



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

”Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei
Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Il dibattito Einstein-Bohr 1927-1935

Relatore

Prof. Giulio Peruzzi

Laureando

Arturo Agostinelli

Anno Accademico 2018/2019

Il dibattito Einstein-Bohr 1927-1935

Indice

<i>Introduzione</i>	4
<i>Premesse e contesto storico</i>	6
<i>Il congresso Solvay 1927</i>	12
<i>Il congresso Solvay 1930</i>	18
<i>L'argomento EPR</i>	23
<i>Conclusione</i>	30
<i>Bibliografia</i>	31

Introduzione

Spesso nell'accezione comune i termini scienziato e filosofo sono intesi come due classi ben definite e a sé stanti. Pare addirittura che tali categorie rappresentino le due vette della conoscenza accessibili (per diverse vie) al genere umano. Questa separazione così netta tra le due figure è però di recente formazione: basti pensare al Galileo o Leibniz, solo per citare alcuni tra coloro che rientrano di diritto in entrambe le suddette categorie. Il fatto stesso che la scienza per lungo tempo fosse chiamata "filosofia naturale", dovrebbe portare un attento osservatore a realizzare che lo scienziato e il filosofo non scalano due vette distinte che si contendono il cielo, ma piuttosto si inerpicano lungo versanti opposti della stessa montagna, sulla cima della quale splende la luce della verità. Sotto quest'ottica appare evidente che lo scienziato non può permettersi di ignorare il significato extra-scientifico che una teoria porta con sé, se pur corroborata da un elegante formalismo matematico e confermata dall'esperimento. Allo stesso modo il filosofo, che indaga sulla realtà ultima delle cose, non può trascurare le implicazioni che derivano dal progredire della scienza, ma deve necessariamente modificare la propria concezione, inglobando al suo interno gli elementi di novità della teoria.

Pur avendo carattere generale, tale necessità di conciliare scienza e filosofia, si è intensificata all'inizio del secolo scorso in concomitanza con l'avvento di due teorie che hanno stravolto non solo la fisica classica, ma le categorie stesse del pensiero, così come eravamo soliti intenderle: mi riferisco alla teoria della relatività (ristretta e generale) e alla teoria quantistica.

Mentre la prima delle due fu opera quasi solitaria di Einstein, la meccanica quantistica vide un affastellamento di interpreti e una massiccia dose di esperimenti che collidevano con l'interpretazione classica. Per tale ragione, dall'introduzione del quanto universale d'azione ad opera di Planck nel 1900, fino agli anni '30, la comunità scientifica mostrò un interesse sempre maggiore verso i problemi concettuali che tale teoria pareva recare con sé.

Anche qui il contributo di Einstein fu tra i più significativi e il fatto stesso che la

neonata meccanica quantistica non lo soddisfacesse, lo portò a contrapporsi alla maggioranza dei fisici del suo tempo, che nutrivano al contrario una profonda fiducia nella nuova teoria. Vorrei mettere tuttavia in evidenza il fatto che Einstein era convinto che una teoria fisica completa non potesse ammettere una spiegazione per sua natura intrinsecamente probabilistica (la celebre espressione secondo cui "Dio non gioca a dadi"). Si chiedeva dunque se l'aspetto di indeterminazione non fosse piuttosto dovuto ad una nostra conoscenza incompleta dello stato delle cose, ovvero se non esistesse una teoria più fine, della quale la meccanica quantistica fosse un'approssimazione. Vi erano inoltre altre conseguenze che alimentavano i suoi dubbi sulla teoria come il fatto che la realtà esterna pare essere condizionata dal genere di esperimento che il soggetto conduce, o il caso di particelle entangled dove, una volta cessata l'interazione tra i sottoinsiemi, questi mantengono una dipendenza tale che una misura effettuata sul primo, ci permette di estrarre informazioni sull'altro (istantaneamente).

Questi erano i principali motivi dell'insoddisfazione di Einstein.

Chi invece, come tanti altri, nutriva piena fiducia nella completezza e nell'adeguatezza della teoria quantistica era il danese Niels Bohr, che proprio assieme ad Einstein diede vita dagli anni '20 ad un acceso dibattito che, per ammissione di entrambi, fu massimamente istruttivo.

Premesse e contesto storico

Prima di entrare nel dettaglio delle questioni sollevate da Einstein, riassumiamo brevemente l'evoluzione della teoria e i principali esperimenti che portarono all'istituzione della meccanica quantistica, così come essa si presentava nel 1927, anno del V congresso di Solvay, in corrispondenza del quale segneremo l'inizio del suo dibattito con Bohr.

La conferenza che Planck tenne nel 1900, in cui mostrò, con l'introduzione del quanto, come lo scambio di energia nei processi di assorbimento ed emissione avvenisse in modo discreto, segnò il punto di partenza dal quale ebbe origine la nuova visione che avrebbe sconvolto i principi più profondi della fisica classica. Planck tuttavia, guidato nella sua scoperta della radiazione del corpo nero dai lavori di Boltzmann, di carattere essenzialmente statistico, non era del tutto consapevole di come il "suo" quanto stridesse con l'interpretazione della fisica classica e lo considerava un mero artificio matematico. Fu proprio Einstein, nel suo *annus mirabilis* (1905), anno che lo vide anche porre le basi della relatività ristretta, a cogliere come, determinati fenomeni come l'effetto fotoelettrico (osservato per la prima volta da Heinrich Hertz nel 1887), ovvero l'emissione di elettroni da parte di una lastra, generalmente metallica, quando colpita da radiazione elettromagnetica, dipendessero da singoli processi quantici. Questa intuizione geniale lo portò alla conclusione che nei processi di radiazione vengono emessi ed assorbiti quanti di luce, i fotoni. Infatti contrariamente all'interpretazione classica della radiazione, nell'effetto fotoelettrico l'energia degli elettroni emessi non dipende dall'intensità del fascio di luce, ma dal suo colore, ovvero dalla sua frequenza. Aumentando l'intensità invece, aumenta il numero di elettroni emessi, ma non la loro energia. Queste apparenti stranezze trovavano piena giustificazione nelle ipotesi di Einstein: poiché non è l'onda nel suo complesso ad interagire con la superficie, ma un singolo fotone interagisce con un solo elettrone, tale quanto di luce deve possedere l'energia necessaria a rompere il legame che tiene l'elettrone vincolato alla lastra. Aumentando l'intensità del fascio, aumenta il numero di fotoni totali che interagiscono, ma l'energia di ognuno di essi rimane costante a parità di frequenza. Questa descrizione spiega anche l'esistenza di una frequenza di soglia, sotto la quale il fotone non è abbastanza energetico per strappare l'elettrone e non si osserva nessuna emissione.

La nota relazione

$$E=h\nu$$

infatti, mostra che l'energia dipende dalla frequenza, secondo una costante, detta costante universale di Planck, che ha valore $\approx 10^{-34}$ J s, similmente vale, per il momento,

$$P=h\sigma$$

con σ numero di onde per unità di lunghezza. Tuttavia il fotone porta con se non pochi problemi, ed è ingenuo pensare di poter descrivere la situazione in termini di collisioni tra corpuscoli, che per loro natura, non danno origine al fenomeno dell'interferenza, tipico delle onde. Inoltre l'interferenza è il solo modo che possediamo per definire le grandezze numero d'onde σ e frequenza ν .

Un ulteriore esperimento che mostrò come la fisica classica fosse impotente nel rendere conto dei fenomeni che si andavano scoprendo, fu l'esperimento di Rutherford. Compiuto nel 1909 da Geiger e Marsden, e pubblicato da Rutherford due anni più tardi, tale esperimento mostrava che l'atomo era essenzialmente spazio vuoto, con un piccolo nucleo positivo, e gli elettroni in orbita attorno a tale nucleo. Questo risultato, confutava l'idea del modello atomico di Thomson, che supponeva un atomo costituito da una distribuzione di carica positiva, all'interno della quale erano "incastonate" le cariche negative e che per tale ragione era detto modello "a panettone". Questa conclusione tuttavia, in termini classici era inaccettabile: poichè una carica in moto perde energia per irraggiamento, l'atomo non avrebbe potuto essere un sistema stabile, quale evidentemente era. Fu proprio da questi presupposti che Bohr, coadiuvato in secondo luogo da Sommerfeld, mosse per la realizzazione del suo modello atomico "quantistico", che si basava su postulati della meccanica classica, arricchiti da ipotesi ad hoc, introdotte proprio per rendere conto della nuova classe di fenomeni altrimenti inspiegabili.

Con l'introduzione degli stati stazionari, imponendo che ogni reazione che modifichi l'energia dell'atomo sia legata ad una transizione completa tra due di questi stati e che, a ciascuna di tali transizioni, sia associata l'emissione o l'assorbimento di un quanto di luce monocromatico, si rendeva perfettamente conto dello spettro discreto di emissione degli elementi, così come si trovava un perfetto accordo con la formula (empirica) di Rydberg. Negli anni seguenti, diversi furono gli esperimenti che confermarono questa visione. Quello di James Frank e Gustav Hertz (nipote di Heinrich) compiuto nel 1914, fornì una verifica della teoria atomica di Bohr, anche se in un primo momento il risultato fu interpretato diversamente. In tale esperimento si utilizzò un tubo con gas a

bassa pressione dotato di tre elettrodi: un catodo, un anodo ed una griglia.

Variando il potenziale tra anodo e catodo, si può controllare a piacimento l'energia cinetica degli elettroni emessi dal catodo. Secondo il modello di Bohr, gli elettroni, urtando gli atomi del gas, possono eccitarli, ovvero farli transire dal primo al secondo livello energetico, solamente se l'energia cinetica di tali elettroni è pari ad almeno la differenza di energia tra tali livelli, che è una quantità discreta. Se gli elettroni sono meno energetici di tale valore, gli urti con gli atomi di gas sono elastici; di conseguenza gli elettroni mantengono la propria energia e la corrente misurata è proporzionale alla differenza di potenziale. Se invece il valore dell'energia è proprio simile a quello legato alla transizione tra i primi due livelli energetici (o ad un suo multiplo intero), gran parte degli urti saranno anelastici, di conseguenza gli elettroni cedono la loro energia per eccitare gli atomi del gas e, non disponendo più di energia sufficiente per raggiungere l'anodo, che è a potenziale minore rispetto alla griglia, causano una riduzione dell'intensità di corrente rilevata. Il risultato di tale esperimento fu proprio quello atteso: la corrente presentava dei picchi equispaziati, al crescere della differenza di potenziale applicata, dove le brusche diminuzioni di corrente si situavano proprio in corrispondenza dei valori del potenziale equivalenti alla differenza energetica tra i livelli degli atomi del gas. Questo esperimento confermò la bontà delle idee di Bohr riguardo l'assorbimento dell'energia da parte degli atomi. Un'ulteriore conferma del modello di Bohr-Sommerfeld venne dall'esperimento compiuto a Francoforte da Stern e Gerlach del 1922.

In un campo magnetico non omogeneo infatti, un dipolo risente di forze che non si bilanciano tra loro e questo porta ad una deflessione della particella. In particolare, assumendo tali particelle dotate di una rotazione su loro stesse, la distribuzione dei momenti angolari sarebbe casuale e ciò comporterebbe per ogni particella una deviazione, verso l'alto o verso il basso, più o meno marcata. Questo significa che su uno schermo rivelatore si dovrebbe osservare uno spettro continuo di valori, mentre il risultato di tale esperimento evidenziò che le particelle venivano deviate in alto o in basso, di una ben precisa quantità, sintomo del fatto che il valore del momento angolare (di spin) assume solo valori discreti.

Notiamo comunque che tale esperimento, che si inquadra perfettamente nel contesto della teoria quantistica per particelle di spin $\frac{1}{2}$, fu eseguito prima che tale spin fosse introdotto ad opera di Uhlenbeck e Goudsmit. Nello stesso anno un'altra scoperta segnò il passo decisivo nel confermare la correttezza della teoria di Einstein sull'effetto fotoelettrico: l'effetto Compton (o diffusione Compton). In tale esperimento si osservava

come incidendo con un fascio luminoso su un elettrone bersaglio, si ottenesse la diffusione di un'onda elettromagnetica di lunghezza d'onda superiore a quella iniziale, chiaramente non interpretabile in termini classici. Riprendendo però il modello corpuscolare della luce, pensandola composta da fotoni come nell'effetto fotoelettrico, realizzò che l'aumento della lunghezza d'onda, corrispondendo ad una diminuzione di frequenza, implicava una diminuzione di energia del fotone diffuso. Imponendo la conservazione di energia ed impulso nell'urto tra fotone ed elettrone, Compton fu in grado di calcolare correttamente la variazione di lunghezza d'onda del fotone diffuso, in funzione dell'angolo che quest'ultimo forma con la direzione del raggio incidente.

Il passo decisivo verso la formazione di quella che viene definita propriamente meccanica quantistica, in opposizione a quella che, oggi, viene storicamente chiamata vecchia teoria dei quanti, fu la tesi di dottorato di Louis De Broglie. In essa il fisico francese sosteneva che non solo la radiazione, ma anche le particelle materiali (elettroni, protoni...), presentassero il cosiddetto dualismo onda-corpuscolo; in particolare, ad ogni particella materiale associò una lunghezza d'onda

$$\lambda = h/p$$

con p quantità di moto di tale particella. Einstein, che aveva ricevuto la tesi di De Broglie dal suo relatore Langevin prima ancora della discussione, si schierò subito a favore di tale interpretazione. La conferma sperimentale, che anche alle particelle materiali fossero associate proprietà ondulatorie, avvenne nel 1927 tramite l'esperimento compiuto da Davisson e Germer. In esso infatti un fascio di elettroni (considerati al tempo particelle) fu fatto incidere su una superficie di nichel, che fungeva da reticolo.

Il risultato di tale esperimento fu che si osservò un fenomeno di diffrazione, proprio come se gli elettroni fossero un'onda di lunghezza d'onda di De Broglie $\lambda = h/p$.

Nel 1925, intanto, si vide la nascita grazie ad Heisenberg della meccanica quantistica razionale (meccanica delle matrici): rinunciando infatti ad una rappresentazione orbitale dell'atomo, ma utilizzando la meccanica classica e le informazioni date dalla spettroscopia, giunse ai suoi risultati partendo dalle sole assunzioni di limitatezza, stabilità e regolarità (dello spettro di emissione) dell'atomo.

Di cruciale importanza furono anche i lavori di Born, Jordan e Dirac che portarono alle seguenti conclusioni: l'algebra delle osservabili quantistiche può ancora essere espressa in termini di posizione e momento, ma l'algebra classica, reale e commutativa, viene sostituita da quella quantistica, complessa e non commutativa espressa tramite operatori. In particolare coordinate canoniche e momenti coniugati non commutano e il

loro commutatore è $i\hbar$, dove

$$\hbar = h/2\pi$$

Ovvero

$$qp - pq = i\hbar$$

Tra le conseguenze di tale risultato vi è anche l'impossibilità che le osservabili quantistiche siano operatori rappresentate da matrici finite dimensionali.

Quasi simultaneamente, nel 1926, Schrödinger, guidato da un'analogia tra il principio di Fermat (ottica) e quello di Maupertuis (meccanica) già intravista da Hamilton, mostrò che gli stati stazionari potevano essere espressi come soluzione di un'equazione d'onda. Tale equazione d'onda inoltre è in grado di descrivere l'evoluzione temporale di una particella libera, svolgendo una funzione analoga alla seconda legge del moto di Newton $F=ma$ in meccanica classica, con la differenza che in ambito quantistico il concetto classico di traiettoria perde il suo significato. Poco tempo dopo inoltre realizzò e dimostrò che i risultati da lui ottenuti erano gli stessi ai quali si giungeva seguendo il formalismo matriciale della meccanica quantistica di Heisenberg.

Nello stesso periodo inoltre, grazie al lavoro di Max Born, la funzione d'onda fu collegata alla probabilità di rinvenire una particella in un punto dello spazio: Infatti riderivò la sezione d'urto di Rutherford, ma non per un flusso di particelle, bensì per una sola. Born suggerì, in analogia con la teoria classica della luce, per la quale il quadrato dell'ampiezza dell'onda corrisponde all'intensità, di identificare con il modulo quadro della funzione d'onda, la probabilità di trovare la particella in un determinato volume e questa scelta si rivelò vincente.

Questo nuovo formalismo si rivelò capace di rendere conto di una vasta gamma di fenomeni precedentemente osservati, sì che non si potesse dubitare della bontà e dell'adeguatezza della nuova teoria, tuttavia la sua astrazione, lasciava nei più, una certa inquietezza. Fu ancora una volta Heisenberg che l'anno seguente portò l'attenzione sul fatto che nel misurare la posizione di un elettrone, si doveva necessariamente concedere uno scambio di impulso tra l'elettrone e lo strumento di misurazione, tanto più grande, quanto più precisa fosse la misura sulla posizione (anche se, come gli fece notare Bohr, questa conclusione è errata).

In definitiva, per il fatto stesso che posizioni e momenti coniugati non commutano, rimane sempre un limite nella determinazione delle due grandezze, che Heisenberg valutò come

$$\Delta q \Delta p \approx h$$

e che nella riformulazione di Kennard, come è poi diventato più comunemente espresso il cosiddetto principio di indeterminazione di Heisenberg vale

$$\Delta q \Delta p \geq \hbar/2$$

Questa impossibilità di una conoscenza simultanea delle due grandezze in esame, recava con sé il fatto che non era più possibile definire una traiettoria in senso classico.

Infatti attribuire qualità fisiche classiche agli oggetti atomici implica un'ambiguità intrinseca e le proprietà corpuscolari ed ondulatorie emergono ciascuna in determinate condizioni, mutuamente esclusive. Ad esempio nell'effetto Compton, se si dispone di un dispositivo in grado di valutare lo scambio di energia ed impulso tra il fotone e l'elettrone, con tale apparato si avrà necessariamente un'incertezza nella descrizione dell'intervallo spazio-temporale, che si ripercuote sulla conoscenza imperfetta di frequenza e numero d'onde. Viceversa, volendo localizzare in maniera più efficace l'urto, si perde la conoscenza sullo scambio di energia ed impulso a causa dei vincoli a cui i regoli fissi e gli orologi sono sottoposti, per definire il sistema di riferimento spazio temporale.

In tale ambito infatti il concetto di posizione ha un significato solamente dove i concetti spazio temporali possono essere intesi in maniera univoca, mentre per quanto si tratta di valutare lo scambio d'impulso, solamente se si può far riferimento alle leggi dinamiche di conservazione.

Questa incompatibilità tra le due possibili scelte, che per Einstein fu uno dei principali problemi che affliggevano la meccanica quantistica, fu invece giustificata da Bohr con l'introduzione del termine complementarità. Niels Bohr infatti osservò che *"per quanto i fenomeni possano trascendere le possibilità esplicative della fisica classica, l'esposizione di ogni esperimento va fatto in termini classici"*¹, ovvero la descrizione dell'apparato sperimentale e dei risultati ottenuti va fatta con l'utilizzo di una terminologia non ambigua.

In particolare questo significava (e sarebbe stato uno dei punti centrali del dibattito futuro) che non era possibile separare in maniera netta gli oggetti atomici dalle loro interazioni con gli strumenti atti a misurarne le proprietà. Pertanto i risultati sperimentali ottenuti in condizioni diverse, non possono essere unificati in una sola immagine, ma solo la loro totalità esaurisce le possibilità di estrarre informazioni sull'oggetto in questione. È in questo che consiste il cosiddetto criterio di complementarità introdotto da Bohr.

¹ A. Einstein, *Autobiografia scientifica*, Bollati Boringhieri, 2014, p.113

Congresso Solvay 1927

Nel 1927, il V congresso dell'istituto di fisica Solvay era dedicato al tema "elettroni e fotoni" e visti i recenti sviluppi della teoria quantistica, in tanti erano ansiosi di conoscere la posizione di Einstein, che era già al tempo una delle personalità più autorevoli e che su tale tema, aveva già sollevato diverse obiezioni. La sua preoccupazione principale fu però quella di un sempre più evidente abbandono della concezione causale dello spazio e del tempo. Durante una delle sedute del consiglio infatti espresse i suoi dubbi in tale maniera: immaginiamo una particella, ad esempio un elettrone o un fotone che passa attraverso una fenditura sottile praticata su un diaframma posto ad una certa distanza da una lastra fotografica. A causa della diffrazione dovuta al passaggio nella fenditura non sarà possibile prevedere con esattezza in quale punto della lastra arriverà l'elettrone, si potrà invece calcolare la probabilità che in un certo esperimento si trovi la particella in una determinata zona. Il problema, che Einstein tanto più intensamente percepiva era che nel momento in cui l'elettrone viene rivelato in un preciso punto della lastra, questo esclude la possibilità di osservare questo effetto in altri punti, anche se non vi è alcuna correlazione tra questi due fatti secondo le leggi classiche di propagazione delle onde.

La discussione che nacque da tale ragionamento verteva essenzialmente su questo: la descrizione meccanico quantistica copre l'intera gamma dei fenomeni osservabili, oppure è possibile una conoscenza più fine, ottenuta da un esame dettagliato del bilancio di energia ed impulso nei singoli processi? Naturalmente Einstein sosteneva questa seconda possibilità e si adoperò alacremente nel corso degli anni nel formulare esperimenti mentali che potessero superare questa indeterminazione.

Torniamo all'esempio di poco fa, ovvero una particella che passa attraverso un foro, o una fenditura sottile, praticato su un diaframma situato ad una certa distanza da una lastra: se prima di attraversare il foro, il fascio è un treno di onde piane di impulso

$$P=h\sigma$$

a causa della diffrazione subita nell'attraversamento del foro, a destra del diaframma lo stato di moto sarà rappresentato da un treno d'onde sferiche di apertura angolare θ . Pertanto in questo stato avremo una certa indeterminazione Δp della componente

dell'impulso parallela al diaframma, mentre l'incertezza sulla localizzazione della particella Δq sarà pari ad a , ovvero alla dimensione del foro nel diaframma.

Ora, poiché

$$\theta \approx 1/\sigma a = 1/\sigma \Delta q$$

e

$$\Delta p \approx \theta P$$

ricordando che $P = h\sigma$ si ottiene nuovamente

$$\Delta q \Delta p \approx h$$

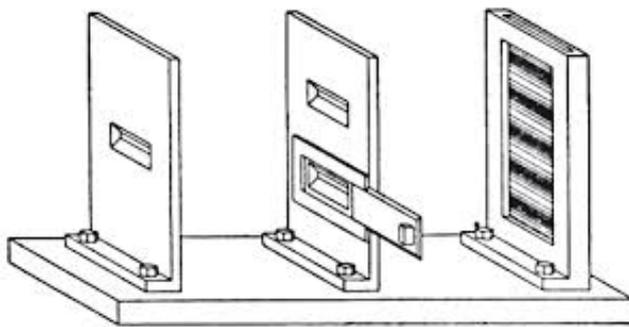
ovvero il principio di indeterminazione di Heisenberg.

L'origine di tali incertezze che si producono nella descrizione dello stato della particella dopo il passaggio nel foro, sono imputabili, pensando alle leggi di conservazione, alla possibilità di uno scambio di impulso tra la particella e il diaframma. La questione posta da Einstein era dunque la seguente: fino a che punto, attraverso un controllo dettagliato dello scambio di impulso tra la particella e il diaframma, posso ricavare informazioni sullo stato della particella dopo il suo passaggio attraverso il foro? Nel rispondere a tale domanda bisogna ricordare che la posizione del diaframma si suppone perfettamente coordinata al sistema spazio temporale di riferimento. Questo determina implicitamente, a causa dei vincoli necessari per tale coordinazione, che si avrà una necessaria indeterminazione sull'impulso del diaframma. Questo potrebbe sembrare un problema aggirabile, dal momento che, essendo il diaframma molto pesante, la sua velocità acquisita dallo scambio di impulso con la particella, sarà molto piccola. Tuttavia nel momento in cui si volesse analizzare tale impulso posseduto dal diaframma, al fine di estrarne informazioni sull'impulso della particella in esame, si perderebbe la possibilità di una precisa localizzazione spazio temporale, secondo il principio di indeterminazione.

Osserviamo che il congegno appena descritto, fintanto che non stabiliamo quale uso intendiamo farne, può essere adoperato in modalità diverse. Infatti solo se specifichiamo che il diaframma e la lastra sono vincolate, ovvero possiedono una ben precisa localizzazione, possiamo fare previsioni su dove la particella verrà registrata sulla lastra. Sono proprio questi vincoli però, che impediscono di misurare il trasferimento d'impulso al diaframma da parte della particella, ovvero di stimare in maniera più precisa la traiettoria compiuta dalla particella dall'attraversamento del foro, fino al suo arrivo sulla lastra fotografica. Se invece concediamo un'incertezza sufficientemente ampia alla posizione del diaframma allora è possibile in linea teorica, facendo uso delle

leggi di conservazione, valutare il percorso seguito dalla particella dal foro alla lastra. Un esempio di questo genere è il succitato effetto Compton, dove grazie all'applicazione delle leggi di conservazione, analizzando il rinculo dell'elettrone, in una camera a bolle, possiamo prevedere la direzione del fotone diffuso.

Il valore di questo tipo di speculazione apparve ancora più evidente, durante la discussione, nell'analizzare un nuovo apparato sperimentale dove, tra il diaframma con il foro e la lastra fotografica era situato un secondo diaframma munito di due fenditure. Nelle ipotesi precedenti infatti, ovvero considerando un treno d'onde piano che incide sul primo diaframma, ciò che si osserva sullo schermo è il risultato di un processo di interferenza che dà luogo alla tipica figura a bande chiare e scure. Con un fascio sufficientemente potente, tale figura sarà il risultato della somma di tanti processi singoli, ciascuno dei quali contribuisce con una macchiolina scura sulla lastra, in corrispondenza del punto di arrivo del fotone (o dell'elettrone) e la distribuzione di tali macchie si ottiene facilmente tramite la teoria ondulatoria. Lo stesso dovrebbe valere, a rigor di logica, anche considerando molti esperimenti differenti, ciascuno eseguito con un fascio così debole, da permettere il passaggio, nel tempo di esposizione della lastra, di un solo fotone alla volta, anche in questo caso rivelato sullo schermo da una macchia scura.



L'idea di Einstein era dunque la seguente: poiché l'impulso che la particella trasmette al primo diaframma è diverso nel caso in cui essa passi nella fenditura superiore od inferiore del secondo, attraverso

un'analisi di tale trasferimento, si sarebbe potuta ottenere una conoscenza più dettagliata del moto del fotone e in particolare, stabilire quale delle due fenditure del secondo diaframma avesse attraversato prima di raggiungere la lastra. Lo studio dettagliato della situazione tuttavia portò alla conclusione che la conoscenza di tale impulso avrebbe richiesto una indeterminazione nella posizione del diaframma, che non avrebbe più permesso di osservare il fenomeno d'interferenza.

Infatti indicando con ω l'angolo tra i due tragitti che la particella percorrerebbe passando dalla fenditura superiore o da quella inferiore, la differenza nell'impulso trasferito al primo diaframma tra i due possibili casi è

$$\Delta p = h\sigma\omega$$

Per cogliere tale variazione di impulso, per la relazione di indeterminazione, si dovrebbe concedere alla posizione del diaframma un'incertezza pari a

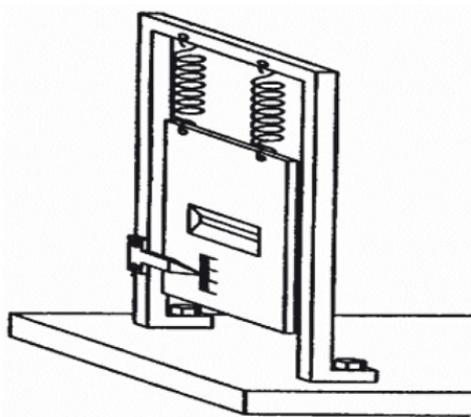
$$\Delta q = 1/\sigma\omega$$

Immaginando ora che il secondo diaframma si trovi a metà strada tra il primo e lo schermo si avrà che il numero di frange per unità di lunghezza è proprio pari a $\sigma\omega$ e dal momento che l'indeterminazione sulla posizione del primo diaframma si rifletterà su un'uguale indeterminazione nella posizione delle frange, se ne deduce che nessun effetto d'interferenza sarà più osservato.

Naturalmente alla stessa conclusione si giunge anche per una qualsiasi altra posizione del secondo diaframma tra il primo e la lastra fotografica. Le implicazioni di questa rivelazione hanno grande valenza da un punto di vista logico e dunque di consistenza per la teoria. Infatti dal momento che noi dobbiamo scegliere se tracciare il percorso della particella oppure osservare gli effetti di interferenza, possiamo escludere la paradossale eventualità che il comportamento di un fotone dipenda dalla presenza o meno di una fenditura, dalla quale potrebbe non essere passato.

Emerge qui, in maniera più netta il concetto di complementarità precedentemente introdotto: i fenomeni complementari infatti si manifestano in esperimenti che sono mutuamente esclusivi, proprio per il diverso utilizzo che viene fatto dello stesso strumento misuratore (in condizioni diverse) e mostrano l'impossibilità di una separazione tra il comportamento "indipendente" degli oggetti atomici e la loro interazione con gli strumenti di misura, che definiscono le condizioni in cui tali fenomeni si manifestano.

Dunque dal momento che in presenza di vincoli che connettano rigidamente le parti costituenti dell'apparato sopra descritto, viene meno la possibilità di controllare lo scambio d'impulso tra particella e primo diaframma, l'unica possibilità per conoscere da quale delle due fenditure sia passata la particella è chiuderne una: in tale maniera però



non può più avvenire interferenza e sullo schermo si osserva una distribuzione continua come nel caso iniziale di un solo diaframma con una fenditura. In tutte le situazioni in cui siamo interessati a valutare lo scambio d'impulso dobbiamo necessariamente lasciare libero movimento ad alcune parti dell'apparato strumentale. Una possibilità ad esempio è quella di sospendere con delle molle il diaframma con

fenditura ad un giogo vincolato rigidamente alle altre parti del congegno.

Mediante un indice fissato al giogo ed una scala graduata solidale al diaframma sospeso dovrebbe essere possibile, in teoria, valutare lo scambio d'impulso.

Ciononostante a prescindere da come venga compiuta, ogni determinazione dell'impulso comporterebbe un'indeterminazione sulla posizione sicché, otterremo ancora una volta il solito limite nella determinazione simultanea di posizione ed impulso della fenditura del diaframma.

Se invece si volesse disporre di un congegno per lo studio di fenomeni che necessitano di una coordinazione dei tempi, si potrebbe realizzarlo collegando in maniera rigida uno sportello che apre e chiude il foro nel diaframma ad un orologio, a sua volta vincolato al supporto che sostiene il diaframma e le eventuali altre parti del sistema, come ad esempio altri orologi sincronizzati con il primo. Ricordiamo preliminarmente che il principio di indeterminazione, che abbiamo mostrato per le grandezze posizione ed impulso, si applica anche ad altre coppie di grandezze, in particolare si può dimostrare che tale principio vale anche per le grandezze energia e tempo.

Il vantaggio di tale apparato è che il funzionamento dell'orologio è indipendente dall'interazione delle sue parti con gli oggetti atomici, inoltre anche la lettura della posizione delle lancette non influenza in alcun modo il tempo registrato. Con un tale strumento dunque aprendo il foro ad un istante determinato, si può calcolare il tempo impiegato dalla particella per arrivare dal foro del diaframma a un altro punto qualsiasi, munito di un orologio sincronizzato al primo. Anche in questa situazione però, essendo l'apparato strumentale privo di parti mobili, è impossibile valutare lo scambio di energia tra la particella e il diaframma.

A questo scopo dovremmo rinunciare alla precisione dell'orologio e concedere al momento di apertura del foro una certa incertezza, che ci riconduce alla relazione di indeterminazione, questa volta per le variabili energia e tempo. Un altro brillante esempio proposto da Einstein che mise in luce quanto sia ambiguo attribuire agli oggetti atomici caratteristiche fisiche ordinarie è il seguente: se si pone sulla traiettoria di un fotone una lastra semiriflettente, questo verrà registrato su uno solo di due schermi posti rispettivamente prima e dopo la lastra; questo ci porterebbe a concludere che il fotone "sceglie" una delle due direzioni ovvero: o attraversa la lastra, o vi rimbalza. Sostituendo, però, ai due schermi degli specchi, osserviamo effetti di interferenza dovuti ai due treni d'onda riflessi, il che ci porta a concludere che è come se il fotone avesse

percorso entrambe le direzioni.

Il punto cruciale è qui ancora una volta la separazione tra gli oggetti atomici e gli strumenti di misura che definiscono, in termini classici, le condizioni nei quali i fenomeni si manifestano.

Soprattutto, ad eccezione della collocazione spazio temporale dei componenti dell'apparato sperimentale, l'utilizzo dei concetti spazio temporali nella descrizione di fenomeni atomici si riferisce sempre necessariamente ad amplificazioni irreversibili come segni su una lastra o gocce in una camera a bolle.

In risposta a problemi di questo genere sorse inoltre un dibattito sulla definizione stessa dei fenomeni che ammettevano solamente una predizione di carattere statistico nel momento della loro apparizione. Proprio nel corso del congresso Solvay del 1927 infatti mentre Dirac sosteneva che la scelta veniva effettuata dalla natura, secondo Heisenberg era l'osservatore a compiere tale scelta, attraverso l'apparato strumentale e la sua successiva lettura². Bohr invece era restio a questa terminologia dal momento che è impensabile concedere alla natura una volontà in senso vero e proprio, e allo stesso modo non è concesso ad un osservatore, dopo aver predisposto le condizioni sperimentali, influenzare il fenomeno analizzato.

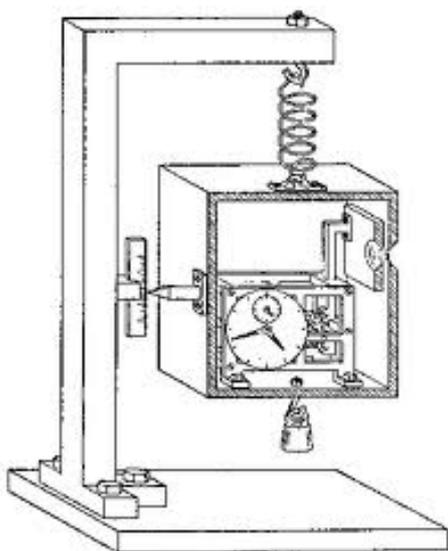
La soluzione da lui proposta invece, prevedeva che nello studio dei processi atomici, la nostra possibilità di utilizzare l'apparato sperimentale, ci consente solamente di scegliere quale tra i diversi fenomeni complementari, mutuamente esclusivi, vogliamo analizzare. Dunque il principio di complementarità permette di evitare di cadere in contraddizioni insostenibili e illogiche.

² Congresso Solvay, 24-28 Ottobre, Bruxelles.

Congresso Solvay 1930

Nonostante tutte i suoi tentativi di confutare il principio di indeterminazione avessero dato esito negativo, Einstein nutriva ancora una profonda fiducia nella possibilità di ricondurre la meccanica quantistica ad una teoria più generale e deterministica. In particolare riteneva che fosse possibile misurare la quantità di energia o impulso scambiato tra le particelle e i componenti dell'apparato strumentale, quand'anche questi siano usati allo scopo di definire il contesto spazio temporale nel quale sta avvenendo il fenomeno. Per sostenere tale visione, che già più volte era stata confutata con successo da Bohr, Einstein attinse proprio alla teoria della relatività da lui formulata, più precisamente alla nota formula di equivalenza tra massa ed energia:

$$E = mc^2$$



Al successivo congresso Solvay dunque, nel 1930, Einstein propose un ulteriore esperimento mentale che lasciò i più in uno stato di profonda incredulità. Riprendendo l'idea di una scatola piena di radiazione, dove lo sportello che permette l'apertura e la chiusura del foro è rigidamente vincolato, ovvero sincronizzato con un orologio al suo interno è possibile, regolando opportunamente il tempo di apertura, ottenere il passaggio di un singolo fotone dal foro. Bohr obietta che tale idea è troppo generica e che se usciamo da tale genericità

entriamo in contraddizione con la relatività generale.

Vediamo come: se questa scatola viene sospesa con delle molle e si dispone di una scala graduata fissata rigidamente al giogo che sostiene le molle è possibile pesare la scatola con tutto il suo contenuto. È questo il punto focale del discorso: infatti immaginando di

pesare la scatola prima e dopo l'uscita del fotone, che avviene ad un preciso istante di tempo, sembrerebbe possibile, proprio in virtù dell'equivalenza tra massa ed energia, stimare precisamente l'energia del fotone, contravvenendo al principio di indeterminazione per le variabili coniugate t ed E .

Per rendere l'idea di come questo esperimento mentale aveva sconvolto i presenti e, in particolare Bohr, è significativa la testimonianza di Lèon Rosenfeld, collaboratore del danese e presente al congresso che anni dopo avrebbe così ricordato quel momento:

*"Fu un vero shock per Bohr[...] che, attutaprima, non vedeva una soluzione. Per tutta la sera, fu estremamente angustiato, e continuava a passare dall'uno all'altro, cercando di persuaderli che non poteva essere, vero, che non poteva essere, che sarebbe stata la fine della fisica se Einstein avesse avuto ragione; ma non riusciva a trovare un modo di confutare il paradosso. Non dimenticherò mai l'immagine dei due antagonisti mentre se ne andavano dal club. Einstein, con la sua figura alta e maestosa, che camminava tranquillo, con un sorriso leggermente ironico, e Bohr che gli trotterellava appresso, pieno di eccitazione [...]"*³ Il mattino seguente avrebbe visto il trionfo di Bohr.

E proprio di trionfo di Bohr si può parlare perché non solo, una volta di più, riuscì a smantellare il sottile ragionamento di Einstein, ma perché, per di più, vi riuscì mettendo al vaglio proprio una delle grandi idee einsteiniane: l'equivalenza tra massa ed energia derivante dalla formula $E = mc^2$. Seguiamo il ragionamento di Bohr: per valutare il peso della scatola con una certa approssimazione Δm , noi disponiamo della posizione della scala graduata solidale al supporto ed è tale posizione che noi leggiamo con un'incertezza Δq . Ora a qualsiasi determinazione di tale posizione corrisponde un'incertezza nella valutazione dell'impulso pari a $h/\Delta p$ e tale quantità dovrà necessariamente essere inferiore all'impulso totale che può essere dato dal campo gravitazionale nel tempo stabilito pari a $t \Delta m g$, con g costante di gravitazione universale. Pertanto

$$\Delta q \approx h/\Delta p < t \Delta m g$$

ovvero quanto più precisa sarà la determinazione di q , tanto più lungo sarà il processo, per una stabilita approssimazione Δm .

Dalla teoria della relatività generale sappiamo però che un orologio che si sposti di Δq , lungo la direzione di un campo gravitazionale, modifica il suo ritmo nel tempo t in

³ V. Barone, *Albert Einstein: Il costruttore di universi*, Laterza, 2016

modo tale la sua lettura varierà di Δt secondo la relazione

$$\Delta t/t = g \Delta q /c^2$$

Di conseguenza dopo aver pesato la scatola avremo un'incertezza dovuta alla variazione di ritmo dell'orologio

$$\Delta t > h/c^2 \Delta m$$

che combinata con

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

restituisce per le variabili tempo ed energia

$$\Delta E \Delta t > h$$

ancora una volta in accordo con il principio di indeterminazione di Heisenberg.

In tale maniera, proprio sfruttando il principio di equivalenza postulato da Einstein, Bohr fu in grado di sventare questa ennesima stoccata che, se avesse colto nel segno, per sua stessa ammissione (vedi citazione di Rosenfeld) avrebbe comportato notevoli problemi. Notiamo di passaggio che nonostante il grande successo di Bohr in tale confutazione derivasse non poco dall'averla ottenuta mediante il principio einsteiniano di equivalenza, in un interessante articolo apparso sull'*American Journal of Physics*⁴, si mette in luce come, non dipendendo la dimostrazione esplicitamente da tale principio, non vi è alcuna necessità che la confutazione debba contenerlo. Infatti l'assunzione per cui l'energia possa avere un peso è logicamente indipendente dal principio di equivalenza e tale assunzione è di per sé sufficiente per concludere che un orologio in un campo gravitazionale rallenta il suo ritmo, senza dover associare all'energia una massa inerziale, né considerando l'equivalenza tra sistemi accelerati e campi gravitazionali uniformi.

Nonostante l'ennesima conferma della validità del principio di indeterminazione, e più in generale, della teoria quantistica, che l'analisi di questa situazione aveva mostrato, Einstein, lungi dall'essere persuaso, seguitava con il suo implacabile spirito critico.

Si può però segnare in corrispondenza di tale avvenimento un mutamento delle perplessità e delle obiezioni da lui poste. Fino a questo punto infatti gli esperimenti mentali e le critiche mosse avevano come finalità la violazione del principio di Heisenberg, a cui sarebbe corrisposta necessariamente una inconsistenza della teoria quantistica.

Da questo momento invece il fulcro della discussione si concentrò sulla supposta completezza della meccanica quantistica, ovvero se tale formalismo permettesse di estrarre tutta l'informazione disponibile sullo stato di un sistema, oppure vi fossero delle

⁴ W.G. Unruh, G.I. Opat, *The Bohr-Einstein "weighing of energy" debate*, *American Journal of Physics* n.47, p. 743, 1979

possibilità che trascendessero le capacità esplicative di tale paradigma.

Tornando all'esempio di poco fa infatti Einstein esprimeva a Ehrenfest i suoi motivi di insoddisfazione in tale guisa: se è pur vero che la conoscenza simultanea dell'energia della particella e del tempo nel quale essa attraversa il foro è soggetta ad incertezza, noi dopo aver pesato preliminarmente la scatola ed aver lasciato uscire il fotone, abbiamo ancora la possibilità di scegliere cosa misurare. Infatti possiamo pesare nuovamente la scatola, al fine di valutare l'energia del fotone emesso, oppure possiamo aprire la scatola e confrontare il tempo segnato sull'orologio con la nostra scala temporale, in modo da stimare precisamente il tempo di propagazione del fotone su una data distanza.

Tuttavia, non consentendo il formalismo meccanico quantistico una precisa valutazione, per una particella isolata, tanto del rapporto con la scala temporale, quanto dell'energia ad essa associata, sembrerebbe che la meccanica quantistica non disponga dei mezzi necessari per descrivere in maniera sufficiente il fenomeno. Dal canto suo Bohr ribatté che a suo parere, le uniche possibilità per giudicare inadeguato un formalismo matematico logicamente coerente, fossero che conducesse a risultati contrastanti con l'esperienza, o che le sue previsioni non coprissero tutte le possibilità osservate. E nessuna di queste due carenze poteva essere imputata alla meccanica quantistica: infatti non si era riscontrato nessun esperimento, né reale, né mentale, che contrastasse con la teoria, ovvero la consistenza di quest'ultima non era stata scalfita da alcuna controprova. Per quanto riguarda la possibilità di esaurire ogni possibile situazione, cioè la completezza della teoria, Bohr mise nuovamente in luce come l'apparente contraddizione sollevata da Einstein, veniva superata osservando che nella situazione sopra descritta non ci troviamo ad operare con un solo apparato strumentale, bensì con due differenti congegni mutuamente esclusivi.

Infatti nell'analizzare il trasferimento di energia, la bilancia è utilizzata assieme ad uno spettrometro, mentre nell'altro caso, l'orologio collegato allo sportello, unitamente ad un altro orologio sincronizzato al primo, permette di valutare il tempo di propagazione del fotone. In entrambi questi esperimenti infine, le conclusioni erano esattamente quelle previste dalla teoria, ed anche Einstein non nutriva dubbi su questo.

Ancora una volta emerge la necessità di considerare l'apparato sperimentale nel suo complesso e di chiarire che uso si intende farne, poiché tale specificazione è rilevante. Peraltro una tale possibilità di scelta si incontrava già in congegni più semplici trattati in precedenza: misurando infatti inizialmente l'impulso del diaframma, dopo il passaggio della particella attraverso la fenditura, noi possiamo ancora scegliere se misurare nuovamente l'impulso del diaframma, o se valutarne la posizione, essendo quindi in

grado di fare previsioni su una o l'altra delle successive osservazioni.

È sempre il fatto che l'apparato sia utilizzato in due modalità differenti e che si escludono a vicenda che consente di non cadere in una descrizione incompleta dei fenomeni complementari, che si manifestano appunto in condizioni tra loro incompatibili.

L'argomento EPR

Nel mese di maggio del 1935 sul Physical Review apparve un articolo ad opera di Einstein Podolsky e Rosen (da cui l'acronimo EPR con il quale generalmente ci si riferisce a tale lavoro) dal titolo: "Can Quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?".⁵In tale memoria i tre autori si propongono di analizzare le conseguenze del modello quantistico, alla luce di condizioni da loro poste e ritenute imprescindibili per una descrizione adeguata della realtà.

Prima di darne la formulazione introduciamo però alcune nozioni che saranno fondamentali nella descrizione del paradosso e per la comprensione del dibattito che da tale articolo scaturì.

In particolare i concetti che ci saranno necessari per apprezzare il fulcro della questione sono: il principio di realtà, il principio di località, la nozione di completezza e il fenomeno quantistico dell'entanglement.

Il principio di realtà, non va inteso in senso metafisico: infatti con realismo in filosofia si denota la corrente di pensiero secondo cui il mondo esista a priori, esternamente alla nostra mente e del tutto indipendente da essa. Lungi dal voler essere un criterio di tale portata, secondo EPR una buona definizione di realismo scientifico è la seguente:

"se, senza disturbare in alcun modo il sistema, possiamo prevedere con certezza (ovvero con probabilità pari ad 1) il valore di una grandezza fisica, allora esiste un elemento di realtà fisica che corrisponde a tale grandezza." Pur non essendo affatto, come riconosciuto dagli stessi autori, una condizione necessaria, tale definizione è però di per sé sufficiente e implica che gli elementi della realtà fisica debbano possedere valori anche precedentemente a una misura effettuata su di essi. A questo proposito Einstein esprimeva questa sua convinzione dicendo che la luna è lassù anche se nessuno la sta guardando.

Il principio di località stabilisce invece che dati due sottoinsiemi non interagenti, non è

⁵ A.Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, Physical review, Vol 47, May 15, 1935

possibile tramite una misura effettuata su di uno, influenzare in alcun modo l'altro istantaneamente. Questo principio è una diretta conseguenza del fatto che la velocità della luce, c , è finita, dunque non è possibile secondo la teoria della relatività una trasmissione di informazione istantanea tra due enti separati da un intervallo spaziale.

La nozione di completezza, come abbiamo già avuto modo di osservare nei precedenti capitoli, richiede che il modello in questione sia in grado di prevedere tutte le possibili manifestazioni dei fenomeni che si osservano, con il massimo grado di accuratezza possibile. In altre parole si richiede dunque che ad ogni elemento di realtà fisica corrisponda una controparte all'interno della teoria fisica.

Il fenomeno dell'entanglement quantistico o correlazione quantistica, che non presenta nessun analogo in fisica classica comporta che in determinate situazioni, lo stato quantistico del sistema composto in esame non possa essere espresso in maniera individuale, ma dipende da ciascuno dei sistemi da cui è formato. Il termine entanglement, in italiano groviglio, fu introdotto da Schrödinger proprio nel commentare il paradosso EPR.

Prima ancora della sua pubblicazione ufficiale sulla *Physical Review*, le idee espresse da EPR, furono pubblicate sul *New York Times* in un articolo, datato 4 maggio dal titolo "*Einstein Attacks Quantum Theory*".⁶

Sebbene ciò non piacque molto a Einstein, che non riteneva che in un quotidiano non di carattere scientifico potesse avere luogo una adeguata discussione dei problemi ivi trattati, tale pubblicazione ebbe però il merito di portare all'attenzione di una vasta parte della comunità scientifica tale paradosso, mentre i precedenti dibattiti, di cui abbiamo parlato negli scorsi capitoli, non avevano ottenuto una tale risonanza ed erano stato oggetto di dibattito solo all'interno di una ristretta cerchia di scienziati.

L'articolo si apre con un ragionamento riguardo al valore conoscitivo di una teoria scientifica, che i tre autori riassumono in due questioni principali: La teoria è corretta?

La descrizione data dalla teoria è completa? Per rispondere alla prima di queste domande, è necessario valutare il successo di una teoria dal suo grado di aderenza all'esperimento, pertanto una teoria si potrà definire corretta, se le sue previsioni sono in accordo con il risultato dell'esperienza. Per rispondere alla seconda domanda, invece, è necessario stabilire un criterio di corrispondenza che abbiamo già accennato: per i tre autori si può ben dire completa una teoria che abbia per ogni elemento di realtà fisica, un elemento corrispondente all'interno della teoria. Tuttavia, partendo da questo criterio per fornire uno strumento di analisi della struttura della teoria, si incappa in una

⁶ The New York Times, *Einstein attacks quantum theory; Scientist and two colleagues find it is not 'Complete' even though 'Correct'*, p. 11, May 4, 1935

difficoltà che rischia di minare l'intero ragionamento: questa condizione di completezza infatti sembrerebbe dipendere da considerazioni a priori, le quali permettano innanzitutto di stabilire quali siano gli elementi della realtà fisica e successivamente far corrispondere a ognuno di tali elementi, un concetto della teoria. Infatti, nella costruzione della teoria, richiediamo di avere un elemento per ogni elemento di realtà, ma come determinare quanti e quali siano questi ultimi?

Tuttavia questa richiesta così stringente, non è necessaria ai fini dell'esposizione del paradosso. Pertanto EPR si limitano a richiedere come criterio di realtà quello che abbiamo già definito sopra ovvero: se, senza disturbare in alcun modo il sistema possiamo predire con certezza (probabilità uguale a 1) il valore di una determinata quantità fisica, allora esiste un elemento di realtà, che corrisponde a tale quantità fisica.

Per analizzare la situazione prendiamo in esame una particella avente un solo grado di libertà e descritta, secondo la teoria quantistica, dalla funzione d'onda. Se effettuiamo una misura dell'impulso, tale misura altera lo stato della particella, dunque seguendo il ragionamento della meccanica quantistica, possiamo dire che quando la quantità di moto di una particella è conosciuta, la sua coordinata non ha alcuna realtà fisica.

D'altronde dal momento che conoscere una quantità fisica e associarle un elemento della realtà corrisponde a imporre che la funzione d'onda sia autofunzione dell'operatore relativo a tale quantità (è necessario, se vogliamo poter prevedere il valore con probabilità uguale a 1), per il criterio di realtà segue che la funzione d'onda descrive lo stato della particella solamente se, quando conosciamo la quantità di moto, la posizione non ha alcuna realtà fisica. Questo chiaramente si estende ad ogni coppia di quantità rappresentate da operatori che non commutano tra loro. Date queste premesse tutt'altro che scontate, seppur molto caute nella loro formulazione, EPR afferma che siamo davanti ad un bivio:

- 1- la descrizione quantistica contenuta nella funzione d'onda non è completa, oppure
- 2- quando gli operatori corrispondenti a due quantità fisiche non commutano, le due quantità non possono avere realtà simultanea.

La seconda parte dell'articolo mira proprio a mostrare che negando la prima di tale ipotesi, viene negata anche la seconda, portando a un assurdo. In conseguenza di ciò gli autori deducono che 1 debba essere vera, dunque la descrizione quantistica della realtà non è completa.

Per fare ciò EPR si servono del seguente esempio: supponiamo di avere due sottoinsiemi (che possono essere ad esempio due particelle) inizialmente isolati e preparati in uno stato noto. Permettiamo l'interazione tra i due per un tempo limitato T

oltre il quale i due sistemi non interagiscono più. Attraverso l'equazione di Schrödinger è possibile calcolare la funzione d'onda per il sistema totale I + II, ad un qualsiasi istante di tempo $t > T$.

Non possiamo tuttavia calcolare lo stato di ciascuno dei due sottosistemi dopo l'interazione: siamo in uno stato entangled.

Supponiamo dunque che siano a_1, a_2, a_3, \dots gli autovalori di una certa quantità fisica A del sistema I e siano $u_1(x_1), u_2(x_2), u_3(x_3) \dots$ le relative autofunzioni: lo stato del sistema totale I + II può allora essere espresso come sommatoria

$$\psi(x_1, x_2) = \sum_n u_n(x_1) \varphi_n(x_2)$$

Se ora effettuiamo una misura sul sistema I per la quantità A, otteniamo un valore a_k e dunque avremo che la funzione d'onda sarà

$$\psi(x_1, x_2) = u_k(x_1) \varphi_k(x_2)$$

Pertanto sappiamo che il sistema II si troverà nello stato $\varphi_k(x_2)$.

Questo è quello che viene chiamato riduzione del pacchetto d'onda, ovvero a partire da una sommatoria infinita, ci siamo ricondotti ad un unico termine. Immaginiamo ora di valutare una diversa quantità fisica B sempre per il sistema I e di ottenere dopo una misura il valore b_k , al quale è associato l'autofunzione v_k . Analogamente a prima, la funzione d'onda dopo la misura di B si ridurrà ad un unico termine

$$\psi(x_1, x_2) = v_k(x_1) \xi_k(x_2)$$

dunque lo stato di II sarà dato da $\xi_k(x_2)$. Dunque in conseguenza di due diverse misurazioni effettuate su I, lo stato II sarà lasciato in due stati rappresentati da diverse funzioni d'onda. D'altro canto, poiché abbiamo imposto per ipotesi che i due sistemi I e II non possano più interagire dopo il tempo T, lo stato del sistema II non può essere cambiato durante la misurazione su I pertanto siamo portati a concludere che le due funzioni d'onda φ_k e ξ_k si riferiscono alla stessa realtà fisica.

Potrebbe ora succedere che le due funzioni d'onda φ_k e ξ_k , siano autofunzioni di due operatori che non commutano, ad esempio quelli associati alle grandezze fisiche posizione e momento. In tal caso attraverso una misura su I della grandezza A o della grandezza B, noi siamo in grado di prevedere con certezza e senza disturbare in alcun modo il sistema II, il valore rispettivamente della posizione o del momento.

Tuttavia, secondo il criterio di realtà stabilito da EPR, grandezze fisiche associate a operatori che non commutano, non possono avere realtà simultanea, mentre, proprio in virtù del fatto che i due sistemi non interagiscono, le due funzioni d'onda φ_k e ξ_k , appartengono alla stessa realtà! Si giunge pertanto alla conclusione che poiché negando la 1 si giunge a una negazione anche della 2, non resta che ammettere che la 1 sia vera,

cioè che la meccanica quantistica non è una teoria completa.

Gli autori fanno anche notare che non si giungerebbe alla stessa conclusione se si imponesse che due quantità fisiche possono essere riferite a elementi di realtà simultanei solamente se è possibile misurare e prevedere tali quantità simultaneamente. Tuttavia in questo caso la realtà o meno di una quantità del sistema II dipenderebbe unicamente dalla scelta del processo di misura su I, con cui II non è in interazione e questo è, secondo EPR, un'idea di realtà per loro inaccettabile.

La risposta di Bohr non si fece attendere e una volta di più il confronto verteva sulla diversa concezione della realtà e sulle finalità conoscitive della scienza.⁷

Bohr infatti sosteneva che non si potesse rispondere alla domanda posta da EPR se gli stessi termini come "realtà fisica" e "completezza" fossero definiti secondo l'idea di Einstein. Inoltre anche la definizione di paradosso (attribuitogli in seguito, non dagli autori), non è calzante, in quanto la formulazione di EPR non ci mostra dove la teoria quantistica si dimostri inadeguata, né quali siano gli evidenti controsensi ai quali si arriva adottando tale modello. Peraltro lo stesso Bohr riconosceva che accettando le definizioni di realtà e completezza proposte dagli autori la meccanica quantistica sarebbe una teoria incompleta. Ma la sua visione del mondo era opposta a quella di Einstein: per Bohr le apparenti contraddizioni, non rivelavano un'incompletezza della teoria, quanto piuttosto "dimostrano soltanto una fondamentale inadeguatezza del punto di vista tradizionale della filosofia naturale per una trattazione razionale di questi fenomeni".⁸

Infatti secondo lui il *modus operandi* dovrebbe essere di analizzare la natura dei fenomeni, attraverso un'indagine delle condizioni nelle quali il fenomeno può essere osservato e misurato e di poter definire con le parole che inventiamo, i concetti presenti nella teoria. Al contrario dunque del ragionamento di EPR che postula a priori l'esistenza di quantità, e pretende di associare a ciascuna di esse una parola nel nostro schema interpretativo. Infatti secondo Einstein «la fisica è un tentativo di afferrare concettualmente la realtà, quale la si concepisce indipendentemente dal fatto di essere osservata. In questo senso si parla di "realtà fisica". Bohr dal canto suo sosteneva che "per quanto prudente possa apparire la sua formulazione, contiene un'ambiguità essenziale quando viene applicato ai problemi concreti" e in particolare per l'espressione "senza perturbare in alcun modo il sistema". Come abbiamo già visto, infatti, l'indeterminata interazione tra oggetti fisici e strumenti di misura cozza con l'ideale

⁷ N. Bohr, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*, Physical Review, n. 48, p. 696, 15 October 1935.

⁸ N. Bohr, *Op.Cit.*, p. 697

einsteiniano di una realtà non condizionata dalle osservazioni che vi si compiono. Come vediamo dunque Bohr non mira nella sua replica a contestare la coerenza logica dell'argomento EPR, ma ne rigetta i presupposti: *"Possiamo scegliere di misurare p_1 o q_1 (e predire il valore risp. di p_2 o q_2), ma questo implica scegliere tra due apparati di misura mutuamente esclusivi. Se misuriamo q_1 è necessario stabilire una correlazione tra il comportamento della particella 1 e uno strumento rigidamente connesso col supporto che definisce il sistema di riferimento spaziale. La misura di q_1 quindi fornisce anche la posizione del diaframma quando le particelle passano attraverso le fenditure e permette in tal modo di stabilire q_2 . Permettendo tuttavia il passaggio di una quantità di moto p essenzialmente incontrollabile dalla prima particella al supporto menzionato, non ci sarà più possibile in seguito applicare la conservazione della quantità di moto al sistema costituito dal diaframma e dalle due particelle. E quindi si è perduta ogni possibilità di predizione non ambigua della quantità di moto della seconda particella. Viceversa la misura di p_1 coinvolge inevitabilmente uno spostamento incontrollabile che preclude ogni possibilità di dedurre dal comportamento della particella 1 la posizione del diaframma relativamente al resto dell'apparato e quindi impedisce di predire la posizione q_2 ."*⁹

In ultima analisi, la confutazione delle premesse di Bohr verte sull'applicazione del principio di complementarità, che abbiamo già analizzato nel dettaglio.

È interessante citare uno spiritoso passo di Schrödinger, che nel commentare la posizione dei sostenitori dell'interpretazione classica, ovvero quella di Copenhagen, disse che le loro risposte in difesa della teoria avevano la sola qualità di "essere inattaccabili perché basate sul principio semplice e sicuro che la sana e sobria realtà, per gli scopi della scienza, coincide con ciò che è (o può essere) osservato" e perché davano per scontato "che ciò che è o può essere osservabile coincide esattamente con ciò che piace alla meccanica quantistica di chiamare osservabile".¹⁰

Per lungo tempo le questioni dibattute in tale articolo, furono oggetto di studi e considerazioni, come ad esempio la riformulazione del paradosso a opera di Bohm, che sfrutta una correlazione di spin, mentre l'applicazione alla polarizzazione dei fotoni ne permette una più pratica verifica sperimentale. Nel 1964 Bell, formulò il suo teorema, che si esprime in quelle che sono note come disuguaglianze di Bell, che derivano dall'assunzione di realismo locale. Tali disuguaglianze affermano che la località è violata: non esistono teorie a variabili nascoste locali e non contestuali che riproducano le previsioni della meccanica quantistica. Esperimenti compiuti negli anni '80 e '90 del

⁹ N. Bohr, *Op. Cit.*

¹⁰ S. Petruccioli, *Atomi, metafore, paradossi*, Le lettere, 2012, cap. XI, p. 217

'900, hanno mostrato che tali disuguaglianze vengono violate e ciò implica che il realismo locale non sia, almeno a livello microscopico, corretto. Ciò significa che alcune delle istantanee azioni a distanza presenti in EPR, accadono realmente, mentre la teoria della relatività rimane valida grazie al teorema di non-comunicazione, che afferma che non è possibile trasmettere informazione istantaneamente sfruttando il fenomeno dell'entanglement quantistico.

Conclusione

Abbiamo riproposto l'intenso scambio di opinioni tra Einstein e Bohr che tanto ha giovato allo sviluppo e alla comprensione del nuovo paradigma quantistico. Seppure i due grandi fisici si trovarono spesso a sostenere punti di vista contrastanti e, addirittura, differenti idee di realtà fisica, non dobbiamo però pensare a questo dibattito come ad uno scontro tra due posizioni personali. Nessuno dei due infatti avrebbe mai sostenuto la propria causa per amor proprio: al contrario entrambi erano mossi da un profondo desiderio di conoscenza. Personalità molto diverse, Bohr amava la Danimarca, nacque e morì a Copenhagen, dove fece scuola (l'interpretazione di Copenhagen della meccanica quantistica prende il nome proprio dal gruppo di scienziati che lì si radunò sotto la sua egidia). Einstein era ebreo, risiedette in svariati luoghi, prima della sua fuga negli Stati Uniti e non ebbe mai dei veri e propri allievi. Inoltre Einstein (probabilmente suo malgrado) divenne una celebrità, quasi da essere assunto al rango di scienziato per antonomasia, mentre Bohr non acquistò mai una notorietà all'infuori dell'ambiente scientifico, di cui peraltro era una delle personalità più eminenti. Inoltre la stima reciproca tra i due fu sempre massima. Basti pensare che in occasione del loro primo incontro, al congresso di Berlino del 1920, Einstein scrisse un bigliettino a Bohr dove lo ringraziava "del magnifico dono che veniva dalla Neutrophia (la Danimarca), ove latte e miele ancora scorrono", mentre il danese riferendosi a tale incontro lo definì un grande avvenimento della sua vita. Nell'analizzare a quasi un secolo di distanza questo dibattito, siamo portati a sostenere che a trionfare sia stato Bohr, tuttavia, per capire quanto il loro scambio di idee sia stato significativo per le loro vite personali, oltre che per le loro carriere si pensi che, come racconta Max Jammer nel suo libro "The Philosophy of Quantum Mechanics",¹¹ l'ultima figura presente sulla lavagna di Bohr, disegnata la sera prima della sua morte, nel 1962, era proprio una scatola contenente radiazione in grado di emettere un solo fotone alla volta, ovvero proprio il celebre esperimento mentale proposto da Einstein nel 1930.

¹¹ M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons, 1974, p. 120-121

Bibliografia

Vincenzo Barone – Albert Einstein: il costruttore di universi – Editori Laterza 2016

Marcello Cini – Un paradiso perduto. Dall'universo delle leggi naturali al mondo dei processi evolutivi – Feltrinelli 1999

Albert Einstein – Autobiografia scientifica - Bollati Boringhieri 2014

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen – Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete? - Physical Review, Vol 47 1935

Einstein Attacks Quantum Theory – New York Times – May 4, 1935

Giancarlo Ghirardi - Un'occhiata alle carte di Dio. Gli interrogativi che la scienza moderna pone all'uomo – Il Saggiatore 1997

Sandro Petruccioli – Atomi, Metafore, Paradossi - Le Lettere 2012

W. G. Unruh, G. I. Opat – The Bohr-Einstein "weighing of energy" debate – American Journal of Physics Vol 47 1979

