



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

---

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE DII

Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

**Precise Orbit Determination per i satelliti  
GALILEO finalizzato a studi di fisica  
fondamentale**

**Relatore:**

Prof. Marco Pertile

**Correlatore:**

Prof. Francesco Vespe

**Laureanda:**

Grazia Di Tinco  
Student ID 2004154

---

ANNO ACCADEMICO 2023/2024



## Sommario

*Galileo for Science (G4S)* è un esperimento proposto da F. Vespe dell'Agencia Spaziale Italiana e finanziato nell'ambito dei progetti premiali del MIUR. Per la sua realizzazione sono stati coinvolti il Centro di Geodesia Spaziale (ASI/CGS) di Matera, l'Istituto di Astrofisica e Planetologia Spaziale dell'INAF (IAPS-INAF) di Roma e il Politecnico di Torino (Polito).

Il progetto ha come obiettivo l'esecuzione di una serie di misurazioni di fisica fondamentale mediante l'uso del sistema di navigazione satellitare GALILEO. In particolare conta di effettuare esperimenti nel campo della Relatività Generale (RG) e della Gravitazione (G) come:

- Misura dell'effetto della precessione del perigeo di Schwarzschild (campo gravitoelettrico);
- Red-Shift gravitazionale;
- Effetto Gravitomagnetico di Lense-Thirring;
- Indagine su teorie alternative della Gravitazione;
- Stima dei vincoli alla rivelabilità della materia oscura del nostro sistema solare.

*G4S* è stato ispirato dall'errata iniezione orbitale di due satelliti GALILEO lanciati nel 2014: GSAT0201 e GSAT0202, ovvero DORESA e MILENA.

Furono iniettati in un'orbita più bassa e molto eccentrica, rendendoli inutilizzabili per il loro impiego operativo nella navigazione. Grazie alla loro alta eccentricità, si sono subito dimostrati particolarmente utili per effettuare esperimenti di RG e G. La loro alta eccentricità rende infatti possibile misure di RG e G perché i loro effetti si mappano soprattutto sul perigeo che, per orbite altamente eccentriche, può essere misurato con straordinaria precisione.

Siccome gli effetti da rivelare sono comunque davvero minuscoli, diventa particolarmente cruciale per il buon esito delle misure, effettuare una raffinata Determinazione Orbitale Precisa (POD) di questi satelliti, come di quelli in orbita nominale.

Pertanto, nella I parte la tesi farà una descrizione dettagliata del sistema GALILEO e, più in generale, dei sistemi GNSS attualmente operativi.

Nella II parte si passeranno in rassegna tutte le perturbazioni gravitazionali e non che agiscono sui satelliti GNSS.

Nella III parte si descriveranno gli obiettivi dell'esperimento G4S.

Infine, nella IV parte si descriverà in dettaglio i moduli SW del BERNESE utili per effettuare la POD dei satelliti GNSS.

Si sono così elaborati con il BERNESE i dati di alcuni archi orbitali dei satelliti GALILEO già usati per il progetto GREAT ed elaborati con un diverso SW. Infine, si discuterà dei risultati ottenuti e si trarranno alcune conclusioni utili per il prosieguo del lavoro.

# Acronimi

<b>AIUB</b>	Astronomical Institute of the University of Bern
<b>AOG</b>	Accelerometers aboard of Galileo satellites
<b>ARPA</b>	Aerodynamics and Radiation Pressure Analysis
<b>ASCII</b>	American Standard Code for Information Interchange
<b>ASI</b>	Italian Space Agency
<b>AU</b>	Astronomical Unit
<b>BPE</b>	Bernese Processing Engine
<b>BW</b>	Box Wing
<b>CAS</b>	Commercial Authentication Service
<b>CBOC</b>	Composite Binary Offset Carrier
<b>CDDIS</b>	Crustal Dynamics Data Information System
<b>CGS</b>	Space Geodesy Center
<b>CMD</b>	Cold Dark Matter
<b>COBE</b>	Cosmic Background Explorer
<b>CRC</b>	Cyclic Redundancy Check
<b>DM</b>	Dark Matter
<b>CMB</b>	Cosmic Microwave Background Radiation
<b>DW</b>	Domain Wall
<b>ECEF</b>	Earth-Centered Earth-Fixed
<b>EGNOS</b>	European Geostationary Navigation Overlay System

<b>EOP</b>	Earth Orientation Parameters
<b>ERIS</b>	External Region Integrity Systems
<b>ERP</b>	Earth Rotation Parameters
<b>ESA</b>	European Space Agency
<b>EUREF</b>	European Reference Organisation for Quality Assured Breast Screening and Diagnostic Services
<b>EUSPA</b>	European Union Agency for the Space Programme
<b>FEC</b>	Forward Error Correction
<b>FEM</b>	Finite Element Method
<b>FOC</b>	Full Operational Capability
<b>GCC</b>	Ground Control Centre
<b>GCS</b>	Ground Control Segment
<b>GEO</b>	Geostationary Earth Orbit
<b>GF</b>	Geometry Free
<b>GIOVE</b>	Galileo In-Orbit Validation Element
<b>GLONASS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>GMS</b>	Ground Mission Segment
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>GPS NAVSTAR</b>	Global Positioning System Navigation Satellite Timing And Ranging
<b>GR</b>	General Relativity
<b>GREAT</b>	Galileo gravitational Redshift test with Eccentric Satellites
<b>GRS</b>	Gravitational Redshift
<b>GSS</b>	Galileo Sensor Stations
<b>GST</b>	Galileo System Time
<b>G4S</b>	Galileo for Science

<b>HADG</b>	High Accuracy Data Generator
<b>HAS</b>	High Accuracy Service
<b>HEO</b>	Highly Elliptical Orbit
<b>IAPS</b>	Institute for Space Astrophysics and Planetology
<b>ICRS</b>	International Celestial Reference System
<b>IERS</b>	International Earth Rotation and Reference Systems Service
<b>IGS</b>	International GNSS Service
<b>IGSO</b>	Inclined Geo Synchronous Orbit
<b>ILRS</b>	International Laser Ranging Service
<b>INAF</b>	National Institute for Astrophysics
<b>IOV</b>	In-Orbit Validation
<b>IPF</b>	Integrity Processing Function
<b>IRNSS</b>	Indian Regional Navigational Satellite System
<b>IRSO</b>	Indian Space Research Organisation
<b>ITU</b>	International Telecommunication Union
<b>LAGEOS</b>	Laser Geodynamics Satellite
<b>LARES</b>	Laser Relativity Satellite
<b>LOS</b>	Line of Sight
<b>LPI</b>	Local Position Invariance Test
<b>LT</b>	Lense Thirring
<b>MACHO</b>	Massive Astrophysical Compact Halo Object
<b>MBOC</b>	Modulation Binary Offset Carrier
<b>MEO</b>	Medium Earth Orbit
<b>MIUR</b>	Ministry of Education, University and Research
<b>MJD</b>	Modified Julian Date
<b>MRF</b>	Mechanical Reference Fram

<b>MSAS</b>	Multifunctional Transport Satellite-based Augmentation System
<b>NASA</b>	National Aeronautics and Space Administration
<b>NAVIC</b>	Navigation with Indian Constellation
<b>NGP</b>	Non-Gravitational Perturbations
<b>NLRI</b>	New Long Range Interaction
<b>ODTS</b>	Orbitography Determination and Time Synchronisation
<b>OS</b>	Open Service
<b>OSNMA</b>	Open Service Navigation Message Authentication
<b>PCF</b>	Process Control Files
<b>PHM</b>	Passive Hydrogen Maser
<b>POD</b>	Precise Orbit Determination
<b>PPN</b>	Parameterized Post-Newtonian formalism
<b>PPP</b>	Precise Point Positioning
<b>PPS</b>	Pulse per Second
<b>PRS</b>	Public Regulated Service
<b>QZSS</b>	Quasi-Zenith Satellite System
<b>RAAN</b>	Right Ascension of Ascending Node
<b>RAFS</b>	Excelitas Rubidium Atomic Frequency Standard
<b>RINEX</b>	Receiver Independant EXchange Form
<b>RPS</b>	Relativistic Positioning System
<b>SAR</b>	Search and Rescue
<b>SBAS</b>	Satellite-based Augmentation Systems
<b>S-BW</b>	Simple Box Wing
<b>SCHW</b>	Schwarzschild
<b>SISA</b>	Signal In Space Accuracy

<b>SLR</b>	Satellite Laser Ranging
<b>SoL</b>	Safety of Life Service
<b>SRP</b>	Solar Radiation Pressure
<b>SSTL</b>	Surrey Satellite Technology Ltd
<b>SW</b>	Software
<b>TAS</b>	Thales Alenia Space
<b>TD</b>	Topologic Defects
<b>TESLA</b>	Timed-Efficient Stream Loss-Tolerant Authentication
<b>TOC</b>	Time of Clock
<b>TTA</b>	Time To Alert
<b>TTC</b>	Telemetry, Tracking and Command
<b>ULS</b>	Up-Link Stations
<b>UTC</b>	Coordinated Universal Time
<b>USA</b>	United States of America
<b>WAAS</b>	Wide Area Augmentation System
<b>WIMP</b>	Weakly Interacting Massive Particle
<b>WMAP</b>	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>ii</b>
<b>Acronimi</b>	<b>ii</b>
<b>1 Navigazione Satellitare - focus sul Sistema GALILEO</b>	<b>1</b>
1.1 GNSS . . . . .	1
1.1.1 GPS . . . . .	2
1.1.2 GLONASS . . . . .	3
1.1.3 BeiDou . . . . .	4
1.1.4 IRNSS . . . . .	5
1.1.5 QZSS . . . . .	5
1.1.6 SBAS . . . . .	6
1.2 GALILEO . . . . .	7
1.2.1 Segmento spaziale . . . . .	8
1.2.2 Segmento di terra . . . . .	8
1.2.3 Segmento utente . . . . .	11
1.2.4 Servizi iniziali GALILEO . . . . .	11
1.2.5 Segnale GALILEO . . . . .	15
1.2.6 Messaggio di navigazione GALILEO . . . . .	16
1.3 Le orbite . . . . .	18
1.3.1 Elementi Kepleriani . . . . .	18
1.3.2 Orbite Broadcast . . . . .	21
1.3.3 Orbite SP3 . . . . .	22
1.4 Rinex . . . . .	22
1.4.1 Codici di osservazione . . . . .	24
1.4.2 RINEX 3.00 e 4.00 . . . . .	25
1.4.3 Messaggio di navigazione . . . . .	28
<b>2 Perturbazioni gravitazionali e non gravitazionali</b>	<b>32</b>
2.1 Perturbazioni gravitazionali . . . . .	34
2.2 Perturbazioni non gravitazionali . . . . .	42
2.2.1 Pressione di radiazione solare: effetti diretti . . . . .	43
2.2.2 Pressione radiazione solare: effetti indiretti . . . . .	50
2.2.3 Drag atmosferico . . . . .	61

<b>3 Galileo for Science G4S</b>	<b>63</b>
3.1 Misurazione del redshift gravitazionale . . . . .	64
3.2 Nuovi modelli per le perturbazioni non gravitazionali . . . . .	65
3.2.1 Ordine di grandezza per NGP . . . . .	67
3.2.2 Verso il FEM: 3D-CAD e Box-wing . . . . .	69
3.3 Domain Wall . . . . .	72
3.3.1 Origine Dark Matter . . . . .	72
3.3.2 Curve di rotazione delle Galassie . . . . .	75
3.3.3 Materia oscura come particelle . . . . .	76
3.3.4 Simulazione Centro di Geodesia Spaziale di Matera . . . . .	82
3.3.5 Simulazione INAF . . . . .	84
3.4 Misura della precessione del perigeo di Schwarzschild . . . . .	85
3.5 Teorie alternative sulla gravitazione . . . . .	86
3.6 Effetto gravitomagnetico di Lense-Thirring . . . . .	87
<b>4 Stima orbite satelliti Galileo</b>	<b>91</b>
4.1 Bernese GNSS . . . . .	91
4.2 Operazioni preliminari e test di verifica . . . . .	93
4.2.1 Perl . . . . .	93
4.2.2 Gzip . . . . .	94
4.2.3 Effemeridi DE405 . . . . .	95
4.2.4 Hatanaka . . . . .	96
4.3 Test del BPE . . . . .	97
4.4 MY CAMP . . . . .	101
4.5 COOVEL . . . . .	102
4.6 POLUPD . . . . .	104
4.7 PRETAB . . . . .	106
4.8 ORBGEN . . . . .	110
4.9 Parametri orbitali dei satelliti GALILEO . . . . .	114
4.10 Confronto con esperimento GREAT . . . . .	115
<b>Conclusioni</b>	<b>115</b>
<b>A BERNESE GSAT0201</b>	<b>119</b>
<b>B BERNESE GSAT0202</b>	<b>122</b>
<b>C GREAT GSAT0201</b>	<b>125</b>
<b>D GREAT GSAT0202</b>	<b>128</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>130</b>

# Elenco delle figure

1.1	Schema del ricevitore GNSS per la deteminazione della posizione tramite la ricezione dei segnali dai vari satelliti. . . . .	2
1.2	Satellite Navstar-2F GPS. . . . .	3
1.3	Satellite GLONASS. . . . .	4
1.4	Satellite BeiDou-3. . . . .	4
1.5	Settimo e ultimo satellite IRNSS-1G. . . . .	5
1.6	Sistema satellitare QZSS. . . . .	6
1.7	GALILEO. . . . .	7
1.8	Costellazione GALILEO. . . . .	9
1.9	Segmento di terra GALILEO. . . . .	10
1.10	Schema OSNMA. . . . .	12
1.11	Elementi del sistema GALILEO HAS. . . . .	13
1.12	Panoramica del sistema COSPAS-SARSAT. . . . .	14
1.13	Spettro del segnale GALILEO. . . . .	16
1.14	Struttura messaggio di navigazione GALILEO. . . . .	17
1.15	Elementi orbitali e rappresentazione orbita ellittica. . . . .	20
1.16	Numeri satellitari e identificatori di costellazione. . . . .	22
2.1	Esempi di armoniche sferiche. . . . .	36
2.2	Fasi lunari. . . . .	38
2.3	Librazione della luna. . . . .	39
2.4	Struttura marea. . . . .	40
2.5	Pressione radiazione solare. . . . .	42
2.6	Interazione fotone-superficie. . . . .	43
2.7	Elemento elementare di superficie dS. . . . .	44
2.8	Rappresentazione nel piano delle varie componenti. . . . .	48
2.9	Eclisse Sole-Luna-Terra. . . . .	54
2.10	Le fasi della penombra. . . . .	58
2.11	Funzione eclisse per differenti valori del coefficiente di estinzione. . . . .	59
2.12	Simulazione satelliti GALILEO. . . . .	60
3.1	La sonda GALILEO FOC: il sistema di riferimento meccanico. . . . .	70
3.2	Una mesh parziale molto preliminare del modello 3D-CAD di un veicolo spaziale Galileo FOC. . . . .	71
3.3	Modello Box-Wing con Comsol. . . . .	72

3.4	Abell 2744. . . . .	72
3.5	Lente gravitazionale. . . . .	74
3.6	Curva di rotazione di una tipica Galassia a spirale. La curva rossa è la predizione della legge di gravità Newtoniana; quella bianca rappresenta l'andamento delle misure sperimentali. . . . .	75
3.7	Fondo cosmico a microonde visto da Plank. . . . .	76
3.8	Percentuale della materia che compone l'Universo. . . . .	77
3.9	Parete di dominio attraverso la costellazione del Sistema di Posizionamento Globale a velocità galattiche di $\approx 300[km/s]$ . . . . .	79
3.10	Dipendenza temporale del segnale indotto dalla materia oscura. . . . .	79
3.11	Orologi atomici e variazioni della costante di struttura fine (da Pre-stage 1995). . . . .	81
3.12	Vincoli sull'accoppiamento della materia oscura all'elettromagnetismo. . . . .	82
3.13	Confronto PPS tra RAFS-PHM. . . . .	82
3.14	Risultati della simulazione. . . . .	83
3.15	Simulazione DW per un'ampiezza di $10^{-10}[s]$ . . . . .	84
3.16	Simulazione DW per un'ampiezza di $0.3 \times 10^{-10}[s]$ . . . . .	85
4.1	Visualizzazione versione <i>Perl</i> corretta. . . . .	94
4.2	Variabili di sistema. . . . .	94
4.3	File effemeridi DE405. . . . .	95
4.4	File ASC2EPH.INP. . . . .	96
4.5	Messaggio cmd. . . . .	96
4.6	Componenti aggiunte alle variabili di sistema. . . . .	97
4.7	Settaggio dell'epoca. . . . .	98
4.8	RUNBPE 1. . . . .	98
4.9	RUNBPE 2. . . . .	99
4.10	RUNBPE 3. . . . .	99
4.11	RUNBPE 4. . . . .	100
4.12	BPE 5. . . . .	100
4.13	BPE 6. . . . .	100
4.14	Cartella DATAPOOL popolata da file. . . . .	101
4.15	Creazione della campagna. . . . .	101
4.16	Lista delle campagne. . . . .	102
4.17	Estremi della campagna my camp. . . . .	102
4.18	Sessione della campagna. . . . .	102
4.19	COOVEL 1. . . . .	103
4.20	File GEN2017.CRD. . . . .	103
4.21	POLUPD 1. . . . .	104
4.22	POLUPD 2. . . . .	104
4.23	POLUPD 3. . . . .	105
4.24	Modello di nutazione <i>IAU2000R06</i> . . . . .	105
4.25	Modello <i>IERS2010XY</i> . . . . .	106

4.26	File ERP. . . . .	106
4.27	PRETAB 1. . . . .	107
4.28	PRETAB 1.1. . . . .	108
4.29	PRETAB 2. . . . .	108
4.30	PRETAB 3. . . . .	108
4.31	Pretab .TAB. . . . .	109
4.32	Pretab .CLK. . . . .	109
4.33	ORBGEN 1. . . . .	110
4.34	ORBGEN 1.1. . . . .	110
4.35	ORBGEN 2. . . . .	111
4.36	ORBGEN 3.1. . . . .	111
4.37	ORBGEN 3.2. . . . .	112
4.38	ORBGEN 4. . . . .	112
4.39	ORBGEN 5. . . . .	113
4.40	Conversione delle <i>standard orbit</i> . . . . .	113
4.41	File COM2017.FSO. . . . .	114
4.42	E18-Confroto Bernese vs GREAT per il semiasse maggiore ed eccentricità. . . . .	116
4.43	E18-Confroto Bernese vs GREAT per inclinazione e RAAN. . . . .	116
4.44	E18-Confroto Bernese vs GREAT per argomento pericentro+anomalia media. . . . .	116
4.45	E14-Confroto Bernese vs GREAT per il semiasse maggiore ed eccentricità. . . . .	117
4.46	E14-Confroto Bernese vs GREAT per inclinazione e RAAN. . . . .	117
4.47	E14-Confroto Bernese vs GREAT per argomento pericentro+anomalia media. . . . .	117

# Elenco delle tabelle

1.1	Segnali di navigazione GALILEO. . . . .	16
1.2	Contenuti dei tipi di messaggi di GALILEO. . . . .	17
1.3	struttura del frame. . . . .	18
1.4	Effemeridi broadcast e relativo clock del messaggio di navigazione. . .	21
1.5	Componenti del codice di osservazione. . . . .	24
1.6	Codici di osservazione GALILEO della versione 4.00 di RINEX. . . .	24
1.7	Descrizione del nome del file RINEX. . . . .	28
1.8	File del messaggio di navigazione GNSS. . . . .	31
2.1	Classificazione della conica in base al valore dell'eccentricità. . . . .	33
2.2	Precessione secolare del nodo ascendente GNSS prodotto da J2. . . .	37
2.3	Precessione secolare del perigeo GNSS prodotta da J2. . . . .	37
2.4	Modelli atmosferici della simulazione. . . . .	60
3.1	Caratteristiche e parametri orbitali dei satelliti GALILEO FOC, principalmente adattati dai metadati dell'ESA GALILEO. La data di riferimento per i satelliti è il 21 novembre 2016 alle 00:00:00 UTC. . .	64
3.2	Confronto delle principali accelerazioni gravitazionali su LAGEOS II con le accelerazioni corrispondenti su un satellite GALILEO FOC. . .	68
3.3	Confronto delle principali accelerazioni non gravitazionali su LAGEOS II con le accelerazioni corrispondenti su un satellite GALILEO FOC. Il simbolo (–) indica che l'accelerazione è trascurabile, mentre il simbolo (NA) indica che l'accelerazione è attualmente sconosciuta (non disponibile), in quanto non è stata ancora valutata. . . . .	68
3.4	Elementi orbitali, periodo orbitale, sezione trasversale, massa e rapporto area-massa di LAGEOS II e GALILEO FOC. . . . .	69
3.5	Dimensioni e aree superficiali del Box dei satelliti GALILEO FOC da ESA Metadata. . . . .	70
3.6	Superfici del satellite con i loro materiali, area corrispondente e coefficienti ottici dai metadati ESA. . . . .	70
3.7	Simulazione dei satelliti con il nodo e il perigeo dei Galileo eccentrici e il satellite CRYOSAT. . . . .	90
4.1	Sottodirectory della campagna DATAPOOL. . . . .	92
4.2	Sottodirectory della campagna CAMPAIGN52. . . . .	93

4.3	Elementi orbitali satelliti Galileo del 03/01/2017. . . . .	115
A.1	Bernese E18-GSAT0201. . . . .	121
B.1	Bernese E14-GSAT0202. . . . .	124
C.1	GREAT E18-GSAT0201. . . . .	127
D.1	GREAT E14-GSAT0202. . . . .	130





# Capitolo 1

## Navigazione Satellitare - focus sul Sistema GALILEO

I sistemi di navigazione satellitare individuano con precisione un luogo sulla superficie terrestre mediante il *metodo della triangolazione* e per calcolare detta posizione si misura la distanza tra almeno tre punti, ovvero tre satelliti, e il ricevitore a terra. Le distanze sono calcolate misurando il tempo che un certo segnale, trasmesso dal satellite e noto al ricevitore, impiega per percorrere la distanza fra il satellite e l'utente. Ogni segnale contiene informazioni sul riferimento temporale dell'orologio atomico a bordo del satellite e informazioni sull'orbita del satellite. In questo modo, l'utente è in grado di conoscere con elevata accuratezza, la posizione del satellite e la propria distanza da esso. Poichè l'oscillatore di bordo e quello dell'utente non sono sincronizzati, è necessario analizzare i dati da un quarto satellite per correggere l'errore di sincronismo.

### 1.1 GNSS

*Global Navigation Satellite System* è il sistema globale di navigazione satellitare. Coinvolge una costellazione di satelliti in orbita attorno alla Terra per determinare la posizione, la velocità e la collocazione temporale di un qualsiasi punto sulla superficie terrestre, fino a quote di qualche chilometro, in qualunque istante, indipendentemente dalle condizioni atmosferiche. Tale precisione è possibile con l'ausilio di almeno quattro satelliti GNSS figura 1.1 [27], che coprono l'area ove è situato il ricevitore che rileva, decodifica ed elabora i segnali trasmessi dai satelliti. Dal 1992, il Crustal Dynamics Data Information System (CDDIS) supporta l'archiviazione di dati per l'International GNSS Service (IGS). In questa veste, il CDDIS fornisce l'accesso online ai dati GNSS generati dalla rete IGS, nonché allo standard IGS, al gruppo di lavoro e ai prodotti del progetto pilota derivati da questi dati. Per molti anni, l'unico sistema GNSS pienamente operativo è stato il Global Positioning System (GPS), affiancato nel dicembre 2011 dal Global Navigation Space System russo (GLONASS) e infine dall'europeo GALILEO. Ulteriori costellazioni operative

sono il cinese BeiDou, il giapponese QZSS, l'indiano NAVIC/IRNSS e Satellite-based Augmentation Systems (SBAS).

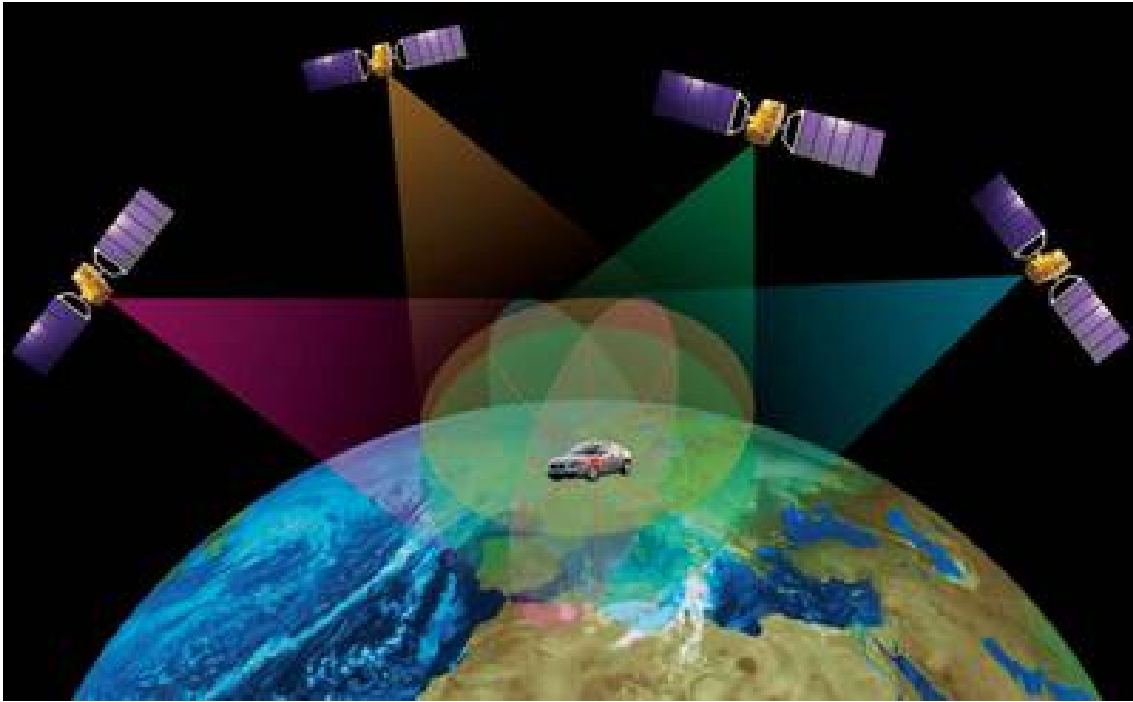


Figura 1.1: Schema del ricevitore GNSS per la determinazione della posizione tramite la ricezione dei segnali dai vari satelliti.

### 1.1.1 GPS

*Global Positioning System* è il sistema di posizionamento satellitare utilizzato per un'ampia varietà di applicazioni [1]. Un ricevitore GPS a bordo di un veicolo spaziale, fornisce i mezzi per la navigazione autonoma e consente una ricostituzione molto accurata della traiettoria del veicolo spaziale, combinando le misurazioni registrate a bordo con misurazioni a terra. Il progetto GPS NAVSTAR (Global Positioning System Navigation Satellite Timing And Ranging) figura 1.2 [21], nasce nel 1973 negli USA a scopi militari per rispondere all'esigenza del Ministero della difesa degli Stati Uniti di seguire il percorso di mezzi militari sulla terraferma ed in mare, in modo da poterli localizzare in ogni momento e consentire eventuali operazioni di supporto e di salvataggio. Il primo satellite fu lanciato il 22 febbraio del 1978 e la costellazione fu terminata nel 1994. Il sistema GPS è costituito da tre componenti:

- **Segmento spaziale:** presenza di 24 satelliti collocati su sei piani orbitali uniformemente spazati. Su ogni piano sono disposti quattro satelliti ad intervalli di longitudine di  $60^\circ$ ;
- **Segmento di controllo:** ha come scopo quello di inseguire i satelliti, verificando lo stato di funzionamento, aggiornare le relative orbite e trasmettere



Figura 1.2: Satellite Navstar-2F GPS.

agli stessi informazioni relative al disallineamento degli orologi, alla codifica del segnale e ai parametri orbitali;

- **Segmento utente:** i ricevitori GPS ricevono i segnali dai satelliti, li decodificano e a partire dal messaggio di navigazione, determinano l'orbita e la posizione dei satelliti ed ulteriori informazioni necessarie per calcolare la posizione dell'utente.

### 1.1.2 GLONASS

*Global Navigation Satellite System* è il sistema globale di navigazione satellitare, figura 1.3 [22], gestito e progettato dalla Federazione Russa all'inizio degli anni '80 per scopi militari e che in seguito allo scioglimento dell'Unione Sovietica dal 1995 viene utilizzato per scopi civili [1]. Tutti i satelliti sono stati lanciati dal cosmodromo di Baikonur in Kazakhstan. Il primo lancio risale al 12 ottobre 1982, successivamente nel 1997 la costellazione ha raggiunto il periodo di massima efficienza con 24 satelliti attivi. Per ragioni economiche e politiche, la Russia non ha avuto la possibilità di mantenere attiva l'intera costellazione mettendo a repentaglio la sua stessa esistenza. Nel 2001, a seguito di un miglioramento economico, il governo russo si è impegnato a ricostituire entro il 2011 la costellazione originaria. Nell'ottobre 2011, è stata ripristinata l'intera costellazione orbitale di 24 satelliti, 21 operativi e 3 di scorta, disposti su tre piani orbitali separati da un'angolo di  $120^\circ$  contenenti otto dispositivi ciascuno per consentire una copertura globale completa.



Figura 1.3: Satellite GLONASS.

### 1.1.3 BeiDou

*BeiDou* è il sistema di navigazione satellitare cinese nato alla fine degli anni '90, inizialmente come sistema militare e con una copertura regionale della sola Cina [1]. La prima generazione dei satelliti BeiDou-1, contava di 4 satelliti in orbita geostazionaria mentre, la seconda generazione, BeiDou-2, dispone di ben 15 satelliti in orbita, di cui la maggior parte in orbita geosincrona e solo 3 in orbita media terrestre.



Figura 1.4: Satellite BeiDou-3.

La terza generazione BeiDou-3 figura 1.4 [23], con ultimo satellite lanciato il 20

giugno 2020, è costituita da 30 satelliti totali, 24 in MEO, 3 in IGSO e 3 in GEO con precisione del posizionamento molto elevata e copertura quasi globale. Attualmente, BeiDou offre più satelliti in orbita di qualsiasi altro sistema di navigazione satellitare disponibile fornendo dati migliori e più accurati rispetto a GPS, GLONASS o GALILEO.

#### 1.1.4 IRNSS

*Indian Regional Navigation Satellite System* è il sistema satellitare di navigazione regionale indipendente sviluppato dall'Indian Space Research Organisation (ISRO), chiamato anche Navigation with Indian Constellation (NAVIC) [1]. Fornisce un accurato servizio di informazioni sulla posizione agli utenti in India e nella regione che si estende fino a 1500[km] dal suo confine. Il sistema consiste in una costellazione di sette satelliti figura 1.5 [24], tre dei quali sono posizionati in orbita geostazionaria ed i quattro rimanenti in orbita geosincrona inclinata di  $29^\circ$  rispetto al piano equatoriale. Questa configurazione, permette a tutti e sette i satelliti di essere sempre visibili dalle stazioni di controllo indiane. I satelliti sono equipaggiati con orologi atomici ed apparecchi elettronici per generare i segnali di navigazione.



Figura 1.5: Settimo e ultimo satellite IRNSS-1G.

#### 1.1.5 QZSS

*Quasi-Zenith Satellite System* è il sistema satellitare giapponese Quasi-Zenith figura 1.6, basato su quattro satelliti in orbite geosincrone per fornire servizi di potenziamento GPS all'intera regione Asia-Pacifico [25]. Per aumentare la disponibilità del

GPS nei canyon urbani del Giappone, il governo giapponese decise di espandere ulteriormente la costellazione a sette satelliti. Il primo satellite QZS-1, soprannominato Michibiki-1 è stato lanciato su un razzo H-IIA nel settembre del 2010. L'assetto del veicolo spaziale viene rilevato con sensori solari, di terra, a stella e giroscopi di velocità, ottenendo una precisione di puntamento di  $0.1^\circ$ .



Figura 1.6: Sistema satellitare QZSS.

### 1.1.6 SBAS

*Satellite Based Augmentation Systems* è il sistema di correzione basato su satelliti costituito da reti di stazioni di rilevamento al suolo e satelliti geostazionari per ricevere i segnali dei satelliti dei sistemi di navigazione e trasmettere misure di tempo e pseudorange corrette che aumentano notevolmente l'accuratezza delle misure di posizione. SBAS migliora l'accuratezza e l'affidabilità delle informazioni GNSS correggendo gli errori di misurazione del segnale e fornendo informazioni sull'accuratezza, l'integrità, la continuità e la disponibilità dei suoi segnali. SBAS è essenziale per le applicazioni in cui la precisione e l'integrità sono fondamentali. In particolare, SBAS è indispensabile nelle situazioni in cui è in gioco la vita delle persone o dove è richiesta una forma di garanzia legale o commerciale e si utilizza il GNSS [28]. Diversi paesi hanno implementato il sistema di correzione come ad esempio:

- in Europa EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay System);
- in Nord America WAAS (Wide Area Augmentation System);
- in Asia MSAS (Multifunctional Transport Satellite-based Augmentation System).

## 1.2 GALILEO

*GALILEO* è il sistema satellitare globale di navigazione satellitare di proprietà dell'Unione Europea. È un'iniziativa condivisa tra la Commissione Europea, l'Agenzia dell'UE per il Programma Spaziale (EUSPA) e l'Agenzia Spaziale Europea (ESA).



Figura 1.7: GALILEO.

Nato alla fine degli anni '90 per garantire un sistema europeo indipendente e resiliente, oggi GALILEO fornisce un servizio di navigazione, posizionamento e tempo globale affidabile, ad alta precisione e si appresta, con lo sviluppo di una seconda generazione di satelliti, ad entrare in una nuova fase [28]. Dalla maggior parte delle località, saranno sempre visibili da sei a otto satelliti, consentendo di determinare con precisione le posizioni e i tempi entro pochi centimetri. Il sistema è progettato per essere indipendente ed autonomo ma al tempo stesso interoperabile con GPS e GLONASS, i sistemi di navigazione satellitare globale di Stati Uniti e Russia. Tra il 2005 e il 2008 sono stati lanciati i primi e due satelliti sperimentali Galileo In-Orbit Validation Element (GIOVE): i satelliti GIOVE-A e GIOVE-B. La loro missione serviva a diversi scopi:

- garantire e mantenere la frequenza di GALILEO in collegamento con International Telecommunication Union (ITU);
- convalidare le tecnologie da utilizzare nella costellazione operativa GALILEO;
- monitorare l'ambiente al MEO;
- per generare segnali GALILEO in modo da poter sviluppare apparecchiature per gli utenti.

Entrambi i satelliti sono stati costruiti in parallelo per fornire ridondanza in orbita e garantire gli obiettivi della missione. GIOVE-A è stato costruito dalla Surrey

Satellite Technology Ltd (SSTL) ed è stato lanciato con successo il 28 dicembre 2005. La sua durata nominale di 27 mesi è stata estesa per mantenere la continuità della convalida in orbita di GALILEO prima del lancio di GIOVE-B costruito da Astrium e Thales Alenia Space (TAS), lanciato con successo il 27 aprile 2008. Due centri di controllo GALILEO (GCC) sono stati implementati sul suolo europeo per provvedere al controllo dei satelliti e per eseguire la gestione della missione di navigazione. Il programma GALILEO è strutturato in due fasi:

1. **Fase IOV (In-Orbit Validation):** IOV consiste nei test e nel funzionamento di quattro satelliti operativi che completano i due satelliti sperimentali (GIOVE-A e GIOVE-B) già in orbita. I primi due satelliti GSAT0101 e GSAT0102 sono stati lanciati il 21 ottobre 2011 da un razzo Soyuz e collocati nel primo piano orbitale. I due satelliti successivi GSAT0103 e GSAT0104 sono stati lanciati il 12 ottobre 2012 e collocati nel secondo piano orbitale. Ogni satellite ha una massa di circa  $700[kg]$  e la presenza di due orologi maser al rubidio e due passivi all'idrogeno con un potente trasmettitore per trasmettere dati di navigazione precisi;
2. **Fase FOC (Full Operational Capability):** FOC consiste nel dispiegamento delle rimanenti infrastrutture terrestri e spaziali. La prima coppia della fase GALILEO FOC, GSAT0201 e GSAT0202, è stata lanciata nell'agosto 2014. Iniettati in un'orbita errata, sono stati spostati sull'orbita corretta tra la fine del 2014 e l'inizio del 2015. I satelliti GALILEO FOC offrono le stesse capacità dei precedenti satelliti IOV, ma con prestazioni migliori, come una maggiore potenza di trasmissione.

### 1.2.1 Segmento spaziale

Il segmento spaziale di GALILEO è costituito da una costellazione di 30 satelliti, di cui 27 operativi e 3 di riserva, distribuiti su tre piani orbitali (nove satelliti attivi e uno di scorta per orbita) inclinati di  $56^\circ$  rispetto all'equatore per garantire la copertura dell'intero globo figura 1.8 [26]. I satelliti sono di tipo MEO e orbitano ad una quota di circa  $23616[km]$  con peso pari a  $700[kg]$ , potenza di  $1.5[kW]$  e un tempo di vita di circa dodici anni. Ogni satellite impiega circa quattordici ore per compiere un giro completo della Terra. Tale configurazione permette di coprire latitudini estreme (fino a  $75^\circ$  nord) che non potevano venire raggiunte con il sistema GPS e GLONASS.

### 1.2.2 Segmento di terra

Il nucleo del segmento di terra di GALILEO figura 1.9 [27] è costituito da due GCC, che svolgeranno una funzione di controllo, supportata dal Segmento di Controllo a terra (GCS, Ground Control Segment) e una funzione di monitoraggio della missione, supportata dal Segmento di Missione (GMS, Ground Mission Segment).



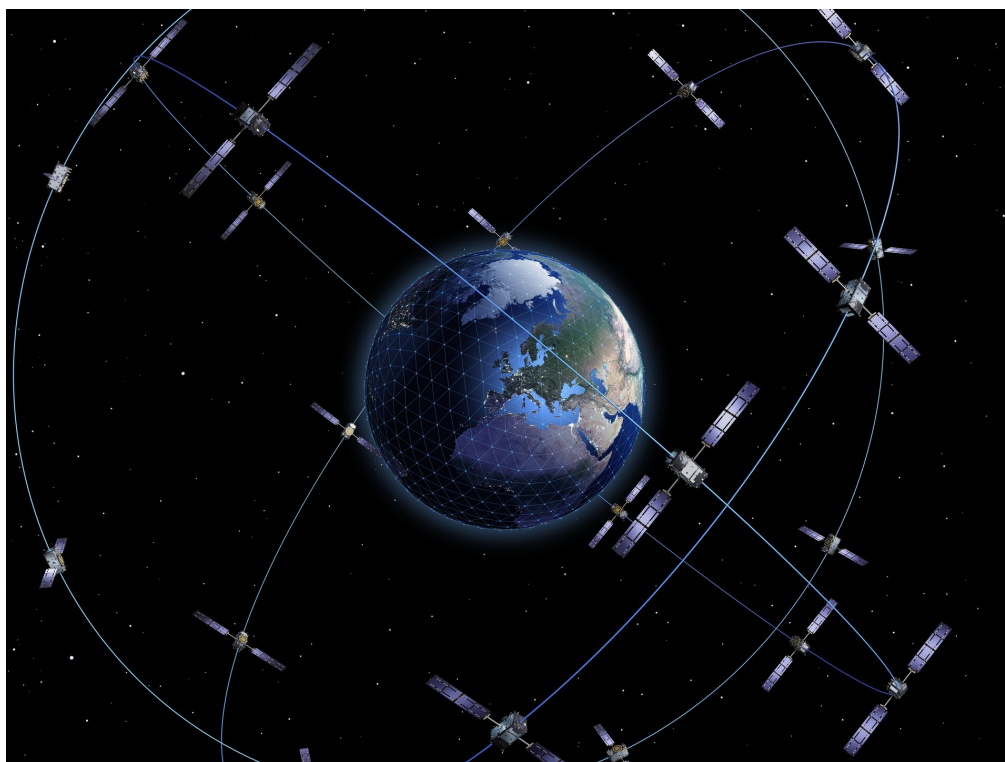


Figura 1.8: Costellazione GALILEO.

Il GCS si occuperà della gestione dei satelliti e della manutenzione della costellazione, mentre il GMS si occuperà della navigazione e del segnale di tempo. Per monitorare i segnali di navigazione di tutti i satelliti, il GMS farà uso di una rete complessiva di 30 stazioni di ricezione (GSS, Galileo Sensor Stations) che effettuano delle misure sulla base dei segnali osservati e le inviano ai due centri di controllo. Le Sensor Stations hanno essenzialmente due funzioni:

1. **Orbitography Determination and Time Synchronisation (OD&TS):** ogni dieci minuti le stazioni di ricezione elaborano i dati provenienti dai satelliti a partire dai quali calcolano le orbite precise, il clock offset e una stima delle variazioni predette (SISA, Signal In Space Accuracy) valida per le ore successive. I risultati ottenuti verranno trasmessi ogni 100 minuti ai satelliti mediante una rete di stazioni dedicate (ULS, Up-Link Stations) funzionanti in banda C (5.925/6.425 GHz);
2. **Integrity Processing Function (IPF):** viene eseguito un monitoraggio costante dei satelliti allo scopo di verificare l'integrità, ovvero l'affidabilità, dei segnali trasmessi. Verranno allora trasmessi ai satelliti (e quindi ridistribuiti agli utenti) due segnali di integrità. Il primo è semplicemente un *Integrity Flag*, un messaggio allarme che indica se il segnale eccede una certa soglia prestabilita. Tale messaggio di allerta verrà creato e trasmesso al massimo entro sei secondi dal verificarsi dell'evento che lo ha generato (TTA, Time To Alert). Il secondo

messaggio consiste in una sorta di tabella di integrità che permette ad un utente che abbia perso momentaneamente il segnale di ricostruire correttamente il segnale stesso.

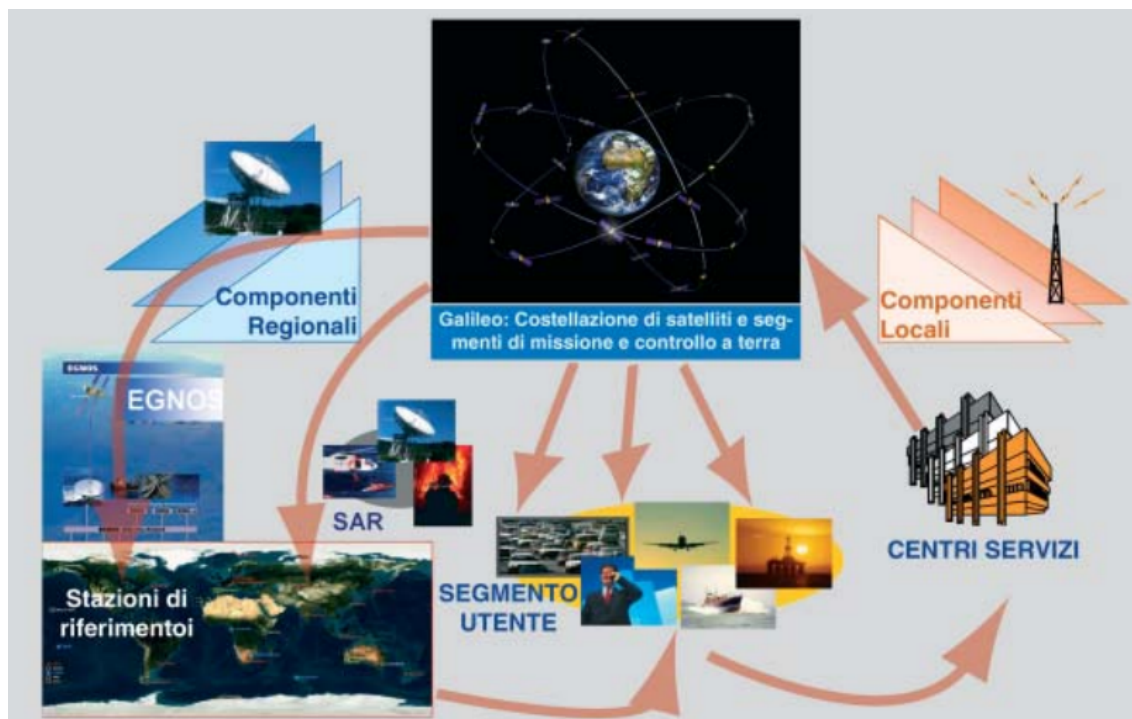


Figura 1.9: Segmento di terra GALILEO.

Il GCS è costituito da cinque stazioni di telemetria, tracciamento e controllo (TT&C, Telemetry, Tracking and Command) che avranno il compito di inviare ai satelliti telecomandi utili a correggere la loro orbita in seguito ad eventuali variazioni di assetto. La comunicazione tra i satelliti e le Sensor Stations e tra queste ultime e i centri di controllo avverrà in banda L (1.530/2.770 GHz) mentre le stazioni TT&C trasmetteranno in banda S (2.700/3.500 GHz). La componente regionale di GALILEO può comprendere un certo numero di strutture (ERIS, External Region Integrity Systems) implementate e gestite da organizzazioni, paesi o gruppi di paesi non Europei al fine di ottenere servizi di integrità indipendenti da GALILEO, per esempio con lo scopo di soddisfare i vincoli legali relativi alle garanzie del sistema. Le componenti locali possono essere utilizzate per rafforzare localmente le performance di GALILEO. Le prestazioni risulteranno migliorate, poichè la distribuzione dei segnali di navigazione potrà raggiungere anche luoghi dai quali non sia possibile ricevere direttamente le comunicazioni satellitari. Le componenti locali saranno portate a termine dai fornitori di servizi come valore aggiunto.

### 1.2.3 Segmento utente

Il segmento utente di GALILEO offre prestazioni e affidabilità maggiore grazie a nuovi metodi e alle nuove tecnologie. Il primo prototipo degli avanzati ricevitori richiesti per sfruttare pienamente il sistema è stato completato, mentre lo sviluppo sta proseguendo senza sosta. I ricevitori assolvono diverse funzioni:

- elaborare i dati trasmessi dai satelliti;
- determinare la distanza dell'utente da ciascuno dei satelliti;
- decodificare i dati di navigazione di GALILEO, che contengono informazioni fondamentali come la posizione dei satelliti e gli errori degli orologi di bordo quantificati dal segmento di terra e regolarmente inviati alla costellazione.

Le frequenze usate dai satelliti vanno da 1.1 a 1.6 GHz, un intervallo di banda particolarmente adeguato per i servizi di comunicazione e di navigazione.

### 1.2.4 Servizi iniziali GALILEO

Con la Dichiarazione dei servizi iniziali di GALILEO, GALILEO passa ufficialmente da una fase di test alla fornitura di servizi ad alte prestazioni in tutto il mondo [28]:

- **Open Service (OS)**: servizio aperto e gratuito di GALILEO predisposto per i servizi di posizionamento e cronometraggio. In futuro, Galileo Open Service fornirà anche Navigation Message Authentication, che consentirà il calcolo della posizione dell'utente utilizzando i dati autenticati estratti dal messaggio di navigazione;
- **Safety of Life Service (SoL)**: Segnali di integrità necessari per applicazioni che coinvolgono vite umane trasmessi su bande E5a, E5b e L1;
- **Open Service Navigation Message Authentication (OSNMA)**: funzione di autenticazione dei dati per gli utenti mondiali di Galileo Open Service, liberamente accessibile a tutti. OSNMA fornisce ai ricevitori la garanzia che il messaggio di navigazione GALILEO ricevuto provenga dal sistema stesso e non sia stato modificato. OSNMA sta autenticando i dati per le informazioni di geolocalizzazione dal servizio aperto attraverso la trasmissione del messaggio di navigazione (I/NAV) sul componente del segnale E1-B. Ciò viene realizzato trasmettendo dati specifici di autenticazione in campi precedentemente riservati del messaggio E1 I/NAV. Utilizzando questi campi precedentemente riservati, OSNMA non introduce alcun overlay nel sistema, quindi le prestazioni di navigazione del sistema operativo rimangono inalterate. OSNMA adatta un protocollo di autenticazione broadcast leggero standard esistente denominato TESLA (Timed-Efficient Stream Loss-Tolerant Authentication) per una trasmissione ottimale tramite GALILEO. Come illustra la figura 1.10 [28], un ricevitore OSNMA compatibile differisce da un ricevitore OS generico per le capacità aggiuntive richieste per:

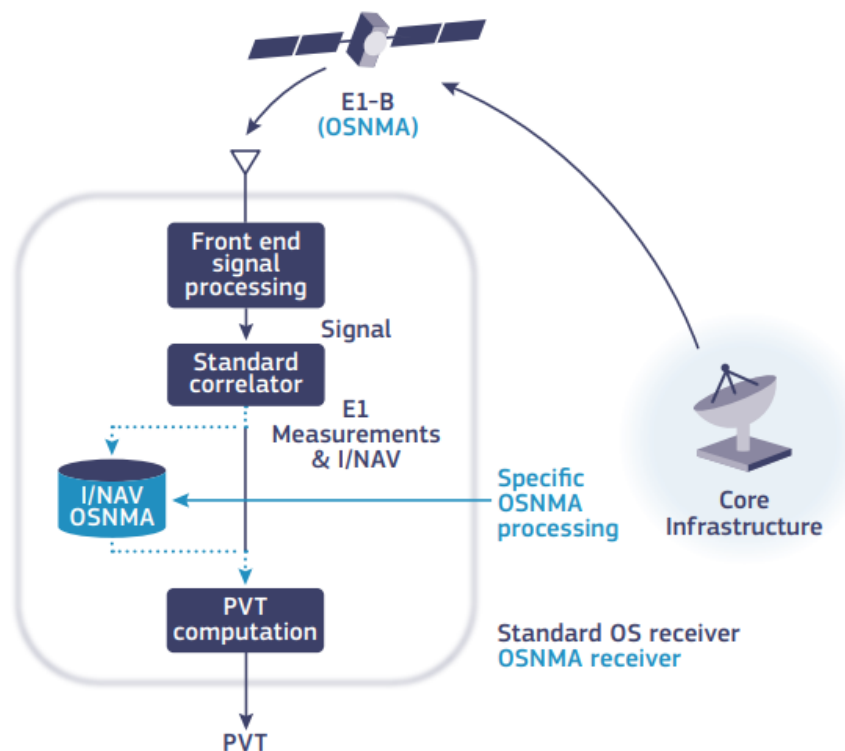


Figura 1.10: Schema OSNMA.

1. recuperare i campi dedicati OSNMA nel messaggio di navigazione;
  2. elaborare questi dati per confermare se i dati sono autentici;
  3. implementare un requisito di sincronizzazione dell'ora rispetto al Galileo System Time (GST) da meno di 15 secondi a pochi minuti, a seconda della modalità operativa, per elaborare OSNMA;
  4. mantenere l'integrità del materiale crittografico OSNMA archiviato (non si applica alcuna riservatezza).
- **Public Regulated Service (PRS):** il servizio pubblico regolamentato di GALILEO svolge alcune funzioni:
    - garantire una migliore continuità del servizio agli utenti autorizzati quando l'accesso ad altri servizi di navigazione potrebbe essere degradato;
    - in caso di interferenze dannose, PRS aumenta la probabilità della continua disponibilità del Signal-in-Space.

PRS è destinato principalmente all'uso da parte di utenti autorizzati dal governo degli Stati membri dell'UE, ad esempio servizi di emergenza e polizia. Gli utenti a cui non è concesso l'accesso al servizio non potranno accedere a nessuna informazione del segnale. In aggiunta, PRS può fornire supporto a una serie di servizi di pubblica sicurezza e di emergenza europei, tra cui vigili del

fuoco, servizi sanitari (ambulanza), polizia stradale, guardia costiera, controllo delle frontiere, dogana e unità di protezione civile;

- **Commercial Authentication Service (CAS)**: servizio complementare al sistema operativo, che fornisce agli utenti un accesso controllato e una funzione di autenticazione;
- **High Accuracy Service (HAS)**: fornisce accesso gratuito, attraverso il segnale GALILEO (E6-B) e tramite mezzi terrestri (Internet), alle informazioni necessarie per stimare una soluzione di posizionamento accurata utilizzando un algoritmo di Precise Point Positioning (PPP) in real-time. Le principali informazioni fornite dal servizio iniziale GALILEO HAS sono:
  - correzioni dell’orbita satellitare alle effemeridi trasmesse;
  - correzioni dell’orologio satellitare alle effemeridi trasmesse;
  - distorsioni satellitari.

La generazione, la fornitura e l’utilizzo di correzioni ad alta precisione coinvolgono diversi elementi del sistema GALILEO, figura 1.11 [28]:

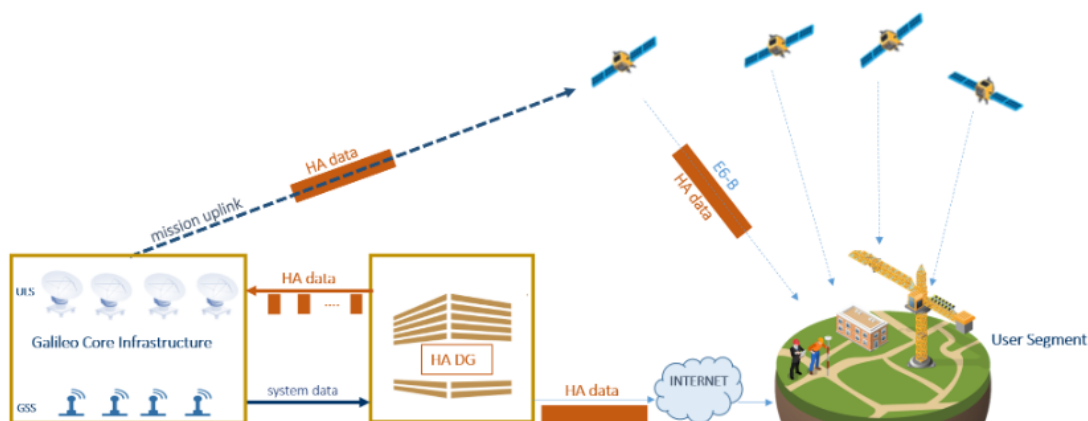


Figura 1.11: Elementi del sistema GALILEO HAS.

- il modulo HADG (High Accuracy Data Generator) riceve i dati dalle stazioni di sensori GALILEO (GSS) e genera correzioni per i segnali GALILEO e GPS. Le correzioni ad alta precisione (HA) vengono trasmesse in tempo reale all’infrastruttura centrale di Galileo;
- l’infrastruttura centrale di GALILEO riceve i dati HA e compila le informazioni in un unico messaggio a 448 bit al secondo e per satellite connesso;
- l’infrastruttura centrale di GALILEO, attraverso le Uplink Stations (ULS), carica i dati HA sui satelliti;

- i satelliti GALILEO trasmettono dati HA attraverso il componente di segnale GALILEO E6-B;
  - i dati HA sono forniti anche attraverso il collegamento terrestre, accessibile agli utenti attraverso Internet;
  - i ricevitori utente applicano le correzioni HA ai segnali GALILEO e GPS supportati e calcolano una precisa soluzione di posizionamento attraverso l'implementazione di un algoritmo PPP.
- **Servizio di ricerca e salvataggio (SAR):** lanciato il 15 dicembre del 2016, contribuisce al programma Cospas-Sarsat MEOSAR, sistema di ricerca e soccorso basato su satellite senza scopo di lucro e di rilevamento di allarmi di soccorso, fornendo i seguenti due servizi:
    - **SAR/Galileo Forward Link:** ritrasmissione a terra dei segnali di soccorso Cospas-Sarsat 406 MHz;
    - **Collegamento di ritorno SAR/Galileo:** avviso di collegamento di ritorno univoco che informa il mittente che il suo avviso di soccorso è stato ricevuto.

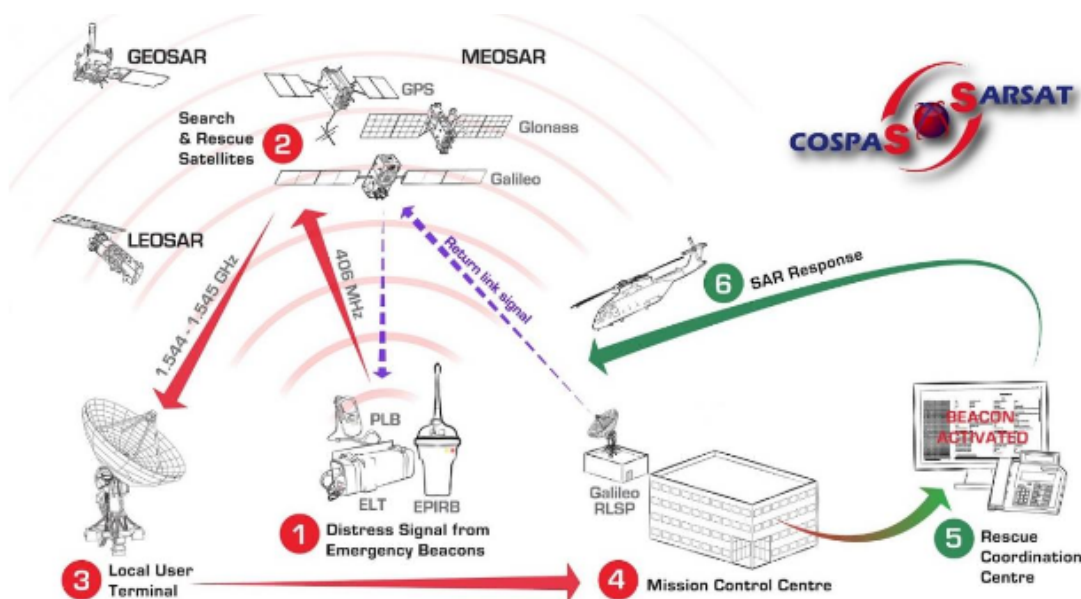


Figura 1.12: Panoramica del sistema COSPAS-SARSAT.

La figura 1.12 [28] illustra il funzionamento del sistema COSPAS-SARSAT: il transponder SAR sui satelliti Galileo raccoglie i segnali emessi dai radiofari di soccorso nella banda 406/406.1 MHz e trasmette queste informazioni alle stazioni di terra dedicate (MEOLUT) nella banda L (1544.1 MHz). Questi segnali di downlink trasmessi dai payload Galileo SAR vengono utilizzati dai MEOLUT per generare una posizione indipendente del beacon, che viene poi trasmessa

ai primi soccorritori attraverso centri di controllo della missione Cospas-Sarsat dedicati.

### 1.2.5 Segnale GALILEO

Ognuno dei satelliti GALILEO trasmette 10 diversi segnali di navigazione fornendo agli utenti di tutto il globo servizi ad alte prestazioni mediante informazioni di posizione, navigazione e temporizzazione fornite dalla costellazione satellitare. La modulazione del segnale GALILEO, rispetto a quello GPS implica una larghezza minore di banda ovvero un abbassamento del rumore termico e dell'effetto del multipath. I segnali sono modulati su quattro portanti [29]:

1. **E1:** supporta i servizi OS, CAS, SoL e PRS. Contiene tre componenti del segnale di navigazione nella banda L1. Il primo, E1-A, è crittografato e accessibile solo agli utenti PRS autorizzati. Le altre due componenti, E1-B e E1-C, sono segnali ad accesso aperto con codici di portata non crittografati accessibili a tutti gli utenti. E1-B è un canale dati ed E1-C un canale pilota (o senza dati). Il flusso di dati E1-B, a 125 bps, contiene anche messaggi di integrità non crittografati e dati commerciali crittografati. La modulazione MBOC è usata per i segnali E1-B e E1-C, che è implementata dal Composite Binary Offset Carrier (CBOC);
2. **E6:** supporta i servizi CS e PRS. Fornisce tre componenti del segnale di navigazione trasmessi nella banda E6. Analogamente ad E1, il primo, E6-A, è crittografato e accessibile solo agli utenti PRS autorizzati. Gli altri due, E6-B ed E6-C, sono segnali di accesso commerciale e includono un canale dati E6-B e un canale pilota (o privo di dati) E6-C. I codici e i dati della gamma E6 sono crittografati. Una velocità dati di 500 bps consente la trasmissione di dati commerciali a valore aggiunto;
3. **E5a:** supporta il servizio OS. È un segnale ad accesso aperto trasmesso nella banda E5a e include due componenti di segnale, il canale dati E5a-I e il canale pilota (o senza dati) E5a-Q. Il segnale E5a ha codici di distanza e dati di navigazione non crittografati, accessibili a tutti gli utenti. Trasmette i dati di base per supportare le funzioni di navigazione e cronometraggio, utilizzando una velocità dati relativamente bassa di 25 bps che consente una demodulazione dei dati più robusta;
4. **E5b:** supporta i servizi OS, CS e SoL. È un segnale ad accesso aperto trasmesso nella banda E5b e include altri due componenti di segnale, il canale dati E5b-I e il canale pilota (o senza dati) E5b-Q. Dispone di codici di portata in chiaro e dati di navigazione accessibili a tutti gli utenti. Il flusso di dati E5b contiene anche messaggi di integrità non crittografati e dati commerciali crittografati. La velocità dati è di 125 bps.

Band	Carrier freq(MHz)	Channel	Modulation type	Code rate (Mcps)	Data rate (bps)	Services
E1	1575.420	E1-A data	BOCcos(15,2.5)	2.5575	N/A	PRS
		E1-B data	MBOC(6,1,1/11)	1.023	125	OS, CS, SoL
		E1-C pilot				
E6	1278.750	E6-A data	BOCcos(10,5)	5.115	N/A	PRS
		E6-B data	BPSK(5)		500	CS
		E6-C pilot				
E5a	1176.450	E5a-I data E5a-Q pilot	BPSK(10)	10.23	25 -	OS
E5b	1207.140	E5b-I data E5b-Q pilot	BPSK(10)	10.23	125 -	OS, CS SoL

Tabella 1.1: Segnali di navigazione GALILEO.

Gli spettri dei segnali GALILEO [29] sono riportati in figura 1.13. Un riepilogo dei segnali, delle frequenze e delle modulazioni applicate di GALILEO [29] è presentato nella tabella 1.1. Nella tabella sono riportate anche la velocità del codice e la velocità dei dati.

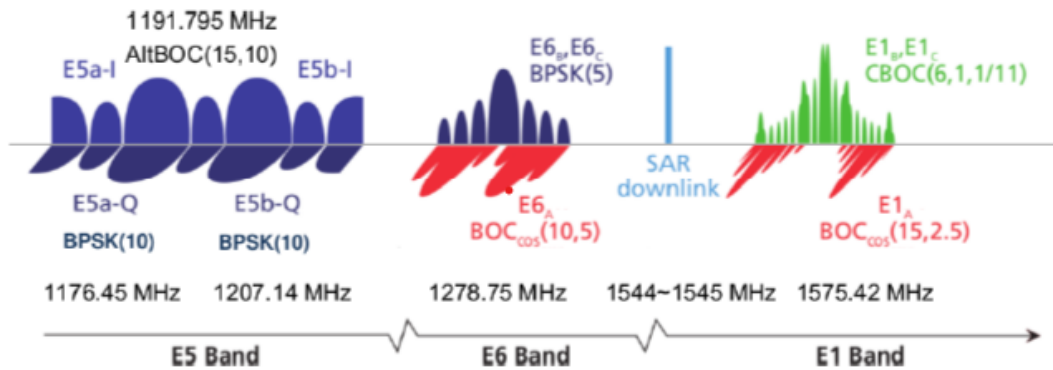


Figura 1.13: Spettro del segnale GALILEO.

### 1.2.6 Messaggio di navigazione GALILEO

I satelliti GALILEO trasmetteranno i dati in quattro messaggi di navigazione:

- il messaggio di navigazione liberamente accessibile (F/NAV);
- il messaggio di navigazione di integrità (I/NAV);
- il messaggio di navigazione commerciale (C/NAV);
- il messaggio di navigazione governativo (G/NAV).



Message-type	F/NAV	I/NAV	C/NAV	G/NAV
Galileo Services	OS	OS/CAS/SoL	CAS	PRS
Channels	E5a-I	E1B E5b-I	E6B	E1A E6A
Navigation/Positioning	x	x x		x
Integrity		x x		x
Supplementary			x	
Public Regulated				x
Search and Rescue		x		

Tabella 1.2: Contenuti dei tipi di messaggi di GALILEO.

La tabella 1.2 riassume i contenuti dei messaggi GALILEO, con l'indicazione dei canali e dei servizi associati [29]. I parametri delle effemeridi di GALILEO sono elementi orbitali di tipo kepleriano come nel GPS. L'aggiornamento del periodo nominale è di 3 ore ed è valido per un intervallo di tempo di 4 ore. L'intervallo di sovrapposizione di 1 ora ha lo scopo di aiutare con brevi interruzioni o ritardi. Il messaggio di navigazione completo [29] figura 1.14 viene trasmesso su ogni canale dati come una sequenza di frame. Un frame comprende un certo numero di subframe e un subframe comprende diverse pagine illustrate in tabella 1.3 [29].

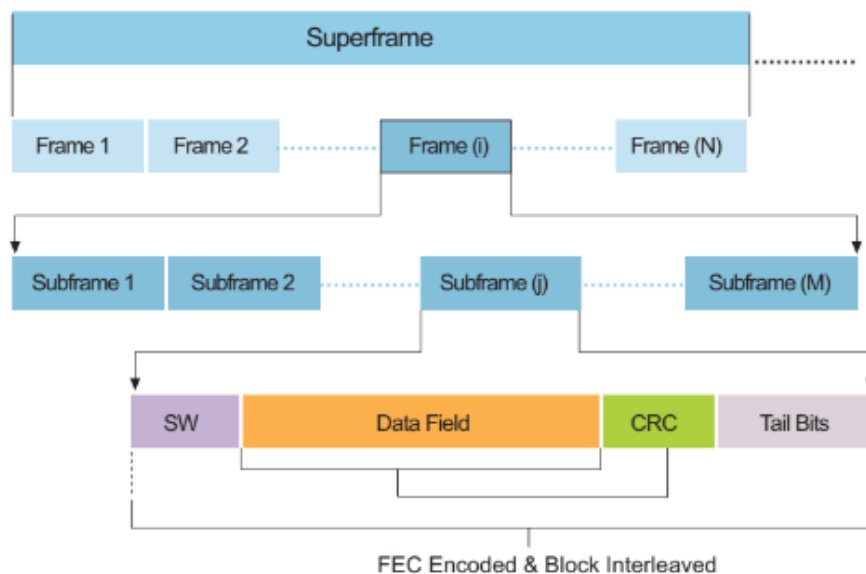


Figura 1.14: Struttura messaggio di navigazione GALILEO.

Questa disposizione consente la trasmissione delle tre diverse categorie principali di dati:

- page : ripetuto a ritmo sostenuto (per dati urgenti);
- subframe : tasso medio (come i dati richiesti per un avvio a caldo);

Message	Channel	Data rate (bps)	Page duration (s)	Pages in a Subframes	Subframes in a frame
F/NAV	E5a-I	25	10	5	12
I/NAV	E1B, E5b-I	125	1	30	18
C/NAV	E6B	500	1	15	8
G/NAV	E1A, E6A	N/A			

Tabella 1.3: struttura del frame.

- frame : frequenze lente (come i dati richiesti per un avvio a freddo).

La pagina inizia con una parola di sincronizzazione (SW) seguita dal campo dati. Dopo i dati, vengono forniti i bit di parità Cyclic Redundancy Check (CRC) per rilevare la ricezione di dati corrotti. La pagina termina con i bit di coda per la codifica Forward Error Correction (FEC). Al flusso di dati dei messaggi GALILEO vengono applicati tre livelli di codifica degli errori:

1. un CRC con capacità di rilevamento degli errori dopo il recupero dei dati ricevuti;
2. un FEC a metà velocità, con bit di coda (sequenza di zeri) per consentire la decodifica di Viterbi;
3. un blocco intercalare dei frame risultanti, per fornire robustezza all'algoritmo di decodifica FEC evitando pacchetti di errori.

Questo schema consente di ridurre il tasso di errore di bit all'aumentare della velocità dei dati.

## 1.3 Le orbite

La conoscenza delle orbite e degli orologi dei satelliti è fondamentale per il corretto posizionamento. Qualsiasi errore in merito alle coordinate e all'orologio del satellite influirà sulla precisione del posizionamento. Le informazioni sui parametri orbitali e sugli orologi vengono trasmesse nel messaggio di navigazione. Effemeridi e orologi precisi sono forniti anche da alcune organizzazioni come IGS. Nelle sezioni successive vengono definiti gli elementi orbitali, le orbite broadcast, le orbite SP3 e il formato Rinex per l'elaborazione dei dati.

### 1.3.1 Elementi Kepleriani

Secondo la meccanica newtoniana, l'equazione del moto di una massa  $m_2$  relativa ad un'altra massa  $m_1$ , considerando solo la forza attrattiva centrale tra di esse, è definita dall'equazione differenziale omogenea del secondo ordine:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0$$

ove  $\mathbf{r}$  è il loro vettore di posizione relativa,  $\mu = G(m_1 + m_2)$  e  $G$  è la costante gravitazionale universale. Nel caso del moto di un satellite terrestre artificiale, la sua massa può essere trascurata rispetto alla massa della Terra (cioè  $\mu = GM_E = 3986005.108 [m^3 s^{-2}]$ ). L'integrazione dell'equazione differenziale omogenea porta alla determinazione dell'orbita kepleriana del satellite:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t, a, e, i, \Omega, \omega, T_0)$$

definita dai seguenti sei parametri orbitali figura 1.15 [29]:

- **a : the semi-major axis of the orbital ellipse** è il semiasse maggiore dell'ellisse che definisce l'orbita;
- **e : numerical eccentricity of the orbit** è l'eccentricità dell'ellisse orbitale. L'eccentricità è una misura di come un'orbita devia dalla circolare. Un'orbita perfettamente circolare ha un'eccentricità pari a zero; numeri più alti indicano orbite più ellittiche;
- **i : the inclination of the orbital plane** è l'angolo tra il piano orbitale e l'equatore;
- **$\Omega$  : the right ascension of ascending node RAAN** è l'angolo geocentrico tra la direzione del nodo ascendente e le direzioni del punto dell'Ariete. Si noti che l'intersezione del piano equatoriale e del piano orbitale è chiamata linea nodale. La sua intersezione con la sfera unitaria definisce due punti: il nodo ascendente, attraverso il quale il satellite attraversa la regione dell'asse Z positivo; e il nodo discendente. L'ascensione retta ( $\Omega$ ) viene misurata in senso antiorario se vista dall'asse Z positivo. A causa dell'oblazione della Terra, il RAAN sta diminuendo di circa 10 gradi all'anno;
- **$\omega$  : the argument of perigee** è l'angolo tra il nodo ascendente e le direzioni del perigeo, misurato lungo il piano orbitale. Il perigeo è il punto di massimo avvicinamento del satellite al centro di massa della terra. La posizione più distante è l'apogeo. Entrambi sono nella direzione del semiasse maggiore dell'ellisse orbitale;
- **$T_0$  : the perigee passing time** è il tempo di passaggio del satellite attraverso l'approccio più vicino alla Terra (perigeo). La posizione orbitale del satellite può essere ottenuta in un dato momento  $t$  usando una qualsiasi delle seguenti anomalie;
  - **$\mathbf{V}(t)$ : the true anomaly** è l'angolo geocentrico tra la direzione del perigeo e la direzione del satellite. La somma dell'anomalia vera e dell'argomento del perigeo definisce l'argomento della latitudine. Si noti che per un'orbita

circolare ( $e = 0$ ) l'argomento del perigeo e l'anomalia vera sono ben definiti. La posizione del satellite, tuttavia, può essere specificata dall'argomento della latitudine;

- **E(t) : the eccentric anomaly.** Una retta normale all'asse maggiore che passa per il satellite, definisce un punto quando interseca una circonferenza di raggio  $a$ . Pertanto, l'anomalia eccentrica è l'angolo (misurato dal centro dell'orbita) tra il perigeo e tale punto;
- **M(t) : the mean anomaly** è un'astrazione matematica relativa al moto angolare medio.

Le tre anomalie sono determinate dalle seguenti formule:

$$M(t) = n(t - T_0)$$

$$E(t) = M(t) + e \sin E(t)$$

$$V(t) = 2 \arctan \left[ \sqrt{(1+e)(1-e)} \tan E(t)/2 \right]$$

$$n = 2\pi/P = \sqrt{\mu/a^3}$$

ove  $n$  denota la velocità angolare media del satellite, o moto medio, con periodo di rivoluzione  $P$ ,  $a$  è il semiasse maggiore e  $\mu$  rappresenta il prodotto della massa terrestre per la costante di gravità.

- **u : argomento della latitudine** è la somma dell'argomento del perigeo e della vera anomalia. È l'angolo misurato dall'equatore al satellite in una particolare epoca. Per le orbite circolari l'argomento del perigeo non è ben definito, quindi è più conveniente usare l'argomento della latitudine.

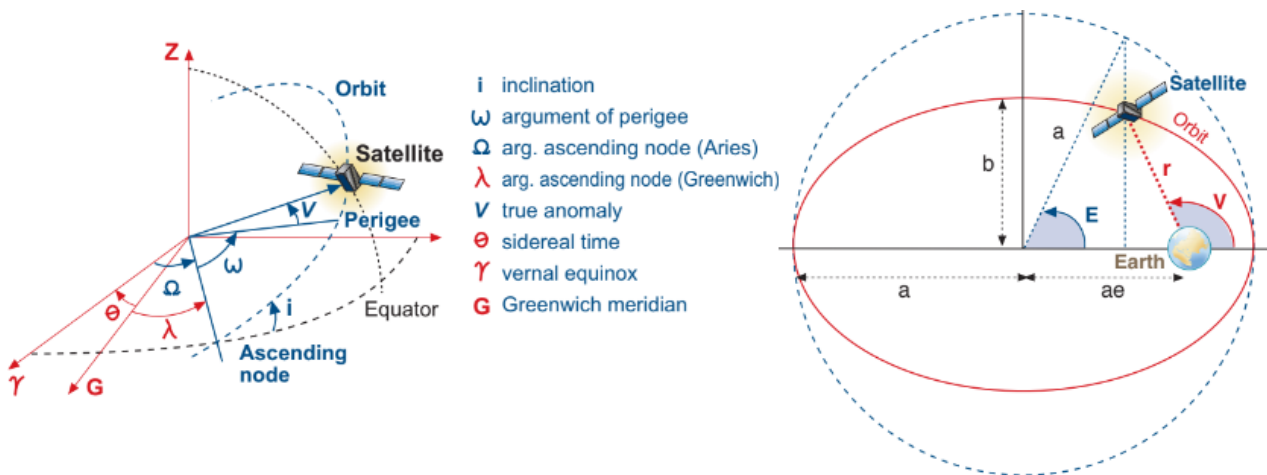


Figura 1.15: Elementi orbitali e rappresentazione orbita ellittica.

L'altezza del satellite è caratterizzata dal semiasse maggiore dell'orbita  $a$ , dalla variazione della distanza radiale dovuta all'ellitticità dell'orbita  $e$ , e dalla distanza angolare  $V(t)$  (anomalia vera) dal punto di massimo avvicinamento nell'orbita (chiamato Perigeo).

### 1.3.2 Orbite Broadcast

Le orbite broadcast o effemeridi predette, contenute nel messaggio di navigazione, consistono in un set di 16 parametri quasi-kepleriani con termini perturbativi periodici e secolari, tali che la posizione ECEF di ciascun satellite ad ogni istante può essere calcolata valutando una funzione analitica. Assumendo quindi i parametri costanti nel periodo di valutazione dell'orbita, la posizione del satellite lungo i tre assi di riferimento sarà in funzione del tempo  $t$  al quale vuole essere valutata. I parametri delle effemeridi broadcast GALILEO [29] per il calcolo delle coordinate del satellite in qualsiasi epoca osservativa sono elencati nella tabella 1.4 e comprendono:

- sei elementi orbitali  $a(t), e(t), i(t), \Omega(t), \omega(t), M(t)$ ;
- tre parametri di velocità per tenere conto dei cambiamenti lineari nel tempo  $\dot{\Omega}, \dot{i}, \Delta n$ ;
- tre coppie di correzioni sinusoidali  $C_c, C_s$  (i.e.  $C_c \cos(2\phi), C_s \sin(2\phi)$ );
- le effemeridi di riferimento all'epoca  $t_{0e}$ .

Parameter	Explanation
$t_{0e}$	Ephemerides reference epoch in seconds within the week
$\sqrt{a}$	Square root of semi-major axis
$e$	Eccentricity
$M_0$	Mean anomaly at reference epoch
$\omega$	Argument of perigee
$i_0$	Inclination at reference epoch
$\Omega_0$	Longitude of ascending node at the beginning of the week
$\Delta n$	Mean motion difference
$\dot{i}$	Rate of inclination angle
$\dot{\Omega}$	Rate of node's right ascension
$C_{uc}, C_{us}$	Latitude argument correction
$C_{rc}, C_{rs}$	Orbital radius correction
$C_{ic}, C_{is}$	Inclination correction
$a_0$	Satellite clock offset
$a_1$	Satellite clock drift
$a_2$	Satellite clock drift rate

Tabella 1.4: Effemeridi broadcast e relativo clock del messaggio di navigazione.

Questi parametri vengono rinnovati periodicamente e non devono essere utilizzati dopo il tempo prescritto (circa quattro ore), perché l'errore di estrapolazione cresce esponenzialmente oltre il periodo di validità. Al fine di disporre di un formato chiaro, comune a tutti i ricevitori che conservano i dati di misura e il messaggio di navigazione, è ormai diventato uno standard il formato Rinex.

### 1.3.3 Orbite SP3

Il formato Rinex riguarda le orbite predette e trasmesse dai satelliti mentre, il formato SP3 consente di calcolare a posteriori le orbite dei satelliti e renderle disponibili in rete. A tal fine, ciascun satellite trasmette periodicamente i dati relativi alle proprie effemeridi e il compito di predire l'orbita e lo stato dell'orologio per i satelliti è svolto da una rete di stazioni di controllo a terra. Il file SP3 è strutturato come segue:

- un header, con informazioni sul satellite, sul centro che ha generato il file e sul sistema di riferimento;
- blocchi successivi di dati contenente informazioni sull'epoca, sulle coordinate ECEF XYZ e il clock offset, per ciascun satellite.

## 1.4 Rinex

Receiver Independant EXchange Format [6] è stato sviluppato dall'Istituto Astronomico dell'Università di Berna. L'ultima versione di Rinex 4.00 è stata introdotta nel 2021, per supportare i dati e i messaggi di navigazione delle diverse costellazioni GNSS. Per una chiara identificazione univoca, i satelliti sono identificati nei file Rinex da un numero a due cifre che indica il codice PRN o il numero dello slot. Questo numero è preceduto da un identificatore di sistema di un carattere s come mostrato nella Figura 1.16.

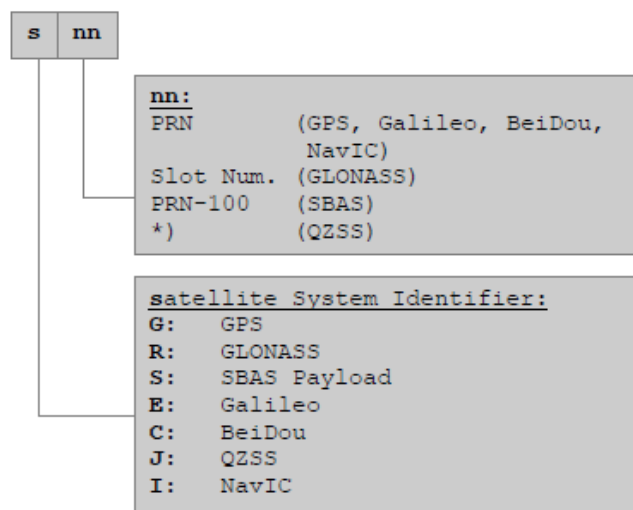


Figura 1.16: Numeri satellitari e identificatori di costellazione.

Il formato Rinex è composto da sette tipi di file ASCII:

- File di dati di osservazione;
- File dei messaggi di navigazione;

- File di dati meteorologici;
- File dei messaggi di navigazione GLONASS;
- File dei messaggi di navigazione GEO;
- File data orologio satellite e ricevitore;
- File di dati di trasmissione SBAS.

Ogni tipo di file è costituito da una sezione di intestazione e una sezione di dati ove, l'intestazione contiene informazioni globali per l'intero file ed è posizionata all'inizio del file. La maggior parte dei software di elaborazione geodetica per i dati GNSS utilizza un insieme ben definito di osservabili:

1. **Tempo:** Il tempo della misurazione è l'ora del ricevitore dei segnali ricevuti. GALILEO funziona con Galileo System Time (GST) e la settimana inizia alla mezzanotte di sabato/domenica;
2. **Pseudorange:** lo pseudorange (PR) è una misura della distanza tra satellite ed antenna del ricevitore, inclusi gli offset dell'orologio del ricevitore e del satellite (e altri bias, come i ritardi atmosferici):

$$PR = distanza + c \cdot (offset\ orologio\ ricevitore - offset\ orologio\ satellite) + altri\ bias$$

L'unità di misura del pseudorange è espressa in metri e nella relazione il valore  $c = 299792458[m/s]$  denota la velocità della luce nel vuoto. Nelle misure di posizionamento con lo pseudorange sono presenti errori e bias che incidono più o meno significativamente sull'accuratezza della misura:

- errori hardware presenti nel ricevitore e nel satellite;
  - errori dovuti all'effetto di multipath che riguarda i fenomeni di riflessione del segnale giunto al ricevitore;
  - biases dei satelliti cioè errori dovuti all'inesattezza delle effemeridi predette;
  - biases di osservazione cioè errori dovuti agli effetti dell'atmosfera.
3. **Fase:** la fase è una misura sulla frequenza di battimento tra la portante ricevuta del segnale satellitare e una frequenza di riferimento generata dal ricevitore. Le misure di fase consentono di ottenere delle precisioni maggiori rispetto a quelle ottenute con lo pseudorange. Anche i ricevitori utilizzati devono essere molto più sofisticati poiché devono essere in grado di effettuare opportuni trattamenti sui dati rilevati;
  4. **Doppler:** la differenza tra la frequenza osservata e quella emessa della portante.

### 1.4.1 Codici di osservazione

In Rinex vengono utilizzati codici di osservazione per distinguere i singoli segnali e le modalità di tracciamento. Per mantenere brevi i codici di osservazione, ma consentire comunque una caratterizzazione dettagliata dell'effettiva generazione del segnale, i codici di osservazione sono composti da tre caratteri/cifre "tna" come dettagliato nella Tabella 1.5 [6].

<b>t : tempo oss.</b>	<b>C = pseudo- range</b>	<b>L = carrier phase</b>	<b>D = doppler</b>	<b>S = forza segnale</b>	<b>X = n. canale</b>
<b>n : banda/ freq.</b>	1, 2,...,9				
<b>a : qualità</b>	modalità di tracciamento o canale, e.g., I, Q, C, P, ecc.				

Tabella 1.5: Componenti del codice di osservazione.

I codici di osservazione Rinex per tutte le frequenze, i segnali e le modalità di tracciamento supportati per la costellazione GALILEO sono dettagliati nella Tabella 1.6 [6].

GNSS System	Freq.Band/ Frequency	Channel or Code	Observation Codes			
			Pseudo Range	Carrier Phas	Doppler	Signal Strength
GALILEO	E1 / 1575.42	A PRS	C1A	L1A	D1A	S1A
		B OS data	C1B	L1B	D1B	S1B
		C OS pilot	C1C	L1C	D1C	S1C
		B+C	C1X	L1X	D1X	S1X
		A+B+C	C1Z	L1Z	D1Z	S1Z
	E5a / 1176.45	I F/NAV OS	C5I	L5I	D5I	S5I
		Q no data	C5Q	L5Q	D5Q	S5Q
		I+Q	C5X	L5X	D5X	S5X
	E5b / 1207.140	I I/NAV OS/CS/SoL	C7I	L7I	D7I	S7I
		Q no data	C7Q	L7Q	D7Q	S7Q
		I+Q	C7X	L7X	D7X	S7X
	E5(E5a+E5b)/ 1191.795	I	C8I	L8I	D8I	S8I
		Q	C8Q	L8Q	D8Q	S8Q
		I+Q	C8X	L8X	D8X	S8X
	E6 / 1278.75	A PRS	C6A	L6A	D6A	S6A
B C/NAV CS		C6B	L6B	D6B	S6B	
C no data		C6C	L6C	D6C	S6C	
B+C		C6X	L6X	D6X	S6X	
A+B+C		C6Z	L6Z	D6Z	S6Z	

Tabella 1.6: Codici di osservazione GALILEO della versione 4.00 di RINEX.



### 1.4.2 RINEX 3.00 e 4.00

Da RINEX 3.02, i nomi dei file di dati utilizzano nomi di file lunghi per essere più descrittivi, flessibili ed estensibili rispetto alla precedente convenzione di denominazione dei file brevi RINEX. Così facendo, si facilita lo scambio di dati RINEX in grandi comunità di utenti come IGS, EUREF, APREF, SIRGAS, ecc. Le raccomandazioni relative ai nomi dei file sono descritte in dettaglio nella tabella 1.7 [6]. Ogni organizzazione può utilizzare o adattare questi nomi come meglio crede, o utilizzare qualsiasi altro schema di denominazione dei file, questo non ha alcun effetto materiale sul formato del file RINEX.

#### DESCRIZIONE FILE RINEX

Campo	Descrizione campo	Commento
<b>Sito/ Stazione- Monumento/ Ricevitore/ Paese o Regione</b>	La convenzione stabilita dall'IGS è XXXXMRCCC(9 caratteri)vove: <ul style="list-style-type: none"> <li>• XXXX – nome della stazione IGS a 4 caratteri;</li> <li>• M – numero del monumento;</li> <li>• R – numero del ricevitore;</li> <li>• CCC – codice ISO del paese o della regione.</li> </ul>	Il nome del file supporta un massimo di 10 monumenti nella stessa stazione e un massimo di 10 ricevitori per monumento.
<b>Data Source</b>	La raccolta di dati in tempo reale definisce il file Rinex. L'origine dei dati può essere: <ul style="list-style-type: none"> <li>• R – ricevitore;</li> <li>• S – flusso di dati in tempo reale;</li> <li>• U – sorgente sconosciuta.</li> </ul>	Questo campo viene utilizzato per indicare come i dati sono stati raccolti dal ricevitore presso la stazione o da un flusso di dati

*(Continua alla pagina successiva)*

<b>Start Time</b>	<p>L'ora di inizio coincide con la prima osservazione e contiene 11 caratteri dei quali:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• YYYY – anno gregoriano 4 cifre;</li> <li>• DDD – giorno dell'anno;</li> <li>• HHMM – ora e minuti del giorno (11 caratteri).</li> </ul>	
<b>File Period</b>	<p>Il periodo del file DDU(3 caratteri), è utilizzato per specificare il periodo di raccolta previsto del file:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• DD – periodo (in termini numerici);</li> <li>• U – unità di misura.</li> </ul>	<p>Specifiche del periodo d'archiviazione:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 15M–15 minuti</li> <li>• 01H–1 ora</li> <li>• 01G–1 giorno</li> <li>• 01Y–1 anno</li> <li>• 00U–Non specificato</li> </ul>
<b>Data Freq</b>	<p>La frequenza di campionamento dati DDU(3 caratteri), è utilizzata per distinguere file di osservazione che coprono lo stesso periodo ma contengono dati a una diversa frequenza di campionamento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• DD – frequenza dati (in termini numerici);</li> <li>• U – unità di velocità dati.</li> </ul>	<p>Specifiche delle unità di misura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• XXC – 100 Hertz</li> <li>• XXZ – Hertz,</li> <li>• XXS – Secondi,</li> <li>• XXM – Minuti,</li> <li>• XXH – Ore,</li> <li>• XXD –Giorni</li> <li>• XXU – Non specificato</li> </ul>

(Continua alla pagina successiva)

<p><b>Data Type</b></p>	<p>Il tipo di dati DD(2 caratteri) descrive il contenuto del file:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• DD - Tipo di dati.</li> </ul> <p>Il primo carattere indica la costellazione e il secondo indica se i file contengono dati di osservazione O, navigazione N e meteorologici M.</p>	<p>Esempi di dati osservazione di tutte le costellazioni GNSS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• GO - GPS Oss.</li> <li>• RO - GLONASS Oss.</li> <li>• EO - Galileo Oss.</li> <li>• JO - QZSS Oss.</li> <li>• CO - BDS Oss.</li> <li>• IO - NavIC/IRNSS Oss.</li> <li>• SO - SBAS Oss.</li> </ul> <p>Esempi di dati navigazione di tutte le costellazioni GNSS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• GN - GPS Nav.</li> <li>• RN - GLONASS Nav.</li> <li>• EN - Galileo Nav.</li> <li>• JN - QZSS Nav.</li> <li>• CN - Beidou Nav.</li> <li>• IN - NavIC/IRNSS Nav.</li> <li>• SN - SBAS Nav.</li> </ul> <p>Esempio di dato meteorologico MM-Osservazione meteorologica.</p>
-------------------------	---	---

*(Continua alla pagina successiva)*

<b>Format</b>	Formato del file FFF(3 caratteri): <ul style="list-style-type: none"> <li>• FFF - Formato del file.</li> </ul>	Il formato Rinex a tre caratteri è rnx. Se il file viene compresso mediante la procedura Hatanaka, il formato diventa crx.
<b>Compression</b>	Metodo di compressione del file.	Viene impiegato gzip, ma altre opzioni sono bzip2 e zip.

Tabella 1.7: Descrizione del nome del file RINEX.

### 1.4.3 Messaggio di navigazione

Rinex 4.00 favorisce la registrazione presso ogni stazione di file di navigazione contenenti tutti i messaggi di navigazione del sistema GNSS. In tabella 1.8 sono riportati i vari campi di un file Rinex del messaggio di navigazione [6].

#### MESSAGGIO DI NAVIGAZIONE GNSS - SEZIONE HEADER

Header	Descrizione	Formato
<b>Versione Rinex</b>	Comprende: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Versione 4.00;</li> <li>• Tipo file (N per dati di navigazione);</li> <li>• Sistema satellitare: <ul style="list-style-type: none"> <li>– G:GPS;</li> <li>– R:GLONASS;</li> <li>– E:Galileo;</li> <li>– J:QZSS;</li> <li>– C:Beidou;</li> <li>– I:NavIC/IRNSS;</li> <li>– S:SBAS;</li> <li>– M:Mixed.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• F9,2,11X;</li> <li>• A1,19X;</li> <li>• A1,19X.</li> </ul>

(Continua alla pagina successiva)

<b>PGM/ RUN BY/ DATE</b>	Definisce: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nome del programma che crea il file corrente;</li> <li>• Nome dell'agenzia che crea il file corrente;</li> <li>• Data e ora di creazione del file.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A20;</li> <li>• A20;</li> <li>• A20.</li> </ul>
<b>REC / TYPE / VERS</b>	Definisce: <ul style="list-style-type: none"> <li>• numero ricevuto, tipo e versione (Versione: e.g. Internal Software Version).</li> </ul> <p><i>Nota:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. I file di navigazione della stazione devono includere questa linea del ricevitore come nei file di osservazione Rinex;</li> <li>2. I file di navigazione uniti da più stazioni non devono includere questa riga di osservazione.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3A20.</li> </ul>
<b>COMMENT</b>	Riga di commento a testo libero.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A60.</li> </ul>
<b>MERGED FILE</b>	Definisce: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numero di file uniti (BNK).</li> </ul> <p><i>Nota:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Questa riga di commento deve essere inclusa nei file di navigazione uniti.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 19;</li> <li>• 51X.</li> </ul>

(Continua alla pagina successiva)

<b>DOI</b>	DOI è l'acronimo di "Digital Object Identifier" utilizzato per la citazione di dati.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A60.</li> </ul>
<b>LICENSE OF USE</b>	Riga con la licenza d'uso dei dati caratterizzata dal nome e versione della licenza con apposito link di riferimento.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A60.</li> </ul>
<b>STATION INFORMATION</b>	Riga con il collegamento all'URL.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A60.</li> </ul>
<b>LEAP SECONDS</b>	<p>Comprende:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numero di secondi intercalari dal 6 gennaio 1980</li> <li>• Secondi intercalari futuri o passati tLSF</li> <li>• Rispettivo numero della settimana</li> <li>• Numero del giorno corrispondente(1-7)</li> <li>• Identificatore orario di sistema</li> </ul> <p><i>Nota:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. I tempi dei sistemi GPS, GAL, QZS e IRN sono allineati ed equivalenti rispetto ai secondi intercalari (secondi intercalari dal 6 gennaio 1980);</li> <li>2. Quando si genera la registrazione del secondo intercalare dai dati di navigazione BDS, il conteggio della settimana e il numero del giorno devono essere adattati alle convenzioni del secondo intercalare GPS/GAL/QZS/IRN.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 16;</li> <li>• 16;</li> <li>• 16;</li> <li>• 16;</li> <li>• A3.</li> </ul>

(Continua alla pagina successiva)

<b>END OF HEADER</b>		
--------------------------	--	--

Tabella 1.8: File del messaggio di navigazione GNSS.

## Capitolo 2

# Perturbazioni gravitazionali e non gravitazionali

Il compito principale della meccanica celeste classica è spiegare e prevedere i movimenti dei pianeti e dei loro satelliti. Per descrivere questi movimenti furono impiegati diversi modelli empirici, come gli epicicli e le leggi di Keplero. Studiare il moto del satellite equivale a risolvere *il problema dei due corpi*, detto anche *problema kepleriano*. La soluzione del problema dei due corpi, risale a Newton nel 1680 [4] il quale formulò *la legge di gravitazione universale*. Considerando un sistema costituito da due corpi che chiameremo Sole e pianeta di masse  $m_1$  e  $m_2$  e vettori posizione  $\mathbf{r}_1$  e  $\mathbf{r}_2$ . Indicando con  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  il vettore posizione del pianeta rispetto al Sole, secondo la legge di gravitazione di Newton il pianeta subisce un'attrazione gravitazionale proporzionale alle masse  $m_1$  e  $m_2$  e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza  $r$ . La forza gravitazionale è diretta verso il Sole e può essere espressa come:

$$\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = -\frac{Gm_1m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (2.1)$$

ove  $G$  è la costante di gravitazione universale che nel Sistema Internazionale assume il valore  $G = 6.6726 \times 10^{-11} [m^3 s^{-2} kg^{-1}]$ . Dalla seconda legge di Newton l'accelerazione  $\ddot{\mathbf{r}}_2$  è proporzionale alla forza applicata:

$$\mathbf{F} = m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 \quad (2.2)$$

per cui combinando la 2.1 con la 2.2 si ottiene l'equazione del moto del pianeta:

$$m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (2.3)$$

Poiché il Sole sente la stessa attrazione gravitazionale, ma in direzione opposta, si ottiene l'equazione del moto del Sole:

$$m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = +\frac{Gm_1m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (2.4)$$



Eccentricità	Tipo di conica
$e = 0$	circonferenza
$0 < e < 1$	ellisse
$e = 1$	parabola
$e > 1$	iperbole

Tabella 2.1: Classificazione della conica in base al valore dell'eccentricità.

A noi interessa principalmente il moto relativo del pianeta rispetto al Sole. Per trovare l'equazione dell'orbita relativa, cancelliamo le masse che compaiono su entrambi i membri delle equazioni 2.3 e 2.4 e sottraendo la 2.4 da 2.3 si ottiene:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (2.5)$$

ove  $\mu$  prende il nome di *parametro gravitazionale* che per la Terra vale  $3.986 \times 10^{14} [m^3/s^2]$ . L'equazione del moto precedente descrive matematicamente il cosiddetto problema dei due corpi. Integrando l'equazione del moto è possibile determinare la traiettoria del satellite rappresentata dall'equazione di una conica. In particolare il valore dell'eccentricità  $e$  determina univocamente il tipo di conica come riportato in tabella 2.1 [7].

Per l'equazione 2.5 valgono due principi:

- **Conservazione dell'energia meccanica:** Per dimostrare la conservazione dell'energia meccanica si moltiplicano ambo i membri dell'equazione 2.5 per  $\dot{\mathbf{r}}$ :

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \dot{\mathbf{r}} \quad (2.6)$$

Tenendo conto che  $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$  si ottiene:

$$\dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v} + \mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \dot{\mathbf{r}} = 0 \quad (2.7)$$

Si osservi ora che, dato un generico vettore  $\mathbf{w}$  dipendente dal tempo  $t$ , vale la relazione seguente:

$$\mathbf{w} \cdot \dot{\mathbf{w}} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}}{2} \right) = \frac{d}{dt} \frac{w^2}{2} = \dot{w}w \quad (2.8)$$

Facendo uso della 2.8, l'equazione 2.7 diventa:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = 0 \Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{costante} \quad (2.9)$$

Si noti che il primo termine  $v^2/2$  rappresenta l'energia cinetica per unità di massa del satellite, mentre il secondo termine  $\mu/r$  rappresenta l'energia potenziale specifica. L'equazione 2.9, prende il nome di energia meccanica specifica, è costante lungo la traiettoria, per cui resta dimostrata la conservazione dell'energia meccanica.

- **Conservazione del momento della quantità di moto:** Il momento della quantità di moto per unità di massa è definito dal vettore:

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} \quad (2.10)$$

Per dimostrare che  $\mathbf{h}$  è costante lungo la traiettoria basta moltiplicare vettorialmente ambo i membri dell'equazione del moto 2.5 per  $\mathbf{r}$  ottenendo:

$$\mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{r} \times \mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0 \quad (2.11)$$

Poichè  $\mathbf{r} \times \mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0$  l'equazione diventa:

$$\mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{v}) = \frac{d\mathbf{h}}{dt} \quad (2.12)$$

quindi:

$$\mathbf{h} = \text{costante} \quad (2.13)$$

Si noti che,  $\mathbf{h}$  è per definizione, perpendicolare al piano contenente i vettori  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$ . Poichè  $\mathbf{h}$  è un vettore costante, il moto deve necessariamente svolgersi su un piano. Tale piano, a cui appartiene la traiettoria del satellite, prende il nome di piano orbitale.

Il problema dei due corpi considerato è solo una prima approssimazione al caso reale perchè l'orbita effettiva di un satellite non è esattamente una conica kepleriana. Ciò è dovuto all'esistenza di vari fenomeni perturbativi che danno origine ad accelerazioni e si dividono in *perturbazioni gravitazionali* e *perturbazioni non gravitazionali*.

## 2.1 Perturbazioni gravitazionali

- **La non sfericità e non omogeneità della Terra:** Il problema dei due corpi, considerava la Terra perfettamente sferica, in modo da poter considerare la massa tutta applicata nel suo centro di massa. La realtà è diversa. La Terra non è perfettamente sferica ma è schiacciata ai poli, con un rigonfiamento nella fascia equatoriale, ove si concentra una maggiore quantità di massa. Ecco perché si parla di non sfericità della Terra e delle perturbazioni che derivano da essa. Per definire le accelerazioni dovute alle perturbazioni si considera la *teoria potenziale* [2]. L'energia potenziale gravitazionale è pari al lavoro necessario per portare due masse  $m$  e  $M$  dalla posizione in cui si trovano fino a distanza infinita tra di loro. Il segno è negativo perchè durante l'allontanamento la forza e lo spostamento hanno versi opposti:

$$V = \frac{-GMm}{r} \quad (2.14)$$

In astronomia  $V$  assume segno positivo. Trascurando  $m$  perchè molto piccola rispetto ad  $M$ , l'equazione 2.14 diventa:

$$V = \frac{GM}{r} \quad (2.15)$$

Considerando un sistema di più particelle di massa  $M_i$  ad una distanza  $r_i$  l'accelerazione del sistema è espressa mediante il gradiente potenziale  $a = \nabla V$ . In questo caso, si formerà un corpo continuo di densità variabile  $\rho$  rappresentabile dall'integrale sul volume:

$$V = G \iiint \frac{\rho(x, y, z)}{r(x, y, z)} dx, dy, dz \quad (2.16)$$

Considerando la Terra, la quale è caratterizzata da una densità non uniforme, la forza gravitazionale potenziale dipende dalle coordinate sferiche di latitudine  $\phi$ , longitudine  $\lambda$  e distanza radiale  $r$ . Pertanto, il potenziale della Terra può essere rappresentato da un'espansione armonica sferica:

$$V = \frac{\mu}{r} \left[ 1 - \sum_{l=2}^{\infty} \left( \frac{a_E}{r} \right)^l J_l P_l(\sin\phi) + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \left( \frac{a_E}{r} \right)^l (C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda) P_{lm}(\sin\phi) \right] \quad (2.17)$$

ove  $a_E$  è il semiasse maggiore della Terra,  $r$  è la distanza geocentrica del satellite e  $\phi$  e  $\lambda$  sono la sua latitudine e longitudine geocentrica. I parametri  $J_l = -C_{l0}, C_{lm}, S_{lm}$  denotano i coefficienti zonal della Terra.  $P_l$  e  $P_{lm}$  sono rispettivamente i polinomi di Legendre e le funzioni di Legendre associate. Inoltre, si ponga l'attenzione sugli indici  $l$  e  $m$  che indicano quante linee sono prese nella sfera. L'indice  $l$  è detto grado della funzione potenziale mentre, l'indice  $m$  è detto ordine della funzione potenziale. In base al grado e all'ordine, una funzione di Legendre si riferisce a:

- una armonica *zonale* quando  $m = 0$ ;
- una armonica *settoriale* quando  $m = l$ ;
- una armonica *tesserale* quando  $m \neq l$ .

I coefficienti zonal di grado pari producono variazioni secolari primarie dei parametri orbitali, mentre i coefficienti zonal di grado dispari producono perturbazioni di lungo termine. I coefficienti tesserali producono perturbazioni di breve termine. Le armoniche zonal hanno come caratteristica quella di avere  $m = 0$  per cui il campo potenziale da loro rappresentato è simmetrico rispetto all'asse polare. Infatti, sono semplici bande di latitudine che variano il loro valore da positivo a negativo quindi vanno ad aggiungere o sottrarre qualcosa al potenziale della simmetria sferica. Nel caso in cui  $m = 0$  e  $l = 2$ , si avranno 3 bande di latitudine mentre nel caso in cui  $m = 0$  e  $l = 3$  si avranno 4 bande di latitudine. Le armoniche settoriali per  $m = l$  rappresentano bande di longitudine con valori negativi o positivi alternati lungo la sfera. Infine, le armoniche tesserali per  $m \neq l$  dividono la sfera in un mosaico di regioni. La figura 2.1 illustra le diverse armoniche sferiche [2]. Ad ogni armonica zonale corrisponde geometricamente una particolare forma della superficie geopotenziale. La seconda armonica zonale ( $m = 0; l = 2$ ) esprime il principale effetto

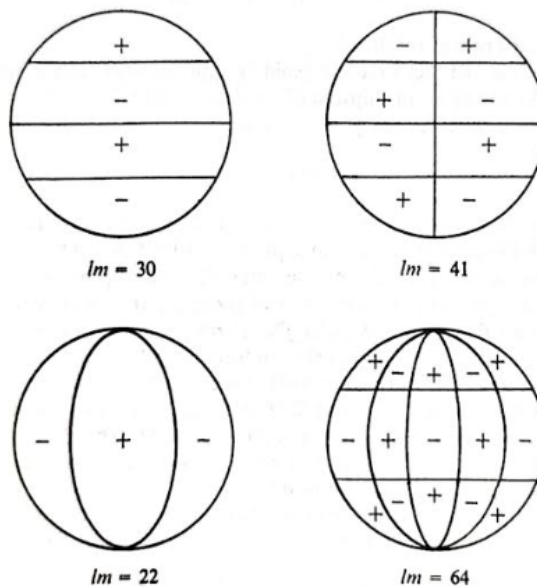


Figura 2.1: Esempi di armoniche sferiche.

dello schiacciamento della Terra ai poli, la terza armonica zonale ( $m = 0; l = 3$ ) provvede ad un profilo con tendenza triangolare e così via.

Particolare attenzione ricade sul termine  $J_l$ . La Terra è un corpo tridimensionale e useremo la parola *oblatezza* per descrivere la sua forma non sferica. Tradizionalmente è stato utilizzato il termine *piattezza* o *ellitticità*, nomi imprecisi perché la Terra, ovviamente, non è piatta, ed è un oggetto geometrico bidimensionale solo quando proviamo a disegnarla su carta. Esistono diversi parametri per descrivere l'oblatezza in particolare il termine  $J_2$ , coefficiente armonico di secondo ordine e grado 0, è definito *coefficiente di oblatezza* [29]. Includendo solo questo termine nel potenziale, l'equazione 2.17 diventa:

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{a_E}{r} \right)^2 J_2 (1 - 3 \sin^2 \phi) \right] \quad (2.18)$$

L'oblatezza della Terra ha due effetti. Innanzitutto, una coppia che fa ruotare l'orbita del satellite sul piano equatoriale produce una regressione nodale  $d\Omega = dt$ . Questo è un effetto secolare (cioè tempo cumulativo) che dipende dall'inclinazione dell'orbita. È zero per un'orbita polare e massimo per un'orbita equatoriale. La tabella 2.2 mostra il tasso di variazione per i satelliti GPS, Beidou, GALILEO e GLONASS [29]. Il secondo effetto del geopotenziale non centrale produce una rotazione del perigeo  $dw/dt$  (cioè una rotazione dell'asse maggiore nel piano orbitale), come illustra la tabella 2.3 [29].

Il coefficiente di oblatezza per la Terra [30]:

$$J_2 = (C - A)/Ma^2 \quad (2.19)$$

	i	1 second	1 day	1 year
GPS	55.0°	$-4.5^\circ \cdot 10^{-7}$	$-0.039^\circ$	$-14.16^\circ$
Beidou	55.0°	$-3.8^\circ \cdot 10^{-7}$	$-0.032^\circ$	$-11.91^\circ$
GALILEO	56.0°	$-3.0^\circ \cdot 10^{-7}$	$-0.026^\circ$	$-9.44^\circ$
GLONASS	64.8°	$-3.8^\circ \cdot 10^{-7}$	$-0.033^\circ$	$-12.15^\circ$

Tabella 2.2: Precessione secolare del nodo ascendente GNSS prodotto da J2.

	i	1 second	1 day	1 year
GPS	55.0°	$2.5^\circ \cdot 10^{-7}$	$0.022^\circ$	$7.96^\circ$
Beidou	55.0°	$2.1^\circ \cdot 10^{-7}$	$0.018^\circ$	$6.69^\circ$
GALILEO	56.0°	$1.5^\circ \cdot 10^{-7}$	$0.013^\circ$	$4.76^\circ$
GLONASS	64.8°	$-0.4^\circ \cdot 10^{-7}$	$-0.004^\circ$	$-1.34^\circ$

Tabella 2.3: Precessione secolare del perigeo GNSS prodotta da J2.

ha il significato fisico della differenza del momento d'inerzia assiale o polare (maggiore)  $C$  con il momento d'inerzia equatoriale (minimo)  $A$ , normalizzato da  $Ma^2$  ove  $M$  e  $a$  sono rispettivamente la massa della Terra e l'asse equatoriale medio. Il suo termine corrispondente nell'espansione armonica di  $V$  è il termine dominante accanto al termine monopolo che rappresenta la massa totale. Possiamo esprimere  $J_2$  nella seguente forma:

$$J_2 = [C/Ma^2][(C - A)/C] = \eta M \quad (2.20)$$

ove  $\eta = C/Ma^2$  è un funzionale fondamentale della struttura interna della Terra e  $H = (C - A)/C$  è chiamata oblatezza dinamica, che può essere determinata dall'osservazione della precessione astronomica della Terra. La  $\eta$  della Terra può essere facilmente determinata conoscendo i valori di  $J_2$  e  $H$ . Se si approssima la superficie equipotenziale, detta geode, ad uno sferoide oblato di rivoluzione, si ottiene l'oblatezza del geode per la Terra data dalla relazione:

$$f = (a - c)/a = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}m \quad (2.21)$$

dove  $c$  è l'asse assiale o polare medio della Terra (ellissoidale) e  $m = a^3\omega^3/GM$  è il rapporto tra la forza centrifuga all'equatore  $a\omega^2$  e la forza gravitazionale  $GM/a^2$ . In conclusione, l'oblatezza della Terra è un elemento essenziale per il nostro sostentamento: *stabilizza la rotazione della Terra*. La Terra è continuamente bombardata da innumerevoli agenti geofisici che esercitano coppie esterne così come coppie interne o trasporti di massa che si scambiano momenti angolari eppure, il suo asse di rotazione difficilmente cambia rispetto alla geografia fissata dalla Terra. D'altra parte, è ben noto dalla meccanica classica che la rotazione di un corpo attorno al suo asse principale di massimo momento d'inerzia ( $C$ ) è stabile. Ciò che impedisce che si verifichino grandi spostamenti dell'asse di rotazione è l'ulteriore oblatezza sotto forma di  $C - A$  con il momento

extra angolare associato, che deve essere superato da qualsiasi agente geofisico che cerchi di spostare le posizioni dei poli rotazionali della Terra. Poiché l'oblazione stessa è innanzitutto una conseguenza della rotazione, si può affermare che il pianeta rotante è *autostabilizzato*.

- **La presenza di altri corpi celesti:** La Luna, il satellite della Terra, gira intorno ad essa in senso antiorario. Il *mese siderale* è il tempo che impiega la Luna a completare un'orbita intorno alla Terra di durata circa 27.322 giorni (cioè 27g 7h 43min 11.5s). Il *mese sinodico* è il tempo che impiega la Luna ad allinearsi con la Terra e il Sole. Dura all'incirca 29.5 giorni (cioè 12h 44min 2.9s). Il mese sinodico misura le fasi lunari, ossia il tempo che impiega la Luna per tornare alla stessa fase (es. da Luna nuova a Luna nuova). Nel corso di un mese siderale la Terra ha percorso quasi 1/12 della sua orbita attorno al Sole. La Luna ha ancora circa 1/12 della sua orbita da percorrere prima che la configurazione Terra-Luna-Sole sia di nuovo la stessa. Le fasi lunari figura 2.2 si ripetono ogni 29 giorni e più esattamente la *Luna nuova* è l'istante in cui la Luna è in congiunzione con il Sole. Circa 2 giorni dopo la Luna nuova, la



Figura 2.2: Fasi lunari.

falce di Luna crescente può essere vista nel cielo serale occidentale. Circa 1 settimana dopo la Luna nuova, segue il primo quarto, quando le longitudini della Luna e del Sole differiscono di  $90^\circ$ . La Luna piena appare due settimane dopo la Luna nuova e una settimana dopo l'ultimo quarto. L'orbita della Luna è approssimativamente ellittica e a causa delle perturbazioni causate principalmente dal Sole, gli elementi orbitali variano nel tempo. La velocità orbitale della Luna varia secondo la seconda legge di Keplero e il periodo di rotazione attorno alla Terra rimane costante. Nelle diverse fasi dell'orbita lunare, è possibile osservare dalla Terra parti leggermente diverse della superficie lunare. Questo fenomeno è detto *librazione* [4] e può essere osservato nella figura 2.3.



Figura 2.3: Librazione della luna.

Le differenze gravitazionali causate dalla Luna e dal Sole su diverse parti della superficie terrestre danno origine alle *maree*. La gravitazione è massima nel punto sublunare e minima sul lato opposto della Terra. In questi punti la superficie dei mari è più alta (alta marea, piena). Circa 6 ore dopo l'alluvione, la superficie è più bassa (bassa marea, riflusso). La marea generata dal Sole è inferiore alla metà della marea lunare. Quando il Sole e la Luna sono nella stessa direzione rispetto alla Terra (Luna nuova) o opposti tra loro (Luna piena), l'effetto mareale raggiunge il suo massimo valore ed è chiamata *marea primaverile*. Il livello del mare varia tipicamente di  $1[m]$ , ma in alcuni parti la differenza può arrivare fino a  $15[m]$ . A causa della forma irregolare degli oceani, il vero andamento della marea oceanica è molto complicato. Anche la superficie solida della Terra subisce gli effetti delle maree, ma l'ampiezza è molto più piccola, circa  $30[cm]$ . Le maree generano attrito, che dissipa l'energia cinetica rotazionale e orbitale del sistema Terra-Luna. Questa perdita di energia induce alcuni cambiamenti nel sistema. Innanzitutto, la rotazione della Terra rallenta fino a quando anche la Terra ruota in modo sincrono, cioè lo stesso lato della Terra sarà sempre rivolto verso la Luna. In secondo luogo, il semiasse maggiore dell'orbita della Luna aumenta e la Luna si allontana di circa  $3[cm]$  all'anno. Supponiamo che il corpo generatore della marea figura 2.4 di massa  $M$  si trovi nel punto  $Q$  a una distanza  $d$  dal centro della Terra [4]. Il potenziale  $V$  nel punto  $A$  causato dal corpo  $Q$  è:

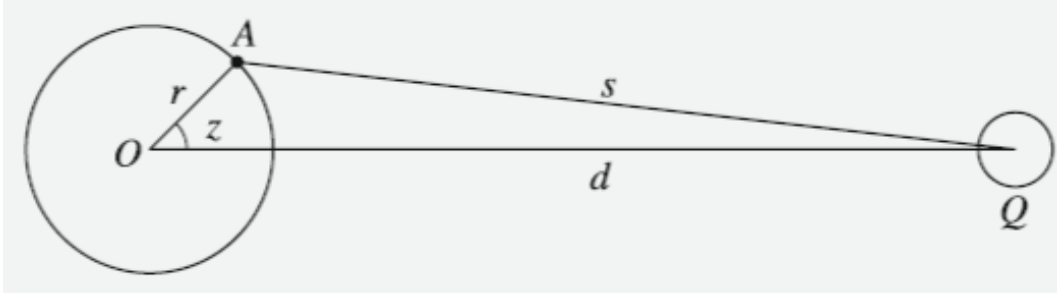


Figura 2.4: Struttura marea.

$$V(A) = \frac{GM}{s} \quad (2.22)$$

ove  $s$  è la distanza del punto  $A$  dal corpo  $Q$ . Applicando il teorema del coseno al triangolo  $OAQ$ , la distanza  $s$  può essere espressa in termini degli altri lati e dell'angolo  $z = AOOQ$ :

$$s^2 = d^2 + r^2 - 2dr \cos z \quad (2.23)$$

dove  $r$  è la distanza del punto  $A$  dal centro della Terra. Ora possiamo riscrivere:

$$V(A) = \frac{GM}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr \cos z}} \quad (2.24)$$

Il denominatore può essere espresso con l'espansione in serie di Taylor ed eliminando i termini di ordine superiore si ottiene la formula finale per la quale:

$$V(A) = \frac{GM}{d} + \frac{GM}{d^2}r + \frac{GMr^2}{d^3} \frac{1}{2}(3 \cos^2 z - 1) \quad (2.25)$$

Il gradiente del potenziale  $V(A)$  fornisce un vettore forza per unità di massa. Il primo termine della 2.25 è nullo e il secondo termine è costante e indipendente da  $r$  e rappresenta il movimento centrale. Il terzo termine del vettore forza, invece, dipende da  $r$ . È il termine principale della forza di marea che dipende inversamente dalla terza potenza della distanza  $d$ . Le forze di marea diminuiscono molto rapidamente quando la distanza di un corpo aumenta. Pertanto la forza di marea causata dal Sole è inferiore alla metà di quella della Luna nonostante la massa del Sole sia molto maggiore. Possiamo riscrivere il terzo termine della 2.25 come:

$$V_2 = 2D \left( \cos^2 z - \frac{1}{3} \right) \quad (2.26)$$

ove

$$D = \frac{3}{4} GM \frac{r^2}{d^3}$$

è chiamata *costante di marea di Doodson* [4]. Il suo valore per la Luna è  $2.628[m^2s^{-2}]$  e per il Sole  $1.208[m^2s^{-2}]$ . Indicato con  $z$  l'angolo zenitale, esso



può essere espresso nel seguente modo:

$$\cos z = \cos h \cos \delta \cos \phi + \sin \delta \sin \phi \quad (2.27)$$

ove  $h$  è l'angolo orario,  $\delta$  è la declinazione del corpo e  $\phi$  è la latitudine dell'osservatore. Inserendo l'espressione 2.27 nella 2.26 otteniamo dopo una lunga operazione algebrica:

$$\begin{aligned} V_2 &= D \left( \cos^2 \phi \cos^2 \delta \cos 2h + \sin 2\phi \cos 2\delta \cos h + \right. \\ &\quad \left. + (3 \sin^2 \phi - 1) \left( \sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right) \\ &= D(S + T + Z) \end{aligned} \quad (2.28)$$

L'equazione 2.28 è la tradizionale equazione di base del potenziale di marea detta *equazione delle maree di Laplace*. Nella 2.28 si possono vedere direttamente alcune caratteristiche delle maree. Il termine  $S$  determina la marea semidiurna perché dipende da  $\cos 2h$ . Ha due massimi e minimi giornalieri, separati da 12 ore, esattamente come si può ottenere seguendo il flusso e la piena. Raggiunge il suo massimo all'equatore ed è nullo ai poli ( $\cos 2\phi$ ). Il termine  $T$  esprime le maree diurne ( $\cosh$ ). Ha il suo massimo alla latitudine  $\pm 45^\circ$  ed è nullo all'equatore e ai poli ( $\sin 2\phi$ ). Il terzo termine  $Z$  è indipendente dalla rotazione della Terra. Esso provoca le maree di lungo periodo, il cui periodo è la metà del periodo orbitale del corpo (circa 14 giorni nel caso della Luna e 6 mesi per il Sole). È zero alla latitudine  $\pm 35.27^\circ$  e ha il suo massimo ai poli. Inoltre, la media temporale di  $Z$  è diversa da zero e provoca una deformazione permanente della Terra. Questa è chiamata *marea permanente*. Aumenta leggermente l'*appiattimento della Terra* ed è inseparabile dall'appiattimento dovuto alla rotazione. Il valore totale del potenziale di marea può essere calcolato semplicemente sommando i potenziali causati dalla Luna e dal Sole. A causa delle forze di marea, l'intero corpo della Terra viene deformato. È possibile calcolare il movimento verticale  $\Delta r$  della crosta:

$$\Delta r = h \frac{V_2}{g} \approx 0.06 V_2 [m] \quad (2.29)$$

ove  $g$  è l'accelerazione media di caduta libera,  $g \approx 9.81 [ms^{-2}]$  e  $h$  è un numero adimensionale detto numero di *Love* [4],  $h \approx 0.6$ , che descrive l'elasticità della Terra. Le maree hanno anche altre conseguenze. Poiché la Terra ruota più velocemente di quanto la Luna orbita attorno alla Terra, il rigonfiamento di marea non si trova sulla linea Luna-Terra ma è leggermente più avanti (nella direzione della rotazione terrestre). Inoltre, a causa della resistenza, la rotazione della Terra rallenta di circa  $1 - 2 [ms]$  ogni secolo.

## 2.2 Perturbazioni non gravitazionali

Tra le perturbazioni che influenzano maggiormente i satelliti, la pressione di radiazione solare ha un effetto non indifferente figura 2.5 [29]. La pressione di radiazione che agisce su un satellite è dovuta all'interazione della superficie del satellite con le radiazioni elettromagnetiche. Quest'ultime subiscono un cambiamento creando una forza di pressione sul satellite. Anche se la forza dovuta ad una singola interazione è estremamente piccola, un grande flusso luminoso (come il flusso solare) può portare ad un'accelerazione non trascurabile. In questa sezione sarà discussa la pressione di radiazione solare per effetti diretti e indiretti per poi illustrare l'effetto della resistenza aerodinamica sul satellite. Inoltre, sarà descritto uno studio sulla penombra terrestre, frutto della fusione di due diversi approcci: *Vokrouhlicky Farinella (1993 e 1994)* e *Vespe (1994, 1995, 1997 e 1999)*. La seguente trattazione segue principalmente il testo *Non-gravitational Perturbations and Satellite Geodesy* [3], capolavoro di Andrea Milani, Anna Maria Nobili e Paolo Farinella. Il libro presenta le idee di base della fisica delle principali perturbazioni non gravitazionali e i metodi matematici necessari per calcolarne gli effetti orbitali. Gli autori trasmettono al lettore l'importanza dei diversi problemi che devono essere risolti per raggiungere un determinato livello di precisione nella determinazione dell'orbita. In aggiunta, saranno inclusi diversi testi/articoli interessanti per approfondire gli argomenti trattati: [4], [8], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], [37].

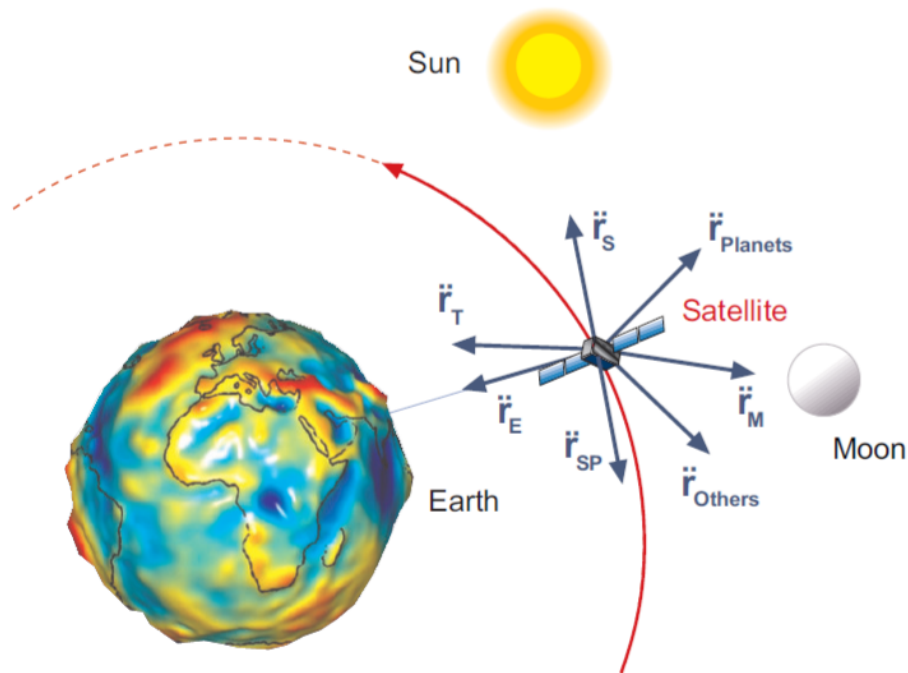


Figura 2.5: Pressione radiazione solare.

### 2.2.1 Pressione di radiazione solare: effetti diretti

- **Interazione satellite-radiazione solare:** Con effetti diretti della radiazione solare sul satellite intendiamo l'accelerazione netta risultante dall'interazione del raggio solare con altri elementi sulla superficie della navicella spaziale. La luce si comporta come un mezzo di particelle materiali emesse continuamente dette fotoni, dotati di una quantità di moto, data dall'energia divisa per la velocità della luce. La quantità di moto può cambiare durante l'interazione con una superficie solida, in questo caso il satellite. Considerando un elemento di superficie  $dS$  della navicella spaziale, indichiamo con  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\delta$  le frazioni del raggio incidente sulla superficie che sono rispettivamente assorbite, riflesse e diffuse come in figura 2.6 [32]. Esse sono anche denominate coefficienti di assorbimento, riflessione e diffusione della superficie  $dS$ , calcolati secondo l'equazione:

$$\alpha + \rho + \delta = 1 \quad (2.30)$$

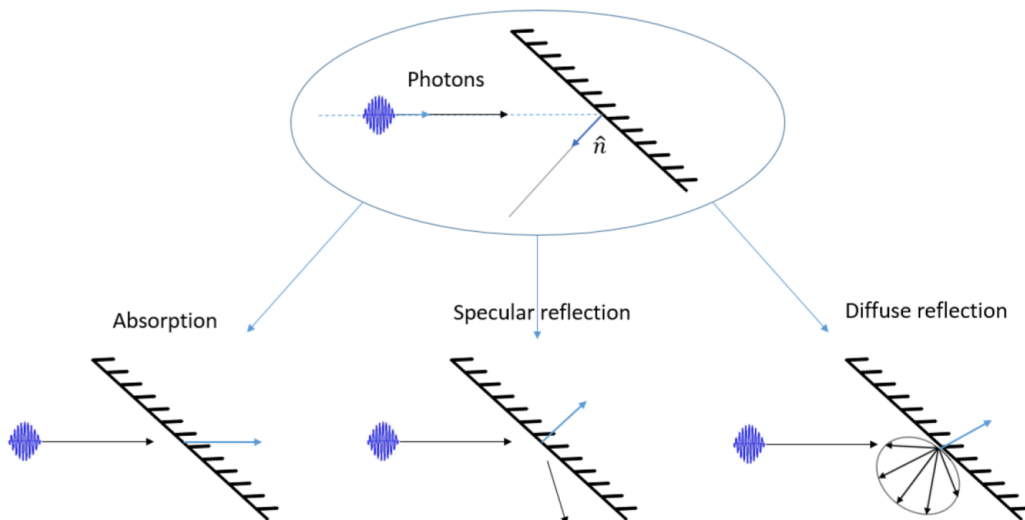
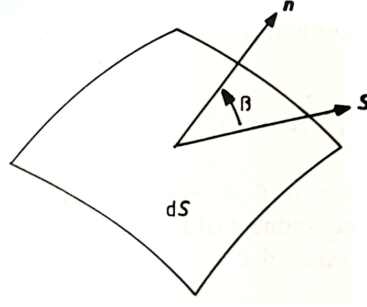


Figura 2.6: Interazione fotone-superficie.

Nel contesto valgono le seguenti quattro assunzioni:

1. la luce assorbita non è riemessa;
2. per una data direzione, l'intensità della luce diffusa è proporzionale al coseno dell'angolo per il vettore  $\mathbf{n}$  perpendicolare a  $dS$ ;
3. la riflessione è perfettamente speculare;
4.  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\delta$  definiscono le proprietà ottiche di  $dS$  e non dipendono dall'angolo  $\beta$ , angolo tra i vettori  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{S}$  (vettore posizione del Sole) come in figura 2.7 [3].

Figura 2.7: Elemento elementare di superficie  $dS$ .

Con queste ipotesi è possibile determinare la forza  $d\mathbf{F}$  sulla superficie  $dS$  data dal raggio di luce incidente:

$$d\mathbf{F} = -\frac{\Phi_{\odot}}{c} \left[ (1 - \rho)\mathbf{S} + 2\left(\frac{\delta}{3} + \rho \cos \beta\right)\mathbf{n} \right] dS |\cos \beta| \quad (2.31)$$

ove  $\Phi_{\odot}$  è il flusso solare,  $c$  è la velocità della luce e il valore assoluto del  $\cos \beta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}$  rappresenta la sezione trasversale della superficie. La forza  $d\mathbf{F}$  è data dalla somma di diverse forze generate rispettivamente dal raggio di luce assorbito, riflesso e diffuso [31]. La forza elementare  $d\mathbf{F}_{\alpha}$  assorbita è diretta lungo la direzione  $-\mathbf{S}$  ed è proporzionale alla sezione trasversale:

$$d\mathbf{F}_{\alpha} = -\frac{\Phi_{\odot}}{c} \alpha dS |\cos \beta| \mathbf{S} \quad (2.32)$$

La luce riflessa spinge la superficie lungo  $-\mathbf{n}$  con una forza proporzionale a  $dS |\cos \beta|$  e alla componente  $\mathbf{n}$  della quantità di moto trasferita dai fotoni incidenti:

$$d\mathbf{F}_{\rho} = -\frac{\Phi_{\odot}}{c} 2\rho \cos \beta dS |\cos \beta| \mathbf{n} \quad (2.33)$$

Infine, la forza dovuta alla diffusione della luce ha componenti su entrambe le direzioni  $-\mathbf{S}$  e  $-\mathbf{n}$  perché i fotoni sono prima assorbiti, trasferendo a  $dS$  la loro quantità di moto e poi riemessi secondo la legge di Lambert:

$$d\mathbf{F}_{\delta} = -\frac{\Phi_{\odot}}{c} \delta dS |\cos \beta| \mathbf{S} - \frac{\Phi_{\odot}}{c} \frac{2}{3} \delta dS |\cos \beta| \mathbf{n} \quad (2.34)$$

L'espressione 2.31 per  $d\mathbf{F}$  diventa:

$$d\mathbf{F} = d\mathbf{F}_{\alpha} + d\mathbf{F}_{\rho} + d\mathbf{F}_{\delta} \quad (2.35)$$

Volendo studiare gli effetti perturbativi della radiazione solare sul movimento del satellite si seguono due approcci differenti. Il primo è un metodo numerico che può essere diviso in due step: inizialmente la superficie della navicella spaziale è discretizzata in un numero finito di elementi che contengono proprietà ottiche note, per poi calcolare la forza elementare  $d\mathbf{F}$  data dall'espressione 2.31

per una determinata porzione di superficie. Infine, le forze elementari  $d\mathbf{F}_i$  si sommano fino a dare il vettore di perturbazione della radiazione solare totale agente sul satellite. Quest'ultimo viene incluso nel membro destro dell'equazione del moto che viene eventualmente integrata numericamente per ottenere la posizione e la velocità del satellite in funzioni del tempo. Il secondo approccio, attraverso tecniche di meccanica celeste, decompone gli effetti della pressione della radiazione solare in periodi lunghi e corti. Il periodo lungo può confondersi con gli effetti puramente gravitazionali e deve essere modellato nel miglior modo possibile per estrarre tutte le informazioni relative ai dati di tracciamento. Diversamente, gli effetti del periodo corto possono essere riconosciuti come rumore, sovrapposto al segnale principale da filtrare.

- **Effetti a lungo termine sul semiasse maggiore:** Poiché la distanza satellite-Terra è piccola rispetto a quella Sole -Terra, ci si aspetta che il flusso solare  $\Phi_{\odot}$  sul satellite è quasi lo stesso di quello sulla Terra ( $\simeq 1.38 \times 10^6$  [erg cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>]). Così facendo, il flusso di fotoni incidente cambia perché l'eccentricità dell'orbita terrestre intorno al Sole ( $\simeq 0.017$ ), cioè la forza della radiazione solare sulla navicella, conterrà un fattore  $(a_{\odot}^2/r_{\odot}^2)$ , ove  $a = 1[AU]$  rappresenta il semiasse maggiore dell'orbita terrestre e  $r_{\odot}$  è la distanza dal Sole. Considerando il caso di una navicella assial-simmetrica, con l'asse di simmetria fisso nello spazio inerziale lungo la direzione del vettore  $\mathbf{w}$ , la risultante delle forze di radiazione solare giacerà nel piano generato dal vettore  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{w}$ . La forza dovuta alla luce solare assorbita spingerà la navicella lungo la direzione  $-\mathbf{S}$  mentre, la luce riflessa e diffusa darà origine a forze lungo le componenti  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{w}$  e l'accelerazione totale sulla navicella sarà scritta come [3]:

$$\mathbf{F} = -\frac{a_{\odot}^2}{r_{\odot}^2}[A(\psi)\mathbf{S} + B(\psi)\mathbf{w}] \quad (2.36)$$

con  $\cos\psi = \mathbf{S} \cdot \mathbf{w}$ . Vale la pena sottolineare che se la navicella non è esattamente simmetrica, la descrizione precedente può essere applicata svolgendo la media della pressione della radiazione solare durante un periodo di rotazione sulla navicella. Questo richiede che l'asse di spin sia fisso nello spazio inerziale e coincidente con l'asse di massimo momento d'inerzia, considerando trascurabili le coppie esterne. Investighiamo sugli effetti della forza di radiazione solare data dall'equazione 2.36 per quanto riguarda il semiasse maggiore del satellite con  $R$  e  $T$  le componenti radiali e trasversali della forza perturbativa che contribuiscono alla variazione temporale del semiasse maggiore:

$$\dot{a} = \frac{2e \sin f}{n(1-e^2)^{1/2}}R + \frac{2(1+e \cos f)}{n(1-e^2)^{1/2}}T \quad (2.37)$$

Nel sistema di riferimento ortogonale con l'origine nel centro della Terra, l'asse  $x$  punta in direzione del perigeo dell'orbita del satellite e l'asse  $z$  è diretto come il momento angolare dell'orbita satellitare. Ebbene, le componenti nel piano radiale, trasversale e fuori dal piano del vettore eccentricità  $\mathbf{e}$  sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_R &= (\cos f, \sin f, 0) \\
\mathbf{e}_T &= (-\sin f, \cos f, 0) \\
\mathbf{e}_W &= (0, 0, 1)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Assumiamo che l'asse di simmetria del satellite è fisso nello spazio inerziale. La simmetria e le due assunzioni che le proprietà ottiche della superficie della navicella siano costanti nel tempo e che la temperatura della navicella non è costante ma è variabile in funzione della posizione del Sole, implicano che la forza di radiazione solare  $\mathbf{F}$  espressa dall'equazione 2.36 dipenda solo da  $\mathbf{S}$  (posizione del Sole):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{S}) \tag{2.39}$$

con le componenti  $F_x(\mathbf{S})$ ,  $F_y(\mathbf{S})$ ,  $F_z(\mathbf{S})$ . Se  $R = \mathbf{F}(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_R$  e  $T = \mathbf{F}(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_T$ , l'equazione 2.37 diventa:

$$\dot{a} = -\frac{2e \sin f}{n(1-e^2)^{1/2}} F_x(\mathbf{S}) + \frac{2(1+e \cos f)}{n(1-e^2)^{1/2}} F_y(\mathbf{S}) \tag{2.40}$$

Un metodo per separare gli effetti di corto periodo da quelli lunghi o secolari, consiste nell'esprimere  $\dot{a}$  con la serie di Fourier avendo come argomenti le anomalie medie del satellite e del Sole,  $M$  e  $M_1$ :

$$\dot{a} = \sum_{k_1, k_2 \in \mathbb{Z}} \dot{a}_{k_1 k_2} \exp[i(k_1 M_1 + k_2 M)] \tag{2.41}$$

ove i termini di lungo periodo di  $\dot{a}_{k_1 k_2}$  non dipendono da  $M$  cioè  $k_2 = 0$  e  $\dot{a}_{k_1 0}$  è solo in funzione di  $k_1$ . Dopo una serie di sostituzioni,  $\dot{a}_{k_1 0}$  dipende da due termini che si annullano:

$$\int_0^{2\pi} \sin f \, dM = 0 \tag{2.42}$$

e

$$\int_0^{2\pi} (e + \cos f) \, dM = 0 \tag{2.43}$$

ottenendo alla fine:

$$\dot{a}_{k_1 0} = 0 \tag{2.44}$$

È possibile concludere con il seguente teorema [3]:

*Se la forza di radiazione solare agente sulla navicella spaziale è espressa nella forma 2.39 nessun effetto a lungo termine sul semiasse maggiore comparirà in nessun ordine nell'eccentricità orbitale.*

Ogni volta che un satellite è attivo, la sua forma è complessa e spesso una parte tranquilla della navicella è l'antenna, utilizzata per comunicare con le stazioni

di terra. Nella maggior parte dei casi l'antenna è orientata in un'unica direzione consentendo alle onde radio di essere irradiate verso la Terra. Indicando con  $\mathbf{b}$  la direzione del fascio di onde radio dalla navicella a un certo punto sulla Terra,  $\mathbf{b}$  cambia direzione con l'anomalia satellitare e il puntamento direzionale è possibile solo se l'antenna ruota attorno ad un asse  $\mathbf{w}_A$  che è più o meno perpendicolare al piano orbitale. L'accelerazione della pressione di radiazione non potrà essere espressa mediante l'equazione 2.39. Definendo  $\mathbf{N}_A$  il vettore lungo l'asse di simmetria dell'antenna, l'accelerazione  $\mathbf{F}_A$  dovuta alla radiazione del Sole sull'antenna sarà:

$$\mathbf{F}_A = \Im(f)\mathbf{S} + \Re(f)\mathbf{N}_A \quad (2.45)$$

ove  $\Im$  e  $\Re$  sono funzioni dell'anomalia vera del satellite. Per calcolarla si utilizzano delle semplificazioni:

1. la navicella sente l'accelerazione dovuta alla pressione di radiazione solare data dall'espressione 2.39;
2. l'asse di spin dell'antenna  $\mathbf{w}_A$  è vicino alla perpendicolare al piano dell'orbita  $\mathbf{e}_W$ ; il piccolo angolo tra i due sarà chiamato  $\eta$ ;
3. le onde radio vengono irradiate lungo la direzione  $\mathbf{b}$  che è vicina alla direzione del centro della Terra ( $-\mathbf{e}_R$ ); il piccolo disallineamento nel piano orbitale è detto  $\xi$  che non può essere assunto pari a zero, non solo per i possibili errori di puntamento ma anche perché il raggio può essere puntato con precisione verso una stazione terrestre che non si trovi direttamente sotto il satellite. Inoltre, si assume  $\mathbf{N}_A = \mathbf{b}$ ;
4. l'orbita satellitare ha eccentricità piccola.

Con queste ipotesi è possibile riscrivere l'equazione 2.45 inserendo i termini  $\eta$ ,  $\xi$  e  $e$  illustrati in figura 2.8, eliminando i termini di ordine superiore [3]. Dopo una serie di sostituzioni, l'equazione che descrivere la variazione del semiasse maggiore è la seguente:

$$\begin{aligned} \frac{n}{2}\dot{a} = & \Im(M)(B_2 \cos M - B_1 \sin M) - \xi\Re(M) \\ & + eB_2\Im(M) - e(M) \\ & + e\Im(M)[B_2(\cos 2M - 1) - B_1 \sin 2M] \\ & + e\Im_1(M)(B_2 \cos M - B_1 \sin M) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Tutti gli effetti di lungo termine sul semiasse maggiore appaiono perchè la forza di radiazione solare sull'antenna è divisa per piccoli parametri  $e$  e  $\xi$  (cioè l'eccentricità orbitale e l'angolo di disallineamento). Per satelliti con piccola eccentricità, come i satelliti geostazionari, il disallineamento dell'antenna può

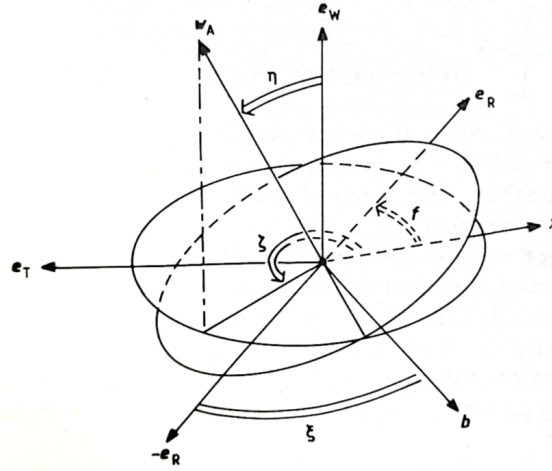


Figura 2.8: Rappresentazione nel piano delle varie componenti.

essere il maggior fattore responsabile degli effetti di lungo termine sul semiasse maggiore con ordine di grandezza:

$$\dot{a}_{1p} \simeq \frac{2}{n} \left( \frac{A}{M} \frac{\Phi_{\odot}}{c} \right) \times \frac{\text{antenna cross section}}{\text{satellite cross section}} \times \text{misalignment angle} \quad (2.47)$$

ove  $A/M$  è il rapporto area-massa del satellite e il prodotto  $(A\Phi_{\odot}/Mc)$  fornisce l'ordine di grandezza dell'accelerazione della radiazione solare totale che è divisa da un piccolo parametro  $\xi$  (che può essere sostituito da  $e$ , se quest'ultimo è più grande).

- **Effetti di lungo termine su altri elementi orbitali:** La forza della radiazione solare di un veicolo spaziale è funzione del vettore posizione del Sole:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{S}) \quad (2.48)$$

In un sistema di riferimento ortogonale con l'asse  $x$  che punta in direzione del perigeo dell'orbita del satellite e l'asse  $z$  diretto come il momento angolare dell'orbita satellitare, le componenti dell'eccentricità  $e_R$ ,  $e_T$  e  $e_W$  sono date dall'equazione 2.38 e le componenti  $R$ ,  $T$  e  $W$  della forza sono:

$$\begin{aligned} R &= \mathbf{F}(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_R = F_x(\mathbf{S}) \cos f + F_y(\mathbf{S}) \sin f \\ T &= \mathbf{F}(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_T = -F_x(\mathbf{S}) \sin f + F_y(\mathbf{S}) \cos f \\ W &= \mathbf{F}(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_W = W_z(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Se la forza dipende solo da  $\mathbf{S}$  non ha luogo alcun effetto di lungo termine in  $\epsilon$  per l'eccentricità del satellite di ordine zero. Con  $\epsilon = \lambda - \lambda_i$  si indica la differenza tra la longitudine media di un satellite reale e il valore per uno ideale. Una formula utile per ottenere un ordine di grandezza degli effetti di lungo termine in  $\epsilon$  è la seguente:

$$(a\dot{\epsilon})_{1p} \simeq \frac{1}{2\pi} \left( \frac{A\Phi_{\odot}}{Mc} \right) eP \quad (2.50)$$



ove  $P$  è il periodo orbitale del satellite e  $A\Phi_{\odot}/M$  fornisce l'ordine di grandezza della forza della radiazione solare per unità di massa del satellite. Nel caso il satellite fosse dotato di antenna, l'effetto di lungo termine su  $\epsilon$  non è zero perchè la forza di radiazione solare sull'antenna contiene l'anomalia media del satellite ottenendo:

$$(a\dot{\epsilon}^A)_{1p} \simeq \frac{1}{2\pi} \left( \frac{A\Phi_{\odot}}{Mc} \right) P \times \frac{\text{antenna cross section}}{\text{satellite cross section}} \quad (2.51)$$

Nel caso di un veicolo spaziale sul quale la perturbazione dovuta alla radiazione solare è scritta come  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{S})$ , così che  $W = F_z(\mathbf{S})$ , non ci sono effetti di lungo periodo sull'inclinazione e il nodo del satellite per l'eccentricità di ordine zero. In questo modo è possibile scrivere la variazione di  $I$  e  $\Omega$  :

$$\dot{I} = \frac{W}{H} a \cos(\omega + M) + O(e) \quad (2.52)$$

e

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{\sin I} \frac{W}{H} a \sin(\omega + M) + O(e) \quad (2.53)$$

con  $H$  il momento angolare orbitale del satellite. Anche in questo caso  $I$  e  $\Omega$  possono essere scritti con la serie di Fourier comprendendo le anomalie medie  $M_1$  e  $M$  come per  $\dot{a}$ , espressione 2.41. Gli effetti di lungo termine hanno  $k_2 = 0$  e in questo modo si ottiene  $\dot{I}_{k_1 0}$  e  $\dot{\Omega}_{k_1 0}$  solo in funzione di  $k_1$ . Usando le equazioni 2.52 e 2.53 con  $W = F_z(\mathbf{S})$  per eccentricità di ordine zero, entrambi i termini  $\dot{I}_{k_1 0}$  e  $\dot{\Omega}_{k_1 0}$  tendono ad annullarsi per via degli integrali di  $\sin M$  e  $\cos M$  espressioni 2.42 e 2.43. Un ordine di grandezza dell'effetto di lungo termine sull'inclinazione è dato dalla formula:

$$(a\dot{I})_{1p} \simeq \frac{1}{2\pi} \left( \frac{A\Phi_{\odot}}{Mc} \right) eP \quad (2.54)$$

Da notare che il termine  $A\Phi_{\odot}/Mc$  è l'ordine di grandezza dell'accelerazione totale dovuta alla radiazione solare. Nel caso in cui il satellite è dotato di un'antenna rotante esterna, l'espressione per  $I$  e  $\Omega$  diventa:

$$\dot{I}^A = \frac{W_A}{H} a \cos(\omega + M) + O(e) \quad (2.55)$$

e

$$\dot{\Omega}^A = \frac{1}{\sin I} \frac{W_A}{H} a \sin(\omega + M) + O(e) \quad (2.56)$$

Anche in questo caso è possibile stimare gli effetti di lungo termine che non si annullano e l'ordine di grandezza stimato per l'inclinazione dovuta all'antenna segue la formula:

$$(a\dot{I})_{1p} \simeq \frac{1}{2\pi} \left( \frac{A\Phi_{\odot}}{Mc} \right) P \times \frac{\text{antenna cross section}}{\text{satellite cross section}} \quad (2.57)$$

Nel caso di un satellite con una piccola inclinazione dobbiamo usare elementi non singolari per  $I = 0$ . Poichè di solito si fa riferimento a satelliti con una piccola

eccentricità, gli elementi non singolari  $e$  e  $I$  risultano nulli. Quindi, un veicolo spaziale contribuisce agli effetti di lungo periodo su  $I$  e  $\Omega$  solo per  $e$  del primo ordine, mentre ci sono effetti di lungo termine, per eccentricità di ordine zero, causati dalla pressione di radiazione solare sull'antenna. Per concludere, calcoliamo l'effetto della perturbazione della radiazione solare sull'eccentricità del satellite per elementi non singolari con  $e = 0$ , cioè  $h = e \sin \omega$  e  $k = e \cos \omega$ . In questo caso, per  $e = 0$  e con l'ipotesi che la perturbazione sia nella forma  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{S})$ , le equazioni per  $\dot{h}$  e  $\dot{k}$  sono:

$$\dot{h} = \frac{1}{na}[-R \cos(\omega + M) + 2T \sin(\omega + M)] + O(e) \quad (2.58)$$

$$\dot{k} = \frac{1}{na}[-R \sin(\omega + M) + 2T \cos(\omega + M)] + O(e) \quad (2.59)$$

Come al solito  $\dot{h}$  e  $\dot{k}$  possono essere scritti tramite la serie di Fourier con termini  $M_1$  e  $M$  e con i coefficienti di lungo termine. In questo caso  $\dot{h}_{k10}$  e  $\dot{k}_{k10}$  non si annullano come per gli altri elementi orbitali perchè gli integrali delle funzioni seno e coseno non sono nulli. Perciò, ci aspettiamo che gli effetti di lungo termine sull'eccentricità, derivano dalle perturbazioni della radiazione solare scritte secondo la formula 2.48 anche per un satellite con orbita circolare. Una formula per stimare gli effetti di lungo termine sull'eccentricità è la seguente:

$$(ae)_{1p} \simeq \frac{1}{2\pi} \left( \frac{A\Phi_{\odot}}{Mc} \right) P \quad (2.60)$$

### 2.2.2 Pressione radiazione solare: effetti indiretti

Ogni satellite è perturbato grazie alla sua interazione con le radiazioni elettromagnetiche, non solo per via della pressione della radiazione diretta causata dalla luce del sole, ma anche in un numero di modi più complessi. Alcuni di questi effetti *indiretti* sono la radiazione riflessa dalla Terra, l'emissione termica del satellite stesso e le eclissi che interessano porzioni dell'orbita.

- **Radiazione riflessa dalla Terra:** La radiazione solare incidente sulla superficie terrestre viene riflessa per effetto *albedo* che indica quindi il potere riflettente di una superficie [37]. L'importanza di questo effetto perturbativo terrestre è noto da tempo. Ad esempio, Smith nel 1970, affermò che l'albedo è la maggiore forza perturbativa che influenza il semiasse maggiore. Poichè l'albedo è influenzato da molte variabili metereologiche e geografiche, è difficile trovare un semplice modello che descriva le caratteristiche significative del fenomeno. Inoltre, l'effetto albedo non è in grado di produrre perturbazioni a lungo termine apprezzabili quindi per tale motivo una procedura ottimale per studiare gli effetti a lungo termine dovuti alla perturbazione è decomporre l'accelerazione nelle componenti  $R$ ,  $T$  e  $W$  o meglio lungo la direzione radiale, nel piano e fuori dal piano trasversale. L'equazione di Gauss per il semiasse maggiore  $a$  con

eccentricità del primo ordine è la seguente [3]:

$$\dot{a} = \frac{2}{n}[T + e(R\sin M + T\cos M)] \quad (2.61)$$

ove  $M$  è l'anomalia media e  $n$  è il movimento medio. Chiaramente, per un satellite in un'orbita quasi circolare ( $e = 0.004$ ), l'evoluzione a lungo termine del semiasse maggiore è dominata dalla media della componente  $T$ . Questa media svanirebbe se le proprietà ottiche della superficie terrestre fossero sempre uguali ma in realtà la media di  $T$  non si annulla per due motivi. Innanzitutto, gli emisferi nord e sud della Terra hanno una differente distribuzione mare-Terra. In secondo luogo, quando è inverno nell'emisfero nord, è estate nell'emisfero sud e viceversa, producendo nuvolosità, vegetazione ecc che influenzano la quantità di luce riflessa. Un semplice modello che tiene conto di questi effetti è stato proposto da Anselmo nel 1983 [33], grazie al quale l'espressione della media della componente  $T$  è pari a:

$$\bar{T} = (A \cos \varphi_p \sin \lambda'_{\odot} + B \cos \varphi_p) \sin \varphi \quad (2.62)$$

ove  $\varphi$  è l'angolo tra il piano orbitale e il piano terminatore ( $0 \leq \varphi \leq \pi$ ),  $\sin \varphi$  tiene conto della proiezione della componente pseudo-trasversale nel piano orbitale,  $\varphi_p$  è la colatitudine dell'intersezione tra il piano orbitale e il piano terminatore e il fattore  $\cos \varphi_p$  tiene conto dell'antisimmetria tra i due emisferi. Ora dobbiamo calcolare gli effetti orbitali dovuti alla forza perturbativa e mostrare i termini di lungo periodo. L'inclinazione  $I$  del satellite e la longitudine del nodo ascendente  $\Omega$  servono a determinare nel riferimento equatoriale il vettore  $\mathbf{N}$  perpendicolare al piano orbitale:

$$\mathbf{N} = [\sin I \sin \Omega, -\sin I \cos \Omega, \cos I] \quad (2.63)$$

La direzione del Sole è indicata dal vettore  $\mathbf{S}$  che nel riferimento equatoriale con l'asse  $x$  che punta verso l'equinozio di primavera, è dato da:

$$\mathbf{S} = [\cos \lambda_{\odot}, \sin \lambda_{\odot} \cos \epsilon_{\odot}, \sin \lambda_{\odot} \sin \epsilon_{\odot}] \quad (2.64)$$

ove  $\epsilon_{\odot}$  è l'obliquità ellittica. La linea di intersezione tra il piano orbitale e il piano terminale è definita dal prodotto vettoriale  $\mathbf{S} \times \mathbf{N}$ . Da qui la colatitudine alla quale l'orbita entra nel semispazio diurno è data da:

$$\cos \varphi_p = z \cdot (\mathbf{S} \times \mathbf{N}) / |\mathbf{S} \times \mathbf{N}| \quad (2.65)$$

ove il vettore  $z$  punta verso il polo nord. L'angolo  $\varphi$  tra i due piani è dato da:

$$\sin \varphi = |\mathbf{S} \times \mathbf{N}| \quad (2.66)$$

Sostituendo tutto nell'equazione 2.62 troviamo la componente media di  $T$ :

$$\bar{T} = [z \cdot (\mathbf{S} \times \mathbf{N})] (A \sin \lambda'_{\odot} + B) \quad (2.67)$$

Decomponendo  $\bar{T}$  con la serie di Fourier si ottiene l'angolo di fase dell'armonica di  $\Omega$ :

$$\delta' = \arctan \left( - \frac{\tan \delta}{\cos \epsilon_{\odot}} \right) \simeq -\delta \quad (2.68)$$

Gli effetti sul semiasse maggiore sono ottenuti semplificando l'equazione 2.61. Le perturbazioni di lungo termine appaiono come diretta conseguenza del modello albedo.

- **Emissione termica anisotropa:** Altro effetto indiretto tra l'interazione della radiazione solare e il satellite è dovuto al fatto che la distribuzione della temperatura di equilibrio sul satellite stesso non è uniforme poiché le differenti parti della navicella sono soggette ad un differente riscaldamento solare. Per tale motivo, si genera una forza netta sul satellite, poiché i fotoni termici emessi dalle zone più calde della superficie hanno una maggiore quantità di moto rispetto a quelli provenienti dalle zone più fredde. Per un satellite rotante ci sono due principali asimmetrie della distribuzione della temperatura. Considerando il satellite come un piccolo pianeta, possiamo parlare di stagione asimmetrica che sorge dal fatto che l'angolo  $\xi$  tra l'asse di spin (rotazione) e la direzione del Sole non è  $90^\circ$  e cambia annualmente, causando un differente flusso di radiazione dal lato nord a sud del satellite. D'altra parte una asimmetria diurna tra il giorno e la notte è presente quando  $\xi$  non è zero. Quindi ora spieghiamo l'analisi della distribuzione della temperatura e le forze dovute all'emissione termica anisotropa. Iniziamo col definire il flusso di energia assorbito da elementi della superficie del satellite  $\alpha \Phi_{\odot} \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}$ , con  $\alpha$  il coefficiente di assorbimento,  $\Phi_{\odot}$  la costante solare ( $\simeq 1.38 \times 10^{-5} [erg \text{ cm}^{-2} s^{-1}]$ ) e i due vettori  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{S}$  definiscono le direzioni ortogonali all'elemento di superficie e puntano verso il Sole. L'energia emessa per unità di massa è  $\epsilon \sigma \mathcal{J}^4$  ove  $\sigma$  è la costante di Stephan-Boltzmann,  $\mathcal{J}$  è la temperatura superficiale e  $\epsilon$  è il coefficiente di emissività. Considerando un sistema di riferimento con l'asse  $z$  che è diretto lungo l'asse di spin del satellite, l'asse  $y$  contiene la proiezione di  $\mathbf{S}$  sul piano  $xy$  e usando le coordinate polari  $(r, \theta, \varphi)$  otteniamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= [\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta] \\ \mathbf{S} &= [0, \sin \xi, \cos \xi] \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{S} = [\sin \theta \sin \varphi \sin \xi + \cos \theta \cos \xi]$$

Se la rotazione è abbastanza rapida affinché la distribuzione della temperatura raggiunga uno stato stazionario e assiale (non dipendente dal tempo  $t$  e dall'angolo azimutale  $\varphi$ ), l'equazione della conduzione del calore assume la forma di Laplace [34]:

$$\Delta^2 \mathcal{J} = 0 \quad (2.70)$$

Da qui è possibile ricavare la funzione armonica assialmente simmetrica:

$$\mathcal{J}(r, \theta) = \mathcal{J}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{J}_n \left( \frac{r}{\mathcal{R}} \right)^n P_n(\cos \theta) \quad (2.71)$$

ove  $\mathcal{J}_0$  è la temperatura media,  $\mathcal{R}$  è il raggio della sfera,  $\mathcal{J}_n$  sono coefficienti costanti e  $P_n$  sono i polinomi di Legendre di ordine  $n$ . Con condizioni al contorno, sostituzioni successive e integrando si ottiene la forza netta  $\mathbf{F}$  diretta lungo la direzione di  $\mathbf{w}$  data da:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{w}(4\pi\alpha\Phi_{\odot}\mathcal{R}^2 \cos \xi / 9c\beta) \quad (2.72)$$

con  $\beta$  il coefficiente di riduzione pari a:

$$\beta = 1 + \frac{\mathcal{X}\mathcal{J}_0}{\alpha\mathcal{R}\Phi_{\odot}} \quad (2.73)$$

L'equazione 2.73 produce un'accelerazione data da:

$$\mathbf{A}_w = -\mathbf{w} \frac{5.8 \times 10^{-8}}{\beta} \cos \xi \text{ cm s}^{-2} \quad (2.74)$$

L'accelerazione dovuta all'asimmetria della temperatura stagionale è diretta lungo l'asse di spin del satellite, con  $\mathbf{A}_w$ , funzione dell'angolo tra l'asse di spin ( $\mathbf{w}$ ) e la direzione del Sole ( $\mathbf{S}$ ). Se  $\mathbf{w}$  è assunto costante cioè se il satellite è in rotazione attorno all'asse di massimo momento d'inerzia e non ci sono precessioni libere o forzate, e se non si verifica il fenomeno dell'eclissi, allora  $\mathbf{A}_w$  è in funzione solo della variabile  $\mathbf{S}$ . In questo modo, le perturbazioni non causano effetti di lungo termine o secolari sul semiasse maggiore ma solo effetti per eccentricità del primo ordine per la longitudine, l'inclinazione e il nodo del satellite. Altro fenomeno interessante è la temperatura diurna che causa una forza perpendicolare all'asse di spin. Questa forza è proporzionale alla differenza di temperatura che risulta piccola rispetto all'effetto stagionale. Questa considerazione non è valida per un satellite stabilizzato a tre assi, tuttavia in questi casi il comportamento termico del satellite è probabile che sia molto differente e questo è dovuto alla forma complessa e al sistema termico. Per predire la distribuzione di temperatura per un differente numero di configurazioni sono utilizzati modelli termici altamente raffinati.

- **Fasci di onde radio**

Consideriamo un satellite che è equipaggiato da sistemi di telecomunicazioni capaci di emettere fasci di onde radio verso la Terra. In questo modo, il satellite sarà soggetto a una pressione di radiazione di ordine di grandezza dato dalla pressione di radiazione solare sul satellite divisa per un fattore dato dall'efficienza frazionaria della navicella nel convertire l'energia solare incidente in onde radio. Riprendendo l'equazione 2.45 sarà introdotto un nuovo termine  $W(t)/Mc$ , ove  $W(t)$  indica la potenza emessa in funzione del tempo. Questo causerà:

– un termine  $\dot{\alpha}$  dipendente dalla perturbazione secolare  $\lambda_i$  dato dalla formula:

$$a\Delta\lambda_i = \frac{-3\bar{\xi}\bar{W}}{2Mc}t^2 \quad (2.75)$$

ove  $\bar{W}$  è la potenza media emessa e  $\bar{\xi}$  è l'angolo di disallineamento dell'antenna rispetto al centro terrestre;

– un termine secolare  $\dot{\epsilon}$  non diviso per il piccolo parametro  $\bar{\xi}$  che produce un effetto di longitudine:

$$a\Delta\epsilon = -2\frac{\bar{W}}{nMc}t \quad (2.76)$$

Gli effetti dovuti alla trasmissione delle onde radio sull'inclinazione ed eccentricità vengono divisi per piccoli parametri e come conseguenza, questi effetti sono piccoli rispetto a quelli di ordine zero dovuti alla radiazione solare diretta.

### • Eclissi

Un'eclissi è un evento in cui un corpo attraversa l'ombra di un altro corpo. Le eclissi osservate più frequentemente sono le eclissi lunari e le eclissi dei grandi satelliti di Giove. Un'occultazione avviene quando un corpo occultante si pone davanti a un altro oggetto. Esempi tipici sono le occultazioni stellari causate dalla Luna. Le eclissi solari e lunari sono gli eventi più spettacolari del cielo. Un'eclissi solare si verifica quando la Luna si trova tra la Terra e il Sole figura 2.9 [38].

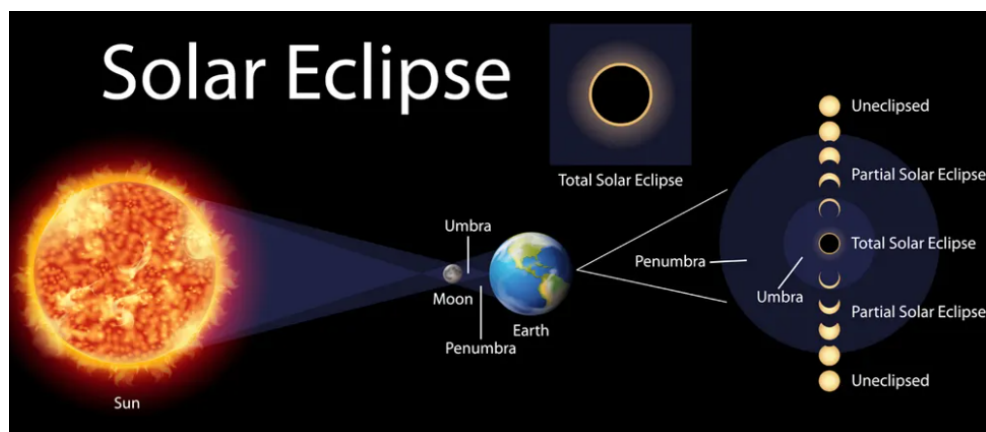


Figura 2.9: Eclisse Sole-Luna-Terra.

Se l'intero disco del Sole è dietro la Luna, l'eclissi è totale altrimenti, è parziale. Se la Luna è vicina al suo apogeo, il diametro apparente della Luna è inferiore a quello del Sole e l'eclissi è anulare. Un'eclissi lunare è totale se la Luna si trova interamente all'interno dell'ombra ombrosa della Terra altrimenti, l'eclissi è parziale. Durante la fase totale la Luna si colora di rosso intenso perché parte della luce rossa viene rifratta attraverso l'atmosfera terrestre. Se il piano orbitale della Luna coincidesse con il piano dell'eclittica, ogni mese sinodico si

verificherebbero un'eclissi solare e una lunare. Ciò significa che la configurazione Sole-Luna e le eclissi si ripetono nello stesso ordine. Durante le stagioni di eclissi, potrebbe verificarsi una diminuzione dell'accuratezza del sistema GNSS. Infatti, una volta che il satellite entra nell'ombra della Terra, la pressione della radiazione svanisce. Questo effetto introduce errori nella dinamica del satellite dovuti alla difficoltà di modellare adeguatamente la pressione della radiazione solare. D'altra parte, i sensori solari del satellite perdono di vista il Sole e il controllo dell'assetto viene degradato. Di conseguenza, l'orbita durante i periodi d'ombra e di eclissi può essere notevolmente degradata e la rimozione dei satelliti da tali condizioni può migliorare i risultati di posizionamento ad alta precisione. Una strategia per modellare questo effetto è determinare i punti di intersezione dell'ombra con l'orbita del satellite [4]. Se l'ombra ha una forma perfettamente cilindrica, l'anomalia eccentrica del satellite all'ingresso e all'uscita dell'ombra potrebbe essere determinata risolvendo un'equazione comprendente le funzioni seno e coseno. Alternativamente, si possono stabilire dei *criteri d'ombra* permettendo *step-by-step* la ricerca dei confini d'ombra lungo l'orbita. Il problema principale è che in realtà non c'è discontinuità, perchè la taglia finita del disco solare e la presenza dell'atmosfera terrestre generano una regione di penombra. In questo modo, la forza dovuta alla pressione della radiazione solare decresce gradualmente fino a zero dal bordo esterno a quello interno della penombra. Se questa variazione di forza fosse esattamente lineare, l'effetto della penombra sarebbe automaticamente contabilizzato facendo riferimento ai limiti dell'ombra dal centro del Sole. La situazione reale è molto più complessa, non solo per ragioni geometriche, ma anche perchè le nuvole e la riflessione nell'atmosfera possono cambiare le proprietà della penombra e questa penombra un pò errata è difficile da modellare o predire. Nella determinazione accurata dell'orbita, questo problema può essere gestito in due modi: escludendo a priori dall'analisi dei dati archi orbitali ed eclissi oppure usando orbite con una bassa eccentricità, per cui gli effetti sul lungo periodo d'eclisse nel semiasse maggiore sono dell'ordine di  $e$ . Nel 1961 Kozai [35] sviluppò una teoria sulla perturbazione dell'eclisse, assumendo che la forza della pressione della radiazione solare agisca lungo la direzione Sole-satellite. L'equazione di Kozai per la variazione del semiasse maggiore è la seguente:

$$\Delta a = \frac{2}{n^2} \frac{A}{M} \frac{\Psi}{c} \left(\frac{a}{r}\right)^2 [R(0)\cos u + T(0)(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}\sin u] \quad (2.77)$$

Questa equazione definisce in generale il ruolo degli effetti perturbativi durante un arco orbitale che è internamente alla luce del Sole e abbraccia il range da  $u_1$  a  $u_2$  nell'anomalia eccentrica;  $R(0)$  e  $T(0)$  sono le componenti  $R$  e  $T$  dell'accelerazione della pressione della radiazione solare valutate zero per l'anomalia vera cioè al perigeo. Dall'equazione 2.77 possiamo dedurre delle interessanti considerazioni:

1. l'effetto dell'eclissi sul semiasse maggiore è del primo ordine in  $e$ . Questo

viene constatato nel caso di un'orbita circolare: se misuriamo l'anomalia vera dalla proiezione della direzione del Sole sul piano orbitale,  $T(0)$  è zero,  $u_1 = u_2$  e poichè il  $\cos u$  è pari,  $\Delta a$  è zero;

2. per una rivoluzione che includa un'eclissi, l'ordine di grandezza del semiasse maggiore è dato dall'eccentricità moltiplicata per l'ampiezza dell'effetto della pressione di radiazione a breve periodo  $(u_2 - u_1)/2\pi$ ;
3. l'incertezza connessa alla scarsa modellazione della penombra può essere valutata stimando che  $u_1$  e  $u_2$  possano essere affetti a errori nell'intervallo da 0.1 a 1, dovuto al diametro finito del Sole e allo spessore angolare dell'atmosfera.

La pressione di radiazione solare è la più importante tra le perturbazioni che agiscono sui parametri orbitali dei satelliti GNSS. Le principali variazioni di SRP si verificano quando i satelliti attraversano l'ombra (cioè SRP=0) e i due lobi laterali della penombra, ottenendo un flusso solare che cambia sinusoidalmente. È necessaria una modellazione sottile della penombra per determinare con precisione la posizione dei satelliti del Sistema Globale di Navigazione Satellitare (GNSS). Uno studio della penombra terrestre adatto ai satelliti terrestri è il frutto della fusione di due diversi approcci:

- *Vokrouhlicky & Farinella (1993 e 1994)* [36],[37];
- *Vespe (1994, 1995, 1997 e 1999)* [8].

La transizione del satellite dalla luce all'ombra e viceversa, è difficile da modellare. Le cause della penombra si dividono in [8]:

1. geometriche: oscuramento parziale del disco solare durante la transizione e la deflessione dei suoi raggi attraverso l'atmosfera, dovuta al comportamento differenziale della sua rifrazione e defocalizzazione;
2. fisico/chimiche: assorbimento e diffusione della luce solare a seconda dei costituenti dell'atmosfera. Sia l'assorbimento che la dispersione hanno l'effetto netto di indebolire l'SRP attraverso l'atmosfera.

Inizialmente, per la determinazione precisa dell'orbita non veniva considerato il fenomeno della penombra ma una funzione a gradino  $f$  col significato fisico di eclisse che assume due valori:

- $f=1$  se il Sole visto dal satellite era esterno al disco;
- $f=0$  se in ombra.

Per capire se il disco solare visto dal satellite sta tramontando/sorgendo dietro la Terra è indispensabile risolvere la funzione eclisse:

$$\hat{r} \cdot \hat{s} = \sqrt{a^2 - 1} \quad (2.78)$$



ove  $\hat{r}$  e  $\hat{s}$  sono i versori del geocentro che puntano a turno verso la posizione del satellite e del Sole e  $a$  è il rapporto tra il semiasse maggiore del satellite e il raggio della Terra. Dopo qualche manipolazione dell'equazione 2.78, si ottiene la funzione dell'eclisse con periodicità data dalla combinazione della longitudine solare annuale e il nodo del satellite:

$$A \cos \lambda + B \sin \lambda = \sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} \quad (2.79)$$

Nel caso dei satelliti GALILEO il nodo ha una durata di 37 anni. L'atmosfera terrestre gioca un ruolo fondamentale modulando la pressione della radiazione e agendo direttamente sulla superficie del satellite. Un modello che tiene conto della rifrazione atmosferica cioè la deviazione della luce mentre passa attraverso l'atmosfera risale a Hopfield nel 1979, il quale affermò che la rifrattività dell'atmosfera è:

$$N_d^{trop}(h) = N_{d,0}^{trop} \left[ \frac{h_d - h}{h_d} \right]^4 \quad (2.80)$$

ove  $h_d = 40136 + 148.72(T - 273.16)$  è lo spessore dello strato atmosferico attraverso il quale è stato costruito il modello di rifrazione. Durante le fasi di penombra la rifrattività è modellata secondo il modello di Hopfield. Questo modello potrebbe non essere il modello più realistico per rappresentare le proprietà ottiche dell'atmosfera quando interagisce con la radiazione solare. Qualunque sia il modello adottato, lo studio delle perturbazioni orbitali indotte dalla penombra ci fornisce anche informazioni sui parametri che la governano. La rifrazione differenziale dell'atmosfera ha tre conseguenze dirette:

1. comprime l'immagine del disco solare durante le fasi di penombra vista dal satellite. Tale effetto produce un calo dell'SRP attraverso l'atmosfera. La deformazione solare  $\Delta\theta$  è stata modellata in modo molto elegante da Farinella nel 1994 [36] ottenendo:

$$\Delta\theta = a r \cos \left( \frac{\Psi_{+1}\Psi_{-1}}{r^2} \right) + \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{\Psi_{+1}}{r} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{\Psi_{-1}}{r} \right)^2 \right]} \quad (2.81)$$

La funzione  $\Psi_{\pm 1}$  assume due valori diversi per il limite superiore e inferiore del disco solare e fornisce lo spessore verticale del disco solare schiacciato visto dal satellite. In altre parole dà sostanzialmente il contributo effettivo del flusso solare. Nella figura 2.10 [8] sono rappresentate le 4 fasi di penombra quando il Sole visto dai satelliti della Terra sorge dietro la Terra. In I) una parte del disco sale e viene schiacciata dalla rifrazione dell'atmosfera. Può essere visualizzato anche se l'intero disco solare è geometricamente dietro la Terra. In II) l'intero disco spremuto risulta inglobato negli strati atmosferici. Nella III) la parte del disco solare è fuori dall'atmosfera. In IV) tutto il Sole è completamente fuori dall'atmosfera ( $f=1$ ).

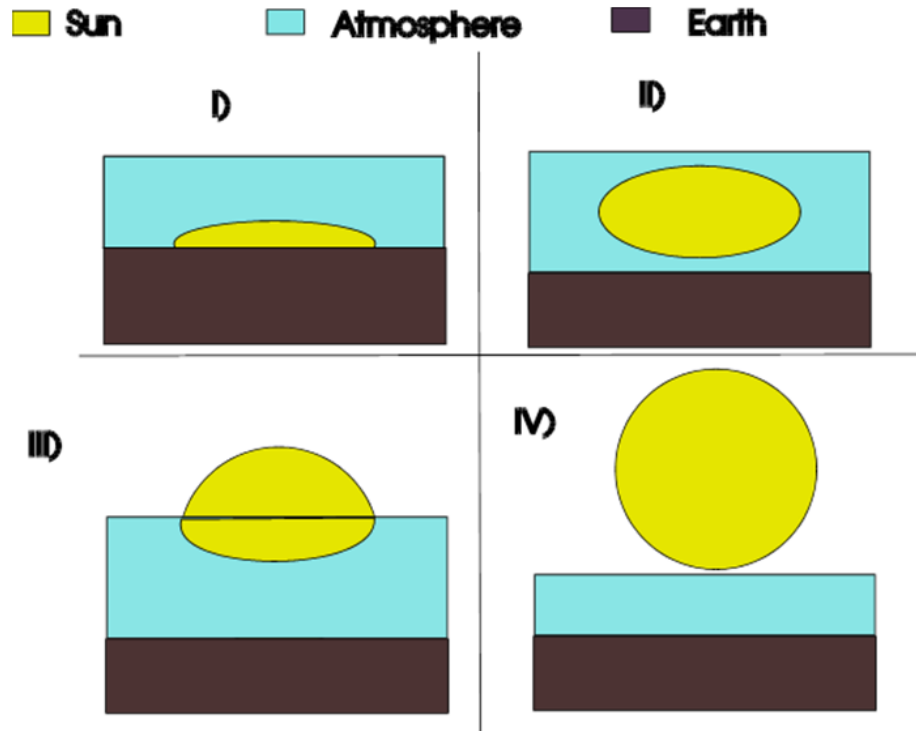


Figura 2.10: Le fasi della penombra.

2. curva la radiazione solare rendendola visibile anche quando il satellite si trova dietro il disco terrestre;
3. l'SRP viene diluita da effetti di defocalizzazione dovuti al comportamento differenziale della rifrazione attraverso l'atmosfera. È definito come segue:

$$d = \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + (\Delta\Psi(a_{min}) - (\Delta\Psi(a_{max})))} \quad (2.82)$$

ove  $\Delta\Psi(a_{min})$  e  $\Delta\Psi(a_{max})$  sono rispettivamente la deflessione relativa del raggio solare interno ed esterno attraverso l'atmosfera che colpisce i satelliti mentre  $\varphi_0$  è la divergenza prima di attraversare l'atmosfera.

L'estinzione atmosferica consente di ridurre la luminosità o meglio il flusso solare mediante un coefficiente di estinzione  $k$ . La figura 2.11 [8], illustra l'andamento della funzione eclisse per diversi valori di  $k$ .

L'accelerazione perturbativa dovuta alla pressione di radiazione solare è data dalla somma delle accelerazioni in fase di levata ed eclisse del satellite terrestre  $r_0 + r_e$  con:

$$r_e = \int_{\lambda_e^+}^{\lambda_e^-} \nu(\lambda) P_r(\hat{s} \cdot \hat{a}) d\lambda \quad (2.83)$$

$$r_0 = \int_{\lambda_0^-}^{\lambda_0^+} \nu(\lambda) P_r(\hat{s} \cdot \hat{a}) d\lambda \quad (2.84)$$

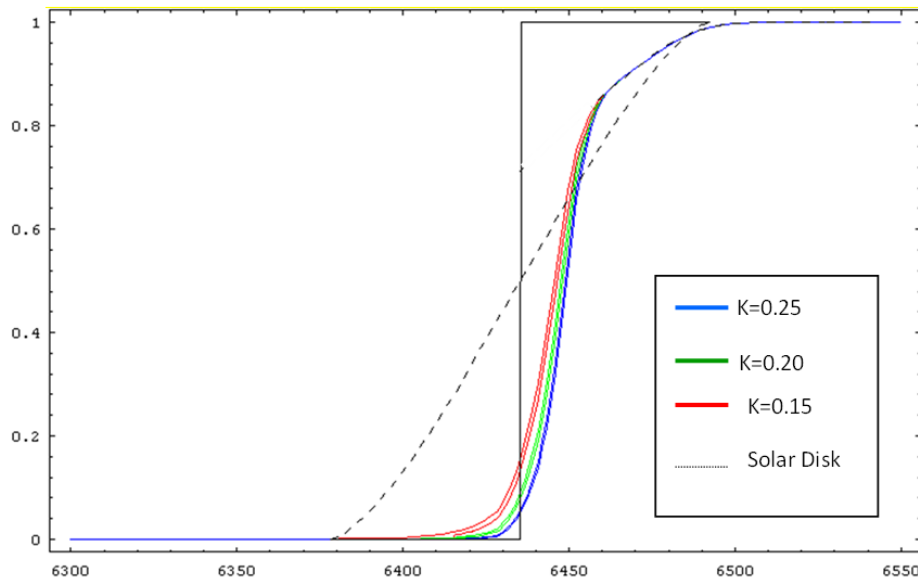


Figura 2.11: Funzione eclisse per differenti valori del coefficiente di estinzione.

ove  $\nu(\lambda)$  è la funzione dell'eclissi in funzione dell'anomalia vera del satellite,  $P_r$  è l'accelerazione del satellite dovuta all'SRP quando è completamente illuminato,  $\hat{s} \cdot \hat{a}$  è un prodotto scalare e  $\lambda_e^+$ ,  $\lambda_e^-$ ,  $\lambda_0^+$ ,  $\lambda_0^-$  sono le longitudini comprese tra il sorgere e il tramontare dell'occultazione del Sole. Nel caso in cui le funzioni dell'eclissi in fase ascendente e occultante fossero perfettamente simmetriche l'integrazione su un'orbita non ha nessun effetto. Tale situazione non si verifica mai perché le fasi di levata ed eclissamento lungo un'orbita si verificano sempre sui diversi emisferi della Terra dove le proprietà ottiche dell'atmosfera sono diverse. I parametri della funzione eclisse cambiano infatti in modo diverso nell'emisfero sud e in quello nord in base a diverse stagioni (copertura nuvolosa, pressione e temperatura), diversa estensione delle masse d'acqua (più umidità nell'emisfero sud), diverse condizioni antropiche (più popolazione densità, maggiore inquinamento, ecc.). Nella tabella 2.4 [8], compaiono i modelli atmosferici della Terra e i loro effetti sui nodi a turno dei satelliti GPS e GALILEO su un intervallo di tempo doppio del periodo nodale: ( $25 \times 2$  anni per GPS e  $37 \times 2$  anni per per GALILEO). Gli effetti di questi diversi modelli sui nodi si ottengono applicando la seguente relazione:

$$\Delta\Omega = \int_{t_0}^{t_0+2T_{node}} \frac{r^* \sin(\omega + \nu)}{na^2 \sqrt{1 - e^2 \sin^2(i)}} W dt \quad (2.85)$$

ove  $W$  è la componente normale al piano orbitale kepleriano dell'eccesso di accelerazione dovuto alla penombra,  $n$  è la velocità angolare media del satellite,  $e$  è l'eccentricità,  $\nu$  è l'anomalia vera,  $\omega$  è l'argomento del perigeo (nullo per un'orbita perfettamente circolare) ed  $a$  è il semiasse maggiore. Nella figura 2.12 [8], sono riassunti i risultati della simulazione per i satelliti GALILEO.

Models		Winter	Summer
I	N. Hemisphere	$k = 0.30$ ; $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.40$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
II	N. Hemisphere	$K = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$K = 0.25$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$K = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$K = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
III	N. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.45$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
IV	N. Hemisphere	$k = 0.30$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.25$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
V	N. Hemisphere	$k = 0.30$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.45$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
VI	N. Hemisphere	$k = 0.40$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.45$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage
	S. Hemisphere	$k = 0.20$ $P = 980\text{mb}$ $T = 273^\circ\text{K}$ Perm. Cloud Coverage $h = 8\text{ km}$	$k = 0.30$ $P = 1020\text{mb}$ $T = 303^\circ\text{K}$ No cloud coverage

Tabella 2.4: Modelli atmosferici della simulazione.

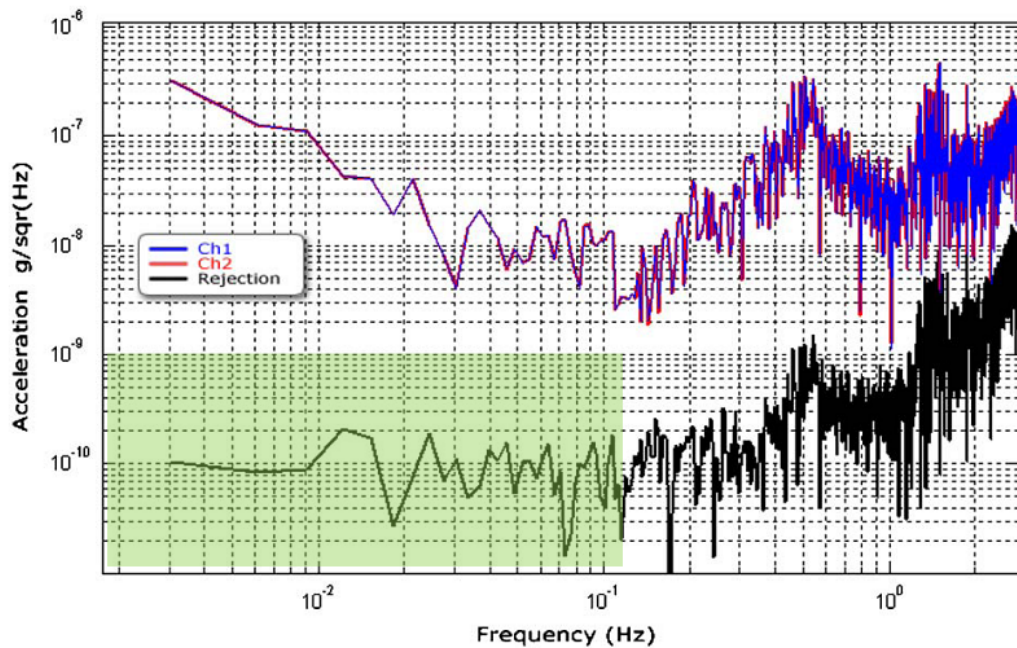


Figura 2.12: Simulazione satelliti GALILEO.

Conclusioni:

- l'approccio descritto permette di costruire la funzione dell'eclisse attraverso la transizione della penombra in modo relativamente semplice utilizzando la rifrattività atmosferica con i relativi coefficienti di estinzione;
- la durata della transizione attraverso la penombra del satellite GNSS è dell'ordine di un paio di minuti. Pertanto, per un modello raffinato della funzione eclisse (EF) e della sua pendenza, l'accelerometria a bordo di GALILEO (AOG) deve avere un'elevata frequenza di campionamento con un tempo di integrazione di 10 sec. almeno (cioè 0.1 Hz);
- il modello di penombra può essere applicato anche alla POD di altri satelliti terrestri;
- da AOG può essere istituito un nuovo servizio operativo utile per migliorare la POD dei satelliti terrestri allo stesso modo di quanto attualmente avviene per il carico oceanico e atmosferico per applicazioni geodetiche.

### 2.2.3 Drag atmosferico

Se un satellite ruota non troppo lontano dalla superficie terrestre è soggetto a una resistenza aerodinamica che rappresenta la più importante origine di perturbazione non gravitazionale. La resistenza ha un'influenza sull'abbassamento dell'orbita, per questo è possibile valutare l'effetto che questa ha sull'energia totale, e quindi sul semiasse maggiore, di un'orbita. Il *drag-like force* [3] definisce una forza che agisce sulla navicella spaziale lungo la stessa direzione del suo vettore di velocità e assumiamo che l'accelerazione perturbante ha come unica componente  $\mathbf{F}_v$ . Inoltre, la dimensione della forza dovrà essere dipendente dalla velocità  $\mathbf{v}$  del satellite e dalla densità  $\rho$  dell'atmosfera:

$$\mathbf{F}_v = -\frac{1}{2} Z C_d \frac{A}{M} \rho |\mathbf{v}| \mathbf{v} \quad (2.86)$$

ove:

- $A/M$  è l'area della sezione trasversale del veicolo spaziale (perpendicolare alla velocità) divisa per la massa;
- $C_d$  è il coefficiente di resistenza aerodinamica;
- $Z$  è il coefficiente correttivo in accordo col fatto che l'atmosfera non è in quiete (riposo) ma ruota più o meno rigidamente con la Terra e ha perciò una velocità  $\mathbf{V}_A = \boldsymbol{\omega}_A \times \mathbf{r}$  con  $\boldsymbol{\omega}_A$  vicina alla velocità angolare terrestre  $\boldsymbol{\omega}_\oplus$ .

La resistenza aerodinamica è proporzionale a  $|\mathbf{v} - \mathbf{V}_A|^2 = Zv^2$  con  $Z$  che risulta anche proporzionale agli elementi orbitali. Per piccole eccentricità possiamo approssimare  $Z = (1 - a\omega_A \cos I/v)$ . Inoltre assumiamo:

$$Z C_D \frac{A}{M} \equiv D \quad (2.87)$$

è una costante. Mediante il *drag-like-force* c'è una variazione degli elementi orbitali infatti per il semiasse maggiore  $a$  otteniamo l'equazione:

$$\dot{a} = -\left(\frac{v}{na}\right)^3 na^2 \rho D \quad (2.88)$$

e per l'eccentricità l'equazione:

$$\dot{e} = -(e + \cos f)v\rho D \quad (2.89)$$

Per calcolare le perturbazioni secolari dobbiamo calcolare la media su un giro; tuttavia è più semplice esprimere gli integrali risultanti in termini di anomalia eccentrica  $u$ . Tramite l'equazione dell'energia otteniamo:

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = n^2 a^2 \frac{1 + e \cos u}{1 - e \sin u} \quad (2.90)$$

Infine, sostituendo e integrando su un periodo  $P = 2\pi/n$  otteniamo l'incremento di  $a$  per l'orbita:

$$\Delta a = -Da^2 \int_0^{2\pi} \frac{(1 + e \cos u)^{3/2}}{(1 - e \cos u)^{1/2}} \rho du \quad (2.91)$$

e per l'eccentricità:

$$\Delta e = -Da(1 - e^2) \int_0^{2\pi} \frac{(1 + e \cos u)^{1/2}}{(1 - e \cos u)^{1/2}} \rho \cos u du \quad (2.92)$$

Dalle equazioni 2.91 e 2.92 possiamo trarre delle conclusioni sull'evoluzione qualitativa dell'orbita sotto l'influenza della resistenza:

1.  $\Delta a < 0$  si riduce il semiasse maggiore e il periodo orbitale del satellite. Questo è facilmente prevedibile perchè una forza dissipativa diminuisce l'energia totale (che è proporzionale a  $-1/a$ );
2. per ogni ragionevole distribuzione di densità,  $\Delta e < 0$  salvo che  $e$  sia nullo dall'inizio. Questo può essere visto dall'integrale dell'equazione 2.92 ove sia la  $\rho$  che i termini  $(1 + e \cos u)^{1/2}/(1 - e \cos u)^{1/2}$  sono più grandi nella sezione dell'orbita chiusa al perigeo che nei corrispondenti punti con  $|u| > \pi/2$ . Questo corrisponde semplicemente al fatto che se si sperimenta la più grande resistenza vicino al perigeo, il satellite non oscilla così lontano sul lato opposto dell'orbita e come risultante la massima altitudine viene ridotta senza incidere troppo sulla distanza del perigeo stesso.

## Capitolo 3

# Galileo for Science G4S

Nell'agosto del 2014, furono lanciati i satelliti *GSAT0201* e *GSAT0202* (*GALILEO FOC-DORESA*, *GALILEO FOC-MILENA*) del sistema di navigazione globale europeo GALILEO. L'interruzione temporanea del propellente causò il fallimento del lancio, iniettando i satelliti in orbite ellittiche ( $e = 0.23$ ) successivamente corrette ( $e = 0.16$ ). I satelliti con orbite così eccentriche, non potevano essere più utilizzati per scopi di navigazione civile. Il fallimento del lancio, ha offerto l'opportunità unica di disporre di satelliti completamente adatti per indagini scientifiche nel campo della Relatività Generale (GR) e della Gravitazione. Grazie ai satelliti gemelli, i principali effetti relativistici generali quali lo spostamento gravitazionale verso il rosso (GRS), la precessione del perigeo di Schwarzschild (Schw) e il trascinamento gravitomagnetico di Lense-Thirring (L-T) potrebbero essere misurati, con una precisione senza precedenti oggi. Nasce così il progetto *Galileo for Science (G4S 2.0)*, iniziativa congiunta tra il Centro di Geodesia Spaziale (ASI-CGS) di Matera, Istituto di Astrofisica e Planetologia Spaziale (IAPS-INAF) di Roma e Politecnico di Torino (Polito) che ha come obiettivo l'esecuzione di una serie di misurazioni di fisica fondamentale con questi due satelliti. Difatti, i satelliti rappresentano la prima infrastruttura spaziale per la creazione di un Sistema di Posizionamento Relativistico Inverso (RPS). Diverse squadre di ricerca hanno analizzato i dati di questi satelliti per studiare possibili deviazioni dalla GR. G4S 2.0 ha diversi obiettivi nel campo della fisica fondamentale:

- fornire una nuova misura del redshift gravitazionale;
- misurare le precessioni relativistiche delle orbite dei due satelliti GSAT0201 e GSAT0202;
- ricerca di Materia Oscura nella nostra Galassia;
- tentare la rilevazione delle Onde Gravitazionali;
- realizzare un Sistema di Posizionamento Relativistico;
- sviluppo di nuovi modelli per forze non gravitazionali;

- realizzare un nuovo concetto di accelerometro per una prossima generazione di satelliti GALILEO.

In tabella 3.1 le caratteristiche e parametri orbitali dei satelliti GALILEO FOC, principalmente adattati dai metadati ESA GALILEO [10].

Type	Eccentric orbit	Nominal orbit	Nominal orbit
Name	GSAT0201, GSAT0202	GSAT0206	GSAT0208
PRN	E18, E14	E30	E08
SVN	E201, E202	E206	E208
Slot	Ext01, Ext02	A05	C07
Launch dates	22/08/2014	11/09/2015	17/12/2015
Mass: $M[kg]$	660.977, 662.141	707.735	709.138
Average cross-section: $A_{\odot}[m^2]$	13.210	13.210	13.210
Semi-major axis: $a[km]$	27977.6	29599.8	29599.8
Eccentricity: $e$	0.162	0.0	0.0
Inclination: $i[^\circ]$	49.850	56.0	56.0
RAAN: $\Omega_0[^\circ]$	52.521	317.632	197.632
Argument of pericenter: $\omega[^\circ]$	56.198	0.0	0.0
Mean anomaly: $M_0[^\circ]$	316.069, 136.069	0.153	120.153
$\dot{\Omega}[^\circ/d]$	-0.03986760	-0.02764398	-0.02764398
$\dot{\omega}[^\circ/d]$	+0.03383184	0.0	0.0
$\dot{M}[^\circ/d]$	+667.86467481	+613.72253566	+613.72253566
Revolution period: $P[h]$	12.94	14.08	14.08

Tabella 3.1: Caratteristiche e parametri orbitali dei satelliti GALILEO FOC, principalmente adattati dai metadati dell'ESA GALILEO. La data di riferimento per i satelliti è il 21 novembre 2016 alle 00:00:00 UTC.

### 3.1 Misurazione del redshift gravitazionale

La GR prevede che lo spostamento relativo in frequenza ( $z$ ) tra orologi a diversi potenziali newtoniani  $\Delta U$  in un campo gravitazionale debole sia  $z = \Delta v/v = \Delta U/c^2$  (con  $c$  la velocità della luce nel vuoto). Il GRS non è veramente un test della GR, poiché può essere derivato imponendo la validità della Relatività Speciale e del Principio di Equivalenza [11]. Tuttavia, il GRS svolge un ruolo chiave, poiché rappresenta un test di Invarianza di Posizione Locale (LPI), secondo il quale l'esito di qualsiasi esperimento non gravitazionale locale è indipendente da dove e quando viene effettuato nell'Universo. A questo scopo, viene introdotto un parametro  $\alpha$  che non è nullo nel caso di violazione della LPI:

$$z = \frac{\Delta v}{v} = (1 + \alpha) \frac{\Delta U}{c^2} \quad (3.1)$$



Il parametro  $\alpha$  può essere dedotto confrontando le misurazioni del clock bias (la differenza tra il tempo misurato dagli orologi a bordo e il tempo misurato da un orologio sulla Terra) con le previsioni della GR. Il clock bias teorico ( $\tau_{GR}$ ) [11] del satellite è calcolato dalla Determinazione Orbitale Precisa (POD), integrando la trasformazione del tempo coordinato al tempo proprio:

$$\tau_{GR} = \int \frac{d\tau}{dt} dt = \int \left[ 1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{U_s}{c^2} \right] dt \quad (3.2)$$

ove  $\tau$  e  $t$  sono il tempo proprio e il tempo coordinato e  $v$  è la velocità dell'orologio nel Sistema di Riferimento Celeste Geocentrico. Il secondo termine tra parentesi tiene conto dell'effetto Doppler relativistico (a causa del moto relativo), mentre  $U_s$  rappresenta il potenziale gravitazionale e di marea complessivo nella posizione del satellite. Per effettuare una misurazione affidabile del GRS, è necessario calcolare un bias del clock corretto ( $\tau_{corr}$ ) a partire dalla soluzione del bias del clock tenendo già in considerazione una correzione relativistica a priori. Questo bias corretto del clock verrà confrontato con la previsione della GR per stimare il parametro  $\alpha$ . Per migliorare le misurazioni attuali del GRS, il parametro  $\alpha$  è caratterizzato da un'incertezza di meno di  $2 \times 10^{-5}$ . Per raggiungere questo obiettivo, è essenziale migliorare la POD e i suoi prodotti, come la soluzione degli orologi, sviluppando modelli dinamici più affidabili, in particolare per le Perturbazioni Non Gravitazionali (NGP) e sfruttando anche il tracciamento laser dei satelliti.

## 3.2 Nuovi modelli per le perturbazioni non gravitazionali

La pressione diretta della radiazione solare (SRP) è la più grande perturbazione non gravitazionale sull'orbita dei satelliti GALILEO FOC e in generale di tutti i satelliti del GNSS. La modellazione di questa perturbazione e il suo inserimento nel processo POD, è un problema non banale per la determinazione delle orbite dei satelliti GNSS. Studi volti a migliorare la modellizzazione delle orbite dei satelliti della costellazione GALILEO, rivestono una certa importanza per l'ESA. Infatti, programmi futuri prevedono l'utilizzo dei satelliti GALILEO per scopi sempre più significativi, come nei campi delle Scienze della Terra (come Geodesia, Geofisica e Rilevamento di Remote), Fisica Fondamentale, Astronomia e Metrologia del Tempo. In particolare, i modelli NGP [9] attualmente sviluppati della comunità GNSS sono costruiti a partire da un modello 3D-CAD per realizzare un modello agli elementi finiti (FEM) della navicella spaziale. Lo sviluppo del FEM richiede una migliore conoscenza delle proprietà ottiche e termiche rispetto a quelle attualmente disponibili nei metadati GALILEO dell'ESA. Nel frattempo, è stato anche sviluppato un modello Box-Wing (BW) per i satelliti basato sulle informazioni contenute nei metadati GALILEO dell'ESA. Per la costruzione dei modelli NGP, sono stati considerati due approcci principali:

1. costruire un modello raffinato della navicella spaziale in modo da calcolare l'effetto dell'interazione di ciascun elemento della superficie, nonché delle appendici, con le sorgenti di radiazione esterne (o anche interne). Le corrispondenti accelerazioni perturbanti verranno utilizzate nella POD per la riduzione dei dati;
2. applicare gli strumenti della Meccanica Celeste per individuare quale componente della forza perturbante è realmente significativa, sulla base della tecnica di inseguimento e del tempo di accumulo dei suoi effetti sull'orbita. Sviluppare un modello analitico (solitamente un modello semplificato) da includere nel modello dinamico utilizzato nella POD per la riduzione dei dati.

L'obiettivo principale è di migliorare la POD dei satelliti, per utilizzare le loro orbite per misure di fisica fondamentale. Per la modellistica NGP, è stato seguito il secondo approccio, fissando alcuni parametri del modello o stimandone alcuni nella POD, come per il coefficiente di radiazione  $C_R$  o il coefficiente di resistenza  $C_D$ . Talvolta, questi modelli analitici sono accompagnati dall'uso di accelerazioni empiriche per assorbire alcuni effetti non modellizzati o per assorbire il modello errato dell'orbita. Tali accelerazioni empiriche, devono essere introdotte con estrema cautela se ritenuto necessario, e il loro utilizzo dovrebbe essere evitato ogniqualvolta sia richiesta la corretta interpretazione fisica di un dato effetto o quando si considerano misure fisiche fondamentali. La migliore rappresentazione del secondo approccio è stato realizzato con un modello Box-Wing semplice (o semplificato) (S-BW). Per il modello S-BW si vanno a considerare tutti i contributi delle singole superfici della navicella, delle quali siamo in grado di stimare le accelerazioni SRP che agiscono su di essa, una volta fissati i coefficienti ottici medi di ciascuna superficie. Naturalmente, allo stesso tempo, lo sviluppo di un modello BW rappresenta un primo passo per lo sviluppo di un FEM per il satellite. Lo sviluppo di un FEM veramente raffinato richiede [13]:

1. una rappresentazione molto accurata della complessa geometria della navicella spaziale;
2. la conoscenza delle caratteristiche fisiche ottiche e termiche (nel visibile e nell'infrarosso) di ogni tipo di superficie ed elemento (antenna, appendici, CCR, isolanti, radiatori) che costituiscono la navicella spaziale, comprendendo anche quelle interne;
3. la conoscenza di come queste caratteristiche (soprattutto quelle ottiche) evolvono nel tempo e come sono funzione, ad esempio, delle condizioni di illuminazione;
4. tenere conto di molteplici riflessioni;
5. la conoscenza con elevata precisione dell'assetto del veicolo spaziale rispetto alla Terra e al Sole durante la sua rivoluzione orbitale attorno alla Terra, nonché durante le (inevitabili) manovre orbitali;

6. essere in grado di modellare gli effetti di ombra reciproca prodotti dalle superfici e dalle appendici del veicolo spaziale, per tenere conto degli effetti di ombra e penombra.

Di conseguenza, lo sviluppo e l'utilizzo fruttuoso di un FEM raffinato e completo di un veicolo spaziale, basato sull'applicazione della tecnica del *Ray-Tracing*, è un compito davvero arduo. Negli ultimi due decenni, grazie ai miglioramenti nella potenza di calcolo, insieme allo sviluppo di algoritmi e software dedicati per le tecniche di *Ray-Tracing* è possibile produrre un FEM satellitare in grado di migliorare la modellazione degli NGP, a partire dall'SRP. Per quanto riguarda l'utilizzo di un FEM per applicazioni di Fisica Fondamentale, in particolare, nel caso della misura del redshift gravitazionale, sia ZARM [9] che SYRTE [9] hanno svolto attività in questa direzione. Infatti, un FEM di un FOC di GALILEO è stato sviluppato da ZARM e i risultati per l'SRP sono stati utilizzati dall'ESA nella loro POD per la misurazione del redshift gravitazionale eseguita nel 2018 non pubblicando risultati al riguardo. Il modello utilizzato da ZARM ha buone prestazioni, superiori a quelle di un S-BW, ma non può essere considerato un FEM raffinato in quanto non è basato su informazioni sufficientemente dettagliate riguardo alle proprietà ottiche dei vari componenti del satellite. Inoltre, non dispone di alcuna informazione sulla distribuzione della temperatura sul satellite. Nella misurazione dello spostamento verso il rosso gravitazionale eseguita da SYRTE [9] si afferma:

*For direct and indirect solar radiation pressure (SRP) modeling of the Galileo FOC (Full Operational Capability) satellites, a numerical raytracing model based upon the geometrical form of the surface of the spacecraft and the optical characteristics of each component is employed.*

Inoltre, per l'analisi delle forze non gravitazionali, diversi studi fanno riferimento al software Aerodynamics and Radiation Pressure Analysis (ARPA) sviluppato presso l'Università di Padova. Ancora una volta, utilizzando tale software rispetto ai modelli convenzionali non vi è una spiegazione chiara sull'incremento quantitativo nella stima della posizione (POD) di un satellite GALILEO FOC.

### 3.2.1 Ordine di grandezza per NGP

Come già evidenziato, un satellite GNSS è soggetto a una vasta gamma di perturbazioni fisiche di origine non gravitazionale oltre a quelle di origine gravitazionale. Queste ultime sono principalmente dovute alle deviazioni della distribuzione di massa terrestre dalla simmetria sferica e agli effetti di corpi terzi. Decidere quali perturbazioni siano trascurabili non è così semplice. La POD dipende dalla precisione delle osservazioni di tracciamento della posizione del satellite, dal modello dinamico globale incluso nel software utilizzato per la determinazione dell'orbita e dalla lunghezza dell'arco utilizzato per la riduzione dei dati.

Physical effect	Formula	Parameter [S.I. units/adim.]	LAGEOS II	Galileo FOC
Earth's monopole	$\frac{GM_{\oplus}}{r^2}$	$GM_{\oplus} = 3.986004418 \times 10^{14}$	2.6948	0.4549
Earth's oblateness	$3\frac{GM_{\oplus}}{c^2}\left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^2\bar{C}_{2,0}$	$\bar{C}_{2,0} = -4.841694573200 \times 10^{-4}$	$1.08 \times 10^{-3}$	$3.1 \times 10^{-5}$
Low-order geopotential	$3\frac{GM_{\oplus}}{c^2}\left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^2\bar{C}_{2,2}$	$\bar{C}_{2,2} = +2.439374598584 \times 10^{-6}$	$5.4 \times 10^{-6}$	$1.5 \times 10^{-7}$
Low-order geopotential	$7\frac{GM_{\oplus}}{c^6}\left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^6\bar{C}_{6,6}$	$\bar{C}_{6,6} = +9.476848430257 \times 10^{-9}$	$3.7 \times 10^{-9}$	$3 \times 10^{-12}$
High-order geopotential	$13\frac{GM_{\oplus}}{c^{12}}\left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^{12}\bar{C}_{12,12}$	$\bar{C}_{12,12} = -2.422093764787 \times 10^{-9}$	$3.7 \times 10^{-11}$	$1.4 \times 10^{-16}$
Moon	$2\frac{GM_{\bullet}}{r^3}r$	$GM_{\bullet} = GM_{\oplus}/81.3$	$2.2 \times 10^{-6}$	$5.3 \times 10^{-6}$
Sun	$2\frac{GM_{\odot}}{r^3}r$	$GM_{\odot} = 1.32712442099 \times 10^{20}$	$9.6 \times 10^{-7}$	$2.3 \times 10^{-6}$
Venus	$2\frac{GM_{\oplus}}{r^3}r$	$GM_{\oplus} = 0.82GM_{\oplus}$	$1.2 \times 10^{-10}$	$3.0 \times 10^{-10}$
Indirect oblateness	$3\frac{GM_{\odot}}{r^3}\left(\frac{R_{\oplus}}{r_{\bullet}}\right)^2\frac{M_{\oplus}}{M_{\odot}}\bar{C}_{2,0}$	$GM_{\oplus}; \bar{C}_{2,0}$	$1.4 \times 10^{-11}$	$1.4 \times 10^{-11}$
Dynamic solid tide	$3k_2\frac{GM_{\oplus}}{r_{\bullet}}\left(\frac{R_{\oplus}}{r_{\bullet}}\right)^2\frac{R_{\oplus}^3}{r^4}$	$k_2 \simeq 0.3$	$3.9 \times 10^{-8}$	$1.1 \times 10^{-9}$
Dynamic ocean tide	$\approx$ of Dynamic solid tide		$3.9 \times 10^{-9}$	$1.1 \times 10^{-10}$
Kinematic solid tide	$h\left(\frac{2\pi}{T_{syn}/2}\right)^2$	$h \simeq 0.30$	$5.8 \times 10^{-7}$	$5.8 \times 10^{-7}$
Kinematic ocean loading	$h_L\left(\frac{2\pi}{T_{syn}/2}\right)^2$	$h_L \simeq 0.05$	$9.7 \times 10^{-8}$	$9.7 \times 10^{-8}$
Main GR correction	$\frac{GM_{\oplus}}{r^2} - \frac{GM_{\oplus}}{c^2} \frac{1}{r}$	$\frac{GM_{\oplus}}{c^2} = 4.43502804 \times 10^{-3}$	$9.8 \times 10^{-10}$	$6.8 \times 10^{-11}$

Tabella 3.2: Confronto delle principali accelerazioni gravitazionali su LAGEOS II con le accelerazioni corrispondenti su un satellite GALILEO FOC.

Physical effect	Formula	Parameter [S.I. units/adim.]	LAGEOS II	Galileo FOC
Direct SRP	$C_R \frac{A}{M} \frac{\Phi_{\odot}}{c}$	$\Phi_{\odot} = 1360.8$	$3.2 \times 10^{-9}$	$1.0 \times 10^{-7}$
Earth's Albedo	$2\frac{A}{M} \frac{\Phi_{\odot}}{c} A_{\oplus} \frac{\pi R_{\oplus}^2}{4\pi r_{\oplus}^2}$	$A_{\oplus} \approx 0.3$	$1.3 \times 10^{-10}$	$7.0 \times 10^{-10}$
Earth's infrared radiation	$\frac{A}{M} \frac{\Phi_{IR}}{c} \frac{R_{\oplus}^2}{r^2}$	$\Phi_{IR} \approx 240$	$1.5 \times 10^{-10}$	$1.1 \times 10^{-9}$
Neutral drag	$\frac{1}{2} C_D \frac{A}{M} \rho V^2$	$C_D \simeq 4.0, \rho \simeq 5.7 \times 10^{-18}$	$2.6 \times 10^{-13}$	-
Charged drag		Species densities, floating potential	$2.0 \times 10^{-12}$	NA
Power from antennas	$\frac{P}{Mc}$	$P = 265$		$1.2 \times 10^{-9}$
Solar Yarkovsky-Schach	$\frac{16}{9} \frac{A}{M} \frac{\epsilon \sigma}{c} T_0^3 \Delta T$	$\epsilon, T_0, \Delta T$	$1.0 \times 10^{-10}$	NA
Earth Yarkovsky	$0.41 \frac{4}{9} \frac{A}{M} \frac{\epsilon \Phi_{IR} f_0}{\alpha c} \frac{R_{\oplus}^2}{r^2}$	$\Phi_{IR} \approx 240, f_0 \approx 0.30, \alpha \approx 1.789$	$2.5 \times 10^{-11}$	NA
Asymmetric re activity	$\frac{1}{4} \frac{A}{M} \frac{\Phi_{\odot}}{c} \delta_a$	$\delta_a \simeq 0.015$	$1.2 \times 10^{-11}$	NA
Poynting-Robert	$\frac{1}{4} \frac{A}{M} \frac{\Phi_{\odot}}{c} \frac{R_{\oplus}^2}{r^2} \frac{\nu}{c}$	$\Phi_{\odot} = 1360.8$	$4.2 \times 10^{-15}$	$1.9 \times 10^{-14}$
Thermal effect solar panels	$\frac{2}{3} \frac{\sigma}{c} \frac{A}{M} (\epsilon_1 T_1^4 - \epsilon_2 T_2^4)$	$\epsilon_1 \simeq \epsilon_2 \approx 0.8, T_1 \simeq 317, T_2 \simeq 318$		$1.9 \times 10^{-10}$
Y-bias	$Y_0$ : empirical acceleration	$Y_0$		$7.0 \times 10^{-10}$

Tabella 3.3: Confronto delle principali accelerazioni non gravitazionali su LAGEOS II con le accelerazioni corrispondenti su un satellite GALILEO FOC. Il simbolo (-) indica che l'accelerazione è trascurabile, mentre il simbolo (NA) indica che l'accelerazione è attualmente sconosciuta (non disponibile), in quanto non è stata ancora valutata.

Element	Unit	Symbol	LAGEOS II	Galileo FOC
Semi-major axis	[ <i>km</i> ]	a	12 162.07	29599.8
Eccentricity	[–]	e	0.0138	0.0000
Inclination	[ <i>deg</i> ]	i	52.66	56.00
Orbital Period	[ <i>s</i> ]	P	13348.2	50680.9
Cross Section	[ <i>m</i> <sup>2</sup> ]	A	0.2827	13.2100
Mass	[ <i>kg</i> ]	M	405.380	709.138
Area/Mass	[ <i>m</i> <sup>2</sup> / <i>kg</i> ]	A/M	$6.97500 \times 10^{-4}$	$1.94937 \times 10^{-2}$

Tabella 3.4: Elementi orbitali, periodo orbitale, sezione trasversale, massa e rapporto area-massa di LAGEOS II e GALILEO FOC.

Naturalmente, la principale motivazione per fornire modelli migliori per le varie perturbazioni è legata all’aumento significativo della precisione delle misurazioni di tracciamento del satellite raggiunte oggi, sia per le microonde che per la telemisura laser. Un’alternativa possibile è misurare le accelerazioni non gravitazionali con un accelerometro a bordo. Nelle tabelle 3.2 e 3.3 [9] sono mostrati gli ordini di grandezza delle accelerazioni perturbatrici per i satelliti GALILEO FOC attuali, a causa delle principali perturbazioni gravitazionali e delle principali perturbazioni non gravitazionali. Il confronto è esteso a LAGEOS II, uno dei satelliti meglio tracciati dal servizio internazionale di telemetria laser (ILRS). La prima colonna fornisce l’effetto fisico responsabile della perturbazione, mentre la seconda colonna fornisce l’espressione matematica utilizzata per calcolare l’ordine di grandezza dell’accelerazione corrispondente. Infine, la terza colonna fornisce i principali parametri che influenzano la conoscenza della perturbazione. LAGEOS II può anche essere considerato un punto di riferimento, dal momento che i migliori e più sofisticati modelli per le NGP sono stati sviluppati per la sua dinamica lineare e rotazionale da parte di Andrés (2004;2007) e Visco e Lucchesi (2016;2018) [9]. Nella tabella 3.4 [9], sono mostrati per ciascuno dei satelliti considerati, gli elementi orbitali utilizzati per stimare le accelerazioni delle tabelle 3.2 e 3.3.

### 3.2.2 Verso il FEM: 3D-CAD e Box-wing

I metadati forniti dall’ESA sulle caratteristiche dei satelliti GALILEO, sebbene in generale siano utili e ricchi di molte informazioni, non sono sufficientemente dettagliati per la costruzione di un modello complesso per la struttura di un satellite di tipo GALILEO FOC, come nel caso di un FEM. Le Tabelle 3.5 e 3.6 [9], adattate dai Metadati ESA, mostrano le informazioni disponibili riguardo alle dimensioni del modulo Box e ai coefficienti ottici medi per i pannelli del BW. Le dimensioni sono fornite rispetto al telaio di riferimento Meccanico (MRF) del satellite in figura 3.5, mentre gli elementi complessi situati sulle superfici di tutto il satellite, in particolare del Box, sono approssimati da pochi materiali.

Dimensions [m]		Surface areas [m <sup>2</sup> ]	
$\Delta X$	2.530	$\pm X$ panel	1.320
$\Delta Y$	1.200	$\pm Y$ panel	2.783
$\Delta Z$	1.100	$\pm Z$ panel	3.036

Tabella 3.5: Dimensioni e aree superficiali del Box dei satelliti GALILEO FOC da ESA Metadata.

Surface		Material	Area [m <sup>2</sup> ]	$\alpha$	$\rho$	$\delta$
Box	+X	A	0.440	0.93	0.00	0.07
		C	0.880	0.08	0.73	0.19
	-X	A	1.320	0.93	0.00	0.07
		C	1.654	0.08	0.73	0.19
	+Y	A	1.129	0.93	0.00	0.07
		C	1.654	0.08	0.73	0.19
	-Y	A	1.244	0.93	0.00	0.07
		C	1.539	0.08	0.73	0.19
+Z	A	1.053	0.93	0.00	0.07	
	B	1.969	0.57	0.22	0.21	
	A	2.077	0.93	0.00	0.07	
	C	0.959	0.08	0.73	0.19	
Wing	+SA	E	3.880	0.92	0.08	0.00
		D	1.530	0.90	0.10	0.00
	-SA	E	3.880	0.92	0.08	0.00
		D	1.530	0.90	0.10	0.00

Tabella 3.6: Superfici del satellite con i loro materiali, area corrispondente e coefficienti ottici dai metadati ESA.

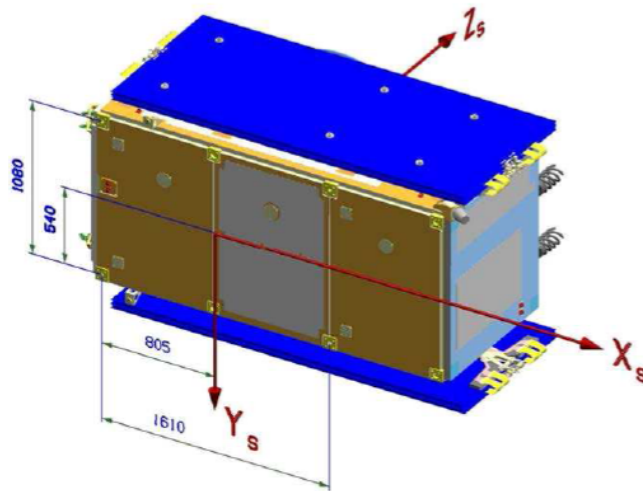


Figura 3.1: La sonda GALILEO FOC: il sistema di riferimento meccanico.

Come possiamo vedere dalla tabella 3.6, sono stati introdotti cinque materiali diversi (lettere da A a E) per costruire in modo molto grossolano un modello di satellite. Tutte le dimensioni necessarie per costruire un modello 3D del satellite sono state ottenute in modo indiretto, attraverso numerose fotografie, scattate da punti di vista diversi dei satelliti GALILEO FOC disponibili su Internet [9]. Uno strumento molto potente per questo processo è il programma SketchUp 8, che è stato in grado di realizzare un modello 3D-CAD del satellite GALILEO FOC con un elevato grado di dettaglio delle superfici. Per l'applicazione del tracciamento dei raggi (*Ray-Tracing*), le diverse superfici e gli elementi diversi del modello 3D devono essere discretizzati con un opportuno livello di maglia.

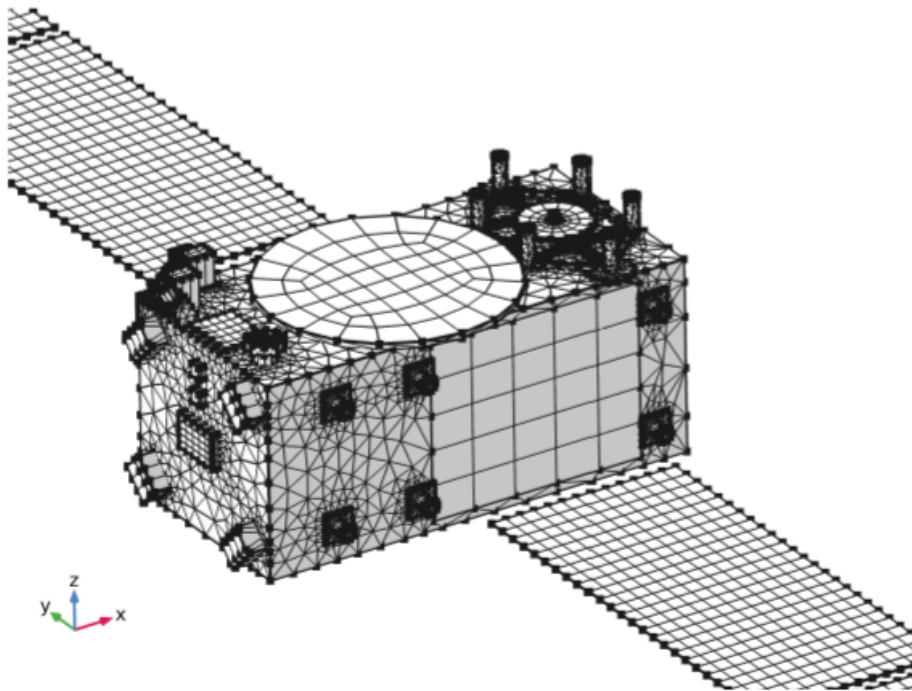


Figura 3.2: Una mesh parziale molto preliminare del modello 3D-CAD di un veicolo spaziale Galileo FOC.

La figura 3.2 illustra il modello del satellite con un elevato grado di discretizzazione [9]. Il BW illustrato in figura 3.3 è stato sviluppato con il software Comsol. In conclusione, la costruzione di un modello 3D-CAD del satellite è il principale prerequisito per l'implementazione di un FEM del satellite. La parte più difficile sta quindi nella conoscenza dettagliata delle proprietà fisiche degli elementi differenti e nell'implementazione di una tecnica di *Ray-Tracing* ottimale. Il satellite costruito con un modello S-BW, fornisce una prima base su cui valutare miglioramenti futuri, man mano che la conoscenza sulle sue caratteristiche fisiche intrinseche (ottiche, termiche, ecc.) aumenti.

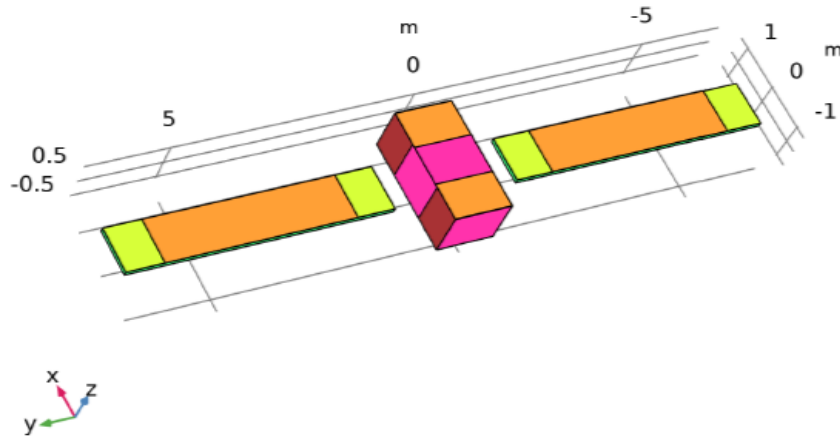


Figura 3.3: Modello Box-Wing con Comsol.

### 3.3 Domain Wall

#### 3.3.1 Origine Dark Matter

Il primo a scoprire l'esistenza di un'anomalia gravitazionale negli ammassi di galassie fu l'astronomo Fritz Zwicky [39] nei primi anni '30 del secolo scorso. Eseguiò uno studio sistematico dell'ammasso di galassie della Chioma, noto anche come Abell 2744 figura 3.4, largo circa 20 milioni di anni luce, a circa 350 milioni di anni luce dalla Terra, nella direzione della costellazione detta Chioma di Berenice.



Figura 3.4: Abell 2744.



Zwicky, utilizzando il *Teorema del Viriale* scoprì l'esistenza della materia oscura. Infatti, dall'analisi dei moti delle galassie presenti nell'ammasso, attraverso le misure del redshift, la dispersione delle velocità misurate, non potevano essere spiegate solo dalla presenza della materia visibile. Zwicky osservò che la massa totale (barionica) all'interno del Cluster era:

$$M \sim 1.6 \times 10^{42} \text{kg} = 8.0 \times 10^{11} M_{\odot} \quad (3.3)$$

In verità dopo lo studio di Zwicky, è stata stimata una maggiore massa nel Cluster, sotto forma di gas caldo. La nuova stima della massa luminosa è:

$$M = 1.6 \times 10^{14} M_{\odot} \quad (3.4)$$

Supponendo una distribuzione sferica di Galassie, l'energia potenziale totale è:

$$|U| = \frac{GM^2}{R} \quad (3.5)$$

ove  $R$  è il raggio del Cluster. Con il *redshift* è possibile misurare le velocità parallele ( $v_{\parallel}$ ) alla linea di vista (LOS, Line of Sight). Supponendo isotropa una distribuzione di velocità, la velocità media sarà  $\langle v^2 \rangle = 3\langle v_{\parallel}^2 \rangle$ . Di conseguenza, l'energia cinetica totale del Cluster è:

$$T = \frac{3}{2} M \langle v_{\parallel}^2 \rangle \quad (3.6)$$

Combinando la 3.5 con la 3.6, dal *Teorema del Viriale* si ottiene:

$$M = \frac{3R}{G} \langle v_{\parallel}^2 \rangle \quad (3.7)$$

Sostituendo i valori delle grandezze:

$$\sqrt{\langle v_{\parallel}^2 \rangle} = 1008 \text{ km/s}$$

$$G = 6.67388(8) \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

$$R = 2.2 \text{ Mpc} = 8.4 \times 10^{22} \text{m}$$

si ottiene:

$$M = 1.9 \times 10^{15} M_{\odot} \quad (3.8)$$

Ovviamente, si fa l'ipotesi che il sistema sia in equilibrio stazionario altrimenti il *Viriale* non sarebbe applicabile. Confrontando questo risultato con la stima data della massa barionica (equazione 3.4) si può notare come la massa osservata sia in difetto rispetto a quella totale. Zwicky avanzò l'idea che l'ammasso contenesse della massa invisibile, ovvero materia che esercita attrazione gravitazionale ma che non emette luce, non contribuendo, alla luminosità della Galassia. Da qui il termine *Dark Matter (DM)* per descrivere questa componente invisibile che stimò essere almeno

500 volte di più della materia visibile. In alternativa all'applicazione del *Teorema del Viriale*, per il calcolo delle masse dell'Universo si usa la *lente gravitazionale*. Essa si basa sull'effetto relativistico che la luce in un campo gravitazionale viene deviata dalla sua traiettoria dovuta alla distribuzione di masse dell'Universo che agiscono come una lente ottica sulla luce, figura 3.5 [42]. Poiché l'entità della deflessione della luce dipende solo dalla distribuzione istantanea della massa totale, la lente gravitazionale è uno strumento potente per determinare la distribuzione delle masse all'interno delle Galassie, degli ammassi di Galassie e dell'Universo nel suo insieme.

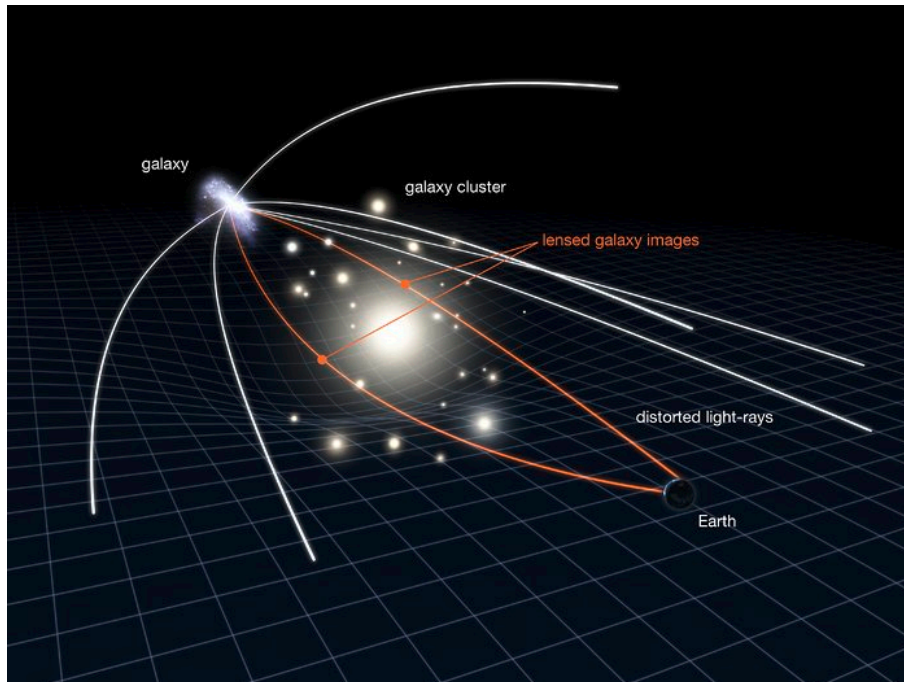


Figura 3.5: Lente gravitazionale.

Esistono tre categorie di lente:

1. **lente forte:** il *lensing* è prodotto da una massa molto massiccia e la sorgente di luce non è molto distante da essa;
2. **lente debole:** la massa che produce il *lensing* non riesce a formare immagini multiple o archi;
3. **microlente:** l'immagine assoggettata al *lensing* è tanto piccola o debole da rendere invisibili le immagini multiple. Tuttavia, la luce addizionale che la lente convoglia all'osservatore, rafforza l'intensità dell'immagine affinché sia più brillante.

La distinzione tra loro dipende da:

1. posizioni di sorgente, lente e osservatore,
2. massa e forma della lente, che controllano quanta luce viene deflessa e dove.

Soldner (1804) [40], discusse per primo la deflessione della luce da parte di oggetti massicci. Einstein (1911), dimostrò a partire dal principio di equivalenza, che costituisce il fondamento della teoria della relatività generale, che i campi gravitazionali devono piegare la luce. Il primo a proporre che la lente gravitazionale potesse diventare lo strumento essenziale nell'astronomia extragalattica, quale è diventata negli ultimi decenni, fu anche qui Zwicky. Egli, scoprì che le Galassie sono abbastanza massicce da produrre sdoppiamenti dell'immagine di sorgenti di fondo con separazioni  $\approx 1''$ . Inoltre, calcolò la probabilità che l'effetto di *lensing* è  $\approx 1\%$ . La lente gravitazionale delle galassie è quindi un fenomeno raro, ma non impossibile da osservare.

### 3.3.2 Curve di rotazione delle Galassie

All'inizio degli anni '70, Vera Rubin [41], insieme al suo collaboratore Kent Ford, iniziarono a studiare le cosiddette curve di rotazione delle Galassie a spirale. Una curva di rotazione è l'andamento della velocità di rotazione all'interno di un sistema astronomico in funzione della distanza dal centro del sistema stesso. La prima curva di rotazione misurata è stata quella del Sistema Solare. La velocità di rotazione intorno al Sole, come evidenziata dal moto dei pianeti, decresce con la radice quadrata della distanza dal Sole. La curva di rotazione del Sistema Solare è consistente con quasi tutta la totalità della massa del sistema localizzata nel centro, ovvero il Sole, e con la legge universale della gravità di Newton.

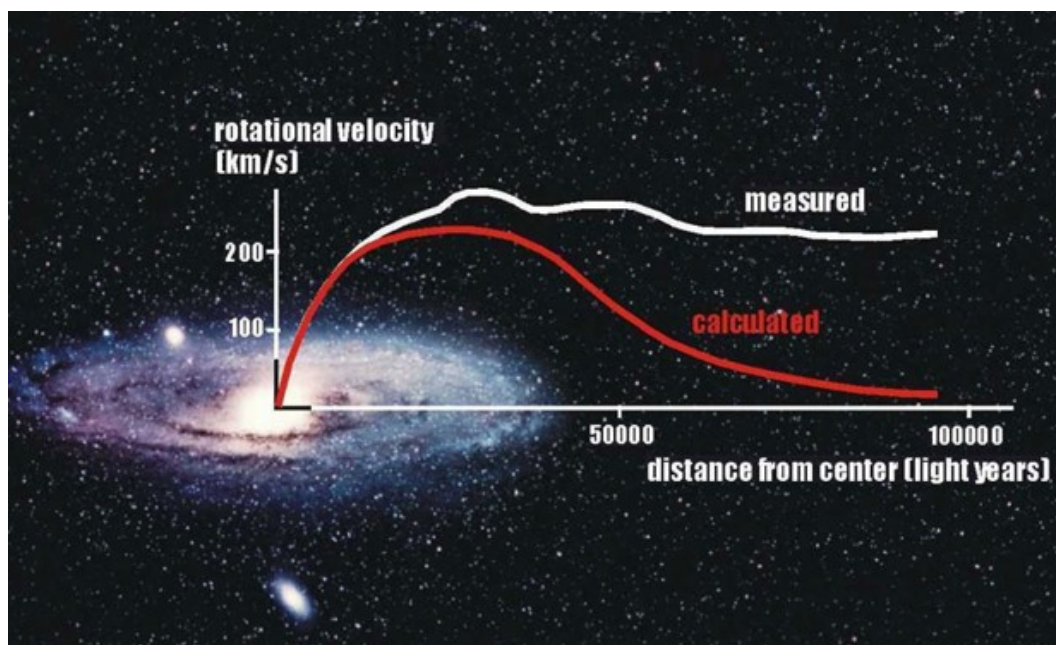


Figura 3.6: Curva di rotazione di una tipica Galassia a spirale. La curva rossa è la predizione della legge di gravità Newtoniana; quella bianca rappresenta l'andamento delle misure sperimentali.

Anzi, possiamo dire che questo accordo è la prima indicazione della validità di questa legge sulla scala di distanze del Sistema Solare. Rubin, si aspettava di trovare lo stesso andamento Kepleriano predetto dalla legge di gravità di Newton chiamata curva Kepleriana anche per la Via Lattea. Essa è rappresentata in figura 3.6, curva rossa. Non fu così. Al contrario scoprì che nelle Galassie, ben oltre la massa visibile, la velocità di rotazione anche a grande distanza dal centro della Galassia, è pressoché costante (curva bianca in figura 3.6). Nell'ambito della meccanica Newtoniana, la curva bianca di figura 3.6, può essere spiegata soltanto se la distribuzione di massa che si estende ben oltre quella della luce stellare visibile, è oscura. Quindi, ogni Galassia è immersa in una più estesa componente oscura, una sorta di alone all'interno del quale questa materia ha una distribuzione ben precisa ovvero, la sua densità deve decrescere con il quadrato della distanza dal centro galattico.

### 3.3.3 Materia oscura come particelle

Sappiamo che la materia ordinaria, quella di cui abbiamo quotidiana esperienza e di cui noi stessi siamo costituiti, consiste di ben determinate particelle elementari: quelle che compongono il cosiddetto Modello Standard. Tutti i fenomeni fisici a noi noti sono descritti a livello fondamentale da combinazioni ed interazioni di e tra queste particelle. Sembra quindi ragionevole pensare che anche il mondo oscuro replichi questa caratteristica corpuscolare della materia ordinaria. La prova più stringente a favore della natura particellare della materia oscura è di carattere cosmologico. In anni più recenti, l'osservatorio spaziale dell'Agenzia Spaziale Europea Planck [43], ha misurato il contenuto di materia oscura dell'universo osservando lo sfondo cosmico a microonde (CMB) figura 3.7, cioè la radiazione lasciata dal Big Bang.

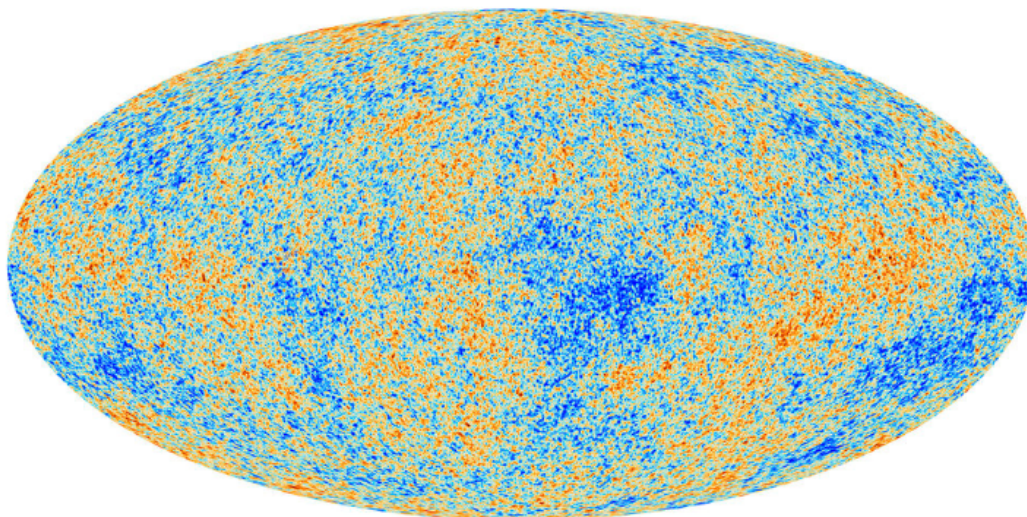


Figura 3.7: Fondo cosmico a microonde visto da Planck.

Il Modello Standard della cosmologia si basa sul presupposto che, su scala molto grande, l'Universo sia omogeneo e isotropo, nel senso che le sue proprietà siano molto simili in ogni punto e che non esistano direzioni preferenziali nello spazio. I predecessori di Planck (le missioni COBE e WMAP della NASA), misurando la temperatura della CMB quasi ovunque nel cielo, si accorsero di minuscole fluttuazioni della temperatura. Una visione più approfondita della natura delle fluttuazioni di densità è stata fornita dai rilevatori degli strumenti di Planck, che sono così sensibili che distinguono variazioni di temperatura con una risoluzione molto più dettagliata. I cosmologi, per conciliare i dati con la teoria del Modello Standard, affermano che la DM è una componente invisibile della materia che costituisce l'impalcatura su cui si sono formate le Galassie e altre strutture cosmiche. Oltre alla massa oscura, negli ultimi 25 anni è stata scoperta la cosiddetta energia oscura. Essa viene invocata per spiegare l'accelerazione dell'espansione ai confini conosciuti dell'Universo. I risultati della CMB figura 3.8 [17] mostrano che:

- la densità dell'Universo deve risultare equivalente alla densità critica, ma misurando il contributo dato dalla materia luminosa (barionica) si nota che essa costituisce solo l'1% della densità critica;
- la materia barionica invisibile (materia oscura barionica) è del 3%;
- la DM non barionica è del 23%;
- l'energia oscura è del 73%.

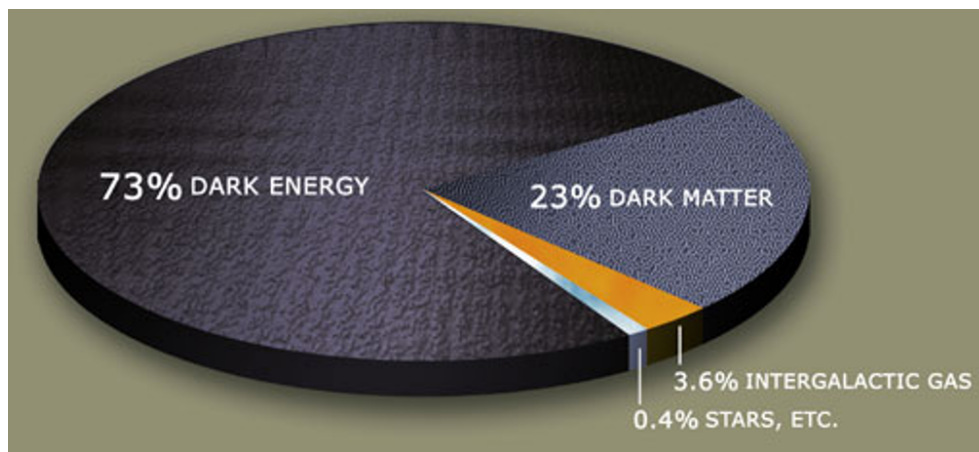


Figura 3.8: Percentuale della materia che compone l'Universo.

Gli scienziati stimano che la DM comprenda circa l'84% del materiale dell'Universo. Le sue particelle invisibili sciamano, fluiscono e sbattono attraverso l'intero cosmo influenzando il modo in cui le stelle si muovono all'interno delle Galassie, il modo in cui le Galassie si attraggono l'un l'altra e il modo in cui tutta la materia si è aggregata nelle prime fasi dell'Universo. Essa viene rilevata attraverso le sue

interazioni gravitazionali con la materia ordinaria e la radiazione. La materia oscura non barionica si suddivide in due categorie:

- **materia oscura calda:** composta da particelle leggere e con velocità prossima alla velocità della luce. Le particelle prendono il nome di *neutrini*, dotati di una massa molto piccola;
- **materia oscura fredda (CMD, Cold Dark Matter):** composta da particelle che si muovono lentamente rispetto alla velocità della luce. È molto difficile determinare quali siano i costituenti della CMD. Essi rientrano in tre categorie:
  1. **Assioni:** particelle molto leggere con un tipo specifico di autointerazione che le rende un candidato CMD adatto. Gli assioni sono un esempio di una categoria più generale di particelle dette WISP (particella snella o sottile che interagisce debolmente);
  2. **Oggetti massicci e compatti dell'alone (MACHO):** oggetti grandi e condensati come buchi neri, stelle di neutroni, nane bianche, stelle molto deboli o oggetti non luminosi come i pianeti;
  3. **WIMP (Weakly Interacting Massive Particle):** sono uno dei possibili candidati come costituenti della DM. Esse sono particelle massive, neutre, che interagiscono debolmente con la materia e che hanno avuto origine dopo il Big Bang. Esperimenti dedicati alla loro rivelazione sono tutt'ora in corso.

C'è un crescente interesse nel trovare candidati alternativi ai WIMPS. Alcuni modelli forniscono la DM sotto forma di oggetti spazialmente ampi che possono causare anomalie negli orologi atomici come [17]:

- **Difetti Topologici (TD);**
- **Q-Balls;**
- **Solitoni.**

I TD potrebbero essersi formati durante il raffreddamento dell'Universo primordiale mediante una transizione spontanea nella fase di rottura della simmetria. La rete di orologi atomici a bordo dei satelliti GNSS come GPS e GALILEO, può essere considerata un rilevatore nello spazio adatto per trovare TD, potendo lavorare con linee di base fino a  $60.000[km]$ . Ci aspettiamo che la DM investa la Terra con velocità tipiche di circa  $300[km/s]$ , che è la velocità di rotazione del nostro Sistema Solare attraverso la Via Lattea. Un esempio di attraversamento dei TD è illustrato nella figura 3.9 [14], ove la distribuzione delle velocità delle pareti è simile al modello standard dell'alone, come è logico attendersi se la forza gravitazionale è quella dominante e governa la dinamica dei TD. I tempi di transito tipici attraverso le costellazioni GNSS sarebbero  $\approx 3$  minuti. Pertanto, il segnale della DM dovrebbe

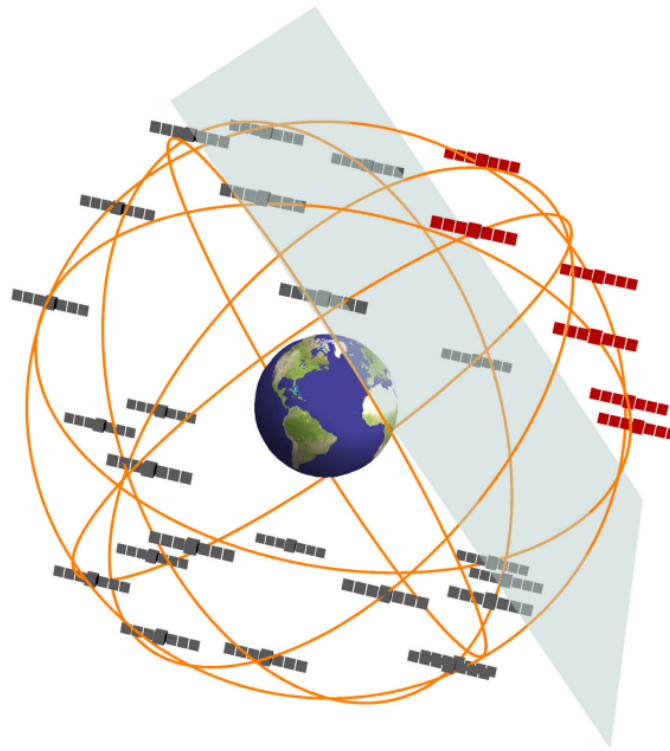


Figura 3.9: Parete di dominio attraverso la costellazione del Sistema di Posizionamento Globale a velocità galattiche di  $\approx 300[km/s]$ .

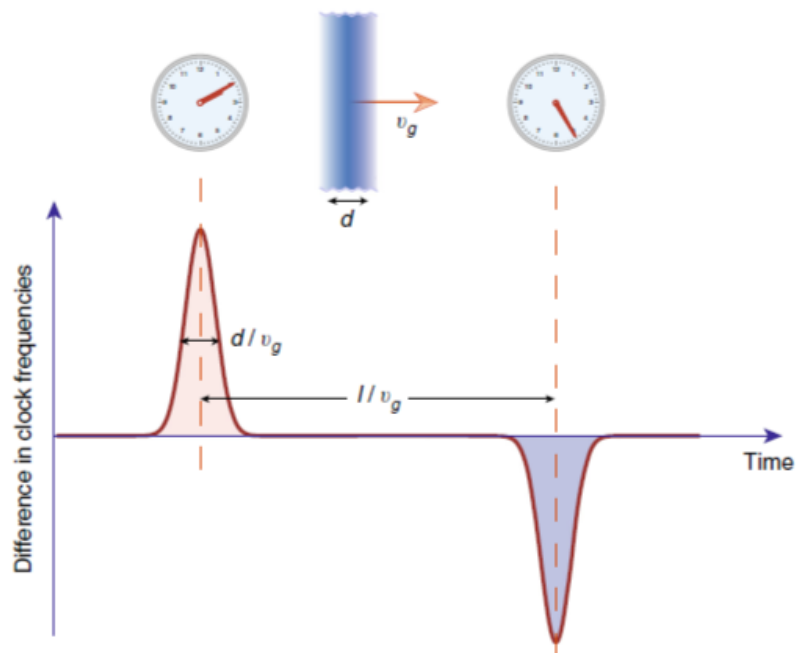


Figura 3.10: Dipendenza temporale del segnale indotto dalla materia oscura.

essere rilevato come una propagazione coordinata di anomalie degli orologi a velocità galattiche attraverso la costellazione GNSS come mostrato nella figura 3.10 [14].

*Come può essere rilevata la DM dai sistemi GNSS?*

Il transito dei TD si attende che producano variazioni di alcune costanti fondamentali. Queste variazioni comportano a loro volta variazioni della frequenza/tempo degli orologi atomici sui satelliti GNSS. Le costanti fondamentali in gioco sono:

1. la costante della struttura fine  $\alpha = e^2/hc \approx 1/137$ ;
2. le masse dell'elettrone  $m_e$  e del protone  $m_p$ ;
3. il rapporto  $m_q/\Lambda_{QCD}$  tra la massa del quark leggero e la scala dell'energia quantistica cromodinamica.

Le variazioni di queste costanti fondamentali influenzano le frequenze fondamentali degli orologi atomici. Ipotizzando un accoppiamento di un potenziale scalare quadratico tra la DM e le frequenze fondamentali degli orologi atomici. Queste variazioni temporanee delle costanti fondamentali, modificano anche il valore dei livelli energetici atomici e di conseguenza le frequenze ed il tempo fornito dagli orologi. La sfida principale è capire se, le variazioni delle frequenze e del tempo prodotta dai TD, possano essere rilevate al di sopra del livello di rumore che influisce sugli orologi. Il ritardo con cui le variazioni nella frequenza/tempo avvengono tra due picchi successivi, ci aiuta a stimare la velocità di transito dei TD. Il segnale in arrivo è facilmente riconoscibile perché si manifesterebbe in termini di una propagazione coordinata delle anomalie degli orologi di ciascun satellite in funzione della loro posizione nella costellazione. La scala spaziale dei DM,  $R_{DM}$ , è data dalla lunghezza di Compton delle particelle che compongono il campo dei TD [17]:

$$d = \frac{h}{m_\phi \cdot c} \approx 10^{3 \div 5} [km] \quad (3.9)$$

ove  $h$  è la costante ridotta di Plank e  $m_\phi$  rappresenta la massa della particella. Per un oggetto delle dimensioni della Terra, la scala di massa è dell'ordine di  $m_\phi \approx 10^{-14} eV/c^2$ . La forza di accoppiamento è determinata da:

$$\Gamma_{eff} < \frac{\sigma_{thresh}}{hc\sqrt{\pi}\tau d^2 \rho_{DM}} \quad (3.10)$$

ove  $\sigma_{thresh}$  è l'incertezza dell'orologio GNSS. Nello studio di Roberts [14], questo rumore di soglia si è stimato è di 0.48 nanosecondi per Rb e 0.56 nanosecondi per Cs.  $\tau$  rappresenta il tempo medio di due passaggi consecutivi sugli orologi da parte della DM. Nel tentativo non è stato rilevato il transito della DM. Ciò potrebbe dipendere dalla scarsa precisione degli orologi oppure perchè semplicemente i TD non esistano. La costellazione combinata GPS + GALILEO fornirebbe tre gruppi orbitali di orologi, RAFS, Cesio e PHM (Maser all'idrogeno passivo) con i quali



catturare la DM. L'equazione 3.11 fornisce la sensibilità in frequenza dei RAFS, Cesio e PHM ai cambiamenti delle costanti fondamentali.

$$\begin{aligned}\frac{\delta\omega}{\omega_c}(Rb) &= (4.34\Gamma_\alpha - 0.019\Gamma_q + \Gamma_{e/p})\varphi^2 = \Gamma_{eff}^{Rb}\varphi^2 \\ \frac{\delta\omega}{\omega_c}(Cs) &= (4.83\Gamma_\alpha + 0.02\Gamma_q + \Gamma_{e/p})\varphi^2 = \Gamma_{eff}^{Cs}\varphi^2 \\ \frac{\delta\omega}{\omega_c}(PHM) &= (2\Gamma_\alpha - 0.09\Gamma_q + \Gamma_{e/p})\varphi^2 = \Gamma_{eff}^{PHM}\varphi^2\end{aligned}\quad (3.11)$$

Una simulazione condotta da Vespe [17], dimostra come l'uso degli orologi PHM, potrebbe abbassare la soglia dei TD. Questo miglioramento potrebbe già essere determinato dal fatto che i PHM sono più precisi difatti di almeno un ordine di grandezza rispetto agli orologi atomici a nucleo pesante come il Cs o Rb. Sempre Vespe, ha fatto rilevare come il livello di sensibilità degli orologi atomici PHM è completamente differente da quelli basati su atomi pesanti. Dando uno sguardo all'equazione 3.11, il coefficiente della costante di accoppiamento gamma alfa ( $\Gamma_\alpha$ ) è almeno due volte più piccolo per il PHM, in più guardando alla figura 3.11 [17] si evince che gli effetti relativistici sui PHM sono più piccoli se non nulli per atomi con peso atomico basso.

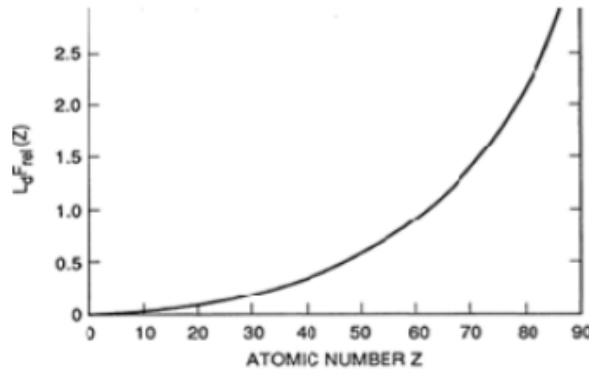


Figura 3.11: Orologi atomici e variazioni della costante di struttura fine (da Prestage 1995).

Quindi, se usassimo il PHM come sostitutivo di uno degli orologi atomici al Cs o Rb, avremmo un miglioramento di solo un ordine di grandezza. Se invece vogliamo sfruttare la diversa sensibilità degli orologi, avremmo un miglioramento di almeno due ordini di grandezza come viene illustrato nella figura 3.12 [17] linea gialla. La cosa potrebbe essere applicata se i due orologi a bordo del satellite GALILEO possano essere in funzione simultanea (*Warm redundancy*). Infatti, è stato chiesto all'ESA di potere avere questa opportunità. Generalmente a livello operativo il simultaneo utilizzo dei due orologi non viene assicurato.

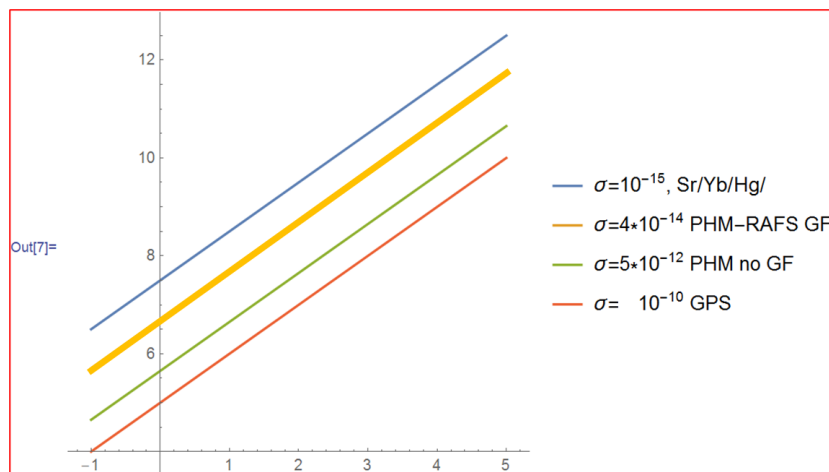


Figura 3.12: Vincoli sull'accoppiamento della materia oscura all'elettromagnetismo.

### 3.3.4 Simulazione Centro di Geodesia Spaziale di Matera

Presso il Centro di Geodesia Spaziale ASI di Matera, è stata svolta una simulazione per circa 17 ore in una situazione di ridondanza calda utilizzando il PHM e l'orologio atomico al Cs [17].

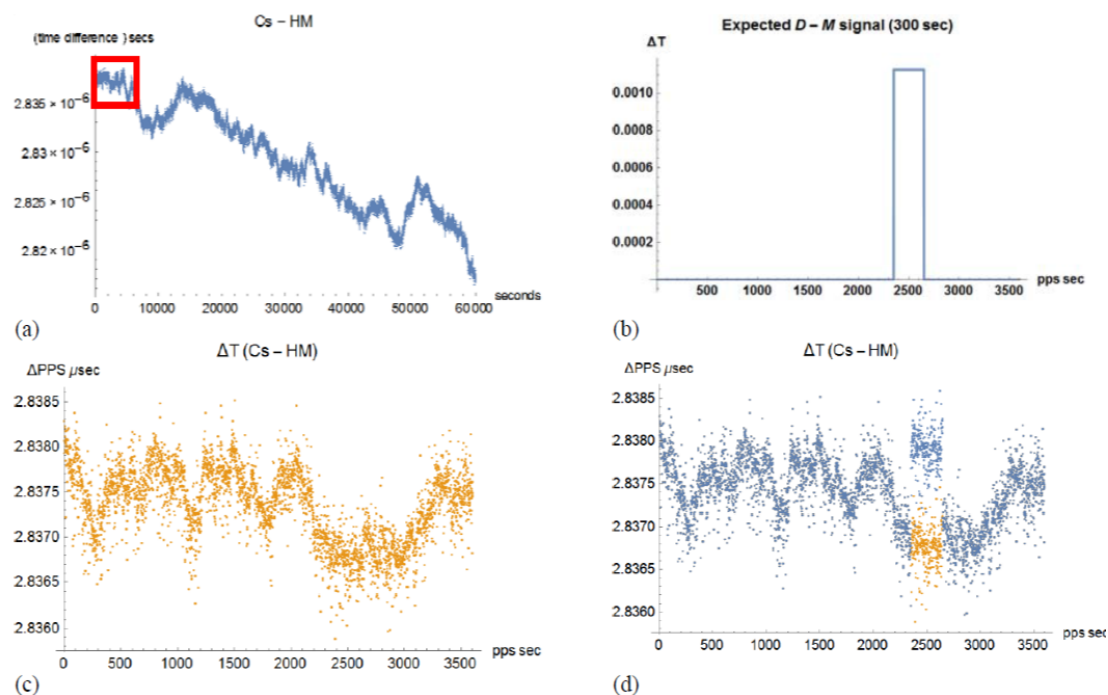


Figura 3.13: Confronto PPS tra RAFS-PHM.

Le differenze degli Impulsi per Secondo (PPS) tra i due orologi nel breve periodo di poche ore compaiono in figura 3.13(a) mentre, per periodi più lunghi in figura 3.13(b). L'attraversamento della DM nel nostro Sistema Solare darà origine a un picco nella differenza tra i PPS di RAFS e PHM. Un sottoinsieme di differenze PPS

della durata di 1 ora è stato selezionato (quadrato rosso) in figura 3.13(c). Il segnale rettangolare della DM è stato impresso nelle differenze PPS nella figura 3.13(d). L'ampiezza del segnale è tre volte il valore efficace delle radici quadrate della serie PPS e una larghezza di 300 secondi, corrispondente al presunto tempo di transito della DM attraverso la costellazione GNSS. La simulazione consiste nel tentativo di estrarre il segnale cifrato della figura 3.13(d) mediante un algoritmo:

- applicare una media mobile pesata (MA) alla serie temporale dei dati:

$$(t_j; y_j) = (t_j, \sum_{R=j-n}^j y_k \cdot w_{k-(j-n)}) \quad (3.12)$$

ove  $n$  è la dimensione del Kernel (cioè componente centrale di un sistema operativo) utilizzato per calcolare la media mobile (nel nostro caso  $n = 30$ ) e  $w$  è la funzione di pesatura normalizzata;

- determinare in modo univoco i salti definendo una sequenza adimensionale. Se la sequenza adimensionale è uguale a 0, viene rilevato un presunto salto.

L'algoritmo sopra descritto è stato applicato alle figure 3.13(c) e 3.13(d). La figura 3.14 mostra i risultati. È stato ricostruito un segnale di DM nell'intervallo di PPS [2342, 2672], con posizione esatta nell'intervallo di PPS [2350, 2650] (figura 3.14). Tuttavia, è importante notare che i segnali della DM sono aperiodici e, pertanto, al fine di estrarli correttamente, sono necessari algoritmi più sofisticati basati sull'analisi spettrale e *wavelet*. La diversa sensibilità degli orologi atomici GALILEO ai cambiamenti di frequenza, porta il sistema europeo GNSS a essere un efficace rivelatore per individuare la DM.

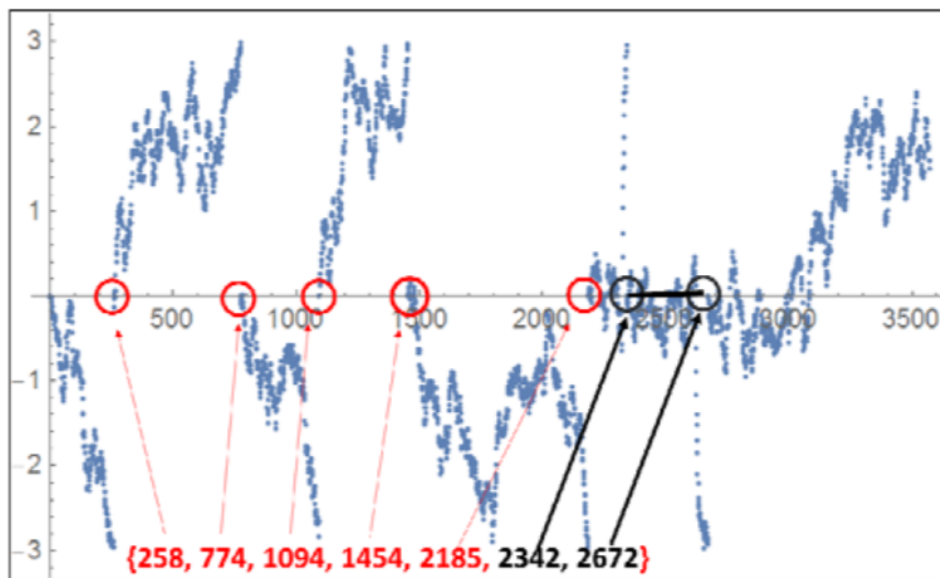


Figura 3.14: Risultati della simulazione.

### 3.3.5 Simulazione INAF

Una simulazione svolta da INAF per il progetto G4S ha come obiettivo lo sviluppo di un codice per l'analisi delle coincidenze temporali, al fine di individuare l'evento scatenante e una sequenza correlata di segnali a forma di delta positivi attorno all'evento scatenante [15]. Per tradurre i risultati, in una probabilità statistica di vincolare un possibile segnale di DW, è stato sviluppato un codice di simulazione per l'interazione delle DW con la costellazione GALILEO FOC al fine di:

- studiare il modello di propagazione delle DW;
- valutare l'efficienza di rivelazione del segnale;
- valutare le coincidenze accidentali (rumore di fondo);
- scegliere e ottimizzare i parametri di analisi (ad esempio, soglia di ampiezza, finestra temporale) a priori per l'analisi delle coincidenze temporali.

In figura 3.15 i risultati della simulazione per un'ampiezza di  $10^{-10}$ [s].

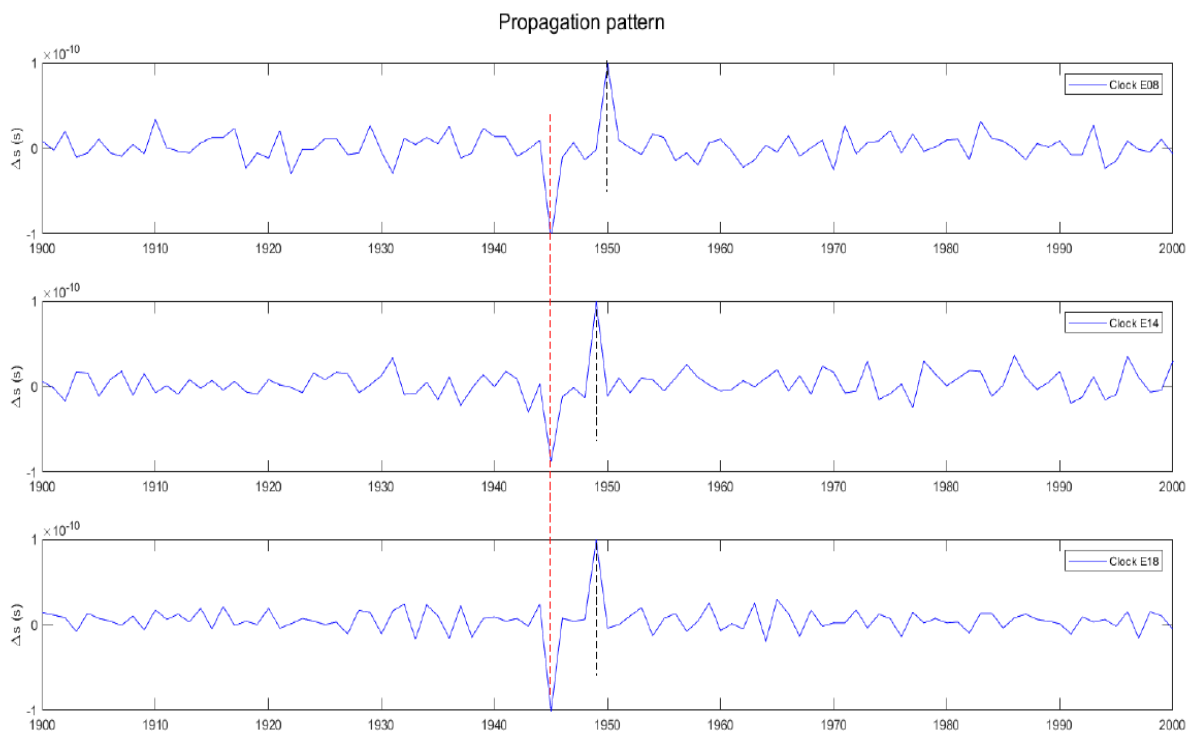


Figura 3.15: Simulazione DW per un'ampiezza di  $10^{-10}$ [s].

Il picco negativo in coincidenza con i tre orologi indica la presenza della DW con l'orologio di riferimento. I picchi positivi indicano l'interazione progressiva della DW con gli orologi dei satelliti. Il segnale è chiaramente distinguibile dal rumore di fondo. Inoltre, svolgendo la stessa simulazione per un'ampiezza di  $0.3 \times 10^{-10}$ [s], figura 3.16, si denota come non è possibile distinguere il segnale dal rumore di fondo.

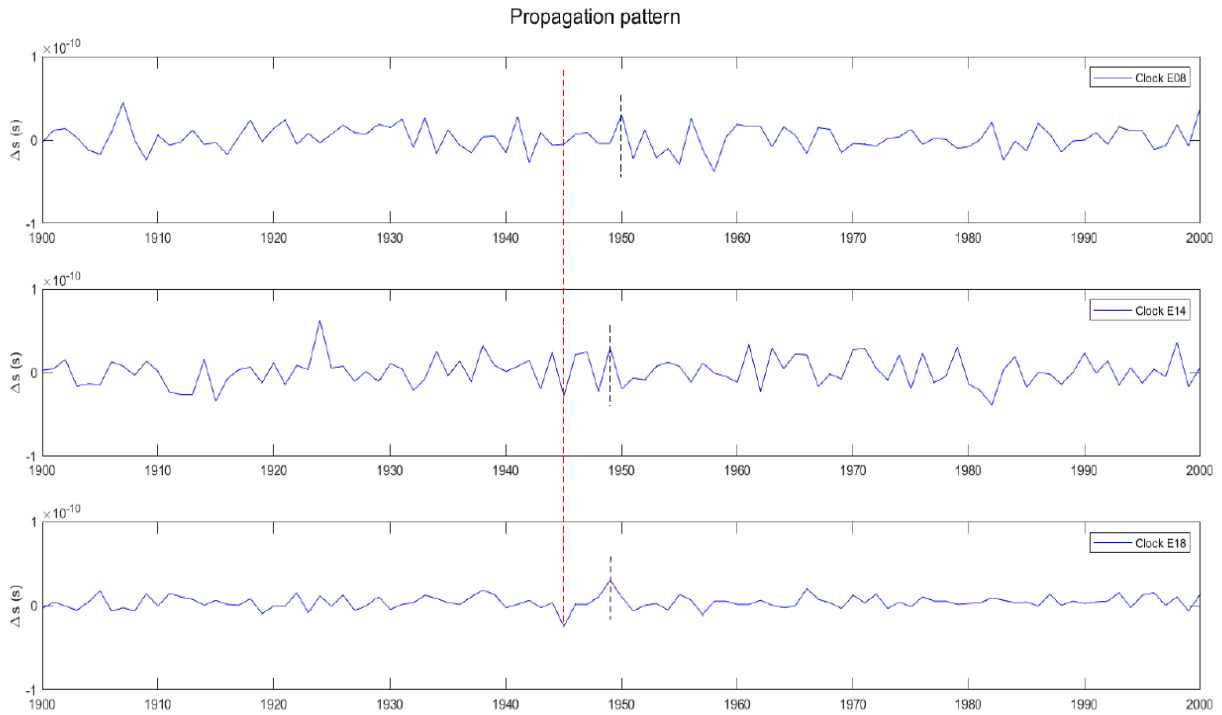


Figura 3.16: Simulazione DW per un'ampiezza di  $0.3 \times 10^{-10}[s]$ .

### 3.4 Misura della precessione del perigeo di Schwarzschild

Un'altra misura che può essere effettuata [12] è la precessione relativistica generale del pericentro dei satelliti. Si sottolinea che maggiore è l'eccentricità, maggiore è la precisione della misura del pericentro. Il livello di precisione del pericentro è dato infatti dalla seguente espressione:

$$\Delta S = e \cdot a \cdot \Delta \omega \quad (3.13)$$

ove  $\Delta S$  è la precisione del vettore dell'eccentricità,  $a$  è il semiasse maggiore ed  $e$  è l'eccentricità. Con eccentricità ridotte, lo spostamento del perigeo è mal determinato. I principali termini di precessione relativistica generale del pericentro sui satelliti GALILEO sono riassunti nell'equazione 3.14 in notazione PPN [44]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega} &= \epsilon_{schw} \Delta \dot{\omega}_{schw} + \epsilon_{L-T} \Delta \dot{\omega}_{L-T} \\ \epsilon_{schw} &= \frac{2 + 2\gamma - \beta}{3}; \quad \epsilon_{L-T} = 1 \\ \Delta \dot{\omega}_{schw} &= \frac{3(GM_{\oplus})^{\frac{3}{2}}}{c^2 a^{\frac{5}{2}} (1 - e^2)} \approx 436 \text{ mas/anno} \end{aligned} \quad (3.14)$$

La precessione relativistica totale del perigeo è determinata dai termini SCHW e L-T:

- il valore di  $\omega_{schw}$  è di  $436 \text{ mas/anno}$  (cioè  $56 \text{ metri/anno}$ ), ben al di sopra del livello di incertezza associato alla misurazione del perigeo;
- il valore di  $\omega_{L-T}$  è di  $-5.4 \text{ mas/anno}$ .

Entrambi i coefficienti dovrebbero essere normalizzati all'unità nel caso di una rilevazione favorevole dell'effetto. Le misure di queste precessioni sono già state effettuate con i satelliti LAGEOS. È importante sottolineare che queste misurazioni sono apparentemente molto più complesse nel caso dei satelliti GALILEO, rispetto a quelli LAGEOS, a causa degli effetti relativistici più piccoli e delle maggiori perturbazioni non gravitazionali [12]. Sicuramente gli effetti relativistici per i satelliti GNSS sono più piccoli però sono anche piccoli gli effetti gravitazionali classici anzi, il rapporto segnale rumore migliora. Infatti, gli effetti relativistici vanno con la distanza alla  $E^{-3}$ , mentre gli effetti gravitazionali sono proporzionali ad  $r$  alla distanza  $E^{-5}$ . Per quanto riguarda le perturbazioni non gravitazionali, sui satelliti GALILEO agiscono soprattutto gli effetti dovuti alla SRP mentre, sono totalmente assenti quelli dovuti al drag atmosferico. Quello che complica è la configurazione geometrica dei satelliti GNSS che hanno un rapporto  $A/M$  molto più sfavorevole rispetto ai LAGEOS. Lo studio delle precessioni relativistiche potrà essere utile per capire se ci sono possibili deviazioni rispetto alla teoria gravitazionale di campo di Einstein. E quindi utili per individuare teorie alternative della gravità.

### 3.5 Teorie alternative sulla gravitazione

I satelliti GALILEO si prestano bene a studi per capire se ci sono deviazioni rispetto alla legge di gravitazione universale e scoprire eventuali nuove interazioni fra oggetti macroscopici. In altri termini, possono essere utili per capire se ci sono violazioni del principio di equivalenza di Einstein [12]. Un possibile potenziale che descrive le interazioni tra corpi a lungo raggio (NLRI) può essere descritto mediante il cosiddetto potenziale di tipo Yukawa  $V_{yuk}$  [16]:

$$V_{yuk} = -\alpha \frac{GM_{\oplus}}{r} e^{-r/\lambda}; \quad \alpha = \frac{1}{G} \left( \frac{k_{\oplus}}{M_{\oplus}} \cdot \frac{k_s}{m_s} \right) \quad (3.15)$$

ove  $\lambda$  è il raggio di azione trasmesso da un campo di massa molto piccola  $\mu = h/\lambda c$ ,  $h$  è la costante di Planck ridotta,  $\alpha$  è la forza dell'interazione,  $G$  è la costante gravitazionale e  $M_{\oplus}$  è la massa del corpo principale, che nel nostro caso è la Terra. La forza  $\alpha$  dipende sia dalla massa-energia dei corpi sorgenti (la Terra e il satellite) che dalle loro forze di accoppiamento.  $K_{\oplus}$  e  $K_s$  che rappresentano, rispettivamente, le forze di accoppiamento tra la Terra e il satellite, mentre  $m_s$  è la massa del satellite. L'accelerazione tra un satellite e la Terra prodotta dall'interazione aggiuntiva di tipo Yukawa è costituita solo da una componente radiale. Di conseguenza, l'accelerazione totale a due corpi tra gli elementi sorgenti è la seguente:

$$\vec{A}_r = \vec{g}_{\oplus} + \vec{R} = -\frac{GM_{\oplus}}{r^2} \left( 1 + \alpha \left( 1 + \frac{r}{\lambda} \right) e^{-\frac{r}{\lambda}} \right) \hat{r} \quad (3.16)$$

ove

$$R = -\frac{GM_{\oplus}}{a^2} \left(\frac{a}{r}\right)^2 \alpha \left(1 + \frac{r}{\lambda}\right) e^{\frac{-r}{\lambda}} \quad (3.17)$$

rappresenta l'ulteriore accelerazione molto debole. Per calcolare la precessione del pericentro applichiamo le formule di Gauss comunemente in uso, per studiare gli effetti perturbativi sull'orbita di un satellite intorno ad una massa centrale rispetto alla teoria canonica Newtoniana dei due corpi. Nel caso dell'interazione di Yukawa, l'equazione perturbatrice di Gauss sul pericentro del satellite è la seguente:

$$\dot{\omega}_{yuk} = -\frac{\sqrt{1-e^2}}{ena} R \cos(f) \quad (3.18)$$

ove  $n$  e  $f$  sono, rispettivamente, l'anomalia media del satellite e l'anomalia vera,  $e$  è l'eccentricità ed  $R$  è il raggio. Integrando su di un'orbita otteniamo:

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \frac{n}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.19)$$

Grazie all'alta eccentricità dei satelliti GALILEO GSAT0201 e GSAT0202, ovvero DORESA e MILENA, otteniamo un vincolo di rivelabilità sulla forza d'interazione tipo Yukawa con un valore massimo di  $\alpha \leq 4 \times 10^{-11}$ . L'uso del satellite LAGEOS II invece ha ottenuto un valore di  $|\alpha| \leq |\pm 0.5 \pm 8 \pm 100| \times 10^{-12}$ . Inoltre, facendo simulazioni per un satellite super LARES avendo eccentricità di 0.7 il vincolo per la rilevabilità del coefficiente di Yukawa è di  $\alpha \leq 8 \times 10^{-11}$ . Pertanto, l'uso del GALILEO dovrebbe migliorare la sensibilità nell'individuazione di eventuali potenziali di tipo Yukawa. Queste cose per i satelliti GNSS possono essere anche misurate con i suoi orologi.

### 3.6 Effetto gravitomagnetico di Lense-Thirring

Nel passato, sono state proposte alcune sperimentazioni nel campo della fisica fondamentale, in particolare test della GR, utilizzando tecniche geodetiche spaziali. La sfida più intrigante è stata la misurazione dell'effetto gravitomagnetico di Lense-Thirring 1918 (L-T) [12]. La GR prevede l'esistenza di piccoli effetti sulle orbite causati dalla rotazione del corpo centrale. Questi effetti incidono non solo sulla luce e sugli orologi ma anche sulle particelle di prova. Infatti, una particella che orbita intorno a un corpo in rotazione produce un trascinarsi del suo piano orbitale nello stesso senso della rotazione del corpo centrale. Come nell'elettromagnetismo una corrente produce un effetto magnetico così similmente nella GR un corpo in rotazione produce un campo gravitomagnetico. Questo campo gravitomagnetico per esempio, produce un trascinarsi del nodo orbitale di un satellite:

$$\dot{\Omega} = -\frac{1}{2}H = \frac{-J + 3(J \cdot \hat{x})\hat{x}}{|\hat{x}|^3} \quad (3.20)$$

ove  $J$  è il momento angolare dell'oggetto centrale,  $H$  è il campo gravitomagnetico generato da  $J$  mentre,  $\hat{x}$  è il vettore unitario di posizione. Questo è il *trascinamento rotazionale dei sistemi inerziali*, come definito da Einstein(1995) [18]. Questo effetto di trascinamento che si misura sul nodo del satellite anche se piccolo è di tipo secolare. Approssimata al campo debole la sua espressione è la seguente:

$$\dot{\Omega}_{L-T} = \frac{2J}{a^3(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.21)$$

ove  $\dot{\Omega}_{L-T}$  è la derivata temporale del nodo,  $a$  è il semiasse maggiore,  $e$  è l'eccentricità orbitale e  $J$  è il momento angolare. Questo è un effetto che agisce anche sulla longitudine del pericentro (cosiddetto vettore di Runge-Lenz). La sua espressione  $\dot{\omega} = \Omega + \omega$  dovuta a L-T in campo debole è:

$$\dot{\omega} = \frac{2J(\hat{J} - 3\cos I\hat{I})}{a^3(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \cos(I) \quad (3.22)$$

ove  $\bar{\omega}$  è l'argomento del pericentro, cioè l'angolo dal piano equatoriale al pericentro,  $\hat{I}$  è il versore di unità del momento angolare orbitale della particella di prova e  $I$  è la sua inclinazione orbitale (l'angolo tra il piano orbitale e il piano equatoriale dell'oggetto centrale). Il primo vero tentativo di misurare l'effetto L-T è stato effettuato da Ciufolini nel 1996 (C96) [18] sfruttando i satelliti LAGEOS esistenti. In C96, il nodo di LAGEOS, e il nodo e il perigeo di LAGEOS II, sono stati combinati linearmente scegliendo i coefficienti in modo da annullare il contributo delle prime e due armoniche zonali:

$$\begin{aligned} J_2 \times & \left\{ \begin{aligned} \partial\dot{\Omega}_{L_1}^{J_2} + k_1 \partial\dot{\Omega}_{L_2}^{J_2} + k_2 \partial\dot{\omega}_{L_2}^{J_2} &= 0 \\ \partial\dot{\Omega}_{L_1}^{J_4} + k_1 \partial\dot{\Omega}_{L_2}^{J_4} + k_2 \partial\dot{\omega}_{L_2}^{J_4} &= 0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

ove  $\omega$  sono le derivate parziali del nodo e del perigeo dei satelliti LAGEOS rispetto a  $J_2$  o  $J_4$ . Per  $K_1 = 0.295$  e  $K_2 = -0.35$ , l'equazione 3.20 è soddisfatta. Quindi, l'esperimento C96 è stato condotto analizzando 26 mesi di dati di LAGEOS I e II. L'analisi confermò un valore del parametro relativistico generale  $\mu = 1.1 \pm 0.30$  (ove  $\mu = 1$  nella GR e  $\mu = 0$  nella teoria della gravità classica):

$$\left\{ \begin{aligned} (L-T)_{exp} &= 31 + k_1 \times 31.5 - k_2 \times 57 \cong 60.2mas/yr, \\ \mu^{obs} &= \frac{\delta\dot{\Omega}_{L_1}^{obs} + k_1 \cdot \delta\dot{\Omega}_{L_2}^{obs} + k_2 \dot{\omega}_{L_2}^{obs}}{(L-T)_{exp}} \end{aligned} \right. \quad (3.23)$$

Si rese possibile grazie alla grade eccentricità dei LAGEOS II. Quella misura fu effettuata con un badget di errore stimato del 20%. La combinazione dei parametri orbitali per annullare il contributo dei primi zonali pari ( $J_2$  e  $J_4$ ) è la seguente:



$$\begin{array}{l}
J_2 \times \\
J_4 \times \\
J_6 \times \\
\dots \\
J_{2(k-1)} \times
\end{array}
\begin{bmatrix}
\delta_{J_2} P_1(a_1, e_1, I_1) & \delta_{J_2} P_2(a_2, e_2, I_2) & \delta_{J_2} P_3(a_3, e_3, I_3) & \dots & \delta_{J_2} P_k(a_k, e_k, I_k) \\
\delta_{J_4} P_1(a_1, e_1, I_1) & \delta_{J_4} P_2(a_2, e_2, I_2) & \delta_{J_4} P_3(a_3, e_3, I_3) & \dots & \delta_{J_4} P_k(a_k, e_k, I_k) \\
\delta_{J_6} P_1(a_1, e_1, I_1) & \delta_{J_6} P_2(a_2, e_2, I_2) & \delta_{J_6} P_3(a_3, e_3, I_3) & \dots & \delta_{J_6} P_k(a_k, e_k, I_k) \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\delta_{J_{2(k-1)}} P_1(a_1, e_1, I_1) & \delta_{J_{2(k-1)}} P_2(a_2, e_2, I_2) & \delta_{J_{2(k-1)}} P_3(a_3, e_3, I_3) & \dots & \delta_{J_{2(k-1)}} P_k(a_k, e_k, I_k)
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix}
X_1 \\
X_2 \\
X_3 \\
\dots \\
X_k
\end{bmatrix}
= 0
\tag{3.24}$$

L'equazione 3.24 è la cosiddetta combinazione *gravity field free GF-free*. Il simbolo  $\delta_{J_{2k}}$  indica la derivata parziale del parametro orbitale  $P_i(a_i, e_i, I_i)$  rispetto a  $J_{2k}$ , ove  $X$  è il vettore delle incognite da risolvere. L'equazione 3.24 rappresenta un sistema omogeneo di  $k$  incognite con  $(k-1)$  equazioni. La sua soluzione non banale può essere ottenuta fissando il valore di una delle incognite. In C96, il numero di incognite era 3 e il coefficiente che moltiplicava le derivate parziali di LAGEOS era fissato a 1. Negli ultimi decenni sono stati lanciati molti altri satelliti terrestri. Pertanto si possono usare questi satelliti per annullare un numero sempre maggiore di zonal pari. Generalmente i parametri orbitali utili per questa operazione sono il nodo e, laddove abbiamo altre eccentricità anche il perigeo. L'errore relativo in percentuale, dovuto al campo gravitazionale dopo le combinazioni dei parametri orbitali è dato da:

$$\epsilon_{grav} = 100 \frac{\sqrt{(X_1 \cdot P_n) \cdot Cov_k^{2k} \cdot (X_1 \cdot P_n)^T}}{X_1 \cdot LT_{n \times 1}}
\tag{3.25}$$

ove  $X$  e  $P$  sono il vettore delle soluzioni e le derivate parziali dei parametri orbitali nell'equazione 3.25.  $Cov$  è la matrice di covarianza del campo gravitazionale e  $X_1 \cdot LT_{n \times 1}$  è il segnale gravitomagnetico. I parametri orbitali adatti per misurare l'effetto L-T sono generalmente i nodi dei satelliti che sono perturbati solo dalle armoniche zonal pari del campo gravitazionale. Nel caso di satelliti ad altre eccentricità si può utilizzare anche il perigeo. Nel passato è stata svolta una simulazioni su altri satelliti come riporta la tabella 3.7 [12], ove abbiamo aggiunto oltre a quelli già considerati dall'articolo [18] anche CRYOSAT e il perigeo e il nodo dei GALILEO eccentrici. I risultati sorprendenti, sono stati ottenuti dopo un periodo di integrazione di soli 4 anni. Le prime e due combinazioni dei nodi LAGEOS, ETALON e STARLETTE (colore azzurro) sono i parametri più promettenti. Il coinvolgimento dei nodi e del perigeo dei satelliti GALILEO GSAT5-6, rappresenta un'altra famiglia di combinazioni promettenti (colore verde dalla terza alla sesta riga). Il satellite LARES compare solo nella quarta riga (colore giallo) in combinazione con i parametri inaspettati dei nodi di CRYOSAT e GSAT5-6.

$\Omega_{Lageos}$	$\Omega_{Jas}$	$\Omega_{Eta}$	$\Omega_{Lagii}$	$\Omega_{Ajisai}$	$\Omega_{Star}$	$\Omega_{Stella}$	$\Omega_{Cry}$	$\Omega_{Spot}$	$\Omega_{Lares}$	$\Omega_{Gps}$	$\Omega_{Galileo}$	$\Omega_{Gale}$	$\omega_{Gale}$	L-T	$\sigma_{grav}$	$\sigma_{tot}$
1.000	0.053	-1.449	0.385		0.005			-0.019						42.496	0.352	3.312
1.000	0.052	-1.354	0.379		0.005	-0.022								42.247	0.669	3.421
					1.000		-42.622	11.131					94.503	5487.719	2.832	3.884
					1.000				0.239			4.125		177.392	3.500	4.094
1.000							1.653	-0.511						255.019	2.187	4.267
1.000				0.035			0.825	-0.296					-6.958	144.359	1.883	4.552
							1.000		0.241	-4.401			-4.157	175.525	3.532	4.782
	1.000			-0.326			-16.440	5.532			15.872			-1666.576	3.340	4.843
				1.000			-23.478	6.088					79.421	-3138.316	2.718	4.904
	1.000						-25.109	7.819					12.180	-2768.394	3.074	4.986
	1.000			-0.327			-16.443	5.534		10.699				-1669.512	3.335	5.065
	1.000			-0.323			-16.378	5.510				9.758		-1668.147	3.325	5.115
	1.000				-0.193		-16.426	5.535			7.030			-1673.419	3.327	5.244
							1.000		0.241		-6.559			174.415	3.556	5.334
	1.000		-5.130	3.866	-2.338		-15.344	5.217						-1583.540	3.473	5.346
	1.000				-0.193		-16.427	5.536		4.733				-1674.724	3.325	5.369
1.000	0.051	1.004	0.358		0.005	-0.027	0.012							43.944	0.840	5.376
	1.000				-0.192		-16.398	5.525				4.350		-1674.084	3.320	5.411

Tabella 3.7: Simulazione dei satelliti con il nodo e il perigeo dei Galileo eccentrici e il satellite CRYOSAT.

## Capitolo 4

# Stima orbite satelliti Galileo

### 4.1 Bernese GNSS

Il software *Bernese GNSS* è uno strumento significativo nel campo dell'elaborazione dei dati dei sistemi GNSS, sviluppato presso l'Istituto Astronomico dell'Università di Berna (AIUB). Grazie all'alta prestazione e precisione, è uno strumento fondamentale per ricercatori e professionisti della comunità GNSS [44]. Il processamento dei dati avviene tramite tre directory :

1. **DATAPOOL**: è un'area esterna dove tutti i file precedentemente scaricati possono essere collocati. Contiene al suo interno diverse sottodirectory come in tabella 4.1.

Directory	Descrizione
<b>Rinex</b>	La directory contiene file di osservazione (compresi con Hatanaka) e file di navigazione (GPS e GLO-NASS). I file Rinex possono essere scaricati da centri dati internazionali.
<b>Hourly</b>	Dedicato ai dati orari Rinex utilizzati per applicazioni in tempo quasi reale.
<b>Rinex3</b>	Svolgono lo stesso compito della directory Rinex, ma i dati sono forniti nel formato Rinex3.
<b>LEO</b>	Directory destinata a ospitare file necessari per l'elaborazione dei satelliti LEO.
<b>SLR_NP</b>	Directory contenente i file di <i>normal point</i> scaricati dai centri dati del Servizio di Ranging Laser Internazionale (ILRS).
<b>STAT__LOG</b>	Directory contenente i file di informazioni sulla stazione.

(Continua alla pagina successiva)

<b>COD/COM/IGS</b>	Directory contenente orbite, parametri di orientamento terrestre (EOP) e le correzioni degli orologi satellitari. I file sono scaricati all'indirizzo <a href="ftp://ftp.aiub.unibe.ch/CODE">ftp://ftp.aiub.unibe.ch/CODE</a> o <a href="http://www.aiub.unibe.ch/download/CODE/">http://www.aiub.unibe.ch/download/CODE/</a> . Per quanto riguarda i dati GALILEO vengono utilizzati i prodotti MGEX disponibili all'indirizzo <a href="http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE_MGEX/CODE/">http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE_MGEX/CODE/</a> o <a href="ftp://cdis.gsfc.nasa.gov/gnss/products/mgex">ftp://cdis.gsfc.nasa.gov/gnss/products/mgex</a> .
<b>BSW52</b>	Directory contenente file con informazioni esterne quali mappe della ionosfera o i file di bias differenziale del codice scaricabili all'indirizzo <a href="http://www.aiub.unibe.ch/download/CODE/">http://www.aiub.unibe.ch/download/CODE/</a> o <a href="http://www.aiub.unibe.ch/download/BSWUSER52/">http://www.aiub.unibe.ch/download/BSWUSER52/</a> .
<b>REF52</b>	Directory contenente file di coordinate e velocità relative alle stazioni.
<b>MSC</b>	Questa directory contiene file di esempio per l'elaborazione automatica con il BPE.

Tabella 4.1: Sottodirectory della campagna DATA-POOL.

2. **CAMPAIGN52**: contiene tutte i file processari per Bernese GNSS versione 5.2. Contiene al suo interno diverse sottodirectory come in tabella 4.2.

<b>Directory</b>	<b>Descrizione</b>
<b>ATM</b>	Directory contenente file di input relativi a modelli ionosferici globali nel formato Bernese ottenuti dall'elaborazione IGS presso CODE.
<b>GEN</b>	Directory contenente file di input generali che possono essere scaricati dall'indirizzo <a href="http://ftp.aiub.unibe.ch/BSWUSER52/GEN/">http://ftp.aiub.unibe.ch/BSWUSER52/GEN/</a>
<b>GRD</b>	Directory contenente file di griglia .GRD.
<b>ORB</b>	Directory contenente file di orbite precise .PRE ovvero prodotti finali dell'elaborazione di Bernese GNSS.
<b>OUT</b>	Directory contenente i file Rinex con correzioni degli orologi delle stazioni e dei satelliti.
<b>RAW</b>	Directory contenente file di osservazione Rinex grezzi.

*(Continua alla pagina successiva)*

<b>STA</b>	Directory contenente le coordinate e le velocità delle stazioni fornite nella realizzazione IGS del riferimento ITRF2014 disponibili nei file IGS14_R.CRD e IGS14_R.VEL. Per tutte le stazioni che hanno coordinate sconosciute è eseguita una Posizione Puntuale Precisa (PPP) utilizzando il processo BPE.
------------	--

Tabella 4.2: Sottodirectory della campagna CAMPAIN52.

3. **SAVEDISK**: è un database di prodotti in cui i file di risultato provenienti da diversi processi/progetti possono essere raccolti e archiviati. Nell'area SAVEDISK è possibile raccogliere i progetti in sottodirectory al fine di facilitarne la ricerca.

Uno strumento estremamente utile e importante del software *Bernese GNSS* è il Motore di Elaborazione Bernese (BPE), in grado di processare dati. Il BPE si basa sulle seguenti caratteristiche:

- comunicazione tra il *server* e i *client*;
- il *server* è scritto in C++ ed è integrato nel programma di menu;
- il *client* è scritto in *Perl* e può essere utilizzato su diversi sistemi operativi (Windows, vari sistemi UNIX e Mac OS).

Il BPE è in grado di eseguire più di un'attività contemporaneamente su CPU diverse. Le attività di elaborazione del BPE sono definite dall'utente nei cosiddetti Process Control Files (PCF).

## 4.2 Operazioni preliminari e test di verifica

### 4.2.1 Perl

L'utente che interagisce con il software, dovrà interfacciarsi con *Perl*, linguaggio di programmazione ad alto livello. Prima di tutto bisogna installare *Perl* tramite l'indirizzo <https://www.perl.org/>. La versione installata per utenti Windows è la 5.32.1.1 da 64 *bit.msi*. Per verificare la corretta installazione della versione di *Perl*, bisogna eseguire lo script *configure.pm* con il comando *perl configure.pm* aprendo il cmd nella cartella \BERNESE\BERN52 \GPS\EXE. Se la versione di *Perl* è corretta si visualizzerà il messaggio in figura 4.1.

```

C:\Windows\System32\cmd.exe - perl configure.pm

=====
CONFIGURATION OF THE BERNESE GNSS SOFTWARE
=====
1 ... ---
2 ... Install online updates
3 ... ---
4 ... ---
5 ... Compile the programs
6 ... ---
7 ... Remove BSW keys from environment
x ... Exit
Enter option:

```

Figura 4.1: Visualizzazione versione *Perl* corretta.

## 4.2.2 Gzip

*Gzip* deve essere installato mediante l'indirizzo <https://mirror.kumi.systems/gnu/gzip/> e la versione installata è la *1.3.12tar.gz* che sarà successivamente inserita nelle variabili di sistema. Per svolgere questo passaggio, è necessario digitare nella barra di ricerca *variabili di sistema*, cliccare sulla voce *variabili d'ambiente* ed aggiungere il file *Gzip* nella sezione variabile di sistema figura 4.2. Se questa procedura non è effettuata correttamente, i BPE non completano i loro *Running*.

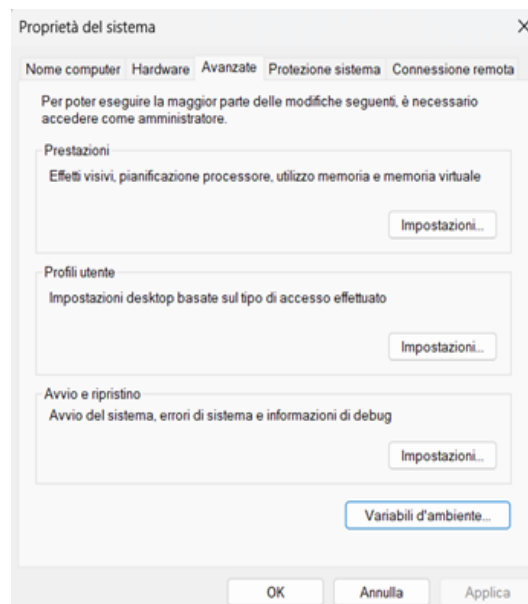


Figura 4.2: Variabili di sistema.

### 4.2.3 Effemeridi DE405

Il file richiesto da *Bernese GNSS* per l'elaborazione dei dati è il file delle effemeridi *DE405*. Le effemeridi possono essere scaricate all'indirizzo `ftp://ssd.jpl.nasa.gov`. I file utili alla realizzazione delle *DE405* sono i seguenti:

- `header.405`;
- `testpo.405`;
- `ascp1980.405`;
- `ascp2000.405`;
- `ascp2020.405`.

Il primo step consiste nella concatenazione del file di intestazione *header.405* con i tre file *ascpyyyy.405*. Successivamente, il file così ottenuto deve essere convertito dal formato ASCII al formato binario (gradito a Bernese) e, infine, il file binario deve essere copiato nella directory `\BERNESE\BERN52\GPS\GEN` ove il software si aspetta di trovarlo. Per concatenare i file, si apre il `cmd` nella cartella in cui essi sono stati scaricati e seguendo le seguenti istruzioni:

```
copy header.405 + ascp1980.405 + ascp2000.405 + ascp2020.405 temp.405
```

sarà generato un file nella cartella di nome *temp.405* dalle dimensioni di circa *18 Mb* figura 4.3. Per convertire il file *temp.405* da ASCII a binario, si utilizza il programma *ASC2EPH.exe* situato nella cartella `\BERNESE\BERN52\PGM\EXE_AIUB2` nella quale sarà inserito il medesimo file.






 <code>header.405</code>	24/11/2023 13:57	File 405	6 KB
 <code>ascp1980.405</code>	24/11/2023 13:57	File 405	6.281 KB
 <code>ascp2020.405</code>	24/11/2023 13:57	File 405	6.254 KB
 <code>ascp2000.405</code>	24/11/2023 13:57	File 405	6.254 KB
 <code>temp.405</code>	24/11/2023 14:17	File 405	18.793 KB

Figura 4.3: File effemeridi DE405.

Apriamo il `cmd` in questa cartella e copiamo qui il file appena generato (*temp.405*). A questo punto è necessario creare il file *ASC2EPH.INP* con un semplice editor di testo figura 4.4, contenente due stringhe:

1. la prima è il nome del file appena generato (*temp.405*);
2. la seconda è il nome che avranno le effemeridi in formato binario, output dell'esecuzione di *ASC2EPH.exe* (es. *DE405* o *JPLEPH*).

testpo.405	24/11/2023 14:39	File 405	579 KB
TESTEPH.INP	24/11/2023 14:32	File INP	1 KB
DE405	24/11/2023 14:25	File	5.472 KB
ASC2EPH.INP	24/11/2023 14:24	File INP	1 KB
temp.405	24/11/2023 14:17	File 405	18.793 KB

Figura 4.4: File ASC2EPH.INP.

Infine, aprendo il *cmd* in questa cartella si eseguirà il programma *ASC2EPH* che produrrà le effemeridi in formato binario (nel nostro caso, un file *JPLEPH*). Ultimo passaggio è quello di verificare che l'operazione sia andata a buon fine. Ciò si effettua mediante un ulteriore programma posto nella stessa cartella *TESTEPH*. Per effettuare il test occorre creare un nuovo file *.INP* denominato *TESTEPH.INP* contenente tre stringhe:

1. il nome del file contenente le effemeridi in formato binario (*JPLEPH*, nel nostro caso);
2. il nome del file *.405* che avevamo salvato per svolgere il test (*testpo.405*);
3. le effemeridi su cui vogliamo effettuare il test (*DE405*).

Lanciando il programma *TESTEPH* e visionando i risultati sul *cmd* comparirà il seguente messaggio figura 4.5. L'ultima colonna riporta le differenze tra i due file

```

line -- jed -- t# c# x# --- jpl value --- --- user value -- -- difference --
100 2447221.5 4 1 1 -0.4321082450831 -0.4321082450831 0.36138E-13
200 2450265.5 15 0 3 2269.9483911098296 2269.9483911098296 0.00000E+00
300 2453310.5 2 6 5 -0.0104722325301 -0.0104722325301 0.15380E-13
400 2456352.5 3 12 3 0.1312929459907 0.1312929459907 0.30143E-13
500 2459396.5 11 10 3 0.3994932230001 0.3994932230001 0.13933E-13
600 2462441.5 10 9 2 24.8705933800391 24.8705933800391 0.49738E-13
700 2465483.5 1 3 1 1.1712479068629 1.1712479068629 0.48406E-13

```

Figura 4.5: Messaggio cmd.

ove attendiamo valori dell'ordine di  $E^{-13}$ . Se così non fosse, significherebbe che l'operazione non è stata condotta correttamente. Infine, copiamo il file delle effemeridi (opportunamente rinominato in *DE405.EPH*) nella sua cartella di destinazione `\BERNESE\BERN52\GPS\GEN`.

#### 4.2.4 Hatanaka

Il tool *Hatanaka* è scaricabile all'indirizzo <https://terras.gsi.go.jp/ja/crx2rnx.html>. Una volta estratto, la cartella *bin* dovrà essere aggiunta alle variabili di sistema, come già fatto per *Gzip*. Per verificare che l'operazione sia riuscita, è sufficiente digitare *RNX2CRX* nel *cmd*. Se non si ricevono messaggi di errore, l'eseguibile è



stato aggiunto alle variabili di sistema. Nella figura 4.6 le componenti aggiunte alle variabili di sistema.

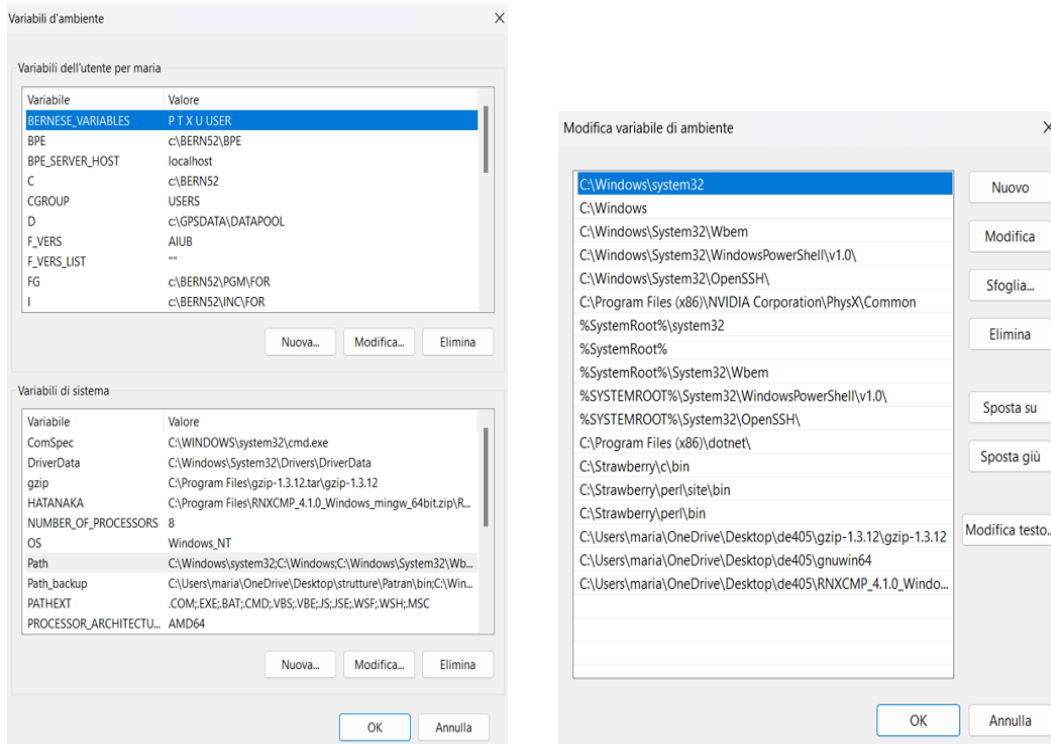


Figura 4.6: Componenti aggiunte alle variabili di sistema.

### 4.3 Test del BPE

Come anticipato, Bernese mette a disposizione un tool, denominato BPE basato su script in *Perl*, che permette di automatizzare i processi. È importante effettuare un primo test sui BPE per capire se il setup del software è stato correttamente eseguito. La mancata esecuzione di questo primo esercizio potrebbe causare la mancanza di file utili allo svolgimento del Tutorial [45]. All'installazione di Bernese viene creata la cartella *EXAMPLE* che è possibile trovare nella cartella *CAMPAIGN52*. Per definire la data di riferimento, bisogna aprire Bernese e andare nella sezione *Menu>Configure>Set session/compute date*. L'epoca a cui il Tutorial Bernese fa riferimento è il giorno 207 dell'anno 2010 ovvero il 26/07/2010 figura 4.7. A questo punto una volta selezionata la campagna tramite in *Menu>Campaign>Select active campaign* bisogna resettare la CPU tramite *Menu>BPE>Reset CPU user* selezionando il file *USER.CPU* e cliccando su *apri*. Questa operazione è necessaria soprattutto quando sono stati interrotti processi BPE mandati in *Run* e non ultimati. Una volta svolto questo step bisognerà riportarsi su *Menu>BPE>Start BPE processing* per procedere all'esecuzione di PPP.

The image shows a 'Date Selection Dialog' window with the following fields and buttons:

- Year Month Day (YYYY MM DD): 2010 7 26
- Modified Julian Date: 55403
- GPS Week, Day of Week (WWWW D): 1594 1
- Year, Day of Year (YYYY DDD): 2010 207
- Buttons: +1, -1, Today, Compute
- Session Char: 0
- Session Table: SESSIONS (with a 'SES' button)
- Job ID: (empty)
- Buttons: Help, Set, Cancel, OK

Figura 4.7: Settaggio dell'epoca.

Comparirà il primo pannello in figura 4.8, ove la casella di input *Client's environment file* per utenti Windows non viene utilizzata e deve essere lasciata vuota con i soli “.

The image shows a terminal-style dialog titled 'START BPE PROCESSING - RUNBPE 1: Client Environment/Session Selection' with the following sections:

- CLIENT FILES/ENVIRONMENT**
  - Client script: `${BPE}/RUNBPE.pm`
  - Client's environment file: ''
- MENU SETTINGS**
  - Campaign: `${P}/EXAMPLE`
  - Session table: `${P}/EXAMPLE/STA/SESSIONS.SES`
- SESSION PROCESSING OPTIONS**
  - Start processing: Year 2010, Session 2070
  - Number of sessions to be processed: 1, Modulo 1
  - Cont. with next sess. if not more errors than: 0
  - Run sessions in parallel:
  - Stop BPE with an error after: [ ] seconds (blank = unlimited)

Figura 4.8: RUNBPE 1.

Cliccando su Next si accede al secondo pannello in figura 4.9, ove si lascia libera la selezione degli *SKIP SCRIPTS* a differenza di quanto svolge il Tutorial per gli altri sistemi di navigazione.

```

RUNBPE 2: Process Control Options

CPU CONTROL
CPU control file      USER CPU
Check for free CPU every 10 seconds

BPE TASK SELECTION
Process control file  PPP_DEMO PCF
Start with script     [ ]
Skip scripts          [ ]

OUTPUT OPTIONS
Report server/client communication [ ]
Do not remove temporary user environment [ ]

```

Figura 4.9: RUNBPE 2.

Nel terzo pannello figura 4.10, l'utente definisce i nomi dei file di output, del file di errore e dei file di stato.

```

RUNBPE 3: Output Filenames

OUTPUT FILES
Task ID      PP
Status file  PPP_DEMO RUN

GENERAL OUTPUT FILES
Program output
Error messages [ ] merged to program output or PPP_DEMO OUT
                                                    ERROR MSG

```

Figura 4.10: RUNBPE 3.

L'ultimo pannello in figura 4.11 definisce le cosiddette variabili del server che dovrebbero iniziare con V. In genere, non saranno modificate le impostazioni di default, ma è comunque opportuno verificare che le ultime quattro variabili abbiano l'opzione Y. A questo punto, il server BPE può essere avviato in modalità interattiva utilizzando il pulsante *Run*. Il server BPE viene quindi avviato come processo indipendente e la finestra del server appare visualizzando il file di stato BPE figura 4.12 che viene aggiornato ogni 5 secondi. L'elaborazione dura circa pochi minuti alla fine della quale comparirà la scritta di figura 4.13.

**RUNBPE 4: Server Variables Sent to Client**

Variable	Value	Description		
V_ATLIN	EXAMPLE	ATL FILE NAME, CMC CORRECTIONS	+	-
V_SNXINF	SINEX.PPP	SINEX header file	+	-
V_INXINF	IONEX.PPP	IONEX control file	+	-
V_HOIFIL	HOI\$YSS+0	Ionosphere model for higher order iono	+	-
V_RESULT	PPP	Directory name for the PPP results	+	-
V_OBSINF	OBS.SEL	RINEX 3 observation typ selection	+	-
V_SATSYS	GPS	Select the GNSS (GPS, GPS/GLO)	+	-
V_SAMPL	300	Sampling interval	+	-
V_HRCLK	YES	High-rate clock available (YES/NO)	+	-
V_OBSTYP	BOTH	Select observations (CODE, PHASE, BOTH)	+	-
V_HOURLY	8	Number of hourly sessions proc. togeth...	+	-
V_MYATX		ANTEX file for update (name incl. ext)	+	-
V_PCV	I14	Absolute/relative PCV model	+	-
V_SATINF	SATELLIT	Satellite information file	+	-
V_PCVINF	PCV	PCV information file	+	-
V_SATCRX	SAT_\$Y+0	Satellite problem file	+	-
V_RECINF	RECEIVER.	Receiver characterization file	+	-
V_SKIP	PPP\$YSS+0.PRC_	PRC file: indicator to repeat the sess.	+	-
V_UPD	Y	Update reference files with PPP results	+	-
V_SAVOBS	Y	Save observation files?	+	-
V_SAV	Y	Save results?	+	-
V_DEL	Y	Delete results?	+	-

Figura 4.11: RUNBPE 4.

```

BPE Server: PPP_DEMO.PCF

Status of PPP_DEMO.PCF at 28-Nov-2023 17:00:49

Session 102070: running
 000 SKIP_SES PPP_GEN      finished
 001 PPP_COP  PPP_GEN      finished
 002 ATX2PCV  PPP_GEN      finished
 011 RNX_COP  PPP_GEN      finished
 021 OBSMRGAP PPP_GEN      finished
 022 OBSMRG_P PPP_GEN      finished
 031 ION_MRG  PPP_GEN      finished
 099 DUMMY    PPP_GEN      running   <
 101 POLUPDH  PPP_GEN      waiting
 111 ORBMRGH  PPP_GEN      waiting
 112 PRETAB   PPP_GEN      waiting
 113 ORBGENH  PPP_GEN      waiting
 121 CCRNXCH  PPP_GEN      waiting
 122 RNXCLK   PPP_GEN      waiting
 199 DUMMY    NO OPT       waiting

```

Figura 4.12: BPE 5.

```

Status of PPP_DEMO.PCF at 24-Nov-2023 16:09:35

Session 102070: finished

```

Figura 4.13: BPE 6.

[http]	EXAMPLE.CRD	28/11/2023 17:10	File CRD	22 KB
	EXAMPLE.LEVEL	28/11/2023 17:09	File VEL	23 KB
	EXAMPLE.ABB	24/11/2023 16:01	File ABB	2 KB
	ITRF14_R.VEL	15/09/2017 16:29	File VEL	84 KB
	EXAMPLE.CRD_REF	15/09/2017 16:29	File CRD_REF	22 KB
	EXAMPLE.PLD	15/09/2017 16:29	File PLD	2 KB
	EXAMPLE.STA	15/09/2017 16:29	File STA	20 KB

Figura 4.14: Cartella DATAPOOL popolata da file.

I file di output vengono salvati nell'area SAVEDISK che risulterà popolata di nuovi file, in particolare nella cartella \PPP\2010. Anche il DATAPOOL risulterà aggiornato. In particolare, portandoci nella sottocartella \BERNESE\DATAPOOL\REF52, figura 4.14 troveremo tre nuovi file che saranno successivamente utilizzati.

## 4.4 MY CAMP

Il primo step è la creazione di una nuova campagna denominata *MY CAMP* mediante *Menu>Campaign>Crate new campaign* figura 4.15.

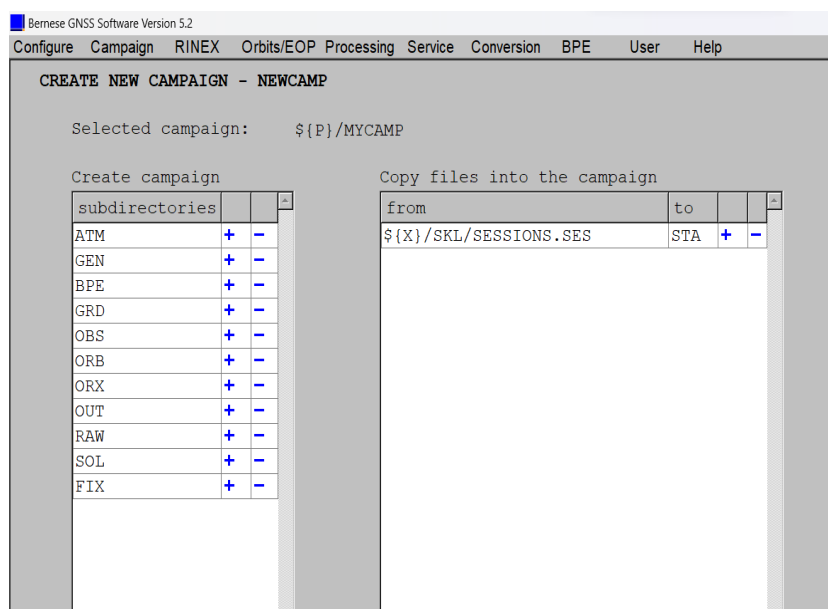


Figura 4.15: Creazione della campagna.

Attraverso *Campaign>Edit list of campaign* è possibile vedere le campagne esistenti figura 4.16. Dal Menu del software, navigando in *Menu>Campaign>Edit session table* è possibile definire gli estremi della campagna (in termini di durata rispetto ad una data di riferimento) figura 4.17.

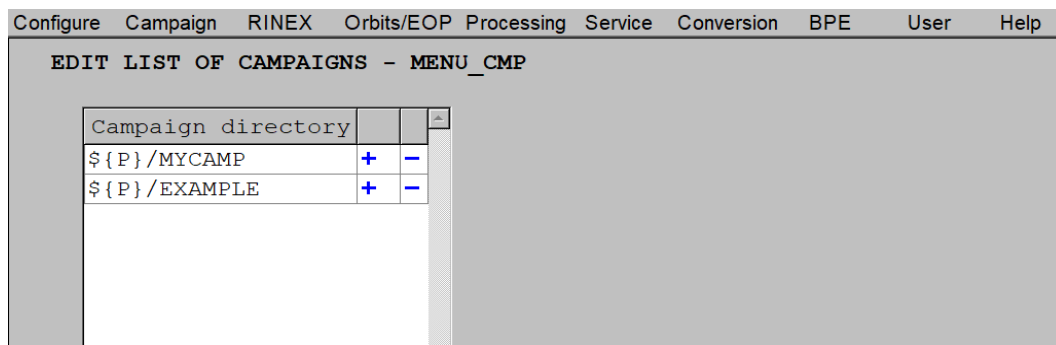


Figura 4.16: Lista delle campagne.

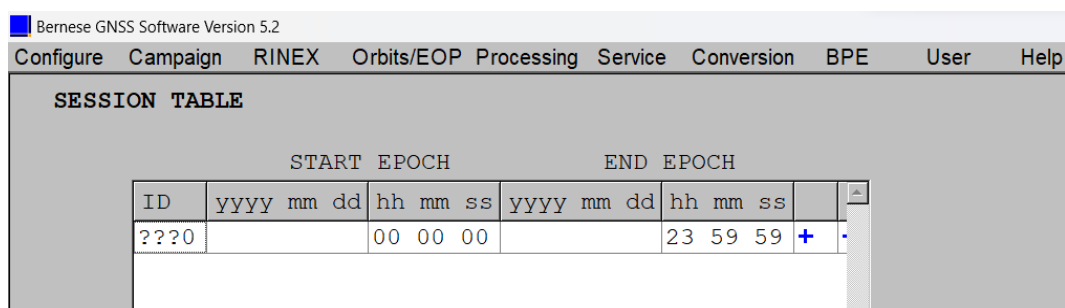


Figura 4.17: Estremi della campagna my camp.

La data di riferimento della campagna è impostata mediante *Menu > Configure > Set session/compute date* figura 4.18.

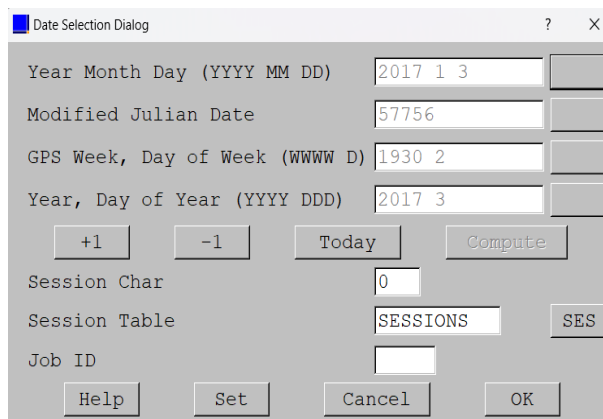


Figura 4.18: Sessione della campagna.

## 4.5 COOVEL

Il primo passo è quello di estrarre le coordinate a priori relative al giorno di interesse per la campagna. Questa operazione si effettua con il programma *COOVEL*

di Bernese, sezione *Menu>Service>Coordinate tools>Extrapolate coordinates*. Così facendo si aprirà la schermata seguente figura 4.19. Mandando il tool in Run, nella cartella *MYCAMP\STA* comparirà il file GEN2017.CRD figura 4.20, contenente le coordinate corrette (alla data della campagna) delle stazioni.

**EXTRAPOLATE COORDINATES - COOVEL 1: Filenames**

GENERAL FILES  
 Show all general files

INPUT FILES  
 Input coordinate file    
 Input velocity file    
 PSD correction (ITRF14)

REFERENCE EPOCH  
 yyyy mm dd                      hh mm ss  
                       

RESULT FILE  
 Output coordinate file    
 Stations without PSD corrections

GENERAL OUTPUT FILES  
 Program output  use COOVEL.Lnn                      or                       OUT  
 Error messages  merged to program output                      or                       MSG

TITLE

Figura 4.19: COOVEL 1.

SESSION 2017					
-----					
LOCAL GEODETIC DATUM: IGS14			EPOCH: 2017-01-03 00:00:00		
NUM	STATION NAME	X (M)	Y (M)	Z (M)	FLAG
1	ABMF 97103M001	2919785.76296	-5383744.98171	1774604.81373	I
2	ABPO 33302M001	4097216.56961	4429119.15024	-2065771.23378	I
3	ADE1 50109S001	-3939182.72306	3467075.35942	-3613219.97716	I
4	ADE2 50109S001	-3939182.72306	3467075.35942	-3613219.97716	I
5	ADIS 31502M001	4913652.62493	3945922.78735	995383.46276	I
8	AJAC 10077M005	4696989.27428	723994.70527	4239678.68871	I

Figura 4.20: File GEN2017.CRD.

Infine, nella sezione *MYCAMP\OUT* compare un'ulteriore output denominato COOVEL contenente l'esecuzione del programma.

## 4.6 POLUPD

In questa sezione vogliamo convertire le informazioni dal formato .IEP nel formato .ERP contenente i parametri di orientazione della Terra. Questo compito è svolto dal programma POLUPD mediante *Menu>Orbits/EOP>Handle EOP files>Convert IERS to Bernese Format*. La prima schermata che compare è illustrata in figura 4.21.

```

CONVERT IERS POLE FILES TO BERNESE FORMAT - POLUPD 1: Input/Output Files

GENERAL FILES
  Show all general files          

INPUT FILES
  Bernese formatted ERP files      ERP
  Foreign formatted ERP files     COM19302 IEP

RESULT FILE
  Bernese formatted ERP file (out) COM19302 ERP

GENERAL OUTPUT FILES
  Program output                   use POLUPD.Lnn          or  POLUPD  OUT
  Error messages                   merged to program output or  ERROR  MSG

```

Figura 4.21: POLUPD 1.

Bisogna selezionare in input il file .IEP e nominare il file output nello stesso modo del file input. Il file .IEP è stato scaricato dal sito [http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE\\_MGEX/BSWUSER52/2017/](http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE_MGEX/BSWUSER52/2017/) convertendo il formato .ERP in .IEP. Cliccando su *Next* compariranno le schermate successive ove inserire i diversi file necessari per l'esecuzione del programma.

```

POLUPD 1.1: General Files

GENERAL INPUT FILES
  Pole offset coefficients        
  GPS-UTC seconds                GPSUTC.

MENU SETTINGS
  Selected campaign              ${P}/MYCAMP
  Selected session                year 2017    session 0030
  Session table                  ${P}/MYCAMP\STA\SESSIONS.SES

```

Figura 4.22: POLUPD 2.



La figura 4.23, è la terza schermata del programma POLUPD, nella quale si inseriscono i file relativi al modello di nutazione *IAU2000R06* e alle modalità di polo giornaliero *IERS2010XY*. I file si trovano nella cartella *BERN52/GPS/GEN/* e possono essere scaricati dal sito <http://ftp.aiub.unibe.ch/BSWUSER52/GEN/>.

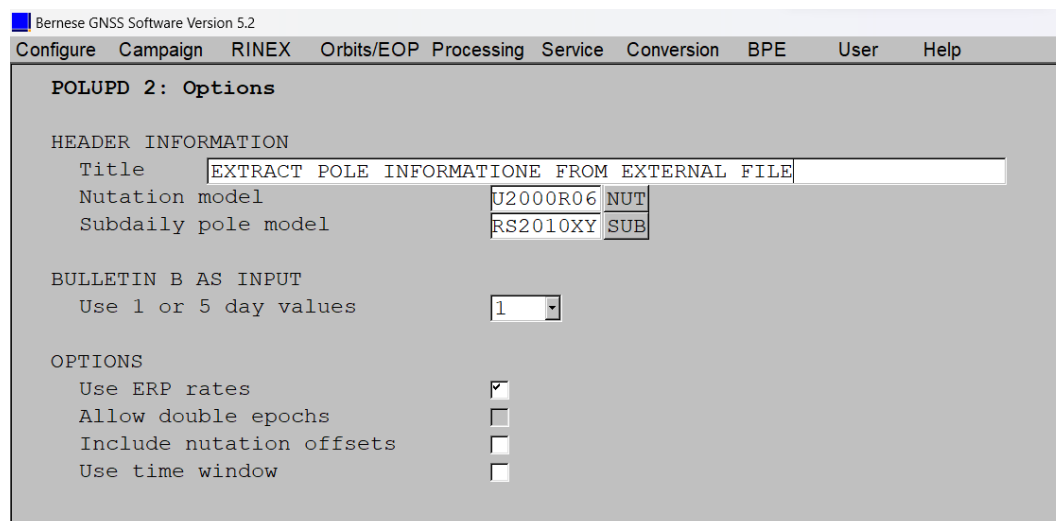


Figura 4.23: POLUPD 3.

L'asse terrestre è inclinato rispetto alla verticale, ossia alla perpendicolare al piano della propria orbita. A causa della forma non perfettamente sferica della Terra e delle forze di interazione gravitazionale Luna-Sole, l'asse terrestre tende ad allinearsi alla verticale senza riuscirci e questo effetto di rotazione dell'asse è detto moto di precessione o precessione degli equinozi. Con questa premessa si può definire il moto di nutazione cioè l'oscillazione dell'asse di rotazione in corrispondenza del moto di precessione. Il modello di nutazione *IAU2000R06* è illustrato nella figura 4.24.

```

IAU 2000 NUTATION MODEL INCLUDING PLANETARY NUTATION
-----

Nutation model name: IAU2000R06

Precession corrections to IAU 1976 precession model:
-----

Offset in longitude (")      :  -0.0417750          at J2000.0
Offset in obliquity (")     :  -0.0068192
Correction in longitude ("/c):  -0.29965
Correction in obliquity ("/c):  -0.02524

```

Figura 4.24: Modello di nutazione *IAU2000R06*.

Il file *IERS2010XY* figura 4.25 fa riferimento alla *Convenzione IERS del 2010* che definisce i sistemi di riferimento standard che devono essere utilizzati dall'IERS (Il

Servizio Internazionale di Rotazione della Terra e Sistemi di Servizio) [46]. L'IERS fornisce dati sull'orientamento della Terra, sul Sistema/Frame di riferimento celeste internazionale, sul Sistema/Frame di riferimento terrestre internazionale e sui fluidi geofisici. Mantiene inoltre Convenzioni contenenti modelli, costanti e standard.

IERS Conventions 2010, based on Ray 1994, XY-values

-----  
 FORMAT VERSION: 2

SUBDAILY ERP MODEL NAME: IERS2010

Figura 4.25: Modello *IERS2010XY*.

Mandando in *Run* il programma in *MY CAMP \ ORB* comparirà il file *.ERP* contenente gli EOP (Parametri di Orientamento Terrestre) che descrivono irregolarità nella rotazione del pianeta Terra illustrati in figura 4.26.

File			Modifica	Visualizza												
EXTRACT POLE INFORMATION FROM EXTERNAL FILE													18-DEC-23 19:03			
NUTATION MODEL				: IAU2000R06			SUBDAILY POLE MODEL: IERS2010									
DATE	TIME	X-POLE	Y-POLE	UT1-UTC	GPS-UTC	RMS XP	RMS YP	RMS DT	DE-CPO	DP-CPO	RMS EP	RMS PS				
YYYY MM DD HH MM		(")	(")	(S)	(S)	REM	(")	(")	(S)	(")	(")	(")	(")	(")		
2017	1	1	12	0	0.08031	0.26350	0.590039	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	2	0	0	0.08031	0.26350	0.590057	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	2	0	0	0.08034	0.26379	0.589418	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	2	12	0	0.08031	0.26350	0.590039	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	2	12	0	0.08034	0.26379	0.589436	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	2	12	0	0.08037	0.26409	0.588762	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	3	0	0	0.08034	0.26379	0.589418	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000000	0.00000	0.00000		
2017	1	3	0	0	0.08037	0.26409	0.588780	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	3	0	0	0.08024	0.26411	0.588080	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	3	12	0	0.08037	0.26409	0.588762	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	3	12	0	0.08024	0.26411	0.588096	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	3	12	0	0.08011	0.26413	0.587366	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	0	0	0.08024	0.26411	0.588080	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	0	0	0.08011	0.26413	0.587380	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	0	0	0.07966	0.26438	0.586607	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	12	0	0.08011	0.26413	0.587366	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	12	0	0.07966	0.26438	0.586618	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	4	12	0	0.07921	0.26463	0.585825	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	5	0	0	0.07966	0.26438	0.586607	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	5	0	0	0.07921	0.26463	0.585833	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		
2017	1	5	12	0	0.07921	0.26463	0.585825	18.	GPS	0.00002	0.00003	0.000001	0.00000	0.00000		

Figura 4.26: File ERP.

## 4.7 PRETAB

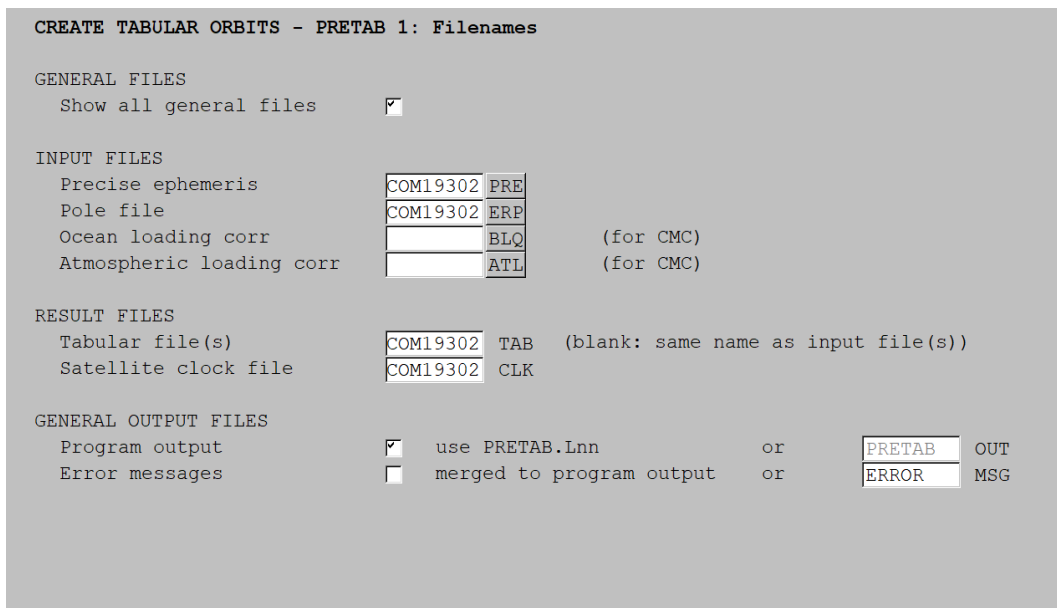
Noti gli EOP, è possibile procedere alla creazione del file relativo all'orbita. Due sono le operazioni necessarie:

1. la creazione di un file *.TAB* relativo all'orbita in cui i dati relativi all'orbita precisa sono convertiti dal sistema di riferimento terrestre (IERS) al Siste-

ma Internazionale di Riferimento Celeste (ICRS). Tale conversione è ottenuta mediante *Menu>Orbits/EOP>Create tabular orbits*;

2. la creazione di un file relativo all'orologio satellitare (.CLK). Per tale applicazione si fa uso del programma CODSPP.

Portiamoci in *Menu>Orbits/EOP>Create tabular orbits* e diamo i giusti input di figura 4.27. I file di input richiesti sono il file .PRE delle orbite precise scaricato dal sito [http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE\\_MGEX/BSWUSER52/2017/](http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE_MGEX/BSWUSER52/2017/) relativo all'epoca di riferimento e il file .ERP elaborato da POLUPD. I file di output sono stati nominati in modo uguale a quelli di input.



```

CREATE TABULAR ORBITS - PRETAB 1: Filenames

GENERAL FILES
  Show all general files 

INPUT FILES
  Precise ephemeris      COM19302 PRE
  Pole file              COM19302 ERP
  Ocean loading corr    [ ] BLQ      (for CMC)
  Atmospheric loading corr [ ] ATL      (for CMC)

RESULT FILES
  Tabular file(s)      COM19302 TAB (blank: same name as input file(s))
  Satellite clock file COM19302 CLK

GENERAL OUTPUT FILES
  Program output       use PRETAB.Lnn      or [ PRETAB ] OUT
  Error messages       merged to program output or [ ERROR ] MSG
  
```

Figura 4.27: PRETAB 1.

Nella schermata successiva figura 4.28 si inserisce nuovamente il modello di nutazione e il polo giornaliero. Il pannello in figura 4.30 contiene le opzioni per estrarre le informazioni sull'orologio satellitare. I valori dell'orologio nel file dell'orbita precisa vengono campionati su 15 minuti. Per questo, si interpola con un grado polinomiale di 2 con un intervallo per polinomi di 12 ore. Questo è sufficiente per la sincronizzazione dell'orologio del ricevitore in CODSPP. Infine, mandando in *Run* saranno generati in *MY CAMP>ORB* i file .TAB e .CLK figure 4.31 e 4.32. Se tutto è andato a buon fine non compariranno messaggi d'errore alla fine dell'elaborazione.

Il file delle effemeridi precise .PRE contiene un valore a priori delle correzioni del clock satellitare. Il programma PRETAB è importante in quanto i dati delle effemeridi precise sono estratti, messi in un vettore e interpolati. Tra le opzioni di PRETAB figura 4.30 compare il grado interpolante. Gli orologi atomici a bordo dei satelliti GALILEO sono estremamente precisi, ma possono ancora avere un certo grado di deviazione rispetto agli orologi di riferimento sulla Terra. Questa deviazione temporale viene chiamata *clock bias*.

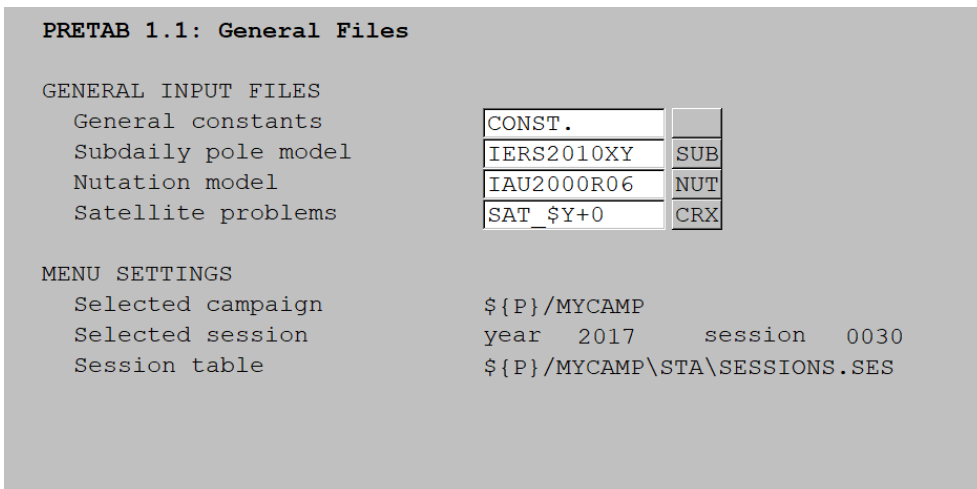


Figura 4.28: PRETAB 1.1.

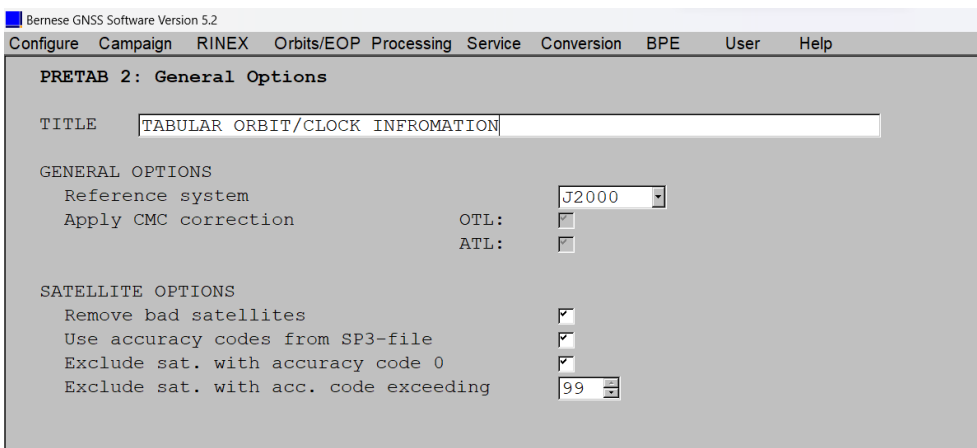


Figura 4.29: PRETAB 2.

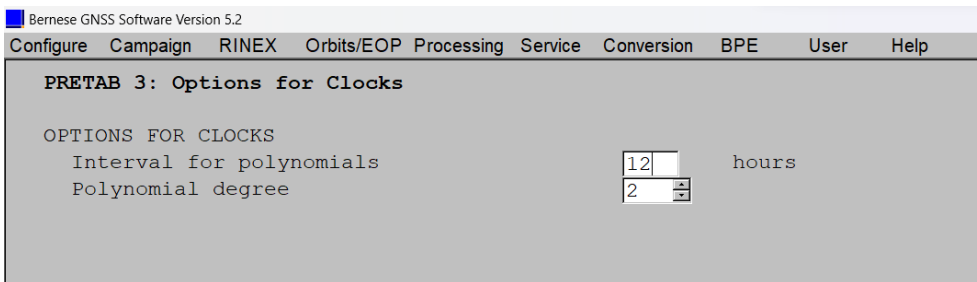


Figura 4.30: PRETAB 3.

I parametri  $A0, A1$  e  $A2$  in figura 4.32, sono 3 coefficienti ricavati dall'interpolazione di grado due relativa al *clock bias*. Questi coefficienti vengono utilizzati per calcolare con precisione la posizione dei satelliti. Oltre ai coefficienti in figura 4.32, compaiono il *TOC* (*Tempo dell'orologio*) ossia il momento in cui i dati dell'orologio sono stati accuratamente calcolati e il *Week Number* (*Numero della settimana*) cioè la settimana di riferimento.

```
TABULAR EPHEMERIS DERIVED FROM PREC. EPH: PR2017. 3 SYSTEM J2000.0
CELESTIAL POLE OFFSET: IAU2000R06 BIAS SUBDAILY POLE MODEL: IERS2010
 1 3 2017 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
 1 4 2017 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
0.900000000000D+03 97
0.588105044562D+00 0.807869674729D-01 0.263947280918D+00
```

Figura 4.31: Pretab .TAB.

```
TABULAR ORBIT/CLOCK INFROMATION 21-NOV-23 18:05
-----
SAT WEEK TOC #PAR A0 (SEC) A1 (SEC/SEC) A2 (SEC/SEC**2)
201 1930 172800. 3 0.427858307D-04 -0.987516240D-11 -0.959638575D-18
202 1930 172800. 3 -0.330518668D-06 0.156859989D-12 0.228311971D-18
208 1930 172800. 3 0.450645866D-02 0.398300350D-09 0.125682131D-18
209 1930 172800. 3 0.459212311D-02 0.406148059D-09 0.221723040D-18
211 1930 172800. 3 0.159369455D-02 0.142638381D-10 -0.169764849D-19
212 1930 172800. 3 0.535303316D-03 0.844033005D-10 -0.689670505D-18
214 1930 172800. 3 0.446202602D-02 0.344337853D-09 0.775553721D-19
218 1930 172800. 3 0.506350469D-02 0.387736565D-09 0.266239183D-17
219 1930 172800. 3 0.524583975D-05 0.399620886D-12 -0.622434878D-19
222 1930 172800. 3 0.270328374D-02 0.225349754D-09 0.357773944D-18
224 1930 172800. 3 -0.389563452D-03 0.399665313D-09 0.685314360D-18
226 1930 172800. 3 0.562740589D-02 0.414829178D-09 -0.710842522D-18
230 1930 172800. 3 0.482323911D-02 0.398882965D-09 -0.278434049D-19
201 1930 215100. 3 0.423663918D-04 -0.988806293D-11 -0.461784398D-18
202 1930 215100. 3 -0.323340698D-06 0.153494291D-12 0.275162074D-18
208 1930 215100. 3 0.452330690D-02 0.398305336D-09 0.789203998D-19
209 1930 215100. 3 0.460930367D-02 0.406128377D-09 0.538883757D-18
211 1930 215100. 3 0.159429786D-02 0.142566059D-10 -0.125566406D-18
212 1930 215100. 3 0.538872198D-03 0.843594930D-10 0.424648175D-18
214 1930 215100. 3 0.447659152D-02 0.344337200D-09 0.378252111D-18
218 1930 215100. 3 0.507990964D-02 0.387635534D-09 0.495466886D-17
219 1930 215100. 3 0.526259333D-05 0.393421128D-12 0.192433159D-18
222 1930 215100. 3 0.271281705D-02 0.225289204D-09 -0.127186417D-17
224 1930 215100. 3 -0.372656523D-03 0.399657144D-09 0.711729904D-18
226 1930 215100. 3 0.564495190D-02 0.414851592D-09 -0.659578363D-18
230 1930 215100. 3 0.484011187D-02 0.398869498D-09 0.605206114D-19
```

Figura 4.32: Pretab .CLK.

## 4.8 ORBGEN

L'ultimo step da compiere è l'esecuzione del programma *ORBGEN* che permette di creare *file orbit standard* utilizzando le posizioni dei satelliti nei file orbitali tabulari come pseudo-osservazioni per una correzione ai minimi quadrati. Aprendo *Bernese GNSS*, tramite *Menu>Create/update standard orbits* si apre la prima schermata di figura 4.33 ove è inserito il file .TAB e il file .ERP, generati dai programmi precedenti. Nel pannello successivo figura 4.34, compaiono gli input richiesti dal programma.

**CREATE/UPDATE STANDARD ORBITS - ORBGEN 1: Input Files**

GENERAL FILES  
 Show all general files

INPUT FILES

- Start with tabular orbits
- Start with precise orbits
- Update standard orbit
  - Orbital elements, file 1
  - Orbital elements, file 2
- Pole file
- Ocean loading corrections   (for CMC)
- Atmospheric loading corrections   (for CMC)

Figura 4.33: ORBGEN 1.

**ORBGEN 1.1: General Files**

GENERAL INPUT FILES

General constants	CONST.	
Satellite problems	SAT_2017	CRX
Satellite information	SATELLIT.I14	
Planetary ephemeris file	DE405	EPH
Subdaily pole model	IERS2010XY	SUB
Nutation model	IAU2000R06	NUT
Coeff. of Earth potential	M2008_SMALL.	
Solid Earth tides file	TIDE2000	TPO
Ocean tides file	OT_FES2004	TID
GPS-UTC seconds	GPSUTC.	

MENU SETTINGS

Selected campaign: \${P}/MYCAMP  
 Selected session: year 2017 session 0040  
 Session table: \${P}/MYCAMP\STA\SESSIONS.SES

TEMPORARY FILES

Scratch files:  SCR  SC2

Figura 4.34: ORBGEN 1.1.

Il file SATELLIT.I14 contiene una serie di informazioni dettagliate su una lunga serie di satelliti, non solo GNSS, ma anche alle quote LEO. Il file DE405 riporta le effemeridi planetarie. EGM2008SMALL contiene i coefficienti delle armoniche del modello gravitazionale EGM2008 arrestato ad un 200x200. TIDE2000 riporta i coefficienti del potenziale della marea terrestre. Infine, OTFES2004.TID riporta i coefficienti del modello mareale fes2004. Successivamente, indichiamo i nomi dei file di output di interesse figura 4.35.

**ORBGEN 2: Result and Output Files**

RESULT FILES

Standard orbits	<input type="text" value="COM19302"/>	STD
Radiation pressure coeff.	<input type="text"/>	RPR
Residual file	<input type="text"/>	RES

OUTPUT FILES

Summary file	<input type="text"/>	LST
Summary file for IGS-ACC	<input type="text" value="COM19302"/>	LST
Plot file of residuals	<input type="text"/>	PLT

GENERAL OUTPUT FILES

Program output	<input checked="" type="checkbox"/>	use ORBGEN.Lnn	or	<input type="text" value="ORBGEN"/>	OUT
Error messages	<input type="checkbox"/>	merged to program output	or	<input type="text" value="ERROR"/>	MSG

Figura 4.35: ORBGEN 2.

In figura 4.36, vengono definiti una serie di parametri.

**ORBGEN 3.1: Options**

TITLE

TIME FRAME, POTENTIAL AND TIDAL CORRECTIONS

Time frame	<input type="text" value="GPS"/>
Earth potential degree	<input type="text" value="12"/>
Ocean tides max degree	<input type="text" value="8"/>
Apply CMC correction	OTL: <input type="checkbox"/> ATL: <input type="checkbox"/>
Apply antenna offset	<input type="checkbox"/>

SYSTEM FOR DYNAMICAL ORBIT PARAMETERS

DYX Sun-oriented (constant + D1, Y1, X1) - old CODE model	<input type="radio"/>
D2X Sun-oriented (constant + D2, D4, X1) - new CODE model	<input type="radio"/>
RSW (radial, along-track, cross-track) - LEO + SLR	<input type="radio"/>
DRSW (Direct, radial, along-track, cross-track) - LEO + SLR	<input type="radio"/>

Figura 4.36: ORBGEN 3.1.

Per il tempo, possiamo scegliere tra il riferimento GPS o UTC (o altri riferimenti definiti dall'utente). Scegliamo poi il grado per troncare il modello gravitazionale terrestre (come detto, abbiamo a disposizione un modello 200x200) mediante un modello 12x12. In maniera analoga, scegliamo il grado cui troncare il modello mareale. Per quanto riguarda il sistema relativo ai parametri dinamici dell'orbita, si è spuntato il D2X poiché i dati processati sono successivi alla settimana 1826 del GPS del 4 Gennaio 2015. Occorre poi definire alcuni altri parametri relativi al metodo dei minimi quadrati figura 4.37 tra cui il numero di interazioni pari a 4.

**ORBGEN 3.2: Options**

PRINT RESIDUALS

NUMERICAL INTEGRATION  
Number of iterations

EQUATION OF MOTION  
Polynomial degree   
Length of interval  (hh mm ss)

VARIATIONAL EQUATIONS  
Polynomial degree   
Length of interval  (hh mm ss)  
Additional sets   
Use extended RPR Format

Figura 4.37: ORBGEN 3.2.

**ORBGEN 4: Parameter Selection**

DYNAMICAL ORBIT PARAMETERS  
Apart from six osculating elements, estimate the following parameters:

D0 (direct)	<input checked="" type="checkbox"/>	Periodic D1 terms (cos, sin)	<input checked="" type="checkbox"/>
		Periodic D2 terms (cos, sin)	<input checked="" type="checkbox"/>
		Periodic D4 terms (cos, sin)	<input checked="" type="checkbox"/>
Y0 (y-bias)	<input checked="" type="checkbox"/>	Periodic Y1 terms (cos, sin)	<input checked="" type="checkbox"/>
X0	<input checked="" type="checkbox"/>	Periodic X1 terms (cos, sin)	<input checked="" type="checkbox"/>
R (radial)	<input type="checkbox"/>	Periodic R1 terms (cos, sin)	<input type="checkbox"/>
S (along-track)	<input type="checkbox"/>	Periodic S1 terms (cos, sin)	<input type="checkbox"/>
W (out-of-plane)	<input type="checkbox"/>	Periodic W1 terms (cos, sin)	<input type="checkbox"/>

STOCHASTIC PULSES IN (R, S, W)-DIRECTIONS  
Satellite selection   
List of satellites   
Parameter spacing  (hh mm ss)

Figura 4.38: ORBGEN 4.



**ORBGEN 5: Orbital Arc Definition**

ORBITAL ARC DEFINITION

Number of arcs within the time window

Time window to be covered by the standard orbits

Defined by Year and Session identifier

Year  Session

Defined by Start and End times

	<u>yyyy mm dd</u>	<u>hh mm ss</u>		<u>yyyy mm dd</u>	<u>hh mm ss</u>
Start	<input type="text" value="2017 01 03"/>	<input type="text" value="00 00 00"/>	End	<input type="text" value="2017 01 03"/>	<input type="text" value="23 59 59"/>

Figura 4.39: ORBGEN 5.

Infine, mandando in *Run* l'ultimo pannello di figura 4.39, compariranno nella cartella *Campaign52* i file elaborati tra cui il file .STD utilizzato nella sezione *Menu>Conversion>Orbit files>Binary to ASCII* 4.40 per generare il file delle *standard orbit* nel formato .FSO, disponibile in *CAMPAIGN52>MY CAMP>ORB*.

**CONVERT STD AND RPR FILES (BINARY TO ASCII) - STDFMT 1: Input/Output Files**

GENERAL FILES

Show all general files

INPUT FILES

Standard orbits

Radiation pressure coefficients

GENERAL OUTPUT FILES

Program output  use STDFMT.Lnn or  OUT

Error messages  merged to program output or  MSG

TITLE

OUTPUT FORMAT

Figura 4.40: Conversione delle *standard orbit*.

## 4.9 Parametri orbitali dei satelliti GALILEO

Il file .FSO di figura 4.41 è importante perchè permette di ricavare gli elementi orbitali dei satelliti GALILEO. Questo è il fine di tutta la procedura POD sviluppata attraverso l'utilizzo dei diversi programmi *COOVEL*, *POLUPD*, *PRETAB* e *ORBGEN* del software *Bernese GNSS*.

```

-1
 2  1
15
TITLE : RNX2SNX_170040:Generate GNSS standard orbit for ECOM2
CREATE: 28-NOV-23 18:38
INTEG2:   3600   10   21600   12
NUTSUB: IAU2000R06           IERS2010           BIAS
GRAVIT: EGM2008              12           MEANPOLE IERS2010
TIDPOT: IERS2000   ELAS STEP_1+2           POLTID   IERS2010 K20=0.30
OTIDES: ICGEM fes2004   IERS2003           XMIN     0.00000 DEG   8
JPLEPH: DE405
PLANET: JUPITER VENUS MARS
RELATV: PPN IERS1996 P
EMPIRI: D2X ONCE-PER-REV C061001   3
SHADOW: STEP SPHERE MOON
ERPMD: NONE
ANTTHR: NO
TIMSYS: GPS
      69      24      10
  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32101102103104105106107108109110111113114115116117
118119120121122123124126201202208209211212214218219222224226230
PR2017.   3
      57756.000000000000           2.0000000000000000

```

Figura 4.41: File COM2017.FSO.

Osservando il file di figura 4.41, si trova l'elenco dei diversi satelliti nell'ordine in cui compariranno nelle righe successive del file:

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
32101102103104105106107108109110111113114115116117118119120121122123124126
201202208209211212214218219222224226230

```

Le prime e 500 righe del file, fanno riferimento agli elementi orbitali all'inizio dell'arco in Modified Julian Date (MJD) (frutto dell'integrazione delle equazioni del moto a partire dalle effemeridi):

```

57756.000000000000           2.0000000000000000

```

Gli elementi orbitali dei satelliti GALILEO GSAT0201 e GSAT0202, sono stati riscontrati alla 468 riga del file. I parametri orbitali compaiono nella tabella 4.3.

Satellite PRN	GSAT0201 E18	GSAT0202 E14
<b>a [km]</b>	27976.70116	27977.23862
<b>e</b>	0.161254785	0.161340559
<b>i [°]</b>	50.28579889	50.33991443
<b>RAAN [°]</b>	51.68740115	50.67518713
<b>Argomento pericentro [°]</b>	57.79511136	58.83837359
<b>Anomalia media [°]</b>	278.5153544	129.5213284

Tabella 4.3: Elementi orbitali satelliti Galileo del 03/01/2017.

## 4.10 Confronto con esperimento GREAT

I satelliti GALILEO GSAT0201 e GSAT0202, con la loro grande eccentricità e gli orologi all'idrogeno, sono i candidati perfetti per eseguire test nell'ambito della fisica fondamentale. Il grande esperimento GREAT [20], ha svolto test nel campo della misurazione del redshift gravitazionale per un periodo di 3 anni. L'analisi dei dati contiene 359 giorni di dati da GSAT0201 e 649 giorni di dati da GSAT0202, che vanno da gennaio 2015 a dicembre 2017. Grazie all'esperimento, è stato migliorato il test del GRS mediante una correzione dei bias degli orologi al fine di stimare il parametro  $\alpha$ . Per fare ciò, è necessario effettuare la POD dei satelliti. Per validare la procedura svolta e l'accuratezza dei dati tramite il SW *Bernese GNSS*, è stata stimata l'evoluzione degli elementi orbitali dei satelliti GSAT0201 e GSAT0202 per poi confrontarli con quelli di GREAT. La procedura POD è stata svolta su un arco di tempo abbastanza lungo a partire dal 03/01/2017 fino al 22/03/2017. I dati ricavati con il Bernese per i satelliti E18 e E14 (GSAT0201 e GSAT0202), nelle tabelle di appendici A e B, rilevano come le orbite dei satelliti sono molto vicine tra loro con quasi gli stessi valori medi degli elementi orbitali. I dati degli elementi orbitali di GREAT sono riportati nelle tabelle di appendici C e D. Il confronto fra i vari elementi orbitale di Bernese e GREAT è visibile nei grafici di figure 4.42, 4.43, 4.44, 4.45, 4.46 e 4.47. L'andamento dei parametri orbitali con il Bernese è simile a quello di GREAT con differenze minime dovute ai modelli utilizzati durante la simulazione (Parametri di Orientamento della Terra).

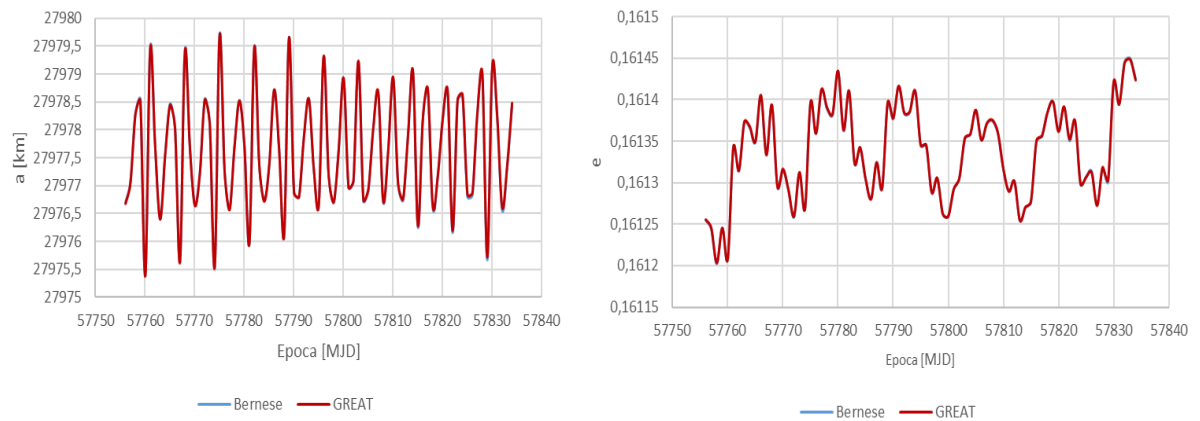


Figura 4.42: E18-Confroto Bernese vs GREAT per il semiasse maggiore ed eccentricità.

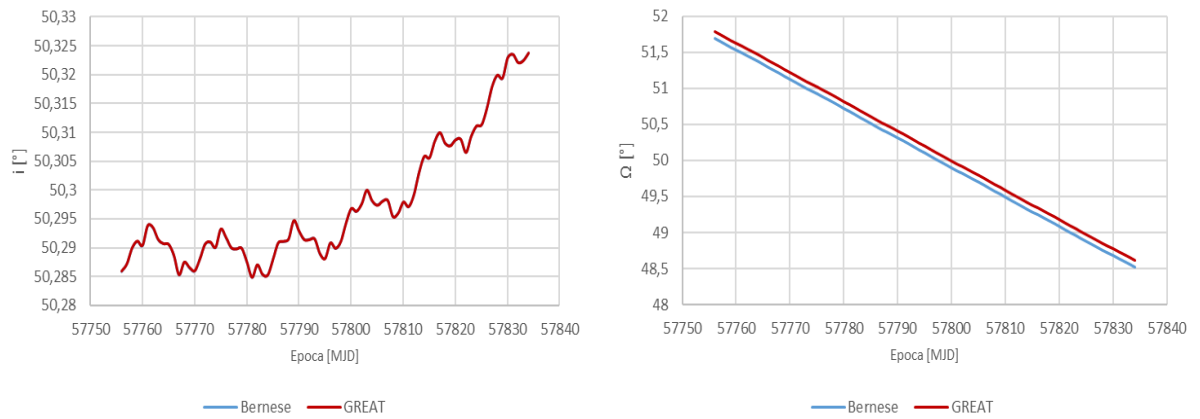


Figura 4.43: E18-Confroto Bernese vs GREAT per inclinazione e RAAN.

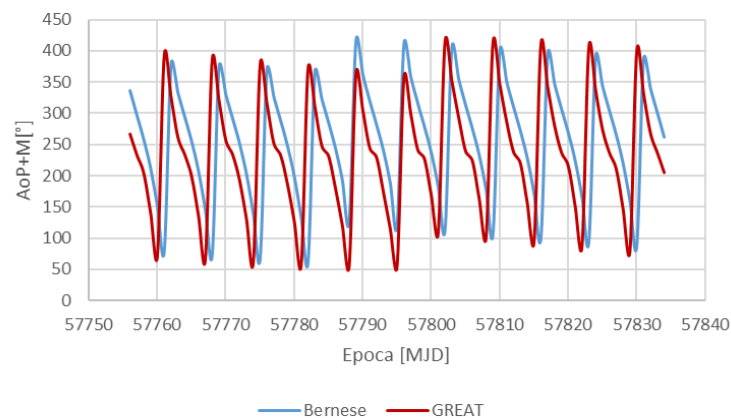


Figura 4.44: E18-Confroto Bernese vs GREAT per argomento pericentro+anomalia media.

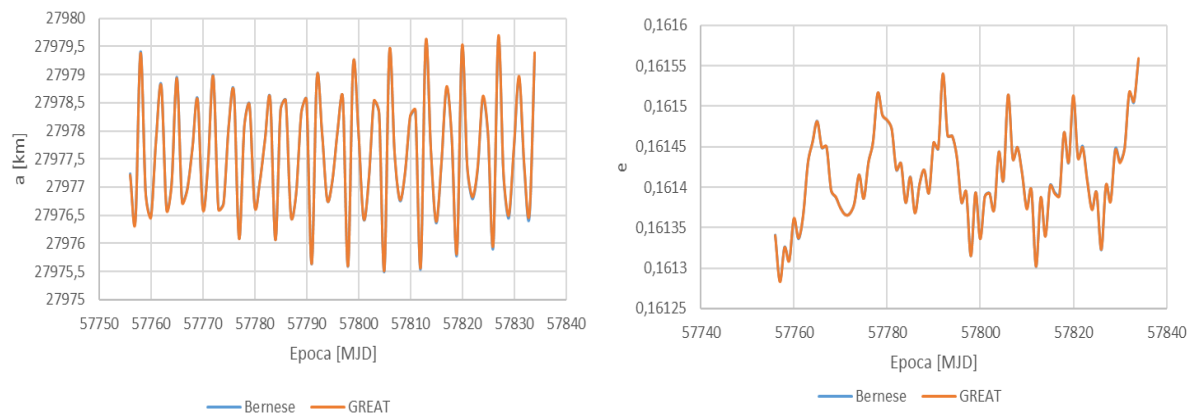


Figura 4.45: E14-Confronto Bernese vs GREAT per il semiasse maggiore ed eccentricità.

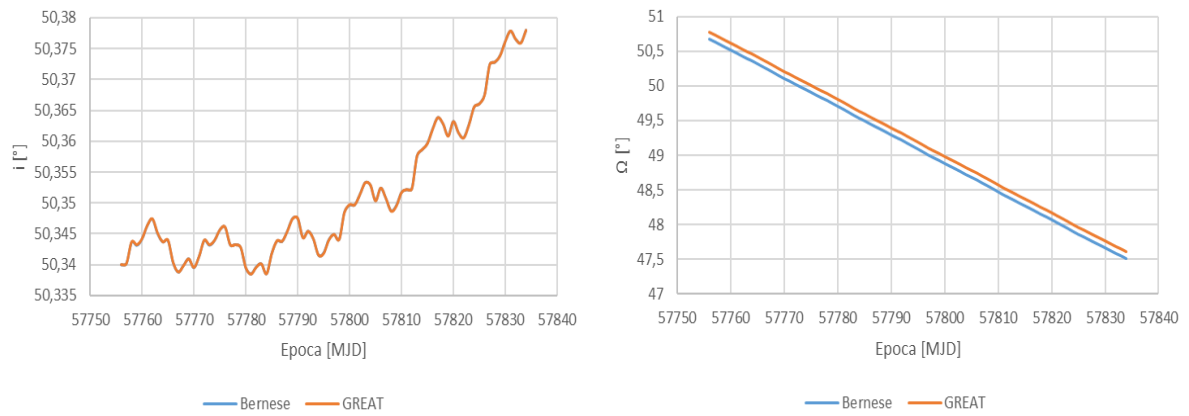


Figura 4.46: E14-Confronto Bernese vs GREAT per inclinazione e RAAN.

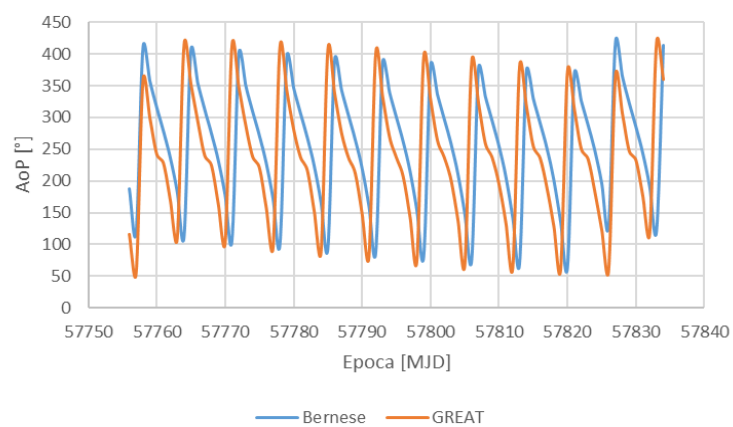


Figura 4.47: E14-Confronto Bernese vs GREAT per argomento pericentro+anomalia media.

# Conclusioni

G4S è un esperimento proposto da F. Vespe dell’Agenzia Spaziale Italiana e finanziato nell’ambito dei progetti premiali del MIUR. Per la sua realizzazione sono stati coinvolti il Centro di Geodesia Spaziale (ASI/CGS) di Matera, l’Istituto di Astrofisica e Planetologia Spaziale dell’INAF (IAPS-INAF) di Roma e il Politecnico di Torino (Polito). Il progetto ha come obiettivo l’esecuzione di una serie di misure di fisica fondamentale mediante l’uso del sistema di navigazione satellitare GALILEO. In particolare conta di effettuare esperimenti nel campo della RG e della G. G4S è stato ispirato dall’errata iniezione orbitale di due satelliti GALILEO lanciati nel 2014: GSAT0201 e GSAT0202, ovvero DORESA e MILENA. Furono iniettati in un’orbita più bassa e molto eccentrica, rendendoli inutilizzabili per il loro impiego operativo nella navigazione. Grazie alla loro alta eccentricità, si sono subito dimostrati particolarmente utili per effettuare esperimenti di RG e G. La loro alta eccentricità rende infatti possibile misure di RG e G perché i loro effetti si mappano soprattutto sul perigeo che, per orbite altamente eccentriche, può essere misurato con straordinaria precisione. Siccome gli effetti da rivelare sono comunque davvero minuscoli, diventa particolarmente cruciale per il buon esito delle misure, effettuare una raffinata POD. Si sono così elaborati con il Bernese i dati di alcuni archi orbitali dei satelliti GALILEO già usati per il progetto GREAT ed elaborati con un diverso SW. I risultati che sono stati ottenuti con il Bernese sono molto vicini a quelli di GREAT. Pertanto, il setup per la stima orbitale fissato con il Bernese dopo questa opportuna calibrazione con i dati GREAT, è pronta per poter avviare il processamento dei dati GNSS sia per la RG e la G che per la ricerca della Dark Matter. Ovviamente, ASI e INAF stanno trattando con ESA perché si possa far uso di modelli di più sofisticati di satelliti che potrebbero migliorare la qualità della POD.

# Appendice A

## BERNESE GSAT0201

Bernese E18-GSAT0201

Giorno	Epoca	a [km]	e	i [°]	RAAN [°]	AoP [°]	M [°]
03/01/2017	57756	27976.70116	0.161254785	50.28579889	51.68740115	57.79511136	278.5153544
04/01/2017	57757	27977.07168	0.161244139	50.28716434	51.64678207	57.81677686	239.1640239
05/01/2017	57758	27978.29831	0.161202295	50.28986520	51.60427102	57.85899727	200.0504152
06/01/2017	57759	27978.53988	0.161245377	50.29103548	51.56130964	57.89567997	153.9978729
07/01/2017	57760	27975.40281	0.161208433	50.29030211	51.52405043	57.89974272	93.01381026
08/01/2017	57761	27979.48535	0.161342588	50.29379910	51.48842177	57.93243574	21.22177262
09/01/2017	57762	27977.69376	0.161314106	50.29335943	51.44747367	57.97458493	320.6259711
10/01/2017	57763	27976.41647	0.161372497	50.29133801	51.40894082	58.03086628	274.8307094
11/01/2017	57764	27977.55767	0.161366143	50.29065688	51.36980011	58.06327544	235.7983926
12/01/2017	57765	27978.46645	0.161348883	50.29053434	51.32768745	58.12081039	196.3686889
13/01/2017	57766	27978.04208	0.161404602	50.28858804	51.28319727	58.17184065	149.2271189
14/01/2017	57767	27975.64571	0.161333347	50.28520754	51.24365711	58.20741989	86.60750796
15/01/2017	57768	27979.43125	0.161393555	50.28743417	51.20372327	58.24434331	14.96597408
16/01/2017	57769	27977.69148	0.161294926	50.28642869	51.15928331	58.28397936	316.0282170
17/01/2017	57770	27976.65911	0.161315387	50.28590307	51.11871343	58.32272339	271.2395771
18/01/2017	57771	27977.22115	0.161290751	50.28804918	51.07832354	58.34433318	232.4540354
19/01/2017	57772	27978.55226	0.161258353	50.29060392	51.03616936	58.38996620	192.6217729
20/01/2017	57773	27978.12564	0.161311735	50.29085056	50.99404536	58.41684592	144.3078809
21/01/2017	57774	27975.54548	0.161268825	50.28998703	50.95825599	58.43583778	80.14064776
22/01/2017	57775	27979.71377	0.161396300	50.29315613	50.92082219	58.45828432	8.900059344
23/01/2017	57776	27977.26159	0.161359240	50.29167539	50.87968991	58.51397358	311.5510109
24/01/2017	57777	27976.57949	0.161411537	50.28992076	50.84098145	58.56128173	267.6683769
25/01/2017	57778	27977.71066	0.161389264	50.28976000	50.80131823	58.59572059	229.0799062
26/01/2017	57779	27978.52891	0.161381578	50.28984688	50.75870441	58.65459957	188.7999513
27/01/2017	57780	27977.70891	0.161434094	50.28744250	50.71464277	58.69430543	139.2335378
28/01/2017	57781	27975.96837	0.161362778	50.28478969	50.67639277	58.73938520	73.54581755

(Continua alla pagina successiva)

29/01/2017	57782	27979.49112	0.161409782	50.28694334	50.63446301	58.76113499	2.951345299
30/01/2017	57783	27977.36258	0.161323046	50.28528496	50.59002664	58.81060418	307.2147077
31/01/2017	57784	27976.72624	0.161341359	50.28522202	50.54912300	58.84123640	264.1753513
01/02/2017	57785	27977.36802	0.161304251	50.28792408	50.50760298	58.86528038	225.7090732
02/02/2017	57786	27978.72070	0.161280332	50.29074890	50.46432690	58.91179338	184.8950642
03/02/2017	57787	27977.64855	0.161323666	50.29099603	50.42229344	58.92482750	134.0066768
04/02/2017	57788	27976.09576	0.161293144	50.29148075	50.38738454	58.95261859	66.94758654
05/02/2017	57789	27979.65515	0.161395619	50.29462775	50.34812792	58.96146834	357.2000658
06/02/2017	57790	27976.87688	0.161377197	50.29280512	50.30729338	59.02622063	302.9746116
07/02/2017	57791	27976.79093	0.161416078	50.29135910	50.26828757	59.06495337	260.6874227
08/02/2017	57792	27977.86845	0.161383800	50.29141147	50.22757090	59.10272918	222.2969758
09/02/2017	57793	27978.55296	0.161384753	50.29144787	50.18350593	59.16364592	180.8987119
10/02/2017	57794	27977.28250	0.161410168	50.28887870	50.13921034	59.19391490	128.6065778
11/02/2017	57795	27976.64782	0.161344628	50.28813005	50.10143877	59.24553589	60.26378553
12/02/2017	57796	27979.31853	0.161344467	50.29075658	50.05791946	59.25098935	351.5872026
13/02/2017	57797	27977.16416	0.161287755	50.28980628	50.01482886	59.30102257	298.8665009
14/02/2017	57798	27976.69787	0.161305046	50.29104705	49.97475526	59.32440700	257.2636352
15/02/2017	57799	27977.61469	0.161262212	50.29424151	49.93370025	59.35020884	218.8702871
16/02/2017	57800	27978.92073	0.161259517	50.29670072	49.89101265	59.39590553	176.7997677
17/02/2017	57801	27976.96474	0.161291702	50.29624380	49.85038603	59.39844348	123.0558511
18/02/2017	57802	27977.07966	0.161304871	50.29759443	49.81612573	59.43844188	53.63004563
19/02/2017	57803	27979.22345	0.161352599	50.29992831	49.77551206	59.44548892	346.1490485
20/02/2017	57804	27976.73533	0.161358460	50.29805562	49.73527156	59.51077046	294.8224503
21/02/2017	57805	27976.92000	0.161387080	50.29736696	49.69634463	59.54388052	253.8327365
22/02/2017	57806	27978.02403	0.161351458	50.29806792	49.65542141	59.58377254	215.3987801
23/02/2017	57807	27978.65769	0.161371090	50.29814364	49.61137566	59.64124655	172.6007416
24/02/2017	57808	27976.70520	0.161374852	50.29534947	49.56850591	59.66048658	117.3265758
25/02/2017	57809	27977.61334	0.161359477	50.29598604	49.53097051	59.71432165	46.96754551
26/02/2017	57810	27978.92486	0.161315780	50.29784899	49.48625707	59.71995184	340.8625007
27/02/2017	57811	27977.01748	0.161289693	50.29705829	49.44371886	59.76819742	290.8973621
28/02/2017	57812	27976.73532	0.161301484	50.29916125	49.40332630	59.78677114	250.4492049
01/03/2017	57813	27977.87528	0.161254579	50.30302734	49.36143951	59.81515174	211.8956163
02/03/2017	57814	27979.03595	0.161270634	50.30575983	49.31850413	59.85513389	168.2841712
03/03/2017	57815	27976.25655	0.161276663	50.30559478	49.27928102	59.84699892	111.4599236
04/03/2017	57816	27978.18450	0.161349508	50.30846050	49.24502893	59.88545746	40.40692454
05/03/2017	57817	27978.70781	0.161356093	50.30992830	49.20377767	59.90044088	335.7324929
06/03/2017	57818	27976.60498	0.161384954	50.30808557	49.16408062	59.96315701	287.0163667
07/03/2017	57819	27977.14278	0.161397769	50.30774586	49.12477636	59.99214380	247.0480528
08/03/2017	57820	27978.16831	0.161362370	50.30871890	49.08283691	60.03643889	208.3369759
09/03/2017	57821	27978.67483	0.161390994	50.30879030	49.03805182	60.09052459	163.8477966
10/03/2017	57822	27976.15976	0.161350736	50.30653723	48.99645413	60.10432270	105.4087184
11/03/2017	57823	27978.50796	0.161372789	50.30934431	48.95870251	60.14769453	33.86851868

(Continua alla pagina successiva)



12/03/2017	57824	27978.60184	0.161297967	50.31106366	48.91445016	60.15662026	330.7593173
13/03/2017	57825	27976.80560	0.161307186	50.31132064	48.87383051	60.19988821	283.2434863
14/03/2017	57826	27976.83189	0.161313892	50.31419895	48.83440603	60.21501569	243.6790465
15/03/2017	57827	27978.27319	0.161273678	50.31794334	48.79331579	60.24733274	204.7281663
16/03/2017	57828	27978.96175	0.161317632	50.31991270	48.75138121	60.28134808	159.2781348
17/03/2017	57829	27975.67425	0.161301527	50.31943121	48.71409481	60.27584089	99.24160053
18/03/2017	57830	27979.09448	0.161420242	50.32303011	48.67922675	60.31031346	27.45970755
19/03/2017	57831	27978.20265	0.161394399	50.32353840	48.63805556	60.33879010	325.9080172
20/03/2017	57832	27976.56112	0.161445876	50.32217140	48.59925529	60.39472172	279.4954628
21/03/2017	57833	27977.30490	0.161450014	50.32254262	48.56023965	60.42180085	240.2888611
22/03/2017	57834	27978.42932	0.161424774	50.32380064	48.51850629	60.46859983	201.0613898

Tabella A.1: Bernese E18-GSAT0201.

# Appendice B

## BERNESE GSAT0202

Bernese E14-GSAT0202

Giorno	Epoca	a [km]	e	i [°]	RAAN [°]	AoP [°]	M [°]
03/01/2017	57756	27977.23862	0.161340559	50.33991443	50.67518713	58.83837359	129.5213284
04/01/2017	57757	27976.40957	0.161284009	50.34013642	50.63848219	58.87970831	61.46433518
05/01/2017	57758	27979.40930	0.161325586	50.34357981	50.59697154	58.87950671	352.5393035
06/01/2017	57759	27976.87291	0.161309038	50.34308024	50.55603177	58.93185868	299.4812865
07/01/2017	57760	27976.47999	0.161360322	50.34411483	50.51778017	58.95908722	257.7274887
08/01/2017	57761	27977.87031	0.161335944	50.34627164	50.47856087	58.98875169	219.3426226
09/01/2017	57762	27978.81266	0.161365059	50.34734679	50.43750675	59.04031990	177.4371892
10/01/2017	57763	27976.62378	0.161429140	50.34497793	50.39715408	59.05654730	124.0276362
11/01/2017	57764	27977.08395	0.161455238	50.34364245	50.36229017	59.11969290	54.80848057
12/01/2017	57765	27978.95542	0.161481524	50.34387174	50.32026829	59.14726966	347.0381688
13/01/2017	57766	27976.75108	0.161448608	50.34023612	50.27764544	59.21892993	295.4248612
14/01/2017	57767	27976.96603	0.161449580	50.33873808	50.23668729	59.25327215	254.3225323
15/01/2017	57768	27977.70567	0.161395855	50.33982762	50.19409027	59.29320482	215.9122960
16/01/2017	57769	27978.56994	0.161387324	50.34088305	50.14922212	59.34964071	173.2833149
17/01/2017	57770	27976.62661	0.161374604	50.33945837	50.10691807	59.36034977	118.3503789
18/01/2017	57771	27977.40884	0.161365981	50.34129100	50.07112506	59.40248112	48.18318516
19/01/2017	57772	27978.98967	0.161367054	50.34387838	50.02921842	59.40282802	341.7619405
20/01/2017	57773	27976.62295	0.161379944	50.34310446	49.98932517	59.45776168	291.4992093
21/01/2017	57774	27976.71081	0.161414857	50.34391566	49.95112025	59.48258408	250.9411445
22/01/2017	57775	27978.09624	0.161385937	50.34559992	49.91138212	59.51994484	212.4292863
23/01/2017	57776	27978.69199	0.161430134	50.34601442	49.86959924	59.57152618	169.0145372
24/01/2017	57777	27976.09210	0.161456208	50.34316001	49.82983184	59.58533484	112.5297406
25/01/2017	57778	27978.08174	0.161515847	50.34319484	49.79457033	59.64781025	41.58301859
26/01/2017	57779	27978.47338	0.161489341	50.34274746	49.75152313	59.67588239	336.5901486
27/01/2017	57780	27976.66862	0.161482571	50.33941670	49.70962915	59.74202870	287.6304696
28/01/2017	57781	27977.09917	0.161472124	50.33842508	49.66873524	59.77216670	247.5814665

(Continua alla pagina successiva)

29/01/2017	57782	27977.85634	0.161421373	50.33955445	49.62552153	59.81617834	208.9198040
30/01/2017	57783	27978.57080	0.161429208	50.34006097	49.57988141	59.86955116	164.6297315
31/01/2017	57784	27976.06385	0.161380790	50.33846961	49.53806109	59.87689488	106.5393812
01/02/2017	57785	27978.37783	0.161412422	50.34175725	49.50095473	59.91378091	35.08426648
02/02/2017	57786	27978.54195	0.161368359	50.34377847	49.45782933	59.91945000	331.6329440
03/02/2017	57787	27976.48030	0.161403952	50.34370761	49.41822305	59.96811348	283.8664443
04/02/2017	57788	27976.88190	0.161420879	50.34540454	49.37962962	59.98872163	244.2268202
05/02/2017	57789	27978.32958	0.161392979	50.34742527	49.33931902	60.02830000	205.3434099
06/02/2017	57790	27978.55247	0.161454624	50.34745544	49.29713090	60.07304555	160.1169512
07/02/2017	57791	27975.63193	0.161447624	50.34434949	49.25817428	60.08820620	100.4181537
08/02/2017	57792	27978.94111	0.161539601	50.34537715	49.22130084	60.14464184	28.64737511
09/02/2017	57793	27977.96442	0.161463808	50.34414573	49.17693227	60.18343765	326.7696835
10/02/2017	57794	27976.76799	0.161463268	50.34150365	49.13493757	60.23921679	280.1491333
11/02/2017	57795	27977.11928	0.161436749	50.34184127	49.09339846	60.26689915	240.8845792
12/02/2017	57796	27978.00614	0.161380800	50.34399158	49.04955498	60.31257308	201.7251500
13/02/2017	57797	27978.58123	0.161393801	50.34483748	49.00448106	60.35544223	155.4657230
14/02/2017	57798	27975.58935	0.161314840	50.34405883	48.96516705	60.35890941	94.15053037
15/02/2017	57799	27979.17881	0.161392865	50.34846251	48.92778781	60.38105564	22.36769223
16/02/2017	57800	27978.01481	0.161336459	50.34960543	48.88551590	60.40258830	322.1010876
17/02/2017	57801	27976.43760	0.161388414	50.34966923	48.84678931	60.44561227	276.5076255
18/02/2017	57802	27977.11300	0.161392542	50.35138340	48.80816914	60.46744240	237.5266737
19/02/2017	57803	27978.52728	0.161372319	50.35325069	48.76740924	60.51244243	198.0273149
20/02/2017	57804	27978.30609	0.161443336	50.35287313	48.72518844	60.54957023	150.6790733
21/02/2017	57805	27975.50079	0.161408288	50.35034229	48.68778150	60.57169384	87.77138858
22/02/2017	57806	27979.41861	0.161513661	50.35238157	48.64964307	60.61012036	16.16667439
23/02/2017	57807	27977.57611	0.161435294	50.35067981	48.60582591	60.65939133	317.5151425
24/02/2017	57808	27976.76022	0.161449226	50.34869130	48.56466849	60.70617025	272.9087762
25/02/2017	57809	27977.24223	0.161417420	50.34953526	48.52312464	60.73286853	234.1760577
26/02/2017	57810	27978.25113	0.161374021	50.35165774	48.47869055	60.78151581	194.2744777
27/02/2017	57811	27978.35000	0.161395892	50.35211491	48.43353243	60.81388351	145.7390586
28/02/2017	57812	27975.54526	0.161301742	50.35231048	48.39527090	60.82477918	81.29121346
01/03/2017	57813	27979.57272	0.161386182	50.35761270	48.35605345	60.82855428	10.15905424
02/03/2017	57814	27977.61799	0.161339544	50.35860979	48.31429112	60.86125128	313.0993566
03/03/2017	57815	27976.36321	0.161401842	50.35965383	48.27609199	60.89589857	269.3633570
04/03/2017	57816	27977.38987	0.161393379	50.36197487	48.23734767	60.91659919	230.7951744
05/03/2017	57817	27978.76056	0.161390099	50.36381596	48.19633728	60.96277403	190.4294972
06/03/2017	57818	27977.87309	0.161467119	50.36280767	48.15433272	60.98909697	140.6528211
07/03/2017	57819	27975.79939	0.161430212	50.36088924	48.11787742	61.02527326	74.72749361
08/03/2017	57820	27979.48432	0.161511886	50.36320096	48.07758941	61.05085133	4.241404527
09/03/2017	57821	27977.33665	0.161436550	50.36131378	48.03393282	61.10760832	308.7558510
10/03/2017	57822	27976.78980	0.161450584	50.36057466	47.99306159	61.14457310	265.8545269
11/03/2017	57823	27977.30934	0.161408681	50.36273247	47.95133527	61.17084202	227.4128265

(Continua alla pagina successiva)

12/03/2017	57824	27978.57966	0.161372531	50.36552332	47.90728093	61.21884709	186.5112093
13/03/2017	57825	27977.91939	0.161393041	50.36605348	47.86411612	61.23424523	135.3966558
14/03/2017	57826	27975.92454	0.161322130	50.36750600	47.82837379	61.25298615	68.11815940
15/03/2017	57827	27979.64785	0.161401627	50.37243007	47.78881507	61.24628388	358.5347648
16/03/2017	57828	27977.19022	0.161382953	50.37281310	47.74860416	61.29236800	304.5526899
17/03/2017	57829	27976.45106	0.161446844	50.37392366	47.71102151	61.32142881	262.3743156
18/03/2017	57830	27977.68026	0.161432177	50.37621459	47.67223652	61.34663835	223.9857482
19/03/2017	57831	27978.92755	0.161447897	50.37788113	47.63114036	61.39506165	182.4923607
20/03/2017	57832	27977.32118	0.161516084	50.37655109	47.59018854	61.41044786	129.9895530
21/03/2017	57833	27976.48328	0.161504897	50.37598184	47.55516669	61.45701035	61.45574029
22/03/2017	57834	27979.34460	0.161557985	50.37800448	47.51400252	61.47182623	352.9201438

Tabella B.1: Bernese E14-GSAT0202.

# Appendice C

## GREAT GSAT0201

GREAT E18-GSAT0201							
Giorno	Epoca	a [km]	e	i [°]	RAAN [°]	AoP [°]	M [°]
03/01/2017	57756	27976.67580	0.161255	50.28598466	51.78467037	53.33727140	213.8385635
04/01/2017	57757	27977.04746	0.161245	50.28724517	51.74399037	53.36649225	180.0368037
05/01/2017	57758	27978.27441	0.161203	50.28999537	51.70147690	53.42367344	150.5944507
06/01/2017	57759	27978.51687	0.161245	50.29119858	51.65850506	53.47352077	86.95127285
07/01/2017	57760	27975.38127	0.161208	50.29045374	51.62109092	53.47930764	18.55879053
08/01/2017	57761	27979.46342	0.161342	50.29389148	51.58551024	53.52417024	339.7389916
09/01/2017	57762	27977.67322	0.161314	50.29354771	51.54448646	53.58175249	271.7564032
10/01/2017	57763	27976.39656	0.161373	50.29148506	51.50581181	53.65835695	207.9189927
11/01/2017	57764	27977.53839	0.161367	50.29074021	51.46662150	53.70218822	179.8959707
12/01/2017	57765	27978.44841	0.161349	50.29062562	51.42456639	53.78005319	144.5499179
13/01/2017	57766	27978.02430	0.161405	50.28873486	51.38004757	53.84938108	81.80943000
14/01/2017	57767	27975.62916	0.161333	50.28535441	51.34039889	53.89791060	12.12006272
15/01/2017	57768	27979.41485	0.161393	50.28753165	51.30046374	53.94827360	332.1713650
16/01/2017	57769	27977.67504	0.161295	50.28661492	51.25594492	54.00224622	266.4884574
17/01/2017	57770	27976.64306	0.161316	50.28604196	51.21520762	54.05478645	202.4479333
18/01/2017	57771	27977.20551	0.161291	50.28810461	51.17481409	54.08389271	179.2955682
19/01/2017	57772	27978.53789	0.161259	50.29068292	51.13270169	54.14548567	138.1704339
20/01/2017	57773	27978.11115	0.161312	50.29102669	51.09053200	54.18192578	76.66203947
21/01/2017	57774	27975.53179	0.161268	50.29010996	51.05466484	54.20788077	7.028530569
22/01/2017	57775	27979.70111	0.161396	50.29326123	51.01725070	54.23841942	324.3963850
23/01/2017	57776	27977.24928	0.161359	50.29182883	50.97605503	54.31399256	261.1205877
24/01/2017	57777	27976.56806	0.161412	50.29005266	50.93720849	54.37799194	197.5713749
25/01/2017	57778	27977.70027	0.161390	50.28982348	50.89755981	54.42440152	178.1564708
26/01/2017	57779	27978.51979	0.161382	50.28993807	50.85498905	54.50381347	131.6043948
27/01/2017	57780	27977.70008	0.161434	50.28758895	50.81087130	54.55755691	71.29101850
28/01/2017	57781	27975.95989	0.161363	50.28489604	50.77254042	54.61857692	3.241394134

*(Continua alla pagina successiva)*

29/01/2017	57782	27979.48394	0.161410	50.28707328	50.73065721	54.64802695	316.5425087
30/01/2017	57783	27977.35517	0.161323	50.28541171	50.68613839	54.71489112	255.4434927
31/01/2017	57784	27976.71925	0.161342	50.28529711	50.64511461	54.75625868	193.2871976
01/02/2017	57785	27977.36267	0.161304	50.28799002	50.60357517	54.78857350	176.4636670
02/02/2017	57786	27978.71676	0.161280	50.29085481	50.56037415	54.85114049	125.0244329
03/02/2017	57787	27977.64540	0.161324	50.29114128	50.51820446	54.86878759	65.67522997
04/02/2017	57788	27976.09316	0.161293	50.29154235	50.48325403	54.90631632	0.938619460
05/02/2017	57789	27979.65409	0.161396	50.29475092	50.44400642	54.91817655	309.2629654
06/02/2017	57790	27976.87601	0.161377	50.29291745	50.40303994	55.00549532	249.5696440
07/02/2017	57791	27976.79069	0.161416	50.29142776	50.36390692	55.05769177	189.6466238
08/02/2017	57792	27977.86989	0.161384	50.29142776	50.32322692	55.10845583	174.2049528
09/02/2017	57793	27978.55476	0.161385	50.29154235	50.27916647	55.19038880	118.5454262
10/02/2017	57794	27977.28537	0.161410	50.28902134	50.23476224	55.23112610	59.55397807
11/02/2017	57795	27976.65083	0.161345	50.28816190	50.19694702	55.30045399	0.015183382
12/02/2017	57796	27979.32211	0.161345	50.29085481	50.15345953	55.30767326	302.3990456
13/02/2017	57797	27977.16774	0.161288	50.28993807	50.11020121	55.37499580	243.3664018
14/02/2017	57798	27976.70232	0.161305	50.29108399	50.06997958	55.40645118	186.6115517
15/02/2017	57799	27977.62155	0.161262	50.29429255	50.02895580	55.44105783	171.3578109
16/02/2017	57800	27978.92736	0.161259	50.29681357	49.98627044	55.50236432	112.3047126
17/02/2017	57801	27976.97340	0.161292	50.29635520	49.94553314	55.50585936	52.98908495
18/02/2017	57802	27977.08954	0.161305	50.29761571	49.91127027	55.55931632	359.5052906
19/02/2017	57803	27979.23415	0.161353	50.30002213	49.87064756	55.56859824	296.2179769
20/02/2017	57804	27976.74706	0.161358	50.29818867	49.83025403	55.65614619	236.9844541
21/02/2017	57805	27976.9334	0.161387	50.29738652	49.79123561	55.70066501	184.1769968
22/02/2017	57806	27978.03844	0.161351	50.29807407	49.75038372	55.75417927	167.9017868
23/02/2017	57807	27978.67338	0.161371	50.29824596	49.70632326	55.83118480	106.3068758
24/02/2017	57808	27976.72264	0.161375	50.29543847	49.66335143	55.85691060	45.76070670
25/02/2017	57809	27977.63225	0.161360	50.29601143	49.62582269	55.92858762	357.6034718
26/02/2017	57810	27978.94391	0.161316	50.29795948	49.58107469	55.93586419	290.4132842
27/02/2017	57811	27977.03681	0.161289	50.29715734	49.53838933	56.00043653	230.4264365
28/02/2017	57812	27976.7568	0.161301	50.29916269	49.49793851	56.02547479	182.3168320
01/03/2017	57813	27977.89859	0.161254	50.30305881	49.45611259	56.06357648	163.8400317
02/03/2017	57814	27979.05927	0.161270	50.30586630	49.41314076	56.11709074	100.6344790
03/03/2017	57815	27976.28172	0.161277	50.30563712	49.37377856	56.10614724	38.19560116
04/03/2017	57816	27978.21106	0.161350	50.30844461	49.33951568	56.15702590	354.3564054
05/03/2017	57817	27978.73594	0.161356	50.30999160	49.29820543	56.17667835	285.0592227
06/03/2017	57818	27976.63403	0.161384	50.30815813	49.25832756	56.26044478	223.8987856
07/03/2017	57819	27977.17335	0.161397	50.30769976	49.21902266	56.29940591	181.0116914
08/03/2017	57820	27978.20092	0.161361	50.30873109	49.17713944	56.35876433	159.1662431
09/03/2017	57821	27978.70782	0.161391	50.30884568	49.13227685	56.43095702	95.18049377
10/03/2017	57822	27976.19415	0.161352	50.30655385	49.09056552	56.44917707	30.30087300
11/03/2017	57823	27978.54437	0.161374	50.30936134	49.05286490	56.50624367	349.6429681

(Continua alla pagina successiva)

12/03/2017	57824	27978.63885	0.161298	50.31113751	49.00851796	56.51776012	279.8443901
13/03/2017	57825	27976.84350	0.161306	50.31136669	48.96772337	56.57551427	217.4846377
14/03/2017	57826	27976.87272	0.161312	50.31417419	48.92824658	56.59602616	180.2433550
15/03/2017	57827	27978.31426	0.161272	50.31795571	48.88722280	56.63939906	153.9361125
16/03/2017	57828	27979.00480	0.161318	50.31996106	48.84516770	56.68489191	89.98009964
17/03/2017	57829	27975.71875	0.161303	50.31944540	48.80781085	56.67727157	22.76848334
18/03/2017	57830	27979.14052	0.161421	50.32299774	48.77297501	56.72224876	343.7541079
19/03/2017	57831	27978.24989	0.161394	50.32357070	48.73166476	56.75966290	274.7760054
20/03/2017	57832	27976.61007	0.161444	50.32213830	48.69276092	56.83409012	211.3577135
21/03/2017	57833	27977.35636	0.161448	50.32248208	48.65379979	56.87058753	179.9996188
22/03/2017	57834	27978.48073	0.161423	50.32379988	48.61208847	56.93321182	148.1760531

Tabella C.1: GREAT E18-GSAT0201.

# Appendice D

## GREAT GSAT0202

GREAT E14-GSAT0202							
Giorno	Epoca	a [km]	e	i [°]	RAAN [°]	AoP [°]	M [°]
03/01/2017	57756	27977.21436	0.161340	50.34007188	50.77248313	54.75190420	60.95761008
04/01/2017	57757	27976.38539	0.161283	50.34024377	50.73575653	54.80799677	0.097803896
05/01/2017	57758	27979.3866	0.161325	50.34373881	50.69421709	54.80799677	303.9017993
06/01/2017	57759	27976.85022	0.161309	50.34328044	50.65313602	54.87875705	244.7940407
07/01/2017	57760	27976.45885	0.161361	50.34425447	50.61480514	54.91525447	187.2442117
08/01/2017	57761	27977.84919	0.161337	50.34637442	50.57555753	54.95490315	172.0543557
09/01/2017	57762	27978.79348	0.161365	50.34746304	50.53453376	55.02411645	113.6973438
10/01/2017	57763	27976.60506	0.161429	50.34517120	50.49408294	55.04606073	54.51584559
11/01/2017	57764	27977.06511	0.161455	50.34373881	50.45918981	55.13131685	359.7277129
12/01/2017	57765	27978.93844	0.161481	50.34402529	50.41713470	55.16861640	297.4995689
13/01/2017	57766	27976.73403	0.161449	50.34041565	50.37439205	55.26504520	238.3573756
14/01/2017	57767	27976.94985	0.161450	50.33886867	50.33336827	55.31105371	184.6500880
15/01/2017	57768	27977.68997	0.161396	50.33989999	50.29079751	55.36439608	168.7007765
16/01/2017	57769	27978.55523	0.161388	50.34098861	50.24593491	55.43996921	107.5833112
17/01/2017	57770	27976.61181	0.161374	50.33961351	50.20347874	55.45446505	47.38699011
18/01/2017	57771	27977.39421	0.161366	50.34138968	50.16766888	55.51118787	358.1464066
19/01/2017	57772	27978.97618	0.161367	50.34402529	50.12578566	55.51181812	291.6642802
20/01/2017	57773	27976.60935	0.161380	50.34328044	50.08573591	55.58555779	231.8770510
21/01/2017	57774	27976.69779	0.161415	50.34402529	50.04746233	55.61867475	182.6780246
22/01/2017	57775	27978.08449	0.161386	50.34568687	50.00775636	55.66852208	164.7892509
23/01/2017	57776	27978.68114	0.161430	50.34614523	49.96598774	55.73744890	101.8612390
24/01/2017	57777	27976.08257	0.161456	50.34328044	49.92610987	55.75607003	39.86537206
25/01/2017	57778	27978.07267	0.161516	50.34328044	49.89087297	55.83977916	355.1557961
26/01/2017	57779	27978.4651	0.161489	50.34287937	49.84784384	55.87742249	286.1487020
27/01/2017	57780	27976.66059	0.161483	50.33955622	49.80578874	55.96588717	225.2444343
28/01/2017	57781	27977.09166	0.161472	50.33852489	49.76487955	56.00610881	181.2399578

*(Continua alla pagina successiva)*



29/01/2017	57782	27977.85027	0.161422	50.33961351	49.72167853	56.06466510	160.2028383
30/01/2017	57783	27978.56484	0.161429	50.34018647	49.67607109	56.13582646	96.31695556
31/01/2017	57784	27976.05945	0.161381	50.33858219	49.63413058	56.14573863	31.98038418
01/02/2017	57785	27978.37388	0.161412	50.34184805	49.59700292	56.19495570	350.7687156
02/02/2017	57786	27978.53842	0.161368	50.34391070	49.55380190	56.20257604	280.9558136
03/02/2017	57787	27976.47739	0.161404	50.34385340	49.51403863	56.26754945	218.8444957
04/02/2017	57788	27976.88027	0.161421	50.34545768	49.47542127	56.29499413	180.3644210
05/02/2017	57789	27978.33006	0.161393	50.34746304	49.43514234	56.34759166	155.1162909
06/02/2017	57790	27978.55290	0.161455	50.34757763	49.39291535	56.40717927	91.09243990
07/02/2017	57791	27975.63357	0.161448	50.34442636	49.35383963	56.42740468	24.33168409
08/02/2017	57792	27978.94379	0.161540	50.34545768	49.31699844	56.50240485	345.0705930
09/02/2017	57793	27977.96684	0.161464	50.34425447	49.27259421	56.55397106	275.8149498
10/02/2017	57794	27976.77059	0.161463	50.34161887	49.23042452	56.62822639	212.5939845
11/02/2017	57795	27977.12331	0.161437	50.34184805	49.18888508	56.66506757	180.0077548
12/02/2017	57796	27978.01174	0.161381	50.34402529	49.14505381	56.72568651	149.4217780
13/02/2017	57797	27978.58635	0.161394	50.34494202	49.09990473	56.78258122	85.92034989
14/02/2017	57798	27975.59535	0.161315	50.34413988	49.06048524	56.78716488	17.19154135
15/02/2017	57799	27979.18659	0.161393	50.34849436	49.02312839	56.81638573	338.3056230
16/02/2017	57800	27978.02265	0.161336	50.34975487	48.98072951	56.84491902	270.7569357
17/02/2017	57801	27976.44604	0.161388	50.34975487	48.94188297	56.90210021	206.8461865
18/02/2017	57802	27977.12391	0.161392	50.35141644	48.90320832	56.93109188	179.8246375
19/02/2017	57803	27978.53967	0.161372	50.35330721	48.86252832	56.99079408	143.3963246
20/02/2017	57804	27978.31977	0.161443	50.35296343	48.82024403	57.04001115	80.87935261
21/02/2017	57805	27975.51555	0.161409	50.35038512	48.78271530	57.06923200	11.10478151
22/02/2017	57806	27979.43442	0.161514	50.35244777	48.74467090	57.11976688	330.7602272
23/02/2017	57807	27977.59304	0.161435	50.35078619	48.70072504	57.18485488	265.5096736
24/02/2017	57808	27976.77802	0.161449	50.34872354	48.65947208	57.24684892	201.4967088
25/02/2017	57809	27977.26237	0.161417	50.34952568	48.61793264	57.28231500	179.1266603
26/02/2017	57810	27978.27178	0.161373	50.35170292	48.57352841	57.34671546	136.9795984
27/02/2017	57811	27978.37196	0.161396	50.35221859	48.52826474	57.38957270	75.69425646
28/02/2017	57812	27975.56791	0.161302	50.35233318	48.48993386	57.40372476	6.239052023
01/03/2017	57813	27979.59633	0.161387	50.35766168	48.45074355	57.40825113	322.9975086
02/03/2017	57814	27977.64234	0.161339	50.35869301	48.40880304	57.45133755	260.1709101
03/03/2017	57815	27976.38927	0.161401	50.35966704	48.37052946	57.49728877	196.8055022
04/03/2017	57816	27977.41744	0.161392	50.36195887	48.33179751	57.52484804	177.9131930
05/03/2017	57817	27978.78978	0.161389	50.36384963	48.29077373	57.58592534	130.5189263
06/03/2017	57818	27977.90451	0.161467	50.36287560	48.24866134	57.62070388	70.40024102
07/03/2017	57819	27975.83134	0.161431	50.36087025	48.21216392	57.66797290	2.772027109
08/03/2017	57820	27979.51754	0.161513	50.36321938	48.17188499	57.70108986	315.3050345
09/03/2017	57821	27977.37082	0.161436	50.36138591	48.12811102	57.77568896	254.4831008
10/03/2017	57822	27976.82516	0.161449	50.36058377	48.08714453	57.82461956	192.6359165
11/03/2017	57823	27977.34763	0.161407	50.36270371	48.04543321	57.85956998	176.1297472

(Continua alla pagina successiva)

12/03/2017	57824	27978.61737	0.161372	50.36556850	48.00137275	57.92299641	123.9467566
13/03/2017	57825	27977.95856	0.161393	50.36608416	47.95805714	57.94327912	64.70051417
14/03/2017	57826	27975.96626	0.161323	50.36745926	47.92230458	57.96734334	0.691502763
15/03/2017	57827	27979.69002	0.161402	50.37244400	47.88271319	57.95788954	308.1329207
16/03/2017	57828	27977.23325	0.161382	50.37284507	47.84231967	58.01833659	248.6247793
17/03/2017	57829	27976.49687	0.161445	50.37387639	47.80467634	58.05683935	189.1399572
18/03/2017	57830	27977.72801	0.161430	50.37616822	47.76594439	58.09047197	173.8112735
19/03/2017	57831	27978.9759	0.161447	50.37788709	47.72486332	58.15441406	117.5976967
20/03/2017	57832	27977.37125	0.161517	50.37656929	47.68378225	58.17458218	58.61965579
21/03/2017	57833	27976.53551	0.161506	50.37593904	47.64871723	58.23485734	359.9999824
22/03/2017	57834	27979.39779	0.161559	50.37800169	47.60757886	58.25347847	301.4132717

Tabella D.1: GREAT E14-GSAT0202.

# Bibliografia

- [1] Alessandro Caporali, Posizionamento Satellitare e Determinazione Orbitale, 2018.
- [2] Kaula, William M. Theory of satellite geodesy: applications of satellites to geodesy. Courier Corporation, 2013.
- [3] Milani, Andrea, Anna Maria Nobili, and Paolo Farinella. Non-gravitational perturbations and satellite geodesy. 1987.
- [4] Karttunen, Hannu, et al., eds. Fundamental astronomy. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [5] Hofmann-Wellenhof, Bernhard, Herbert Lichtenegger, and James Collins. Global positioning system: theory and practice. Springer Science Business Media, 2012.
- [6] Gurtner, Werner, and Lou Estey. "Rinex-the receiver independent exchange format-version 3.00." Astronomical Institute, University of Bern and UNAVCO, Boulder, Colorado, 2007.
- [7] Mengali, G., Quarta, A. Fondamenti di meccanica del volo spaziale, 2006.
- [8] Vespe, F., and M. Rothacher. "On-board Accelerometry on GALILEO Satellites: Technical Notes." Galileo Scientific Advisory Committee, Tech. Rep. (2014).
- [9] Lucchesi D., Vespe F., "Fundamental Physics measurements with Galileo FOC satellites and the Galileo for Science project. Part I: a 3D-CAD and a Box Wing for modeling the effects of Non-Conservative Forces", 24 May 2023.

- [10] Lucchesi D., Vespe F., "Fundamental Physics measurements with Galileo FOC satellites and the Galileo for Science project. Part II: a Box Wing for modeling Direct Solar Radiation Pressure and preliminaries Orbit Determinations", 25 May 2023.
- [11] Sapio, F., Lucchesi, D. M., Visco, M., Benedetti, S., Fiorenza, E., Lefevre, C., .. Santoli, F. (2022). The Galileo for science (G4S 2.0) project: fundamental physics experiments with Galileo satellites Doresa and Milena. *IL NUOVO CIMENTO C*, 45(05).
- [12] Vespe, F. (2018). GALILEO for Science project (G4S): Eccentric GALILEO Satellites for General Relativistic Investigations. 42nd COSPAR Scientific Assembly, 42, H0-5.
- [13] Lucchesi D., Visco M., Cinelli M., Vespe F., Di Marco A., Feliciano S. (2023). POD results with GEODYN and non-gravitational perturbations models.
- [14] Roberts, B. M., Blewitt, G., Dailey, C., Murphy, M., Pospelov, M., Rollings, A., ... Derevianko, A. (2017). Search for domain wall dark matter with atomic clocks on board global positioning system satellites. *Nature communications*, 8(1), 1195.
- [15] Lucchesi D., Visco M., Cinelli M., Vespe F., Di Marco A., Feliciano S. (2023). Domain wall dark matter and GNSS atomic-clocks: principles and activities.
- [16] Lucchesi D., David M. "The LAGEOS satellites orbit and Yukawa-like interactions." *Advances in space research* 47.7 (2011): 1232-1237.
- [17] Vespe, F. (2019) Dark Matter Search by GALILEO.
- [18] Vespe, F., and P. Rutigliano. "The improvement of the Earth gravity field estimation and its benefits in the atmosphere and fundamental physics." *Advances in Space Research* 36.3 (2005): 472-485.
- [19] Vespe, F., and E. Rosciano. "Science With GALILEO." 2019 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium and European Frequency and Time Forum (EFTF/IFC). IEEE, 2019.

- [20] Delva, P., Puchades, N., Schönemann, E., Dilssner, F., Courde, C., Bertone, S. Wolf, P. (2019). A new test of gravitational redshift using Galileo satellites: The GREAT experiment. *Comptes Rendus Physique*, 20(3), 176-182.
- [21] Il GPS – Global Positioning System.  
<https://www.astronautinews.it/2018/06/il-gps-global-positioning-system/>
- [22] Global Navigation Satellite System.  
<https://it.rbth.com/storia/86776-gps-o-glonass-ecco-in-cosa>
- [23] The BeiDou Navigation Satellite System.  
<https://www.itu.int/hub/2023/06/the-beidou-navigation-satellite-system-and-the-utc-leap-second/>
- [24] Indian Regional Navigation Satellite System.  
<https://brahmand.com/news/IRNSS-last-satellite-to-be-launched-in-April-end/14726/1/10.html>
- [25] Quasi-Zenith Satellite System (QZSS).  
<https://spaceflight101.com/spacecraft/qzss/>
- [26] ESA-European Space Agency.  
[https://www.esa.int/Applications/Navigation/New\\_Galileo\\_service\\_set\\_to\\_deliver\\_20\\_cm\\_accuracy](https://www.esa.int/Applications/Navigation/New_Galileo_service_set_to_deliver_20_cm_accuracy)
- [27] Galileo In-Orbit Validation Element.  
<https://www.esa.int/esapub/br/br251/br251i.pdf>
- [28] EUSPA-European Union Agency for the Space Programm.  
<https://www.euspa.europa.eu/european-space/galileo/What-Galileo>
- [29] GNSS DATA PROCESSING Volume I: Fundamentals and Algorithms.  
[https://gssc.esa.int/navipedia/GNSS\\_Book/ESA\\_GNSS-Book\\_TM-23\\_Vol\\_I.pdf](https://gssc.esa.int/navipedia/GNSS_Book/ESA_GNSS-Book_TM-23_Vol_I.pdf).
- [30] Chao, Benjamin Fong. "Earth's oblateness and its temporal variations." *Comptes Rendus Geoscience* 338.14-15 (2006): 1123-1129.

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631071306002690>

- [31] Carpino, Mario. "Non gravitational perturbations on artificial satellites." ISPRS Commission I Workshop on Digital Sensors and Systems, Trento, June. 1993.

<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=58b631d7caa0445d15e0a1113f3c4eec3f611c2c>

- [32] Girardin, V. E. J. "Impact of non-gravitational forces on GPS-based precise orbit determination of low Earth orbiters." (2016).

<https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:5d5fae8c-0f78-4939-91c1-a9381a8b71bf>

- [33] Anselmo, L., Farinella, P., Milani, A., Nobili, A. M. (1983). Effects of the earth-reflected sunlight on the orbit of the LAGEOS satellite. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 117, no. 1, Jan. 1983, p. 3-8. Consiglio Nazionale delle Ricerche, 117, 3-8.

<https://adsabs.harvard.edu/full/1983A%26A...117...3A>

- [34] Kittel, C., Kroemer, H. (1971). Thermal physics. *American Journal of Physics*, 39(1), 126-127.

<https://jontalle.web.engr.illinois.edu/MISC/Books/Kittel-ThermalPhysics.80.pdf>

- [35] Hagahira, Y., Kozai, Y. (1961). On the motion of satellites with critical inclination. *Smithsonian Contributions to Astrophysics*.

<https://repository.si.edu/bitstream/handle/10088/6585/SCAS-0035.pdf>

- [36] Vokrouhlicky, D., P. Farinella, and F. Mignard. "Solar radiation pressure perturbations for Earth satellites." *Astron. Astrophys* 285 (1994): 333-343.

[https://astro.troja.mff.cuni.cz/davok/papers/aa\\_pen2.pdf](https://astro.troja.mff.cuni.cz/davok/papers/aa_pen2.pdf)

- [37] Vokrouhlicky, D., P. Farinella, and F. Mignard. "Solar radiation pressure perturbations for Earth satellites. III. Global atmospheric phenomena and the albedo effect." *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 290, p. 324-334 (1994) 290 (1994): 324-334.

<https://adsabs.harvard.edu/full/1994A&A...290..324V>

- [38] Eclissi solare.  
[\https://www.ilmeteo.net/notizie/attualita/eclissi-2023-terra-sole-luna-segnare-calendario-astronomia.html](https://www.ilmeteo.net/notizie/attualita/eclissi-2023-terra-sole-luna-segnare-calendario-astronomia.html)
- [39] The First Evidence for Dark Matter: The Virial Theorem and Galaxy Cluster Motion.  
[http://odessa.phy.sdsmt.edu/~lcorwin/PHYS792DM\\_Spring2014/PHYS792Spring\\_DM\\_W1\\_2.pdf](http://odessa.phy.sdsmt.edu/~lcorwin/PHYS792DM_Spring2014/PHYS792Spring_DM_W1_2.pdf)
- [40] Gravitational Lenses alternative to Virial Teorem.  
<https://galaxiesbook.org/chapters/III-04.-Gravitational-Lensing.html>
- [41] Il problema della materia oscura.  
<https://w3.lfn.infn.it/problema-della-materia-oscura/>
- [42] L'universo oscuro.  
<https://www.lfn.infn.it/STORIA/Scuola%202016/25%20febbraio/Capaccioli/Scuola%20di%20Asiago%20DARK%20UNIVERSE.pdf>
- [43] Planck e il fondo cosmico a microonde.  
[https://www.esa.int/Science\\_Exploration/Space\\_Science/Planck/Planck\\_and\\_the\\_cosmic\\_microwave\\_background](https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Planck_and_the_cosmic_microwave_background)
- [44] Dach, Rolf, and Peter Walser. "Bernese GNSS Software Version 5.2." (2015).  
<http://www.bernese.unibe.ch/docs/DOCU52.pdf>
- [45] Dach, Rolf, and Peter Walser. "Bernese GNSS Software Version 5.2." (2015).  
<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=abaa1f824259ccced6ca660d5cc883bd50f76552>
- [46] International Earth Rotation and Reference Systems Service.  
<https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/data.html>