UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione (DPSS)

Corso di Laurea Magistrale in Psicologia di comunità, della promozione del benessere e del cambiamento sociale

Cognizione numerica in età prescolare: l'importanza della didattica nella scuola dell'infanzia

Numerical cognition in preschool age: the importance of teaching in kindergarten

Relatore: Prof.ssa Lanfranchi Silvia

Laureanda: Martini Lisa

Matricola: 2019074

Anno Accademico 2021/2022

Alla mia famiglia …

Indice

Introduzione

Il concetto di “numeri” è un elemento caratterizzante la nostra vita e, di conseguenza, non dobbiamo considerare il mondo della matematica quale singola materia scolastica, bensì come l’interpretazione delle nostre esperienze in relazione con l’ambiente (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

La conquista delle conoscenze numeriche in età infantile è un aspetto complesso ma, allo stesso modo, incantevole. Per capire come i bambini sviluppino tali conoscenze, è opportuno definire in primo luogo cosa si intende per intelligenza numerica (Lucanegli, Poli & Molin, 2003).

Il termine intelligenza numerica deriva dal latino «*intelligere*», che si riferisce alla capacità di ciascuno di noi di capire, pensare, interpretare il mondo attraverso il sistema cognitivo deputato ai numeri e alle quantità. Tale abilità presenta una caratteristica peculiare: l’intelligenza numerica è innata (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Infatti, i neonati fin da subito sono in grado di riconoscere le quantità, percependo la numerosità di un insieme visivo di oggetti, senza dover contare. A tal proposito, è interessante come il neonato sappia riconoscere che la propria mamma è una, mentre i suoi occhi sono due.

La cognizione numerica, pertanto, permette agli individui di interagire con la realtà circostante molto più di quanto loro non credano, interpretando così situazioni diverse ed articolate (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Dunque, la presente tesi ha lo scopo di analizzare e di approfondire uno dei temi più significativi dello sviluppo infantile, la cognizione numerica nei bambini di età prescolare, suddividendo la trattazione in sette capitoli.

La prima parte riflette un approfondimento del tema, mentre la seconda parte tratta un progetto di ricerca svolto all'interno di alcune scuole dell'infanzia.

In primo luogo, viene definito il concetto di cognizione numerica nei bambini osservandone le differenze e le uguaglianze rispetto agli animali, quali topi e scimpanzè.

Ulteriormente, mi sono focalizzata sulle principali teorie dello sviluppo dell'intelligenza numerica: dall'ipotesi piagetiana, che per molti anni ha illuminato i percorsi scientifici, fino alle ricerche condotte più recentemente.

In secondo luogo, ho trattato le tappe dello sviluppo delle conoscenze numeriche nei bambini come, ad esempio, l'enumerazione e la differenza tra i numeri cardinali, ordinali e i numeri nominali.

In terzo luogo, ho illustrato come il gioco sia importante nell'apprendimento matematico e, ancor di più, ho discriminato il metodo Montessori e il metodo Analogico per l'insegnamento della matematica nelle scuole dell'infanzia.

Infine, negli ultimi capitoli, è definito il progetto di ricerca svolto con bambini di età compresa fra i quattro ed i cinque anni, finalizzato a confrontare lo sviluppo della cognizione numerica in bambini educati con due metodi differenti: quello montessoriano e quello analogico.

Capitolo 1

L'intelligenza numerica nei bambini

L'intelligenza numerica è definita come la propensione innata dell'individuo di pensare il mondo circostante in termini di numeri e quantità; quest'ultima viene definita anche numerosità. La numerosità viene intesa come il numero degli elementi che costituiscono l'insieme stesso degli elementi (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Il bambino nasce predisposto all'intelligenza numerica quanto a quella verbale. Già a pochi mesi, infatti, il neonato è in grado di percepire la numerosità di un gruppo di oggetti visivamente senza dover contare. Possiamo, quindi, notare che il bambino coglie la realtà numerica attraverso la percezione (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Appena nati i bambini cominciano a vedere ciò che accade attorno e il loro cervello comincia fin da subito a pianificare la realtà in base ai numeri, riconoscendo di conseguenza che la mamma è una, il papà è uno e, ancora, il pediatra è uno. In questo modo, il neonato riconosce il numero tre, senza sapere contare fino a tre (Saterini, 2020).

All'interno della relazione neonato e ambiente, il cervello gioca un ruolo cruciale perché riflette la capacità di imparare nuove abilità. Tale capacità è definita "neuroplasticità cerebrale", grazie alla quale il cervello alla nascita riceve molte informazioni di vario tipo, come visivo, uditivo, tattile ed olfattivo, che vengono sviluppate al momento opportuno.

A tal proposito, i primi sessanta mesi sono fondamentali per apprendere, in quanto è il periodo di massima plasticità cerebrale; periodo in cui è importante che i genitori sollecitino e potenzino le competenze del loro figlio (Saterini, 2020).

1.1 Le abilità numeriche negli animali

Quando si parla di cognizione numerica non ci si limita soltanto alla sfera cognitiva dei bambini, bensì esistono delle capacità numeriche importanti in comune tra gli esseri umani e gli animali. Difatti, le attuali ricerche ci riferiscono che anche gli animali sanno contare (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Negli anni ’80, il ricercatore Matsuzawa ha indagato l’abilità di contare degli animali, addestrando uno scimpanzè a collegare i numeri arabici fino a 6 alle corrette quantità di oggetti (Matsuzawa, 1985).

Negli anni ’90, Boysen ha constatato dei risultati migliori addestrando uno scimpanzè femmina all’uso di numeri arabici fino a 3. Sheba, lo scimpanzè, imparò a cogliere una corrispondenza biunivoca; infatti, l’animale sapeva scegliere, fra tre gruppi differenti di caramelle, la numerosità corretta di tre grazie a dei segni presenti in un cartoncino. Successivamente, i segni divennero numeri e l’animale si è dimostrata in grado di addizionare oggetti, numeri e di esprimere la quantità indicando il simbolo numerico corretto (Boysen, 1993).

Studi successivi con gli scimpanzè hanno dimostrato un ulteriore capacità numerica: il confronto di grandezze. È stato rilevato che tali animali posti di fronte a due vassoi con due vaschette di cioccolatini, erano in grado di scegliere la quantità maggiore (Rumbaugh & Washburn, 1993).

Altri studi hanno riportato che persino i topi sono in grado di utilizzare le informazioni numeriche sulla quantità. È stato analizzato come tali animaletti apprendano il numero di pressioni esatte da compiere su di una leva, prima di premere una seconda leva per ottenere la ricompensa (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Inoltre, lo studioso Thorpe ha individuato negli uccelli delle abilità fondamentali come, ad esempio, il confronto di numerosità e la capacità di ricordare il numero di oggetti mostrati in successione (Thorpe, 1963).

Addirittura, è stata scoperta una capacità numerica biologica di fondamentale importanza che uguaglia esseri umani e animali: la capacità di confrontare numerosità. McComb, nel 1994, ha valutato come i leoni allo stato selvatico utilizzino tale abilità; difatti, i leoni tendono ad attaccare soltanto in situazioni di superiorità numerica, al contrario quando la situazione è di inferiorità si ritirano (McComb, Packer & Pusey, 1994).

Nonostante ciò, le abilità degli animali non possono essere riconducibili a quelle dei bambini. Le capacità numeriche negli animali offrono vantaggi adattivi per la ricerca del cibo, che riflettono l'attivazione delle stesse aree cerebrali per lo svolgimento di compiti numerici che, tuttavia, non sono ancora stati del tutto verificati.

In conclusione, il modulo numerico dell'uomo non rappresenta l'evoluzione di quello animale (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

1.2 Le abilità numeriche nei neonati

Già dopo pochi giorni dalla nascita, il cervello del neonato riesce ad organizzare l'ambiente in base ai numeri e alle quantità.

La letteratura scientifica ha rivelato che esistono differenti modi di rappresentazioni della conoscenza numerica preverbale nel neonato, che sono definiti "*core of knowledge*".

Tali rappresentazioni si suddividono in quattro sistemi: uno per le rappresentazioni degli oggetti che riguarda i principi spazio-temporali di coesioni, uno degli agenti e le azioni sugli oggetti, un sistema che descrive le relazioni geometriche dello spazio e, come ultimo, un sistema di rappresentazione del numero (Saterini, 2020).

Per indagare lo sviluppo della cognizione numerica nei neonati esistono tre tecniche: la tecnica abituazione-disabituazione, il paradigma della violazione dell’aspettativa e il compito di ricerca manuale.

La tecnica sperimentale nota come abituazione-disabituazione presuppone che i bambini tendano a guardare più a lungo stimoli nuovi che preferiscono. Guardare con attenzione e a lungo un determinato elemento porta il bambino ad abituarsi all’elemento stesso, mentre una cosa nuova disabitua il bambino in quanto induce interesse.

È possibile valutare la risposta del neonato a determinati stimoli in base a quanto guarda l’oggetto, ovvero misurarne i tempi di fissazione, e quanto succhia, ovverosia la frequenza dei movimenti di suzione (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

A tal proposito, alla fine degli ’80, gli psicologi americani Antell e Keating hanno utilizzato la tecnica dell’abituazione-disabituazione con neonati di pochi giorni. Ad ogni bebè sono stati presentati due cartoncini con due punti neri uguali, in modo alternato per diversa posizione, con lo scopo di indurre abituazione; successivamente, è stato mostrato un ulteriore cartoncino con tre punti neri in modo tale da invitare il neonato a disabituarsi, come si nota in figura 1.1 (Antell & Keating, 1983).

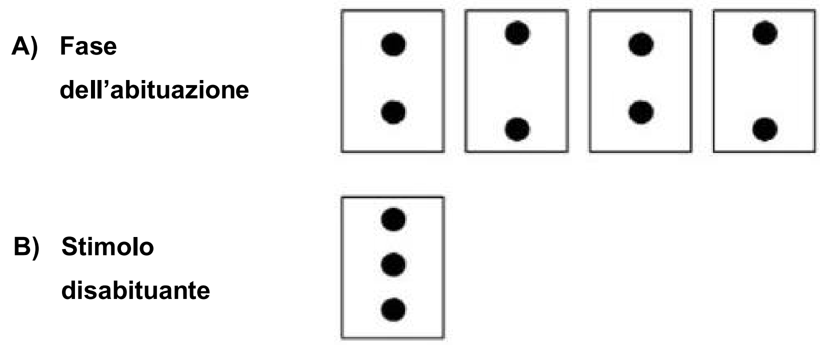

Figura 1.1: Esperimento di Antell & Keating (1983)

I risultati hanno dimostrato che i neonati osservavano più a lungo il terzo stimolo, in quanto vi era una maggior preferenza per le immagini con tanti puntini e non necessariamente una maggior sensibilità alla diversa numerosità (Antell & Keating, 1983).

Un ulteriore studio, condotto da Van Loosbroek e Smitsman nel 1990, ha evidenziato che la sensibilità del bambino alle quantità non coinvolge soltanto la percezione degli oggetti, bensì riguarda anche il movimento e l'azione.

Infatti, nel loro esperimento sono state presentate a bambini di 5 e 13 mesi delle immagini in movimento, ossia due o tre rettangoli di varie tonalità del grigio che si muovevano in diverse traiettorie. Quando il numero dei rettangoli variava, il tempo di fissazione dei neonati cresceva in modo significativo, sottolineando di nuovo come i bambini tendano a reagire alla numerosità degli oggetti, in questo caso in movimento (Van Loosbroek & Smitsman, 1990).

Pertanto, i neonati sono capaci di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato, senza il bisogno di contare.

La capacità di riconoscere una quantità senza contare è definita *subitizing,* un processo specializzato alla percezione visiva che consente di riconoscere immediatamente la quantità di un insieme senza ricorrere a dei meccanismi di conteggio verbale (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Esso risulta valido solo con gli insiemi formati da pochi elementi, il numero massimo di oggetti percepibili in tale modo varia da 4 a 5 oggetti negli adulti. Man mano che l'insieme aumenta di numerosità aumenta anche il limite d'imprecisione nella risposta. Effettivamente, la nostra mente presenta dei limiti significativi di rappresentazione in termini di numerosità: oltre allo *span* 4 dobbiamo ricorrere al conteggio (Saterini, 2020).

Le aree postero-laterali del cervello umano consentono delle relazioni visuo-spaziali precise. L'area del solco intraparietale destro (fig. 1.2) controlla l'attenzione di entrambi gli emisferi di destra e di sinistra (Saterini, 2020). Inoltre, un'area del solco intraparietale è coinvolta nella rappresentazione dell'informazione numerica, che risponde a numeri presentati in una varietà di formati (Piazza & Izard, 2009). Un precursore di questa attivazione intraparietale è stato trovato già nei bambini di età inferiore ai tre mesi (Izard & Dehaene, 2008).

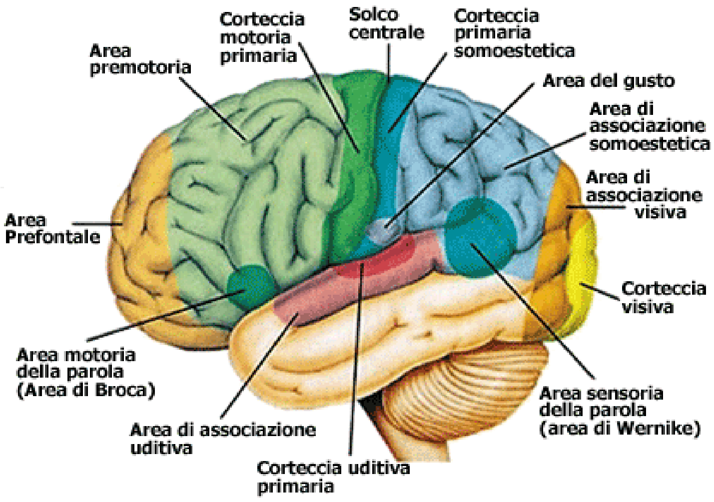

Figura 1.2: Le aree postero-laterali sono implicate nelle relazioni visuo-spaziali

Di conseguenza, si può dedurre che nel neonato ci siano tre aree cerebrali in interazione dinamica: il linguaggio, che influenza l'area logico-matematica, la cui a sua volta viene influenzata dall'area visuo-spaziale (Saterini, 2020).

Sebbene i neonati e gli animali rispondano al numero approssimativo di elementi nelle matrici visive, uditive e tattili, è stato dimostrato che solo i bambini e gli adulti umani possiedono rappresentazioni numeriche astratte che si applicano a entità di ogni tipo.

I neonati preverbali rispondono ai valori cardinali degli insiemi presentati in una diversità di formati di stimolo diversi, inoltre si pensa che questo fondamento del numero guidi l'apprendimento dei simboli numerici e dell'aritmetica nei bambini e negli adulti umani (Izard et al., 2009).

A tal proposito, Izard e colleghi hanno condotto tre esperimenti per valutare la discriminazione cross-modale tra un gran numero di oggetti in 16 neonati di sei mesi.

Nel primo esperimento, i neonati sono stati prima familiarizzati con un accoppiamento uno ad uno di oggetti e suoni su un *display* computerizzato, in cui apparivano delle faccine gialle divertenti. Nel concreto, i bambini hanno guardato un breve filmato in cui gli oggetti bidimensionali apparivano uno ad uno e, ogni volta che appariva un oggetto, suonava un breve "*ding*". Questa familiarizzazione ha dato ai bambini l'opportunità di apprendere che ogni oggetto era associato ad un suono.

Il miglior rapporto con cui i bambini hanno mostrato una robusta rappresentazione intermodale della numerosità approssimativa era 1:3, ad esempio 4 contro 12.

Nel secondo esperimento, i bambini sono stati testati utilizzando metodi identici a quelli dell'esperimento precedente, tranne per il fatto che le discrepanze numeriche hanno creato un rapporto 1:2, ad esempio 4 contro 8. Anche in questo caso, i neonati guardavano più a lungo le matrici visive che differivano di un rapporto 1:2 dal numero di toni ascoltati.

Anche nel terzo esperimento i neonati sono stati analizzati con modalità uguali alle precedenti, ma con la differenza che le discrepanze numeriche hanno assegnato un rapporto 2:3. Ai bambini sono stati mostrati cinque volti, ciascuno abbinato ad un suono identico. In questo caso, la preferenza dei neonati di guardare gli stimoli visivi non era correlata al suono sentito collegato al volto.

In conclusione, i neonati hanno risposto a quantità numeriche astratte attraverso diverse modalità (Izard et al., 2009).

È stato dimostrato, quindi, come i bambini di sei mesi abbinino il numero approssimativo di suoni che sentono al numero approssimativo di cose che vedono e questo implica che i bambini possono confrontare le informazioni numeriche ottenute in differenti modalità utilizzando rappresentazioni memorizzate. I bambini di sei mesi, dunque, possono discriminare *array* visivi che differiscono per un rapporto numerico di 1:2, attraverso una gamma di numerosità assolute e con dimensioni non numeriche controllate. Tuttavia, questi bambini non riescono a discriminare *array* simili che differiscono per un rapporto di 2:3, ovvero le loro rappresentazioni numeriche sono relativamente grossolane. Da nove a dieci mesi, invece, i bambini riescono con un rapporto 2:3, ma falliscono con 4:5. L'acutezza delle discriminazioni numeriche continua ad aumentare durante lo sviluppo, fino a raggiungere il livello adulto di 9:10 (Feigenson, 2011).

1.3 Le abilità numeriche nei bambini in età prescolare

Dopo aver illustrato come i bambini già da piccoli riescono a discriminare diverse quantità in modo visivo, analizziamo ora la capacità biologica di confrontare le numerosità nei bambini in età prescolare.

Risulta ancora difficile dimostrare la peculiarità innata di tale abilità, in quanto la prova finale è una formulazione verbale esplicita. Tuttavia, compiti di rappresentazioni analogiche di numerosità possono essere svolti anche da bambini piccoli (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

All'età di quattro anni, la capacità di confrontare le numerosità viene influenzata dagli indizi percettivi e questo è dimostrato in particolar modo quando ai bambini viene chiesto di dire dove vedono più elementi tra due file di oggetti posti l'uno sotto l'altro come, ad esempio, tra cinque fiocchi rossi e cinque fiocchi blu. Solitamente, i bambini rispondono che il numero è uguale senza comprendere la competenza numerica della corrispondenza biunivoca che stanno attuando. Quando, però, si modifica uno dei due gruppi aumentando la distanza di un elemento rispetto agli altri, i bambini diranno che ci sono più elementi nel gruppo modificato, lasciandosi influenzare di conseguenza dall'indizio percettivo dello spazio occupato dai singoli elementi.

Quindi, le trasformazioni fisiche possono influenzare significativamente la valutazione numerica che il bambino attua nei confronti di determinate quantità; inoltre, la disposizione degli elementi può influenzare la rapidità e l’accuratezza delle risposte incrementando il numero di errori (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Un altro aspetto caratterizzante la capacità di confrontare le numerosità è l’effetto distanza, che si nota nei bambini di età di sei anni. Tale effetto influenza le rappresentazioni analogiche quanto quelle di numeri arabici o di parole-numero.

Il tempo di reazione impiegato per giudicare la numerosità campionaria è un aspetto della distanza, nonché della differenza, tra il numero maggiore e il numero minore. È stato rilevato che gli individui impiegano un maggior tempo per scegliere il numero maggiore quando la distanza fra gli elementi è minima. In più, è stato constatato che l’effetto distanza è presente anche in compiti che non richiedono il confronto di numerosità come, ad esempio, quando si chiede al bambino di dire se due numeri sono uguali osservando la forma grafica. Anche in questo caso la risposta è più veloce quanto maggiore è la differenza (Duncan & McFarland, 1980).

In poche parole, la nostra mente attiva in modo automatico le rappresentazioni di quantità che vengono confrontate, anche nei casi in cui è irrilevante per il compito da svolgere.

Inoltre, la capacità della rappresentazione di numerosità precede la competenza linguistico-simbolica e sembra essere indipendente da quest’ultima (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

1.4 Le aree cerebrali imputate nelle abilità numeriche

La cognizione numerica si basa sulle interazioni dinamiche all'interno di alcuni sistemi cerebrali funzionali, compresi quelli che sono coinvolti nell'elaborazione della quantità, nella memoria di lavoro, nella memoria dichiarativa e nel controllo cognitivo. Inoltre, ci si focalizza su due principali forme di memoria imputate nelle abilità numeriche: la memoria di lavoro e la memoria dichiarativa, che giocano ruoli cruciali e ben distinti nella cognizione e nell'apprendimento matematico (Menon, 2016).

Il meccanismo della memoria di lavoro coinvolge più circuiti parietali frontali che creano rappresentazioni a breve termine che comportano la manipolazione di numerosità discrete per diversi secondi. Mentre, i circuiti ippocampo frontali, che sono alla base della memoria dichiarativa, svolgono un ruolo di fondamentale importanza nella formazione della memoria associativa e nel legame di nuove e vecchie informazioni, portando così alla formazione della memoria a lungo termine (Menon, 2016).

La conoscenza della grandezza numerica e la manipolazione delle quantità simbolica e non simbolica, ovvero il senso del numero, sono le fondamenta su cui è costruita tutta la nostra cognizione matematica.

Queste funzioni sono correlate ad un sistema numerico visuo-spaziale definito "centrale" localizzato nel giro fusiforme (FG) e nel solco intraparietale (IPS) (Menon, 2016).

Il solco intraparietale e il giro fusiforme (fig. 1.3) formano gli elementi costitutivi fondamentali con cui si vengono a rappresentare mentalmente la forma dei numeri e le rappresentazioni della quantità. Ma, queste regioni non funzionano isolatamente; infatti, ricevono *input* e inviano *output* da e a più regioni del cervello (Menon, 2016).

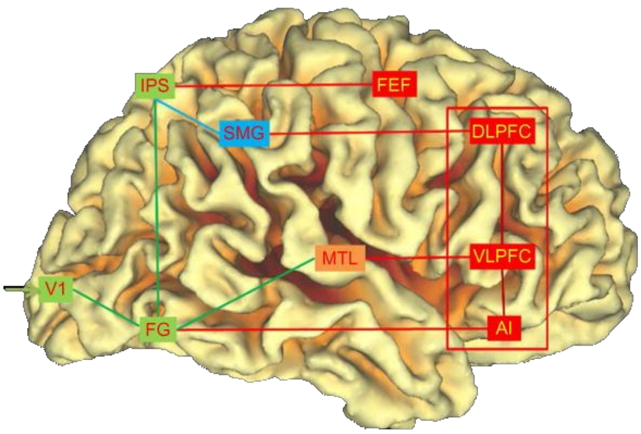

Figura 1.3: Schema dei circuiti di memoria e di controllo. Il giro fusiforme (FG) nella corteccia temporale inferiore decodifica la forma numerica insieme al solco intraparietale (IPS) nella corteccia parietale che aiuta a costruire rappresentazioni visuo-spaziali di quantità numeriche.

I circuiti parietali frontali svolgono un ruolo fondamentale nella cognizione matematica. In effetti, la ricerca attraverso l'utilizzo della *neuroimaging* funzionale ha riscontrato una sovrapposizione significativa in più regioni corticali parietali e prefrontali coinvolte nella memoria di lavoro e nella risoluzione dei problemi matematici (Menon, 2016).

Si pone una maggior enfasi sui sistemi della memoria di lavoro parietale frontale nella cognizione numerica, in quanto è più rilevante negli studi sullo sviluppo. È risaputo che ciò origina nelle capacità immature di *problem solving* dei bambini, con cui svolgono compiti che richiedono loro di scomporre i problemi numerici in componenti più elementari. L'uso di tali strategie richiede una maggiore dipendenza dai sistemi di memoria di lavoro per la risoluzione dei problemi nei bambini (Menon, 2016). Effettivamente, il ragionamento matematico è una delle abilità cognitive più importanti che ogni bambino deve saper padroneggiare ed affrontare in modo efficace (Rivera et al., 2005).

Un esempio del coinvolgimento della memoria di lavoro nella cognizione matematica è fornito dallo studio svolto da Rivera e colleghi, i quali hanno analizzato i cambiamenti dello sviluppo neurologico nell'aritmetica mentale in soggetti di età compresa fra gli 8 ed i 19 anni durante prove di addizione e sottrazione, grazie all'acquisizione di immagini tramite la *neuroimaging* funzionale (fMRI).

Gli studiosi hanno riscontrato che i bambini, rispetto agli adulti, tendono a coinvolgere meno la corteccia parietale posteriore ma di più la corteccia prefrontale mediale quando risolvono problemi matematici. Questo sembra essere dovuto al fatto che i bambini richiedono un maggior coinvolgimento della *working memory* e delle risorse attentive per raggiungere livelli simili nelle prestazioni matematiche degli adulti, nei quali al contrario vi è una maggior attivazione nella corteccia parietale sinistra. Inoltre, i bambini hanno anche mostrato un'attivazione più ragguardevole dell'ippocampo e dei gangli della base dorsale.

In conclusione, lo studio ha scoperto dei significativi cambiamenti nelle risposte neurali alla base della cognizione aritmetica (fig. 1.4), per cui ci sono sia aumenti che diminuzioni dell’attivazione con l’età. Tuttavia, questi cambiamenti non sono causati da una modificazione della densità di materia grigia, bensì sono segnali di traiettorie di maturazione funzionale in determinate aree cerebrali (Rivera et al., 2005).

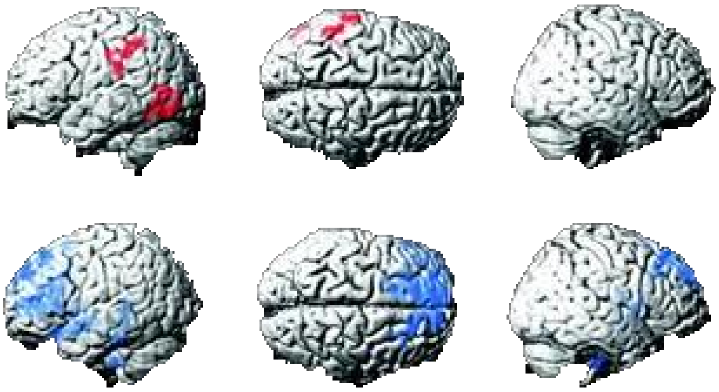

Figura 1.4: Rendering superficiale di aumenti significativi (in rosa-in alto) e diminuzione (in blu-in basso) nell’attivazione per le scie aritmetiche mentali.

Capitolo 2

Le teorie dello sviluppo della cognizione numerica

Gli studi svolti sullo sviluppo della cognizione numerica comprendono l'evoluzione delle varie abilità coinvolte nell'organizzazione e comprensione del mondo in termini di numeri e quantità.

Da un lato, il famoso psicologo Piaget poneva l'attenzione sulle relazioni fra la conoscenza numerica e le competenze cognitive; dall'altro lato, le ricerche più recenti pongono l'enfasi sull'interdipendenza tra la conoscenza numerica e la conoscenza verbale (Lucangeli, Poli & Molin, 2003).

2.1 L'ipotesi iniziale di Piaget

Per quanto concerne la teoria piagetiana, Piaget è stato il primo ad aver formulato una teoria fondamentale riguardante il concetto di numeri, presupponendo una relazione tra le strutture dell'intelligenza generale e l'evoluzione delle competenze numeriche nelle abilità di pensiero (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Secondo lo psicologo svizzero, l'intelligenza è una forma elevata di adattamento biologico tra l'individuo e l'ambiente, ovvero la mente ha una predisposizione innata ad adattarsi all'ambiente circostante. L'adattamento sembrerebbe essere il risultato tra due meccanismi: assimilazione e accomodamento.

Lo sviluppo cognitivo segue una serie di processi, in cui il pensiero riflette determinate strutture mentali.

All'inizio, troviamo lo stadio sensomotorio, che rappresenta il periodo dalla nascita fino a circa due anni, in cui i bambini cominciano a conoscere il mondo attraverso azioni che compiono sulla realtà che si concretizzano principalmente nei riflessi, come la suzione.

Il secondo stadio è definito preoperatorio, corrisponde alla fascia d’età tra i due e i sette anni; il pensiero è di tipo egocentrico attraverso cui i riflessi nei bambini diventano rappresentazionali e, quindi, i bambini iniziano a rappresentarsi degli eventi nella mente.

Successivamente, vi è lo stadio operatorio concreto, che rappresenta i bambini dai sette agli undici anni, i quali sono in grado di avviare e sostenere delle operazioni mentali e il loro pensiero diviene di tipo decentrato e reversibile.

Da ultimo, nello stadio operatorio formale, ovvero dagli undici ai quindici anni, il pensiero si fa ipotetico-deduttivo e, per questo motivo, nei bambini cambia il contenuto del pensiero ma non la struttura (Piaget, 2018).

Per quanto riguarda la cognizione numerica, Piaget supponeva che il concetto di numerosità non potesse emergere prima dei sei anni, in quanto tale abilità era basata sullo sviluppo di capacità tipiche del pensiero operatorio. Quindi, il bambino assimila il concetto di numerosità solo attraverso processi di classificazione e di seriazione, tipiche degli stadi di sviluppo cognitivo successivi.

Secondo Piaget, il bambino arriva alla comprensione delle quantità superando tre fasi di sviluppo.

A quattro anni, la valutazione della numerosità è subordinata all’esperienza percettiva per cui il bambino si fida soltanto della percezione sensibile.

A cinque anni, il bambino inizia a comprendere il mondo in termini di numeri, ma si sente incerto perché è in continua ricerca di coordinarsi in modo logico e di controllare le illusioni percettive.

Infine, è solo dopo i sei anni che l’individuo perfeziona la coordinazione logica, organizza il mondo in base alle quantità, grazie alle capacità del pensiero operatorio quali seriazione, classificazione e conservazione di quantità, giungendo alla piena consapevolezza delle quantità solo verso i sette anni.

Quindi, secondo il celebre psicologo, lo sviluppo delle conoscenze numeriche avviene col passaggio dell'intelligenza dal livello del pensiero preoperatorio al livello del pensiero concreto e logico. Tale evoluzione permette una totale padronanza delle operazioni logiche ma, anche, delle operazioni spazio-temporali (Lucangeli, Poli & Molin, 2003).

2.2 La "Teoria dei principi di conteggio" di Gelman e Gallistel

Per molto tempo, il percorso scientifico è stato illuminato dalla teoria piagetiana, ma studi svolti a partire dagli anni '80 hanno dimostrato che una rappresentazione della numerosità è presente fin dalla nascita, andando così ad evidenziare i limiti del modello piagetiano (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Per quanto concerne la teoria dei ricercatori Gelman e Gallistel, l'acquisizione delle capacità di conteggio verbale è condotta dalla conoscenza innata di alcune abilità numeriche non verbali. A tal proposito, questa nuova teoria si fonda sulle convinzioni che i bambini presentano un concetto innato di numero, che evolve nell'acquisizione delle procedure di calcolo (Gelman & Gallistel, 1978).

Gli studiosi, dunque, hanno delineato tre principi cardini nel conteggio: la corrispondenza biunivoca, l'ordine stabile e la cardinalità.

Il primo principio, che viene definito anche come la corrispondenza uno ad uno, sottolinea che ad ogni elemento dell'insieme deve corrispondere un solo indicatore di numerosità, nonché una singola parola-numero.

Il principio dell'ordine stabile riflette le capacità di saper ordinare parole-numero in sequenza fissa.

Infine, il terzo principio evidenzia come l'ultima parola-numero utilizzata nel conteggio rappresenti la numerosità totale dell'insieme.

Inoltre, gli studiosi hanno aggiunto ulteriori due principi che servono a spiegare l'applicazione dei primi tre: il principio di irrilevanza dell'ordine e il principio di astrazione.

La padronanza dei principi del calcolo inizia verso i due anni e si completa attorno ai cinque anni (Gelman & Gallistel, 1978).

Per concludere, si può asseverare che la capacità numerica non verbale gioca un ruolo di fondamentale importanza nello sviluppo della competenza verbale, in quanto getta le basi per l'acquisizione dei principi che guidano la cognizione numerica (Gelman & Gallistel, 1978).

2.3 La "Teoria dei contesti diversi" di Fuson

Come Gelman e Gallistel, anche la studiosa Fuson conferma l'importanza delle componenti innate nella cognizione numerica, ponendo un maggior rilievo nelle competenze apprese che risultano in interazione con quelle innate (Fuson, 1988).

L'autrice ha elaborato la propria teoria con lo scopo di analizzare l'acquisizione dei significati che il bambino associa alle parole-numero e il modo con cui questi vengono integrati.

Anche Fuson condivide i tre principi della teoria del conteggio, ossia l'associazione biunivoca, l'ordine stabile e la cardinalità; presupponendo inoltre che, per essere utilizzati in modo corretto dal bambino, debbano essere sviluppati in modo graduale soltanto attraverso l'imitazione e la ripetizione di esercizi.

Oltre a ciò, secondo la studiosa, un'ulteriore variabile importante che entra in gioco nel processo di acquisizione delle conoscenze numeriche è l'interazione dinamica tra bambino ed ambiente; infatti, il bambino si crea la propria rappresentazione del mondo in termini di numeri attraverso la relazione con la realtà circostante (Fuson, 1988).

Nel concreto, quindi, l'autrice delinea tre contesti d'uso differenti per le parole-numero: il contesto sequenza, che rappresenta la recita di filastrocche con cui la parola-numero non è collegata a nessun elemento; il contesto conta, in cui la parola-numero viene connessa ad una corrispondenza biunivoca con gli oggetti in questione; e, infine, il contesto cardinale, in cui la parola-numero riflette la numerosità dell'insieme (Fuson, 1988).

All'inizio, il bambino utilizza le parole-numero solo all'interno di specifici contesti senza riuscire a collegarli e, di conseguenza, la conta non ha nessun significato; difatti, soltanto quando il bimbo compie quattro anni è in grado di riconoscere il carattere cardinale delle parole-numero. Successivamente, dai due ai nove anni, il bambino comprende e combina assieme i diversi significati fino a raggiungere la piena consapevolezza che ogni parola-numero riflette la numerosità degli elementi (Fuson, 1988).

Per riassumere, l'acquisizione delle capacità di conteggio implica un'integrazione di principalmente tre aspetti: la padronanza della sequenza numerica, l'assimilazione della corrispondenza biunivoca e, infine, la comprensione dell'aspetto cardinale dei numeri (Fuson, 1988).

Capitolo 3

L’acquisizione delle conoscenze numeriche in età prescolare

L’acquisizione delle conoscenze numeriche in età prescolare rappresenta una tappa dello sviluppo complesso ma interessante.

Imparare a contare per il bambino rappresenta il primo collegamento fra la capacità innata di «*intelligere*» e l’abilità appresa dall’interazione con l’ambiente circostante (Lucangeli, Poli & Molin, 2003).

La capacità di contare è costituita da tre sotto abilità principali. Innanzitutto, l’individuo deve conoscere determinati vocaboli connessi al calcolo come, ad esempio, il nome dei numeri e dei simboli matematici, attraverso i quali poter produrre una sequenza verbale; inoltre, deve saper collegare ciascuna parola-numero all’oggetto che si vuole contare; e, infine, l’individuo deve sapere che l’ultima parola-numero pronunciata riflette la numerosità dell’insieme di elementi (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

3.1 L’enumerazione

Lo sviluppo dell’abilità di conteggio inizia con l’acquisizione della sequenza delle parole-numero, che si concretizza con l’enumerazione.

Il termine enumerazione si riferisce all’apprendimento dei vocaboli che sono utilizzati dalla società per contare (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Innanzitutto, il numero è una rappresentazione quantitativa astratta che attraversa le modalità sensoriali e lo spazio e il tempo; è un concetto amodale e ciò è di fondamentale importanza nella cognizione umana. Mentre, il conteggio è un'invenzione culturale evolutivamente recente della specie umana; ma, prima che gli individui comprendano il conteggio, è necessario che alcune abilità rappresentative e logiche siano già state acquisite. Dunque, vi sono dei meccanismi fondamentali che hanno promosso l'emergere del concetto di numero.

In primo luogo, il numero è un concetto astratto con una peculiarità: è innato negli esseri umani. In secondo luogo, i processi maturativi limitano lo sviluppo delle rappresentazioni numeriche tra l'infanzia e l'età adulta. Inoltre, è presente una continuità evolutiva nei processi neurali della cognizione numerica e le abilità logiche primitive supportano lo sviluppo del conteggio verbale negli esseri umani. Infine, i processi neurali comportano le basi per lo sviluppo numerico simbolico nel cervello umano. Tutti questi dati evidenziano che alla base dei concetti numerici umani ci sono meccanismi percettivi e logici, che costituiscono le fondamenta dello sviluppo numerico nel cervello umano (Kersey & Cantlon, 2017).

A differenza degli animali, gli umani sviluppano la singola capacità di rappresentare i numeri esattamente con simboli, come parole e numeri.

Il conteggio è un processo lungo e difficile per i bambini: cominciano imparando a recitare a memoria l'elenco degli oggetti, ma è solo mesi o anni dopo che i bambini iniziano a capire che le parole nell'elenco di conteggio si riferiscono a quantità specifiche ed esatte. Si è scoperto che le parole numeriche sono, ad un certo punto dello sviluppo, mappate per approssimare rappresentazioni numeriche, tramite un allineamento strutturale (Kersey & Cantlon, 2017).

All'età di due anni, il bambino comincia a produrre delle parole che si collegano ai numeri, ma non è in grado di utilizzarle nel modo corretto; infatti, un bambino di quest'età è solito esprimere parole-numero in sequenza come fossero un'unica parola o una filastrocca come, ad esempio, "Unoduetrequattronovedieci". Inoltre, nel momento in cui il bambino riconosce le parole-numero singolarmente, è solito enumerare in avanti (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

A partire dai tre anni, invece, il bambino inizia a discriminare una parola-numero dall'altra e ad apprendere il loro ordine in sequenze intervallate, ovvero prima si impara a contare i numeri da 1 a 10, poi da 1 a 20 e così via, fino ad arrivare alla conoscenza dei numeri fino al 100 all'età scolare di sette anni circa.

Nell'enumerazione, il cambio di decine gioca un ruolo critico per il bambino, il quale può passare dal numero 29 al numero 40 commettendo così degli errori; mentre, il cambio delle unità è un processo semplice che viene acquisito già attorno ai quattro anni senza molte difficoltà né errori (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Per riassumere, quindi, la capacità dell'enumerazione, sono stati delineati tre stadi differenti. Nel primo, la sequenza dei numeri è utilizzata come un'unica stringa di parole recitata, spesso, come una filastrocca. Nel secondo, il bambino inizia a distinguere le parole-numero ma l'enumerazione è unidirezionale. Infine, nel terzo stadio, il bambino enumera in modo bidirezionale, vale a dire in avanti ed indietro (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

È interessante evidenziare che la capacità di enumerazione nei bambini in età prescolare è un indicatore della loro competenza aritmetica. Per tal motivo, si afferma che le capacità di enumerare piccoli insiemi di elementi come, ad esempio, dei *dots*, nonché dei punti, e di confrontare le grandezze siano indici di competenze numeriche fondamentali che caratterizzano lo sviluppo precoce della matematica.

È possibile che la capacità di enumerazione dei punti dei bambini in età prescolare sia meno sviluppata rispetto all'abilità dei bambini in età scolare. Per determinare, dunque, se l'enumerazione dei punti è davvero un marcatore fondamentale della competenza matematica, è necessario stabilire se le capacità di enumerazione dei punti dei bambini in età prescolare predicano le loro abilità matematiche, tralasciando l'influenza delle funzioni cognitive generali (Gray & Reeve, 2014).

A tal proposito, è interessante citare lo studio condotto da Gray e Reeve (2004), i quali hanno osservato se nei bambini in età prescolare le capacità di enumerazione dei punti predicono la loro capacità aritmetica non verbale, coinvolgendo bambini di età compresa fra i 42 ed i 57 mesi.

I bambini hanno completato individualmente quattro diversi compiti.

Il primo compito è stato l'enumerazione di punti, in cui l'esaminatore chiedeva al bambino di dire il più velocemente possibile quanti punti apparivano sullo schermo.

Il secondo compito riguardava l'addizione e la sottrazione non verbale attraverso il compito aritmetico non verbale di Levine et al. (1992).

La terza attività è stata l'alternanza ritardata, scelta per valutare la memoria di lavoro, con cui si chiedeva ai bambini di aggiornare e mantenere una rappresentazione mentale di una posizione di ricompensa durante un ritardo riempito e di utilizzare queste informazioni per guidare le risposte successive.

Infine, i bambini hanno svolto il compito "*Go*/*No-Go*", definito anche "*Cat-mouse*", per la valutazione dell'inibizione della risposta; ai bambini si chiedeva di premere la barra spaziatrice del computer quando nello schermo appariva un topo e, al contrario, di non premerla quando appariva il gatto.

I risultati hanno mostrato un'efficienza dell'enumerazione dei punti come marcatore dell'abilità aritmetica non verbale. Inoltre, è stato anche rilevato che la *working memory* e l'inibizione della risposta contribuiscono alle previsioni delle capacità di sottrazione e addizione non verbali dei bambini in età prescolare.

In conclusione, è stato dimostrato che sia la capacità di enumerazione dei *dots* sia le funzioni cognitive generali concorrono alla competenza matematica emergente, ovvero quella non verbale, nei bambini di età prescolare (Gray & Reeve, 2014).

3.2 La corrispondenza biunivoca

Il *counting*, ovvero la capacità di conteggio, poggia sul principio della corrispondenza biunivoca, che differenzia l'enumerazione dalla capacità di collegare un numero ad un determinato elemento secondo un ordine ben preciso (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Con il termine “corrispondenza biunivoca” in matematica si intende una relazione fra due insiemi in modo che ad ogni elemento del primo gruppo corrisponda un solo elemento del secondo gruppo e viceversa. Di conseguenza, il bambino comincia ad apprendere che ad una parola-numero si collega soltanto un elemento dell’insieme contato (Lucangeli & Mammarella, 2010).

L’abilità o, meglio, il concetto della corrispondenza biunivoca appare molto presto: i bambini di due anni sono già in grado di attuare una relazione biunivoca, ad esempio distribuendo un solo giocattolo ad ogni persona con cui stanno giocando (Liverta Sempio, 1997).

Tuttavia, non è chiaro come i bambini fino ai quattro anni creino una corrispondenza biunivoca, in quanto non sono consapevoli che ciascun individuo possiede lo stesso numero di oggetti (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Quando i bambini iniziano a collegare le parole-numero agli oggetti, creano una corrispondenza biunivoca indicando ciò che stanno contando, spesso commettendo degli errori.

All’età di cinque anni, invece, il bambino utilizza questa abilità nell’azione di contare in modo corretto (Fuson, 1988).

All’interno della corrispondenza biunivoca si possono riscontrare due errori tipici: errori definiti “parola-indicazione” ed errori definiti “indicazione-oggetto”.

I primi fanno sì che il bambino indichi un oggetto senza però pronunciarne la parola-numero oppure ne vengono pronunciate troppe; i secondi, invece, comportano un’enumerazione corretta ma la coordinazione nell’indicare l’oggetto contato è deficitaria, ossia il bimbo contando salta un oggetto o indica più volte lo stesso elemento.

Poi, vi sono i cosiddetti errori globali che si riscontrano in particolar modo nei bambini di due anni, i quali ricominciano ad indicare gli oggetti dell'insieme una volta aver terminato il conteggio (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

È frequente, quindi, che alcuni bambini abbiano difficoltà nel corrispondere ad un singolo elemento una sola parola-numero durante la conta (Franscella, 2017).

Studi recenti hanno posto il *focus* attentivo sul ruolo fondamentale delle azioni corporee e della gestualità nell'assimilazione delle abilità matematiche. Infatti, attraverso l'attività motoria, i bambini stimolano determinate aree cerebrali che promuovono le *performance* a livello di concentrazione e attenzione favorevoli per lo svolgimento di compiti scolastici (Ricchiardi & Coggi, 2011).

Per quanto concerne la relazione fra il movimento corporeo e le competenze matematiche, la studiosa Sofia Franscella ha condotto una ricerca empirica qualitativa nel 2017 in una scuola dell'infanzia in Svizzera, attraverso cui ha analizzato quali strategie adottano i bambini in età prescolare per effettuare una corrispondenza biunivoca e se l'attività motoria possa aiutare i bambini in difficoltà a collegare una parola-numero ad un solo elemento.

I bambini sono stati coinvolti in due fasi differenti: durante la prima attività, ai bambini è stata raccontata la lettura "Bubal e le sue pecore" di Anna Cerasoli (2012) e, in seguito, i bambini dovevano associare ciascuna figura di pecora ad una singola figura di ciuffo d'erba, mentre l'esaminatrice osservava lo sguardo, la gestualità e le espressioni facciali dei bambini.

Durante la seconda fase dell'esperimento, i bambini hanno svolto nove attività motorie mirate allo sviluppo delle competenze correlate alla corrispondenza biunivoca, di difficoltà crescente. Le attività proposte ai bambini coinvolgevano le seguenti variabili: la mobilità degli oggetti degli insiemi considerati; la distribuzione spaziale delle collezioni; il colore o le figure, ovvero associare elementi dello stesso colore o della stessa figura; il numero di bambini coinvolti e la loro suddivisione in gruppi. Nel concreto, i bambini dovevano cercare di realizzare corrispondenze biunivoche bambino-bambino oppure bambino-oggetto.

I risultati emersi hanno dimostrato che le strategie maggiormente impiegate dai bambini per effettuare la corrispondenza biunivoca sono quelle di posizionare un elemento vicino all'altro e di utilizzare un oggetto esterno per realizzare un insieme di due elementi, mentre utilizzano di meno la strategia di toccare gli elementi mentre contano.

Le difficoltà emerse in gran misura erano di dimenticarsi di considerare uno o più elementi dell'insieme o di associare più di un elemento dello stesso insieme ad un elemento dell'altro gruppo. Inoltre, sono state riscontrate altre due difficoltà: associare gli elementi in maniera corretta, ma rispondere alla domanda in modo sbagliato, oppure associare gli elementi in modo sbagliato ma rispondere alla domanda in maniera corretta.

Infine, grazie al movimento corporeo e la gestualità motoria, i bambini hanno potuto confrontarsi con sé stessi, con gli altri e con l'ambiente circostante, sviluppando, in modo ludico, le competenze legate alla corrispondenza biunivoca.
Da un lato, l'attività motoria ha permesso ai bambini di potenziare i loro comportamenti motori e, dall'altro lato, di scoprire nuove strategie (Franscella, 2017).

3.3 La cardinalità

Una terza abilità imputata nel conteggio afferisce al significato delle precedenti azioni, ovvero il bambino deve comprendere che l'ultima parola-numero detta riflette la numerosità dell'insieme (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Questa abilità è definita cardinalità, che rappresenta per l'appunto il legame tra rappresentazione numerica e quella non numerica (Lyons & Beilock, 2013).

Sotto questo aspetto, secondo la studiosa Fuson, il bambino riconosce l'aspetto cardinale delle parole-numero attorno ai quattro anni; mentre, è frequente che i bambini più piccoli indicano come la numerosità dell'insieme l'ultima parola-numero pronunciata, senza però capire che l'ultimo numero contato rappresenta la cardinalità dell'insieme (Fuson, 1988). Quindi, i bimbi di età di due e tre anni si comportano contando per imitazione dell'adulto e tale atteggiamento implica una mancanza di comprensione della funzione parole-numero (Lucangeli & Mammarella, 2010).

In conclusione, la cardinalità è usata per indicare una determinata quantità dell'insieme, caratteristica che viene acquisita verso i cinque anni (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

3.3.1 I numeri ordinali ed i numeri nominali

I numeri ci permettono di compiere molteplici azioni, tra cui contare ed ordinare elementi. Il concetto di numero riflette un'immagine complessa, in quanto un numero non è solo un semplice numero. Infatti, tale concetto può essere suddiviso principalmente in due tipologie: numeri ordinali e numeri nominali, che vengono utilizzati quotidianamente e inconsciamente dall'individuo (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Oramai è nota l'idea che le rappresentazioni di numeri simbolici, ovvero quelli ordinali, e di numeri non simbolici, nonché quelli nominali, siano strettamente legate l'una all'altra. Nonostante ciò, la loro relazione è dedotta dai compiti di elaborazione cardinale (Lyons & Beilock, 2013).

Utilizziamo i numeri ordinali per dimostrare l'ordine in sequenza, o il *range*, degli elementi di un insieme; mentre, ci avvaliamo dei numeri nominali, definiti anche categoriali, come delle etichette per nominare e, di conseguenza, identificare gli elementi. Quest'ultimi non possiedono un valore numerico, bensì verbale con cui si identificano e si differenziano gli oggetti; alcuni esempi di numeri nominali sono i codici postale ed i codici bancari (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Molte ricerche hanno rivelato che i numeri simbolici originano e sono strettamente collegati ad un sistema numerico approssimativo (ANS) di fondamentale importanza per rappresentare i numeri non simbolici. Inoltre, la loro relazione è quasi sempre basata sulla cardinalità, in quanto l'informazione ordinale è di natura posizionale e, di conseguenza, può essere guidata maggiormente da associazioni tra elementi piuttosto che dalle grandezze degli elementi stessi (Lyons & Beilock, 2013).

Al contrario, lo studio condotto da Lyons e Beilock nel 2013 ha posto l’enfasi sull’ordinalità piuttosto che sulla cardinalità come base della relazione fra i numeri simbolici e quelli verbali, con l’ipotesi che le associazioni ordinali tra i numeri possano essere più forti e più facilmente disponibili per i numeri simbolici rispetto ai numeri non simbolici, forse per la frequente recitazione della lista dei conteggi.

Nel concreto, i soggetti che hanno partecipato allo studio, hanno completato tre sessioni di compiti differenti e sono stati testati con misure comportamentali e neurali.

Inizialmente è stato svolto un *pre-screening* comportamentale, ovvero un compito di memoria di lavoro, che comportava la versione ridotta delle attività di ordinamento e di confronto assieme ad una batteria di sondaggi che includeva l'inventario della manualità di Edimburgo (Lyons & Beilock, 2013).

Dopo una settimana, è stata effettuata la sessione principale attraverso la risonanza magnetica funzionale (fRMI), mentre i soggetti svolgevano un’attività di ordinazione e confronto.

Infine, è stata eseguita l’ultima sessione che comportava la scansione aritmetica mentale in aggiunta ad un compito verbale abbinato alle difficoltà.

Gli studiosi hanno posto l’attenzione principalmente su due assi di interesse scientifico: un’asse era cardinale e l’altra ordinale. I giudizi cardinali sono stati fatti valutando quale numero fosse maggiore o più luminoso, mentre i giudizi ordinali sono stati analizzati valutando se determinati numeri fossero in ordine crescente/ decrescente oppure in ordine “misto”.

I risultati emersi hanno dimostrato che l'ordinalità, una proprietà spesso trascurata del numero, comporta delle prove comportamentali e neurali significative, che differenziano le rappresentazioni simboliche da quelle non simboliche del numero. L’ordinamento simbolico dei numeri è “dispari", se confrontato con l'elaborazione cardinale simbolica e l'elaborazione dei numeri non simbolici in generale. Ciò è dunque coerente con l'ipotesi iniziale, ovvero che l'ordinalità è un meccanismo che opera in modo differente per i numeri simbolici rispetto a quelli non simbolici.

Inoltre, l’attuale studio ha analizzato da un lato le aree cerebrali imputate nell’elaborazione cardinale che sono il solco intraparietale anteriore destro per i numeri simbolici e non simbolici ed un’area visiva precoce (Lyons & Beilock, 2013).

Dall’altro lato, invece, nell’elaborazione ordinale simbolica e non simbolica sono coinvolte tre regioni cerebrali, tutte all'interno della corteccia premotoria, come si può osservare dalla figura di seguito (Lyons & Beilock, 2013).

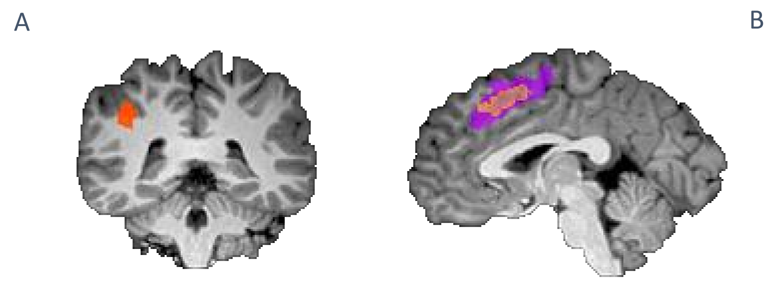

Figura 3.1: L’immagine A mostra in arancione la regione del solco intraparietale anteriore destro, in cui è stata rilevata l’elaborazione cardinale sia dei numeri simbolici che non simbolici. L’immagine B, invece, mostra in rosa/viola le regioni all’interno della corteccia premotoria imputate nell’elaborazione ordinale dei numeri simbolici e sia dei numeri non simbolici.

3.4 La lettura dei numeri

Dopo aver analizzato l'acquisizione delle abilità del conteggio, passiamo ora alle capacità della lettura e, successivamente, alla scrittura dei numeri.

Secondo la studiosa Uta Frith, l'assimilazione della lettura e scrittura dei numeri avviene per gradi, superando vari stadi evolutivi; ogni stadio è, quindi, di fondamentale importanza per sviluppare l'abilità successiva. Le fasi di cui parliamo sono: lo stadio logografico, alfabetico, ortografico e lessicale (Frith, 1985).

Il primo stadio rappresenta l'età prescolare, periodo in cui il bambino legge alcune parole in modo globale perché riconosce delle lettere che ha imparato, ma non possiede nessuna conoscenza di tipo ortografico o fonologico.

Con lo stadio alfabetico, il bambino inizia a discriminare le lettere e, di conseguenza, inizia a leggere le parole conoscendone i meccanismi di conversione grafema-fonema.

Lo stadio ortografico riflette l'abilità di leggere le parole in modo più complesso, come le sillabe, e riconosce le regolarità della lingua madre.

Infine, con l'ultimo stadio, il bambino possiede un vocabolario lessicale tale da poter leggere in modo automatico e veloce (Frith, 1985).

Per quanto concerne i numeri, la capacità di discriminare un numero scritto non per forza comporta il conseguimento della rappresentazione esatta della quantità equivalente, che avviene per determinati stadi. Infatti, il bambino a 5 anni sa leggere i numeri dall'1 al 9, ma anche ad esempio il 46 in quanto è un numero visibile ovunque nei giornali e in televisione essendo il numero di Valentino Rossi, senza però comprendere la numerosità di tale numero (Frith, 1985).

Ogni numero possiede un nome differente in base alla posizione che occupa e questo riflette il concetto di lessico dei numeri. Inoltre, gli individui esprimono il nome corretto della parola-numero grazie a dei processi cognitivi definiti meccanismi lessicali.

Per quanto riguarda il lessico dei numeri, esistono due tipologie di nomi per i numeri: i numeri primitivi, che sono i numeri dall'1 al 90, e i numeri miscellanei, nonché le centinaia e così via (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

3.5 La scrittura dei numeri

L'acquisizione del numero scritto è stata indagata prevalentemente in relazione allo sviluppo della competenza simbolica ed è stata proposta all'inizio da Piaget, il quale sostiene che i bambini sono capaci di rappresentare un evento, che chiamiamo significato, attraverso un altro evento che definiamo significante.

In età prescolare, effettivamente, il bambino acquisisce due stadi basilari per l'assimilazione dei segni numerici: la produzione dei significati individuali, ovvero i simboli, e la produzione dei significati collettivi, ovverosia i segni connessi ad una convenzione sociale. Il bambino, quindi, è in grado di fare propri i simboli numerici una volta che riconosce la relazione fra significato e significante (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

È stato rilevato che i bambini dai tre ai cinque anni impiegano differenti tipi di formato grafico per raffigurare le quantità.

A tal proposito, secondo l'autore Hughes, esistono cinque tipologie di rappresentazioni grafiche di numerosità (fig. 3.2):

- la categoria idiosincratica, che riflette dei segni non comprensibili dall'adulto;

- la tipologia pittografica, con cui il bambino raffigura la quantità attraverso gli oggetti dell'insieme;

- la rappresentazione iconica, che è costituita da segni grafici come, ad esempio, linee o simboli

- la tipologia simbolica, cioè formata dai numeri arabici.

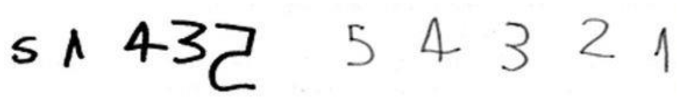

Figura 3.2: Esempi di tipologie di notazione numerica in bambini dai 3 ai 5 anni

Seguendo lo sviluppo, si è potuto osservare che i bambini di tre e quattro anni utilizzano prevalentemente segni idiosincratici e pittografici. Poi, i bambini da quattro anni iniziano ad utilizzare segni iconici raffigurando i numeri attraverso simboli e lettere e, infine, all'età di cinque e sei anni utilizzano i simboli arabici con esattezza per raffigurare le quantità entro il numero 9 (Hughes, 1987).

È frequente, inoltre, che i bambini commettano degli errori di scrittura quando iniziano ad adoperare con familiarità i numeri arabici e, in particolar modo, errori di specularità ed errori di rotazione come, ad esempio, confondere il 6 col 9 e viceversa.

In sintesi, l'acquisizione dell'abilità di scrittura del numero nei bambini in età prescolare è possibile soltanto quando i meccanismi di riconoscimento preverbale della numerosità si sono integrati con gli apprendimenti del processo del *counting* (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021).

Capitolo 4

L’insegnamento della matematica nella scuola dell’infanzia

La matematica è un aspetto fondamentale per gli individui, in quanto attraverso essa si gioca, si riflette, si analizza e si interpreta la realtà quotidiana ogni giorno, riconoscendo elementi, risolvendo problemi, stimando e classificando le quantità e mettendole in relazione l’una con l’altra. Tutto questo è definibile alfabetizzazione matematica, la quale non è fine a sé stessa, bensì è necessaria agli individui per comprendere situazioni, analizzare degli eventi, criticare dei risultati e, di conseguenza, utilizzare con familiarità i sistemi di rappresentazione numerici, simbolici e grafici (D’Amore & Fandiño Pinilla, 2012).

I bambini vivono la matematica fin da piccoli, infatti sono soliti contare sempre: camminano e contano le auto e i fiori, mangiano e contano la pastina. È quindi importante aiutare i bambini a relazionarsi positivamente con l’esperienza del numero, la quale permette loro di vedere e vivere l’ambiente circostante con “occhi matematici”.

Nei bambini lo strumento migliore per potenziare il *counting* è la mano, ma prima ancora gli occhi in quanto vedono le dita delle mani in modo istantaneo e percettivo. Dita ed occhi collaborano assieme per il calcolo come un computer analogico visivo (Saterini, 2020).

Le dita giocano un ruolo cruciale nel conteggio (fig. 4.1), perché possiedono tre caratteristiche importanti: le dita sono allineate, raggruppate in cinquine ed ogni dito è mobile (Saterini, 2020).

I primi studi sulle associazioni spazio-numeriche (SNA), nei Paesi occidentali, hanno suggerito che l'abitudine di scansione direzionale da sinistra a destra viene inizialmente acquisita con la lettura e, successivamente, si riversa nel dominio numerico (Fischer & Brugger, 2011).

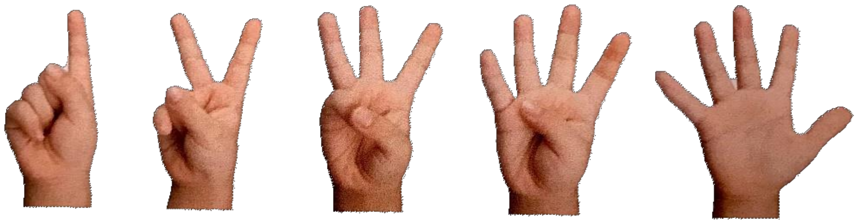

Figura 4.1: Le dita sono il primo strumento di conteggio

A tal proposito, i bambini imparano da piccoli a contare con le dita iniziando da sinistra, modalità preferibile, in quanto gli *starter* di sinistra come gruppo possiedono associazioni spazio-numeriche più forti e maggiormente coerenti rispetto agli *starter* di destra, probabilmente a causa dello stereotipo della popolazione che si esprime quotidianamente su righelli e grafici.

Per quanto concerne le regioni del cervello deputate al conteggio, nell'area cerebrale del lobo parietale inferiore sinistro sono presenti gli *input* deputati al comando delle dita e i circuiti specializzati all'analisi dei fattori numerici (Saterini, 2020). Inoltre, è stato rilevato che osservare in modo passivo i piccoli numeri o le parole-numero attiva la corteccia motoria destra negli avviatori a sinistra, ma non negli avviatori a destra (Fischer & Brugger, 2011).

Molte ricerche hanno determinato delle relazioni tra la gestualità della mano e l'elaborazione dei numeri (Fischer & Brugger, 2011). Difatti, la comunicazione, il linguaggio e le conoscenze concettuali attinenti agli oggetti originano e si possono affidare ai sistemi senso-motori (Badets & Pesenti, 2010).

Sotto questo aspetto, lo studio di Badets et al. (2010) ha analizzato un'interazione funzionale fra un determinato movimento delle dita come, ad esempio, la chiusura della presa delle dita a "pugno" e un concetto astratto come la grandezza numerica. Nel concreto, ai partecipanti sono state mostrate delle cifre arabe che

dovevano ricordare prima o successivamente aver percepito un movimento della mano (biologico o non biologico).
I risultati emersi dimostrano come la percezione della chiusura della presa rallenta l'elaborazione di numerosità grandi. Inoltre, mostrano una relazione tra il significato dei numeri ed i gesti delle dita e mostrano anche come la semantica dei concetti astratti può nascere dalle regioni senso-motori del cervello (Badets & Pesenti, 2010).

Al contempo, altre ricerche dichiarano che le associazioni spazio-numeriche possono essere riportate al livello del singolo dito (Fischer & Brugger, 2011).
Per l’appunto, uno studio ha evidenziato che le risposte delle dita sono più veloci quando la mappatura degli stimoli numerici sulle dita sono in relazione con la direzione del *counting* (Di Luca et al., 2006).

In conclusione, il conteggio con le mani nell’apprendimento della matematica è sostenuto da vari studi empirici a livello cognitivo, che pongono in relazione il modo di elaborare i numeri delle mani e quello di rappresentarli con la mente; infatti, entrambi i procedimenti sono analoghi in quanto utilizzano delle immagini (Saterini, 2020).

4.1 Il gioco come strumento di apprendimento

Che cosa fanno i bambini della scuola dell’infanzia quando iniziano a relazionarsi con la matematica?

I bambini dai tre ai sette anni scoprono la matematica in modo ingenuo, ovvero spontaneo, basando le proprie attività sia sulle abilità matematiche e sia sulle strategie ingenue, in cui è già presente l’interpretazione degli eventi in termini di numerosità, ma è necessario che vadano educate. In tal modo, all’asilo la matematica è una forma di conoscenza che si può stimolare attraverso molte attività e, soprattutto, attraverso il gioco (D’Amore et al., 2004).

In primis, i bambini iniziano ad imparare a contare e riconoscere i numeri fino al 31 grazie alla compilazione del calendario in classe: la prima attività della *routine* giornaliera. In questo modo, i bambini possono apprendere non soltanto i numeri bensì anche sfumature differenti del concetto di tempo. Infatti, i bambini iniziano con la canzone o la filastrocca dei giorni della settimana per cogliere il concetto di "sequenza"; si continua poi con il tempo meteorologico, ovvero il bambino osserva il cielo e sceglie la condizione meteo appropriata; infine, conta i compagni presenti e, con l'aiuto della maestra, cerca di dire il numero esatto dei bambini assenti conoscendo la numerosità della classe.

In secondo luogo, i bambini amano giocare alle costruzioni e questo si rivela essere molto costruttivo, in quanto sono un'attività profondamente matematica; infatti, in questo gioco, la cognizione numerica viene potenziata tramite gli accostamenti di mattoncini con cui i bimbi utilizzano concetti quali "sopra", "sotto", "tetto" che è raffigurato dal triangolo, etc; dalla progettazione preliminare di quello che si vuole creare; e dal concetto di sequenzialità, perché vi è un implicito ordine nel quale costruire la costruzione.

Inoltre, le maestre possono organizzare il gioco della caccia al numero, ovvero fare una passeggiata coi bambini all'aria aperta e chiedere loro di indicare tutti i numeri che vedono nel percorso. Sembrerebbe un'attività banale, ma in realtà attiva significativamente la concezione del mondo in termini di numeri, in quanto i bambini saranno attirati da qualsiasi quantità e numero, come le targhe delle auto, i cartelloni, i fiori colorati, etc. Una volta tornati a scuola, le maestre chiedono ai bambini di scrivere o di disegnare il numero che più si ricordano.

Infine, le maestre possono adottare ulteriori attività ludiche per l'insegnamento dei numeri: le filastrocche numeriche, le cantilene, i giochi di logica, i giochi sui numeri, labirinti veri e non delle schede didattiche e le simmetrie ottenute ad esempio col punteruolo (D'Amore et al., 2004).

Volendo approfondire maggiormente l’insegnamento della matematica nell’infanzia, di seguito si discrimineranno due metodi didattici utilizzati di frequente nelle scuole: il Metodo Montessori e il Metodo Analogico, nei quali il concetto di ordine è richiamato più volte.

Da un lato, la studiosa Maria Montessori afferma che la natura pone nel bambino la sensibilità all’ordine che rappresenta la distinzione dei rapporti tra le cose. L’ordine esiste in parallelo nel bambino sotto due aspetti: quello esteriore, ovvero le relazioni con l’ambiente, e quello interno che riflette il movimento corporeo.

Dall’altro lato, secondo lo studioso Camillo Bortolato, l’ordine è una condizione metacognitiva per orientare l’apprendimento e per gestire i contenuti (Coluccelli & Pietrantonio, 2017).

4.2 Il Metodo Montessori

«Il metodo non si vede: ciò che si vede è il bambino […] si vede l’anima del bambino che, liberata dagli ostacoli, agisce secondo la propria natura».

Così Maria Montessori descriveva il proprio metodo educativo, un metodo incentrato sull’indipendenza, sulla libertà di scelta del percorso educativo con l’obiettivo di rispettare lo sviluppo fisico e psicosociale del bambino. Ad oggi, tale proposta educativa è popolare soprattutto tra i bambini di età compresa fra i tre ed i sei anni (Coluccelli & Pietrantonio, 2017).

Quando l’educazione dei bambini era ancora molto rigida e l’apprendimento era soltanto nozionistico, Maria Montessori iniziò a studiare pedagogia a Roma e, grazie agli studi, inaugurò la sua prima classe a educazione montessoriana nel 1907: la Casa dei bambini, nel quartiere romano di San Lorenzo. Nonostante fosse la sua prima esperienza, riuscì a creare un ambiente ideale per i bambini piccoli, in cui osservarne le reazioni spontanee (Coluccelli, 2018).

Il Metodo Montessori comporta che l'insegnante prepari l'ambiente della classe che deve essere luminoso ed ordinato, in cui organizzare continue attività il cui ritmo verrà dettato dai bambini. Le attività didattiche devono riguardare più aree funzionali del bambino, come vita pratica, educazione sensoriale, attività di matematica e linguaggio, attività culturali e libera espressione (Garzanti, 1994).

È interessante, quindi, approfondire gli effetti positivi di tale metodo. Il Metodo Montessori promuove in generale lo sviluppo delle capacità motorie, dei movimenti fini, del linguaggio e del comportamento sociale nei bambini, già in età prescolare.

A tal motivo, lo studio condotto da Hong-Ling et al. ha messo a confronto gli effetti del metodo Montessori e del metodo tradizionale sullo sviluppo intellettuale in bambini di età compresa fra i due ed i quattro anni.

I bambini sono stati testati attraverso il test sullo sviluppo neuropsicologico per bambini di età compresa tra gli zero ed i sei anni pubblicato dal "*Capital Pediatrics Research Institute*" al momento dell'iscrizione e dopo un anno.

I risultati non hanno dimostrato differenze significative al livello di crescita dell'intelligenza tra l'educazione Montessori e l'educazione tradizionale nella prima fase di ricerca. Mentre, durante il *follow up*, i livelli della motricità fine, della capacità di adattamento scolastico e sociale, del linguaggio e dello sviluppo del comportamento sociale nei bambini Montessori erano aumentati ed erano più alti rispetto a quelli dei bambini educati con il metodo tradizionale (Hong-Ling et al., 2009).

Un altro studio volto ad analizzare gli effetti benefici dell'educazione Montessoriana è stato condotto da Lillard ed Else-Quest, i quali hanno confrontato due gruppi di alunni di età uguale a cinque e dodici anni: un gruppo educato con differenti insegnamenti tradizionali e un gruppo di bambini Montessori, in relazione a varie misure cognitive, comportamentali, sociali e scolastiche. Gli alunni sono stati testati durante la lotteria scolastica.

I risultati hanno evidenziato che nei gruppi dei bambini di cinque anni erano presenti notevoli differenze per alcune abilità scolastiche e, in particolar modo, l’identificazione lettera-parola, l’abilità di decodifica fonologica e le capacità matematiche, la funzione esecutiva come, ad esempio, il compito di smistamento delle carte, le abilità sociali che sono state misurate attraverso il ragionamento e il gioco condiviso positivo, e differenze riguardanti la teoria della mente, misurata attraverso un compito di falsa credenza. Per i dodicenni, invece, sono state rilevate differenze ragguardevoli afferenti alle competenze della scrittura di racconti e delle abilità sociali. Per lo più, in un questionario in cui si chiedeva come si sentivano in relazione alla scuola e all’insegnamento, gli alunni Montessori hanno risposto che percepivano un maggiore senso di comunità (Lillard & Else-Quest, 2006).

Per quanto concerne l’area dell’apprendimento della matematica, Maria Montessori propone molti materiali di autosviluppo che vanno integrati con delle attività create dalla maestra per rispondere all’interesse dei bambini. I materiali montessoriani, dunque, forniscono ai bambini le chiavi per comprendere con serenità le basi delle capacità numeriche che, col modo didattico tradizionale, potrebbero suscitare fatiche e sofferenze (Garzanti, 1994).

Il Metodo Montessori per apprendere la matematica è molto pratico, in quanto si basa su delle tavole che aiutano i bimbi a contare e fare calcoli in modo ludico, anche per i bambini con difficoltà d’apprendimento.

Un primo strumento utilizzato sono le tavole di Séguin (fig. 4.2) con cui i bambini imparano i numeri da 1 fino al 19. In alternativa, viene preferita l’attività didattica di contare le perline, rappresentata dalla figura 4.3 (Garzanti, 1994).

Figura 4.2: Le Tavole di Séguin

Figura 4.3: Attività di conteggio con le palline

Un secondo strumento che permette al bambino di visualizzare i numeri che conta sono le marchette (fig. 4.4), ovvero una serie di punti e le nove cifre di legno colorato. Solitamente, è un'attività che viene proposta ai bambini di età di quattro anni, in quanto sono in grado di riconoscere la sequenza numerica 1-10. Per svolgere tale attività, si chiede al bimbo di posare i numeri in ordine crescente contando ad alta voce e, inoltre, ad ogni cifra posizionare i *dods* (gettoni) corrispondenti (Garzanti, 1994).

Figura 4.4: Attività matematica con le marchette

Altre attività proposte per stimolare e valorizzare l'intelligenza numerica dei bambini sono le barre blu e rosse (fig. 4.5) e la scatola dei bottoni (fig. 4.6), che riflettono le capacità di distinguere e selezionare.

L'attività delle barre blu e rosse insegna a determinare ed a confrontare varie lunghezze di un oggetto. Si chiede al bambino di posizionare le barre di varie lunghezze in ordine decrescente da sinistra verso destra.

Nelle aste, le lunghezze multiple di dieci centimetri si distinguono dall'alternanza di due colori, blu e rosso (Gilles Cotte, 2017).

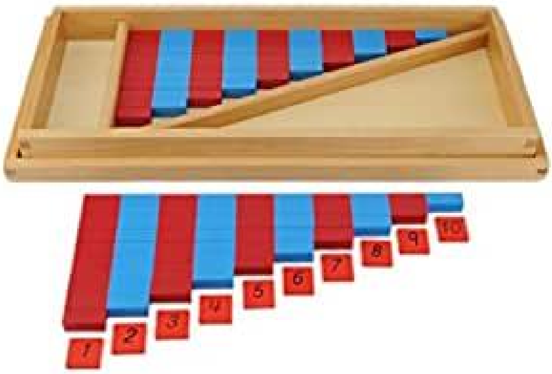

Figura 4.5: Le barre montessoriane blu e rosse

Con la scatola dei bottoni, invece, i bambini, in particolar modo dai due anni, si esercitano a classificare oggetti e, di conseguenza, si va a potenziare la loro capacità visiva. I bambini devono suddividere i bottoni per forme e colori in diversi scompartimenti (Gilles Cotte, 2017).

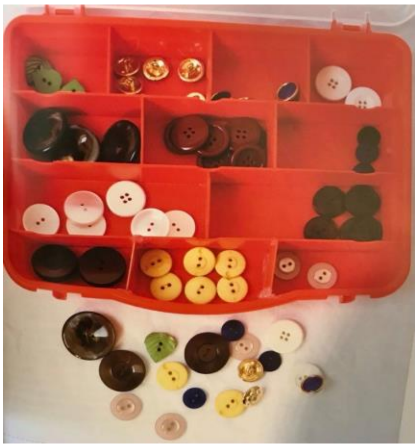

Figura 4.6: La scatola dei bottoni

Alcuni studi rilevano risultati positivi per alcune aree scolastiche ma non per altre, in base anche al materiale utilizzato nell'insegnamento.

Per quanto concerne la matematica, lo studio di Dorhmann et al. ha approfondito i punteggi ai test di matematica, scienze, inglese ed alcune materie sociali ottenuti da ragazzi educati con metodi tradizionali ed alunni che avevano lasciato la classe Montessoriana da qualche anno, ambito familiare fin dalla scuola dell'infanzia.

I punteggi dei ragazzi che avevano frequentato la scuola a educazione Montessoriana erano particolarmente maggiori in matematica e scienze rispetto all'altro gruppo di alunni, ma non sono state rilevate differenze significative per quanto riguarda i punteggi ai test di inglese e delle materie sociali.

I risultati positivi negli ambiti matematico-scientifici sembrano essere favoriti dai materiali stessi utilizzati durante le lezioni in aula, rispetto al modo in cui viene insegnata la matematica nelle classi convenzionali.

Inoltre, i risultati dei bambini delle classi Montessoriane sembrano essere determinati anche dal più tempo impiegato per svolgere le attività di matematica e scienze rispetto ai bambini "non Montessori" (Dorhmann et al., 2007).

4.3 Il Metodo Analogico

Il Metodo Analogico è stato elaborato da Camillo Bortolato, pedagogista ed insegnante della scuola primaria, il quale ha cercato di creare degli strumenti per apprendere la matematica con meno fatica e più soddisfazione, strumenti didattici sperimentati anche all'Università di Padova.

Dunque, il Metodo Analogico è il metodo più naturale per apprendere attraverso analogie, senza paura né bisogno di controllo che blocca ogni sviluppo. La grande rivoluzione del metodo è stata l'eliminazione delle lezioni frontali; infatti, nella didattica convenzionale l'insegnante spiegava per settimane, mentre ora l'apprendimento avviene in velocità e la lezione diviene obiettiva, ovvero la personalità dell'insegnante scompare e ciò che emerge è l'attenzione del bambino. Lo strumento fondamentale è la linea dei numeri fino al 20, la quale sviluppa nel bambino il calcolo mentale simulando il funzionamento delle dita della mano (Bortolato, 2014).

«Non sopportavo vedere soffrire i bambini a causa dei numeri» così Camillo Bortolato ha introdotto il convegno di formazione per insegnanti a Milano a gennaio del 2019 (Bortolato, 2019).

Secondo l'autore, ogni bambino quando comincia la scuola e si relaziona con la matematica, si ritrova di fronte ad una montagna da superare che appare difficile ma, al contempo, affascinante perché il bambino possiede già delle conoscenze numeriche.

La metafora della montagna è costituita da tre zone di sviluppo in interazione dinamica fra loro: il mondo delle cose, il mondo delle parole e il mondo dei simboli (fig. 4.7).

La prima zona, quella che funge da base, riflette la realtà come appare agli occhi dei bambini; nelle ricerche sullo sviluppo numerico questa zona rappresenta l'ambito semantico.

L'ambito semantico afferisce al significato delle cose e, nel particolar caso della matematica, il significato delle quantità. È risaputo che gli individui vedono la quantità prima di riconoscere l’identità degli elementi, grazie un aspetto percettivo. Ogni cosa che vediamo è definito *dot,* ovvero un punto di quantità.

La zona intermedia è denominata il mondo delle parole, in cui i nomi hanno una relazione diretta con la realtà; rappresenta l’ambito lessicale.

Questo ambito rappresenta le parole, ovverosia i nomi delle quantità che variano da Paese a Paese. Le parole-numero sono una transcodificazione, cioè un allontanamento dal livello semantico.

Infine, sulla cima troviamo il mondo dei simboli scritti, vale a dire le cifre, che hanno una relazione con i nomi della zona precedente; quest’ultima zona si può denominare anche ambito sintattico (Bortolato, 2014).

Secondo Bortolato, dunque, il calcolo mentale si svolge principalmente nelle prime due zone, attraverso le immagini e le parole (Bortolato, 2014).

Nel nostro cervello esiste una linea numerica mentale, che possiamo attivare e ci aiuta a calcolare velocemente, in quanto aiuta il recupero dalla memoria.

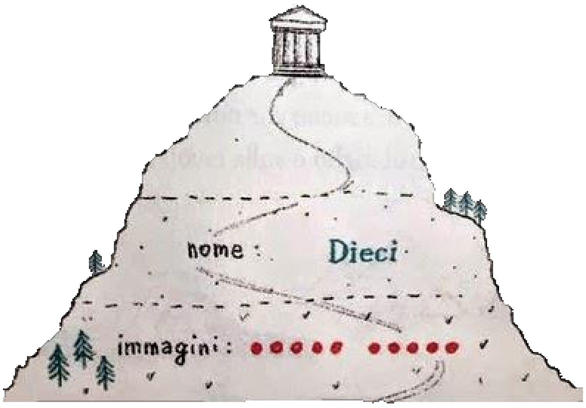

Figura 4.7: Il calcolo mentale avviene con le palline e le parole

Tale linea mentale è importante nel bambino in età prescolare perché lo aiuta ad orientarsi avanti e indietro; questi movimenti si traducono nelle semplici operazioni delle addizioni e sottrazioni (Bortolato, 2014).

A scuola, è frequente fare dei giochi con i *dots* (fig. 4.8) che sono un significativo aiuto per potenziare l’abilità del *subitizing* della quantità. I *dots* sono delle palline, con cui i bambini si esercitano sulle sequenze del prima e del dopo; l'obiettivo è che i bambini riescano ad associare ogni pallina alla parola-numero corretta (Bortolato, 2014).

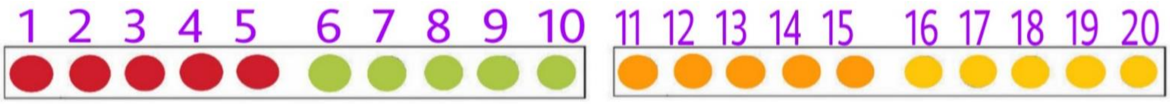

Figura 4.8: I dots utilizzati a scuola

Il Metodo Analogico fonda le proprie radici sullo strumento della Linea dei numeri fino al 20 (fig. 4.9), che nella scuola dell'infanzia viene utilizzata assieme ai *dots* per imparare i numeri e il *counting* senza la necessità di spiegazioni.

La Linea del 20 riflette le mani dei bambini ed è composta da 20 tasti mobili di due colori differenti riuniti in quattro gruppi da 5 tasti. Il bambino andando avanti e indietro con le asticelle ha la percezione a primo impatto visivo delle quantità. L'assunto della Linea del 20 è che la mente produce le quantità idealizzate mentre lo strumento con le asticelle le concretizzi come simboli; ad esempio, la mente realizza l'idea del numero 7 e il bambino, grazie alla Linea dei numeri, compone il numero 7 con le asticelle colorate vedendo così che il numero 7 è composto da 5+2 (Bortolato, 2018).

Ulteriori strumenti che possono essere utilizzati in modo analogo alla Linea del 20 sono i regoli colorati e l'abaco, che vengono ampiamente impiegati nelle scuole per imparare a contare e fare calcoli anche scritti (Bortolato, 2014).

Possiamo, quindi, evidenziare che il ruolo di questi strumenti è creare la disposizione, nonché la sequenza visuo-spaziale dei numeri, di cui la mente ha bisogno, permettendo così al bambino di orientarsi e comprendere il calcolo senza difficoltà (Bortolato, 2014).

Figura 4.9: La Linea dei numeri fino al 20

Capitolo 5

Ricerca empirica sulla cognizione numerica nei bambini di età prescolare

Lo scopo principale della ricerca empirica svolta è come i bambini cognizionano i numeri e la numerosità come visione ed organizzazione del mondo; in poche parole, come i bambini interpretano la realtà in termini di numeri, prima di apprendere l'insegnamento della matematica nella scuola primaria.

In particolar modo, questo progetto ha lo scopo di indagare in che misura la tipologia dell'insegnamento della matematica nella scuola dell'infanzia influenzi la cognizione numerica nei bambini prescolari, confrontando due gruppi di bambini educati uno con il metodo Montessori e l'altro con il metodo Analogico.

5.1 Partecipanti

Per quanto concerne il presente studio, sono stati coinvolti 70 bambini prescolari (n=39 maschi e n=31 femmine) la cui età media era di 54 mesi con deviazione standard 3.66, l'età cronologica minima era di 47 mesi invece quella massima di 60 mesi, dopo aver ottenuto il consenso informato firmato dai genitori dei bambini o di chi ne fa le veci (grafico 5.1).

I bambini appartenevano a due diverse scuole dell'infanzia del Veneto.

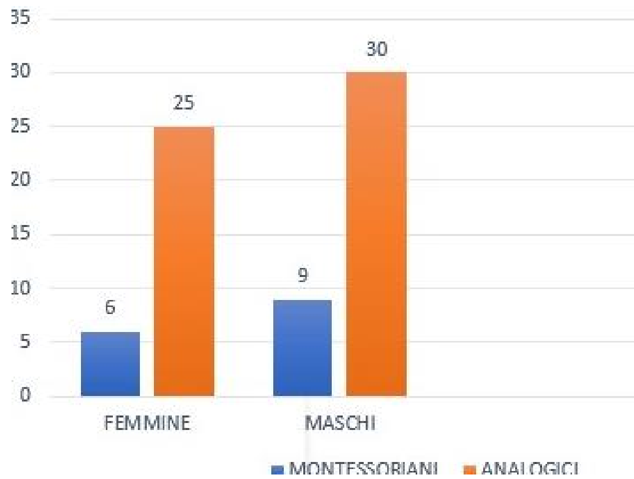

Grafico 5.1: Distribuzione femmine e maschi nei due campioni

Il primo gruppo di bambini (n= 15 bambini, età media= 53 mesi) viene educato alla matematica attraverso il metodo Montessori, con cui le insegnanti propongono dei giochi ad entrambe le fasce d'età, nonostante quest'asilo non sia una scuola ad impronta montessoriana.

Nel concreto, per avvicinare i bambini alla matematica, le insegnanti scelgono prevalentemente il gioco delle perline, in cui le perle si presentano sciolte per poter osservare e contare le unità, e le marchette con cui ciascun bambino può osservare il numero, manipolare i *dots* e assegnare ad ogni numero i *dots* corrispondenti. I giochi vengono accompagnati a delle schede didattiche per il pregrafismo dei numeri.

I bambini educati con metodo Montessori affrontano la matematica una volta a settimana, la cui durata è di un'ora e mezza.

Invece, il secondo gruppo (n=55 bambini, età media= 54 mesi) affronta il mondo della matematica attraverso il metodo Analogico. Le insegnanti di questa scuola dell'infanzia hanno frequentato un corso durante il quale sono state preparate per poter insegnare tale metodo ai bambini prescolari.

I bambini, nel concreto, utilizzano principalmente la inea del 20, ma fermandosi al numero 10 per una scelta personale delle insegnanti, con cui svolgono delle semplici schede didattiche che comportano il pregrafismo e poi la scrittura in autonomia dei numeri e la colorazione di pallini, ovvero i *dots,* riferiti a ciascun numero affrontato.

Durante la settimana, le lezioni volte all'insegnamento della matematica avvengono in due giorni separati, con durata di circa un'ora e mezza ciascuna, alternando così i giorni della settimana tra l'insegnamento della matematica e quello dell'italiano, sempre avvalendosi del metodo Analogico.

Inoltre, entrambi i gruppi si relazionano alla matematica attraverso il gioco durante la loro *routine* scolastica, attraverso ad esempio lo svolgimento del calendario o la recita di filastrocche.

5.2 Strumenti

5.2.1 Il Peabody Picture Vocabulary Test (Lloyd Dunn & Leota, 2000; Stella, Pizzoli e Tressoldi, 2000)

L’adattamento italiano del *Peabody Picture Vocabulary Test* è destinato a valutare il vocabolario recettivo uditivo dell’individuo; è definibile come un test di apprendimento in quanto sottolinea l’estensione dell’acquisizione del vocabolario italiano.

Il test è somministrabile ai soggetti di età tra i 3 ed i 18 anni individualmente, è costituito da 175 tavole separate precedute da 5 tavole di addestramento contenute in un libro a cavalletto. Ciascuna tavola raffigura quattro immagini che possono riflettere un sostantivo, un verbo o un aggettivo, posti in ordine di difficoltà crescente.

L’esaminatore ha il compito di denominare la parola-stimolo di ogni *item* e chiedere al bambino di indicare l’immagine corrispondente alla parola, come si può vedere in figura 5.2.

Ogni parola-stimolo può venire ripetuta, non deve essere preceduta dall’articolo corrispondente né essere trasformata nel suo corrispettivo plurale (Lloyd Dunn & Leota, 2000; Stella, Pizzoli e Tressoldi, 2000).

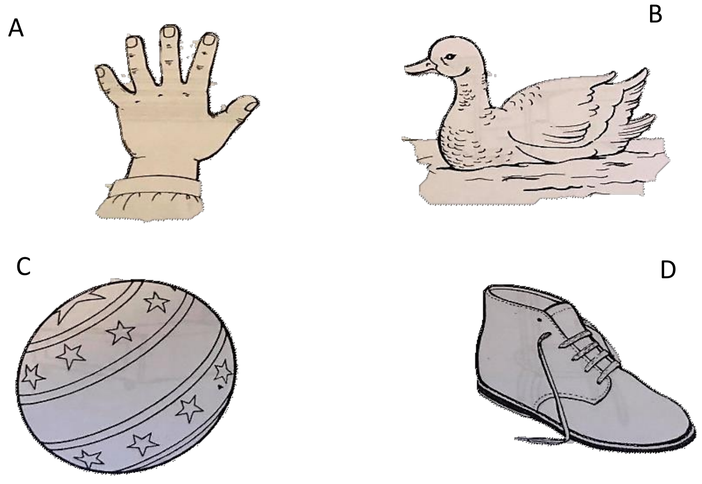

Figura 5.2: Esempio di tavola-item – numero 2. “Sai dirmi qual è «mano»?”

Prima di iniziare la somministrazione, è necessario calcolare l'età del bambino. Per fare questo bisogna registrare la data del giorno di somministrazione e la data di nascita e sottrare quest'ultima alla prima data. Se il numero di giorni supera il 15, si aggiunge un mese in più all'età.

Poi, si può iniziare. La somministrazione deve essere svolta in un posto tranquillo in cui il soggetto non possa essere disturbato.

Nella fase di registrazione delle risposte, è fondamentale determinare il livello base e il tetto massimo di errori. Il livello di base è costituito dalle prime 8 risposte corrette consecutive, mentre il *ceiling*, ovvero il tetto, è determinato da 6 risposte errate in otto *items* consecutivi a cui fa seguito la conclusione del test.

Infine, si può calcolare il punteggio grezzo che verrà convertito in punteggio standard corrispondente all'età del soggetto. Il punteggio ottenuto descrive il livello di comprensione lessicale del bambino (Lloyd Dunn & Leota, 2000; Stella, Pizzoli e Tressoldi, 2000).

5.2.2 Le Matrici Progressive colorate di Raven (Belacchi, Scalisi, Cannoni & Cornoldi, 2008)

Il presente test, elaborato da Raven nel 1947, costituisce uno degli strumenti maggiormente impiegati per la valutazione psicometrica delle componenti generali dell'intelligenza, il cosiddetto fattore g, durante tutto l'arco dello sviluppo intellettivo, dall'infanzia fino all'età matura. Secondo il modello dell'intelligenza unitaria, il fattore g rappresenta un fattore generale di base comune a tutte le prestazioni cognitive richieste da un test.

Le Matrici di Raven esistono in tre versioni: matrici standard, matrici avanzate e matrici colorate.

Quest'ultima versione è stata ideata per rilevare il livello cognitivo di soggetti in età evolutiva, di adulti con ritardo intellettivo e di anziani in caso di deterioramento delle capacità cognitive (Belacchi, Scalisi, Cannoni & Cornoldi, 2008).

Questo test ha una validità interna ed una validità esterna. Nel primo caso, in quanto le situazioni di *problem-solving* non verbali conseguono di indagare le abilità di percezione e di ragionamento logico senza nessun tipo di influenze culturali e/o di linguaggio. Nel secondo caso, è esterna perché è predittiva di altre condotte come, ad esempio, quella scolastica.

Il test è costituito da 36 matrici colorate suddivise in tre sezioni (A, AB, B), ciascuna composta da 12 *items*, in ordine crescente di difficoltà. Ogni *item* rappresenta una figura-stimolo a cui manca un tassello che il soggetto deve scegliere fra sei opzioni.

La sezione A indaga le abilità di identificazione, ovvero il riconoscimento di identità in base a diversi criteri, quali la forma, il colore, la dimensione, la quantità, la direzione, l'orientamento, la figura/sfondo e la densità, come si nota dalla figura 5.3.

La sezione AB esamina la capacità di cogliere la simmetria, cioè l'individuazione di elementi corrispondenti e/o complementari rispetto ad un "tutto organizzato" secondo configurazioni di tipo gestaltico che seguono il principio della buona forma (figura 5.3).

La sezione B analizza la capacità di pensiero analogico e concettuale, ovverosia la scoperta di relazioni più astratte e formali secondo una logica di tipo operatorio-deduttivo e il loro mantenimento nella *working memory* (fig. 5.3) (Belacchi, Scalisi, Cannoni & Cornoldi, 2008).

A 2 AB 1 B 4

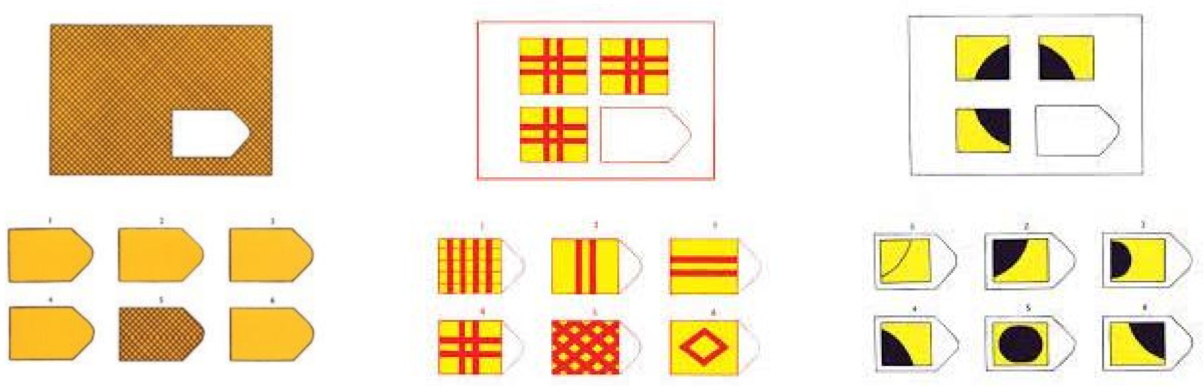

Figura 5.3: Esempio di item tratti dalle tre sezioni

Il test deve essere somministrato senza interruzioni, seguendo l'ordine delle serie e la numerazione degli *item*.

La fase di registrazione delle risposte è molto semplice, in quanto l'esaminatore ha a disposizione una griglia di valutazione in cui annota le risposte date dal soggetto ed assegna un punto alle risposte corrette e zero punti a quelle errate; il *range* può variare da 0 a 36 punti complessivi.

L'analisi dei punteggi ottenuti nelle singole prove può essere utile per comprendere la prestazione del soggetto in relazione a degli *item* che analizzano determinati tipi di ragionamento, mentre il punteggio totale riflette il livello di prestazione (Belacchi, Scalisi, Cannoni & Cornoldi, 2008).

5.2.3 Batteria per la valutazione dell'Intelligenza Numerica in bambini dai 4 ai 6 anni (Molin, Poli & Lucangeli, 2007)

La Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica 4-6 anni (BIN) è rivolta ai bambini tra i quattro ed i sei anni e ha lo scopo di valutare le conoscenze del soggetto in relazione agli aspetti cognitivi e metacognitivi imputati nello sviluppo dell'intelligenza numerica e di cogliere i punti di forza e i punti di debolezza del singolo soggetto.

La BIN è composta da undici prove afferenti a determinati fattori coinvolti nella cognizione numerica, che vengono somministrate individualmente.

La prima area indagata sono i processi lessicali (fig. 5.4), che rappresentano gli *item* della corrispondenza parola-numero, la lettura di numeri scritti in codice arabico (1-9) e la scrittura dei numeri (1-5) (Molin, Poli & Lucangeli, 2007).

Figura 5.4: "Conosci il numero 1? Sai qual è tra questi?"

La seconda area analizzata sono i processi semantici (fig. 5.5), che rappresentano gli *item* del confronto fra quantità (*dots*) e la comparazione tra i numeri arabici entro il 9.

Figura 5.5: "Indica la quantità di pallini corrispondenti al numero che vedi"

La terza area è data dai processi del conteggio (fig. 5.6) che includono le abilità di enumerazione in avanti (fino al 20) e indietro (dal 10), seriazione di numeri arabici (1-5) e completamento di seriazioni entro il 4.

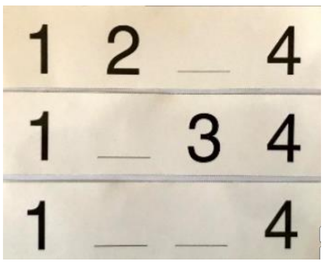

Figura 5.6: "Mi sai dire che numero manca?"

Infine, l'ultima area studiata dalla BIN sono i processi pre-sintattici (fig. 5.7), nonché quei processi coinvolti nella struttura del sistema numerico, che mettono in luce capacità come la corrispondenza tra il codice arabico e la quantità, la discriminazione dei concetti uno vs tanti e la comprensione dell'ordine di grandezza (Molin, Poli & Lucangeli, 2007).

Figura 5.7: "Metti in ordine i cestini dal più grande al più piccolo"

I compiti richiedono l’utilizzo dei numeri naturali fino al 9, eccezione fatta per i compiti dell’enumerazione.

L’analisi dei punteggi si basa sui punteggi ottenuti dalle singole prove in cui il bambino ottiene un punto ad ogni risposta corretta e zero per quelle sbagliate (Molin, Poli & Lucangeli, 2007).

5.2.4 Number-to-Position task (Siegler & Opfer, 2003)

Il presente compito ha lo scopo di analizzare lo sviluppo della stima numerica dei soggetti, ovvero se sono in grado di posizionare i numeri correttamente rispettando l’ordine di grandezza.

Anche il presente test viene somministrato individualmente.

In questa ricerca, sono state utilizzate le linee dei numeri 1-10 e 1-20.

Le linee sono presentate in un foglio bianco e raffigurate da un segmento con punto di partenza il numero 1 e come punto di arrivo il numero 10 oppure 20; ogni linea è lunga 21 cm, misura che servirà successivamente per l’analisi del punteggio. Inoltre, in cima a sinistra di ogni foglio è presente il numero-stimolo, differente per *item*.

L’esaminatore esplicita il numero *target* e il bambino ha il compito di indicare col dito in che posto della linea si colloca quel determinato numero (fig. 5.8).

Nella linea dei numeri 1-10 i numeri da posizionare erano: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9; mentre nell’intervallo 1- 20 i numeri da collocare erano: 2, 4, 6, 7, 13, 15, 16 e 18.

Per ogni *item*, si utilizza una linea nuova (Siegler & Opfer, 2003).

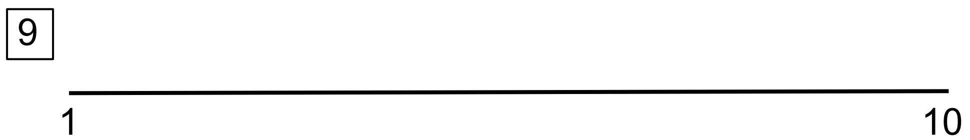

Figura 5.8: Esempio Linea dei numeri 1-10 con il numero item 9”

Per calcolare il punteggio, l'esaminatore misura col righello il punto in cui il bambino ha posizionato il *target* e assegna di conseguenza un punto per le risposte corrette e zero punti per quei numeri collocati erroneamente (Siegler & Opfer, 2003).

5.2.5 Give a number task (Wynn, 1990; Sella et al., 2017)

Il *Give a number task* è simile al gioco ideato da Wynn (1990) che indaga la conoscenza che il soggetto ha del numero e il concetto di numerosità.

Il test viene presentato al bambino in modo individuale sotto forma del gioco del fruttivendolo, mostrandogli 15 pomodori giocattolo in plastica (fig. 5.9).

Figura 5.9: Pomodori giocattolo utilizzati nei trials

Si spiega al bambino che dovrà rivestire i panni del fruttivendolo al mercato, mentre l'esaminatore sarà il cliente che va a fare la spesa.

È importante che il bambino ascolti bene e presti particolare attenzione alla quantità espressa dallo sperimentatore (Wynn, 1990; Sella et al., 2017).

Lo sperimentatore chiede al bambino di vendergli un *tot* di pomodori e il bambino ha il compito di presentare la numerosità richiesta secondo lui, con cui si osserva se il bambino ha acquisito la conoscenza della parola-numero e se è in grado di padroneggiare la corrispondenza numero-quantità.

Il test è costituito da due sessioni in cui ogni prova è composta da sette *trials*, in quanto i numeri che vengono esplicitati sono: 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10.

Nel caso in cui il bambino risponda positivamente al gioco offrendo correttamente "*x*" pomodori richiesti, l'esaminatore assegna un punto ad ogni risposta corretta (Wynn, 1990; Sella et al., 2017).

5.3 Procedura di somministrazione

Le attività venivano svolte individualmente all'interno delle scuole di appartenenza durante l'orario scolastico.

Ho suddiviso la somministrazione dei compiti in due sezioni di trenta minuti circa l'una per permettere al singolo bambino di familiarizzare con le nuove attività e per evitare un qualsiasi motivo di disagio, difficoltà o affaticamento.

La somministrazione dei test è avvenuta in un luogo in disparte dalla classe di riferimento dei bambini, un luogo silenzioso in cui ciascun bambino eseguiva le attività in tranquillità senza essere disturbato dai compagni o da qualsiasi altra forma di disturbo come, ad esempio, i giochi.

In una scuola dell'infanzia, ho svolto la raccolta dei dati in un'aula non utilizzata dalle sezioni, mentre nell'altro plesso mi è stata preparata una postazione nel corridoio.

Innanzitutto, prima di procedere con i test, mi presentavo e cercavo di instaurare una relazione amichevole con ciascun bambino, chiedendogli ad esempio il nome e l'età, con lo scopo di metterlo a proprio agio, presentando anche il progetto di ricerca come dei giochi divertenti e semplici.

Ho scelto personalmente di iniziare la prima sessione della raccolta dati con il "*Peabody picture vocabulary test*", in quanto era abbastanza impegnativo per la durata ma, al contempo, si è rivelato accattivante per coinvolgere l'attenzione e la partecipazione immediata dei bambini.

Iniziavo così a denominare la parola-stimolo e chiedevo al bambino di indicarmi quale immagine raffigurasse tale parola tra le quattro opzioni date, sottolineando che poteva prendersi tutto il tempo necessario per fare la scelta giusta.

La parola-stimolo doveva essere pronunciata in modo chiaro e con corretta locuzione, poteva essere ripetuta; tuttavia, non la si poteva convertire nella forma plurale o precederla dall'articolo.

Poi, mostravo al bambino la linea dei numeri 1-10 e 1-20 spiegandogli come doveva essere eseguita l’attività del test “*Number-to-position task*”.

Nel concreto, pronunciavo un numero e chiedevo al bambino di indicare il punto esatto sulla linea in cui pensava si trovasse il numero *target* e tracciavo un segno nel punto in cui il soggetto poggiava il dito.

Questo test si è rivelato simpatico, in quanto la maggior parte dei bambini mentre poggiava il dito sulla linea, affermava che stava trovando la casa del numero *target*.

Successivamente, durante la seconda sessione, ho scelto di proseguire con le “*Matrici progressive colorate di Raven*”.

Presentavo il test ai bambini come se fosse un puzzle da completare e, per tutte tre le sezioni, chiedevo al singolo bambino di indicare quale fosse il tassello mancante della matrice fra le sei possibili alternative.

In seguito, somministravo la *BIN*, che i bambini hanno interpretato come il gioco dei numeri.

Proponevo loro delle consegne verbali accompagnate da supporti visivi in relazione agli *item* delle singole prove e, nel concreto, dei cartoncini su cui erano raffigurati dei numeri o dei *dots*, e il bambino doveva rispondere verbalmente oppure indicare la risposta raffigurata sul cartoncino che riteneva corretta.

Infine, ho scelto di concludere le sezioni di lavoro con il *GAN*, il test “*Give a number task*”, attraverso cui i bambini si divertivano e potevano rilassarsi dopo l’impegno mantenuto durante le prove precedenti. Difatti, ho potuto notare che con questo gioco i bambini si sentivano più leggeri, non si sentivano sotto esame come durante la Batteria per la valutazione dell’intelligenza numerica (BIN), nonostante prendessero il gioco sempre con impegno e attenzione.

Presentavo il test come il gioco del fruttivendolo e mostravo ai bambini i pomodori di plastica; lasciavo un po' di tempo per l'osservazione la manipolazione del materiale.

Poi, domandavo al bambino di vendermi "*x*" pomodori sotto forma di dialogo divertente, aspettavo che il bambino mi offrisse i pomodori richiesti senza mettergli fretta e, una volta ricevuti i pomodori, chiedevo conferma della scelta per comprendere che il soggetto avesse ben capito la consegna del compito.

In tal modo, si osserva se il bambino ha acquisito la conoscenza della parola-numero e se è in grado di padroneggiare la corrispondenza numero-quantità.

Capitolo 6

Risultati ottenuti

6.1 Analisi dei dati

I risultati che verranno presentati di seguito sono riferiti alla Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica 4-6 anni, BIN, (Molin, Poli & Lucangeli, 2007), somministrata a 70 bambini di età cronologica compresa fra i 47 mesi ed i 60 mesi. Dei 70 bambini, 55 appartengono al gruppo "Analogici", 15 al gruppo "Montessoriani". I primi hanno utilizzato il metodo Analogico per l'apprendimento della matematica, i secondi il metodo Montessori.

Tutti i risultati sono stati calcolati ed analizzati attraverso l'utilizzo del *software* statistico R, la cui versione era 4.1.2.

R è un *software* gratuito scaricabile dal sito *http://www.r-project.org/* (R Core Team, 2020). La scelta di R è giustificata dal fatto che, in primis, è gratuito e disponibile per qualsiasi tipo di sistema operativo; inoltre, è possibile gestire qualsiasi modello statistico, dal più semplice al più complesso, inserendo dei semplici comandi che facilitano la guida dei calcoli (Pastore, 2015).

In particolare, sono stati applicati i seguenti test:

- Statistiche descrittive (Media, Deviazione Standard) dell'età cronologica e dei punteggi in ciascuna scala delle BIN per tutto il gruppo e per i due gruppi;
- Test t di Student per verificare che l'età cronologica dei due gruppi non fosse statisticamente diversa;
- Test di Fisher, svolto per confrontare le varianze dei due gruppi dei bambini nelle scale BIN, ovvero per verificare l'ipotesi che i due campioni seguissero entrambe una distribuzione di tipo normale con la stessa varianza, Prima di procedere con il *t-test,* ho analizzato le varianze campionarie dei due gruppi, effettuando un test F di Fisher per verificarne l'omogeneità delle varianze.

Poi, ho confrontato il valore di F ottenuto con il valore di F tabulato secondo i gradi di libertà del numeratore e del denominatore;

- Test t di Student con la formula di Welch-Satterthwaite, che ha permesso di osservare se ci fosse una differenza tra le medie dei due gruppi nelle scale BIN. Ho preferito questa tipologia con la correzione di Welch, in quanto i due campioni presentavano una numerosità differente (n=15 bambini, n=55 bambini). Come *cut-off* è stato adottato un livello di significatività (*p-value*) pari a p=0.05. Con valori superiori a 0.05, l'ipotesi alternativa viene rifiutata, se inferiori viene accettata (Ercolani, Areni & Leone, 2002).

Inoltre, per verificare la correttezza dei risultati, sono state svolte le seguenti analisi:

- Test di Wilcoxon-Mann-Whitney, volto ad osservare se ci fosse una differenza tra le medie dei due gruppi nelle varie scale BIN. Ho eseguito il *t-test* attraverso il calcolo dei gradi di libertà secondo la formula di Welch-Satterhwaite per contrastare il problema dovuto alla disomogeneità numerica fra i due campioni e ho confrontato che il risultato ottenuto fosse in accordo col livello di significatività osservato del *t-test*;
- Ancova, ovvero "analisi della covarianza", che ha consentito di tenere sotto controllo la variabile "età" ponendola come covariata e di verificare se ci fosse una differenza nelle medie dei due gruppi nelle scale BIN. Questi risultati sono stati poi confrontati con i risultati ottenuti dal *t-test* e dal test di Wilcoxon.

Per quanto concerne l'ipotesi statistica che viene verificata attraverso il *t-test,* si ha l'ipotesi nulla H_0, dove H_0 ipotizza che i risultati osservati siano dovuti al solo effetto del caso; mentre, l'ipotesi alternativa, contrapposta all'ipotesi nulla, che si rappresenta con H_1, ipotizza che i risultati osservati non siano casuali, ma spiegabili alla luce di qualche fenomeno o teoria (Pastore, 2015).

Nel concreto, il presente studio empirico vuole stabilire se il metodo Montessori e il metodo Analogico per l'insegnamento della matematica nella scuola dell'infanzia influenzino le abilità numeriche dei bambini prescolari.

In tal caso, accettando l'ipotesi nulla, o H_0, significherà che non vi è differenza fra i due gruppi di bambini e, di conseguenza, il metodo Montessori e il metodo Analogico favoriscono la cognizione numerica; al contrario, l'ipotesi alternativa, o H_1, significherà che i due gruppi presentano una differenza significativa in quanto una delle due metodologie è maggiormente efficace rispetto all'altra per quanto riguarda lo sviluppo delle capacità numeriche dei prescolari.

6.2 Risultati

Nella tabella 6.1 sono riportate le statistiche descrittive riferite ai partecipanti della ricerca, con le misure di Media e Deviazione standard inerenti all'età cronologica prima del campione generico e, poi, dei due campioni di bambini, i "Montessoriani" (che hanno utilizzato il metodo Montessori) e gli "Analogici" (che hanno utilizzato il metodo Analogico).

Campioni		*Età media*	*Deviazione std.*
Totali	n= 70 (31 F; 39 M)	54	3.66
Montessoriani	n= 15 (6 F; 9 M)	53	3.74
Analogici	n= 55 (25 F; 30 M)	54	3.58

Tab. 6.1: Valori di media, deviazione standard riportati dai campioni in relazione all'età cronologica

Confrontando l'età cronologica dei due gruppi grazie ad un *t-test* non emerge una differenza significativa ($t=-0.80$, $p=0.42$). Per tale ragione, l'ho potuta trascurare nel confronto tra i due campioni di bambini sulle variabili di interesse (i punteggi alle scale BIN).

Le statistiche descrittive dei punteggi ottenuti alla scala BIN per il campione unico e per i due gruppi sono riportate nelle tabelle 6.2, 6.3 e 6.4. I punteggi sono da considerarsi la percentuale di risposte corrette.

Campione	Area di indagine	Media percentuale risposte corrette	Deviazione std.
Gruppo unico	Processi lessicali	78	26.13
	Processi semantici	90	18.90
	Conteggio	68.5	26.36
	Processi pre- sintattici	81	80.57
	Totale BIN	75.5	19.92

Tab. 6.2: Statistiche Descrittive della BIN per il campione unico

Campione	Area di indagine	Media percentuale risposte corrette	Deviazione std.
Montessoriani	Processi lessicali	78	29.37
	Processi semantici	85	21.4
	Conteggio	50	31.36
	Processi pre- sintattici	72	29.37
	Totale BIN	75	23.15

Tab. 6.3: Statistiche Descrittive della BIN per il gruppo "Montessoriani"

Campione	Area di indagine	Media percentuale risposte corrette	Deviazione std.
Analogici	Processi lessicali	78	25.35
	Processi semantici	90	18.24
	Conteggio	68.5	24.74
	Processi pre- sintattici	86	19.80
	Totale BIN	76	19.01

Tab. 6.4: Statistiche Descrittive della BIN per il gruppo "Analogici"

In seguito, sono stati applicati il *t-test* con variazione di Welch-Satterhwaite e il test di Wilcoxon-Mann-Whitney per confrontare le prestazioni dei due campioni alla BIN.

Le prove della BIN sono inserite all'interno di quattro macroaree di indagine: i processi lessicali, i processi semantici, il *counting* ed i processi pre-sintattici. Riporto di seguito i risultati per ogni area.

Nella prima scala, ovvero l'area dei processi lessicali che richiedeva compiti quali corrispondenza nome-numero, lettura e scrittura di numeri arabici dei processi semantici, il primo gruppo ha ottenuto un punteggio medio di 78 e deviazione standard pari a 29.37, mentre il secondo gruppo ha totalizzato un punteggio medio di 78 e deviazione std. di 25.35.

Dal confronto tra i risultati ottenuti dal gruppo di bambini definiti "Montessoriani" e quello definito "Analogici" non è emersa una differenza significativa tra i due gruppi (t=-0.76, p=0.45), come mostra il grafico numero 6.1.

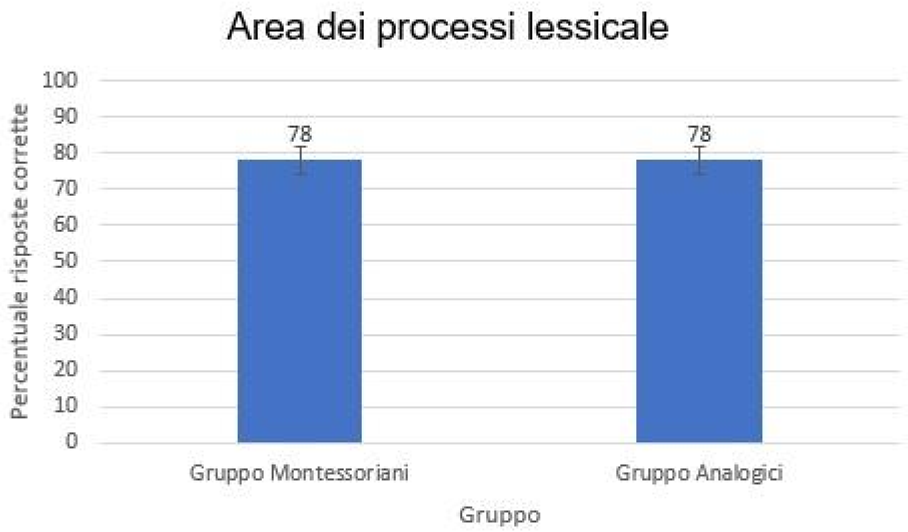

Grafico 6.1: calcolo del p-value per la prima macroarea.

Per quanto concerne la seconda area, quella dei processi semantici imputata al confronto tra quantità e comparazione tra numeri arabici, tra numerosità di *dots* e tra numeri arabici entro il numero 9, i risultati ottenuti dal confronto fra i due campioni (t=-0.76, p=0.45) portano ad accettare l'ipotesi nulla (grafico n. 6.2).

Il campione “Montessoriani” ha totalizzato un punteggio medio di 85 e deviazione std. pari a 21.4. Il gruppo “Analogici” ha ottenuto un punteggio medio di 90 e deviazione standard di 18.24.

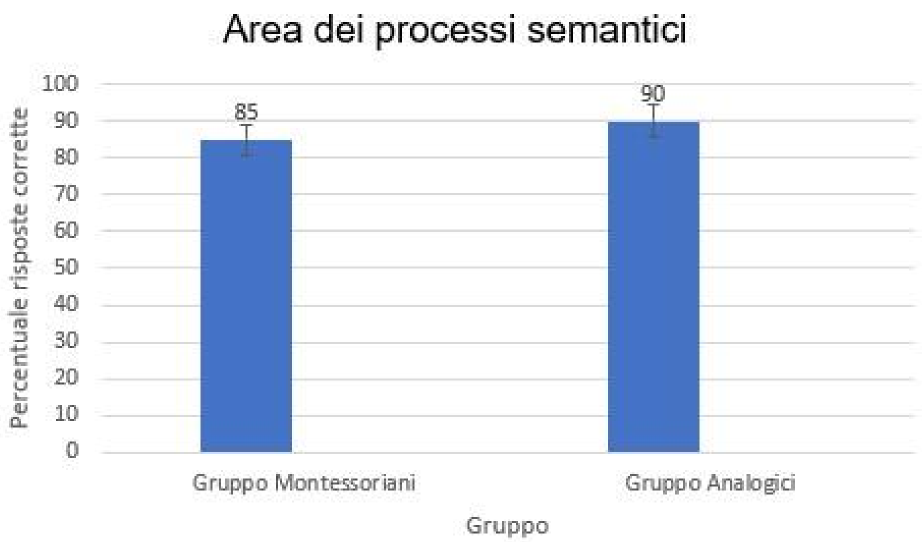

Grafico 6.2: calcolo del p-value per la seconda macroarea.

Nella terza scala, quella del conteggio che includeva l’enumerazione in avanti ed indietro, la seriazione di numeri arabici e il completamento di seriazioni, il gruppo dei bambini educati col metodo Montessori hanno ottenuto un punteggio medio pari a 50 e deviazione standard pari a 31.36, mentre il gruppo formato col metodo Analogico ha ottenuto un punteggio medio di 68.5 e deviazione std. di 24.74.

Dai risultati realizzati, i due campioni hanno ottenuto un punteggio (t=-0.72, p=0.47, *p-value*>0.05) per cui non è emersa una differenza significativa tra i due gruppi, come si osserva dal grafico 6.3.

Grafico 6.3: calcolo del p-value per la terza macroarea.

Per quanto riguarda la quarta ed ultima macroarea, l'area dei processi pre-sintattici che si articolava in corrispondenza tra codice arabico e quantità, uno-tanti, e l'ordine di grandezza, il *t-test* ha rilevato che la differenza dei punteggi ottenuti dai due gruppi di bambini non è statisticamente significativa, (t=-1.6, p=0.12), come riportato anche dal grafico numero 6.4 di seguito.

Nel dettaglio, il primo campione di bambini ha realizzato un punteggio di 72 nella media con deviazione std. pari a 29.37, mentre il secondo gruppo ha ottenuto una media di 86 e deviazione standard di 19.80.

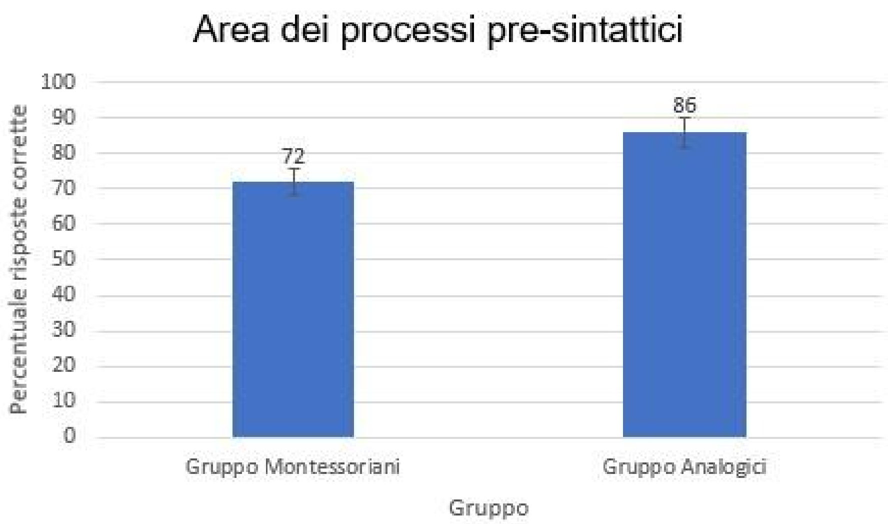

Grafico 6.4: calcolo del p-value per la quarta macroarea

In conclusione, da un lato il gruppo dei bambini educati con il metodo Montessori ha totalizzato un punteggio standardizzato medio di 75, in tutte e quattro le scale della BIN, e deviazione standard di 23.15; dall'altro lato, il gruppo dei prescolari educati con il metodo Analogico ha ottenuto un punteggio medio totale di 76 e deviazione std. pari a 19.01.

Confrontando i risultati totali (graf. n. 6.5) dei due campioni attraverso il test T di Student con la formula di Welch, non è emersa una differenza significativa tra i due gruppi (t=-0.86, p=0.39).

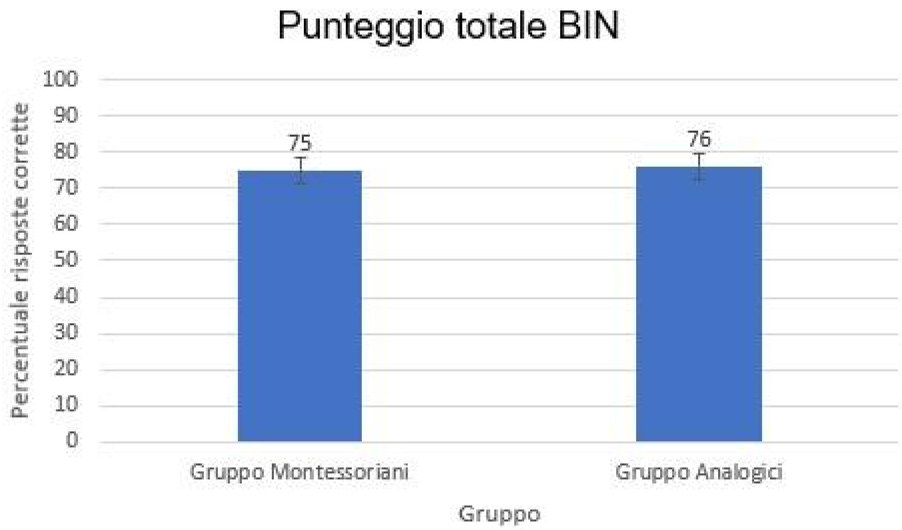

Grafico 6.5: calcolo del p-value con il t-test per il punteggio totale della BIN

L'ipotesi è stata ulteriormente confermata applicando il test non parametrico di Wilcoxon-Mann-Whitney.

Inoltre, anche l'applicazione dell'ancova, che controlla i risultati per l'effetto dell'età dei bambini, ha dimostrato i risultati in linea con il *t-test* (*p-value*=0.33).

Capitolo 7

Discussione

Nel presente lavoro ho voluto analizzare come la scelta di determinate modalità di insegnamento della matematica nella scuola dell'infanzia possano influenzare o meno lo sviluppo della cognizione numerica, ovvero la propensione innata dell'individuo di pensare il mondo circostante in termini di numeri e numerosità (Lucangeli, Ianniti & Vettore, 2021), confrontando due gruppi di bambini prescolari di età compresa fra i quattro ed i cinque anni, uno educato col metodo Montessori (n=15 bambini) e l'altro con il metodo Analogico (n=55 bambini).

La somministrazione della Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini di età compresa fra i quattro ed i sei anni e la relativa analisi delle risposte ottenute nelle varie quattro aree di osservazione mi hanno permesso di stimare i livelli delle capacità matematiche nei bambini prescolari.

Dall'analisi dei dati non emergono differenze nel livello di cognizione numerica raggiunto nel complesso, né in nessuno dei sottodomini considerati, tra bambini educati alla matematica con il metodo analogico e con il metodo montessoriano.

Per quanto riguarda la prima area della BIN, l'area dei processi lessicali, si può notare una certa variabilità fra i due gruppi, quello dei bambini educati col metodo Montessori (*sd*=29.37) e quello dei bambini educati col metodo Analogico (*sd*=25.35). I risultati hanno evidenziato come i bambini già da piccoli siano in grado di riconoscere facilmente i numeri e, di conseguenza, esplicitarli oralmente, ma anche scriverli.

Le metodologie osservate facilitano allo stesso modo la capacità dei bambini prescolari di *counting;* da un lato il metodo Montessori per l'insegnamento della matematica nella scuola dell'infanzia si basa su tavole volte ad imparare a contare in modo concreto e non astratto; dall'altro lato, invece, il metodo Analogico basa la sua metodologia sui *dots* e sulla rappresentazione che i bambini si creano mentalmente della numerosità attraverso la linea numerica mentale.

A tal proposito, i neonati sono capaci di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato, senza il bisogno di contare. Infatti, è nota l'evoluzione dell'intelligenza numerica, secondo cui i bambini dall'età di due fino ai quattro anni sviluppino una conoscenza numerica preverbale di tipo quantitativo; mentre, dai tre ai sei anni, i bambini acquisiscono le parole-numero e sviluppano l'abilità del *counting* (Lucangeli, Ianniti & Vettore, 2021).

È risaputo che i bambini dai quattro anni iniziano ad utilizzare dei segni iconici raffigurando i numeri attraverso simboli o lettere e all'età di cinque e sei anni, invece, utilizzano i simboli arabici con esattezza per raffigurare le quantità entro il numero 9 (Hughes, 1987). Infatti, ho constatato che già all'età di quattro anni i bambini sono in grado di utilizzare i simboli arabici per rappresentare le numerosità richieste; effettivamente nessun bambino ha utilizzato dei segni o dei punti per rappresentare il numero richiesto.

Sebbene sia i bambini "Montessoriani" che i bambini "Analogici" siano stati in grado di scrivere i numeri sottoforma di simboli arabici, hanno commesso alcuni errori frequenti per la loro età; con maggior frequenza, infatti, i bambini scrivevano i numeri invertendo la direzione o scrivevano il 5 come la lettera "S" in stampatello maiuscolo.

Oralmente e visivamente, invece, l'errore maggiormente commesso era quello di invertire il numero 6 col numero 9, e viceversa. In questi casi, i bambini commentavano il numero con frasi come "Il sei ha la pancia in alto" oppure "Il nove ha la pancia bassa".

In poche parole, il metodo Montessori (media della percentuale delle risposte corrette= 78) e il metodo Analogico (media della percentuale delle risposte corrette= 78) sono utili per facilitare lo sviluppo delle abilità inerenti ai processi lessicali in quanto mirano entrambi a rendere visibili e, di conseguenza, concreti i numeri. Dai risultati ottenuti possiamo, quindi, notare che trasformare i concetti astratti in concetti concreti, visivi e tali da essere manipolati, si implementa il livello delle abilità matematiche in relazione alla percezione del numero senza dover contare.

I punteggi ottenuti nelle aree dei processi semantici e pre-sintattici dimostrano che soltanto pochi bambini valutavano le quantità discontinue come se si trattassero di quantità continue. Ciò è dimostrato dai risultati totalizzati, soprattutto nell'area semantica, in cui si nota un'elevata variabilità (*sd* gruppo "Montessoriani"=31.36, *sd* gruppo "Analogici"=24.74), che verificano come l'effetto distanza - ovvero come in un compito di confronto di grandezze numeriche, le risposte siano tanto più rapide ed accurate quanto maggiore è la distanza tra i numeri (Lucangeli, Ianniti & Vettore, 2021) - e l'effetto grandezza - cioè per la medesima distanza fra numeri, la comparazione diventa più difficile quanto più aumenta la dimensione dei numeri (Lucangeli, Ianniti & Vettore, 2021) - non siano un ostacolo nel riconoscere e confrontare i *dots*, le quantità.

Questi risultati, inoltre, sono in accordo con le numerose teorie già presenti, secondo le quali è presente nei bambini piccoli, già prima dello sviluppo delle abilità linguistiche, una capacità simile all'effetto grandezza. La capacità di percepire la numerosità è anche, probabilmente, un'abilità innata che l'uomo condivide con alcune specie animali (Lucangeli, Ianniti & Vettore, 2021).

Da un lato, quindi, il metodo Montessori è efficace poiché aiuta il bambino prescolare a scoprire concetti propedeutici al concetto di numero come, ad esempio, la lunghezza o la grandezza. Dall'altro lato, invece, il metodo Analogico sembra essere efficace, in quanto educa i bambini alla matematica grazie alle immagini e alle parole. Secondo la metafora della montagna, l'ambito semantico afferisce per l'appunto al significato delle quantità.

In aggiunta, i punteggi derivati dall'area dei processi semantici hanno confermato il fenomeno del *subitizing*, ovvero la percezione immediata della quantità (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021). Principalmente, i bambini durante il *subtest* in cui dovevano confrontare numeri arabici e *dots* riuscivano a percepire immediatamente la numerosità visivamente fino al numero 4; invece, oltre lo *span* quattro si aiutavano contando i pallini presentati.

Le due metodologie prese in considerazione da questa ricerca aiutano in egual modo i bambini a percepire la quantità prima di riconoscere l'identità degli elementi; ad esempio, facilitano i prescolari a rappresentarsi mentalmente le quantità, attraverso dei *dots,* ovvero dei punti di quantità.

Per quanto concerne l'area dei processi pre-sintattici, invece, è interessante evidenziare come i risultati mostrino un'elevata variabilità fra i punteggi ottenuti dai due gruppi (*sd* "Montessoriani" 29.37, *sd* "Analogici" =19.80). Le prove di quest'area indagano prevalentemente se il bambino ha acquisito effettivamente il legame tra un numero arabico scritto e la numerosità corrispondente, oltre che la capacità di utilizzare confronti plurimi (Molin, Poli & Lucangeli, 2007). Osservando tali punteggi, si può dedurre che il Metodo Analogico e il metodo Montessori possano favorire lo sviluppo delle abilità pre-sintattiche, in quanto entrambi educano i bambini al calcolo attraverso i *dots,* che sono uno strumento efficace per potenziare il *subitizing* delle quantità. I bambini coinvolti nella ricerca si sono dimostrati in grado di percepire facilmente le quantità rappresentandole nella loro mente come dei pallini (ovvero *dots*) fin dalla nascita; Butterworth affermava che se vediamo tre mucche in un prato percepiamo che sono tre prima ancora di capire che si tratti di mucche, e questo accade perché la numerosità è connaturata nella percezione (Butterworth, 1999).

Per quanto riguarda l'area del conteggio, invece, i bambini si sono dimostrati capaci di enumerare in avanti fino il numero 20, ed in molti casi anche oltre fino, ad esempio, il numero 50; ma, al contrario, alcuni hanno riscontrato difficoltà ad orientarsi nell'enumerazione indietro partendo dal numero 10, nonostante il mio *input* iniziale di conta.

Anche i risultati di quest'area di interesse evidenziano una risoluta variabilità all'interno dei due campioni (*sd* "Montessoriani" =31.36, *sd* "Analogici" =24.74). I bambini che hanno appreso attraverso i due metodi hanno mostrato una buona prestazione matematica; quindi, si può desumere che il materiale offerto dalle insegnanti possa favorire il *counting* nei prescolari.

Da un lato, con la Linea del 20 i bambini educati col metodo Analogico possono andare avanti ed indietro con le asticelle colorate così da crearsi una percezione a prima vista delle numerosità; possono orientarsi in avanti ed indietro durante l’enumerazione, grazie anche alle dita. Mentre, i bambini che hanno appreso col metodo montessoriano riescono ad orientarsi, in quanto hanno imparato a contare con le barre blue e rosse facendo sempre scorrere le dita lungo i vari pezzi, come accade con la Linea del 20.

I bambini, appartenenti sia al primo sia al secondo gruppo, manipolando il materiale di apprendimento, possono cogliere ma, soprattutto, vedere che ogni numero è composto da unità; ogni bastoncino colorato è un’unità. Quando arrivano alla fine del gioco, possono associare a quel determinato numero, il numero che rappresenta tale numerosità. Quindi, la matematica e, più specificamente, il numero, attraverso le metodologie montessoriana ed analogica, diventa un qualcosa di concreto che il bambino prescolare può manipolare e toccare. Il numero diviene così un elemento concreto e non più un concetto astratto, ovvero lontano dalla realtà dei bambini.

In linea di principio, dalla ricerca svolta emerge che le prestazioni totali di entrambi i gruppi di bambini prescolari risultano essere disomogenee, in quanto all’interno di ogni gruppo vi è una certa variabilità (deviazione standard “Montessori” pari a 23.15, deviazione standard “Analogici” pari a 19.01), ma in accordo con l’ipotesi iniziale secondo cui le abilità matematiche possano essere favorite ed implementate grazie alla scelta della didattica per l’insegnamento della matematica nella scuola dell’infanzia.

Un ulteriore aspetto emerso dallo studio empirico è la corrispondenza biunivoca, ovvero l’abilità di associare ad ogni numero un determinato elemento durante il conteggio, che sembra apparire molto presto, già all’età di due anni (Liverta Sempio, 1997). I bambini coinvolti nello studio riuscivano ad accompagnare la parola-numero al conteggio in modo esatto. Osservando i punteggi ottenuti nelle aree di interesse, sia i bambini più piccoli che quelli di cinque-sei anni riuscivano ad attuare una corrispondenza biunivoca in modo corretto senza commettere gli errori tipici di quella fascia d’età, come gli errori definiti “parola-indicazione” o gli errori definiti “indicazione-oggetto” (Lucangeli, Iannitti & Vettore, 2021). I bambini dello studio, a tal proposito, riuscivano ad indicare un *dot* pronunciando la parola-numero corrispondente e ad enumerare indicando l’oggetto contato in modo corretto.

Questo aspetto, inoltre, rispecchia un'altra abilità di fondamentale importanza per la cognizione numerica: il bambino deve imparare a conservare il numero in mente, ovvero deve saper nominare ed ordinare degli oggetti e psicologicamente procedere in ordine corretto in modo tale da non far corrispondere un elemento ad uno scorretto come, ad esempio, uno già contato.

Dai risultati ottenuti, grazie ai metodi montessoriano ed analogico, i bambini prescolari sono in grado di manipolare il materiale offerto, con cui non sviluppano soltanto il concetto base di numero, ovvero la sequenza da uno a dieci memorizzandone l'ordine, bensì apprendono ulteriormente la relazione fra quantità e qualità. Da un canto, il materiale montessoriano delle barre blu e rosse e, dall'altro canto, il materiale analogico della Linea del 20, oppure i regoli colorati, sono efficaci perché permettono al bambino di comprendere realmente che cosa sia la quantità durante il conteggio, ovvero comprendere che l'ultimo numero contato include i precedenti. Questo corrisponde anche alla rappresentazione intuitiva delle quantità sulla linea numerica mentale.

Effettivamente, i bambini coinvolti nella ricerca comprendevano il più delle volte che l'ultima parola-numero detta rifletteva la numerosità dell'insieme; quest'ultimo aspetto raffigura la cardinalità numerica. Dalla cardinalità si può parlare poi dei numeri ordinali e numeri nominali. I numeri ordinali vengono utilizzati per dimostrare l'ordine in sequenza, o il *range*, degli elementi di un insieme; mentre, ci avvaliamo dei numeri nominali, definiti anche categoriali, come delle etichette per nominare e, di conseguenza, identificare gli elementi (Lucangeli & Mammarella, 2010).

In conclusione, i risultati della mia ricerca empirica evidenziano l'importanza della didattica già nella scuola dell'infanzia, in quanto i bambini fin da piccoli hanno degli stimoli riguardanti il mondo dei numeri, che non possono fare a meno di vedere e percepire; pensiamo solamente ai giochi, quanti stimoli numerici offrono ai bambini?

Infatti, i bambini che vengono educati alla matematica con il metodo Montessori e il metodo Analogico, chiamato anche metodo Bortolato, scoprono il mondo della matematica e delle sue regole attraverso il gioco, con cui le insegnanti focalizzano l'attenzione sulle potenzialità di ciascun bambino seguendo i loro interessi. Il cervello, a tal proposito, impara solo ciò che è in interazione con le proprie conoscenze anteriori (Dehaene, 1992). Di conseguenza, dallo studio svolto è emerso che le due metodologie di insegnamento fungono da ponte che permette al singolo bambino prescolare di cogliere il concetto di numero e il *counting* grazie alla manipolazione degli elementi e di basarsi sul senso intuitivo della numerosità che è innato per noi esseri umani.

Tuttavia, è evidente che il concetto di numero si evolve gradualmente nel bambino ed è un processo che comporta molti anni e molti aspetti, che si riflettono nell'insegnamento e nella scuola.

A tal proposito, gli insegnanti fin dall'infanzia rivestono un ruolo di fondamentale importanza, poiché devono aiutare il singolo bambino in questo ambito non sempre facile e lineare.

Innanzitutto, l'insegnante dell'infanzia deve cercare di comprendere le fasi di sviluppo ed i processi mentali che il bambino mette in atto nel processo di apprendimento. Oltre a ciò, è molto importante comprendere che i bambini hanno un modo di pensare e di elaborare il mondo circostante e le numerose conoscenze, quale il numero in questo particolar caso, in modalità differenti rispetto all'adulto o ad un ragazzo in età scolare. Infatti, quando l'insegnante, o il genitore stesso, si approccia al bambino prescolare deve essere in grado di spostare il proprio focus di "pensiero adulto" sul pensiero del piccolo e sapersi di conseguenza adeguare. Per noi adulti, un *tot* di palline ad una specifica distanza o di una specifica grandezza è sempre quel *tot* di palline; invece, per i bambini prescolari non è sempre così.

Basandomi sul mio studio, vorrei sottolineare che un approccio adatto in termini di metodologia didattica sia fondamentale nella scuola dell'infanzia allo scopo che il bambino possa acquisire un atteggiamento positivo e favorevole e, di conseguenza, non di rifiuto in relazione alla matematica.

Penso che, soprattutto nella scuola dell'infanzia, lo sviluppo di abilità matematiche debba relazionarsi in sintonia con dei contesti educativi motivanti, che offrano stimoli tali da incuriosire ed interessare il bambino piccolo, rendendo il numero una parte attiva del proprio mondo.

7.1 Sviluppi della ricerca

L'attuale lavoro ha voluto mostrare se la tipologia di didattica e il tipo di materiale adottato dai vari insegnanti della scuola dell'infanzia possano influenzare, facilitando ed implementando, il livello di cognizione numerica nei bambini prescolari.

Sarebbe interessante in futuro analizzare con ulteriori lavori quanto anche il rapporto bambino/alunno con la maestra influenzi lo sviluppo delle abilità numeriche e se un errato approccio al mondo della matematica possa compromettere le *performance* aritmetiche dei bambini nelle scuole di grado superiore rispetto all'asilo.

Inoltre, sarebbe interessante indagare effettivamente quante insegnanti dell'infanzia si adeguano al modo di pensare e di analizzare dei bambini durante l'insegnamento della matematica.

Bibliografia

1. Badets A. & Pesenti M., (2013). Ordinality and the nature of symbolic numbers. *Journal of Neuroscience,* 33(43), 17052-17061. doi: 10.1523/JNEUROSCI.1775-13.2013
2. Belacchi C., Scalisi T. G., Cannoni E. & Cornoldi C., (2008). *Le Matrici Progressive colorate di Raven*. Firenze: Giunti.
3. Bortolato C., (2014). *La via del metodo analogico*. Trento: Erickson.
4. Bortolato C., (2018). *La linea del 20*. Trento: Erickson.
5. Coluccelli S., (2018). *Montessori incontra*. Trento: Erickson.
6. Coluccelli S. & Pietrantonio S., (2017). *Il metodo Montessori oggi*. Trento: Erickson.
7. D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Cabellini G., Marazzani I., Masi F. & Sbaragli S., (2004). *Infanzia e matematica: didattica della matematica nella scuola dell'infanzia*. Bologna: Pitagora editrice.
8. D'Amore B. & Fandiño Pinilla M.I., (2012). *Matematica come farla amare*. Firenze: Giunti.
9. Dorhmann K., Nishida T., Gartner A., Lipsky D. & Grimm K., (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of research in childhood Education*, 22(2), 205-217. doi:10.1080/02568540709594622
10. Ercolani P., Areni A. & Leone L., (2002). *Statistica per la psicologia*. Bologna: il Mulino.
11. Feigenson L., (2011). Predicting sights from sounds: 6-month-old infants' intermodal numerical abilities. *Journal of Experimental Child Psychololgy,* 110(3), 347-361. doi: 10.1016/j.jecp.2011.04.004
12. Fischer H. & Brugger P., (2011). When digits help digits: spatial-numerical associations point to finger counting as prime example of embodied cognition. Frontiersin. *Frontiers in Psychology,* 2-260. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00260
13. Fischer H. Shaki S., (2018). Number concepts: abstract and embodied. *The Royal Society*. https://doi.org/10.1098/rstb.2017.0125
14. Franscella S., (2017). Corrispondenza biunivoca "a tavolino" e nell'attività motoria. Sviluppo di abilità matematiche legate al movimento corporeo. *DdM*

Didattica della matematica. *Dalla ricerca alle pratiche d'aula.* (2), 103-129. https://doi.org/10.33683/ddm.17.2.6

15. Gilles Cotte D., (2017). *Il metodo Montessori: 80 attività creative*. Firenze: Giunti.
16. Gray S. & Reeve R., (2014). Preschoolers' dot enumeration abilities are markers oh their arithmetic competence. *Plose one*. 9(4). doi:10.1371/journal.pone.0094428
17. Hong-Ling H., Hong Y., Ling Z., Ling L. & Xi-Ping Z., (2009). Effects of Montessori education on the intellectual development in children aged 2 to 4 years. *Chinese Journal of contemporary pediatrics.* 11(12), 1002-1005. PMID: 20113610
18. Izard V., Sann C., Spelke E. & Strein A., (2008). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences* (*PNAS*). 106(25). https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106
19. Kersey A. & Cantlon J., (2019). Primitive concepts of number and the developing human brain. *Language learning and development: the official Journal of the Society for language development*. 13(2), 191-214. doi: 10.1080/15475441.2016.1264878
20. Lillard A. & Else-Quest N., (2006). The early years. Evaluating Montessori education. *Science*. 313(5795), 1893-1894. doi: 10.1126/science.1132362
21. Lloyd M., Dunn & Leota M., (2000); Stella G., Pizzoli C. & Tressoldi P., (2000). *Peabody Picture Vocabulary test*. Torino: Omega.
22. Lucangeli D., Ianniti A. & Vettore M., (2021). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Roma: Carocci.
23. Lucangeli D., Poli S. & Molin A., (2003). *L'intelligenza numerica: abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 3 ai 6 anni*. Trento: Erickson.
24. Lucangeli D. & Mammarella I., (2010). *Psicologia della cognizione numerica*. Milano: Franco Angeli.
25. Menon V., (2016). Memory and cognitive control circuits in mathematical cognition and learning. *Progress in Brain Research*. 227, 159-186. doi: 10.1016/bs.pbr.2016.04.026
26. Molin A., Poli S. & Lucangeli D., (2007). *Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni.* Trento: Erickson.
27. Montessori M., (1994). *Maria Montessori psicometria*. Bergamo: Garzanti.

28. Pastore M., (2015) *Analisi dei dati in psicologia*. Bologna: il Mulino.
29. Piaget J., (1968). *La genesi del numero nel bambino*. La Nuova Italia.
30. Piaget J., (2018). *La nascita dell'intelligenza nel bambino*. Milano: Centauria edizioni.
31. Piazza M. & Izard V., (2009). How human count: numerosity and the parietal cortex. *The Neuroscientist: SAGE Journals*. 15(3), 261-273. https://doi.org/10.1177/1073858409333073
32. Rivera S., Reiss A., Eckert M. & Menon V., (2005). Development changes in mental arithmetic: evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex. *Cerebral cortex Oxford Academy*. 15(11), 1779-1790. https://doi.org/10.1093/cercor/bhi055
33. Saterini A., (2020). *Matematica-mente*. Vicenza: il punto d'incontro.
34. Siegler R. & Opfer J., (2003). *Number-to-position task*.
35. Wynn K., (1990). Sella F., Lucangeli D., Kadosh C. & Zorzi M., (2017). *Give a number task.*

Ringraziamenti

Eccomi qui a dover scrivere i ringraziamenti per la seconda volta, per celebrare un secondo traguardo molto importante per me stessa e per tutti coloro che mi stanno vicino.

Sento di dover ringraziare molte persone che, seppur soltanto con la loro presenza, mi hanno aiutata nella realizzazione del mio progetto.

Innanzitutto, desidero ringraziare la relatrice di questa tesi, la Professoressa Silvia Lanfranchi, per la sua disponibilità, professionalità e competenza con cui mi ha seguita durante la realizzazione di questa tesi.

In modo simile ringrazio la Dottoressa Sara Onnivello per la sua gentilezza, disponibilità e presenza costante, con cui mi ha consigliato e seguita nel compimento della ricerca empirica.

Ringrazio entrambe per aver contributo significativamente alla mia formazione e per avermi fatto scoprire il mondo magico della cognizione numerica nei bambini. Questo progetto non si sarebbe mai concretizzato senza il loro aiuto.

Ringrazio, inoltre, le coordinatrici delle scuole dell'infanzia che mi hanno dato la possibilità di svolgere la raccolta dati coinvolgendo gli alunni dei loro plessi, tra le mille difficoltà dovute all'emergenza pandemica. A loro va un enorme grazie.

Alla fine di questo mio percorso formativo, devo ringraziare la mia famiglia, il pilastro della mia vita, che mi ha trasmesso un'educazione ricca di valori e tantissimo affetto.

A mia madre, che mi ha sempre sostenuta appoggiando ogni mia decisione, dalla nascita fino alla scelta del mio percorso universitario. Grazie per esserci sempre stata, soprattutto nei momenti di sconforto.

Alle mie amate sorelle, Laura e Marta, che alla nascita erano principesse mentre oggi sono delle bellissime regine, che mi motivano per dare sempre il meglio. Non arrendetevi mai, combattete accettandovi per quello che siete, perché l'auto-accettazione è la chiave per ogni successo.

Al mio angelo, mio padre, il quale, nonostante non sia qui con me, spero stia applaudendo da Lassù e che continui a seguirmi nella mia vita futura.

Infine, ringrazio mia nonna e i miei zii per l'affetto che non mi hanno mai fatto mancare e per la loro presenza incoraggiante.

Un grazie speciale va al mio fidanzato Andrea, che è sempre riuscito a capirmi ed a sostenermi nei momenti difficili degli studi universitari.

Da ultimo, ma non per essere meno importanti, vorrei ringraziare due ragazze fantastiche.

All'amica di sempre e per sempre, Angelica. Grazie per l'autostima che mi infondi, per aver ascoltato tutti i miei sfoghi e per tutti quei momenti passati in compagnia, ricchi di gioia e spensieratezza.

Un grazie particolare va anche a Jessica. Grazie per il sostegno che non mi hai mai fatto mancare, per le risate e per i consigli preziosi. Ti ringrazio per avermi supportato e sopportato anche oltre la nostra stanza di Padova.

Per concludere, dedico questa tesi anche a me stessa, alla mia determinazione, alla voglia di mettermi in gioco ma, soprattutto, a tutti i sacrifici fatti che mi hanno permesso di arrivare fin qui.