



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTROTECNICA

CALCOLI PER LA VERIFICA DEL CODICE VIM SVILUPPATO PER LA
MODELLIZZAZIONE DI SISTEMI DI RISCALDAMENTO AD INDUZIONE

Relatore:
Sergio Lupi

Laureanda:
Grace Carrasco Guffanti

ANNO ACCADEMICO 2009-2010

INDICE

INTRODUZIONE.....	3
1. RISCALDAMENTO AD INDUZIONE.....	5
1.1 Fenomeni elettromagnetici base nel riscaldamento ad induzione.....	5
1.2 Proprietà elettromagnetiche dei metalli.....	6
1.2.1 Resistività elettrica (conducibilità elettrica).....	6
1.2.2. Permeabilità magnetica e permittività relativa (costante dielettrica).....	8
1.2.3 Effetto pelle.....	10
1.2.4 Effetto di prossimità.....	11
1.2.5 Effetto di anello.....	13
1.3 Effetto di bordo.....	15
1.3.1 Effetto di bordo longitudinale.....	15
1.3.2 Effetto di bordo trasversale.....	17
2. METODO DI CALCOLO VIM.....	19
2.1 Riscaldamento convenzionale di corpi cilindrici.....	19
2.2. Metodo numerico per la determinazione delle distribuzioni di potenza specifica in corpi assial-simmetrici riscaldati ad induzione.....	20
2.2.1 Il metodo VIM.....	20
2.2.2 Risoluzione a corrente impressa.....	22
2.3 Calcolo dei parametri circuitali.....	25
2.3.1 Autoinduttanza.....	26
2.3.2. Mutua induttanza.....	27
2.3.3 Resistenza.....	31
3. ESEMPIO DI CALCOLO.....	33
3.1 Calcolo analitico.....	33
4. SIMULAZIONI IN ELTA.....	39
5. CALCOLI PER I CASI “Zone Control Induction Heating” (ZCIH).....	49
5.1 Analisi del caso non ottimizzato.....	50
5.2 Ottimizzazione.....	52

5.3 Analisi del caso ottimizzato	53
5.4 Effetto di Bordo in una Billetta in Acciaio	55
CONCLUSIONI	59
BIBLIOGRAFIA	61

INTRODUZIONE

L'obiettivo principale del riscaldamento ad induzione di billette è quello di aumentare la temperatura della billetta a livelli per cui questa diventa sufficientemente plastica da essere forgiata, modellata a caldo oppure estrusa.

A seconda della frequenza, della densità di potenza, delle proprietà fisiche del metallo in lavorazione e della geometria dell'induttore, le estremità del corpo in riscaldamento possono surriscaldarsi e si può presentare l'effetto di bordo. Quindi la distribuzione della potenza e della temperatura non è uniforme nel volume del pezzo in lavorazione. Nonostante ciò è possibile ottenere una distribuzione uniforme di temperatura per tutta la lunghezza della billetta scegliendo opportunamente i parametri del sistema di induzione.

Questo elaborato intende presentare inizialmente i fenomeni elettromagnetici che stanno alla base del riscaldamento ad induzione ed esporre gli effetti elettromagnetici che causano la non uniformità della distribuzione della temperatura all'interno del corpo in riscaldamento. Nella seconda parte sarà descritto il metodo denominato "Volume Integral Method" (VIM) attraverso il quale sarà possibile rendere il sistema elettrotermico equivalente ad un trasformatore a più avvolgimenti del quale verranno calcolate le grandezze elettriche. E considerando unicamente queste ultime si riesce a determinare la distribuzione di potenze e correnti indotte in un sistema assial-simmetrico.

Si riporta il calcolo analitico di un sistema ad induzione per il riscaldamento di billette in alluminio che viene poi confrontato con i risultati ottenuti da una simulazione fatta con il software ELTA. Infine saranno illustrati i risultati ottenuti mediante un codice VIM elaborato in ambiente MatLab®. Tale codice, atto a risolvere sistemi assial-simmetrici prevede inoltre un procedimento di ottimizzazione delle potenze specifiche indotte. Il codice è stato implementato dall'Ing. Ezio Toffano del laboratorio di Elettrotermia.

Capitolo 1

1. RISCALDAMENTO AD INDUZIONE

Il riscaldamento ad induzione è un metodo che permette di ottenere calore continuo e rapido per le applicazioni industriali dove sia necessario riscaldare oppure modificare le proprietà dei metalli o di altri materiali elettricamente conduttori. Questo si ottiene attraverso una combinazione complessa di fenomeni elettromagnetici, di trasferimento di calore e metallurgici. Il trasferimento di calore e i fenomeni elettromagnetici sono strettamente interconnessi dato che dipendono in gran parte sia dall'intensità del campo magnetico che della temperatura. La più recente tecnologia ha semplificato notevolmente il riscaldamento ad induzione rendendolo un metodo efficace per diverse applicazioni di saldature, riscaldamento, trattamento e prove di materiali.

1.1 Fenomeni elettromagnetici base nel riscaldamento ad induzione

Una tensione alternata applicata ad una bobina di induzione (per esempio un solenoide) si tradurrà in una corrente alternata nel circuito della bobina. La bobina percorsa da corrente alternata produrrà nello spazio circostante un campo magnetico variabile nel tempo che avrà la stessa frequenza della corrente. Questo campo magnetico a sua volta andrà a indurre delle correnti parassite nel pezzo che si vuole lavorare che viene posto all'interno della bobina. Le correnti parassite, inoltre, possono essere indotte in altri oggetti elettricamente conduttori che si trovino in prossimità della bobina. Queste correnti indotte hanno la stessa frequenza della corrente della bobina e producono calore per effetto Joule.

Un sistema di riscaldamento ad induzione convenzionale che consiste in un carico cilindrico circondato da una bobina di induzione e più spire come mostrato nella Figura 1.1.

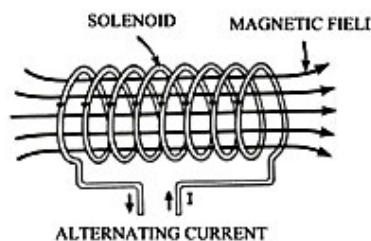


Figura 1.1 [1]

A causa di diversi fenomeni elettromagnetici, la distribuzione di corrente all'interno dell'induttore e del pezzo in lavorazione non è uniforme. Questa fonte di calore non uniforme provoca a sua volta una distribuzione della temperatura non uniforme all'interno del pezzo. Questa distribuzione non uniforme della corrente può essere causata da vari fenomeni elettromagnetici come l'effetto pelle, l'effetto di prossimità e l'effetto di anello.

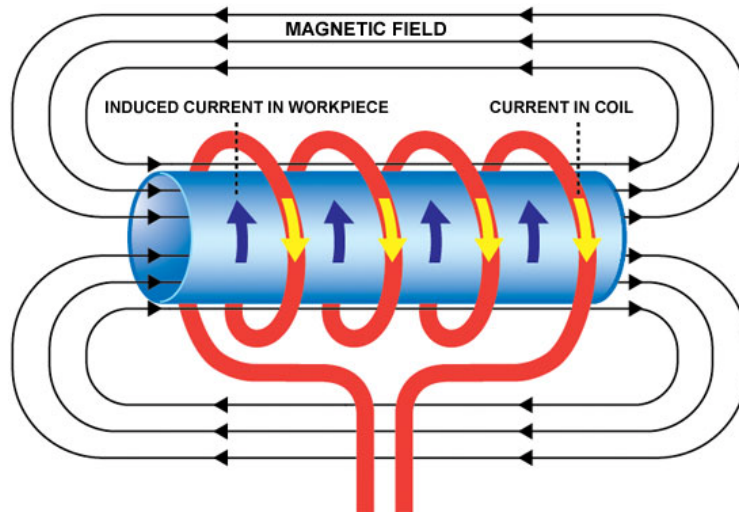


Figura 1.2 - sistema di riscaldamento ad induzione [2]

1.2 Proprietà elettromagnetiche dei metalli

Le proprietà elettromagnetiche dei materiali si riferiscono a una serie di caratteristiche tra cui la permeabilità magnetica, la resistività elettrica (conducibilità elettrica), la densità del flusso di saturazione, la forza coercitiva, le perdite per isteresi, la permeabilità iniziale, permittività, suscettività magnetica, il momento di dipolo magnetico e tanti altri. In seguito verranno spiegate le proprietà che hanno più rilevanza nel riscaldamento ad induzione.

1.2.1 Resistività elettrica (conducibilità elettrica)

La capacità del materiale di condurre facilmente la corrente elettrica è specificata dalla conducibilità elettrica σ . Il reciproco della conducibilità σ è la resistività elettrica ρ . Entrambe le caratteristiche possono essere utilizzate nella pratica ingegneristica, tuttavia, per lo più viene utilizzata la resistività elettrica.

Sono considerati buoni conduttori metalli e loro leghe, questi hanno resistenza elettrica molto inferiore rispetto ad altri materiali (ad esempio ceramica, plastica, ecc.) La Tabella seguente mostra i valori di resistività elettrica per materiali comuni a temperatura ambiente.

Temperatura di riferimento 0 [°C]			
	Materiale	Resistività elettrica ρ_0 [$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$]	Coefficiente di temperatura α_0 [$1/^\circ\text{C}$]
Buoni conduttori	Oro	0,021	$3,9 \cdot 10^{-3}$
	Argento	0,015	$4 \cdot 10^{-3}$
	Rame	0,016	$4,2 \cdot 10^{-3}$
	Alluminio	0,026	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Conduttori	Tungsteno	0,05	$4,5 \cdot 10^{-3}$
	Stagno	0,115	$4,3 \cdot 10^{-3}$
	Ferro dolce	0,13	$4,8 \cdot 10^{-3}$
	Piombo	0,2	$4,2 \cdot 10^{-3}$
	Manganina (Cu, Mn, Ni)	0,4	$0,01 \cdot 10^{-3}$
	Costantina (Cu, Ni)	0,5	~ 0
	Ferro-Nichel	0,85	$0,6 \cdot 10^{-3}$
	Mercurio	0,951	$0,9 \cdot 10^{-3}$
Semiconduttori	Carbone	30	negativo
	Germanio purissimo	$5 \cdot 10^5$	negativo
	Silicio purissimo	$25 \cdot 10^8$	negativo
Isolanti	Olio minerale	$\sim 1 \cdot 10^{17}$	
	Porcellana	$\sim 1 \cdot 10^{18}$	
	Mica	$\sim 1 \cdot 10^{20}$	
	Polistirolo	$\sim 1 \cdot 10^{22}$	

Anche se i materiali metallici con bassa resistività elettrica sono noti per essere dei buoni conduttori elettrici, questi sono, a loro volta divisi in base alla loro resistività elettrica. Ci sono i metalli che sono metalli a basso resistività (ad esempio, argento, rame, oro, alluminio) e metalli ad alta resistività (per esempio, acciaio inox, titanio, acciaio al carbonio).

La resistività elettrica di un metallo varia con la temperatura, composizione chimica e microstruttura del metallo. Per la maggior parte dei metalli, la resistività aumenta con la temperatura. Spesso, la resistività può essere rappresentata come una funzione lineare della temperatura:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

dove ρ_0 è la resistività a temperatura ambiente T_0 ; ρ è la resistività alla temperatura T , α è il coefficiente di temperatura della resistività elettrica.

Per alcuni materiali elettricamente conduttori, la resistività elettrica diminuisce con la temperatura e, di conseguenza, il valore di α può essere negativo. Per altri materiali (come acciai al carbonio, leghe di acciai, grafite, ecc) α è una funzione non lineare della temperatura.

La resistività elettrica è una proprietà fisica fondamentale. Essa influenza quasi tutti i parametri fondamentali di un sistema di riscaldamento ad induzione quali la profondità del riscaldamento, l'uniformità delle correnti, l'efficienza elettrica della bobina, l'impedenza della bobina, ecc.

1.2.2. Permeabilità magnetica e permittività relativa (costante dielettrica)

La permeabilità magnetica relativa μ_r indica la capacità di un materiale (ad esempio un metallo) di condurre flusso magnetico meglio del vuoto o dell'aria. Analogamente la permittività relativa (o ϵ costante dielettrica) indica la capacità di un materiale di condurre il campo elettrico meglio del vuoto o aria. Entrambi sono parametri adimensionale e hanno significati molto simili. Comprendere queste proprietà è importante quando si progettano sistemi di riscaldamento.

La permeabilità magnetica relativa ha molta influenza su tutti i fenomeni di induzione di base, compreso l'effetto pelle, l'effetto di bordo elettromagnetico e l'effetto finale, così come l'effetto di prossimità e di anello, e ha anche un marcato effetto sul calcolo della distribuzione del campo elettromagnetico. La permittività relativa non è così ampiamente usata negli impianti di riscaldamento ad induzione, ma gioca un ruolo importante nelle applicazioni di riscaldamento dielettrico.

Il prodotto della permeabilità magnetica relativa e permeabilità magnetica del vuoto è chiamato permeabilità e corrisponde al rapporto tra la densità di flusso magnetico (B) e l'intensità del campo magnetico (H).

$$\frac{B}{H} = \mu_r \mu_0$$

Dove $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m è la permeabilità del vuoto.

Tutti i materiali in base alla loro capacità di magnetizzazione possono essere classificati in paramagnetici, diamagnetici e ferromagnetici. La permeabilità magnetica relativa dei materiali paramagnetici è leggermente maggiore di 1 ($\mu_r > 1$). Il valore di μ_r per materiali diamagnetici è leggermente inferiore a 1 ($\mu_r < 1$). A causa di differenze trascurabili di μ_r sia per i materiali paramagnetici che diamagnetici, nel riscaldamento ad induzione, in pratica tali materiali vengono chiamati semplicemente non magnetici. Tipici metalli amagnetici sono alluminio, rame, titanio, tungsteno ecc.

A differenza dei materiali paramagnetici e diamagnetici, i materiali ferromagnetici presentano un elevato valore di permeabilità magnetica relativa ($\mu_r \gg 1$). Esistono soltanto pochi elementi che presentano proprietà ferromagnetiche a temperatura ambiente; questi sono ferro, cobalto e nichel. Alcune terre rare e gadolinio sono ferromagnetici a temperature molto inferiori rispetto alla temperatura ambiente.

La proprietà ferromagnetica del materiale è una funzione complessa della struttura, composizione chimica, trattamento, granulometria, frequenza, intensità del campo magnetico e della temperatura. Come si può vedere dalla Figura 1.3, lo stesso tipo di acciaio al carbonio a parità di temperatura e frequenza può avere un valore diverso di permeabilità magnetica relativa a causa di valori diversi d'intensità del campo magnetico. Ad esempio, la permeabilità magnetica degli acciai magnetici comunemente utilizzati nelle applicazioni del riscaldamento ad induzione può variare da valori piccoli di μ_r (ad esempio $\mu_r = 2$ o 3) a valori molto elevati di μ_r (ad esempio, più di 500), a seconda dell'intensità del campo magnetico H e della temperatura.

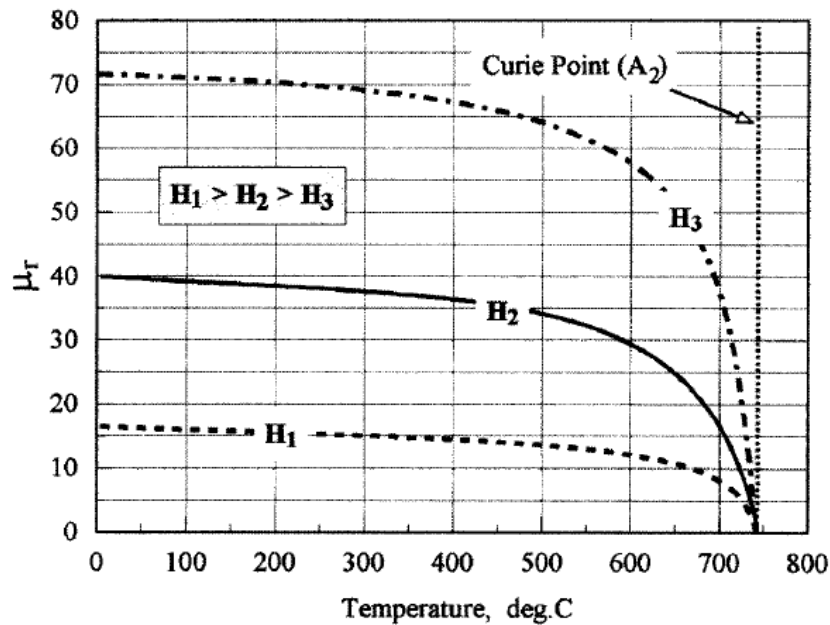


Figura 1.3- Effetto della temperatura e intensità del campo magnetico sulla relativa permeabilità magnetica dell'acciaio al carbonio[3]

La temperatura alla quale un corpo ferromagnetico diventa amagnetico è detta temperatura di Curie (punto di Curie). La tabella seguente mostra le temperature Curie di alcuni materiali magnetici.

La tabella sotto riporta i valori della temperatura di Curie di alcuni materiali magnetici.

Magnetic Material	1008	1060	Permalloy	Cobalt	Nickel
Temperature °C (°F)	768 (1414)	732 (1350)	440 (824)	1120 (2048)	358 (676)

1.2.3 Effetto pelle

Dalle conoscenze basi dell'energia elettrica, quando una corrente elettrica continua attraversa un conduttore, la distribuzione della corrente all'interno della sezione del conduttore è uniforme. Tuttavia, quando la corrente è alternata, la distribuzione non è uniforme e avremo sempre il valore massimo della densità di corrente sulla superficie del conduttore che diminuirà dalla superficie del conduttore verso il suo centro. Questo fenomeno di distribuzione di corrente non uniforme all'interno della sezione di un conduttore è chiamato effetto pelle, il quale si verifica sempre in corrente alternata. Pertanto, l'effetto pelle ci sarà anche nel pezzo in lavorazione che si trova all'interno di una bobina di induzione. Questo è uno dei fattori principali che causa la concentrazione di correnti indotte nello strato di superficie ("pelle") del pezzo.

L'effetto pelle è di grande importanza pratica nelle applicazioni elettriche con corrente alternativa. A causa di questo effetto, circa l'86% della potenza sarà concentrata in uno strato superficiale del conduttore. Questo strato è chiamato il spessore di penetrazione δ e dipende dalla frequenza e dalle proprietà dei materiali (resistività elettrica e permeabilità magnetica relativa). Ci sarà un effetto pelle più pronunciato quando viene applicata alta frequenza o quando il raggio del pezzo in lavorazione è grande.

Lo spessore di penetrazione è descritto (in metri) dalla relazione:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}$$

dove:

- ρ : resistività elettrica del metallo
- μ : permeabilità magnetica relativa
- $\omega = 2\pi f$ è la pulsazione della corrente con f valore della frequenza

Lo spessore di penetrazione è funzione della temperatura per cui all'inizio del ciclo di riscaldamento, aumenta leggermente nel pezzo in acciaio al carbonio (Figura 1.4) a causa dell'aumento della resistività elettriche del metallo con la temperatura. Con un ulteriore aumento della temperatura (a circa 550 °C), la resistività inizia a diminuire sempre di più. Vicino a una temperatura critica T_c conosciuta come la temperatura di Curie o il punto di Curie, la permeabilità diminuisce notevolmente fino all'unità, dato che il metallo diventa non magnetico. Come risultato, lo spessore di penetrazione aumenterà in modo significativo. Un ulteriore riscaldamento al di sopra della temperatura di Curie porta ancora a un incremento della profondità di penetrazione. Tuttavia, il tasso di crescita non sarà così considerevole come è stato durante il passaggio attraverso la temperatura di Curie.

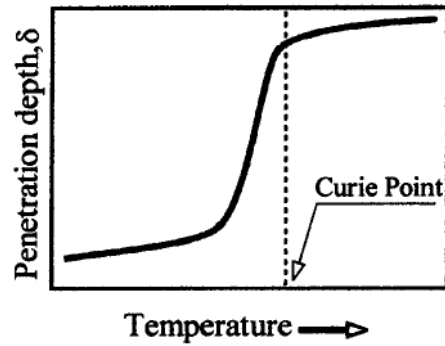


Figure 1.4- Andamento dello spessore di penetrazione al aumentare della temperatura di un pezzo in acciaio al carbonio [3]

La variazione di δ durante il riscaldamento a induzione di un pezzo in acciaio al carbonio cambia drasticamente il grado di effetto pelle. È particolarmente importante tenere conto di questo fenomeno in sede di progetto per la tempra di acciaio al carbonio in cui la differenza temperatura tra la superficie e il centro è soprattutto un risultato dell'effetto pelle. Questi gradienti termici sono un risultato della distribuzione non uniforme della resistività elettrica e della permeabilità magnetica all'interno del pezzo. Inoltre la permeabilità magnetica relativa non è uniforme nella sezione del pezzo in lavorazione a causa della distribuzione non uniforme dell'intensità di campo magnetico.

1.2.4 Effetto di prossimità

Quando abbiamo parlato dell'effetto pelle nei conduttori, abbiamo ipotizzato un conduttore che sta da solo e che non ci siano altri conduttori portatori di corrente nella zona circostante. Nella maggior parte delle applicazioni pratiche non è questo il caso. Molto spesso ci sono altri conduttori nelle immediate vicinanze. Questi conduttori avranno i propri campi magnetici, che andranno a interagire con i campi vicini e, di conseguenza le distribuzioni della densità di corrente e della potenza sarà distorta.

L'analisi degli effetti sulla distribuzione di corrente in un conduttore quando un altro conduttore è posto nelle vicinanze è riportata qui sotto. La Figura 1.5a mostra l'effetto pelle e la distribuzione del campo magnetico in un conduttore (ad esempio una barra cilindrica) che sta da solo. Quando un altro conduttore che porta corrente è collocato vicino, le correnti in entrambi i conduttori saranno ridistribuite. Se le correnti che fluiscono nei conduttori hanno direzioni opposte, la corrente in entrambi i conduttori (Figura 1.5b) sarà concentrata nelle zone interne. Se invece le correnti hanno la stessa direzione, allora queste correnti saranno concentrate sui lati opposti dei conduttori (Figura 1.5c).

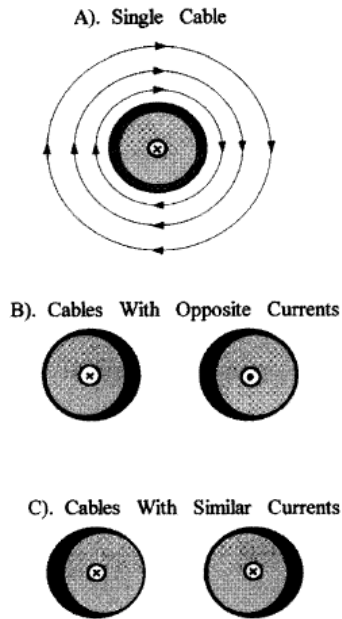


Figura 1.5- Effetto di prossimità di due conduttori cilindrici [3]

Quando le correnti hanno direzione opposta, si forma un forte campo magnetico nella zona compresa tra le sbarre. Ciò si verifica perché in questo settore le linee di campo magnetico che sono prodotte da ciascuna barra hanno la stessa direzione. Pertanto, il campo magnetico risultante tra le sbarre sarà molto forte. Tuttavia, poiché la corrente è concentrata nelle aree interne, il campo magnetico esterno sarà debole. I campi magnetici esterni avranno direzioni opposte e tenderanno ad annullarsi a vicenda. Questo fenomeno è utilizzato nei cavi coassiali. Si ha l'effetto opposto quando le correnti hanno la stessa direzione, perché allora le linee del campo magnetico avranno direzioni opposte nella zona compresa tra sbarre e quindi si annulleranno a vicenda in quell'area. A causa di questa annullamento, tra le sbarre ci sarà un debole campo magnetico, ma il campo magnetico esterno sarà piuttosto forte.

I sistemi di riscaldamento a induzione sono costituiti da due conduttori . Uno di questi è l'induttore al quale è collegato un generatore di corrente, e l'altro è il pezzo in lavorazione che si trova in prossimità dell'induttore. Il generatore di corrente produce un campo magnetico alternato che induce correnti parassite nel pezzo in lavorazione. A causa della legge di Faraday, le correnti indotte nel pezzo avranno un senso opposto a quello dell'induttore. Pertanto, a causa dell'effetto di prossimità, la corrente nella bobina e le correnti indotte nel pezzo in lavorazione si concentreranno nelle aree di separazione tra i due conduttori. Questo è il secondo fattore che provoca una redistribuzione di corrente in un sistema di riscaldamento a induzione.

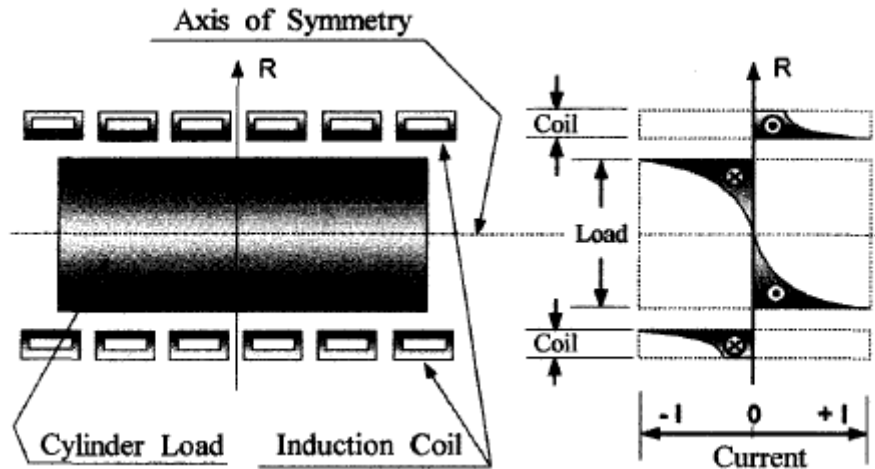


Figura 1.6- Distribuzione della corrente in un sistema ad induzione [5]

Le correnti indotte hanno una densità maggiore quando la zona d'aria tra il pezzo in lavorazione e la bobina è piccola (buon accoppiamento). Quindi, si avrà un forte riscaldamento dovuto all'effetto Joule. Se invece l'intercapedine d'aria è più grande l'aumento di temperatura non sarà così pronunciato come nel caso del buon accoppiamento.

In generale, più l'induttore è vicino al materiale, più corrente passa nel materiale, e di conseguenza più calore viene prodotto.

1.2.5 Effetto di anello

Se il conduttore è piegato a forma di anello, allora la distribuzione della corrente al suo interno sarà ancora distribuita in modo uniforme. Le linee del flusso magnetico saranno concentrate all'interno dell'anello e, quindi la densità del campo magnetico sarà più alta in quella zona. Al di fuori dell'anello, le linee di flusso magnetico saranno diffuse. Come risultato, la maggior parte della corrente passerà all'interno di un sottile strato superficiale all'interno dell'anello. Come si può vedere, questo effetto anello è in qualche modo simile all'effetto di prossimità. Questo effetto porta ad una concentrazione di corrente sulla superficie interna della bobina di induzione. L'effetto anello si svolge non soltanto in induttori fatti da una singola spira, ma anche in bobine multi giro. Di conseguenza, questo è il terzo effetto elettromagnetico responsabile della distribuzione di corrente in un sistema di riscaldamento ad induzione.

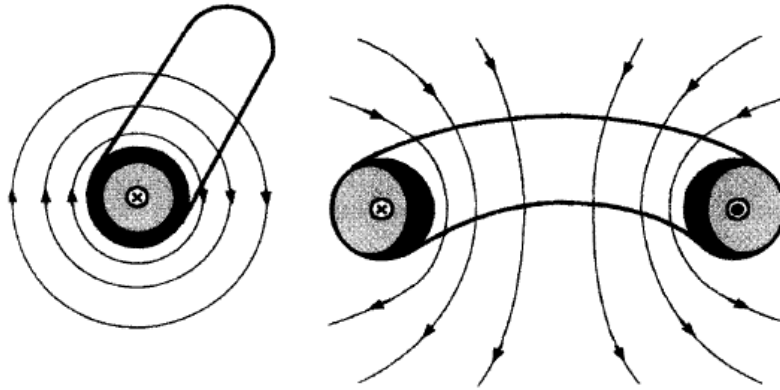


Figura 1.7- Effetto di anello in un conduttore cilindrico [3]

L'effetto di anello può avere un effetto positivo o negativo sul processo. Per esempio, negli impianti di riscaldamento ad induzione convenzionale di cilindri, quando il pezzo si trova all'interno della bobina di induzione gioca un ruolo positivo perché in combinazione con l'effetto pelle e di prossimità si arriverà ad avere una concentrazione di corrente maggiore sul diametro interno della bobina. Come risultato, vi sarà un buon accoppiamento pezzo-bobina, che porta ad una buona efficienza della bobina.

Gioca invece un ruolo negativo nel riscaldamento ad induzione di superfici interne, dove la bobina di induzione è situata all'interno del pezzo. La concentrazione della corrente sarà sempre sul diametro interno della bobina e questo rende l'accoppiamento bobina-pezzo povero, di conseguenza, riduce l'efficienza della bobina. Tuttavia, nonostante l'effetto di anello, l'effetto di prossimità tende a spostare la corrente della bobina verso la superficie esterna della bobina quindi la distribuzione corrente all'interno della bobina in tali applicazioni è il risultato di due fenomeni contrastanti.

La concentrazione della corrente nei settori in cui le sbarre sono piegate può portare a surriscaldamenti indesiderati di alcune zone. Per evitare questi surriscaldamenti locali, è necessario prendere in considerazione questo effetto durante la progettazione del circuito di raffreddamento.

1.3 Effetto di bordo

Al fine di garantire il riscaldamento a induzione richiesto di un pezzo (per esempio, billetta, barra, lastra, ecc.) è necessario prevedere con esattezza la distribuzione di campo elettromagnetico prodotto dalla bobina di induzione in condizioni operative diverse. La differenza di temperatura che esiste tra la superficie e il centro è il risultato dell'effetto pelle. I profili di temperatura lungo la larghezza e la lunghezza del pezzo sono influenzati tra altri fattori, quale la distorsione del campo elettromagnetico nella parte finale e nei bordi del pezzo. Tali distorsioni del campo e le corrispondenti distribuzioni di correnti indotte e potenza riguardano l'effetto di bordo. Questo effetto e la distorsione del campo da esso causata sono i principali responsabili dei profili di temperatura non uniformi in pezzi di forma cilindrica, rettangolare e di forma trapezoidale. Ha una grande importanza nelle applicazioni del riscaldamento ad induzione.

Lo studio dell'effetto di bordo richiede la stima della distribuzione di densità di potenza per tutta la lunghezza del pezzo in lavorazione (cilindrico o rettangolare). L'effetto elettromagnetico di bordo è in genere trascurabile quando il riscaldamento pezzi cilindrici (ad esempio, billette e barre) avviene nel flusso longitudinale di induttori "lunghi". Tuttavia, questo effetto può svolgere un ruolo essenziale quando il riscaldamento billette avviene con flusso trasverso o con induttori corti.

1.3.1 Effetto di bordo longitudinale

Come accennato in precedenza, questo effetto rappresenta una distorsione del campo elettromagnetico all'estremità del cilindro. In sostanza, l'effetto di bordo, all'estremo di un cilindro di materiale omogeneo e conduttore è definito da quattro variabili: l'effetto pelle, la dimensione della bobina rispetto al carico, il rapporto tra il interno raggio della bobina e il raggio del cilindro, e il fattore riempimento del rame della bobina K_s . Il fattore di riempimento della bobina rappresenta quanto sono "strette" le spire della bobina. Per una bobina a una sola spira il fattore riempimento sarà pari a 1. Se invece è una bobina multi spire il fattore si calcola come in figura. Una combinazione non corretta di questi fattori può portare a surriscaldare l'estremità del pezzo.

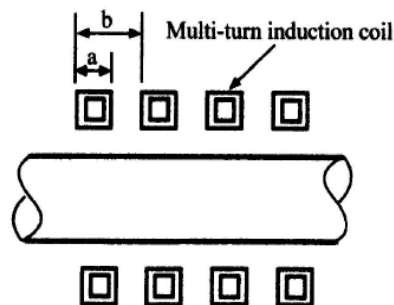


Figura1.8- Fattore di riempimento della bobina: $K_s = a/b$ [5]

Come esempio, nella Figura 1.9 si mostra l'effetto delle diverse lunghezze della bobina sulla distribuzione superficiale della densità di potenza per tutta la lunghezza del cilindro magnetico utilizzando la frequenza di linea (l'effetto pelle è pronunciato). Come si può osservare, un induttore di lunghezza molto superiore a quella del pezzo in lavorazione porta al surriscaldamento dell'estremità del cilindro amagnetico. Allo stesso tempo, vi è una certa lunghezza della bobina (nel caso mostrato in figura corrisponde approssimativamente alla lunghezza σ_4) per la quale si ha una distribuzione della densità di potenza ragionevolmente uniforme. Una bassa frequenza in combinazione con una bobina corta rispetto al pezzo in lavorazione porta a un deficit della densità di potenza agli estremi del cilindro. Come si può vedere dalla Figura 1.9, l'effetto di bordo longitudinale svolge un ruolo fondamentale per ottenere un determinato profilo di temperatura per le diverse applicazioni.

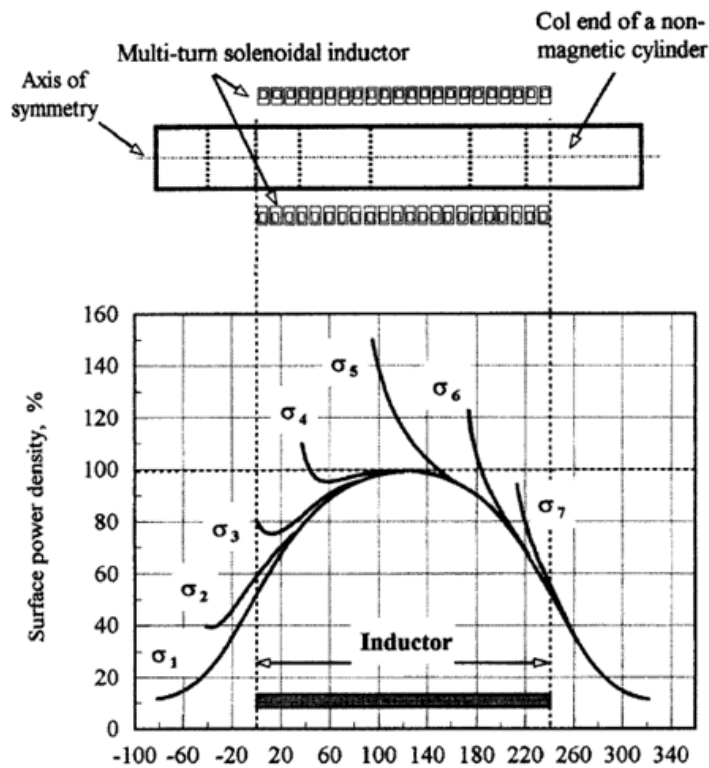


Figura 1.9 - Effetto di bordo [3]

E' possibile dimostrare che nel caso di induttore lungo multi spira con un cilindro omogeneo amagnetico, la densità della corrente parassita indotta nella zona del pezzo in lavorazione sotto la parte finale della bobina è soltanto la metà che nella parte centrale. Di conseguenza, la densità di potenza in quella zona sarà solo un quarto di quella che c'è nella parte centrale.

L'effetto di bordo in un carico magnetico ha caratteristiche diverse rispetto a quello di un carico amagnetico. Questo perché i materiali magnetici hanno la tendenza di concentrare le linee di flusso magnetico grazie alla permeabilità magnetica. In generale, questo effetto è principalmente influenzato dai seguenti fattori:

- L'effetto smagnetizzazione delle correnti parassite che tendono a forzare il campo magnetico fuori dal pezzo
- L'effetto magnetizzante delle correnti superficiali e volumetriche, che tendono a raccogliere il campo magnetico all'interno del pezzo magnetico.

Il primo fattore determina un aumento della potenza nella parte finale del pezzo (simile all'effetto di bordo del cilindro amagnetico). Invece il secondo fattore provoca una riduzione della potenza nella stessa zona. Pertanto, a differenza del cilindro amagnetico, le estremità del cilindro ferromagnetico, anche in presenza di un campo magnetico uniforme con una bobina di grandi dimensioni, possono risultare o surriscaldati o sotto riscaldati.

1.3.2 Effetto di bordo trasversale

Quando si riscalda un pezzo rettangolare, oltre alla distorsione del campo magnetico longitudinale si verifica una distorsione simile nella sua sezione. Questo fenomeno avviene per un effetto di bordo trasversale che svolge un ruolo importante quando si vuole ottenere un determinato profilo di temperatura.

Il valore massimo della densità di corrente si ha nella superficie della parte centrale della lastra (questo non vuol dire che in quella zona si abbia la temperatura massima). Più pronunciato è l'effetto pelle, più le correnti indotte corrispondono al contorno della lastra.

Se l'effetto pelle è pronunciato ($d/\delta > 5$), la densità di corrente e di potenza hanno un valore quasi costante lungo il perimetro della lastra, ad eccezione degli angoli, dove si ha una distorsione della potenza indotta.

Anche se le perdite di calore nelle zone di bordo sono superiori alle perdite di calore nella parte centrale, le aree di bordo possono facilmente avere una temperatura molto elevata rispetto alla parte centrale. Questo si verifica perché nella parte centrale le fonti di calore penetrano da due lati mentre nelle aree di bordo il calore può penetrare da tre lati. Questo fenomeno di surriscaldamento dei bordi di solito si verifica nel riscaldamento ad induzione di acciaio magnetico, alluminio, oppure lastre di rame dove l'effetto pelle è tipicamente marcato.

Se l'effetto della pelle non è pronunciato ($d/\delta < 3$), il percorso della corrente non segue il contorno della lastra e la maggior parte delle correnti indotte si chiudono prima, senza raggiungere gli angoli e le zone di bordo. Di conseguenza, la densità di potenza e di calore nelle zone bordo avranno valori inferiori a quelli corrispondenti nella parte centrale della lastra. Per esempio, nel riscaldamento ad induzione di lastre spesse di titanio di (utilizzando la frequenza industriale), nella fase finale di riscaldamento la temperatura degli angoli e dei bordi spesso può essere inferiore del 20% rispetto alla temperatura della parte centrale della lastra.

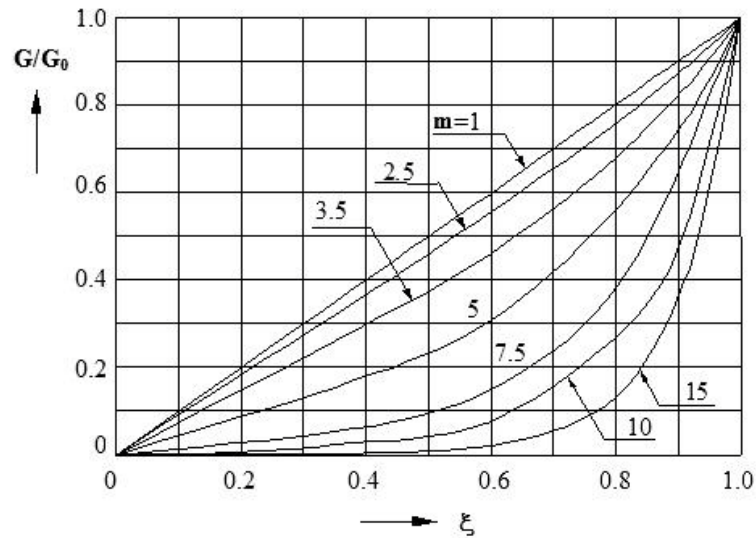


Figura 2.1 Distribuzione lungo il raggio della densità di corrente riferita al valore superficiale [4]

A tutto questo si sovrappone sia il fatto che le bobine non sono infinitamente lunghe, e quindi le correnti indotte nel carico variano assialmente, sia perché la radiazione termica è diversa verso l'esterno in corrispondenza delle teste della billetta.

2.2. Metodo numerico per la determinazione delle distribuzioni di potenza specifica in corpi assial-simmetrici riscaldati ad induzione

Nei sistemi assial-simmetrici costituiti da carichi cilindri di materiale amagnetico, riscaldati per induzione tramite bobine coassiali si può ricorrere ad un metodo per la determinazione della distribuzione della densità di corrente e delle potenze specifiche che sia di veloce applicazione e più semplice da usare rispetto ai pacchetti informatici che richiedono una specifica professionalità.

2.2.1 Il metodo VIM

Questo metodo si basa sulle seguenti posizioni:

1. grandezze elettriche periodiche sinusoidali a frequenza f e pulsazione ω ;
2. correnti di spostamento trascurabili;
3. omogeneità della permeabilità magnetica μ in tutto lo spazio;

4. densità di corrente dipendente solo da due coordinate nello spazio (previa opportuna scelta del sistema di coordinate)
5. conducibilità elettrica σ_k indipendente dalla geometria o dalla lunghezza del percorso L_k ;
6. resistività infinita nello spazio isolante fra induttore e carico;
7. densità di corrente costante negli elementi della suddivisione;

Nel caso di configurazioni assial-simmetriche, queste condizioni sono verificate purché:

- sistema di coordinate cilindriche;
- carico, induttore e isolante presentino la stessa permeabilità magnetica (si lavori quindi con materiali amagnetici)
- carico e induttore vengano suddivisi in anelli toroidali, come in figura, le cui dimensioni siano trascurabili rispetto allo spessore di penetrazione $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}$.

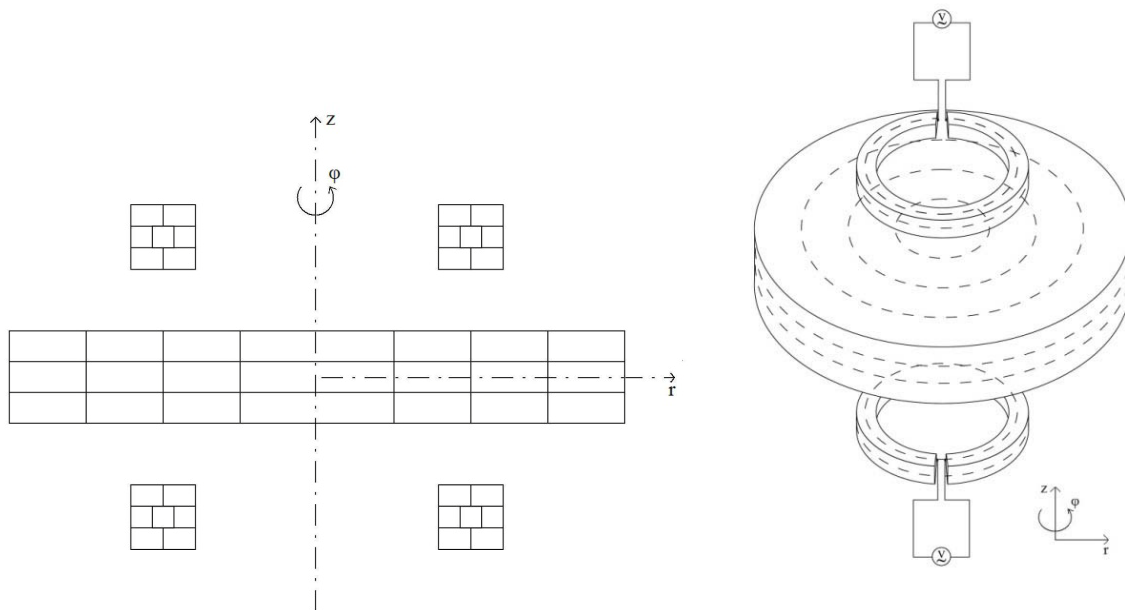


Figura 2.2- Suddivisione in settori toroidali di un sistema assial-simmetrico induttore-carico [6]

In questo caso possiamo calcolare il valore della resistenza elettrica R_k per ciascun settore in esame

$$R_k = \frac{L_k}{\sigma_k S_k}$$

e possiamo scrivere:

$$R_k \bar{I}_k + j\omega \sum_v \bar{I}_v \times M_{v,k} = \bar{V}_k$$

Quest'ultima relazione rappresenta l'equazione di un trasformatore a n avvolgimenti, dove i coefficienti k e v assumo i valori:

$$k = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$v = \{1, 2, \dots, n\} - k$$

dove ciascun anello in cui viene suddivisa la bobina è alimentato esternamente con una tensione V_k mentre i settori che compongono il carico sono cortocircuitati.

Abbiamo quindi un sistema lineare a n equazioni e, una volta definite le tensioni o correnti in ingresso, possiamo arrivare alla risoluzione di questo in modo agevole.

Questo metodo risolutivo prende il nome di VIM (Volume Integral Method).

2.2.2 Risoluzione a corrente impressa

Con riferimento alla figura, consideriamo la seguente topologia assial-simmetrica:

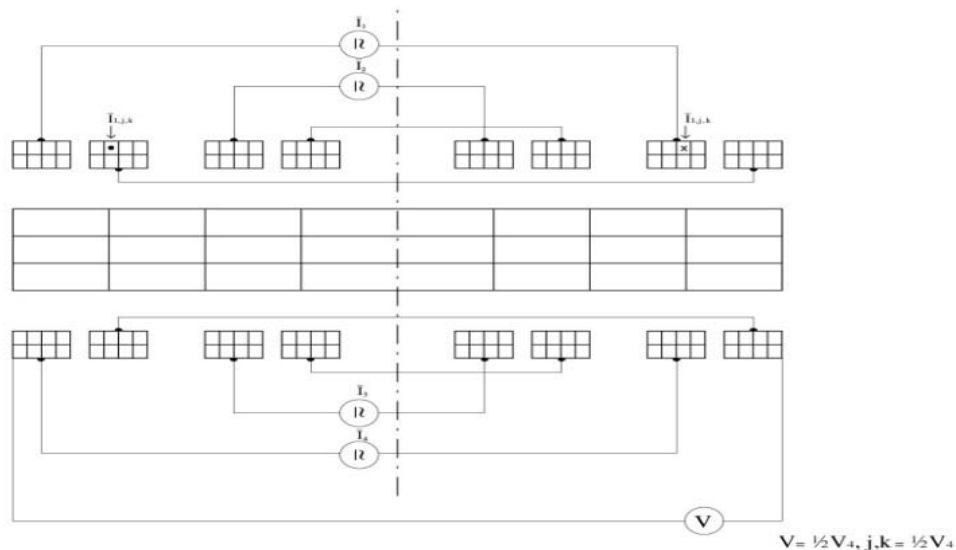


Figura 2.3 [6]

- induttore composto da b bobine;
- ogni bobina composta d spire;
- ogni spira suddivisa in d suddivisioni;

- ciascuna bobina alimentata da una corrente costante I_i ;
- carico suddiviso in p anelli.

Complessivamente, il trasformatore equivalente, secondo la disposizione della figura, è composto da $n = p + b \times s \times d$ avvolgimenti.

In questo caso il sistema a n equazioni non può essere risolto direttamente ma bisogna aggiungere delle equazioni, quali:

- la somma vettoriale fra i valori di corrente nelle suddivisioni di ogni spira è data dalla corrente impressa: $\forall i = \{1, \dots, b\}$ e $\forall j = \{1, \dots, s\}$

$$\sum_{k=1}^d \bar{I}_{i,j,k} = \bar{I}_i$$

- nelle ripartizioni dell'induttore, la tensione è la stessa per ogni gruppo di settori collegati in parallelo: $\forall i = \{1, \dots, b\}$ e $\forall j = \{1, \dots, s\}$ e $\forall k = \{1, \dots, d\}$

$$V_{i,j,k} = V_i$$

In questo modo e manipolando opportunamente il sistema possiamo risolvere il problema.

Nella routine Matlab® che si utilizza per le simulazioni è stata implementata la seguente soluzione per il caso semplice della figura 2.3, ma che può essere esteso in analogia a sistemi più complessi.

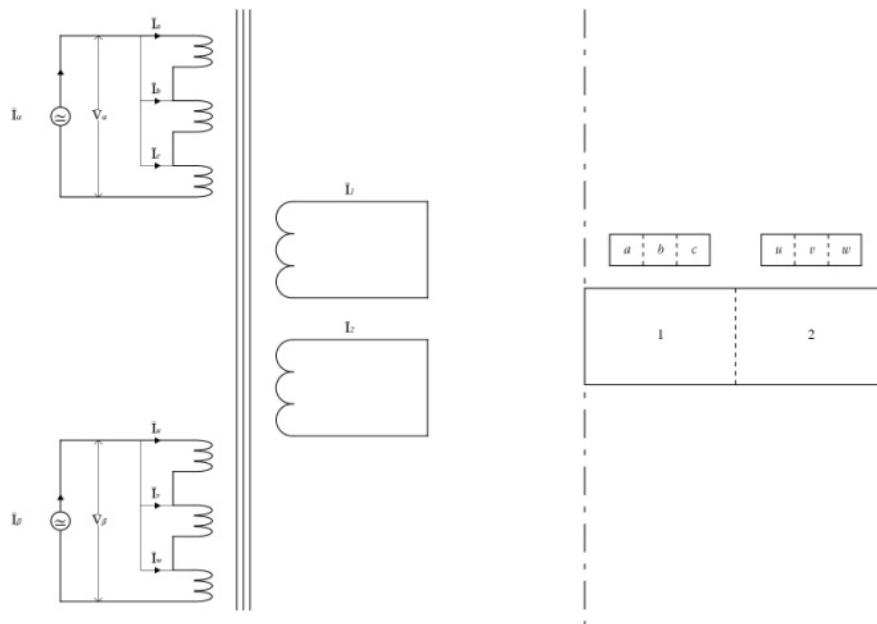


Figura 2.4- Sistema induttore-carico e trasformatore equivalente

In questo caso sono presenti due sole bobine composte da un'unica spira, suddivise entrambe in tre settori, rispettivamente a, b, c e u, v, w.

Avremo che:

$$\bar{I}_\alpha = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c$$

$$\bar{I}_\beta = \bar{I}_u + \bar{I}_v + \bar{I}_w$$

Su ogni singola spira e, quindi su ogni anello toroidale che la costituisce, agiscono le tensioni V_α e V_β .
Suddividiamo il disco in due settori. Avremo così il seguente sistema scritto in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega M_{1,2} & j\omega M_{1,a} & j\omega M_{1,b} & j\omega M_{1,c} & j\omega M_{1,u} & j\omega M_{1,v} & j\omega M_{1,w} \\ j\omega_{2,1} & R_2 + j\omega L_2 & j\omega M_{2,a} & j\omega M_{2,b} & j\omega M_{2,c} & j\omega M_{2,u} & j\omega M_{2,v} & j\omega M_{2,w} \\ j\omega M_{a,1} & j\omega M_{a,2} & R_a + j\omega L_a & j\omega M_{a,b} & j\omega M_{a,c} & j\omega M_{a,u} & j\omega M_{a,v} & j\omega M_{a,w} \\ j\omega M_{b,1} & j\omega M_{b,2} & j\omega M_{b,a} & R_b + j\omega L_b & j\omega M_{b,c} & j\omega M_{b,u} & j\omega M_{b,v} & j\omega M_{b,w} \\ j\omega M_{c,1} & j\omega M_{c,2} & j\omega M_{c,a} & j\omega M_{c,b} & R_c + j\omega L_c & j\omega M_{c,u} & j\omega M_{c,v} & j\omega M_{c,w} \\ j\omega M_{u,1} & j\omega M_{u,2} & j\omega M_{u,a} & j\omega M_{u,b} & j\omega M_{u,c} & R_u + j\omega L_u & j\omega M_{u,v} & j\omega M_{u,w} \\ j\omega M_{v,1} & j\omega M_{v,2} & j\omega M_{v,a} & j\omega M_{v,b} & j\omega M_{v,c} & j\omega M_{v,u} & R_v + j\omega L_v & j\omega M_{v,w} \\ j\omega M_{w,1} & j\omega M_{w,2} & j\omega M_{w,a} & j\omega M_{w,b} & j\omega M_{w,c} & j\omega M_{w,u} & j\omega M_v & R_w + j\omega L_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \\ \bar{I}_u \\ \bar{I}_v \\ \bar{I}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\beta \\ \bar{V}_\beta \\ \bar{V}_\beta \end{bmatrix}$$

Questa matrice può essere rielaborata e mettendo a destra del segno i termini noti:

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega M_{1,2} & 0 & j\omega(M_{1,b} + M_{1,a}) & j\omega(M_{1,c} - M_{1,a}) & 0 & j\omega(M_{1,v} - M_{1,u}) & j\omega(M_{1,w} - M_{1,u}) \\ j\omega_{2,1} & R_2 + j\omega L_2 & 0 & j\omega(M_{2,b} - M_{2,a}) & j\omega(M_{2,c} - M_{2,a}) & 0 & j\omega(M_{2,v} - M_{2,u}) & j\omega(M_{2,w} - M_{2,u}) \\ j\omega M_{a,1} & j\omega M_{a,2} & -1 & j\omega(M_{a,b} - L_a) - R_a & j\omega(M_{a,c} - L_a) - R_a & 0 & j\omega(M_{a,v} - M_{a,u}) & j\omega(M_{a,w} - M_{a,u}) \\ j\omega M_{b,1} & j\omega M_{b,2} & -1 & R_b + j\omega(L_b - M_{b,a}) & j\omega(M_{b,c} - M_{b,a}) & 0 & j\omega(M_{b,v} - M_{b,u}) & j\omega(M_{b,w} - M_{b,u}) \\ j\omega M_{c,1} & j\omega M_{c,2} & -1 & j\omega(M_{c,b} - M_{c,a}) & R_c + j\omega(L_c - M_{c,a}) & 0 & j\omega(M_{c,v} - M_{c,u}) & j\omega(M_{c,w} - M_{c,u}) \\ j\omega M_{u,1} & j\omega M_{u,2} & 0 & j\omega(M_{u,b} - M_{u,a}) & j\omega(M_{u,c} - M_{u,a}) & -1 & j\omega(M_{u,v} - L_u) - R_u & j\omega(M_{u,w} - L_u) - R_u \\ j\omega M_{v,1} & j\omega M_{v,2} & 0 & j\omega(M_{v,b} - M_{v,a}) & j\omega(M_{v,c} - M_{v,a}) & -1 & R_v + j\omega(L_v - M_{v,u}) & j\omega(M_{v,w} - M_{v,u}) \\ j\omega M_{w,1} & j\omega M_{w,2} & 0 & j\omega(M_{w,b} - M_{w,a}) & j\omega(M_{w,c} - M_{w,a}) & -1 & j\omega(M_v - M_{w,u}) & R_w + j\omega(L_w - M_{w,u}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \\ \bar{V}_\beta \\ \bar{I}_v \\ \bar{I}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{I}_\alpha \\ 0 \\ 0 \\ \bar{I}_\beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Queste sono otto equazioni in otto incognite dove i coefficienti noti sono le resistenze e i coefficienti di auto e di mutua induzione che caratterizzano gli anelli toroidali in cui il dominio viene suddiviso.
Riscrivendo il sistema in modo compatto diventa:

$$[\bar{A}]_{n \times n} \cdot [\bar{X}]_{n \times 1} = [\bar{B}]_{n \times 1}$$

per il teorema di Rouchè-Capelli, con l'ipotesi che:

$$\text{rango}[\dot{A}]_{n \times n} = \text{rango} \langle \dot{A} | \dot{B} \rangle_{n \times (n+1)}$$

La soluzione è data da:

$$[\bar{X}]_{n \times 1} = [\dot{A}]_{n \times n}^{-1} \cdot [\dot{B}]_{n \times 1}$$

E il vettore soluzione sarà:

$$[\bar{X}]_{n \times 1} = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2 \quad \bar{V}_\alpha \quad \bar{I}_b \quad \bar{I}_c \quad \bar{V}_\beta \quad \bar{I}_v \quad \bar{I}_w]$$

A questo punto mancano i valori di \bar{I}_a e \bar{I}_u che sono facilmente ricavabili dalle espressioni:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_\alpha - (\bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

$$\bar{I}_u = \bar{I}_\beta - (\bar{I}_v + \bar{I}_w)$$

Infine possiamo calcolare la potenza specifica w dissipata in ogni singolo anello:

$$w = \rho G^2$$

dove

$$G = \frac{|\bar{I}|}{S}$$

Tuttavia per risolvere il sistema è necessario ricorrere a molte suddivisioni e quindi risulta un'elevata difficoltà computazionale nell'applicazione del metodo diretto di Cramer perciò si ricorre ai metodi iterativi previsti dal calcolo numerico.

Nelle routine Matlab® che si usano per le simulazioni, viene applicato il metodo diretto di Gauss con pivot parziale.

2.3 Calcolo dei parametri circuitali

I coefficienti che compongono le matrici del sistema sono le resistenze e le reattanze che caratterizzano gli anelli toroidali nei quali viene suddiviso il dominio. Queste derivano dai coefficienti di auto e mutua induzione che, nel seguito andremo a definire ed illustrare i metodi usati per la loro determinazione.

2.3.1 Autoinduttanza

Il coefficiente di autoinduzione (o autoinduttanza) può essere definito come il rapporto tra il flusso concatenato, definito come l'integrale del campo d'induzione esteso su una superficie, e la corrente dell'induttore stesso, vale a dire:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS}{I}$$

Per calcolare questo parametro si è ricorso alla soluzione proposta da B. Weinstein nel 1883, che è:

$$L = L' + L''$$

$$L' = \mu_0 \cdot N^2 \cdot a \cdot \left[\log \frac{8a}{\rho} + \frac{1}{12} - \frac{\pi}{3} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \log(1+x^2) + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \log(1+x^2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{12} \cdot x^2 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{2}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \arctg x \right]$$

$$L'' = N^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot \rho^2}{96a} \cdot \left\{ \left[\log \frac{8a}{\rho} - \frac{1}{2} \cdot \log(1+x^2) \right] \cdot (1+3x^2) + 3.45 \cdot (1+x^2) + 27.475 + \right. \\ \left. - 1.6 \cdot \pi \cdot x^2 + 3.2x^3 \cdot \arctg x - \frac{1}{10x^2} \cdot \log(1+x^2) - \frac{13}{6} \cdot x^4 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \right\}$$

dove, con riferimento alla figura i parametri valgono:

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$\rho = 2b$$

$$x = \frac{a_2 - a_1}{2b}$$

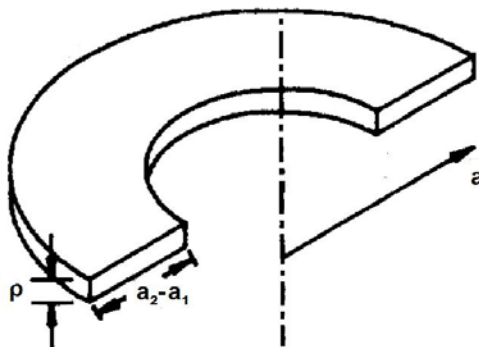


Figura 2.5 [8]

In questo caso si ha fatto riferimento ad un toro massiccio a sezione rettangolare ed è sempre stato imposto $N = 1$.

2.3.2. Mutua induttanza

Il fenomeno della mutua induzione si presenta fra due circuiti elettricamente separati quando il campo generato da uno esercita una forza elettromotrice sull'altro e viceversa.

Il coefficiente di mutua induzione, nel caso di due filamenti circolari coassiali e di spessore trascurabile e numero di spire N_1 e N_2 , può essere determinato dalla formula di Maxwell:

$$M = \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \sqrt{a \cdot b} \cdot \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) \cdot K(k) - \frac{2}{k} \cdot E(k) \right]$$

dove:

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot a \cdot b}{D^2 + (a+b)^2}}$$

$K(k)$ = Integrale ellittico di prima specie di ordine k

$E(k)$ = Integrale ellittico di seconda specie di ordine k

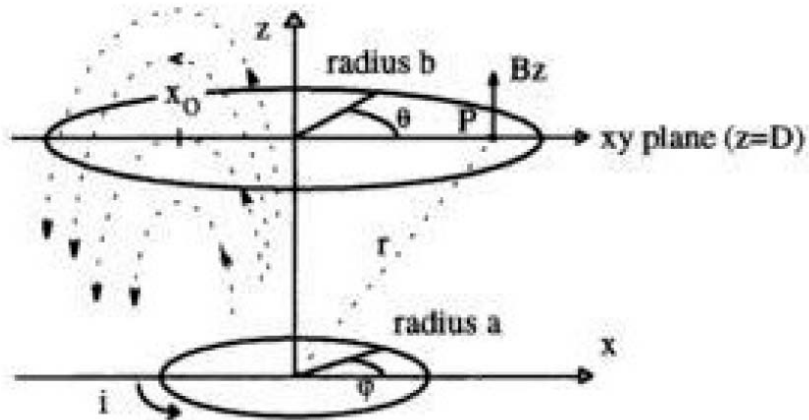


Figura 2.6- Bobine circolari coassiali di sezione infinitesima [8]

Se invece vogliamo calcolare la mutua induttanza fra due bobine coassiali toroidali (massicce o a N spire) a sezione rettangolare, come in figura, dobbiamo ricorrere alla formula di Lyle o dei filamenti equivalenti.

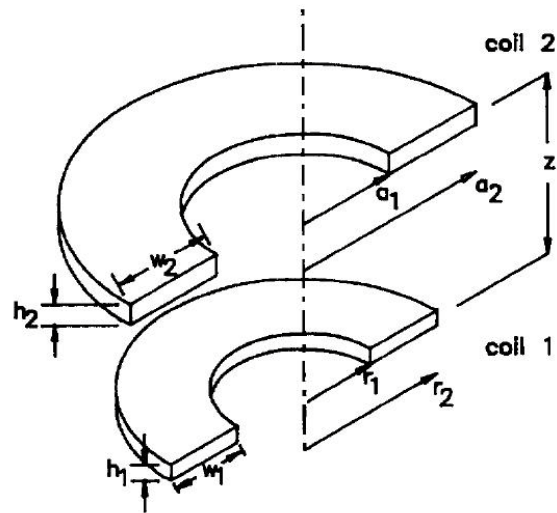


Figura 2.7- Bobine coassiali a sezione rettangolare [9]

Ciascuna delle sezione interessate viene divisa a metà, avremo così quattro porzioni risultanti le quali vengono sostituite da un filamento, che però non è posizionato al centro della sezione. Le coordinate geometriche dei filamenti risultano:

$$r_1 = a \cdot \left(1 + \frac{c_1^2}{24a^2} \right) \quad \beta = \sqrt{\frac{b_1^2 - c_1^2}{12}}$$

$$r_2 = A \cdot \left(1 + \frac{b_2^2}{24A^2} \right) \quad \delta = \sqrt{\frac{c_2^2 - b_2^2}{12}}$$

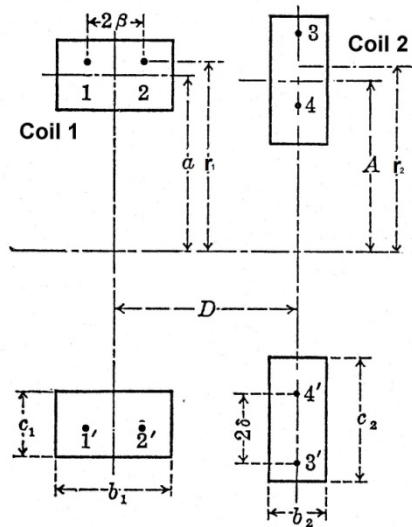


Figura 2.8- Suddivisione di Lyle [9]

Applicando la formula di Maxwell si determinano quattro coefficienti parziali di mutua induzione $M_{11'-33'}$, $M_{11'-44'}$, $M_{22'-33'}$ e $M_{22'-44'}$, ed il valore complessivo sarà dato dalla media aritmetica:

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2}{4} \cdot \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 M_{ii'-jj'}$$

Per poter applicare questo metodo è necessario che la corrente sia uniformemente distribuita nelle due sezioni in, pertanto prima dobbiamo verificare che le dimensioni geometriche degli elementi siano trascurabili rispetto allo spessore di penetrazione δ :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega \cdot \mu}}$$

Nel caso in cui questo non sia verificato e anche quando gli avvolgimenti o le sezioni toroidali in esame abbiano ridotto raggio interno ed esterno, si può usare il metodo Akyel-Babic. Questo prevede la suddivisione delle sezioni in esame in un consistente numero di celle, e nella successiva determinazione di vari coefficienti parziali di mutua induzione mediante la formula di Maxwell. Dopo di che viene calcolata la media aritmetica per ricavare il valore complessivo del coefficiente di mutua induzione.

Questo metodo è un'estensione del metodo di Lyle, nel quale i filamenti equivalenti sono posizionati al centro di ciascun settore.

La formulazione matematica, con riferimento alla figura 2.9 sarà la seguente:

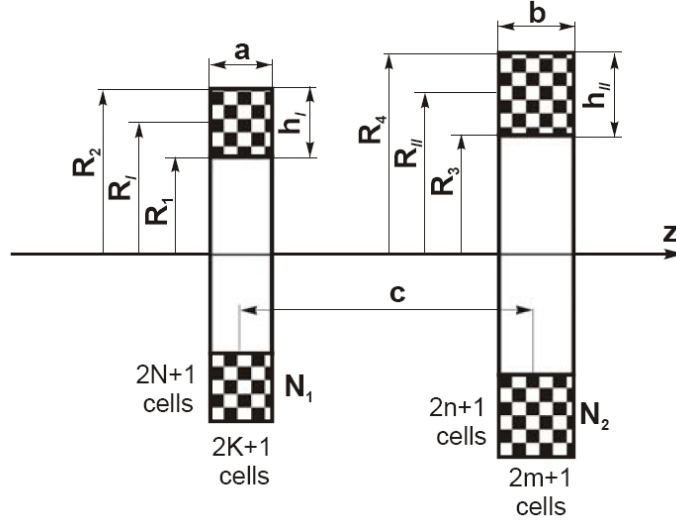


Figura 2.9- Suddivisione di Aykel-Babic [11]

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \sum_{g=-K}^{g=K} \sum_{h=-N}^{h=+N} \sum_{p=-m}^{p=+m} \sum_{l=-n}^{l=+n} M_{g,h,p,l}}{(2K+1) \cdot (2N+1) \cdot (2m+1) \cdot (2n+1)}$$

$$M_{(g,h,p,l)} = \frac{\mu_0 \cdot \sqrt{R_{11}(h) \cdot R_{22}(l)}}{k} \cdot [(2-k^2) \cdot K(k) - 2 \cdot E(k)]$$

$$R_{11}(h) = R_I + \frac{h_I}{2N+1} \cdot h$$

$$R_{22}(l) = R_{II} + \frac{h_{II}}{2n+1} \cdot l$$

$$h = -N, \dots, 0, \dots, +N$$

$$l = -n, \dots, 0, \dots, +n$$

$$R_I = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

$$R_{II} = \frac{R_3 + R_4}{2}$$

$$h_I = R_2 - R_1$$

$$h_{II} = R_4 - R_3$$

$$z_{(g,p)} = c - \frac{a}{(2K+1)} \cdot g + \frac{b}{(2m+1)} \cdot p$$

$$g = -K, \dots, 0, \dots, +K$$

$$p = -m, \dots, 0, \dots, +m$$

Dove:

$$k_{(g,h,p,l)} = \sqrt{\frac{4 \cdot R_{11}(h) \cdot R_{22}(l)}{[R_{11}(h) + R_{22}(l)]^2 + z_{(g,p)}^2}}$$

$K(k)$ = Integrale ellittico di prima specie di ordine k

$E(k)$ = Integrale ellittico di seconda specie di ordine k

Questo metodo fornisce buoni risultati anche con un numero limitato di suddivisioni, ma ha il limite che all'aumentare delle celle impostate, il risultato migliora di poco.

Nelle routine in Matlab® è stata implementata una procedura che attiva la modalità di calcolo Akyel-Babic quando necessario, dove si applica in cascata la formula Lyle per ogni cella. Questo consente il raggiungimento di precisioni molto elevate con poche suddivisioni delle sezioni impostate.

2.3.3 Resistenza

Dato che nel riscaldamento ad induzione di sistemi induttori-carico assial-simmetrici è noto che la corrente nell'asse è nulla, possiamo usare la formula approssimata della resistenza data dalla seguente espressione:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{\rho \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)}{h \cdot (r_2 - r_1)} \rightarrow R = \frac{\pi\rho}{h} \cdot \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

dove si è considerato un anello a raggio di curvatura infinito che degenera in un parallelepipedo, con distanza dall'asse pari al valore intermedio tra r_1 e r_2 .

Questa formulazione introduce un errore nei calcoli che però è praticamente trascurabile (4%) già quando $r_2=2r_1$, ossia già nel secondo anello in cui viene suddiviso il carico nel caso di suddivisione lineare.

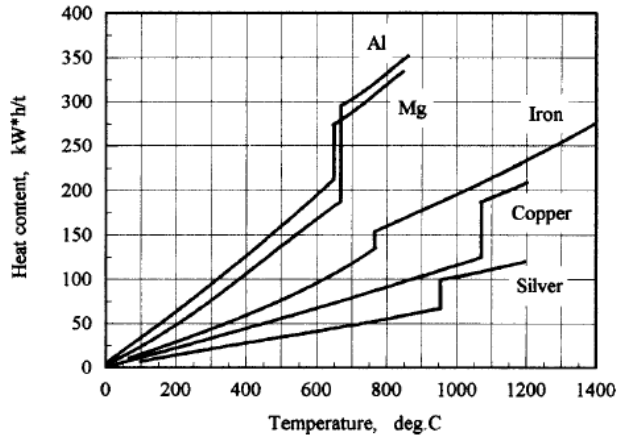
Capitolo 3

3. ESEMPIO DI CALCOLO

In seguito si riporta il calcolo di un sistema ad induzione per il riscaldamento di billette in alluminio.

3.1 Calcolo analitico

frequenza	50 Hz
metallo	alluminio puro commerciale
produzione oraria	2,25 t/h
aumento medio di temperatura $\Delta\theta$	470 (da 20°C a 490°C)
massima differenza $\theta_s - \theta_a$	40 K
massa di ogni billetta	25 kg
lunghezza della billette	500 mm
diametro delle billette	150 mm
energia teorica necessaria per riscaldare a circa 510°C una tonnellata di Alluminio	145 kWh/t



3.1- Energia teorica necessaria per riscaldare una tonnellata di materiale [5]

conducibilità termica media

218 W/mK

resistività media tra 20°C e 490°C:

$$\rho_{20} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ } [\Omega\text{m}]$$

$$\rho_{490} = 8,9 \times 10^{-8} \text{ } [\Omega\text{m}]$$

$$\rho_m = 5,35 \text{ } [\mu\Omega\text{cm}]$$

Potenza termica.-

$$P_t = 2,25 \times 145 = 326 \text{ } [\text{kW}]$$

Perdite termiche medie per irraggiamento libero dalla superficie della billetta tra 20°C e 490°C:

$$P'_{im} = \frac{5.67}{10^8} \varepsilon \frac{1}{5} \left[\frac{\theta_s^5 - \theta_a^5}{\theta_s - \theta_a} \right]$$

dove ε = coefficiente di emissività della superficie pari a 0.3 per una superficie normale di un pezzo di alluminio commerciale;

$$\Theta_c = 20 + 273 = 293 \text{ } \text{K}$$

$$\Theta_a = 490 + 273 = 763 \text{ } \text{K}$$

$$p_{im} = 5,76 \cdot 10^{-8} \frac{0,3}{5} \left[\frac{763^5 - 293^5}{763 - 293} \right] = 2 \text{ } [\text{kW}/\text{m}^2]$$

Tenuto conto dell'isolamento termico interposto fra induttore e carico, supponiamo una perdita per irraggiamento superficiale pari a :

$$p_{im} \approx 1.5 \text{ } [\text{kW}/\text{m}^2]$$

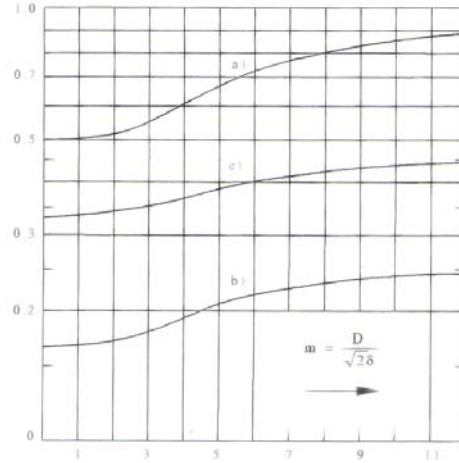
Dalle equazioni (5-73) delle dispense [4] la potenza specifica utile sarà data dalla relazione:

$$P_{ue} = \frac{4\pi k}{F(m)} (\theta_s - \theta_a) = \frac{4\pi 218}{0,75} (40) = 146 \text{ } \text{kW}/\text{m}$$

Essendo lo spessore di penetrazione

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2(5,35 \cdot 10^{-8})}{(2\pi 50)(4\pi 10^{-7})}} = 1,64 \text{ [cm]}$$

$$m = \frac{D}{\sqrt{2}\delta} = \frac{0,15}{\sqrt{2} \cdot 0,0164} = 6,47$$



e dalla figura (3.3) riportata dalle dispense [4],

$$F(m) \approx 0,75$$

Figura 3.3- Valori delle funzioni $F(m)$ curva a; $F'(m)$ curva b; $F''(m)$ curva c, in funzione di m [4]

- Perdite per irraggiamento per metro di lunghezza:

$$P_{in} = \pi \cdot D \cdot l \cdot P_{im} = \pi \cdot 0,15 \cdot 1 \cdot 1,5 = 0,71 \text{ [kW/m]}$$

- La potenza persa per irraggiamento appena calcolata è praticamente trascurabile ai fini dell'aumento di temperatura; comunque dall'equazioni 5.74 delle dispense [4] risulta:

$$P_u^* = P_{ue} - P_{in} = 146 - 0,71 \approx 145,3 \text{ [kW/m]}$$

- Il tempo di riscaldamento dalle equazioni 5.74 della dispensa [4]:

$$t = x^2 \frac{\pi \cdot c \cdot \gamma}{P_u^*} \vartheta_s [1 - \epsilon F''(m)] = 0,075^2 \frac{\pi \cdot 2,7 \cdot 10^6}{1,45 \cdot 10^5} 490 [1 - 0,08 \cdot 0,4] \approx 156 \text{ [sec]}$$

con

$$\epsilon = \frac{\vartheta_s - \vartheta_a}{\vartheta_s} = \frac{40}{500} = 0,08 \quad \text{scarto di temperatura relativo, riferito a quella superficiale,}$$

$$F''(m) \approx 0,4 \quad \text{(dalla figura 3.3)}$$

- Potenza specifica P_o

$$P_o = \frac{P_u^*}{2\pi R} = \frac{145300}{2\pi 0,075} = 3,08 \cdot 10^5 \left[\frac{W}{m^2} \right] \approx 31 \text{ [W/cm}^2\text{]}$$

In un'ora si avranno $3600/156 \approx 23$ riscaldamenti.

Essendo ogni biglietto di 25 kg, sarebbero riscaldate $23 \times 25 = 575$ [kg]

Per cui, per ottenere la produzione oraria di 2,25 t/h, si devono riscaldare ad ogni riscaldamento

$$N^{\circ} \text{ di billette riscaldate} = \frac{2250}{575} = 3,9$$

Supponiamo di riscaldare quattro billette assieme nella bobina, ognuna di 25 kg.

Stima delle dimensioni della bobina.- Le dimensioni e il diametro interno di una bobina per riscaldamento ad induzione generalmente dipendono dal peso, dalla temperatura della billetta e dalle tolleranze dimensionali. In questo caso, possiamo fare riferimento alla tabella in letteratura [4] che ci da un'indicazione sui diametri delle bobine per riscaldamento ad induzione. Questa tabella ci indica quale deve essere lo spazio d'aria di separazione tra la dimensione interna della bobina e quella esterna del pezzo in lavorazione.

Per questo caso in cui abbiamo un diametro del pezzo di 150mm e per la frequenza di 50Hz avremo un gap d'aria raccomandabile di 25mm, cioè il diametro interno della bobina è $D_i = 175\text{mm}$.

Per riscaldare correttamente l'estremità della colonna di billette assumiamo una lunghezza di induttore $l_i = 2050 \text{ mm}$.

A questo punto dobbiamo trovare quale deve essere la alimentazione del nostro sistema.

Partiamo dalla potenza superficiale, $P_o = 31 \text{ [kW/cm}^2\text{]}$

Sapendo che la relazione per la potenza superficiale è (dalla equazione 5.23 delle dispense [4]):

$$P_o = H_o^2 \rho \sqrt{2} \frac{P}{\delta}$$

Essendo $m \approx 6,47$ possiamo ricavare i valori dei coefficienti P e Q per il calcolo delle potenze attive e reattive [4] :

$$P = 0,6268$$

$$Q = 0,7099$$

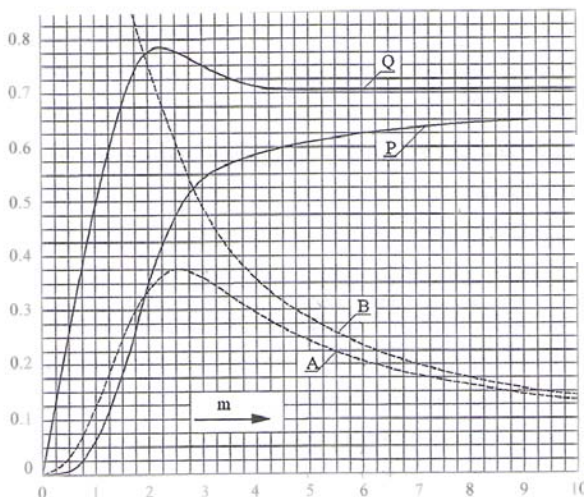


Figura 3.4- Andamenti dei coefficienti P e Q per il calcolo della G_o in funzione di m [4]

Risulta quindi:

$$H_o = \sqrt{\frac{P_o \delta}{\rho \sqrt{2P}}} = \sqrt{\frac{31 \cdot 1,64}{5,35 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{2} \cdot 0,6268}} = 3,28 \text{ [kA/cm]}$$

e dalla relazione

$$H_o = \frac{NI}{l}$$

possiamo trovare le amper-spire $N \cdot l = 3,28 \cdot 10^3 \cdot 200 = 6,56 \cdot 10^5 \text{ [A]}$

Se abbiamo 3 bobine di 5 spire ognuna, quindi $N = 15$

la corrente risulta $I = 44,8 \text{ kA}$

La reattanza dell'induttore vuoto nell'ipotesi che l'induttore e il carico siano della stessa lunghezza,

$$x_{i0} = \frac{\omega N^2 \mu_0 \pi R_i^2 \alpha^2}{l} = \frac{314 \cdot 15^2 \cdot 4\pi 10^{-9} \cdot 8,75^2 \cdot 1,16^2}{200} = 1,368 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$\text{dove } \alpha = \frac{R_i}{R} = \frac{D_i}{D} = \frac{175}{150} = 1,16$$

Impedenza equivalente Z_{ei} del carico riportata all'induttore

$$r'_c = \frac{x_{i0}}{\alpha^2} \mu A = \frac{1,368}{1,16^2} 0,1938 = 0,197 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$x'_c = \frac{x_{i0}}{\alpha^2} \mu B = \frac{1,368}{1,16^2} 0,219 = 0,221 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$\Delta x = \frac{x_{i0}}{\alpha^2} (1 - \mu B) = \frac{1,368}{1,16^2} (1 - 0,219) = 0,794 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$\dot{Z}_{e0} = r'_c + j(x_{i0} - \Delta x) = 0,197 + j(1,368 - 0,794) = 0,197 + j0,574 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$Z_{e0} = 0,607 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

Potenza attiva messa in gioco nel carico e potenza reattiva totale assorbita dal sistema:

$$P_c + j(Q_a + Q_c) = \dot{Z}_{e0} I^2 = 391,4 + j1178,4 \text{ [kW, kVar]}$$

Resistenza propria della bobina induttrice di rame a sezione rettangolare di dimensioni 130x10 [mm]

$$\rho_{cu} = 2 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$$

$$\delta_i = \sqrt{\frac{2 \rho}{\omega \mu}} = \sqrt{\frac{2(2 \times 10^{-8})}{(2\pi 50)(4\pi 10^{-7})}} = 10,06 \text{ [mm]}$$

da cui $\frac{s}{\delta_i} = \frac{10}{10,06} \approx 1$

Ricavando i valori di $A_i = 1,086$ e $B_i = 0,632$

dalla seguente tabella [4]:

s/δ_i	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,57	1,75	2,00	3,00	5,00	10,0
A_i	4,00	2,01	1,37	1,086	0,959	0,920	0,918	0,925	0,950	0,999	1,00	1,00
B_i	0,167	0,333	0,490	0,632	0,781	0,893	0,918	0,965	1,004	1,006	1,00	1,00

Calcolo del parametro k_i :

$$k_i = \frac{l_i}{N \times h} = \frac{2050}{15 \times 130} = 1,051$$

L'impedenza equivalente Z_e del sistema induttore-carico tenendo conto della r_i e x_i

$$r_i = x_{i0} \frac{\delta_i}{R_i} A_i k_i = 1,368 \frac{1,006}{8,75} 1,086 \cdot 1,051 = 0,1796 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$x'_i = x_{i0} \frac{\delta_i}{R_i} B_i = 1,368 \frac{1,006}{8,75} 0,632 = 0,0994 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$\dot{Z}_e = \dot{Z}_{e0} + r_i + jx'_i = (0,197 + 0,1796) + j(0,574 + 0,0994) = 0,3766 + j0,6734 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

$$Z_e = 0,771 \text{ [m}\Omega\text{]}$$

Tensione di alimentazione, rendimento e fattore di potenza

$$V = Z_e I = 0,771 \cdot 44,8 \approx 34,5 \text{ [V]}$$

$$\eta_e = \frac{r'_c}{r_i + r'_c} = \frac{0,197}{0,1796 + 0,197} = 52\%$$

$$\cos \varphi = \frac{r_i + r'_c}{\sqrt{(r_i + r'_c)^2 + (x_{i0} - \Delta x)^2}} = \frac{0,1796 + 0,197}{\sqrt{(0,1796 + 0,197)^2 + (1,368 - 0,794)^2}} = 0,488$$

Capitolo 4

4. SIMULAZIONI IN ELTA

I calcoli analitici sono stati effettuati considerando costanti i parametri elettrici e termici quali la resistività e il calore specifico. Nella realtà tali parametri variano perché le proprietà dei materiali dipendono dalla temperatura.

È quindi necessario per analizzare adeguatamente il sistema di induzione considerare che:

- i parametri variano con la temperatura;
- l'alimentazione si può fare a corrente impressa, a tensione costante oppure a potenza costante.

Il software ELTA è un programma per l'analisi elettrotermica di sistemi di riscaldamento ad induzione che considera le variabilità dei suddetti parametri.

In seguito si riportano i risultati ottenuti con ELTA considerando 3 casi di alimentazione:

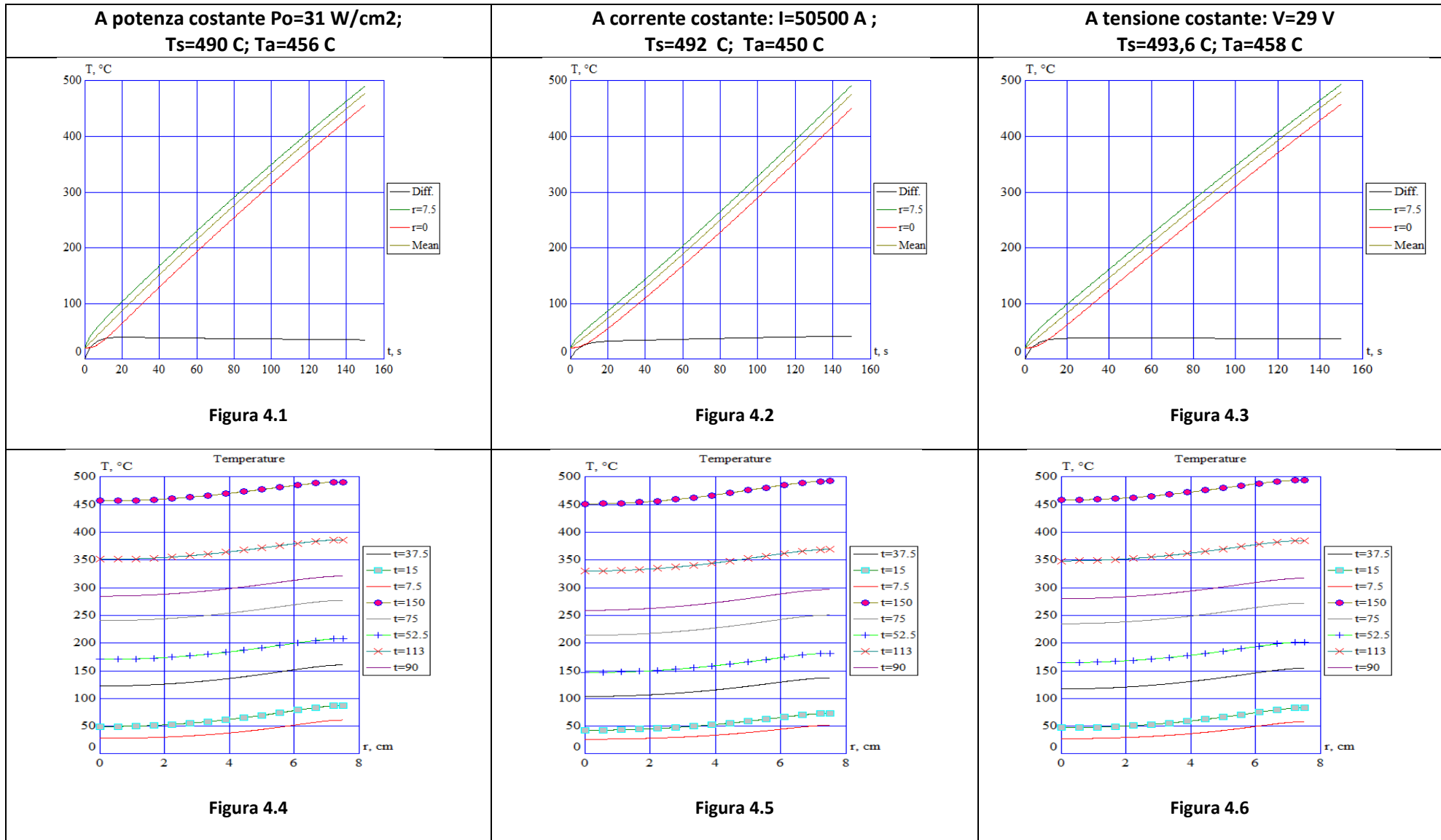
1. a potenza costante $P_o = 31 \text{ W/cm}^2$, come ricavato dal calcolo analitico;
2. a corrente costante $I = 50,5 \text{ kA}$, valore scelto per tentativi in modo da realizzare il riscaldamento fino alla temperatura di 490°C con una differenza fra superficie ed asse minore di 40°C ;
3. a tensione costante $V = 29 \text{ V}$, tale da realizzare le medesime condizioni indicate in 2.

Dai risultati ottenuti si osserva lo seguente:

- Dalla figura 4.1 del transitorio termico con alimentazione a potenza costante vediamo che il tempo di riscaldamento è minore del valore trovato analiticamente (156 sec). Lo stesso vale per l'alimentazione a corrente costante (fig. 4.2) e a tensione costante (fig. 4.3). Il tempo di riscaldamento in tutti i tre casi risulta di 150 sec e la differenza di temperatura fra superficie e asse è sempre minore dei 40°C richiesti.
- Dalla figura 4.8 con alimentazione a corrente costante, possiamo verificare che il valore del campo magnetico trovato analiticamente (3,28 kA/cm) corrisponde con quello ottenuto dalla simulazione (3,14 kA/cm).

- Il campo magnetico come la corrente indotta variano durante il transitorio termico, questo perché la resistività varia con la temperatura così come lo spessore di penetrazione e quindi il parametro P (vedi equazione di P_0 a pag. 33). Per cui anche con alimentazione a corrente costante, la densità di corrente non è costante (fig. 4.14).
- In tutti i casi di alimentazione il rendimento (fig. 4.25-26-27) varia fra circa 40% e 54%; valori molto vicini al valore trovato analiticamente del 52%
- Anche il fattore di potenza che risulta dalla simulazione corrisponde con il valore del calcolo analitico di 0,48 (vedi figure 4.28-29-30).
- Le perdite nell'induttore (figura 4.44) risultano di circa di 350 kW.

Riscaldamento di billette di alluminio: D=150 mm; L=500 mm ; Induttore: Di=175 mm; Li=2250 mm; N=15 spire (10x130mm)



**A potenza costante $P_o=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

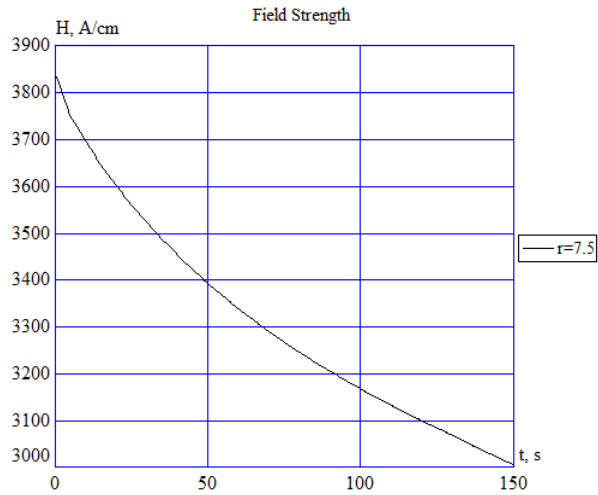


Figura 4.7

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

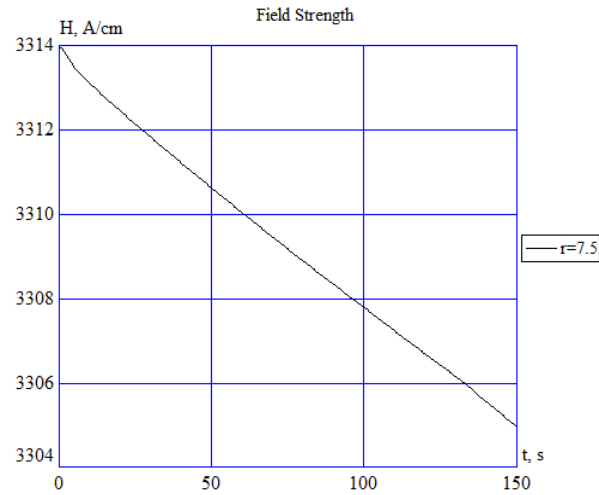


Figura 4.8

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

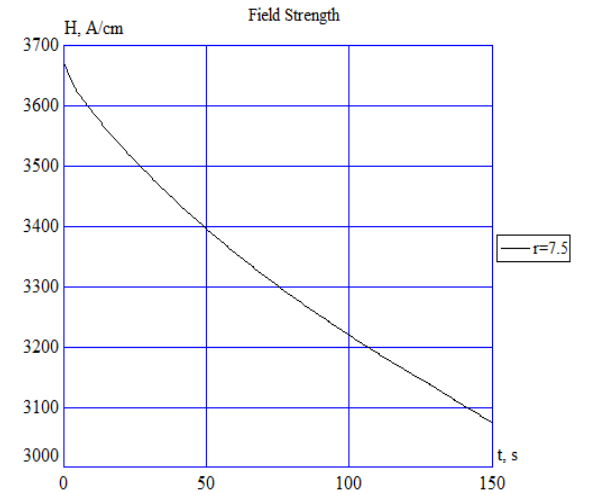


Figura 4.9

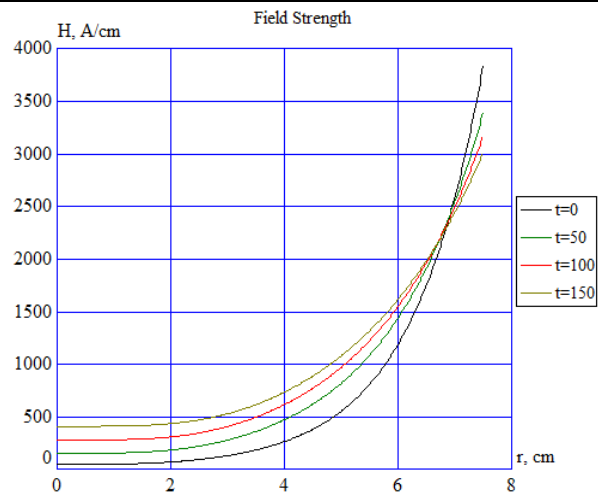


Figura 4.10

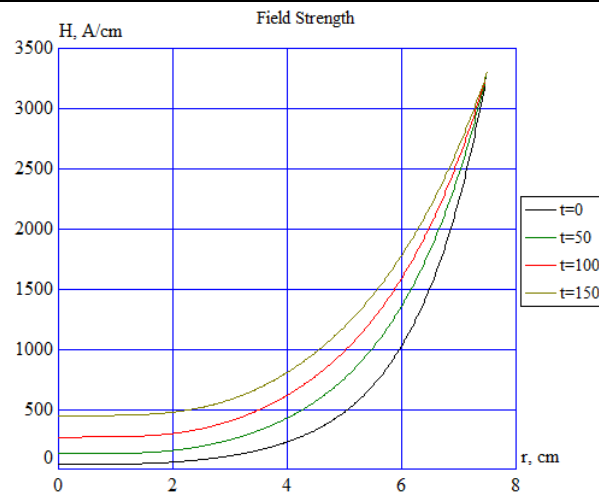


Figura 4.11

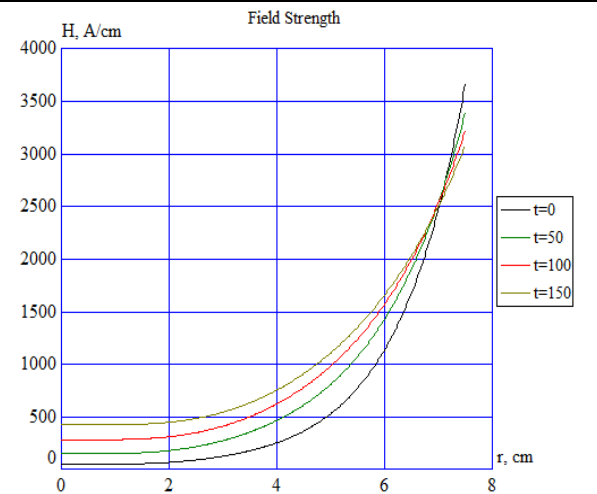


Figura 4.12

**A potenza costante $P_0=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

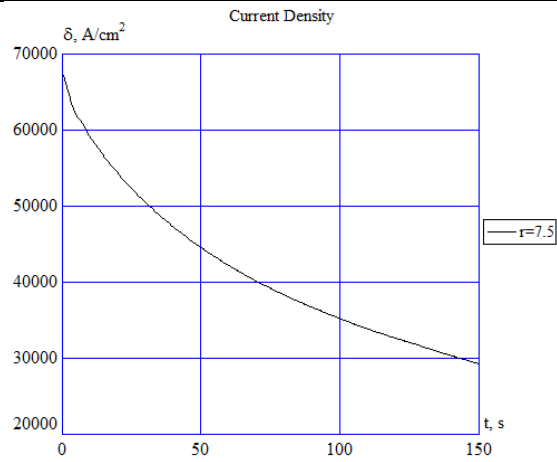


Figura 4.133

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

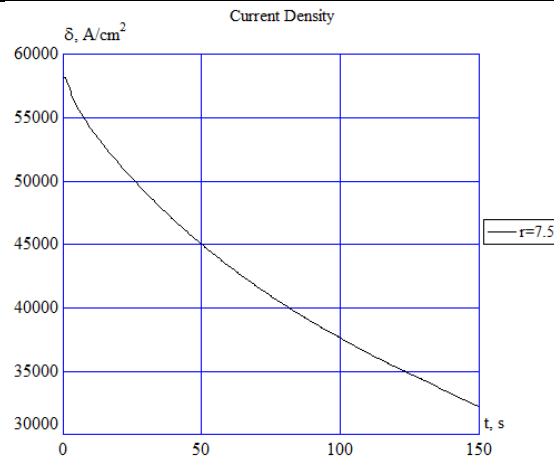


Figura 4.14

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

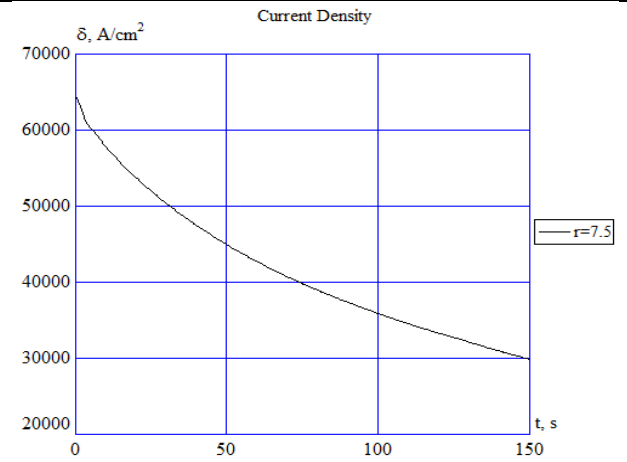


Figura 4.15

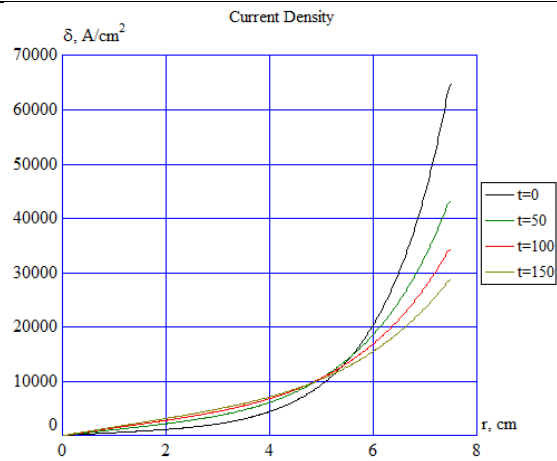


Figura 14.16

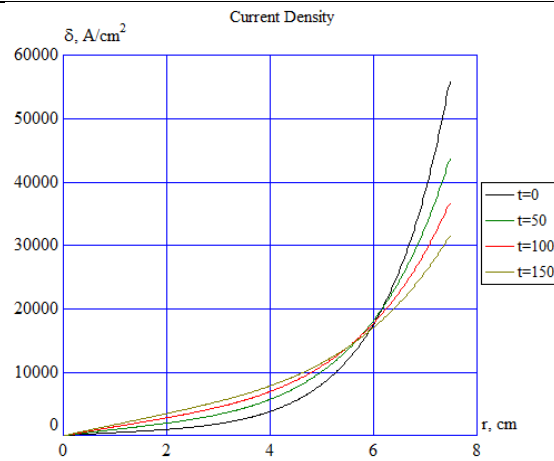


Figura 4.17

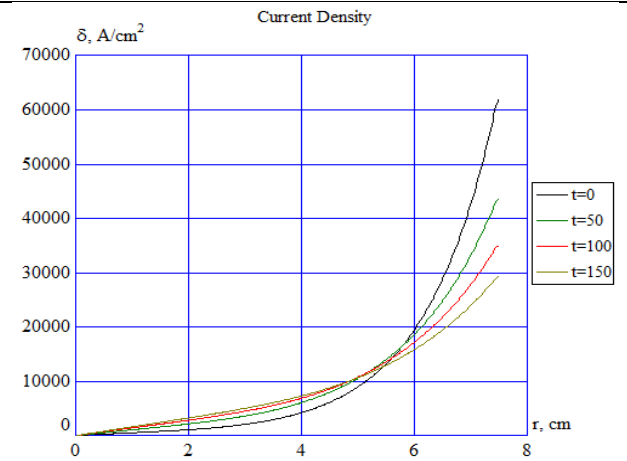


Figura 4.18

**A potenza costante $P_0=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

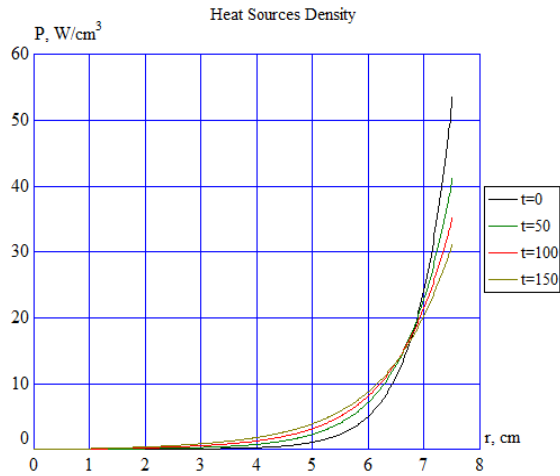


Figura 4.19

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

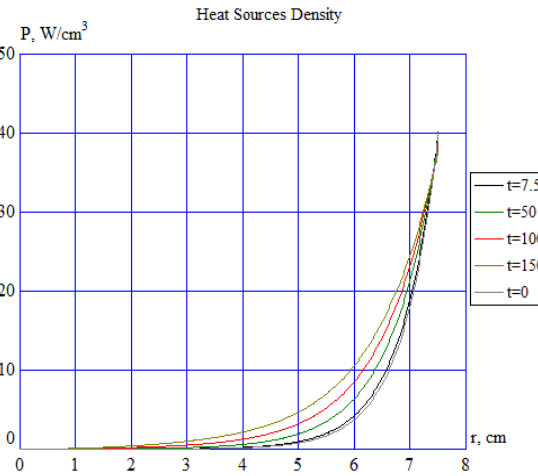


Figura 4.20

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

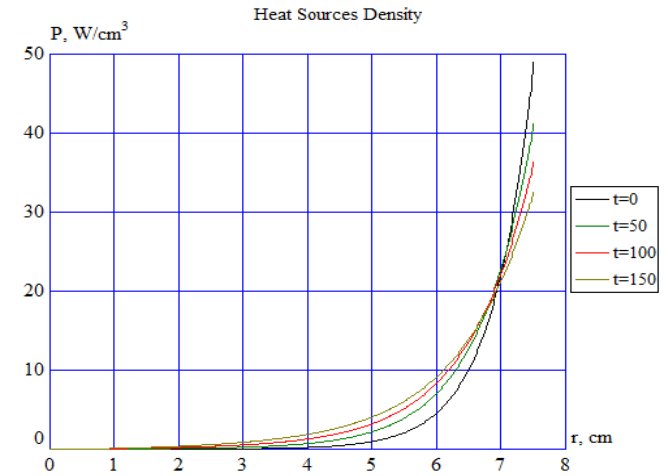


Figura 4.21

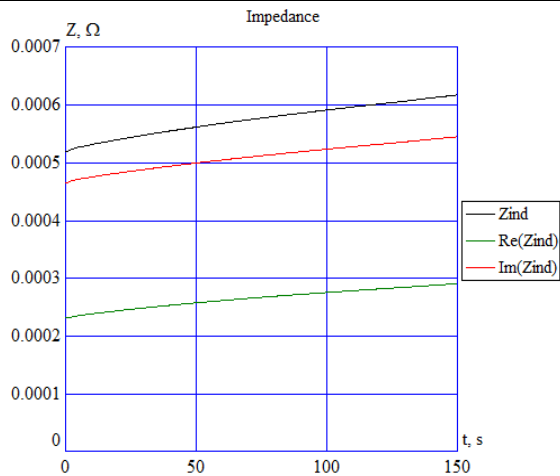


Figura 4.22

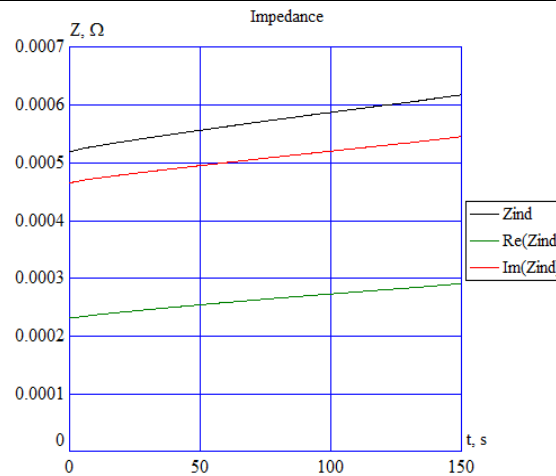


Figura 4.23

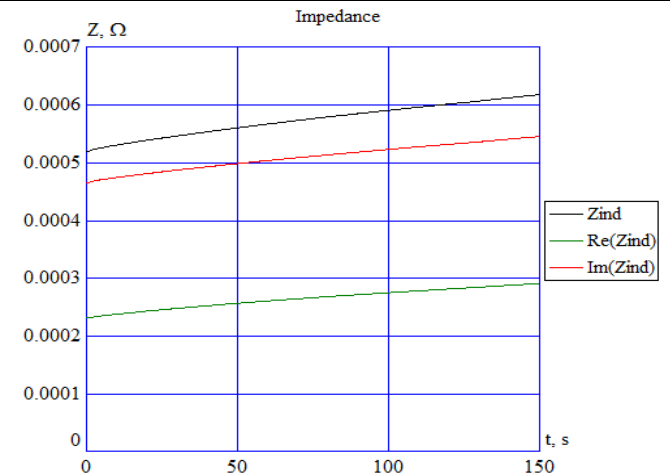


Figura 4.24

**A potenza costante $P_o=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

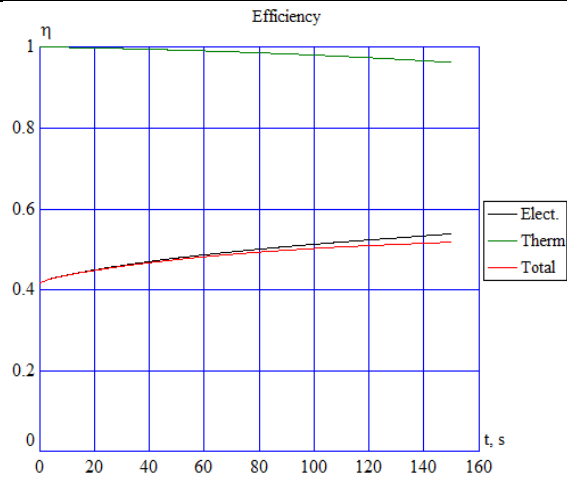


Figura 4.25

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

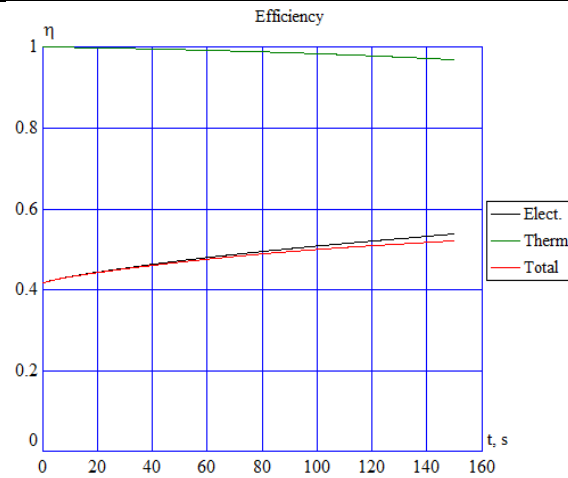


Figura 4.26

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

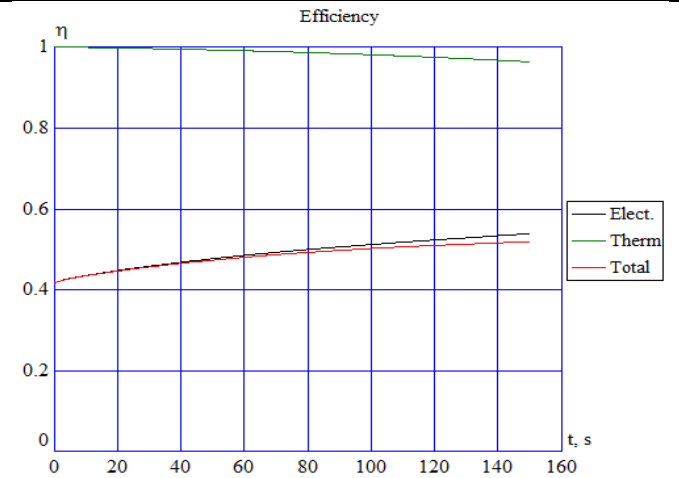


Figura 4.27

Power Factor

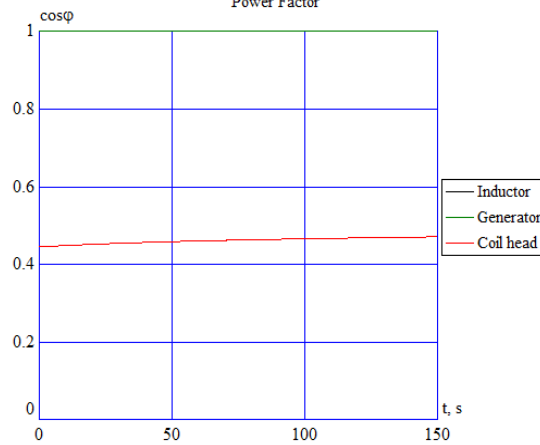


Figura 4.28

Power Factor

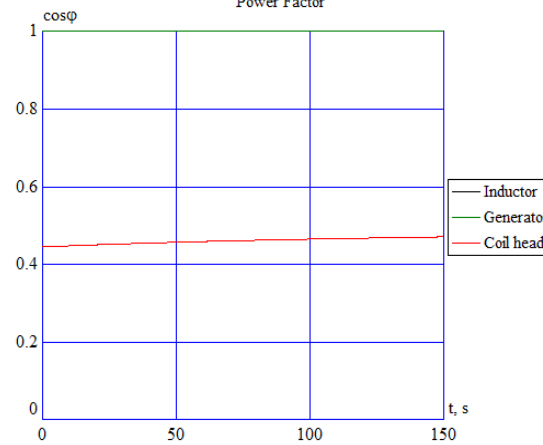


Figura 4.29

Power Factor

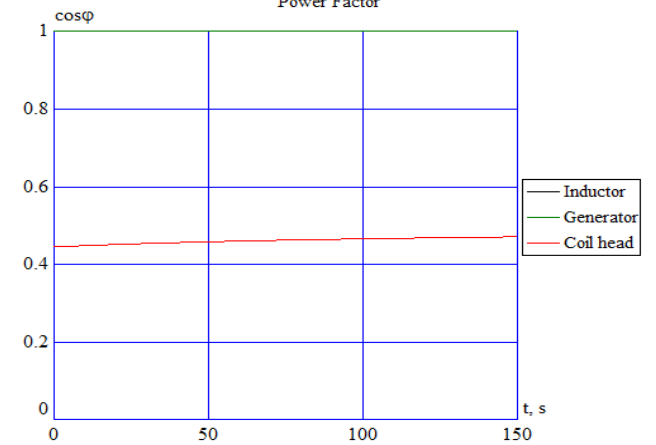


Figura 4.30

**A potenza costante $P_o=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

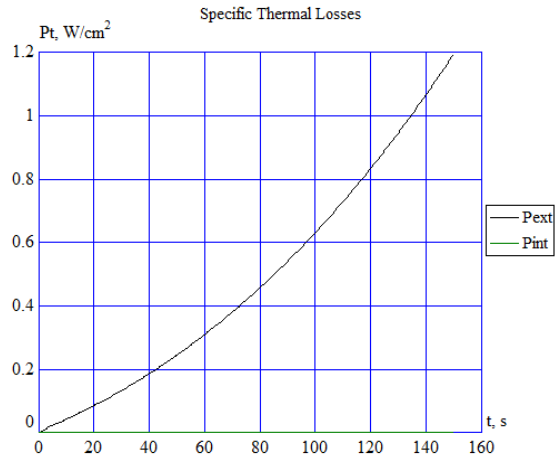


Figura 4.31

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

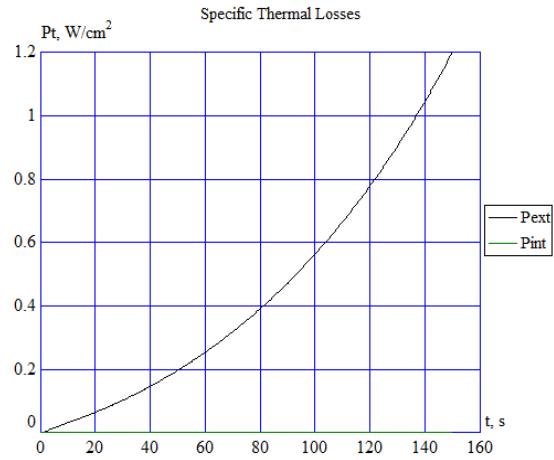


Figura 4.32

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

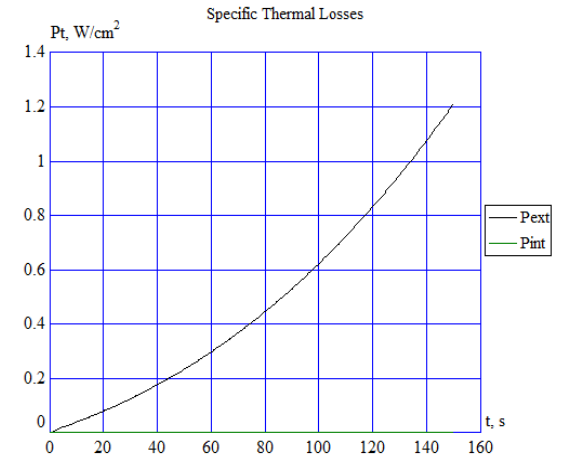


Figura 4.33

Surface Specific Power

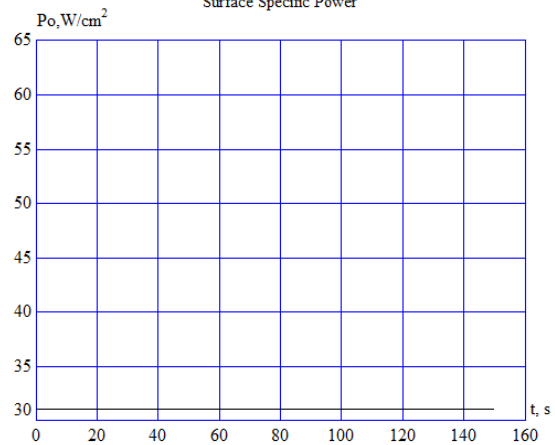


Figura 4.34

Surface Specific Power

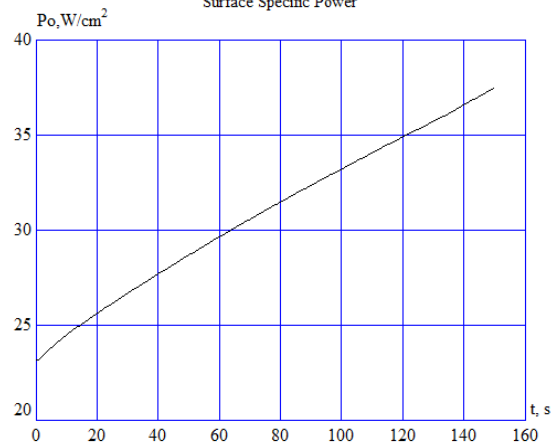


Figura 4.35

Surface Specific Power

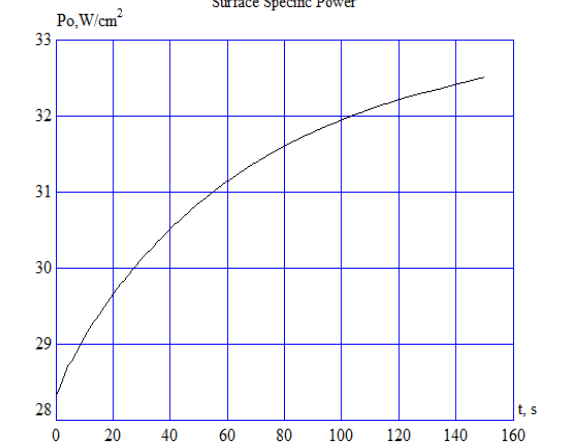


Figura 4.36

**A potenza costante $P_o=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

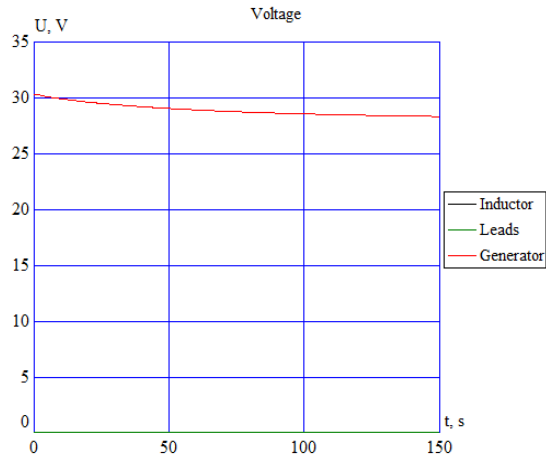


Figura 4.37

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

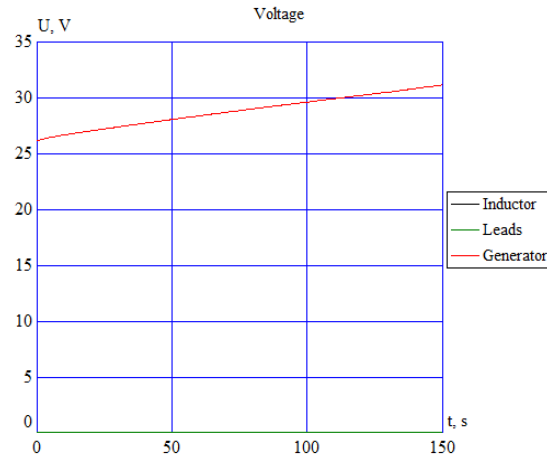


Figura 4.38

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

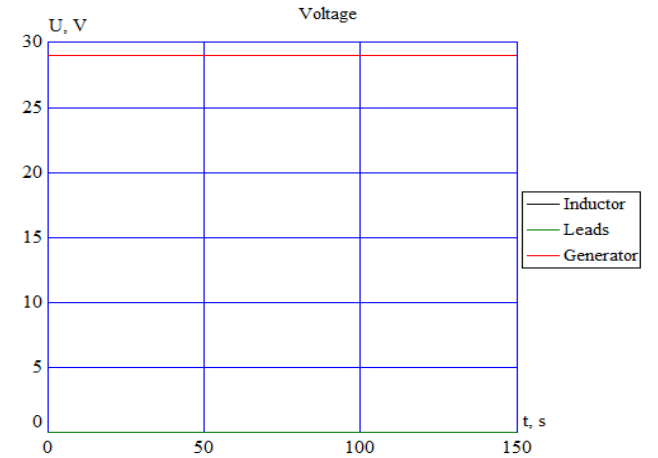


Figura 4.39

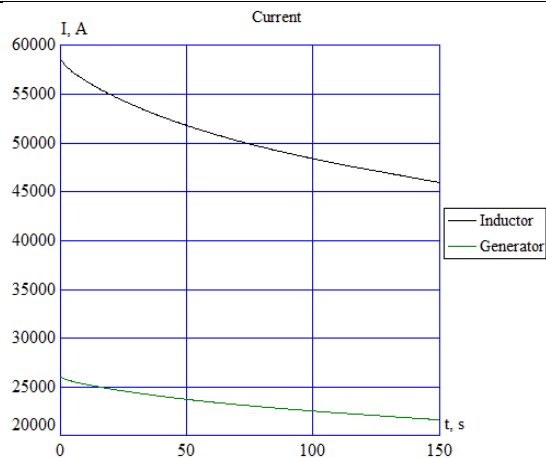


Figura 4.40

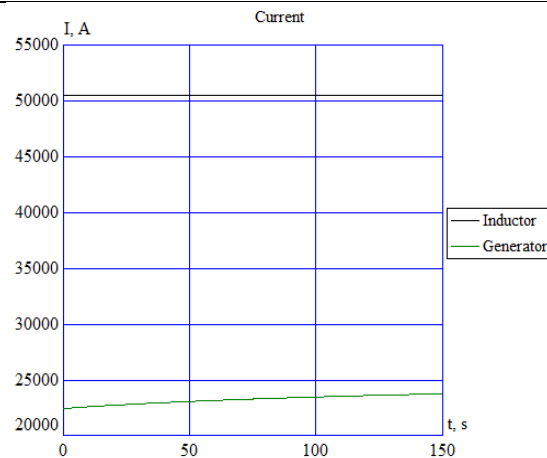


Figura 4.41

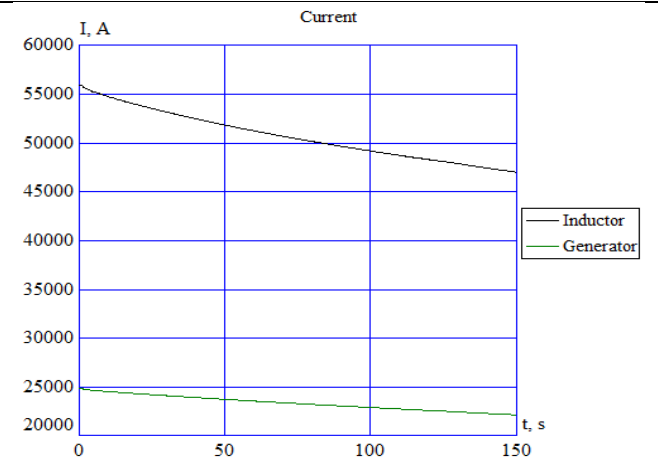


Figura 4.42

**A potenza costante $P_0=31 \text{ W/cm}^2$;
 $T_s=490 \text{ C}$; $T_a=456 \text{ C}$**

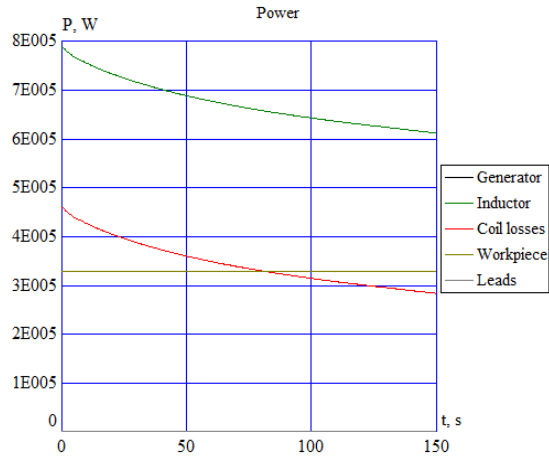


Figura 4.43

**A corrente costante $I=50500 \text{ A}$;
 $T_s=492 \text{ C}$; $T_a=450 \text{ C}$**

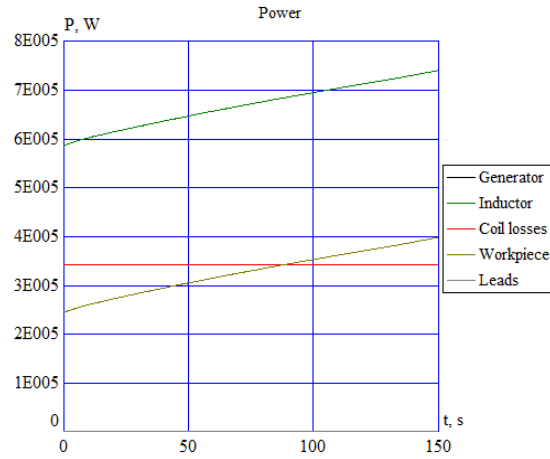


Figura 4.44

**A tensione costante: $V=29 \text{ V}$
 $T_s=493,6 \text{ C}$; $T_a=458 \text{ C}$**

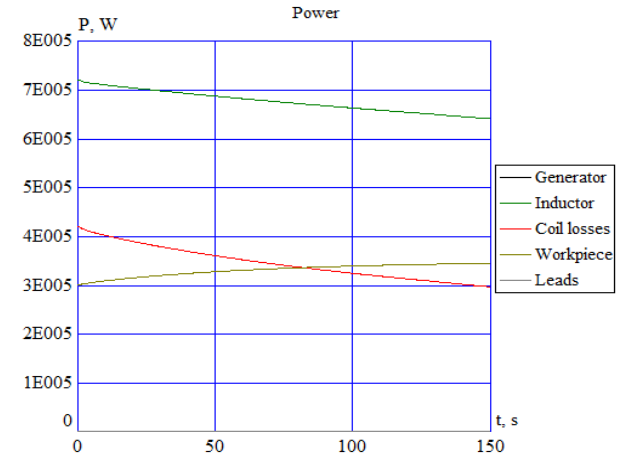


Figura 4.45

Reactive Power

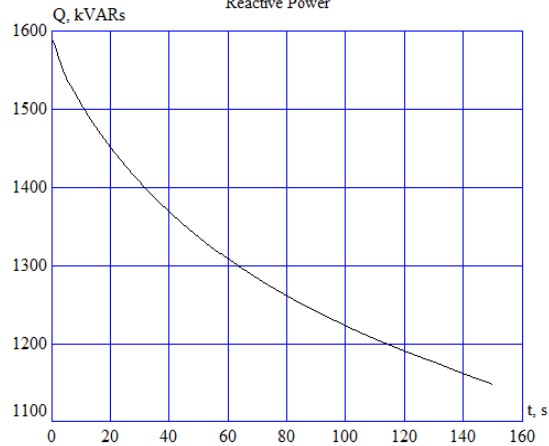


Figura 4.46

Reactive Power

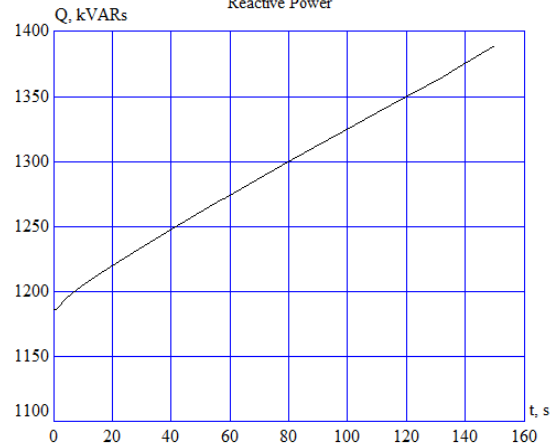


Figura 4.47

Reactive Power

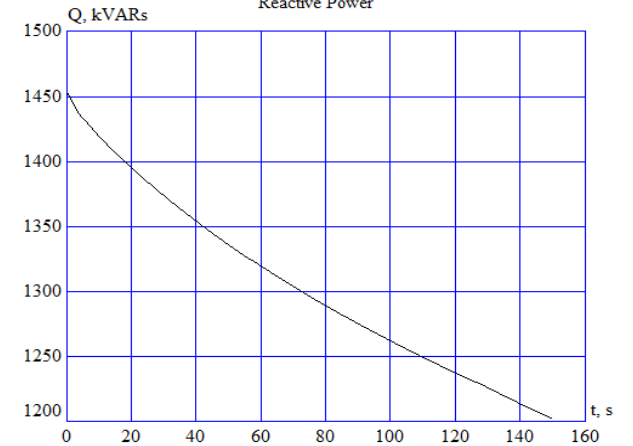


Figura 4.48

Capitolo 5

5. CALCOLI PER I CASI “Zone Control Induction Heating” (ZCIH)

Come è noto, in un sistema di riscaldamento ad induzione del tipo analizzato precedentemente si presentano normalmente gli effetti di bordo dell’induttore e del carico.

In particolare, l’effetto di bordo dell’induttore fa diminuire la potenza indotta nel carico a causa della riduzione dell’intensità del campo magnetico prodotto dalla bobina in corrispondenza della sua estremità. L’effetto di bordo del carico risulta interno alla bobina; in questo caso infatti il carico “riceve” potenza specifica superficiale sia lungo il perimetro della billetta sia sulla faccia terminale di questa.

Questi effetti sono visibili nella simulazione della figura 5.2 che fornisce la distribuzione della potenza indotta nella configurazione di figura 5.1, quando tutte le spire della bobina induttrice sono percorse dalla medesima corrente.

In particolare, all’estremità a sinistra della bobina, ove la colonna di billette si prolunga verso l’esterno, prevale l’effetto di bordo della bobina e la potenza indotta “cade” a zero all’esterno della bobina.

Al contrario, all’estremità a destra della configurazione, ove il bordo della bobina risulta esterno al bordo della billetta, prevale l’effetto di bordo del carico e la potenza indotta presenta un picco, che da luogo ad un sovra riscaldamento della billetta.

Il metodo “Zone Control Induction Heating” (ZCIH) propone una soluzione valida per diminuire questi fenomeni. Esso prevede il controllo autonomo dell’ampiezza e della fase delle correnti circolanti in ciascuna bobina e consente di ottimizzare la distribuzione delle correnti e potenze indotte. Per fare ciò carico e induttore vengono suddivisi in anelli toroidali per i quali si può rappresentare il sistema bobina-carico come un trasformatore equivalente.

Nel caso specifico delle billette, la relativa vicinanza fra bobina ed elemento da scaldare impedisce una decisa azione in tal senso, come invece risulta possibile nel caso dei dischi. Rimane comunque possibile ridurre l’effetto di bordo come si riporta nelle pagine successive.

5.1 Analisi del caso non ottimizzato

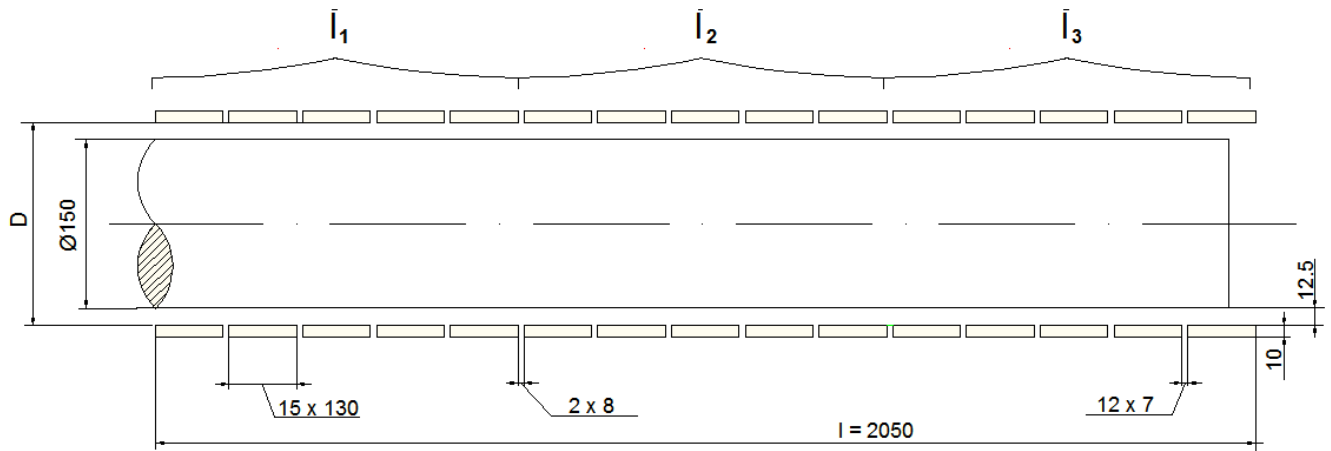


Figura 5.1

Carico:

4 billette in alluminio di resistività $\rho = 5.35 \mu\Omega\text{cm}$

raggio di ogni billetta $r = 150 \text{ mm}$

altezza di ogni billetta $h = 500 \text{ mm}$

altezza totale delle 4 billette $h_t = 2000 \text{ mm}$

Induttore:

3 bobine equidistanti di 5 spire ognuna

dimensione delle bobine $b \times h = 130 \times 10 \text{ mm}$

distanza fra le spire 7 mm

distanza fra le bobine 8 mm

resistività $\rho = 2 \mu\Omega\text{cm}$

frequenza di lavoro $f = 50 \text{ Hz}$

Dai calcoli fatti risulta:

$$I = 44.8 \text{ kA}$$

$$\phi = 0^\circ$$

Si ottiene la seguente distribuzione della potenza indotta prendendo come parametro il raggio della billetta.

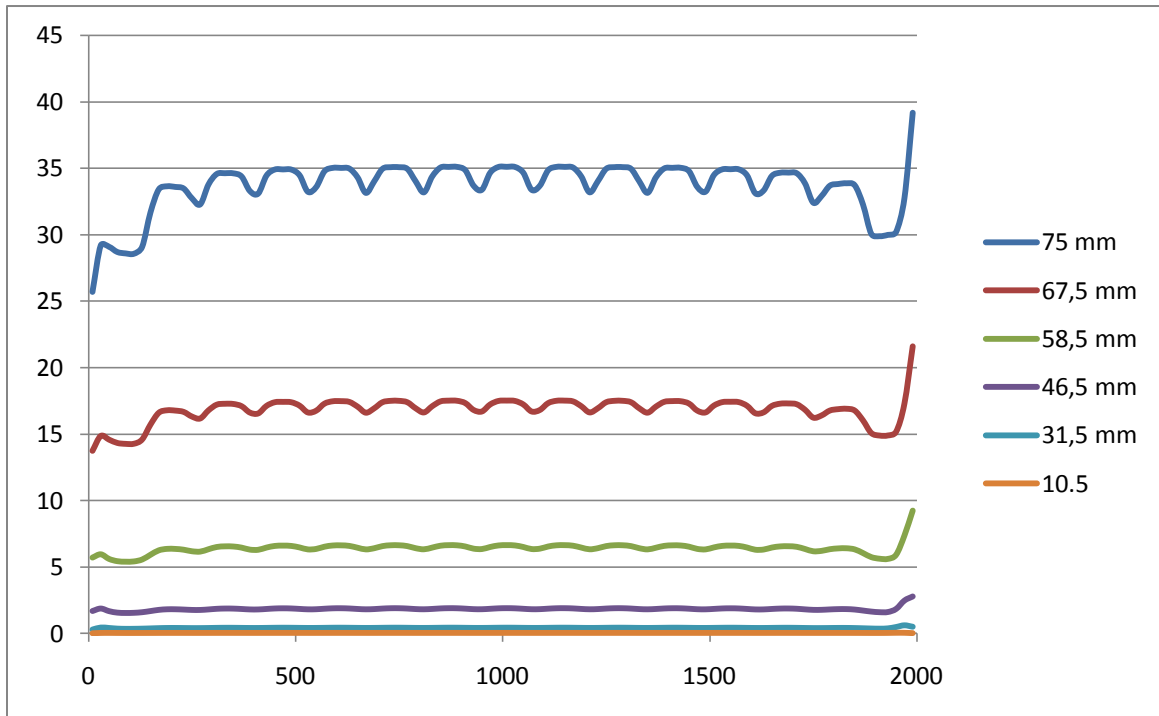


Figura 5.2.- Distribuzione della potenza specifica a diverse distanze dalla superficie

Essendo la corrente la stessa in tutte le spire, nella parte centrale del carico si ha una distribuzione abbastanza uniforme della potenza indotta, Nella parte finale, come era atteso, essendo l'induttore più lungo del carico, si ha un effetto di bordo molto marcato e la potenza specifica indotta raggiunge valori molto elevati.

Le ondulazioni che si presentano corrispondono alle porzioni di superficie direttamente affacciate alle spire dell'induttore e invece i punti di minimo si hanno in corrispondenza degli spazi tra le spire.

Potenza assorbita complessiva = 735,34 kW

Potenza dissipata nella billetta = 387,59 kW

Potenza dissipata negli avvolgimenti = 347,75 kW

Rendimento elettrico percentuale = 51,42 %

Potenza specifica media indotta nel disco = 4,55 W/cm³

Potenza reattiva complessivamente messa in gioco = 1184,4 kVAr

I valori accertati si dimostrano coerenti sia con quelli ottenuti analiticamente che con quelli ottenuti attraverso la simulazione con il software ELTA.

5.2 Ottimizzazione

Nel sistema di riscaldamento a zone ZCIH, l'obiettivo di una procedura di ottimizzazione è quello di ottenere una distribuzione prefissata della potenza indotta nel carico, tipicamente lungo una coordinata assiale o radiale, oppure un qualunque altro profilo desiderato.

Al fine di ottenere questo risultato, è stata implementata una procedura per il software Matlab® che è in grado di calcolare modulo e fase delle correnti da imporre nelle spire dell'induttore.

In un sistema per riscaldamento ad induzione a geometria assial-simmetrica (r, z, φ) , la densità di corrente $\vec{G}_i(r, z)$ in ciascun punto del carico dipende, fra l'altro, dal valore assunto dal vettore X delle correnti che percorrono le bobine, definito dalle loro ampiezze e fasi:

$$X = [I_1, I_2, \dots, I_k, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k] \quad \text{con } k = \text{numero di bobine indipendenti}$$

Definendo w_{ci} la densità di potenza indotta calcolata in m punti lungo un percorso definito sul carico (ad esempio, lungo una coordinata assiale o radiale), e w_{oi} il valore desiderato negli stessi punti, lo scarto quadratico medio σ fra i valori calcolati e quelli desiderati è:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (w_{ci} - w_{oi})^2}$$

La procedura di ottimizzazione cerca di minimizzare il valore dello scarto quadratico medio, che diviene quindi la funzione obiettivo del presente problema. Dal punto di vista operativo, quest'ultima diventa funzione di $(2k - 2)$ variabili. La fase della prima corrente viene fissata a valore nullo, mentre l'ampiezza della stessa è prefissata. Successivamente essa viene scalata di un fattore proporzionale considerando la dipendenza quadratica della potenza dalle correnti.

Il codice di ottimizzazione utilizzato ricorre alla funzione "fminsearch" di Matlab®, basato sull'algoritmo di Nelder-Mead. Tale algoritmo, pubblicato per la prima volta nel 1965, è largamente utilizzato nei metodi di ricerca diretti alla minimizzazione di funzioni scalari a più variabili. Ciò nonostante, ad oggi non è ancora stata formalizzata una sua dimostrazione matematica.

La sua caratteristica è di ricercare il vettore delle variabili in ingresso che minimizza una funzione, detta obiettivo, senza però necessitare di informazioni sulle sue derivate. Rientra quindi nella famiglia dei metodi iterativi a ricerca diretta. Un limite di tale metodo è che, in genere, se la funzione obiettivo non presenta convessità, si possono presentare più massimi o minimi locali. Pertanto, l'algoritmo di Nelder-Mead non è in grado di distinguere fra una soluzione di ottimo locale e una soluzione di ottimo rigorosa: per questa ragione è necessario, nel procedimento di minimizzazione, definire più punti di partenza della ricerca tesa all'ottimizzazione.

Nelle pagine successive è riportata, con riferimento al caso precedentemente analizzato, l'analisi di un problema di riduzione dell'effetto di bordo mediante ottimizzazione.

5.3 Analisi del caso ottimizzato

A questo punto, sempre considerando le 3 bobine composte da 5 spire simmetriche procediamo a fare l'ottimizzazione, con potenza specifica media indotta di 5 W/cm^3 . Il codice VIM propone i seguenti valori di corrente impressa nelle 3 bobine:

$I_1 = 54,36 \text{ kA}$	$\phi_1 = 0^\circ$
$I_2 = 52,86 \text{ kA}$	$\phi_2 = -0,04^\circ$
$I_3 = 53,64 \text{ kA}$	$\phi_3 = -14,78^\circ$

Il grafico bidimensionale della potenza indotta con ottimizzazione risulta come in figura 5.3.

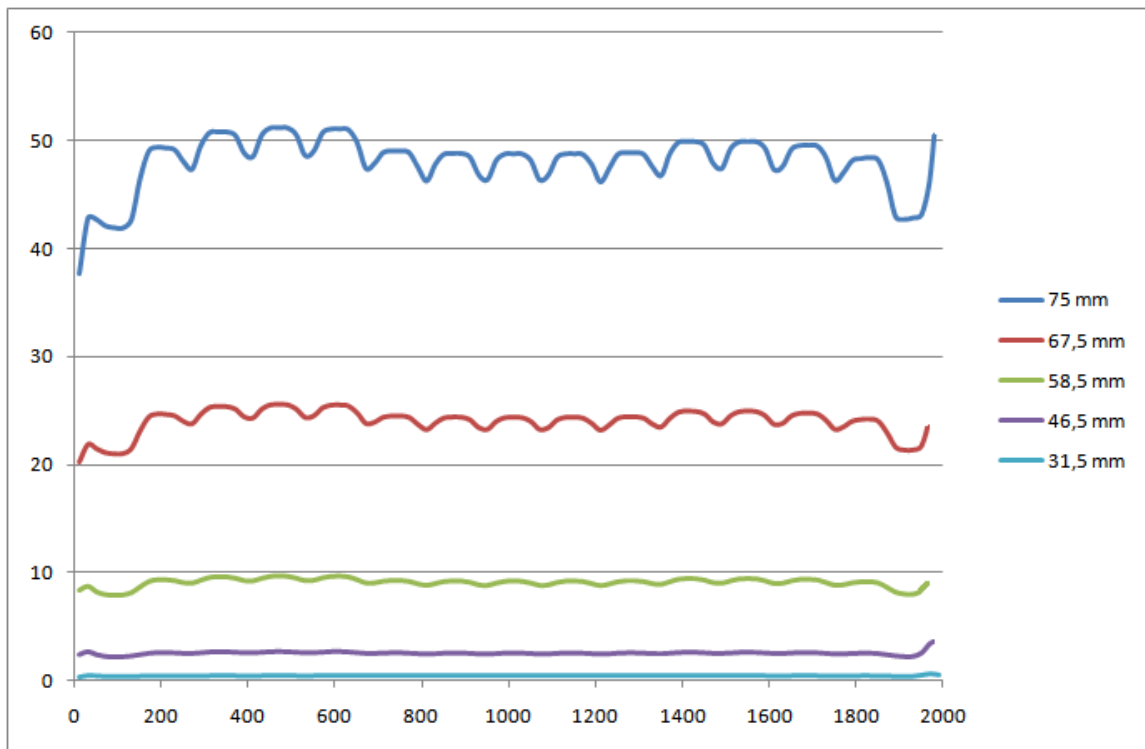


Figura 5.3.- Distribuzione della potenza specifica a diverse distanze dalla superficie

Potenza assorbita complessivamente	= 820,95 kW
Potenza dissipata nella billetta	= 413,82 kW
Potenza dissipata negli avvolgimenti	= 407,13 kW
Rendimento elettrico percentuale	= 50,40 %
Potenza reattiva complessivamente messa in gioco	= 1715,7 kVAr

Si osserva che l'effetto di bordo viene notevolmente ridotto, anche se la distribuzione della potenza specifica indotta non è del tutto omogenea. Questo si può evidenziare soprattutto sulla superficie della billetta. Dato che abbiamo soltanto 3 valori indipendenti di correnti che percorrono 5 spire ognuna, non ci sono molti gradi di libertà per poter regolare adeguatamente la distribuzione della potenza. Inoltre l'alluminio ha un valore di resistività molto piccolo il che comporta uno spessore di penetrazione (16mm) che risulta essere troppo piccolo considerando le dimensioni delle divisioni del carico (ogni cella è 20 x 3mm). E affinché il metodo VIM abbia validità è necessario che nella singola cella in cui vengono suddivisi il carico e la bobina, la densità di corrente sia localmente uniforme e questo è garantito solo a condizione che lo spessore di penetrazione sia grande rispetto alle dimensioni delle celle.

Inoltre nel caso specifico delle billette, la relativa vicinanza fra bobina ed elemento da riscaldare impedisce una decisa azione in tal senso, come invece risulta possibile nel caso dei dischi. Rimane comunque possibile ridurre l'effetto di bordo qualora il carico sia costituito da materiale a resistività più elevata, come ad esempio nel caso degli acciai inox.

Un esempio di questo tipo è riportato nel seguito. riduzione dell'effetto di bordo mediante ottimizzazione.

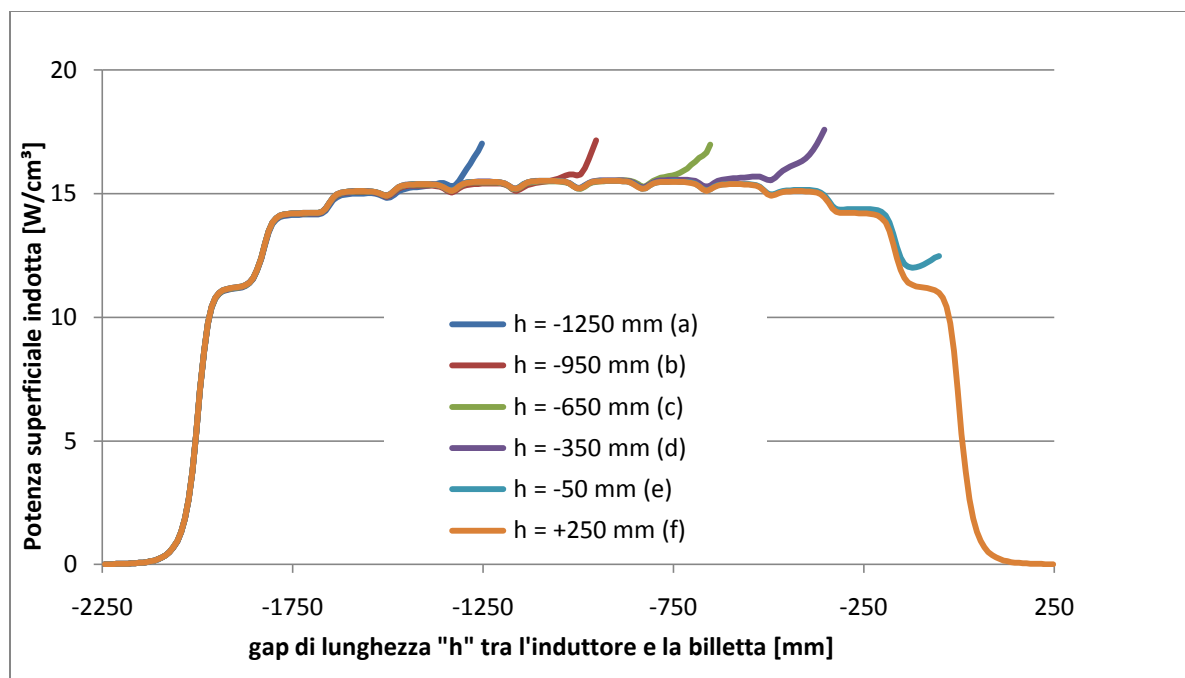


Figura 5.5

La curva (f) mostra l'andamento della distribuzione della potenza specifica indotta quando il carico è più lungo dell'induttore, mentre le altre si riferiscono a diversi valori della lunghezza del carico mantenendo lo stesso induttore.

È possibile realizzare una ottimizzazione al fine di raggiungere un profilo termico desiderato e compensare l'effetto di bordo. Per fare questo si deve alimentare con delle correnti in modulo e fase appropriate. Il codice VIM propone parametri di alimentazione riportati nella seguente tabella avendo come obiettivo una densità di potenza superficiale uniforme pari a 100W/cm^3 dopo l'asse della prima bobina ($h=-1835\text{mm}$).

	h= -50 mm	h= -350 mm	h= -650 mm	h= -950 mm	h= -1250 mm
I_1	29.0 kA	28.5 kA	28.9 kA	28.9 kA	28.9 kA
ϕ_1	0°	0°	0°	0°	0°
I_2	26.8 kA	27.0 kA	26.8 kA	26.8 kA	27.1 kA
Φ_2	-20.8°	19.0°	-17.2°	-15.2°	-15.0°
I_3	26.6 kA	26.8 kA	26.7 kA	27.0 kA	25.6 kA
Φ_3	-16.5°	29.9°	-13.7°	-11.8°	-23.1°
I_4	26.6 kA	26.8 kA	26.9 kA	24.8 kA	0
Φ_4	-19.2°	36.3°	-10.8°	-26.7°	
I_5	26.8 kA	27.1 kA	23.9 kA	0	0
Φ_5	-24.7°	39.2°	-31.9°		
I_6	28.9 kA	29.2 kA	0	0	0
Φ_6	-2.3°	-23.9°			
η	73.7%	69.8%	70.4%	69.0%	68.4%

Si ottiene la seguente distribuzione della potenza superficiale:

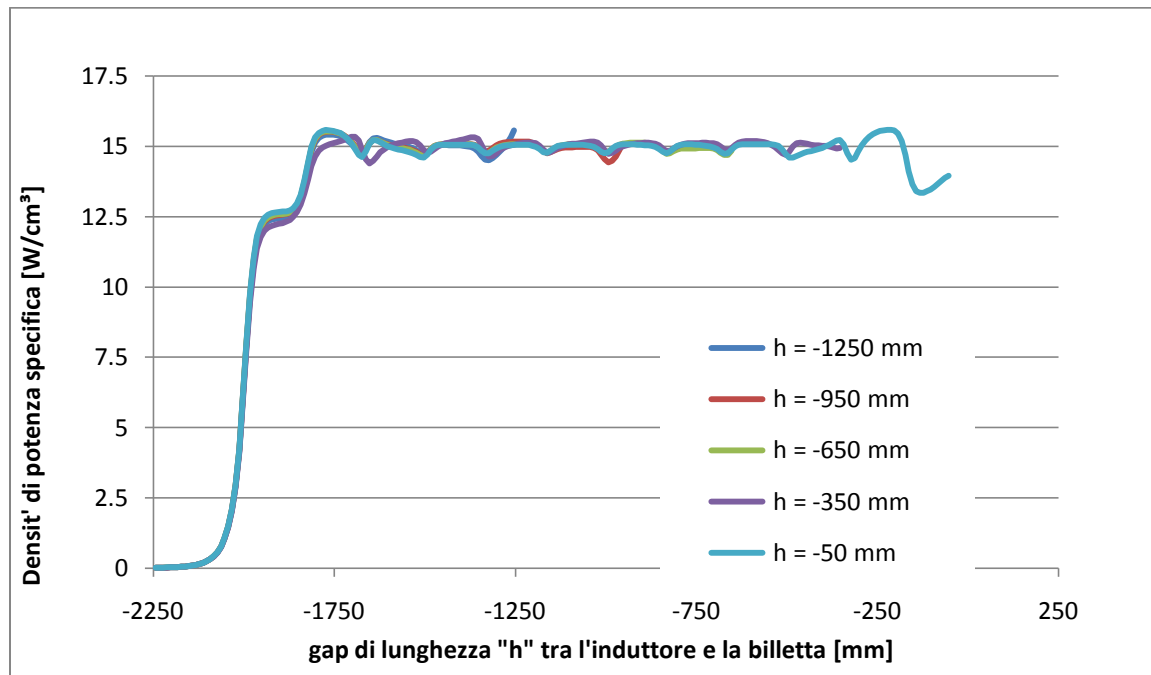


Figura 5.6

Dai risultati possiamo notare che si può ottenere una distribuzione di potenza abbastanza uniforme nella parte centrale della billetta per i diversi valori di lunghezza di questa.

Inoltre si nota che la compensazione dell'effetto di bordo è svolta prevalentemente dalle correnti delle bobine vicine alla parte finale della billetta e quando la lunghezza della billetta è molto inferiore a quella dell'induttore alcune bobine devono essere spente.

Il rendimento diminuisce all'aumentare del gap di lunghezza tra l'induttore e la billetta.

CONCLUSIONI

Nel sistema di riscaldamento ad induzione analizzato, i valori trovati analiticamente sono coerenti sia con quelli ottenuti dalla simulazione con il software ELTA che con quelli ottenuti con la simulazione effettuata mediante il codice VIM. Inoltre, il codice propone valori delle correnti di alimentazione in modulo e fase per cui l'effetto di bordo viene ridotto in modo considerevole.

Si osserva che la relativa vicinanza fra bobina ed elemento da scaldare impedisce una decisa azione per ottenere una distribuzione di potenza uniforme o qualsiasi altro effetto termico desiderato.

Infine, è possibile fare un'ulteriore considerazione: affinché il metodo VIM abbia validità è necessario che nella singola cella in cui vengono suddivisi il carico e la bobina, la densità di corrente sia localmente uniforme e questo è garantito solo a condizione che lo spessore di penetrazione sia grande rispetto alle dimensioni delle celle.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Sito internet <http://www.stanelcorftechnologies.com>
- [2] Petrie heating technologies Ltd: <http://www.petrield.com>
- [3] V. Rudnev, D. Loveless, R. Cook, M. Black: *Handbook of Induction Heating*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003
- [4] S.Lupi: *Appunti di elettrotermia*, Università di Padova, Padova-Italia, 2005/06
- [5] J.Davies, P. Simpsons: *Induction Heating Handbook*, McGraw-Hill, London, 1979
- [6] E. Toffano: *Sviluppo di un codice VIM adatto per il calcolo e l'ottimizzazione della distribuzione delle correnti indotte in un sistema di riscaldamento ad induzione assial-simmetrico*, Tesi di laurea c/o Università degli studi di Padova-Italia, 2008/09
- [7] F.W.Grover: *Inductance Calculation Working Formulas and Tables*, Van Nostrand, New York-USA, 1946
- [8] B.Weinstein: "Zur Berechnung des Potentials von Rollen", Ann. Der Phys. 21 , (Berlino-Germania), 1884
- [9] P.L.Kalantarov ed altri: *Inductance Calculation*, National Power Press, Mosca-URSS, 1995
- [10] M.A.Bueno e A.K.T.Assis (Istituto de Física "Gleb Wataghin", São Paulo: "A new method for inductance calculations", *Journal of Physics*, Bristol-Regno Unito, 1995
- [11] C.Akyel e S.I.Babic (École Polytechnique, Montréal): "Mutual Inductance between coaxial circular coils of rectangular cross section", *Atti della 6a conferenza internazionale sulle applicazioni dell'ingegneria elettrica*, Istanbul-Turchia, 29-27 maggio 2009
- [12] C.Akyel e S.I.Babic: *Improvement in the mutual inductance calculation between coaxial circular coils of rectangular cross section*, École Polytechnique, Montréal-Canada, 2005
- [13] M.Forzan, S.Lupi, E. Toffano: *Compensation of induction heating load edge-effect by space control*, HES 10 Dipartimento di Ingegneria Elettrica - Università degli studi di Padova-Italia, 2010