

Università degli Studi di Padova
Facoltà di Ingegneria



Corso di Laurea Triennale
in Ingegneria delle Telecomunicazioni

**SISTEMI MIMO BASATI SULLA DIVERSITÀ DI
MODULAZIONE**

Candidato:
Corò Emanuele

Relatore:
Prof. Nevio Benvenuto

561069
A.A. 2011/12

Indice

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE.....	1
-------------------	---

CAPITOLO 2 V-BLAST

2.1 Architettura.....	4
2.2 Rivelazione dei simboli nella ricezione V-BLAST.....	6
2.3 Rivelazione con ordine ottimo.....	8

CAPITOLO 3 DIVERSITÀ DI MODULAZIONE

3.1 Tecnica.....	10
3.2 Sistemi QAM Multidimensionali.....	12

CAPITOLO 4 SISTEMI MIMO BASATI SULLA DIVERSITÀ DI MODULAZIONE

4.1 Tecnica.....	15
4.2 Analisi delle prestazioni.....	19

CAPITOLO 5

CONCLUSIONI	21
-------------------	----

Capitolo 1

INTRODUZIONE

La necessità di inviare una notevole quantità di dati tramite comunicazioni di tipo wireless in ambienti soggetti a disturbi e attenuazioni, garantendo allo stesso tempo buone prestazioni in merito a velocità di trasmissione, e riduzione dei consumi energetici, ha fatto sì che il mondo delle telecomunicazioni adottasse nuove tecniche atte a migliorare sempre più le prestazioni del sistema di comunicazione.

In questo contesto nasce l'idea di utilizzare molteplici antenne in trasmissione e in ricezione, i così detti sistemi MIMO (Multi Input Multi Output): tali sistemi trasmettono lo stesso segnale utilizzando più antenne in trasmissione, in modo che il segnale trasmesso possa effettuare percorsi diversi nell'ambiente soggetto a disturbi e attenuazioni; allo stesso modo in ricezione, sono utilizzate più antenne, che ricevono una combinazione lineare del segnale trasmesso, e tramite tecniche di rivelazione, ricostruiscono il segnale originale.

Sono state studiati diversi meccanismi per trasmissioni di tipo MIMO, per cercare di migliorare sempre più le prestazioni del sistema di comunicazione in esame.

In questo testo analizziamo inizialmente la tecnica denominata V-BLAST (Vertical Bell Laboratories Layered Space Time), una tecnica che si basa su sistemi di tipo MIMO, e utilizza un meccanismo di rivelazione del segnale che permette di ottenere migliori prestazioni per quanto riguarda l'efficienza spettrale rispetto a tecniche utilizzate precedentemente.

In seguito vedremo come è possibile migliorare ulteriormente l'efficienza del segnale, utilizzando modulazioni con costellazioni ruotate di un certo angolo rispetto a quelle tradizionali, in modo da introdurre una certa "protezione" da disturbi ai simboli trasmessi, senza introdurre ridondanza nell'informazione dovuta a codifiche di alcun genere.

Infine, uniremo queste due tecniche di elaborazione dei segnali da trasmettere, mettendo in evidenza i buoni risultati ottenibili in sistemi di comunicazione di tipo MIMO.

Capitolo 2

V-BLAST (Vertical-Bell Laboratories Layered Space-Time)

In questo capitolo tratteremo il sistema V-BLAST, un'architettura ideata per trasmettere e ricevere messaggi d'informazione in sistemi wireless che utilizzano antenne multiple sia in trasmissione che in ricezione (sistemi MIMO), con il tentativo di migliorare le prestazioni in ambienti dispersivi, sfruttando molteplici percorsi tra i due punti posti in comunicazione.

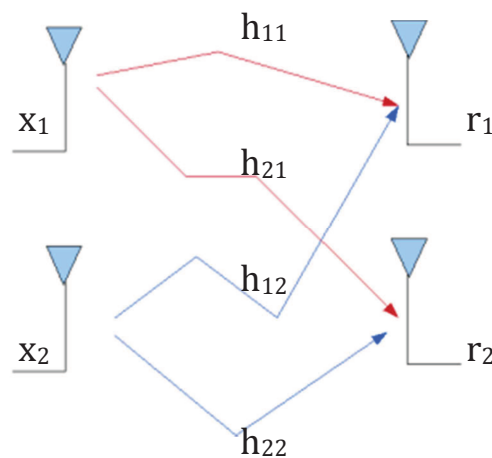


figura 1

2.1 architettura

La struttura base di tale architettura è composta da un demultiplexer che suddivide il flusso d'informazione da trasmettere in M pacchetti d'informazione; tali pacchetti in seguito vengono codificati in simboli che sono inviati ad un rispettivo trasmettitore. Sono utilizzati trasmettitori di tipo QAM, con uguale

costellazione che utilizzano lo stesso canale, con una velocità di simbolo pari a $1/T$ simboli/s, e sincronizzati tra loro.

In questo modo non viene introdotto nessun tipo di ridondanza, dato che non è utilizzata nessuna particolare codifica, ma si mappa solamente i pacchetti di bit d'informazione in M simboli.

I ricevitori utilizzati sono di tipo QAM tradizionali, e anch'essi lavorano nello stesso canale ricevendo un segnale formato dalla combinazione lineare degli M segnali trasmessi.

Possiamo considerare la tecnica V-BLAST essenzialmente come un sistema a singolo utente che utilizza trasmettitori multipli; è lecito chiedersi in cosa differisce da altre tecniche tradizionali di accesso multiplo:

- diversamente da tecniche di accesso multiplo a divisione di codice (CDMA) la banda utilizzata dal canale del sistema BLAST è solo una piccola frazione in eccesso rispetto a quella richiesta dal sistema QAM tradizionale;
- diversamente da tecniche di accesso multiplo a divisione di frequenza (FDMA) ogni segnale trasmesso occupa l'intera banda del sistema;
- diversamente da tecniche di accesso multiplo a divisione di tempo (TDMA) l'intera banda del sistema è utilizzata simultaneamente da entrambi i trasmettitori per tutto il tempo.

In base a queste considerazioni, possiamo affermare che la tecnica BLAST raggiunge un'elevata efficienza spettrale rispetto alle altre tecniche di accesso multiplo.

2.2 rivelazione dei simboli nella ricezione V-BLAST

Indichiamo con $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ il vettore colonna di simboli trasmessi, dove T indica la matrice trasposta, e con \mathbf{n} il vettore rumore con componenti indipendenti e identicamente distribuite con varianza σ^2 ; assumiamo che la matrice di trasferimento di canale sia $\mathbf{H}^{M \times N}$, dove gli elementi complessi h_{ij} sono le funzioni di trasferimento del percorso del segnale dal trasmettitore j al ricevitore i , e $M < N$.

Il vettore in ricezione lo possiamo scrivere nel seguente modo:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

Per estrarre i simboli trasmessi si può procedere in maniera lineare nel seguente modo: si considera un simbolo ricevuto alla volta che diviene il simbolo desiderato, mentre i restanti simboli vengono considerati come "interferenze". A questo punto si estrae il simbolo desiderato e lo si sottrae al vettore ricevuto, procedendo in maniera ricorsiva con gli altri simboli. Si possono utilizzare diversi metodi per scegliere il simbolo candidato all'estrazione, come ad esempio il metodo del minimo errore quadratico medio (MMSE) o della forzatura a zero (ZF).

Per ottenere delle prestazioni superiori è necessario utilizzare tecniche non lineari; per far questo possiamo sfruttare il sincronismo esistente nella temporizzazione dei segnali trasmessi e procedere con la cancellazione dei simboli nello stesso modo in cui si procede con il metodo lineare. Utilizzando questo metodo, le interferenze già rilevate dalle componenti di \mathbf{x} vengono eliminate dal vettore del segnale ricevuto, ottenendo così un nuovo vettore modificato che contiene meno interferenza.

In effetti l'ordine in cui vengono scelte le componenti di \mathbf{a} è fondamentale per valutare l'efficienza di tutto il sistema; nel paragrafo successivo vedremo un metodo ottimo per ordinare le componenti.

Prendiamo in considerazione il metodo della forzatura a zero (ZF) e prendiamo i seguenti vettori \mathbf{w}_i , $i=1,2,\dots,M$, tali che

$$\mathbf{w}_i^T (\mathbf{H})_j = \delta_{ij} \quad (2)$$

dove $(\mathbf{H})_j$ è la j -esima colonna di \mathbf{H} e δ è il delta di Kronecker. Il segnale di decisione dell' i -esimo simbolo ricevuto diventa:

$$r_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{r} \quad (3)$$

Analizziamo da prima la procedura generale per estrarre le componenti: consideriamo la permutazione $S = \{k_1, k_2, \dots, k_M\}$ degli interi $1, 2, \dots, M$ che indicano l'ordine in cui le componenti del vettore trasmesso \mathbf{x} sono estratte.

In generale il processo di rilevazione consiste nei seguenti punti:

- 1) $\mathbf{r}^{(1)} = \mathbf{r}$
- 2) utilizzando il vettore di annullamento \mathbf{w}_{k_1} , otteniamo il seguente segnale nel punto di decisione:

$$r_{k_1} = \mathbf{w}_{k_1}^T \mathbf{r}^{(1)} \quad (4)$$

- 3) quantizziamo r_{k_1} per ottenere una rivelazione di x_{k_1}

$$\hat{x}_{k_1} = Q(r_{k_1}) \quad (5)$$

- 4) assumendo che $\hat{x}_{k_1} = x_{k_1}$, eliminiamo x_{k_1} dal vettore ricevuto $\mathbf{r}^{(1)}$, ottenendo il vettore modificato:

$$\mathbf{r}^{(2)} = \mathbf{r}^{(1)} - \hat{x}_{k_1} (\mathbf{H})_{k_1} \quad (6)$$

con $(\mathbf{H})_{k_1}$ k -esima colonna di \mathbf{H} .

I tre passi illustrati sono ripetuti in maniera ricorsiva per tutte le componenti k_2, \dots, k_M di \mathbf{r} .

È evidente che per valutare le specifiche di tale procedura, dobbiamo considerare quale criterio è stato utilizzato per ottenere i vettori di annullamento \mathbf{w}_{k_i} ; tipicamente sono impiegati il metodo del minimo errore quadratico medio (MMSE) o il metodo della forzatura a zero (ZF).

Analizziamo quest'ultimo (ZF): il k_1 -esimo vettore di annullamento è definito come l'unico vettore di norma minima tale che sia soddisfatta la (2).

Abbiamo dunque che \mathbf{w}_{k_i} è ortogonale al sottospazio generato dai contributi di \mathbf{r}_1 rispetto a quei simboli non ancora stimati e cancellati.

L'unico vettore \mathbf{w}_i^T che soddisfa la (2) è la k_i -esima riga della matrice $\mathbf{H}_{\overline{k_i-1}}^\dagger$, dove la notazione $\mathbf{H}_{\overline{k_i}}$ sta per la matrice ottenuta azzerando le colonne k_1, k_2, \dots, k_i di \mathbf{H} e \dagger indica la matrice pseudo-inversa di Moore-Penrose [1].

L'SNR dopo la rivelazione del simbolo della k_i -esima componente del vettore \mathbf{x} è facilmente ottenibile sostituendo la (1) e la (2) nella (3), e valutando l'aspettazione:

$$\rho_{k_i} = \frac{E[|x_{k_i}|^2]}{\sigma^2 E[|\mathbf{w}_{k_i}|^2]} \quad (7)$$

2.3 rivelazione con ordine ottimo

Come accennato in precedenza, quando è utilizzato il metodo della cancellazione di simbolo, le prestazioni del sistema sono influenzate dall'ordine in cui le componenti sono scelte.

Tutte le componenti di \mathbf{x} si presume siano della stessa costellazione, quindi, in questo scenario, la componente con il più piccolo SNR ρ_{k_i} avrà il contributo maggiore nel determinare l'errore del sistema.

È evidente che la scelta ricadrà sulla componente con il minimo SNR tra tutte le possibili scelte nell'ordinamento. Il risultato sorprendente è che scegliendo il migliore ρ_{k_i} in ogni fase del processo di rivelamento, si ottiene un ordine globale ottimo. Si può trovare una dimostrazione di tale affermazione nell'appendice di [2].

Capitolo 3

DIVERSITA' DI MODULAZIONE

La necessità di avere trasmissioni con un notevole contenuto di informazioni e buone velocità in canali con attenuazioni, ha portato a concentrare l'attenzione su schemi di modulazione come l'AM o la PM ad alta efficienza spettrale. Tali schemi si basano su codici con un ottimo meccanismo di correzione degli errori e aumentano così la qualità del segnale inviato. Il prezzo da pagare per tale guadagno è un aumento di banda necessaria, o la necessità di utilizzare più potenza in trasmissione per inviare i bit di ridondanza.

Analizziamo ora una tecnica per avere alte prestazioni, senza dover introdurre ridondanza nell'informazione da trasmettere dovuta a bit di controllo.

2.1 tecnica

Introduciamo inizialmente il concetto di **ordine di diversità**: si tratta del numero minimo di componenti distinte tra qualsiasi coppia di punti della costellazione di una modulazione multidimensionale.

Nello schema presentato si utilizza una modulazione multidimensionale con un ordine di diversità intrinseco, che permette di raggiungere guadagni elevati in canali soggetti ad attenuazione, senza dover utilizzare più banda o ulteriore potenza in trasmissione.

Il punto chiave sarà quello di introdurre una determinata rotazione ad una costellazione classica, in modo che ogni coppia di punti avrà il massimo numero di componenti distinte.

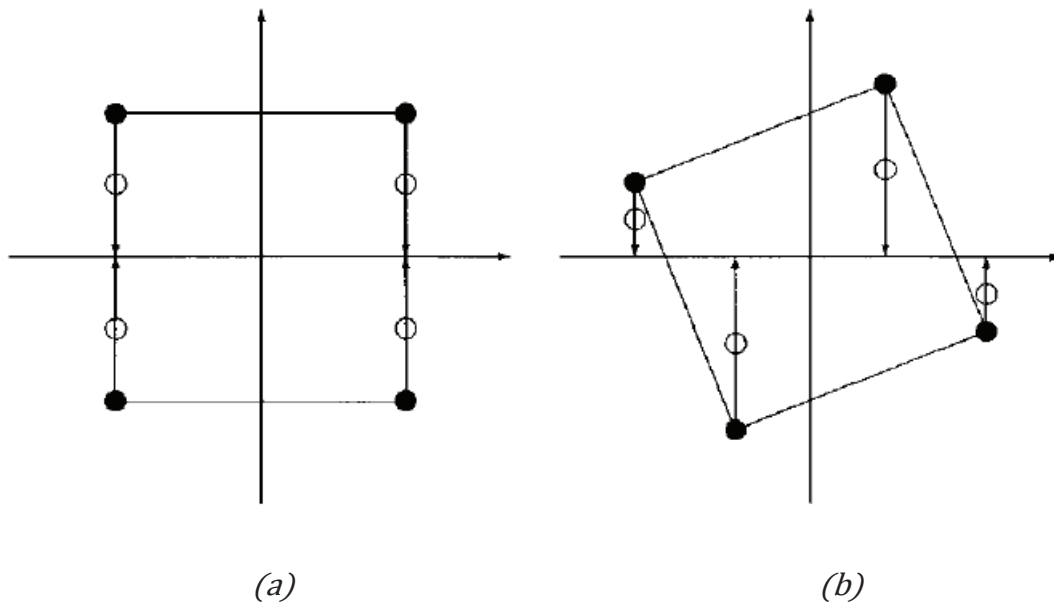


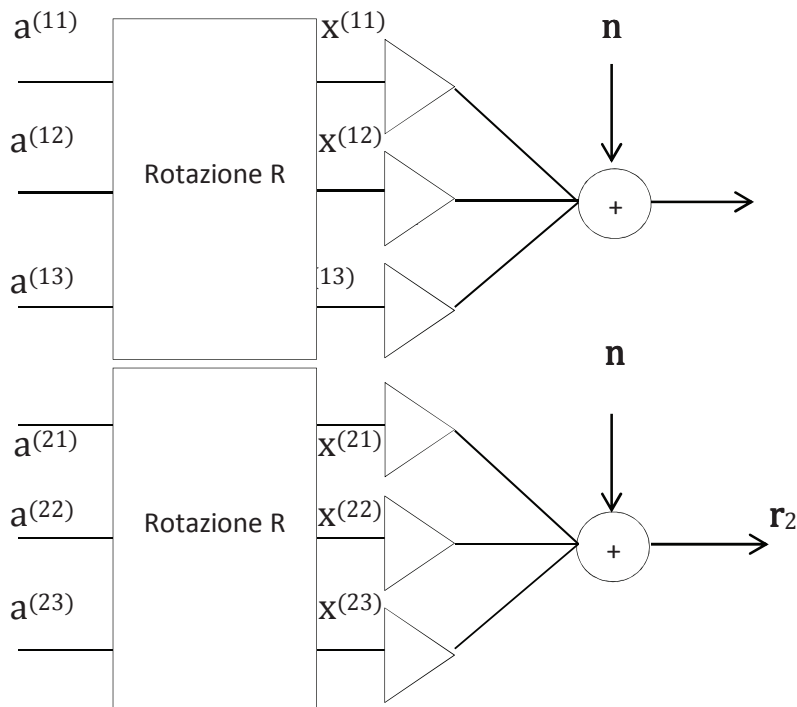
figura 2: come aumentare l'ordine di diversità: (a) $L=1$ e (b) $L=2$

Come vediamo dalla *Figura 2*, che illustra l'idea appena menzionata con una modulazione 4-PSK: se supponiamo che una forte attenuazione colpisca solo una componente del vettore del segnale trasmesso \mathbf{r} , notiamo che la costellazione ruotata di *Figura 2b* (cerchi vuoti) offre una protezione maggiore agli effetti dei disturbi, rispetto a quello che succede nella costellazione originale di *Figura 2a* dove due punti collaserebbero nello stesso punto.

In questo modo si applica solamente una rotazione alla costellazione, non viene introdotto nessun tipo di ridondanza all'informazione aggiungendo bit da trasmettere, ma essa è solamente raggruppata in simboli che sono direttamente mappati uno ad uno nei punti della costellazione multidimensionale. Questo significa che il guadagno delle prestazioni nella codifica è ottenuto senza dover aumentare la banda necessaria, o senza dover utilizzare ulteriore potenza, ma solamente aumentando la complessità dell'operazione di demodulazione.

3.2 sistemi QAM multidimensionali

SISTEMA QAM MULTIDIMENSIONALE



Consideriamo una costellazione QAM M -dimensionale come il prodotto cartesiano di $\frac{M}{2}$ segnali con costellazione QAM a due dimensioni. Un blocco di L bit viene mappato nella costellazione applicando la codifica di Gray in ogni dimensione. Otteniamo così una mappa di Gray complessiva nella quale cambia 1 bit nel momento in cui ci si muove da un punto della costellazione ad un qualsiasi altro punto vicino.

Ogni gruppo di $\frac{L}{M}$ bits identifica unicamente una delle M componenti del vettore $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ della costellazione QAM multidimensionale, dove $a_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots\}$. Indichiamo con η il throughput del sistema misurato come il numero di bits per simbolo (due dimensioni), quindi abbiamo che

$$L = \frac{\eta M}{2} \quad (8)$$

Nel caso in cui la dimensione sia dispari, uno dei simboli viene suddiviso tra due punti successivi. Il numero totale di punti in questa costellazione è 2^M e l'energia media per bit è:

$$E_b = \frac{(2^M - 1)}{3\eta} \quad (9)$$

Possiamo vedere questa costellazione come una versione traslata e scalata (allargata di un fattore 2) della costellazione M-dimensionale Z^M .

Il vettore \mathbf{x} è ottenuto applicando la matrice di rotazione \mathbf{R} a \mathbf{a} . tutti i punti $\mathbf{x} = \mathbf{aR}$ con $\mathbf{u} \in Z^M$ appartengono al reticolo cubico $Z_{M,D}$ con matrice generatrice \mathbf{R} e diversità D .

I due reticoli Z^M e $Z_{M,D}$ sono equivalenti, ma hanno una differente diversità di modulazione.

Prima di procedere, formuliamo alcune ipotesi sul sistema: il canale è modellato come un canale attenuato indipendente di Rayleigh, che opera separatamente in ogni componente. Inoltre il ricevitore recupera perfettamente la fase; infine il sistema non è affetto da interferenza di intersimbolo.

Per soddisfare l'assunzione di indipendenza, dobbiamo introdurre una componente di interpolazione che elimina la correlazione tra i coefficienti di attenuazione in fase e in quadratura del canale.

Assumiamo che il demodulatore sia di tipo coerente, quindi i coefficienti di attenuazione h_{ij} possono essere modellati come variabili aleatorie con distribuzione di Rayleigh e momento secondo unitario $E|h_{ij}|^2 = 1$.

Dopo aver estratto le componenti dei punti ricevuti, il criterio della massima verosimiglianza (ML) con un perfetto stato dell'informazione sul canale (CSI) impone la minimizzazione della seguente metrica:

$$m(\mathbf{x}|\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \sum_{i=1}^M |r_i - h_i x_i|^2 \quad (10)$$

utilizzando questo criterio si ottiene il punto decodificato $\hat{\mathbf{x}}$ e il corrispondente vettore con componenti intere $\hat{\mathbf{a}}$ dal quale si estraggono i bit decodificati.

La minimizzazione di (10) è un'operazione molto complessa per un segnale arbitrario con un gran numero di punti. Nel documento [3] è mostrato come applicare il metodo "*universal lattice decoder*" [4] per ottenere una decodifica tramite il metodo della massima verosimiglianza in costellazioni in canali attenuati.

Infine nel documento [5], utilizzando la tecnica della delimitazione di Chernoff, è mostrato come la probabilità d'errore del punto di un segnale multidimensionale è essenzialmente determinata da quattro fattori. Per migliorare le prestazioni è necessario:

- 1) Minimizzare l'energia media per punto della costellazione;
- 2) Massimizzare la diversità di modulazione D;
- 3) Massimizzare il prodotto delle distanze

$$d_{P,\min}^{(D)} = \prod_{x_i \neq y_i}^{(L)} |x_i - r_i| \quad (11)$$

- 4) Minimizzare il numero totale di punti nel minimo prodotto delle distanze.

Capitolo 4

SISTEMI MIMO BASATI SULLA DIVERSITÀ DI MODULAZIONE

4.1 Tecnica

La tecnica in esame permette di avere buone prestazioni nella trasmissione di tipo MIMO (multi input multi output), senza dover aumentare la banda del sistema o dover aumentare la potenza utilizzata nella trasmissione.

La tecnica utilizzata è una V-BLAST modificata [6], nella quale invece di utilizzare la costellazione convenzionale 2^n -QAM, si utilizza una costellazione U ottenuta tramite rotazione, in modo da raggiungere il massimo grado di diversità di modulazione, e migliorare così le prestazioni del sistema in oggetto. Nella V-BLAST tradizionale [2], utilizzando la decodifica della massima verosimiglianza, il massimo ordine di diversità di modulazione ottenuto è solo N , ossia il numero di antenne utilizzate in ricezione.

Con la V-BLAST basata sulla diversità di modulazione possiamo raggiungere un ordine di diversità pari al prodotto del numero di antenne in trasmissione e il numero di antenne in ricezione ($=MN$), che è il limite massimo raggiungibile in una trasmissione di tipo MIMO.

In questa nuova tecnica V-BLAST proposta, l'informazione costituita da ηM^2 bit viene suddivisa in $2M$ gruppi da $\frac{\eta M}{2}$ bit ciascuno; ogni gruppo viene successivamente mappato in maniera indipendente in un punto $\mathbf{u}_k \in U$ con $k=1, \dots, 2n$, della costellazione multidimensionale U_M , utilizzando la codifica di Gray. Infine i vari punti della costellazione sono ripartiti nelle M antenne in trasmissione, e le componenti di ogni punto sono trasmesse in T time slot

consecutivi determinando così $2M^2$ componenti in fase e in quadratura di $x_{1,1}, \dots, x_{M,M}$ dove $x_{t,s}$ indica il simbolo complesso trasmesso al tempo t dall'antenna s .

Per capire la codifica utilizzata, iniziamo considerando la trasmissione effettuata con sole 2 antenne: la matrice di codifica della trasmissione V-BLAST tradizionale è la seguente

$$\mathbf{C}_2^{\text{vb}} = \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

dove i valori complessi $x_{1,1}$ e $x_{1,2}$ sono scelti in maniera indipendente tra i punti della costellazione 2^n -QAM. In questo modo raggiungiamo un ordine di diversità di solo N , mentre se costruiamo i valori complessi dei simboli partendo dalla costellazione reale multidimensionale U_2 , possiamo raggiungere un grado di diversità di $2N$ ($=MN$).

Mappiamo dunque i punti $\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_4 \in U$ in due V-BLAST con matrice di codifica

$$\mathbf{C}_2^{\text{PR}} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} \\ x_{1,2} & x_{2,2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Il segnale in ricezione in forma matriciale sarà del tipo

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}_2 \mathbf{C}_2^{\text{PR}} + \mathbf{N} \quad (14)$$

con \mathbf{N} matrice $N \times 2$ del rumore costituito da variabili Gaussiane complesse indipendenti e identicamente distribuite.

Utilizzando la seguente rappresentazione reale di \mathbf{H}_2 :

$$\mathbf{H}_2^r = [h_1^r h_2^r h_3^r h_4^r] = \begin{bmatrix} \text{R}\{\mathbf{H}_2\} & -\text{I}\{\mathbf{H}_2\} \\ \text{I}\{\mathbf{H}_2\} & \text{R}\{\mathbf{H}_2\} \end{bmatrix} \quad (15)$$

possiamo esprimere il prodotto matriciale $\mathbf{H}_2 \mathbf{C}_2^{\text{PR}}$ nello spazio reale nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^r & \mathbf{h}_2^r & \mathbf{h}_3^r & \mathbf{h}_4^r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{h}_1^r & \mathbf{h}_1^r & \mathbf{h}_1^r & \mathbf{h}_1^r \end{bmatrix} \mathbf{x}_2^r \quad (16)$$

con $\mathbf{x}_2^r = (x_{1,1}^i \ x_{1,2}^i \ x_{1,1}^q \ x_{1,2}^q \ x_{2,1}^i \ x_{2,2}^i \ x_{2,1}^q \ x_{2,2}^q)$ dove $x_{t,s}^i$ rappresenta la parte reale (in fase) di $x_{t,s}$ e $x_{t,s}^q$ rappresenta la parte immaginaria (in quadratura) di $x_{t,s}$.

Ora, per sfruttare la diversità di modulazione di U_n dobbiamo far sì che le diverse componenti dei punti della costellazione utilizzino canali indipendenti. Data la struttura di \mathbf{H}_2^r vista in precedenza, introduciamo le seguenti proprietà geometriche delle colonne di \mathbf{H}^r : $\|\mathbf{h}_1^r\| = \|\mathbf{h}_3^r\|$, $\|\mathbf{h}_2^r\| = \|\mathbf{h}_4^r\|$ e $\mathbf{h}_1^r \perp \mathbf{h}_3^r$ e $\mathbf{h}_2^r \perp \mathbf{h}_4^r$. È importante sottolineare che le norme di \mathbf{h}_j^r e $\mathbf{h}_{\langle j+1 \rangle}^r$ con $j=1 \dots 4$ sono delle variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con distribuzione chi-quadro e $2N$ gradi di libertà.

Fatte queste considerazioni, per ottenere il massimo grado di diversità $2N$ ($=MN$) dobbiamo mappare il primo elemento $\mathbf{u}_{k,1}$ di \mathbf{u}_k nella k -esima colonna del canale al tempo di simbolo 1 e il secondo elemento $\mathbf{u}_{k,2}$ nella $\langle k+1 \rangle$ -esima colonna della matrice di canale al tempo di simbolo 2 (con $k=1 \dots 4$), ottenendo la (18) con $\mathbf{x}_2^r = [u_{1,1} \ u_{2,1} \ u_{3,1} \ u_{4,1} \ u_{4,2} \ u_{1,2} \ u_{2,2} \ u_{3,2}]^T$.

La matrice di codifica diventa

$$\mathbf{C}_2^{\text{PR}} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} \\ x_{1,2} & x_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} u_{1,1} + ju_{3,1} & u_{4,2} + ju_{2,2} \\ u_{2,1} + ju_{4,1} & u_{1,2} + ju_{3,2} \end{vmatrix} \quad (17)$$

Infine per avere il massimo grado di diversità il vettore del segnale trasmesso diventa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_2^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_3^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_4^r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_2^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_3^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_4^r & \mathbf{0} & \mathbf{h}_1^r \end{bmatrix} \mathbf{x}_2^{r2} \quad (18)$$

con $\mathbf{x}_2^{r2} = [\mathbf{u}_1^T, \dots, \mathbf{u}_4^T]^T$.

In definitiva, con 2 antenne in trasmissione possiamo raggiungere il massimo grado di diversità di modulazione assegnando una componente per ogni punto $\mathbf{u}_k \in u_n, k=1, \dots, 4$ al primo tempo di simbolo e le altre componenti al secondo tempo di simbolo.

Generalizzando, in un sistema MIMO con N_{TX} antenne in trasmissione, definiamo

$$\mathbf{H}_n^r = \begin{bmatrix} \text{R}\{\mathbf{H}_n\} & -\text{I}\{\mathbf{H}_n\} \\ \text{I}\{\mathbf{H}_n\} & \text{R}\{\mathbf{H}_n\} \end{bmatrix} = [h_1^r h_2^r \dots h_{2n}^r] \quad (21)$$

quindi possiamo esprimere la trasmissione V-BLAST dei simboli $\mathbf{x}_{t,1}, \dots, \mathbf{x}_{t,n}$ al tempo t come $[h_1^r h_2^r \dots h_{2n}^r][x_{t,1}^i \dots x_{t,n}^i x_{t,1}^q \dots x_{t,n}^q]^T$; seguendo il procedimento precedente abbiamo che i valori delle norme di h_k^r e $h_{<k+j>2n}^r$ con $k=1, \dots, 2n$ e $j=1, \dots, n-1$ sono delle variabili aleatorie i.i.d. di tipo chi-quadro con $2N_r$ gradi di libertà.

Mappando dunque il t -esimo elemento $u_{k,t}$ di $\mathbf{u}_k \in U$ alla colonna $h_{<k+t-1>2n}^r$ al tempo di simbolo t ($k=1, \dots, 2n, t=1, \dots, n$)¹ riusciamo a soddisfare il fatto che le componenti differenti di un punto della costellazione siano trasmesse in canali diversi.

In definitiva otteniamo che il sistema V-BLAST può raggiungere il massimo grado di diversità di MN in un sistema MIMO $N \times M$ mappando i $2M$ punti $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{2M}$ in n periodi di simboli nel seguente modo:

$$\mathbf{C}_n^{\text{pr}} = \begin{bmatrix} u_{1,1} + ju_{M+1,1} & u_{1,1} + ju_{M+1,1} & \dots & u_{M+2,M} + ju_{2,M} \\ u_{2,1} + ju_{M+2,1} & u_{1,2} + ju_{M+1,2} & \dots & u_{M+3,M} + ju_{3,M} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M,1} + ju_{2M,1} & u_{M-1,2} + ju_{2M-1,2} & \dots & u_{1,M} + ju_{M+1,M} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Riassumendo abbiamo un notevole incremento delle prestazioni, a discapito dell'incremento della complessità di decodifica del segnale ricevuto rispetto alla tecnica V-BLAST convenzionale.

4.2 analisi delle prestazioni

Confrontiamo ora le prestazioni dello schema proposto, con la tecnica V-BLAST tradizionale. Nella prima simulazione, è presentato il BER (bit error rate) in funzione del SNR (rapporto segnale rumore) in dB con $M=N=2$ con un rate $\zeta=4$ bits/canale.

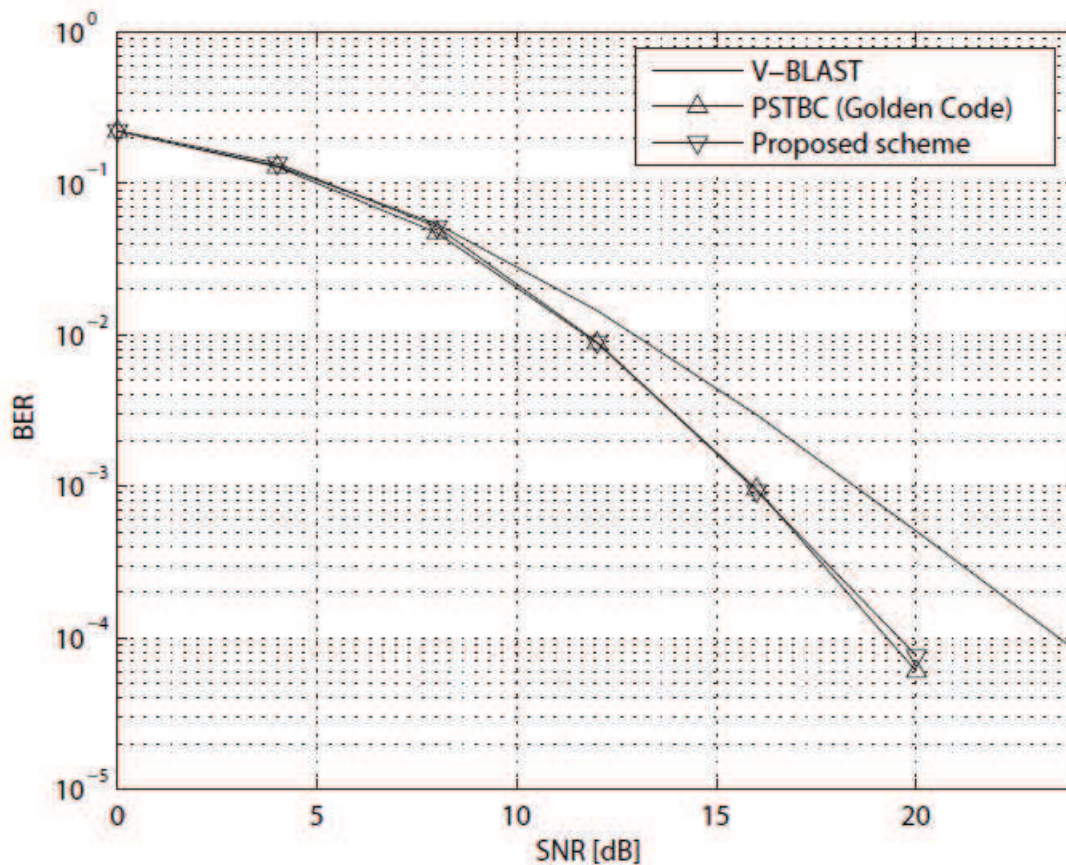


Figura 4: sistema MIMO 2x2 con $\zeta=4$

La Figura 4 mostra come lo schema proposto abbia valori di probabilità molto bassa rispetto alla V-BLAST con costellazione QAM tradizionale, soprattutto per valori di SNR alti. Inoltre si nota che raggiunge prestazioni simili allo schema PSTBC [7] conosciuto anche come codice Golden.

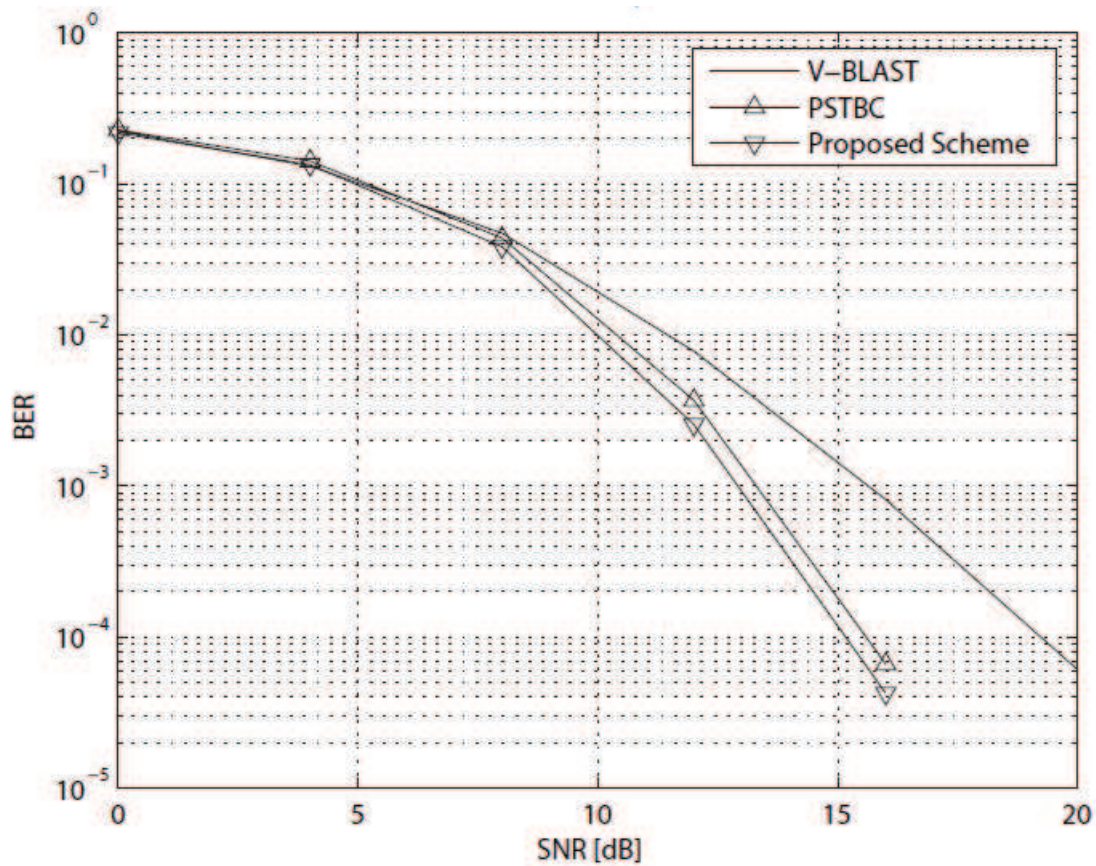


Figura 5: schema MIMO 3x3 con $\zeta=6$

La Figura 5 mostra invece lo stesso grafico BER - SNR per un sistema MIMO formato da $M=N=3$ e $\zeta=6$ bits/canale. Notiamo che per il valore di $BER=10^{-4}$ lo schema proposto ha un valore di SNR di ben 4 dB migliore, a discapito di un incremento di complessità nella decodifica.

Capitolo 5

CONCLUSIONI

In questo articolo abbiamo presentato un nuovo approccio per sfruttare a pieno la diversità spaziale in sistemi MIMO che si basano sulla tecnica di rivelazione V-BLAST. Il concetto chiave è quello di utilizzare una costellazione multidimensionale ruotata che permetta di raggiungere il massimo indice di diversità spaziale. Non viene introdotto nessun tipo di codifica nel segnale da trasmettere, questo implica che l'informazione trasmessa non venga alterata introducendo una certa ridondanza, e non si vada dunque a utilizzare più banda per trasmettere tale segnale.

Se da una parte abbiamo un aumento di prestazioni del sistema, senza sprechi di banda o potenza trasmessa, dall'altra abbiamo una complessità di decodifica del segnale in ricezione che aumenta notevolmente; questo è il prezzo da pagare se si adotta tale tecnica.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. H. Golub and C. F. Van Loan, "Matrix Computations", Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1983.
- [2] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in Proc. URSI International Symp. Signals, Syst. Electron., pp. 295-300, Sep. 1998.
- [3] E. Viterbo and J. Boutros, "A universal lattice code decoder for fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, submitted for publication.
- [4] E. Viterbo and E. Biglieri, "A universal lattice decoder," presented at the 14-^{eme} Colloque GRETSI, Juan-les-Pins, France, Sept. 1993.
- [5] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello, and J. C. Belfiore, "Good lattice constellations for both Rayleigh fading and Gaussian channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 502–518, Mar. 1996.
- [6] H. Lee, A. Paulraj, "MIMO Systems Based on Modulation Diversity", *IEEE Transactions on communications*, Vol. 58, NO. 12, Dicembre 2010.
- [7] F. Oggier, G. Rekaya, J.-C. Belfiore, and E. Viterbo, "Perfect space-time block codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, pp. 3885-3902, Sep. 2006.