

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**Facoltà di Ingegneria**

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali



Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Gestionale

**Analisi CFD della scia di vortici di von Karman generata da un cilindro utilizzando ANSYS Fluent**

Relatore: Giulia Righetti

Matteo Magdici: 2069531

Anno Accademico 2023/2024

# INDICE

1. INTRODUZIONE.....	p.3
1.1 La fisica della scia di von Karman.....	p.3
1.2 CFD: Computational Fluid Dynamics.....	p.8
2. LE EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA FLUIDODINAMICA.....	p.10
2.1 Equazione di continuità.....	p.10
2.2 Equazioni di quantità di moto.....	p.11
2.3 Equazioni di Navier-Stokes.....	p.12
3. FLUSSO ATTORNO A UN CILINDRO SU ANSYS FLUENT.....	p.14
3.1 Geometria e meshing.....	p.14
3.2 Setup e soluzione.....	p.20
3.3 Risultati e post-processing.....	p.26
4. FLUSSO ATTORNO A UN CILINDRO AL VARIARE DELLA VELOCITA' DI INGRESSO .....	p.30
4.1 Risultati per il caso $Re = 248,8$ .....	p.31
4.1.1 Numero di Strouhal.....	p.31
4.1.2 Vorticità.....	p. 33
4.2 Flusso attorno a un cilindro: caso $Re = 2000$ .....	p.36
4.2.1 $C_D, C_L, F_L$ .....	p.36
4.2.2 Velocità e pressione.....	p.38
4.2.3 Numero di Strouhal e vorticità.....	p.39
4.2.4 Effetti Dissipativi .....	p.41
4.3 Flusso attorno a un cilindro: caso $Re = 20000$ .....	p.45
4.3.1 $C_D, C_L, F_L$ .....	p.45
4.3.2 Velocità e pressione.....	p.47
4.3.3 Numero di Strouhal e vorticità.....	p.49
4.3.4 Effetti Dissipativi.....	p.50
5. CONCLUSIONI.....	p.53

# 1. INTRODUZIONE

## 1.1 La fisica della scia di von Karman

L'obiettivo di questa tesi è di affrontare un'analisi computazionale della fluidodinamica, abbreviata CFD, dell'effetto von Karman. L'effetto von Karman ha luogo quando una corrente di fluido passa attorno a un corpo – nel caso in questione, un cilindro - che ne devia il regolare flusso, con conseguente formazione di vortici nella scia. Questo effetto si può osservare per numeri di Reynolds che vanno da all'incirca 20 a  $10^5$ . Il numero di Reynolds è un parametro adimensionale che ha come significato fisico il rapporto delle forze di inerzia sulle forze viscosse

$Re = \frac{\rho v L_c}{\mu}$ , con:

- $\rho = \text{densità del fluido} \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$
- $v = \text{velocità del fluido} \left[ \frac{m}{s} \right]$
- $L_c = \text{lunghezza caratteristica} = 4 \frac{A_{flusso}}{P_{bagnato}} [m]$
- $\mu = \text{viscosità dinamica} \left[ Pa \cdot s = \frac{kg}{m \cdot s} \right]$

All'interno di questo range, l'effetto von Karman varia comunque al variare del numero di Reynolds. Per numeri bassi, inferiori a 2000, si ha un flusso laminare e la scia dietro il cilindro è caratterizzata dalla formazione periodica di vortici, stabile e regolare, mentre per numeri maggiori a 10000 si ha un flusso turbolento e i vortici possono non mantenere un pattern perfettamente regolare e possono esserci fluttuazioni nella loro formazione. Per  $Re > 10^5$  è più opportuno parlare di flusso turbolento pienamente sviluppato, poiché nel flusso turbolento per  $Re > 10^4$  la turbolenza non è ancora completamente sviluppata, e il flusso può mostrare comportamenti transitori o fluttuazioni non uniformi, e in questo caso risulta impossibile osservare l'effetto von Karman. D'altra parte, in un flusso pienamente sviluppato per  $Re > 10^5$  il comportamento della turbolenza diventa più prevedibile in termini statistici, oltre ad essere caratterizzata da delle perdite di carico differenti rispetto a un flusso turbolento semplice (legge di Colebrook-White).

Da un punto di vista fisico, la formazione dei vortici di von Karman nella scia di un cilindro è dovuta alla separazione del flusso a causa dello strato limite e alle variazioni di pressione. Dopo il punto di ristagno, in cui la velocità del fluido è nulla e la pressione  $p$  è maggiore della pressione nominale  $p_0$ , sulla parte frontale del cilindro la velocità del fluido aumenta fino a raggiungere il massimo nei punti estremali del "perimetro laterale" (circa 90 gradi rispetto alla direzione del flusso). A questo punto, proseguendo verso il "perimetro posteriore," la velocità inizia a diminuire perché il fluido deve risalire contro il gradiente di pressione crescente (dal minimo nei punti laterali al massimo nella scia posteriore). Quando l'energia cinetica delle particelle fluide non è più sufficiente a superare questo gradiente, il flusso si separa dalla superficie del cilindro, generando uno strato limite, all'interno del quale

le forze viscosi causano una decelerazione delle particelle fluide, causando la formazione di vortici e la generazione della scia di von Karman.

La differenza di pressione tra la parte anteriore e quella posteriore del cilindro, nota grazie al teorema di Bernoulli, induce una forza che contribuisce alla formazione e al distacco dei vortici, i quali si formano alternativamente su ciascun lato del cilindro, creando un modello periodico di vortici di segno opposto che si allontanano dalla superficie del cilindro: questo fenomeno è noto come shedding vorticoso e può avere serie implicazioni di carattere ingegneristico in quanto i vortici alternati creano forze oscillanti che agiscono sul cilindro stesso, producendo effetti quali le vibrazioni strutturali.

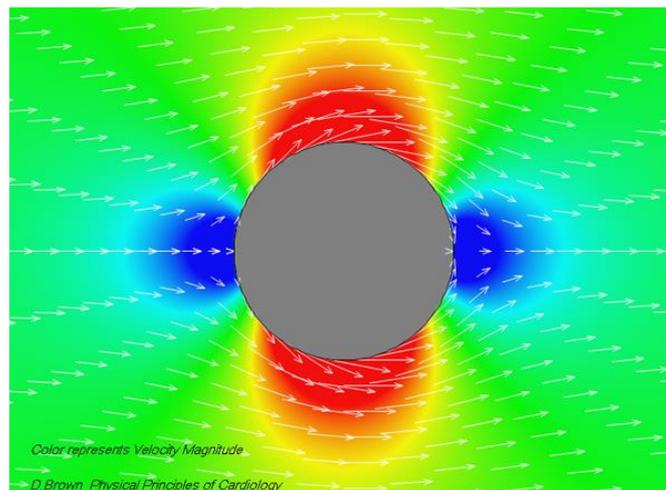


Figura 1.1.1 campo di velocità attorno al cilindro immerso in un flusso

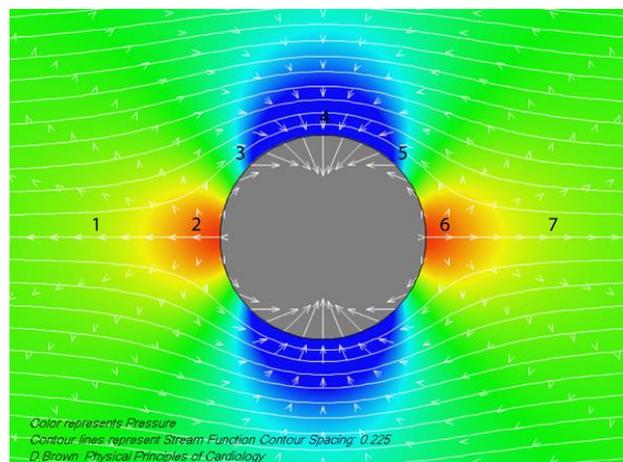


Figura 1.1.2 campo di pressione attorno al cilindro immerso in un flusso

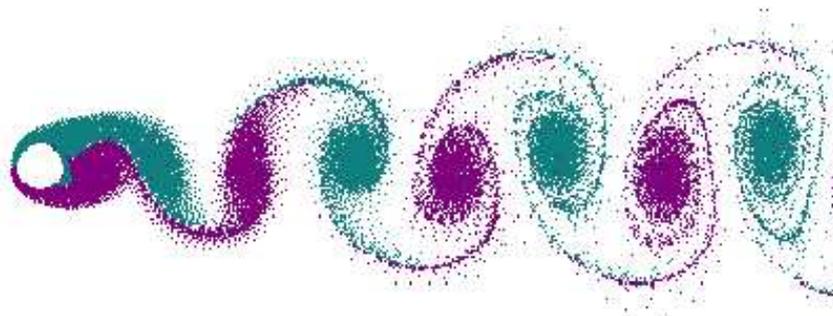


Figura 1.1.3 scia di von Karman

L'effetto von Karman ha variegata e diffuse applicazioni nel mondo reale.

- Il controllo delle vibrazioni è un tema cruciale nel settore delle turbine idrauliche. Tra i vari tipi di vibrazione, quello più frequente è causato dal distacco dei vortici di von Karman dal bordo di uscita delle pale. Quando la frequenza di distacco dei vortici si allinea con la frequenza strutturale del flusso trasversale, si verifica la cosiddetta condizione di "lock-in", che intensifica le vibrazioni, accompagnate da suoni sibilanti. Questa condizione porta a un aumento del carico dinamico sul bordo di uscita delle pale, aumentando il rischio di danni strutturali dovuti alla fatica. Sebbene le vibrazioni possano manifestarsi in tutti i componenti della macchina, il lock-in si verifica più frequentemente sulle alette di sostegno, a causa di un flusso relativamente uniforme e di un basso smorzamento strutturale.

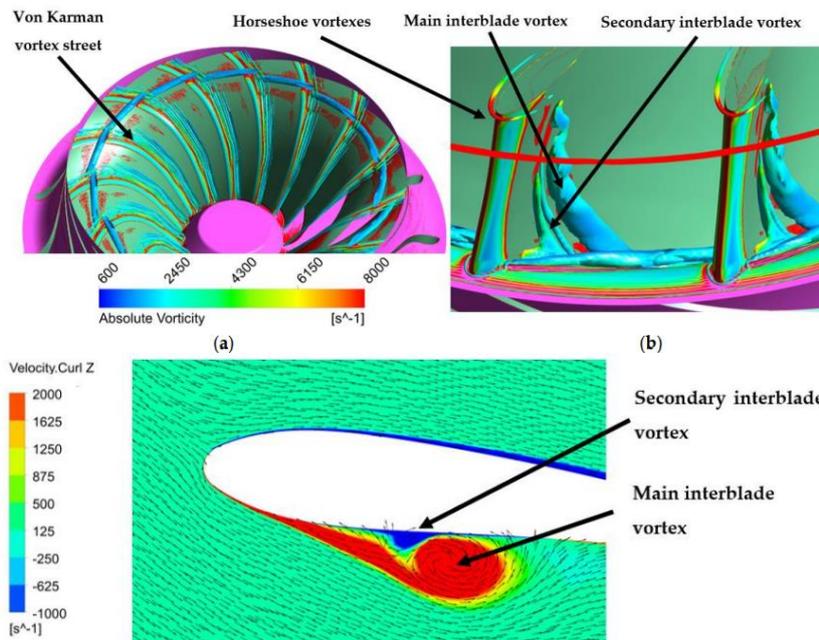


Fig. 1.1.4 visualizzazione della vorticità sulle pale di una turbina

- L'effetto von Karman riguarda anche altre strutture che potrebbero protrudere nel flusso d'aria, come edifici cilindrici o torri di raffreddamento di impianti energetici. Nel novembre del 1965, infatti, si verificò una scia di vortici di von Karman presso la centrale elettrica a carbone Ferrybridge 3, nello Yorkshire occidentale, in Inghilterra. Qui si trovava un gruppo di otto torri di raffreddamento, ciascuna alta oltre 90 metri. Quattro di queste torri resistettero bene agli effetti delle turbolenze generate dai vortici. Tuttavia, le altre quattro, situate un po' più a valle, subirono pienamente l'impatto di questi vortici. Di queste, tre crollarono.



Figura 1.1.5 centrale di Ferrybridge

Sebbene molte soluzioni ingegneristiche abbiano come obiettivo la riduzione delle vibrazioni indotte dall'effetto von Karman a causa del loro potenziale effetto distruttivo, esistono comunque scenari in cui tali vibrazioni possano avere un effetto positivo.

- Un primo esempio riguarda gli insetti: gli studi sul volo degli insetti hanno rivelato che una caratteristica delle loro dinamiche di volo è la capacità di recuperare energia dai vortici che si formano attorno alle ali durante il volo. Normalmente, questi vortici rappresentano una perdita di energia, nota come "resistenza aerodinamica". Tuttavia, gli insetti possono riutilizzare parte di questa energia per migliorare la velocità e la manovrabilità in volo. A differenza di quanto avviene con gli uccelli, il movimento dinamico delle ali battenti, specialmente se piccole, non può essere approssimato come avviene per le ali fisse con flusso d'aria costante, come sugli aerei. In questi ultimi, l'aria scorre più velocemente sopra l'ala che sotto, generando portanza. Nel caso degli insetti, invece, vengono utilizzate tre tecniche distinte ma interconnesse per ottenere la portanza, per contrastare la gravità e rimanere in volo.

Uno dei meccanismi è il "delayed stall" o "ritardo dello stallo", che si verifica quando l'insetto muove le ali in avanti con un elevato angolo di attacco, cioè attraversando l'aria a un'inclinazione maggiore rispetto a quella di un'ala d'aereo. In un'ala fissa, come quella di un aereo o di un uccello, un angolo così elevato causerebbe lo stallo, con perdita di portanza e aumento della resistenza. In determinate condizioni, però, può formarsi un vortice denominato "leading edge vortex" sulla superficie superiore dell'ala, generando portanza.

Un altro meccanismo è la "circolazione rotazionale", che si manifesta quando l'ala dell'insetto, avvicinandosi alla fine della sua corsa, ruota all'indietro creando un effetto di rotazione. Questo effetto può generare una portanza aggiuntiva, in modo simile a come il "backspin" solleva una pallina da tennis. Infine, l'ultimo meccanismo è la "wake capture" che permette di ottenere ulteriore portanza riutilizzando l'energia persa nella scia di von Karman: mentre

l'ala si muove nell'aria, lascia dietro di sé vortici di von Karman e se l'insetto ruota l'ala prima di iniziare la battuta di ritorno, l'ala può intercettare la propria scia e recuperare energia extra per rimanere in volo.

- Un altro esempio riguarda i coralli: la gorgonia *Antillogorgia bipinnata* è una specie di corallo molle endemica del Mar dei Caraibi, che forma colonie ramificate simili ad alberi. Sul fondale marino, un'intera colonia di *A. bipinnata* oscilla avanti e indietro a bassa frequenza a causa del moto delle onde superficiali, mentre i suoi rami mostrano un movimento particolare, vibrando ad alta frequenza in direzione trasversale rispetto al flusso. Nel caso di *A. bipinnata*, la vibrazione dei rami trasversalmente alla corrente potrebbe amplificare la capacità di intercettare le particelle di cibo sospese nell'acqua. Studi hanno dimostrato che un cilindro vibrante, che simula il comportamento dei rami mossi dall'effetto von Karman, può intercettare fino al 40% in più di particelle di cibo rispetto a un cilindro fisso. Questo vantaggio deriva dal fatto che le oscillazioni aumentano il volume di acqua "campionata" dal corallo, migliorando così l'efficienza della raccolta di cibo.

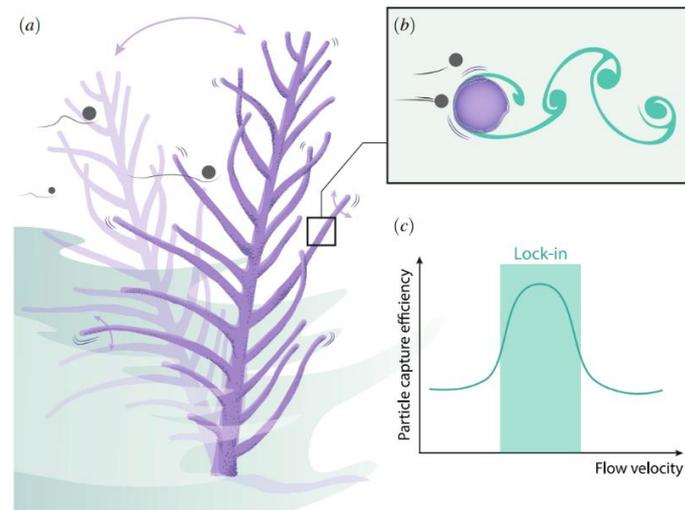


Figura 1.1.6 (a) *A. bipinnata* oscilla sotto l'azione delle onde, con rami che vibrano trasversalmente mentre incontrano particelle di cibo. (b) Un ramo vibrante cattura le particelle più vicine alla sua superficie, mentre altre sfuggono. (c) L'efficienza di cattura è massima nella fase di "lock-in", quando la frequenza dei vortici coincide con quella naturale del ramo.

- L'arpa eolica è uno strumento musicale suonato dal vento in cui il movimento di quest'ultimo che attraversa una corda genera vortici periodici a valle, e questi vortici alternati fanno vibrare la corda. Questo effetto porta le arpe eoliche a produrre soltanto armonici superiori. Se le corde venissero pizzicate, produrrebbero la frequenza fondamentale insieme a diversi armonici. Tuttavia, quando le corde oscillano a causa del vento, lo fanno sempre in frazioni come metà, terzi, quarti, quinti e così via e ciò porta naturalmente alla produzione di armonici, senza generare la frequenza fondamentale.



Figura 1.1.7 arpa eolica all'Exploratorium Museum, San Francisco

## 1.2 CFD: Computational Fluid Dynamics

La fluidodinamica computazionale è incentrata sulla risoluzione delle equazioni fondamentali della fluidodinamica: l'equazione di continuità, le equazioni di conservazione della quantità di moto - che nel caso di fluidi reali newtoniani si sviluppano nelle equazioni di Navier-Stokes - e l'equazione dell'energia.

La CFD parte da una discretizzazione del dominio fisico del problema, che consiste nella suddivisione di quest'ultimo in celle più piccole nel caso bidimensionale o in volumi di controllo nel caso tridimensionale. Questo processo è più comunemente noto come "meshing" e come risultato della discretizzazione si ottiene che il mesh è composto da 2 soli enti, ovvero i nodi e gli elementi: gli elementi sono le entità geometriche che collegano i nodi e possono avere diverse forme geometriche: triangoli e quadrilateri in 2D, oppure tetraedri, esaedri (cubici) o prismi in 3D, mentre i nodi sono i vertici nel mesh in cui vengono calcolati i valori delle variabili fisiche, come velocità, pressione, temperatura.

Si prosegue poi con la discretizzazione delle equazioni fondamentali della fluidodinamica, che sono differenziali, ma grazie a questo processo vengono trasformate in corrispondenti equazioni algebriche. I metodi tipicamente impiegati per questa operazione sono:

- Metodo delle Differenze Finite (FDM): approssima le derivate delle equazioni su una griglia regolare mediante differenze finite. È semplice per geometrie regolari ma complesso per quelle irregolari.
- Metodo degli Elementi Finiti (FEM): suddivide il dominio in elementi piccoli e utilizza funzioni di forma per approssimare le variabili. È flessibile per geometrie complesse, ma richiede la risoluzione di grandi sistemi algebrici.
- Metodo dei Volumi Finiti (FVM): integra le equazioni di conservazione su volumi di controllo e calcola i flussi attraverso le superfici per garantire la

conservazione. È ideale per problemi di fluidodinamica con geometrie complesse.

Si ottiene così un grande sistema lineare o non lineare di equazioni che può essere risolto con metodi numerici iterativi come Gauss-Seidel, Jacobi o multigrid. Essendo metodi numerici iterativi significa che il risultato viene aggiornato ad ogni step finché non si raggiunge la convergenza, ovvero quando tra una iterazione e la successiva vi è un cambiamento trascurabile.

Per risolvere le equazioni però è fondamentale definire le condizioni al contorno e le condizioni iniziali. Le condizioni al contorno specificano il comportamento delle variabili del flusso (come velocità, pressione, temperatura) lungo i bordi o le superfici del dominio di calcolo e sono condizioni essenziali per definire come il fluido interagisce con i limiti del dominio. Le condizioni iniziali, invece, specificano lo stato del sistema all'inizio della simulazione (al tempo  $t = 0$ ) e devono essere definite per tutte le variabili del flusso (come velocità, pressione, temperatura) in tutto il dominio di calcolo. Infine, i risultati ottenuti (ad esempio velocità, pressione, vorticità) vengono analizzati e visualizzati; ciò permette di osservare il comportamento del flusso attraverso grafici di vettori, contorni di pressione o animazioni del campo di velocità.

In particolare, ANSYS Fluent si basa sul metodo dei volumi finiti o FVM (Finite Volume Method)

Questo metodo si distingue per la sua capacità di discretizzare direttamente nello spazio fisico, senza bisogno di trasformazioni tra coordinate fisiche e computazionali. Questa caratteristica lo rende particolarmente adatto per problemi con geometrie complesse, poiché le equazioni di conservazione (massa, quantità di moto, energia) vengono integrate direttamente nei volumi di controllo, garantendo la conservazione delle quantità fisiche su base locale.

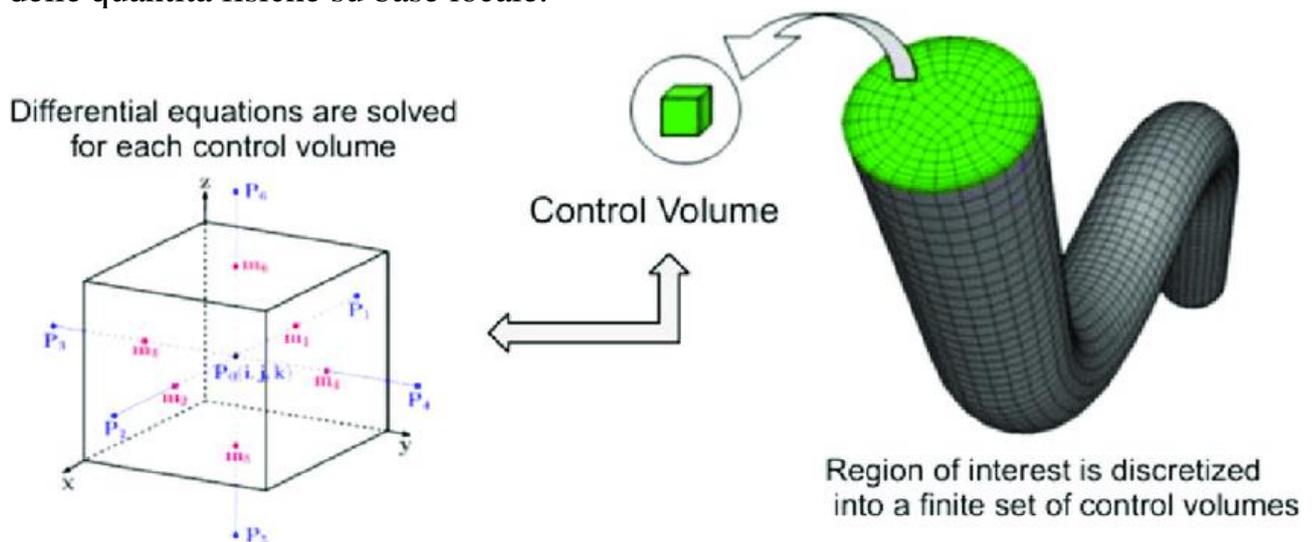


Figura 1.2.1 rappresentazione schematica di un modello FVM

## 2. LE EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA FLUIDODINAMICA

Mentre l'equazione di continuità garantisce solo che la massa del fluido sia conservata, non fornisce informazioni su come la velocità del fluido cambia nel tempo e nello spazio. L'equazione dell'energia descrive il bilancio termico, ma senza informazioni sul moto dettagliato del fluido.

Le equazioni di Navier-Stokes, invece, considerano sia gli effetti della viscosità (attrito interno) sia le forze di pressione, descrivendo così le variazioni di velocità e le dinamiche interne del fluido. Questo le rende cruciali per simulare accuratamente il comportamento del fluido, soprattutto nei casi in cui il flusso è influenzato da forze esterne o presenta turbolenza.

In CFD, l'obiettivo principale è prevedere il comportamento del flusso, perciò l'equazione di continuità e quella dell'energia completano l'analisi, ma le informazioni più rilevanti sul comportamento del fluido provengono dalle equazioni di Navier-Stokes.

### 2.1 Equazione di continuità

Le equazioni di Navier-Stokes derivano dalla combinazione delle leggi costitutive dei fluidi reali newtoniani con le equazioni della quantità di moto e con l'equazione di continuità.

L'equazione di continuità globale (si veda il teorema del trasporto di Reynolds) è:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \int \int_{CV} \rho \, dV + \int \int_{CS} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dA = 0$$

con CV = Control Volume, CS = Control Surface.

Considerando un volume di controllo fisso e indeformabile si ha:

$$\int \int \int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \int \int_{CS} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dA = 0$$

e applicando il teorema della divergenza  $\int \int \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \, dV = \int \int_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$  si ottiene:

$$\int \int \int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \int \int \int_{CV} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \, dV = 0$$

il che porta all'equazione di continuità differenziale:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0}$$

In caso di regime stazionario, le proprietà fisiche del sistema non variano nel tempo, per cui  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  e se il fluido è incomprimibile allora la densità  $\rho = \text{costante}$ , ottenendo infine:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0}$$

ovvero

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

dove  $u, v, w$  sono le 3 componenti del vettore velocità  $\vec{v}$ .

Da un punto di vista fisico, la divergenza della velocità esprime concretamente il tasso di variazione temporale del volume di un elemento fluido in movimento, per unità di volume, il che implica che la variazione di volume deve essere nulla ed essendo nel caso di fluido incomprimibile la densità rimane costante, ma per definizione  $\rho V = m$  e di conseguenza si avrà che banalmente anche la massa si conserva.

## 2.2 Equazioni della quantità di moto

Per quanto riguarda le equazioni della quantità di moto, è opportuno prima andare a fare delle precisazioni sul campo di velocità e sulle variabili da cui dipende per poter definire susseguentemente il campo di accelerazione.

Come già accennato il campo di velocità  $\vec{v}$  è composto da tre componenti  $u, v, w$  rispettivamente nelle direzioni  $x, y, z$ :

$$\begin{aligned}\vec{v} &= (u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t)) \\ &= u(x, y, z, t) \hat{i} + v(x, y, z, t) \hat{j} + w(x, y, z, t) \hat{k}\end{aligned}$$

Ovvero  $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$ , che significa che la velocità di una particella fluida dipende dalla sua posizione rispetto al sistema di riferimento (determinata dalle sue coordinate  $x, y, z$ ) e dall'istante di tempo  $t$  in cui effettuiamo la rilevazione. Questo metodo di descrivere il moto del fluido è chiamato metodo Euleriano.

L'accelerazione sarà perciò:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

che in componenti diventa: (\*<sup>1</sup>)

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}$$

Si consideri ora un elemento infinitesimo di fluido  $dx dy dz$  e si applichi la seconda legge di Newton, che lungo le tre direzioni è  $dF_x = dma_x, dF_y = dma_y, dF_z = dma_z$ . Sull'elemento infinitesimo agiscono però sia forze di volume  $dF_{b,i}$  ovvero la forza di gravità, sia forze di superficie  $dF_{s,i}$  ovvero le tensioni rappresentate dal

tensore di Cauchy  $\vec{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$

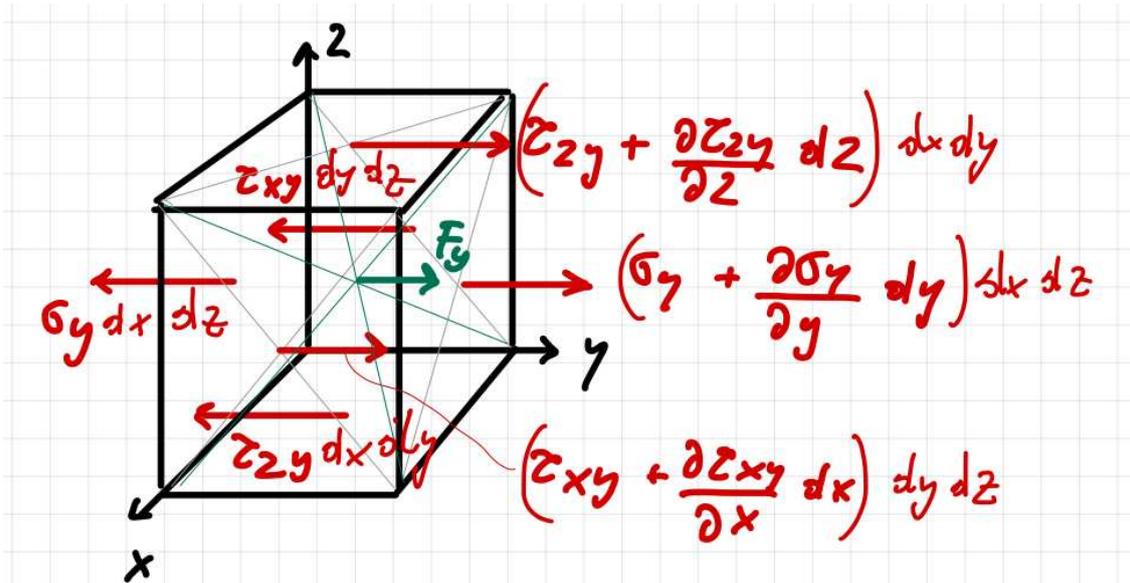


Figura 2.2.1 componenti del tensore delle tensioni di Cauchy su un elemento infinitesimo di fluido, nella direzione y (direzione x, z non rappresentate in figura)

Consideriamo la seconda legge di Newton per la direzione y:  $dF_y = dm a_y$ .

Le forze di superficie sono:

$$\begin{aligned}
 dF_{sy} &= \left( \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \right) dx dz - \sigma_y dx dz + \left( \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zy} dx dy \\
 &+ \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dy dz - \tau_{xy} dy dz \\
 &= \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) dx dy dz
 \end{aligned}$$

Le forze di volume sono:  $dF_{by} = dm g_y = \rho dx dy dz g_y$

Quindi  $dF_y = \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y \right) dx dy dz = dm a_y = \rho dx dy dz \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$ . Semplificando  $dx dy dz$  e applicando lo stesso procedimento lungo x e z, si ottengono le equazioni della quantità di moto:

$$\begin{aligned}
 \rho g_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
 \rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
 \rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)
 \end{aligned}$$

## 2.3 Equazioni di Navier-Stokes

Infine, bisogna combinare queste ultime con le leggi costitutive di un fluido newtoniano reale. I legami o leggi costitutive sono le espressioni matematiche che mettono in relazione le componenti del tensore delle deformazioni con le componenti del tensore delle tensioni. I fluidi più comuni fra i liquidi e i gas sono newtoniani e

sono quei fluidi per cui lo sforzo tangenziale è direttamente proporzionale alla velocità di deformazione angolare:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad \text{con } \dot{\gamma} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta \beta}{\delta t}, \text{ dove } \delta \beta \text{ è la deformazione angolare}$$

Per i fluidi newtoniani, le leggi costitutive sono:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \sigma_y &= -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \sigma_z &= -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \text{con } \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} &= \gamma_{xy} = \gamma_{yx} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} &= \gamma_{yz} = \gamma_{zy} & \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} &= \gamma_{zx} = \gamma_{xz} \end{aligned}$$

Sostituendo le leggi costitutive nelle equazioni della quantità di moto, si ottiene finalmente lungo la direzione x:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Scomponendo il doppio prodotto della seconda derivata parziale della prima componente dello spostamento u lungo x e riordinando i termini si ottiene che il primo termine diventa

$$\begin{aligned} \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Ma il termine  $\mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$  è nullo per l'equazione di continuità poiché

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$$

Si è così ottenuta l'equazione di Navier-Stokes lungo la direzione x. Analogamente per le direzioni y e z:

$$\begin{aligned} \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) &= \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) &= \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) &= \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

In notazione compatta, le equazioni di Navier-Stokes si possono scrivere come:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

Precisando che  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$  è la divergenza del campo di velocità del fluido,  $\nabla p$  è il gradiente della pressione p (che è una funzione scalare), e  $\nabla^2 \vec{v}$  è il laplaciano del campo di velocità del fluido ( $\nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$  con  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ )

Le equazioni di Navier-Stokes sono equazioni alle derivate del secondo ordine non lineari e perciò difficilmente risolvibili analiticamente e spesso si ricorre infatti a metodi numerici.

Le tre equazioni della quantità di moto, insieme all'equazione di conservazione della massa, offrono una rappresentazione matematica completa del comportamento dei fluidi newtoniani incomprimibili. In questo sistema, ci sono quattro equazioni e altrettante incognite ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ), il che rende il problema “ben-posto” dal punto di vista matematico.

### 3. FLUSSO ATTORNO A UN CILINDRO SU ANSYS FLUENT

#### 3.1 Geometria e meshing

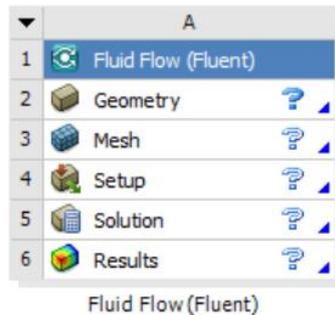


Figura 3.1.1 schermata iniziale Fluent

Il primo passo consiste nel preparare la geometria: per la fluidodinamica computazionale la geometria che viene costruita è il dominio fisico del fluido, ovvero lo spazio fisico intorno all’oggetto di interesse - in questo caso il cilindro – e si contrappone alla simulazione FEA (agli elementi finiti), in ambito strutturale, in cui invece viene progettata la geometria che è l’oggetto in sé dell’analisi in quanto sono di interesse, per esempio, gli stati tensionali di tale oggetto.

Consideriamo inoltre il flusso bidimensionale attorno al cilindro: in alcuni casi è possibile semplificare un problema tridimensionale riducendolo a due dimensioni.

Questo approccio può facilitare sia l’analisi analitica che quella numerica.

Tipicamente, questa riduzione è giustificata quando i gradienti del campo di flusso in una direzione sono significativamente più piccoli di quelli nelle altre due direzioni.

Ad esempio, l’ipotesi planare 2D è valida quando i gradienti di flusso lungo la direzione assiale del cilindro sono trascurabili rispetto alle altre due direzioni.

Adottando un modello 2D, il processo periodico instabile di distacco dei vortici può essere efficacemente simulato e analizzato in modo più efficiente in termini di costi computazionali rispetto a un modello 3D completo. I dati risultanti possono essere utilizzati anche per creare una visualizzazione animata della formazione della scia di von Karman.

Per realizzare la geometria si può utilizzare SpaceClaim con la funzione “*sketch mode*” nella finestra “*design*”. Una volta attivata e una volta orientato il piano tale che l’asse  $z$  sia normale ad esso, nella finestra “*sketch*” bisogna selezionare la funzione “*circle*” per realizzare il cilindro, centrato nell’origine del sistema di riferimento e avente diametro uguale a 0,01 metri. Si può impostare la dimensione manualmente selezionando la funzione “*dimension*”, sempre nella finestra “*sketch*”, e

cliccando sull'oggetto che si vuole dimensionare. Successivamente si va a realizzare l'effettivo dominio fisico del fluido: nel caso in questione si ipotizza che stia fluendo in un canale a geometria rettangolare, perciò con la funzione “*rectangle*” si traccia un rettangolo attorno al cilindro e si dimensiona con la funzione “*dimension*” tale che la lunghezza dell'inlet (ovvero la lunghezza dall'inlet al centro del cilindro) sia 0,1 metri, e tale che la lunghezza dell'outlet sia maggiore di quella dell'inlet e sia 0,3 metri: questo poiché all'ingresso il flusso sarà uniforme mentre è di maggiore rilevanza il comportamento a valle del cilindro. Si dimensiona anche la larghezza dell'inlet, che in questo caso è uguale a quella dell'outlet (non c'è un convergente o un divergente), in modo tale che sia simmetrica rispetto al cilindro e larga 0,1 metri per lato del cilindro, ossia 0,2 metri complessivamente, dal momento che si considerano le basi del rettangolo come pareti solide e si vuole evitare che interagiscano con il flusso. Una volta fatto ciò, bisogna uscire dalla modalità sketching con la funzione “*end sketch editing*”

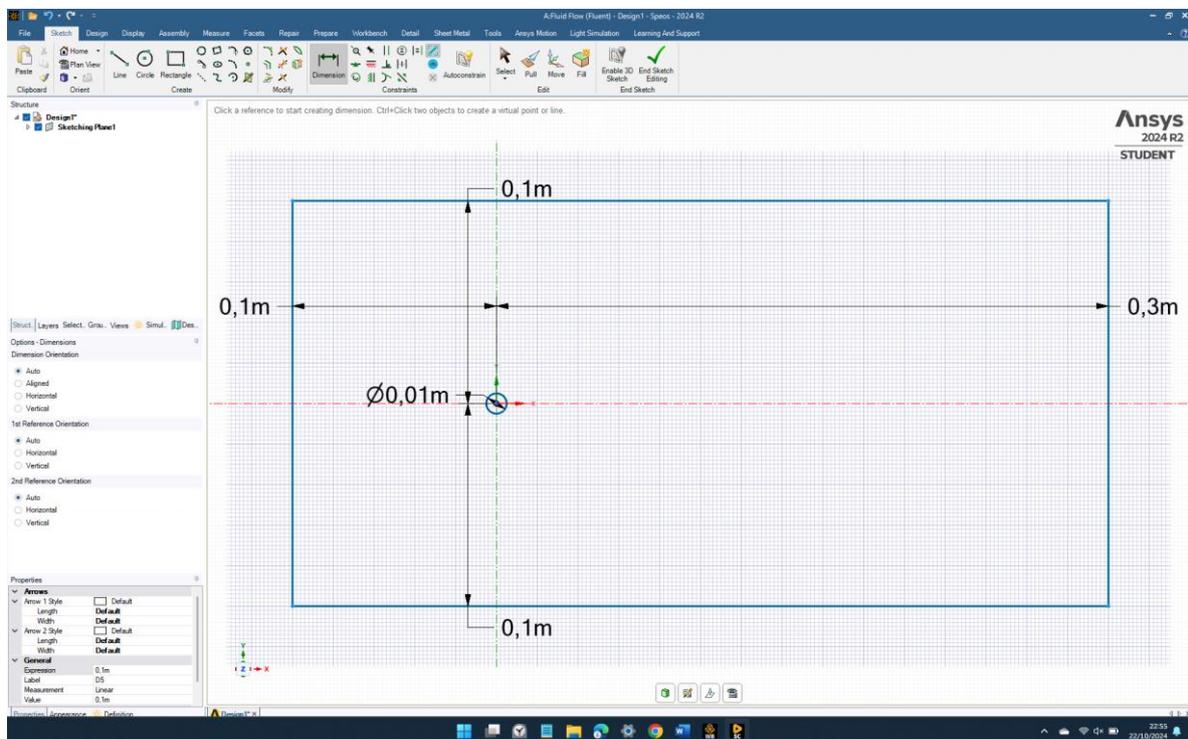


Figura 3.1.2 risultato della geometria

Per la fase di mesh, si utilizza inizialmente la funzione “*generate mesh*” per ottenere un mesh di partenza realizzato da Ansys. Il mesh ottenuto è però inevitabilmente troppo spesso e perciò va raffinato manualmente.

La prima cosa da fare è raffinare il mesh localmente attorno al cilindro, dunque right-click sull'elemento “*mesh*” (nella tendina “*Project\**” a sinistra) e selezionare “*insert*” → “*sizing*”. Nei dettagli di “*sizing*” gli elementi evidenziati in giallo sono gli elementi che vanno specificati manualmente: come “*type*” si mantiene l’“*element size*” e con la funzione selettore “*edge*” nella barra degli strumenti si seleziona il bordo del cilindro e lo si aggiunge alla “*geometry*” per poter specificare le dimensioni

dell'elemento che si impongono a 0,00025 metri. Si termina aggiornando il mesh con la funzione "update".

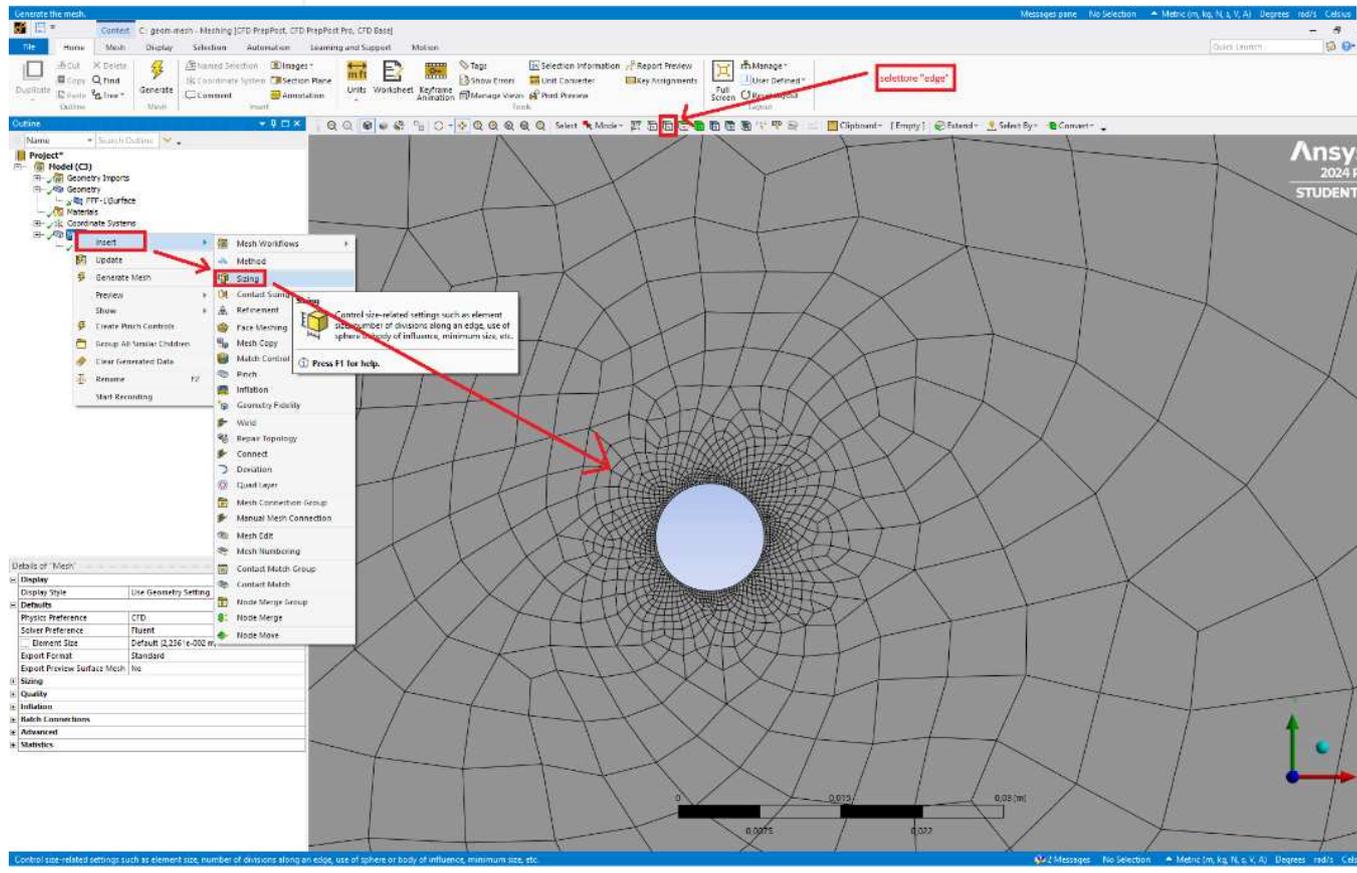
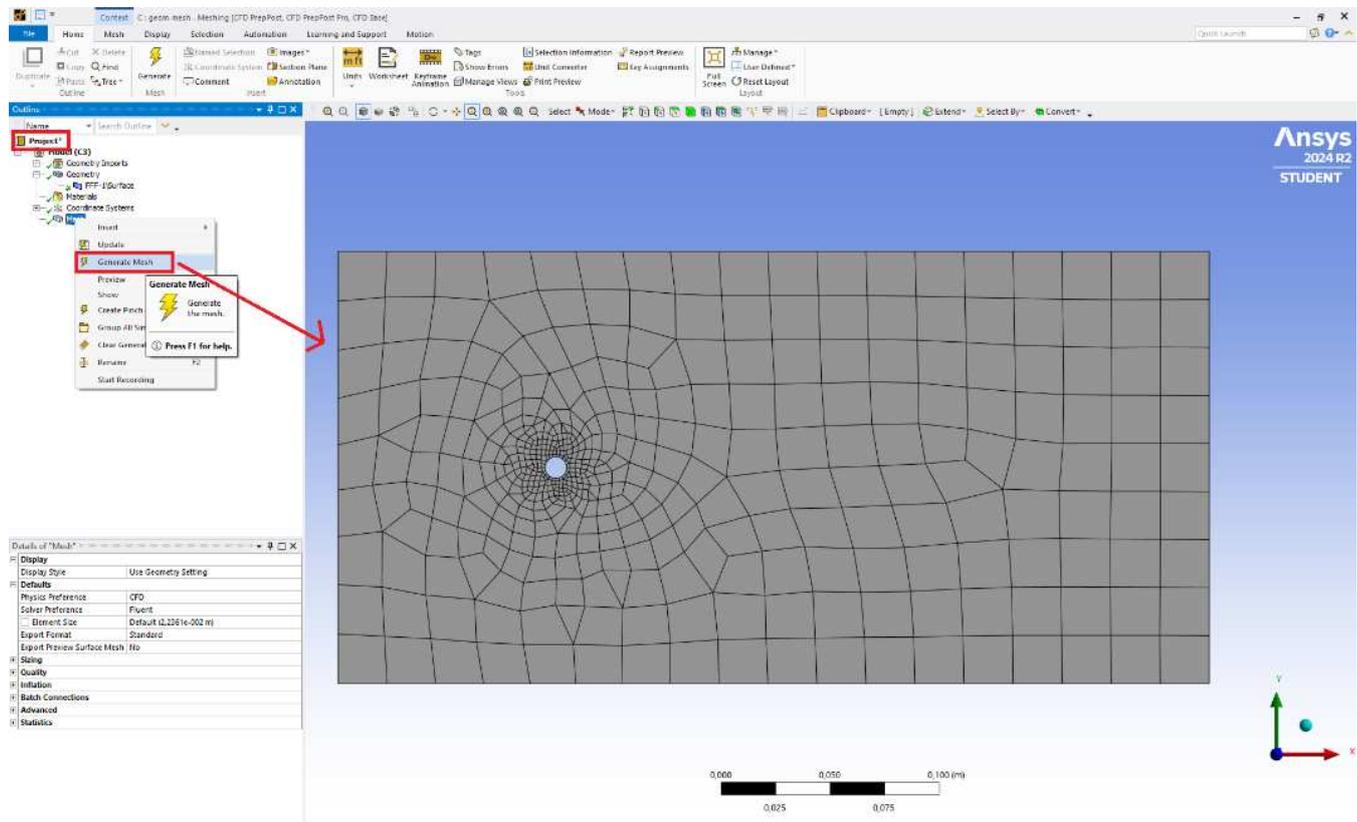


Figura 3.1.3 processo di affinamento del meshing localmente attorno al cilindro

Si procede poi a raffinare il mesh globalmente nel dominio fisico, inserendo analogamente un altro sizing, solo che a differenza di prima si usa la funzione selettore “*face*” (e non “*edge*”) nella barra degli strumenti per selezionare l’intero dominio fisico rettangolare e per aggiungerlo alla “*geometry*” e poter specificare le dimensioni dell’elemento che vengono impostate a 0,001 metri e infine si aggiorna il mesh con la funzione “*update*”.

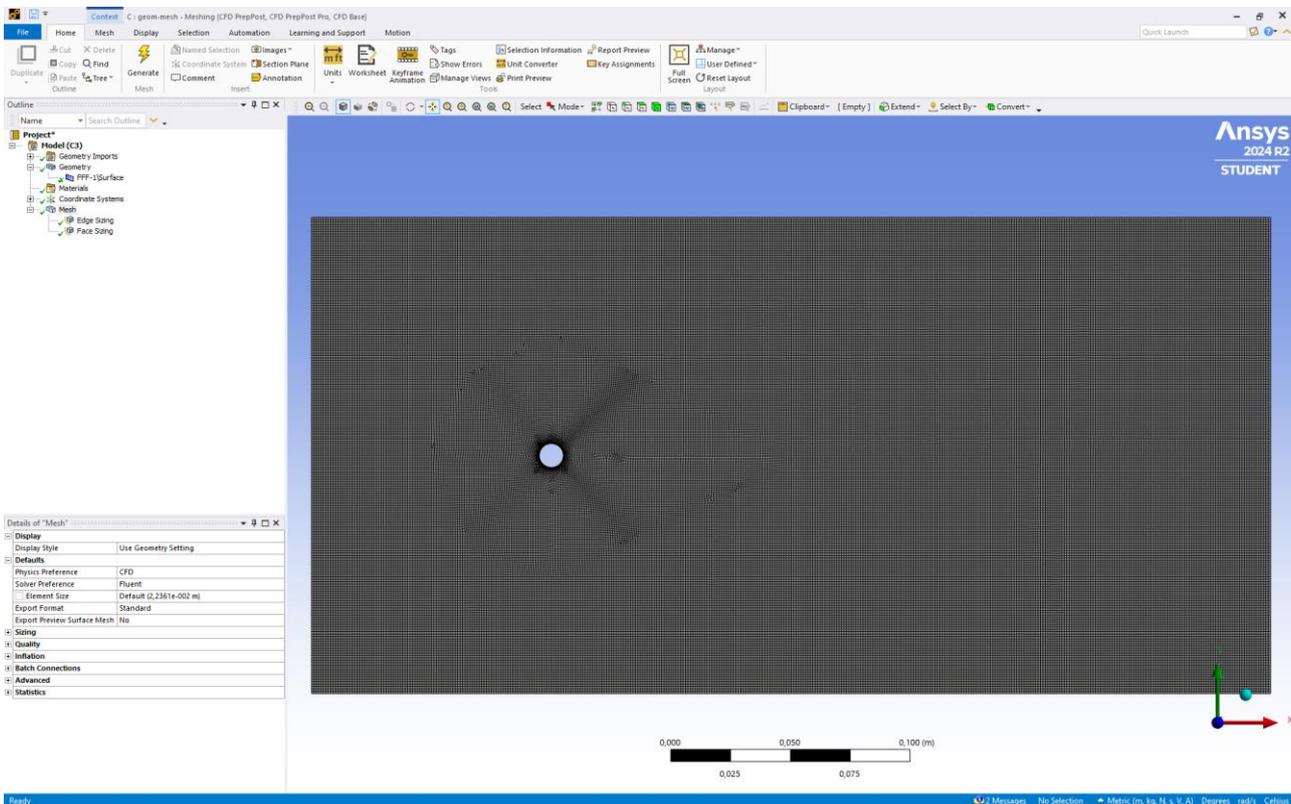


Figura 3.1.4 processo di affinamento del meshing globalmente nel dominio fisico

Sebbene il mesh attorno al cilindro sia abbastanza affinato, bisogna renderlo più ortogonale per rendere più efficiente il processo di calcolo con il solver: per fare ciò, si fa right-click sull’elemento “*mesh*” (nella tendina “*Project\**”) a sinistra e selezionare “*insert*” → “*inflation*”. La funzione “*inflation*” richiede di selezionare con lo strumento “*face*” il dominio fisico rettangolare per applicarlo alla “*geometry*” nello “*scope*” e di selezionare con lo strumento “*edge*” il cilindro per applicarlo alla “*boundary*” nella “*definition*”. Si modifica poi l’“*inflation option*” in “*first layer thickness*” e si impone lo stesso spessore dell’edge sizing per ottenere l’ortogonalità, ovvero 0,00025 m, 20 “*maximum layers*” e 1,5 “*growth rate*”. Infine, si procede con l’“*update*” del mesh.

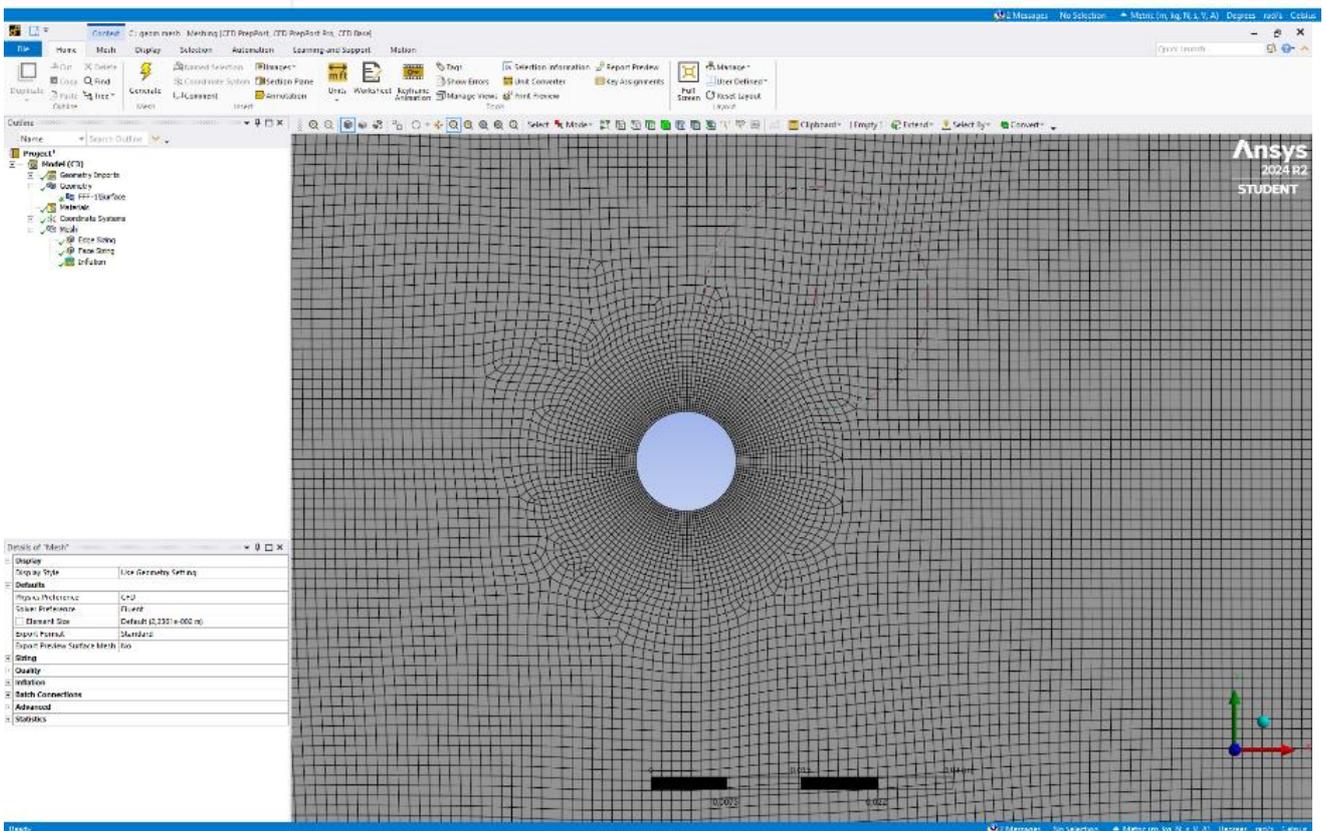
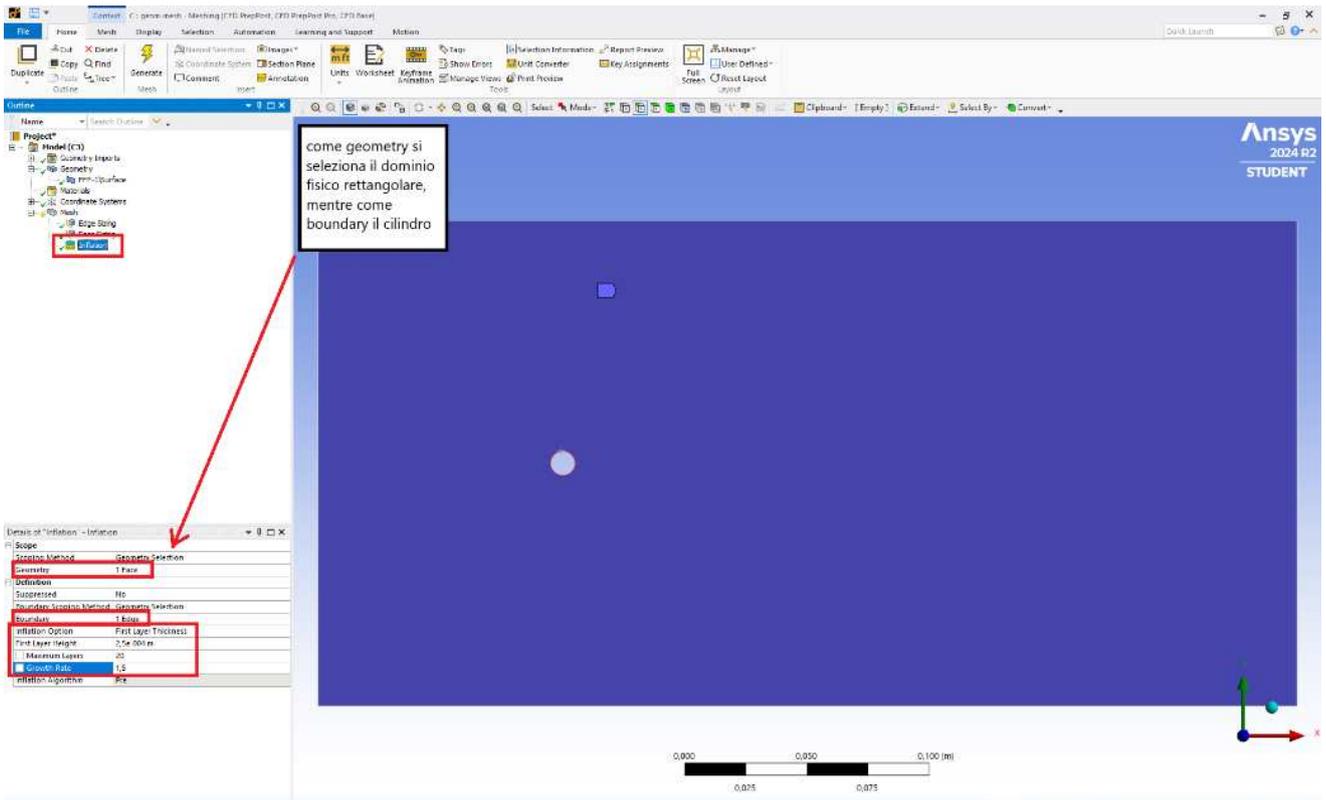


Figura 3.1.5 processo di ortogonizzazione del mesh localmente attorno al cilindro

Bisogna ora specificare i domini affinché Fluent sia in grado di applicare correttamente le condizioni di contorno e le condizioni iniziali. Questa procedura consiste nell'assegnare effettivamente il nome "wall" alle basi del rettangolo,

“cylinder” al contorno del cilindro, “inlet” all’altezza di sinistra e “outlet” all’altezza di destra del rettangolo

Con la funzione “edge” si seleziona l’altezza del rettangolo a sinistra e con il right-click uso la funzione “create named selection” e lo si nomina “inlet”. Analoga procedura per “outlet”, “wall” e “cylinder”.

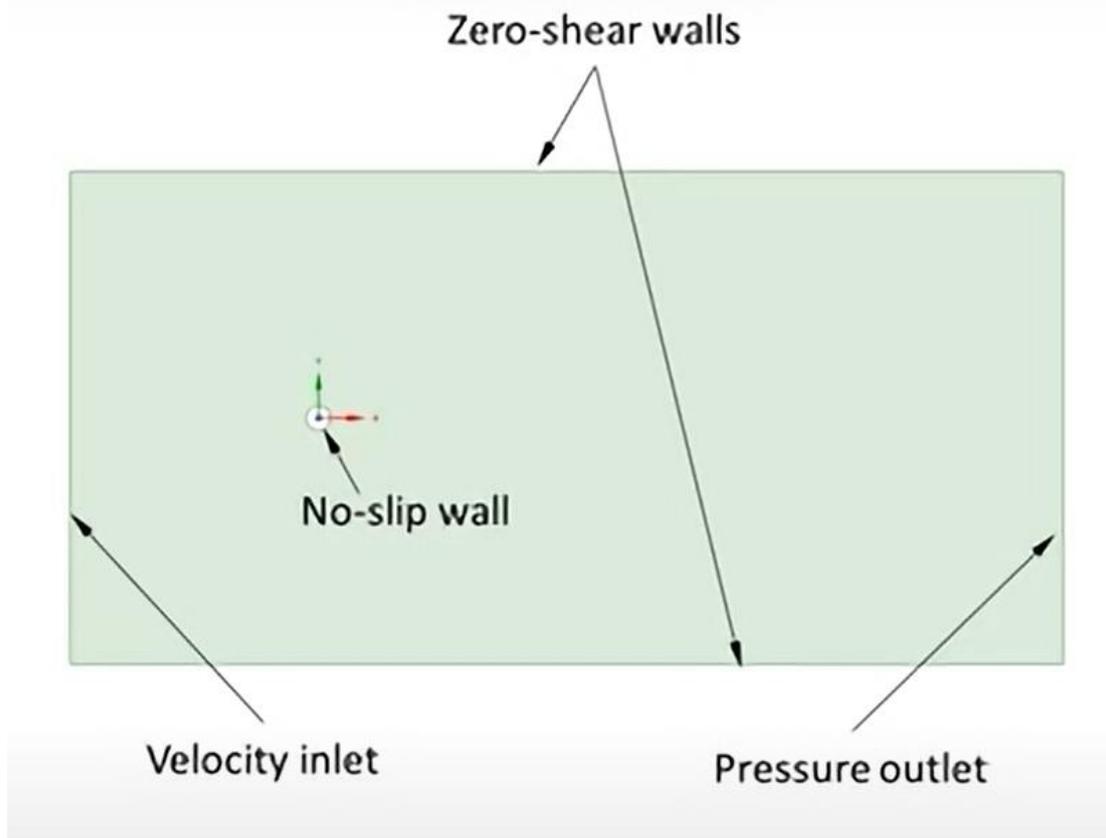
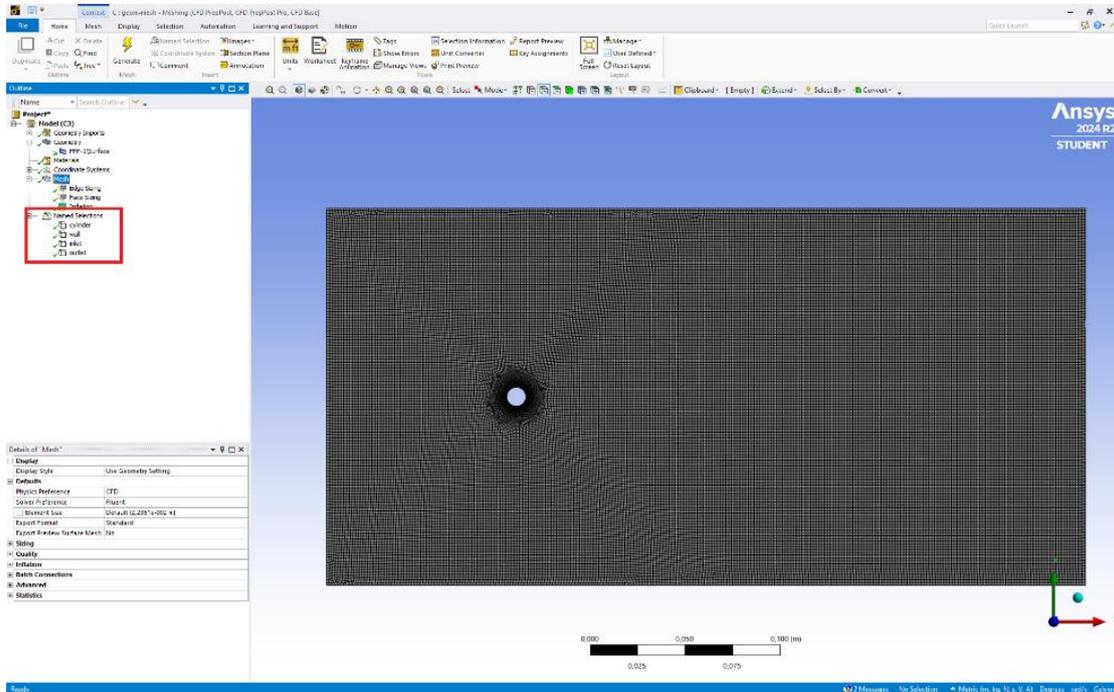


Figura 3.1.6 realizzazione delle named selections

## 3.2 Setup e soluzione

Prima di configurare il solver, si deve verificare la qualità del mesh. Nella finestra “Domain”, nella sezione “Mesh” bisogna cliccare “Check” → “Perform Mesh Check” e successivamente “Quality” → “Evaluate Mesh Quality”: affinché il mesh sia buono, è necessario che la voce “Minimum Orthogonal Quality” sia almeno 0,1 e nel caso in questione si ha una qualità del 0,701978, dunque il mesh è di buona qualità.

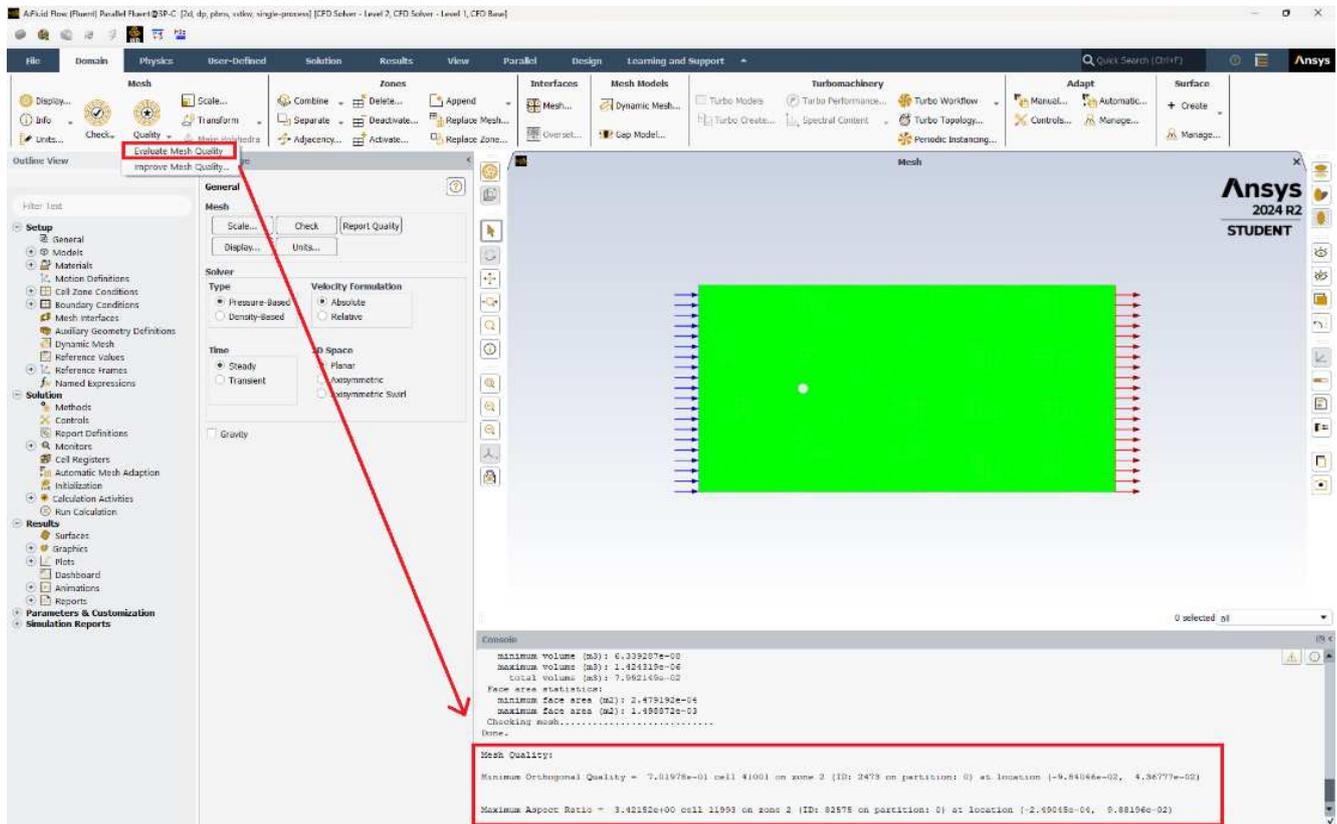


Figura 3.2.1 verifica preliminare del mesh

Nella tendina a sinistra “Outline view” per quanto riguarda il “Setup”, nella sezione “General” il solver deve essere impostato su:

- “type”: “pressure-based”. Il solver pressure-based viene scelto perché è adatto per flussi incompressibili o a bassa velocità, dove le variazioni di densità del fluido sono trascurabili, a differenza dell’alternativa density-based, utilizzata tipicamente per flussi compressibili ad alta velocità, come quelli supersonici.
- “time”: “transient”. L’effetto von Karman è transitorio e non stazionario; perciò, un’impostazione steady (stazionaria) non sarebbe in grado di riprodurre le variazioni temporali e il distacco periodico dei vortici.
- “velocity formulation”: “absolute”. Questo indica che le velocità del flusso sono considerate rispetto a un sistema di riferimento fisso ed è l’opzione standard per simulazioni in cui il corpo (il cilindro in questo caso) è stazionario e il fluido scorre attorno ad esso. L’opzione alternativa, denominata relative, viene usata per problemi in cui si ha movimento del sistema di riferimento, come nel caso di pale rotanti o geometrie in movimento.

- “2D Space”: “*planar*”. Si usa per simulazioni bidimensionali in cui si assume che non ci sia variazione del flusso nella terza dimensione (lungo l'asse del cilindro): nel caso del cilindro in un flusso, la simulazione rappresenta il flusso attorno alla sua sezione trasversale (normalmente circolare), e quindi si considera solo il piano bidimensionale del flusso. Questo è appropriato per un cilindro "infinitamente lungo" o dove si desidera osservare i fenomeni sulla sezione trasversale senza considerare effetti tridimensionali. L'altra opzione 2D è *axisymmetric*, e si usa per geometrie di rivoluzione, dove il problema ha simmetria attorno a un asse: un esempio classico di un problema assialsimmetrico sarebbe il flusso attorno a una punta di razzo o una cavità circolare.

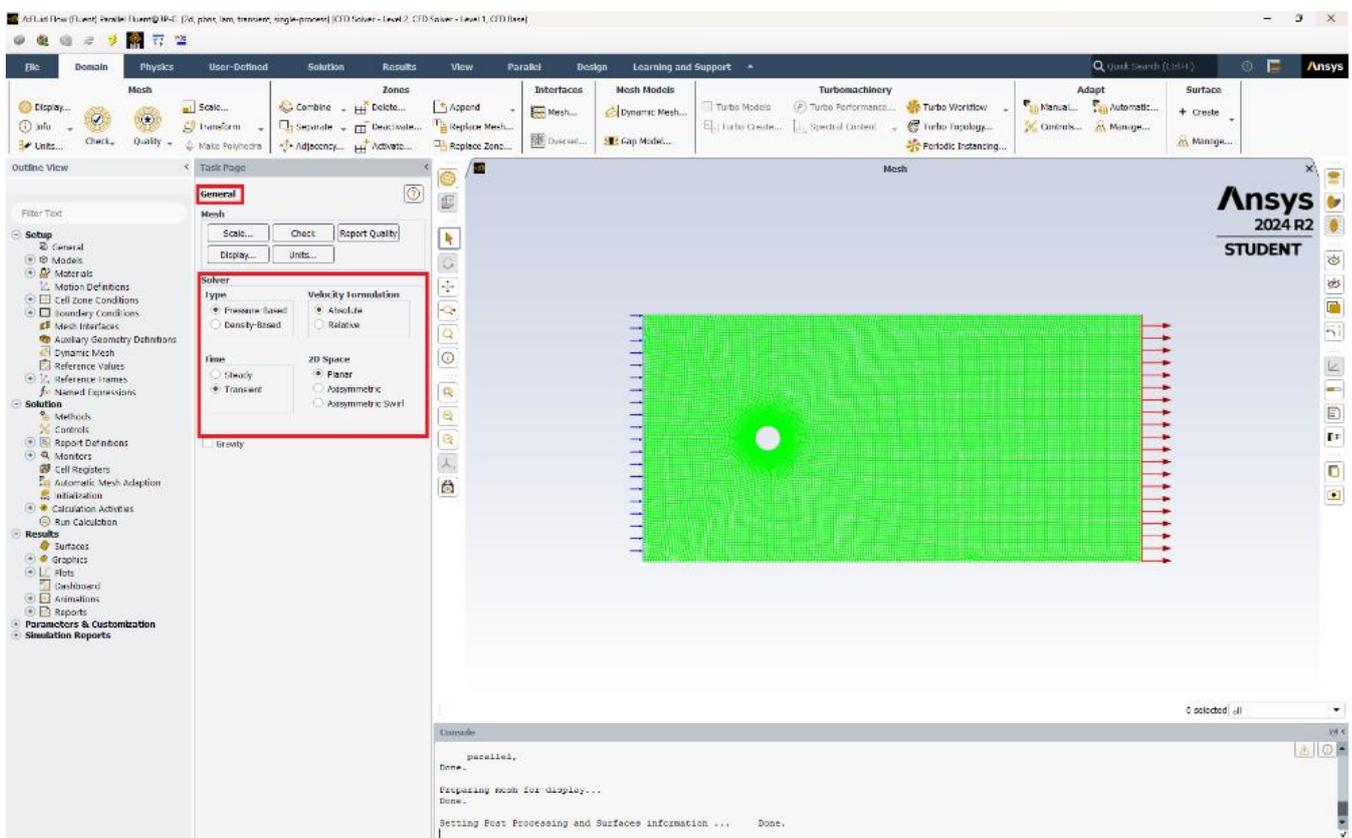


Fig 3.2.2 impostazioni “General” del solver

Nella sezione “*Models*” si sceglie “*viscous*” e si specifica “*laminar*”. Il modello *viscous* viene scelto perché il flusso attorno al cilindro è influenzato dalla viscosità del fluido, che gioca un ruolo chiave nella formazione della scia e dei vortici di von Karman, e in particolare *viscous-laminar* è utilizzato quando il flusso è prevalentemente laminare, ossia caratterizzato da un numero di Reynolds relativamente basso. In questo regime, il flusso avviene in strati paralleli senza mescolamento turbolento. In caso di regime turbolento si usano prevalentemente i modelli *k-epsilon* e *k-omega*. Questi due modelli differiscono principalmente per il modo in cui gestiscono i flussi turbolenti vicino alle pareti e in presenza di separazione: il primo è adatto per flussi completamente sviluppati e lontani dalle superfici, come in condotti o volumi aperti, è robusto e stabile, ma meno accurato nel

predire il distacco del flusso e la scia vorticoso, dunque viene utilizzato spesso in flussi con gradiente di pressione debole; il secondo fornisce risultati migliori per i flussi vicino alle superfici e con forte separazione, come nel caso di un cilindro. La variante *SST (Shear Stress Transport)* combina i vantaggi di entrambi i modelli, migliorando le previsioni del punto di separazione e la scia vorticoso e per il flusso turbolento attorno a un cilindro, il modello *SST  $\kappa - \omega$*  è preferito perché offre una maggiore accuratezza nella gestione della separazione del flusso e dei gradienti di pressione rispetto al  $\kappa - \epsilon$ . Si deve selezionare anche il modello “*Energy*” per poter integrare l’equazione dell’energia, da cui si può ricavare la dissipazione viscosa  $\Phi$ : sebbene quando il flusso ha un numero di Reynolds basso la dissipazione viscosa sia praticamente trascurabile, questo parametro diventa invece importante quando ci si avvicina a moti in regime turbolento.

Per specificare i materiali, si considera la sezione “*Materials*”: su “*fluid*” di default è impostata l’aria, ma con doppio click su “*fluid*” → “*add*” → “*fluent database*” si accede a un database con variegati fluidi e le relative proprietà già precaricate.

Bisogna selezionare perciò “*water-liquid*” e dopo “*copy*” per copiare le proprietà nell’elenco “*fluids*”. Il dominio però non è ancora cambiato in acqua ed è ancora aria. Per cambiarlo definitivamente si va nella sezione “*Cell zone conditions*”, bisogna fare doppio click su “*fff\_surface*” e selezionare “*water-liquid*” nel “*material name*” e “*apply*”.

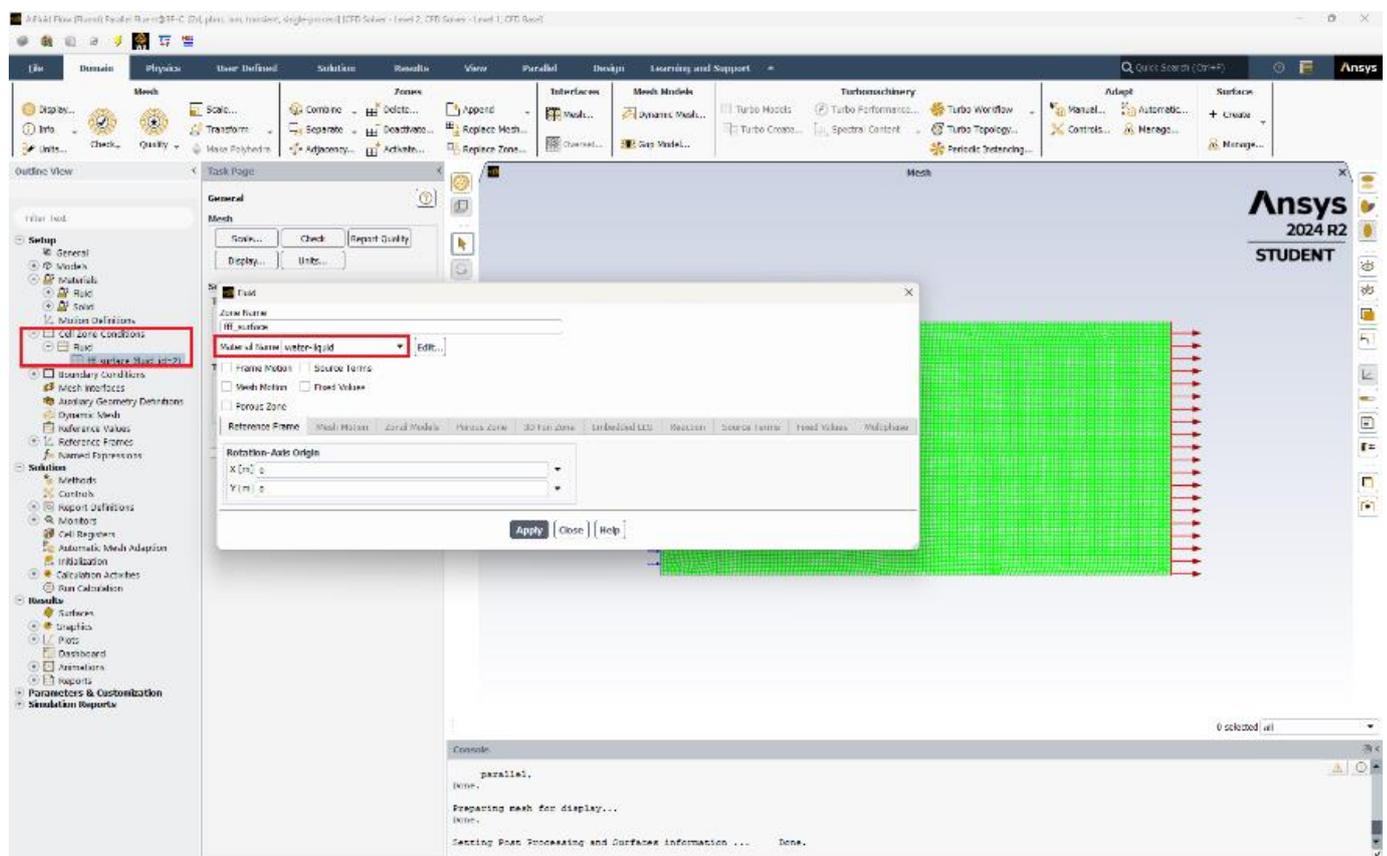


Figura 3.2.3 impostazioni “Cell zone conditions” per cambiare il fluido nel dominio fisico

Per imporre le condizioni al contorno si va nella sezione “*Boundary Conditions*” dove si trovano le “*named selections*” del mesher precedentemente realizzate, e si verifica il type per ogni elemento: “*cylinder*” è type “*wall*”, “*inlet*” è type “*velocity-inlet*”, “*outlet*” è type “*pressure-outlet*” e “*wall*” è type “*wall*”. Facendo doppio click su “*inlet*” posso specificare la velocità iniziale di ingresso che in questo primo caso si impone a 0,025 m/s, in modo tale da avere un numero di Reynolds uguale a

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{998,2 \cdot 0,025 \cdot 0,01}{0,001003} = 248,8.$$

Nella sezione “*reference values*” bisogna selezionare “*compute from: inlet*” per garantire che i valori di riferimento siano coerenti con le condizioni del flusso in ingresso.

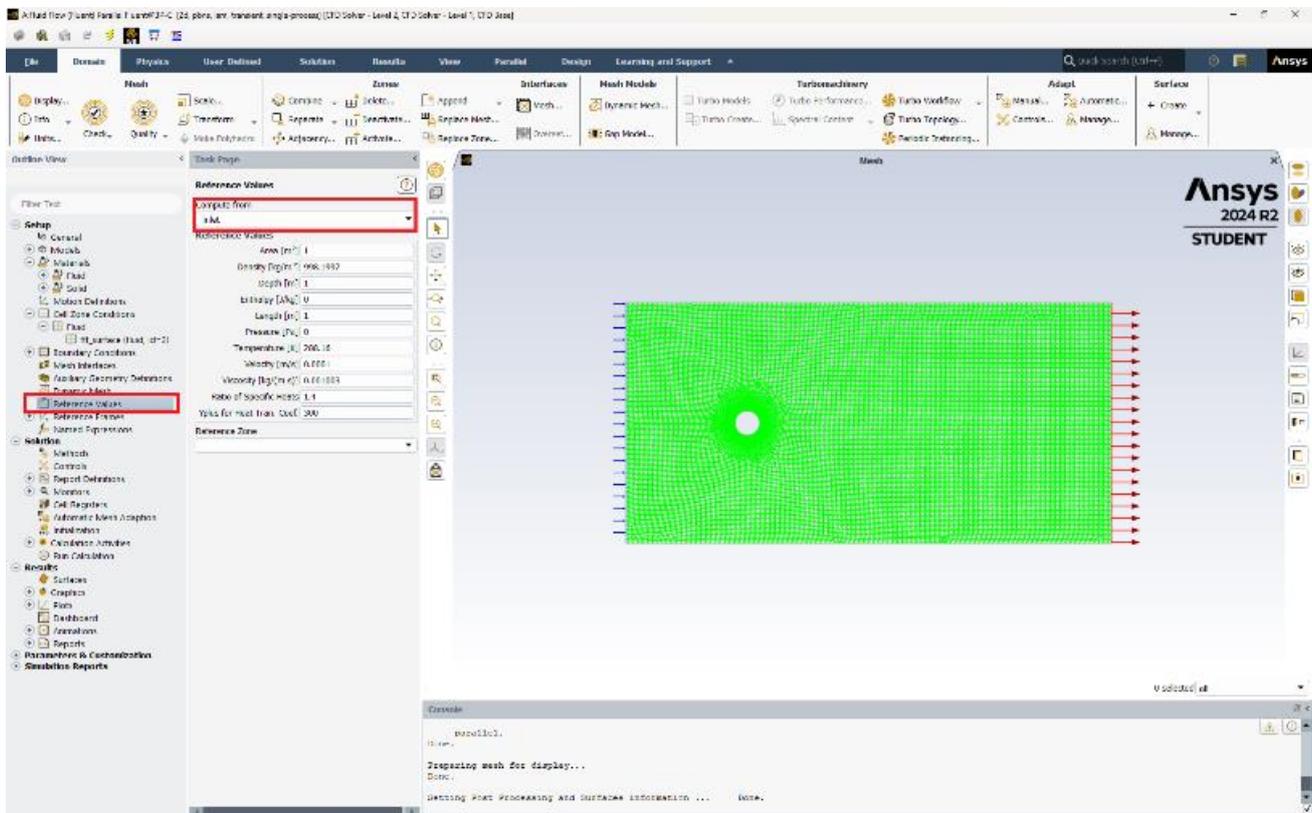


Figura 3.2.4 impostazioni dei “reference values”

Nella sezione “*Solution*”, in “*Methods*” si impone una transient formulation “*second order implicit*” per migliorare la precisione e la qualità dei risultati nella simulazione di fenomeni transitori, come il flusso attorno a un cilindro. Nella formulazione di primo ordine (first order implicit), il termine temporale è discretizzato utilizzando un'approssimazione differenziale backward a primo ordine. In pratica, questo significa che il valore della variabile al tempo successivo è calcolato in funzione del valore corrente, con un'approssimazione lineare. Questa formulazione è robusta e più stabile, ma introduce un errore di discretizzazione temporale maggiore. Nella formulazione di secondo ordine, l'approssimazione differenziale è fatta usando una media ponderata tra il tempo corrente e i tempi precedenti, migliorando la rappresentazione delle variazioni temporali. Questo approccio tiene conto non solo del valore corrente ma anche del valore al passo temporale precedente, risultando in

una rappresentazione più accurata delle derivate temporali e quindi della dinamica del flusso. In alcuni casi, si può usare la formulazione di primo ordine nelle fasi iniziali della simulazione per ottenere una soluzione approssimativa o per ridurre il tempo di calcolo e una volta ottenuta una soluzione iniziale, si può passare alla formulazione di secondo ordine per migliorare la precisione, oppure, essendo la formulazione di primo ordine più robusta e meno sensibile ai problemi di convergenza, può essere utilizzata in situazioni in cui il flusso presenta forti discontinuità o instabilità che rendono difficile la convergenza della soluzione con la formulazione di secondo ordine.

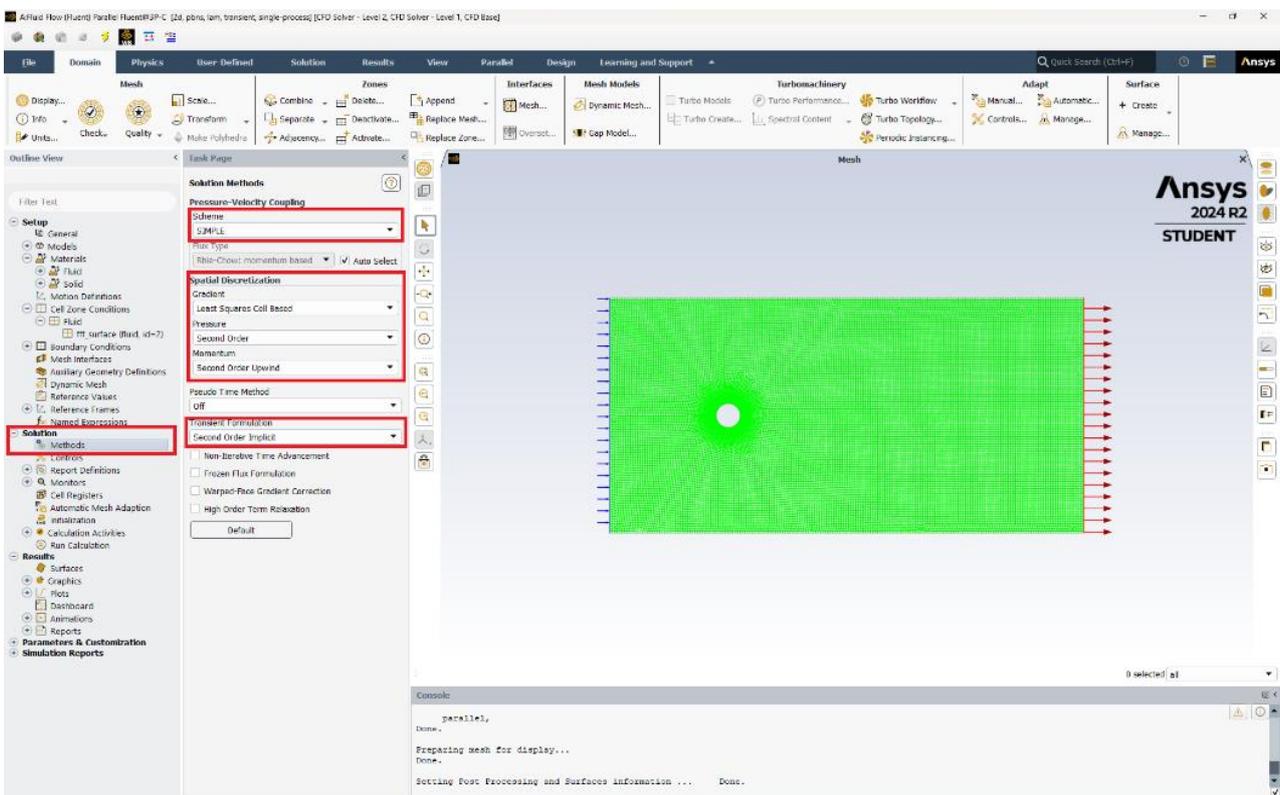


Figura 3.2.5 impostazioni “Solution Methods”

Si devono aggiungere anche i monitor per la soluzione, in quanto questo procedimento permette di controllare l'evoluzione della soluzione e di assicurarsi che i risultati siano fisicamente coerenti e convergano nel modo corretto: sempre nella sezione “Solution” bisogna fare doppio click su “Report definitions” → “New” → “Force report”. Bisogna selezionare come opzioni lift e drag così da creare un report per i coefficienti di trascinamento (o resistenza) e portanza (o sollevamento). Per “drag”, in “zones” selezioniamo “cylinder” e in “force vector”  $x = 1$  e  $y = 0$ , poiché la forza di drag è diretta lungo  $x$  e “print to console” che permette di realizzare il grafico mentre i calcoli vengono eseguiti. Per “lift” si procede allo stesso modo, controllando però che  $x = 0$  e  $y = 1$ , e oltre a creare un monitor per il coefficiente di portanza, è necessario creare un monitor anche per la forza di portanza, in quanto permetterà di trovare la frequenza di distacco dei vortici nella scia di von Karman tramite la funzione FFT Fast Fourier Transform a partire dall'oscillazione della forza

di portanza. Una volta trovata la frequenza di shedding, si può calcolare il numero di Strouhal.

Nella sezione “*Initialization*” bisogna selezionare “*hybrid initialization*”.

L'inizializzazione ibrida combina diverse tecniche per generare una soluzione di partenza più realistica e stabile. Essa utilizza una soluzione di potenziale di flusso per stimare i campi di velocità e pressione nel dominio e una distribuzione basata sulle condizioni al contorno per le altre variabili, ottenendo come risultato una distribuzione iniziale del flusso che rispecchia meglio il comportamento del flusso reale. L'inizializzazione standard, invece, assegna un valore costante a tutte le celle del dominio per le variabili iniziali (velocità, pressione, temperatura), basato su valori definiti dall'utente. Questo approccio è più semplice, ma può essere inadeguato per simulazioni di flussi complessi, in quanto non tiene conto della distribuzione reale delle variabili nel dominio.

Nella sezione “*Run calculation*”, per definire il “*time step size*” l'obiettivo è di ottenere uno step al minimo al contorno del più piccolo elemento del mesh, che in questo caso dal momento che si è specificato che l'elemento più piccolo nel mesh è di 0,025 metri e che la velocità del fluido è 0,0001 m/s, si ottiene che  $t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0,00025}{0,025} = 0,01$  s, ovvero il fluido ci mette 0,01 secondi ad attraversare l'elemento e quindi il time step size può essere al massimo 0,01 secondi, perché se fosse superiore a 0,01 si rischierebbe di saltare degli elementi del mesh, il che comporterebbe imprecisioni nei risultati.

Si sceglie un numero sufficientemente grande di step per vedere l'effetto completo del transitorio e quindi si impostano 3000 “*number of time steps*” e 40 “*max iterations/time step*”.

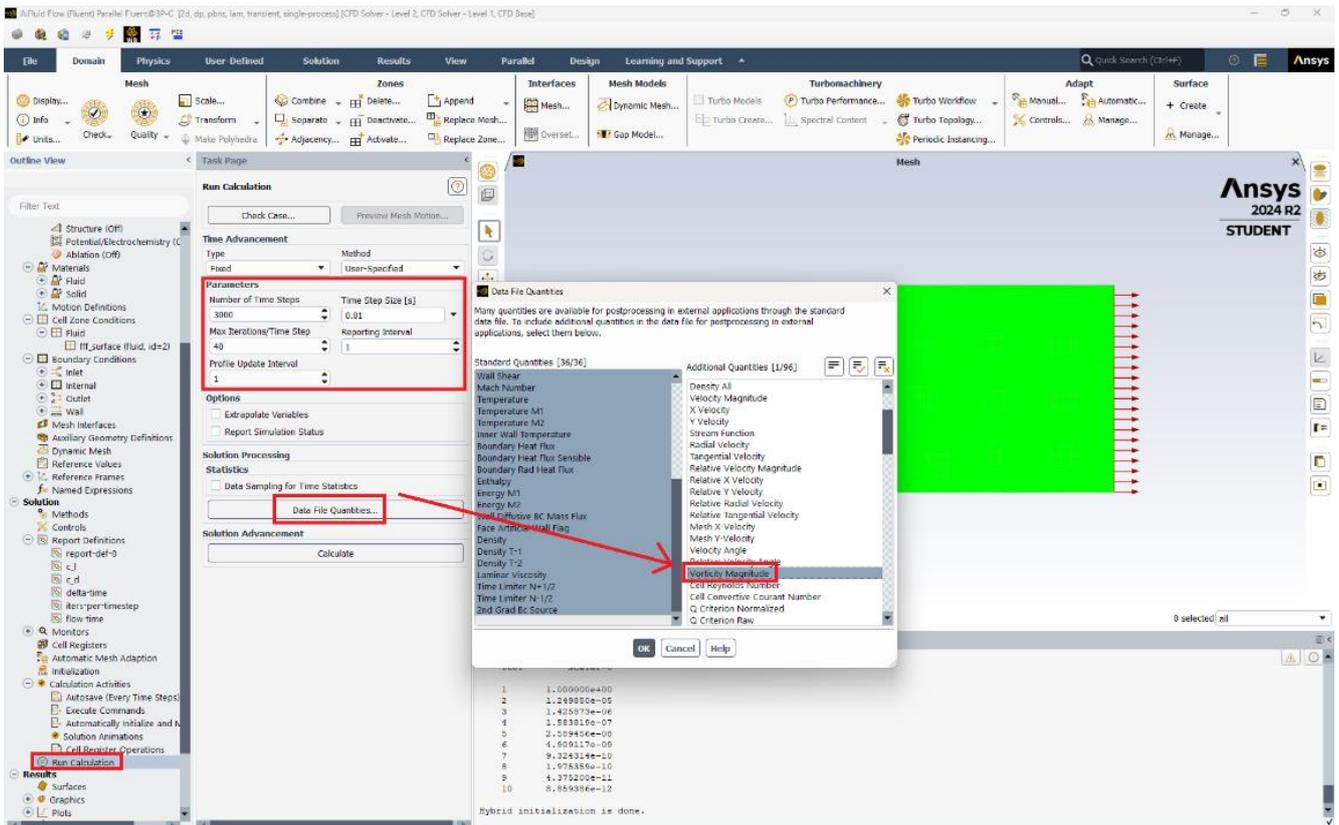


Figura 3.2.6 impostazioni “Run Calculation”

Infine, nella sezione “*Calculation activities*” si imposta “*autosave every (time steps)*”: 5 e si può ora avviare la simulazione con “*calculate*”.

### 3.3 Risultati e Post-Processing

Una volta che la simulazione è terminata, si avranno i report per il coefficiente di trascinamento, per il coefficiente di portanza e per la forza di portanza. Il coefficiente di resistenza  $C_D$  e di portanza  $C_L$  si definiscono come  $C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$  e  $C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$  con:

- $F_D$  forza di trascinamento,  $F_L$  forza di portanza;
- $\rho$  densità del fluido;
- $U$  velocità del flusso non perturbato;
- $A$  area di riferimento del corpo.

Il coefficiente di trascinamento misura l'opposizione del corpo al movimento relativo attraverso il fluido, mentre il coefficiente di portanza indica la capacità del corpo di deviare il fluido e generare una forza che lo "solleva" lateralmente rispetto alla direzione del flusso.

Una volta terminata la simulazione, si può osservare come sia il coefficiente di portanza sia quello di trascinamento oscillino, sebbene quest'ultimo in maniera molto più ridotta rispetto a quello di portanza.

Il coefficiente di portanza oscilla principalmente a causa del distacco alternato dei vortici sui lati opposti del cilindro. Questo fenomeno genera una forza trasversale (perpendicolare alla direzione principale del flusso) che cambia direzione in base a

quale lato del cilindro sta avvenendo il distacco del vortice. Quando un vortice si stacca da un lato, crea una forza che "spinge" il cilindro nella direzione opposta. Quando il vortice successivo si stacca dall'altro lato, la forza si inverte. Queste forze alternate fanno oscillare il coefficiente di portanza in modo periodico, tipicamente con un andamento sinusoidale o quasi sinusoidale.

Il coefficiente di trascinamento invece, oscilla perché il distacco dei vortici altera anche la pressione totale esercitata dal fluido sul cilindro nella direzione del flusso. Durante il distacco dei vortici, si formano delle zone di pressione variabile dietro il cilindro. Questa variazione di pressione nella scia influisce sulla resistenza totale che il cilindro incontra, risultando in fluttuazioni periodiche nella forza di trascinamento dovute al cambiamento della distribuzione della pressione nella scia.

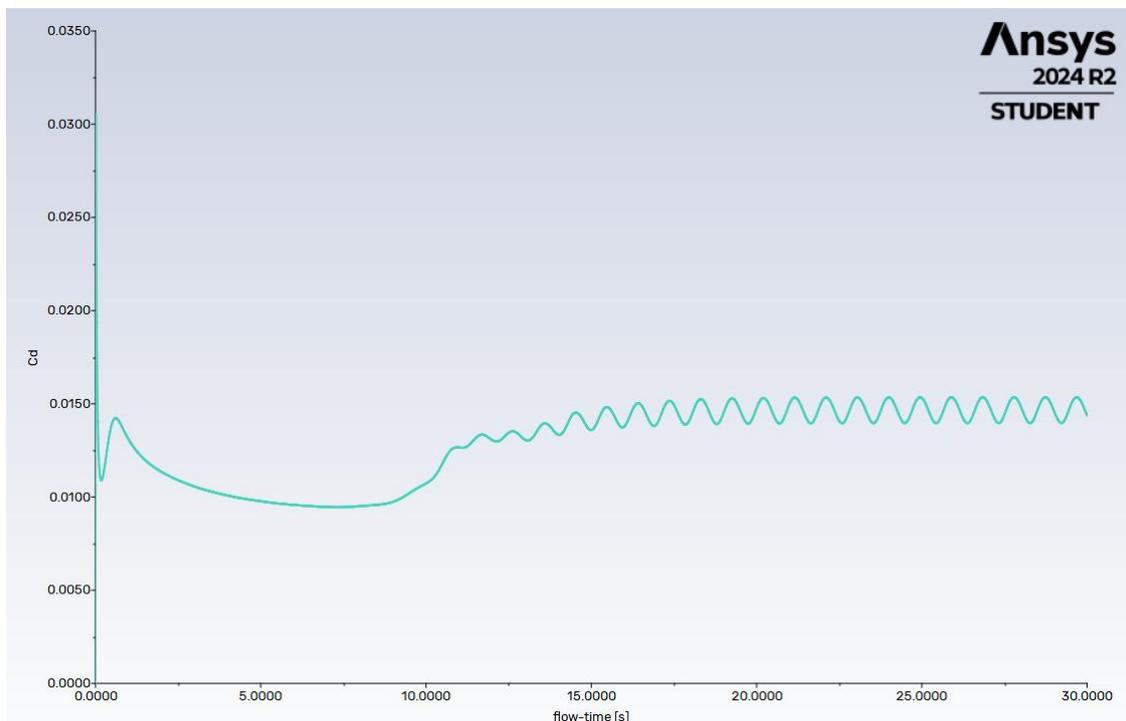


Figura 3.3.1 variazione temporale del coefficiente di trascinamento

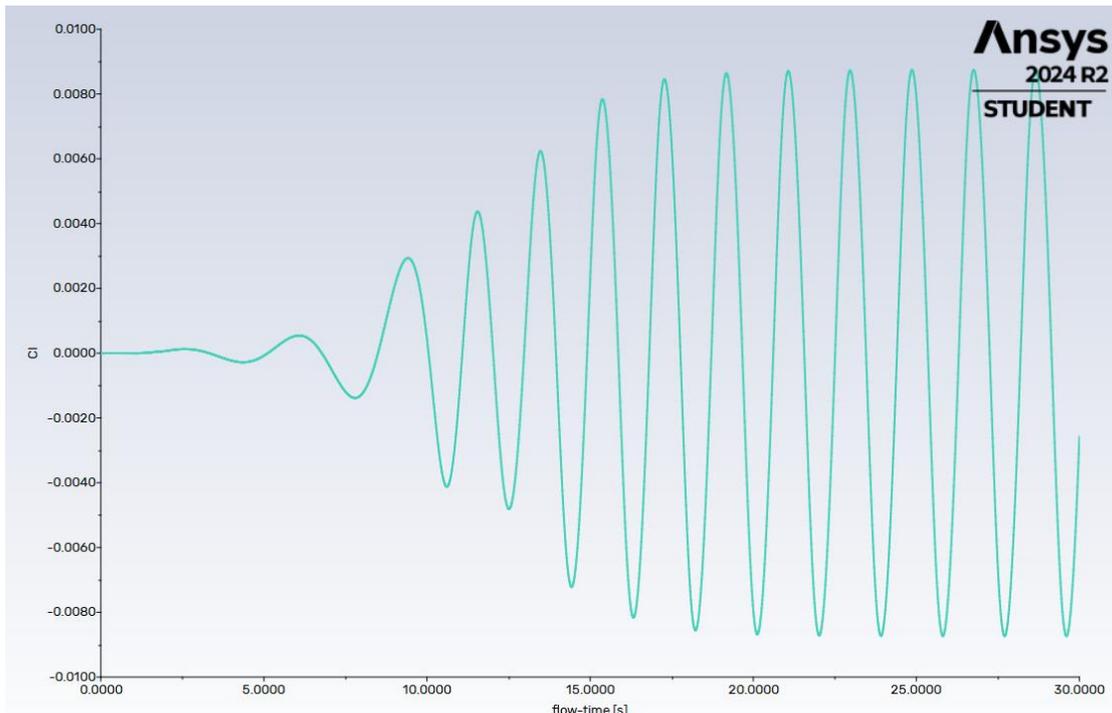


Figura 3.3.2 variazione temporale del coefficiente di portanza

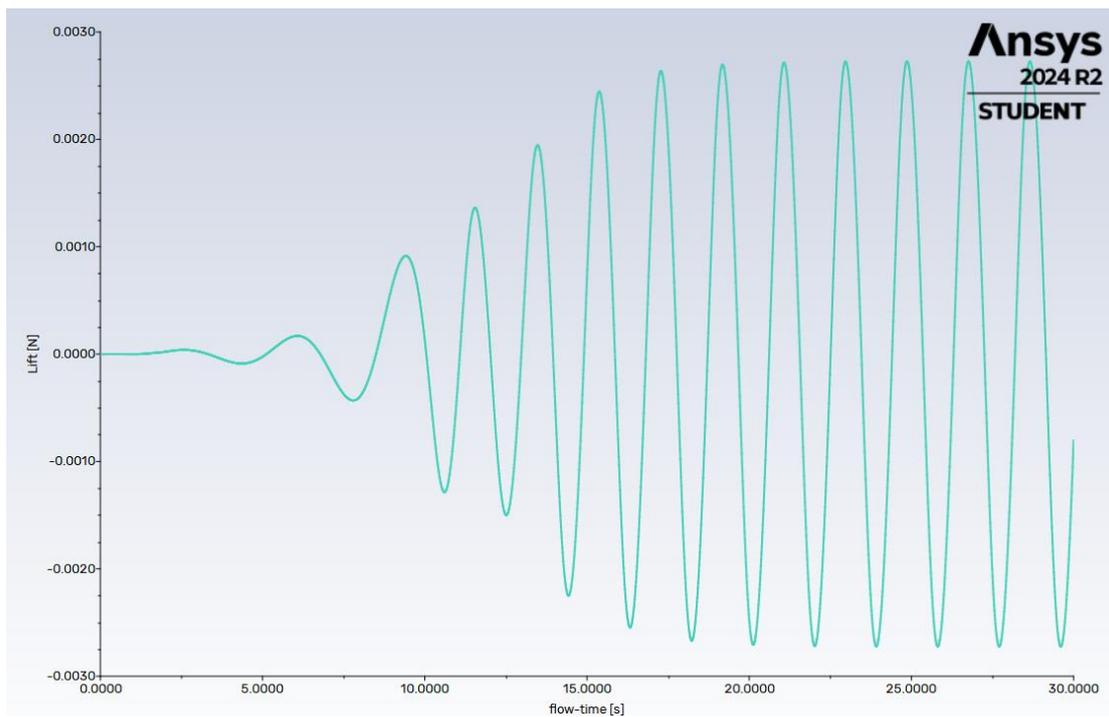


Figura 3.3.3 variazione temporale della forza di portanza

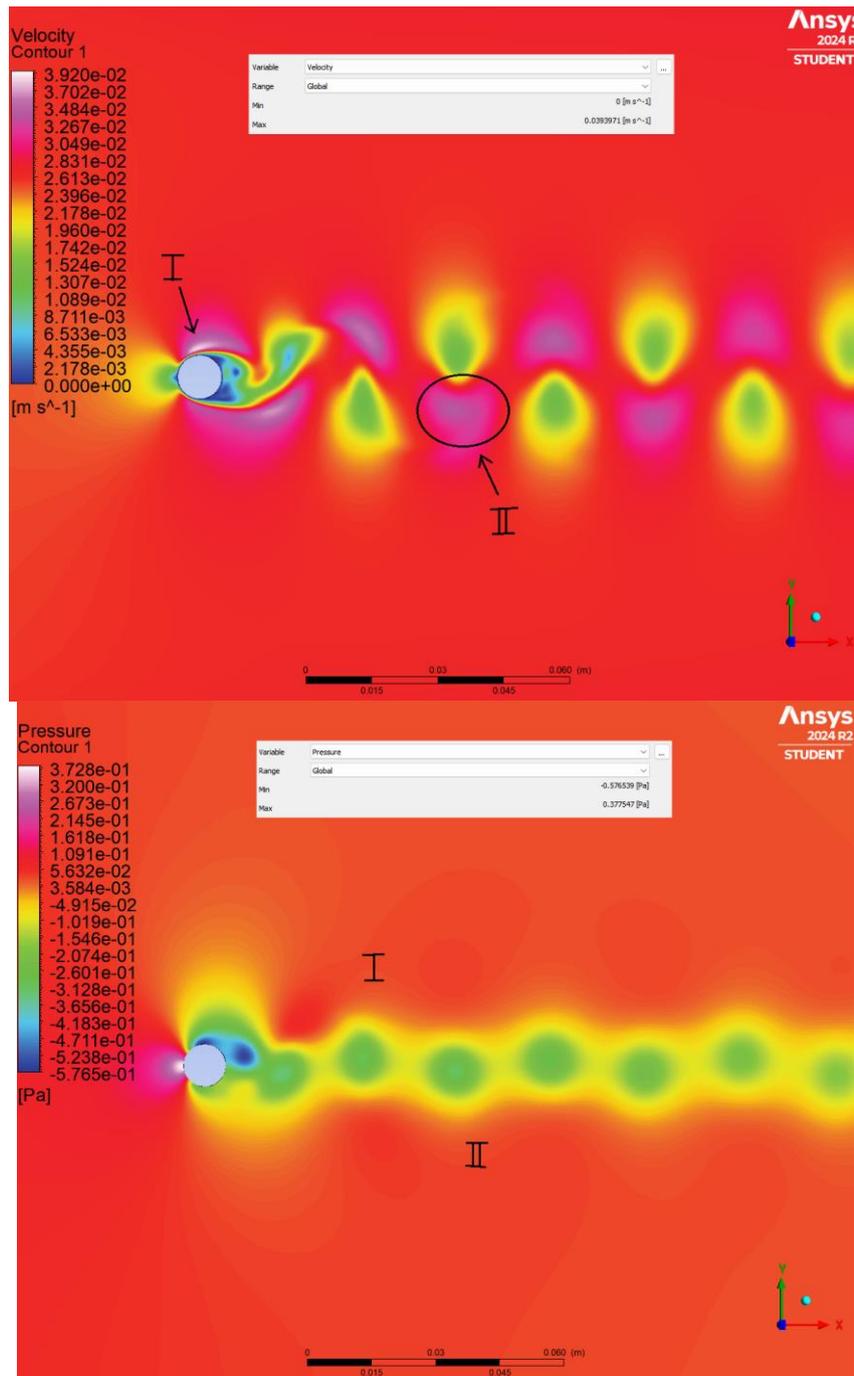
Il contour plot è una rappresentazione grafica che mostra la distribuzione spaziale in termini di magnitudine/modulo di una variabile, come la velocità o la pressione, all'interno del dominio di simulazione del fluido.

Nel post-processor, per realizzare i contour plot si clicca sull'icona contour nella barra strumenti. Si deve impostare in:

- “Domains” = “fff\_surface”;
- “locations” = “symmetry 1”;

- “*variable*” = “*velocity*” (o “*pressure*” o la variabile di interesse maggiore);
- “*# of contours*” = 400. Se il contour plot è troppo poco delineato, si può aumentare il numero di contours per aumentare la precisione della rappresentazione;
- “*Color Map*” = “*Aero*” (o qualsiasi altra impostazione che permetta di visualizzare meglio il contour plot).

Nella barra degli strumenti, si può inoltre scegliere in che momento temporale realizzare il contour plot con lo strumento “*timestep selector*”.



3.3.4 Contour plot della velocità e della pressione per  $Re = 248,8$

Si può anche realizzare il plot delle linee di corrente. Una linea di corrente è una linea che in un dato istante e in ogni punto è tangente al vettore velocità e si ottiene analiticamente integrando le equazioni che definiscono le linee tangenti al vettore velocità, mentre la traiettoria è la linea tracciata da una particella lungo il suo percorso. Nei moti vari, ovvero nei moti in cui la velocità in un dato punto dello spazio varia nel tempo, come nel caso dell'effetto von Karman, le linee di corrente cambiano forma istante per istante, a differenza dei moti permanenti (o stazionari) in cui le linee di corrente sono fisse nello spazio. Un'ulteriore differenza tra moti vari e moti permanenti è che linee di corrente e traiettorie coincidono nel caso di moto permanenti, mentre sono diverse per moti vari. Per realizzare il plot delle linee di corrente, basta cliccare la funzione “*streamline*” nella barra strumenti (di fianco alla funzione “*contour plot*”), specificando:

- “*Domain*” = “*fff\_surface*”;
- “*Start from*” = “*inlet*”;
- “*# of points*” = 100.

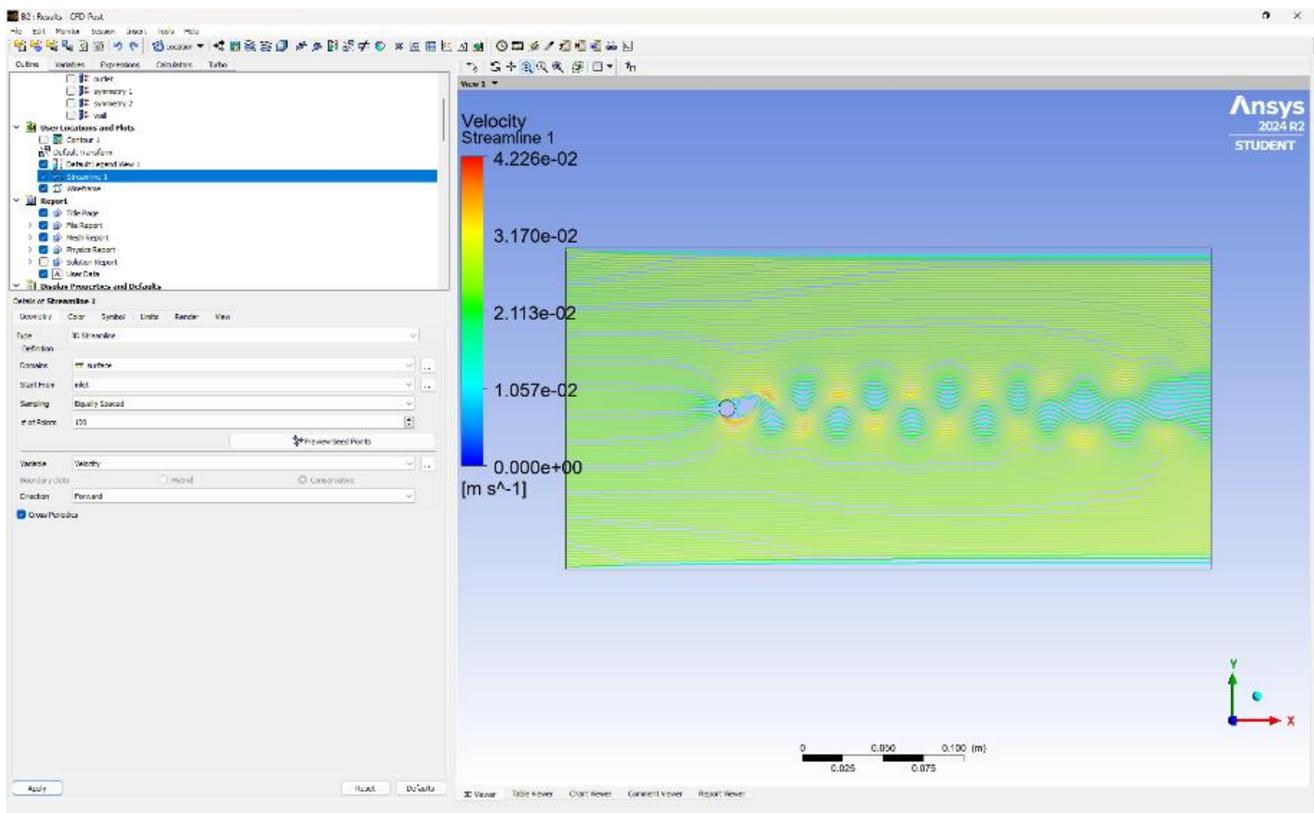


Figura 3.3.5 streamline plot

#### 4. FLUSSO ATTORNO A UN CILINDRO AL VARIARE DELLA VELOCITA' DI INGRESSO

In questo capitolo verranno illustrati ulteriori strumenti per il Post-Processing, sempre nel caso di flusso attorno a un cilindro con velocità iniziale di  $0,025 \frac{m}{s}$ , e si procederà successivamente con l'analisi di un flusso con le medesime caratteristiche geometriche, ma al variare della velocità in ingresso, analizzando un caso al limite

del regime laminare tale per cui il numero di Reynolds è 2000, e un caso in cui il regime è turbolento con numero di Reynolds pari a 20000.

#### 4.1 Risultati per il caso $Re = 248,8$

Con riferimento alle figure 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3 e 3.3.4, fin'ora si è ricavato che le seguenti variabili hanno questi valori massimi e minimi:

- Coefficiente di trascinamento  $C_D$ : [0,014; 0,0153];
- Coefficiente di portanza  $C_L$ : [-0,0087; 0,0087];
- Forza di portanza  $F_L$ : [-0,0027; 0,0027] N;
- Velocità: [0; 0,0394] m/s;
- Pressione: [-0,577; 0,378] Pa.

##### 4.1.1 Numero di Strouhal

Il numero di Strouhal è un numero adimensionale che mette in relazione le forze di inerzia in un flusso. Più precisamente, è un indice del rapporto fra le forze di inerzia dovute dalla non permanenza del moto del fluido (accelerazione locale) e le forze di inerzia dovute alle variazioni di velocità subite dalla particella fluida quando si sposta da un punto ad un altro del campo di moto (accelerazione convettiva). È espresso dalla seguente formula:

$$St = \frac{fL}{U}$$

con  $f$  frequenza di distaccamento dei vortici,  $L$  lunghezza caratteristica (in questo caso il diametro del cilindro) e  $U$  velocità del flusso non perturbato.

Le forze di inerzia nel flusso dipendono da due tipi di accelerazione:

- Accelerazione locale: è l'accelerazione che una particella di fluido subisce a causa della variazione di velocità nel tempo in un punto fisso nel campo. Questa è tipica di flussi non stazionari (non permanenti), cioè flussi che cambiano nel tempo in un dato punto.
- Accelerazione convettiva: è l'accelerazione dovuta al movimento della particella di fluido che si sposta da un punto a un altro in un campo di velocità variabile nello spazio. Anche in un flusso stazionario, la velocità può cambiare nello spazio, e quindi la particella accelera man mano che attraversa queste variazioni di velocità nel campo di moto.

Riprendendo l'espressione dell'accelerazione in componenti ricavata nel paragrafo 2 del capitolo 2 (\*<sup>1</sup>), si può scrivere in forma compatta vettoriale come:

$$\vec{a} = acc. locale + acc. convettiva = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$$

ponendo maggiore attenzione al termine  $\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$  che rappresenta il prodotto scalare tra il vettore velocità e il gradiente della velocità stessa, e non la divergenza della velocità. Nell'ambito della meccanica del continuo, e quindi anche dei fluidi, conviene per completezza precisare le operazioni matematiche che si possono

effettuare con l'operatore differenziale (nabla) e in particolare si parla di divergenza quando si effettua il prodotto scalare tra l'operatore differenziale e un altro ente, mentre si parla di gradiente quando l'operatore differenziale viene semplicemente "applicato" a un ente matematico. Se si applica la divergenza a un campo vettoriale si ottiene una funzione scalare, mentre se si applica la divergenza a un campo tensoriale si ottiene un campo vettoriale (non si può invece applicare la divergenza a uno scalare); d'altra parte, se si applica il gradiente a uno scalare si ottiene un campo vettoriale e se si applica a un campo vettoriale si ottiene un campo tensoriale, come nel caso dell'accelerazione convettiva. Dunque,

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} &= (u, v, w) \cdot \left( \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{v} \right) = u \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \\ &= u \frac{\partial(u,v,w)}{\partial x} + v \frac{\partial(u,v,w)}{\partial y} + w \frac{\partial(u,v,w)}{\partial z}\end{aligned}$$

Su Fluent, si può ricavare la frequenza di distacco dei vortici tramite la funzione FFT Fast Fourier Transform, a partire dall'andamento oscillatorio della forza di portanza. Una volta terminata la simulazione nel Solver, bisogna selezionare la finestra in alto "Results" e nella sezione "Plots" si trova la funzione FFT. Bisogna caricare l'input file del tipo *name-rfile.out* relativo al plot della forza di portanza: una volta importato, bisogna impostare sull'asse *y* la magnitudine e sull'asse *x* la frequenza. Bisogna trovare la frequenza con la magnitudine maggiore e per fare ciò bisogna restringere manualmente e iterativamente i valori sull'asse *x*, osservando il grafico, selezionando la voce "axes" e attivando "Major Gridlines" dopo aver disattivato l'"Auto Range": si osserva che in questo caso il picco sarà compreso nella zona [0; 5], successivamente si restringe alla zona [0,3; 0,7] e si trova così che la frequenza del picco è 0,533 Hz.

La frequenza indica quante volte il segnale sinusoidale completa un ciclo e ritorna al suo valore di partenza in un secondo, misurata in Hertz (Hz). La magnitudine rappresenta l'intensità di una frequenza specifica e indica quanto quella particolare frequenza contribuisce al segnale complessivo.

Si trova così il numero di Strouhal per il caso in cui la velocità di ingresso sia

$$0,025 \text{ m/s}: St = \frac{fD}{U} = \frac{0,533 \cdot 0,01}{0,025} = 0,213$$

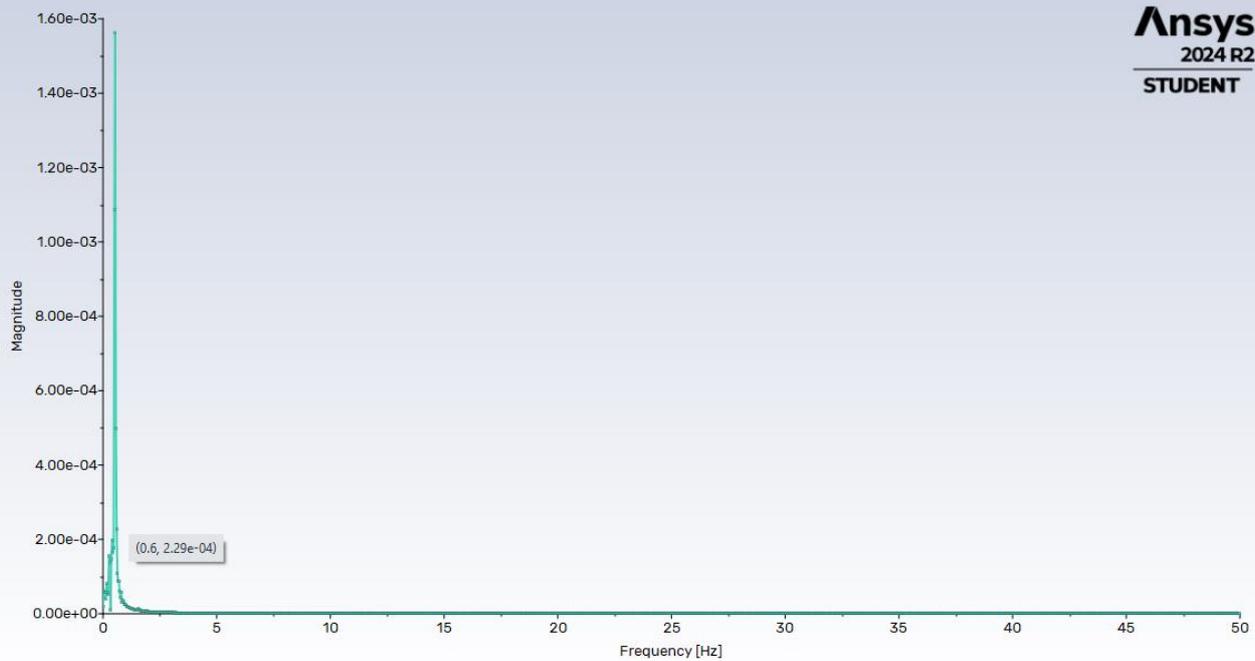


Figura 4.1.1.1 Fast Fourier Transform della forza di portanza

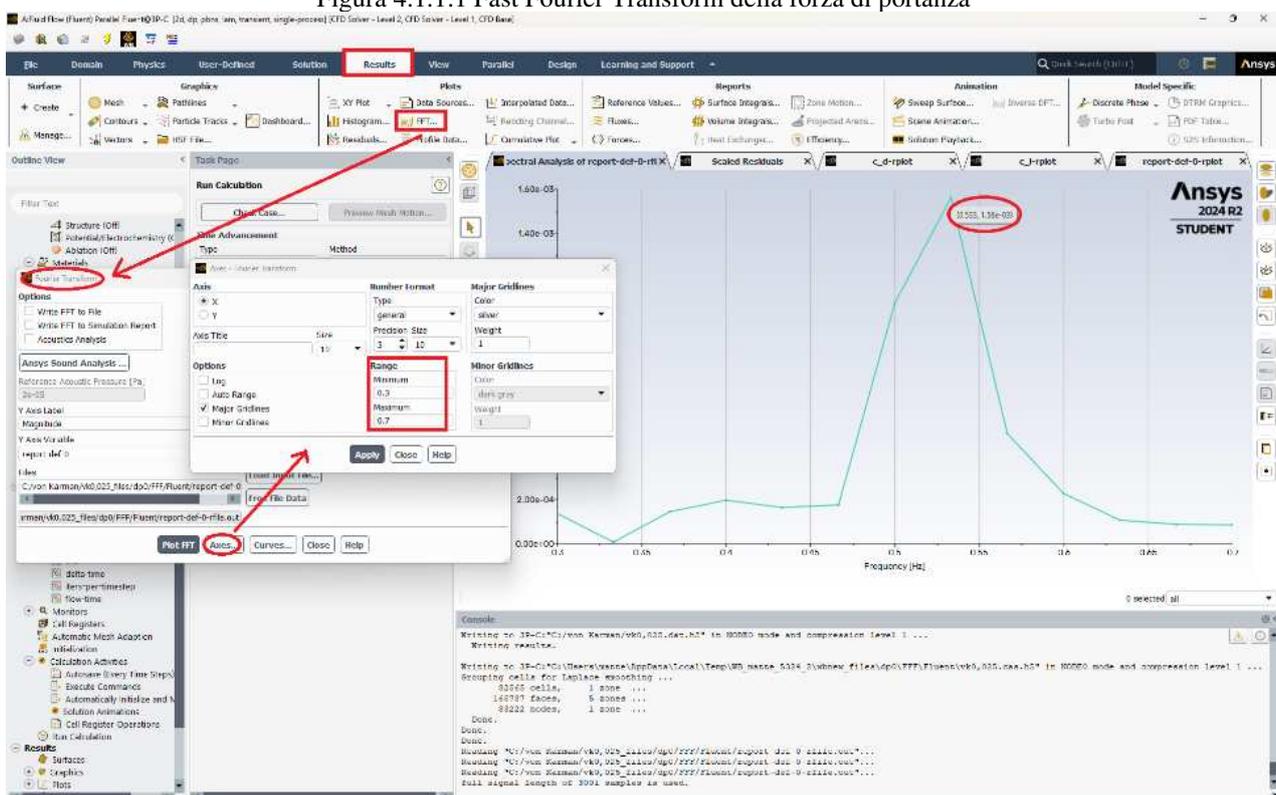


Figura 4.1.1.2 Fast Fourier Transform della forza di portanza

### 4.1.2 Vorticità

La vorticità indica quanto intensamente le particelle di fluido tendono a ruotare o a "vorticare" attorno a un asse locale, che può essere diverso da punto a punto nel campo di flusso. Se la vorticità è elevata in una regione, significa che le particelle di fluido in quella zona stanno ruotando rapidamente. È un vettore definito come due volte il vettore velocità di rotazione, il quale è uguale al rotore del vettore velocità:

$$\vec{\xi} = 2\vec{\omega} = \vec{V} \times \vec{v} = \det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{bmatrix} = \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k}$$

e che nel caso 2D diventa semplicemente:

$$\vec{\xi} = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{k} \quad |\xi| = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Una frequenza di shedding più elevata (ovvero un numero di Strouhal maggiore) indica che i vortici si formano e si staccano più rapidamente, il che richiede un livello di vorticità sufficiente per sostenere la rotazione del fluido attorno al vortice. In altre parole, la vorticità di un vortice di von Karman è direttamente influenzata dalla frequenza di formazione dei vortici, che è descritta dal numero di Strouhal (se aumenta il numero di Strouhal è plausibile che anche la vorticità aumenti con esso). Per ricavare il contour plot nel Post-Processor è necessario creare manualmente la funzione vorticità: bisogna selezionare nella barra degli strumenti in alto la funzione “*Expression*” e, una volta assegnato un nome, ad esempio *Vorticity2D*, bisogna definire l’espressione analitica in codice “*Velocity v.Gradient X - Velocity u.Gradient Y*”. Ora si può andare a definire la nuova variabile cliccando sempre sulla barra degli strumenti la funzione “*Variable*” (di fianco ad “*Expression*”) e la si può nominare “*vorticity*”. Si deve poi imporre “*Method: Expression*” e “*Expression: Vorticity2D*”, selezionando l’espressione appena creata. Adesso andando a creare un contour plot tra le variabili si può trovare l’opzione “*vorticity*”. Per visualizzare più chiaramente il plot è consigliato usare l’opzione “*Color Map: Aero*”.

Al fine di questa analisi conviene selezionare con il timestep selector un momento temporale in cui il coefficiente di portanza e, di conseguenza, anche la forza, sono massimi (osservando il plot, si seleziona l’istante temporale a 24,85 secondi):

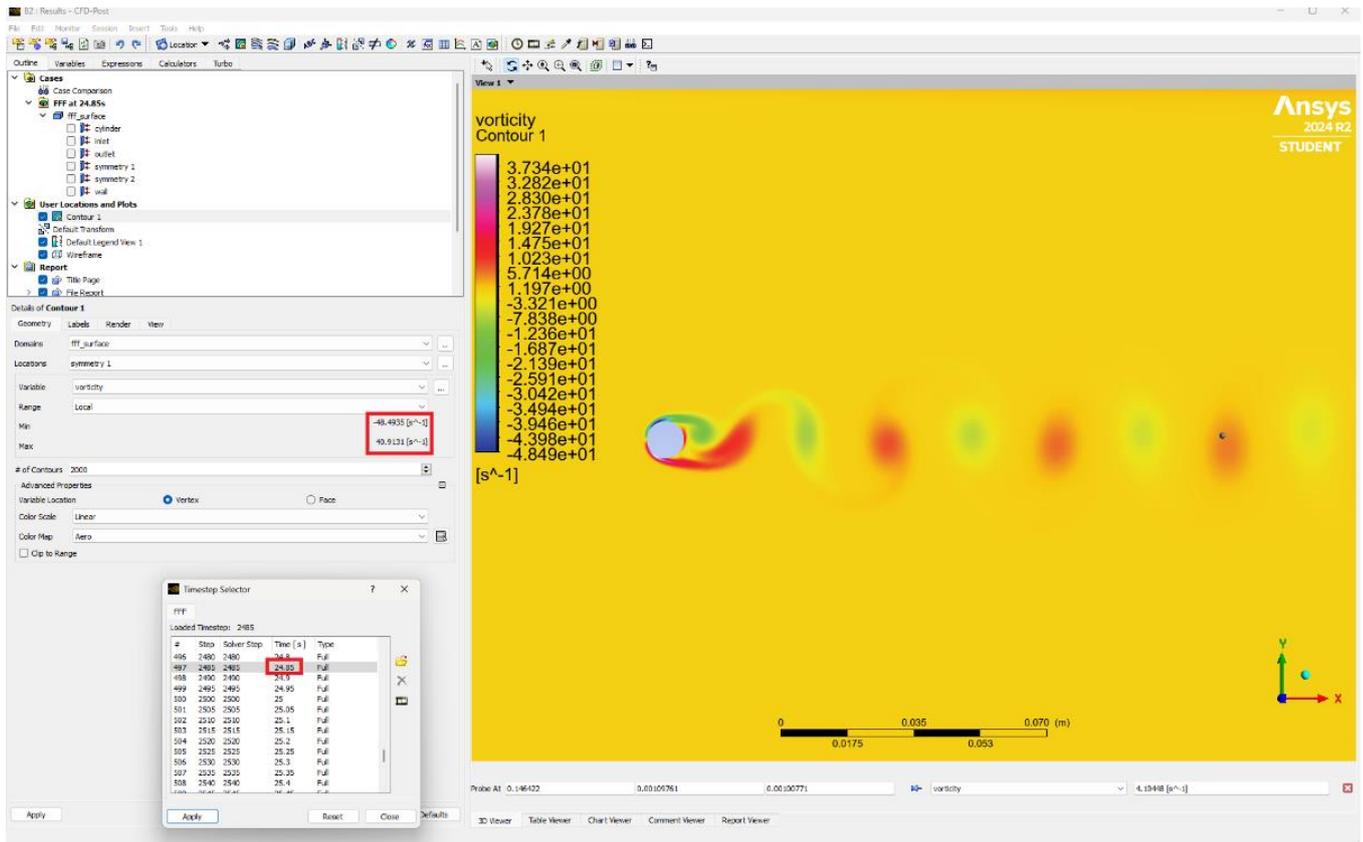


Figura 4.1.2.1 contour plot della vorticità

Si osserva così che il range della vorticità è  $[-48,49; 40,91] s^{-1}$  e in particolare la vorticità è massima/minima sui due lati del cilindro (guardando il cilindro frontalmente) e simmetrica, nel senso che dal lato destro è positiva, mentre da quello sinistro è negativa poiché nel primo caso i vortici ruotano in senso antiorario, mentre nel secondo in senso orario.

La vorticità è molto più alta sulla superficie frontale del cilindro piuttosto che nella scia perché, quando il fluido fluisce attorno al cilindro, il campo di velocità cambia rapidamente vicino alla sua superficie, in quanto la velocità del fluido passa da zero (a causa della condizione al contorno di non-slip, cioè velocità nulla sulla superficie del cilindro dovuta al punto di ristagno) a una velocità approssimativamente uguale al doppio di quella del flusso libero esterno (soluzione di Laplace del flusso potenziale) in una distanza molto breve. Questo rapido cambiamento di velocità su una piccola distanza genera un gradiente di velocità molto elevato, che si traduce in una vorticità elevata proprio vicino alla superficie del cilindro. Al contrario, i vortici nella scia contengono una vorticità inferiore, ma poiché si espandono e si allontanano dal cilindro, il gradiente di velocità si distribuisce su una regione più ampia, quindi il valore di vorticità locale è più basso rispetto alla superficie frontale del cilindro. Con lo strumento "Probe" nel post-processor si può individuare il valore della grandezza rappresentata con il contour plot in un determinato punto e si ottiene che nei primi due vortici formati la vorticità è  $-8,83$  e  $7,84 s^{-1}$ , e man mano che ci sia allontana dal cilindro la vorticità cala.

## 4.2 Flusso attorno a un cilindro: caso $Re = 2000$

Nel caso al limite del laminare in cui  $Re = 2000$ , la velocità di ingresso sarà uguale a

$$v = \frac{Re \cdot \mu}{\rho D} = \frac{2000 \cdot 0,001003}{998,2 \cdot 0,01} = 0,2 \text{ m/s.}$$

Il modello da attuare in questo caso è il modello  $SST k - \omega$ , dal momento che questo permetterà anche di fare considerazioni in merito a dissipazioni di energia dovute alla turbolenza, soprattutto confrontando questo caso con il caso in cui  $Re = 20000$  (nel caso invece in cui  $Re = 248,8$  sono trascurabili).

In questo caso particolare al limite del laminare, però, è necessario attivare determinate impostazioni nel modello per garantire la precisione della soluzione nonostante il regime di transizione: una volta selezionato il modello bisogna assicurarsi di attivare la funzione “*Low-Re Corrections*” e di impostare “*Transition model: gamma-transport-eqn*”, attivando l’opzione “*Include crossflow transition*”.

Poiché la velocità in ingresso è cambiata, bisogna cambiare anche le impostazioni della sezione “*Run Calculation*”: il “*Time step size*” è infatti diventato  $t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0,00025}{0,2} = 0,00125$  s. Si sceglie infine un numero sufficientemente grande di step per vedere l’effetto completo del transitorio e quindi si impostano 2500 “*number of time steps*” e 40 “*max iterations/time step*”.

### 4.2.1 $C_D, C_L, F_L$

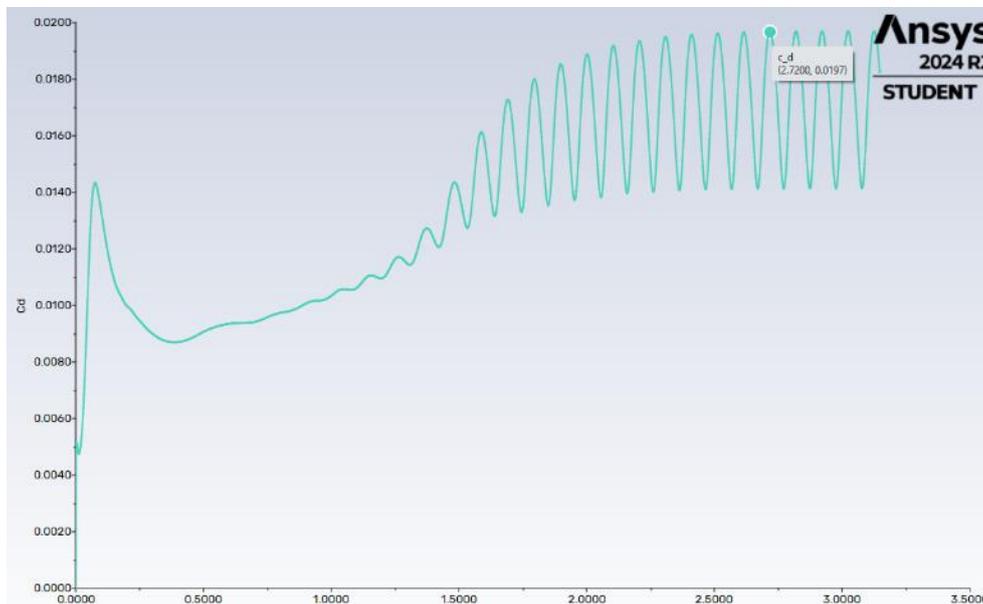


Figura 4.2.1.1 grafico di  $C_D$  per  $Re = 2000$

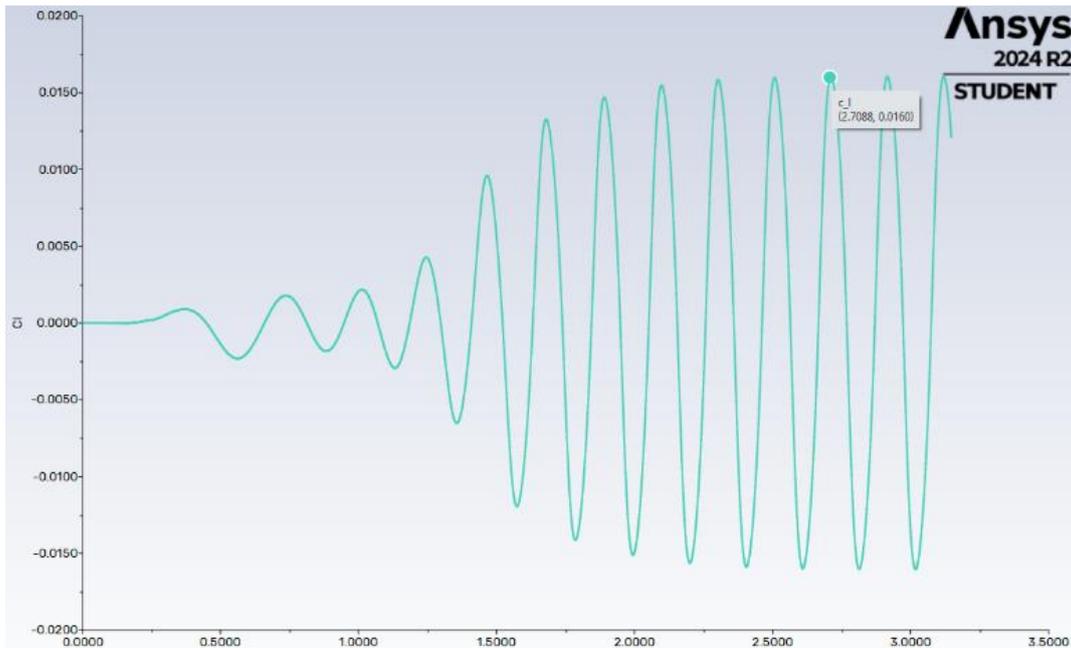


Figura 4.2.1.2 grafico di  $C_L$  per  $Re = 2000$

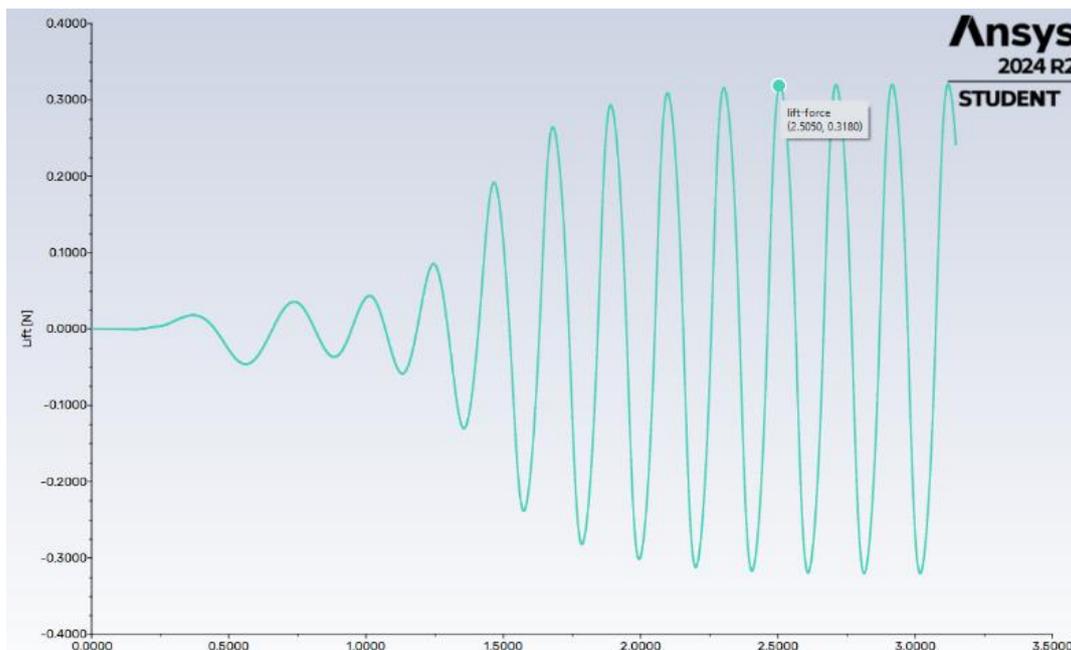


Figura 4.2.1.3 grafico di  $F_L$  per  $Re = 2000$

Si osserva che in questo caso i range del coefficiente di trascinamento, di portanza e della forza di portanza sono più ampi e hanno valori limiti maggiori/minori rispetto al caso in cui  $Re = 248,8$ :

- $C_D$ : [0,0142; 0,0197]
- $C_L$ : [-0,016; 0,016]
- $F_L$ : [-0,32; 0,32] N

Si può osservare come inizialmente il segnale di questi parametri sia visibilmente più irregolare rispetto al caso in cui  $Re = 248,8$ , salvo poi stabilizzarsi e assumere un andamento periodico. Si può stabilire infine un momento temporale in cui effettuare le successive analisi dei contour plot: si seleziona infatti  $t = 2,7113$  s, in quanto vi è

un picco di  $F_L$  e si seleziona con il “*Timestep selector*” il valore più vicino, ovvero  $t = 2,7125 \text{ s}$ .

#### 4.2.2 Velocità e Pressione

Dal punto di vista ingegneristico, studiare il flusso al momento di portanza massima permette di valutare le condizioni di carico estreme: quando un vortice si stacca da un lato del cilindro, la pressione su quel lato diminuisce perché il flusso viene accelerato a causa della formazione del vortice, sul lato opposto, dove il vortice non si è ancora staccato, la pressione è più alta, creando una differenza di pressione significativa tra i due lati del cilindro.

Quando la differenza di pressione è massima tra i due lati del cilindro, si ottiene la massima portanza.

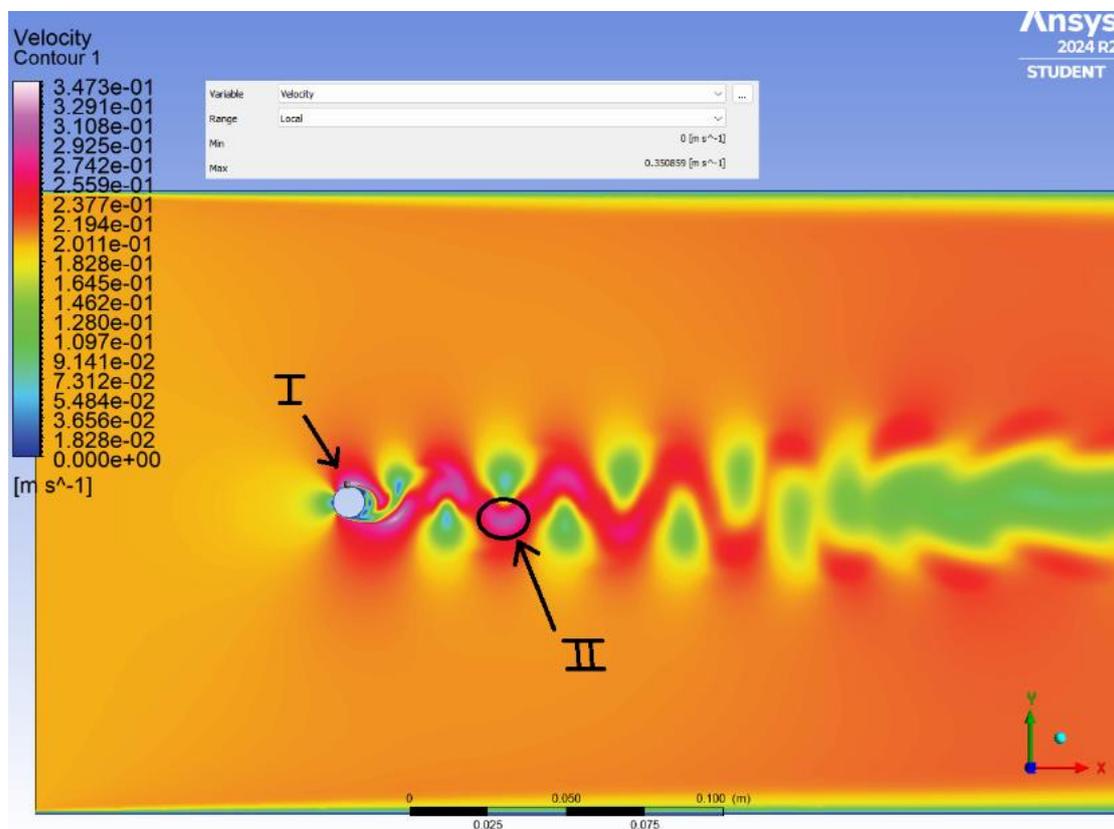


Figura 4.2.2.1 contour plot della velocità per  $Re = 2000$

Nelle regioni tra i vortici di segno opposto, il flusso viene accelerato a causa della convergenza delle linee di flusso. In queste zone, il fluido è "spinto" o "stirato" tra i due vortici, poiché i vortici stessi creano un effetto di risucchio dovuto al fatto che hanno rotazione in senso opposto e generano un'accelerazione del flusso nelle zone di convergenza. Questo provoca un aumento della velocità tra i centri dei vortici.

Queste zone ad alta velocità sono importanti per la stabilità della scia e per la formazione dei successivi vortici a valle e queste zone possono contribuire a un maggior trasferimento di quantità di moto verso la scia e, in alcuni casi, aumentano la

dissipazione energetica nel fluido. In questo caso, il range della velocità è  $[0; 0,35] \frac{m}{s}$ , con la velocità massima sul lato del cilindro, la quale è 1,75 volte la velocità nominale di flusso, più del caso in cui  $Re = 248,8$  in cui la velocità del fluido massima è 1,58 volte la velocità nominale e meno del doppio della velocità nominale come invece sarebbe previsto dalla soluzione di Laplace a causa degli effetti viscosi, mentre nella zona ad alta velocità (indicata da *II* nell'immagine) ha valore  $0,303 \text{ m/s}$  (a differenza del caso in cui  $Re = 248,8$  in cui la velocità in questa zona è  $0,033 \text{ m/s}$ ), che diminuisce man mano che ci si allontana dal cilindro.

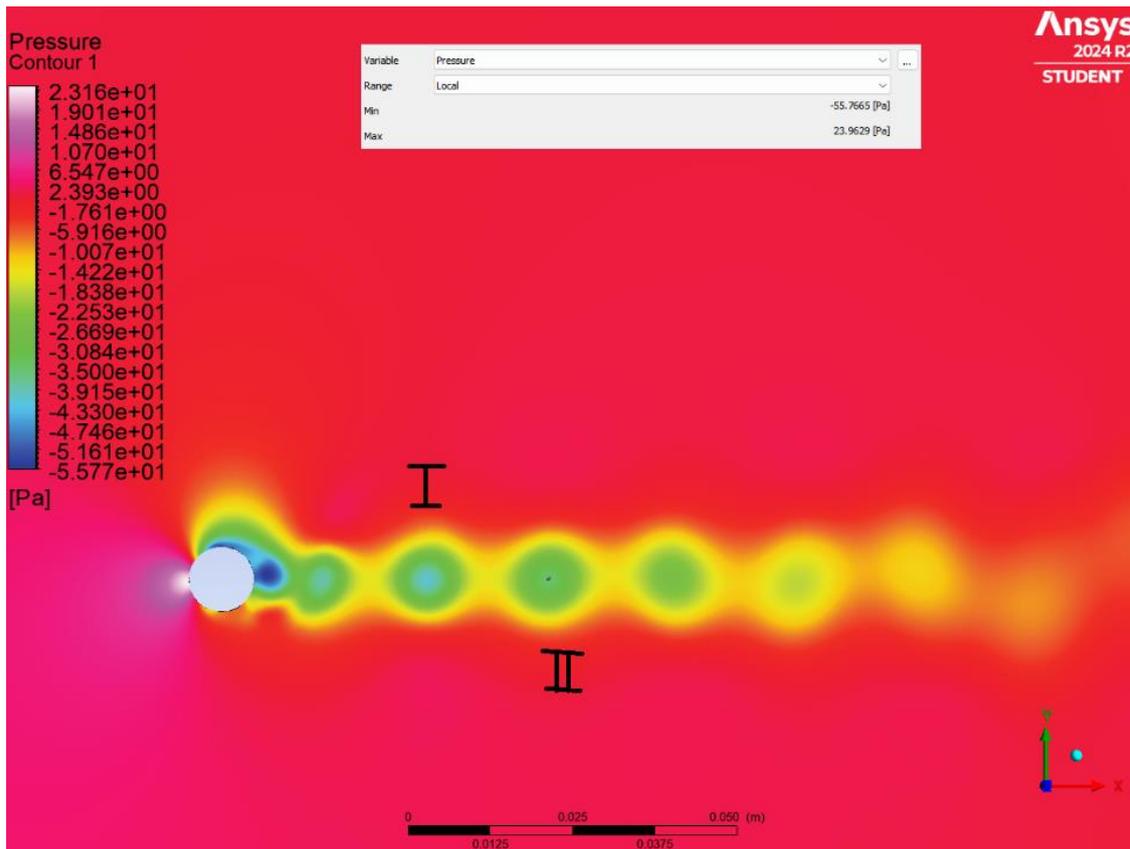


Figura 4.2.2.2 contour plot della pressione per  $Re = 2000$

Il range della pressione risulta essere  $[-55,77; 23,97] \text{ Pa}$ , e come previsto è massima nel punto di ristagno e si può osservare come in questo istante si stia staccando un vortice sul lato sinistro e di conseguenza ci sia una pressione elevata sul lato destro e molto minore su quello sinistro. Come punti di riferimento poi si sono misurate le pressioni nei centri dei primi due vortici completamente formati:

- Vortice *I*:  $-40,84 \text{ Pa}$  (a differenza di  $-0,301 \text{ Pa}$  nel caso  $Re = 248,8$ )
- Vortice *II*:  $-34,35 \text{ Pa}$  (a differenza di  $-0,292 \text{ Pa}$  nel caso  $Re = 248,8$ )

#### 4.2.3 Numero di Strouhal e vorticità

Applicando la funzione FFT Fast Fourier Transform in questo caso, si ottiene che la frequenza di shedding è  $4,76 \text{ Hz}$ , il che implica un numero di Strouhal uguale a  $St = \frac{f \cdot D}{U} = \frac{4,76 \cdot 0,01}{0,2} = 0,238$ , che è maggiore rispetto al primo caso. Inoltre, anche la

vorticità ha sia un range maggiore di valori, sia due valori puntuali maggiori al centro dei primi due vortici. Il range è  $[-574,83; 441,51] s^{-1}$  e i valori nel centro dei vortici sono:

- Vortice I:  $-99,095 s^{-1}$
- Vortice II:  $77,089 s^{-1}$

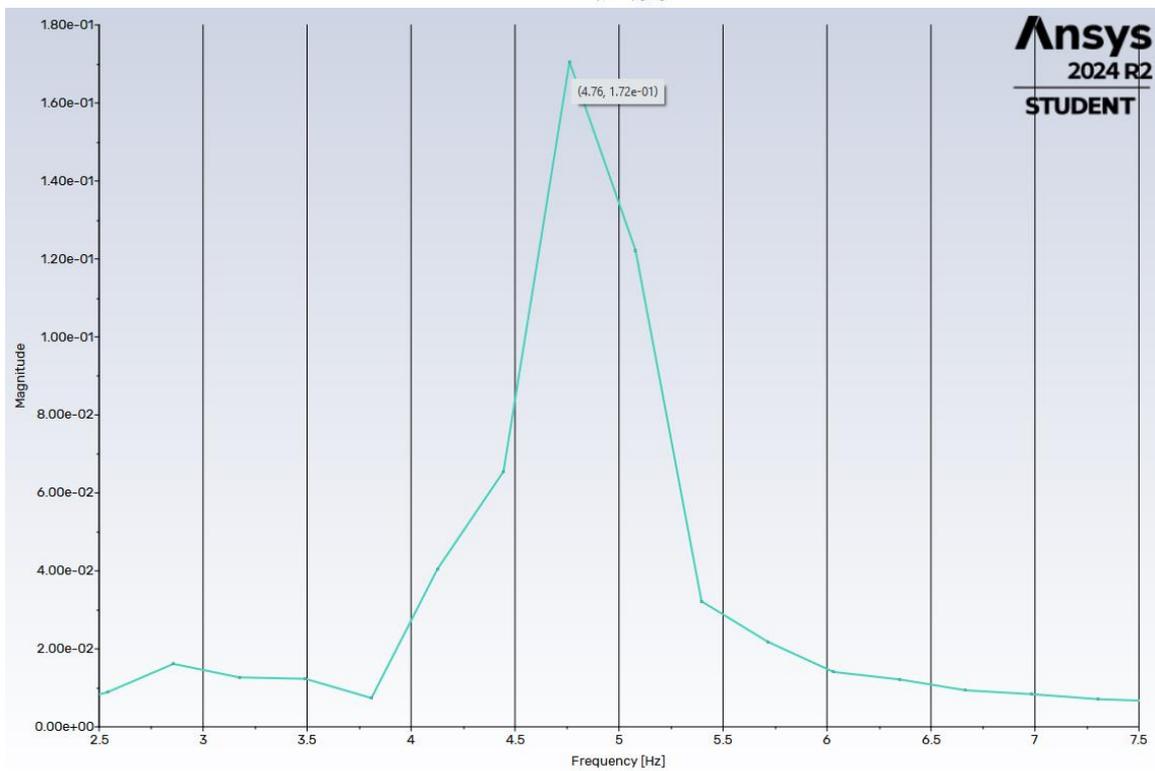
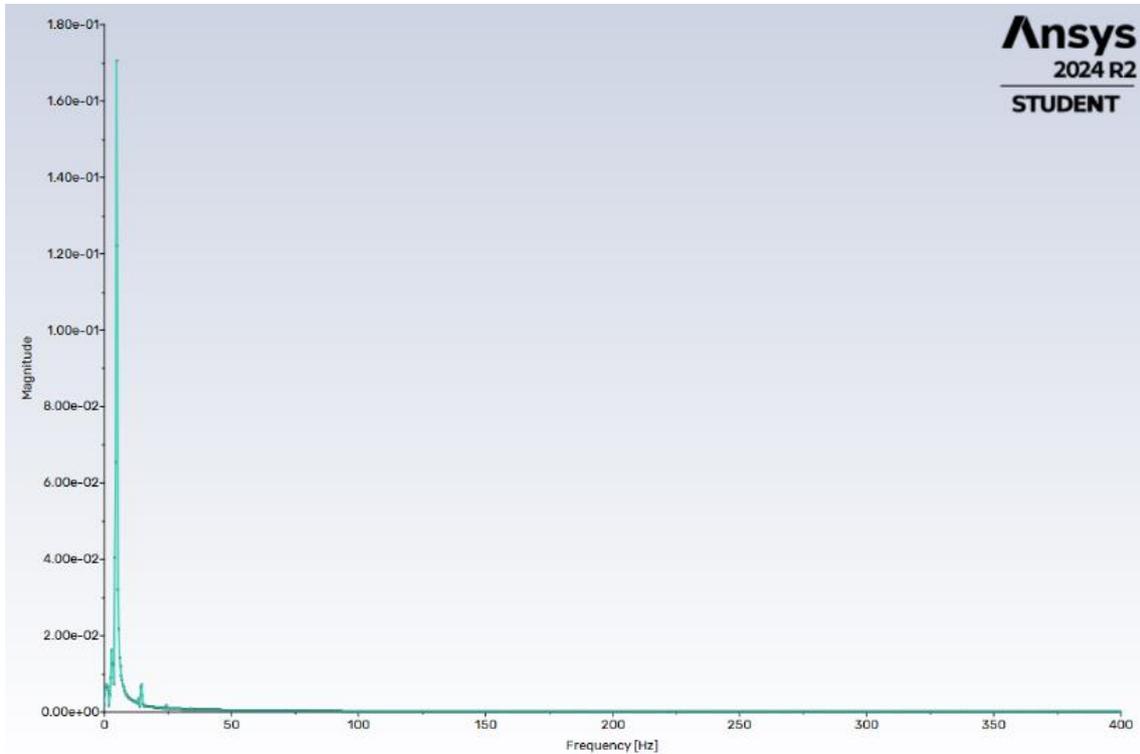


Figura 4.2.3.1 FFT della forza di portanza per  $Re = 2000$

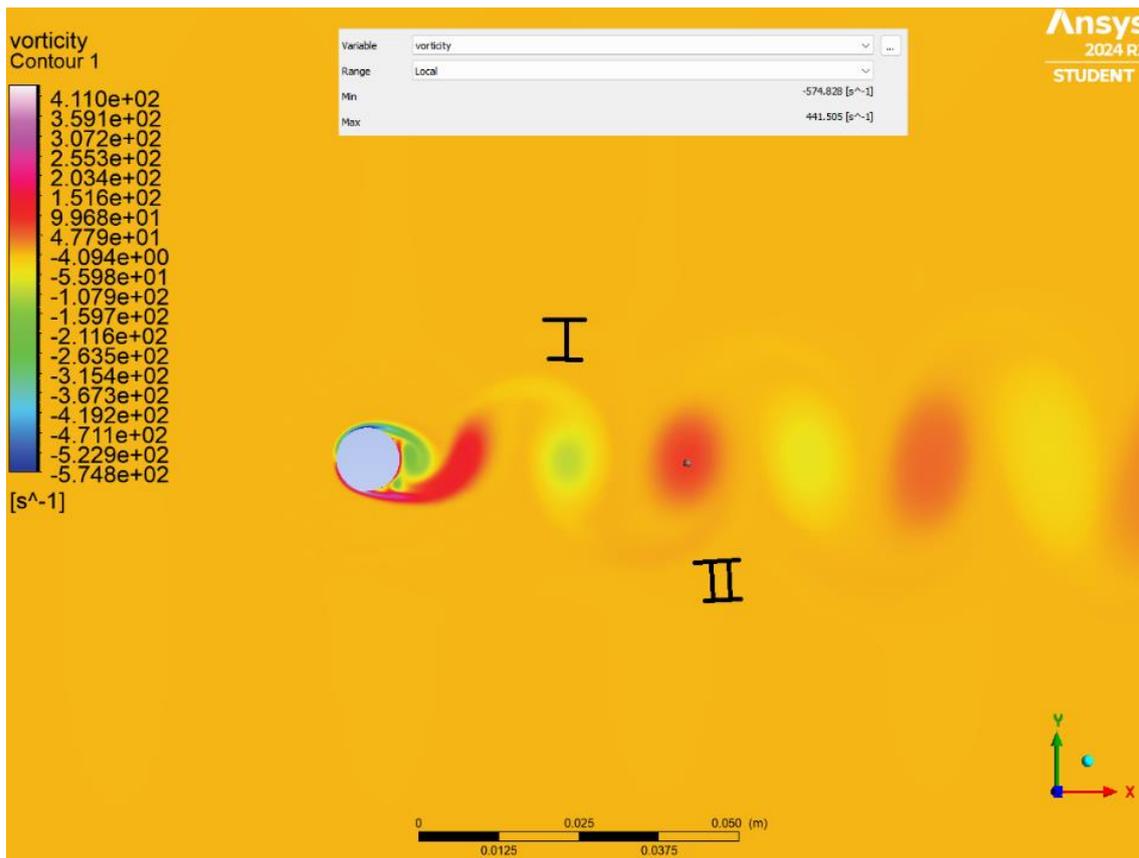


Figura 4.2.3.2 contour plot della vorticità per  $Re = 2000$

#### 4.2.4 Effetti dissipativi

In questo paragrafo verranno considerati gli effetti dissipativi del moto, in particolare in relazione alle seguenti grandezze significative: dissipazione viscosa (*Viscous Dissipation*), energia cinetica turbolenta (*Turbulence Kinetic Energy*)  $\kappa$  e viscosità turbolenta (*Eddy Viscosity*).

La dissipazione viscosa  $\Phi$  rappresenta la conversione dell'energia cinetica del flusso in energia termica a causa della viscosità del fluido. In pratica, è l'effetto degli attriti interni del fluido, dovuti alla viscosità molecolare, che agiscono sui gradienti di velocità. La formula per la dissipazione viscosa deriva dal tasso di lavoro necessario per cambiare volume e forma di un elemento di volume, il quale è definito come:

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}} = -p \underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{v}} + \underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}}$$

dove il tensore completo delle tensioni è  $\underline{\underline{\sigma}} = -p \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\tau}}$ , che include la componente di pressione  $p = -\frac{1}{3} tr \underline{\underline{\sigma}}$  e gli sforzi viscosi, e la parte deviatorica (viscosa) del tensore, associata alla deformazione del fluido è  $\underline{\underline{\tau}}$ .

Il termine  $\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}}$  rappresenta la dissipazione viscosa  $\Phi$ , che in componenti cartesiane è:

$$\phi = 2\mu \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{3} (\underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{v}})^2 \right) + \mu \left( \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)$$

ma considerando il caso bidimensionale senza la componente  $w$  si ottiene:

$$\phi = \mu \left( \frac{4}{3} \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right)$$

Per realizzare il contour plot della dissipazione viscosa bisogna procedere in modo analogo alla vorticità, in quanto la variabile non è già pre-caricata. L'espressione analitica in codice diventa:

$$"0.001003 * ((4/3) * ((Velocity u.Gradient X)^2 + (Velocity v.Gradient Y)^2 - (Velocity u.Gradient X * Velocity v.Gradient Y)) + (Velocity v.Gradient X + Velocity u.Gradient Y)^2)"$$

dove  $0,001003 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  è la viscosità dinamica costante.

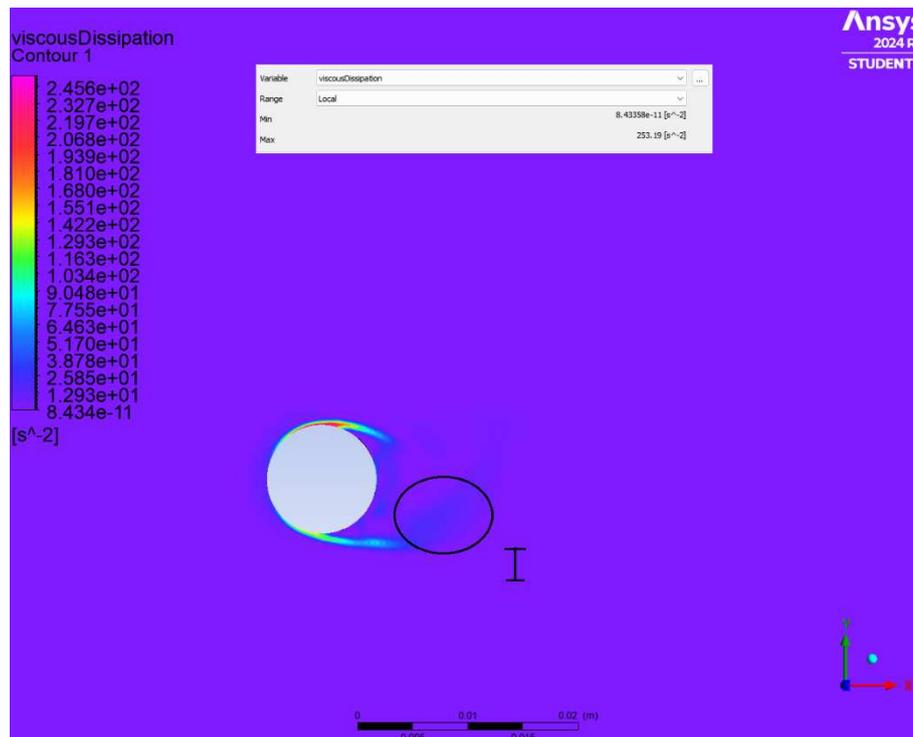


Figura 4.2.4.1 contour plot della dissipazione viscosa  $\Phi$  per  $Re = 2000$

La velocità passa da zero (sul fronte del cilindro) a un valore elevato appena al di fuori dello strato limite, generando un gradiente di velocità molto alto vicino alla superficie e, essendo la dissipazione viscosa proporzionale al quadrato dei gradienti di velocità, questo forte gradiente porta a un massimo di dissipazione viscosa sui lati del cilindro. Nella zona immediatamente a valle del cilindro, c'è una seconda zona con notevole dissipazione viscosa, in quanto la velocità del fluido cambia bruscamente tra i vortici e le aree di ricircolo.

Per  $Re = 2000$  si osserva che il range della dissipazione viscosa è  $[8,43 \cdot 10^{-11}; 253,19] \text{ s}^{-2}$  e che assume valori intorno al  $13,5 \text{ s}^{-2}$  nella zona *I*, zona di contatto tra i primi due vortici.

L'energia cinetica turbolenta  $\kappa$  rappresenta la quantità di energia associata alle fluttuazioni turbolente di velocità. È una misura dell'intensità della turbolenza e descrive l'energia immagazzinata nei moti vorticosi del fluido.

L'energia cinetica turbolenta rappresenta quindi una riserva di energia che sarà parzialmente dissipata nella scia attraverso il meccanismo di cascata turbolenta, con cui l'energia passa dalle scale più grandi (vortici principali) alle scale più piccole

(vortici secondari) e viene infine convertita in calore attraverso la dissipazione viscosa.

Nel modello SST  $\kappa - \omega$ , l'equazione di trasporto per  $\kappa$  è:

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\kappa u_i)}{\partial x_i} = P_k - \beta^* \rho\kappa\omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \mu + \sigma_k \frac{\rho\kappa}{\omega} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right)$$

Dando un significato fisico a ciascuno dei cinque termini, si ha che:

- $\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t}$  è detto termine di accumulo e rappresenta la variazione temporale dell'energia cinetica turbolenta all'interno di un volume di controllo;
- $\frac{\partial(\rho\kappa u_i)}{\partial x_i}$  è detto termine convettivo e descrive il trasporto convettivo di  $\kappa$  all'interno del flusso causato dal movimento del fluido stesso;
- $P_k$  è detto termine di produzione e rappresenta la generazione di energia turbolenta a partire dai gradienti di velocità medi:  $P_k = \rho\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ;
- $\beta^* \rho\kappa\omega$  è detto termine di dissipazione e  $\omega$  rappresenta la frequenza specifica di dissipazione dell'energia turbolenta, quindi questo termine indica la perdita di energia turbolenta per unità di tempo;
- $\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \mu + \sigma_k \frac{\rho\kappa}{\omega} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right)$  è detto termine di diffusione e modella la diffusione turbolenta di  $\kappa$ .

$\beta^*$  e  $\sigma_k$  sono costanti empiriche:  $\beta^* = \frac{9}{100}$ ,  $\sigma_k = \frac{3}{5}$ .

Per realizzare il contour plot, basta selezionare la variabile già presente "Turbulence Kinetic Energy":

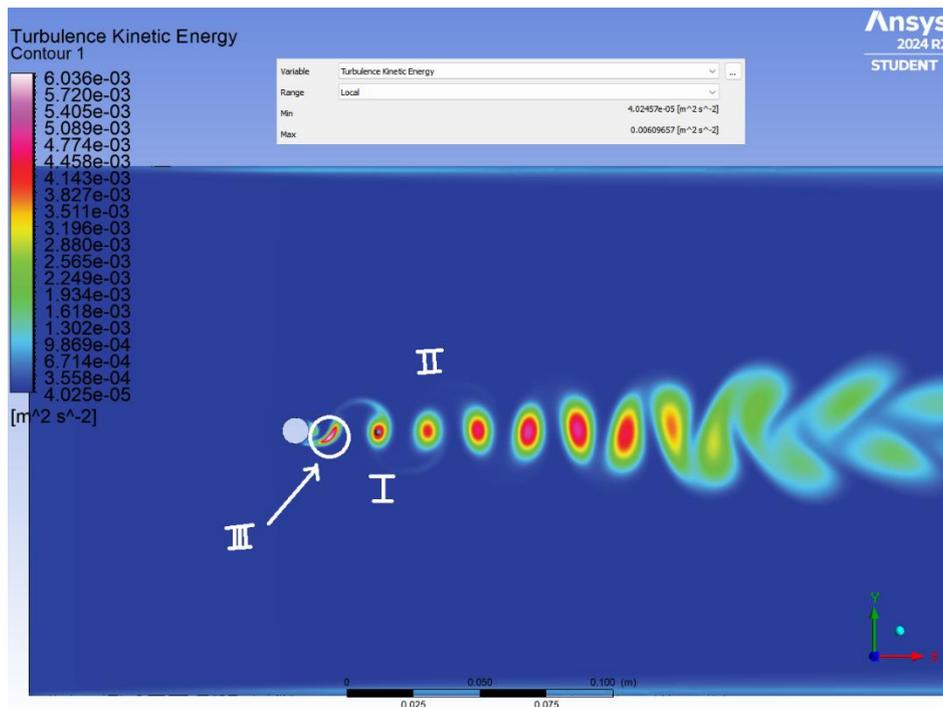


Figura 4.2.4.2 contour plot dell'energia cinetica turbolenta  $\kappa$  per  $Re = 2000$

Per  $Re = 2000$  si osserva che il range di  $\kappa$  è  $[4,025 \cdot 10^{-5} ; 0,0061] m^2/s^2$  (oppure  $J/kg$ ) con valore massimo nell'ellissi che sta dando origine a un vortice non ancora completamente formato (III) e assume i seguenti valori nel centro dei primi due vortici completamente formati (I e II):

- Vortice I:  $0,0049 m^2/s^2$
- Vortice II:  $0,0042 m^2/s^2$

La viscosità turbolenta  $\mu_t$  nel modello SST  $\kappa - \omega$  è una grandezza derivata che rappresenta il trasporto di quantità di moto turbolenta. È calcolata come:

$$\mu_t = \frac{\rho \kappa}{\tilde{\omega}} \quad \text{con } \tilde{\omega} = \max\left\{\omega, \frac{7}{8} \sqrt{\frac{2S_{ij}S_{ij}}{\beta^*}}\right\}$$

L'energia cinetica turbolenta  $\kappa$  rappresenta l'intensità delle fluttuazioni turbolente, mentre  $\omega$  descrive la velocità con cui queste fluttuazioni si dissipano: maggiore è il valore di  $\kappa$ , più intensa è la turbolenza, il che porta a un aumento di  $\mu_t$ , al contrario, un aumento di  $\omega$  indica una dissipazione più rapida delle fluttuazioni, riducendo quindi  $\mu_t$ .

L'equazione di trasporto per  $\omega$  è:

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\omega u_i)}{\partial x_i} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \mu + \sigma \frac{\rho \kappa}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + \rho \frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}$$

$$\text{con } \alpha = \frac{13}{25}, \beta = 0,0708 \left( \frac{1+85\chi_\omega}{1+100\chi_\omega} \right) \text{ dove } \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3} \right|, \sigma = \frac{1}{2} \text{ e } \sigma_d = \begin{cases} 0 & \text{se } \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \leq 0 \\ \frac{1}{8} & \text{se } \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} > 0 \end{cases}$$

e  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  sono i tensori di rotazione rigida e di deformazione.

Per realizzare il contour plot, basta selezionare la variabile già pre-caricata "Eddy Viscosity":

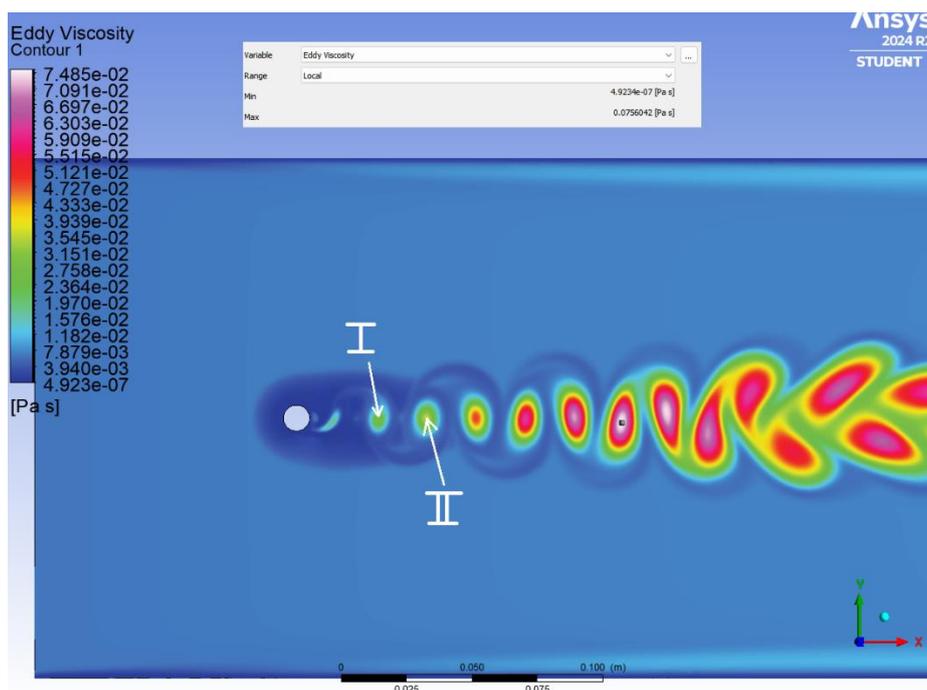


Figura 4.2.4.3 contour plot della viscosità turbolenta  $\mu_t$  per  $Re = 2000$

Per  $Re = 2000$  si osserva che il range della viscosità turbolenta è  $[4,92 \cdot 10^{-7}; 0,0756] Pa \cdot s$  e assume i seguenti valori nel centro dei primi due vortici completamente formati (*I* e *II*):

- Vortice *I*:  $0,027 Pa \cdot s$
- Vortice *II*:  $0,035 Pa \cdot s$

### 4.3 Flusso attorno a un cilindro: caso $Re = 20000$

Nel terzo caso in cui  $Re = 20000$ , la velocità di ingresso sarà uguale a  $v = \frac{Re \cdot \mu}{\rho D} = \frac{20000 \cdot 0,001003}{998,2 \cdot 0,01} = 2 m/s$ .

Il modello da attuare in questo caso è sempre il modello *SST k - ω*, come per  $Re = 2000$ , tuttavia in questo caso non bisognerà attivare le opzioni per il regime di transizione. Bisognerà invece attivare “*curvature correction*”.

Poiché la velocità in ingresso è cambiata, bisogna cambiare anche le impostazioni della sezione “*Run Calculation*”: il “*Time step size*” è infatti diventato  $t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0,00025}{2} = 0,000125 s$ . Si sceglie infine un numero sufficientemente grande di step per vedere l’effetto completo del transitorio e quindi si impostano 4000 “*number of time steps*” e 40 “*max iterations/time step*”.

#### 4.3.1 $C_D, C_L, F_L$

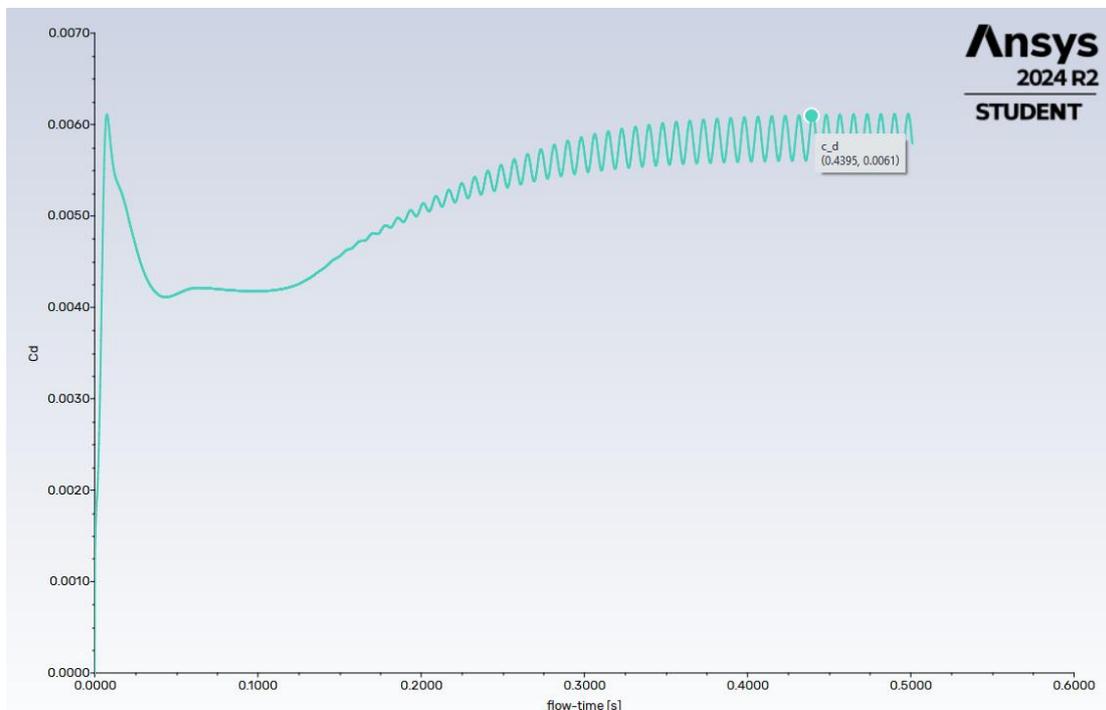


Figura 4.3.1.1 grafico di  $C_D$  per  $Re = 20000$

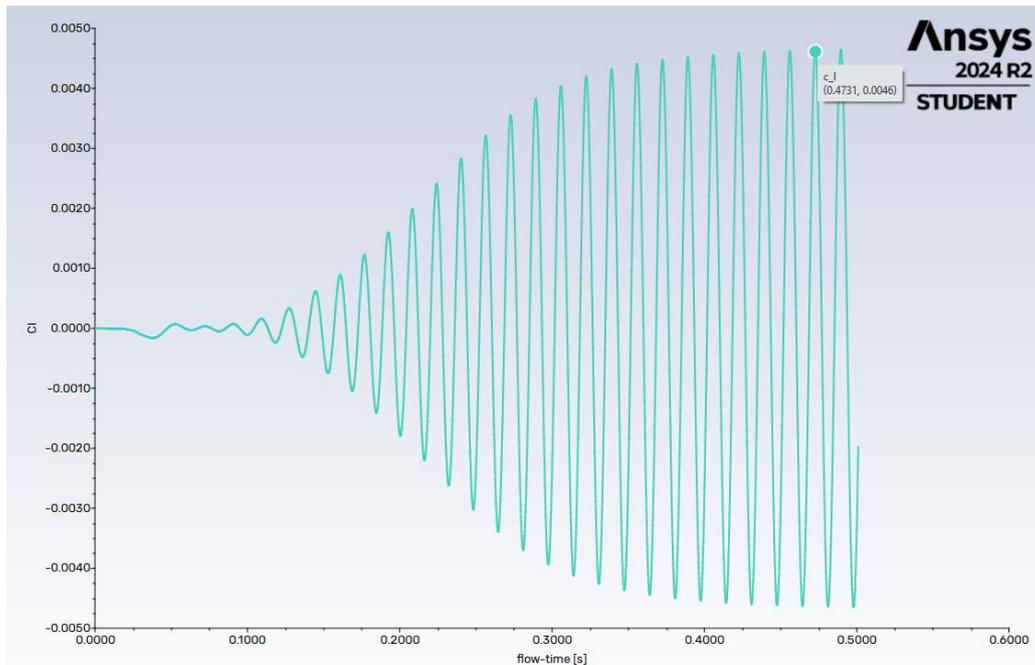


Figura 4.3.1.2 grafico di  $C_L$  per  $Re = 20000$

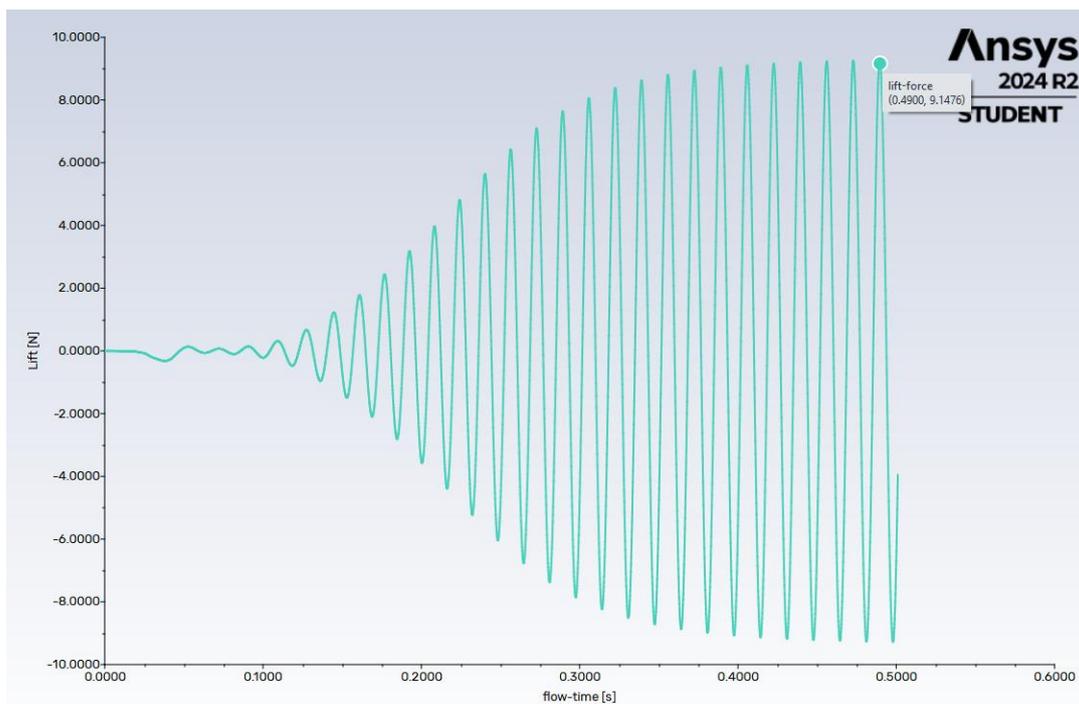


Figura 4.3.1.3 grafico di  $F_L$  per  $Re = 20000$

Si osserva che in questo caso i range del coefficiente di trascinamento, di portanza e della forza di portanza sono :

- 1)  $C_D$ : [0,0056; 0,0061]
- 2)  $C_L$ : [-0,0046; 0,0046]
- 3)  $F_L$ : [-9,2473; 9,2473] N

rispetto al caso  $Re = 248,8$  e  $Re = 2000$ , i range del coefficiente di trascinamento e di portanza sono meno ampi e con estremi minori, mentre la forza di portanza ha un range più ampio e con estremi maggiori.

Numericamente abbiamo ricavato i valori di  $C_L$  e  $F_L$ , andiamo perciò a verificare come cambiano da  $Re = 2000$  a  $Re = 20000$ :

$$F_{L,2000} = \frac{1}{2} C_{L,2000} \rho (U_{2000})^2 A$$

$$F_{L,20000} = \frac{1}{2} C_{L,20000} \rho (U_{20000})^2 A$$

andando a imporre il rapporto tra le forze di portanza, considerando i valori ottenuti dalla simulazione di  $C_L$  e  $F_L$ , bisogna verificare che il rapporto delle velocità  $\frac{U_{20000}}{U_{2000}} = \frac{2}{0,2}$  sia effettivamente uguale a 10.

$$\frac{F_{L,20000}}{F_{L,2000}} = \frac{9,25}{0,32} = 28,9 = \frac{C_{L,20000}(U_{20000})^2}{C_{L,2000}(U_{2000})^2}$$

$$\frac{C_{L,20000}}{C_{L,2000}} = \frac{0,0046}{0,016} = 0,288$$

$$\frac{U_{20000}}{U_{2000}} = \sqrt{\frac{F_{L,20000}}{F_{L,2000}} / \frac{C_{L,20000}}{C_{L,2000}}} = \sqrt{\frac{28,9}{0,288}} = \sqrt{100,35} = 10,02$$

Si stabilisce infine un momento temporale in cui effettuare le successive analisi dei contour plot: si seleziona infatti  $t = 0,4059$  s, in quanto vi è un picco di  $F_L$  e si seleziona con il “*Timestep selector*” il valore più vicino, ovvero  $t = 0,405625$  s.

#### 4.3.2 Velocità e Pressione

Nonostante la velocità nella zona di ricircolo sia aumentata rispetto al caso  $Re = 2000$  poiché ovviamente la velocità di ingresso è 10 volte maggiore, con l’aumento della turbolenza, la scia diventa sempre più caotica e instabile, con vortici di diverse dimensioni e intensità che interagiscono tra loro: questa maggiore instabilità rende il ricircolo dietro il cilindro meno uniforme e evidente, riducendo ulteriormente la distinzione della zona di ricircolo, che invece è più riconoscibile a numeri di Reynolds bassi. Il range della velocità in questo caso è  $[0; 3,45]$  m/s, con la velocità massima sul lato del cilindro, la quale è 1,725 volte la velocità nominale di flusso, meno di 1,75 di  $Re = 2000$ , ma comunque più di 1,58 di  $Re = 248,8$ : questo è dovuto al fatto che a bassi numeri di Reynolds dominano le forze viscosse e perciò la velocità massima sarà minore dei casi con numeri di Reynolds alti dove sono prevalenti le forze d’inerzia. Si nota però come la velocità massima non cresca linearmente, ovvero una volta raggiunto un valore massimo, se si aumenta il numero di Reynolds saranno comunque presenti maggiori effetti dissipativi che comporteranno una lieve diminuzione della velocità massima.

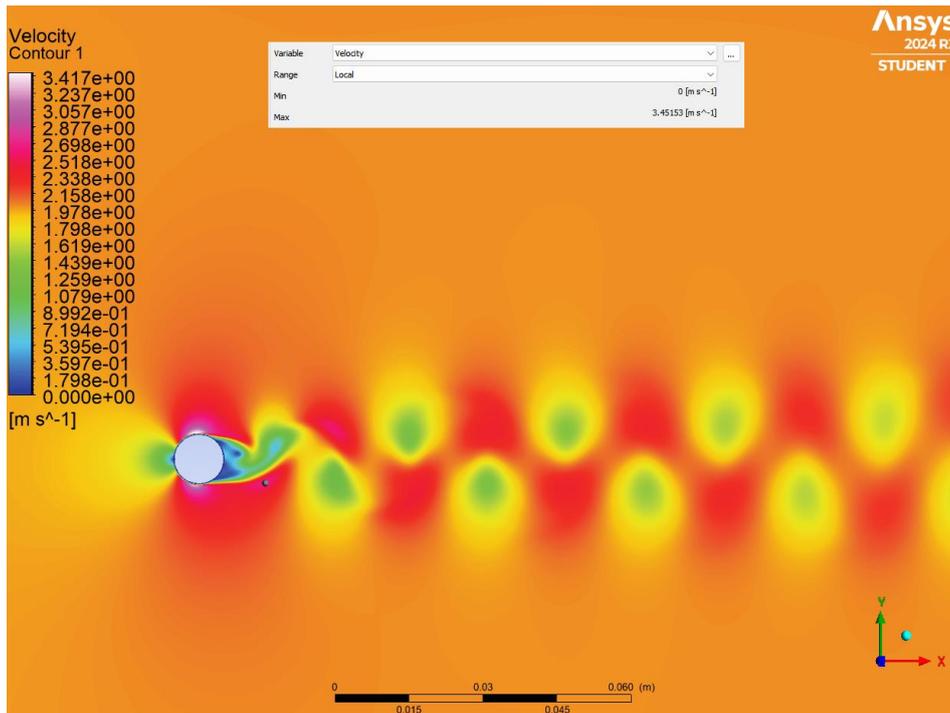


Figura 4.3.2.1 contour plot della velocità per  $Re = 20000$

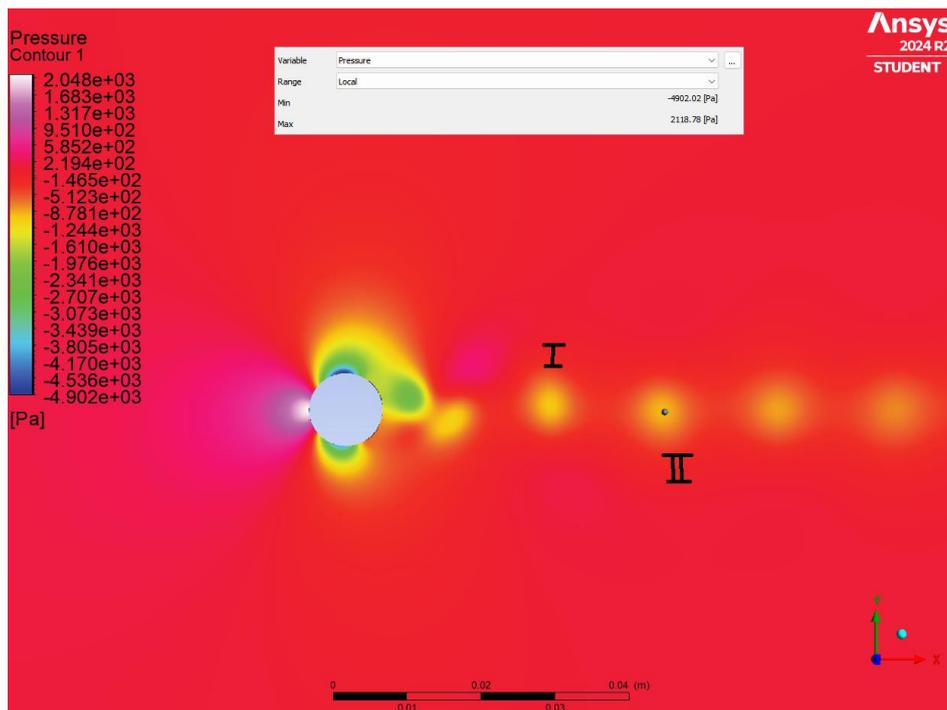


Figura 4.3.2.2 contour plot della pressione per  $Re = 20000$

Il range della pressione risulta essere  $[-4902,02; 2118,78] Pa$ . Come punti di riferimento poi si sono misurate le pressioni nei centri dei primi due vortici completamente formati:

- Vortice I:  $-1030,34 Pa$
- Vortice II:  $-932,415 Pa$

### 4.3.3 Numero di Strouhal e vorticità

Applicando la funzione FFT Fast Fourier Transform in questo caso, si ottiene che la frequenza di shedding è 59,8 Hz, il che implica un numero di Strouhal uguale a  $St = \frac{f \cdot D}{U} = \frac{59,8 \cdot 0,01}{2} = 0,299$ , che è maggiore rispetto al caso  $Re = 2000$  e  $Re = 248,8$ .

Inoltre, anche la vorticità ha sia un range maggiore di valori, sia due valori puntuali maggiori al centro dei primi due vortici. Il range è  $[-5447,54; 5190,96] s^{-1}$  e i valori nel centro dei vortici sono:

- Vortice I:  $563,44 s^{-1}$
- Vortice II:  $-483,305 s^{-1}$

Si può così osservare come aumentando il numero di Reynolds, aumenti il numero di Strouhal e un aumento del numero di Strouhal comporti una maggiore vorticità.

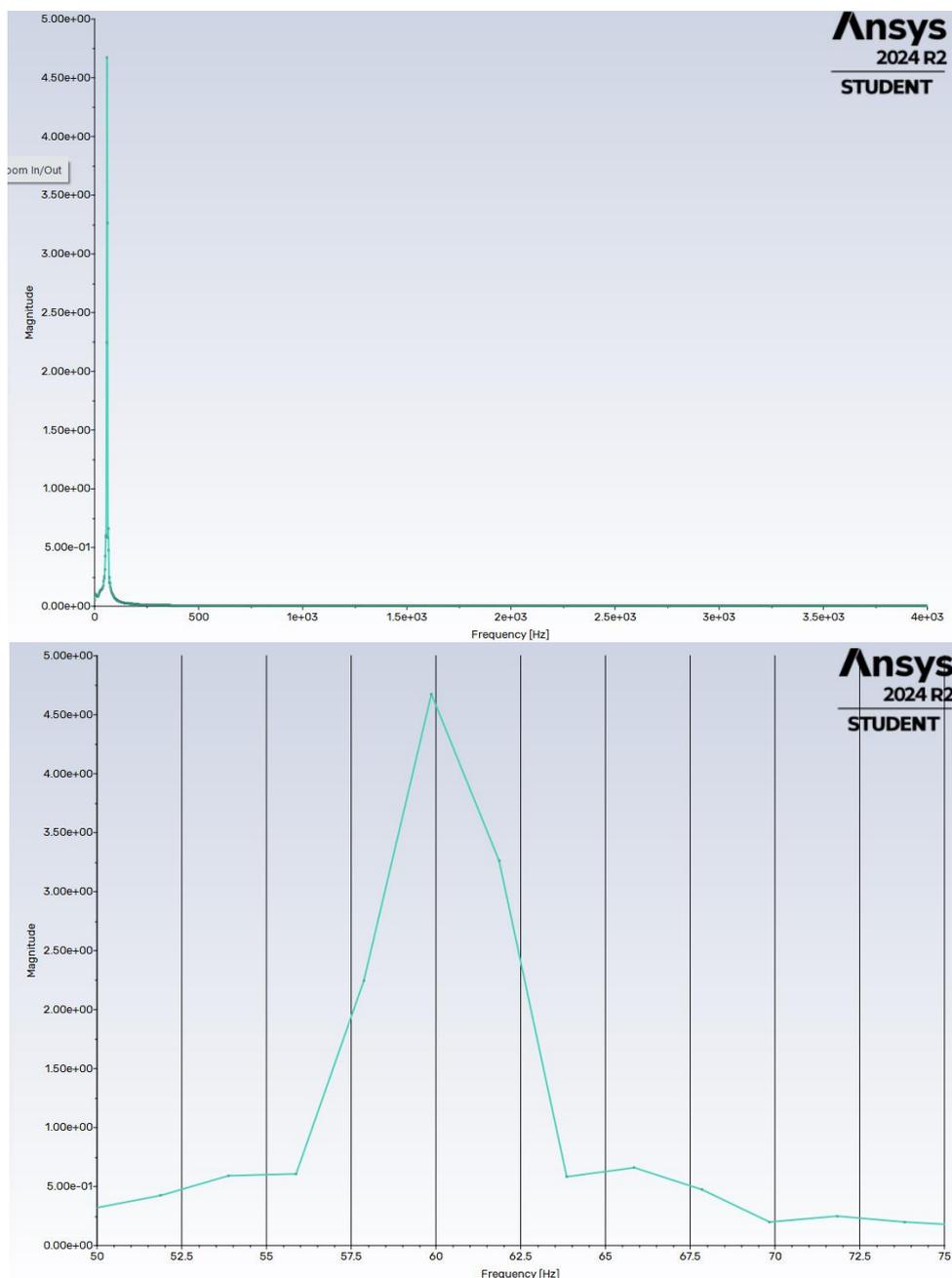


Figura 4.3.3.1 FFT della forza di portanza per  $Re = 20000$

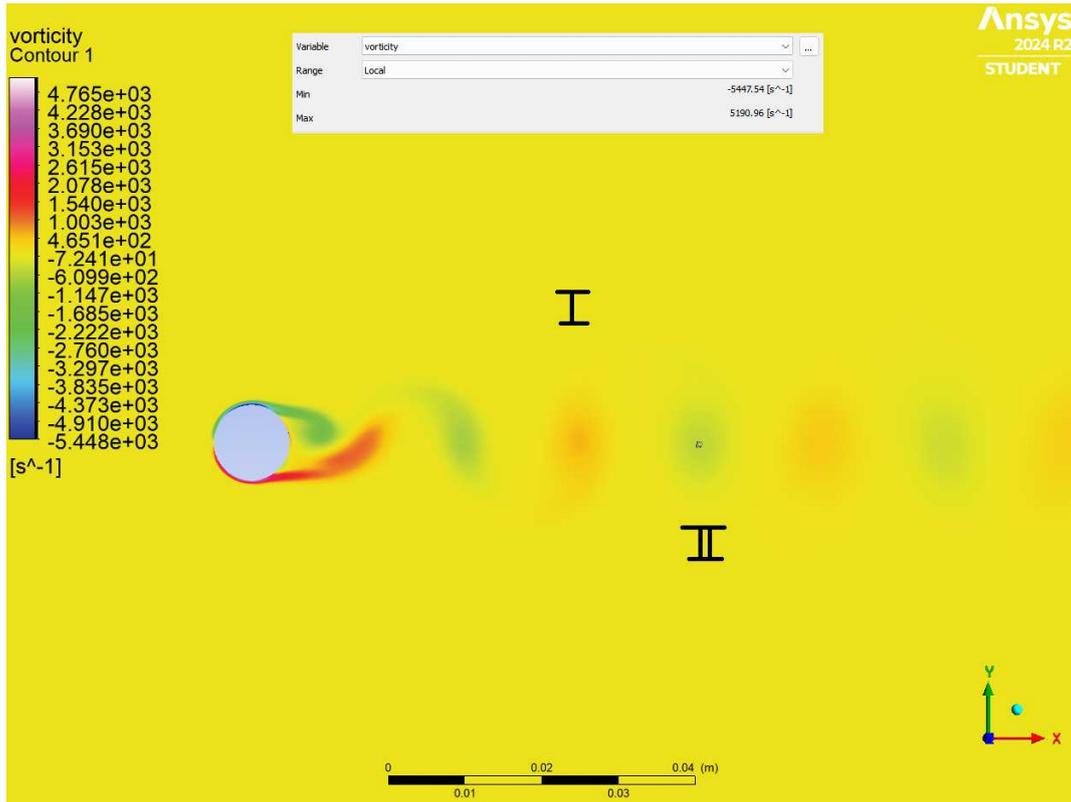


Figura 4.3.3.2 contour plot della vorticità per  $Re = 20000$

#### 4.3.4 Effetti dissipativi

Per  $Re = 20000$  si osserva che il range della dissipazione viscosa è  $[3,43 \cdot 10^{-8}; 20756,8] \text{ s}^{-2}$ , con il valore massimo sui lati del cilindro e con i seguenti valori nella zona di contatto tra i primi due vortici:

- Zona I:  $1341,2 \text{ s}^{-2}$
- Zona II:  $693,668 \text{ s}^{-2}$

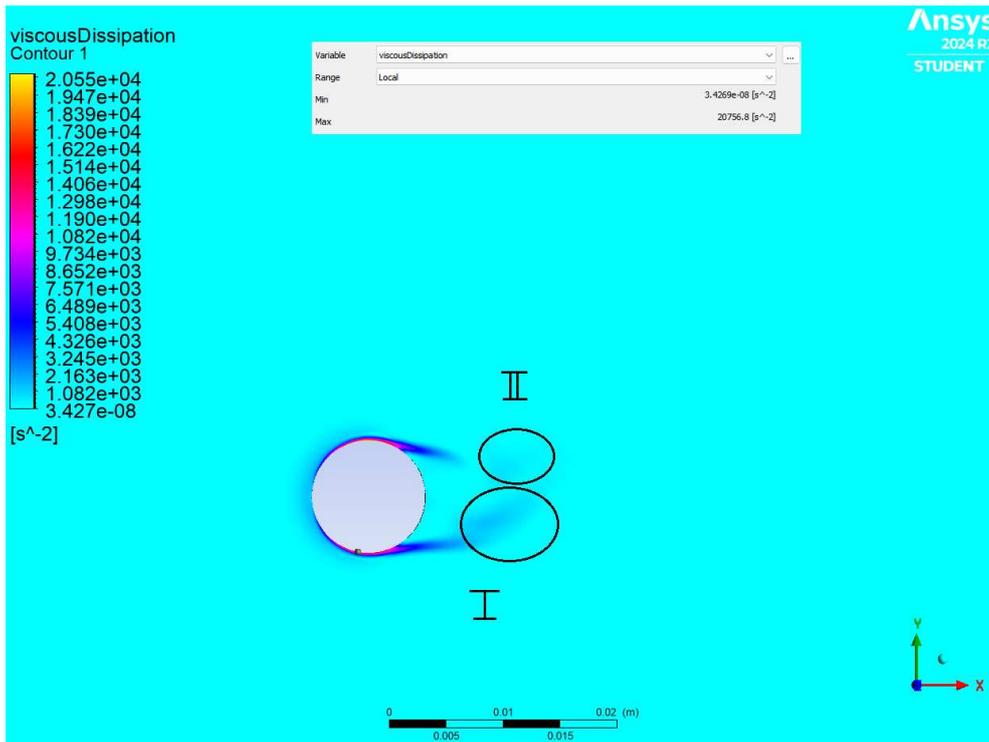


Figura 4.3.4.1 contour plot della dissipazione viscosa  $\Phi$  per  $Re = 20000$

Per  $Re = 20000$  si osserva che il range di  $\kappa$  è  $[0,00044 ; 0,285] m^2/s^2$  (oppure  $J/kg$ ) con valore massimo nell'ellissi che sta dando origine a un vortice non ancora completamente formato (*III*) e assume i seguenti valori nel centro dei primi due vortici completamente formati (*I* e *II*)

- Vortice *I*:  $0,082 m^2/s^2$
- Vortice *II*:  $0,063 m^2/s^2$

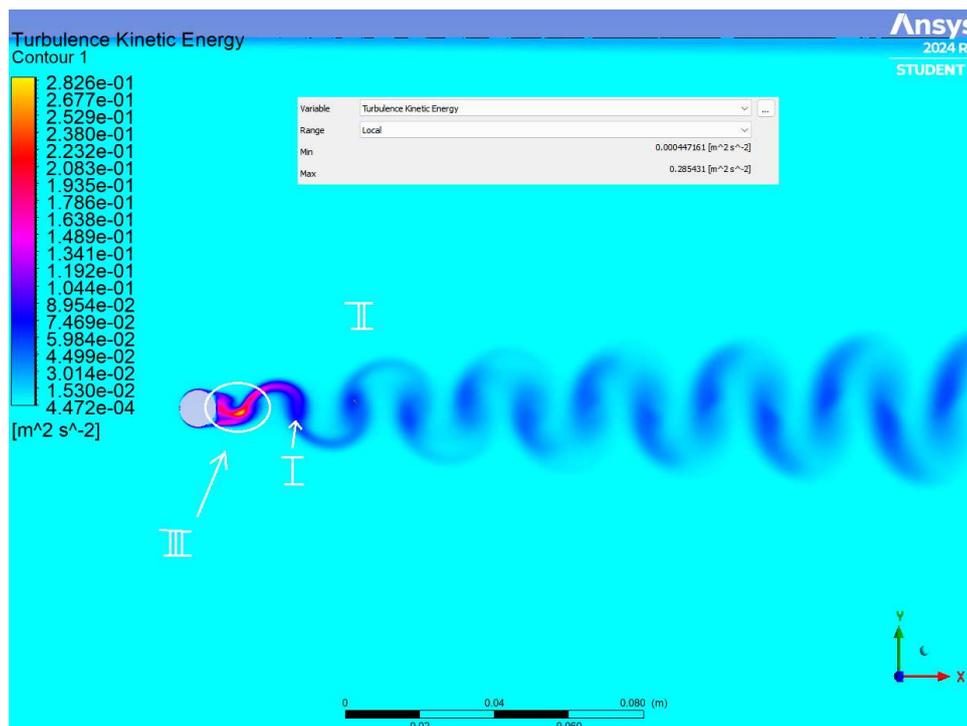


Figura 4.3.4.2 contour plot dell'energia cinetica turbolenta  $\kappa$  per  $Re = 20000$

Per  $Re = 20000$  si osserva che il range della viscosità turbolenta è  $[0,00083; 0,25] Pa \cdot s$  e assume i seguenti valori nel centro dei primi due vortici completamente formati (*I* e *II*):

- Vortice *I*:  $0,077 Pa \cdot s$
- Vortice *II*:  $0,08 Pa \cdot s$

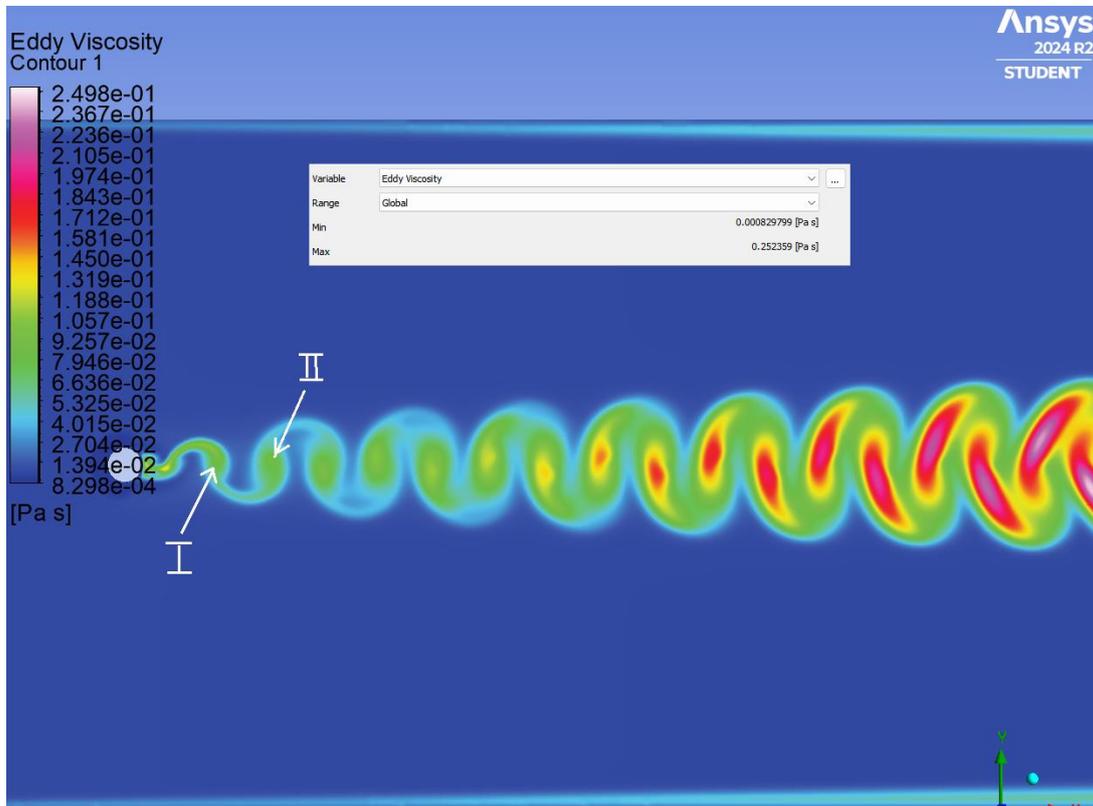


Figura 4.3.4.3 contour plot della viscosità turbolenta  $\mu_t$  per  $Re = 20000$

## 5. CONCLUSIONI

In questo ultimo paragrafo, per poter trarre delle conclusioni in modo coerente, ci si riferirà soprattutto ai valori massimi dei parametri analizzati, in quanto i parametri analizzati sono variabili nel tempo e nello spazio.

Si è ricavato così che nel caso  $Re = 2000$  il coefficiente di trascinamento e portanza sono massimi e hanno valore massimo di rispettivamente  $(C_{D,max})_{2000} = 0,0197$  e di  $(C_{L,max})_{2000} = 0,016$ , mentre per  $Re = 20000$  sono minimi e hanno valore massimo di  $(C_{D,max})_{20000} = 0,0061$  e  $(C_{L,max})_{20000} = 0,0046$ : questo significa che, partendo da un caso a numeri di Reynolds bassi, come nel primo caso di  $Re = 248,8$ , se aumenta il numero di Reynolds aumentano anche i coefficienti di trascinamento e portanza e difatti sono aumentati da  $(C_{D,max})_{248,8} = 0,0153$  a  $0,0197$  e da  $(C_{L,max})_{248,8} = 0,0087$  a  $0,016$ , salvo poi calare di nuovo in regime turbolento. Si nota inoltre come, nonostante nel passaggio da  $Re = 2000$  a  $Re = 20000$  il coefficiente di portanza diminuisca, la forza di portanza aumenta da un valore massimo di  $F_{L,max} = 0,32 N$  a un valore di  $F_{L,max} = 9,25N$ , ovvero aumenta dell'ordine di quasi 30 volte: tuttavia la velocità in ingresso è aumentata di 10, il che vuol dire che il rapporto delle velocità al quadrato, significativo per la definizione della forza di portanza, è di 100, ovvero siamo in una situazione di circa 3 volte più inefficiente, come si può notare dal coefficiente di portanza che è diminuito, e che essenzialmente rappresenta la capacità di un corpo di generare la forza di portanza quando investito da un fluido.

Per quanto riguarda la vorticità e il numero di Strouhal si è osservato come all'aumentare del numero di Reynolds sia aumentato anche il numero di Strouhal e come l'aumento del numero di Strouhal abbia comportato un aumento conseguente della magnitudine della vorticità, passando da un valore massimo (in modulo) di  $\xi_{248,8} = 48,49$ , a  $\xi_{2000} = 574,83$  e infine a  $\xi_{20000} = 5447,54 s^{-1}$ .

Tuttavia il numero di Strohal è direttamente proporzionale alla frequenza di distacco dei vortici e inversamente proporzionale alla velocità di ingresso, ma anche il numero di Reynolds è direttamente proporzionale alla velocità di ingresso, di conseguenza si può osservare come la frequenza di distacco dei vortici sia più che proporzionale all'aumento della velocità (e al numero di Reynolds).

Il distacco dei vortici è governato da fenomeni instabili che amplificano la frequenza man mano che aumenta  $Re$ : questo significa che, anche se la velocità del flusso aumenta (che potrebbe teoricamente ridurre  $St$ ), la frequenza di distacco  $f$  aumenta ancora di più a causa della turbolenza crescente e della maggiore energia cinetica che destabilizza lo strato limite. Poiché  $f$  aumenta più che linearmente con  $Re$ , si può ipotizzare che la frequenza di shedding cresca come una funzione non lineare, per esempio,  $f \propto Re^n$ , dove  $f$  è maggiore di 1. Questo tipo di relazione spiega perché il numero di Strouhal possa aumentare con il numero di Reynolds: la velocità del flusso  $v$  aumenta in modo lineare, ma la frequenza  $f$  cresce più che linearmente, risultando in un numero di Strouhal maggiore.

Si è infine osservato come la velocità massima, raggiunta dal fluido alle estremità del cilindro, variasse con il numero di Reynolds e a causa degli effetti dissipativi.

Nel caso in cui  $Re = 2000$  si ha una velocità massima di  $0,35 \text{ m/s}$  quando la velocità in ingresso è di  $0,2 \text{ m/s}$ , ovvero la velocità massima è 1,75 volte la velocità nominale. Aumentando la velocità di ingresso, e quindi passando da un regime di transizione al limite del laminare a un regime turbolento a tutti gli effetti nel caso in cui  $Re = 20000$ , si ha una velocità massima di  $3,45 \text{ m/s}$ , che è 1,725 volte la velocità nominale, ovvero leggermente inferiore al caso precedente: questo è dovuto a una maggiore presenza degli effetti dissipativi a causa della turbolenza, dal momento che a  $Re = 20000$  la dissipazione viscosa massima è  $\Phi_{max} = 20756,8 \text{ s}^{-2}$ , l'energia cinetica turbolenta massima è  $\kappa_{max} = 0,285 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e la viscosità turbolenta massima è  $\mu_{t,max} = 0,25 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , a differenza del caso in cui  $Re = 2000$  in cui tali grandezze assumono valori inferiori:  $\Phi_{max} = 253,19 \text{ s}^{-2}$ ,  $\kappa_{max} = 0,0061 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $\mu_{t,max} = 0,0756 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

Ciononostante, entrambi i casi presentano due valori di velocità massima più vicini alla soluzione ideale di Laplace, valida per fluidi non viscosi che prevedeva una velocità massima uguale al doppio della velocità nominale, di quanto invece si sia ottenuto nel caso in cui  $Re = 248,8$ , dove la velocità massima di  $0,0394 \text{ m/s}$  è solamente 1,58 volte la velocità nominale, come era previsto sulla base del fatto che un numero di Reynolds basso implichi una prevalenza delle forze viscosi sulle forze di inerzia.

## BIBLIOGRAFIA

1. "*Computational Fluid Dynamics: the basics with applications*" di John D. Anderson, Jr.
2. "*Meccanica dei fluidi*" di B.R. Munson, T.H. Okiishi, W.W. Huebsch, A.P. Rothmayer
3. "*An Introduction to Fluid Dynamics*" di G. K. Batchelor
4. "*Turbulence Modeling for CFD*" di David C. Wilcox
5. <https://www.vermontveterinarycardiology.com/index.php/for-cardiologists/for-cardiologists?id=127>
6. [https://www.researchgate.net/publication/350882393\\_Vortex-induced\\_vibrations\\_a\\_soft\\_coral\\_feeding\\_strategy](https://www.researchgate.net/publication/350882393_Vortex-induced_vibrations_a_soft_coral_feeding_strategy)
7. <https://newsarchive.berkeley.edu/news/media/releases/99legacy/6-15-1999.html>
8. [https://en.wikipedia.org/wiki/Aeolian\\_harp](https://en.wikipedia.org/wiki/Aeolian_harp)
9. <https://www.mdpi.com/2504-186X/8/3/27>
10. <https://greatnorthroad.co.uk/ferrybridge-power-station>
11. <https://innovationspace.ansys.com/courses/courses/simple-approximations-of-fluid-flows/lessons/simulation-examples-homework-quizzes/topic/unsteady-flow-over-a-cylinder-simulation-example/>
12. <https://www.simscale.com/docs/simulation-setup/global-settings/k-omega-sst/>
13. <https://rheology.tripod.com/z07.13.pdf>