

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE

Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di Laurea in Ingegneria Civile



TESI DI LAUREA

**Demand Responsive Transport:
Evoluzione, stato dell'arte ed esperienze applicative**

**Demand Responsive Transport:
Evolution, state of the art and practical applications**

Relatore: Chiar.mo PROF. Riccardo Rossi

Correlatori: ING. Riccardo Ceccato

Laureando: Matteo Franceschini

ANNO ACCADEMICO 2025-2026

Indice

Introduzione	Pag. 1
1. Demand Responsive Transport	Pag. 2
1.1 Evoluzione dei sistemi	Pag. 3
1.2 Caratteristiche dei sistemi DRT	Pag. 4
1.2.1 Perché nasce il DRT	Pag. 4
1.2.2 Classificazione dei DRT	Pag. 5
1.2.3 Caratteristiche dei DRT	Pag. 9
2. Ottimizzazione dei sistemi DRT	Pag. 13
2.1 Approcci statici, dinamici, deterministici e stocastici	Pag. 14
2.2 Metodi Risolutivi	Pag. 15
2.2.1 Metodi Esatti	Pag. 16
2.2.1.1 Branch-and-Bound	Pag. 17
2.2.1.2 Branch-and-Cut	Pag. 18
2.2.1.3 Branch-and-Price	Pag. 20
2.2.1.4 Branch-and-Price-and-Cut	Pag. 21
2.2.2 Metodi Euristici e Metaeuristici	Pag. 22
2.2.2.1 Euristiche Costruttive	Pag. 22
2.2.2.2 Tabu Search	Pag. 22
2.2.2.3 Simulated Annaeling	Pag. 24
2.2.2.4 Variable Neighborhood Search	Pag. 26
2.2.2.5 Large Neighborhood Search	Pag. 28
2.2.2.6 Algoritmi Genetici	Pag. 29
2.2.2.7 Algoritmi Ibridi	Pag. 29
3. Esperienze Applicative	Pag. 32

3.1 Modello dei costi operativi dei sistemi DRT	Pag. 32
3.2 Modello dei costi dell'operatore	Pag. 34
3.3 Esperienze Applicative	Pag. 35
3.3.1 Muelas et al. (2013)	Pag. 35
3.3.2 Carotenuto et al. (2025)	Pag. 37
4. Conclusioni	Pag. 40
4.1 Limitazioni	Pag. 42
4.2 Sviluppi futuri	Pag. 42
5. Bibliografia	Pag. 45

Introduzione

Negli ultimi anni, l'evoluzione delle caratteristiche della domanda di mobilità assieme all'innovazione tecnologica hanno aperto nuove prospettive all'utilizzo di modalità di trasporto innovative in grado di garantire adeguati livelli di sostenibilità ambientale (riduzione delle emissioni), economica (lato produttori di servizi) e sociale (es. Inclusione sociale). In questo contesto, i servizi di trasporto a chiamata, noti come Demand Responsive Transport, sono stati proposti come un'alternativa ai mezzi pubblici tradizionali. La capacità di adattarsi in maniera dinamica alla domanda di trasporto, unita alle opzioni di personalizzazione del servizio, rendono questi servizi un'alternativa efficace e sostenibile ai metodi di trasporto tradizionali. Lo sviluppo tecnologico dei sistemi di guida e l'implementazione di piattaforme di prenotazione in tempo reale, permettono lo sviluppo di sistemi DRT su larga scala, e la loro integrazione con la mobilità urbana. Questi fattori stanno portando i sistemi DRT ad assumere un ruolo sempre più rilevante nella pianificazione della mobilità urbana e suburbana.

Questa tesi si propone di offrire un'analisi sullo stato dell'arte, con particolare attenzione alle caratteristiche e tipologie di implementazione di questi sistemi, di fornire una panoramica sui vantaggi, le limitazioni e le prospettive future, e di esaminare diversi casi applicativi, evidenziandone le potenzialità e le criticità riscontrate.

La tesi è strutturata in quattro capitoli principali:

1. Introduzione teorica, concetto di Demand Responsive Transport, le sue evoluzioni e classificazioni;
2. Ottimizzazione dei servizi Demand Responsive Transport;
3. Esperienze applicative;
4. Conclusioni.

1. Demand Responsive Transport

I sistemi di trasporto pubblico hanno storicamente rappresentato un elemento cruciale di accessibilità, inclusività e sostenibilità nell'ambito degli spostamenti urbani ed extraurbani. Tuttavia, la loro stessa natura porta alla ricerca di obiettivi contrastanti, quali l'efficienza economica di esercizio e alti livelli di qualità di servizio. Questa differenza di obiettivi risulta amplificata in aree rurali o periferiche. In particolare, i servizi di trasporto tradizionale basati su linee fisse e orari prestabiliti, quali autobus e treni, spesso risultano inefficienti in contesti caratterizzati da una domanda ridotta, poiché gli elevati costi operativi non sono giustificati dal numero limitato di passeggeri trasportati. Parallelamente, le soluzioni di mobilità Door-to-Door, come i servizi taxi, sono generalmente associate a costi, livelli di servizio e impatti ambientali elevati. Di conseguenza, soprattutto nell'ultimo decennio, la crescente attenzione per soluzioni ecologicamente sostenibili, unita allo sviluppo dei sistemi di gestione delle informazioni in tempo reale, ha contribuito a rinnovare l'interesse per lo sviluppo di soluzioni di trasporto pubblico in grado di combinare ottimizzazione dei costi e personalizzazione del servizio.

I Demand Responsive Transport (DRT) sono sistemi di trasporto caratterizzati da flessibilità di percorso e orario in funzione della domanda degli utenti, il che permette di considerarli una modalità di trasporto intermedia tra il trasporto individuale privato e il trasporto pubblico a percorso fisso tradizionale. Questi sistemi sono spesso modellati da varianti del Dial-a-Ride-Problem (DARP), ovvero problemi di ottimizzazione logistica in cui i veicoli vengono condivisi, e devono soddisfare richieste di trasporto soggette a vincoli di tempo, capacità e qualità del servizio (Ho et al., 2018). A differenza di servizi completamente individuali, le soluzioni DRT spesso prevedono la condivisione del veicolo tra più passeggeri. La conseguenza principale è che il percorso effettuato non coincide con l'itinerario più veloce e diretto.

La tabella 1 presenta un paragone tra le tre soluzioni di trasporto proposte.

	Bus	Taxi	Sistemi On-Demand
Percorso	Fisso	Personalizzato	Flessibile
Programma	Fisso	A richiesta	A richiesta
Costo	Ridotto	Elevato	Medio
Capacità	Alta	Bassa	Media
Velocità	Bassa	Alta	Media
Modalità	Condivisa	Individuale	Condivisa

Tabella 1. Sintesi comparativa dei sistemi bus, taxi e on-demand

1.1 Evoluzione dei sistemi

Le prime sperimentazioni dei servizi di trasporto pubblico a richiesta risalgono alla fine degli anni Sessanta, negli Stati Uniti. In particolare, la soluzione proposta e testata a Mansfield, Ohio, avviata tra il 1969 e il 1970, è considerata tra le prime implementazioni di un servizio Dial-a-Ride moderno. La prima implementazione europea di un servizio DRT è generalmente considerata il servizio Dial-a-Ride di Abingdon, nel Regno Unito, nel 1972. Questa implementazione risultò fondamentale in quanto "anche se non del tutto soddisfacente come mezzo per valutare le capacità del Dial-a-Ride, dimostrò almeno che il sistema era sostenibile dal punto di vista dell'operatore e generalmente apprezzato dai passeggeri".

Con l'aumento delle implementazioni venne osservato che i sistemi Dial-a-Ride (DAR) sono particolarmente utili alle persone con disabilità fisiche, o in età avanzata, cioè a coloro che potrebbero riscontrare difficoltà nell'utilizzo di sistemi di trasporto pubblico tradizionali. Nel 1990, venne firmato l'Americans with Disabilities Act (ADA), che prevede che le agenzie di trasporto pubblico forniscano alternative specializzate, denominate paratransit, per individui con disabilità.

Le prime soluzioni proposte per ottimizzare un sistema DAR si basavano su modelli euristici, cioè modelli in grado di fornire soluzioni "buone e veloci", che però non garantiscono che siano le soluzioni matematicamente ottime. Le principali tipologie di questi modelli sono:

- Nearest Neighbor: il sistema serve la richiesta più vicina;
- Inserimento incrementale: ogni richiesta è inserita nel percorso esistente dove causa meno ritardo con riferimento alle altre richieste;
- Clustering: gli utenti sono raggruppati per area geografica o finestra temporale;
- Saving Algorithm: Il sistema combina i percorsi più "breve" (metodo molto usato nella logistica).

Negli anni successivi, queste soluzioni vennero migliorate con i metodi metaeuristici, che ne migliorarono la pianificazione dinamica, tramite algoritmi genetici, tabu search e simulated annealing.

Tra gli anni Ottanta e l'inizio degli anni Novanta, l'evoluzione dei sistemi ITS (Intelligent Transportation Systems), basati sull'applicazione di avanzati sistemi di informazione e comunicazione finalizzati a migliorare l'efficienza, la sicurezza e l'affidabilità dei sistemi di trasporto, ha rappresentato un passaggio fondamentale nello sviluppo dei moderni sistemi DRT. Queste tecnologie hanno consentito un monitoraggio continuo della domanda di mobilità e una gestione più efficace delle operazioni in tempo reale. In particolare, l'introduzione di sistemi AVL (Automatic Vehicle Location), integrati con tecnologie GPS, ha portato a miglioramenti nella pianificazione dei percorsi, del

controllo della flotta e della previsione dei servizi futuri. Tuttavia, i sistemi ITS risultavano ancora limitati, poiché le informazioni raccolte venivano utilizzate principalmente come strumenti di supporto operativo e monitoraggio, a causa di capacità computazionali ancora insufficienti per l'elaborazione e l'applicazione a informazioni raccolte in tempo reale.

Negli ultimi anni, la mobilità urbana è diventata costantemente più complessa, sostituendo i tradizionali percorsi "casa-lavoro/scuola-casa" con percorsi che comprendono molteplici località in schemi incostanti.

Queste complicazioni hanno reso la mobilità urbana meno prevedibile, e più simile a un «organismo attivo», cambiando e adattandosi alle nuove circostanze e schemi» (Cruz & Sarmento, 2020, p. 2). La soluzione più indicata è il Mobility-as-a-Service (MaaS), che permette di «combinare i servizi di trasporto di operatori pubblici e privati attraverso una piattaforma unificata che crea e gestisce il viaggio» (Cruz & Sarmento, 2020, p. 2), per cui gli utenti possono pagare tramite un'unica piattaforma digitale che fornisce informazioni in tempo reale sui vari sistemi di trasporto offerti, e con la possibilità di personalizzazione dell'offerta.

Il sistema Maas può essere migliorato tramite l'adozione di altre soluzioni, quali l'aumento dell'utilizzo di sistemi di trasporto elettrici (più ecologicamente sostenibili rispetto alla controparte a motore a combustione), e l'utilizzo dell'auto privata come veicolo per il car-sharing.

1.2 Caratteristiche dei sistemi DRT

1.2.1 Perché nasce il DRT

L'utilizzo di sistemi di trasporto privati, soprattutto in zone ad elevata urbanizzazione, rispetto all'utilizzo di sistemi di trasporto pubblico, comporta una serie di costi e impatti negativi per le comunità, tra cui:

- Riduzione della sicurezza stradale: secondo European Road Safety Observatory, 2022, l'incidentalità stradale rientra tra le dieci cause di morte più frequenti, con il 40% di scontri che hanno luogo in aree urbane. Pedoni, ciclisti e motociclisti, dovrebbero essere considerati "utenti vulnerabili", soprattutto considerando il loro crescente numero a seguito della diffusione di sistemi di micro-mobilità elettrica;
- Elevati livelli di inquinamento atmosferico e acustico: secondo European Commission, 2024, l'utilizzo delle automobili private risulta il maggiore contribuente all'inquinamento locale e globale di aria, acqua e suolo;
- Impari possibilità di accesso a sistemi di trasporto pubblici: questo causa esclusione sociale;

- Congestione stradale: aumenta i costi sia monetari che i tempi per raggiungere la destinazione dell'utente;
- Maggiore estensione urbana e sviluppo orientato all'utilizzo dell'automobile: generano aree urbane a bassa densità, in cui i sistemi di trasporto pubblici (PT) non sono in grado di offrire un sistema sufficientemente capillare senza ridurre la qualità del servizio.

In questo contesto, i sistemi DRT si offrono come una soluzione intermedia tra i PT e nuovi sistemi di ride-sharing più flessibili. Il trasporto pubblico convenzionale necessita generalmente di sovvenzioni economiche, in quanto, dovendo assicurare la copertura territoriale come servizio pubblico, difficilmente risulta finanziariamente redditizio. Al contrario, i servizi di ride-sharing possono risultare sostenibili dal profilo economico per operatori privati, ma presentano minori garanzie di equità di accesso rispetto al servizio pubblico, poiché sono prevalenti nelle zone con domanda di trasporto più elevata.

Ne consegue che l'efficacia di un sistema DRT dipende fortemente dal contesto territoriale e dalla configurazione adottata. Per questo motivo è necessario analizzare le caratteristiche che ne definiscono il funzionamento e le diverse modalità con cui tali servizi possono essere progettati e implementati.

1.2.2. Classificazione dei DRT

I sistemi di trasporto tradizionali sono generalmente progettati per svolgere al meglio la loro funzione in aree ad alta densità abitativa, in cui l'elevata concentrazione della popolazione permette agli utenti di usufruire di varie alternative di mobilità. Al contrario, nelle regioni a bassa densità, questi faticano a garantire un servizio con copertura omogenea ed economicamente sostenibile, in quanto i costi del servizio sono correlati con il numero di fermate e la frequenza del servizio.

Come riportato da Dauer et al. (2024), per supportare lo sviluppo di questi sistemi, negli anni diversi studi hanno proposto metodologie per categorizzare i DRT:

- Ambrosino et al. (2000) propongono una classificazione basata sul grado di flessibilità;
- Takeuchi et al. (2003) propongono una classificazione basata sul tipo di percorso, sull'orario e sulle modalità di prenotazione;
- Zografos et al. (2008) presenta una classificazione basata sul modello di business, in cui le categorie principali sono il modello di business, il contesto operativo, l'offerta del servizio e la strategia aziendale;
- Peterson (2019) ha analizzato diverse applicazioni reali di sistemi DRT, concentrandosi sugli aspetti fisici e virtuali relativi alle fermate;
- Winter et al. (2018) hanno studiato le potenzialità dei sistemi DRT gestiti tramite veicoli autonomi (Autonomous Demand Responsive Transport System,

ADRTS), che nonostante la completa automazione della flotta, mantengono molte caratteristiche dei sistemi tradizionali.

- Jittrapirom et al. (2019) hanno confrontato diversi servizi DRT nell'area di Nijmegen, nei Paesi Bassi. Per questa analisi, gli autori hanno classificato i sistemi considerando aspetti quali: modalità di condivisione del viaggio, approccio all'instradamento, sistema di prenotazione, accessibilità al pubblico generale, accessibilità per persone in sedia a rotelle, sistema tariffario, sconti per gli anziani, modalità di salita e discesa dei passeggeri e tempi di attesa.

Dall'analisi della letteratura precedente, emerge quindi la difficoltà nella classificazione di questi sistemi, in quanto non ne esiste una condivisa, bensì diversi raggruppamenti basati su singole caratteristiche del servizio.

Secondo Dauer et al. (2024), sebbene queste classificazioni siano molto dettagliate, non considerano tutti gli aspetti dei DRT e i loro impatti sul funzionamento del sistema della mobilità. Per questa ragione propongono una nuova classificazione, basata su uno studio in cui hanno analizzato un campione di 52 sistemi DRT, divisi in base all'area operativa (15 in area rurale, 11 in area urbana, 6 in area periurbana, 20 operanti in aree multiple), con durata vitale media di 18 mesi, e implementati in 24 stati, come riportato in Figura 1.

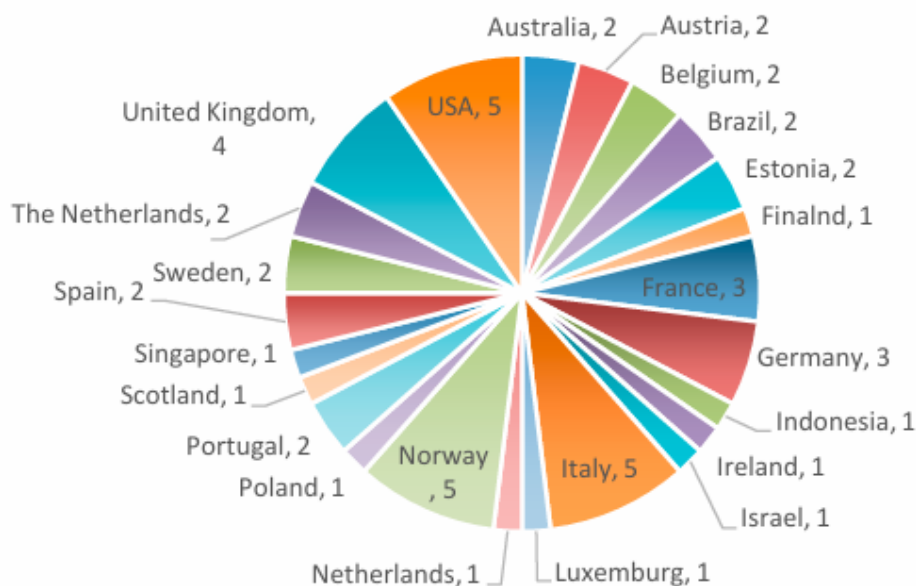


Figura 1. Fonte: Dauer et al. (2024), "Configurations and features of demand responsive transports".

In seguito all'analisi dei 52 casi studio, Dauer et al. (2024) hanno individuato degli insiemi di caratteristiche comuni a diversi sistemi DRT, portando alla formulazione di una classificazione basata su tre macrocategorie, riportate in Tabella 2.

Gruppo	Caratteristiche	Descrizione
Caratteristiche che influenzano la domanda	• Orari di servizio • Area di Servizio • Passeggeri Target	Periodo in cui il servizio è disponibile (orario convenzionale, orario di punta, servizio notturno, variabile); Area principale in cui è disponibile il servizio (urbana, periurbana, rurale, multipla); Principale gruppo di utenti per cui il servizio è progettato: può includere tutti i passeggeri o specifici gruppi.
Caratteristiche che influenzano le attività giornaliere	• Tipologia di fermate • Frequenza delle operazioni • Tempo minimo di prenotazione • Punti di salita e di discesa	Fisse o variabili; Frequenza con cui il servizio è effettuato (numero fisso di viaggi giornalieri o a chiamata); Periodo minimo di prenotazione richiesto prima dell'orario di salita, può essere in tempo reale o con un anticipo prefissato; Riferiti alla differenza tra i punti effettivi di salita e discesa rispetto alla richiesta dell'utente: punto specifico (Door-to-Door), punto in prossimità di quello richiesto o punto definito pre-mappato;

	• Tipologia di veicolo • Percorso del mezzo	Definisce la capacità del veicolo in termini di passeggeri contemporanei trasportabili, i più comuni sono minivan, autobus, taxi, automobili; Metodologia e principi operativi per la scelta del percorso, le modalità più comuni sono: percorsi prestabiliti, percorsi stabiliti con possibilità di deviazione, percorsi "fluidi" (free-floating).
Gestione ed esercizio	• Finalità del servizio • Modalità operativa • Metodologia tariffaria • Modalità di prenotazione • Identificazione visiva delle fermate	Obiettivi che determinano la progettazione e l'implementazione del sistema; Metodologia di progettazione del sistema: uno-a-uno (one-to-one), molti-a-uno/uno-a-molti (many-to-one/one-to-many), o molti-a-molti (many-to-many); Come avviene il pagamento: a priori, a bordo del mezzo, o servizio gratuito; Modalità con cui l'utente può prenotare il servizio: chiamata telefonica o web (sito internet o applicazione); Fermate divise in fisiche o virtuali, alcuni servizi utilizzano elementi di identificazione visiva.

Tabella 2. Elaborazione delle macrocategorie espresse da Dauer et al. (2024).

1.2.3 Caratteristiche dei DRT

➤ Caratteristiche che influenzano la domanda

Questo insieme di caratteristiche comprende i fattori più rilevanti per la determinazione del numero di viaggi che il sistema deve essere in grado di gestire durante il suo funzionamento. I sistemi che operano in prossimità o durante gli orari di punta devono essere in grado di gestire un numero più elevato di richieste rispetto ai sistemi che operano al di fuori delle fasce orarie di maggiore domanda, come i fine settimana, gli orari notturni o, più in generale, in orari di morbida. Inoltre, i sistemi che operano in aree densamente popolate, come i centri urbani, registrano un numero superiore di spostamenti rispetto alle aree meno popolate. Infine, la categoria di passeggeri di riferimento è un fattore rilevante per la determinazione del numero di richieste, in funzione delle esigenze specifiche della fascia di popolazione considerata, ad esempio le persone più vulnerabili o coloro che non hanno accesso a sistemi di trasporto pubblico esistenti.

◆ **Passeggeri target:**

Secondo Dauer et al., circa il 40% dei DRT sviluppati per operare in aree rurali, sebbene utilizzabili dal pubblico generale, sono rivolti a una specifica fascia di popolazione, solitamente persone anziane, persone con disabilità fisiche o persone in condizione di vulnerabilità sociale, le cui esigenze si riflettono negli obiettivi proposti dal sistema DRT e nelle scelte progettuali. Riguardo ai sistemi operanti in aree urbane, questa tendenza è ridotta (solo 2 degli 11 sistemi analizzati da Dauer et al. sono stati progettati per servire una specifica fascia di utenza), poiché gli obiettivi proposti si incentravano maggiormente sull'offrire un'alternativa rapida e veloce rispetto ai PT tradizionali. Tale orientamento è confermato anche dal fatto che diversi sistemi DRT urbani non accettano richieste di viaggio che possono essere soddisfatte dai sistemi PT già disponibili.

➤ Caratteristiche che influenzano le attività giornaliere

Le caratteristiche progettuali influenzano direttamente il funzionamento operativo quotidiano del sistema. In particolare, la tipologia delle fermate (fisse o variabili), la posizione dei punti di salita o di discesa (punti mappati, punti vicini alla richiesta dell'utente o punti precisi richiesti dall'utente, come nei sistemi porta-a-porta), e la flessibilità del percorso, svolgono un ruolo fondamentale per determinare il livello complessivo di flessibilità del sistema.

La natura finita dei mezzi di trasporto pone delle limitazioni al numero di passeggeri servibili contemporaneamente: ad esempio, mezzi di dimensioni maggiori possono servire più passeggeri, con potenzialità di percorsi più articolati, mentre mezzi più

compatti potrebbero dover rifiutare richieste di trasporto a causa della loro limitata capacità di trasporto.

In aggiunta, la necessità di un tempo minimo di prenotazione del servizio può rappresentare un elemento di conflitto: la richiesta che la prenotazione avvenga con un determinato anticipo permette agli operatori di ottimizzare la pianificazione dei percorsi, mentre la possibilità di effettuare una prenotazione con minimo anticipo rispetto all'orario di partenza desiderato risulta più attrattiva per i passeggeri, aumentando la possibilità che gli utenti utilizzino il sistema.

♦ **Sistemi operanti in aree rurali:**

Sono solitamente progettati per operare con soluzioni interamente o parzialmente Door-to-Door, quindi con punti di salita e di discesa specificati dall'utente, quindi con fermate virtuali. La circolazione dei veicoli solitamente è free-floating, ossia senza un itinerario prestabilito. La maggior parte richiede una prenotazione anticipata, con un preavviso variabile da 1 a 24 ore. La prenotazione tramite call-center è la modalità di prenotazione più diffusa, mentre molti sistemi (circa il 50% di quelli analizzati da Dauer et al.) offrono anche la prenotazione tramite applicazione dedicata. La maggior parte dei servizi opera durante i normali orari di esercizio dei PT, e operano a chiamata, venendo attivati solo su richiesta.

♦ **Sistemi operanti in aree urbane:**

La configurazione più comune è la "Corner-to-Corner" (Angolo-ad-Angolo) o una sua variante: in questo modello, l'utente è indirizzato a un punto di raccolta raggiungibile a piedi (solitamente una fermata di un PT, una determinata strada o una intersezione stradale). Di conseguenza, non è presente una prevalenza nell'utilizzo di fermate fisiche o virtuali. I veicoli operano prevalentemente con percorsi free-floating tra le fermate. Con riferimento alla modalità di prenotazione, le due modalità più utilizzate permettono la richiesta di viaggio direttamente alla fermata, o richiedono una prenotazione anticipata, con preavviso tra 30 minuti e 48 ore. Molti dei sistemi sono attrezzati per il trasporto di passeggeri in sedia a rotelle. Questi servizi operano principalmente negli orari di normale esercizio dei PT.

♦ **Sistemi operanti in aree periurbane o multimodali:**

Operano in base a una combinazione di caratteristiche, che rendono difficile l'identificazione di un modello di riferimento comune. Tra gli elementi ricorrenti si identificano la progettazione orientata all'utilizzo da parte della popolazione generale, e l'uso di percorsi free-floating.

♦ **Tipologia veicolare:**

Le scelte più utilizzate ricadono su minibus e furgoni, anche se non emerge un modello di impiego unico. La scelta del tipo di veicolo sembra influenzata da fattori quali la disponibilità di veicoli nella flotta esistente, le caratteristiche dell'area di traffico in cui è disponibile il servizio e il budget disponibile per l'acquisto dei veicoli.

➤ **Decisioni Amministrative**

Comprendono le decisioni di natura amministrativa, che definiscono la struttura del servizio e le modalità di interazione dei passeggeri con esso. La modalità operativa e lo scopo del servizio orientano la definizione delle sue caratteristiche principali, mentre la semplicità delle operazioni di prenotazione, pagamento e identificazione delle fermate è un elemento fondamentale per favorire l'adozione del sistema da parte della popolazione.

♦ **Finalità del servizio:**

I sistemi DRT sono progettati e implementati per perseguire specifici obiettivi, che rispondono a specifiche esigenze del territorio di riferimento.

Le finalità più comuni sono 9:

- ❖ Ridurre i costi operativi;
- ❖ Offrire un'alternativa di mobilità;
- ❖ Alimentare altri sistemi di trasporto;
- ❖ Ridurre l'inquinamento;
- ❖ Servire le utenze con maggiori necessità;
- ❖ Sostenere i PT esistenti;
- ❖ Connettere aree rurali/periurbane/urbane;
- ❖ Fornire servizi di trasporto in aree rurali;
- ❖ Offrire servizi a scopo turistico.

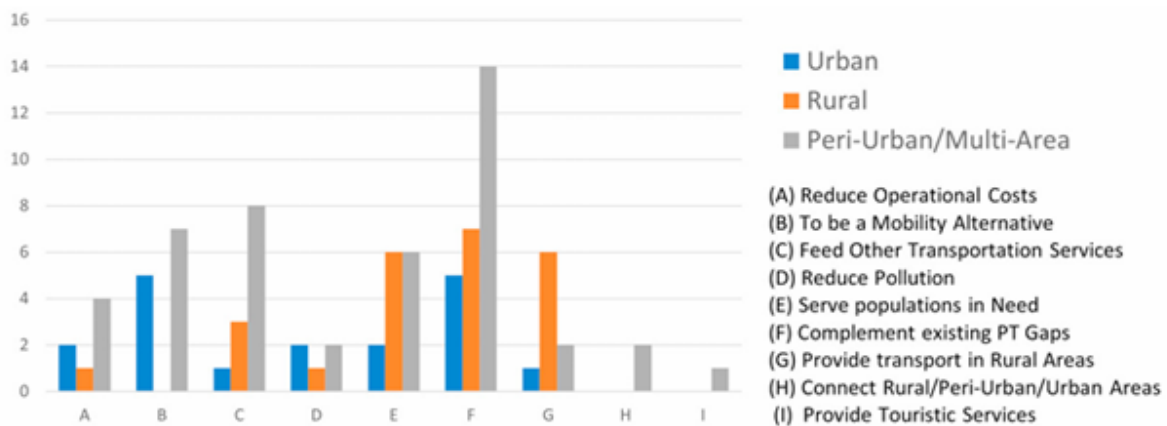
Queste sono riportate in figura 2.

Nei sistemi operanti in aree rurali prevalgono gli obiettivi di fornire servizi di trasporto nelle zone a bassa densità abitativa e di integrare o sostituire il trasporto pubblico tradizionale, spesso caratterizzato da frequenze ridotte. Nei contesti urbani, invece, i DRT sono impiegati principalmente come complemento alla rete di trasporto pubblico esistente, offrendo un'alternativa di mobilità e contribuendo alla riduzione delle emissioni. Nelle aree periurbane essi svolgono frequentemente una funzione di collegamento (*feeder*), facilitando l'accesso degli utenti alle principali infrastrutture di trasporto.

♦ **Metodologia tariffaria:**

Tra i sistemi analizzati sono state individuate quattro modalità tariffarie: gratuita, tariffa fissa (la più diffusa), basata sulla distanza percorsa e basata sull'orario di prelievo (la meno comune).

Inoltre, alcuni dei sistemi prevedevano più categorie tariffarie, differenziate in base all'età o alla condizione socioeconomica dell'utente. La modalità basata sulla distanza percorsa è meno diffusa e riguardano i sistemi più assimilabili ai metodi tradizionali, come il trasporto via taxi. I sistemi con tariffa gratuita sono particolarmente rari (2 casi su 52 analizzati) e riguardavano sistemi utilizzati in aree rurali.



Finalità dei servizi DRT

Figura 2. Fonte: Dauer et al. (2024), "Configurations and features of demand responsive transports".

2. Ottimizzazione dei sistemi DRT

Il funzionamento operativo di un sistema DRT richiede la risoluzione continua di un problema di ottimizzazione, in cui le richieste devono essere indirizzate ai veicoli disponibili e con la determinazione del percorso più appropriato nel rispetto dei vincoli operativi e di qualità del servizio.

A differenza dei PT tradizionali, operanti con orari e percorsi prestabiliti, i sistemi DRT possono ricevere richieste distribuite nello spazio e nel tempo in maniera irregolare e, nei sistemi più sviluppati, anche durante lo svolgimento del servizio.

Come anticipato nel capitolo 1., il comportamento dei sistemi DRT viene modellato come una variante del Dial-a-Ride Problem (DARP), in cui le richieste sono costituite da coppie di punti indicanti i punti di salita e discesa (pick-up e drop-off) che devono essere serviti rispettando i vincoli di capacità dei veicoli, finestre temporali e limiti su durata del viaggio del passeggero. L'obiettivo consiste nel pianificare percorsi che soddisfino tali vincoli, minimizzando il costo operativo, la distanza percorsa e il tempo complessivo di servizio.

Come evidenziato da Ho et al. (2018), il DARP appartiene alla classe dei problemi NP-hard, caratterizzati da una complessità computazionale che cresce rapidamente con l'aumentare del numero delle richieste, e quindi di vincoli considerati. In quest'ottica, la risoluzione esatta di questi problemi, in cui si identifica la soluzione ottima, risulta limitata a problemi di dimensione contenuta, incompatibile con l'applicazione reale, in cui le richieste sono in numero molto elevato e richiedendo tempi di risposta limitati. Risulta dunque necessario adoperare metodi approssimati, in grado di fornire soluzioni con elevato grado di qualità con tempi di calcolo compatibili con la soluzione del servizio.

I DARP possono essere classificati in base alle caratteristiche delle informazioni disponibili, venendo distinti in problemi statici e dinamici, a seconda che le informazioni siano note prima del servizio o si presentino durante il suo svolgimento, e problemi deterministici e stocastici, in base al grado di incertezza delle informazioni. Inoltre, seguendo la classificazione proposta da Ho et al. (2018), i metodi di risoluzione sono divisi in tre categorie: Metodi esatti, che garantiscono l'individuazione della soluzione ottima; Euristiche, che forniscono rapidamente soluzioni ammissibili in base a regole decisionali; Metaeuristiche, in cui la ricerca della soluzione avviene attraverso metodi più sofisticati, fornendo generalmente il miglior compromesso tra qualità della soluzione e tempo di calcolo.

2.1 Approcci statici, dinamici, deterministici e stocastici

L'approccio alla risoluzione dei DARP si basa su due aspetti fondamentali:

1. Le decisioni sono effettuate a priori (statiche) o esse possono essere modificate conseguentemente al ricevimento di nuove informazioni (dinamiche) ricevute dopo l'inizio del servizio;
2. Le informazioni, quando ricevute, sono caratterizzate da certezza (deterministiche) o soggette a incertezza (stocastiche).

Questa divisione porta a quattro categorie fondamentali di DARP: statico-deterministico, statico-stocastico, dinamico-deterministico, dinamico-stocastico.

Tipo di servizio	Caratteristiche
Statico-deterministico	Il piano è definito prima dell'inizio del servizio, nella fase di pianificazione, basato su informazioni note con certezza.
Statico-stocastico	Il piano è definito prima dell'inizio del servizio, le informazioni sono incerte.
Dinamico-deterministico	Il piano può essere aggiornato durante il servizio, le nuove informazioni sono certe.
Dinamico-stocastico	Il piano può essere aggiornato durante il servizio, le nuove informazioni sono incerte.

Tabella 3. Classificazione dei problemi DARP in base alla dinamicità delle decisioni e grado di certezza delle informazioni. Rielaborazione dell'autore da Ho et al. (2018)

La differenza tra un DARP statico e uno dinamico riguarda quindi il momento in cui le informazioni diventano disponibili, e quindi la possibilità di modificare il piano operativo: nei problemi statici, il piano viene definito anticipatamente per l'intero lasso temporale; nei problemi dinamici, a seguito dell'emergere di nuove informazioni (e.g. nuove richieste di trasporto, modifiche a richieste esistenti, eventi imprevisti come guasti, incidenti o ritardi), il piano viene modificato. In un DARP deterministico, le informazioni sono note con certezza nel momento di effettuare le decisioni sul piano operativo, mentre nei DARP stocastici le informazioni hanno un grado di incertezza, nonostante l'incertezza stessa possa essere nota al momento della decisione (e.g. come range di valori o distribuzione di probabilità). La distinzione tra DARP deterministici e stocastici può essere interpretata anche in termini di informazioni perfette ed imperfette. Nei problemi deterministici, le informazioni sono complete riguardo alle operazioni del servizio: nel caso statico queste sono note prima del servizio, mentre nel caso dinamico lo diventano progressivamente durante lo svolgimento delle operazioni, consentendo l'aggiornamento del piano. Nei problemi

stocastici le informazioni sono imperfette, e riguardano l'effettiva comparsa degli utenti, le loro esigenze o l'effettiva durata delle operazioni, per cui il piano può essere aggiornato in base a modelli probabilistici o strategie di adattamento.

Nell'applicazione reale dei problemi DRT e loro risoluzione, i problemi risultano principalmente stocastici, poiché i processi sono spesso imprevedibili a causa di fattori esterni e imprevedibilità umana.

2.2 Metodi Risolutivi

I DARP, e di conseguenza i DRT, sono noti come problemi appartenenti alla classe di **problemi NP-hard**. Questi sono una classe di problemi per i quali non è noto un algoritmo in grado di trovare la soluzione in tempo polinomiale, ovvero una soluzione in cui il tempo di esecuzione cresce come una potenza dell'input:

$$O(n), O(n^2) \dots O(n^k)$$

Dove n è la dimensione dell'input e k è una costante.

Questa crescita è considerata trattabile in informatica, poiché all'aumentare della dimensione del problema, il tempo di calcolo della soluzione rimane relativamente gestibile.

Al contrario, molti problemi NP-hard sono risolti da algoritmi che presentano un tempo di risoluzione esponenziale o fattoriale, come

$$O(2^n), O(3^n) \dots O(n!)$$

In questi casi, a piccoli incrementi nelle dimensioni dell'input corrispondono enormi incrementi nei tempi di esecuzione.

Per comprendere l'impatto pratico della complessità computazionale, si consideri un problema classico di ottimizzazione combinatoria.

Traveling Salesman Problem (TSP)

Si consideri il caso di corriere che deve effettuare delle consegne in n città, visitandole una sola volta, e tornando infine al punto di partenza. L'obiettivo è di determinare il percorso da seguire con lunghezza minima. Un primo approccio può essere il metodo "brute force", in cui si valutano tutti i possibili percorsi:

Numero di città (n)	Percorsi da valutare (n!)
5	$5! = 120$
10	$10! = 3,63 \cdot 10^6$
15	$15! = 1,3 \cdot 10^{12}$
20	$20! = 2,4 \cdot 10^{18}$

Tabella 4. elaborazione del numero di percorsi in funzione del numero delle città.

Si osservi come, con l'aggiunta di poche città, il numero di soluzioni passi da centinaia a milioni a miliardi di miliardi.

Anche con un computer in grado di analizzare 10^9 (un miliardo) soluzioni al secondo,

il tempo necessario sarebbe: $\frac{2,4 \cdot 10^{18}}{10^9} = 2,4 \cdot 10^9 \approx 77 \text{ anni}$

Si supponga che esista un algoritmo di risoluzione in tempo polinomiale, con complessità $O(n^5)$. Il numero di operazioni, considerando il caso di 20 città, sarebbe

$20^5 = 3\,200\,000$. Lo stesso computer impiegherebbe: $\frac{3\,200\,000}{10^9} = 0,0032 \text{ s} = 3,2 \text{ millisecondi}$.

Sebbene il DARP presenti vincoli aggiuntivi rispetto al Traveling Salesman Problem (TSP), quest'ultimo è un esempio illustra come il numero di soluzioni cresca rapidamente, e quindi perché, nello sviluppo dei metodi risolutivi per i DARP, l'utilizzo di metodi esatti risulta spesso impraticabile, e dunque limitato a casi studio di dimensione contenuta. Nella risoluzione dei DARP di interesse applicativo si ricorre a metodi euristici e metaeuristici che, pur non garantendo la soluzione ottima, riescono a ottenere soluzioni di elevata qualità, mantenendo tempi di calcolo compatibili con i requisiti operativi dei sistemi DRT.

2.2.1 Metodi Esatti

Lo sviluppo dei metodi esatti è fortemente orientato alla risoluzione di problemi statico-deterministici, mentre sono state proposte poche trattazioni per metodi statico-stocastici. Ciò è dovuto al fatto che i modelli di programmazione stocastica sono spesso computazionalmente intrattabili nell'ambito dei DRT e faticano a produrre delle soluzioni in tempi compatibili con contesti dinamici, nei quali le richieste possono cambiare in tempo reale.

Nonostante queste limitazioni, i metodi esatti trovano applicazioni nei problemi statici, in quanto consentono di ottenere soluzioni ottime, che rappresentano la scelta preferibile in fase di pianificazione del servizio.

Dalla letteratura, emerge che questi approcci sono sviluppati prevalentemente per problemi a obiettivo singolo, rispetto a varianti multi-obiettivo del DARP.

La maggior parte degli algoritmi esatti si basa sul paradigma del Branch-and-Bound (B&B), dal quale derivano tecniche più avanzate, quali il Branch-and-Cut (B&C), il Branch-and-Price (B&P) e il Branch-and-Price-and-Cut (B&P&C).

2.2.1.1 Branch-and-Bound

Il Branch-and-Bound è uno dei primi metodi esatti sviluppati per la risoluzione dei problemi di ottimizzazione e funge da base per l'evoluzione di metodi di ottimizzazione più sofisticati. L'obiettivo dell'algoritmo è individuare la soluzione ottima tra quelle possibili, evitando di analizzare quelle che possono essere escluse a priori. L'idea fondamentale consiste nel rappresentare il problema come un albero di ricerca, dove ogni nodo corrisponde a una soluzione parziale. Il funzionamento del Branch-and-Bound (B&B) si basa su due operazioni: *branching* e *bounding*. Durante la fase di *branching* il problema viene suddiviso in sottoproblemi, progressivamente più specifici, idealizzabili come i nodi di un albero di ricerca. Successivamente, su ogni ramo viene effettuata la fase di *bounding*, nella quale viene calcolato un limite (*bound*) del miglior risultato ottenibile da quel ramo. Nel caso in cui la soluzione stimata risulti peggiore di quella migliore trovata fino a quel momento (*incumbent*), l'intero ramo viene eliminato (*pruning*), poiché nessuna delle soluzioni sarà quella ottima. Nella maggior parte dei casi, il valore del *bound* è calcolato con metodi di rilassamento, che semplificano il problema (e.g. le variabili intere vengono considerate continue, eliminando alcuni vincoli ecc.). Per chiarire il funzionamento, si consideri l'esempio di figura 3, relativo a un problema di minimizzazione. Da una prima analisi, si è ricavato un valore iniziale pari a 100, che rappresenta l'*incumbent*. Si procede applicando il metodo Branch-and-Bound.

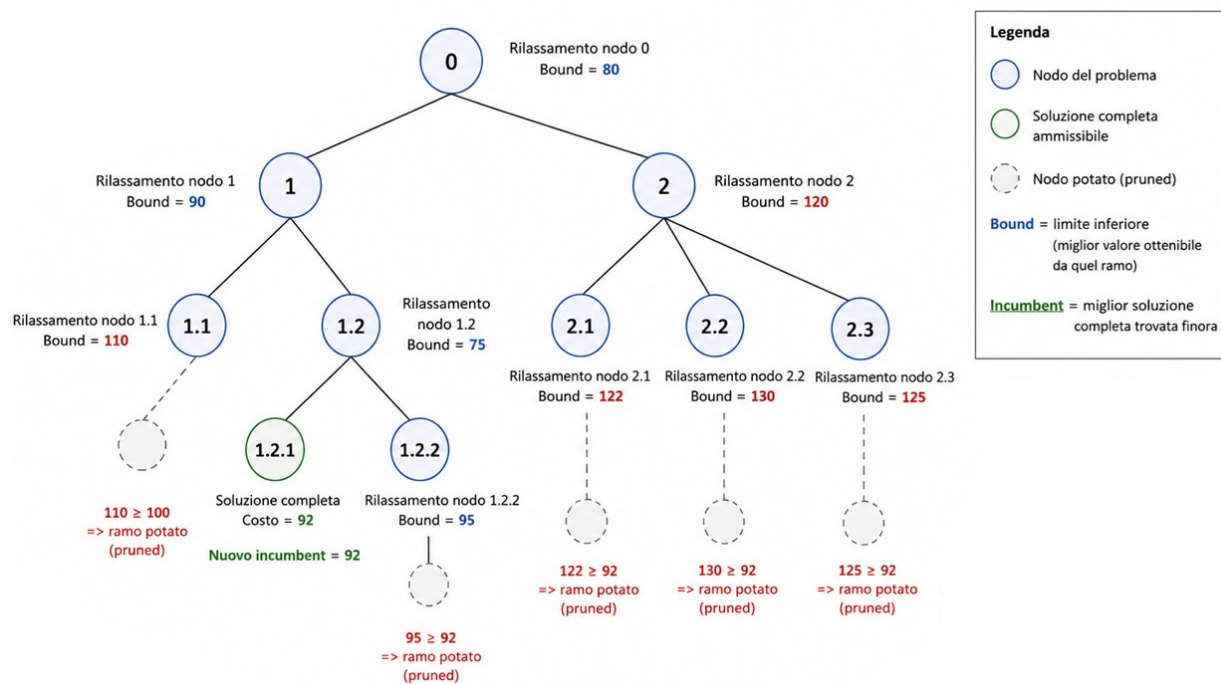


Figura 3. Esempio di applicazione di un algoritmo B&B per un problema di minimizzazione. Fonte: *Materiale didattico di Ricerca Operativa / Ottimizzazione Combinatoria, Università degli Studi.*

2.2.1.2 Branch-and-Cut

Gli algoritmi **Branch-and-Cut (B&C)** nascono come estensione diretta degli algoritmi Branch-and-Bound (B&B), con l'obiettivo di ridurre il numero di sottoproblemi da esplorare e migliorare l'efficienza della ricerca della soluzione ottima. Questa formulazione nasce dall'esigenza di migliorare l'efficienza del B&B, in cui il tempo di calcolo cresce rapidamente all'aumentare della dimensione del problema.

Il metodo mantiene il principio di ricerca della soluzione ad albero, ma introduce una ulteriore fase basata sull'aggiunta di vincoli validi (*cutting planes*), rappresentabili come disuguaglianze, con l'obiettivo di ridurre lo spazio delle soluzioni. Questa fase elimina quindi le soluzioni frazionarie (cioè con valori non interi) ottenute tramite rilassamento, impiegato nei metodi B&B. Geometricamente, se si considera lo spazio delle soluzioni di un dato problema, l'applicazione di un *cutting plane*, quindi di un nuovo vincolo, equivale all'introduzione di un ulteriore lato nel poliedro delle soluzioni.

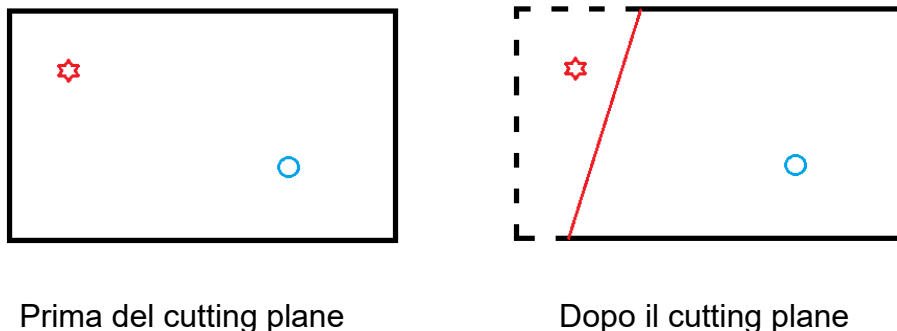


Figura 4. Esempio concettuale di applicazione di un cutting plane.

Nell'immagine il rettangolo rappresenta lo spazio delle soluzioni del problema, il cerchio blu indica la soluzione di ottimo e la stella rossa indica la soluzione frazionaria ottenuta con il rilassamento lineare. Prima dell'applicazione del B&C, sia la soluzione ottima del rilassamento lineare sia la soluzione intera ottima appartengono alla regione delle soluzioni ammissibili. L'aggiunta del vincolo elimina la soluzione frazionaria senza escludere la soluzione intera.

Di conseguenza, la formulazione matematica risulta più restrittiva, e i valori del *bound* calcolati durante la valutazione dell'albero risultano più accurati.

Il principale vantaggio del Branch-and-Cut consiste nel produrre limiti più forti rispetto al Branch-and-Bound tradizionale, aumentando la probabilità di individuare rapidamente soluzioni intere e consentendo di eliminare un maggiore numero di rami. Di conseguenza, il numero di nodi esplorati viene ridotto, con una conseguente diminuzione dei tempi di calcolo.

Una delle prime formulazioni Branch-and-Cut applicate al DARP è dovuta a Cordeau (2006), il quale ha introdotto diverse famiglie di disuguaglianze valide, derivate dal Traveling Salesman Problem (TSP) e dal Vehicle Routing Problem (VRP).

Successivamente, Ropke et al. (2007) hanno migliorato la formulazione introducendo nuove classi di vincoli validi, tra cui:

- **Strengthened capacity:** rafforzano i vincoli di capacità dei veicoli. Per esempio, supponendo di avere un bacino di 15 utenti, e veicoli con capacità massima di 10 passeggeri, nel rilassamento lineare, poiché i vincoli di interezza sono temporaneamente rimossi, la soluzione potrebbe risultare pari a 1,5 veicoli, mentre nella realtà sono necessari almeno 2 veicoli. Poiché presenta un valore della funzione obiettivo più favorevole alla soluzione intera, nonostante sia non realizzabile nella realtà.
- **Strengthened infeasible path:** eliminano i percorsi che non possono essere eseguiti nella realtà, perché violano vincoli operativi, come le finestre temporali, l'ordine obbligatorio tra pick-up e drop-off o la capacità dei veicoli. Ad esempio, impediscono le soluzioni in cui il drop-off di un cliente è previsto prima del corrispondente pick-up;

- **Fork constraints:** eliminano le soluzioni in cui un cliente sembra appartenere a sequenze di servizio incompatibili. Concettualmente, questo è il caso di una richiesta sembri servita da più veicoli contemporaneamente.

L'efficacia del B&C dipende fortemente dalla qualità delle disuguaglianze utilizzate e dalla scelta dei vincoli da aggiungere. All'aumentare della complessità del problema corrisponde un aumento del numero di *cutting planes* necessari, rendendo impraticabile la loro inclusione nella formulazione iniziale. Per questa ragione, vengono impiegate delle procedure di separazione (*separation procedures*), che individuano le disuguaglianze violate dalla soluzione frazionaria analizzata, e le aggiungono al modello solo quando necessario.

Quando le procedure di separazione richiedono un numero particolarmente elevato di *cutting planes*, vengono adottate euristiche di separazione (*separation heuristics*) per velocizzare il processo.

2.2.1.3 Branch-and-Price

A differenza del Branch-and-Cut, il **Branch-and-Price (B&P)** è un metodo che si basa sulla generazione di nuove variabili (*column generation*) al raggiungimento dei nodi, piuttosto che sulla generazione di vincoli.

Questi metodi si basano sulla riformulazione del problema in un *Restricted Main Problem (RMP)*, che rappresenta il problema principale in cui però alcune delle variabili sono escluse (per ridurre la complessità computazionale), e un *Pricing Subproblem* che, ad ogni nodo, aggiunge delle variabili per migliorare il metodo di rilassamento.

Nel contesto del DARP, il RMP ha il compito di selezionare l'insieme di percorsi che minimizzano la funzione obiettivo, nel rispetto dei vincoli relativi alle richieste di trasporto, mentre i pricing subproblem generano nuovi percorsi da inserire nella formulazione. Questa divisione permette di risolvere problemi di dimensione maggiore rispetto ai metodi precedenti, mantenendo la garanzia di convergenza alla soluzione ottima quando i sottoproblemi sono risolti con metodi esatti.

Gli approcci per la risoluzione dei sottoproblemi sono: esatto, euristico e ibrido. Gli approcci esatti garantiscono l'ottimalità ma richiedono elevati tempi di calcolo; quelli euristici riducono il tempo computazionale a discapito della garanzia dell'ottimo; gli approcci ibridi cercano di garantire la convergenza migliorando l'efficienza computazionale.

2.2.1.4 Branch-and-Price-and-Cut

Gli algoritmi **Branch-and-Price-and-Cut (B&P&C)** rappresentano l'evoluzione dei metodi B&P e B&C, combinando i vantaggi della column generation con quelli dei cutting planes: vengono sfruttate contemporaneamente la capacità del B&P di ridurre la dimensione del problema tramite la generazione dinamica delle variabili, e quella del B&C di rafforzare la formulazione tramite l'aggiunta di vincoli validi.

2.2.2 Metodi Euristici e Metaeuristici

I metodi esatti garantiscono l'individuazione della soluzione ottima a un determinato problema, ma la loro implementazione per problemi di grandi dimensioni risulta rapidamente ingestibile, a causa della complessità computazionale richiesta dai problemi DARP. Per problemi di dimensioni realistiche, si procede quindi con l'implementazione di **metodi euristici** e **metaeuristici**, in grado di garantire soluzioni che mantengono adeguati livelli di ottimizzazione della soluzione, ma la cui ricerca richiede tempi di calcolo notevolmente ridotti.

Le procedure **euristiche** sono progettate per costruire rapidamente una soluzione ammissibile seguendo regole decisionali semplici. Esse non garantiscono che la soluzione ottenuta sia quella ottima, ma consentono di affrontare problemi di grandi dimensioni in tempi contenuti.

Le procedure **metaeuristiche** rappresentano strategie di ricerca più generali e sofisticate. A differenza delle euristiche tradizionali, non definiscono una singola procedura ma permettono di esplorare lo spazio delle soluzioni evitando di rimanere bloccati in ottimi locali.

2.2.2.1 Euristiche Costruttive

Le **euristiche costruttive** rappresentano l'approccio approssimato più semplice per risolvere i problemi DARP. Sono algoritmi che generano una soluzione iniziale partendo da una soluzione vuota, e progressivamente viene inserita una nuova richiesta alla volta, nella posizione più conveniente secondo un criterio di costo minimo (*euristica greedy*). L'approccio risulta particolarmente semplice e veloce dal punto di vista computazionale.

Nonostante le prestazioni risultino generalmente inferiori rispetto a quelle dei metodi più sofisticati o metaeuristici, questi approcci rappresentano ruoli importanti in tre situazioni: nella risoluzione di DARP dinamici, dove è necessario trovare rapidamente una soluzione ammissibile; nella valutazione di differenti strategie operative; e per inizializzare algoritmi più complessi.

2.2.2.2 Tabu Search

La **Tabu Search (TS)** è una metaeuristica basata sulla ricerca locale, ma implementata per superarne uno dei limiti principali: la tendenza a riproporre soluzioni di ottimo locale, non globale. Il principio di funzionamento di questi algoritmi parte da una soluzione corrente e genera un insieme di soluzioni vicine, tramite un **operatore di vicinato** (*neighborhood operator*), e tra queste sceglie la soluzione migliore per la funzione obiettivo.

Una delle caratteristiche principali della TS è la presenza di una *tabu list*, nella quale vengono registrate le mosse recentemente effettuate. Queste mosse sono vietate per un determinato numero di iterazioni, evitando che vengano ripetute. Quindi si riduce la probabilità di rimanere "bloccati" su una soluzione di ottimo locale, e si riduce il rischio di tornare su soluzioni già proposte precedentemente. Per ridurre ulteriormente questa possibilità, l'algoritmo può accettare soluzioni non migliori o peggiori rispetto a quella attuale, permettendo di valutare nuove regioni dello spazio delle soluzioni, allontanandosi da ottimi locali.

Nel contesto del Dial-a-Ride Problem, una delle prime applicazioni di TS è da ricondurre Cordeau e Laporte (2003), e rappresenta uno dei riferimenti più importanti in questo ambito. L'algoritmo proposto da Cordeau e Laporte utilizzava un operatore di vicinato basato sullo spostamento di una richiesta da un percorso a un altro, generando diverse soluzioni nuove, modificando quindi l'assegnazione delle richieste ai percorsi dei veicoli.

A titolo esemplificativo, si considerino due veicoli V_1 e V_2 , ognuno con un proprio percorso R_1 e R_2 , e una richiesta costituita da un punto di pick-up P e un punto di drop-off D .

$$R_1 = A \rightarrow B \rightarrow C, \quad R_2 = E \rightarrow F$$

Supponendo che la soluzione S_0 corrente preveda che il veicolo V_1 soddisfi la richiesta, una possibile soluzione S_1 proposta da TS riguarda lo spostamento della richiesta sul percorso R_2 , come mostrato in Figura 5.

$$S_0 = \begin{cases} V_1 : A - P - D - B - C \\ V_2 : E - F \end{cases} \longrightarrow S_1 = \begin{cases} V_1 : A - B - C \\ V_2 : E - P - D - F \end{cases}$$

Figura 5. Esempio di applicazione di TS

La soluzione S_1 appartiene al vicinato di S_0 , e lo spostamento $P-D$ è inserito nella *tabu list*.

Un altro aspetto importante nell'applicazione della TS al DARP riguarda la gestione dei vincoli, come la capacità dei veicoli e le finestre temporali delle richieste. Per consentire la ricerca anche di soluzioni temporaneamente non ammissibili, è possibile inserire nella funzione obiettivo delle penalità associate ai vincoli.

In generale, la funzione può essere rappresentata come:

$$F(S) = C(S) + \sum_i \lambda_i V_i(S)$$

Dove $F(S)$ rappresenta il valore complessivo associato alla soluzione S , $C(S)$ il suo costo, V_i l'entità della violazione di un vincolo e λ_i la penalità associata. La presenza di penalità permette quindi di non scartare una soluzione non ammissibile, ma di attribuirle un costo maggiore. Una soluzione inammissibile può essere accettata durante la ricerca, se consente di raggiungere una regione dello spazio delle soluzioni caratterizzata da soluzioni ammissibili e di migliore qualità.

Dal punto di vista computazionale, la **valutazione del vicinato** risulta la fase più onerosa, in quanto il numero di mosse da valutare può diventare molto elevato all'aumentare delle dimensioni del problema.

"Per ridurre il costo computazionale della valutazione, alcuni approcci limitano l'analisi alle mosse che rispettano determinate soglie, mentre altri ricorrono al campionamento casuale di un sottoinsieme delle mosse candidate (Ho et al., 2018)"

L'efficacia dell'approccio proposto da Cordeau e Laporte (2003) ha portato numerosi studi successivi a sviluppare algoritmi basati sulla stessa struttura, adattandoli a DARP caratterizzati da vincoli più complessi e da condizioni maggiormente rappresentative delle applicazioni reali. Tra questi, Ho et al. (2018) citano Beaudry et al. (2010), Ho e Haugland (2011), Guerriero et al. (2013), Paquette et al. (2013), Kirchler e Wolfler Calvo (2013) e Detti et al. (2017).

2.2.2.3 Simulated Annealing

Il **Simulated Annealing (SA)** è un approccio metaeuristico di ricerca stocastico, ispirato dal processo fisico della ricottura (annealing), in cui un materiale viene riscaldato sopra la soglia di cristallizzazione, mantenuto a quella temperatura per uniformare la struttura interna e raffreddato lentamente per ridurre i difetti, riducendo così l'energia minima del sistema.

Nell'applicazione al DARP l'algoritmo, partendo da una soluzione iniziale, ad ogni iterazione genera casualmente una soluzione appartenente all'intorno di quella iniziale. Questa nuova soluzione viene accettata se comporta un miglioramento della funzione obiettivo. Similmente al comportamento esposto nella Tabu Search, il SA consente di accettare soluzioni peggiori, in base a una determinata probabilità, in modo da superare le soluzioni di ottimo locale.

La probabilità di accettare un peggioramento della soluzione è calcolata in base a un parametro T , detto temperatura, che, analogamente a quanto avviene nel processo fisico, si riduce con l'avanzare del procedimento, quindi al crescere del numero di iterazioni.

Generalmente, la funzione che gestisce la probabilità di accettazione di un peggioramento è:

$$P(\text{accettazione}) = e^{-\frac{\Delta f}{T}}$$

Dove $\Delta f = f(S_1) - f(S_0)$ indica il peggioramento della funzione obiettivo passando dalla soluzione iniziale S_0 a una soluzione S_1 , e T indica la temperatura. Quanto T è grande, l'algoritmo ha una alta probabilità di accettare soluzioni peggiori, e questa diminuisce al diminuire di T .

È importante notare che la variazione di T non dipende dalla formula di accettazione, ma da una **regola di raffreddamento** (*cooling schedule*), che ne modifica il valore all'aumentare del numero di iterazioni. Per esempio, una possibile regola di raffreddamento potrebbe essere $T_{k+1} = 0,9 \cdot T_k$.

Per chiarire il funzionamento dell'algoritmo, si consideri il seguente esempio: si supponga di adoperare un algoritmo di simulated annealing per minimizzare il costo totale dei percorsi seguiti da una flotta di veicoli. La soluzione corrente S presenta un valore $f(S) = 100$.

L'algoritmo genera una soluzione S' vicina tale che $f(S') = 105$. Il peggioramento è $\Delta f = 5$. Se la temperatura iniziale è $T = 100$, la probabilità di accettare la nuova soluzione è: $P(\text{accettazione}) = e^{-\frac{5}{100}} = 95,1\%$. Proseguendo, l'algoritmo calcola nuovi valori di T . Se, in fase successiva, la temperatura è ridotta a 10, o anche 1, la probabilità di accettazione di una soluzione peggiorativa, a parità di Δf è rispettivamente 60,7% e 0,67%.

Si può osservare come una T alta permetta una esplorazione maggiore, mentre una T bassa offra una maggiore selettività.

Secondo Ho et al. (2018), il SA non ha mai avuto lo stesso livello di utilizzo di altri metodi metaeuristici. Nonostante questo fatto, Braekers et al. (2014) hanno sviluppato una variante deterministica, nota come deterministic annealing (DA), in cui le soluzioni peggiorative sono accettate se il peggioramento Δf è inferiore di una soglia deterministica. La combinazione di questa soglia, insieme a un più complesso operatore di vicinato e di una strategia di *restart*, ha prodotto risultati efficaci per diverse varianti di DARP.

2.2.2.4 Variable Neighborhood Search

Il **Variable Neighborhood Search (VNS)** è un algoritmo metaeuristico basato sul principio di modificare sistematicamente il vicinato durante la ricerca. Partendo da una soluzione iniziale s , si applica una sequenza di strutture di vicinato, progressivamente più ampie e diversificate. Considerando il primo vicinato, viene generata una soluzione s' , mediante una fase di perturbazione casuale detta *shaking*. All'interno di quel vicinato viene applicata una ricerca locale, per trovare la soluzione ottima locale s'' , che viene confrontata con la soluzione iniziale s . Se la nuova soluzione risulta migliore, diventa la nuova soluzione corrente e la ricerca riparte dal primo vicinato; in caso negativo, si considera il vicinato successivo. Si alternano quindi fasi di ricerca più ampia e fasi di ricerca locale più intensiva. Il criterio si arresta secondo un meccanismo di terminazione, esterno alla ricerca (ad esempio, il raggiungimento di un massimo numero di iterazioni o di un tempo massimo di calcolo).

Nel DARP, la VNS può essere applicata modificando la composizione e l'ordine delle richieste all'interno delle rotte dei veicoli. Muelas et al. (2013), ad esempio, hanno sviluppato una VNS per un problema DARP di grandi dimensioni, utilizzando tre classi di vicinato introdotte precedentemente da Parragh et al. (2010): la prima è basata sullo scambio di richieste, la seconda sull'approccio delle *ejection chains* (lo spostamento di una richiesta può rendere impraticabile un percorso, e determinare quindi una serie di espulsioni e reinserimenti di altre richieste tra le rotte), e l'ultima sullo scambio di sequenze naturali, ossia quando il carico del veicolo torna nullo al termine della sequenza. Questo algoritmo è stato applicato ad un caso studio relativo alla città di San Francisco, ottenendo complessivamente risultati migliori rispetto a metodi più consolidati.

La VNS risulta quindi particolarmente adatta alla risoluzione del DARP perché permette di combinare diverse tipologie di vicinato e modifiche delle rotte, mantenendo al tempo stesso una ricerca locale sulle soluzioni promettenti. La varietà dei vicinati rappresenta infatti uno strumento per aumentare la capacità dell'algoritmo di esplorare efficacemente uno spazio delle soluzioni molto ampio e complesso.

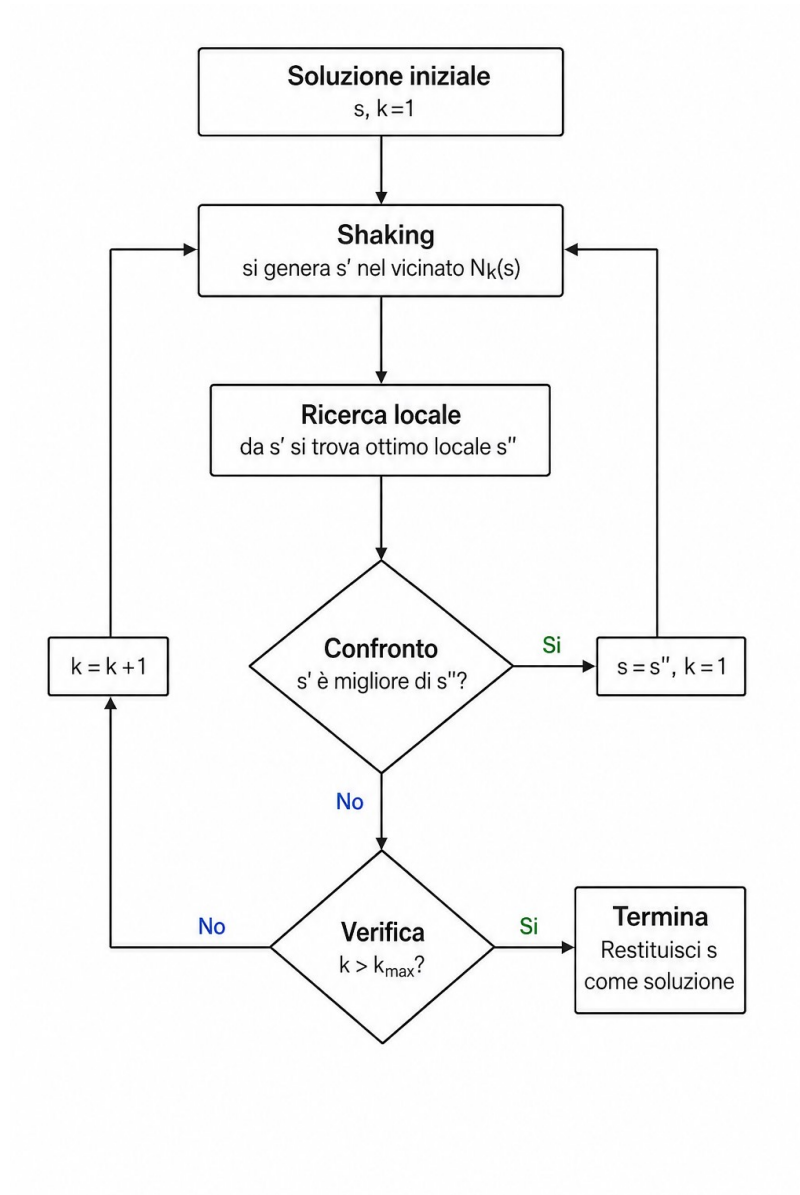


Figura 6. Rappresentazione di un algoritmo VNS.

2.2.2.5 Large Neighborhood Search

Il **Large Neighborhood Search (LNS)** è una metaeuristica introdotta da Shaw (1998) per la risoluzione del Vehicle Routing Problem (VRP), e successivamente sviluppato da Ropke e Pisinger (2006) per il Pickup and Delivery Problem with Time Windows (PDPTW). Secondo questi autori, i metodi euristici e metaeuristici locali, applicando piccole modifiche alla soluzione trovata, possono esplorare moltissime soluzioni in poco tempo. Tuttavia, poiché la soluzione cambia poco ad ogni iterazione, può presentare difficoltà nel muoversi da una regione dello spazio delle soluzioni a un'altra regione promettente. Viene quindi proposto di utilizzare grandi spostamenti, ottenuti tramite due fasi: la fase di distruzione (*ruin*), in cui una parte delle richieste viene rimossa, e la fase di ricostruzione (*recreate*), dove vengono reintrodotte.

Nel caso del DARP, durante la fase di distruzione, ad esempio, si procedere rimuovendo un certo numero q di richieste. La soluzione parziale ottenuta viene nuovamente completata nella fase di ricostruzione, durante la quale le richieste rimosse vengono nuovamente inserite nelle rotte. Ho et al. (2018) evidenziano come le modifiche prodotte dall'LNS siano generalmente più ampie di quelle generate con normali operatori di vicinato.

Una caratteristica importante dell'LNS è la possibilità di utilizzare differenti metodi euristici sia per la rimozione sia per il reinserimento delle richieste, le cui diverse combinazioni permettono di alternare strategie di esplorazione e di intensificazione. A titolo di esempio, si riporta che Ropke e Pisinger (2006) utilizzarono procedure di rimozioni casuali, rimozione delle richieste peggiori e rimozione basata sulle relazioni tra le richieste, mentre per il reinserimento adottarono euristiche greedy e regret.

Nell'applicazione al DARP, una delle estensioni più rilevanti è l'Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS), proposta da Ropke e Pisinger (2006): in questa variante, la scelta delle euristiche di distruzione e ricostruzione viene adattata durante la ricerca in base alle prestazioni ottenute nelle iterazioni precedenti. Viene inoltre utilizzato un criterio di accettazione basato sul SA, permettendo di accettare temporaneamente soluzioni peggiori di quella corrente, per evitare di rimanere confinati in ottimi locali.

2.2.2.6 Algoritmi Genetici

Gli **Algoritmi Genetici** (*Genetic Algorithm*, **GA**) sono metaeuristiche basate sulle popolazioni, e ispirati all'evoluzione naturale e dalla selezione genetica. L'algoritmo considera le soluzioni come gli individui di una popolazione. A ciascun individuo viene associato un valore *fitness*, che rappresenta la qualità della soluzione. Come nella selezione naturale, gli individui che presentano un valore di fitness migliore hanno più probabilità di essere scelti come "genitori" della generazione successiva, creata con due operatori: il **crossover**, che combina parti di due individui, e la **mutazione**, che introduce modifiche casuali. Le nuove soluzioni sono poi utilizzate per costruire la generazione successiva. Il processo si reitera per un determinato numero di generazioni o fino al raggiungimento di un criterio di arresto (per esempio, un miglioramento trascurabile tra due generazioni consecutive).

Ho et al. (2018) attribuiscono a Jorgensen et al. (2007) e Cubillos et al. (2009) un approccio *cluster-first, route-second*, in cui si alternano l'assegnazione dei clienti ai veicoli, tramite algoritmi genetici, e la risoluzione di problemi di routing indipendenti per i diversi veicoli, tramite metodi euristici.

2.2.2.7 Algoritmi Ibridi

Una tendenza sempre più diffusa è la combinazione di una metaeuristica con altri tipi di metaeuristiche oppure con metodi di programmazione matematica o programmazione con vincoli (*constraint programming*). Queste soluzioni sono ampiamente adottate dagli algoritmi più avanzati dello stato dell'arte.

1] Ibridi di metaeuristiche

Una prima modalità di ibridazione consiste nella combinazione di due o più metaeuristiche, da eseguire congiuntamente nello stesso algoritmo. Ad esempio, Chassaing et al. (2016) hanno proposto una *evolutionary local search*, nella quale gli individui generati attraverso operatori di mutazione sono migliorati tramite una ricerca locale, e la soluzione migliore è utilizzata come genitore della generazione successiva.

Un ulteriore metodo consiste nell'inserimento di una metaeuristica all'interno di un'altra metaeuristica: ad esempio, Masmoudi et al. (2016), hanno integrato una procedura di Simulated Annealing all'interno di un Bee Algorithm, in cui "api esploratrici" cercano nuove soluzioni, mentre le "api operaie" intensificano la ricerca nelle regioni con risultati migliori.

2] Ibridi di metaeuristiche integrati ad approcci di programmazione matematica

Un metodo ampiamente utilizzato per combinare una metaeuristica con un approccio basato sulla programmazione matematica consiste nell'integrare una metaeuristica all'interno di un metodo matematico, o viceversa. Ad esempio, Parragh e Schmid (2013) hanno proposto un metodo basato sulla generazione di colonne (column generation), nei quali la fase di pricing delle colonne viene eseguita tramite una VNS. Per migliorare la soluzione, viene inoltre applicata una LNS a una soluzione ammissibile. I percorsi generati vengono quindi trasformati in colonne e aggiunti al *main problem*, permettendo di individuare alcune nuove soluzioni migliori, richiedendo un tempo di calcolo significativamente inferiore.

Come indicato da Ho et al. (2018), uno degli algoritmi più efficaci per la risoluzione di DARP standard è stato proposto da Gschwind e Drexl (2016), nel quale la programmazione dinamica (Dynamic Programming, DP), viene utilizzata come elemento costitutivo all'interno di una LNS. Analogamente a Parragh e Schmid (2013), essi impiegano alcuni degli operatori introdotti da Ropke e Pisinger (2006), introducendo inoltre un nuovo operatore con finalità di intensificazione della ricerca.

3] Ibridi di metaeuristiche con constraint programming

È un metodo risolutivo proposto da Berbeglia et al. (2012a) in cui vengono combinati l'algoritmo Tabu Search (TS) di Cordeau e Laporte (2003) con la programmazione a vincoli sviluppata da Berbeglia et al. (2011). La programmazione a vincoli (CP) è un paradigma di programmazione basato su tecniche di ragionamento e ricerca. La TS viene impiegata per pianificare l'inserimento delle richieste e per migliorare la soluzione ammissibile corrente, mentre la CP verifica se l'aggiunta di una nuova richiesta consenta di mantenere la fattibilità della soluzione. La richiesta viene accettata se almeno uno dei due metodi individua una soluzione ammissibile. I risultati mostrano che questo approccio supera, in termini di prestazione, i due approcci base utilizzati singolarmente.

Metodo	Categoria	Struttura	Metodo di Ricerca	Diversificazione	Accettazione soluzioni peggiori	Ottimo garantito
Branch-and-Bound	Esatto	Albero	Branching + bounding	Pruning	✗	✓
Branch-and-Cut	Esatto	Albero	Branching + cutting planes	Pruning + vincoli	✗	✓
Branch-and-Price	Esatto	Albero + colonne	Branching + column generation	Colonne + vincoli	✗	✓
Branch-and-Price-and-Cut	Esatto	Albero + colonne + vincoli	Branching + column generation + cutting planes	Colonne + vincoli	✗	✓
Tabu Search	Metaeuristico	Singola soluzione	Ricerca Locale	Tabu list	✓	✗
Simulated Annealing	Metaeuristico	Singola soluzione	Ricerca locale stocastica	Cooling Schedule	✓	✗
Variable Neighborhood Search	Metaeuristico	Singola soluzione	Vicinati variabili	Cambio di vicinato	✗	✗
Large Neighborhood Search	Metaeuristico	Singola soluzione	Distruzione + ricostruzione	Grandi perturbazioni	Dipende	✗
Algoritmi genetici	Metaeuristico	Popolazione	Selezione + crossover + mutazioni	Popolazione + mutazione	Indiretto	✗
Algoritmi Ibridi	Ibrido	Dipende	Combinazione di metodi	Dipende	Dipende	Dipende

Figura 7. Tabella riassuntiva delle caratteristiche dei metodi risolutivi.

3. Esperienze Applicative

A seguito dell'analisi dei principali metodi utilizzati per la risoluzione del Dial-a-Ride Problem, risulta opportuno considerare come tali approcci trovino applicazione nella progettazione e gestione di sistemi di trasporto a domanda.

Il DARP nasce dalla necessità di affrontare problematiche reali, nelle quali la complessità del problema non è l'unico vincolo assegnato, ma vanno considerate anche le caratteristiche del servizio e del contesto operativo. Le applicazioni dei sistemi DRT possono variare significativamente in funzione della tipologia di utenti, dell'area servita e della distribuzione della domanda, con conseguenze sugli obiettivi perseguiti: ad esempio, oltre alla riduzione dei costi di gestione (particolarmente considerato dal punto di vista del gestore del servizio), possono assumere rilevanza i tempi di attesa e di viaggio degli utenti, il miglioramento della qualità del servizio o i livelli di impatto ambientale.

Come evidenziato da Ho et al. (2018), tra gli obiettivi più frequentemente considerati rientrano la minimizzazione dei costi operativi del gestore e di altre misure legate all'impiego delle risorse, quali la distanza percorsa dai veicoli e la durata complessiva dei viaggi, il numero di veicoli necessari alla flotta e il tempo di lavoro dei conducenti.

L'analisi delle esperienze applicative consente quindi di affiancare alla ricerca metodologica già analizzata una prospettiva maggiormente legata alla gestione del servizio.

3.1 Modello dei costi operativi dei sistemi DRT

Il costo operativo di un sistema DRT è influenzato dal livello della domanda, dalla qualità del servizio e dalle condizioni operative del sistema. Questi fattori determinano la dimensione della flotta, le ore complessive di funzionamento dei veicoli e le distanze che percorrono. Per stimare queste grandezze, Rahimi et al. (2018) hanno sviluppato un modello analitico basato sulle espressioni precedentemente proposte da Daganzo (1978), assumendo una domanda uniformemente distribuita nello spazio e nel tempo. Tra i tre algoritmi considerati da Daganzo (1978), viene adottato l'Algoritmo 2, nel quale, raggiunta l'occupazione obiettivo del veicolo, le operazioni di pick-up e drop-off vengono alternate. Tramite simulazioni si è osservato come questo sia l'algoritmo migliore tra quelli analizzati, specialmente in relazione al crescere dell'area operativa e alla necessità di una flotta maggiore.

Il primo elemento da considerare è il tempo necessario a un veicolo per servire un passeggero: esso comprende il tempo medio necessario per la salita e discesa del passeggero, b_1 e b_2 rispettivamente, e il tempo di percorrenza associato agli spostamenti tra i punti di pick-up e drop-off d_{ni} e d_N

$$t_i = b_1 + b_2 + \frac{d_{ni} + d_N}{v}$$

In cui v rappresenta la velocità media del veicolo considerato.

Per stimare le distanze si considera una domanda uniformemente distribuita all'interno di un'area operativa A . La distanza media dal punto di servizio più vicino, tra gli n punti, viene determinata come:

$$d_n = \frac{r}{2} \cdot \sqrt{\frac{A}{n}}$$

r è un parametro adimensionale, che considera la conformazione della rete stradale, rappresentando il rapporto tra la distanza percorsa sulla rete e la corrispondente distanza in linea d'aria.

Una volta determinato il tempo medio necessario per servire una richiesta, la sua inversa permette di ottenere il numero medio di richieste che un singolo veicolo è in grado di servire per unità di tempo. Definendo T come il tempo massimo di attesa per il servizio, e confrontando la capacità con il tasso di arrivo della domanda λ è possibile determinare la dimensione minima della flotta M necessaria a soddisfare la domanda:

$$M = \lambda \cdot \left(b_1 + b_2 + \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda T}} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \cdot r_1 \cdot \sqrt{A}}{v} \right)$$

Una volta determinata la dimensione della flotta, è possibile stimare le altre operative: le ore complessive di funzionamento dei veicoli, indicate come Vehicle Hours Traveled (VHT), e le distanze complessivamente percorse dai veicoli, indicate come Vehicle Miles Traveled (VMT), che possono essere espresse sia in miglia sia in chilometri.

La prima grandezza rappresenta il tempo totale trascorso dai veicoli durante il periodo operativo, ed è espressa come:

$$VHT = M \cdot t_p$$

t_p indica il tempo medio di servizio per richiesta.

La seconda rappresenta la distanza totale percorsa dai veicoli, calcolabile come:

$$VMT = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda T}} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \cdot r_2 \lambda \sqrt{A}$$

I parametri r_1 e r_2 rappresentano fattori di aggiustamento della rete, e consentono di tenere conto delle caratteristiche della rete stradale e delle condizioni operative, che

determinano una differenza tra le distanze e i tempi teorici, ottenuti considerando spostamenti in linea d'aria, e quelli effettivamente osservati.

3.2 Modello dei costi dell'operatore

I costi affrontati dall'operatore che offre il servizio DRT possono essere classificati in tre categorie, in funzione della loro origine: costi legati alla dimensione della flotta, costi correlati alle ore di esercizio dei veicoli (VHT), e costi correlati alla distanza percorsa (VMT).

La prima categoria comprende costi quali imposte, costi di immatricolazione dei veicoli, premi assicurativi e altre spese di simile natura. La seconda include i costi che dipendono dal tempo complessivo impiegato dai veicoli in servizio, tra cui retribuzione del personale, oneri previdenziali e assistenziali (fringe benefits), costi generali di gestione (overhead costs) e le altre spese operative. La terza categoria comprende i costi direttamente legati alla distanza complessiva percorsa dai veicoli, come il carburante, gli pneumatici e la manutenzione.

Esistono inoltre dei costi fissi che non vengono solitamente considerati in nessuna delle categorie precedenti, quali le utenze, i materiali da ufficio e le spese amministrative.

Queste categorie permettono di rappresentare i costi aziendali senza sovrapposizioni, e il costo totale TC sostenuto dall'azienda può essere espresso come una somma delle diverse componenti di costo:

$$TC = (\theta_1 + \gamma_1 \cdot M) + (\theta_2 + \gamma_2 \cdot VHT) + (\theta_3 + \gamma_3 \cdot VMT)$$

Dove γ_1 , γ_2 e γ_3 rappresentano i costi incrementali associati ad ogni veicolo della flotta, ad ogni ora di servizio e ogni chilometro percorso. I termini θ_1 , θ_2 e θ_3 rappresentano i costi fissi relativi a flotta, VHT e VMT, e possono essere raggruppati in un termine z che rappresenta il totale dei costi fissi dell'azienda. Questo permette di rappresentare il costo totale come:

$$TC = \gamma_1 \cdot M + \gamma_2 \cdot VHT + \gamma_3 \cdot VMT + z$$

Questa suddivisione permette di rappresentare i costi operativi per un dato sistema DRT da analizzare, e anche di quantificare il contributo di ciascuna componente nella formazione del costo totale sostenuto dall'azienda di trasporto.

3.3 Esperienze applicative

Di seguito vengono riportati alcuni casi studio analizzati nella letteratura tecnica, con l'obiettivo di identificare i problemi affrontati e le soluzioni proposte.

3.3.1 Muelas et al. (2013)

Nel primo caso studio riportato, gli autori propongono l'applicazione di un algoritmo basato sulla Variable Neighborhood Search (VNS) per la risoluzione di un problema statico di Dial-a-Ride Problem su larga scala, ispirato a scenari realistici della città di San Francisco.

Gli autori, in particolare, applicano l'algoritmo proposto a quattro differenti scenari, caratterizzati da distribuzione della domanda, vincoli temporali, e contesti operativi differenti: un grande evento cittadino (San Francisco Carnaval Festival, C), trasporto da e verso strutture ospedaliere (Hospitals Problem, HS), spostamenti legati ad attività turistiche (Hotels Problem, HT) e in seguito a un evento dal vivo (Music Concert Problem, M). Viene quindi evidenziato come lo stesso approccio possa essere adattato a situazioni operative molto diverse tra loro.

- **San Francisco Carnaval Festival:** Nel primo scenario analizzato vengono considerati due tipi di richiesta: richieste di spostamento da diversi punti di pick-up attorno all'area del Festival, e richieste di spostamento dal festival a un qualsiasi indirizzo della città. Nella simulazione sono considerate due differenti distribuzioni della domanda, con distribuzioni normali di valore massimo opportune (per le richieste con destinazione il Festival sono previsti picchi sia al mattino sia nel primo pomeriggio, per il secondo tipo di richieste il punto di massimo è nel tardo pomeriggio).
- **Hospitals Problem:** In questo scenario, si considera la domanda generata dai pazienti e dai visitatori distribuiti in una serie di ospedali per i loro domicili. Viene considerata un periodo operativo giornaliero (dalle 08:00-20:00), e si considerano anche le esigenze speciali dei passeggeri, ad esempio la necessità di sedie a rotelle.
- **Hotels Problem:** Si considerano le richieste originate e destinate tra una serie di hotel e gli ospiti. In particolare, si considerano tre tipi di richieste:
 - Il 70% appartiene a clienti che partecipano a una conferenza, la quale può svolgersi in uno qualsiasi di tre centri congressi, supponendo due distribuzioni temporali, concentrate attorno agli orari di inizio e di fine della conferenza;

- Il 20% proviene da turisti che desiderano visitare la città, con differenti distribuzioni temporali per considerare sia l'andata sia il rientro dalle località turistiche;
 - Il 10% da persone che desiderano raggiungere una qualsiasi località della città, le cui distribuzioni temporali, come nei casi precedenti, variano a seconda della direzione del trasporto.
- **Music Concert Problem:** In questo scenario viene simulata la domanda generata alla fine di un concerto musicale. La particolarità consiste nell'elevata concentrazione di richieste in un intervallo temporale molto ristretto: tutti i passeggeri condividono lo stesso punto di origine, corrispondente al luogo dell'evento, ma sono diretti verso differenti destinazioni, distribuite in tutta la città.

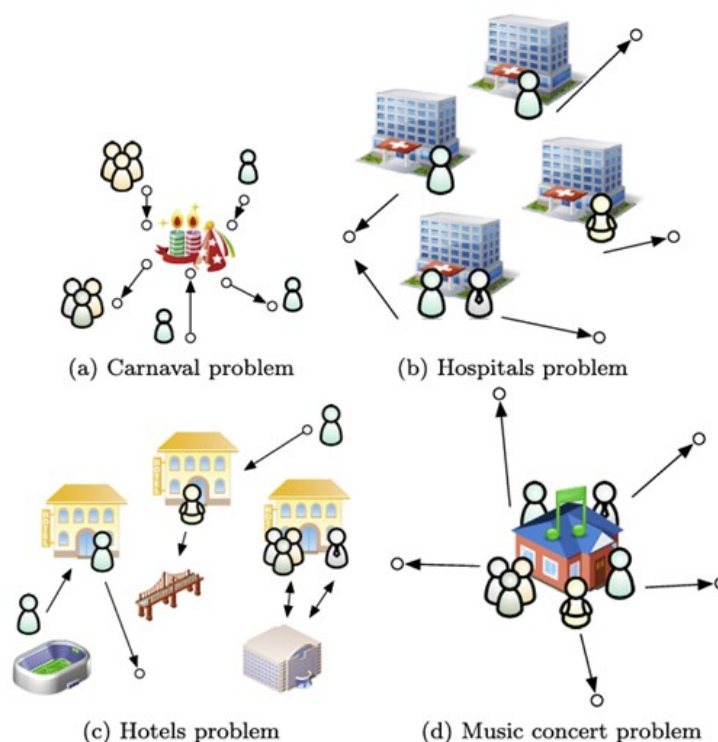


Figura 8. Rappresentazione del problema considerato, e differenziazione dei quattro scenari considerati. Fonte: *Muelas et al. (2013, Fig. 3)*.

Prima di presentare e commentare i dati sperimentali, gli autori definiscono l'impostazione dei test e la configurazione dell'algoritmo proposto. In particolare, nella Tabella 2, sono riportate le istanze considerate, specificando per ogni problema il numero di richieste da soddisfare e il numero di veicoli a disposizione, che varia a seconda della domanda generata per l'istanza specifica. La Tabella 3 analizza le

prestazioni degli operatori di vicinato (shakers), riportando il numero di miglioramenti ottenuti, il numero di valutazioni totali, e la relativa efficacia di ricerca. Successivamente, nelle tabelle 4 e 5, vengono illustrati rispettivamente il processo di calibrazione dei parametri, mediante il metodo di Taguchi, e gli algoritmi selezionati per il confronto sperimentale. Gli autori confrontano, infine, le prestazioni del VNS proposto con quelle dei principali metodi presenti in letteratura.

I risultati sono riportati nelle Tabelle 6 e 7, che considerano rispettivamente casi caratterizzati da 100 e 1000 richieste. Per ognuna di queste situazioni vengono confrontati i diversi algoritmi in termini di valore della funzione obiettivo e dei tempi di servizio. Si può quindi valutare la qualità delle soluzioni ottenute al variare della dimensione del problema.

In particolare, nel caso di istanze con 100 richieste, il metodo proposto mostra prestazioni competitive rispetto agli altri approcci considerati, ottenendo frequentemente i migliori valori della funzione obiettivo.

Nel caso di istanze con 1000 richieste, le differenze risultano più evidenti: alcuni metodi più affermati non producono alcuna soluzione ammissibile per diverse situazioni, mentre il VNS proposto è in grado di trovare soluzioni ammissibili per tutti i problemi analizzati. Gli autori evidenziano inoltre come la procedura proposta mantenga la propria efficacia anche all'aumentare della dimensione del problema, producendo nella maggioranza dei problemi la soluzione migliore.

3.3.2 Carotenuto et al. (2025)

Si considera il caso reale del problema Dial-a-Ride applicato al servizio di trasporto a chiamata per studenti con disabilità dell'Università degli Studi di Padova. Questo caso studio risulta significativo in quanto, oltre a considerare richieste di trasporto effettivamente verificatesi dal 2015 al 2018, introduce nell'analisi l'influenza delle condizioni di congestione stradale e il loro impatto sulla qualità del servizio. Il servizio proposto era destinato agli studenti con disabilità e prevedeva l'utilizzo di veicoli attrezzati, guidati da volontari, per collegare le abitazioni con diverse destinazioni all'interno della città, come mense, sale studio, aule e uffici amministrativi. Come parte del servizio era inoltre previsto che i volontari accompagnassero a piedi gli studenti dalla fermata fino alla destinazione.

Gli autori considerano richieste di trasporto reali, raccolte nel periodo 2015-2018, selezionando le giornate caratterizzate da maggiore richiesta, per rappresentare le condizioni operative critiche, considerando le richieste effettuate tra le 7:30 e le 14:30, le localizzazioni desiderate per il prelievo e le destinazioni del trasporto. Per rappresentare le condizioni della rete stradale si è utilizzata una rete costituita da 17.371 nodi e 22.658 archi a senso unico, e una matrice di origine-destinazione

relativa a 505 zone di analisi del traffico. I dati di traffico utilizzati sono stati rilevati da 47 sezioni stradali.

L'obiettivo dello studio è valutare l'efficacia del servizio DRT considerando la variazione dinamica dei tempi di percorrenza dovuta alla congestione.

La pianificazione iniziale dei percorsi avviene mediante un Static Traffic Assignment Model (STAM), in cui i tempi di percorrenza sono stimati in condizioni di flusso libero. La soluzione ottenuta viene successivamente verificata mediante un Dynamic Traffic Assignment Model (DTAM), in grado di rappresentare l'evoluzione temporale della congestione, fornendo una stima più realistica dei tempi di percorrenza. In questo modo è possibile verificare se i percorsi pianificati rimangono compatibili con gli orari richiesti dagli utenti, e quantificare gli eventuali ritardi indotti dalla congestione.

L'efficacia del servizio viene valutata dalla comparazione dei risultati di due scenari: nel primo sono state utilizzate le richieste effettivamente gestite, nel secondo sono incluse anche le richieste precedentemente non soddisfatte. La valutazione dell'efficacia è stata basata su due parametri: il numero di richieste non gestite, e il ritardo totale cumulato rispetto agli orari di pick-up e drop-off preferiti dagli utenti.

Per stimare i tempi di percorrenza tra le coppie origine-destinazione attraversate dai veicoli, sono stati sviluppati due modelli di simulazione del traffico: il primo è un modello di simulazione macroscopico, basato sulla teoria del flusso continuo, e in cui la domanda è costante all'interno del periodo considerato; il secondo è un modello di simulazione mesoscopico, basato su un processo di assegnazione dinamica del traffico, che riproduce l'evoluzione temporale delle condizioni della rete.

Si considera quindi il passaggio da una matrice origine-destinazione statica, utilizzata nel primo modello, a un insieme di numerose matrici origine-destinazione (nel caso studio sono considerate 24 matrici riferite a intervalli di 20 minuti). In questo modo è possibile confrontare le prestazioni del servizio quando la congestione viene trascurata con quelle ottenute considerando l'evoluzione reale delle condizioni di traffico.

I risultati, riferiti a cinque giornate caratterizzate da un numero di richieste variabili, sono riferiti a due configurazioni della flotta: una composta da due veicoli e una da tre veicoli. L'accettazione di una richiesta è riferita a un ritardo massimo nei tempi prelievo e consegna pari a 15 minuti (900 s).

I risultati sono riportati nelle Tabelle 1 e 2, in cui si considerano rispettivamente lo scenario con le richieste realmente soddisfatte e lo scenario comprendente le richieste non soddisfatte.

In entrambi gli scenari, l'ipotesi di condizioni di traffico costanti può portare a una valutazione ottimistica delle prestazioni del servizio. In particolare, la pianificazione

derivata dal modello STAM risulta sufficiente per gestire tutte le richieste, con ritardi medi e massimi contenuti. Tuttavia, la valutazione mediante modello DTAM evidenzia un incremento significativo nei ritardi medi e massimi, con la comparsa di richieste che superano la soglia di accettazione (900 s). Queste valutazioni sono condivise sia nel caso di flotta a due veicoli sia nel caso di flotta composta da tre veicoli, nonostante in quest'ultimo gli effetti siano più contenuti.

Gli autori evidenziano inoltre che le richieste con ritardi superiori a 900 secondi sono concentrate nella fascia oraria tra le 8:00 e le 9:00, e propongono come modello alternativo l'uso di tre veicoli in quella fascia oraria, riducendoli a due durante le altre ore di servizio.

Si evidenzia quindi come, nella progettazione e nella valutazione di un servizio DRT reale, non sia sufficiente considerare esclusivamente la pianificazione delle rotte e delle richieste, ma sia necessario tenere conto anche delle condizioni effettive della rete stradale. L'integrazione tra pianificazione del servizio e simulazione dinamica del traffico permette infatti di ottenere una valutazione più affidabile della qualità del servizio e di supportare la scelta della configurazione della flotta in funzione della domanda e delle condizioni di congestione.

4. Conclusioni

La presente tesi ha avuto l'obiettivo di analizzare i sistemi di tipo Demand Responsive Transport (DRT), in particolare esaminando l'evoluzione, le principali caratteristiche e classificazioni, i metodi di risoluzione e alcune esperienze applicative.

Si è evidenziato come il DRT possa rappresentare una soluzione di mobilità flessibile, collocabile idealmente tra il trasporto pubblico tradizionale, governato da percorsi e orari stabiliti, e il trasporto individuale, come il taxi. Inoltre, la possibilità di adattare il servizio alle esigenze degli utenti ne consente e facilita l'implementazione nei contesti in cui il trasporto pubblico risulta poco efficiente o inadeguato.

L'evoluzione dei sistemi DRT indica come, nonostante il concetto di trasporto a chiamata non abbia origine recente, esso ha subito un rapido sviluppo grazie allo sviluppo delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione.

L'applicazione di sistemi ITS e GPS ha reso possibile una gestione più efficiente e dinamica del servizio, fino all'integrazione di piattaforme digitali per approcci di tipo Mobility-as-a-Service (MaaS), che rappresenta la configurazione più flessibile attuale.

L'analisi della letteratura evidenzia come la progettazione del servizio deve considerare le caratteristiche che influenzano la domanda, le caratteristiche che influenzano le attività giornaliere e le caratteristiche di gestione ed esercizio. Da queste considerazioni emerge che non esiste una classificazione di servizi DRT universalmente riconosciuta come ottimale.

La progettazione dei DRT ricerca un equilibrio tra obiettivi potenzialmente contrastanti, quali la minimizzazione dei costi operativi e il mantenimento di adeguati livelli di equità di accesso e qualità del servizio.

Il funzionamento dei DRT viene comunemente sviluppato come variante del Dial-a-Ride-Problem (DARP), in cui le richieste devono essere soddisfatte nel rispetto di vincoli di capacità dei veicoli, finestre temporali, e tempi massima di attesa e di viaggio. Il rispetto di queste limitazioni rende il problema computazionalmente complesso, classificandolo come NP-hard, e riducendo le soluzioni disponibili nelle applicazioni di problemi reali.

Il confronto tra i principali metodi risolutivi, classificati e distinti in metodi esatti e metodi metaeuristici, ha evidenziato l'evidente differenza tra i due. I primi, tra cui Branch-and-Bound, Branch-and-Cut, Branch-and-Price e Branch-and-Price-and-Cut, permettono di ottenere la soluzione ottima, e risultano quindi particolarmente adatti alla risoluzione di problemi di dimensione contenuta, tuttavia all'aumentare delle possibili combinazioni, l'esplorazione completa dello spazio delle soluzioni diventa impraticabile, limitandone l'applicazione a casi teorici.

Quindi, per affrontare i problemi più complessi sono stati approcci metaeuristici, quali Tabu Search, Simulated Annealing, Variable Neighborhood Search, Large Neighborhood Search e Genetic Algorithm, che permettono di ottenere soluzioni di elevata qualità in tempi di calcolo compatibili con le esigenze operative dei sistemi DRT, senza però garantire la soluzione ottima. Si è inoltre analizzato come l'utilizzo di approcci ibridi possa fornire soluzioni migliori, combinando le caratteristiche di differenti approcci.

L'analisi dei costi ha evidenziato come la fattibilità finanziaria di un servizio DRT sia determinata da fattori quali la dimensione della flotta, le ore di servizio dei veicoli e le distanze percorse da essi. Il livello della domanda e le caratteristiche del servizio incidono direttamente sulle risorse necessarie per garantire il servizio stesso, portando quindi alla necessità di un'analisi economica per verificare la sostenibilità stessa del DRT.

L'analisi di alcune esperienze applicative significative ha permesso di verificare come le considerazioni teoriche trovino riscontro in contesti reali. In particolare, il caso studio descritto da Muelas et al. (2013) ha evidenziato come l'efficacia di un algoritmo risolutivo sia strettamente legato alla dimensione del problema: algoritmi che presentano buone prestazioni in istanze di minori dimensioni possono perdere efficacia all'aumentare del numero delle richieste, mentre il VNS proposto dagli autori riesce a gestire i problemi di dimensione maggiore, pur non risultando sempre il metodo migliore nei problemi più contenuti.

Il caso studio analizzato da Carotenuto et al. (2025) mette in relazione l'efficacia di un servizio DRT con le condizioni dinamiche del suo contesto applicativo: dal confronto tra la pianificazione effettuata considerando condizioni di traffico statiche e la pianificazione effettuata utilizzando un modello dinamico ha evidenziato come il trascurare i fenomeni di congestione stradale possa portare a una valutazione eccessivamente ottimistica delle prestazioni fornite. La considerazione della dinamicità del traffico consente quindi una valutazione più realistica della qualità del servizio.

4.1 Limitazioni

La dipendenza dei sistemi DRT dal contesto operativo rappresenta una delle principali limitazioni: è necessario cercare un equilibrio tra flessibilità ed efficienza. L'applicazione ad aree con domanda particolarmente debole e dispersa può portare un basso grado di efficienza, con distanze percorse e costi imposti elevati. Al contrario, un contesto urbano caratterizzato da condizioni di traffico intense possono portare a tempi di attesa eccessivi, disincentivando gli utenti dall'utilizzo del servizio in favore di metodi di trasporto convenzionali.

Un'altra importante limitazione è legata alla capacità computazionale attualmente disponibile: poiché la risoluzione dei problemi DARP è classificato come NP-hard, all'aumentare del numero di richieste e di veicoli della flotta, il numero di soluzioni possibili diventa rapidamente ingestibile, rendendo impraticabili i metodi esatti. L'utilizzo di metodi metaeuristici permette di ottenere soluzioni di qualità adeguata in tempi applicabili a scenari reali, senza però assicurare di raggiungere la soluzione ottima.

La variabilità della domanda, unita a dinamiche condizioni di congestione stradale, possono portare alla produzione di soluzioni poco accurate o non applicabili a contesti reali, influenzando negativamente la qualità del servizio.

Infine, la sostenibilità economica del servizio può rappresentare una criticità, soprattutto in aree a bassa domanda di trasporto, dove gli incentivi economici potrebbero favorire l'implementazione del servizio in zone a maggiore domanda, determinando così a minori garanzie di equità di accesso.

4.2 Sviluppi futuri

I possibili sviluppi futuri dei DRT sono legati al progresso tecnologico e, in particolare, al miglioramento dei modelli di pianificazione e all'aumento della capacità computazionale.

La disponibilità di dati in tempo reale relativi alle richieste degli utenti, uniti ai dati delle condizioni di traffico e alla posizione dei veicoli, potrà consentire una previsione della domanda futura e dei tempi di percorrenza più accurata, permettendo lo sviluppo di modelli dinamici in grado di anticipare le variazioni della domanda. Questo sviluppo permetterebbe quindi di ridurre i ritardi e le deviazioni nei percorsi effettuati, aumentando la capacità del servizio di soddisfare un numero crescente di richieste.

L'aumento della capacità computazionale potrà facilitare lo sviluppo di algoritmi più efficienti, rendendo possibile la risoluzione di istanze con richieste sempre più numerose.

Un ulteriore sviluppo futuro riguarda l'integrazione dei DRT con il trasporto pubblico tradizionale, concentrando la loro funzione come sistemi feeder, migliorando il trasporto dell'ultimo miglio verso sistemi ad elevata capacità operativa, come ad esempio le ferrovie o le metropolitane.

Inoltre, la progressiva disponibilità di veicoli elettrici e autonomi potrebbe portare a riorganizzazioni del servizio più orientate a un servizio ecologicamente sostenibile e a minore costo operativo. L'implementazione di queste opzioni necessita però della inclusione nella pianificazione di aspetti quali l'autonomia delle batterie, la loro ricarica e la gestione di flotte composte da veicoli elettrici e tradizionali.

5. Bibliografia

1. Calabrò, G., Le Pira, M., & Inturri, G. (2026). Where and when does demand-responsive transport work best? A parametric analysis using agent-based modelling. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 15, 100173. <https://doi.org/10.1016/j.ejtl.2025.100173>
2. Carotenuto, P., Ceccato, R., Gastaldi, M., Giordani, S., Rossi, R., & Salvatore, A. (2025). On-demand transport service evaluation considering the impact of traffic congestion: A real case study. *Transportation Research Procedia*, 86, 548–555. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2025.04.069>
3. Cebecauer, M., Burghout, W., Jenelius, E., Babicheva, T., & Leffler, D. (2021). Integrating demand responsive services into public transport disruption management. *IEEE Open Journal of Intelligent Transportation Systems*, 2, 24–36. <https://doi.org/10.1109/OJITS.2021.3057221>
4. Cruz, C. O., & Sarmiento, J. M. (2020). “Mobility as a Service” platforms: A critical path towards increasing the sustainability of transportation systems. *Sustainability*, 12(16), 6368. <https://doi.org/10.3390/su12166368>
5. Dauer, A., Galvão Dias, T., Pinho de Sousa, J., & de Athayde Prata, B. (2024). Configurations and features of demand responsive transports. *Transportation Research Procedia*, 78, 71–78. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2024.02.010>
6. Ho, S. C., Szeto, W. Y., Kuo, Y. H., Leung, J. M. Y., Petering, M., & Tou, T. W. H. (2018). A survey of dial-a-ride problems: Literature review and recent developments. *Transportation Research Part B: Methodological*, 111, 395–421. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.02.001>
7. Iliopoulou, C., & Kepaptsoglou, K. (2019). Combining ITS and optimization in public transportation planning: State of the art and future research paths. *European Transport Research Review*, 11, 27. <https://doi.org/10.1186/s12544-019-0365-5>
8. Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Jr., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671–680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>
9. Masmoudi, M. A., Hosny, M., Demir, E., Genikomsakis, K. N., & Cheikhrouhou, N. (2018). The dial-a-ride problem with electric vehicles and battery swapping stations. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 118, 392–420. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.08.005>
10. Muelas, S., LaTorre, A., & Peña, J. M. (2013). A variable neighborhood search algorithm for the optimization of a dial-a-ride problem in a large city. *Expert Systems with Applications*, 40(14), 5516–5531. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.04.015>

11. Oxley, P. (1975, 5 dicembre). Big new field for Dial-a-Ride. *Commercial Motor Archive*. <https://archive.commercialmotor.com/page/5th-december-1975/46>
12. Parragh, S. N., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2010). Variable neighborhood search for the dial-a-ride problem. *Computers & Operations Research*, 37(6), 1129–1138. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.10.003>
13. Parragh, S. N., & Schmid, V. (2013). Hybrid column generation and large neighborhood search for the dial-a-ride problem. *Computers & Operations Research*, 40(1), 490–497. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.08.004>
14. Rahimi, M., Amirgholy, M., & Gonzales, E. J. (2018). System modeling of demand responsive transportation services: Evaluating cost efficiency of service and coordinated taxi usage. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 112, 66–83. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.02.005>
15. Røpke, S., & Pisinger, D. (2006). An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation Science*, 40(4), 455–472. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0135>
16. Wu, W., Zhang, Z., Lu, K., & Ren, J. (2025). Dynamic demand-responsive transit scheduling with time-dependent travel times: A joint supply and demand management approach. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 202, 104232. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2025.104232>