

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI  
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA MECCATRONICA

---

*TESI DI LAUREA TRIENNALE*

**CONTROLLO SENSORLESS DEI MOTORI  
SINCRONI A RILUTTANZA**

*Relatore:* Mauro Zigliotto

*Laureando:* Sofia Maran  
1220272-IMC

ANNO ACCADEMICO: 2021-22



## SOMMARIO

---

Negli ultimi anni la ricerca si è concentrata sullo studio di motori che rispondano a due esigenze: la prima è quella di ridurre il consumo di energia elettrica e conseguentemente le emissioni di gas serra, la seconda è quella di limitare al minimo l'utilizzo di terre rare per ridurre l'impatto ambientale.

I motori sincroni a riluttanza (SynRM) sono un'alternativa che risponde a entrambe le esigenze.

L'importante vantaggio dei motori SynRM, rispetto ai tradizionali motori ad induzione, è l'alta efficienza che sono in grado di raggiungere (anche del 90 % o più) dovuta all'eliminazione delle perdite nel rotore, che porta ad un risparmio energetico.

Un altro importante vantaggio dei motori SynRM, rispetto ai motori a magneti permanenti, è che non fanno uso di magneti (terre rare) e quindi permettono di evitare i problemi riguardanti l'approvvigionamento di tali materiali come ad esempio la loro reperibilità e l'impatto ambientale per l'estrazione.

Tuttavia i motori SynRM per essere competitivi sul mercato rispetto ai motori a induzione è necessario che siano comandati senza sensori, ciò permette di non aumentare la complessità e il costo di produzione.

Di seguito si analizza il controllo sensorless proposto dall'articolo "Injectionless Sensorless Control of Synchronous Reluctance Machine for Zero to Low Speeds Region" di Anantaram Varatharajan, Paolo Pescetto e Gianmario Pellegrino, 2018.



## INDICE

---

1	Introduzione	1
1.1	Principio di funzionamento e modello matematico del motore SynRM	2
2	Controllo predittivo del modello	5
3	Osservatore di posizione sensorless	9
3.1	Principio di funzionamento	9
3.2	PLL e calibrazione del tracking loop	13
4	Risultati sperimentali	17
4.1	Configurazione del banco prova	17
4.2	Risultati	17
	Conclusioni	23
<b>Appendici</b>		
A	Appendice	27
A.1	Larghezza di banda dell'osservatore di posizione	27
A.2	Margine di fase dell'osservatore di posizione	28
A.3	Larghezza di banda dell'osservatore di velocità	29
	Bibliografia	31

## ELENCO DELLE FIGURE

---

Figura 1.1	Diagramma a blocchi del sistema di controllo da Fig. 1 di [2]	1
Figura 1.2	Struttura motore SynRM prodotto da ABB e sezione motore SynRM da Fig. 2 di [3]	2
Figura 2.1	Schema per il cambio del sistema di riferimento.	5
Figura 2.2	Mappe di flusso del motore, SynRM 2.2 kW, sotto test da Fig. 2 di [2]	6
Figura 3.1	Osservatore di flusso ibrido sommato all'osservatore di posizione e velocità da Fig. 3 di [2]	9
Figura 3.2	Schema della funzione di trasferimento dell'osservatore di velocità e di posizione da Fig. 4 di [2]	13
Figura 4.1	Configurazione del banco prova da Fig. 5 di [2]	18
Figura 4.2	Transitorio della risposta all'inversione di velocità: $\mp 100$ rpm da Fig. 6 di [2]	18
Figura 4.3	Transitorio della risposta al gradino di coppia: $\pm T_n$ Nm da Fig. 7 di [2]	20
Figura 4.4	Risposta a regime a bassa velocità: $\pm 50$ rpm da Fig. 8 di [2]	21

## ELENCO DELLE TABELLE

---

Tabella 4.1	Parametri del motore da Tabella 1 di [2]	17
-------------	--	----

LISTINGS

---

ACRONYMS

---

## INTRODUZIONE

La letteratura presenta diverse tecniche consolidate per la stima della posizione basata sul back-emf (back elettromotive force) che sono efficaci a medie e ad alte velocità ma hanno un'affidabilità ridotta a basse velocità, e tutte falliscono a velocità nulla.

Sono stati condotti numerosi studi sull'iniezione di segnali rotanti o pulsanti ad alta frequenza in vari sistemi di riferimento per la stima della posizione a bassa velocità. Oltre al rumore acustico, l'iniezione ad alta frequenza limita la larghezza di banda della tensione influenzando le prestazioni dinamiche. Inoltre, l'aggiunta di un filtro passa-basso (LPF=Low Pass Filter) nello stadio di demodulazione limita la larghezza di banda dell'osservatore di posizione.

L'articolo "Injectionless Sensorless Control of Synchronous Reluctance Machine for Zero to Low Speeds Region" di Anantaram Varatharajan, Paolo Pescetto e Gianmario Pellegrino, 2018 propone un controllo sensorless basato su FCS-MPC (Finite Control Set Model Predictive Control) dove l'errore di posizione è valutato nel sistema di riferimento  $dq$  dalla discrepanza nella stima del flusso tra i modelli di tensione e i modelli di corrente.

Grazie all'unione dell'osservatore di posizione con l'osservatore di flusso ibrido (HFO), si ottiene un'espressione semplificata che dal punto di vista computazionale è intuitiva e poco costosa. Inoltre, la tecnica è stata sviluppata per estendere l'applicabilità non solo a macchine a bassa ma anche moderatamente alta induttanza.

Una panoramica del sistema di controllo è illustrata nel diagramma a blocchi di Fig. 1.1.

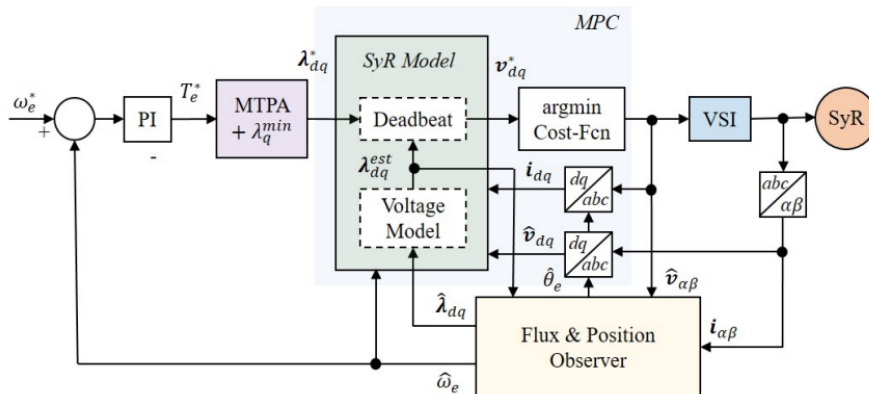


Figura 1.1: Diagramma a blocchi del sistema di controllo da Fig. 1 di [2]



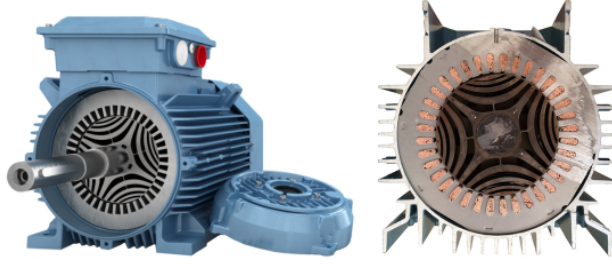


Figura 1.2: Struttura motore SynRM prodotto da ABB e sezione motore SynRM da Fig. 2 di [3]

### 1.1 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO E MODELLO MATEMATICO DEL MOTORE SYNRM

Il motore sincrono a riluttanza (SynRM) per la generazione di coppia sfrutta il principio di funzionamento dei sistemi a riluttanza.

La coppia dei motori SynRM risulta essere legata alla variazione di energia magnetica immagazzinata in funzione della posizione reciproca di un sistema statore-rotore anisotropo. La struttura dello statore è identica a quella di un motore asincrono ad induzione mentre il rotore è costituito da una struttura anisotropa, priva di magneti e di avvolgimenti (Fig. 1.2). La salienza del rotore è ottenuta con l'introduzione di barriere di flusso interne, costituite da fori, che dirigono il flusso magnetico lungo l'asse diretto.

Di seguito si discute brevemente il modello del motore per introdurre le notazioni. Le formule sono tratte da [2].

I vettori dello spazio reale saranno usati nel sistema di riferimento stazionario  $(\alpha\beta)$  e rotorico  $(dq)$ , per esempio, la corrente di statore è  $i_{dq} = [i_d, i_q]^T$  dove  $i_d$  e  $i_q$  sono le componenti del vettore nel sistema di riferimento  $dq$ .

La matrice rotazionale ortogonale è  $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

La tensione statorica di una macchina a riluttanza sincrona è

$$u_{dq} = R_s i_{dq} + \frac{d\lambda_{dq}}{dt} + \omega_e J \lambda_{dq} \quad (1.1)$$

dove  $R_s$  è la resistenza dello statore,  $\lambda_{dq} = [\lambda_d, \lambda_q]^T$  è il flusso dello statore e  $\omega_e = \frac{d\theta_e}{dt}$  è la velocità angolare elettrica.

La matrice di induttanza incrementale  $L_{dq}$  è definita come

$$d\lambda_{dq} = L_{dq} di_{dq} \quad \text{con } L_{dq} = \begin{bmatrix} l_d & l_{dq} \\ l_{dq} & l_q \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

dove  $l_d, l_q$  rappresenta l'induttanza incrementale lungo gli assi  $d$  e  $q$  rispettivamente, mentre  $l_{dq}$  è l'induttanza che rappresenta il mutuo accoppiamento tra gli assi in condizioni di saturazione magnetica.

Mediante un semplice bilancio energetico, l'equazione della coppia elettromagnetica è

$$T_e = \frac{3p}{2}(\lambda_{dq} \times i_{dq}) \quad (1.3)$$

dove  $p$  è il numero di coppie di poli.



## CONTROLLO PREDITTIVO DEL MODELLO

L'apice  $\hat{\lambda}_{dq}$  rappresenta le quantità stimate. Il flusso dello statore  $\hat{\lambda}_{dq}(k)$  è ottenuto dall'osservatore di flusso ibrido (HFO).

Il controllo predittivo si basa sulle mappe di flusso concatenato (flux linkage maps)  $f_{dq}(i_{dq})$  basate sul modello di corrente (CM) a basse velocità e sul modello di tensione (VM) alle alte velocità, che si incrociano alla frequenza  $g$  rad/s.

La stima del flusso dello statore nel sistema di riferimento stazionario ( $\alpha\beta$ ) è data dalla seguente equazione:

$$\hat{\lambda}_{\alpha\beta} = \frac{s}{s+g} \frac{u_{\alpha\beta} - R_s i_{\alpha\beta}}{s} + \frac{g}{s+g} e^{-j\theta} f_{dq}(\mathbf{i}_{dq}) \quad (2.4)$$

dove  $s$  è la variabile di Laplace ( $s = \sigma + j\omega$ ) e  $\theta$  è la posizione del rotore. La frequenza di cross-over è impostata su  $g = 2\pi \cdot 10 \text{ rad/s}$ .

La presenza nel secondo termine di  $e^{-j\theta}$  deriva dal cambio del sistema di riferimento, infatti il sistema di riferimento rotorico  $dq$  ruota con velocità angolare  $\omega$  rispetto al sistema stazionario  $\alpha\beta$ . Considerando il vettore spaziale  $v_{dq}$  e l'immagine 2.1, si ha che:

$$v_{dq} = v_d + jv_q \quad (2.5)$$

$$v_{\alpha\beta} = v_\alpha + jv_\beta \quad (2.6)$$

$$v_{dq} = |v_{dq}| e^{j(\delta+\theta)} = |v_{dq}| e^{j\delta} e^{j\theta} = v_{\alpha\beta} e^{j\theta} \quad (2.7)$$

$$v_{\alpha\beta} = v_{dq} e^{-j\theta} \quad (2.8)$$

E' facile notare che ad alte velocità prevale il primo termine dell'equazione 2.4 mentre a velocità basse prevale il secondo termine.

Le mappe di flusso concatenato, del motore SynRM in prova, ricavate sperimentalmente sono mostrate nella figura 2.2.

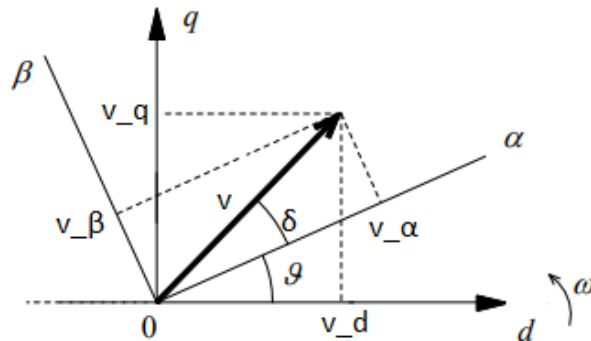


Figura 2.1: Schema per il cambio del sistema di riferimento.

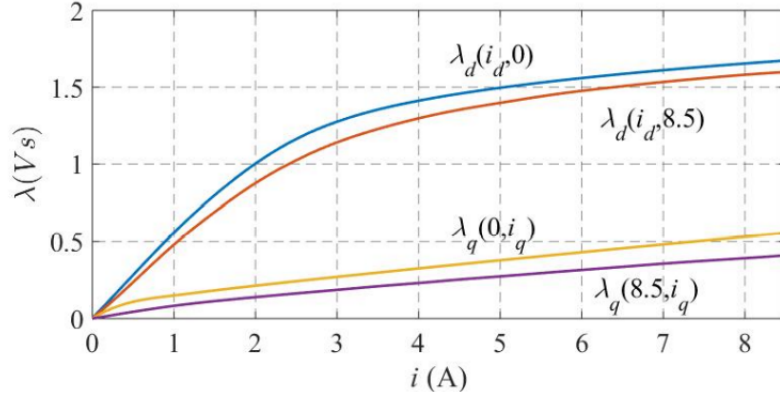


Figura 2.2: Mappe di flusso del motore, SynRM 2.2 kW, sotto test da Fig. 2 di [2]

Nella figura 2.2 il flusso concatenato  $\lambda_d$  è mappato per la corrente  $i_{dq} = (i_d, 0)$  per misurare il flusso  $\lambda_d$  generato dalla sola corrente  $i_d$ , inoltre è anche mappato per la corrente  $i_{dq} = (i_d, 8.5)$  per misurare il flusso  $\lambda_d$  al variare della corrente  $i_d$  con l'asse  $q$  a regime. Lo stesso viene fatto per mappare il flusso concatenato  $\lambda_q$ .

Le equazioni chiave relative a un FCS-MPC al tempo morto nel sistema di riferimento rotorico  $dq$  sono discusse di seguito.

Per tenere conto del ritardo digitale, le variabili di stato  $\lambda_d, \lambda_q$  (componenti del flusso dello statore) sono stimate per il prossimo istante di campionamento,  $k + 1$ , secondo la seguente equazione:

$$\lambda_{dq}^{est}(k+1) = \hat{\lambda}_{dq}(k) + T_s[\hat{u}_{dq}(k) - R_s i_{dq}(k) - \hat{\omega}_e J \hat{\lambda}_{dq}(k)] \quad (2.9)$$

dove  $T_s$  è l'intervallo di campionamento.

Nella figura 1.1, la tensione statorica  $\hat{u}_{dq}$  è la stimata dalla tensione continua  $U_{dc}$  misurata incorporando la compensazione del tempo morto. La tensione morta  $u_{dq}^*(k+1)$  che contiene l'errore nelle variabili controllate a velocità nulla entro un ciclo di controllo è data da

$$u_{dq}^*(k+1) = R_s i_{dq}(k) + \lambda_{dq}^* - \frac{\lambda_{dq}^{est}(k+1)}{T_s} + \hat{\omega}_e J \hat{\lambda}_{dq}^{est}(k) \quad (2.10)$$

dove  $\lambda_{dq}^{est}$  è la stima del flusso di riferimento in uscita dal modello di tensione, mentre  $\lambda_{dq}^*$  è il flusso di riferimento ottenuto dall'osservatore di flusso ibrido (HFO) che corrisponde alla coppia di riferimento  $T_e^*$  comandata dall'anello di controllo della velocità.

La relazione  $T_e^* \rightarrow \lambda_{dq}^*$  si ottiene sovrapponendo un minimo  $\lambda_q$  sulla traiettoria MTPA (massima coppia-per-Ampère); la necessità di un  $\lambda_q$  minimo è per aiutare il controllo sensorless.

Il termine resistivo nell'equazione 2.10 è relativamente insignificante e quindi nell'interesse dell'efficienza computazionale le quantità di corrente  $i_{dq}(k+1)$  non sono stimate per il calcolo di  $u_{dq}^*(k+1)$  ma si mantiene la stima  $i_{dq}(k)$ .

La funzione di costo 2.11 determina il vettore di tensione storica stimata  $\hat{u}_{dq}$  che si trova alla più breve distanza euclidea dal riferimento tra i sei vettori attivi dell'inverter ( $n = 1, \dots, 6$ ) e i vettori zero ( $n = 0, 7$ ).

$$g(u_j) = |u_{dq}^*(k+1) - u_{dq,j}| \quad (2.11)$$

$$\hat{u}_{dq}(k+1) = \operatorname{argmin}_{j=0,1,\dots,7} g(u_{dq,j}) \quad (2.12)$$

Nell'equazione 2.12 la funzione *argmin* sta per argomento minimo, ed è la funzione che indica quali sono i valori  $j$  per i quali la funzione di costo  $g(u_{dq,j})$  assume il suo valore minimo.



## OSSERVATORE DI POSIZIONE SENSORLESS

Tutte le variabili rappresentate nel sistema di riferimento  $dq$  d'ora in poi si riferiscono alle coordinate della posizione stimata del rotore  $\hat{\theta}_e = \theta_e + \tilde{\theta}_e$ , dove  $\tilde{\theta}_e$  è l'errore di posizione, inoltre a meno che non sia diversamente indicato le quantità corrispondono all'istante  $k$ .

Una notazione importante è  $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$ .

### 3.1 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

Il controllo sensorless proposto si basa sulla risposta istantanea della macchina all'eccitazione con una tensione attiva e sulla conoscenza precisa delle mappe di flusso. Il diagramma a blocchi illustrato in figura 3.1 fornisce una panoramica degli osservatori.

Il principio di questo approccio consiste nel calcolare la posizione del rotore dalla discrepanza nella stima dell'ondulazione del flusso statorico tra i modelli di tensione e di corrente.

Considerando la figura 3.1, la funzione di errore  $\epsilon_{dq}$  è definita come

$$\epsilon_{dq} = \Delta\lambda_{dq}^{VM} - \Delta\lambda_{dq}^{CM} \quad (3.13)$$

dove  $\Delta\lambda_{dq}^{VM}$  e  $\Delta\lambda_{dq}^{CM}$  sono la stima dell'ondulazione del flusso statorico dei due modelli che sono calcolati da 3.14 e 3.17 rispettivamente.

Considerando la figura 3.1 e l'equazione 2.9 la stima dell'ondulazione del flusso statorico del modello di tensione è:

$$\Delta\lambda_{dq}^{VM}(k) = T_s[\hat{u}_{dq}(k-1) - R_s i_{dq}(k) - \hat{\omega}_e J \hat{\lambda}_{dq}(k)] = \lambda_{dq}^{est}(k) - \hat{\lambda}_{dq}(k-1) \quad (3.14)$$

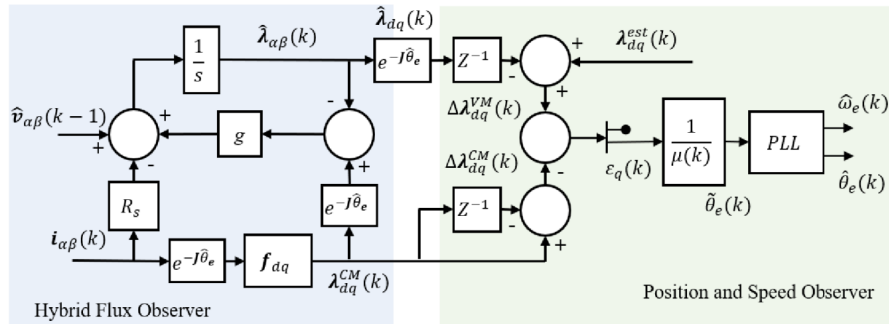


Figura 3.1: Osservatore di flusso ibrido sommato all'osservatore di posizione e velocità da Fig. 3 di [2]



Dalla figura 3.1 si ottiene che la stima dell'ondulazione del flusso statorico del modello di corrente è data da

$$\Delta\lambda_{dq}^{CM}(k) = \lambda_{dq}(k) - \lambda_{dq}(k-1) \quad (3.15)$$

A causa del fenomeno della saturazione incrociata i flussi concatenati sono funzioni ( $f_{dq}$ ) fortemente non lineari delle correnti:

$$\lambda_{dq} = f_{dq}(i_{dq}) = [\lambda_d(i_d, i_q) + j\lambda_q(i_d, i_q)] \quad (3.16)$$

Da cui si ottiene che la stima dell'ondulazione del flusso statorico del modello di corrente è

$$\Delta\lambda_{dq}^{CM}(k) = f_{dq}(i_{dq}(k)) - f_{dq}(i_{dq}(k-1)) \quad (3.17)$$

Nell'equazione 3.14, la stima del flusso  $\lambda_{dq}^{est}(k) - \hat{\lambda}_{dq}(k-1)$  è preferibile rispetto a  $\hat{\lambda}_{dq}(k) - \hat{\lambda}_{dq}(k-1)$  in quanto la prima è puramente basata su un modello di tensione che tiene conto del ritardo digitale di compensazione, mentre la seconda dipendendo dall'uscita dell'osservatore di flusso ibrido (HFO) è influenzata anche dal modello di corrente.

Per stabilire una relazione tra la funzione di errore e l'errore di posizione, considerando 2.7 e 3.16, i termini della 3.13 possono essere espressi come

$$\begin{aligned} \epsilon_{dq} &= [\lambda_{dq}^{est}(k) - \hat{\lambda}_{dq}(k-1)] - [f_{dq}(i_{dq}(k)) - f_{dq}(i_{dq}(k-1))] \\ &= [e^{j\theta}\hat{\lambda}_{\alpha\beta}(k) - e^{j\theta}\hat{\lambda}_{\alpha\beta}(k-1)] - [\lambda_{dq}(k) - \lambda_{dq}(k-1)] \\ &= [e^{j\theta}(e^{-j\theta}L_{dq})\Delta i_{dq}] - [L_{dq}\Delta i_{dq}] \\ &= (e^{j\theta}L_{dq}e^{-j\theta}\Delta i_{dq}) - (L_{dq}\Delta i_{dq}) \\ &= ((\cos\tilde{\theta} + j\sin\tilde{\theta})L_{dq}(\cos\tilde{\theta} - j\sin\tilde{\theta})\Delta i_{dq}) - (L_{dq}\Delta i_{dq}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

La matrice  $L_{dq}$  è una funzione di  $i_{dq}$  e viene aggiornata a ogni ciclo di controllo. Utilizzando la forma matriciale dei numeri complessi l'espressione 3.18 si riscrive nel seguente modo

$$\epsilon_{dq} = \begin{bmatrix} \cos\tilde{\theta} & \sin\tilde{\theta} \\ -\sin\tilde{\theta} & \cos\tilde{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_d & l_{dq} \\ l_{dq} & l_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\tilde{\theta} & -\sin\tilde{\theta} \\ \sin\tilde{\theta} & \cos\tilde{\theta} \end{bmatrix} \Delta i_{dq} - (L_{dq}\Delta i_{dq}) \quad (3.19)$$

Per piccoli  $\tilde{\theta}$ , ossia approssimando  $\cos\tilde{\theta} = 1$  e  $\sin\tilde{\theta} = \tilde{\theta}$  l'espressione si semplifica in

$$\begin{aligned} \epsilon_{dq} &= \begin{bmatrix} l_d + \tilde{\theta}l_{dq} & l_{dq} + \tilde{\theta}l_q \\ -\tilde{\theta}l_d + l_{dq} & -\tilde{\theta}l_{dq} + l_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\tilde{\theta} \\ \tilde{\theta} & 1 \end{bmatrix} \Delta i_{dq} - (L_{dq}\Delta i_{dq}) \quad (3.20) \\ &= \begin{bmatrix} l_d + \tilde{\theta}l_{dq} + \tilde{\theta}l_{dq} + \tilde{\theta}^2l_q & -\tilde{\theta}l_d - \tilde{\theta}^2l_{dq} + l_{dq} + \tilde{\theta}l_q \\ -\tilde{\theta}l_d + l_{dq} - \tilde{\theta}^2l_{dq} + \tilde{\theta}l_q & \tilde{\theta}^2l_d + \tilde{\theta}l_{dq} - \tilde{\theta}l_{dq} - l_q \end{bmatrix} \Delta i_{dq} - \begin{bmatrix} l_d & l_{dq} \\ l_{dq} & l_q \end{bmatrix} \Delta i_{dq} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ossia

$$\epsilon_{dq} = \begin{bmatrix} -2l_{dq}\tilde{\theta} & (l_d - l_q)\tilde{\theta} \\ (l_d - l_q)\tilde{\theta} & 2l_{dq}\tilde{\theta} \end{bmatrix} \Delta i_{dq} \quad (3.22)$$

$$= \begin{bmatrix} -2l_{dq} & l_d - l_q \\ l_d - l_q & 2l_{dq} \end{bmatrix} \Delta i_{dq} \cdot \tilde{\theta} \quad (3.23)$$

Si osserva dalla 3.23 che l'informazione sull'errore di posizione è disponibile sia per l'equazione dell'asse  $d$  che per quella dell'asse  $q$ , tuttavia, poiché l'induttanza incrementale  $l_q < l_d$ , l'ondulazione di corrente in  $i_q$  è maggiore di quella in  $i_d$  a parità di tensione applicata e, di conseguenza, meno suscettibile al rumore di misura e ai disturbi.

Pertanto, la stima dell'errore di posizione dell'asse  $q$  è ritenuta più affidabile ed è data dalla seguente formula

$$\tilde{\theta}_e = \frac{\epsilon_q}{\mu} \quad (3.24)$$

dove  $\mu$  è un guadagno che contiene le induttanze differenziali, e quindi dipende dal punto di lavoro.

Occorre prestare attenzione alla vicinanza dell'origine nel piano della corrente  $dq$  dove l'ordinata  $q$  rischia di essere insatura, ossia per piccoli valori di  $i_q$  il flusso  $\lambda_q$  assume valori prossimi allo zero. Inoltre, come si può vedere dalla Fig. 2.2, si ha la diminuzione della salienza che non è auspicabile per il controllo sensorless, e si verifica un aumento marcato di  $l_q$  che è difficile da mappare con precisione. Quindi, un flusso minimo  $\lambda_{q,min} = 0.15Vs$ , che corrisponde al ginocchio della curva di saturazione di  $\lambda_q(i_{dq})$ , è imposto per assicurare che l'ordinata  $q$  rimanga satura e che tutti i punti operativi siano confinati nelle regioni di fiducia di  $l_q$ .

Trascurando la saturazione incrociata e considerando l'equazione 3.23, il guadagno  $\mu$  è espresso come

$$\mu \simeq (l_d - l_q)\Delta i_d(k) \quad (3.25)$$

Per le macchine con  $l_d$  elevato, l'accuratezza del termine  $\Delta i_d(k)$  potrebbe essere limitata dalla risoluzione dei sensori di corrente e dai disturbi elettromagnetici (EMI, Electromagnetic Interference). Per fornire una soluzione generica, considerando 2.9 e le approssimazioni per basse velocità, per piccoli  $\hat{\omega}_e$  si può trascurare la forza elettromotrice (fem), si ottiene:

$$\hat{u}_d(k) = \frac{\lambda_d(k+1)}{T_s} = \frac{l_d \Delta i_d(k+1)}{T_s} \quad (3.26)$$

Girando la formula appena trovata si ottiene:

$$\Delta i_d(k+1) = \frac{T_s \hat{u}_d(k)}{l_d} \quad (3.27)$$

L'equazione 3.27 calcolata per l'istante  $k$  è:

$$\Delta i_d(k) = \frac{T_s \hat{u}_d(k-1)}{l_d} \quad (3.28)$$

Sostituendo 3.28 dentro l'equazione 3.25 si può rappresentare il guadagno in termini di una variabile nota,  $\hat{u}_d(k-1)$ , come

$$\mu \simeq (l_d - l_q) \frac{T_s}{l_d} \hat{u}_d(k-1) \quad (3.29)$$

A causa del fatto che  $\mu$  appare nel denominatore della 3.24, occorre prestare attenzione per piccoli valori di  $\hat{u}_d(k-1)$ . Se  $|\hat{u}_d(k-1)| < U_{lim}$ , per motivi di affidabilità, l'espressione 3.24 non viene calcolata per quei cicli di controllo. Per tenere conto di un margine di errore derivante dall'inverter, un valore suggerito per  $U_{lim}$  è il doppio della tensione della fase del tempo morto [1],  $U_{lim}$  è espressa come

$$U_{lim} = 2 \cdot \frac{4}{3} t_d f_s U_{dc} \quad (3.30)$$

dove  $t_d$  è il tempo morto e  $f_s$  è la frequenza di campionamento.

Se una catena di vettori di tensione consecutivi applicati non soddisfa il criterio, ossia  $|\hat{u}_d(k-1)| < U_{lim}$ , la stima della posizione non viene valutata per un tratto di tempo continuo portando ad una perdita di controllo. Per evitare questo inconveniente, la funzione di costo 2.11 viene completata con un vincolo rigido come

$$g(u_j) = |u_{dq}^*(k+1) - u_{dq,j}| + (n > N_{lim}) C_j \quad (3.31)$$

dove  $n$  è il numero di vettori di tensione consecutivi che non hanno raggiunto la soglia ( $|\hat{u}_d(k-1)| < U_{lim}$ ). Il vincolo rigido  $C_j$  è dato da

$$C_j = (|u_{d,j}| \leq U_{lim}) \infty + (|u_{d,j}| > U_{lim}) 0 \quad (3.32)$$

Pertanto, quando  $n$  supera  $N_{lim}$ , il vincolo rigido  $C_j$  è attivato e abilita solo i vettori di tensione che soddisfano la soglia, facendo così rispettare la stima della posizione. Un approccio intuitivo per determinare  $N_{lim}$  consiste nel definire il massimo passo ammissibile, in gradi elettrici, tra le stime di posizione consecutive.

Si prevede che oltre la frequenza di cross-over  $g$  rad/s, i modelli sensorless basati sul back - emf (back elettromotive force) saranno dominanti perché efficaci a medie e ad alte velocità. Quindi, considerando un passo massimo tra le stime di posizione consecutive di  $2^\circ$  elettrici alla frequenza  $g$  rad/s, si ottiene  $N_{lim} = 5$ .

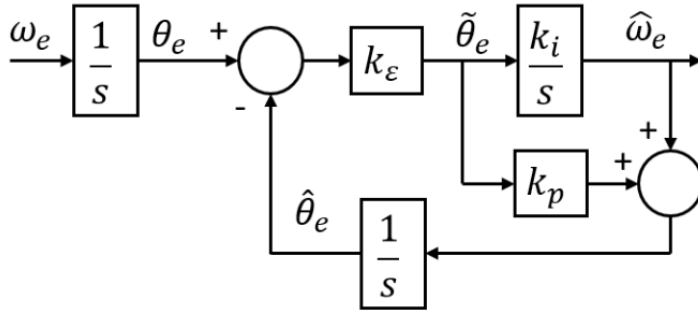


Figura 3.2: Schema della funzione di trasferimento dell'osservatore di velocità e di posizione da Fig. 4 di[2]

### 3.2 PLL E CALIBRAZIONE DEL TRACKING LOOP

L'osservatore di posizione è costituito da un PLL standard con un regolatore PI in cascata con un integratore. La velocità è osservata all'uscita del regolatore PI e non sono necessari ulteriori filtri.

Il phase-locked loop (PLL) è un circuito che costituisce un sistema di controllo automatico che consente di generare un segnale periodico la cui fase è in relazione fissa con quella di un segnale di riferimento. Il regolatore PI è un semplice regolatore proporzionale – integrale.

Lo schema a blocchi della funzione di trasferimento degli osservatori è mostrato nella Fig. 3.2, dove  $k_\epsilon$  è il termine che mette in relazione l'errore di posizione reale con l'errore di stima, ossia il loro rapporto ( $k_\epsilon = \frac{\tilde{\theta}_e}{\theta_e - \hat{\theta}_e}$ ). In condizioni ideali e con una modellazione precisa  $k_\epsilon = 1$ .

La funzione di trasferimento ad anello chiuso dell'osservatore di posizione è data da

$$\frac{\hat{\theta}_e(s)}{\theta_e(s)} = \frac{sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i}{s^2 + sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \quad (3.33)$$

Dimostrazione.

$$\tilde{\theta}_e(s) = (\theta_e(s) - \hat{\theta}_e(s))k_\epsilon \quad (3.34)$$

$$\hat{\theta}_e(s) = \left( \tilde{\theta}_e(s)k_p + \tilde{\theta}_e(s)\frac{k_i}{s} \right) \frac{1}{s} = \tilde{\theta}_e(s) \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right) \frac{1}{s} \quad (3.35)$$

Sostituendo 3.34 dentro 3.35 si ottiene

$$\hat{\theta}_e(s) = (\theta_e(s) - \hat{\theta}_e(s))k_\epsilon \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right) \frac{1}{s} \quad (3.36)$$

Da cui, con semplici passaggi, si ottiene 3.33.

Si può dedurre che la larghezza di banda dell'osservatore di posizione è  $\Omega_{\theta_e} \simeq k_\epsilon k_p$  (Dimostrazione in appendice A.1). Per avere un margine di fase maggiore di  $45^\circ$ , deve essere soddisfatta la disuguaglianza  $\frac{k_i}{k_p} < k_\epsilon k_p$  (Dimostrazione in appendice A.2).

Inoltre, esaminando i poli dell'equazione caratteristica

$$s^2 + sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i = 0 \quad (3.37)$$

$$p_{1,2} = \frac{-k_\epsilon k_p \pm \sqrt{(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i}}{2} \quad (3.38)$$

La condizione per l'esistenza di poli non immaginari è

$$(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i \geq 0 \quad (3.39)$$

Ossia

$$\frac{k_i}{k_p} \leq \frac{k_\epsilon k_p}{4} \quad (3.40)$$

Questo impone una disuguaglianza molto più rigida, il cui rispetto assicura un margine di fase più elevato.

La funzione di trasferimento dell'osservatore di velocità presenta gli stessi poli dell'osservatore di posizione e quindi si applica la precedente discussione per i poli non immaginari.

La funzione di trasferimento dell'osservatore di velocità è data da

$$\frac{\hat{\omega}_e(s)}{\omega_e(s)} = \frac{k_\epsilon k_i}{s^2 + sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \quad (3.41)$$

Dimostrazione.

Sostituendo 3.35 dentro 3.34 si ottiene

$$\tilde{\theta}_e(s) = \left( \theta_e(s) - \tilde{\theta}_e(s) \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right) \frac{1}{s} \right) k_\epsilon \quad (3.42)$$

Dalla figura 3.2 si ricava che

$$\theta_e(s) = \frac{1}{s} \omega_e(s) \quad (3.43)$$

$$\hat{\omega}_e(s) = \frac{k_i}{s} \tilde{\theta}_e(s) \quad (3.44)$$

Da cui, con semplici passaggi, si ottiene 3.41.

Incorporando 3.40 in 3.41, la larghezza di banda massima ammissibile dell'osservatore di velocità è  $\Omega_{\omega_e} \leq 0.5\Omega_{\theta_e}$ ; ossia deve essere inferiore alla metà della larghezza di banda dell'osservatore di posizione (Dimostrazione in appendice A.3).

A differenza dello schema di iniezione ad alta frequenza dove la larghezza di banda dell'osservatore di posizione è limitata dal filtro passa-basso dello stadio di demodulazione, questa struttura senza iniezione non ha nessuna restrizione del genere.

Si è scelto  $\Omega_{\theta_e} = 100\text{Hz}$ ; valori più alti, anche se stabili, non hanno alcun impatto differente sui risultati.

Per consentire un sufficiente margine di errore e di robustezza, si è scelto  $\Omega_{\omega_e} = 20\text{Hz}$ . Ai fini della calibrazione, si considera  $k_e = 1$ ; i corrispondenti  $k_p$  e  $k_i$  sono calcolati dalle espressioni precedenti. Si raccomanda che l'anello di controllo della velocità abbia meno di un quarto della larghezza di banda dell'osservatore di velocità.



## RISULTATI SPERIMENTALI

---

### 4.1 CONFIGURAZIONE DEL BANCO PROVA

Lo schema sensorless proposto è stato convalidato sperimentalmente su un motore SynRM da 1 kW. Il controllo è stato implementato su un dSpace DS1103 che funziona ad una frequenza di campionamento di 10 kHz. Il carico è un azionamento ausiliario collegato all'albero.

La configurazione del banco prova è mostrata in Fig. 4.1.

I parametri del SynRM in prova sono riportati nella tabella 4.1.

### 4.2 RISULTATI

Nei seguenti risultati sperimentali, il motore SynRM è stato controllato con la velocità ad anello chiuso ( $\omega_e$ ) mentre l'azionamento ausiliario applicava una coppia di carico arbitraria. La robustezza dell'algoritmo proposto viene testata nei transitori di coppia e di velocità, e anche negli stati stazionari.

1) *Risposta all'inversione di velocità*: Le prestazioni del convertitore di frequenza (driver) per una brusca inversione di velocità sono mostrate in Fig. 4.2. A  $t = 0s$ , la velocità è invertita da  $-100$  rpm a  $+100$  rpm senza carico (a vuoto). La stima della posizione è stabile durante il transitorio e l'errore è inferiore a  $4^\circ$ .

Si osserva che la velocità  $\omega_e$  supera marginalmente il riferimento, ciò può essere migliorato riducendo il coefficiente integrale del regolatore di velocità ( $k_i$ ) a costo di compromettere la rigidità ai disturbi del carico.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità
Potenza nominale	$P_n$	1	kW
Tensione nominale	$V_n$	340	V
Velocità nominale	$\omega_n$	1500	rpm
Corrente nominale	$I_n$	3.6	A
Coppia nominale	$T_n$	7.1	Nm
Numero di coppie di poli	$p$	2	-
Resistenza dello statore	$R_s$	4.5	$\Omega$
Inerzia dell'albero	$J$	0.04	kgm <sup>2</sup>

Tabella 4.1: Parametri del motore da Tabella 1 di [2]



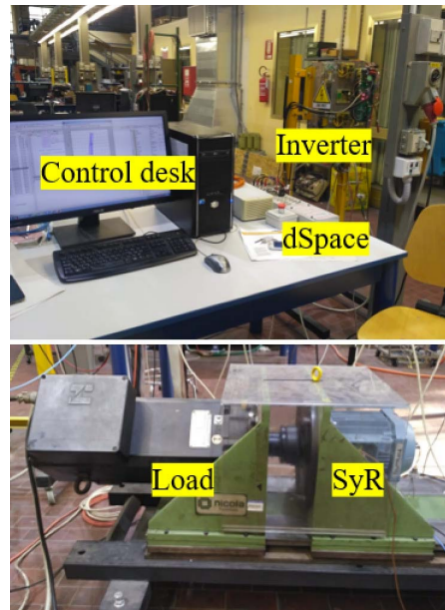


Figura 4.1: Configurazione del banco prova da Fig. 5 di [2]

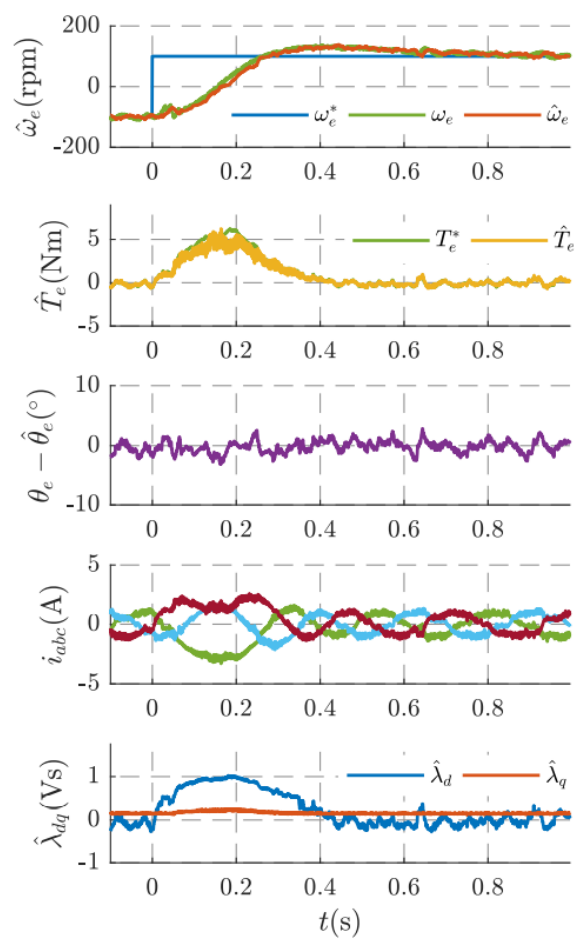


Figura 4.2: Transitorio della risposta all'inversione di velocità:  $\mp 100$  rpm da Fig. 6 di [2]

2) *Risposta al gradino di coppia*: Il test del transitorio di coppia è eseguito a velocità nulla, che è spesso la regione di funzionamento più impegnativa. Un gradino di coppia di  $0 \rightarrow T_n$  Nm e  $T_n \rightarrow 0$  Nm è imposto all'azionamento ausiliario rispettivamente a  $t = 0.9s$  e  $t = 3.3s$  come mostrato in Fig. 4.3.

Si osserva un calo della velocità  $\omega_e$  di circa 120 rpm, in accordo con i parametri di progetto ( $\simeq \frac{T_n}{k_p}$ ).

Per la stima dell'undershoot della velocità si possono applicare due approssimazioni. Nella prima fase della risposta alla presa di carico se si trascura il contributo integrativo del regolatore PI nell'anello di velocità, che essendo un integrale è "più lento" del ramo proporzionale, la coppia di riferimento diventa

$$T_e^* = k_p(\omega_e^* - \hat{\omega}_e) \quad (4.45)$$

Se si suppone il controllo di coppia molto più rapido di quello di velocità, allora

$$T_e^* = -k_p \hat{\omega}_e \quad (4.46)$$

A questo punto il minimo del buco di velocità, avendo derivata nulla, è il punto in cui la coppia motrice è uguale a quella di carico

$$T_n = -k_p \hat{\omega}_e \quad (4.47)$$

Da cui:

$$\hat{\omega}_e = -\frac{T_n}{k_p} \quad (4.48)$$

L'elevata larghezza di banda è evidente dalla rapida convergenza dell'osservatore di posizione al cambiamento di coppia. Si osserva un piccolo errore nello stato stazionario della stima della posizione osservata che è attribuito al tempo morto e agli effetti non lineari dell'inverter, che non sono trascurabili a bassa e nulla velocità. Tale errore di posizione è di circa  $4^\circ$ .

3) *Risposta a regime*: Per verificare la stabilità del controllo a basse velocità, si considera un riferimento di velocità crescente a rampa lenta a vuoto (senza carico) per studiare la risposta a regime. La velocità è aumentata da  $-50$  rpm a  $+50$  rpm su un arco di  $2s$ , come mostrato in Fig. 4.4.

L'errore di posizione è quasi del tutto nullo in tutta la regione di indagine.

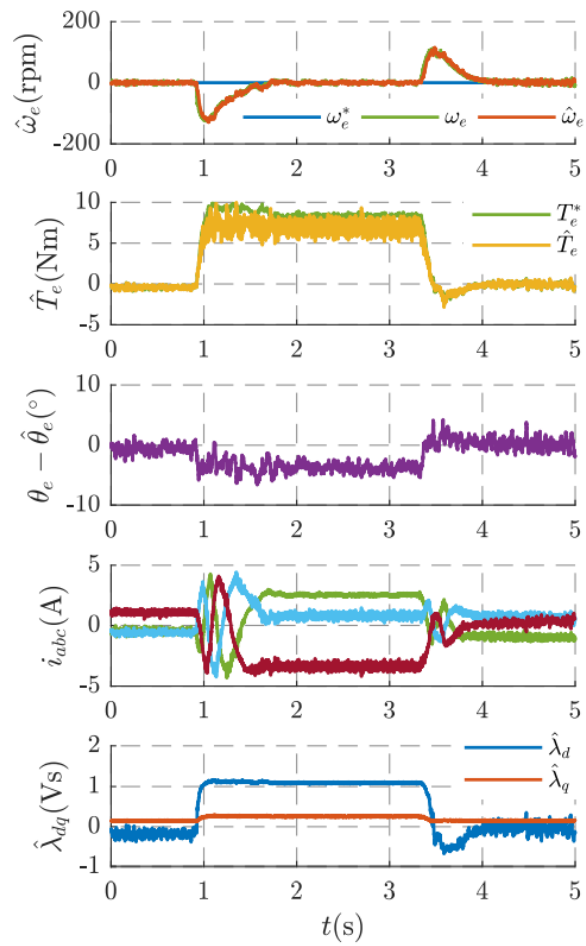


Figura 4.3: Transitorio della risposta al gradino di coppia:  $\pm T_n$  Nm da Fig. 7 di [2]

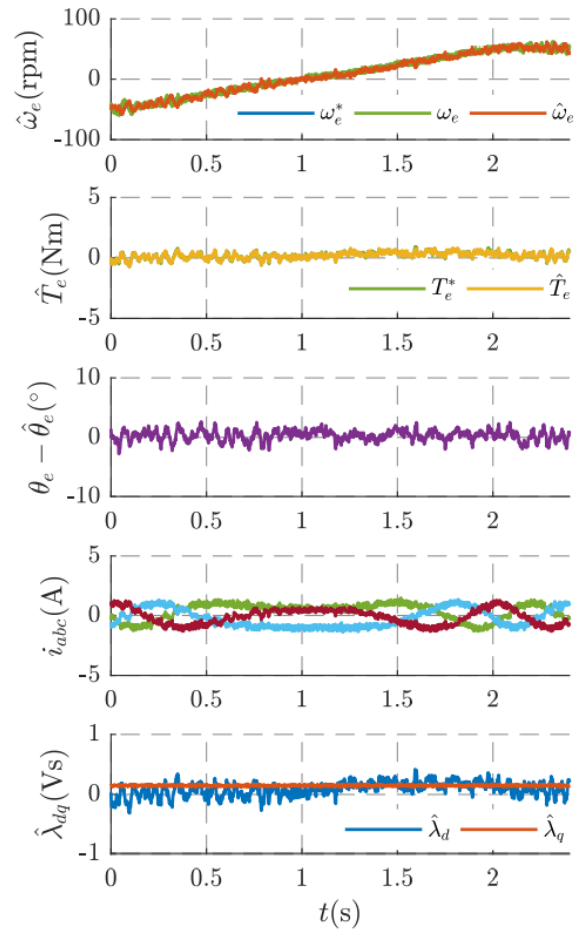


Figura 4.4: Risposta a regime a bassa velocità:  $\pm 50$  rpm da Fig. 8 di [2]



## CONCLUSIONI

---

L'articolo "Injectionless Sensorless Control of Synchronous Reluctance Machine for Zero to Low Speeds Region" di Anantaram Varatharajan, Paolo Pescetto e Gianmario Pellegrino, 2018 presenta una tecnica di controllo sensorless nella regione a bassa e nulla velocità senza adottare l'iniezione di segnali ad alta frequenza. Sfruttando la salienza, la stima della posizione è estratta dal controllo del modello predittivo. Poiché si basa solo sulle eccitazioni dell'asse  $q$ , non è semplicemente limitato alle macchine a bassa induttanza ma ha il potenziale per essere una soluzione generica.

Inoltre la tecnica proposta beneficia di un osservatore di posizione a banda larga grazie all'assenza di filtri e richiede uno sforzo minimo di calibrazione.

L'articolo analizzato espone anche le linee guida per la taratura dei regolatori.

La tecnica proposta è stata convalidata su un banco prova sperimentale su un motore SynRM da 1 kw. A causa della grande larghezza di banda, l'errore di posizione è confinato entro  $\pm 5^\circ$  elettrici durante i bruschi transitori di velocità e coppia.

Il funzionamento della tecnica proposta è stato trovato stabile nella regione a velocità bassa o nulla.



## APPENDICI





## APPENDICE

### A.1 LARGHEZZA DI BANDA DELL'OSSERVATORE DI POSIZIONE

Larghezza di banda  $\Omega_{\theta_e} = \omega_b$  che indica la pulsazione  $\omega_b$  alla quale il modulo della risposta armonica è inferiore di 3 dB al valore statico  $G(j0)$ , ossia tale che:

$$|G(j\omega_b)|_{dB} = |G(j0)|_{dB} - 3dB \quad (A.49)$$

$$|G(j\omega_b)| = \frac{|G(j0)|}{\sqrt{2}} \quad (A.50)$$

Considerando la funzione di trasferimento ad anello chiuso dell'osservatore di posizione

$$G(s) = \frac{\hat{\theta}_e(s)}{\theta_e(s)} = \frac{sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i}{s^2 + sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \quad (A.51)$$

Il suo guadagno statico è:

$$|G(j0)| = \left| \frac{k_\epsilon k_i}{k_\epsilon k_i} \right| = 1 \quad (A.52)$$

Da cui la larghezza di banda dell'osservatore di posizione è data da:

$$|G(j\omega_b)| = \left| \frac{j\omega_b k_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i}{(j\omega_b)^2 + j\omega_b k_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \right| = \quad (A.53)$$

$$= \left| \frac{j\omega_b k_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i}{j\omega_b k_\epsilon k_p - \omega_b^2 + k_\epsilon k_i} \right| = \quad (A.54)$$

$$= \frac{\sqrt{(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + (k_\epsilon k_i)^2}}{\sqrt{(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + (-\omega_b^2 + k_\epsilon k_i)^2}} = \quad (A.55)$$

$$= \frac{\sqrt{(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + (k_\epsilon k_i)^2}}{\sqrt{(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_\epsilon k_i + (k_\epsilon k_i)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (A.56)$$

$$\sqrt{2[(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + (k_\epsilon k_i)^2]} = \sqrt{(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_\epsilon k_i + (k_\epsilon k_i)^2} \quad (A.57)$$

$$2(\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + 2(k_\epsilon k_i)^2 = (\omega_b k_\epsilon k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_\epsilon k_i + (k_\epsilon k_i)^2 \quad (A.58)$$

$$\omega_b^4 - \omega_b^2[(k_\epsilon k_p)^2 + 2(k_\epsilon k_i)] - (k_\epsilon k_i)^2 = 0 \quad (A.59)$$

$$\omega_b^2 = \frac{[(k_\epsilon k_p)^2 + 2(k_\epsilon k_i)] \pm \sqrt{[-(k_\epsilon k_p)^2 - 2(k_\epsilon k_i)]^2 + 4(k_\epsilon k_i)^2}}{2} \quad (\text{A.60})$$

Ipotizzando che

$$(k_\epsilon k_i) \ll (k_\epsilon k_p)^2 \quad (\text{A.61})$$

si ottiene:

$$\omega_b^2 \simeq \frac{2(k_\epsilon k_p)^2}{2} \quad (\text{A.62})$$

Da cui si dimostra che la larghezza di banda dell'osservatore di posizione è  $\Omega_{\theta_e} \simeq k_\epsilon k_p$ .

L'ipotesi A.61 è verificata se si ragiona sulla stabilità di  $G(s)$ . Il sistema è stabile se alla pulsazione di attraversamento  $\omega_a = k_\epsilon k_p$  la fase  $\angle G(j\omega_a) > -\pi$ . Nel diagramma di Bode i poli reali positivi generano una diminuzione della fase di  $\frac{\pi}{2}$  mentre gli zeri reali positivi generano un aumento della fase di  $\frac{\pi}{2}$ . Inoltre più è ampio il margine di fase, più il sistema risulta stabile. Considerando lo zero  $z_1$  e i due poli  $p_1$  e  $p_2$  di  $G(s)$ , il sistema risulta più stabile se  $z_1 < p_1$ . Inoltre per garantire una elevata larghezza di banda dell'osservatore di posizione, e quindi avere un sistema con un tempo di salita minore è necessario che  $(k_\epsilon k_i) \ll (k_\epsilon k_p)^2$ .

## A.2 MARGINE DI FASE DELL'OSSERVATORE DI POSIZIONE

La funzione di trasferimento ad anello chiuso dell'osservatore di posizione

$$G(s) = \frac{\hat{\theta}_e(s)}{\theta_e(s)} = \frac{sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i}{s^2 + sk_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \quad (\text{A.63})$$

può essere riscritta nel modo seguente

$$\frac{\hat{\theta}_e(s)}{\theta_e(s)} = \frac{k_\epsilon k_p (s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (\text{A.64})$$

Con:

$$z_1 = \frac{k_i}{k_p} \quad (\text{A.65})$$

$$p_1 = -\frac{-k_\epsilon k_p - \sqrt{(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i}}{2} \quad (\text{A.66})$$

$$p_2 = -\frac{-k_\epsilon k_p + \sqrt{(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i}}{2} \quad (\text{A.67})$$

Sotto l'ipotesi che  $(k_\epsilon k_i) \ll (k_\epsilon k_p)^2$

$$p_1 = -\frac{-k_\epsilon k_p - \sqrt{(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i}}{2} \approx +k_\epsilon k_p \quad (\text{A.68})$$

$$p_2 = -\frac{-k_\epsilon k_p + \sqrt{(k_\epsilon k_p)^2 - 4k_\epsilon k_i}}{2} \approx 0 \quad (\text{A.69})$$

La pulsazione di attraversamento è  $\omega_a$  tale che  $|G(j\omega_a)| = 1$ . Confondendo la pulsazione di attraversamento  $\omega_a$  con la banda passante  $\omega_b$  troviamo che

$$\omega_a \approx \omega_b = k_\epsilon k_p \quad (\text{A.70})$$

Il margine di fase,  $m_\varphi$ , della funzione di trasferimento  $G(s)$  è

$$m_\varphi = \pi + \arg[G(j\omega_a)] \quad (\text{A.71})$$

$$= \pi + \arctan\left[\frac{\omega_a}{z_1}\right] - \arctan\left[\frac{\omega_a}{p_1}\right] - \arctan\left[\frac{\omega_a}{p_2}\right] \quad (\text{A.72})$$

Con

$$\arctan\left[\frac{\omega_a}{z_1}\right] = \arctan\left[\frac{k_\epsilon k_p^2 k_\epsilon}{k_i k_\epsilon}\right] = \arctan\left[\frac{(k_\epsilon k_p)^2}{k_i k_\epsilon}\right] \approx \arctan[\infty] = \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.73})$$

$$\arctan\left[\frac{\omega_a}{p_2}\right] \approx \arctan\left[\frac{\omega_a}{0}\right] = \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.74})$$

Per avere un margine di fase maggiore di  $45^\circ$

$$m_\varphi = \pi + \frac{\pi}{2} - \arctan\left[\frac{k_\epsilon k_p}{k_\epsilon k_p}\right] - \frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{4} \quad (\text{A.75})$$

$$= \pi - \frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{4} \quad (\text{A.76})$$

Il ragionamento è valido solo se è vera l'ipotesi  $(k_\epsilon k_i) \ll (k_\epsilon k_p)^2$ .

### A.3 LARGHEZZA DI BANDA DELL'OSSERVATORE DI VELOCITA'

Larghezza di banda  $\Omega_{\omega_\epsilon} = \omega_b$  che indica la pulsazione  $\omega_b$  alla quale il modulo della risposta armonica è inferiore di 3 dB al valore statico  $G(j0)$ , ossia tale che:

$$|G(j\omega_b)|_{dB} = |G(j0)|_{dB} - 3dB \quad (\text{A.77})$$

$$|G(j\omega_b)| = \frac{|G(j0)|}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.78})$$

Considerando la funzione di trasferimento dell'osservatore di velocità

$$G(s) = \frac{\hat{\omega}_\epsilon(s)}{\omega_\epsilon(s)} = \frac{k_\epsilon k_i}{s^2 + s k_\epsilon k_p + k_\epsilon k_i} \quad (\text{A.79})$$

Il suo valore statico è:

$$|G(j0)| = \left| \frac{k_e k_i}{k_e k_i} \right| = 1 \quad (\text{A.80})$$

Da cui la larghezza di banda dell'osservatore di velocità è data da:

$$|G(j\omega_b)| = \left| \frac{k_e k_i}{(j\omega_b)^2 + j\omega_b k_e k_p + k_e k_i} \right| = \quad (\text{A.81})$$

$$= \left| \frac{k_e k_i}{j\omega_b k_e k_p - \omega_b^2 + k_e k_i} \right| = \quad (\text{A.82})$$

$$= \frac{k_e k_i}{\sqrt{(\omega_b k_e k_p)^2 + (-\omega_b^2 + k_e k_i)^2}} = \quad (\text{A.83})$$

$$= \frac{k_e k_i}{\sqrt{(\omega_b k_e k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_e k_i + (k_e k_i)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.84})$$

$$\sqrt{2(k_e k_i)^2} = \sqrt{(\omega_b k_e k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_e k_i + (k_e k_i)^2} \quad (\text{A.85})$$

$$2(k_e k_i)^2 = (\omega_b k_e k_p)^2 + \omega_b^4 - 2\omega_b^2 k_e k_i + (k_e k_i)^2 \quad (\text{A.86})$$

$$\omega_b^4 + \omega_b^2 [(k_e k_p)^2 - 2(k_e k_i)] - (k_e k_i)^2 = 0 \quad (\text{A.87})$$

$$\omega_b^2 = \frac{[-(k_e k_p)^2 + 2(k_e k_i)] \pm \sqrt{[(k_e k_p)^2 - 2(k_e k_i)]^2 + 4(k_e k_i)^2}}{2} \quad (\text{A.88})$$

$$\simeq \frac{\sqrt{4(k_e k_i)^2}}{2} = k_e k_i \quad (\text{A.89})$$

Considerando la condizione per l'esistenza di poli non immaginari  $\frac{k_i}{k_p} \leq \frac{k_e k_p}{4}$  si ottiene

$$\omega_b = \sqrt{k_e k_i} \leq \sqrt{\frac{(k_e k_p)^2}{4}} = \frac{k_e k_p}{2} \quad (\text{A.90})$$

Da cui si dimostra che la larghezza di banda dell'osservatore di velocità è  $\Omega_{\omega_e} \leq 0.5\Omega_{\theta_e}$ .

## BIBLIOGRAFIA

---

- [1] Gianmario Pellegrino, Paolo Guglielmi, Eric Armando e Radu Iustin Bojoi. «Self-Commissioning Algorithm for Inverter Nonlinearity Compensation in Sensorless Induction Motor Drives». In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 46.4 (2010), pp. 1416–1424.
- [2] Anantaran Varatharajan, Paolo Pescetto e Gianmario Pellegrino. «Injectionless Sensorless Control of Synchronous Reluctance Machine for Zero to Low Speeds Region». In: *IEEE SLED* (2018). Helsinki, Finland.
- [3] Mauro Zigliotto. *Dispense del corso "Azionamenti per l'industria e la mobilità elettrica". Azionamenti per motori sincroni a riluttanza*. 2021.

