

Università degli studi di Padova  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Corso di Laurea Magistrale in  
Scienze Statistiche



RELAZIONE FINALE

**ANALISI DELLA DINAMICA DEL BITCOIN: UN CONFRONTO  
CON ALTRE VALUTE**

Relatore Prof. Francesco Lisi  
Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando Augustine Nnadozie Ohabuche  
Matricola N 1151278

Anno Accademico 2017/2018



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>11</b>
<b>1 Le criptovalute</b>	<b>13</b>
1.1 Il potenziale crescita delle criptovalute . . . . .	13
1.2 Da dove nasce l'idea di Bitcoin . . . . .	15
1.2.1 Primi passi . . . . .	16
1.2.2 Il motore è la crisi del 2008 . . . . .	16
1.3 Bitcoin . . . . .	16
1.4 Blockchain e Mining . . . . .	18
1.4.1 Cloud-mining e Mining-pool . . . . .	20
1.5 Bitcoin una bolla finanziaria . . . . .	22
1.5.1 Perché il bitcoin sta crescendo così tanto . . . . .	23
1.5.2 Bolla Bitcoin: cosa potrà succedere . . . . .	23
<b>2 Criptovalute: un'analisi della letteratura</b>	<b>25</b>
2.1 Cosa è stato fatto in letteratura . . . . .	25
2.2 Un caso di studio: Criptovalute a confronto . . . . .	26
2.2.1 Modelli e risultati . . . . .	27
2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD . . . . .	28
2.3.1 Selezione e valutazione . . . . .	29
2.3.2 Risultati . . . . .	31
<b>3 Strumenti di analisi</b>	<b>39</b>
3.1 Costruzione di un modello GARCH . . . . .	39
3.2 Test per l'effetto ARCH . . . . .	40
3.3 Metodo . . . . .	40
3.3.1 Modelli di tipo GARCH . . . . .	41
3.4 Metodo di stima . . . . .	43
3.5 Previsione con i modelli GARCH . . . . .	45
3.6 Previsione statica . . . . .	46

<b>4</b>	<b>Dati e analisi</b>	<b>49</b>
4.1	Dati e analisi descrittive . . . . .	49
4.2	Analisi delle serie . . . . .	51
4.3	Analisi dinamica delle serie . . . . .	59
4.3.1	Sotto-periodo dal 19-07-2010 al 19-07-2013 . . . . .	59
4.3.2	Sotto-periodo dal 22-07-2013 al 19-07-2016 . . . . .	66
4.3.3	Sotto-periodo dal 20-07-2016 al 19-09-2018 . . . . .	74
4.4	Stima dei modelli . . . . .	81
4.5	Selezione e valutazioni . . . . .	83
4.6	Previsione e conclusione . . . . .	87
<b>A</b>	<b>Codice R utilizzato</b>	<b>91</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>123</b>

# Elenco dei codici

A.1	Analisi delle serie . . . . .	91
A.2	Sotto-periodo 2010-2013 . . . . .	94
A.3	Sotto-periodo 2013-2016 . . . . .	97
A.4	Sotto-periodo 2016-2018 . . . . .	100
A.5	Stima dei modelli sui rendimenti EUR/USD . . . . .	103
A.6	Stima dei modelli sui rendimenti GBP/USD . . . . .	103
A.7	Stime delle previsioni della volatilità per BTC/USD . . . . .	104
A.8	Stime delle previsioni della volatilità per EUR/USD . . . . .	106
A.9	Stime delle previsioni della volatilità per GBP/USD . . . . .	108
A.10	Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di BTC/USD e il test binomial per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato . . . . .	110
A.11	Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di EUR/USD e il test binomial per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato . . . . .	113
A.12	Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di GBP/USD e il test binomial per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato . . . . .	116
A.13	Impatto delle news sulla serie di rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD . . . . .	119
A.14	Le figure delle previsioni di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD . . . . .	121
A.15	Test di Dickey-Fuller di radice unitaria su logaritmo di BTC/USD, EUR/U- SD e GBP/USD . . . . .	122



# Elenco delle tabelle

2.1	Statistiche riassuntive dei tassi di cambio di Bitcoin, Dash, Dogecoin, Litecoin, Maidsafecoin, Monero e Ripple dal 22 giugno 2014-17 maggio 2017 . . .	27
2.2	Test di Kolmogorov-Smirnov per un campione al livello di 5 % . . . . .	28
2.3	Media, Dev. Standard, Minimo e Massimo sono in punti percentuali . . . . .	29
2.4	* indica il modello di tipo GARCH con un processo AR(1) per il rendimento. Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente. . . . .	32
2.5	Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente. . . . .	32
2.6	Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente. . . . .	33
2.7	Regressione di Mincer-Zarnowitz Bitcoin . . . . .	35
2.8	Regressione di Mincer-Zarnowitz S&P-500 . . . . .	36
2.9	Regressione di Mincer-Zarnowitz EUR/USD . . . . .	36
4.1	Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 2132 . . . . .	50
4.2	Test di Jarque-Bera per l'ipotesi nulla di Normalità in distribuzione. Sotto l'ipotesi di nulla essa si distribuisce come un $\chi^2(m)$ , dove m è il numero del campione. l'ipotesi viene rifiutato al livello del 5% . . . . .	50
4.3	Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi . . . . .	53
4.4	Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di radice unitaria sulle serie dei prezzi . . . . .	59
4.5	Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 1 - 785	59

4.6	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD 19-07-2010 al 19-09-2013 , con la distribuzione Normale per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla di insignificatività del parametro è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	66
4.7	Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi . . . . .	66
4.8	Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 786 - 1567 . . . . .	67
4.9	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016, con la distribuzione Normale per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla di insignificatività del parametro è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	68
4.10	Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi . . . . .	74
4.11	Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 1567 - 2132 . . . . .	74
4.12	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018 , con la distribuzione Normale per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla di insignificatività è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	81
4.13	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di BTC/USD, specificando la distribuzione Normale t di student per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	82
4.14	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di EUR/USD, specificando la distribuzione Normale t di student per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	82
4.15	La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di GBP/USD, specificando la distribuzione Normale t di student per il processo di innovazione $z_t$ . * indica che l'ipotesi nulla è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t . . . . .	83

- 4.16 Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello GARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con  $t$  di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30%, e il valore tra le parentesi è il del test  $t$  . . . . . 85
- 4.17 Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello TGARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con  $t$  di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha_0$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30% 85
- 4.18 Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello EGARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con  $t$  di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha_0$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30% 86



# Introduzione

I bitcoin sono una moneta digitale che gli utenti conservano in portafogli virtuali chiamati *wallet*. Possono essere usati per fare pagamenti verso negozi o società che li accettano, per trasferire denaro ad altri utenti, o più semplicemente come strumento di speculazione. Un fenomeno rivoluzionario: Negli ultimi 10 anni un nuovo movimento sociale ha dato vita a un vero ecosistema monetario digitale. La rivoluzione sta nel fatto che il sistema può essere governato dagli utenti della rete. Un cambiamento epocale che si verifica per la prima volta nella storia dell'umanità. Possibile grazie alla *Blockchain*, la tecnologia chiave dietro alla maggiore parte delle criptovalute. Bitcoin è caratterizzato dall'impiego della crittografia e dall'assenza di istituzioni finanziarie: nessun poter centrale governa il network della moneta.

Chi sente parlare di Bitcoin, prima o poi si pone la fatidica domanda: conviene investire? Cosa devo fare per guadagnarci qualcosa? Chi decide di speculare sulle monete digitali, dovrebbe prendere precauzioni, perchè l'andamento dei Bitcoin è soggetto alla legge della domanda e dell'offerta. Non è detto che si debba per forza puntare tutto sui Bitcoin. Esistono altre monete tradizionali e sarebbe più "salutare" acquistare valute diverse in modo da suddividere il rischio.

L'obiettivo principale di questo studio è cercare di rispondere a questa domanda: " I Bitcoin e altre criptovalute sono valute o titoli " ? Secondo la Banca centrale europea (BCE) il principale motivazione perché il Bitcoin non è una valuta reale è l'aspetto della volatilità del nuovo asset class (ECB 2015). In questo studio si analizzeranno le caratteristiche e la dinamica del BTC rispetto ad altre valute tradizionali tramite alcuni modelli di tipo GARCH usando dati reali. La quantità di ricerca che è stata fatta su Bitcoin e altre criptovalute sono ancora scarse. Il primo capitolo è composto da quattro paragrafi, nel primo paragrafo si parlerà del potenziale crescita delle criptovalute, mentre nei successivi tre paragrafi si addenterà nel dettaglio sulla valuta Bitcoin e sulla tecnologia Blockchain. Nel ultimo paragrafo si parlerà di alcuni scenari e rischi potenziali per chi intende investire su Bitcoin. Nel capitolo due verranno illustrati alcuni esempi riguardo alla modellazione della volatilità del rendimento del Bitcoin e confronti fatti con altre valute tradizionali e criptovalute. Il capitolo tre è suddiviso in sei paragra-

fi, dove nel primo verrà descritto la procedura di costruzione dei Modelli della class GARCH, nel successivo paragrafo si spiegherà cosa si intende per effetto ARCH. Nei paragrafi successivi si parlerà anche del modello GARCH, TGARCH e EGARCH utilizzati, nonché il metodo di stima e previsione. Nel ultimo capitolo, verranno fatti degli studi approfonditi su tre serie storiche reali dei tassi di cambio di tre valute: Bitcoin, Euro, e Sterlina. Dati che riguardano i prezzi in dollaro delle tre valute ottenuti dal sito investing (*Investing*) e (*Coindesk*). Il capitolo è suddiviso in sei paragrafi, dove nel primo verranno fatte delle analisi descrittive di confronto per catturare eventuale differenze tra bitcoin e le due valute tradizionali (Euro e Sterlina), nonché un studio di tipo dinamico delle serie. Nel successivo paragrafo si faranno delle analisi più dettagliate al fine di individuare la presenza dell'effetto ARCH nelle serie, essenziale per la modellazione GARCH. I successivi due paragrafi verranno stimati tre modelli di tipo GARCH utilizzando due distribuzioni diverse per il processo d'innovazione, e in fine la selezione e previsione. Nel ultimo paragrafo verrà fatta una conclusione generale riguardo le differenze evidenziate nei dati, e se bitcoin può considerarsi una valuta alla pari con le altre valute tradizionali.

# Capitolo 1

## Le criptovalute

L'evento che segna la nascita della criptovaluta conosciuta da tutti oggi con il nome di Bitcoin è la pubblicazione, a fine ottobre 2008, sul sito *bitcoin.com* (dominio registrato anonimamente il 18 agosto dello stesso anno), di un documento intitolato 'A peer-to-Peer Eletronic Cash System'. Testo che spiega le caratteristiche tecniche dei Bitcoin. Il 9 novembre il progetto viene registrato su SourceForge. In questo capitolo si spiegherà la potenziale crescita di bitcoin nel mercato finanziario, le fasi iniziali che hanno portato alla nascita di Bitcoin, il concetto di criptovaluta, blockchain e in fine i motivi per cui Bitcoin sia considerato una bolla finanziaria.

### 1.1 Il potenziale crescita delle criptovalute

Ai giorni d'oggi il mondo delle monete virtuali è popolato da centinaia di criptovalute e alcuni di essi stanno registrando una crescita a dir poco esponenziale. Attualmente quelle che sembrano avere un andamento che punta nettamente alla crescita sono Bitcoin, Litecoin ed Ethereum.

Bitcoin inizialmente era stato progettato con l'intento di diventare nel giro di pochi anni il principale mezzo di pagamento utilizzato dalle banche e poi da tutto il sistema economico. Al momento questo progetto può dichiararsi fallito in quanto determinati limiti, che possono essere principalmente rintracciati nella lentezza delle transazioni, hanno impedito una così grande rivoluzione. In ogni caso molti utenti hanno puntano e continuano a puntare sulla regina delle criptovalute per tre motivi fondamentali: la sicurezza del sistema blockchain, la completa privacy che offre l'intero sistema Bitcoin che permette di eseguire delle transazioni anonime (come anonimo rimane l'indirizzo di ogni wallet) e il fatto che essa non è soggetta ad alcun tipo tassazione. Sicuramente anche l'andamento rialzato sul mercato ha reso appetibile la moneta a paracchi altri investitori

che, investendo del denaro all'interno della rete Bitcoin, hanno contribuito a rendere più solido e più ricco l'intero sistema. Molti assumono l'ipotesi che Bitcoin sia una *bolla speculativa*, ma al momento non ci sono gli elementi necessari per dimostrare che sia così, anzi tutt'altro. Il mondo, ogni giorno, si sta aprendo a questa nuova tecnologia tanto che molte attività commerciali stanno iniziando ad accettare pagamenti in Bitcoin, a installare nei propri locali dei distributori della criptovaluta e a invogliare quindi i clienti ad aprirsi all'innovazione. E come ben sappiamo, maggiore è la richiesta di un bene, maggiore sarà anche il suo valore. Di conseguenza maggiori saranno le transazioni prodotte dalla rete Bitcoin, maggiori saranno gli utenti che investiranno all'interno del mondo Bitcoin e più il suo valore punterà verso l'alto.

Ad oggi sono veramente poche le attività commerciali che accettano pagamenti in Bitcoin e "poche" sono le persone sul globo che sanno come utilizzare questa tecnologia e già il suo valore ha praticamente "sfondato" il muro dei 10mila dollari, figuriamoci quando gran parte della popolazione mondiale si aprirà a esso cosa potrà succedere. Attenzione a non farsi troppe illusioni in quanto gli ostacoli sono sempre dietro l'angolo e uno dei più grandi ostacoli del Bitcoin può essere rappresentato dall'autorità statale. Potrebbe succedere che in uno o più stati Bitcoin sia vietato oppure che venga sottoposto a speciali tassazioni. Bisogna sempre essere vigili su ciò che accade attorno a noi per poi agire di conseguenza e soprattutto non bisogna mai investire più di quanto non si è disposti a perdere poiché ogni investimento è un rischio, una scommessa. Mai investire tutti i risparmi soprattutto su un qualcosa che oggi può portarti alle stelle e domani potrà farti precipitare nel baratro più profondo, perché è anche vero che Bitcoin sta dimostrando di essere ben saldo sul mercato ma è pur sempre una moneta "volatile" che di minuto in minuto può essere anche soggetta a delle svalutazioni. Con questo non si vuole mettere paura a nessuno, anzi si crede che in questo momento Bitcoin sia un qualcosa in grado di farci fruttare dei guadagni discreti, ma bisogna frenare l'impulsività di chi potesse pensare di investire i guadagni di una vita su di esso convincendosi sia un investimento sicuro al 100%: sia chiaro, di assolutamente sicuro non c'è nulla! È un rischio anche lasciare i propri soldi a una banca, figuriamoci quindi se possa essere sicuro un investimento in criptovalute (Ozzimo 2017).

Menzione a parte meritano Litecoin ed Ethereum perché potrebbero essere i Bitcoin del futuro. Litecoin attualmente ha colmato la più grande lacuna di Bitcoin ovvero la lentezza delle transazioni e pertanto sta trovando l'approvazione di gran parte degli utenti. Nell'ultimo anno ha registrato una crescita spaventosa e il mercato sembra dargli sempre maggior fiducia, per questo può essere etichettata come la criptovaluta del momento, su cui vale la pena investire. Lo stesso vale per Ethereum che ha introdotto il concetto, precedentemente delineato, di smart-contract che sembra sia una tecnologia che piace a tante aziende.

Altro punto forte di Ethereum è la bassa difficoltà nel poterlo minare e tanti e tanti miner si stanno sempre di più attrezzando per potersi accappare quanti più Ether possibili prima che sia troppo tardi. Come per Litecoin, il mercato crede anche in Ethereum in quanto il suo progetto è credibile e applicabile per risolvere tanti problemi pratici, per questo investire su di esso può rivelarsi molto produttivo nel lungo periodo.

Non si deve mai perdere di vista, però, altre criptovalute come Dashcoin, Bitcoincash, Zcash che giorno dopo giorno si ritagliano sempre di più una fetta di importanza sul mercato. Bisogna dare sempre un'occhiata ai vari siti ufficiali delle varie criptovalute, leggere l'innovazione che propongono e valutare se possa essere interessante, non solo ai vostri occhi ma anche confrontandosi con altri utenti. I feedback in questo mondo sono essenziali e di vitale importanza se si vuole fare scelta giusta (Ozzimo 2017).

## 1.2 Da dove nasce l'idea di Bitcoin

Prima di analizzare la nascita di Bitcoin e delle criptovalute in generale, bisogna capire cosa è successo dal punto di vista storico, sociologico e tecnologico negli anni precedenti, partendo dallo sviluppo della crittografia. Fino agli anni 70, la crittografia era praticata principalmente da organizzazioni militari e dalle agenzie di spionaggio e controspionaggio. Con la pubblicazione del testo "Nuove direzioni in crittografia" (Diffie e Hellman 1976) le cose cambiarono. Prima di allora non erano stati divulgati materiali scritti sul tema.

Negli anni 80 David Chaum, noto informatico e crittografo americano, ha iniziato a trattare argomenti come il denaro digitale anonimo. È lui l'inventore di E-cash: app di pagamento elettronico che mira a preservare l'anonimato dell'utente (siamo nel 1983). Chaum era convinto del fatto che la privacy delle transazioni fosse essenziale per garantire la democrazia. E forse ci aveva visto giusto. Tutte le idee innovative riguardanti queste tematiche, alla fine del 1992, portano alla nascita di un piccolo gruppo che inizia a riunirsi mensilmente presso la società di Gilmore Cygnus Solutions, nella San Francisco Bay Area. L'unione è stata definita umoristicamente *Cypherpunk*, una crasi tra *cypher* che significa cifra o codice e *cyberpunk* (la corrente letteraria e artistica degli anni 80).

**I cypherpunk possono essere definiti come attivisti che mirano a un cambiamento sociale e politico attraverso l'uso della crittografia informatica e il rispetto della privacy.** Il loro obiettivo principale è quello di togliere potere ai governi e riconsegnarlo nelle mani dei singoli individui.

### 1.2.1 Primi passi

I primi membri del gruppo lavoravano gomito a gomito in un clima di collaborazione e grande fermento intellettuale. Nel 1997 Adam Back, crittografo e cryptohacker, crea Hashcash: un meccansimo concepito per limitare lo spam via email, successivamente riutilizzato come parte dell'algoritmo per mining di bitcoin e altre criptovalute simili.

Più tardi, nel 1998, Wei Dai pubblica la proposta di creazione di b-money, un modo pratico per far rispettare gli accordi contrattuali tra utenti anonimi. I concetti da lui presentati verranno successivamente ripresi e usati nel progetto Bitcoin.

Dieci anni prima di Satoshi (Pseudonimo dell'inventore di Bitcoin) un altro informatico, crittografo e ricercatore, Nick Szabo, inizia a concettualizzare e programmare un sistema monetario decentralizzato. Szabo ha lavorato sulla valuta *Bit Gold* fino al 2005. l'idea era quella di superare alcuni problemi legati alle valute cosiddette legali (ad esempio il dollaro), come il fatto che vanno incontro a numerosi rischi, tra cui l'inflazione. Bit Gold però non ha mai visto la luce.

### 1.2.2 Il motore è la crisi del 2008

La creazione del Bitcoin ha rafforzato l'intero movimento cypherpunk, perchè ha permesso a realtà come Wikileaks di continuare a operare grazie alle donazioni in bitcoin, anche dopo il blocco bancario che ha escluso l'organizzazione dai circuiti finanziari mondiali.

Tanti indizi possono farci pensare che sotto il nome Satoshi Nakamoto, pseudonimo dell'inventore di Bitcoin, si nascondano alcuni cypherpunk. La struttura di Bit Gold, infatti, è quella che si avvicina a Bitcoin più di tutte le altre criptovalute (esistenti o solo teorizzate). Le idee innovative che in un primo momento vennero messe da parte per difficoltà tecniche e altri motivi contingenti, tutto a un tratto tornarono in vita attraverso il progetto Bitcoin, subito dopo la crisi finanziaria del 2008. Satoshi o chi per lui ha ripreso in mano e perfezionato il lavoro dei suoi predecessori realizzando in breve tempo quella che si è rivelata la criptovaluta per eccellenza (Vola, Franzoni e Caruso 2018).

## 1.3 Bitcoin

Ormai da parecchi anni sentiamo parlare i media e il web di criptovaluta e in particolare di Bitcoin Figura 1.1 e anche se in fondo conosciamo in senso lato di cosa si tratta non ci siamo mai chiesti come funziona realmente questo "mondo" virtuale. La prima criptovaluta comparsa sul mercato fu il Bitcoin nel 2009, il cui inventore, ancora oggi anonimo, è noto con lo pseudonimo di Satoshi Nakamoto. Ad oggi le criptovalute presenti sul mercato sono più di 100 e

sono genericamente definite con il termine "altcoin". Tra le più importanti possiamo annoverare Litecoin, Ethereum, Bitcoincash, Dashcoin ecc. La domanda è cos'è concretamente una criptovaluta? Si tratta di una vera e propria moneta digitale la cui produzione non è determinata da alcun organismo centrale ma è gestita direttamente dalla rete, ovvero dai singoli utenti che operano all'interno di questo mondo virtuale. Ciò significa che la gestione della criptovaluta non è affidata ad alcun ente in particolare e quindi automaticamente chiunque può produrle e tutti contribuiscono a far crescere o diminuire il loro valore.

Ciò che determina l'aumento o diminuzione del prezzo di una valuta digitale è la sua richiesta. Pertanto maggiore è la richiesta di un determinato bene, maggiore sarà anche il suo valore, ad esempio, maggiore è il numero di investitori che Bitcoin attrae, maggiore sarà anche il suo valore nel tempo. Da ciò possiamo capire che i prezzi delle valute digitali possono essere soggetti a sorprendenti oscillazioni, poichè basta un nulla per suscitare l'interesse e la fiducia di tanti investitori e allo tempo basta un attimo, un avvenimento negativo perchè tutta la fiducia acquisita vada persa e che quindi vada perso in un istante anche tutto il loro valore.

Dopo aver fatto questo breve excursus sul concetto generale di criptovaluta andiamo a esaminare quella che più ci interessa, ovvero il Bitcoin. Iniziamo anzitutto dicendo che è vero che è possibile generarne infiniti in quanto il loro creatore iniziale ha fissato il numero massimo a circa 21 milioni di monete e per poterli produrre è necessario risolvere dei complessi "problemi" matematici (algoritmi) che a oggi solo determinate attrezzature informatiche sono in grado di decifrare. L'attività di produzione della criptovaluta viene definita "mining", e consiste nello sfruttare la potenza di calcolo delle varie componenti hardware dei computer o di altre attrezzature predisposte esclusivamente per questa funzione che prendono il nome di ASICs, per decifrare degli algoritmi che stanno alla base dei Bitcoin (ciò vale anche per la maggior parte delle valute digitali e non solo per quest'ultimo). A primo impatto sembrerebbe che tutti potremmo essere capaci di produrre facilmente Bitcoin ma purtroppo non è affatto così. Un tempo, nell'ormai lontano 2009, quando un BTC (Bitcoin) valeva poco meno di 0,06 dollari, sfruttando la potenza di calcolo di una discreta CPU e di una modesta scheda video era possibile produrre una quantità non indifferente di Bitcoin tanto che in pochi giorni ci si ritrovava con una somma abbastanza ingente tra le mani. Ora come ora non è più possibile "minare" - è questo il termine utilizzato per indicare l'attività di produzione di Bitcoin - facilmente Bitcoin in quanto il progetto ideato da Satoshi Nakamoto prevede che maggiore è la potenza di calcolo globale distribuita sulla rete ( che i termini tecnici prende il nome di hash-rate) che tenta di risolvere gli algoritmi che proteggono i Bitcoin maggiore sarà anche la difficoltà per poterli decifrare. Attualmente è inutile sperare di ottenere Bitcoin facendo solo affidamento sul proprio pc perchè anche

se fosse il più potente al mondo e se fosse tenuto a lavorare 24 ore su 24 per 365 giorni porterebbe in cassa pochi spiccioli di Satoshi (è questa l'unità di misura che si usa per indicare piccole somme di Bitcoin, come per l'Euro i centesimi) e se poi contassimo le spese per l'energia elettrica consumata otterremmo un bilancio assolutamente negativo.

Ad oggi il metodo più semplice per ottenere Bitcoin, oltre all'acquisto diretto tramite il contante, è il cloud-mining che consiste nell'acquistare potenza di calcolo (che si misura in hash) da aziende che posseggono attrezzature tecnologiche in grado di minare continuamente BTC. Certamente maggiore è la potenza di calcolo acquistata maggiore è la possibilità di avere profitti nel tempo. Si tratta comunque di un sistema molto semplice che non richiede nessuno sforzo da parte di chi lo utilizza: basta acquistare la quantità di hash desiderata da un venditore registrandosi sul relativo portale online (ce ne sono svariati sul web) e poi il gioco è fatto (Ozzimo 2017).



Figura 1.1: Bitcoin

## 1.4 Blockchain e Mining

Per registrare i movimenti di valute e quindi le singole transazioni, Bitcoin (e anche le altre criptovalute) utilizza la cosiddetta blockchain, che non è altro che una sorta di registro nel quale vengono trascritti indelebilmente tutti i movimenti della criptovaluta sulla rete globale. Tutti gli utenti possono visionarla e trovarci dentro tutte le transazioni dal 2009 fino ad oggi. Si tratta di un sistema che dà affidabilità e sicurezza e che permette, suppur esposto a qualche vulnerabilità, di evitare truffe e furti di Bitcoin poiché dà la possibilità di trasferire monete solo a chi ha effettuato operazioni lecite per poterle ottenere. Per capire come funziona la blockchain di Bitcoin bisogna anzitutto dire che per acquistare, scambiare e detenere BTC bisogna essere in possesso di un "wallet" (un portafoglio, in pratica) che si può ottenere direttamente online su svariati siti web, tramite dei software installabili direttamente sul proprio pc o smartphone oppure tramite una componente hardware acquistabile anche su Amazon o altre piattaforme.

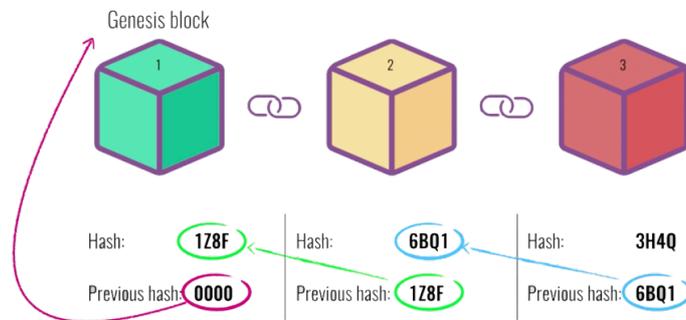


Figura 1.2: Un'idea di blockchain

Ogni singolo wallet contiene generalmente più indirizzi sui quali è possibile farsi inviare BTC (e che quindi è necessario fornire a un eventuale venditore), una chiave privata (che non può essere in alcun modo decodificata da altri utenti e che quindi non deve essere resa nota) che lo identifica e che è collegata a una firma criptografica (o chiave pubblica). Ogni qualvolta, quindi, si esegue una transazione da un wallet a un altro essa comparirà sulla blockchain e la rete potrà verificare dalla chiave pubblica l'autenticità di un determinato indirizzo e quindi la validità della transazione.

L'intera blockchain è costituita dai cosiddetti "blocchi" e ogni blocco ha il compito di contenere le transazioni fra vari utenti. In media un blocco si aggiunge alla blockchain ogni 10 minuti e le varie transazioni contenute in esso vengono processate e definitivamente confermate tramite l'attività di mining dei vari utenti. Quando uno o più utenti - i miner - risolvono le varie operazioni crittografiche per confermare le transazioni contenute in un blocco ricevono in cambio della loro attività un premio di 12,5 BTC (se un solo utente partecipa alla conferma di un blocco gli verrà attribuita la totalità del premio, se partecipano più utenti quest'ultimo verrà diviso in parti uguali), premio che si va dimezzando ogni 4 anni (l'operazione di dimezzamento del premio viene definita "halving" e viene messa in atto per evitare che l'inflazione incida negativamente sul valore del BTC nel tempo). Il tempo minimo di conferma di una transazione è di 10 minuti ma in genere perché una transazione venga processata e venga identificata definitivamente come "lecita" occorrono in media 60 minuti in quanto si richiede che la rete e quindi più miner confermino questa per 6 volte per ragioni di sicurezza. Da questo possiamo comprendere come l'attività dei miner sia essenziale per il funzionamento di tutto il sistema del BTC, tanto che non è solo un modo per accaparrarsi delle monete ma anche per dare linfa, sicurezza e funzionalità all'intero mondo della criptovaluta (Ozzimo 2017).

Altra importante funzione all'interno della rete BTC è svolta dai "nodi" ovvero

da tutti quegli utenti che sulle loro piattaforme contengono l'intero registro blockchain e che quindi svolgono un importante compito di controllo della "liceità" di tutte le transazioni. Automaticamente nessuno potrà forzare il proprio wallet BTC assegnandosi monete a suo piacimento oppure potrà mai riutilizzare due o più volte una somma di monete già spesa tramite un qualsivoglia sistema di hackeraggio in quanto uno o più nodi si opporranno e quindi rifiuteranno questa operazione. In sostanza un nodo è un sistema che controlla ogni transazione e la include in un blocco, ogni singolo movimento sulla blockchain, tutte le attività di mining e verifica che questi siano in linea con le regole dettate da Bitcoin. È importante, quindi, l'esistenza di una pluralità di nodi per garantire l'assoluta sicurezza di tutta la rete in modo che, se uno o più nodi impazziti decidono, ad esempio, tramite un qualsiasi sistema di attribuirsi delle monete in modo illecito, ci saranno sempre altri nodi che verificheranno la scorrettezza dell'operazione e quindi non l'approveranno (Gates 2017).

### 1.4.1 Cloud-mining e Mining-pool

Il cloud-mining è sicuramente l'attività che al momento suscita maggiormente l'interesse di chi vuole investire all'interno del mondo del BTC e delle altre criptovalute. Come ho già detto nelle pagine precedenti, a causa dell'elevata difficoltà che si riscontra nel decriptare gli algoritmi che stanno alla base delle varie criptomonete, molti investitori e molte aziende hanno dato vita a dei veri e propri data center costituiti da una serie di attrezzature tecnologiche all'avanguardia predisposte esclusivamente al mining di BTC e di altre valute digitali. In pratica bisogna immaginare delle strutture, che vengono definite "mining farm", più o meno grandi, al cui interno operano, 24 ore su 24 e per 365 giorni all'anno, strumenti tecnologici creati ad hoc per l'attività di mining. È necessario però precisare che molto spesso queste strutture sono dislocate al di fuori dell'Europa e in particolare in luoghi dove l'energia elettrica viene fornita a prezzi piuttosto bassi e anzi nella maggior parte dei casi sono alimentati in toto o in parte da fonti di energie rinnovabili.

Il modo in cui funziona il sistema del cloud-mining e quindi delle mining-farm è piuttosto semplice: queste ultime mettono a disposizione degli utenti la potenza di calcolo delle loro tecnologie tramite dei contratti di 1 o più anni e gli utenti possono acquistarne una quantità a loro piacimento investendo una determinata somma di denaro. L'utente, dopo aver portato a termine l'acquisto, non dovrà essenzialmente muovere un dito se non andare a verificare giorno per giorno che gli sia stata accreditata la somma di BTC o di altre criptovalute sul suo conto. La cosa maggiormente interessante è che è possibile tra l'altro calcolare matematicamente la quantità di criptovalute che è possibile guadagnare giornalmente tramite dei portali presenti sul web. Basta inserire in un apposito form il numero espresso in hash di potenza di calcolo di cui si dispone, le eventua-

li spese giornaliere per il mantenimento dell'utenza che variano da fornitore a fornitore e che comunque sono generalmente basse e il calcolatore restituirà in automatico la quantità approssimativa di monete che è possibile guadagnare nel tempo. Bisogna però ricordare che è pur sempre un calcolo approssimativo e che il risultato potrà variare in base all'aumento o alla diminuzione della quotazione di mercato della criptovaluta, all'incremento o al decremento della difficoltà di mining e in base alle oscillazioni dell'hash-rate.

Per minare le varie criptomonete, le mining-farm si appoggiano alle cosiddette "pool" (tradotto nella nostra lingua, "piscine") e in alcuni casi offrono la possibilità ai miner di scegliere all'interno di quale pool concentrare la propria attività. Ma cosa sono le pool? Bisogna immaginarle come delle enormi stanze in cui miner di tutto il mondo si uniscono mettendo a disposizione la loro potenza di calcolo per minare le varie criptomonete. Di conseguenza ciascuna pool avrà un determinato hash-rate dato dalla somma degli hash di potenza di cui ciascun miner dispone. Nel momento in cui i miner, che agiscono all'interno di una pool, risolvono un determinato blocco di transazioni ricevono la famosa ricompensa per la loro attività (per il mining di Bitcoin la ricompensa attualmente è fissata a 12,5 BTC, per Litecoin a 50 LTC, ecc) che generalmente viene ripartita in base al contributo che questi hanno dato per risolvere i calcoli matematici che stanno alla base del blocco. È facile quindi intuire che maggiore è il contributo dato in termini di potenza di hash da parte del singolo miner, maggiore sarà la sua ricompensa all'interno della pool. È facile anche intuire che maggiore è l'hash-rate di una pool maggiore sarà anche la quantità di blocchi che essa esaminerà in tempi brevi, ma è anche vero che un hash-rate elevato all'interno di una pool fa sì che vi siano più miner e che quindi potenzialmente la ricompensa andrà divisa in più parti. Pertanto, in via definitiva se si avesse la possibilità di scegliere in quale pool concentrare la propria attività di mining quale si dovrebbe scegliere per avere maggiori profitti? Quelle che registrano un hash-rate più alto o quelle che fanno segnare un hash-rate più basso? La risposta non è scontata, anzi non vi è una risposta definitiva e certa a questo interrogativo. In linea di massima e in via del tutto teorica ci si limita a dire che le pool che fanno registrare un hash-rate basso permettono al singolo minner, ovviamente in base al suo contributo in termini di hash di cui dispone, di avere maggiori ricompense ma impiegano più tempo per trovare blocchi e per risolverli, mentre per le pool che hanno un elevato hash-rate, come già detto prima, succede il contrario (Ozzimo 2017).

I dati delle varie pool di BTC, LTC, ETH, ecc. sono consultabili online e addirittura è possibile per il singolo utente unirsi ad una pool tramite dei software o dei portali rintracciabili sul web, indipendentemente dal cloud-mining, per minare singolarmente la criptovaluta che preferisce (esistono più pool per ogni singola criptomoneta, per il mining di BTC le pool più gettonate sono, ad esempio:

AntPool, ViaBTC, SlushPool, F2Pool, ecc ), o ancora in alternativa è possibile minare autonomamente al di fuori delle pool ma di certo è impossibile pensare di avere buoni guadagni soprattutto se ci si focalizza sulle monete più gettonate in quanto la tecnologia in possesso di noi "comuni mortali" non ci permette di ottenere risultati che si possano definire soddisfacenti. In un solo caso la tecnologia in nostro possesso può darci dei guadagni discreti, ovvero dedicandosi al mining di nuove monete, che presentano una bassa difficoltà e che molto spesso hanno una bassissima quotazione di mercato. Magari, almeno inizialmente, i guadagni non saranno proprio soddisfacenti in quanto si limiteranno a qualche centesimo ma non si sa mai che un giorno la quotazione salga vertiginosamente come successo per BTC. D'altronde bisogna essere soltanto fortunati e capaci di valutare i progetti e le soluzioni pratiche che i vari ideatori di criptovalute propongono, che sono facilmente consultabili sui siti web ufficiali di ogni singola moneta digitale esistente (Ozzimo 2017).

## 1.5 Bitcoin una bolla finanziaria

Tre motivi per cui avere paura dei Bitcoin: Sembra una bolla finanziaria in piena regola. Prezzi Figura 1.3 che salgono senza apparente motivo. E tutti a dire che tra poco finirà. Ma nessuno può sapere quando. Un mondo ancora piccolo che potrebbe far danni un po' più grandi. Le stime su quanto si sarebbe guadagnato acquistando Bitcoin nel 2010 aumentano di giorno in giorno. Con 1.000 dollari di Bitcoin, ad esempio, il 22 maggio 2017 si sarebbero raggiunti i 35 milioni di dollari, il 24 maggio erano già 38 milioni. E con la stessa cifra investita nello stesso anno nello S&P 500, i dollari sarebbero diventati a oggi "solo" 2500. Ma anche investendo in Bitcoin nel 2014, dopo la forte discesa del prezzo avvenuta in quell'anno, avreste più che quadruplicato il vostro investimento. Solo nell'ultimo mese il prezzo è salito del 90% circa, e non ci sono molti segnali che si voglia fermare.

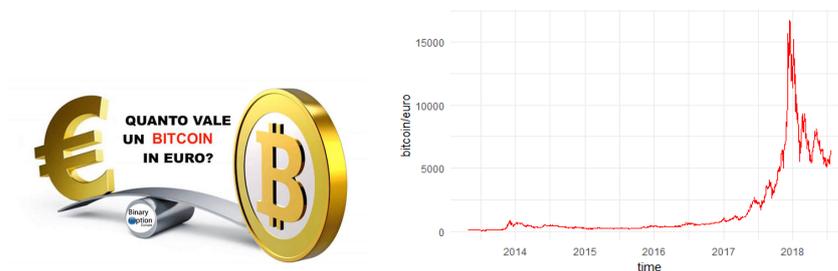


Figura 1.3: Il valore di bitcoin nel tempo

Ed è probabile che già oggi, e ancora di più nei prossimi giorni, il “colpo della vita” sia ancora più impressionante. Ma come ha scritto Matthew Lynn (giornalista finanziario) su Marketwatch, se il Bitcoin è una cosa nuova, non lo è la dinamica del suo prezzo. Tra gli analisti non sembrano esserci più dubbi che sia una bolla speculativa. E come capita sempre con le bolle speculative, a tutti sembra evidente che prima o poi scoppierà, ma nessuno sa dire quando o a quale livello di prezzo (Delugan 2017).

### 1.5.1 Perché il bitcoin sta crescendo così tanto

Tra i motivi che spiegano la forte crescita del Bitcoin ci sono due importanti. La prima è che viene sempre più accettato come moneta di pagamento. La seconda è che anche chi regola i mercati finanziari sta cominciando ad accettarlo come investimento legittimo. Tutto questo potrebbe spingere il Bitcoin oltre il piccolo mondo tecnologico dove ha finora vissuto e farlo diventare un asset importante come le valute tradizionali, le azioni, l'oro o le obbligazioni. Ma una crescita del 90% in un mese non solo non è un fatto normale, ma difficilmente può essere spiegato dai soli fattori citati sopra. Secondo Lynn non possono esserci dubbi sul fatto che sia una bolla. E come tutte le bolle, scoppierà.

### 1.5.2 Bolla Bitcoin: cosa potrà succedere

Se la bolla dei Bitcoin dovesse davvero scoppiare, quali saranno le conseguenze dello scoppio, e quanti danni potrà fare? Secondo Lynn un esperto di finanza, non molti. Nel mondo ci sono circa 16 milioni di Bitcoin, per un valore di circa 35 miliardi di dollari. E per quanto il suo valore possa crescere velocemente è difficile che nel breve periodo possa diventare un fenomeno finanziario davvero rilevante. Ci sono cose che valgono molto di più dei Bitcoin. Apple, ad esempio, che vale 805 miliardi di dollari. Tutto l'oro del mondo è valutato 8,2 trilioni di dollari. Il mercato obbligazionario degli Stati Uniti è stimato in 31 trilioni di dollari. Ma da un altro punto di vista la bolla dei Bitcoin potrebbe avere una sua importanza. Lynn elenca tre motivi che potrebbero allarmare gli investitori. La crescita senza freni del Bitcoin è, secondo Lynn, una follia finanziaria. E le follie finanziarie dicono che almeno una parte delle risorse vengono allocate in maniera non ottimale. E che siamo probabilmente alla fine del mercato toro di questi ultimi otto anni.

In ogni mercato toro (cioè mercato tendente al rialzo) di una certa lunghezza, infatti, ci sono asset il cui prezzo impazzisce. E spesso, quando questo accade, le bolle annunciano la fine del ciclo stesso. Se il Bitcoin dovesse crollare – non si sa come e non si sa quando – non dovrebbe comunque fare molti danni: 35 miliardi di dollari possono sparire senza lasciare chissà che tracce nel mercato dei capitali. Ma la cosa preoccupante non è tanto il valore totale dei Bitcoin sul mercato,

---

ma quanto si siano infiltrati nel sistema finanziario. Nessuno sa quanti contratti siano stati stipulati in Bitcoin, o quanti derivati li abbiano come sottostanti, ad esempio. E c'è come sempre il fattore psicologico da considerare. Come è già accaduto nel 2008 e nel 2009, quando una parte del sistema finanziario comincia a sgretolarsi, tutto l'edificio comincia a sembrare più instabile, e un'eventuale crisi del Bitcoin potrebbe estendersi anche oltre il suo stretto recinto (Delugan 2017).

## Capitolo 2

# Criptovalute: un'analisi della letteratura

Recentemente Bitcoin e altre criptovalute stanno avendo sempre più attenzioni nei media di tutto il mondo a causa del loro enorme capitalizzazione di mercato in crescita. Diverse agenzie governative stanno facendo ricerche sulla possibilità di una regolazione ad hoc. Questo rende le prospettive a lungo termine per Bitcoin e altre criptovalute *incerte*, che è una ragione importante per cui solo alcuni investitori istituzionali detengono Bitcoin o altre criptovalute nel loro portafoglio di investimenti. Nella prima sezione di questo capitolo, si discuterà dei lavori di ricerca che sono stati fatti per modellare la volatilità delle criptovalute. Nelle sezioni successive si vedranno alcuni casi di studio.

### 2.1 Cosa è stato fatto in letteratura

La quantità di ricerca che è stata fatta su Bitcoin e altre criptovalute sono ancora scarse. Brice, Oosterlinck e Szafarz (Brière e Szafarz 2015) hanno indagato su Bitcoin come metodo per diversificare ulteriormente un portafoglio di investimenti con attività tradizionali. La ricerca ha mostrato che Bitcoin ha una correlazione notevolmente bassa con gli *asset class* tradizionali e che Bitcoin offre un metodo di diversificazione significativo. Dyhrberg (Dyhrberg 2016) ha esplorato la capacità di asset finanziaria di Bitcoin con riferimento al dollaro e all'oro usando i modelli GARCH. La conclusione della sua analisi sottolinea che Bitcoin merita un posto nei mercati finanziari e nella gestione del portafoglio in cui può essere classificata come una *asset class* tra oro e dollaro. Pitch e Kaizoj (Pichl e Kaizoj 2017) hanno modellato la volatilità di BTC utilizzando la distribuzione giornaliera del rendimento. Hanno trovato che il modello autoregressivo eterochedastici per la volatilità realizzata è abbastanza buona per il set

di dati BTC/USD. Chan, Chu, Nadarajah, e Osterrieder (Chan e Osterrieder 2017) hanno analizzato 12 diversi modelli di tipo GARCH non solo per Bitcoin, ma per le sette criptovalute più popolari. I risultati del loro lavoro dimostra che i modelli IGARCH e GJRGARCH forniscono un adattamento migliore, in termini di modellazione della volatilità. Katsiampa (Katsiampa 2017) ha scoperto che il modello CGARCH con una trasformazione AR si adatta bene ai dati, il che enfatizza l'importanza di includere sia il componente a breve che a lungo termine della varianza condizionale.

Resta il problema dei regolatori: " I bitcoin e altre criptovalute sono valute o titoli? ". Secondo la Banca centrale europea (BCE) il principale motivazione perché il Bitcoin non è una valuta reale è l'aspetto della volatilità del nuovo asset class (ECB 2015).

## 2.2 Un caso di studio: Criptovalute a confronto

Uno studio fatta dal *Journal of Risk and financial Management* (Risk e Management 2017) è di fornire la modellazione di tipo GARCH dei sette più popolari criptovalute. Sono Bitcoin, Dash, Dogecoin, Litecoin, Maidsafecoin, Monero e Ripple. Dodici diversi modelli di tipo GARCH per i rendiemnti dei tassi di cambio di ciascuna criptovaluta. Il metodo della massima verosimiglianza è stato utilizzato per la stima dei vari modelli. La bontà di è stata valutato in termini di diversi criteri. I dati utilizzati nello studio si riferiscono agli indici dei prezzi globali giornalieri storici di particolare criptovalute e sono stati estratti dal database BNC2 da Quandl. Al fine di ottenere prezzi accurati, gli indici globali sono stati utilizzati in quanto sono calcolati utilizzando una media ponderata del prezzo di ciascuna criptovaluta, utilizzando prezzi da diversi scambi. Si sono ottenuti dati più aggiornati per l'analisi in modo che si possa nuovamente analizzare sette delle prime quindici criptovalute, classificate in base alla capitalizzazione di mercato, a maggio 2017.

Le cifre di capitalizzazione di mercato più aggiornate per tutte le criptovalute possono essere trovato online, si veda (*CoinMarketCap*, 2018). A maggio 2017, le prime sette criptovalute classificate per capitalizzazione di mercato erano le stesse di quelle del febbraio 2017 e includeva Bitcoin, Dash, LiteCoin, MaidSafeCoin, Monero, DogeCoin e Ripple. Altre criptovalute come Ethereum, Ethereum Classic, Agur e NEM sono stati omessi a causa del volume di dati disponibili. Dovrebbe essere notato che nel maggio 2017, le sette criptovalute rappresentavano il 90% della capitalizzazione di mercato totale. Tuttavia, a causa della volatilità delle criptovalute, la classifica delle rispettive criptovalute è cambiato.

Le statistiche riassuntive sono più alti in valori assoluti per Bitcoin, seguite da Dash, Litecoin, Monero, Ripple, Maidsafecoin e Dogecoin Tabella 2.1. I

rendimenti per ciascuna criptovaluta sono positivamente distorte. I rendimenti sono caratterizzati da una curtosi superiore a quella della distribuzione normale per Bitcoin, Dash, Litecoin e Ripple. I rendimenti sono con una coda leggera con curtosi inferiore a quella normale distribuzione per Dogecoin, Maidsafecoin e Monero. .

Statistic	Bitcoin	Dash	Dogecoin	Litecoin	Maidsafecoin	Monero	Ripple
Minimum	594.069	9.834	0.000	9.772	0.014	3.984	-0.632
Q1	588.454	9.551	0.000	9.741	0.014	3.224	-0.020
Median	570.611	9.045	0.000	9.241	0.014	3.299	-0.002
Mean	582.795	10.050	0.000	9.134	0.015	2.957	0.004
Q3	605.908	10.147	0.000	9.342	0.015	2.253	0.018
Maximum	598.986	9.518	0.000	9.253	0.014	2.557	1.020
Skewness	603.710	9.267	0.000	9.002	0.015	2.559	2.579
Kurtosis	640.815	8.958	0.000	9.008	0.017	2.517	47.042
SD	642.122	7.936	0.000	8.192	0.016	2.352	0.073
Variance	650.489	6.635	0.000	8.185	0.017	2.309	0.005
CV	643.383	7.757	0.000	8.025	0.017	2.660	17.048
Range	630.412	7.504	0.000	7.303	0.018	2.646	1.651
IQR	629.299	7.006	0.000	7.286	0.020	2.469	0.038

**Tabella 2.1:** Statistiche riassuntive dei tassi di cambio di Bitcoin, Dash, Dogecoin, Litecoin, Maidsafecoin, Monero e Ripple dal 22 giugno 2014-17 maggio 2017

### 2.2.1 Modelli e risultati

Sono stati adattati i seguenti modelli SGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1), APARCH(1,1), IGARCH(1,1), CSGARCH(1,1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1), AVGARCH(1,1), NGARCH(1,1), NAGARCH(1,1) e ALLGARCH(1,1) ai rendimenti dei tassi di cambio di Bitcoin, Dash, Dogecoin, Litecoin, Maidsafecoin, Monero e Ripple. Per la distribuzione del processo di innovazione sono stati considerati: normal distribution, skew normal distribution, Student's t-distribution, skew Student's t-distribution, skew generalized error distribution, normal inverse Gaussian distribution, generalized hyperbolic distribution o Johnson's SU distribution. La distribuzione normale fornisce i valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC per ciascuno criptoaluta e ogni modello di tipo GARCH. Ci sono tuttavia due eccezioni: per il modello TGARCH(1,1) per Ripple, il skew normal distribution fornisce i valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC; per i modelli di AVGARCH(1,1) utilizzati per Ripple, il skew normal distribution dà i valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC. Quindi, i migliori modelli di tipo GARCH sono quelli per cui il processo di innovazione segue la distribuzione normale. Le due eccezioni sono: il meglio dei modelli TGARCH(1,1) utilizzati sui dati Ripple è quello con il processo di innovazione che segue il skew normal distribution; il meglio dei modelli AVGARCH(1,1) per Ripple sono quelli con il processo di innovazione che segue il skew normal di-

stribution (Risk e Management 2017).

Tra i dodici migliori modelli di tipo GARCH, il modello IGARCH(1,1) con normal distribution per le innovazioni fornisce valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC per Bitcoin, Dash, Litecoin, Maidsafecoin e Monero. Il modello GJRGARCH(1,1) con normal distribution per le innovazioni fornisce valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC per Dogecoin. Il modello GARCH(1,1) con normal distribution per le innovazioni fornisce valori più bassi di AIC, AICc, BIC, HQC e CAIC per Ripple. Quindi, tra tutti i modelli di tipo GARCH, il modello IGARCH(1,1) offre il meglio di per Bitcoin, Dash, Litecoin, Maidsafecoin e Monero; il modello GJRGARCH(1,1) offre il meglio per Dogecoin; il modello GARCH(1,1) offre il meglio per Ripple.

È stato ulteriormente verificato la bontà dei modelli tramite il test di Kolmogorov-Smirnov per un campione. la tabella seguente evidenzia i p-value dei sette migliori stime di ciascun modello di tipo GARCH:

Modello	Bitcoin	Dash	Dogecoin	Litecoin	Maidsafecoin	Monero	Ripple
SGARCH	0.238	0.107	0.290	0.207	0.228	0.124	0.058
EGARCH	0.148	0.333	0.338	0.116	0.337	0.369	0.229
GJRGARCH	0.345	0.306	0.352	0.314	0.286	0.153	0.258
APARCH	0.091	0.241	0.109	0.300	0.394	0.364	0.115
CSGARCH	0.136	0.298	0.100	0.073	0.366	0.167	0.279
IGARCH	0.197	0.118	0.166	0.207	0.377	0.238	0.370
TGARCH	0.087	0.214	0.280	0.317	0.219	0.080	0.297
AVGARCH	0.071	0.377	0.210	0.136	0.120	0.050	0.240
NGARCH	0.375	0.231	0.207	0.139	0.118	0.236	0.341
NAGARCH	0.053	0.267	0.312	0.281	0.211	0.051	0.335
GARCH	0.183	0.217	0.103	0.236	0.142	0.392	0.129
ALLGARCH	0.241	0.067	0.304	0.078	0.155	0.184	0.072

**Tabella 2.2:** Test di Kolmogorov-Smirnov per un campione al livello di 5 %

Quindi, tutti i migliori modelli di riferimento forniscono stime adeguate almeno al livello di 5%.

## 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD

Un altro studio riguardo Bitcoin a confronto con alcune asset class è fatto da un ex studente *Don van der Krogt* (Krogt 2018) presso Erasmus University nei paesi bassi. I dati che verranno applicati in questo studio sono prezzi storici di chiusura per Bitcoin, S&P500-index e tasso di cambio EUR/USD. I rendimenti

## 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD 29

giornalieri per il Bitcoin, l'indice S&P500 e il tasso di cambio EUR/USD sono calcolati dai prezzi di chiusura giornalieri ( $P_t$ ) in cui il rendimento per il giorno  $t$  è calcolato come:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2.1)$$

Per utilizzare i prezzi Bitcoin più precisi, i prezzi medi di chiusura sulla base del volume è usato nella carta. I prezzi di chiusura medi sono ottenuti da Coinmarketcap (*CoinMarketCap*, 2018). I prezzi di chiusura giornalieri dell'indice S& P500 provengono dal Datastreamdatabase e prezzi di chiusura del tasso di cambio EUR/USD sono ottenuti da Investing (*Investing*,2018). Il set di dati contiene i prezzi a partire dal 01-05-2013 fino a 01-03-2018, con 1804 osservazioni per Bitcoin, 1217 per S&P-500 e 1252 per il Tasso di cambio EUR/USD. Dalla Tabella 2.3 vediamo che il rendimento medio per Bitcoin è 0,32%, 0,04% per S& P-500 e quasi 0% per il tasso di cambio EUR/USD. Il rendimento di un giorno per Bitcoin più alto è del 42,97% e il rendimento di un giorno più basso è pari a -23,37%. Un alto valore di curtosi (12,90) suggerisce che il Bitcoin sia un patrimonio relativamente rischioso rispetto a S&P-500 (6,36) e tasso di cambio EUR/USD (5,88). Questo può anche essere visto relativamente sulla deviazione standard alta dei rendimenti di Bitcoin rispetto alle altre due asset. Dai valori di skewness possiamo concludere che Bitcoin è moderatamente inclinata verso destra, l'S&P-500 moderatamente inclinata a sinistra e il tasso di cambio USD/EUR è approssimativamente simmetrico (Krogt 2018).

	BITCOIN	S&P-500	EUR/USD
Mean	0,318	0,045	-0,004
Minimum	-23,371	-4,098	-2,293
Maximum	42,968	3,903	3,161
Standard dev	4,524	0,773	0,526
Skewness	-0,511	-0,524	0,264
Kurtosis	12,897	6,357	0,264
Observations	1804	1217	1254

**Tabella 2.3:** Media, Dev. Standard, Minimo e Massimo sono in punti percentuali

### 2.3.1 Selezione e valutazione

Nello studio condotto da (Krogt 2018) diversi modelli di tipo (GARCH) sono stati utilizzati per prevedere la volatilità di un giorno prima (varianza condizionale) per le tre classi di attività. Sono stati usati quattro modelli-GARCH di tipo: GARCH(p,q), Exponential(E)-GARCH(1,1), Threshold (T)ARCH(1,1) e Asimmetrico(A)-Power(P)ARCH (1,1). Tutti i modelli di tipo GARCH sono

stimati con il metodo della massima verosimiglianza. Per confrontare i modelli sulla bontà di adattamento sono stati utilizzati i seguenti due criteri:

- Criterio di informazioni Akaike, come descritto da (Akaike, 1974)
- Criterio di informazione bayesiana, come descritto da (Schwarz, 1978)

Si presume che il modello con il punteggio AIC / BIC più basso sia il modello con il migliore adattamento. Lo scopo principale di questi modelli è di prevedere la varianza condizionale in anticipo di un giorno (volatilità). I coefficienti dei modelli di tipo GARCH saranno stimati utilizzando una finestra mobile (rolling-window). Ciò significa che i parametri stimati saranno aggiornati per ogni previsione di un giorno avanti. In questo studio, la lunghezza della finestra mobile è uguale a 500 osservazioni. In altre parole, le ultime 500 osservazioni saranno previste con l'uso di una finestra mobile in cui vengono aggiornati i parametri stimati per ogni previsione. Ad esempio prendi Bitcoin,  $[t_1; t_{1304}]$  sarà usato per stimare i parametri che verranno utilizzati per prevedere la varianza condizionale per  $t_{1305}$ .  $[t_2; t_{1305}]$  verrà utilizzato per calcolare i parametri per  $t_{1305}$ , quindi così quarto. Se i parametri sono costanti, questo determinerà anche parametri costanti sul campione. Quando i parametri sono costanti sul campione, i parametri per la finestra mobile con la lunghezza  $h$  non dovrebbe essere molto diversa rispetto a una finestra fissata con la stessa lunghezza  $h$ . Ma se i parametri cambiano nel periodo di campionamento, le stime della finestra mobile catturerà questa instabilità (Zivot e Wang 2006).

La regressione Mincer-Zarnowitz (Mincer e Zarnowitz 1969) viene utilizzata per valutare l'accuratezza delle previsioni del modello selezionato. La prima introduzione della regressione Mincer-Zarnowitz fu nel 1969 nella valutazione delle previsioni economiche. La regressione Mincer-Zarnowitz può essere denotata da:

$$\tilde{\sigma}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\sigma}_t^2 + e_t \quad (2.2)$$

Dove  $\tilde{\sigma}_t^2$  è una proxy per la volatilità ex-post che non è osservabile e si suppone di calcolare le previsioni di un giorno fuori dal campione della varianza  $\hat{\sigma}_t^2$  utilizzando il modello AR(1)-GARCH(p,q) per i periodi  $t = 1, \dots, n$ . Una previsione è considerata "efficiente" se  $\alpha_0 = 0$  e  $\alpha_1 = 1$ . L'efficienza è verificata dall'applicazione dei minimi quadrati ordinari al campione disponibile (Granger e Newbold 2014). Le seguenti ipotesi sono formulate e testate con l'uso di un test di Wald:

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha_0 = 0 \cap \alpha_1 = 1 \\ H_1 : \alpha_0 \neq 0 \cup \alpha_1 \neq 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

In precedenza i ricercatori hanno utilizzato rendimenti giornalieri al quadrato  $r_t^2$  come proxy per la volatilità ex-post. Come visibile nella Tabella 2.3, la media

## 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD 31

condizionale dei rendimenti giornalieri di Bitcoin non è praticamente zero che dà origine a un proxy alternativo. Non è stato possibile trovare e calcolare la varianza realizzata su una base di rendimenti di 15 minuti, che sembra essere un buon proxy relativo (Patton 2011). Per questo motivo, i residui al quadrato dei rendimenti saranno utilizzati come proxy per la volatilità ex-post di Bitcoin,  $\tilde{\sigma}_t^2 = \hat{\varepsilon}_t^2$ . Per il tasso di cambio S&P-500 e EUR/USD verranno utilizzati i rendimenti al quadrato come proxy di volatilità ex-post  $\tilde{\sigma}_t^2 = r_t^2$  nel (2.2).

Tuttavia una combinazione di coefficienti di (2.2), in altre parole  $R^2$ , potrebbe fornire una relazione tra  $\hat{\sigma}_t^2$  e la proxy usato per la volatilità ex-post  $\hat{\varepsilon}_t^2$  Bitcoin e  $r_t^2$  per S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD. L' $R^2$  è quindi spesso interpretato come una misura del grado di prevedibilità nel processo di volatilità (Andersen e Bollerslev 1998).

### 2.3.2 Risultati

La Tabella 2.4 mostra i valori AIC e BIC per i diversi modelli GARCH con Distribuzione gaussiana (normale) e distribuzione t di student con 5 e 7 gradi di libertà per Bitcoin, S&P-500, e Dollaro. I valori in grassetto sono i più bassi all'interno della rispettiva distribuzione. Per Bitcoin, L'EGARCH(1,1) con il processo AR(1) risulta avere l'AIC e BIC più basso. L'EGARCH(1,1) senza il processo AR(1) è anche il modello con i AIC e BIC più bassi per le distribuzioni t di student. Il valore più basso di AIC e BIC sono visibili nella colonna per la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà. In altre parole, la distribuzione t(5df) si adatta meglio per la distribuzione del termine di errore per Bitcoin.

I valori AIC e BIC per i modelli di tipo GARCH relativi all'S&P-500 sono visibili nella Tabella 2.5. Il modello EGARCH(1,1) ha la miglior stima della volatilità per S&P-500 su tutte le diverse distribuzioni testate. La distribuzione t di student con 7 gradi di libertà dà valori AIC e BIC più bassi. Analizzando questo, possiamo concludere che la distribuzione del termine di errore per S&P-500 è più vicina alla distribuzione normale rispetto alla distribuzione del termine di errore per Bitcoin. Quando i gradi di libertà si avvicina all'infinito, la distribuzione converge a quella gaussiana.

Per il modello EGARCH con processo AR e APARCH senza processo AR, Stata (programma software statistico) incorre in errori "flat verosimiglianza". Stata rappresenta questa uscita se fatica ad ottenere parametri ottimali usando la stima di massima verosimiglianza (MLE). I minimi quadrati ordinari (OLS) possono sempre essere calcolati, quando si prende la covarianza della varianza. Per MLE è necessario trovare i valori massimi, il che non è sempre possibile. Però, un set di dati più grande potrebbe risolvere questo problema (Quaedvlieg 2018).

Models	Gaussian		t (7df)		t (5df)	
	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC
<i>GARCH</i> (1,1)	9885.24	9885.24	9517.36	9517.36	9464.68	9486.67
<i>GARCH</i> (1,1)*	9886.17	9913.66	9519.36	9546.84	9466.64	9494.13
<i>GARCH</i> (1,2)	9872.59	9900.07	9514.67	9542.16	9462.34	9489.83
<i>GARCH</i> (1,2)*	9879.60	9912.59	9516.08	9549.07	9463.65	9496.64
<i>GARCH</i> (2,1)	9878.20	9905.69	9514.09	9541.58	9461.75	9489.24
<i>GARCH</i> (2,1)*	9873.85	9906.84	9516.67	9549.65	9464.25	9497.24
<i>GARCH</i> (2,2)	9874.48	9907.46	9516.53	9549.51	9464.32	9497.30
<i>GARCH</i> (2,2)*	9875.69	9914.17	9518.53	9557.01	9466.24	9504.72
<i>TGARCH</i> (1,1)	9887.21	9914.70	9519.24	9546.72	9466.49	9493.98
<i>TGARCH</i> (1,1)*	9888.15	9921.14	9521.23	9554.22	9468.43	9501.42
<i>EGARCH</i> (1,1)	<b>9856.80</b>	<b>9884.29</b>	<b>9504.00</b>	<b>9531.49</b>	<b>9452.42</b>	<b>9479.91</b>
<i>EGARCH</i> (1,1)*	-	-	9505.90	9538.89	9454.07	9487.06
<i>APARCH</i> (1,1)	9854.15	9892.64	9505.17	9543.66	-	-
<i>APARCH</i> (1,1)*	9855.38	9899.36	9507.16	9551.14	9455.86	9499.85

**Tabella 2.4:** \* indica il modello di tipo GARCH con un processo AR(1) per il rendimento. Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente.

Models	Gaussian		t (7df)		t (5df)	
	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC
<i>GARCH</i> (1,1)	2549.79	2570.21	2473.96	2494.38	2470.10	2490.51
<i>GARCH</i> (1,2)	2551.04	2576.56	2475.96	2501.48	2472.09	2497.61
<i>GARCH</i> (2,1)	2551.32	2576.84	2475.96	2501.48	2472.09	2497.61
<i>GARCH</i> (2,2)	2553.54	2584.17	2468.57	2499.20	2473.80	2504.42
<i>TGARCH</i> (1,1)	2491.79	2517.31	2417.93	2443.45	2418.13	2443.65
<i>EGARCH</i> (1,1)	<b>2462.01</b>	<b>2487.53</b>	<b>2404.90</b>	<b>2430.42</b>	<b>2406.89</b>	<b>2432.41</b>
<i>APARCH</i> (1,1)	2495.39	2531.12	2421.21	2456.94	2421.11	2456.84

**Tabella 2.5:** Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente.

La Tabella 2.6 mostra i valori AIC e BIC per il tasso di cambio EUR/USD. Guardando la Tabella 4 possiamo vedere che il modello Threshold(T) GARCH(1,1) fornisce valori l'AIC e BIC più basso per tutte e tre le diverse distribuzioni per il tasso di cambio EUR/USD. La distribuzione t di student con 7 gradi di libertà produce valori AIC e BIC più bassi, simili a S&P-500. I valori AIC e BIC per il modello EGARCH(1,1) e l'APGARCH(1,1) con una distribuzione normale non può essere calcolato a causa del problema con il MLE descritto precedentemente nell'interpretazione dell'AIC e valori BIC per Bitcoin.

Le previsioni di rolling window (finestra mobile) di un giorno per Bitcoin, S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD sono visibili rispettivamente nelle Figure, 2.1, 2.2 e 2.3. La Figura 2.1 riflette le previsioni della varianza condizionale per Bitcoin basato sul modello EGARCH(1,1) con la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà. Nella Figura 2.2 evidenzia le previsioni della varianza condizionale per l'S&P-500, con un modello EGARCH(1,1) e distribuzione t di

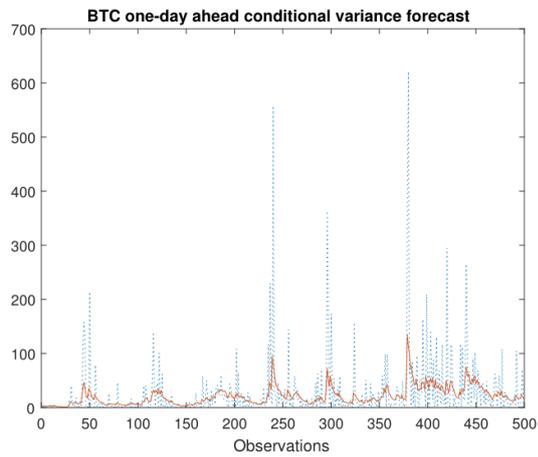
### 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD 33

Models	Gaussian		t (7df)		t (5df)	
	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC
<i>GARCH</i> (1, 1)	1801.91	1822.44	1732.74	1753.27	1735.42	1755.95
<i>GARCH</i> (1, 2)	1803.70	1829.36	1734.46	1760.12	1737.14	1762.80
<i>GARCH</i> (2, 1)	1803.80	1829.46	1734.42	1760.08	1737.06	1762.72
<i>GARCH</i> (2, 2)	1802.18	1832.97	1736.69	1767.48	1739.03	1769.83
<i>TGARCH</i> (1, 1)	<b>1785.53</b>	<b>1811.20</b>	<b>1728.98</b>	<b>1754.64</b>	<b>1732.81</b>	<b>1758.47</b>
<i>EGARCH</i> (1, 1)	-	-	-	-	-	-
<i>APARCH</i> (1, 1)	-	-	1732.25	1768.17	1734.22	1765.02

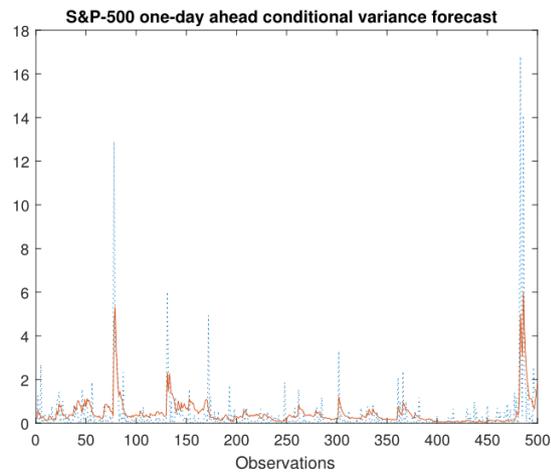
**Tabella 2.6:** Le colonne: Gaussian, t(7df) e t(5df) rappresentano la distribuzione gaussiana, la distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà, rispettivamente.

student con 7 gradi di libertà. Infine, le previsioni della varianza condizionale del tasso di cambio l'EUR/USD si basa sul modello TGARCH(1,1) con una distribuzione t di student con 7 gradi di libertà e sono visibili in Figura 2.3. Le previsioni della varianza condizionale per il tasso di cambio EUR/USD sono relativamente costanti rispetto alle previsioni per Bitcoin e S&P-500. Guardando le figure si nota che i picchi sono meglio catturati per l'S&P-500 quando si confrontano le previsioni con Bitcoin. Per poter trarre conclusioni sulla capacità previsiva, dobbiamo interpretare la regressione di Mincer-Zarnowitz per prima.

Le regressioni di Mincer-Zarnowitz per Bitcoin sono mostrate nella Tabella 2.7. Al livello di significatività del 5%, l'ipotesi nulla  $H_0$  sarà rifiutata per il modello EGARCH con la distribuzione gaussiana e t con 7 gradi di libertà. Ciò significa che le previsioni soffrono da una distorsione sistematico. Tuttavia, l'ipotesi nulla  $H_0$  per il modello EGARCH con una distribuzione t di student con 5 gradi di libertà non viene rifiutato. In altre parole, il modello EGARCH con una distribuzione t di student con 5 gradi di libertà fornisce delle previsioni non distorte per il Bitcoin. Il modello EGARCH(1,1) con distribuzione t di student dà valori alti di  $R^2$  rispetto a quando viene assunto una distribuzione normale. Da questo si può concludere che il proxy per volatilità ex-post  $\hat{\varepsilon}_t^2$  è spiegato più accuratamente quando si presume che la distribuzione dell'errore sia t di student. Questi risultati sono paralleli ai valori AIC e BIC mostrati in precedenza.

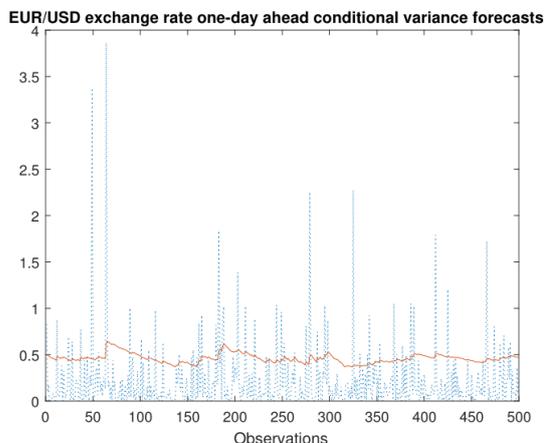


**Figura 2.1:** La Previsione della finestra di mobile di un giorno per Bitcoin, con una finestra mobile di 500 osservazioni. La linea arancione rappresenta la previsione, la linea tratteggiata blu i residui al quadrato.



**Figura 2.2:** La Previsione della finestra di mobile di un giorno per l'indice S&P-500, con una finestra mobile di 500 osservazioni. La linea arancione rappresenta la previsione, la linea tratteggiata blu i rendimenti al quadrato.

### 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD 35



**Figura 2.3:** La Previsione della finestra di mobile di un giorno per il tasso di cambio EUR/USD, con una finestra mobile di 500 osservazioni. La linea arancione rappresenta la previsione, la linea tratteggiata blu i rendimenti al quadrato.

**Tabella 2.7:** Regressione di Mincer-Zarnowitz Bitcoin

Distribution	$\alpha_0$	t	$\alpha_1$	t	$R^2$	F
Gaussian (normal)	-20.560	-2.92	1.884	5.33	0.336	6.52*
Student's t (5df)	-14.954	-2.34	1.828	5.10	0.340	2.75
Student's t (7df)	-15.834	-2.44	1.969	5.13	0.341	3.21*

I coefficienti  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , il t-score e  $R^2$  sono ottenuti dalla regressione Mincer-Zarnowitz 2.2. La colonna F rappresenta il F-score per il test Wald, l'ipotesi  $H_0$  è rifiutata al livello di 5%.

La Tabella 2.8 cattura le regressioni di Mincer-Zarnowitz per S&P-500. I valori costanti nelle regressioni sono più bassi rispetto ai valori ottenuti nelle regressioni per Bitcoin, a causa della differenza di dimensioni della varianza condizionale. Tutte le ipotesi nulla per i tre modelli EGARCH sono respinte al livello di 5%, quindi nessuno dei modelli testati fornisce previsioni non distorte della varianza condizionale. I valori  $R^2$  sono superiori a quelli riportati per Bitcoin. In altre parole, il proxy per la volatilità ex-post  $r_t^2$ , è meglio spiegato per S&P-500, con l'uso di modelli EGARCH(1,1). Infine, vediamo che il  $R^2$  più alto si ottiene quando si assume una distribuzione normale per il termine di errore, ciò che non è analogo ai valori AIC e BIC nella Tabella 2.5 Le regressioni Mincer-Zarnowitz per il tasso di cambio EUR/USD sono visibili in Tabella 2.9. I valori costanti nelle regressioni sono più bassi rispetto a quelli per Bitcoin e S&P-500. Nessuna delle ipotesi nulla per i tre modelli TGARCH viene rifiutata al livello del 5%, quindi i tre modelli TGARCH forniscono previsioni non distorte per la varianza condizionale. I valori  $R^2$  sono sostanzialmente inferiori

**Tabella 2.8:** Regressione di Mincer-Zarnowitz S&P-500

Distribution	$\alpha_0$	t	$\alpha_1$	t	$R^2$	F
Gaussian (normal)	-0.340	-2.44	1.655	4.50	0.518	8.20*
Student's t (5df)	-0.256	-2.01	1.297	4.23	0.497	15.21*
Student's t (7df)	-0.267	-2.09	1.434	4.31	0.509	9.48*

I coefficienti  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , il t-score e  $R^2$  sono ottenuti dalla regressione Mincer-Zarnowitz 2.2. La colonna F rappresenta il F-score per il test Wald, l'ipotesi  $H_0$  è rifiutata al livello di 5%.

a quelli riportati per Bitcoin e S&P-500. Una spiegazione potrebbe essere che le previsioni di EUR/USD sono costanti intorno alla media, ma non catturano bene i rendimenti alti e bassi al quadrato. Quindi i modelli TGARCH forniscono previsioni non distorte, è ancora discutibile se queste previsioni sono anche efficienti. I valori di  $R^2$  sono più alti per le distribuzioni t di student, che è simile all'interpretazione dei Valori AIC e BIC nella Tabella 2.6. Con i risultati

**Tabella 2.9:** Regressione di Mincer-Zarnowitz EUR/USD

Distribution	$\alpha_0$	t	$\alpha_1$	t	$R^2$	F
Gaussian (normal)	0.031	0.32	0.832	1.74	0.017	0.08
Student's t (5df)	-0.097	-0.82	1.333	2.46	0.035	1.72
Student's t (7df)	-0.068	-0.60	1.296	2.31	0.031	0.30

I coefficienti  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , il t-score e  $R^2$  sono ottenuti dalla regressione Mincer-Zarnowitz 2.2. La colonna F rappresenta il F-score per il test Wald, l'ipotesi  $H_0$  è rifiutata al livello di 5%.

e le interpretazioni della regressione di Mincer-Zarnowitz è ora possibile fare affermazioni sulla capacità previsiva della volatilità. Confrontando le capacità di previsione, la conclusione che può essere fatta è che il tasso di cambio EUR/USD può essere previsto senza distorsione. Tuttavia, i modelli TGARCH non spiegano la volatilità molto bene per il tasso di cambio EUR/USD. Il modello EGARCH può essere utilizzato per fornire previsioni non distorte per Bitcoin quando presuppone la distribuzione t di student con 5 gradi di libertà. Anche il processo di volatilità è spiegato relativamente bene dal modello EGARCH. Il modello EGARCH non è riuscito a fornire previsioni non distorte per S&P-500 nell'impostazione di questo studio. Tuttavia, il modello EGARCH spiega meglio il processo di volatilità per il S&P-500. il valore più alto di  $R^2$  è (0,518) per S&P-500, (0,035) per il tasso di cambio EUR/USD e (0,341) per Bitcoin.

Un'osservazione importante è l'influenza del proxy di volatilità ex-post. L'impiego di misure meno accurate del proxy di volatilità ex-post  $\tilde{\sigma}_t^2$  influenza la precisione di  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$ . Ed è ciò che rende la regressione Mincer-Zarnowitz meno precisa nel modo in cui rileva le deviazioni della previsione ottimale (Patton e

### 2.3 Bitcoin a confronto con l'indice S&P-500 e il tasso di cambio EUR/USD 37

Sheppard 2009). Questo enfatizza la necessità di un'analisi più dettagliata sul fatto che i residui al quadrato  $\hat{\varepsilon}_t^2$  siano delle proxy di volatilità ex-post adatte per Bitcoin.

L'analisi mostra che esistono similitudini tra Bitcoin, S&P-500 e il tasso EUR/USD dal punto di vista del processo di volatilità. Dove il modello di EGARCH mostra il meglio per Bitcoin e S&P-500. L'aspetto di alta volatilità è distintivo per Bitcoin. I proxy di volatilità ex-post sono stati osservati per Bitcoin per oltre 600, che è 35 volte più alto dei valori massimi osservati per S&P-500 e quasi 200 volte più alto rispetto al tasso di cambio EUR/USD.

La Banca Centrale europea ha una motivazione valida per non etichettare Bitcoin come una vera valuta dovuta all'elevata volatilità (ECB 2015). Osservando l'aspetto della volatilità, l'analisi eseguito in questo studio mostra che Bitcoin è più vicino a una security (titolo) che a una valuta. È ancora discutibile il motivo per cui tutti e tre i modelli EGARCH vengono rifiutati per S&P-500 e solo due modelli EGARCH per Bitcoin. Una spiegazione potrebbe essere che le asimmetrie dei rendimenti sono più alte per Bitcoin che per S&P-500 e quindi cattura le code relativamente meglio. Per vedere se questa spiegazione vale, il processo dei parametri devono essere studiati e confrontati tra loro. Il fatto che la distribuzione di student con 5 gradi di libertà è l'unica distribuzione per l'errore che non è stato respinto per Bitcoin mostra che i rendimenti relativamente alti e bassi sono osservati più spesso rispetto a quanto assume una distribuzione normale.

Infine, sono necessarie ulteriori analisi sulla scelta del proxy di volatilità ex-post per trarre conclusioni convincenti riguardo alla capacità di previsione della volatilità per Bitcoin. Un suggerimento per la ricerca futura è misurare le prestazioni di un giorno in anticipo previsioni della varianza condizionale con l'uso di dati ad alta frequenza.



## Capitolo 3

# Strumenti di analisi

I modelli di tipo GARCH sono tra gli principali strumenti statistici utilizzati per modellare la volatilità dei rendimenti di attività finanziarie. Le criptovalute sono ormai diventate un nuovo asset class utilizzate per diversificare un portafoglio di investimenti. I vari studi fatti finora dai ricercatori e dagli esperti di mercato finanziario sulle criptovalute hanno dimostrato che modelli GARCH possono contribuire a studiare il comportamento nel tempo della volatilità di una valuta digitale. In questo capitolo si cercherà di specificare esplicitamente alcuni modelli di tipo GARCH che saranno utilizzati nel capitolo successivo su dei dati reali, e una breve descrizione del metodo di stima. Si spiegherà il metodo di previsione e selezione del modello ottimale. Nel primo paragrafo si darà una descrizione del test di effetto ARCH, operazione preliminare per valutare necessità di considerare una modellazione di tipo GARCH.

### 3.1 Costruzione di un modello GARCH

Le fasi di costruzione di un modello di volatilità per la serie di rendimenti:

- Specificare un'equazione media testando la dipendenza seriale nei dati e, se necessario, creando un modello econometrico (ARMA) per la serie di rendimenti per rimuovere qualsiasi dipendenza lineare.
- Utilizzare i residui dell'equazione media per verificare gli effetti ARCH.
- Specificare un modello di volatilità se l'effetto ARCH è statisticamente significativo, e fare una stima congiunta dell'equazione media e equazione della volatilità.
- Verificare l'adeguatezza del modello stimato e ridefinire se necessario.

Per la maggior parte delle serie di rendimenti degli asset class, le correlazioni seriali sono deboli, se ce ne sono. Pertanto, la costruzione di un'equazione media equivale a rimuovere la media campionaria dai dati se la media campionaria è significativamente diversa da zero. Per alcune serie di rendimenti giornalieri, potrebbe essere necessario un semplice modello AR.

### 3.2 Test per l'effetto ARCH

Per facilità nella notazione, consideriamo  $\varepsilon_t = r_t - \mu_t$  come i residui dell'equazione media. La serie al quadrato  $\varepsilon_t^2$  viene quindi utilizzata per verificare l'eteroscedasticità condizionale, che è anche nota come effetti ARCH. Sono disponibili due test. Il primo test consiste nell'applicare le solite statistiche di Ljung-Box  $Q(m)$  3.1 alla serie  $\varepsilon_t^2$ ; veda (McLeod e Li 1983). L'ipotesi nulla è che i primi  $m$  lag di ACF della serie  $\varepsilon_t$  siano zero.

$$H_0 : cov(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-i}^2) = \rho_i(\varepsilon_t^2) = 0 \quad \text{con} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$Q(m) = n(n+2) \sum_{i=1}^m \frac{\rho_i^2}{n-i} \sim \chi(m) \quad (3.1)$$

Il secondo test per l'eteroscedasticità condizionale è il test del moltiplicatore di Lagrange di Engle (1982). Questo test è equivalente alla solita statistica F per il test  $\alpha_i = 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ) nella regressione lineare.

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \varepsilon_{t-m}^2 + e_t \quad t = m+1, \dots, T, \quad (3.2)$$

dove  $\varepsilon_t$  indica il termine dell'errore,  $m$  è un numero intero positivo prespecificato, e  $T$  è la dimensione del campione. Specificamente, l'ipotesi nulla è  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$ . Sia  $SSR_0 = \sum_{t=m+1}^T (\varepsilon_t^2 - \hat{\omega})^2$ , dove  $\hat{\omega} = (1/T) \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2$  è la media campionaria di  $\varepsilon_t^2$ , e  $SSR_1 = \sum_{t=m+1}^T \hat{e}_t^2$ , dove  $\hat{e}_t^2$  è il residuo dei minimi quadrati della regressione lineare precedente. Quindi si ha

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T - 2m - 1)} \quad (3.3)$$

che è distribuita asintoticamente come un chi-quadrato  $\chi(m)$ , con  $m$  i gradi di libertà sotto l'ipotesi nulla. Si rifiuta l'ipotesi nulla se  $F > \chi_m^2(\alpha)$ , dove  $\chi_m^2(\alpha)$  è il quantile di livello  $\alpha$  di  $\chi_m$ .

### 3.3 Metodo

In questo studio diversi modelli di tipo GARCH verranno utilizzati per analizzare la volatilità di un giorno prima (varianza condizionale) dei rendimenti. Per prima cosa viene fornita una breve introduzione dei tre modelli di tipo GARCH utilizzati: GARCH(1,1), Exponential (E)-GARCH(1,1), e Threshold

(T)-GARCH(1,1). Dopo l'introduzione, il metodo utilizzato per la stima e selezione del modello ottimale saranno descritti in seguito.

Per semplicità, tutti i modelli verranno limitati a un massimo fino all'ordine uno. Inoltre, per ogni modello di tipo GARCH, il processo di innovazione  $z_t$  può seguire una delle due distribuzioni seguenti: Distribuzione gaussiana (Azzalini 1985), Distribution t di student (Gosset 1908).

### 3.3.1 Modelli di tipo GARCH

Il motivo principale per cui diversi modelli di tipo GARCH sono esaminati in questo studio è a causa di un'ipotesi del modello di regressione lineare classica (CRLM). Una delle ipotesi di CLRM afferma che anche la varianza degli errori è costante, noto come omoscedasticità ( $\text{var}(r_t) = \sigma^2$ ). Se la varianza degli errori non è costante, questo sarebbe noto come eteroschedasticità. Se gli errori sono eteroschedastici, ma ipotizzato omoscedastici, un'implicazione sarebbe che le stime degli errori standard potrebbero essere sbagliate. È improbabile nel contesto delle serie temporali finanziarie che la varianza degli errori sia costante nel tempo (Brooks 2014). Un'altra caratteristica importante di molte serie di rendimenti delle attività finanziarie che forniscono una motivazione per modelli della classe GARCH, è noto come "volatilità clustering". La volatilità clustering descrive la tendenza di grandi cambiamenti nei prezzi delle attività di seguire grandi cambiamenti e piccoli cambiamenti di seguire piccoli cambiamenti. In altre parole, il livello di volatilità nel periodo  $t$  tende ad essere positivamente correlata al livello di volatilità nel periodo  $t-1$  (Brooks 2014).

Tutti i modelli di tipo GARCH considerati qui hanno la stessa struttura. Sia  $r_t$  i rendimenti giornalieri di una specifica *asset class*. Quindi la struttura base di un modello GARCH può essere indicata da:

$$r_t = \mu_t + \sigma_t z_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Dove  $\mu_t$  rappresenta la media condizionale,  $\sigma_t$  rappresenta il processo di volatilità e  $z_t$  il processo d'innovazione standardizzato. In questo studio la distribuzione gaussiana (normale) e distribuzione t di student con  $v$  gradi di libertà saranno considerati per il processo d'innovazione  $z_t$ . Per questo motivo la struttura GARCH con un processo autoregressivo (AR) per il rendimento non è testato per Bitcoin.

Il modello ARCH è stato introdotto da (Engle 1982) in uno studio sui tassi di inflazione e da allora c'è stata una raffica di proposte di specificazioni parametriche e non parametriche di eteroscedasticità condizionale autoregressiva. Il modello ARCH ha un specificazione della media condizionale e della varianza, in cui la varianza è una funzione di  $\sigma_t^2$ . Bollerslev ha aggiunto un termine di ritardo alla varianza condizionale al modello ARCH di Engle, quello che ora è

conosciuto come un modello GARCH (Bollerslev 1986). La struttura base del modello GARCH(1,1) come descritto da Bollerslev, 1986 può essere specificato come:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (3.5)$$

Per  $\omega > 0$ ,  $\alpha \geq 0$  e  $\beta \geq 0$ . Nel suo studio dei tassi di inflazione, Engle, 1982 ipotizza che il termine di errore seguiva una distribuzione gaussiana ( $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ ). Tuttavia, come Mandelbrot, 1997 (Mandelbrot 1997) e molti altri hanno sottolineato, è che i rendimenti azionari estremi sono più frequenti di quanto ci si aspetterebbe dalla distribuzione gaussiana. In altre parole, le code della distribuzione dei termini di errore sono molto più pesanti del di quanto ci si aspetterebbe dalla distribuzione normale. La distribuzione t di student ha code più pesanti rispetto alla distribuzione normale. Quando i gradi di libertà tende all'infinito la distribuzione t di student converge alla distribuzione normale distribuzione.

Il modello Exponential GARCH (EGARCH) è stato proposto nel 1991 da (Nelson 1991). Esistono vari modi per esprimere l'equazione di EGARCH, la specificazione nel (Brooks 2014) è:

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta \ln \sigma_{t-1}^2 + \alpha \left( \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad (3.6)$$

Il modello ha diversi vantaggi rispetto al modello GARCH specificato in 3.5 . Primo di tutto,  $\ln \sigma_t^2$  è modellato, quindi anche se i parametri sono negativi,  $\sigma_t^2$  sarà positiva. Quindi non è necessario imporre vincoli di non negatività ai parametri del modello. In secondo luogo, le asimmetrie sono consentite nella specificazione di EGARCH, poiché se la relazione tra volatilità e rendimenti è negativa,  $\gamma$  sarà negativa. Il Il modello EGARCH sarà testato con le seguenti distribuzioni: Gaussiana (normale) e t di student.

Una registrazione importante dei modelli ARCH e GARCH è che entrambi hanno un specificazione simmetrica. Con questo intendiamo che la stima della varianza si basa sul valore assoluto dell'innovazione a causa dei residui quadrati. In altre parole grandi shock positivi hanno lo stesso effetto dei grandi shock negativi nei modelli ARCH/GARCH. Tuttavia, per le serie temporali finanziarie e specialmente le azioni è stato osservato che gli shock negativi hanno più impatto degli shock positivi con la stessa caratteristica. Questo problema è affrontato dal lavoro di (Zakoian 1994) con il modello Threshold GARCH. Lo scopo principale del modello TGARCH è la specificazione asimmetrica nel segno dei rendimenti (Asteriou e Hall 2015). La specificazione di un TGARCH(1,1)

modello:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma I_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \\ &= \omega + (\alpha + \gamma I_{t-1}) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2\end{aligned}\quad (3.7)$$

Dove  $I_t$  assume 1 per un valore negativo di  $\varepsilon$  e 0 altrimenti. Ciò significa che l'impatto degli shock negativi è più alto ( $\alpha + \gamma$ ) rispetto all'impatto degli shock positivi ( $\alpha$ ), con la stessa grandezza. Se  $\gamma > 0$  osserviamo l'asimmetria, se  $\gamma = 0$  possiamo concludere la simmetria negli shock (Asteriou e Hall 2015).

### 3.4 Metodo di stima

Per ogni modello di tipo GARCH specificato nel paragrafo precedente per la volatilità dei rendimenti, verranno specificati due distribuzioni diverse per il processo di innovazione  $z_t$ , ovvero la normale e t di student. A ciascun modello GARCH, il metodo utilizzato per ottenere il valore ottimale di  $\theta$  (vettore di parametri) è quello della massima verosimiglianza (ML), usando la funzione `ugarchfit` del pacchetto `rugarch` nel software `Rstudio`. La funzione `ugarch` può utilizzare vari metodi numerici iterativi (si è utilizzato `gosonlp`) per cercare la stima  $\hat{\theta}$  del vettore di parametri  $\theta$  che massimizza la funzione log verosimiglianza  $\log L(\theta)$  di ciascun modello GARCH.

Diverse funzioni di probabilità sono comunemente utilizzate nella stima di modelli GARCH, dipende dall'ipotesi distributiva di  $\varepsilon_t$ . Sotto l'ipotesi di normalità dell'errore, la funzione di verosimiglianza è:

$$\begin{aligned}L(\theta) &= f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p; \theta) \prod_{t=p+1}^T f(\varepsilon_t | I_{t-1}; \theta) \\ &= f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p; \theta) \prod_{t=p+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right)\end{aligned}\quad (3.8)$$

dove:

- $L(\theta) = f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T)$  è la funzione di densità congiunta della serie.
- $\theta$  rappresenta il vettore di parametri del modello per  $\sigma_t^2$ .
- $I_{t-1}$  è il set informativo disponibile fino al tempo t-1 contenente i valori passati di  $\varepsilon_t$
- $f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p; \theta)$  è la funzione di densità di probabilità delle prime p osservazioni  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p$ , dove  $\varepsilon_t = (r_t - \mu_t)$ .
- $\sigma_t^2$  rappresenta la varianza condizionale di  $\varepsilon_t$ , modellato con una struttura di tipo GARCH.

Poiché la forma esatta di  $f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p; \theta)$  è complicata, viene abbandonata automaticamente dalla funzione di probabilità precedente, specialmente quando la dimensione del campione è sufficientemente grande. Il risultato nell'uso della funzione di verosimiglianza condizionale:

$$L(\theta) = \prod_{t=p+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (3.9)$$

Ci riferiamo a stime ottenute massimizzando la funzione di verosimiglianza condizionale come stime di massima verosimiglianza condizionale (MLS<sub>s</sub>) sotto normalità. Massimizzare la funzione di verosimiglianza condizionale equivale a massimizzare il suo logaritmo che è più facile da gestire. La funzione di verosimiglianza condizionale è:

$$l(\theta; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = \sum_{t=p+1}^T \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2} \right]. \quad (3.10)$$

Dal momento che il primo termine  $\ln(2\pi)$  non coinvolge alcun parametro, la funzione log-verosimiglianza diventa:

$$l(\theta; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) = - \sum_{t=p+1}^T \left[ \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) + \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2} \right]. \quad (3.11)$$

In alcune applicazioni, è più appropriato presumere che  $\varepsilon_t$  segua una distribuzione a coda pesante come una distribuzione t di student standardizzata. Sia  $t_v$  una distribuzione t di student con  $v$  gradi di libertà. Quindi  $Var(t_v) = \frac{v}{v-2}$  per  $v > 2$ , e usiamo  $z_t = t_v \sqrt{\frac{v}{v-2}}$ . La funzione di densità di probabilità di  $\varepsilon_t$  è:

$$f(z_t; v) = \frac{\Gamma[(v+1/2)]}{\Gamma(v/2)\sqrt{(v-2)\pi}} \left(1 + \frac{z_t^2}{v-2}\right)^{-(v+1)/2} \quad (3.12)$$

Usando  $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ , Otteniamo la funzione di verosimiglianza condizionale di un  $\varepsilon_t$  come:

$$\begin{aligned} L(\theta, v) &= f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T; \theta, v) \\ &= \prod_{t=p+1}^T \frac{\Gamma[(v+1/2)]}{\Gamma(v/2)\sqrt{(v-2)\pi}} \frac{1}{\sigma_t} \left(1 + \frac{z_t^2}{(v-2)\sigma_t^2}\right)^{-(v+1)/2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

dove  $v > 2$ . Ci si riferisce alle stime che massimizzano la funzione di densità di probabilità precedente come le MLE<sub>s</sub> condizionali sotto la distribuzione t di student. I gradi di libertà della distribuzione t di student possono essere specificati in anticipo o stimati insieme ad altri parametri, in questo studio verranno stimati con altri parametri, quindi la funzione di log-verosimiglianza

sarà:

$$\begin{aligned} \ln(\theta, v) &= \ln(v) + \ln(\theta) \\ &= (T - p) \left[ \ln \left( \Gamma \left( \frac{v+1}{2} \right) \right) - \ln \left[ \Gamma \left( \frac{v}{2} \right) \right] - \frac{1}{2} \ln[(v-2)\pi] \right] \\ &\quad - \sum_{t=p+1}^T \left[ \frac{v+1}{2} \ln \left( 1 + \frac{\sigma_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 3.5 Previsione con i modelli GARCH

I modelli della classe GARCH possono essere utilizzati per la previsione della varianza condizionale sulla base dell'insieme informativo disponibile ad un dato istante di tempo  $t$ . In generale, la previsione della varianza condizionale di un passo in avanti per un generico modello sarà pari a:

$$V(\varepsilon_{t+1}|I_t) = E(\varepsilon_{t+1}^2|I_t) = \sigma_{t+1|t}^2 \quad (3.15)$$

ove con  $t$  si indica l'origine di previsione (forecast origin) e, al solito,  $I_t$  esprime l'insieme informativo disponibile fino a quel momento. Nel seguito, la previsione verrà indicata per brevità con  $\sigma_{t+1|t}^2$ .

Le previsioni per un modello GARCH possono essere ottenute in maniera ricorsiva come quelle di un modello ARMA (Wei 2006). Considerando il tempo di origine della previsione  $t$  ed un modello GARCH(1,1), la previsione un passo in avanti è pari a:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_t^2 + \beta \sigma_t^2 \quad (3.16)$$

Per un orizzonte di previsione pari a due periodi, l'espressione può essere scritta come:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+2|t}^2 &= \omega + \alpha E(\varepsilon_{t+1}^2|I_t) + \beta \sigma_{t+1|t}^2 \\ &= \omega + (\alpha + \beta) \sigma_{t+1|t}^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

In generale, per un orizzonte di previsione pari a  $m$  periodi in avanti, risulterà che:

$$\sigma_{t+m|t}^2 = \frac{\omega(1 - (\alpha + \beta)^{m-1})}{1 - \alpha - \beta} + (\alpha + \beta)^{m-1} \sigma_{t+1|t}^2 \quad (3.18)$$

Si può notare, a patto che  $\alpha + \beta < 1$ , che

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sigma_{t+m|t}^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta} \quad (3.19)$$

Ciò significa che la previsione della volatilità per  $m$  passi in avanti considerando un modello GARCH(1,1) converge alla varianza incondizionata al convergere

dell'orizzonte di previsione all'infinito.

Per quanto riguarda la previsione con modelli TGARCH, la componente asimmetrica modifica il profilo delle previsioni ad un passo in avanti. Si avrà (per un TGARCH(1,1)) che:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \begin{cases} \omega + \alpha\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2 & \text{se } \varepsilon > 1 \\ \omega + (\alpha + \gamma)\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2 & \text{se } \varepsilon < 1 \end{cases}$$

Per orizzonti di previsione maggiori di un periodo in avanti, il segno dell'innovazione non è noto. Si può assumere, però, che  $E(\delta_{t+m}) = \frac{1}{2}$ . Allora, per ogni  $m > 1$ ,

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \omega + (\alpha + \beta + \gamma/2)\sigma_{t+1|t}^2 \quad (3.20)$$

Per  $m$  tendente all'infinito si avrà che la previsione converge a:

$$\frac{\omega}{1 - \alpha - \beta - (\gamma/2)} \quad (3.21)$$

La varianza stimata attraverso un EGARCH(1,1) è (considerando che l'equazione dell'EGARCH restituisce il suo logaritmo naturale)

$$\sigma_t^2 = \omega^* \sigma_{t-1}^{2\beta} \exp\left(\frac{\alpha|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} + \frac{\gamma\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right) \quad (3.22)$$

con

$$\omega^* = \exp\left(\omega + \alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)$$

la one step ahead forecast segue, pertanto, immediatamente.

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \omega^* \sigma_t^{2\beta} \exp\left(\frac{\alpha|\varepsilon_t|}{\sigma_t} + \frac{\gamma\varepsilon_t}{\sigma_t}\right) \quad (3.23)$$

Considerando un orizzonte temporale di  $m$  periodi in avanti si ha che

$$\sigma_{t+m|t}^2 = K^{(1+\beta+\dots+\beta^{m-2})} \sigma_{t+1|t}^{\beta^{m-1}} \quad (3.24)$$

ove con  $K$  si indica una costante indicante il valore atteso condizionato dell'esponentiale indicato nella formulazione della varianza stimata. Poiché  $\beta < 1$ , per il convergere di  $m$  all'infinito si ha che la previsione converge a  $K^{(\frac{1}{1-\beta})}$ .

### 3.6 Previsione statica

Il metodo previsiva utilizzato in questo studio è di tipo statico. Si osservi il seguente vettore partizionato:

$$r_t = [r_1, r_2, \dots, r_{T_0} | \underbrace{r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T}_h]$$

dove  $h = T - T_0$ . La previsione statica è ricavata dividendo il campione disponibile in due sottocampioni consecutivi. La stima dei modelli di tipo GARCH avviene all'interno del primo sottocampione ( $t = 1, 2, \dots, T_0$ ), mentre le previsioni vengono effettuate per le  $h$  osservazioni del secondo sottocampione (in questo studio saranno 600). In quest'ambito è importante sottolineare che le osservazioni campionarie del secondo sottocampione sono disponibili, quindi ciascuna previsione  $f_t$  ( $t = T_0+1, T_0+2, \dots, T$ ) sarà effettuata sfruttando questa informazione.

Ossevando questa sequenza si nota immediatamente che ad ogni passo in avanti:

- Il set informativo su cui si effettua il condizionamento viene aggiornato aggiungendo le informazioni campionarie  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$ ;
- Naturalmente le previsioni  $f_{T_0+1}, f_{T_0+2}, \dots, f_T$  sfruttano questa informazione. Dal punto di vista strettamente tecnico, ciò equivale all'applicazione del modello econometrico stimato fino all'osservazione  $T_0$  sui dati rilevati dal periodo  $T_0$  fino al periodo  $T$ ;
- Tutta la procedura consiste nell'ottenimento di una sequenza di previsioni ad un passo in avanti, infatti ogni previsione  $f_t$  utilizza tutta l'informazione disponibile fino a  $r_{t-1}$ .

Esistono vari metodi statistici utilizzate per confrontare la capacità previsiva di vari modelli di tipo GARCH stimati. Quello che verrà fatto in questo studio per valutare i tre modelli consiste nel utilizzare le previsioni statiche successive della varianza condizionale  $\hat{\sigma}_{T_0+1|T_0}^2, \dots, \hat{\sigma}_{T|T-1}^2$  di ciascun modello stimato per costruire degli intervalli di previsione di livello  $\alpha = (0.95, 0.9, 0.8, 0.7)$  per le  $h$  osservazioni  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  del secondo sottocampione. Quindi con  $h$  previsioni della varianza condizionale si costruiranno i corrispondenti  $h$  intervalli di previsioni per la serie  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$ . Si andrà poi a calcolare la frazione dei  $h$  rendimenti osservati  $r_{T_0+j}$  del secondo sottocampione contenute nei rispettivi intervalli. Con un test binomiale si verifica l'ipotesi nulla  $H_0: \alpha = \alpha_0$ . Il modello migliore è quello che soddisfa tale ipotesi.

Qui si descrivono i passi utilizzati per la selezione del modello migliore tra i tre stimati per ciascuna serie di rendimenti.

- Si ottengono le  $h$  previsioni della varianza condizionale  $\hat{\sigma}_{T_0+1|T_0}^2, \dots, \hat{\sigma}_{T|T-1}^2$ .
- Si stimano gli  $h$  intervalli di previsioni per la serie dei rendimenti  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  del secondo sottocampione variando il livello di confidenza  $\alpha_0 = (0.95, 0.9, 0.8, 0.7)$ .
- Si calcola la frazione dei  $h$  rendimenti osservati  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  entro i corrispondenti intervalli di previsione per diversi  $\alpha_0$ .

- Poi il sceglie il modello migliore che soddisfa l'ipotesi nulla  $H_0: \alpha = \alpha_0$ , usando un test binomiale.

# Capitolo 4

## Dati e analisi

Come accenato nei capitoli precedenti: " I Bitcoin e altre criptovalute sono valute o titoli? ". Secondo la Banca centrale europea (BCE) il principale motivazione perché il Bitcoin e le criptovalute in generale non sono delle valute reali è l'aspetto della volatilità del nuovo asset class (ECB 2015). In questo capitolo si vuole analizzare dati reali di tre serie storiche del tasso di cambio di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD. Quindi si analizzeranno le caratteristiche e la dinamica del BTC rispetto ad altre valute tradizionali tramite alcuni modelli di tipo GARCH usando dati reali. La prima sezione di questo capitolo prevede in primis la descrizione della provenienza e struttura dei dati, nonché un'analisi descrittiva delle tre serie storiche. Nella sezione successiva si addentererà più al dettaglio con analisi grafica al fine di individuare eventuali presenza di eteroschedasticità nei dati. Nella terza sezione verranno adattati tre modelli di tipo GARCH ai dati, con due distribuzioni diverse per l'innovazione. La quarta sezione prevede la previsione della volatilità dei rendimenti e la valutazione delle prestazioni previsionali dei tre modelli migliori per ciascun *asset class*.

### 4.1 Dati e analisi descrittive

I dati applicati in questo studio sono prezzi storici di chiusura del tasso di cambio BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD. I rendimenti giornalieri per il tasso di cambio EUR/USD, e altri tassi di cambio sono calcolati dai prezzi di chiusura giornalieri ( $P_t$ ) in cui il rendimento per il giorno  $t$  è calcolato come:

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (4.1)$$

I prezzi di chiusura di Bitcoin sono ottenuti da *Coindesk*, 2018. I prezzi di chiusura giornalieri del tasso di cambio EUR/USD e GBP/USD provengono da *Investing*, 2018. Il set di dati contiene i prezzi a partire dal 19-07-2010 fino a

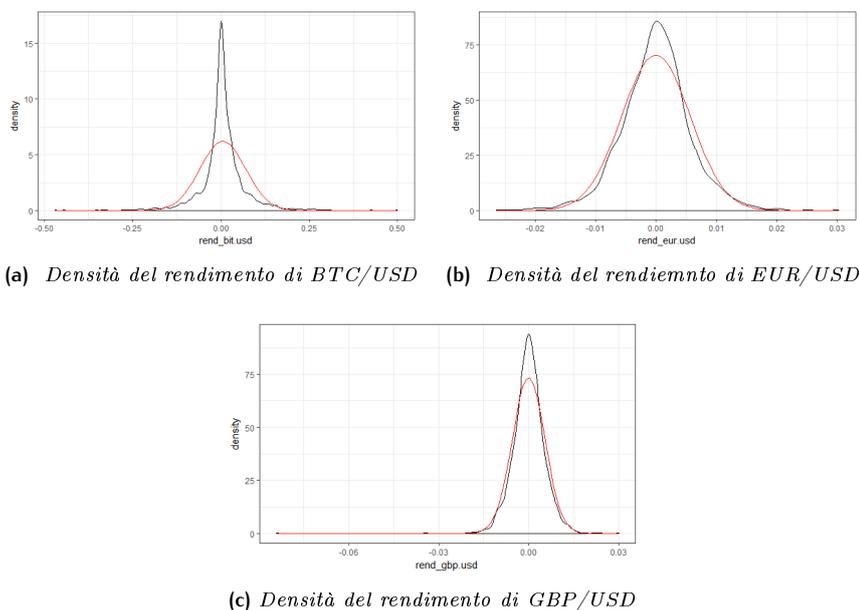
19-09-2018, ovvero 2133 osservazioni per Bitcoin, il tasso di cambio EUR/USD e GBP/USD. Dalla Tabella 4.1 si confrontano le caratteristiche descrittive calcolate sulle tre serie di rendimenti. Il rendimento medio giornaliero di Bitcoin è più elevato (0.0053) rispetto a quello del Euro (-4.829e-05) e Sterlina (-6.893e-05). Se guardiamo l'eccesso di curtosi Bitcoin assume valore alto (12.2027) solo rispetto all'Euro (4.7109) ma non più elevato della Sterlina, che assume il valore più elevato (30.7392). Ciò vuol dire che i rendimenti grandi in valore assoluto sono più frequenti per la sterlina in questo periodo considerato rispetto a Bitcoin e Euro. Come ci si aspettava i rendimenti di Bitcoin sono caratterizzati da variabilità molto elevata (0,0641) se confrontato con quella dell'Euro (0,0056) e della Sterlina (0.0054). La Sterlina presenta una asimmetria più bassa verso valori negativi di bitcoin e euro. Una prima conclusione che ci può trarre da queste informazioni è che Bitcoin rende molto di più rispetto all'Euro e Sterlina, ma con una variabilità molto più alta, ciò vuol dire che presenta un rischio d'investimento molto elevato rispetto alle due valute tradizionali.

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Media	0,0053	-4.829e-05	-6.893e-05
Mediana	0,0020	7.065e-05	0
Minimo	-0,4700	-0,0265	-0.0840
Massimo	0,4996	0,0302	0.0298
Scarto quadratico medio	0,0641	0,0056	0.0054
Coeff. di variazione	12,081	117,24	78,811
Asimmetria	-0,0038	-0.0379	-1.7431
Eccesso di Curtosi	12.2027	4.7109	30.7392
Osservazioni	2132	2132	2132

**Tabella 4.1:** Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 2132

	Jarque-Bera Statistics	JB p-value
Rendimento BTC/USD	7542.1	< 0.01
Rendimento EUR/USD	261.91	< 0.01
Rendimento GBP/USD	69578	< 0.01

**Tabella 4.2:** Test di Jarque-Bera per l'ipotesi nulla di Normalità in distribuzione. Sotto l'ipotesi di nulla essa si distribuisce come un  $\chi^2(m)$ , dove m è il numero del campione. l'ipotesi viene rifiutato al livello del 5%

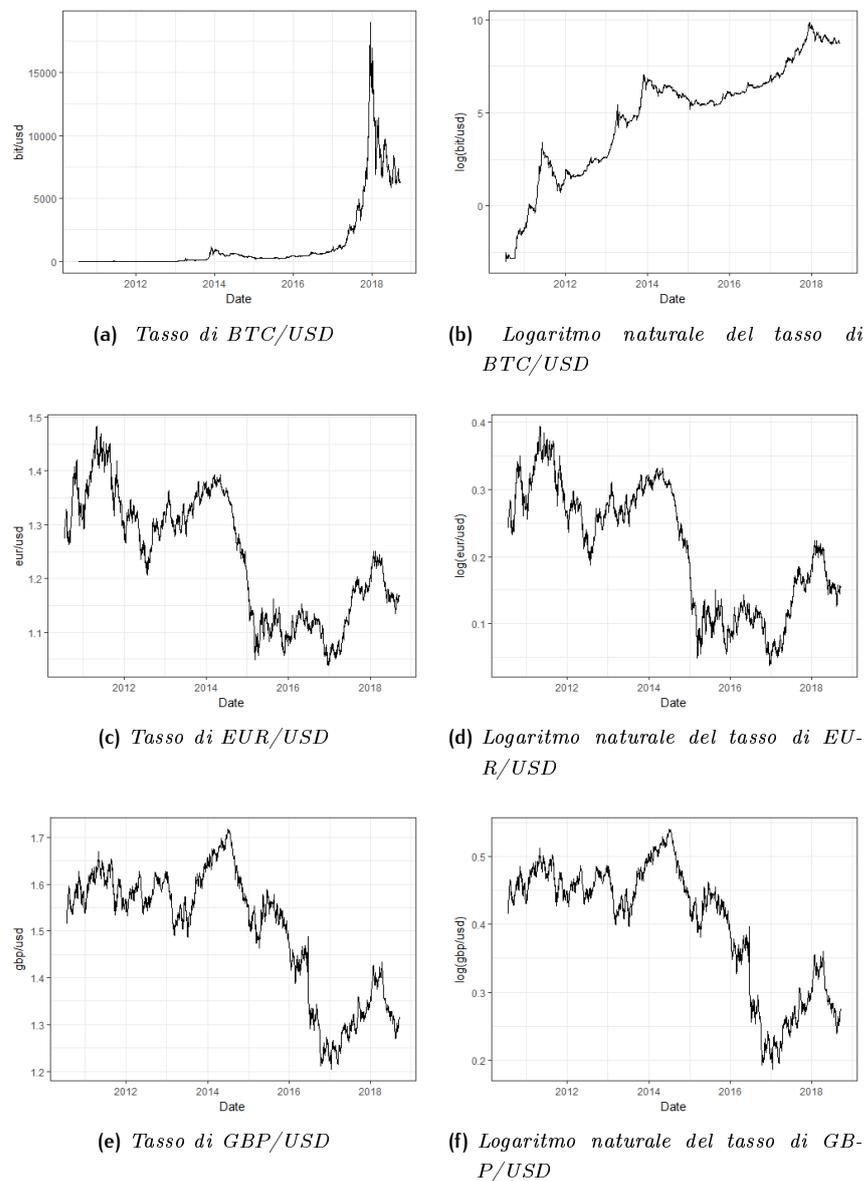


**Figura 4.1:** Le curve nere mostrano rispettivamente dalla sinistra la densità empirica della serie dei rendimenti di Bitcoin, EUR/USD e GBP/USD, sovrapposte con la densità della normale in rosso.

La Tabella 4.2 mostra i risultati della statistica test di Jarque-Bera per la verifica dell'ipotesi in normalità di distribuzione dei rendimenti, come si evince sia Bitcoin che le altre valute, la normalità in distribuzione è rifiutata al livello di 5%. La Figura 4.1 mostra rispettivamente le stime della densità di kernel delle serie dei rendimenti di Bitcoin, EUR/USD e GBP/USD, sovrapposte con la densità della distribuzione Normale di media e varianza pari a quelle dei rendimenti delle rispettive valute. La densità di EUR/USD e GBP/USD.

## 4.2 Analisi delle serie

Nella Figura 4.2 si mostrano a sinistra rispettivamente la serie storica dei tassi di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2018. Partendo dal grafico in alto a sinistra riferito al prezzo di Bitcoin, si evince come il suo valore sia cresciuto nel tempo. Inizialmente il prezzo di Bitcoin è relativamente costante, poi un aumento improvviso dal 2014 fino al raggiungere un massimo di 18960.52 dollari nel 18-12-2017. Il valore di Bitcoin nell'ultimo giorno di rilevazione era di 6325.86 dollari, un calo di oltre 66% in poco meno di un anno. Il tasso di cambio di EUR/USD e GBP/USD sembrano presentare fluttuazioni, si alternano periodi (anche piuttosto lunghi) di prezzo alto e basso. Nella Figura 4.2 a destra si mostrano la serie del logaritmo naturale del tasso



**Figura 4.2:** I Grafici a partire dall'alto mostra rispettivamente la serie storica del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2018, e il logaritmo naturale delle serie

di cambio BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 2010-07-19 al 2018-09-19. Come è evidente già dal grafico, e confermato da qualunque test di radice unitaria (Tabella 4.3), non c'è verso di poter considerare queste serie di tassi di cambio delle realizzazioni di processi intergrati di ordine zero  $I(0)$ .

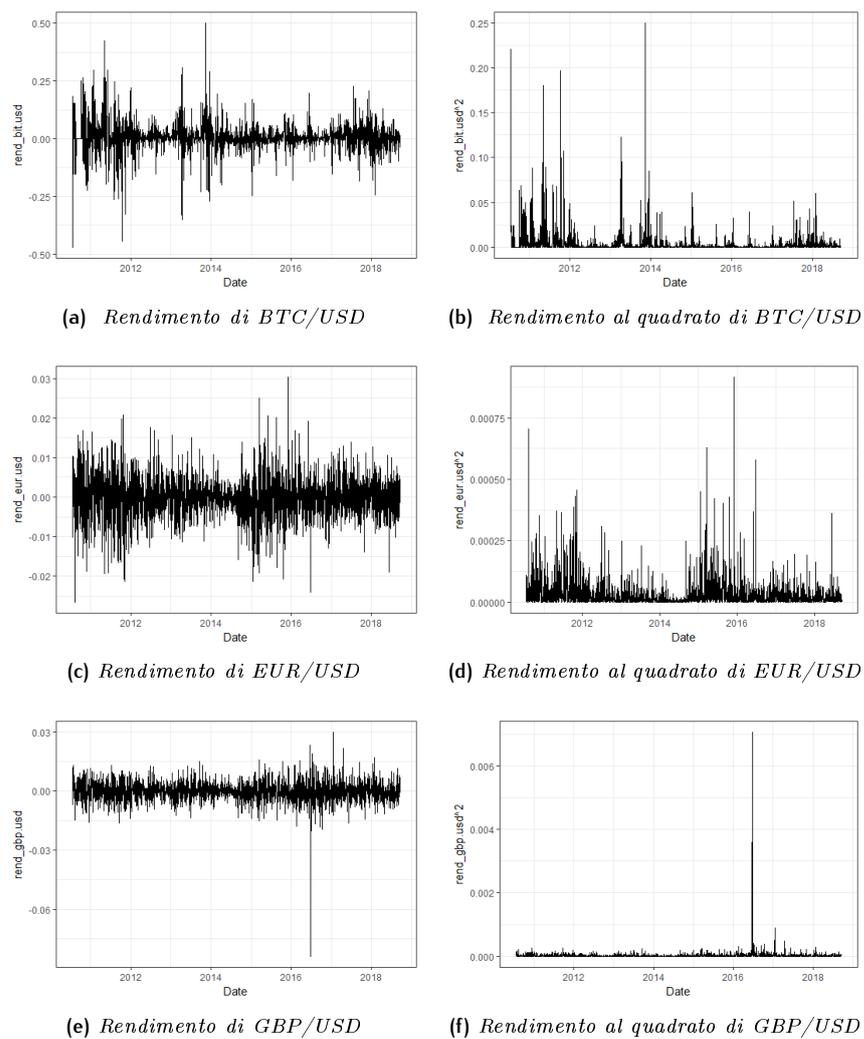
**Tabella 4.3:** Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Test statistico	-0.7932	-0.5138	-0.6545
P.value	0.428	0.607	0.513
Numero osservazioni	2133	2133	2133
Numero lag	0	0	0
Valore critico (10%)	-1.62	-1.62	-1.62
Valore critico (5%)	-1.95	-1.95	-1.95
Valore critico (1%)	-2.58	-2.58	-2.58

La maggior parte degli studi finanziari riguarda i rendimenti, anziché i prezzi, delle attività. Campbell, Lo e Mackinlay (John Y. Campbell e MacKinlay 1997) forniscono due ragioni principali per l'utilizzo dei rendimenti. Innanzitutto, per gli investitori medi, i rendimenti di un'attività sono una sintesi completa e un sommario dell'opportunità di investimento priva di scale. In secondo luogo, le serie di rendimenti sono più facili da gestire rispetto a quelle di prezzi perché le prime hanno proprietà statistiche più interessanti.

L'obiettivo di questo studio è confrontare le caratteristiche e la dinamica del BTC rispetto ad altre valute tradizionali. La volatilità è una quantità non direttamente osservabile, ma le sue caratteristiche sono presenti nella serie dei rendimenti. La Figura 4.3 mostra i grafici delle serie dei rendimenti delle tre valute e di fianco la serie dei rendimenti al quadrato, rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 2010-07-19 al 2018-09-18.

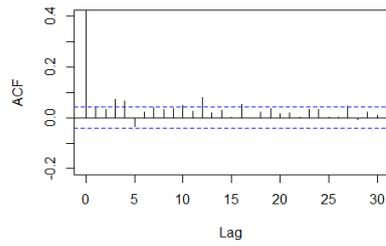
Le tre serie sono caratterizzati da periodi lunghi di alta volatilità e seguiti da periodi di relativa stabilità, questo è noto con *volatility clustering*. Inoltre si notano dei picchi di volatilità in istanti diversi di tempo, un'indicazione che i rendimenti sono eteroschedastici, queste sono tra le principali caratteristiche dei rendimenti di attività finanziarie, oltre alla stazionarietà in media, incorrelazione, distribuzione marginale simmetrica e leptocutiche. Dalla Figura 4.3 la prima cosa che si è nota che i rendimenti di Bitcoin assumono valori in un range più grande rispetto all'Euro e dollaro. Prima di addentrarci nella modellazione dei dati, è necessario valutare l'effetto ARCH nelle serie che stiamo considerando. Come descritto nel capitolo precedente riguardo le fasi di costruzione di un modello GARCH, la prima cosa da fare è specificare un'equazione media, testando



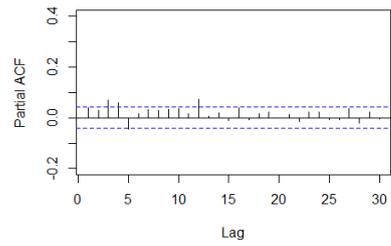
**Figura 4.3:** I tre grafici mostrano rispettivamente a partire in alto a sinistra, la serie storica dei rendimenti e rendimenti al quadrato del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2018

la dipendenza seriale nei dati, e se necessario, creando un modello econometrico (ARMA) per la serie di rendimenti per rimuovere qualsiasi dipendenza lineare (in questo studio non sarà necessario). Il test di Ljung-Box descritto nel capitolo 2 utilizzato per la verifica dell'ipotesi nulla di incorrelazione seriali dei rendimenti è un metodo statistico ampiamente utilizzato. Potremmo anche usare la ACF campionaria per verificare un eventuale incorrelazione dei rendimenti. La Figura 4.4 mostra l'ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti, rispettivamente per BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD. Come si nota, non sembrano esserci un'auto-correlazione seriali significative (anche parziale) nelle serie, quindi si utilizzerà direttamente  $r_t$  per verificare l'effetto ARCH. Un modo di verificare la presenza dell'effetto ARCH su  $r_t$ , oltre ai metodi specificati nel capitolo 3, è tramite l'ACF e PACF campionaria dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$  o assoluto. Le Figure 4.5 e Figura 4.6 mostrano l'ACF e PACF campionaria dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$  e assoluto, si evince la presenza di auto-correlazioni seriali significative, quindi c'è l'effetto ARCH sui rendimenti  $r_t$  dei tassi cambio delle tre valute considerate.

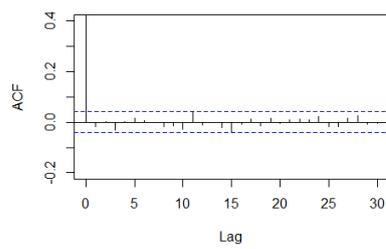
Facendo un'attenta analisi dei correlogrammi delle tre serie, notiamo che la persistenza nella volatilità delle tre serie è più visibile con i valori assoluti dei rendimenti piuttosto che con i quadrati. Tenendo conto di tutto ciò evidenziato dai dati, i rendimenti  $r_t$  delle tre serie si possono considerare non indipendenti. Nel paragrafo successivo si adatteranno diversi modelli per ciascuna delle serie. Un'altra cosa da considerare nella fase di modellazione della volatilità è l'effetto delle news sulla volatilità dei rendimenti. La volatilità sembra reagire in modo diverso a un forte aumento dei prezzi o ad un forte calo dei prezzi, indicato come effetto leva. Queste proprietà svolgono un ruolo importante nello sviluppo di modelli di volatilità. Alcuni modelli di volatilità sono stati proposti specificamente per correggere i punti deboli di quelli esistenti (es: GARCH) per la loro incapacità di cogliere le caratteristiche menzionate in precedenza. Ad esempio, il modello TGARCH è stato sviluppato per cogliere l'asimmetria della volatilità indicata da rendimenti patrimoniali "positivi" e "negativi".



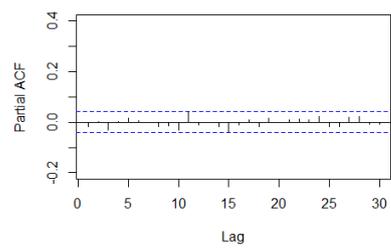
(a) *ACF rendimento di BTC/USD*



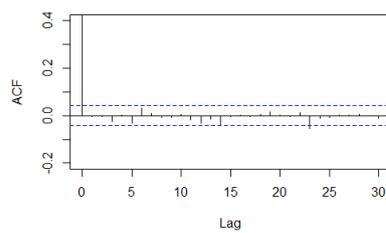
(b) *PACF rendimento di BTC/USD*



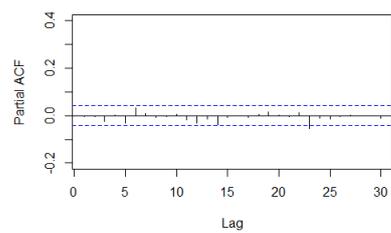
(c) *ACF rendimento di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento di EUR/USD*

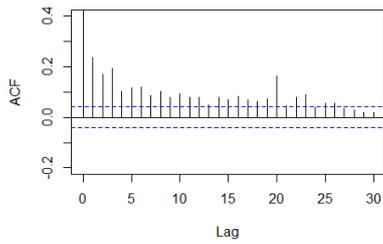


(e) *ACF rendimento di GBP/USD*

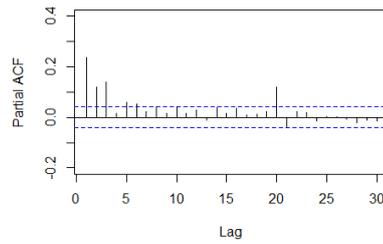


(f) *PACF rendimento di GBP/USD*

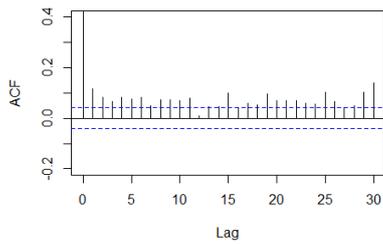
**Figura 4.4:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti  $r_t$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD



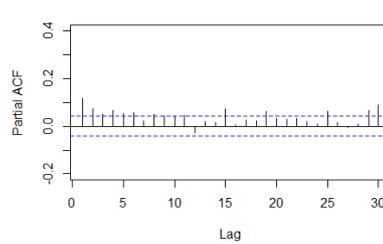
(a) *ACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



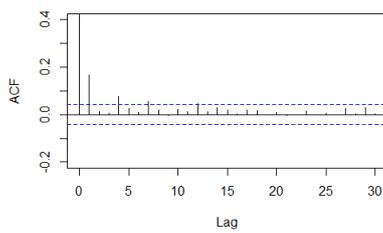
(b) *PACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



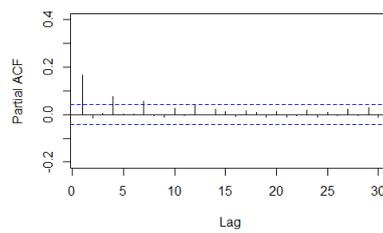
(c) *ACF rendimento quadrato di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento al quadrato di EUR/USD*

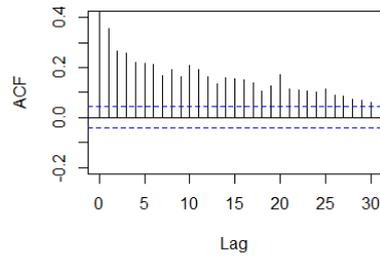


(e) *ACF rendimento quadrato di GBP/USD*

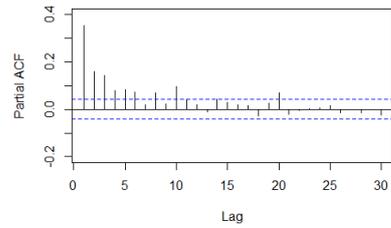


(f) *PACF rendimento al quadrato di GBP/USD*

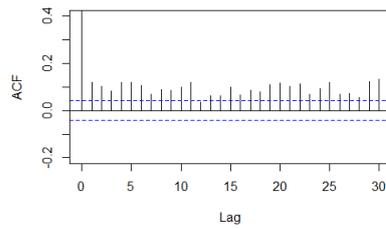
**Figura 4.5:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD



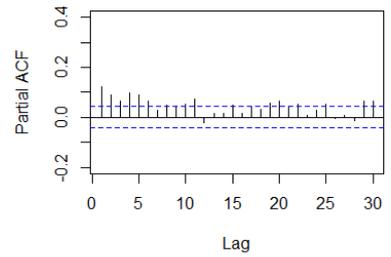
(a) *ACF rendimento assoluto di BTC/USD*



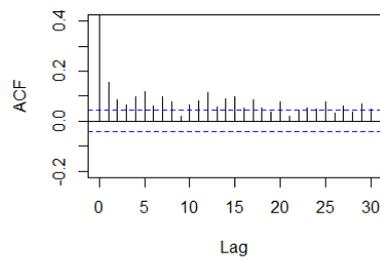
(b) *PACF rendimento assoluto di BTC/USD*



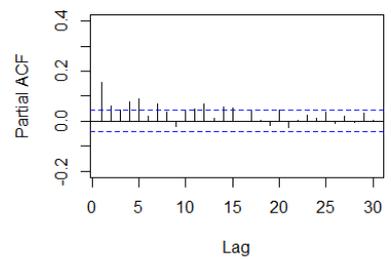
(c) *ACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(e) *ACF rendimento assoluto di GBP/USD*



(f) *PACF rendimento assoluto di GBP/USD*

**Figura 4.6:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti assoluti  $|r_t|$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD

### 4.3 Analisi dinamica delle serie

Quello che si intende fare è suddividere l'intero periodo di osservazione in sotto-periodi consecutivi. L'idea è quella di analizzare più dettagliatamente le caratteristiche dinamiche del Bitcoin rispetto alle due valute considerate, ovvero l'Euro e la Sterlina.

#### 4.3.1 Sotto-periodo dal 19-07-2010 al 19-07-2013

**Tabella 4.4:** Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di radice unitaria sulle serie dei prezzi

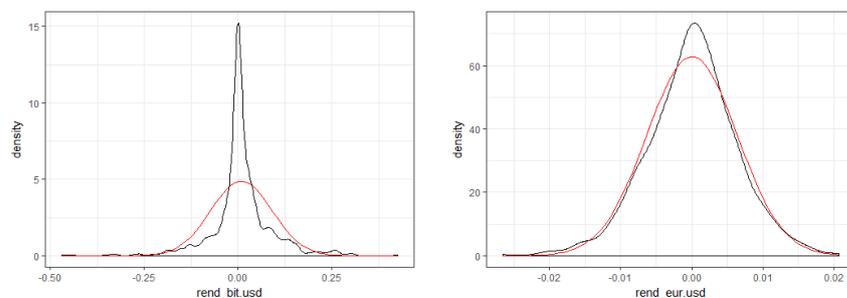
	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Test statistico	-0.8966	-0.0074	-0.0488
P.value	0.37	0.994	0.961
Numero osservazioni	785	785	785
Numero lag	0	0	0
Valore critico (10%)	-1.62	-1.62	-1.62
Valore critico (5%)	-1.95	-1.95	-1.95
Valore critico (1%)	-2.58	-2.58	-2.58

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Media	0.0088	2.399e-05	1.124e-05
Mediana	0	1.496e-04	1.230e-04
Minimo	-0.4700	-0.0265	-0.0161
Massimo	0.4245	0.0206	0.0133
Scarto quadratico medio	0.0817	0.0063	0.0048
Coeff. di variazione	9.284	262.6	427.04
Asimmetria	-0.2512	-0.1815	-0.1385
Eccesso di Curtosi	8.8777	3.7554	3.1748
Osservazioni	785	785	785

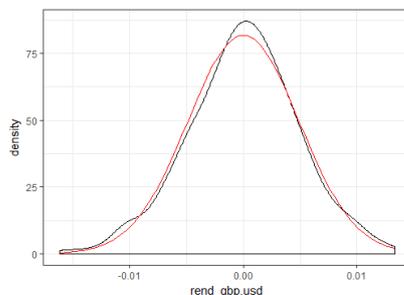
**Tabella 4.5:** Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 1 - 785

La Tabella 4.4 riporta i risultati del test di Dickey-Fuller per la verifica dell'ipotesi nulla di una radice unitaria. Tale test accetta l'ipotesi nulla, quindi che le tre serie dei prezzi siano generate da un processo Random-Walk, quindi non generate da processi integrati di ordine zero. Nella Tabella 4.5 si mostrano le caratteristiche descrittive delle tre serie di rendimenti dal periodo 19-07-2010

al 19-07-2013. Nel sotto-periodo considerato il rendimento medio giornaliero di Bitcoin è più elevato (0.0088) sia di quello dell'Euro che della Sterlina. Il rendimento giornaliero di bitcoin sembra essere caratterizzato da un eccesso di curtosi molto più elevato delle altre valute (leptocurtico), lo scarto quadratico medio evidenzia che Bitcoin presenta anche una variabilità molto più elevata rispetto ad Euro e Sterlina. Il rendimento giornaliero massimo osservato in questo periodo per Bitcoin è di (0.4245), mentre Euro e Sterlina sono rispettivamente (0.0206) e (0.0133), valori che sono molto inferiori a quello assunto dal Bitcoin. Il rendimento giornaliero più basso osservato in questo periodo è quello del Bitcoin (-0.4700), mentre per l'Euro e la Sterlina sono stati osservati valori molto più elevati se confrontati con Bitcoin. Si osserva una variabilità elevata per i rendimenti giornalieri per Bitcoin (0.0817) rispetto alle due valute considerate che sono rispettivamente (0.0063) e (0.0048).



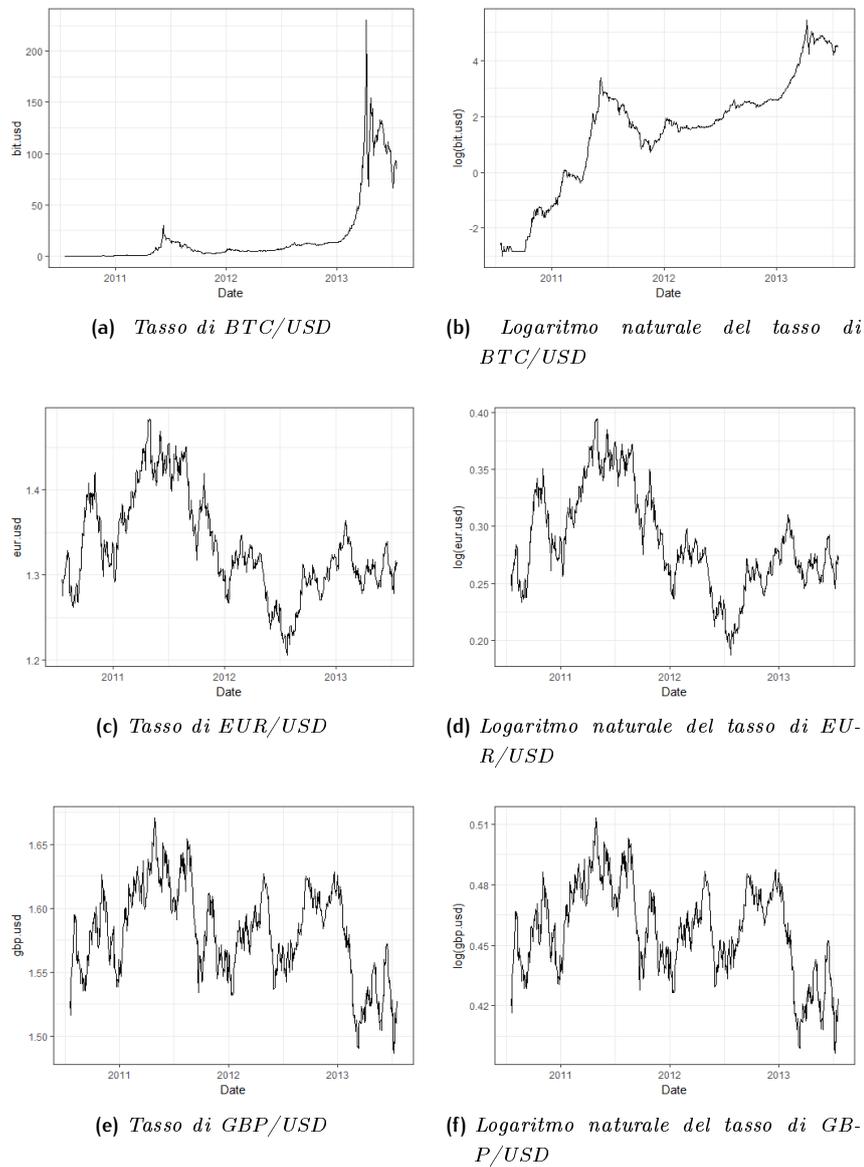
(a) *Densità del rendimento di BTC/USD*    (b) *Densità del rendimento di EUR/USD*



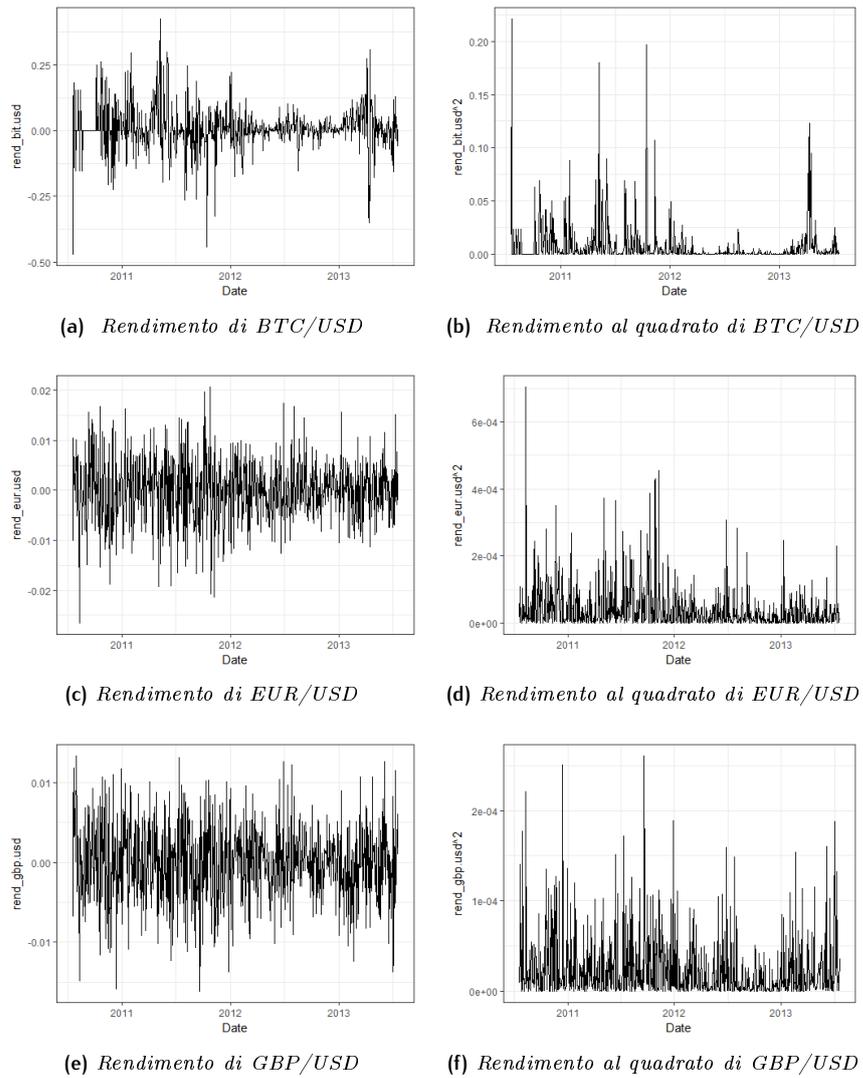
(c) *Densità del rendimento di GBP/USD*

**Figura 4.7:** Le curve *nera* mostrano rispettivamente dall'alto a sinistra, la densità empirica della serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD, sovrapposte con la densità della Normale in *rosso*. Periodo 19-07-2010 al 19-07-2013

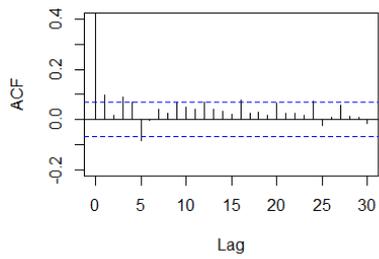
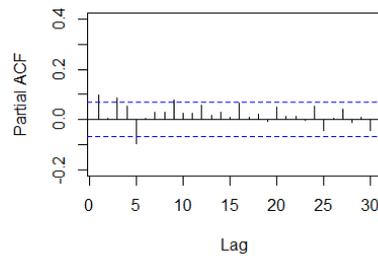
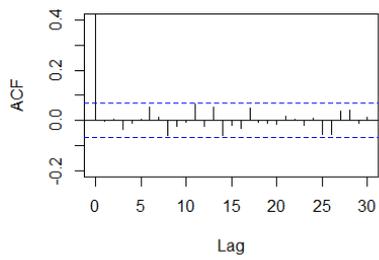
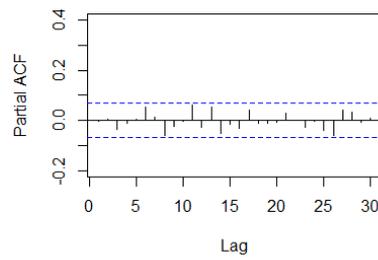
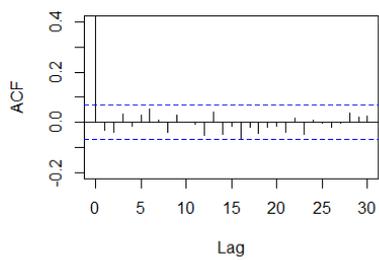
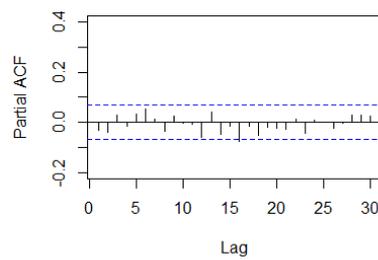
La Figura 4.11 mostra ACF e PACF campionaria delle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD, si nota da tale figura che la persistenza nella volatilità dei rendimenti del Bitcoin in questo sotto periodo è più forte se confrontato con le altre due valute prese in considerazione. Per evidenziare l'elevata persistenza nella volatilità del Bitcoin viene stimato un



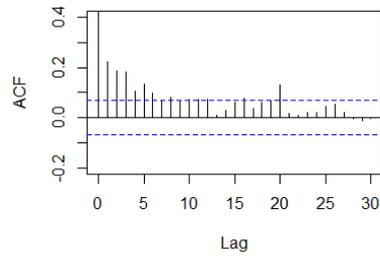
**Figura 4.8:** I tre grafici mostrano a rispettivamente a partire dall'alto a sinistra, la serie storica del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2013, e il logaritmo naturale delle serie



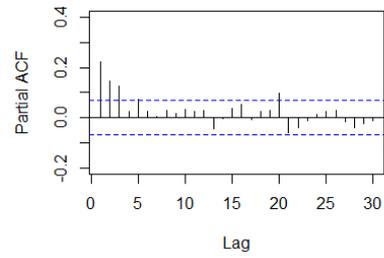
**Figura 4.9:** I tre grafici mostrano rispettivamente a partire dall'alto a sinistra, la serie storica dei rendimenti e rendimenti al quadrato del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2013

(a) *ACF rendimento di BTC/USD*(b) *PACF rendimento di BTC/USD*(c) *ACF rendimento di EUR/USD*(d) *PACF rendimento di EUR/USD*(e) *ACF rendimento di GBP/USD*(f) *PACF rendimento di GBP/USD*

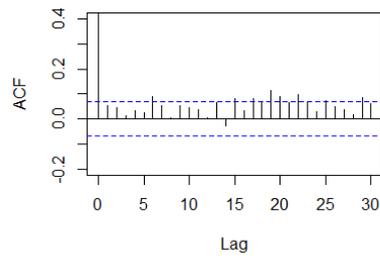
**Figura 4.10:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti  $r_t$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2013



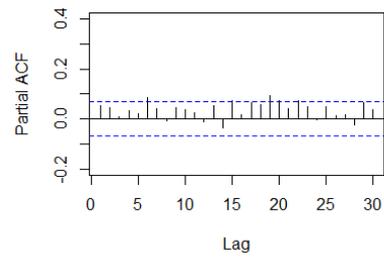
(a) *ACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



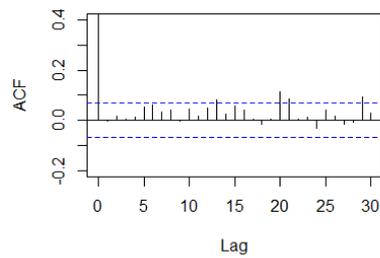
(b) *PACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



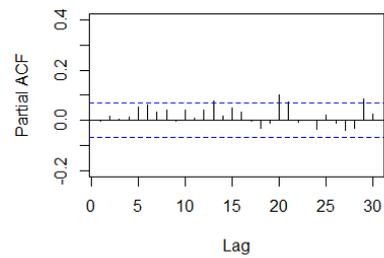
(c) *ACF rendimento quadrato di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento al quadrato di EUR/USD*

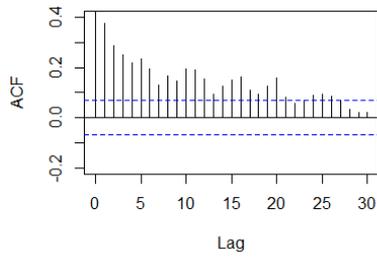


(e) *ACF rendimento quadrato di GBP/USD*

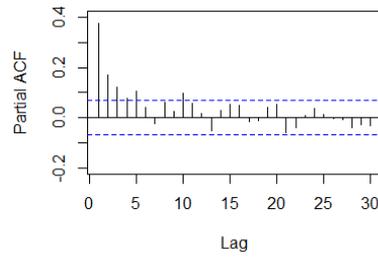


(f) *PACF rendimento al quadrato di GBP/USD*

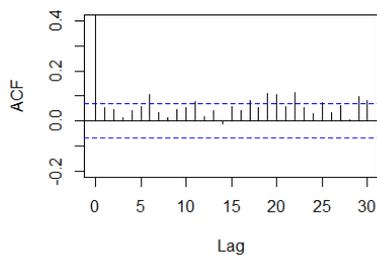
**Figura 4.11:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2013



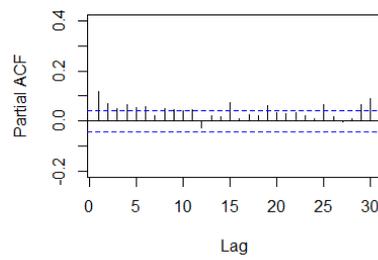
(a) *ACF rendimento assoluto di BTC/USD*



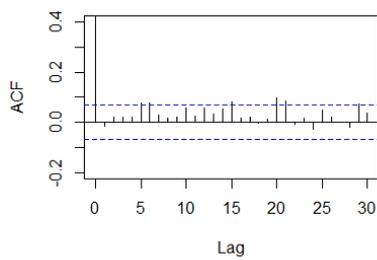
(b) *PACF rendimento assoluto di BTC/USD*



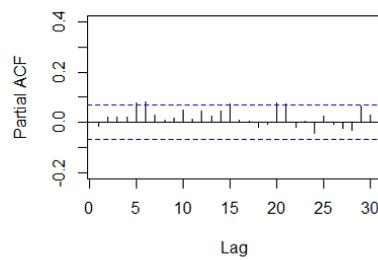
(c) *ACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(e) *ACF rendimento assoluto di GBP/USD*



(f) *PACF rendimento assoluto di GBP/USD*

**Figura 4.12:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti assoluti  $|r_t|$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2010 al 19-09-2013

modello GARCH(1,1), la Tabella 4.6 mostra le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) con distribuzione normale per l'innovazione  $z_t$ , e come si nota la persistenza misurata dal  $(\alpha + \beta)$ , vediamo che tale somma è più elevato per Bitcoin. Quindi si dimostrato che questo sotto-periodo preso in considerazione è caratterizzato da volatilità più alta per bitcoin confrontato con Euro e Sterlina.

GARCH(1,1)	$\omega$	$\alpha$	$\beta$
$z_t \sim N(0,1)$			
rendimento BTC/USD	0.0001 ( 2.761*)	0.1978 (4.3605*)	0.8011 (19.109*)
rendimento EUR/USD	1.860e-07 (0.6363)	0.02157 (7.227*)	0.9728 (286.504*)
rendimento GBP/USD	1.499e-7 (0.333)	0.0313 (3.579*)	0.9629 (107.299*)

**Tabella 4.6:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD 19-07-2010 al 19-09-2013, con la distribuzione Normale per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla di insignificatività del parametro è rigettato al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t

### 4.3.2 Sotto-periodo dal 22-07-2013 al 19-07-2016

**Tabella 4.7:** Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Test statistico	-0.2299	-1.2403	-0.91
P.value	0.818	0.994	0.363
Numero osservazioni	782	782	782
Numero lag	0	0	0
Valore critico (10%)	-1.62	-1.62	-1.62
Valore critico (5%)	-1.95	-1.95	-1.95
Valore critico (1%)	-2.58	-2.58	-2.58

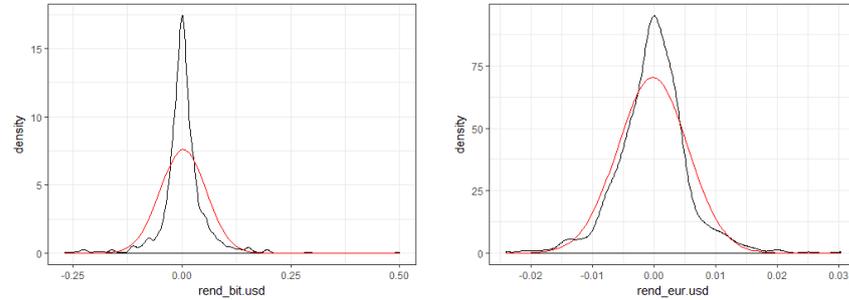
La Tabella 4.7 mostra i risultati del test di Dickey-Fuller per la verifica dell'ipotesi nulla di radice unitaria, tale test accetta la presenza di una radice unitaria sulle tre serie di tassi cambio, quindi che i dati siano generati da un processo Random-Walk. Nella Tabella 4.8 si riportano le statistiche descrittive

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Media	0.0026	-0.0002	-0.0002
Mediana	0.0013	-0.0001	1.230e-04
Minimo	-0.2696	-0.0241	-0.0840
Massimo	0.4996	0.0302	0.0234
Scarto quadratico medio	0.0524	0.0056	0.0059
Coeff. di variazione	20.041	24.622	30.849
Asimmetria	0.6977	0.1675	-3.6828
Eccesso di Curtosi	18.4988	5.9248	53.9474
Osservazioni	782	782	782

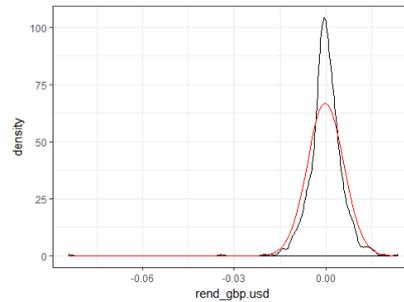
**Tabella 4.8:** Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 786 - 1567

calcolate sulle tre serie dei rendimenti per il sotto-periodo che parte dal 22-07-2013 al 19-07-2016. Il rendimento medio campionaria della serie dei rendimenti giornalieri di Bitcoin assume un valore positivo (0.0026) mentre i valori osservati per la media sulle due valute tradizionali sono negativi. Il massimo valore osservato dei rendimenti giornalieri è (0.4996) più grande dei valori assunti da tale statistica sia per l'Euro che la Sterlina, mentre il valore minimo è (-0.2696) più piccola dei valori assunti dalle due valute tradizionali combinate assieme. Lo scarto quadratico medio stimato dei rendimenti giornalieri di bitcoin è piuttosto elevato (0.0524) se confrontato con il valore assunto da tale statistica sia per l'Euro (0.0056) che per la Sterlina (0.0059). Data l'elevata variabilità investire su Bitcoin è decisamente più rischioso che un investimento fatto sull'Euro o sulla Sterlina, anche se bisogna tenere conto che Bitcoin rende molto di più.

La Figura 4.17 e Figura 4.18 mostrano rispettivamente la funzione di ACF e PACF campionaria delle tre serie dei rendimenti al quadrato e assoluto, dal 22-07-2013 al 19-07-2016, e come si evince, la persistenza presente nelle serie dei rendimenti di bitcoin è più forte se confrontato con ACF e PACF delle altre due valute, ovvero l'Euro e la Sterlina. Come fatto in precedenza per evidenziare l'elevata persistenza nella volatilità dei rendimenti di Bitcoin è stato stimato un modello GARCH(1,1). La Tabella 4.9 mostra le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) con distribuzione normale per l'innovazione  $z_t$ , e come si nota la persistenza misura dal  $(\alpha + \beta)$ , vediamo che tale somma è più elevato per bitcoin. Quindi si dimostrato che questo sotto-periodo preso in considerazione è caratterizzato da volatilità più alta per Bitcoin confrontato con Euro e Sterlina.



(a) *Densità del rendimento di BTC/USD*    (b) *Densità del rendimento di EUR/USD*

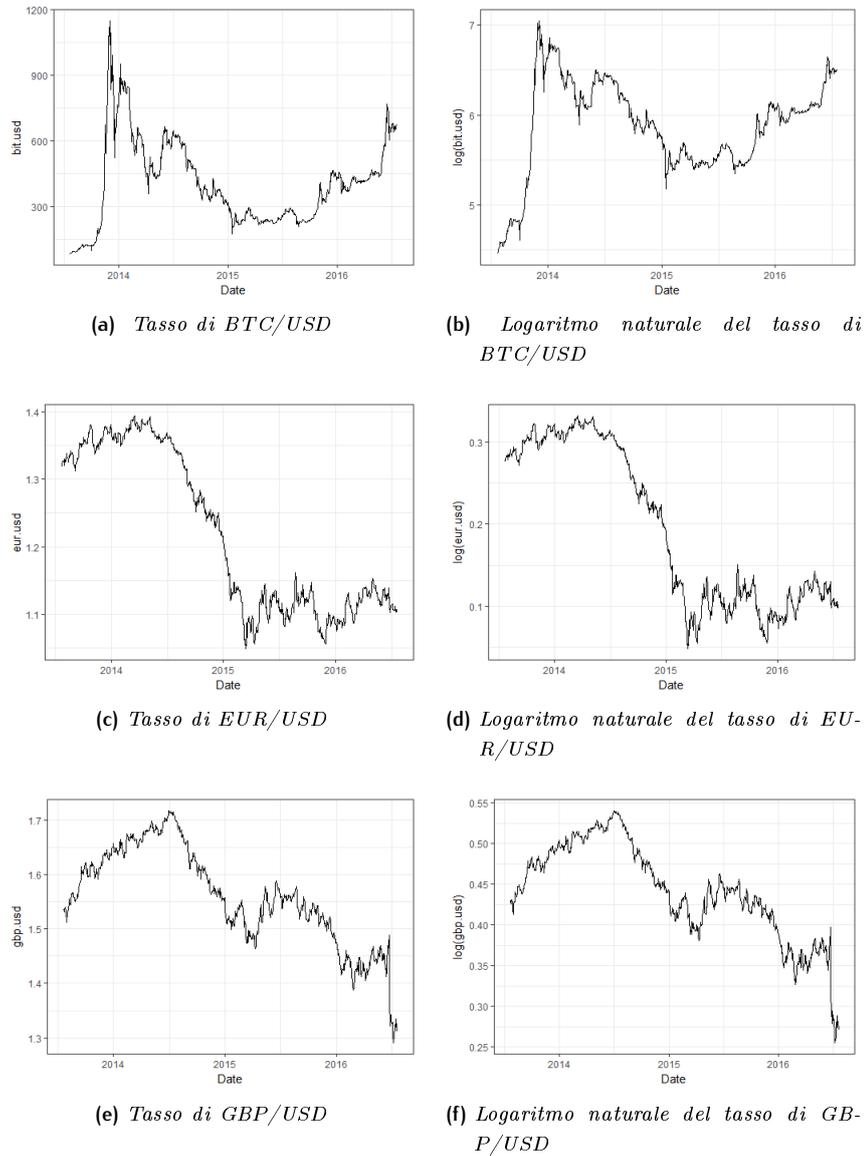


(c) *Densità del rendimento di GBP/USD*

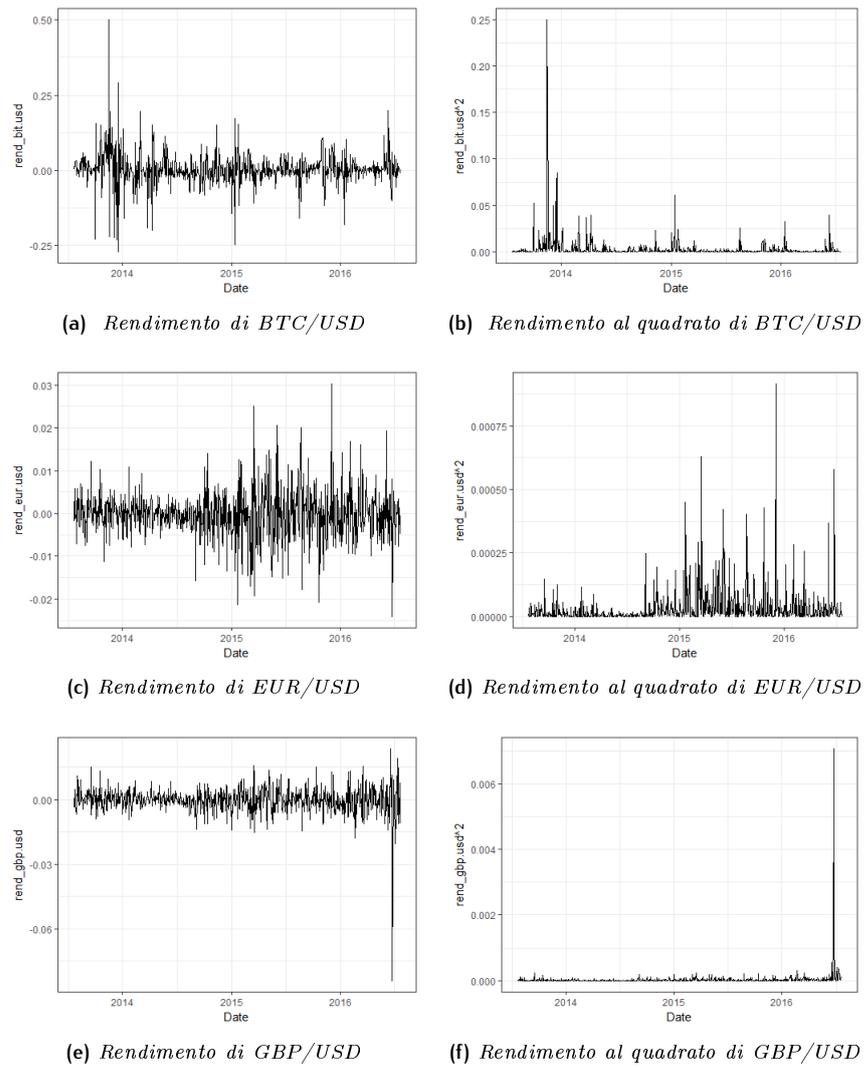
**Figura 4.13:** Le curve nere mostrano rispettivamente dalla sinistra la densità empirica della serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD, sovrapposte con la densità della Normale in rosso. Periodo 22-07-2013 al 19-07-2016.

GARCH(1,1)	$\omega$	$\alpha$	$\beta$
$z_t \sim N(0,1)$			
rendimento BTC/USD	1.244e-04 (3.8430*)	0.1351 (4.9268*)	0.8272 (26.9172*)
rendimento EUR/USD	1.018e-07 (0.0833)	0.0361 (2.0624*)	0.9622 (59.1681*)
rendimento GBP/USD	4.775e-07 (0.3369)	0.1197 (3.0504*)	0.8792 (24.3605*)

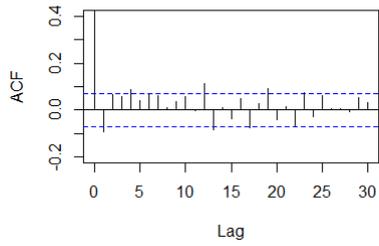
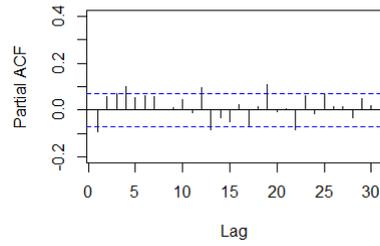
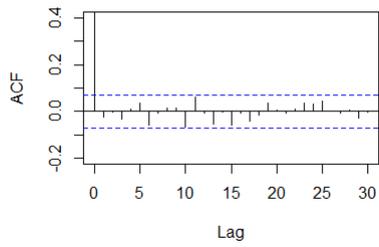
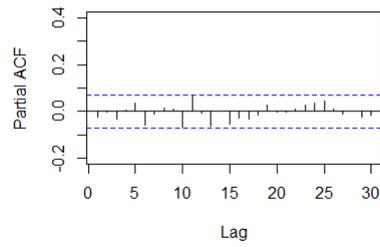
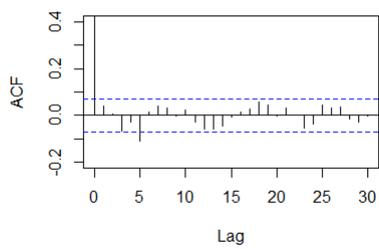
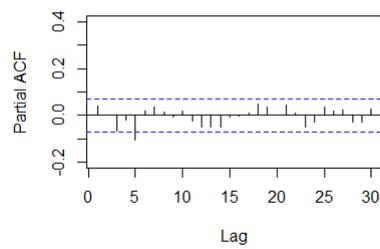
**Tabella 4.9:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016, con la distribuzione Normale per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla di insignificatività del parametro è rigettata al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t



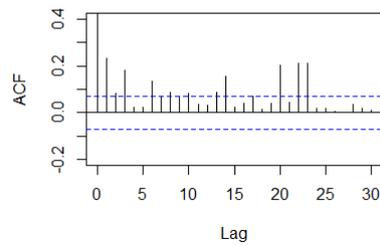
**Figura 4.14:** I Grafici a partire dall'alto mostra rispettivamente la serie storica del tasso di cambio BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016, e il logaritmo naturale delle serie



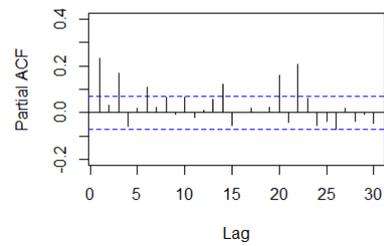
**Figura 4.15:** I tre grafici mostrano rispettivamente a partire in alto a sinistra, la serie storica dei rendimenti e rendimenti al quadrato del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016

(a) *ACF rendimento di BTC/USD*(b) *PACF rendimento di BTC/USD*(c) *ACF rendimento di EUR/USD*(d) *PACF rendimento di EUR/USD*(e) *ACF rendimento di GBP/USD*(f) *PACF rendimento di GBP/USD*

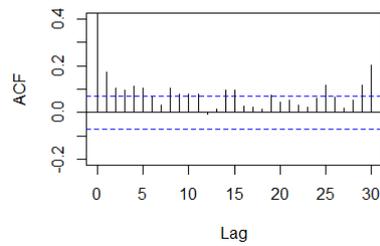
**Figura 4.16:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti  $r_t$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016



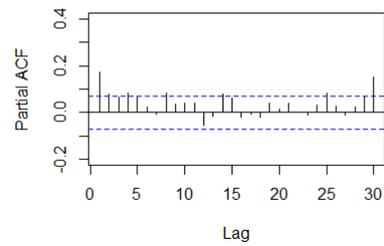
(a) *ACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



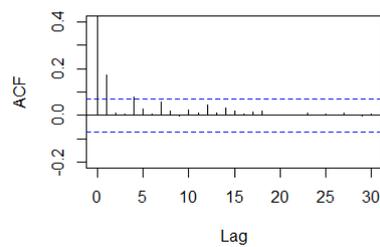
(b) *PACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



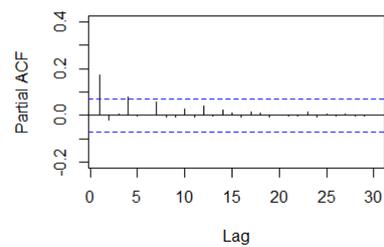
(c) *ACF rendimento quadrato di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento al quadrato di EUR/USD*

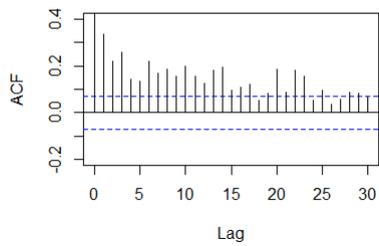


(e) *ACF rendimento quadrato di GBP/USD*

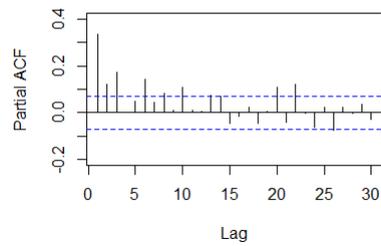


(f) *PACF rendimento al quadrato di GBP/USD*

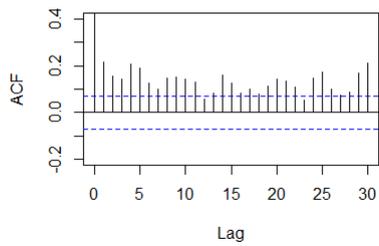
**Figura 4.17:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016



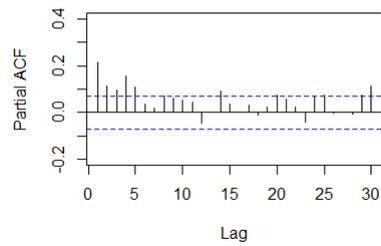
(a) *ACF rendimento assoluto di BTC/USD*



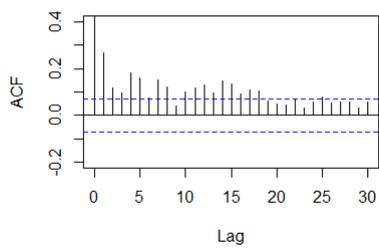
(b) *PACF rendimento assoluto di BTC/USD*



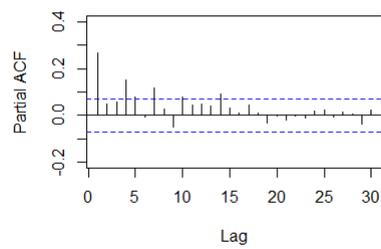
(c) *ACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(e) *ACF rendimento assoluto di GBP/USD*



(f) *PACF rendimento assoluto di GBP/USD*

**Figura 4.18:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti assoluti  $|r_t|$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 22-07-2013 al 19-07-2016

### 4.3.3 Sotto-periodo dal 20-07-2016 al 19-09-2018

**Tabella 4.10:** Test di Dickey-Fuller per verificare l'ipotesi nulla di una radice unitaria sulle serie dei prezzi

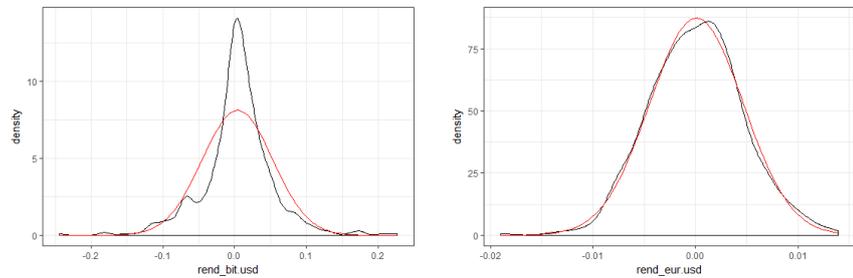
	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Test statistico	-0.4095	0.4716	-0.1036
P.value	0.682	0.637	0.917
Numero osservazioni	566	566	566
Numero lag	0	0	0
Valore critico (10%)	-1.62	-1.62	-1.62
Valore critico (5%)	-1.95	-1.95	-1.95
Valore critico (1%)	-2.58	-2.58	-2.58

	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
Media	0.0039	0.0001	-0.0000
Mediana	0.0045	0.0002	0.00008
Minimo	-0.2443	-0.0190	-0.0196
Massimo	0.2264	0.0139	0.0298
Scarto quadratico medio	0.0491	0.0045	0.0054
Coeff. di variazione	12.589	45	603.55
Asimmetria	-0.1122	-0.0109	0.2826
Eccesso di Curtosi	6.4567	3.3951	5.2471
Osservazioni	565	565	782

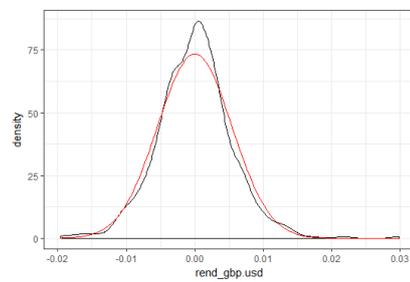
**Tabella 4.11:** Statistiche descrittive sulle serie dei rendimenti, usando le osservazioni 1567 - 2132

Si riportano Tabella 4.10 i risultati del test di Dickey-Fuller per la verifica dell'ipotesi di presenza di una radice unitaria sulle serie dei prezzi. In corrispondenza di ogni livello fissato tale test viene rifiutato, quindi la serie è generata da un processo Random-Walk. La Tabella 4.11 riporta le statistiche descrittive calcolate sulle tre serie dei rendimenti per il sotto-periodo che parte dal 20-07-2016 al 19-09-2018. La media campionaria della serie dei rendimenti giornalieri di Bitcoin è molto più grande rispetto all'Euro e la Sterlina. Il massimo valore del rendimento giornaliero è (0.2264) più grande dei valori osservati per l'Euro e la Sterlina, mentre il valore minimo è (-0.2443) molto più piccola dei valori assunti dalle altre due valute combinate assieme. La variabilità del rendimento giornaliero del Bitcoin è più elevato (0.0524) confrontato con l'Euro (0.0056)

e la Sterlina (0.0059), anche in questo sotto periodo investire su Bitcoin è più rischioso che un investimento fatto su l'Euro o la Sterlina.

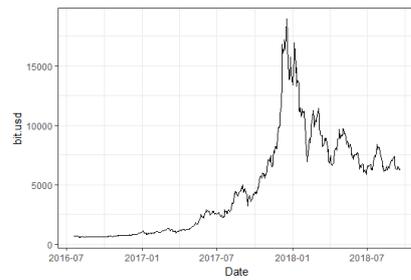


(a) *Densità del rendimento di BTC/USD*    (b) *Densità del rendimento di EUR/USD*

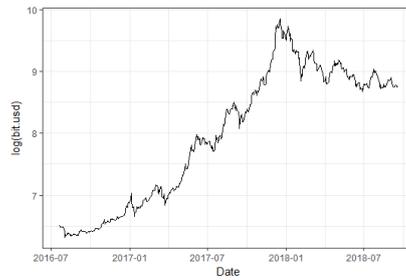


(c) *Densità del rendimento di GBP/USD*

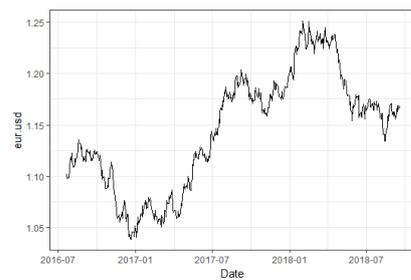
**Figura 4.19:** Le curve *nere* mostrano rispettivamente dalla sinistra la densità empirica della serie dei rendimenti di Bitcoin, EUR/USD e GBP/USD, sovrapposte con la densità della Normale in *rosso*. Periodo 20-07-2016 al 19-09-2018.



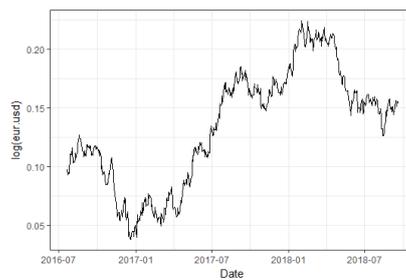
(a) Tasso di BTC/USD



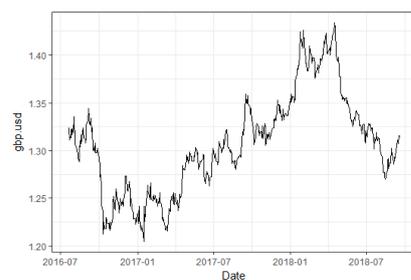
(b) Logaritmo naturale del tasso di BTC/USD



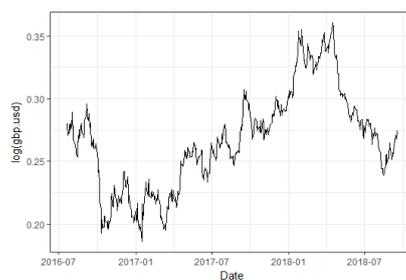
(c) Tasso di EUR/USD



(d) Logaritmo naturale del tasso di EUR/USD

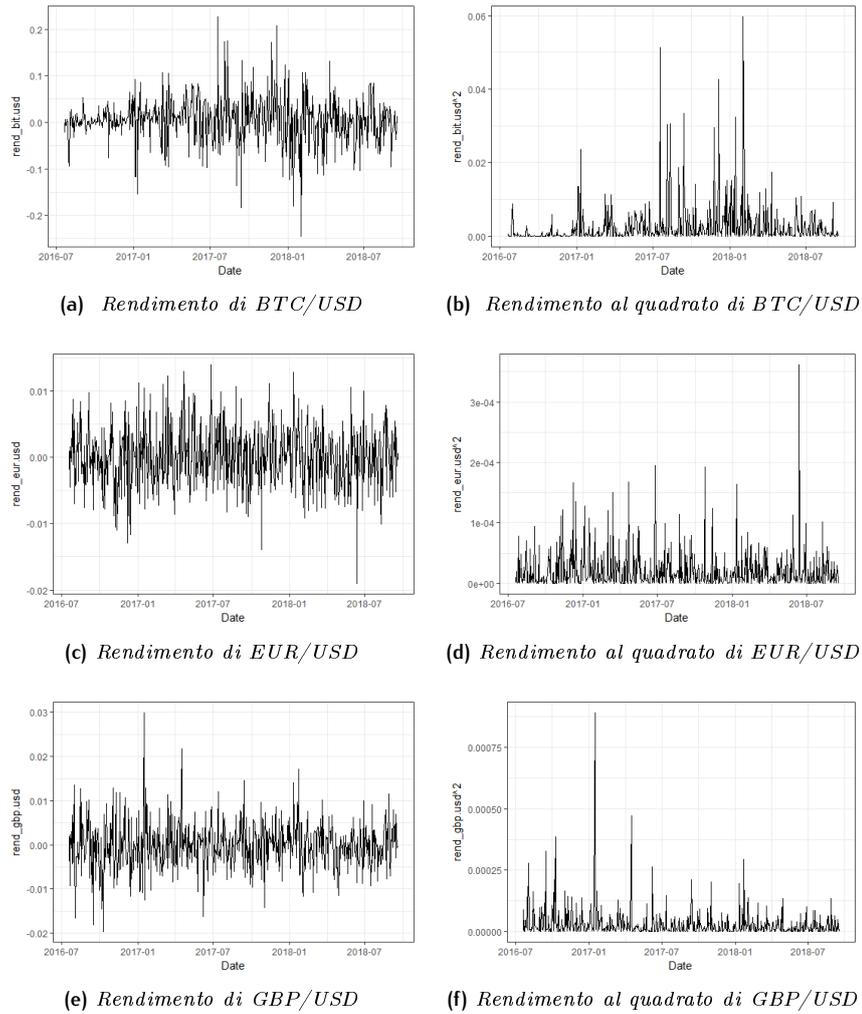


(e) Tasso di GBP/USD

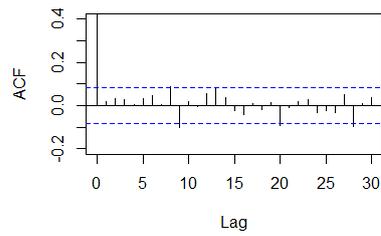
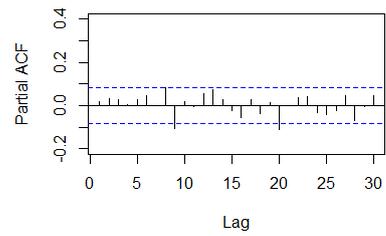
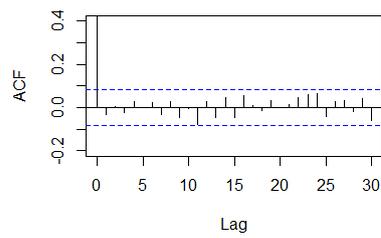
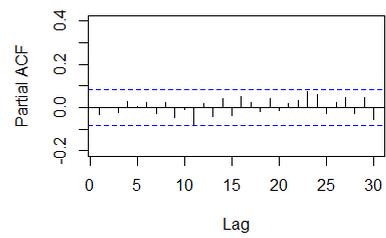
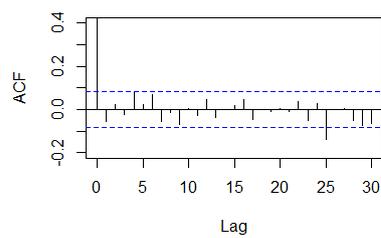
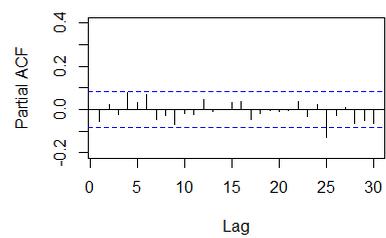


(f) Logaritmo naturale del tasso di GBP/USD

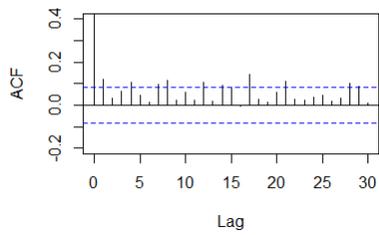
**Figura 4.20:** I Grafici a partire dall'alto mostra rispettivamente la serie storica del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018, e il logaritmo naturale delle serie



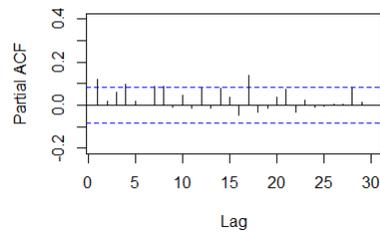
**Figura 4.21:** I tre grafici mostrano rispettivamente a partire in alto a sinistra, la serie storica dei rendimenti e rendimenti al quadrato del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018

(a) *ACF rendimento di BTC/USD*(b) *PACF rendimento di BTC/USD*(c) *ACF rendimento di EUR/USD*(d) *PACF rendimento di EUR/USD*(e) *ACF rendimento di GBP/USD*(f) *PACF rendimento di GBP/USD*

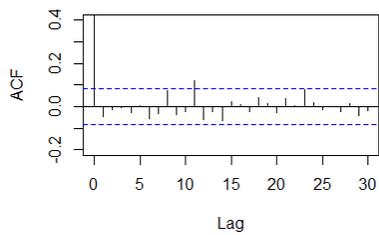
**Figura 4.22:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti  $r_t$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018



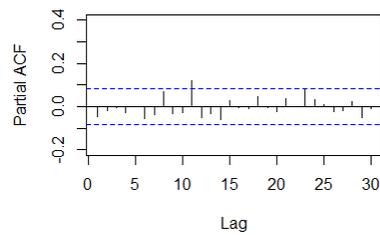
(a) *ACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



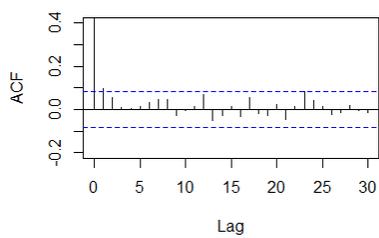
(b) *PACF rendimento al quadrato di BTC/USD*



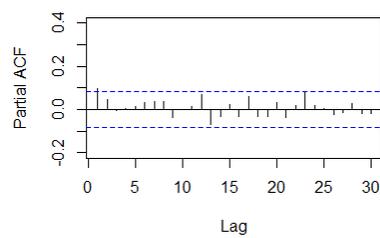
(c) *ACF rendimento quadrato di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento al quadrato di EUR/USD*

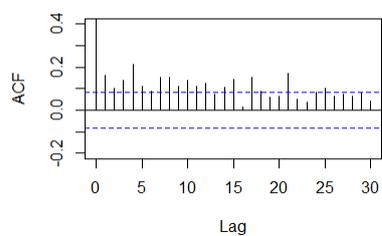


(e) *ACF rendimento quadrato di GBP/USD*

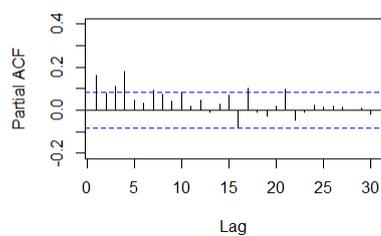


(f) *PACF rendimento al quadrato di GBP/USD*

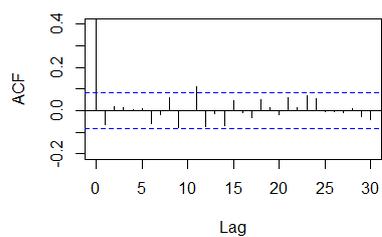
**Figura 4.23:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti al quadrato  $r_t^2$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018



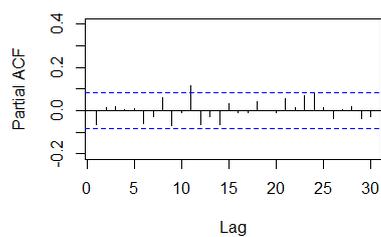
(a) *ACF rendimento assoluto di BTC/USD*



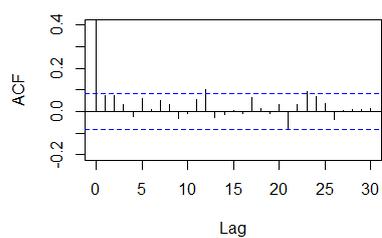
(b) *PACF rendimento assoluto di BTC/USD*



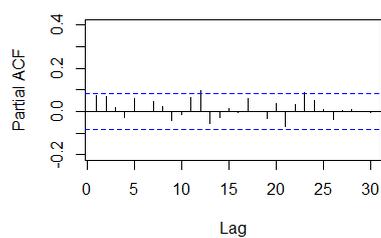
(c) *ACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(d) *PACF rendimento assoluto di EUR/USD*



(e) *ACF rendimento assoluto di GBP/USD*



(f) *PACF rendimento assoluto di GBP/USD*

**Figura 4.24:** ACF e PACF campionaria della serie dei rendimenti assoluti  $|r_t|$ , rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018

GARCH(1,1)	$\omega$	$\alpha$	$\beta$
$z_t \sim N(0,1)$			
rendimento BTC/USD	1.803e-05 (1.7705)	0.09886 (4.9374*)	0.9 (49.2620*)
rendimento EUR/USD	2.514e-08 (0.0682)	0.0029 (2.4995*)	0.9955 (738.4904*)
rendimento GBP/USD	3.457e-10 (8.6190)	0.0071 (7.6568*)	0.9916 (1.0623*)

**Tabella 4.12:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH(1,1) adattato alle tre serie dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 20-07-2016 al 19-09-2018, con la distribuzione Normale per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla di insignificatività è rigettata al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t

## 4.4 Stima dei modelli

Si vuole adattare i seguenti modelli di tipo GARCH alle tre serie di rendimenti: GARCH(1,1), TGARCH(1,1) e EGARCH(1,1). Verranno utilizzati le prime  $N=1532$  osservazioni consecutive per ciascuna serie, mentre le successive  $h=600$  saranno previste ad un passo in avanti (3.6). Non verranno considerati modelli per la media condizionela (ARMA) dato l'incorrelazione seriali nei rendimenti, Figura 4.4. Come descritto nel capitolo 3, il vettore di parametri  $\theta$  sarà stimato massimizzando la log-verosimiglianza condizionale  $\ln(\theta)$ . Esiste un pacchetto "rugarch" nel software RStudio che incorpora una funzione "ugarchfit" che adatta vari modelli GARCH alle serie storiche.

La Tabella 4.13 riporta le stime dei parametri del modello GARCH(1,1), TGARCH(1,1) e EGARCH(1,1) adattate alla serie dei rendimenti del tasso di cambio BTC/USD. Per il processo d'innovazione  $z_t$  è stato utilizzato prima la distribuzione Normale standard poi la distribuzione t di student. Per il modello GARCH i parametri risultano statisticamente significativi per le due distribuzioni. L'effetto leva  $\gamma$  non risulta significativa per TGARCH nelle due distribuzione considerate per  $z_t$ . Per il modello EGARCH l'effetto leva risulta significativa sia nel caso della distribuzione normale che t di student.

La Tabella 4.14 mostra le stime dei parametri dei modelli adattati alla serie dei rendimenti di EUR/USD. Per il modello GARCH sia con distribuzione normale che t di student, il paramtro  $\alpha$  non risulta statisticamente significativo. L'effetto leverage  $\gamma$  per il modello TGARCH è significativo per le due distribuzioni considerate per  $z_t$ , mentre l'effetto leverage è statisticamente significativo per il modello EGARCH.

La Tabella 4.15 mostra le stime dei modelli per la serie dei rendimenti del

	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\nu$
$z_t \sim N(0,1)$					
GARCH	8,119e-05 (4,235*)	0,1443 (6,352*)	0,8505 (39,73*)	— —	— —
TGARCH	3,937e-05 (3,097*)	0,0938 (6,228*)	0,9018 (59,97*)	0,1492 (3,571*)	— —
EGARCH	-0,4546 (-7,005*)	0,2865 (9,788*)	0,9546 (114,2*)	0,0365 (3,198*)	— —
$z_t \sim t_\nu(0,1)$					
GARCH	0,0001 (1,142)	1,4626 (1,220)	0,7455 (34,93*)	— —	2,1517 (15,93*)
TGARCH	7,377e-05 (1,064)	1,3734 (1,242)	0,7523 (36,05*)	0,0780 (1,943)	2,1568 (-19.4871*)
EGARCH	-0,4509 (-7,360*)	0,6107 (4,833*)	0,965 (114,0*)	0,0658 (2,181*)	2,2915 (16,94*)

**Tabella 4.13:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di BTC/USD, specificando la distribuzione Normale t di student per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla è rigettata al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t

	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\nu$
$z_t \sim N(0,1)$					
GARCH	1,108e-07 (2,326*)	0,0268 (5,653*)	0,969 (186,6*)	— —	— —
TGARCH	7,514e-08 (1,857)	0,0204 (4,372*)	0,9754 (205,6*)	0,260 (2,613*)	— —
EGARCH	-0,075 (-7,005*)	0,0519 (9,788*)	0,996 (114,2*)	-0,0238 (3,198*)	— —
$z_t \sim t_\nu(0,1)$					
GARCH	5,867e-08 (1,155)	0,0311 (5,396*)	0,9674 (165,1*)	— —	8,041 (6,432*)
TGARCH	3,946e-08 (0,8653)	0,0264 (4,637*)	0,9716 (175,4*)	0,1787 (2,025*)	8,287 (6,251*)
EGARCH	-0,0807 (-3,146*)	0,0654 (5,164*)	0,9971 (479,1*)	0,0192 (2,503*)	8,4106 (16,94*)

**Tabella 4.14:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di EUR/USD, specificando la distribuzione Normale t di student per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla è rigettata al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test t

tasso di cambio GBP/USD. Tutti i parametri risultano statisticamente significativi per il modello GARCH tranne il parametro  $\omega$ , con  $z_t$  distribuita come una normale standard. Per il modello TGARCH i parametri  $\omega$  e  $\alpha$  non sono significativi, mentre l'effetto leva è significativo per le due distribuzioni considerate. Nel modello EGARCH l'effetto leva  $\gamma$  non risulta significativo quando l'innovazione si distribuisce come una normale standard, ma nel caso della distribuzione  $t$  di studente risulta significativa.

	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\nu$
$z_t \sim N(0,1)$					
GARCH	4,735e-07 (2,352*)	0,0754 (6,257*)	0,9122 (57,50*)	— —	— —
TGARCH	5,075e-07 (2,350*)	0,0747 (6,112*)	0,9113 (55,39*)	-0,0562 (-1,022)	— —
EGARCH	-0,3878 (-4,130*)	0,1754 (7,732*)	0,975 (123,0*)	0,0077 (0,6182)	— —
$z_t \sim t_\nu(0,1)$					
GARCH	2,018e-07 (1,872)	0,0329 (3,798*)	0,959 (93,88*)	— —	6,815 (7,174*)
TGARCH	1,859e-07 (1,805)	0,0313 (3,591*)	0,9610 (94,91*)	0,12174 (1,183)	6,8429 (7,203*)
EGARCH	-0,1179 (-2,657*)	0,0594 (3,449)	0,9931 (291,7*)	-0,0279 (-3,021*)	7,0022 (7,206*)

**Tabella 4.15:** La tabella riporta le stime dei parametri del modello GARCH, TGARCH e EGARCH adattate alla serie dei rendimenti di GBP/USD, specificando la distribuzione Normale  $t$  di student per il processo di innovazione  $z_t$ . \* indica che l'ipotesi nulla è rigettata al livello fissato di 5%, e il valore tra le parentesi è il del test  $t$

## 4.5 Selezione e valutazioni

La previsione è ricavata dividendo il campione disponibile di ciascuna delle serie di rendimenti in due sottocampioni consecutivi, La stima dei modelli di tipo GARCH avviene all'interno del primo sottocampione ( $t = 1, 2, \dots, T_0$ ), mentre le previsioni della varianza condizionale vengono effettuate ad un giorno in avanti. In quest'ambito è importante sottolineare che le osservazioni campionarie del secondo sottocampione sono disponibili, quindi ciascuna previsione stimata e  $\hat{\sigma}_{T_0+1|T_0}^2, \dots, \hat{\sigma}_{T|T-1}^2$  sarà effettuata sfruttando questa informazione. Dal punto di vista tecnico, ciò equivale all'applicazione del modello (GARCH) stimato fino all'osservazione  $T_0=1532$  sui dati rilevati dal periodo  $T_0$  fino al periodo  $T$ , ovve-

ro dal 01/06/2016 al 19/09/2018. Quindi il set informativo  $I_{T_0}$  su cui si effettua il condizionamento viene aggiornato aggiungendo le informazioni campionarie del secondo sottocampione  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$ . Con le  $h=600$  previsioni della varianza condizionale ottenute per ciascun modello di classe GARCH stimato verranno costruiti i corrispettivi 600 intervalli di previsione per la serie di rendimenti  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  di ciascuna delle tre valute BTC, EUR, e GBP, variando il livello di confidenza  $\alpha_0 = (0.95, 0.9, 0.8 \text{ e } 0.7)$ . Si andrà poi a calcolare la frazione dei  $h$  rendimenti osservati del secondo sottocampione contenute nei corrispettivi intervalli di previsione. Con un test binomiale si verifica l'ipotesi nulla  $H_0: \pi = \alpha_0$ . Il modello migliore è quello che soddisfa tale ipotesi.

Qui si descrivono i passi utilizzati per la selezione del modello migliore tra i tre stimati per ciascuna delle tre serie di rendimenti.

- si ottengono le  $h$  previsioni della varianza condizionale  $\hat{\sigma}_{T_0+1|T_0}^2, \dots, \hat{\sigma}_{T|T-1}^2$ .
- Si stimano gli  $h$  intervalli di previsioni di livello  $\alpha_0 = (0.95, 0.9, 0.8, 0.7)$  per la serie dei rendimenti  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  del secondo sottocampione.
- Si calcola la copertura osservata dei  $h$  rendimenti  $r_{T_0+1}, r_{T_0+2}, \dots, r_T$  entro i corrispettivi intervalli di previsione per diversi  $\alpha_0$ .
- Poi si sceglie il modello migliore che soddisfa l'ipotesi nulla  $H_0: \alpha = \alpha_0$ , usato un test binomiale.

Nella Tabella 4.16 si mostrano le coperture osservate dei  $h=600$  rendimenti  $r_{T_0+j}$  nei vari intervalli di previsione per ciascuna delle serie di rendimenti del secondo campione, rispettivamente di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD. La prima colonna  $\alpha$  mostra i quattro livelli di confidenza usati, mentre le altre tre colonne evidenziano le coperture osservate dei  $r_{T_0+j}$  nei intervalli. L'asterisco indica che l'ipotesi nulla è rigettata al livello di 5%, 10%, 20% e 30%. Confrontando le coperture della colonna BTC/USD sia per la distribuzione normale che  $t$  di student, si nota che il GARCH(1,1) con la distribuzione normale per  $z_t$  ha valori più i primi due valori non significative, mentre il modello con  $t$  di student ha le quattro valori significative. Quindi il modello GARCH(1,1) con distribuzione normale è preferibile rispetto al caso della distribuzione  $t$  di student. Per quanto concerne il cambio EUR/USD il modello GARCH(1,1) con distribuzione  $t$  di studente è preferibile, i primi tre valori sono statisticamente non significative, e il modello con distribuzione normale ha i primi due valori non significative. Nel caso dei rendimenti di GBP/USD si GARCH(1,1) con distribuzione normale che  $t$  di student sono simili, gli ultimi valori delle coperture non sono significative nei due casi, si preferisce sempre il modello più parsimonioso.

Come al caso per il modello GARCH(1,1), la Tabella 4.17 mostra le coperture osservate dei rendimenti  $r_{T_0+j}$  nei vari intervalli usando il modello TGARCH(1,1) sia con la distribuzione normale che  $t$  di student per il processo d'innovazione

GARCH(1,1) con $z_t \sim N(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.945	0.9566	0.9433
0.9	0.9216	0.91	0.9016
0.8	0.865*	0.8233*	0.8283*
0.7	0.7916*	0.7333*	0.755*
GARCH(1,1) con $z_t \sim t_v(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.9283*	0.955	0.9483
0.9	0.8983	0.9066	0.9083
0.8	0.83*	0.82	0.8383*
0.7	0.7583*	0.7266*	0.7533*

**Tabella 4.16:** Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello GARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con  $t$  di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30%, e il valore tra le parentesi è il del test  $t$

TGARCH(1,1) con $z_t \sim N(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.9416	0.9533	0.9433
0.9	0.9216	0.905	0.8966
0.8	0.855*	0.815	0.83*
0.7	0.7883*	0.715	0.755*
TGARCH(1,1) con $z_t \sim t_v(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.9333	0.9516	0.9533
0.9	0.8983	0.905	0.895
0.8	0.835*	0.8116	0.8133
0.7	0.7666*	0.715	0.7383*

**Tabella 4.17:** Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello TGARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con  $t$  di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha_0$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30%

$z_t$ . Osservando le coperture osservate della colonna BTC/USD, il modello TAGRCH(1,1) con distribuzione normale e t di studente sembrano simili, solo i primi due valori risultano non significativi, comunque si tende sempre a preferire il modello più parsimonioso. Quindi TGARCH(1,1) con distribuzione normale viene privilegiato.

Per il rendimento di EUR/USD sia per la distribuzione normale che t di studente le coperture osservate non sono statisticamente significative per tutti i livelli. Anche in questo caso si sceglie il modello più parsimonioso. Quindi TGARCH(1,1) con distribuzione normale per il processo d'innovazione  $z_t$  viene scelto in questo caso. Mentre per la colonna di GBP/USD la copertura osservata per le prime tre righe della distribuzione t di student sono non significative, e solo i primi due per la normale. Quindi la scelta cade sul modello TGARCH(1,1) con distribuzione t di student per il processo d'innovazione  $z_t$ . Nella Tabella 4.18 troviamo

EGARCH(1,1) con $z_t \sim N(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.955	0.955	0.9433
0.9	0.935*	0.9116	0.8966
0.8	0.8733*	0.825*	0.83*
0.7	0.8116*	0.7333*	0.755*
EGARCH(1,1) con $z_t \sim t_v(0,1)$			
$\alpha_0$	BTC/USD	EUR/USD	GBP/USD
0.95	0.9933*	0.9583	0.9516
0.9	0.9933*	0.9133	0.8966
0.8	0.9816*	0.825*	0.8116
0.7	0.94*	0.7333*	0.7333*

**Tabella 4.18:** Si riporta le coperture osservate dei  $h = 600$  rendimenti del secondo sottocampione nei vari intervalli di previsioni costruite usando il modello EGARCH(1,1) sia con distribuzione normale che con t di student per  $z_t$ . Nella prima colonna abbiamo il livello di confidenza  $\alpha_0$ , le altre tre colonne sono le tre valute considerate. \*Indica la significatività del test al livello di 5%, 10%, 20% e 30%

le coperture osservate dei  $r_{t+j}$  entro gli intervalli di previsione stimate. Come nei casi precedenti le tre colonne: BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD mostrano le coperture osservate dei  $h=600$  rendimenti del secondo sottocampione  $r_{T_0+j}$  con  $j=1, \dots, T$  entro i vari intervalli di previsione. Nella colonna BTC/USD notiamo che nel modello EGARCH(1,1) solo il primo valore è non significativo per la distribuzione normale a differenza del caso della t di student dove i valori sono tutte statisticamente significative. Il modello EGARCH(1,1) con la distribuzione normale è più adatto in questo specifico caso. Sia per la colonna EUR/USD che

GBP/USD si è scelto EGARCH(1,1) con distribuzione normale e t di student come miglior modello.

In conclusione per il rendimento di BTC/USD il modello scelto tra i tre migliori selezionati è TGARCH(1,1) con distribuzione normale per il processo d'innovazione  $z_t$ . Per il rendimento EUR/USD si è arrivata alla scelta del modello TGARCH(1,1) con distribuzione normale, che risulta la migliore tra i tre selezionati. Mentre per quanto riguarda il rendimento di GBP/USD il modello migliore risulta essere il TGARCH(1,1) con distribuzione t di student con 10.8565 gradi di libertà  $v$  (stimato), che risulta la migliore tra i tre migliori selezionati.

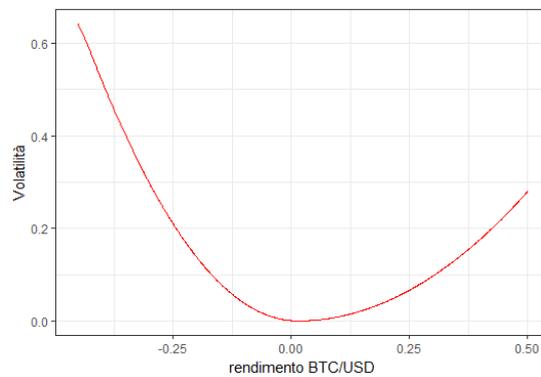
## 4.6 Previsione e conclusione

Come spiegato nei paragrafi precedenti, una delle cose da considerare nella fase di modellazione della volatilità è l'effetto delle news sulla volatilità dei rendimenti. La volatilità sembra reagire in modo diverso a un forte aumento dei prezzi o ad un forte calo dei prezzi, indicato come effetto leva.

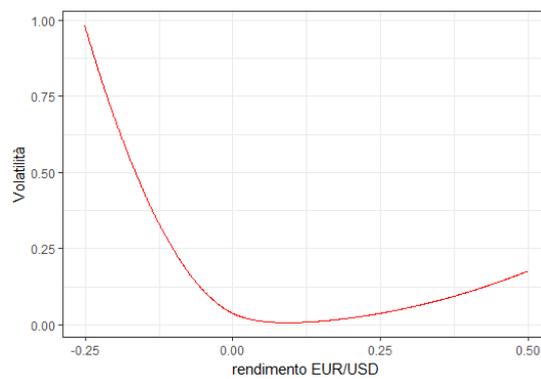
La Figura 4.25 mostra la curva d'impatto delle news sulla volatilità dei rendimenti giornalieri del Bitcoin. Come si evince tale curva mostra un effetto asimmetrico leggermente evidente, qualcosa di atteso poichè il parametro di leva  $\gamma$  nel modello TGARCH(1,1) stimato risultata significativo (4.13). L'effetto delle news si nota anche per le altre due valute tradizionali considerate. Quindi le tre serie sono caratterizzate dall'effetto leva che fa aumentare di più la volatilità dei rendimenti in presenza di notizie negative. Le previsioni della volatilità  $\hat{\sigma}_{T_0+j|T_0+j-1}^2$  ad un giorno in avanti dei rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD sono riportati nella Figura 4.28, e a fianco troviamo gli intervalli di previsioni dei rendimenti  $r_{T_0+j}$  di livello 95%. Le previsioni di Bitcoin sono state effettuate con il modello TGARCH(1,1) con distribuzione normale per il processo di innovazione  $z_t$ . Anche per i rendimenti di EUR/USD, le previsioni sono stimate con il modello TGARCH(1,1) con distribuzione normale per l'innovazione  $z_t$ . Mentre per i rendimenti di GBP/USD le previsioni sono state effettuate con TGARCH(1,1) con distribuzione t di student con 10.8565 gradi di libertà  $v$  (stimato) per l'innovazione  $z_t$ .

Confrontando le tre previsioni della varianza condizionale notiamo che, sembrano relativamente costanti sia per EUR/USD che per GBP/USD, le previsioni per Bitcoin è decisamente più variabile dal un giorno all'altro rispetto a quelle delle altre due valute, che è dovuta alla maggior persistenza misurata da  $(\alpha+\gamma)+\beta < 1$ .

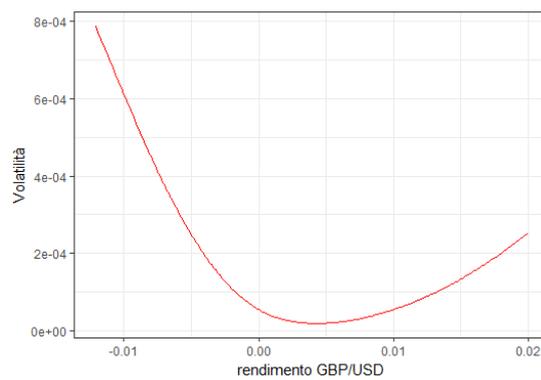
La stabilità di valore che è una tra le caratteristiche di qualsiasi moneta, poichè senza questo requisito la moneta stessa perde di significato e quindi verrebbe meno alla missione per la quale è stato compiuto. Per ciascuno dei sotto-periodi



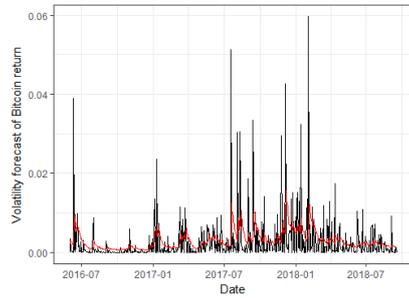
**Figura 4.25:** La curva rappresenta l'effetto dei rendimenti negativi e positivi sulla volatilità dei rendimenti di BCT/USD



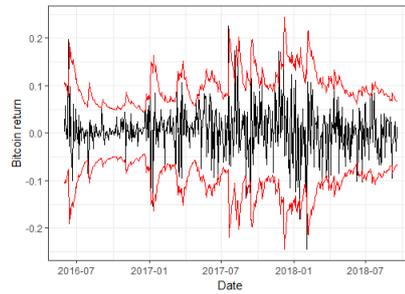
**Figura 4.26:** La curva rappresenta l'effetto dei rendimenti negativi e positivi sulla volatilità dei rendimenti di EUR/USD



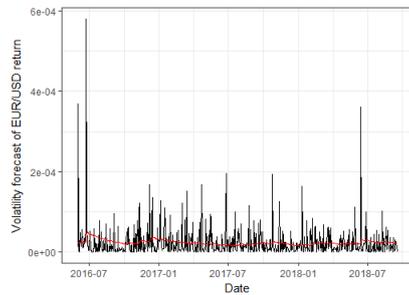
**Figura 4.27:** La curva rappresenta l'effetto dei rendimenti negativi e positivi sulla volatilità dei rendimenti di GBP/USD



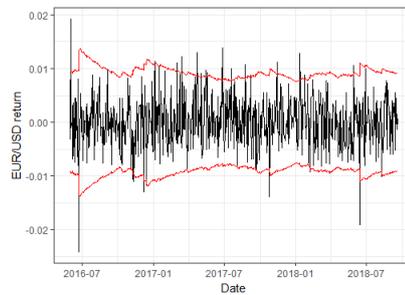
(a) Previsione della varianza condizionale del rendimento di BTC/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim N(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18



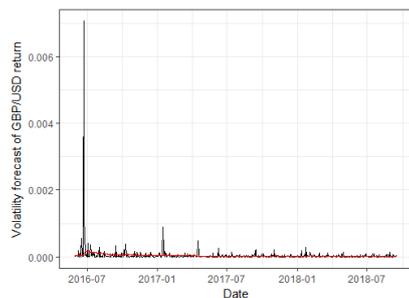
(b) Intervalli di previsione del rendimento di BTC/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim N(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18



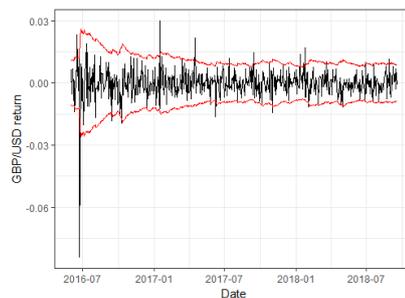
(c) Previsione della varianza condizionale del rendimento di EUR/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim t_v(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18



(d) Intervalli di previsione del rendimento di EUR/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim t_v(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18



(e) Previsione della varianza condizionale del rendimento di GBP/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim t_v(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18



(f) Intervalli di previsione del rendimento di GBP/USD con  $TGARCH(1,1)$  e  $z_t \sim t_v(0,1)$  dal 2016-06-01 al 2018-09-18

**Figura 4.28:** A sinistra troviamo le previsioni della varianza condizionale stimate ad un giorno in avanti per il rendimento del tasso di cambio BIT/USD, EUR/USD e GBP/USD dal 19-07-2016 al 19-09-2018 in rosso a confronto con la serie dei rendimenti al quadrato  $r_{T_0+j}^2$ , e a fianco a destra gli intervalli di previsioni del livello di 95% per  $r_{T_0+j}$  in rosso.

---

considerati in questo studio la persistenza nella volatilità di Bitcoin risultava elevata, quando confrontato con l'Euro o con la Sterlina, inoltre le statistiche descrittive mostravano valori elevati per Bitcoin, nonché molto lontani da quelli delle due valute tradizionali. Tendendo conto delle informazioni riguardo la dinamica temporale della volatilità di Bitcoin in questo studio si può arrivare ad una conclusione che Bitcoin non può essere considerata come una valuta reale quanto la Sterlina o Euro, dato che quest'ultimi risultavano spesso stabili in tutto il periodo considerato e molto simili a differenza del Bitcoin.

# Appendice A

## Codice R utilizzato

Sono riportati i comandi R utilizzati nella fase di esplorazione e di analisi delle serie e sotto periodi delle serie. Successivamente verranno stimati tre modelli di tipo GARCH: GARCH(1,1), TGARCH(1,1) e EGARCH(1,1) usando due distribuzioni diverse per il processo d'innovazione  $z_t$ . Sono riportati inoltre i comandi R usati per la stima delle previsioni della volatilità e il test binomiale per verificare l'ipotesi nulla su  $\alpha$ .

### Codice A.1: Analisi delle serie

```
rm(list = ls())
library(ggplot2)

#.....CAMBIO BTC/USD.....
#....https://www.coindesk.com/price/.....
bit=read.csv(file="coindesk-bpi-USD.csv",header = T)
str(bit)

#....CAMBIO EUR/USD.....
#.https://it.investing.com/currencies/eur-usd-historical-data...
eur=read.csv(file="EURUSD Dati Storici.csv",header = T,dec = ",")
str(eur)
head(eur)

#.....CAMBIO GBP/USD.....
#.https://it.investing.com/currencies/gbp-usd-historical-data
gbp=read.csv(file="GBPUSD Dati Storici.csv",header = T,dec = ",")
str(gbp)

#...combinò le tre dataset in un unico dataset di nome data...
data=merge(eur[,1:2],gbp[,1:2],by=names(eur)[1],sort=F)
```

```

colnames(data)[1]="Date"
data=merge(data,bit,by=names(data)[1],sort = F)
data=data[2133:1,]
colnames(data)[2:4]=c("eur.usd","gbp.usd","bit.usd")

a=ggplot(data = data,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=eur.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=gbp.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=bit.usd),colour=1)+theme_bw()

acf(data$bit.usd,lag.max = 30,main="")
acf(data$eur.usd,lag.max = 30,main="")
acf(data$gbp.usd,lag.max = 30,main="")

log_prezzo=data.frame(Date=data$Date, log_eur.usd=log(data$eur.usd), log_gbp.
    usd=log(data$gbp.usd),
log_bit.usd=log(data$bit.usd))
plot(log_prezzo$Date,log_prezzo$log_bit.usd,type = "l")
b=ggplot(data = log_prezzo,aes(x=Date))
b+geom_line(aes(y=log_eur.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=log_gbp.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=log_bit.usd))+theme_bw()

rend_eur.usd=diff(log_prezzo$log_eur.usd,1)
rend_gbp.usd=diff(log_prezzo$log_gbp.usd,1)
rend_bit.usd=diff(log_prezzo$log_bit.usd,1)
library(fBasics)
basicStats(data$eur.usd)
rend=data.frame(Date=log_prezzo$Date[1:2132],rend_bit.usd,rend_eur.usd,rend_gbp
    .usd)
write.csv(rend,file = "rend")
c=ggplot(data = rend,aes(x=Date))
c+geom_line(aes(y=rend_bit.usd))+theme_bw()
c+geom_line(aes(y=rend_eur.usd))+theme_bw()
c+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd))+theme_bw()

c+geom_line(aes(y=rend_bit.usd^2))+theme_bw()
c+geom_line(aes(y=rend_eur.usd^2))+theme_bw()
c+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd^2))+theme_bw()

library(fBasics)
basicStats(rend$rend_bit.usd)
basicStats(rend$rend_eur.usd)
basicStats(rend$rend_gbp.usd)

```

```

library(tseries)
# test di jarque.bera per verificare l'ipotesi nulla di normalita
jarque.bera.test(rend$rend_bit.usd)
jarque.bera.test(rend$rend_eur.usd)
jarque.bera.test(rend$rend_gbp.usd)

#...il test di Ljung-Box al ritardo 30 e rifiutato di livello fissato di 5Box.
test(rend$rend_gbp.usd,lag = 30,type = "Ljung-Box")
Box.test(rend$rend_bit.usd,lag = 30,type = "Ljung-Box")
Box.test(rend$rend_gbp.usd,lag = 30,type = "Ljung-Box")

ggplot(data = rend)+geom_histogram(aes(x=rend_bit.usd),bins = 40,colour=1)+
  theme_bw()
ggplot(data = rend)+geom_histogram(aes(x=rend_eur.usd),bins = 40,colour=1)+
  theme_bw()
ggplot(data = rend)+geom_histogram(aes(x=rend_gbp.usd),bins = 40,colour=1)+
  theme_bw()

ggplot(data = rend)+geom_density(aes(x=rend_bit.usd))+stat_function(fun = dnorm
  ,args = list(mean=mean(rend$rend_bit.usd),sd=sd(rend$rend_bit.usd)),col=2)+
  theme_bw()
ggplot(data = rend)+geom_density(aes(x=rend_eur.usd))+stat_function(fun = dnorm
  ,args = list(mean=mean(rend$rend_eur.usd),sd=sd(rend$rend_eur.usd)),col=2)+
  theme_bw()
ggplot(data = rend)+geom_density(aes(x=rend_gbp.usd))+stat_function(fun = dnorm
  ,args = list(mean=mean(rend$rend_gbp.usd),sd=sd(rend$rend_gbp.usd)),col=2)+
  theme_bw()

# ACF e PACF dei rendimenti di BTC/USD
acf(rend$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di EUR/USD
acf(rend$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di gbp/USD
acf(rend$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di BTC/USD
acf(rend$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

```

```

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di EUR/USD
acf(rend$rend_eur.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(rend$rend_eur.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di GBP/USD
acf(rend$rend_gbp.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(rend$rend_gbp.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di BTC/USD
acf(abs(rend$rend_bit.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(abs(rend$rend_bit.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di EUR/USD
acf(abs(rend$rend_eur.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(rend$rend_eur.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di GBP/USD
acf(abs(rend$rend_gbp.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(rend$rend_gbp.usd^2, lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

```

---

#### Codice A.2: Sotto-periodo 2010-2013

---

```

rm(list = ls())
data=read.csv(file = "data", header = T)
data=data[,2:5]
head(data)
tail(data)

# periodo dal 2010-07-19 al 2013-07-19
data[data$Date=="2013-07-19",]
data.2013=data[1:785,]
library(fbBasics)
library(ggplot2)
rend=read.csv(file = "rend", header = T)
rend=rend[,2:5]
head(rend)
rend[rend$Date=="2013-07-19",]
rend.2013=rend[1:785,]
head(rend.2013)
write.csv(rend.2013, file="rend13")

basicStats(rend.2013$rend_bit.usd)
basicStats(rend.2013$rend_eur.usd)
basicStats(rend.2013$rend_gbp.usd)

asimmetria<-function(x)

```

```
{
n<- length(x)
m3<- sum((x-mean(x))^3)/n
sigma3<- (sqrt(var(x)))^3
asimmetria<- m3/sigma3
names(asimmetria)<- "Indice di Asimmetria"
return(asimmetria)
}

curtosi<-function(x)
{
n<- length(x)
m4<- sum((x-mean(x))^4)/n
sigma4<- (sqrt(var(x)))^4
curtosi<- m4/sigma4
names(curtosi)<- "Indice di Curtosi"
return(curtosi)
}

curtosi(rend.2013$rend_bit.usd)
curtosi(rend.2013$rend_eur.usd)
curtosi(rend.2013$rend_gbp.usd)

library(urca)
df1=ur.df(data.2013$bit.usd,type="none",lag=0)
summary(df1)

df2=ur.df(data.2013$eur.usd,type="none",lag=0)
summary(df2)

df3=ur.df(data.2013$gbp.usd,type="none",lag=0)
summary(df3)

a=ggplot(data = data.2013,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=bit.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=eur.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=gbp.usd),colour=1)+theme_bw()

a+geom_line(aes(y=log(bit.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(eur.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(gbp.usd)),colour=1)+theme_bw()

ggplot(data = rend.2013)+geom_density(aes(x=rend_bit.usd))+stat_function(fun =
```

```

    dnorm,args = list(mean=mean(rend.2013$rend_bit.usd),sd=sd(rend.2013$rend_
    bit.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2013)+geom_density(aes(x=rend_eur.usd))+stat_function(fun =
    dnorm,args = list(mean=mean(rend.2013$rend_eur.usd),sd=sd(rend.2013$rend_
    eur.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2013)+geom_density(aes(x=rend_gbp.usd))+stat_function(fun =
    dnorm,args = list(mean=mean(rend.2013$rend_gbp.usd),sd=sd(rend.2013$rend_
    gbp.usd)),col=2)+theme_bw()

b=ggplot(data = rend.2013,aes(x=Date))
b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd))+theme_bw()

b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd^2))+theme_bw()

# ACF e PACF dei rendimenti di BTC/USD
acf(rend.2013$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di EUR/USD
acf(rend.2013$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di gbp/USD
acf(rend.2013$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di BTC/USD
acf(rend.2013$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di EUR/USD
acf(rend.2013$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di GBP/USD
acf(rend.2013$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2013$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di BTC/USD
acf(abs(rend.2013$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2013$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

```

```

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di EUR/USD
acf(abs(rend.2013$rend_eur.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2013$rend_eur.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di GBP/USD
acf(abs(rend.2013$rend_gbp.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2013$rend_gbp.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

library(rugarch)
spec=ugarchspec(variance.model = list(model="%GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model =list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
garchfit=ugarchfit(spec = spec,data = rend.2013$rend_gbp.usd,solver = "solnp")
garchfit@fit$matcoef

```

---

### Codice A.3: Sotto-periodo 2013-2016

---

```

rm(list = ls())
data=read.csv(file = "data",header = T)
data=data[,2:5]
head(data)
tail(data)

# periodo dal 2013-07-22 al 2016-07-19
data[data$Date=="2013-07-22",]
data[data$Date=="2016-07-19",]
data.2016=data[786:1567,]
library(fBasics)
library(ggplot2)
rend=read.csv(file = "rend",header = T)
rend=rend[,2:5]
head(rend)
rend[rend$Date=="2013-07-22",]
rend[rend$Date=="2016-07-19",]
rend.2016=rend[786:1567,]
head(rend.2016)
write.csv(rend.2016,file = "rend.2016")
basicStats(rend.2016$rend_bit.usd)
basicStats(rend.2016$rend_eur.usd)
basicStats(rend.2016$rend_gbp.usd)

asimmetria<-function(x)
{
n<- length(x)
m3<- sum((x-mean(x))^3)/n
sigma3<- (sqrt(var(x)))^3
asimmetria<- m3/sigma3
}

```

```

names(asimmetria)<- "Indice di Asimmetria"
return(asimmetria)
}

curtosi<-function(x)
{
n<- length(x)
m4<- sum((x-mean(x))^4)/n
sigma4<- (sqrt(var(x)))^4
curtosi<- m4/sigma4
names(curiosi)<- "Indice di Curtosi"
return(curiosi)
}

curtosi(rend.2016$rend_bit.usd)
curtosi(rend.2016$rend_eur.usd)
curtosi(rend.2016$rend_gbp.usd)

library(urca)
df1=ur.df(data.2016$bit.usd,type="none",lag=0)
summary(df1)

df2=ur.df(data.2016$eur.usd,type="none",lag=0)
summary(df2)

df3=ur.df(data.2016$gbp.usd,type="none",lag=0)
summary(df3)

a=ggplot(data = data.2016,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=bit.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=eur.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=gbp.usd),colour=1)+theme_bw()

a+geom_line(aes(y=log(bit.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(eur.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(gbp.usd)),colour=1)+theme_bw()

ggplot(data = rend.2016)+geom_density(aes(x=rend_bit.usd))+stat_function(fun =
  dnorm,args = list(mean=mean(rend.2016$rend_bit.usd),sd=sd(rend.2016$rend_
    bit.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2016)+geom_density(aes(x=rend_eur.usd))+stat_function(fun =
  dnorm,args = list(mean=mean(rend.2016$rend_eur.usd),sd=sd(rend.2016$rend_
    eur.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2016)+geom_density(aes(x=rend_gbp.usd))+stat_function(fun =

```

```
dnorm,args = list(mean=mean(rend.2016$rend_gbp.usd),sd=sd(rend.2016$rend_
gbp.usd)),col=2)+theme_bw()

b=ggplot(data = rend.2016,aes(x=Date))
b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd))+theme_bw()

b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd^2))+theme_bw()

library(tseries)
jarque.bera.test(rend.2016$rend_bit.usd)
jarque.bera.test(rend.2016$rend_eur.usd)
jarque.bera.test(rend.2016$rend_gbp.usd)

# ACF e PACF dei rendimenti di BTC/USD
acf(rend.2016$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di EUR/USD
acf(rend.2016$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di gbp/USD
acf(rend.2016$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di BTC/USD
acf(rend.2016$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di EUR/USD
acf(rend.2016$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di GBP/USD
acf(rend.2016$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2016$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di BTC/USD
acf(abs(rend.2016$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
```

```

pacf(abs(rend.2016$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di EUR/USD
acf(abs(rend.2016$rend_eur.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2016$rend_eur.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di GBP/USD
acf(abs(rend.2016$rend_gbp.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2016$rend_gbp.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

library(rugarch)
spec=ugarchspec(variance.model = list(model="IGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model =list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
garchfit=ugarchfit(spec = spec,data = rend.2016$rend_eur.usd,solver = "solnp")
garchfit@fit$matcoef

```

---

#### Codice A.4: Sotto-periodo 2016-2018

---

```

rm(list = ls())
data=read.csv(file = "data",header = T)
data=data[,2:5]

# periodo dal 2016-07-20 al 2018-09-19
data[data$Date=="2016-07-20",]
data[data$Date=="2018-09-19",]
data.2018=data[1568:2133,]
library(fBasics)
library(ggplot2)
rend=read.csv(file = "rend",header = T)
rend=rend[,2:5]
head(rend)
rend[rend$Date=="2016-07-20",]
rend[rend$Date=="2018-09-18",]
rend.2018=rend[1568:2132,]
head(rend.2018)
write.csv(rend.2018,file = "rend.2018")

basicStats(rend.2018$rend_bit.usd)
basicStats(rend.2018$rend_eur.usd)
basicStats(rend.2018$rend_gbp.usd)

asimmetria<-function(x)
{
n<- length(x)
m3<- sum((x-mean(x))^3)/n

```

```
sigma3<- (sqrt(var(x)))^3
asimmetria<- m3/sigma3
names(asimmetria)<- "Indice di Asimmetria"
return(asimmetria)
}

curtosi<-function(x)
{
n<- length(x)
m4<- sum((x-mean(x))^4)/n
sigma4<- (sqrt(var(x)))^4
curtosi<- m4/sigma4
names(curtosi)<- "Indice di Curtosi"
return(curtosi)
}

curtosi(rend.2018$rend_bit.usd)
curtosi(rend.2018$rend_eur.usd)
curtosi(rend.2018$rend_gbp.usd)

library(urca)
df1=ur.df(data.2018$bit.usd,type="none",lag=0)
summary(df1)

df2=ur.df(data.2018$eur.usd,type="none",lag=0)
summary(df2)

df3=ur.df(data.2018$gbp.usd,type="none",lag=0)
summary(df3)

ggplot(data = rend.2018)+geom_density(aes(x=rend_bit.usd))+stat_function(fun =
  dnorm,args = list(mean=mean(rend.2018$rend_bit.usd),sd=sd(rend.2018$rend_
  bit.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2018)+geom_density(aes(x=rend_eur.usd))+stat_function(fun =
  dnorm,args = list(mean=mean(rend.2018$rend_eur.usd),sd=sd(rend.2018$rend_
  eur.usd)),col=2)+theme_bw()
ggplot(data = rend.2018)+geom_density(aes(x=rend_gbp.usd))+stat_function(fun =
  dnorm,args = list(mean=mean(rend.2018$rend_gbp.usd),sd=sd(rend.2018$rend_
  gbp.usd)),col=2)+theme_bw()

a=ggplot(data = data.2018,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=bit.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=eur.usd),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=gbp.usd),colour=1)+theme_bw()
```

```
a+geom_line(aes(y=log(bit.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(eur.usd)),colour=1)+theme_bw()
a+geom_line(aes(y=log(gbp.usd)),colour=1)+theme_bw()

b=ggplot(data = rend.2018,aes(x=Date))
b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd))+theme_bw()

b+geom_line(aes(y=rend_bit.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_eur.usd^2))+theme_bw()
b+geom_line(aes(y=rend_gbp.usd^2))+theme_bw()

# ACF e PACF dei rendimenti di BTC/USD
acf(rend.2018$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_bit.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di EUR/USD
acf(rend.2018$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_eur.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
# ACF e PACF dei rendimenti di gbp/USD
acf(rend.2018$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_gbp.usd,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di BTC/USD
acf(rend.2018$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_bit.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di EUR/USD
acf(rend.2018$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_eur.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti al quadrato di GBP/USD
acf(rend.2018$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(rend.2018$rend_gbp.usd^2,lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di BTC/USD
acf(abs(rend.2018$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
pacf(abs(rend.2018$rend_bit.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di EUR/USD
acf(abs(rend.2018$rend_eur.usd),lag.max = 30,main="",ylim=c(-0.2,0.4))
```

```

pacf(abs(rend.2018$rend_eur.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

# ACF e PACF dei rendimenti assoluti di GBP/USD
acf(abs(rend.2018$rend_gbp.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))
pacf(abs(rend.2018$rend_gbp.usd), lag.max = 30, main="", ylim=c(-0.2, 0.4))

library(rugarch)
spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model = list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "norm")
garchfit=ugarchfit(spec = spec, data = rend.2018$rend_gbp.usd, solver = "solnp")
garchfit@fit$matcoef

```

---

#### Codice A.5: Stima dei modelli sui rendimenti EUR/USD

---

```

# stima dei modelli GARCH, TGARCH e EGARCH sulla serie dei rendimenti EUR/USD
con dist t di student
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjGARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="tGARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

# stima dei modelli GARCH, TGARCH e EGARCH sulla serie dei rendimenti EUR/USD
con dist t di student
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjGARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="tGARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0), include.mean=F), distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec, data =rend$rend_eur.usd[1:N], solver="hybrid")

```

---

#### Codice A.6: Stima dei modelli sui rendimenti GBP/USD

---

```

# stima dei modelli GARCH, TGARCH e EGARCH sulla serie dei rendimenti GBP/USD
  con dist normale
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="tGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

# stima dei modelli GARCH, TGARCH e EGARCH sulla serie dei rendimenti GBP/USD
  con dist t di student
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="tGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data =rend$rend_gbp.usd[1:N],solver="hybrid")

```

---

**Codice A.7:** Stime delle previsioni della volatilità per BTC/USD

---

```

rend=read.csv(file = "rend",header = T)
rend=rend[,2:5]

T=dim(rend)[1]
n=600
N=T-n

# Previsioni con distribuzione normale
predbit_norm=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predbit_norm)=c("GARCH", "EGARCH", "TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.bit=rend$rend_bit.usd[(N+1):T]
predbit_norm=data.frame(Date,predbit_norm,rend.bit)
library(rugarch)
# distribuzione normale per l'innovazione
for(i in 1:n){

```

```

ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_norm[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_norm[i,3]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="EGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_norm[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

write.csv(predbit_norm,file = "predbit_norm")

# Previsioni con distribuzione t di student
predbit_std=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predbit_std)=c("GARCH","EGARCH","TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.bit=rend$rend_bit.usd[(N+1):T]
predbit_std=data.frame(Date,predbit_std,rend.bit)
# distribuzione t di studnet

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_std[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

```

```

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_std[i,3]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_bit.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predbit_std[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

write.csv(predbit_std,file = "predbit_std")

```

---

**Codice A.8:** Stime delle previsioni della volatilità per EUR/USD

---

```

rend=read.csv(file = "rend",header = T)
rend=rend[,2:5]

T=dim(rend)[1]
n=600
N=T-n

# Previsioni con distribuzione normale
predeur_norm=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predeur_norm)=c("GARCH", "EGARCH", "TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.eur=rend$rend_eur.usd[(N+1):T]
predeur_norm=data.frame(Date,predeur_norm,rend.eur)
library(rugarch)
# distribuzione normale per l'innovazione
for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predeur_norm[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

```

```

}

for(i in 1:n){
  ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
  ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
  pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
  predeur_norm[i,3]=pred@forecast$sigmaFor
  cat(i)
}

for(i in 1:n){
  ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
  ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
  pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
  predeur_norm[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
  cat(i)
}

write.csv(predeur_norm,file = "predeur_norm")

# Previsioni con distribuzione t di student
predeur_std=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predeur_std)=c("GARCH","EGARCH","TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.eur=rend$rend_eur.usd[(N+1):T]
predeur_std=data.frame(Date,predeur_std,rend.eur)
# distribuzione t di student
for(i in 1:n){
  ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
  ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
  pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
  predeur_std[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
  cat(i)
}

for(i in 1:n){
  ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
  ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
  pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
  predeur_std[i,3]=pred@forecast$sigmaFor

```

```

cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_eur.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predeur_std[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

write.csv(predeur_std,file = "predeur_std")

```

---

**Codice A.9:** Stime delle previsioni della volatilità per GBP/USD

---

```

rend=read.csv(file = "rend",header = T)
rend=rend[,2:5]

T=dim(rend)[1]
n=600
N=T-n

# Previsioni con distribuzione normale
predgbp_norm=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predgbp_norm)=c("GARCH","EGARCH","TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.gbp=rend$rend_gbp.usd[(N+1):T]
predgbp_norm=data.frame(Date,predgbp_norm,rend.gbp)
library(rugarch)
# distribuzione normale per l'innovazione
for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predgbp_norm[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)

```

```

predgbp_norm[i,3]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "norm")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predgbp_norm[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

write.csv(predgbp_norm,file = "predgbp_norm")

# Previsioni con distribuzione t di student
predgbp_std=matrix(NA,nrow = 600,ncol = 3)
colnames(predgbp_std)=c("GARCH","EGARCH","TGARCH")
Date=rend$Date[(N+1):T]
rend.gbp=rend$rend_gbp.usd[(N+1):T]
predgbp_std=data.frame(Date,predgbp_std,rend.gbp)
# distribuzione t di student
for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1),
submodel="GARCH"),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predgbp_std[i,2]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="GARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")
ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predgbp_std[i,3]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

for(i in 1:n){
ug.spec=ugarchspec(variance.model = list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=F),distribution.model = "std")

```

```

ug.fit1=ugarchfit(ug.spec,data=rend$rend_gbp.usd[1:(N+i-1)],solver="hybrid")
pred=ugarchforecast(ug.fit1, n.ahead = 1)
predgbp_std[i,4]=pred@forecast$sigmaFor
cat(i)
}

write.csv(predgbp_std,file = "predgbp_std")

```

**Codice A.10:** Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di BTC/USD e il test binomial per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato

```

predbit_norm=read.csv(file = "predbit_norm",header = T,sep = ",")

head(predbit_norm)
predbit_norm=predbit_norm[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xegarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])

# GARCH model normal
xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_norm$GARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_norm$GARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_norm$GARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_norm$GARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_norm$GARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.9)*
  predbit_norm$GARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_norm$GARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_norm$GARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# TGARCH model normale
xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_norm$TGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_norm$TGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

```

```

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_norm$TGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_norm$TGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_norm$TGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.9)*
  predbit_norm$TGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_norm$TGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_norm$TGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model normale
xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_norm$EGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_norm$EGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_norm$EGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_norm$EGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_norm$EGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.9)*
  predbit_norm$EGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_norm$EGARCH<predbit_norm$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_norm$EGARCH>predbit_norm$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

predbit_std=read.csv(file = "predbit_std",header = T,sep = ",")
head(predbit_std)
predbit_std=predbit_std[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xegarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])

```

```
# GARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_std$GARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_std$GARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_std$GARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_std$GARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_std$GARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.9)*predbit
  _std$GARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_std$GARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_std$GARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# TGARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_std$TGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_std$TGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_std$TGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_std$TGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_std$TGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.9)*
  predbit_std$TGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_std$TGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_std$TGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
```

```

xgarch[(-qnorm(0.975)*predbit_std$EGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.975)*
  predbit_std$EGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predbit_std$EGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.95)*
  predbit_std$EGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predbit_std$EGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.9)*
  predbit_std$EGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predbit_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predbit_std$EGARCH<predbit_std$rend_bit)&(qnorm(0.85)*
  predbit_std$EGARCH>predbit_std$rend_bit)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

```

**Codice A.11:** Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di EUR/USD e il test binomiale per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato

```

predeur_norm=read.csv(file = "predeur_norm",header = T,sep = ",")

head(predeur_norm)
predeur_norm=predeur_norm[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xegarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])

# GARCH model normal
xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_norm$GARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
  predeur_norm$GARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_norm$GARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
  predeur_norm$GARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_norm$GARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.9)*
  predeur_norm$GARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

```

```
xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_norm$GARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
predeur_norm$GARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# TGARCH model normale
xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_norm$TGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
predeur_norm$TGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_norm$TGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
predeur_norm$TGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_norm$TGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.9)*
predeur_norm$TGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_norm$TGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
predeur_norm$TGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model normale
xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_norm$EGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
predeur_norm$EGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_norm$EGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
predeur_norm$EGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_norm$EGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.9)*
predeur_norm$EGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_norm)[1])
```

```

xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_norm$EGARCH<predeur_norm$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
  predeur_norm$EGARCH>predeur_norm$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

predeur_std=read.csv(file = "predeur_std",header = T,sep = ",")
head(predeur_std)
predeur_std=predeur_std[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xegarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])

# GARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_std$GARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
  predeur_std$GARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_std$GARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
  predeur_std$GARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_std$GARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.9)*predeur
  _std$GARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_std$GARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
  predeur_std$GARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# TGARCH model normale
xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_std$TGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
  predeur_std$TGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_std$TGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
  predeur_std$TGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

```

```

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_std$TGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.9)*
  predeur_std$TGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_std$TGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
  predeur_std$TGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predeur_std$EGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.975)*
  predeur_std$EGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predeur_std$EGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.95)*
  predeur_std$EGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predeur_std$EGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.9)*
  predeur_std$EGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predeur_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predeur_std$EGARCH<predeur_std$rend_eur)&(qnorm(0.85)*
  predeur_std$EGARCH>predeur_std$rend_eur)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

```

---

**Codice A.12:** Calcolo delle frequenze relative dei rendimenti di GBP/USD e il test binomial per la verifica dell'ipotesi nulla sul alpha fissato

---

```

predgbp_norm=read.csv(file = "predgbp_norm",header = T,sep = ",")

head(predgbp_norm)
predgbp_norm=predgbp_norm[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xegarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])

# GARCH model normal
xgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbp_norm$GARCH<predgbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbp_norm$GARCH>predgbp_norm$rend_gbp)]=1

```

```

binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbbp_norm$GARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbbp_norm$GARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbbp_norm$GARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*
  predgbbp_norm$GARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbbp_norm$GARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbbp_norm$GARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# TGARCH model normal
xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbbp_norm$TGARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbbp_norm$TGARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbbp_norm$TGARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbbp_norm$TGARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbbp_norm$TGARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*
  predgbbp_norm$TGARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbbp_norm$TGARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbbp_norm$TGARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model normal
xgarch=rep(0,dim(predgbbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbbp_norm$TGARCH<predgbbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbbp_norm$TGARCH>predgbbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

```

```

xgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbp_norm$TGARCH<predgbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbp_norm$TGARCH>predgbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbp_norm$TGARCH<predgbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*
  predgbp_norm$TGARCH>predgbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_norm)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbp_norm$TGARCH<predgbp_norm$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbp_norm$TGARCH>predgbp_norm$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

predgbp_std=read.csv(file = "predgbp_std",header = T,sep = ",")
head(predgbp_std)
predgbp_norm=predgbp_std[,2:6]
xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xtgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xegarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])

# GARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbp_std$GARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbp_std$GARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbp_std$GARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbp_std$GARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbp_std$GARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*predgbp
  _std$GARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbp_std$GARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbp_std$GARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

```

```

# TGARCH model std
garch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbp_std$TGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbp_std$TGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbp_std$TGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbp_std$TGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbp_std$TGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*
  predgbp_std$TGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbp_std$TGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbp_std$TGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

# EGARCH model std
xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.975)*predgbp_std$EGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.975)*
  predgbp_std$EGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.95,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.95)*predgbp_std$EGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.95)*
  predgbp_std$EGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.9,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.9)*predgbp_std$EGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.9)*
  predgbp_std$EGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.8,alternative = "two.sided")

xgarch=rep(0,dim(predgbp_std)[1])
xgarch[(-qnorm(0.85)*predgbp_std$EGARCH<predgbp_std$rend_gbp)&(qnorm(0.85)*
  predgbp_std$EGARCH>predgbp_std$rend_gbp)]=1
binom.test(sum(xgarch),600,0.7,alternative = "two.sided")

```

**Codice A.13:** Impatto delle news sulla serie di rendimenti di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD

```
# NEWS BITCOIN
rend1=seq(-0.5,0.5,0.001)
m=length(rend1)
m
nic=rep(0,m)
omega=3.93e-05
alpha=0.094
gamma=0.1492
beta=0.92
nic[1]=omega/(1-alpha-beta-(gamma/2))
for(i in 2:m){
  nic[i]= omega+ alpha*rend1[i-1]^2+gamma*(rend1[i-1]<0)*(rend1[i-1]^2)+beta*nic[
    i-1]
}
plot(rend1,nic,type="l")

nic.bit=data.frame(rend=rend1[50:m],nic=nic[50:m])
ggplot(data = nic.bit)+geom_line(aes(x=rend,y=nic),color=2)+theme_bw()+ylab("
  Volatilita")+xlab("rendimento BIC/USD")

# NEW EURO
rend1=seq(-0.03,0.03,0.0002)
m=length(rend1)
m
nic=rep(0,m)
omega=7.514e-08
alpha=0.0204
gamma=0.26
beta=0.9754
nic[1]=omega/(1-alpha-beta-(gamma/2))
for(i in 2:m){
  nic[i]= omega+ alpha*rend1[i-1]^2+gamma*(rend1[i-1]<0)*(rend1[i-1]^2)+beta*nic[
    i-1]
}
plot(rend1[250:m],nic[250:m],type="l")

nic.eur=data.frame(rend=rend1[250:m],nic=nic[250:m])
ggplot(data = nic.eur)+geom_line(aes(x=rend,y=nic),color=2)+theme_bw()+ylab("
  Volatilita")+xlab("rendimento EUR/USD")

# NEW EURO
rend1=seq(-0.02,0.02,0.0001)
```

```

m=length(rend1)
m
nic=rep(0,m)
omega=1.859e-07
alpha=0.0313
gamma=0.12174
beta=0.9610
nic[1]=omega/(1-alpha-beta-(gamma/2))
for(i in 2:m){
nic[i]= omega+ alpha*rend1[i-1]^2+gamma*(rend1[i-1]<0)*(rend1[i-1]^2)+beta*nic[
  i-1]
}
plot(rend1[80:m],nic[80:m],type="l")

nic.eur=data.frame(rend=rend1[80:m],nic=nic[80:m])
ggplot(data = nic.eur)+geom_line(aes(x=rend,y=nic),color=2)+theme_bw()+ylab("
  Volatilita")+xlab("rendimento GBP/USD")

```

---

**Codice A.14:** Le figure delle previsioni di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD

---

```

predbit_norm=read.csv(file = "predbit_norm",header = T)
head(predbit_norm)
predbit_norm=predbit_norm[,2:6]
predbit_norm$Date=as.Date(predbit_norm$Date)
predbit_norm=data.frame(predbit_norm)
library(ggplot2)
a=ggplot(data = predbit_norm,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=rend.bit^2))+geom_line(aes(y=TGARCH^2),color=2)+theme_bw()+
  ylab("Volatility forecast of Bitcoin return")
a+geom_line(aes(y=rend.bit))+geom_line(aes(y=-TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+
  geom_line(aes(y=TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+theme_bw()+ylab("Bitcoin
  return")

predeur_norm=read.csv(file = "predeur_norm",header = T)
head(predeur_norm)
predeur_norm=predeur_norm[,2:6]
predeur_norm$Date=as.Date(predeur_norm$Date)
a=ggplot(data = predeur_norm,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=rend.eur^2))+geom_line(aes(y=TGARCH^2),color=2)+theme_bw()+
  ylab("Volatility forecast of EUR/USD return")
a+geom_line(aes(y=rend.eur))+geom_line(aes(y=-TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+
  geom_line(aes(y=TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+theme_bw()+ylab("EUR/USD
  return")

```

```

predgbp_std=read.csv(file = "predgbp_std",header = T)
head(predgbp_std)
predgbp_std=predgbp_std[,2:6]
predgbp_std$Date=as.Date(predgbp_std$Date)
a=ggplot(data = predgbp_std,aes(x=Date))
a+geom_line(aes(y=rend.gbp^2))+geom_line(aes(y=TGARCH^2),color=2)+theme_bw()+
  ylab("Volatility forecast of GBP/USD return")
a+geom_line(aes(y=rend.gbp))+geom_line(aes(y=-TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+
  geom_line(aes(y=TGARCH*qnorm(0.975)),color=2)+theme_bw()+ylab("GBP/USD
  return")

```

**Codice A.15:** Test di Dickey-Fuller di radice unitaria su logaritmo di BTC/USD, EUR/USD e GBP/USD

```

rm(list = ls())
log.prezzo=read.csv(file = "log.prezzo",header = T)
log.prezzo=log.prezzo[,2:5]
library(urca)
library(tseries)

# serie dei logaritmi di BTC/USD
adf.bit=adf.test(log.prezzo$log_bit.usd,alternative = "stationary",k=13)
adf.bit
summary(ur.df(log.prezzo$log_bit.usd,type = "trend",lag=13))

# serie dei logaritmi di EUR/USD
adf.eur=adf.test(log.prezzo$log_eur.usd,alternative = "stationary",k=13)
adf.eur
summary(ur.df(log.prezzo$log_eur.usd,type = "trend",lag=13))

# serie dei logaritmi di GBP/USD
adf.gbp=adf.test(log.prezzo$log_gbp.usd,alternative = "stationary",k=13)
adf.gbp
summary(ur.df(log.prezzo$log_eur.usd,type = "trend",lag=13))

```

# Bibliografia

- Andersen, Torben G e Tim Bollerslev (1998). "Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts". In: International economic review, pp. 885–905.
- Asteriou, Dimitrios e Stephen G Hall (2015). *Applied econometrics*. Palgrave Macmillan.
- Azzalini, A (1985). *A class of distributions which includes the normal ones*. Scandinavian Journal of Statistics 12: 171–78.
- Bollerslev, Tim (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. Journal of Econometrics 31: 307–27.
- Brière Marie, Kim Oosterlinck e Ariane Szafarz (2015). "Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin". In: Journal of Asset Management 16.6, pp. 365–373.
- Brooks, Chris (2014). *Introductory econometrics for finance*. Cambridge university press.
- capitalizations, Coindesk. 2018. Crypto currency market, cur. *Coindesk*. URL: [:www.coindesk.com/price/](http://www.coindesk.com/price/).
- capitalizations, CoinMarketCap. 2018. Crypto currency market, cur. *CoinMarketCap*. URL: [:https://coinmarketcap.com](https://coinmarketcap.com).
- Chan Chu, Nadarajah e Osterrieder (2017). "A statistical analysis of cryptocurrencies". In: Journal of Risk and Financial Management 10.2, p. 12.
- Delugan, Marco. (2017). «Tre motivi per cui avere paura dei bitcoin». In: URL: <https://www.soldionline.it/analisi-scenario/tre-motivi-per-avere-paura-dei-bitcoin?cp=1>.
- Diffie, W e M Hellman (1976). "New directions in cryptography".
- Dyhrberg, Anne Haubo (2016). "Bitcoin, gold and the dollar—A GARCH volatility analysis". In: Finance Research Letters 16, pp. 85–92.
- ECB, European Central Bank (2015). "Virtual currency schemes - European Central Bank". URL: [: https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/virtualcurrencyschemesen.pdf..](https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/virtualcurrencyschemesen.pdf..)

- Engle, Robert F (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 987–1007.
- Gates, M (2017). *Blockchain: La guida definitiva per conoscere blockchain, bitcoin, criptovalute, contratti smart e il futuro del denaro*.
- Gosset, W. S (1908). *The probable error of a mean.* . *Biometrika* 6: 1–25.
- Granger, Clive William John e Paul Newbold (2014). *"Forecasting economic time series"*. Academic Press.
- John Y. Campbell, Andrew W. Lo e A. Craig MacKinlay (1997). *"The Econometrics of Financial Markets"*.
- Katsiampa, Paraskevi (2017). "Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models". . In: *Economics Letters* 158, pp. 3–6.
- Krogt, Don van der (2018). «GARCH Modeling of Bitcoin, S&P 500 and the Dollar». Bachelor. La Rotterdam School of Management, Erasmus University.
- Mandelbrot, Benoit B (1997). "The variation of certain speculative prices". In: *Fractals and scaling in finance*. Springer, pp. 371–418.
- McLeod, A. I e W. K. Li Li (1983). *Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations*.
- Mincer, Jacob A e Victor Zarnowitz (1969). "The evaluation of economic forecasts". In: *Economic forecasts and expectations: Analysis of forecasting behavior and performance*. NBER, pp. 3–46.
- Nelson, D.B (1991). *Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach*. *Econometrica* 59, 347-370.
- Ozzimo, G. (2017). *"Le criptovalute: Parole semplici per definire un mondo complesso"*.
- Patton, Andrew J (2011). "Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies". In: *Journal of Econometrics* 160.1, pp. 246–256.
- Patton, Andrew J e Kevin Sheppard (2009). "Evaluating volatility and correlation forecasts". In: *Handbook of financial time series*. Springer, pp. 801–838.
- Pichl, Lukas e Taisei Kaizoji (2017). "Volatility Analysis of Bitcoin Price Time Series".
- Quaedvlieg, R. (2018). 'Best of' questions regarding the assignments. *Announcement Course: Financial Methods and Techniques (2017-2018)*. URL: [https://bb-app01.ict.eur.nl/webapps/blackboard/execute/announcement?method=search&context=course\\_entry&course\\_id=\\_40466\\_1&handle=announcements\\_entry&mode=view..](https://bb-app01.ict.eur.nl/webapps/blackboard/execute/announcement?method=search&context=course_entry&course_id=_40466_1&handle=announcements_entry&mode=view..)
- «GARCH Modelling of Cryptocurrencies» (2017). In: a cura di *Journal of Risk e Financial Management*.  
site, Investing, cur. *Investing*. URL: [:www.investing.com](http://www.investing.com).

- 
- Vola, S., M. Franzoni e V. Caruso (2018). «Da dove nasce l'idea di Bitcoin». In: *Bitcoin e criptovalute*. pp. 10-11.
- Wei, William W.S (2006). "*Time series analysis: Univariate and Multivariate Method, second edition*". In: pp. 366–374.
- Zakoian, Jean-Michel (1994). "*Threshold heteroskedastic models*". In: Journal of Economic Dynamics and control 18.5, pp. 931–955.
- Zivot, Eric e Jiahui Wang (2006). "*Vector autoregressive models for multi-variate time series*". In: Modeling Financial Time Series with S-PLUS, pp. 385–429.