influenzare l'intensità dell'autocorrelazione positiva di breve

¹⁴ Si fa riferimento al concetto di capitalizzazione, cioè al valore di una società quotata, pari al prodotto tra il numero delle sue azioni e il loro prezzo di mercato.

termine e generare effetti della stessa portata sull'autocorrelazione negativa di medio-lungo termine.

2.3.4 *Modelli di Herding*

Ipotesi centrale della Teoria dei Mercati Efficienti è l'indipendenza di comportamento degli investitori irrazionali.

Poiché si ritiene che ogni operatore agisca in modo autonomo, il risultato delle sue azioni non influenza il mercato, in quanto si annulla con quello degli altri agenti. La presenza di elevata volatilità nei prezzi dei titoli e di correlazione positiva nelle scelte di *trading* sono evidenze empiriche che però non supportano la validità di questa ipotesi. Nella realtà infatti, esistono comportamenti imitativi nei mercati, *herding*, che ben si collegano alle logiche comportamentali. Per *herding* si intende l'atteggiamento imitativo per cui le persone tendono a seguire individui vincenti (ad esempio i cosiddetti "guru della finanza"), ma anche a "seguire il gregge", cioè non andare in controtendenza rispetto alla maggioranza degli investitori.

Sulla presenza di *herding* nel comportamento degli operatori economici si è concentrata una vasta letteratura sia di carattere teorico¹⁵ che empirico.

La letteratura empirica non si interroga sulle cause dei comportamenti imitativi, ma tenta di verificare se quest'ultimi sussistono e che conseguenze generano all'interno dei mercati finanziari. In ambito teorico invece, si indaga sulle motivazioni razionali e non che possono spingere verso comportamenti di tipo imitativo. Sono stati individuati tre modelli appartenenti alla classe che stiamo analizzando: *information-based herding*, *reputation-based herding* e, infine, *compensation-based herding*.

¹⁵ Per approfondimenti Bikhchandani S., Sharmas S., "*Herd behavior in financial markets: a review*", IMF working paper, vol. 47, n. 3, pp. 279-310, 2000.

Nei modelli di *Herding* basati sull'informazione, i comportamenti imitativi sono la diretta conseguenza del bagaglio informativo a disposizione degli operatori. Questi ultimi dispongono di informazioni private ma non ne conoscono la qualità e l'utilità, inoltre osservano e imitano il comportamento degli altri, ma non sono aggiornati sui segnali che lo alimentano. In questo contesto, le scelte sequenziali possono essere influenzate dall'operato del decisore precedente e non dal bagaglio informativo privato a disposizione dell'agente. Se ciò avviene i prezzi delle attività possono essere portati lontano dai valori di equilibrio.

Nei modelli *reputation based herding*, le cause del comportamento imitativo si possono ritrovare nella volontà degli *asset managers* di preservare e migliorare la reputazione. In termini pratici questo implica che se nel mercato vi sono numerosi operatori caratterizzati dallo stesso tipo di dubbio, l'*herding* diventa la scelta meno pericolosa. Nell'ambito di un rapporto di agenzia, gli agenti sono portati a porre attenzione alla loro reputazione in quanto sono scelti dal principale in base alla loro abilità. Quando un gestore non è consapevole delle sue abilità operative e gli stessi mandanti non sono in grado di valutarne la qualità, il modo più semplice per mantenere la propria reputazione è quello di non allontanarsi dalla condotta degli altri operatori. I cattivi gestori possono sopravvivere proprio perché l'appiattimento dei risultati non consente di discriminarli dai buoni gestori.

Il problema di agenzia tra mandante e gestore è centrale anche nei modelli *compensation-based herding*. La scelta di remunerare l'operato del portafoglio manager in funzione dei risultati relativi ottenuti da altri gestori e/o indici di mercato può influenzare le scelte di investimento in modo rilevante. Innanzitutto, il portafoglio che si compone può essere inefficiente e, in secondo luogo, lo stimolo ad imitare il *benchmark* aumenta generando *herding*.

Per quanto riguarda il comportamento degli investitori istituzionali, la letteratura empirica ha messo in evidenza come gli stessi siano caratterizzati da una modesta tendenza ad imitare il comportamento degli altri.

	Modelli comportamentali			
	DHS	BSV	HS	HERDING
<i>Euristiche individuate</i>	Overconfidence Auto-attribuzione	Rappresentatività Conservatorismo	Lentezza nella diffusione delle informazioni	Comportamento imitativo
<i>Categorie di individui</i>	Unica	Unica	Newswatcher Momentum trader	In prevalenza managers
<i>Oggetto d'indagine</i>	Autocorrelazione positiva e negativa dei prezzi nel tempo	Autocorrelazione positiva e negativa dei prezzi nel tempo	Autocorrelazione positiva e negativa dei prezzi nel tempo	Condotte gregarie
<i>Ipotesi elaborate</i>	Sovrareazione di fronte ad informazione di natura privata e sottoreazione ad informazioni pubbliche	Sovrareazione a causa della rappresentatività e sottoreazione a causa del conservatorismo	Sottoreazione dei prezzi nel breve periodo dovuta alla graduale diffusione delle informazioni e correzione nel lungo periodo grazie ad una stima più appropriata	Influenza dell'operatore che ha agito in precedenza e preservazione e miglioramento della reputazione e della stima
<i>Conclusioni</i>	Autocorrelazione positiva di breve termine causata dalla sovra reazione dei prezzi, autocorrelazione negativa di lungo termine causata dalla sottoreazione	Autocorrelazione positiva di breve termine causata dalla sottoreazione dei prezzi, autocorrelazione negativa di lungo termine causata dalla sovrareazione	Autocorrelazione positiva di breve termine causata dalla sottoreazione e autocorrelazione negativa nel lungo termine causata dalla sovrareazione, generate grazie all'interazione delle due tipologie di trader	Il comportamento imitativo è la scelta meno pericolosa in termini di ricadute sulla reputazione e sui risultati

Tabella 2. Riepilogo delle caratteristiche principali dei modelli comportamentali trattati.

2.4 Applicazione dei principi teorici ai mercati finanziari

In questo paragrafo si studiano le applicazioni dei principi teorici analizzati precedentemente alla controversa realtà dei mercati finanziari. Gli studiosi di finanza hanno osservato il comportamento dei vari mercati, individuando numerose situazioni alle quali la teoria neoclassica non riesce a dare una spiegazione soddisfacente. L'obiettivo della finanza comportamentale è stato quindi quello di cercare di spiegare fenomeni finanziari a volte poco chiari. Sono stati scelti per questa analisi i più noti e i più rilevati empiricamente, all'interno di varie realtà finanziarie.

Verrà analizzato uno tra i fenomeni più frequenti che riguardano il comportamento del mercato azionario aggregato: l'*equity premium puzzle*. Altra area d'analisi è il comportamento degli investitori individuali, cioè tutti gli individui che operano nel mercato singolarmente senza una preparazione tecnica adeguata. In particolare verrà preso in considerazione il fenomeno del *disposition effect*. Terza area d'interesse è il comportamento degli investitori istituzionali, ovvero le grandi organizzazioni finanziarie che raccolgono e gestiscono capitali enormi, in particolare verrà esposto il fenomeno noto con il nome *closed-end puzzle*.

2.4.1 Equity premium puzzle

L'*equity premium puzzle*, il “paradosso” del premio associato ai titoli azionari, è un termine coniato dagli economisti Rajnish Mehra e Edward C. Prescott, che lo osservarono per la prima volta nel loro celebre lavoro “*Equity Premium: A Puzzle*” del 1985, studiando l'andamento dei mercati finanziari americani nel periodo compreso tra il 1889 e il 1978. L'*equity*

premium è definito come la differenza tra rendimento del mercato azionario e rendimento dei titoli di Stato, e *l'equity premium puzzle* può essere

definito come il fenomeno per cui i titoli azionari offrono storicamente un rendimento annuo molto maggiore rispetto ai titoli privi di rischio.

Kocherlakota (1995) osserva che negli ultimi cento anni i rendimenti reali dei Titoli di Stato americani sono dell'1% annuo, mentre i rendimenti reali dei titoli azionari americani sono del 7% annuo. Campbell e Cochrane (1999) hanno analizzato i rendimenti dei titoli azionari dello S&P500 nel periodo 1871-1993, ed hanno constatato che sono stati maggiori del 3.9% dei rendimenti dei *commercial paper* emessi dalle imprese americane. La differenza tra i rendimenti delle due tipologie di investimento dovrebbe essere molto inferiore. Questa situazione non è giustificata dalla finanza tradizionale.

Non è facile spiegare con teorie e logiche finanziarie ed economiche, il motivo per cui gli investitori, disponendo anche di un orizzonte temporale di lungo periodo, non sfruttano l'opportunità di acquistare titoli azionari capaci di offrire alti rendimenti, ed indirizzano le loro preferenze verso Titoli di Stato ed obbligazioni che presentano ritorni inferiori agli *assets* azionari. Tutto ciò porta alla considerazione che gli investitori presentano una percezione al rischio troppo elevata rispetto alle *performance* storiche effettivamente conseguite dai titoli azionari. Si parla di premio associato alle azioni proprio perché il maggior guadagno che assicurano gli investimenti azionari sembra essere un riconoscimento verso l'investitore che ha deciso di fronteggiare l'elevata variabilità di rendimento del titolo azionario.

L'interesse verso questo fenomeno nasce dalla constatazione che, se si considerano gli assunti della teoria economica, gli investitori dovrebbero essere straordinariamente avversi al rischio per chiedere un simile premio a fronte di un investimento in azioni. La conclusione è che le azioni sembrerebbero decisamente più vantaggiose di qualsiasi altra forma di investimento ma, essendo considerate più rischiose dagli investitori, sono anche destinate ad un ruolo minoritario nei portafogli di investimento.

L'elemento centrale dell'*equity premium puzzle* è quindi il livello di avversione al rischio degli investitori implausibilmente elevato.

La finanza comportamentale propone due approcci diversi per spiegare questo fenomeno: il primo è basato sulla Prospect Theory, e il secondo è basato sul principio dell'avversione per l'ambiguità.

Il primo approccio è stato proposto da Benartzi e Thaler nel 1995. Secondo gli autori l'elevato valore storico del premio per il rischio, e quindi la riluttanza dell'investitore a sostenere i rischi di un investimento in azioni, può essere giustificato introducendo il concetto di *myopic loss aversion*. Essi immaginano un modello in cui un investitore deve allocare ricchezza tra titoli azionari e titoli di stato, in cui si assume che i guadagni e le perdite corrispondano a variazioni positive e negative della ricchezza personale. Il *myopic loss aversion* è il risultato della combinazione di due aspetti psicologici che caratterizzano il comportamento degli investitori:

- *Loss aversion*, ovvero la tendenza degli individui ad essere più sensibili alle perdite che ai guadagni;
- *Mental accounting*, cioè la tendenza degli individui a decodificare le informazioni basandosi su vari meccanismi tra cui la frequenza temporale di ricezione delle notizie.

Si ritiene che un investitore che valuta frequentemente il proprio portafoglio noti maggiormente le perdite, rispetto a un investitore che valuta il proprio portafoglio più raramente, quindi è probabile che trovi poco attraenti attività rischiose come i titoli azionari. La combinazione di *loss aversion* e di valutazione frequente del portafoglio viene detta *myopic loss aversion*.

Utilizzando una simulazione, Benartzi e Thaler hanno determinato che un investitore medio verifica l'andamento del suo portafoglio almeno una volta ogni tredici mesi, quindi più o meno una volta all'anno. Tuttavia nell'arco di un singolo anno capita di frequente che le azioni abbiano un rendimento inferiore ai *bond*, anche se poi quando crescono di valore sono in grado di

recuperare la perdita e superare il rendimento assicurato dai *bond*. Ma se gli investitori valutano il rendimento dei loro investimenti ogni anno e se sono avversi alla perdita, allora è comprensibile che essi desiderino un premio molto elevato per aver affrontato il rischio di scoprire che i loro investimenti sono in rosso.

In pratica coloro che valutano i propri investimenti ogni anno, modificano annualmente il loro punto di riferimento (*status quo*) cosa che impedisce loro di giudicare gli investimenti con un'ottica globale di lungo periodo. Infatti i due autori dimostrano che al crescere dell'orizzonte di valutazione il premio al rischio diminuisce. In particolare, ponendo $t=20$ hanno ottenuto un valore per il premio al rischio pari a 1.4, notevolmente inferiore al 6.5 (prossimo a quello ottenuto da Mehra e Prescott) ottenuto con $t=1$. La differenza, 5.1, concludono Benartzi e Thaler, può essere considerata come "il prezzo per l'eccessiva vigilanza", ovvero la tendenza da parte degli investitori a monitorare frequentemente i propri investimenti azionari.

Benartzi e Thaler hanno preso in considerazione anche il problema della *myopic loss aversion* in riferimento agli investitori istituzionali. Poiché i loro orizzonti temporali sono teoricamente infiniti, essi dovrebbero investire il loro intero patrimonio in azioni, essendo esse notevolmente più redditizie nel lungo periodo, mentre in realtà la loro allocazione è assimilabile a quella degli investitori istituzionali. La risposta degli autori a questo problema riconduce ai problemi di agenzia. I manager dei fondi devono render conto ogni anno dei risultati raggiunti, e quindi l'orizzonte di valutazione può essere considerato pari a 1.

Il secondo approccio, volto a dare una spiegazione al fenomeno dell'*equity premium puzzle*, si basa sul principio di avversione per l'ambiguità, ovvero la tendenza degli individui a rifiutare scommesse nelle quali non conoscono la distribuzione di probabilità. Questa situazione è piuttosto abituale nella realtà finanziaria, poiché gli investitori sono spesso incerti riguardo la

distribuzione del rendimento di un titolo azionario.

L'applicazione del principio di avversione per l'ambiguità al problema dell'*equity premium puzzle* è opera di Maenhout (1999), il quale si basa sul lavoro di Anderson, Hansen e Sargent (1998). Quando l'investitore è preoccupato dall'incertezza del proprio modello di calcolo del rendimento di un titolo, richiede un *equity premium* molto più elevato come ricompensa per l'ambiguità della distribuzione di probabilità. Tuttavia, Maenhout nota che la giustificazione di un *equity premium* elevato come quello reale richiede un grado di preoccupazione davvero notevole. Quindi, l'avversione per l'ambiguità può essere considerata solo parzialmente una soluzione del fenomeno preso in esame.

Per concludere, è doveroso riportare che negli ultimi anni si è verificata una marcata riduzione del premio al rischio. Una delle spiegazioni è stata quella della consistente presenza nei mercati attuali degli investitori istituzionali e dei fondi pensione. Inquadrando il fenomeno nell'ottica della teoria di Benartzi e Thaler, si potrebbe dire che l'*equity premium* sia diminuito perché gli agenti economici sono ora caratterizzati da una minore *loss aversion*, ed anche perché il loro orizzonte temporale si è allungato, ovvero c'è una maggior fiducia negli investimenti azionari.

2.4.2 *Disposition effect*

Questo fenomeno è stato definito per la prima volta da Shefrin e Statman (1985) come la tendenza degli investitori a vendere troppo presto i *winners*, ovvero i titoli con *performance* positiva, e a tenere troppo a lungo i *losers*, titoli con *performance* negativa.

Il modello di Shefrin e Statman spiega il *disposition effect* utilizzando tre principi comportamentali: la teoria del prospetto, la teoria del rimpianto e l'autocontrollo.

La Prospect Theory di Kahneman e Tvesky offre una prima spiegazione del fenomeno. Secondo questa prospettiva, l'investitore nel suo processo decisionale inizialmente è soggetto alla fase di *editing*, nella quale egli interpreta le varie alternative in termini di guadagni e perdite relativamente al proprio *reference point*, e successivamente è soggetto alla fase di *evaluation*, in cui egli adotta una *value function* concava per i guadagni e convessa per le perdite. Quindi l'investitore è caratterizzato da avversione al rischio nei guadagni e propensione al rischio nelle perdite.

Si immagini un investitore che ha acquistato un'azione a 50\$ un mese fa e che attualmente si è deprezzata di 10\$. Si ipotizzi che vi siano solo due eventi possibili ed equiprobabili: il titolo può aumentare di 10\$ o diminuire di 10\$. L'investitore deve affrontare una decisione, ovvero vendere il titolo adesso e realizzare una perdita di 10\$ oppure tenere il titolo ulteriormente con la possibilità di perdere altri 10\$ o pareggiare. Poiché l'investitore si trova nella parte convessa della *value function*, egli è propenso al rischio quindi decide di tenere il titolo. Questo spiega perché gli investitori tendono a tenere i *losers* troppo a lungo. La teoria dei prospetti è valida anche nella situazione opposta. Se l'investitore avesse avuto un guadagno di 10\$, si sarebbe trovato nella parte concava e sarebbe stato avverso al rischio. Quindi avrebbe venduto il titolo e realizzato il guadagno, perdendo l'opportunità di un potenziale nuovo apprezzamento. Questo spiega perché gli investitori tendono a vendere i *winners* troppo presto.

Un'altra valida spiegazione al *disposition effect* la offre la teoria del rimpianto. Il rimpianto è la tendenza, che molti individui manifestano, ad avere una forte sensazione di insoddisfazione, causata dal rimpianto per non aver compiuto l'azione migliore. La controparte positiva del rimpianto è l'orgoglio, che si manifesta quando c'è la consapevolezza che la decisione presa ha condotto al risultato ottimale. Un investitore che ha acquistato un titolo un mese fa ha due possibilità: se il titolo si è deprezzato egli prova

rimpianto, se il titolo si è apprezzato egli prova orgoglio.

Anche questa volta, si immagini che l'investitore abbia in mano un titolo che si è deprezzato. Secondo la teoria del rimpianto, egli potrebbe ritardare la realizzazione della perdita poiché ciò provverebbe che il suo primo giudizio era errato. Inoltre, il rimpianto per aver sbagliato potrebbe divenire più acuto al pensiero di dover comunicare l'insuccesso agli altri. In modo speculare, si immagini che l'investitore abbia in mano un titolo che si è apprezzato. Egli vuole piuttosto realizzare il guadagno poiché ciò rappresenta una prova del suo successo ed il senso di orgoglio aumenta al pensiero che gli altri ne verranno a conoscenza. Quindi, la tendenza degli individui a cercare l'orgoglio e ad evitare il rimpianto conduce a realizzare i guadagni e a non realizzare le perdite. Anche questo spiega perchè gli individui tendono a tenere i *losers* troppo a lungo e a vendere i *winners* troppo presto.

L'ultima spiegazione al *disposition effect* utilizza il principio dell'autocontrollo. Glick (1957) è il primo a proporre l'interpretazione della riluttanza a realizzare le perdite come un problema di autocontrollo. Secondo la definizione di Thaler e Shefrin (1981), l'autocontrollo consiste nel conflitto tra le due componenti fondamentali dell'individuo: la parte razionale, il *planner*, e la parte irrazionale, il *doer*. Si ipotizzi che l'investitore tenga a lungo i *loser* per rimandare il rimpianto e venda troppo presto i *winners* per provare l'orgoglio. Secondo questa prospettiva, il *doer* incorpora le emozioni umane perciò determina le reazioni associate a rimpianto o orgoglio. Se il *planner* è abbastanza forte da limitare le interferenze del *doer* nel processo decisionale, l'individuo manifesta autocontrollo quindi vende i *losers* limitando le perdite e tiene i *winners* aumentando i guadagni. Se invece il *planner* non è abbastanza forte, l'individuo non si autocontrolla e cede alle pulsioni del *doer*. Quindi adotta il comportamento che conosciamo con il nome di *disposition effect*.

Un contributo più recente sul fenomeno del *disposition effect* è stato quello di Odean (1998).

In questo lavoro l'autore prende in considerazione le operazioni di *trading* effettuate, dal 1987 al 1993, da 10000 conti aperti presso un *discount broker*. Odean afferma che, per capire se gli investitori cedono i titoli "vincenti" piuttosto che i "perdenti", non è sufficiente guardare al numero di azioni vendute che ottengono un guadagno o una perdita. Supponendo che gli investitori siano indifferenti a vendere *winner* o *losers*, in un mercato che si sta muovendo al rialzo avranno più *winner* nel loro portafoglio, e quindi tenderanno a vendere più *winner* che *losers* anche non avendo nessuna preferenza. Per testare se gli investitori sono disposti a vendere *winner* e tenere *losers*, l'attenzione deve rivolgersi alla frequenza di vendita (con cui i soggetti liquidano sia i "vincenti" che i "perdenti") in relazione all'effettiva opportunità di cedere ognuno di essi. L'Autore, prendendo come *reference point* il prezzo di acquisto del titolo, elabora due indici, calcolati giornalmente, che consentono di evidenziare come il comportamento degli agenti sia condizionato dal *disposition effect*. Per costruire tali indici, la Percentuale di Guadagni Realizzati (*Proportion of Gains Realized*, PGR) e la Percentuale di Perdite Realizzate (*Proportion of Losses Realized*, PLR), devono necessariamente essere considerate anche le perdite e i guadagni "sulla carta". Ci sarà un guadagno "sulla carta" (*paper gain*) se, su un arco di tempo giornaliero, sia il prezzo più alto che quello più basso raggiunto dal titolo sono al di sopra del prezzo medio di acquisto (che è appunto il riferimento). In altre parole è il guadagno che si sarebbe potuti avere se tutte le azioni fossero state vendute, ma invece non lo si è fatto. Ci sarà una perdita "sulla carta" (*paper loss*) se tali prezzi sono entrambi al di sotto del prezzo medio di acquisto. Nel caso in cui invece quest'ultimo sia compreso tra il prezzo giornaliero più alto e più basso, nessuna perdita/guadagno sarà contabilizzata, così come nel caso che durante il giorno non sia stata effettuata alcuna vendita nel conto. I due indici sono ottenuti in tale maniera:

$$PGR = \frac{\text{Guadagni realizzati}}{\text{Guadagni realizzati} + \text{Guadagni sulla carta}}$$

$$PLR = \frac{\text{Perdite realizzate}}{\text{Perdite realizzate} + \text{Perdite sulla carta}}$$

Odean dimostra come, indipendentemente dal considerare o meno le commissioni e i dividendi, gli investitori siano contrari a vendere i loro titoli in perdita. Infatti il rapporto tra i due indici, PGR/PLR, è in media leggermente superiore all'1.5% durante tutto l'anno. Ciò significa che uno *stock* con valore crescente ha il 50% di probabilità in più di essere venduto rispetto ad uno *stock* di valore decrescente. Tale proporzione non è rispettata soltanto in dicembre, quando gli investimenti in America vengono tassati. In questo mese il rapporto tra i due indici scende sotto la soglia di parità (0.85). In conclusione quindi, Odean ha dimostrato empiricamente che gli investitori individuali dimostrano una preferenza significativa a tenere i *losers* e vendere i *winners*, (eccetto il mese di dicembre). Questa tendenza non sembra essere motivata né da un desiderio di ribilanciare il portafoglio, né da una successiva *performance* di portafoglio.

Il *disposition effect* è stato riscontrato anche nelle decisioni di vendita degli investitori professionali anche se in questo gruppo sembra meno marcato (Shapira e Venezia, 2000). Shapira e Venezia hanno mostrato che effettivamente gli investitori professionali si comportano diversamente a seconda di come hanno chiuso le contrattazioni nel giorno precedente. Questo tipo di investitori opera un numero elevato di scambi se la perdita con cui hanno chiuso le contrattazioni nel giorno precedente è stata molto elevata. Allo stesso modo coloro che a poche ore dalla chiusura della seduta stanno registrando delle perdite tendono ad essere più attivi, sono cioè coinvolti in più transazioni rispetto a chi ha guadagnato o mantenuto lo *status quo* durante il resto della giornata.

2.4.3 *Closed-end fund puzzle*

Nell'ambito del comportamento degli investitori istituzionali, uno degli argomenti più importanti è il fenomeno che conosciamo come *closed-end fund puzzle*. I fondi comuni di investimento sono intermediari finanziari (Organismi di Investimento Collettivo del Risparmio, OICR) che raccolgono il denaro dei risparmiatori, che demandano la gestione dei propri risparmi ad una società di gestione con personalità giuridica e capitale distinti da quelli del fondo. I fondi comuni investono il denaro raccolto presso i sottoscrittori in valori mobiliari che costituiscono il patrimonio indiviso del fondo, di cui ogni risparmiatore detiene un certo numero di quote¹⁶. Il sottoscrittore non è proprietario di uno specifico titolo in cui è investito il patrimonio, ma possiede una percentuale di tutti i titoli del fondo. In altre parole acquistare una quota di un fondo significa investire in un piccolo portafoglio di titoli avente la stessa composizione del fondo. La legge garantisce a tutti gli investitori uguali diritti nei confronti di ciascun partecipante, in termini di diversificazione e di rendimento, indipendentemente dal capitale investito. La differenza sarà nella partecipazione agli utili che avverrà, ovviamente, in proporzione al numero di quote possedute.

I *closed-end fund*, fondi d'investimento chiusi, sono una particolare tipologia di fondi la cui caratteristica principale è la struttura fissa del capitale, il numero di quote emesse è quindi costante. I fondi chiusi sono veicoli di investimento che raccolgono il denaro degli investitori all'inizio e poi lo investono fino alla scadenza, non permettendo ai sottoscrittori di ottenere il rimborso della quota prima della scadenza. L'unica via d'uscita

¹⁶ La quota è la frazione di patrimonio unitaria del fondo di investimento ed ha un valore che cambia nel tempo in relazione all'andamento dei titoli nei quali il fondo investe.

per questa tipologia di fondi è il mercato azionario, dove questi vengono trattati.

Infatti gli investitori che vogliono liquidare la propria posizione non possono quindi restituire le proprie azioni al fondo ma devono venderle ad altri investitori.

Il valore delle partecipazioni è chiamato NAV (*Net Asset Value*), ed è il valore di mercato dell'insieme dei titoli che costituiscono il portafoglio del fondo e viene calcolato per ogni azione. In molti casi, le azioni del fondo sono quotate in borsa e possono essere scambiate a premio, cioè a un prezzo maggiore del valore di mercato del fondo, o a sconto, cioè a un prezzo minore del valore di mercato del fondo.

Il *closed-end fund puzzle* è il fenomeno per cui le azioni dei *closed-end fund* vengono scambiate a un prezzo diverso dal NAV. Essendo il *closed-end fund* quotato, il prezzo di una singola quota è determinato dall'offerta e dalla domanda di mercato ed è solitamente diverso dal valore dei corrispondenti *assets* sottostanti. Tendenzialmente avviene che le azioni dei *closed-end fund* vengano scambiate a sconto. Questo è stato considerato a lungo uno dei grandi problemi irrisolti della finanza. In letteratura il tema delle cause dello sconto è stato, ed è tuttora, ampiamente affrontato. Le prime trattazioni risalgono agli inizi degli anni '70 e da subito si è attivato un dibattito tra alcuni studiosi che appoggiano le tesi della finanza neoclassica ed altri che invece le rifiutano. L'evoluzione di tale discussione si è protratta negli anni fino ai giorni nostri, senza raggiungere una teoria unanimemente accettata. Secondo l'analisi di Lee, Shleifer e Thaler (1991), il *closed-end fund puzzle* è costituito da quattro parti fondamentali, che insieme caratterizzano il "life cycle" di un *closed-end fund*:

- 1) il *closed-end fund* viene emesso ad un premio medio del 10%, dovuto a vari costi di avviamento e questo prezzo così elevato viene accettato dagli investitori;
- 2) il *closed-end fund* scende a uno sconto medio del 10% entro 120 giorni dalla quotazione;

- 3) lo sconto del *closed-end fund* è soggetto nel tempo a fluttuazioni estremamente ampie;
- 4) quando il *closed-end fund* viene liquidato o trasformato in un *open-end fund*, il prezzo aumenta, convergendo al valore del NAV, e lo sconto diminuisce notevolmente.

Lee, Shleifer e Thaler forniscono una spiegazione al *closed-end fund puzzle* di matrice comportamentale, basandosi sul modello di Delong, Shleifer, Summers e Waldmann (1990). Ipotizzano l'esistenza di due tipi di investitori: gli investitori razionali e gli investitori irrazionali (*noise traders*). I primi formano le proprie aspettative razionalmente basandosi sulle informazioni disponibili, mentre i secondi sono influenzati dal sentimento e quindi sovrastimano o sottostimano i rendimenti attesi a seconda del periodo. Infatti erroneamente i *noise traders* pensano di avere informazioni "speciali" riguardo l'andamento futuro dei prezzi degli *assets* rischiosi. Il prezzo di equilibrio in ogni periodo riflette le opinioni sia degli investitori razionali sia degli investitori irrazionali. In risposta alle azioni dei *noise traders*, gli investitori razionali comprano quando i *noise traders* abbassano i prezzi e vendono quando i *noise traders* li fanno salire. Il modello fa due assunzioni principali. Innanzitutto, si assume che gli investitori razionali abbiano orizzonti di breve termine, come avviene nella realtà poiché molti professionisti sono soggetti a frequenti valutazioni di *performance*. Inoltre, si assume che il sentimento degli investitori irrazionali sia stocastico e non possa essere perfettamente previsto dagli investitori razionali. Concludono dicendo che il prezzo dei titoli dipende dal sentimento degli investitori irrazionali, cioè dal loro ottimismo o dal loro pessimismo. Questa variabilità nei sentimenti dei *noise traders* crea una nuova fonte di rischio nel mercato in cui loro operano. Gli Autori affermano che gli investitori irrazionali preferiscono detenere i titoli del *closed-end fund* piuttosto che i titoli che costituiscono il portafoglio del *closed-end*

fund.

Se gli stessi individui investissero nelle azioni del fondo e nei titoli che costituiscono il portafoglio del fondo, il loro sentimento influenzerebbe sia il NAV sia il prezzo di mercato. Da qui deriva che tutti i proprietari del fondo sono soggetti a due fonti di rischio: il rischio associato alle fluttuazioni dei titoli che costituiscono il portafoglio del fondo e il rischio associato alle fluttuazioni del sentimento degli investitori irrazionali. Quest'ultimo, il *noise trader risk*, è sistematico e quindi influenza le *performance* di vari altri titoli. Secondo questa prospettiva, i *noise trader* sono i principali azionisti del *closed-end fund* e il loro sentimento è il fattore determinante del *closed-end fund puzzle*.

La teoria di Lee, Shleifer e Thaler è la spiegazione più apprezzata del *closed-end fund puzzle* tra quelle proposte e rappresenta certamente un rilevante successo della Finanza Comportamentale. Il *closed-end fund* viene generalmente venduto a sconto a causa dell'imprevedibilità del comportamento dei *noise trader*, che comporta un'ulteriore fonte di rischio. Lo sconto è alto quando gli investitori sono pessimisti e lo sconto è basso quando gli investitori sono ottimisti. Il sentimento degli investitori determina lo sconto del *closed-end fund* e influenza la *performance* dei titoli commerciati dallo stesso pubblico. Quindi, il livello dello sconto dei *closed-end fund* può essere considerato una misura importante del sentimento del mercato.

2.4.4 Altri fenomeni

Un'altra anomalia del mercato azionario largamente studiata è il *volatility puzzle*, fenomeno per cui il mercato azionario ha storicamente una volatilità molto elevata. L'evidenza empirica ha dimostrato che essa è molto più elevata di quella del rendimento privo di rischio.

Il fenomeno è stato evidenziato da Shiller (1981) e Le Roy e Porter (1981), i quali hanno osservato la tendenza del mercato a presentare valori alti di *price/earning*. Questa elevata volatilità è molto difficile da spiegare con qualsiasi modello che ipotizzi tassi di sconto costanti e investitori razionali. La Finanza Comportamentale propone due approcci diversi alla spiegazione di questo fenomeno: il primo è basato sull'applicazione di regole euristiche e il secondo è basato sulla Prospect Theory.

Il primo approccio offre una serie di spiegazioni, utilizzando i principi psicologici di rappresentatività e di *overconfidence*. La prima spiegazione è una diretta applicazione della rappresentatività, nella forma che è stata denominata legge dei piccoli numeri. Gli individui credono che i piccoli campioni riflettano le proprietà dell'intera popolazione. Quando gli investitori notano un certo numero di dividendi elevati, essi credono che ci sia stato un aumento del tasso di crescita e che esso continui in futuro. Quindi sono portati a spingere verso l'alto i prezzi. Un'altra spiegazione è basata sull'*overconfidence* degli individui riguardo alla precisione delle proprie informazioni. Un individuo può essere estremamente fiducioso riguardo alle proprie informazioni, specialmente se si tratta di informazioni private, e sovrastimarne l'accuratezza. Se le informazioni sono coerenti con una crescita futura dei dividendi, l'investitore viene spinto a portare su i prezzi in relazione ai dividendi attuali.

Il secondo approccio affronta il problema del *volatility puzzle* utilizzando la teoria del prospetto ed è stato proposto da Barberis, Huang e Santos (2001). Essi affermano che il grado di *loss aversion* non è lo stesso in tutte le circostanze, ma dipende dai guadagni o dalle perdite precedenti. Thaler e Johnson (1990) osservano che dopo un guadagno gli individui tendono a accettare scommesse che normalmente rifiuterebbero, e dopo una perdita tendono a rifiutare scommesse che normalmente accetterebbero. Questa evidenza suggerisce che le perdite sono meno dolorose dopo alcuni

guadagni, proprio perché esse sono attenuate dai precedenti risultati positivi.

Questa prospettiva può contribuire a spiegare il *volatility puzzle*. Se ci sono notizie di *cash-flow* positivi, il mercato sale. In questo modo si crea una sorta di attenuante costituita dai guadagni precedenti e gli investitori divengono meno avversi al rischio. Conseguentemente, essi tendono ad attualizzare i *cash-flow* futuri ad un tasso di sconto più basso. Questo spinge su i prezzi rispetto ai dividendi attuali.

Altro tema riguarda il modo con cui l'investitore individuale costruisce il proprio portafoglio. Secondo un celebre studio (De Bondt, 1998) condotto su un gruppo di investitori americani con una certa esperienza e un'età matura, l'investitore medio ha tre aspetti essenziali: è estremamente ottimista, è eccessivamente sicuro di sé e dà molta importanza alle informazioni relative al passato. Quindi l'investitore viene influenzato da tre euristiche: ottimismo, *overconfidence* e ancoraggio. L'insieme di questi elementi è alla base di una caratteristica comune a molti investitori: la difficoltà nella diversificazione dei propri investimenti finanziari. E' stata osservata la tendenza degli investitori a non procedere a una diversificazione numericamente adeguata (Lease, Lewellen e Schlarbaum, 1976). Inoltre, molti investitori applicano la diversificazione secondo regole estremamente semplici: questo processo è stato definito *naive diversification* (Benartzi e Thaler, 1998).

Altra applicazione della Finanza Comportamentale la troviamo nel mercato dei derivati, in particolare parlando di opzioni.

Un'opzione è un prodotto derivato, il cui valore dipende dalla *performance* attuale ed attesa del suo sottostante, sia esso un'azione o un indice. Molteplici fattori influenzano il prezzo di un'opzione. Questi possono essere classificati nel seguente modo:

- Sei fattori quantificabili (il prezzo del sottostante, il prezzo di esercizio, la volatilità, il tempo a scadenza, i tassi d'interesse, i dividendi);

- Fattori non quantificabili.

Esistono quindi dei fattori che possono avere molta influenza sul comportamento dei prezzi delle opzioni, ma che sono molto difficili da quantificare (ad esempio: le aspettative individuali sulla futura *performance* e sulla futura volatilità del sottostante). Tali fattori, benché determinabili, non possono essere immessi in un modello matematico di valutazione. I molteplici e disomogenei fattori “non quantificabili” sono stati raggruppati sotto un’unica categoria, la “*Market Psychology*”.

CAPITOLO 3

L'ORDINAMENTO DEI FONDI COMUNI: UN'ANALISI EMPIRICA

L'interesse principale di chi ha sottoscritto un fondo di investimento è quello di conoscere di quanto sia cresciuta la propria ricchezza ed il livello di rischio che deve sopportare, per cui l'espressione di un giudizio sulla qualità di una gestione di portafogli non può che avere come punto di riferimento la *performance*. La *performance* è un indicatore valido sia *ex-post*, per valutare come realmente è stato l'andamento del fondo, sia come fattore di scelta tra strumenti alternativi.

La valutazione della *performance* di un fondo comune di investimento richiede l'analisi congiunta di due elementi: il rendimento ottenuto e il rischio che l'investimento comporta. È necessario che l'analisi venga condotta in quest'ottica bidimensionale poiché tra rendimento e rischio esiste una relazione diretta, vale a dire che il gestore può ottenere rendimenti via via più elevati incrementando progressivamente il livello di rischiosità del portafoglio gestito, ma aumentando d'altra parte anche la possibilità di incorrere in perdite sempre più consistenti. Emerge, dunque, un *trade-off* tra queste due misure, dato che il rendimento rappresenta una componente che il risparmiatore cerca di massimizzare mentre il rischio è, all'opposto, un elemento che gli agenti economici cercano di minimizzare.

Gli strumenti utilizzati per valutare i risultati conseguiti dai vari fondi sono rappresentati da una serie di misure o indici di *performance*, la cui particolarità è appunto quella di considerare sia il rendimento conseguito che il livello di rischio assunto.

In questa sede esamineremo tre indici utilizzati da Morningstar per assegnare un *rating* ai fondi comuni d'investimento: il Morningstar Return, il Morningstar Risk e il Morningstar Risk Adjusted Return. Successivamente, nell'ottica della Finanza Comportamentale, verrà analizzato un approccio *loss-aversion*, utilizzando altre due misure di *performance*: la *value function*, concetto base della Prospect Theory, e la *Loss Aversion Performance*, una nuova misura di *performance* che tiene conto dell'avversione alle perdite tipica degli investitori.

Di seguito verranno analizzate nel dettaglio le misure di *performance* citate per poi essere applicate ad un insieme di dati reali per coglierne le caratteristiche, le differenze e le analogie.

L'analisi empirica riguarda 1763 fondi d'investimento americani, suddivisi in nove categorie omogenee. Per ogni fondo sono stati calcolati i valori degli indici di *performance* considerati, per poi effettuare i relativi ordinamenti all'interno di ogni categoria allo scopo di assegnarne il *rating*.

Così facendo è stato possibile confrontare le diverse classificazioni dei fondi, in particolare la metodologia Morningstar con la metodologia *loss aversion*, e analizzarne le differenze.

3.1 Rating di Morningstar

Il *rating* di Morningstar, introdotto nel 1985, è uno strumento di valutazione quantitativa di un fondo comune d'investimento, capace di coniugare in un unico indicatore, le *performance* storiche del fondo, le commissioni e il grado di rischio assunto dalla gestione.

Ogni *rating* viene calcolato all'interno di ciascuna categoria Morningstar, che raggruppa i fondi con politiche d'investimento omogenee e si basa sull'analisi della composizione specifica per titoli dei rispettivi portafogli.

Il *rating* è basato su una formula che Morningstar ricalcola ogni mese, e ne fanno parte solo i fondi che hanno almeno 36 mesi di dati sulle *performance*. Non è possibile effettuare una valutazione anche in altre situazioni: si hanno così poche informazioni che il fondo non può essere assegnato a nessuna categoria; il fondo ha effettuato continui cambi di categoria così che i rendimenti storici non sono più significativi; i fondi con le stesse caratteristiche sono troppo pochi per poter stilare una classifica.

La metodologia principale di Morningstar è basata sul Morningstar Risk Adjusted Return (**MRAR**), una misura di rendimento corretta per il rischio.

In particolare il **MRAR** è basato sulla Teoria dell'Utilità Attesa. Definendo W il valore finale del portafoglio considerato e $u(\cdot)$ la funzione di utilità dell'investitore, l'utilità attesa del portafoglio è $E[u(W)]$. La forma della funzione di utilità ha le seguenti caratteristiche:

- Una ricchezza attesa maggiore è sempre da preferire ad una ricchezza attesa minore. Questo implica che la funzione è crescente, $u'(\cdot) > 0$.

- La funzione di utilità implica un'avversione al rischio, ed il rischio è sempre penalizzato. Questo può essere formalizzato come $u(E[W]) > E[u(W)]$. Inoltre la funzione è concava in tutto il suo dominio, $u''(\cdot) < 0$.
- Non viene assunta nessuna particolare distribuzione per gli *excess returns*.
- La ricchezza iniziale dell'investitore non ha alcun effetto nella classificazione del portafoglio.

Morningstar utilizza la Teoria dell'Utilità Attesa con alcune condizioni che stanno alla base del **MRAR**: tutti i ritorni sono aggiustati per le commissioni e le tasse, definiti con **LR**, e gli *excess returns* dei fondi sono misurati rispetto al *risk free*, indicato con **RF**¹⁷. La funzione di utilità che prende in considerazione Morningstar è la seguente:

$$u(W_0(1 + LR)) = u\left(\frac{1 + LR}{1 + RF}\right) = u(1 + ER) = \begin{cases} -\frac{(1 + ER)^{-\gamma}}{\gamma} & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ \ln(1 + ER) & \gamma = 0 \end{cases}$$

Dove:

$$ER = \text{excess return geometrico} = \frac{1 + LR}{1 + RF} - 1$$

Il coefficiente γ rappresenta il grado di avversione al rischio ed in teoria può assumere qualsiasi valore. Quando $\gamma < -1$ l'investitore è propenso al rischio. Quando $\gamma = -1$ il grado di avversione al rischio è nullo e l'investitore sarà indifferente nello scegliere tra un investimento rischioso ed uno non rischioso, fin tanto che la media aritmetica dei ritorni attesi sarà uguale.

¹⁷ Questo perché Morningstar riconosce che l'investitore ha sempre la possibilità di investire sul tasso privo di rischio invece che detenere un portafoglio rischioso.

Quando $\gamma = 0$ l'investitore sarà indifferente nello scegliere tra un investimento rischioso ed uno non rischioso, fino a quando la media geometrica dei ritorni attesi sarà uguale. Quando $\gamma > 0$ l'investitore chiederà un alto premio per il rischio per effettuare la scelta di un portafoglio rischioso. Nello specifico il premio per il rischio dovrà essere tanto maggiore quanto la differenza tra media aritmetica e geometrica dei rendimenti. Nella funzione di utilità utilizzata da Morningstar γ assume solo valori maggiori di -1 poiché definisce l'investitore avverso al rischio. Morningstar utilizza la Teoria dell'Utilità attesa per determinare a quanto un investitore è disposto a rinunciare per ridurre il rischio. Il **MRAR** misura il ritorno non rischioso certo che fornisce all'investitore lo stesso livello di utilità degli *excess returns* del portafoglio rischioso. Possiamo definire il ritorno non rischioso come l'*excess return* geometrico "certo equivalente", $ER^{CE}(\gamma)$. Formalizzando:

$$u(1 + ER^{CE}(\gamma)) = E[u(1 + ER)]$$

$$1 + ER^{CE} = \begin{cases} (E[(1 + ER)^{-\gamma}])^{-\frac{1}{\gamma}} & \gamma > -1, \gamma \neq 0 \\ e^{E[\ln(1+ER)]} & \gamma = 0 \end{cases}$$

Morningstar definisce il Morningstar Risk-Adjusted Return, $MRAR(\gamma)$, come il valore annualizzato del certo equivalente, ER^{CE} , utilizzando la media della serie storica $(1 + ER)^{-\gamma}$ come stima di $E[(1 + ER)^{-\gamma}]$.

Con $\gamma \neq 0$, il Morningstar Risk-Adjusted Return è definito in questo modo:

$$MRAR(\gamma) = \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + ER_t)^{-\gamma} \right]^{\frac{12}{\gamma}} - 1 \quad (3.1)$$

$$ER_t = \text{excess return geometrico al tempo } t = \frac{1 + LR_t}{1 + RF_t} - 1$$

$LR_t = \text{rendimenti load - adjusted del fondo al tempo } t$

RF_t = rendimento del risk free al tempo t

T = numero totale di mesi nel periodo di tempo considerato

Gli analisti dei fondi d'investimento di Morningstar utilizzano $\gamma = 2$ nella classificazione dei fondi, poiché hanno concluso essere un valore consistente con la tolleranza al rischio degli investitori tipici.

L'assegnazione del *rating* ai fondi all'interno di ogni categoria avviene calcolando per ogni fondo il valore del *MRAR*, ordinandoli in ordine decrescente e classificandoli nel seguente modo: il primo 10% di fondi di una categoria riceve le cinque stelle, il successivo 22.5% quattro stelle, l'ulteriore 35% tre stelle, mentre al successivo 22.5% e all'ulteriore 10% vengono assegnate rispettivamente due e una stella, come illustrato in Tabella 3. Questa metodologia di assegnazione del *rating* viene anche chiamata *Star Rating*.

Primi 10%	★★★★★
Successivi 22.5%	★★★★
Ulteriore 35%	★★★
Successivi 22.5%	★★
Ultimo 10%	★

Tabella 3. Assegnazione dello star rating.

Morningstar effettua anche altre due metodologie di classificazione, denominate *Category Rating*, utilizzando come indicatore rispettivamente il Morningstar Return e il Morningstar Risk. Di seguito verranno analizzate nel dettaglio.

Quando poniamo $\gamma = 0$, il *MRAR* è la media geometrica annualizzata degli *excess returns*:

$$MRAR(0) = M. Return = \left[\prod_{t=1}^T (1 + ER_t) \right]^{\frac{12}{T}} - 1 \quad (3.2)$$

Un sistema di *rating* basato solamente sulla *performance* classificherà i fondi rispetto al valore di $MRAR(0)$, chiamato anche Morningstar Return.

Naturalmente questo tipo di classificazione dei fondi non assegna una penalità al rischio, dato che questo richiederebbe $\gamma > 0$.

L'assegnazione del *rating* all'interno di ogni categoria secondo il Morningstar Return avviene calcolando per ogni fondo il valore di $MRAR(0)$, ordinando quindi i fondi in ordine decrescente secondo il valore trovato e classificandoli nel modo illustrato nella Tabella 4.

Primi 10%	High
Successivi 22.5%	Above Average
Ulteriore 35%	Average
Successivi 22.5%	Below Average
Ultimo 10%	Low

Tabella 4. Assegnazione del rating secondo la metodologia Morningstar Return.

La terza metodologia adottata da Morningstar è quella basata sul Morningstar Risk. Poiché il $MRAR$ è espresso come rendimento annualizzato, possiamo ricavare la componente rischiosa, Morningstar Risk, come la differenza tra il Morningstar Return e il $MRAR$:

$$\text{Morningstar Risk} = M. \text{Return} - MRAR(y) \quad (3.3)$$

Questa quantità è sempre maggiore o uguale a zero. Il Morningstar Risk tende ad essere alto quando un fondo ha un'elevata variabilità nei rendimenti mensili e/o quando presenta molti casi di ritorni mensili fortemente negativi.

Questo indicatore, a differenza della tradizionale deviazione standard, assegna un peso più grande alle variazioni negative, focalizzandosi così sul *downside risk*¹⁸.

L'assegnazione del *rating* all'interno di ogni categoria secondo il Morningstar Risk avviene calcolando per ogni fondo il valore del Morningstar Risk, ordinando poi i fondi in ordine decrescente e classificandoli come illustrato nella Tabella 5.

Primi 10%	Low
Successivi 22.5%	Below Average
Ulteriore 35%	Average
Successivi 22.5%	Above Average
Ultimo 10%	High

Tabella 5. Assegnazione del rating secondo la metodologia Morningstar Risk.

È evidente come il *rating* “Low” corrisponde al *rating* di una stella della classificazione secondo il **MRAR**, il *rating* “Below Average” corrisponde al *rating* di due stelle, e così via.

Il *rating* Morningstar è una delle informazioni che possono essere utilizzate per attuare una prima selezione dei fondi da inserire nel proprio portafoglio. Assieme al *rating*, Morningstar consente di osservare i principali titoli in portafoglio e altre dettagliate informazioni. Sebbene le informazioni di Morningstar costituiscano un validissimo supporto, ogni investitore dovrà comunque continuare a prestare attenzione alla propria *asset allocation*, valutare la propria tolleranza al rischio, nonché controllare le commissioni

¹⁸ Misura di rischio asimmetrico che non è interessata a cogliere l'intera oscillazione del rendimento di un titolo o di un portafoglio, ma solo le manifestazioni inferiori alla media o ad un valore arbitrariamente fissato.

relative ai fondi e le esigenze di reddito e liquidità.

Il *rating* non fornisce una guida per queste decisioni essenziali. Un ultimo punto da sottolineare: il *rating* di Morningstar è assegnato al fondo e, in caso di cambio del gestore, non lo segue negli spostamenti. Ne deriva che un dato *rating* può essere dovuto quasi interamente all'abilità di un *portfolio manager*, che successivamente ha lasciato la gestione del fondo.

3.2 **Misura di performance con Loss Aversion**

In questo paragrafo verrà analizzata una semplice misura di portafoglio basata sulla Prospect Theory che cattura non solo il rischio e il rendimento, ma riflette anche la differente avversione al rischio in caso di possibili guadagni o possibili perdite.

Le misure di *performance* di portafoglio si sono evolute negli anni parallelamente al CAPM, focalizzandosi principalmente sulla misura del rischio. L'indice di Sharpe (Sharpe, 1966) usa per misurare il rischio la varianza dei rendimenti. Treynor (1965) e Treynor e Mazuy (1966) utilizzano il Beta del CAPM come misura del rischio, mentre Jensen (1968) utilizza l'Alpha del CAPM. Sortino e Van der Meer (1991) utilizzano il Sortino Ratio per misurare il rischio, definito come le deviazioni al di sotto del *benchmark*. Hwang e Satchell (1998) introducono un'altra misura per il rischio che va sotto il nome di Higher Moments (HM).

Tutte queste misure, che naturalmente non sono le uniche, si basano sull'ipotesi di massimizzazione dell'utilità attesa dell'investitore, paradigma criticato per essere inconsistente con le evidenze empiriche. Come già visto illustrando la Prospect Theory, l'investitore nel prendere una decisione considera individualmente le perdite e i guadagni piuttosto che focalizzarsi sulla ricchezza finale, ed oltretutto il "piacere" per un guadagno non si eguaglia al "rammarico" di una perdita a parità di valore.

I concetti di *loss aversion* e *downside risk* sono stati discussi a lungo negli ambienti accademici e professionali. La semi-varianza, il Value-at-Risk e il Downside Beta sono alcuni tra gli esempi più conosciuti tra le misure di *downside risk*.

Anche operatori professionali come Morningstar e Lipper hanno sviluppato le loro misure di *downside risk* per valutare i fondi comuni d'investimento¹⁹. Gemmill, Hwang e Salmon (2005) hanno proposto una nuova misura di *performance* basata sulla Prospect Theory, la *Loss Aversion Performance (LAP)*, che è definita come il rapporto tra guadagni e perdite, entrambi pesati:

$$LAP = \frac{pE[(r_p - r_b)^+]^{v_1}}{(1-p)E[(-(r_p - r_b)^-)]^{v_2}} \quad (3.4)$$

Dove:

r_p = rendimento del portafoglio

r_b = rendimento del benchmark

$v_1 < 1$, coefficiente di avversione al rischio per i guadagni

$v_2 < 1$, coefficiente di propensione al rischio per le perdite

Notiamo che quando $v_1 = v_2$ la *LAP* coincide con la misura di *performance* Omega sviluppata da Keating e Shadwick (2002), poiché può essere interpretata come il rapporto tra il prezzo di un'opzione *call* ed il prezzo di un'opzione *put*. La misura Omega è stata sviluppata come metodo alternativo di presentazione della distribuzione dei rendimenti, ma non è mai stata accostata alla Prospect Theory.

La Figura 3 dimostra la semplicità concettuale della *LAP*, con il rendimento del *benchmark* definito da B.

¹⁹ Come abbiamo visto nel precedente paragrafo.

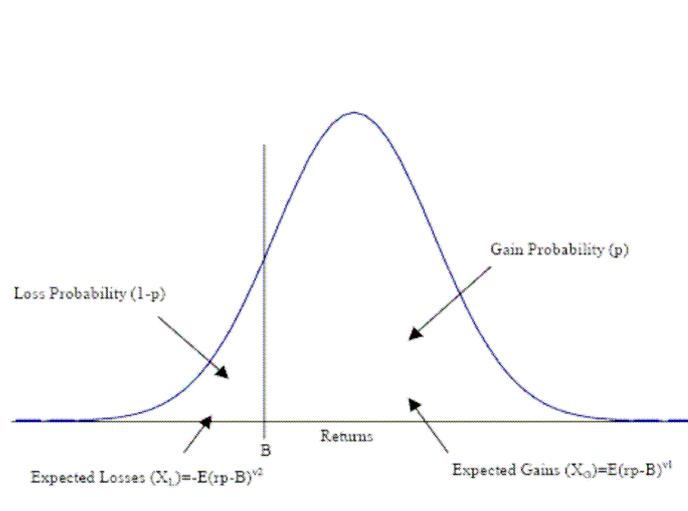


Figura 2. Distribuzione dei ritorni ed elementi della Loss Aversion Performance (LAP).

L'obiettivo del lavoro di Gemmill, Hwang e Salmon (2005) è quello di confrontare la nuova misura di *performance* con quelle tradizionali²⁰. Per fare questo utilizza due categorie di fondi d'investimento chiusi inglesi: il primo gruppo è composto da 19 fondi che hanno come *benchmark* il FTSE AllShare index, mentre il secondo gruppo è composto da 23 fondi con il FTSE SmallCap index come *benchmark*. I dati sono relativi al periodo Maggio 1993-Aprile 2002, rilevati mensilmente. Gli autori hanno evidenziato che la nuova misura di *performance* fornisce una diversa classificazione di fondi rispetto alle misure tradizionali. In particolare la **LAP** sembra avere delle buone proprietà quali una relazione positiva con il *tracking error*²¹ del fondo ed una relazione negativa con la loro curtosi. Le misure di *performance* tradizionali non hanno evidenziato questo tipo di proprietà.

²⁰ In particolare prende in considerazione l'indice di Sharpe, l'Alpha di Jensen, l'indice di Sortino e la misura Higher Moments.

²¹ Differenza tra il rendimento del fondo e il rendimento del benchmark.

3.3 *Analisi empirica con un data set reale*

In questo paragrafo viene affrontata la parte empirica della tesi. Il data set preso in esame è composto da 1763 serie storiche mensili dei rendimenti di fondi d'investimento americani relativi al periodo gennaio 2003-dicembre 2007. Il database ha al suo interno i rendimenti dei fondi d'investimento americani degli ultimi cinque anni e con il portafoglio investito principalmente in azioni. Qualora il fondo presentasse più tipologie, è stata scelta la tipologia con la serie storica dei rendimenti più lunga. I fondi sono stati suddivisi in nove categorie, ognuna con una diversa numerosità, come illustrato in Figura 3. Questa suddivisione è definita da Morningstar “*Style Box*”, ed indica la strategia d'investimento del fondo. Nell'asse verticale è precisata la capitalizzazione di mercato delle azioni e in quello orizzontale lo stile d'investimento (*value, blend o growth*). In seguito queste nove categorie saranno sinteticamente chiamate: LB, LG, LV, MB, MG, MV, SB, SG, SV.

			Size
245	412	343	LARGE
60	119	197	MEDIUM
80	137	170	SMALL
VALUE	BLEND	GROWTH	Investment Valuation

Figura 3. *Composizione dei fondi nel data set analizzato.*

All'interno di ogni categoria, è stato calcolato il *rating* per ogni fondo d'investimento con cinque diverse metodologie.

La prima è il metodo di Morningstar che utilizza come misura di *performance* il Morningstar Return (**M.Return**), ed è stato calcolato applicando la formula (3.2). La seconda è la metodologia di Morningstar che utilizza il Morningstar Risk Adjusted Return come indicatore di *performance* ed il *rating* è calcolato attraverso la formula (3.1), utilizzando $\gamma = 2$. Il terzo modo utilizzato per il calcolo del *rating* è quello che ha come misura di *performance* il Morningstar Risk (**M.Risk**) ed è calcolato con la (3.3). Nel calcolo del *rating* con queste tre metodologie di Morningstar è stata effettuata una semplificazione. Infatti i rendimenti, (**LR_t**), non sono *load-adjusted*, poiché non hanno subito gli aggiustamenti applicati da Morningstar con riferimento alle commissioni e alle tasse. Inoltre Morningstar, con i fondi che hanno almeno dieci anni di storico, calcola il *overall rating* ponderando i *rating* assegnati agli ultimi tre anni, agli ultimi cinque e agli ultimi dieci. Nella nostra analisi sarà semplicemente assegnato il *rating* con dati di *performance* storiche relative a cinque anni. L'assegnazione del *rating* è stato effettuato seguendo le Tabelle 3, 4 e 5 del paragrafo 3.1.

Le restanti due metodologie di calcolo del *rating* seguono un approccio *loss-aversion* e sono basate rispettivamente sulla *value function* e sull'indicatore di *performance LAP*. La *value function* è l'assunto base della Prospect Theory ed è rappresentata dalla (1.1). Nell'analisi empirica che si sta effettuando la (1.1) può essere riscritta nel modo seguente:

$$v(x_t) = \begin{cases} x_t^{\nu_1} & x_t > 0 \\ -\lambda(-x_t)^{\nu_2} & x_t \leq 0 \end{cases}$$

dove:

$x_t = \text{rendimento del fondo al tempo } t - \text{rendimento del risk free al tempo } t$

Ai fini del calcolo del *rating* è stato utilizzato come indice di *performance*, che denominiamo *Loss Aversion Utility (LAU)*, la somma di tutti i 60 valori della funzione $v(x_t)$ associati ad ogni istante di tempo:

$$LAU = \sum_{t=1}^T v(x_t)$$

Nel calcolo dell'indice sono stati utilizzati $\lambda = 2.25$, $v_1 = 0.75$ e $v_2 = 0.95$, come suggerito da Gemmill, Hwang e Salmon (2005).

L'ultima metodologia implementata è quella che ha come sottostante l'indicatore di *performance Loss Aversion Performance (LAP)*, rappresentato dalla (3.4). Nel calcolo del *rating* è stata utilizzata la seguente trasformazione della (3.4):

$$LAP = (\sum_{t=1}^T [\max(0, (x_t)^+)]^{v_1}) / (\sum_{t=1}^T [-\min(0, (x_t)^-)]^{v_2})$$

dove:

$(x_t)^+ = \text{guadagni} = \text{rendimento del fondo al tempo } t > \text{rendimento del risk free al tempo } t$

$(x_t)^- = \text{perdite} = \text{rendimento del fondo al tempo } t < \text{rendimento del risk free al tempo } t$

Anche per la *LAP* sono stati utilizzati $v_1 = 0.75$ e $v_2 = 0.95$, come suggerito da Gemmill, Hwang e Salmon (2005).

L'assegnazione del *rating* per queste due ultime metodologie è quella descritta dalla Tabella 3, ed è stata effettuata dopo aver ordinato i fondi in ordine decrescente rispetto al valore dell'indice di *performance (LAP o LAU)* utilizzato.

A questo punto per ogni categoria (LB, LG, LV, MB, MG, MV, SB, SG, SV) si sono ottenuti cinque diversi ordinamenti dei fondi.

Il passo successivo è stato quello di confrontare a due a due le cinque diverse metodologie all'interno di ogni categoria attraverso novanta matrici di transizione, dieci per ogni categoria.

Per effettuare ulteriori verifiche sono state aggiunte per ogni categoria 7 matrici di transizione con i seguenti confronti tra indici di *performance*: il *M.Risk* prima con la Deviazione standard e poi con la *Downside Deviation*, la $LAP(v_1 = 0.75, v_2 = 0.95)$ con la $LAP(v_1 = v_2 = 1)$ e con $MRAR(5)$, il $MRAR(2)$ con $MRAR(5)$, la *LAU* con LAU^* e il *M.Return* con $MRAR(5)$.

Gli indici non ancora definiti sono i seguenti:

$$\text{Deviazione standard} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}{T}}$$

dove:

r_t = rendimento del fondo al tempo t

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^T r_t}{T}$$

$$\text{Downside Deviation (DD)} = \frac{\sum_{t=1}^T [\min(0, x_t)]^2}{T}$$

dove:

x_t = rendimento del fondo – rendimento del risk free

$$LAU^* = \sum_{t=1}^T v^*(x_t)$$

dove:

$$v^*(x_t) = \begin{cases} W_{t-1}^{v_1} (x_t)^{v_1} & \text{se } x_t \geq 0 \\ -\lambda W_{t-1}^{v_2} (-x_t)^{v_2} & \text{se } x_t < 0 \end{cases}$$

x_t = rendimento del fondo – rendimento del risk free

W_{t-1} = rendimenti cumulati al tempo $t - 1$

Per il calcolo del LAU^* sono stati utilizzati i valori $\lambda = 2.25, v_1 = 0.75, v_2 = 0.95$, seguendo le indicazioni di Gemmill, Hwang e Salmon (2005).

A titolo esemplificativo nella Tabella 6 viene riportata la matrice di transizione riferita al fondo della categoria LB tra l'indice **M.Return** e l'indice **MRAR**. Per uniformità di notazione nelle matrici di transizione il *rating* viene etichettato per tutte e cinque le metodologie con i valori 1, 2, 3, 4, 5, dove 1 corrisponde al *rating* più basso e 5 quello più alto. Per la totalità delle matrici di transizione si rimanda all'Appendice A.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1	39	2	0	0	0	41	
	2	2	85	6	0	0	93	
	3	0	6	134	4	0	144	
	4	0	0	4	85	3	92	
	5	0	0	0	3	39	42	
tot.		41	93	144	92	42	412	

Tabella 6. Esempio di una matrice di transizione.

Il problema non è valutare quale delle diverse classificazioni sia quella corretta o migliore, ma è determinare il grado, la significatività e la stabilità campionaria del loro accordo.

Il Kappa di Cohen è una misura dell'accordo tra risposte qualitative o categoriali di due soggetti oppure del medesimo soggetto in momenti differenti, e può essere applicato in moltissimi ambiti e situazioni. Tra i testi internazionali di statistica non parametrica, il Kappa di Cohen è riportato in Sprent e Smeeton (2001).

Questa metodologia è stata presentata da Jacob Cohen della New York University nel 1960 con l'articolo "A coefficient of agreement for nominal scales", pubblicato su *Educational and Psychological Measurement*, in cui Cohen studiò il caso di 2 osservatori che classificano un insieme di unità statistiche secondo una scala classificatoria nominale non ordinata.

Per applicare il coefficiente di concordanza devono essere realizzate le seguenti condizioni di validità:

- Le unità (in questo caso i fondi analizzati all'interno di ogni categoria) sono indipendenti;
- Le categorie della scala nominale (in questo caso i cinque livelli di *rating*) sono indipendenti, mutuamente esclusive ed esaustive;
- I giudici (in questo caso le cinque misure di *performance*) operano in modo indipendente.

L'indice k proposto da Cohen è il seguente:

$$k = \frac{p_o - p_e}{1 - p_e}$$

dove:

p_o = proporzioni osservate (frequenze relative)

p_e = frequenze attese (totali marginali delle frequenze relative)

Nel caso di variabili categoriche ordinabili, Cohen (1968) propose un'estensione dell'indice Kappa chiamata Kappa pesato. Tale misura consiste nell'utilizzare un insieme di valori, w_{ij} , che vengono applicati a tutte le celle della matrice di transizione, in modo tale che ciascuna cella contribuisce con un peso differente al calcolo dell'indice. Tali pesi possono assumere valori nell'intervallo $[0 - 1]$ e devono essere tali che:

- alle celle di perfetto accordo, cioè quelle sulla diagonale principale, venga attribuito il massimo peso:

$$w_{ii} = 1$$

- a tutte le celle di disaccordo venga assegnato un peso minore di quello massimo:

$$0 \leq w_{ij} < 1 \quad (i \neq j)$$

- i pesi devono essere attribuiti in modo simmetrico rispetto ai due osservatori:

$$w_{ij} = w_{ji}$$

La proporzione di accordo osservato pesato diventa quindi:

$$p_o(w) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{ij} p_{ij}$$

dove:

p_{ij} = frequenza relativa della cella di posto i, j

m = numero di categorie all'interno delle variabili

La proporzione di accordo ponderato atteso diventa:

$$p_e(w) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{ij} p_{.i} p_{.j}$$

dove:

$p_{.i}, p_{.j}$ = totali marginali delle frequenze relative, di riga e di colonna

Date queste premesse, la statistica Kappa pesata è la seguente:

$$K_w = \frac{p_o(w) - p_e(w)}{1 - p_e(w)}$$

Notiamo che quando i pesi sono tutti uguali a 0 fuori dalla diagonale ($w_{ij} = 0 \forall i \neq j$), cioè quando tutti i livelli di disaccordo sono considerati ugualmente gravi, la statistica Kappa pesata diviene identica alla Kappa non pesata.

I limiti di questo indice consistono nella completa arbitrarietà della scelta del sistema di pesi, e conseguentemente del valore del Kappa pesato.

Al fine di evitare tale inconveniente è stato proposto di adottare una struttura standard di ponderazione, indipendentemente dal tipo di classificazione:

✓ Pesi assoluti, Cohen (1968), Cicchetti e Allison (1971):

$$w_{ij} = 1 - \frac{|i - j|}{(m - 1)}$$

✓ Pesi quadratici, Fleiss e Cohen (1968):

$$w_{ij} = 1 - \frac{(i - j)^2}{(m - 1)^2}$$

Quest'ultimo calcolo riveste una certa importanza in quanto il Kappa ponderato con questo tipo di pesi è equivalente al coefficiente di correlazione intraclassa. Per questo motivo nell'analisi empirica è stato scelto l'uso dei pesi quadratici che, avendo variabili a cinque categorie, sono riportati nella tabella seguente:

1	0.94	0.75	0.44	0
0.94	1	0.94	0.75	0.44
0.75	0.94	1	0.94	0.75
0.44	0.75	0.94	1	0.94
0	0.44	0.75	0.94	1

Tabella 7. Pesi per il calcolo del Kappa pesato.

L'indice K_w teoricamente può variare da -1 a 1, più il valore di k si avvicina ad uno, più le due classificazioni hanno concordanza, fino ad arrivare al caso $K_w = 1$ che si verifica quando tutte le celle non collocate sulla diagonale, cioè quelle che indicano il disaccordo, hanno valore zero. In realtà K_w è informativo solo quando è maggiore di zero, poiché si vuole valutare se esiste un accordo significativo²².

²² Se si ottiene un valore negativo significa che c'è un accordo minore di quello atteso.

Da questa osservazione deriva che la significatività di questo indice deve essere verificata tramite il test unilaterale:

$$\begin{aligned} H_0: K_w &\leq 0 \\ H_1: K_w &> 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cohen nel caso di grandi campioni, $N \geq 100$, e come quasi sempre avviene quando si utilizzano matrici di dimensioni superiori a 2x2, propone il ricorso alla distribuzione Normale standardizzata sia per il calcolo della significatività statistica del coefficiente K_w che per il calcolo del suo intervallo di confidenza.

Iniziamo dal calcolo dell'intervallo di confidenza che è così formalizzato²³:

$$\bar{K}_w \pm Z_{\alpha/2} * \sqrt{VAR(K_w)}$$

dove:

$$VAR(K_w) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{ij} [w_{ij} - (\bar{w}_i + \bar{w}_j)(1 - \hat{K}_w)]^2 - [\hat{K}_w - p_{s(w)}(1 - \hat{K}_w)]^2}{N(1 - p_{s(w)})^2}$$

$Z_{\alpha/2}$ è il quantile di livello $1 - \alpha/2$ di una Normale standardizzata

Per testare la significatività del coefficiente K_w , la verifica d'ipotesi (3.5), diventa:

$$\begin{aligned} H_0: K_w &= 0 \\ H_1: K_w &> 0 \end{aligned}$$

La statistica test è la seguente²⁴:

$$Z = \frac{\hat{K}_w}{\sqrt{VAR(\hat{K}_w)}}$$

²³ Fleiss, Cohen, and Everitt (1969).

²⁴ Fleiss (1981)

dove:

$$VAR(K_{w0}) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{i,j} [w_{ij} - (\bar{w}_i + \bar{w}_j)]^2 - p_{e(w)}^2}{N(1 - p_{e(w)})^2}$$

Naturalmente l'ipotesi nulla verrà accettata quando il valore della statistica Z sarà compreso tra i quantili $Z_{\alpha/2}$ e $Z_{1-\alpha/2}$ della distribuzione Normale standard.

Per comprendere meglio il calcolo dell'indice Kappa pesato, lo analizziamo in dettaglio con l'ausilio della Tabella 8, che raffigura la matrice di transizione della categoria di fondi LB tra il **M.Return** e la **LAP**.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	27	10	1	0	3		41
	2	14	50	19	8	2		93
	3	0	21	93	25	5		144
	4	0	11	28	39	14		92
	5	0	1	3	20	18		42
tot.		41	93	144	92	42		412
$p_{e(w)} = 0,9496602$		$K_w = 0,676519$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,6054676 \quad 0,7475705]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,5829921 \quad 0,7700459]$						
$VAR(K_w) = 0,0013141$		$Z = 13,623124$						
								55,097087

Tabella 8. Esempio di una matrice di transizione con i relativi calcoli per l'indice K_w .

Per ogni matrice di transizione, vengono calcolati i valori delle proporzioni di accordo osservato pesato, $p_{e(w)}$, le proporzioni di accordo atteso pesato, $p_{e(w)}$, la varianza dell'indice Kappa sotto l'ipotesi nulla, $VAR(K_{w0})$, e la varianza dell'indice Kappa, $VAR(K_w)$. Viene quindi calcolato il valore di Kappa pesato, il suo intervallo di confidenza al **95%** e al **99%** ed infine il valore della statistica Z , posto $\alpha = 0.05$, per testare la sua significatività. Tutti questi dati sono riportati sotto ogni matrice di transizione, come raffigurato nella Tabella 8.

Per ottenere un'interpretazione univoca e adimensionale di k e di K_w come stima di *agreement*, sono state proposte varie griglie (*benchmarks*) di valutazione.

Nella tabella successiva è riportata la più frequentemente utilizzata, proposta da J. Richard Landis e Gary G. Koch nel 1977 all'interno del lavoro "*Measurement of observer agreement for categorical data*" pubblicato da Biometrics.

<i>Kappa</i>	<i>Strenght of Agreement</i>
< 0.00	Poor
0.00-0.20	Slight
0.21-0.40	Fair
0.41-0.60	Moderate
0.61-0.80	Substantial
0.81-1.00	Almost Perfect

Tabella 9. Griglia di valutazione per l'indice *Kappa*.

Per avere un impatto visivo nel valutare il grado di concordanza dei vari ordinamenti, i valori di K_w per tutti i confronti effettuati tra le diverse metodologie sono riportati nella Tabella 10. Le caselle riquadrate corrispondono ai valori di K_w risultati statisticamente uguali a zero, mentre quelle evidenziate in arancione ed in giallo fanno riferimento rispettivamente al livello di accordo Substantial e Almost Perfect.

M.Return-LAP									
	LV	LB	LG	MV	MB	MG	SV	SB	SG
K_w	0,7293	0,6765	0,6977	0,5913	0,6201	0,7249	0,6936	0,7277	0,7547
M.Return-M.Risk									
K_w	-0,2703	-0,4352	-0,555	-0,3217	-0,3925	-0,2729	-0,0717	-0,1192	-0,0909
M.Return-MRAR									
K_w	0,9684	0,9719	0,964	0,9484	0,9351	0,961	0,9323	0,9255	0,927
M.Return-LAU									
K_w	0,8951	0,9192	0,9188	0,8839	0,8761	0,9135	0,8347	0,8852	0,8813
M.Risk-LAP									
K_w	0,2729	0,1445	0,0395	0,4021	0,2916	0,2675	0,5033	0,3846	0,4363
M.Risk-MRAR									
K_w	-0,1807	-0,3607	-0,4733	-0,1883	-0,2367	-0,1627	0,1106	0,0473	0,124
M.Risk-LAU									
K_w	-0,0096	-0,2532	-0,3941	-0,0528	-0,0608	-0,0772	0,27183	0,1061	0,2043
MRAR-LAP									
K_w	0,7813	0,7327	0,756	0,6978	0,7148	0,8098	0,7936	0,8562	0,8623
MRAR-LAU									
K_w	0,9302	0,9513	0,9503	0,9355	0,9221	0,9571	0,9032	0,9545	0,9498
LAP-LAU									
K_w	0,8759	0,8178	0,828	0,7645	0,842	0,8706	0,9024	0,8913	0,9129
M.Risk-Dev.St.									
K_w	0,9715	0,9738	0,9865	0,9871	0,9805	0,9649	0,971	0,9715	0,9726
M.Risk-DownsideDev.									
K_w	0,7499	0,7896	0,8457	0,8451	0,7954	0,7831	0,8637	0,7988	0,8574
MRAR-MRAR($\gamma=5$)									
K_w	0,9296	0,9509	0,9134	0,9355	0,8955	0,9171	0,8831	0,9136	0,9087
LAU-LAU*									
K_w	0,9523	0,9509	0,9321	0,9742	0,9015	0,9493	0,8629	0,8795	0,8939
LAP-LAP($v_1=v_2=1$)									
K_w	0,9557	0,9289	0,919	0,9226	0,9221	0,9337	0,9315	0,9601	0,9361
LAP-MRAR($\gamma=5$)									
K_w	0,8859	0,8258	0,8625	0,7645	0,882	0,9103	0,9419	0,926	0,9315
M.Return-MRAR($\gamma=5$)									
K_w	0,8914	0,913	0,8772	0,8839	0,8225	0,8573	0,8049	0,8093	0,8155

Tabella 10. Valori

di K_w per ogni coppia di metodologia.

Iniziamo analizzando il confronto tra le tre metodologie utilizzate da Morningstar. Il risultato più rilevante è l'alto grado di concordanza tra il Morningstar Return e il Morningstar Risk Adjusted Return. L'indice Kappa pesato va da un valore minimo di 0.926 ad un massimo di 0.972, quindi per tutte e nove le categorie abbiamo una concordanza di livello *Almost Perfect*. L'indice di performance Morningstar Risk crea delle graduatorie per il calcolo del rating completamente diverse dalle altre due metodologie. Infatti sia dal confronto tra il **M.Return** che da quello con il **MRAR** si ottengono valori di K_w significativamente uguali a zero oppure negativi, inoltre la

percentuale dei fondi in comune non supera mai il 33% in entrambi i confronti.

Confrontando invece le due metodologie che tengono conto della *loss aversion*, la *Loss Aversion Performance (LAP)* e la *Loss Aversion Utility (LAU)*, il risultato è un accordo abbastanza alto. L'indice K_w varia tra 0.76 e 0.913, quindi l'accordo si trova tra la valutazione *Substantial* e *Almost Perfect*, ma sicuramente le differenze di calcolo dei due indici emergeranno di più dal confronto con gli altri metodi.

Analizziamo ora le metodologie utilizzate da Morningstar e quelle basate sulla *loss aversion*, per individuare differenze ed analogie.

Il Morningstar Risk trova forte disaccordo con la metodologia basata sull'indice *LAU*, presentando cinque K_w significativamente pari a zero ed i restanti con valori molto bassi o negativi, mentre ha una concordanza bassa (K_w ha una media di 0.305) con la metodologia basata sulla *Loss Aversion Performance*. Il Morningstar Risk crea quindi degli ordinamenti molto diversi non solo rispetto alle altre metodologie utilizzate da Morningstar ma anche nei confronti di quelle *loss aversion*. L'indice di performance *M.Return* ha una concordanza abbastanza forte con la *LAU* (K_w varia tra 0.889 e 0.919), ed una un po' meno forte con la *LAP*, infatti il livello di accordo varia tra *Moderate* e *Substantial* non superando il valore di 0.75. Questo dimostra che anche se tra la *LAP* e la *LAU* c'è una concordanza significativa, se confrontate con altre metodologie non si ottengono gli stessi livelli di accordo. L'indice Morningstar Risk Adjusted Return si comporta sostanzialmente allo stesso modo del Morningstar Return. Con la *LAU* ha un'alta concordanza, K_w varia tra 0.9 e 0.957, mentre con la *LAP* il livello di accordo ha una media di 0.78 e in sette categorie si trova nel livello *Substantial* ed in due nel livello *Almost Perfect*, non superando però il valore di 0.86.

Vediamo ora il confronto di alcune delle cinque metodologie appena affrontate con alcuni indici di *performance* calcolati per effettuare ulteriori verifiche. La metodologia Morningstar Risk è stata confrontata con quella basata sulla Deviazione standard (Dev.St.) e quella sulla *Downside Deviation* (Downside Dev.). Il risultato ottenuto è che la Deviazione standard ha una concordanza quasi totale con il Morningstar Risk, essendo $K_w \geq 0.965$, mentre con la *Downside Deviation* ha cinque categorie con livello di accordo *Substantial* e quattro *Almost Perfect*. Possiamo concludere che l'indice di *performance* Morningstar Risk è molto più vicino ad una misura del rischio classica come lo è la Deviazione Standard che ad una misura che tiene conto di un rischio asimmetrico come la *Downside Deviation*.

Un'altra verifica effettuata è stata quella di aumentare il coefficiente γ di avversione alle perdite nel calcolo del Morningstar Risk Adjusted Return, ponendolo pari a cinque, e di confrontarlo con il *MRAR* di Morningstar, che assume $\gamma = 2$, con il Morningstar Return e con la Loss Aversion Performance.

Dal confronto tra le due varianti di *MRAR* emerge che sono molto concordanti, avendo K_w maggiore di 0.88 per tutte le categorie. Le differenze emergono con gli altri due indici. Infatti il *M.Return* ha un livello di accordo più basso con il *MRAR(5)* rispetto a quello calcolato con il *MRAR(2)*. Infatti ponendo $\gamma = 5$ si ottiene che il Kappa pesato varia da 0.805 a 0.913, mentre con $\gamma = 2$ il valore minimo assunto da K_w è 0.925.

Il discorso inverso lo si può fare per il confronto tra *MRAR(5)* e *LAP*. Infatti aumentando il coefficiente di avversione alle perdite l'indice *MRAR* si avvicina di più all'indice *LAP*, ottenendo K_w che varia tra 0.765 e 0.942 e otto categorie con livello di accordo *Almost Perfect*. Nel calcolo effettuato con $\gamma = 2$, K_w varia tra 0.698 e 0.86 con due categorie con concordanza

Almost

Perfect

e

sette

Substantial.

Questo significa che aumentando l'avversione alle perdite l'indice calcolato da Morningstar si avvicina alla misura di *loss aversion* e si allontana dal **M.RETURN**, indice che tiene conto solo della *performance* e non è corretto per il rischio.

Sono state effettuate infine altre due verifiche: il confronto tra la **LAU** e la **LAU*** ed il confronto tra la **LAP($v_1 = 0.75, v_2 = 0.95$)** e la **LAP($v_1 = v_2 = 1$)**.

In entrambi i casi è stata riscontrata una forte concordanza.

CONCLUSIONI

Per molto tempo lo studio della finanza si è basato su un paradigma dominante di impostazione neoclassica: la finanza tradizionale. La finanza tradizionale è costruita su una serie di pilastri fondamentali, tra cui la Teoria dell'Utilità Attesa e l'ipotesi dei mercati efficienti, ed ha ottenuto il culmine del suo successo negli ambienti accademici e professionali attorno al 1970. Poco tempo dopo questa certezza viene improvvisamente messa in discussione. Vengono pubblicati i primi lavori che evidenziano l'esistenza di fenomeni anomali: la finanza tradizionale si dimostra impreparata a comprenderli e a fornirne una spiegazione soddisfacente. Inizialmente molti di questi lavori vengono criticati dagli studiosi neoclassici, ma l'evidenza delle anomalie esistenti si fa sempre più forte. In questo momento sorge un nuovo filone di ricerca: la Finanza Comportamentale. Essa ha un forte connotato empirico e nasce dall'applicazione al mondo finanziario di principi comportamentali provenienti dalla psicologia, dalla sociologia e dall'antropologia. La Finanza Comportamentale può essere definita come la scienza che studia il funzionamento dei mercati e il comportamento degli operatori utilizzando conoscenze e strumenti propri delle scienze umane per avere una visione il più realistico possibile del complesso mondo finanziario. Per questo, un'ottima definizione è fornita da Richard Thaler (1993) quando afferma che la Finanza Comportamentale non è altro che una finanza *open-minded*.

Questo nuovo approccio dispone di un ampio apparato teorico, costituito da una serie di principi psicologici derivati sperimentalmente. Tra questi il pilastro fondamentale è la Prospect Theory, formulata da Kahneman e Tversky nel 1979 in contrapposizione alla Teoria dell'Utilità Attesa, che ha come oggetto centrale il tema della *loss aversion*.

Kahneman e Tversky sono anche i primi ad illustrare gli “*heuristics biases*”, o euristiche, sviluppate successivamente da vari autori. Le euristiche sono metodi decisionali basati su regole rapide e semplici piuttosto che su un meccanismo logico e razionale. A livello psicologico, quando il numero e la frequenza delle informazioni cresce, il cervello cerca delle “scorciatoie” che permettano di ridurre il tempo di elaborazione dei dati al fine di prendere comunque una decisione.

La Finanza Comportamentale mette a nudo gli errori che commettiamo nelle decisioni di investimento e dimostra anche che gli errori non sono casuali, bensì sono persistenti, sistematici e generali: sbagliamo tutti, allo stesso modo, nella stessa direzione. La Finanza Comportamentale non può insegnarci a diventare razionali, ma può aiutarci a conoscere meglio noi stessi, il modo in cui ragioniamo e funzioniamo, e le situazioni in cui siamo più portati a cadere in errore.

La parte empirica di questo lavoro ha come obiettivo quello di valutare l’ordinamento dei fondi comuni, e quindi la successiva assegnazione del *rating*, con diverse metodologie. In particolare, nell’ottica della Finanza Comportamentale, si è voluto confrontare le metodologie utilizzate da Morningstar con metodologie che hanno come sottostante indici di *performance* che tengono conto della *loss aversion*.

Il risultato principale di questa applicazione è sicuramente il fatto che l’ordinamento dei fondi è fortemente sensibile alla scelta dell’indice di *performance*. L’analisi empirica ha dimostrato che il Morningstar Risk Adjusted Return, misura di *performance* usata dagli analisti di Morningstar corretta per il rischio, non si discosta più di tanto dal Morningstar Return, che considera esclusivamente i *total returns*. Utilizzando come misura di *performance* l’indice che tiene conto della *loss aversion*, **LAP**, si ottengono dei *ranking* differenti rispetto a tutti gli indici utilizzati da Morningstar ed in

particolare rispetto a quello corretto per il rischio. Le misure di *performance* che tengono conto della *loss aversion* sono uno strumento innovativo della Finanza Comportamentale. In particolare, assumendo la non totale razionalità degli investitori e tenendo conto della loro sfera emotiva, questo nuovo approccio può diventare uno strumento mirato per indirizzare nelle scelte d'investimento i piccoli risparmiatori.

Dato che la realtà è più complessa della semplificazione operata in questa analisi empirica, gli sviluppi successivi potrebbero essere da un lato quelli di effettuare la stessa verifica replicando esattamente la metodologia Morningstar, e dall'altro utilizzare altri indici di *performance* che tengano conto della *loss aversion*, variando ad esempio la forma della funzione di utilità della Prospect Theory.

APPENDICE

Tabella 11. Matrici di transizione per la categoria di fondi LV.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	18	2	2	0	2	24	
	2	5	34	14	2	0	55	
	3	1	16	49	18	2	86	
	4	0	3	20	25	7	55	
	5	0	0	1	10	14	25	
	tot.	24	55	86	55	25	245	
$p_{o(w)} = 0,9580816$		$K_w = 0,7293444$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6440892 \quad 0,8145995]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(a=0.01)} = [0,6171208 \quad 0,841568]$						
$VAR(K_w) = 0,001892$		$Z = 11,325238$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M.Risk	1	1	2	9	3	9	24	
	2	6	11	14	15	9	55	
	3	6	23	32	20	5	86	
	4	3	12	26	12	2	55	
	5	8	7	5	5	0	25	
	tot.	24	55	86	55	25	245	
$p_{o(w)} = 0,8032653$		$K_w = -0,270263$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,3958909 \quad -0,1446351]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,4356303 \quad -0,1048957]$						
$VAR(K_w) = 0,0041083$		$Z = -4,1966358$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1	23	1	0	0	0	24	
	2	1	50	4	0	0	55	
	3	0	4	79	3	0	86	
	4	0	0	3	50	2	55	
	5	0	0	0	2	23	25	
	tot.	24	55	86	55	25	245	
$p_{o(w)} = 0,995102$		$K_w = 0,9683752$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9542022 \quad 0,9825482]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(a=0.01)} = [0,9497189 \quad 0,9870315]$						
$VAR(K_w) = 5,229E-05$		$Z = 15,036901$						

Tabella 12. (Continuazione).

		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
LAU	1	22	2	0	0	0	24
	2	2	42	10	0	1	55
	3	0	11	64	11	0	86
	4	0	0	12	39	4	55
	5	0	0	0	5	20	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9837551$		$K_w = 0,8951111$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,857044 \quad 0,9331781]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8450024 \quad 0,9452197]$					
$VAR(K_w) = 0,0003772$		$Z = 13,899258$					
							76,326531
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
LAP	1	6	7	4	2	5	24
	2	10	17	20	6	2	55
	3	3	17	43	18	5	86
	4	4	8	14	22	7	55
	5	1	6	5	7	6	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,8873878$		$K_w = 0,272893$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,1342344 \quad 0,4115516]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,090373 \quad 0,455413]$					
$VAR(K_w) = 0,0050047$		$Z = 4,2374747$					
							38,367347
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
MRAR	1	1	7	6	3	7	24
	2	6	10	22	10	7	55
	3	5	16	34	27	4	86
	4	4	14	19	11	7	55
	5	8	8	5	4	0	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,8171429$		$K_w = -0,1806594$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,3147209 \quad -0,0465979]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,357128 \quad -0,0041907]$					
$VAR(K_w) = 0,0046784$		$Z = -2,8052735$					
							22,857143

Tabella 13. (Continuazione).

		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	2	7	6	3	6	24	
	2	9	13	20	9	4	55	
	3	4	17	35	23	7	86	
	4	4	10	20	15	6	55	
	5	5	8	5	5	2	25	
	tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,8436327$		$K_w = -0,0096219$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,1497588 \quad 0,130515]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,1940878 \quad 0,174844]$						
$VAR(K_w) = 0,005112$		$Z = -0,1494086$						
		MRAR						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	19	3	0	1	1	24	
	2	5	36	12	2	0	55	
	3	0	13	56	15	2	86	
	4	0	3	17	29	6	55	
	5	0	0	1	8	16	25	
	tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,9661224$		$K_w = 0,7812618$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7083995 \quad 0,854124]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6853513 \quad 0,8771723]$						
$VAR(K_w) = 0,001382$		$Z = 12,131409$						
		MRAR						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	23	1	0	0	0	24	
	2	1	47	6	1	0	55	
	3	0	7	70	9	0	86	
	4	0	0	10	42	3	55	
	5	0	0	0	3	22	25	
	tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,9891837$		$K_w = 0,9301619$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9053488 \quad 0,954975]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8974997 \quad 0,962824]$						
$VAR(K_w) = 0,0001603$		$Z = 14,443526$						

Tabella 14. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
L.AU	Rating						
	1	20	4	0	0	0	24
	2	3	43	9	0	0	55
	3	0	8	62	16	0	86
	4	1	0	14	34	6	55
	5	0	0	1	5	19	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9807755$		$K_w = 0,8758726$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8350313 \quad 0,916714]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8221121 \quad 0,9296332]$					
$VAR(K_w) = 0,0004342$		$Z = 13,600524$					
							72,653061
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	Rating						
	1	22	2	0	0	0	24
	2	2	50	3	0	0	55
	3	0	3	81	2	0	86
	4	0	0	2	51	2	55
	5	0	0	0	2	23	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9955918$		$K_w = 0,9715377$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9583505 \quad 0,9847249]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,954179 \quad 0,9888963]$					
$VAR(K_w) = 4,527E-05$		$Z = 15,086008$					
							92,653061
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	Rating						
	1	18	6	0	0	0	24
	2	4	26	23	2	0	55
	3	2	19	44	17	4	86
	4	0	4	18	26	7	55
	5	0	0	1	10	14	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9612653$		$K_w = 0,7499005$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,692233 \quad 0,807568]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6739912 \quad 0,8258098]$					
$VAR(K_w) = 0,0008657$		$Z = 11,644432$					
							52,244898

Tabella 15. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	23	1	0	0	0	24
	2	1	47	5	1	1	55
	3	0	7	74	5	0	86
	4	0	0	7	46	2	55
	5	0	0	0	3	22	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,989102$		$K_w = 0,9296348$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8932919 \quad 0,9659777]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8817956 \quad 0,977474]$					
$VAR(K_w) = 0,0003438$		$Z = 14,435341$					
		86,530612					
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	21	3	0	0	0	24
	2	3	48	3	1	0	55
	3	0	4	79	3	0	86
	4	0	0	4	48	3	55
	5	0	0	0	3	22	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,9926122$		$K_w = 0,9522993$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9318093 \quad 0,9727892]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9253277 \quad 0,9792708]$					
$VAR(K_w) = 0,0001093$		$Z = 14,787274$					
		88,979592					
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	22	2	0	0	0	24
	2	2	47	6	0	0	55
	3	0	6	75	5	0	86
	4	0	0	5	49	1	55
	5	0	0	0	1	24	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{o(w)} = 0,9931429$		$K_w = 0,9557253$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9385709 \quad 0,9728797]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9331445 \quad 0,9783061]$					
$VAR(K_w) = 7,66E-05$		$Z = 14,840473$					
		88,571429					

Tabella 16. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
MRAR($\nu=5$)	1	19	5	0	0	0	24
	2	5	41	9	0	0	55
	3	0	9	63	13	1	86
	4	0	0	14	35	6	55
	5	0	0	0	7	18	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9823265$		$K_w = 0,8858872$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8564498 \quad 0,9153245]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,847138 \quad 0,9246363]$					
$VAR(K_w) = 0,0002256$		$Z = 13,756029$					
							71,836735
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
MRAR($\nu=5$)	1	22	2	0	0	0	24
	2	2	42	9	0	2	55
	3	0	11	67	8	0	86
	4	0	0	10	42	3	55
	5	0	0	0	5	20	25
tot.		24	55	86	55	25	245
$p_{\sigma(w)} = 0,9831837$		$K_w = 0,8914215$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8451229$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8449627 \quad 0,9378803]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0041473$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8302665 \quad 0,9525765]$					
$VAR(K_w) = 0,0005619$		$Z = 13,841966$					
							78,77551

Tabella 17. Matrici di transizione per la categoria di fondi LB.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		27	10	1	0	3	41
	2		14	50	19	8	2	93
	3		0	21	93	25	5	144
	4		0	11	28	39	14	92
	5		0	1	3	20	18	42
	tot.			41	93	144	92	42
$p_{o(w)} = 0,9496602$		$K_w = 0,676519$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6054676 \quad 0,7475705]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(a=0.01)} = [0,5829921 \quad 0,7700459]$						
$VAR(K_w) = 0,0013141$		$Z = 13,623124$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		1	6	5	5	24	41
	2		8	19	15	35	16	93
	3		14	26	67	36	1	144
	4		7	21	49	14	1	92
	5		11	21	8	2	0	42
	tot.			41	93	144	92	42
$p_{o(w)} = 0,7766505$		$K_w = -0,4352325$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,5231771 \quad -0,3472878]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,5509963 \quad -0,3194686]$						
$VAR(K_w) = 0,0020133$		$Z = -8,7643153$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		39	2	0	0	0	41
	2		2	85	6	0	0	93
	3		0	6	134	4	0	144
	4		0	0	4	85	3	92
	5		0	0	0	3	39	42
	tot.			41	93	144	92	42
$p_{o(w)} = 0,9956311$		$K_w = 0,9719255$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9617147 \quad 0,9821362]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(a=0.01)} = [0,9584848 \quad 0,9853661]$						
$VAR(K_w) = 2,714E-05$		$Z = 19,57175$						

Tabella 18. (Continuazione).

		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
LAU	1	35	6	0	0	0	41
	2	6	72	15	0	0	93
	3	0	15	116	11	2	144
	4	0	0	13	74	5	92
	5	0	0	0	7	35	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9874272$		$K_w = 0,9192077$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8992354 \quad 0,9391801]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8929176 \quad 0,9454978]$					
$VAR(K_w) = 0,0001038$		$Z = 18,510168$					
		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	11	11	11	3	5	41
	2	9	30	33	13	8	93
	3	6	23	61	47	7	144
	4	7	21	32	16	16	92
	5	8	8	7	13	6	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,8668689$		$K_w = 0,1445066$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,0344029 \quad 0,2546103]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,0004258 \quad 0,289439]$					
$VAR(K_w) = 0,0031557$		$Z = 2,9099426$					
		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1	3	8	13	7	10	41
	2	7	21	28	19	18	93
	3	2	17	64	50	11	144
	4	8	30	38	13	3	92
	5	21	17	1	3	0	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,7882524$		$K_w = -0,360679$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,4567577 \quad -0,2646003]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,4871499 \quad -0,2342081]$					
$VAR(K_w) = 0,0024029$		$Z = -7,2630252$					

Tabella 19. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	5	9	12	6	9	41
	2	6	23	31	19	14	93
	3	4	19	60	49	12	144
	4	8	26	39	12	7	92
	5	18	16	2	6	0	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,8049757$		$K_w = -0,2532159$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,3568043 \quad -0,1496276]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,389572 \quad -0,1168598]$					
$VAR(K_w) = 0,0027932$		$Z = -5,0990318$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AP	1	29	9	0	2	1	41
	2	12	57	16	7	1	93
	3	0	18	98	23	5	144
	4	0	8	28	41	15	92
	5	0	1	2	19	20	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,9583981$		$K_w = 0,7326681$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,6732831 \quad 0,7920531]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,654498 \quad 0,8108381]$					
$VAR(K_w) = 0,000918$		$Z = 14,753802$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	37	4	0	0	0	41
	2	4	80	9	0	0	93
	3	0	9	126	9	0	144
	4	0	0	9	79	4	92
	5	0	0	0	4	38	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,9924272$		$K_w = 0,9513375$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9376936 \quad 0,9649814]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9333776 \quad 0,9692973]$					
$VAR(K_w) = 4,846E-05$		$Z = 19,157168$					

Tabella 20. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
L.AU	Rating						
	1	31	10	0	0	0	41
	2	7	65	17	4	0	93
	3	2	14	102	25	1	144
	4	1	4	22	48	17	92
5	0	0	3	15	24	42	
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9716505$		$K_w = 0,8178275$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7789489 \quad 0,8567061]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7666505 \quad 0,8690044]$					
$VAR(K_w) = 0,0003935$		$Z = 16,468665$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	Rating						
	1	39	2	0	0	0	41
	2	2	89	2	0	0	93
	3	0	2	134	8	0	144
	4	0	0	8	82	2	92
5	0	0	0	2	40	42	
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9959223$		$K_w = 0,9737971$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9638908 \quad 0,9837034]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9607571 \quad 0,9868371]$					
$VAR(K_w) = 2,555E-05$		$Z = 19,609439$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	Rating						
	1	29	12	0	0	0	41
	2	9	59	23	2	0	93
	3	3	15	87	37	2	144
	4	0	7	31	40	14	92
5	0	0	3	13	26	42	
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9672573$		$K_w = 0,789597$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7500391 \quad 0,8291549]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7375258 \quad 0,8416681]$					
$VAR(K_w) = 0,0004073$		$Z = 15,900185$					

Tabella 21. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	37	4	0	0	0	41
	2	4	82	5	2	0	93
	3	0	7	130	6	1	144
	4	0	0	9	81	2	92
	5	0	0	0	3	39	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,9923544$		$K_w = 0,9508696$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9330207 \quad 0,9687184]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9273746 \quad 0,9743645]$					
$VAR(K_w) = 8,293E-05$		$Z = 19,147746$					
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	36	4	1	0	0	41
	2	5	80	6	2	0	93
	3	0	9	131	4	0	144
	4	0	0	6	83	3	92
	5	0	0	0	3	39	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,9923544$		$K_w = 0,9508696$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9331033 \quad 0,9686359]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9274833 \quad 0,9742558]$					
$VAR(K_w) = 8,216E-05$		$Z = 19,147746$					
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	35	6	0	0	0	41
	2	6	76	11	0	0	93
	3	0	11	119	14	0	144
	4	0	0	14	71	7	92
	5	0	0	0	7	35	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{o(w)} = 0,988932$		$K_w = 0,9288779$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9123693 \quad 0,9453864]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9071472 \quad 0,9506085]$					
$VAR(K_w) = 7,094E-05$		$Z = 18,704896$					

Tabella 22. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
MRAR($\gamma=5$)	1	33	8	0	0	0	41
	2	7	66	16	4	0	93
	3	1	16	100	26	1	144
	4	0	2	25	47	18	92
	5	0	1	3	15	23	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9728883$		$K_w = 0,8257819$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,7888138 \quad 0,8627501]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,7771198 \quad 0,8744441]$					
$VAR(K_w) = 0,0003557$		$Z = 16,628845$					
							65,291262
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
MRAR($\gamma=5$)	1	35	6	0	0	0	41
	2	6	74	11	0	2	93
	3	0	13	120	9	2	144
	4	0	0	13	77	2	92
	5	0	0	0	6	36	42
tot.		41	93	144	92	42	412
$p_{\sigma(w)} = 0,9864563$		$K_w = 0,9129689$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,844381$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,8826626 \quad 0,9432753]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0024661$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,8730759 \quad 0,952862]$					
$VAR(K_w) = 0,0002391$		$Z = 18,384537$					
							83,009709

Tabella 23. Matrici di transizione per la categoria di fondi LG.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		24	6	1	2	1	34
	2		9	37	23	8	0	77
	3		1	30	60	24	5	120
	4		0	4	35	29	9	77
	5		0	0	1	14	20	35
		tot.		34	77	120	77	35
$p_{o(w)} = 0,9530029$		$K_w = 0,6976986$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6311945 \quad 0,7642026]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(a=0.01)} = [0,6101575 \quad 0,7852396]$						
$VAR(K_w) = 0,0011513$		$Z = 12,819159$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		2	2	3	14	13	34
	2		1	3	31	27	15	77
	3		12	27	45	30	6	120
	4		6	28	37	5	1	77
	5		13	17	4	1	0	35
		tot.		34	77	120	77	35
$p_{o(w)} = 0,7582507$		$K_w = -0,5550146$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,6358325 \quad -0,4741968]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,6613973 \quad -0,4486319]$						
$VAR(K_w) = 0,0017002$		$Z = -10,197558$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1		32	2	0	0	0	34
	2		2	70	5	0	0	77
	3		0	5	110	5	0	120
	4		0	0	5	68	4	77
	5		0	0	0	4	31	35
		tot.		34	77	120	77	35
$p_{o(w)} = 0,9944023$		$K_w = 0,9639939$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9513422 \quad 0,9766455]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(a=0.01)} = [0,9473402 \quad 0,9806476]$						
$VAR(K_w) = 4,167E-05$		$Z = 17,711934$						

Tabella 24. (Continuazione).

		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
LAU	1	30	4	0	0	0	34
	2	4	63	10	0	0	77
	3	0	10	97	12	1	120
	4	0	0	13	57	7	77
	5	0	0	0	8	27	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9873761$		$K_w = 0,9187987$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8979188 \quad 0,9396785]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,891314 \quad 0,9462834]$					
$VAR(K_w) = 0,0001135$		$Z = 16,881541$					
		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	7	4	13	5	5	34
	2	11	18	25	15	8	77
	3	9	31	41	25	14	120
	4	3	15	27	25	7	77
	5	4	9	14	7	1	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,8506706$		$K_w = 0,0394615$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,0694826 \quad 0,1484056]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,1039445 \quad 0,1828675]$					
$VAR(K_w) = 0,0030895$		$Z = 0,7250461$					
		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1	4	1	11	6	12	34
	2	0	8	28	27	14	77
	3	5	29	42	36	8	120
	4	15	24	30	7	1	77
	5	10	15	9	1	0	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,7709621$		$K_w = -0,4732507$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,5634092 \quad -0,3830922]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,5919288 \quad -0,3545727]$					
$VAR(K_w) = 0,0021159$		$Z = -8,6952689$					

Tabella 25. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	4	2	11	6	11	34
	2	0	11	28	23	15	77
	3	13	22	41	36	8	120
	4	9	28	29	10	1	77
	5	8	14	11	2	0	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,7832653$		$K_w = -0,3941123$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,488052 \quad -0,3001725]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,5177677 \quad -0,2704569]$					
$VAR(K_w) = 0,0022971$		$Z = -7,2412188$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AP	1	25	6	1	1	1	34
	2	9	41	20	7	0	77
	3	0	30	63	25	2	120
	4	0	0	35	33	9	77
	5	0	0	1	11	23	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,96207$		$K_w = 0,756021$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,6979171 \quad 0,8141248]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6795373 \quad 0,8325046]$					
$VAR(K_w) = 0,0008788$		$Z = 13,890746$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	31	3	0	0	0	34
	2	3	69	5	0	0	77
	3	0	5	106	8	1	120
	4	0	0	9	65	3	77
	5	0	0	0	4	31	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,9922741$		$K_w = 0,950304$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9333368 \quad 0,9672713]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9279696 \quad 0,9726385]$					
$VAR(K_w) = 7,494E-05$		$Z = 17,460405$					

Tabella 26. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
LAU	1	27	7	0	0	0	34
	2	4	48	25	0	0	77
	3	3	21	66	30	0	120
	4	0	1	28	39	9	77
	5	0	0	1	8	26	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9732653$		$K_w = 0,8280332$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7929819 \quad 0,8630846]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7818942 \quad 0,8741722]$					
$VAR(K_w) = 0,0003198$		$Z = 15,213863$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
Dev.St.	1	33	1	0	0	0	34
	2	1	74	2	0	0	77
	3	0	2	115	3	0	120
	4	0	0	3	74	0	77
	5	0	0	0	0	35	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9979009$		$K_w = 0,9864977$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9787236 \quad 0,9942718]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9762644 \quad 0,996731]$					
$VAR(K_w) = 1,573E-05$		$Z = 18,125408$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
	Rating						
DownsideDev.	1	27	6	1	0	0	34
	2	5	59	12	1	0	77
	3	2	11	85	22	0	120
	4	0	1	20	39	17	77
	5	0	0	2	15	18	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9760058$		$K_w = 0,8456612$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8126558 \quad 0,8786667]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8022152 \quad 0,8891072]$					
$VAR(K_w) = 0,0002836$		$Z = 15,537751$					

Tabella 27. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	32	1	0	0	1	34
	2	2	63	10	2	0	77
	3	0	13	100	7	0	120
	4	0	0	10	63	4	77
	5	0	0	0	5	30	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,9865306$		$K_w = 0,9133603$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8715634 \quad 0,9551571]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,858342 \quad 0,9683785]$					
$VAR(K_w) = 0,0004548$		$Z = 16,781618$					
		83,965015					
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	30	2	2	0	0	34
	2	4	64	9	0	0	77
	3	0	11	100	9	0	120
	4	0	0	9	64	4	77
	5	0	0	0	4	31	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,9894461$		$K_w = 0,9321134$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9110875 \quad 0,9531393]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9044365 \quad 0,9597904]$					
$VAR(K_w) = 0,0001151$		$Z = 17,12618$					
		84,25656					
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	26	8	0	0	0	34
	2	8	55	14	0	0	77
	3	0	14	93	13	0	120
	4	0	0	13	63	1	77
	5	0	0	0	1	34	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{o(w)} = 0,9874052$		$K_w = 0,9189862$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8990268 \quad 0,9389456]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8927131 \quad 0,9452593]$					
$VAR(K_w) = 0,0001037$		$Z = 16,884987$					
		79,008746					

Tabella 28. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
MRAR($\nu=5$)	1	27	7	0	0	0	34
	2	7	53	17	0	0	77
	3	0	16	76	28	0	120
	4	0	1	27	41	8	77
	5	0	0	0	8	27	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9786297$		$K_w = 0,8625391$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,8345746 \quad 0,8905036]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,8257287 \quad 0,8993495]$					
$VAR(K_w) = 0,0002036$		$Z = 15,847856$					
							65,306122
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
Rating							
MRAR($\nu=5$)	1	30	3	0	0	1	34
	2	4	56	14	3	0	77
	3	0	18	91	11	0	120
	4	0	0	15	55	7	77
	5	0	0	0	8	27	35
tot.		34	77	120	77	35	343
$p_{\sigma(w)} = 0,9809038$		$K_w = 0,8771666$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8445357$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,8328052 \quad 0,921528]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0029622$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,8187724 \quad 0,9355607]$					
$VAR(K_w) = 0,0005123$		$Z = 16,116614$					
							75,510204

Tabella 29. Matrici di transizione per la categoria di fondi MV.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		3	3	0	0	0	6
	2		1	5	8	0	0	14
	3		2	4	8	5	2	21
	4		0	1	4	6	2	13
	5		0	1	1	2	2	6
	tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,9366667$		$K_w = 0,5913393$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(a=0.05)} = [0,4236843 \quad 0,7589942]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(a=0.01)} = [0,3706506 \quad 0,8120279]$						
$VAR(K_w) = 0,0073168$		$Z = 4,5440758$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		1	1	1	0	3	6
	2		0	4	7	2	1	14
	3		1	4	5	9	2	21
	4		2	2	7	2	0	13
	5		2	3	1	0	0	6
	tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,7951667$		$K_w = -0,3216949$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,5781554 \quad -0,0652344]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,6592806 \quad 0,0158909]$						
$VAR(K_w) = 0,017121$		$Z = -2,4720257$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		5	1	0	0	0	6
	2		1	12	1	0	0	14
	3		0	1	18	2	0	21
	4		0	0	2	11	0	13
	5		0	0	0	0	6	6
	tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,992$		$K_w = 0,9483797$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9109504 \quad 0,985809]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(a=0.01)} = [0,8991105 \quad 0,9976489]$						
$VAR(K_w) = 0,0003647$		$Z = 7,2877104$						

Tabella 30. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1	4	2	0	0	0	6	
	2	2	9	3	0	0	14	
	3	0	3	14	4	0	21	
	4	0	0	4	9	0	13	
	5	0	0	0	0	6	6	
tot.		6	14	21	13	6	60	
$p_{\sigma(w)} = 0,982$		$K_w = 0,8838543$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8245894 \quad 0,9431192]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8058424 \quad 0,9618662]$						
$VAR(K_w) = 0,0009143$		$Z = 6,7918728$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	2	1	2	1	0	6	
	2	1	9	3	0	1	14	
	3	2	3	8	6	2	21	
	4	1	0	6	5	1	13	
	5	0	1	2	1	2	6	
tot.		6	14	21	13	6	60	
$p_{\sigma(w)} = 0,9073333$		$K_w = 0,4020648$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,1764806 \quad 0,6276491]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,1051223 \quad 0,6990073]$						
$VAR(K_w) = 0,0132466$		$Z = 3,089619$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1	2	0	1	1	2	6	
	2	0	5	4	3	2	14	
	3	1	7	6	6	1	21	
	4	0	1	8	3	1	13	
	5	3	1	2	0	0	6	
tot.		6	14	21	13	6	60	
$p_{\sigma(w)} = 0,8158333$		$K_w = -0,1883424$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,4849009 \quad 0,1082161]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,5787103 \quad 0,2020254]$						
$VAR(K_w) = 0,0228933$		$Z = -1,4472948$						

Tabella 31. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	2	1	1	1	1	6
	2	1	5	4	2	2	14
	3	0	7	5	7	2	21
	4	0	0	9	3	1	13
	5	3	1	2	0	0	6
tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,8368333$		$K_w = -0,0528391$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,3527234 \quad 0,2470452]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,4475847 \quad 0,3419065]$					
$VAR(K_w) = 0,0234097$		$Z = -0,4060359$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	4	2	0	0	0	6
	2	1	6	7	0	0	14
	3	1	5	10	3	2	21
	4	0	1	3	7	2	13
	5	0	0	1	3	2	6
tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,9531667$		$K_w = 0,6978061$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,5712376 \quad 0,8243746]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,5312007 \quad 0,8644116]$					
$VAR(K_w) = 0,00417$		$Z = 5,3622078$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	5	1	0	0	0	6
	2	1	11	2	0	0	14
	3	0	2	17	2	0	21
	4	0	0	2	11	0	13
	5	0	0	0	0	6	6
tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{o(w)} = 0,99$		$K_w = 0,9354746$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8926785 \quad 0,9782707]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8791409 \quad 0,9918083]$					
$VAR(K_w) = 0,0004768$		$Z = 7,1885429$					

Tabella 32. (Continuazione).

		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L.AU	1	5	1	0	0	0	0	6
	2	1	8	5	0	0	0	14
	3	0	5	11	4	1	0	21
	4	0	0	3	7	3	0	13
	5	0	0	2	2	2	0	6
tot.		6	14	21	13	6	0	60
$p_{\sigma(w)} = 0,9635$		$K_w = 0,7644824$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,6583514 \quad 0,8706133]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6247793 \quad 0,9041854]$						
$VAR(K_w) = 0,0029321$		$Z = 5,8745733$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	1	6	0	0	0	0	0	6
	2	0	14	0	0	0	0	14
	3	0	0	20	1	0	0	21
	4	0	0	1	12	0	0	13
	5	0	0	0	0	0	6	6
tot.		6	14	21	13	6	0	60
$p_{\sigma(w)} = 0,998$		$K_w = 0,9870949$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9687571 \quad 1,0054327]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9629564 \quad 1,0112334]$						
$VAR(K_w) = 8,753E-05$		$Z = 7,5852129$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	1	4	2	0	0	0	0	6
	2	2	8	4	0	0	0	14
	3	0	4	12	5	0	0	21
	4	0	0	5	7	1	0	13
	5	0	0	0	1	5	0	6
tot.		6	14	21	13	6	0	60
$p_{\sigma(w)} = 0,976$		$K_w = 0,8451391$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7764545 \quad 0,9138237]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7547277 \quad 0,9355505]$						
$VAR(K_w) = 0,001228$		$Z = 6,4943703$						

Tabella 33. (Continuazione).

		MRAR						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	5	1	0	0	0	0	6
	2	1	11	2	0	0	0	14
	3	0	2	17	2	0	0	21
	4	0	0	2	11	0	0	13
	5	0	0	0	0	0	6	6
tot.		6	14	21	13	6		60
$p_{o(w)} = 0,99$		$K_w = 0,9354746$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8926785 \quad 0,9782707]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8791409 \quad 0,9918083]$						
$VAR(K_w) = 0,0004768$		$Z = 7,1885429$						
		83,333333						
		LAU						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	5	1	0	0	0	0	6
	2	1	12	1	0	0	0	14
	3	0	1	20	0	0	0	21
	4	0	0	0	13	0	0	13
	5	0	0	0	0	0	6	6
tot.		6	14	21	13	6		60
$p_{o(w)} = 0,996$		$K_w = 0,9741898$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9489324 \quad 0,9994473]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9409428 \quad 1,0074369]$						
$VAR(K_w) = 0,0001661$		$Z = 7,4860454$						
		93,333333						
		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	6	0	0	0	0	0	6
	2	0	10	4	0	0	0	14
	3	0	4	15	2	0	0	21
	4	0	0	2	11	0	0	13
	5	0	0	0	0	0	6	6
tot.		6	14	21	13	6		60
$p_{o(w)} = 0,988$		$K_w = 0,9225695$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8724402 \quad 0,9726989]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,856583 \quad 0,9885561]$						
$VAR(K_w) = 0,0006541$		$Z = 7,0893753$						
		80						

Tabella 34. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	Rating						
	1	5	1	0	0	0	6
	2	1	8	5	0	0	14
	3	0	5	11	4	1	21
	4	0	0	3	7	3	13
5	0	0	2	2	2	6	
tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{\sigma(w)} = 0,9635$		$K_w = 0,7644824$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,6583514 \quad 0,8706133]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6247793 \quad 0,9041854]$					
$VAR(K_w) = 0,0029321$		$Z = 5,8745733$					
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	Rating						
	1	4	2	0	0	0	6
	2	2	9	3	0	0	14
	3	0	3	14	4	0	21
	4	0	0	4	9	0	13
5	0	0	0	0	6	6	
tot.		6	14	21	13	6	60
$p_{\sigma(w)} = 0,982$		$K_w = 0,8838543$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8450222$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8245894 \quad 0,9431192]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0169349$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8058424 \quad 0,9618662]$					
$VAR(K_w) = 0,0009143$		$Z = 6,7918728$					

Tabella 35. Matrici di transizione per la categoria di fondi MB.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		7	2	3	0	0	12
	2		4	13	5	4	1	27
	3		0	10	24	6	2	42
	4		0	2	9	13	2	26
	5		1	0	1	3	7	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9410084$		$K_w = 0,6200677$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(a=0.05)} = [0,47454 \quad 0,7655953]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(a=0.01)} = [0,4285057 \quad 0,8116296]$						
$VAR(K_w) = 0,0055129$		$Z = 6,7105539$						
		53,781513						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		1	1	2	3	5	12
	2		3	3	9	6	6	27
	3		2	11	17	11	1	42
	4		2	9	9	6	0	26
	5		4	3	5	0	0	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,7837815$		$K_w = -0,392544$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,5623106 \quad -0,2227774]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,6160123 \quad -0,1690757]$						
$VAR(K_w) = 0,0075023$		$Z = -4,2482259$						
		22,689076						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		11	1	0	0	0	12
	2		1	21	5	0	0	27
	3		0	5	35	2	0	42
	4		0	0	2	22	2	26
	5		0	0	0	2	10	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,989916$		$K_w = 0,9350543$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9053791 \quad 0,9647295]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(a=0.01)} = [0,895992 \quad 0,9741166]$						
$VAR(K_w) = 0,0002292$		$Z = 10,119431$						
		83,193277						

Tabella 36. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1		9	2	1	0	0	12
	2		3	18	6	0	0	27
	3		0	7	29	6	0	42
	4		0	0	6	18	2	26
	5		0	0	0	2	10	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,9807563$		$K_w = 0,876062$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8283685 \quad 0,9237554]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8132818 \quad 0,9388421]$						
$VAR(K_w) = 0,0005921$		$Z = 9,480999$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		4	5	2	1	0	12
	2		4	7	9	4	3	27
	3		1	9	21	10	1	42
	4		1	2	9	8	6	26
	5		2	4	1	3	2	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,89$		$K_w = 0,2915507$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,0962042 \quad 0,4868972]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,0344109 \quad 0,5486905]$						
$VAR(K_w) = 0,0099334$		$Z = 3,1552469$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		1	3	3	2	3	12
	2		3	5	10	7	2	27
	3		1	8	17	10	6	42
	4		2	6	12	5	1	26
	5		5	5	0	2	0	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,8079832$		$K_w = -0,2366743$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,4272153 \quad -0,0461334]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,4874884 \quad 0,0141398]$						
$VAR(K_w) = 0,0094507$		$Z = -2,5613586$						

Tabella 37. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	3	3	3	2	1	12
	2	1	7	11	4	4	27
	3	3	8	16	10	5	42
	4	1	4	11	8	2	26
	5	4	5	1	2	0	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,8352941$		$K_w = -0,0607797$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,2599067 \quad 0,1383472]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,3228958 \quad 0,2013364]$					
$VAR(K_w) = 0,0103216$		$Z = -0,6577758$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	7	5	0	0	0	12
	2	4	14	5	3	1	27
	3	0	8	27	6	1	42
	4	0	0	9	15	2	26
	5	1	0	1	2	8	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9557143$		$K_w = 0,7147801$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,5822562 \quad 0,8473041]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,5403353 \quad 0,889225]$					
$VAR(K_w) = 0,0045717$		$Z = 7,73556$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	9	3	0	0	0	12
	2	3	20	4	0	0	27
	3	0	4	34	4	0	42
	4	0	0	4	21	1	26
	5	0	0	0	1	11	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9878992$		$K_w = 0,9220652$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8896817 \quad 0,9544486]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,879438 \quad 0,9646923]$					
$VAR(K_w) = 0,000273$		$Z = 9,9788591$					

Tabella 38. (Continuazione).

		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L.AU	1		9	3	0	0	0	12
	2		3	18	5	0	1	27
	3		0	5	31	6	0	42
	4		0	1	5	18	2	26
	5		0	0	1	2	9	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,9754622$		$K_w = 0,8419655$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7641491 \quad 0,9197819]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7395337 \quad 0,9443973]$						
$VAR(K_w) = 0,0015763$		$Z = 9,1119968$						
		71,428571						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	1		11	1	0	0	0	12
	2		1	26	0	0	0	27
	3		0	0	41	1	0	42
	4		0	0	1	24	1	26
	5		0	0	0	1	11	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,9969748$		$K_w = 0,9805163$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9651746 \quad 0,995858]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9603216 \quad 1,000711]$						
$VAR(K_w) = 6,127E-05$		$Z = 10,611434$						
		94,957983						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	1		7	5	0	0	0	12
	2		3	16	7	1	0	27
	3		2	4	30	6	0	42
	4		0	2	4	15	5	26
	5		0	0	1	4	7	12
tot.			12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,9682353$		$K_w = 0,7954211$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,721635 \quad 0,8692071]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6982945 \quad 0,8925476]$						
$VAR(K_w) = 0,0014172$		$Z = 8,6082795$						
		63,02521						

Tabella 39. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	1	8	4	0	0	0	12
	2	4	19	4	0	0	27
	3	0	4	33	4	1	42
	4	0	0	5	20	1	26
	5	0	0	0	2	10	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9837815$		$K_w = 0,8955457$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,852744 \quad 0,9383473]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8392048 \quad 0,9518866]$					
$VAR(K_w) = 0,0004769$		$Z = 9,6918574$					
		75,630252					
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	8	3	0	1	0	12
	2	4	19	4	0	0	27
	3	0	5	36	1	0	42
	4	0	0	2	23	1	26
	5	0	0	0	1	11	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9847059$		$K_w = 0,901499$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8365021 \quad 0,966496]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8159418 \quad 0,9870562]$					
$VAR(K_w) = 0,0010997$		$Z = 9,7562864$					
		81,512605					
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($\nu_1=\nu_2=1$)	1	10	2	0	0	0	12
	2	2	21	4	0	0	27
	3	0	4	34	4	0	42
	4	0	0	4	20	2	26
	5	0	0	0	2	10	12
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{o(w)} = 0,9878992$		$K_w = 0,9220652$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8897039 \quad 0,9544264]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8794671 \quad 0,9646632]$					
$VAR(K_w) = 0,0002726$		$Z = 9,9788591$					
		79,831933					

Tabella 40. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	Rating						
	1	11	1	0	0	0	12
	2	1	21	4	0	1	27
	3	0	5	32	5	0	42
	4	0	0	6	18	2	26
5	0	0	0	3	9	12	
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,9816807$		$K_w = 0,8820153$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,814044 \quad 0,9499866]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7925429 \quad 0,9714878]$					
$VAR(K_w) = 0,0012026$		$Z = 9,545428$					
							76,470588
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	Rating						
	1	8	2	2	0	0	12
	2	4	16	6	1	0	27
	3	0	9	27	5	1	42
	4	0	0	7	17	2	26
5	0	0	0	3	9	12	
tot.		12	27	42	26	12	119
$p_{\sigma(w)} = 0,972437$		$K_w = 0,8224818$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8447313$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7558863 \quad 0,8890772]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0085381$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7348205 \quad 0,9101431]$					
$VAR(K_w) = 0,0011545$		$Z = 8,9011384$					
							64,705882

Tabella 41. Matrici di transizione per la categoria di fondi MG.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		13	3	2	2	0	20
	2		5	30	6	2	1	44
	3		2	11	46	8	2	69
	4		0	0	11	23	10	44
	5		0	0	4	9	7	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9570558$		$K_w = 0,7249366$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6438108 \quad 0,8060624]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(a=0.01)} = [0,6181486 \quad 0,8317247]$						
$VAR(K_w) = 0,0017132$		$Z = -10,094752$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		2	0	5	7	6	20
	2		4	11	13	7	9	44
	3		4	19	27	15	4	69
	4		5	10	13	15	1	44
	5		5	4	11	0	0	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,801269$		$K_w = -0,2728997$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,406917 \quad -0,1388823]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,4493103 \quad -0,0964891]$						
$VAR(K_w) = 0,0046753$		$Z = -3,8001315$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		18	2	0	0	0	20
	2		2	41	1	0	0	44
	3		0	1	64	4	0	69
	4		0	0	4	37	3	44
	5		0	0	0	3	17	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9939086$		$K_w = 0,9609839$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(a=0.05)} = [0,9439833 \quad 0,9779846]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(a=0.01)} = [0,9386055 \quad 0,9833623]$						
$VAR(K_w) = 7,523E-05$		$Z = 13,381714$						

Tabella 42. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1		16	4	0	0	0	20
	2		4	35	3	2	0	44
	3		0	5	59	5	0	69
	4		0	0	7	33	4	44
	5		0	0	0	4	16	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,9864975$		$K_w = 0,9135144$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8810661 \quad 0,9459626]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8708019 \quad 0,9562268]$						
$VAR(K_w) = 0,0002741$		$Z = 12,7207$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		6	5	5	2	2	20
	2		5	14	15	8	2	44
	3		6	11	31	13	8	69
	4		3	11	15	11	4	44
	5		0	3	3	10	4	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,8856345$		$K_w = 0,2674731$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,1289952 \quad 0,4059509]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,085191 \quad 0,4497552]$						
$VAR(K_w) = 0,0049917$		$Z = 3,724566$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1		2	4	6	4	4	20
	2		0	12	17	10	5	44
	3		8	13	26	14	8	69
	4		7	6	16	12	3	44
	5		3	9	4	4	0	20
tot.			20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,8184772$		$K_w = -0,1626792$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,299576 \quad -0,0257825]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,3428801 \quad 0,0175216]$						
$VAR(K_w) = 0,0048784$		$Z = -2,2653105$						

Tabella 43. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	2	5	7	3	3	20
	2	4	10	14	10	6	44
	3	6	14	28	14	7	69
	4	5	7	16	12	4	44
	5	3	8	4	5	0	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,8318274$		$K_w = -0,077169$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,2192106 \quad 0,0648726]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,2641421 \quad 0,1098041]$					
$VAR(K_w) = 0,0052519$		$Z = -1,0745792$					
		26,395939					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AP	1	14	2	4	0	0	20
	2	5	31	6	2	0	44
	3	1	11	48	9	0	69
	4	0	0	9	25	10	44
	5	0	0	2	8	10	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9703046$		$K_w = 0,8097966$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7557611 \quad 0,8638321]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7386683 \quad 0,8809249]$					
$VAR(K_w) = 0,0007601$		$Z = 11,276428$					
		64,974619					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	18	2	0	0	0	20
	2	2	37	5	0	0	44
	3	0	5	61	3	0	69
	4	0	0	3	40	1	44
	5	0	0	0	1	19	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9932995$		$K_w = 0,9570823$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9385195 \quad 0,9756451]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9326476 \quad 0,981517]$					
$VAR(K_w) = 8,97E-05$		$Z = 13,327384$					
		88,832487					

Tabella 44. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
L.AU	Rating						
	1	15	5	0	0	0	20
	2	5	30	9	0	0	44
	3	0	8	53	7	1	69
	4	0	1	7	28	8	44
5	0	0	0	9	11	20	
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,979797$		$K_w = 0,8705967$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8345485 \quad 0,9066448]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8231455 \quad 0,9180478]$					
$VAR(K_w) = 0,0003383$		$Z = 12,12307$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	Rating						
	1	16	4	0	0	0	20
	2	4	37	3	0	0	44
	3	0	3	65	1	0	69
	4	0	0	1	42	1	44
5	0	0	0	1	19	20	
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,9945178$		$K_w = 0,9648855$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9488798 \quad 0,9808913]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9438167 \quad 0,9859543]$					
$VAR(K_w) = 6,669E-05$		$Z = 13,436044$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	Rating						
	1	13	7	0	0	0	20
	2	7	21	15	1	0	44
	3	0	12	41	14	2	69
	4	0	4	13	21	6	44
5	0	0	0	8	12	20	
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,9661421$		$K_w = 0,7831356$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7272778 \quad 0,8389934]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7096085 \quad 0,8566628]$					
$VAR(K_w) = 0,0008122$		$Z = 10,905174$					

Tabella 45. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\nu=5$)	1	16	1	3	0	0	20
	2	4	37	3	0	0	44
	3	0	6	57	6	0	69
	4	0	0	6	36	2	44
	5	0	0	0	2	18	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9870558$		$K_w = 0,9170908$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8823306 \quad 0,9518511]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,871335 \quad 0,9628467]$					
$VAR(K_w) = 0,0003145$		$Z = 12,770502$					
							83,248731
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	14	6	0	0	0	20
	2	6	35	3	0	0	44
	3	0	3	63	3	0	69
	4	0	0	3	40	1	44
	5	0	0	0	1	19	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9920812$		$K_w = 0,9492791$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9301302 \quad 0,968428]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9240729 \quad 0,9744853]$					
$VAR(K_w) = 9,545E-05$		$Z = 13,218724$					
							86,80203
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($\nu_1=\nu_2=1$)	1	16	4	0	0	0	20
	2	4	35	5	0	0	44
	3	0	5	60	4	0	69
	4	0	0	4	36	4	44
	5	0	0	0	4	16	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{o(w)} = 0,9896447$		$K_w = 0,9336727$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9115125 \quad 0,9558328]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9045026 \quad 0,9628427]$					
$VAR(K_w) = 0,0001278$		$Z = 13,001404$					
							82,741117

Tabella 46. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	18	2	0	0	0	20
	2	2	36	6	0	0	44
	3	0	6	56	7	0	69
	4	0	0	7	29	8	44
	5	0	0	0	8	12	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,9859898$		$K_w = 0,910263$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8843032 \quad 0,9362228]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8760915 \quad 0,9444346]$					
$VAR(K_w) = 0,0001754$		$Z = 12,675425$					
		76,649746					
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	15	2	1	2	0	20
	2	5	35	3	1	0	44
	3	0	7	55	6	1	69
	4	0	0	10	30	4	44
	5	0	0	0	5	15	20
tot.		20	44	69	44	20	197
$p_{\sigma(w)} = 0,9777157$		$K_w = 0,8572662$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8438754$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7960692 \quad 0,9184632]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0051571$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7767109 \quad 0,9378214]$					
$VAR(K_w) = 0,0009749$		$Z = 11,937443$					
		76,142132					

Tabella 47. Matrici di transizione per la categoria di fondi SV.

		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	6	2	0	0	0	8
	2	2	9	5	1	1	18
	3	0	5	16	7	0	28
	4	0	2	4	9	3	18
	5	0	0	3	1	4	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,9525$		$K_w = 0,6935731$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,556996 \quad 0,8301502]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,513793 \quad 0,8733532]$					
$VAR(K_w) = 0,0048556$		$Z = 6,1541816$					
		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1	1	1	2	2	2	8
	2	3	4	6	4	1	18
	3	4	2	10	9	3	28
	4	0	8	6	3	1	18
	5	0	3	4	0	1	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,833875$		$K_w = -0,0716878$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,2940755 \quad 0,1507]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,3644226 \quad 0,2210471]$					
$VAR(K_w) = 0,0128739$		$Z = -0,6360967$					
		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1	8	0	0	0	0	8
	2	0	15	3	0	0	18
	3	0	3	21	4	0	28
	4	0	0	4	14	0	18
	5	0	0	0	0	8	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,9895$		$K_w = 0,9322635$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8922855 \quad 0,9722416]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8796394 \quad 0,9848877]$					
$VAR(K_w) = 0,000416$		$Z = 8,2721188$					

Tabella 48. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1		7	1	0	0	0	8
	2		1	11	6	0	0	18
	3		0	6	15	7	0	28
	4		0	0	6	10	2	18
	5		0	0	1	1	6	8
tot.			8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,974375$		$K_w = 0,8346908$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7634135 \quad 0,905968]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7408666 \quad 0,9285149]$						
$VAR(K_w) = 0,0013225$		$Z = 7,4063404$						
							61,25	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		2	4	2	0	0	8
	2		3	7	4	3	1	18
	3		2	5	13	7	1	28
	4		1	2	7	6	2	18
	5		0	0	2	2	4	8
tot.			8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,923$		$K_w = 0,5032659$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,3334457 \quad 0,673086]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,2797271 \quad 0,7268046]$						
$VAR(K_w) = 0,007507$		$Z = 4,465556$						
							40	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		1	3	4	0	0	8
	2		3	5	2	5	3	18
	3		1	7	11	7	2	28
	4		1	2	8	5	2	18
	5		2	1	3	1	1	8
tot.			8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,862125$		$K_w = 0,1105556$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,1186868 \quad 0,339798]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,1912022 \quad 0,4123134]$						
$VAR(K_w) = 0,0136797$		$Z = 0,980977$						
							28,75	

Tabella 49. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	2	3	3	0	0	8
	2	2	6	4	4	2	18
	3	1	6	13	7	1	28
	4	2	2	6	5	3	18
	5	1	1	2	2	2	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,887125$		$K_w = 0,2718329$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,0456509 \quad 0,4980149]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,0258964 \quad 0,5695623]$					
$VAR(K_w) = 0,0133169$		$Z = 2,4120156$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	6	2	0	0	0	8
	2	2	12	3	0	1	18
	3	0	3	20	5	0	28
	4	0	1	4	10	3	18
	5	0	0	1	3	4	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,968$		$K_w = 0,793565$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,6829467 \quad 0,9041834]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,6479552 \quad 0,9391749]$					
$VAR(K_w) = 0,0031852$		$Z = 7,0414256$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	7	1	0	0	0	8
	2	1	14	3	0	0	18
	3	0	3	21	4	0	28
	4	0	0	4	12	2	18
	5	0	0	0	2	6	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{o(w)} = 0,985$		$K_w = 0,9032336$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8584416 \quad 0,9480256]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8442727 \quad 0,9621945]$					
$VAR(K_w) = 0,0005223$		$Z = 8,0145318$					

Tabella 50. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
L.AU	Rating						
	1	7	1	0	0	0	8
	2	1	14	3	0	0	18
	3	0	2	23	3	0	28
	4	0	1	2	13	2	18
5	0	0	0	2	6	8	
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,984875$		$K_w = 0,9024272$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8463663 \quad 0,9584882]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8286327 \quad 0,9762218]$					
$VAR(K_w) = 0,0008181$		$Z = 8,0073766$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	Rating						
	1	8	0	0	0	0	8
	2	0	17	1	0	0	18
	3	0	1	25	2	0	28
	4	0	0	2	16	0	18
5	0	0	0	0	8	8	
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,9955$		$K_w = 0,9709701$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9464235 \quad 0,9955167]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9386587 \quad 1,0032815]$					
$VAR(K_w) = 0,0001568$		$Z = 8,615568$					
		M.Risk					
		1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	Rating						
	1	6	2	0	0	0	8
	2	2	13	3	0	0	18
	3	0	3	20	5	0	28
	4	0	0	4	11	3	18
5	0	0	1	2	5	8	
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,978875$		$K_w = 0,8637207$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8030907 \quad 0,9243506]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7839118 \quad 0,9435295]$					
$VAR(K_w) = 0,0009569$		$Z = 7,6639274$					

Tabella 51. (Continuazione).

		MRAR						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	6	2	0	0	0	8	
	2	2	13	3	0	0	18	
	3	0	3	21	3	1	28	
	4	0	0	4	13	1	18	
	5	0	0	0	2	6	8	
tot.		8	18	28	18	8	80	
$p_{o(w)} = 0,981875$		$K_w = 0,8830739$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8249464 \quad 0,9412015]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8065591 \quad 0,9595888]$						
$VAR(K_w) = 0,0008795$		$Z = 7,835652$						
		LAU						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	6	1	0	1	0	8	
	2	2	14	2	0	0	18	
	3	0	3	22	3	0	28	
	4	0	0	4	12	2	18	
	5	0	0	0	2	6	8	
tot.		8	18	28	18	8	80	
$p_{o(w)} = 0,97875$		$K_w = 0,8629143$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7673883 \quad 0,9584402]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7371709 \quad 0,9886576]$						
$VAR(K_w) = 0,0023754$		$Z = 7,6567722$						
		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	7	1	0	0	0	8	
	2	1	15	2	0	0	18	
	3	0	1	25	2	0	28	
	4	0	1	1	15	1	18	
	5	0	0	0	1	7	8	
tot.		8	18	28	18	8	80	
$p_{o(w)} = 0,989375$		$K_w = 0,9314571$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8810959 \quad 0,9818184]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8651653 \quad 0,997749]$						
$VAR(K_w) = 0,0006602$		$Z = 8,2649636$						

Tabella 52. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	8	0	0	0	0	8
	2	0	16	2	0	0	18
	3	0	2	24	2	0	28
	4	0	0	2	14	2	18
	5	0	0	0	2	6	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,991$		$K_w = 0,9419402$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,9081108 \quad 0,9757695]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,8974097 \quad 0,9864707]$					
$VAR(K_w) = 0,0002979$		$Z = 8,3579811$					
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	6	2	0	0	0	8
	2	2	10	6	0	0	18
	3	0	6	14	7	1	28
	4	0	0	7	10	1	18
	5	0	0	1	1	6	8
tot.		8	18	28	18	8	80
$p_{\sigma(w)} = 0,96975$		$K_w = 0,8048544$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8449875$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,7232528 \quad 0,8864561]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0127012$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,69744 \quad 0,9122688]$					
$VAR(K_w) = 0,0017333$		$Z = 7,1415983$					

Tabella 53. Matrici di transizione per la categoria di fondi SB.

		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	8	5	0	0	1	14
	2	5	16	7	2	1	31
	3	1	10	30	7	0	48
	4	0	0	10	17	4	31
	5	0	0	1	5	7	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9581022$		$K_w = 0,7276606$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6129546 \quad 0,8423666]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(a=0.01)} = [0,57667 \quad 0,8786512]$					
$VAR(K_w) = 0,003425$		$Z = 8,448758$					
		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1	2	3	0	5	4	14
	2	3	8	10	5	5	31
	3	5	9	23	9	2	48
	4	2	8	10	9	2	31
	5	2	3	5	3	0	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,8278102$		$K_w = -0,1192485$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,3019544 \quad 0,0634574]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,3597491 \quad 0,1212522]$					
$VAR(K_w) = 0,0086895$		$Z = -1,3845763$					
		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1	10	4	0	0	0	14
	2	4	25	2	0	0	31
	3	0	2	42	3	1	48
	4	0	0	4	26	1	31
	5	0	0	0	2	11	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9885401$		$K_w = 0,92551$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(a=0.05)} = [0,8912593 \quad 0,9597606]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(a=0.01)} = [0,8804249 \quad 0,970595]$					
$VAR(K_w) = 0,0003054$		$Z = 10,745957$					

Tabella 54. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1		9	5	0	0	0	14
	2		5	23	3	0	0	31
	3		0	3	37	6	2	48
	4		0	0	8	23	0	31
	5		0	0	0	2	11	13
tot.			14	31	48	31	13	137
$p_{\sigma(w)} = 0,9823358$		$K_w = 0,885181$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,840001 \quad 0,930361]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8257093 \quad 0,9446526]$						
$VAR(K_w) = 0,0005313$		$Z = 10,277703$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		6	5	2	1	0	14
	2		3	10	12	4	2	31
	3		2	10	22	10	4	48
	4		2	4	9	13	3	31
	5		1	2	3	3	4	13
tot.			14	31	48	31	13	137
$p_{\sigma(w)} = 0,9053285$		$K_w = 0,3846268$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,2207232 \quad 0,5485305]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,1688761 \quad 0,6003775]$						
$VAR(K_w) = 0,006993$		$Z = 4,4658445$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR	1		4	5	3	1	1	14
	2		1	8	10	8	4	31
	3		2	10	23	10	3	48
	4		5	3	9	9	5	31
	5		2	5	3	3	0	13
tot.			14	31	48	31	13	137
$p_{\sigma(w)} = 0,8534307$		$K_w = 0,0472866$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,1378067 \quad 0,2323799]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,1963566 \quad 0,2909298]$						
$VAR(K_w) = 0,008918$		$Z = 0,5490374$						

Tabella 55. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	5	5	2	1	1	14
	2	0	8	12	8	3	31
	3	4	10	21	9	4	48
	4	3	3	10	11	4	31
	5	2	5	3	2	1	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,8624818$		$K_w = 0,1061195$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,0804725 \quad 0,2927115]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,1394965 \quad 0,3517355]$					
$VAR(K_w) = 0,009063$		$Z = 1,2321374$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	12	1	1	0	0	14
	2	2	21	6	2	0	31
	3	0	9	34	5	0	48
	4	0	0	7	20	4	31
	5	0	0	0	4	9	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9778832$		$K_w = 0,856239$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8013937 \quad 0,9110842]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,7840447 \quad 0,9284332]$					
$VAR(K_w) = 0,000783$		$Z = 9,941662$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
L/AU	1	13	1	0	0	0	14
	2	1	28	2	0	0	31
	3	0	2	42	4	0	48
	4	0	0	4	26	1	31
	5	0	0	0	1	12	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9929927$		$K_w = 0,9544519$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9312508 \quad 0,9776531]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9239116 \quad 0,9849923]$					
$VAR(K_w) = 0,0001401$		$Z = 11,081998$					

Tabella 56. (Continuazione).

		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L.AU	1	13	1	0	0	0		14
	2	0	23	8	0	0		31
	3	1	7	35	5	0		48
	4	0	0	5	22	4		31
	5	0	0	0	4	9		13
tot.		14	31	48	31	13		137
$p_{\sigma(w)} = 0,9832847$		$K_w = 0,8913489$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8498104 \quad 0,9328874]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8366707 \quad 0,9460271]$						
$VAR(K_w) = 0,0004491$		$Z = 10,349318$						
							74,452555	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	1	13	1	0	0	0		14
	2	1	29	1	0	0		31
	3	0	1	45	2	0		48
	4	0	0	2	28	1		31
	5	0	0	0	1	12		13
tot.		14	31	48	31	13		137
$p_{\sigma(w)} = 0,9956204$		$K_w = 0,9715325$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9537523 \quad 0,9893126]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,948128 \quad 0,9949369]$						
$VAR(K_w) = 8,229E-05$		$Z = 11,280318$						
							92,70073	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	1	10	3	1	0	0		14
	2	4	19	8	0	0		31
	3	0	7	29	12	0		48
	4	0	2	9	14	6		31
	5	0	0	1	5	7		13
tot.		14	31	48	31	13		137
$p_{\sigma(w)} = 0,9690511$		$K_w = 0,7988294$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,7361859 \quad 0,861473]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,71637 \quad 0,8812888]$						
$VAR(K_w) = 0,0010215$		$Z = 9,2750887$						
							57,664234	

Tabella 57. (Continuazione).

		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	12	1	1	0	0	14
	2	2	25	3	1	0	31
	3	0	5	39	4	0	48
	4	0	0	5	25	1	31
	5	0	0	0	1	12	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9867153$		$K_w = 0,9136485$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8704003 \quad 0,9568967]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8567197 \quad 0,9705773]$					
$VAR(K_w) = 0,0004869$		$Z = 10,608235$					
		82,481752					
		LAU					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	11	1	2	0	0	14
	2	3	22	6	0	0	31
	3	0	8	35	5	0	48
	4	0	0	5	23	3	31
	5	0	0	0	3	10	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9814599$		$K_w = 0,8794874$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8325674 \quad 0,9264075]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8177254 \quad 0,9412495]$					
$VAR(K_w) = 0,0005731$		$Z = 10,211597$					
		73,722628					
		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	13	1	0	0	0	14
	2	1	26	4	0	0	31
	3	0	4	42	2	0	48
	4	0	0	2	29	0	31
	5	0	0	0	0	13	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{o(w)} = 0,9938686$		$K_w = 0,9601455$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,938142 \quad 0,982149]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9311817 \quad 0,9891092]$					
$VAR(K_w) = 0,000126$		$Z = 11,148105$					
		89,781022					

Tabella 58. (Continuazione).

		LAP					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	13	1	0	0	0	14
	2	1	25	5	0	0	31
	3	0	5	39	4	0	48
	4	0	0	4	24	3	31
	5	0	0	0	3	10	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{\sigma(w)} = 0,9886131$		$K_w = 0,9259844$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8963467 \quad 0,9556221]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8869716 \quad 0,9649973]$					
$VAR(K_w) = 0,0002287$		$Z = 10,751466$					
		M.Return					
		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	Rating						
	1	9	4	0	0	1	14
	2	5	20	5	0	1	31
	3	0	7	34	7	0	48
	4	0	0	9	21	1	31
	5	0	0	0	3	10	13
tot.		14	31	48	31	13	137
$p_{\sigma(w)} = 0,9706569$		$K_w = 0,8092675$					% fondi in comune
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8461559$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,702043 \quad 0,9164921]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0074177$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,668125 \quad 0,9504101]$					
$VAR(K_w) = 0,0029928$		$Z = 9,3962838$					

Tabella 59. Matrici di transizione per la categoria di fondi SG.

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		10	6	1	0	0	17
	2		6	19	12	1	0	38
	3		0	12	37	9	2	60
	4		1	1	8	20	8	38
	5		0	0	2	8	7	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9620588$		$K_w = 0,7546585$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(a=0.05)} = [0,6843288 \quad 0,8249882]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(a=0.01)} = [0,6620816 \quad 0,8472353]$						
$VAR(K_w) = 0,0012876$		$Z = 9,7612184$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
M. Risk	1		2	4	4	2	5	17
	2		3	11	10	7	7	38
	3		6	11	26	13	4	60
	4		3	10	15	9	1	38
	5		3	2	5	7	0	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,8312941$		$K_w = -0,090914$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(a=0.05)} = [-0,2526469 \quad 0,070819]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(a=0.01)} = [-0,3038074 \quad 0,1219794]$						
$VAR(K_w) = 0,006809$		$Z = -1,1759374$						
		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		12	5	0	0	0	17
	2		5	26	7	0	0	38
	3		0	7	50	3	0	60
	4		0	0	3	34	1	38
	5		0	0	0	1	16	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9887059$		$K_w = 0,9269681$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(a=0.05)} = [0,901099 \quad 0,9528372]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(a=0.01)} = [0,8929159 \quad 0,9610203]$						
$VAR(K_w) = 0,0001742$		$Z = 11,989977$						

Tabella 60. (Continuazione).

		M.Return						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU	1		11	6	0	0	0	17
	2		6	22	10	0	0	38
	3		0	10	44	6	0	60
	4		0	0	6	28	4	38
	5		0	0	0	4	13	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,9816471$		$K_w = 0,8813232$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8484413 \quad 0,914205]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8380399 \quad 0,9246064]$						
$VAR(K_w) = 0,0002814$		$Z = 11,399578$						
							69,411765	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP	1		6	6	4	1	0	17
	2		5	16	10	5	2	38
	3		3	6	31	19	1	60
	4		3	8	10	11	6	38
	5		0	2	5	2	8	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,9128235$		$K_w = 0,436285$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,3011933 \quad 0,5713768]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,2584601 \quad 0,6141099]$						
$VAR(K_w) = 0,0047506$		$Z = 5,6431799$						
							42,352941	
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MIRAR	1		5	5	3	3	1	17
	2		5	12	14	5	2	38
	3		1	8	27	20	4	60
	4		2	6	12	9	9	38
	5		4	7	4	1	1	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,8645294$		$K_w = 0,1239976$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [-0,0471891 \quad 0,2951843]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,10134 \quad 0,3493352]$						
$VAR(K_w) = 0,0076283$		$Z = 1,6038615$						
							31,764706	

Tabella 61. (Continuazione).

		M.Risk					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU	1	5	6	4	1	1	17
	2	5	12	13	6	2	38
	3	2	7	28	19	4	60
	4	3	7	10	10	8	38
	5	2	6	5	2	2	17
tot.		17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,8769412$		$K_w = 0,2042566$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,0432701 \quad 0,3652432]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [-0,0076543 \quad 0,4161675]$					
$VAR(K_w) = 0,0067463$		$Z = 2,6419811$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAP	1	14	3	0	0	0	17
	2	3	28	7	0	0	38
	3	0	6	45	8	1	60
	4	0	1	8	21	8	38
	5	0	0	0	9	8	17
tot.		17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9787059$		$K_w = 0,8623044$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8212846 \quad 0,9033243]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,808309 \quad 0,9162999]$					
$VAR(K_w) = 0,000438$		$Z = 11,153578$					
		MRAR					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
LAU	1	15	2	0	0	0	17
	2	2	33	3	0	0	38
	3	0	3	54	3	0	60
	4	0	0	3	32	3	38
	5	0	0	0	3	14	17
tot.		17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9922353$		$K_w = 0,9497906$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,928799 \quad 0,9707821]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9221589 \quad 0,9774223]$					
$VAR(K_w) = 0,0001147$		$Z = 12,285177$					

Tabella 62. (Continuazione).

		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
L.AU	1		16	1	0	0	0	17
	2		1	32	4	1	0	38
	3		0	5	50	5	0	60
	4		0	0	6	26	6	38
	5		0	0	0	6	11	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,9865294$		$K_w = 0,9128942$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8804083 \quad 0,9453802]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8701322 \quad 0,9556563]$						
$VAR(K_w) = 0,0002747$		$Z = 11,807938$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
Dev.St.	1		16	1	0	0	0	17
	2		1	36	1	0	0	38
	3		0	1	56	3	0	60
	4		0	0	3	34	1	38
	5		0	0	0	1	16	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,9957647$		$K_w = 0,972613$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9568703 \quad 0,9883557]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9518905 \quad 0,9933356]$						
$VAR(K_w) = 6,451E-05$		$Z = 12,580377$						
		M.Risk						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
DownsideDev.	1		12	5	0	0	0	17
	2		5	24	8	1	0	38
	3		0	7	43	10	0	60
	4		0	2	9	24	3	38
	5		0	0	0	3	14	17
tot.			17	38	60	38	17	170
$p_{\sigma(w)} = 0,9779412$		$K_w = 0,8573596$					% fondi in comune	
$p_{\varepsilon(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8100973 \quad 0,9046218]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,795147 \quad 0,9195721]$						
$VAR(K_w) = 0,0005815$		$Z = 11,089618$						

Tabella 63. (Continuazione).

		MRAR						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
MRAR($v=5$)	1	14	3	0	0	0	0	17
	2	3	30	5	0	0	0	38
	3	0	5	50	5	0	0	60
	4	0	0	5	26	7	0	38
	5	0	0	0	7	10	0	17
tot.		17	38	60	38	17		170
$p_{o(w)} = 0,9858824$		$K_w = 0,9087101$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,8812079 \quad 0,9362124]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,8725082 \quad 0,9449121]$						
$VAR(K_w) = 0,0001969$		$Z = 11,753818$						
		76,470588						
		LAU						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAU*	1	12	5	0	0	0	0	17
	2	5	28	4	1	0	0	38
	3	0	5	49	4	2	0	60
	4	0	0	7	30	1	0	38
	5	0	0	0	3	14	0	17
tot.		17	38	60	38	17		170
$p_{o(w)} = 0,9835882$		$K_w = 0,8938755$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,852608 \quad 0,9351431]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,839554 \quad 0,9481971]$						
$VAR(K_w) = 0,0004433$		$Z = 11,561938$						
		78,235294						
		LAP						
		Rating	1	2	3	4	5	tot.
LAP ($v_1=v_2=1$)	1	15	2	0	0	0	0	17
	2	2	30	6	0	0	0	38
	3	0	6	50	4	0	0	60
	4	0	0	4	32	2	0	38
	5	0	0	0	2	15	0	17
tot.		17	38	60	38	17		170
$p_{o(w)} = 0,9901176$		$K_w = 0,9360971$					% fondi in comune	
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0.05)} = [0,9113536 \quad 0,9608406]$						
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0.01)} = [0,9035266 \quad 0,9686676]$						
$VAR(K_w) = 0,0001594$		$Z = 12,108057$						
		83,529412						

Tabella 64. (Continuazione).

		LAP					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	1	15	2	0	0	0	17
	2	2	33	3	0	0	38
	3	0	3	51	6	0	60
	4	0	0	6	28	4	38
	5	0	0	0	4	13	17
tot.		17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9894118$		$K_w = 0,9315326$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,9066864 \quad 0,9563788]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,8988269 \quad 0,9642383]$					
$VAR(K_w) = 0,0001607$		$Z = 12,049017$					
		82,352941					
		M.Return					
Rating		1	2	3	4	5	tot.
MRAR($\gamma=5$)	1	9	6	2	0	0	17
	2	7	21	9	1	0	38
	3	1	11	42	5	1	60
	4	0	0	7	24	7	38
	5	0	0	0	8	9	17
tot.		17	38	60	38	17	170
$p_{o(w)} = 0,9714706$		$K_w = 0,8155184$					% fondi in comune
$p_{e(w)} = 0,8453536$		$IC_{(\alpha=0,05)} = [0,7643975 \quad 0,8666392]$					
$VAR(K_{w0}) = 0,0059771$		$IC_{(\alpha=0,01)} = [0,7482266 \quad 0,8828101]$					
$VAR(K_w) = 0,0006803$		$Z = 10,548418$					
		61,764706					

BIBLIOGRAFIA

BARBER B. M. E ODEAN T. (1999), *“The courage of Misguided Convictions: the trading behaviour of individual investor”*, Financial Analyst Journal, pp. 41-55.

BARBERIS, N., SHLEIFER A. E VISHNY R. (1998), *“A model of investor sentiment”*, Journal of Financial Economics, vol. 49, pp. 307-345.

BARBERIS N., THALER R.H. (2001), *A survey of behavioral finance*, Handbook of the Economics of Finance, capitolo 18.

BARBERIS N., HUANG M., SANTOS T. (2001), *“Prospect Theory and Asset Prices”*, The Quarterly Journal of Economics, Volume CXVI.

BARONE E. (1990), *Il mercato azionario italiano: efficienza e anomalie di calendario*. Finanza, Imprese e Mercati, n.2, pp.181-210.

BIKHCHANDANI S., SHARMAS S. (2000), *“Herd behavior in financial markets: a review”*, IMF working paper, vol. 47, n. 3, pp. 279-310.

DANIEL K., HIRSHLEIFER D. E SUBRAHMANYAM A. (1998), *“Investor Psychology and Security Market Under and Overreaction”*, Journal of Finance, vol. 53, pp. 1839-1886.

DE BONDT W. E THALER R. (1985), *“Does the stock market overreact?”* Journal of finance, vol. 40, pp. 793-805.

DE BONDT W. (1992), *“Earning forecasts and share price reversals”*, Working Paper, Research foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, Charlottesville.

DE BONDT W. E THALER R.H. (1995), *“Financial decision making in markets and firms: A behavioral perspective”*, Handbooks in Operations Research and Management Science: Finance, vol. 9, cap. 13, pp. 385-410.

DELONG J. B., SHLEIFER A., SUMMERS L. H. E WALDMANN R. J. (1990), “*Noise Trader Risk in Financial Markets*”, *Journal of Political Economy*, vol.98, no.4.

ELLSBERG D. (1961), “*Risk, ambiguity, and the Savage axioms*”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 75, pp.643-669.

FAMA E. F. (1998), “*Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance*”, *Journal of Financial Economics* 49, 283-306.

FANCERA S. (2005), *Behavioral Finance e Overconfidence*.

FOX C. E TVERSKY A. (1995), “*Ambiguity Aversion and Comparative Ignorance*”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, pp. 585-603.

FRENCH K. R. E PORTEBA J. M. (1991), “*Investor diversification and international equity markets*”, *American Economic Review*, vol. 81, pp. 222-226.

GEMMILL G., HWANG S., SALMON M. (2006), *Performance Measurement with Loss Aversion*, *Journal of Asset Management*.

GERVAIS S. E ODEAN T. (2001), “*Learning to be overconfident*”, *Review of Financial Studies*, vol. 14, n. 1, pp. 1-27.

GRIFFIN D. E TVERSKY A. (1992), “*The weighting of evidence and the determinants of confidence*”, *Cognitive psychology*, vol. 24, pp. 411-435.

HONG H., STEIN J. (1999), “*A unified theory of underreaction, momentum trading, and overreaction in a set markets*”, *Journal of finance*, vol. 54, pp. 2143-2184.

HONG H., LIM T., STEIN J. (2000), “*Bad news travels slowly. Size, analysts coverage and the profitability of momentum traders*”, *Journal of finance*, vol.55, pp. 265-295.

JENSEN M. (1978), “*Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency*”, *Journal of Financial Economics*, vol. 6, pp. 95-101.

KAHNEMAN D., TVERSKY A. (1974), “*Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*”, Science, New Series, Vol. 185, No. 4157, pp. 1124-1131.

KAHNEMAN D. e TVERSKY A. (1979), “*Prospect Theory: an analysis of decision under risk*”, Econometrica, 47, pp. 263-291.

KAHNEMAN D., TVERSKY A.(1979), “*The Framing of Decisions and the Psychology of Choice*”, Science, New Series, Vol. 211, No. 4481, pp. 453-458.

LEE C. M. C., SHLEIFER A., THALER R.H. (1991) “*Investor sentiment and the Closed-End Fund Puzzle*”, The Journal of Finance, Vol. XLVI, No.1.

LEGRENZI P. (2006), *Psicologia e investimenti finanziari*, Il Sole 24 Ore.

MCNEIL B.J., PAUKER S.G., SOX H.C. E TVERSKY A. (1982), “*On the elicitation of preferences for alternative therapies*”, New England Journal of Medicine, n. 306, pp. 1259-1262.

MORNINGSTAR (2007), “*The Morningstar Rating Methodology*”, Morningstar Methodology Paper.

NARAYANA R. KOCHERLAKOTA (1995), “*The Equity Premium: It’s Still a Puzzle*”, University of Iowa.

NEJAT SEYHUN H. (1988), “*The January Effect and Aggregate Insider Trading*”, Journal of Finance, Volume 43, Issue 1, pp.129-141.

ODEAN T. (1998(a)), “*Are investors reluctant to realize their losses?*”, Journal of Finance, vol. 53, pp. 1775-1798.

OLSEN R. A. (2000), “*The instinctive mind on wall street: Evolution and investment decision making*”, The Journal of Investing, vol. 9, pp. 47-54.

ROZEFF M. , KINNEY W. (1976), “*Capital market seasonality: the case of stock returns*”, Journal of Financial Economics , 379-402.

SHEFRIN H. E STATMAN M. (1985), “*The disposition to sell winners too early and ride losers too long: Theory and evidence*”, Journal of Finance, vol. 40, pp. 777-790.

SHEFRIN H. (2000), “*Beyond greed and fear*”, Working Paper, Harvard University Press, Boston.

SHLEIFER A. (2000), *Inefficient Markets*, Oxford University Press.

SIMON H. (1955), “*A Behavioral Model of Rational Choice*”, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 69, No. 1, pp. 99-118.

SOLIANI L. (2005), “Manuale di Statistica per la ricerca e la professione”, Capitolo XX.

SPRENT P., SMEETON N. C. (2001), “*Applied nonparametric statistical methods*”, terza edizione Chapman & Hall/CRC, London, XII.

THALER R.H. (2005), *Advances in behavioral finance*, Russell Sage Foundation.

TVERSKY A. E KAHNEMAN D. (1971), “*Belief in the law of small number*”, Psychological Bulletin, Hebrew University of Jerusalem, vol. 76, n. 2, pp. 105-110.

www.finanzacomportamentale.it

www.morningstar.it

www.performancetrading.it

www.saperinvestire.it

