

**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA**

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**Dipartimento di Ingegneria Industriale DII**

**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Analisi della risposta a rollio di piloti di  
veicoli a due ruote attraverso modelli  
numerici e prove sperimentali**

**Relatore: Prof. Matteo Massaro**

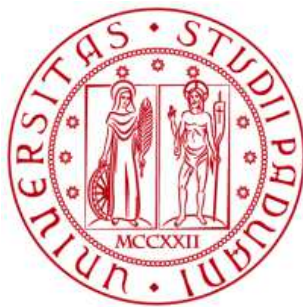
**Candidato: Luca Bassani  
2026867**

**Anno Accademico 2022/2023**



Luca Bassani

**Analisi della risposta a rollio di piloti di veicoli a  
due ruote attraverso modelli numerici e prove  
sperimentali**



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA**

Tesi di Laurea Magistrale

Relatore: Prof. Matteo Massaro

Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Ingegneria Industriale  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica  
Luglio 2023

## Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di elaborare nuovi modelli del corpo umano a 2-3 gradi di libertà in grado di fittare le risposte a rollio del pilota per lo studio della stabilità del veicolo a due ruote.

Questi tipi di risposta sono stati ottenuti, per diverse posture del pilota, eccitando a rollio una struttura che simulasse le forme e gli ingombri di un veicolo a due ruote chiamata Mech-Bull, in dotazione all'Università di Padova. Le risposte in frequenza ottenute dalle diverse posture sono state poi analizzate con un approccio tipo *Black Box*, con il quale si ricercava il numero di gradi di libertà suggeriti per fittare un certo set di dati. I nuovi modelli, elaborati partendo dall'informazione ottenuta con l'approccio *Black Box*, sono stati poi validati dal confronto con i dati sperimentali.

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>9</b>
<b>1 Letteratura</b>	<b>11</b>
1.1 1986 - Measurement of structural properties of riders . . . . .	11
1.2 1996 - Adjustments to Zatsiorsky... . . . . .	13
1.3 2010 - The effect of rider's passive steering impedance on motorcycle stability: identification and analysis . . . . .	16
1.4 2013 - The response of the rider's body to roll oscillations of two wheeled vehicles; experimental tests and biomechanical models. . . . .	18
1.5 2018 - Study on Weave Behavior Simulation... . . . .	19
<b>2 Macchinario test e strumentazione</b>	<b>25</b>
2.1 Banco di prova . . . . .	25
2.2 Sensori e moduli di acquisizione . . . . .	26
<b>3 Prove eseguite</b>	<b>31</b>
3.1 Posture . . . . .	31
3.1.1 Postura 'Vertical' . . . . .	31
3.1.2 Postura 'Acceleration' . . . . .	31
3.1.3 Postura 'Braking' . . . . .	32
3.2 Descrizione delle prove . . . . .	36
3.3 Elaborazione dei dati . . . . .	36
3.4 Presentazione di tutti i dati elaborati . . . . .	41
3.4.1 Prove Vertical . . . . .	41
3.4.2 Prove Acceleration . . . . .	44
3.4.3 Prove Braking . . . . .	46
<b>4 Approccio 'Black Box'</b>	<b>51</b>
4.1 Prove Vertical . . . . .	52
4.2 Prove Acceleration . . . . .	58
4.3 Prove Braking . . . . .	65

<b>5</b>	<b>Derivazione dei Modelli Rollio</b>	<b>75</b>
5.1	Modelli a 2 DOF . . . . .	75
5.1.1	Modello Katayama 2 DOF ( $y_{R1}, \beta$ ) in coordinate as- solute . . . . .	75
5.1.2	Modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ ) . . . . .	80
5.1.3	Modello 2 DOF ( $\beta, \gamma$ ) . . . . .	83
5.2	Modelli 3 DOF . . . . .	86
5.2.1	Modello a 3 DOF ( $y_{R1}, \beta, \gamma$ ) . . . . .	86
5.2.2	Modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	89
5.3	Modello 1 DOF ( $\beta$ ) . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Fitting con modelli fisici</b>	<b>97</b>
6.1	Fitting Prove Vertical . . . . .	98
6.2	Fitting Prove Acceleration . . . . .	106
6.2.1	Prove Acceleration - Pilota 1 . . . . .	106
6.2.2	Prove Acceleration - Pilota 2 . . . . .	109
6.3	Fitting Prove Braking . . . . .	115
6.3.1	Prove Braking - Pilota 1 . . . . .	115
6.3.2	Prove Braking - Pilota 2 . . . . .	124
	<b>Conclusioni</b>	<b>131</b>
<b>A</b>	<b>Coefficienti TF modelli 2 DOF</b>	<b>133</b>
<b>B</b>	<b>Matrici State Space modelli 3 DOF</b>	<b>137</b>

# Elenco delle figure

1.1	Modello 2 DOF $[y_r, \phi_r]$ tratto dal paper di Katayama T. et al.	11
1.2	Schema di misurazione del CM tratto dal paper di Katayama T. et al. . . . . .	12
1.3	Schema di misurazione dell'inerzia del pilota tratto dal paper di Katayama T. et al. . . . . .	12
1.4	Grafici massa normalizzata-inerzia normalizzata tratti dal paper di Katayama T. et al. . . . . .	13
1.5	Nuovi giunti considerati a destra tratti dal paper di De Leva P. et al. . . . . .	14
1.6	Tabella riassuntiva tratta dal paper di De Leva P. et al. . . . .	15
1.7	Modello a 2 DOF per il calcolo impedenza del pilota tratto dal paper di Massaro M. et al. . . . . .	16
1.8	Foto del banco prova tratto dal paper di Massaro M. et al. . . . .	17
1.9	Modello combinato pilota-veicolo tratto dal paper di Massaro M. et al. . . . . .	17
1.10	Radici del modello nel piano complesso tratto dal paper di Massaro M. et al., i punti in nero esprimono l'effetto dell'impedenza del rider sul modello . . . . .	18
1.11	Modello a 3 e a 5 DOF tratto dal paper di Doria A. et al. . . . .	19
1.12	Schema Banco Prova utilizzato tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	20
1.13	Grafici delle eccitazioni mutue tra Yaw e Roll tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	20
1.14	Modello di pilota a 11 DOF tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	21
1.15	Modello di pilota-veicolo a 26 DOF tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	22
1.16	Risultati comparativi tra i modelli tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	22
1.17	Tabella dei flussi di potenza con i vari contributi di forza e momenti tratto dal paper di Kageyama I. et al. . . . . .	23
2.1	Mech-Bull. . . . . .	25

2.2	Giroscopio prodotto da BAE. . . . .	26
2.3	Pettorina utilizzata per i test. . . . .	27
2.4	Schema di posizionamento girometri durante le prove. . . . .	27
2.5	Alimentatore. . . . .	28
2.6	Scheda acquisizione dati NI9205. . . . .	28
2.7	Piattaforma acquisizione NICDAQ9171. . . . .	29
2.8	Schema di acquisizione delle prove. . . . .	29
3.1	Postura prova 'Vertical' Rider 1 . . . . .	32
3.2	Postura prova 'Acceleration' Rider 1 . . . . .	33
3.3	Postura prova 'Acceleration' Rider 2 . . . . .	33
3.4	Postura prova 'Braking' Rider 1 . . . . .	34
3.5	Postura prova 'Braking' Rider 2 . . . . .	34
3.6	Tabella riassuntiva delle prove effettuate dal Rider 1 . . . . .	35
3.7	Tabella riassuntiva delle prove effettuate dal Rider 2 . . . . .	35
3.8	Composizione velocità angolare . . . . .	36
3.9	Vari segnali tratti da [4] . . . . .	37
3.10	Segnale estratto di ai0 dal girometro (Prova Vertical1) . . . . .	37
3.11	Script di codice per l'estrazione di segnale . . . . .	38
3.12	In rosso il segnale attivo estratto (Prova Vertical1) . . . . .	38
3.13	Funzioni di trasferimento (modulo e fase) delle prove Vertical1, la curva mediata è quella in nero spesso . . . . .	40
3.14	Curva TF media Prova Vertical1 con +/- deviazione standard . . . . .	40
3.15	Coerenza della prova Vertical1, in nero la media . . . . .	41
3.16	Coerenza Prove Vertical1 - Pilota1 . . . . .	42
3.17	TF Prove Vertical1 - Pilota1 . . . . .	42
3.18	TF media di tutte le prove Vertical1 con diagramma di Nyquist - Pilota1 . . . . .	42
3.19	Coerenza Prove Vertical2 - Pilota2 . . . . .	43
3.20	TF Prove Vertical2 - Pilota2 . . . . .	43
3.21	TF media di tutte le prove Vertical2 con diagramma di Nyquist - Pilota2 . . . . .	43
3.22	Coerenza Prove Acceleration - Pilota1 . . . . .	44
3.23	TF Prove Acceleration - Pilota1 . . . . .	44
3.24	TF media di tutte le prove Acceleration con diagramma di Nyquist - Pilota1 . . . . .	44
3.25	Coerenza Prove Acceleration - Pilota2 . . . . .	45
3.26	TF Prove Acceleration - Pilota2 . . . . .	45
3.27	TF media di tutte le prove Acceleration con diagramma di Nyquist - Pilota2 . . . . .	45
3.28	Coerenza Prove Braking1 - Pilota1 . . . . .	46
3.29	TF Prove Braking1 - Pilota1 . . . . .	46
3.30	TF media di tutte le prove Braking1 con diagramma di Nyquist - Pilota1 . . . . .	46

3.31	Coerenza Prove Braking2 - Pilota1 . . . . .	47
3.32	TF Prove Braking2 - Pilota1 . . . . .	47
3.33	TF media di tutte le prove Braking2 con diagramma di Nyquist - Pilota1 . . . . .	47
3.34	Coerenza Prove Braking - Pilota2 . . . . .	48
3.35	TF Prove Braking - Pilota2 . . . . .	48
3.36	TF media di tutte le prove Braking con diagramma di Nyquist - Pilota2 . . . . .	48
4.1	Interfaccia grafica app <i>System Identification Tollbox</i> di Matlab	51
4.2	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Vertical1	52
4.3	Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Vertical1 .	53
4.4	Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Vertical1	53
4.5	Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Vertical1 . . . . .	54
4.6	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Vertical2	55
4.7	Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Vertical2 .	56
4.8	Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Vertical2	56
4.9	Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Vertical2 . . . . .	57
4.10	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Acceleration	58
4.11	Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Acceleration	59
4.12	Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Acceleration	59
4.13	Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Acceleration . . . . .	60
4.14	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 2 - Acceleration	61
4.15	Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 2 - Acceleration	62
4.16	Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 2 - Acceleration	62
4.17	Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 2 - Acceleration . . . . .	63
4.18	Diagrammi di Nyquist modelli a 2 poli - Pilota 2 - Acceleration	64
4.19	Ampiezza e fase dei modelli TF a 2 poli - Pilota 2 - Acceleration	64
4.20	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Braking1	65
4.21	Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 1 - Braking1 .	66
4.22	Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 1 - Braking1	66
4.23	Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 1 - Braking1 . . . . .	67
4.24	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Braking2	68
4.25	Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 1 - Braking2 .	69
4.26	Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 1 - Braking2	69
4.27	Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 1 - Braking2 . . . . .	70
4.28	Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 2 - Braking .	71
4.29	Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 2 - Braking .	72
4.30	Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 2 - Braking .	72
4.31	Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 2 - Braking . . . . .	73
5.1	Schema modello 2DOF ( $yR1, \beta$ ) assoluto . . . . .	76
5.2	Paper Katayama 1986 . . . . .	77
5.3	Schema modello 2DOF ( $\beta, \alpha$ ) in coordinate assolute . . . . .	80

5.4	Schema modello 2DOF ( $\beta, \gamma$ ) in coordinate assolute . . . . .	83
5.5	Schema modello 3DOF ( $y_{R1}, \beta, \gamma$ ) in coordinate assolute . . . . .	86
5.6	Schema modello 3DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) in coordinate assolute . . . . .	90
5.7	Schema modello 1DOF ( $\beta$ ) in coordinate assolute . . . . .	94
6.1	Vertical - Pilota modellizzato con modello a 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	99
6.2	VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	100
6.3	VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	100
6.4	VERTICAL1 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	101
6.5	VERTICAL2 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	101
6.6	Vertical - Pilota modellizzato con modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	102
6.7	VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	103
6.8	VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	103
6.9	VERTICAL1 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	104
6.10	VERTICAL2 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	104
6.11	VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello Katayama 2 DOF . . . . .	105
6.12	VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello Katayama 2 DOF . . . . .	105
6.13	Acceleration - Pilota 1 modellizzato con modello a 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	106
6.14	ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	107
6.15	ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) . . . . .	107
6.16	Acceleration - Pilota 1 modellizzato con modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	108
6.17	ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	108
6.18	ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 3 DOF $\beta, \gamma, \alpha$ ) . . . . .	109
6.19	Acceleration - Pilota 2 modellizzato con modello a 2 DOF ( $y_1, \beta$ ) . . . . .	109
6.20	ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 2 DOF ( $y_1, \beta$ ) . . . . .	110
6.21	ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 2 DOF ( $y_1, \beta$ ) . . . . .	110
6.22	ACCELERATION - Pilota 2 modellizzato con modello a 2 DOF ( $\beta, \alpha$ ) . . . . .	112
6.23	ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ ) . . . . .	113
6.24	ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ ) . . . . .	113
6.25	ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 1 DOF ( $\beta$ ) . . . . .	114
6.26	ACCELERATION - Modo di vibrare modello modello 1 DOF ( $\beta$ ) . . . . .	114

6.27 BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	115
6.28 BRAKING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	116
6.29 BRAKING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	116
6.30 BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	117
6.31 BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	117
6.32 BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$	118
6.33 BRAKING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$ . . . . .	119
6.34 BRAKING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$ . . . . .	119
6.35 BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$	120
6.36 BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$	120
6.37 BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello 2 DOF $(\beta, \gamma)$	121
6.38 BRAKING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(\beta, \gamma)$ . . . . .	122
6.39 BRAKING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(\beta, \gamma)$ . . . . .	122
6.40 BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(\beta, \gamma)$ . . . . .	123
6.41 BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(\beta, \gamma)$ . . . . .	123
6.42 BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	124
6.43 BRAKING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	125
6.44 BRAKING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	125
6.45 BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$	126
6.46 BRAKING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$ . . . . .	127
6.47 BRAKING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello 2 DOF $(\beta, \alpha)$	127
6.48 BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello 2 DOF $(\beta, \gamma)$	128
6.49 BRAKING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	129
6.50 BRAKING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF $(y_1, \beta)$ . . . . .	129



# Introduzione

Lo studio della dinamica dei veicoli a due ruote svolge un importante ruolo per l'analisi della stabilità del veicolo e quindi della sicurezza del pilota. Questa analisi non deve essere compiuta trascurando la massa e il comportamento del pilota stesso, che influenzano sia attivamente che passivamente il mezzo.

In letteratura sono stati individuati nell'analisi modale della stabilità tre principali modi di vibrare del veicolo a due ruote: il *weave*, il *wobble* e il *capsize*. Il *weave* è una combinazione di oscillazioni al di fuori del piano di simmetria del veicolo causata da più fattori quali lo sterzo, l'imbardata, il rollio e la traslazione laterale del pilota dentro il veicolo, la cui instabilità si innesca solitamente a velocità elevate ( $>100$  Km/h) e peggiora all'aumentare di questa e del carico complessivo sul veicolo. La presenza del pilota in sella aiuta a smorzare tali oscillazioni, mentre l'effetto delle mani sul manubrio, il cosiddetto 'closed loop', ne peggiora la stabilità. Il range in frequenza di questo fenomeno avviene tra 2-4 Hz, tendenzialmente non supera mai i 5 Hz. Il *wobble*, invece, è un'oscillazione dovuta alla rigidità dell'avantreno del veicolo attorno all'asse di sterzo. Questo fenomeno avviene a velocità più basse rispetto al weave in un range di frequenza che va da 6 Hz ai 10 Hz. La presenza delle mani sul manubrio, a differenza del weave, ne aumenta la stabilità. L'ultimo modo, il *capsize*, è non oscillante riguardante il rollio e lo scostamento laterale del veicolo; scompare all'aumentare della velocità di avanzamento ed è facilmente contrastato dall'effetto del pilota. L'analisi quindi del veicolo a due ruote passa necessariamente anche per l'analisi dei modi di vibrare del pilota che, con la sua inerzia, rigidità e smorzamento, gioca un ruolo chiave nell'influenzare il comportamento del veicolo. Il pilota può influenzare il veicolo sia attivamente che passivamente: il controllo attivo avviene con volontà e viene effettuato ad esempio quando il pilota vuole seguire una certa traiettoria; il controllo passivo invece è svincolata dalla volontà ed è tale controllo che caratterizza la dinamica del rider con i propri modi di vibrare e le frequenze naturali. Questo ultimo controllo, in linea teorica, non introducendo energia all'interno del sistema, può essere modellizzato con elementi passivi e sarà proprio tale modello passivo ad essere implementato. A tale scopo, la derivazione di modelli mirati del corpo umano con pochi gradi di libertà, caratterizzati da masse e corpi rigidi legati

tra loro con molle e smorzatori, è sufficiente per ottenere buone simulazioni senza scomodare modelli ‘multi-body’ complessi che rappresentano ogni dettaglio del comportamento del corpo umano.

Nel grande filone dell’analisi della stabilità si possono distinguere due diramazioni: analisi di risposte provenienti da prove ad impedenza di sterzo e analisi di risposte provenienti da prove a rollio. Il primo caso analizza funzioni di trasferimento aventi come rapporto la rotazione dello sterzo e il momento torcente applicato; nel secondo invece il rapporto della funzione di trasferimento avviene tra rotazione a rollio del pilota su rotazione a rollio del veicolo. In questa tesi si tratterà di analisi di prove facenti parte del secondo caso, eseguite in laboratorio sopra un banco prova denominato Mech-Bull in dotazione all’Università di Padova.

Lo scopo di questa tesi sarà quindi quello di indagare le risposte in frequenza del pilota, sollecitato a movimenti di rollio del veicolo, e di derivare modelli del corpo umano a pochi gradi di libertà in grado di simulare tali risposte, nella più ampia ottica dello studio della stabilità con modelli pilota-veicolo combinati.

La struttura della tesi sarà così composta: si parte dal Capitolo 1 con una panoramica dell’attuale stato dell’arte della questione, passando poi alla descrizione della strumentazione utilizzata e le prove effettuate nei Capitoli 2 e 3, introducendo in seguito l’approccio tipo *Black Box* utilizzato per la successiva analisi delle prove nel Capitolo 4, arrivando nel Capitolo 5 a derivare i vari modelli di rollio del pilota ed infine nel Capitolo 6 presentando i risultati delle prove di fitting dei dati sperimentali con i modelli creati.

# Capitolo 1

## Letteratura

### 1.1 1986 - Measurement of structural properties of riders

Il primo lavoro dove si analizzano prove a rollio tramite un modello a due gradi di libertà è quello di Katayama T. et al.. In questo studio viene proposto un modello dove il corpo è diviso in due parti, 'upper' ( $m_1$ ) e 'lower' body ( $m_2$ ), e come gradi di libertà si scelgono la traslazione orizzontale della parte inferiore del corpo ( $y_r$ ) e il rollio della parte superiore ( $\phi_r$ ) (figura 1.1). La massa della parte superiore del corpo è comprendente di testa, braccia, busto e avambracci ed è stata stimata dagli autori pari al 30% della massa totale del corpo. La funzione di trasferimento ricavata, riportata in figura, presenta 4 poli e 4 zeri.

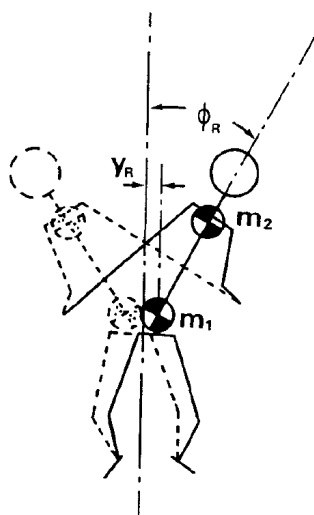


Figura 1.1: Modello 2 DOF  $[y_r, \phi_r]$  tratto dal paper di Katayama T. et al.

Nello studio è presente anche un'analisi riguardo la posizione del centro di massa in base alla postura assunta del pilota (ritto o piegato in avanti), ottenuta dalle misurazioni fatte sopra una trave appoggio-appoggio con un campione di 35 soggetti (figura 1.2), e una misurazione dell'inerzia di rollio e di imbardata del pilota condotta per mezzo di un pendolo trifilare per le due posture presentate. (figura 1.3). Massa e inerzia sono state normalizzate e riportate in base alla postura in grafici di figura 1.4.

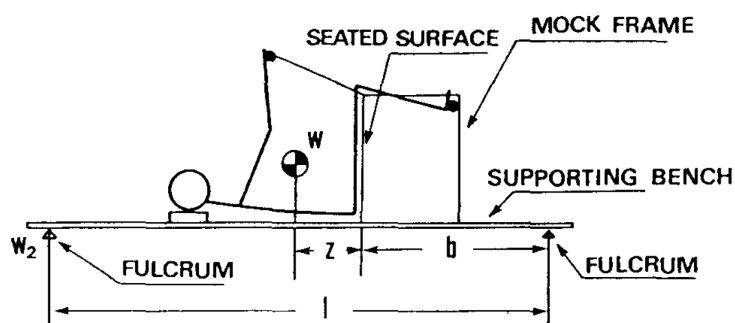


Figura 1.2: Schema di misurazione del CM tratto dal paper di Katayama T. et al.

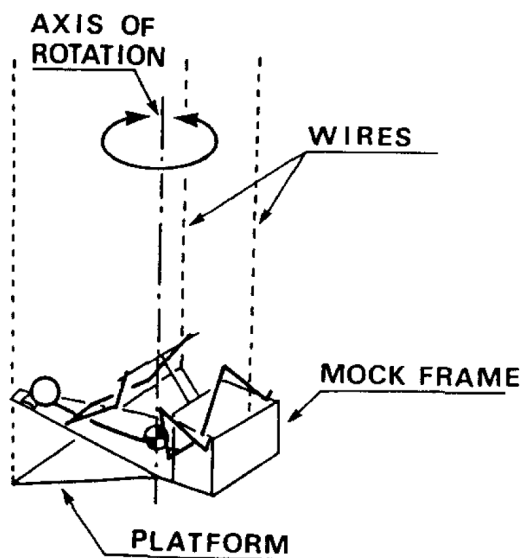


Figura 1.3: Schema di misurazione dell'inerzia del pilota tratto dal paper di Katayama T. et al.

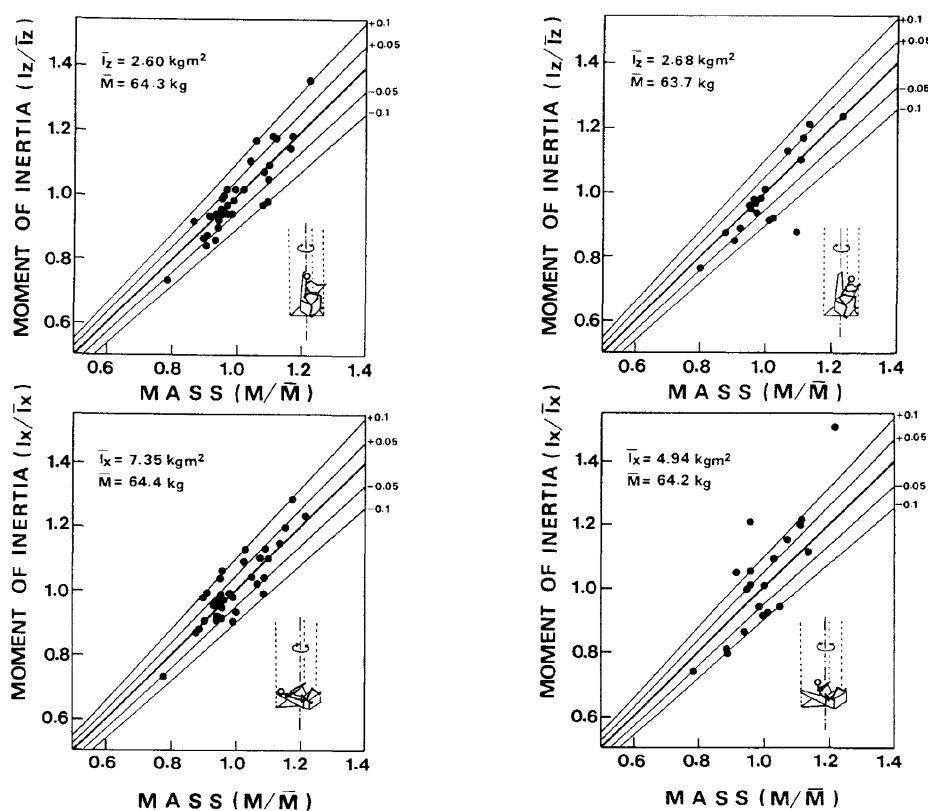


Figura 1.4: Grafici massa normalizzata-inerzia normalizzata tratti dal paper di Katayama T. et al.

## 1.2 1996 - Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters

In questo tipo di studio condotto da De Leva P. et al., la posizione relativa dei CM dei segmenti delle porzioni di corpo precedentemente esposte nel lavoro di Zatsiorsky e Seluyanov viene rivista prendendo come riferimento nuovi giunti di raccordo più congeniali (figura 1.5).

Vengono presentati inoltre le percentuali di massa sulla massa totale, la lunghezza longitudinale, la posizione relativa del centro di massa e i raggi giroscopici in percentuale sulla lunghezza totale lungo le tre direzioni principali delle varie porzioni di corpo in una tabella. (figura 1.6)

Inoltre, viene presentata una formula analitica per calcolare il momento di inerzia della porzione di corpo desiderata rispetto ad un asse principale di inerzia

$$I = (M \cdot m)(l \cdot r)^2$$

dove  $M$  è la massa totale del pilota,  $m$  è la massa relativa del segmento,  $l$  è la

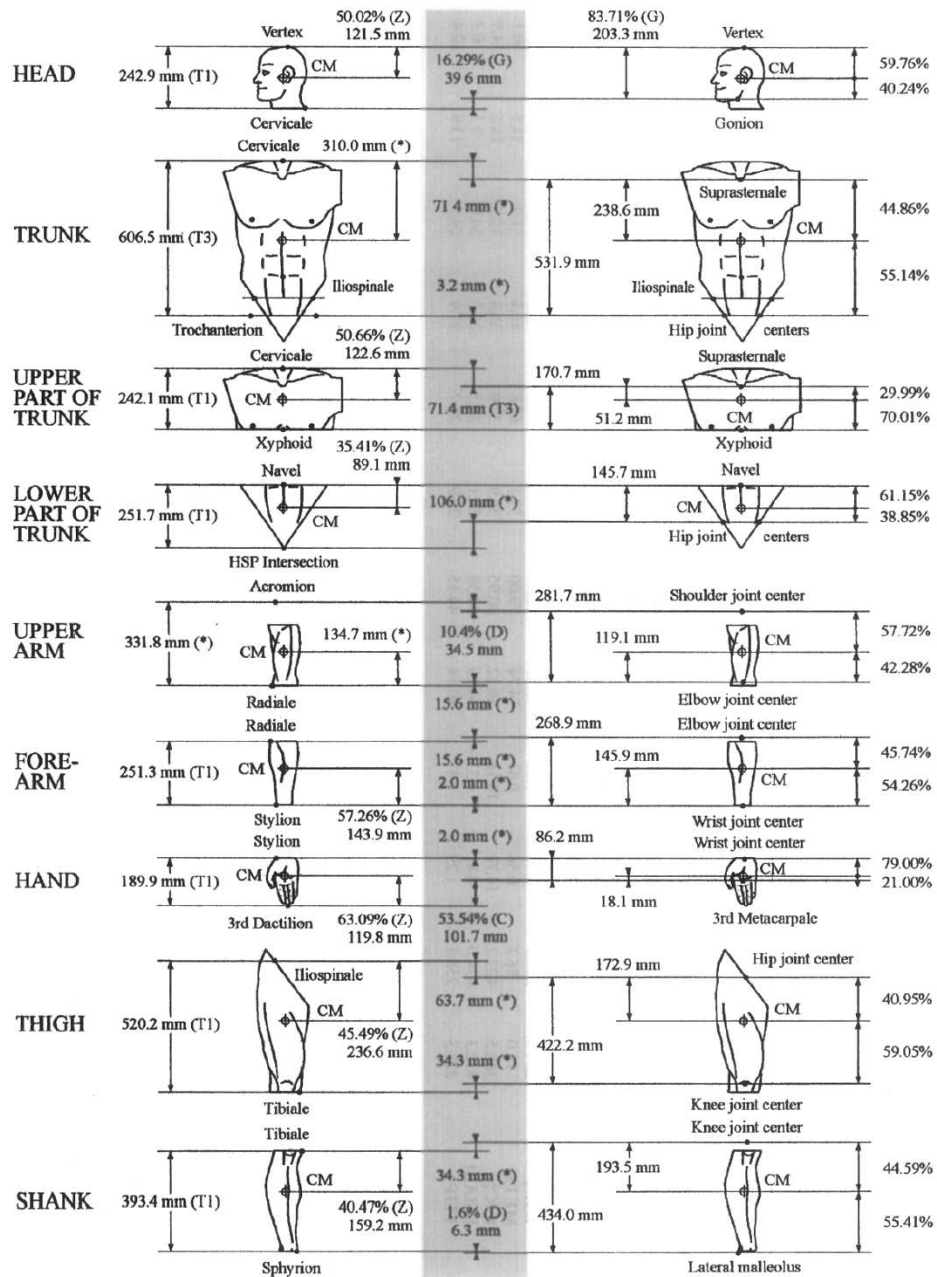


Figura 1.5: Nuovi giunti considerati a destra tratti dal paper di De Leva P. et al.

lunghezza del segmento e  $r$  è la lunghezza media relativa del raggio d'inerzia del segmento nella direzione considerata.

Questo tipo di lavoro, anche se non strettamente correlato all'analisi della

Segment	Endpoints		Longitudinal length (mm)		Mass* (%)		Longitudinal CM position (%)		Sagittal r (%)		Transverse r (%)		Longitudinal r (%)	
	Origin	Other	F	M	F§	M¶	F	M	F	M	F	M	F	M
Head	VERT†	MIDG†	200.2	203.3	6.68	6.94	58.94	59.76	33.0	36.2	35.9	37.6	31.8	31.2
Trunk	SUPR†	MIDH†	529.3	531.9	42.57	43.46	41.51	44.86	35.7	37.2	33.9	34.7	17.1	19.1
UPT	XYPH†	MIDH†	142.5	170.7	15.45	15.96	20.77	29.99	74.6	71.6	50.2	45.4	71.8	65.9
MPT*	XYPH†	OMPH†	205.3	215.5	14.65	16.33	45.12	45.02	43.3	48.2	35.4	38.3	41.5	46.8
LPT	OMPH†	MIDH†	181.5	145.7	12.47	11.17	49.20	61.15	43.3	61.5	40.2	55.1	44.4	58.7
Upper arm	SIC†	EJC†	275.1	281.7	2.55	2.71	57.54	57.72	27.8	28.5	26.0	26.9	14.8	15.8
Forearm	EJC†	WJC†	264.3	268.9	1.38	1.62	45.59	45.74	26.1	27.6	25.7	26.5	9.4	12.1
Hand	WJC†	MET3†	78.0	86.2	0.56	0.61	74.74	79.00	53.1	62.8	45.4	51.3	33.5	40.1
Thigh	HJC†	KJC†	368.5	422.2	14.78	14.16	36.12	40.95	36.9	32.9	36.4	32.9	16.2	14.9
Shank	KJC†	LMAL†	432.3	434.0	4.81	4.33	44.16	44.59	27.1	25.5	26.7	24.9	9.3	10.3
Foot*	HEEL†	TTIP†	228.3	258.1	1.29	1.37	40.14	44.15	29.9	25.7	27.9	24.5	13.9	12.4
Using alternative endpoints:														
Head*	VERT†	CERV†	243.7	242.9	6.68	6.94	48.41	50.02	27.1	30.3	29.5	31.5	26.1	26.1
Trunk	CERV†	MIDH†	614.8	603.3	42.57	43.46	49.64	51.38	30.7	32.8	29.2	30.6	14.7	16.9
Trunk	MIDS†	MIDH†	497.9	515.5	42.57	43.46	37.82	43.10	37.9	38.4	36.1	35.8	18.2	19.7
UPT*	CERV†	XYPH†	228.0	242.1	15.45	15.96	50.50	50.66	46.6	50.5	31.4	32.0	44.9	46.5
Forearm	EJC†	STYL†	262.4	266.9	1.38	1.62	45.92	46.08	26.3	27.8	25.9	26.7	9.5	12.2
Hand	WJC†	DAC3†	170.1	187.9	0.56	0.61	34.27	36.24	24.4	28.8	20.8	23.5	15.4	18.4
Hand*	STYL†	DAC3†	172.0	189.9	0.56	0.61	35.02	36.91	24.1	28.5	20.6	23.5	15.2	18.2
Hand	STYL†	MET3†	79.9	88.2	0.56	0.61	75.34	79.48	51.9	61.4	44.3	50.2	32.7	39.2
Shank	KJC†	AJC†	438.6	440.3	4.81	4.33	43.52	43.95	26.7	25.1	26.3	24.6	9.2	10.2
Shank	KJC†	SPHY†	426.0	427.7	4.81	4.33	44.81	45.24	27.5	25.8	27.1	25.3	9.4	10.5

\* Not adjusted values.  
† Normal projection on the segment longitudinal axis.  
‡ Assumed to lay on the segment longitudinal axis.  
§ Zatsiorsky et al. (1990a).  
¶ Zatsiorsky et al. (1990b, 1993).

Figura 1.6: Tabella riassuntiva tratta dal paper di De Leva P. et al.

stabilità dei veicoli a due ruote, ha un'importanza fondamentale per lo studio della biomeccanica del corpo umano in quanto permette di discretizzare in più masse e inerzie il corpo umano.

### 1.3 2010 - The effect of rider's passive steering impedance on motorcycle stability: identification and analysis

Un importante contributo all'analisi della stabilità del veicolo a due ruote tendendo in considerazione l'effetto del pilota è lo studio condotto dall'Università di Padova di Massaro M. et al. e pubblicato nel 2010. Nello studio viene elaborato un modello per calcolare l'impedenza del pilota (vedi figura 1.7) fittando curve ottenute da prove sperimentali con un campione di dieci piloti (figura 1.8).

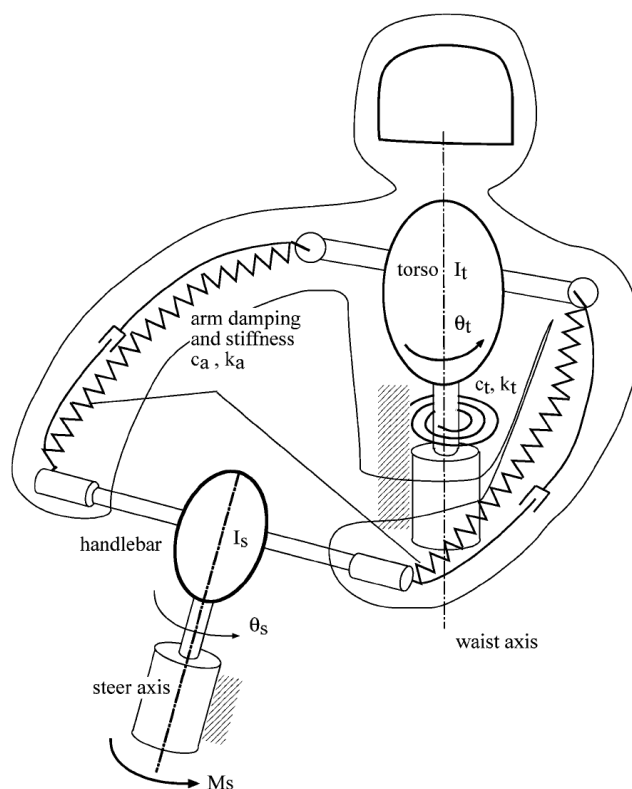


Figura 1.7: Modello a 2 DOF per il calcolo impedenza del pilota tratto dal paper di Massaro M. et al.

Con la creazione di un pilota virtuale mediato tra tutti i dieci piloti si sono eseguite simulazioni in 'straight-motion' al variare della velocità di avanzamento con un modello combinato pilota-veicolo e analizzando le radici nel piano complesso per l'analisi di stabilità del modello. (figura 1.9)

Si è concluso che la risposta passiva del pilota causa un'importante stabilizzazione del *wobble* spostando le radici verso sinistra, ma alle più alte



Figura 1.8: Foto del banco prova tratto dal paper di Massaro M. et al.

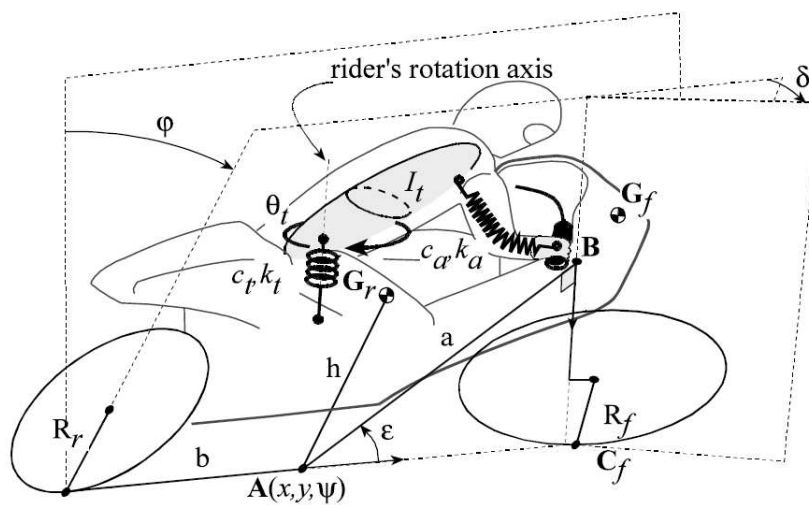


Figura 1.9: Modello combinato pilota-veicolo tratto dal paper di Massaro M. et al.

velocità una destabilizzazione del *weave* portando ad instabilità il modello complessivo. (figura 1.10)

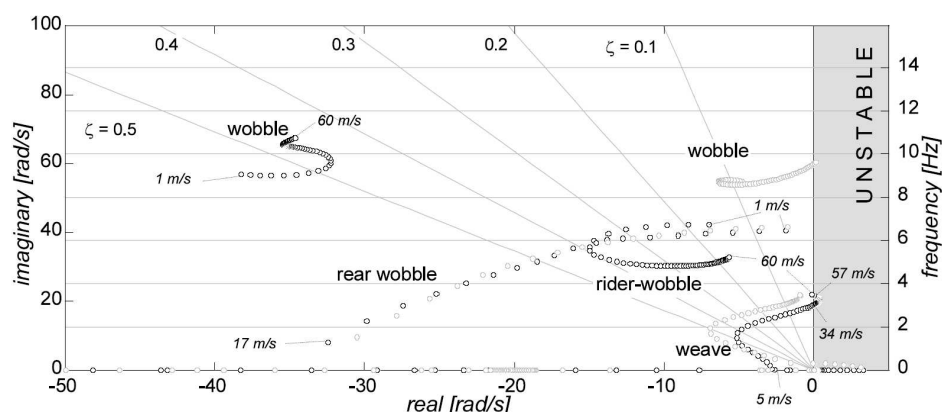


Figura 1.10: Radici del modello nel piano complesso tratto dal paper di Massaro M. et al., i punti in nero esprimono l'effetto dell'impedenza del rider sul modello

#### 1.4 2013 - The response of the rider's body to roll oscillations of two wheeled vehicles; experimental tests and biomechanical models.

In questo studio condotto dal professor Doria A. et al. dell'Università di Padova si è provveduto a identificare alcune delle proprietà biomeccaniche del corpo fittando i dati sperimentali mediati a rollio ottenuti da un campione di 5 soggetti con un banco di prova precursore del Mech-Bull. Lo studio si è occupato di due tipi di funzioni di trasferimento: la 'motion frequency response function' è la funzione di trasferimento sperimentale rollio pilota/rollio del banco prova e la 'torque frequency response function' è la funzione di trasferimento sperimentale angolo di sterzo/momento torcente misurato sul manubrio.

La conclusione a cui si era giunti è che un modello a 3 DOF era soddisfacente per fittare i dati della funzione 'motion'. Il modello a 3 DOF in questione è un modello derivato dal modello Katayama a 2 DOF, spezzando il busto in due parti e considerando quindi oltre alla traslazione orizzontale, le rotazioni della parte superiore e inferiore del busto (vedi figura 1.11 A). Per riuscire ad avere un modello che avesse un buon fitting per entrambe le risposte ('motion' e 'torque') è stato necessario ricorrere ad un modello a 5 gradi di libertà che tenesse conto del comportamento delle braccia (vedi figura 1.11 B e C).

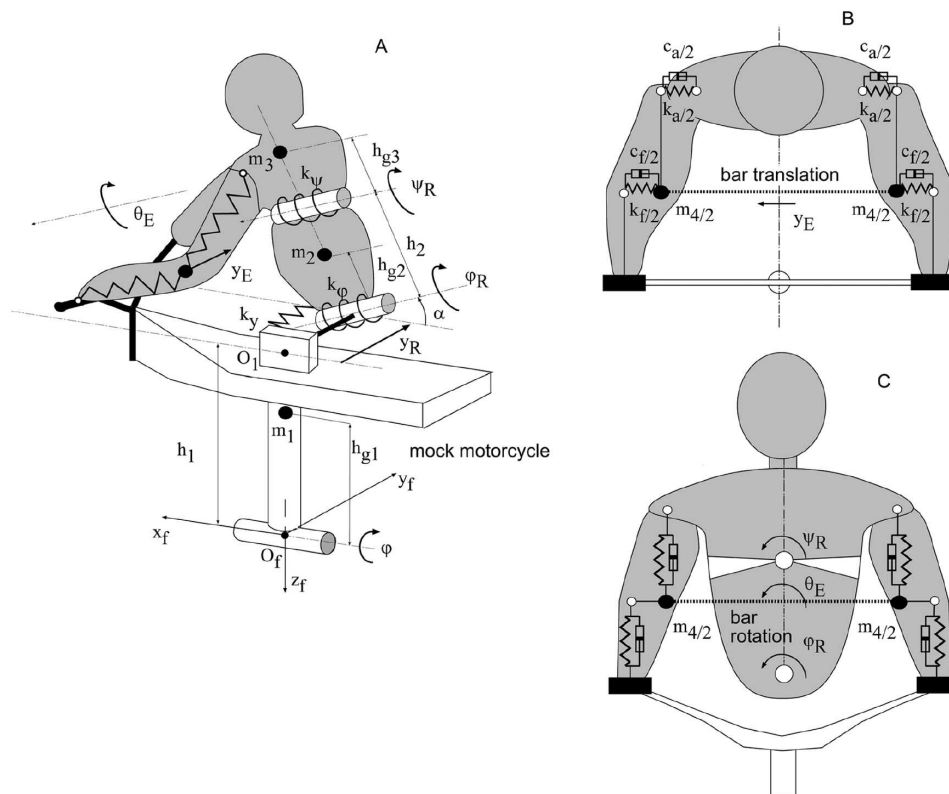


Figura 1.11: Modello a 3 e a 5 DOF tratto dal paper di Doria A. et al.

## 1.5 2018 - Study on Weave Behavior Simulation of Motorcycles Considering Vibration Characteristics of Whole Body of Rider

In questo studio di Kageyama I. et al. e pubblicato nel 2018, gli autori si sono concentrati prevalentemente sullo studio del *weave* e sulla costruzione di un modello completo di veicolo che potesse riflettere l'influenza del movimento del busto. In principio hanno investigato le possibili correlazioni tra 'yaw' e 'roll' del pilota attraverso diverse prove sostenute su un banco prova con base di movimento a 6 assi (figura 1.12) in grado di eccitare il pilota in tutte le direzioni volute. I test sono stati eseguiti su un totale di 16 partecipanti con diverso peso e altezza. I segnali di eccitazione utilizzati sono segnale singolo di 'yaw' e segnale singolo di 'roll'; i segnali di output di 'yaw' e di 'roll' del pilota sono stati misurati sul petto dei tester. (figura 1.13) Il risultato ottenuto è una mutua correlazione evidente tra 'yaw' e 'roll'.

Il lavoro è poi proseguito con la costruzione di un modello multi-body completo di rider a 11 DOF frutto di alcune considerazioni fatte riguardanti i possibili movimenti del corpo durante le prove di rollio e di 'yaw': il modello

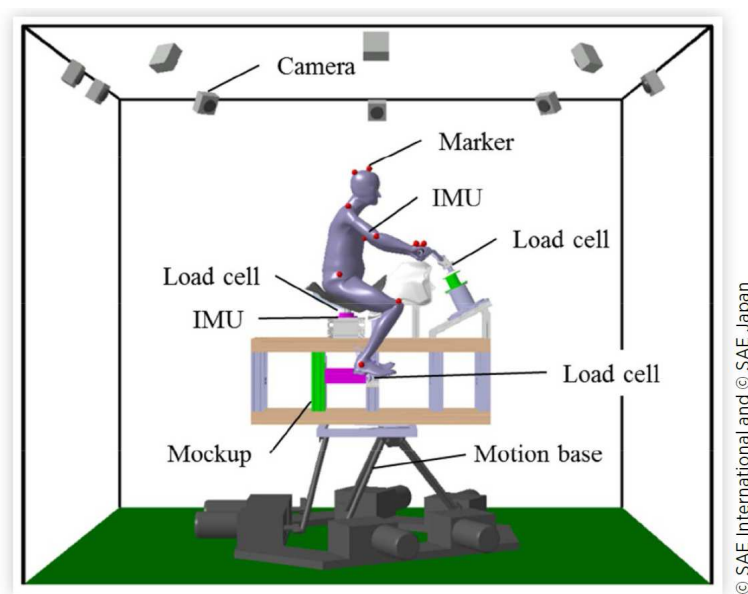


Figura 1.12: Schema Banco Prova utilizzato tratto dal paper di Kageyama I. et al.

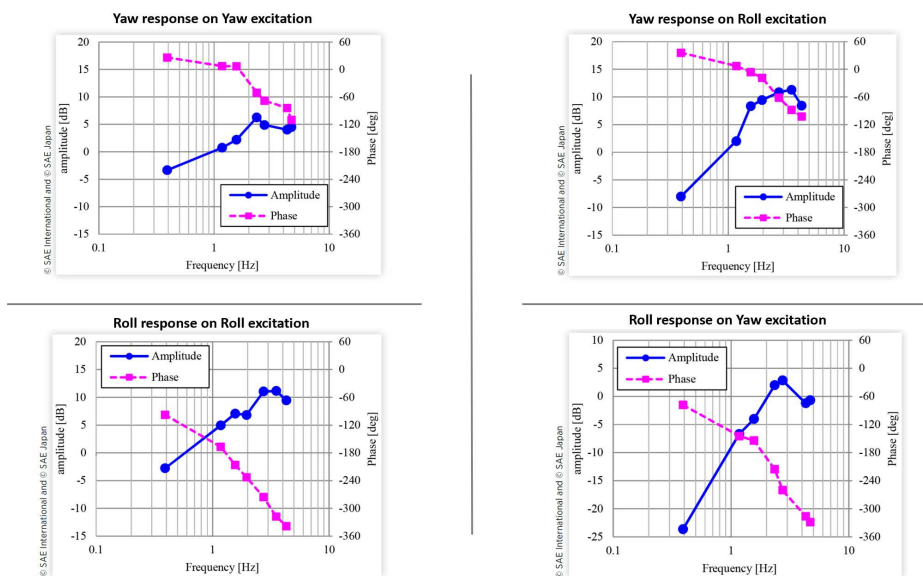


Figura 1.13: Grafici delle eccitazioni mutue tra Yaw e Roll tratto dal paper di Kageyama I. et al.

prevede il tronco separato in tre zone con giunti sferici per agganciare le mani del pilota al manubrio e un semplice contatto per il 'lower body' e la sella, la testa rimane solidale all'upper body' (figura 1.14).

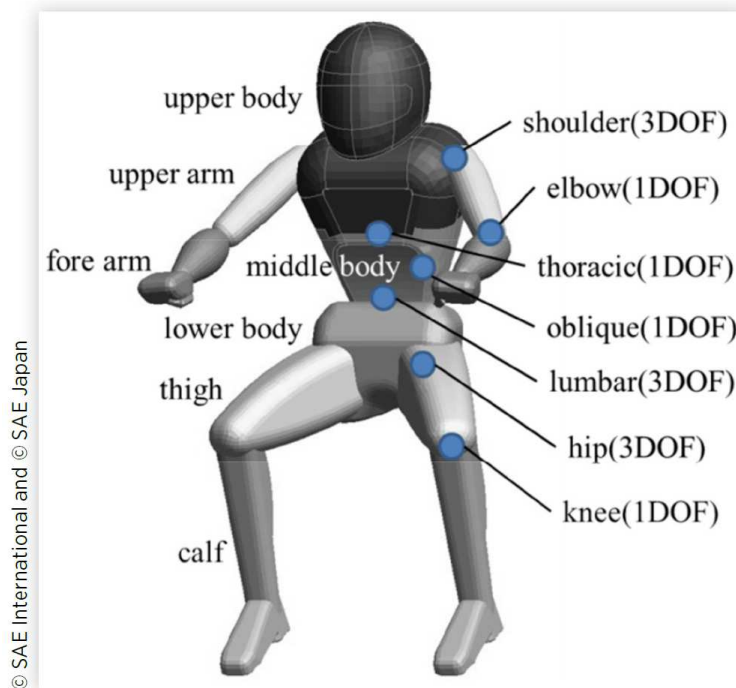


Figura 1.14: Modello di pilota a 11 DOF tratto dal paper di Kageyama I. et al.

Questo tipo di modello del corpo umano è stato accoppiato ad un modello complesso di veicolo tenente conto della flessibilità del telaio, del forcellone, di alcune parti dello sterzo e della flessibilità della gomma. Motore e altre parti pesanti del veicolo sono state modellizzate come masse connesse tra loro per mezzo di molle e smorzatori. Il modello accoppiato creato di 26 gradi di libertà (figura 1.15) è stato prima simulato con una prova ad impulso sullo sterzo e poi confrontato con i dati sperimentali. La comparazione ha restituito risultati convincenti in quanto il modello rispecchiava in toto i dati sperimentali tranne che per lo 'yaw' del rider.(figura 1.16)

L'ultimo punto del toccato dal lavoro di Kageyama ha riguardato l'analisi del flusso di potenza scambiata tra pilota e veicolo attraverso i giunti per analizzare come il movimento del pilota possa influenzare il veicolo. Per questo tipo di analisi sono stati misurati e fittati dati relativi a velocità e forza dei corpi. Dalla tabella sottostante (vedi figura 1.17) si può constatare che la potenza viene trasferita dal telaio al pilota attraverso il manubrio e le pedane, inoltre dai singoli contributi traslatori e rotatori si può notare come le mani eccitino prevalentemente il 'pitch' e l'"hop' del veicolo, mentre le pedane bloccano il movimento delle gambe ma inducano 'roll' e 'yaw'. Il flusso di potenza passa invece dal pilota al telaio tramite la sella: si può notare grazie ai segni che l'eccitamento a *weave* sia causato dallo spostamento

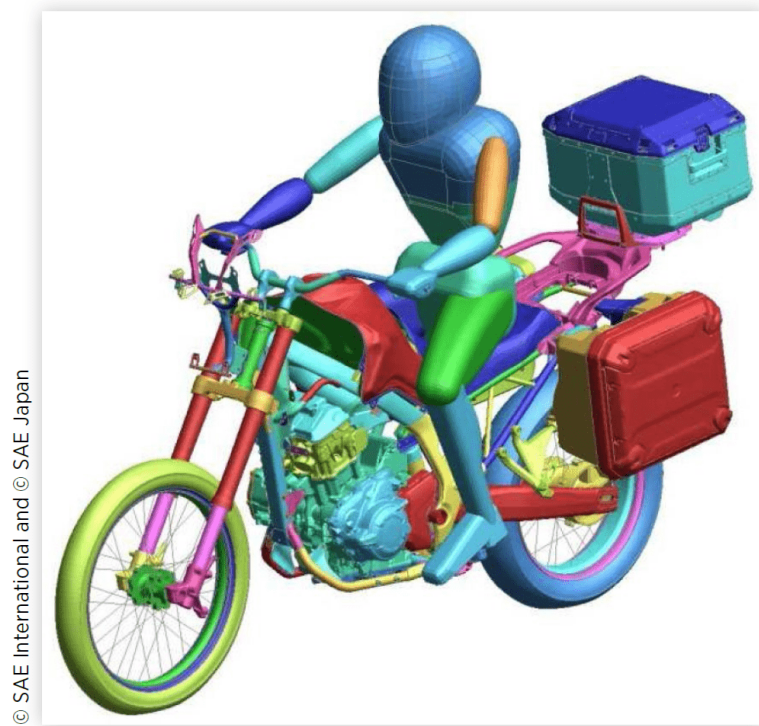


Figura 1.15: Modello di pilota-veicolo a 26 DOF tratto dal paper di Kageyama I. et al.

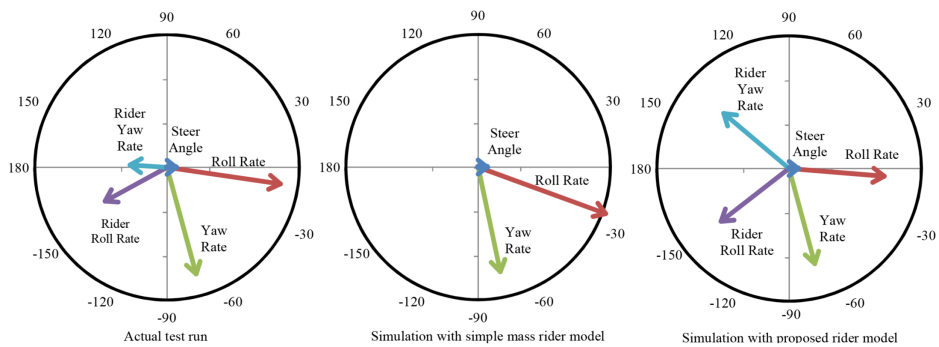


Figura 1.16: Risultati comparativi tra i modelli tratto dal paper di Kageyama I. et al.

laterale e il rollio del “lower body” mentre l’imbardata del pilota tende a smorzarlo.

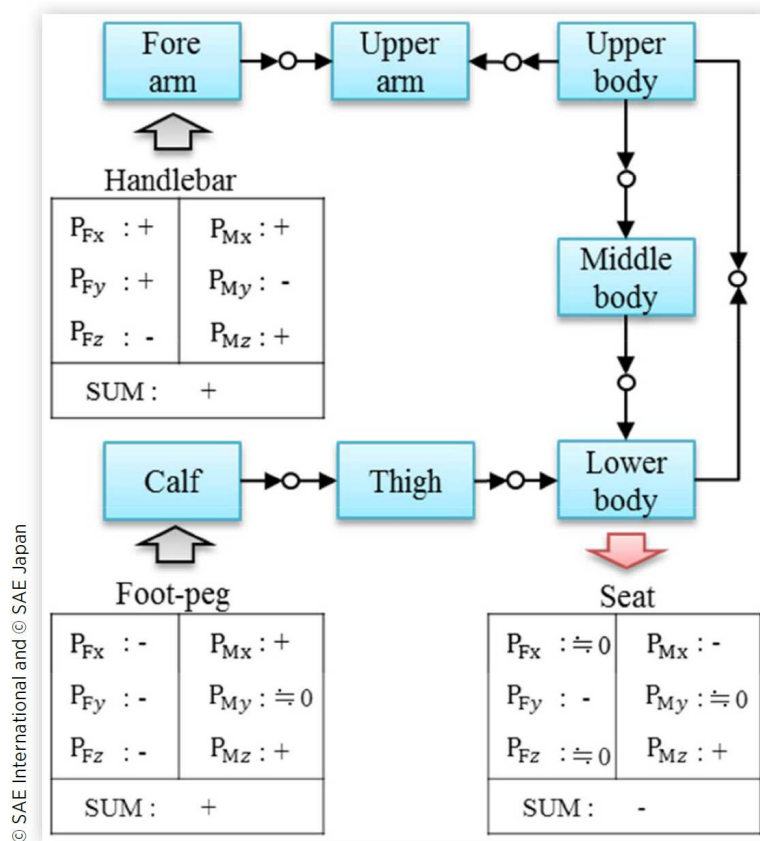


Figura 1.17: Tabella dei flussi di potenza con i vari contributi di forza e momenti tratto dal paper di Kageyama I. et al.



## Capitolo 2

# Macchinario test e strumentazione

### 2.1 Banco di prova

Per tutti i test effettuati è stato fatto uso di un telaio leggero composta da travi e giunzioni ITEM denominato Mech-Bull in grado di simulare forme e ingombri di un veicolo a due ruote (figura 2.1). La particolarità di questa struttura, già utilizzata all'interno dell'Università degli Studi di Padova per numerose prove, è quella di poter essere configurata a seconda dell'uso con vari innesti. Per queste prove a rollo è stato fatto uso di un manubrio agganciato a telaio, libero di ruotare, di una sella, per la comodità del tester, di un serbatoio, per simulare l'effettivo ingombro e un paio di pedane per l'appoggio dei piedi.

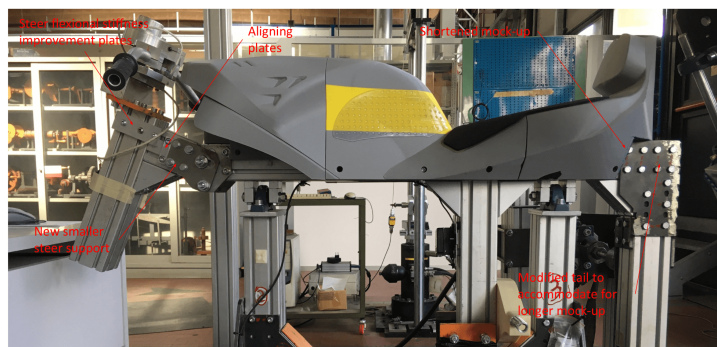


Figura 2.1: Mech-Bull.

Il Mech-Bull è poggiante sopra una lastra in ghisa per renderlo isolato dalle possibili vibrazioni indesiderate del laboratorio. Al di sopra del pianale in ghisa è agganciato un attuttore idraulico prodotto da MOOG, caratterizzato da una valvola a 2 stadi in grado di arrivare a frequenze di eccitazione

fino a 50 Hz. Il controllo dell'attuatore avviene all'interno di un sistema "closed-loop", dove un trasduttore monitora la posizione dello stelo effettiva e la compara con una di riferimento, generata da un codice *LabView*, per garantire un controllo in retroazione. L'attuatore è collegato al telaio e ne eccita il movimento.

Tutta la struttura mobile può ruotare attorno ad un asse di rollio che, in questo caso, è posto al di sotto della sella del pilota e non a terra per diminuire l'inerzia di rollio complessiva e quindi diminuire la forza esercitata dall'attuatore per movimentare il telaio.

## 2.2 Sensori e moduli di acquisizione

Per le prove sono stati messi a disposizione tre girometri "solid-state" piezoceramici prodotti da BRITISH AEROSPACE SYSTEM. Questi tipi di sensori sono indicati per questi tipi di prove in quanto sono affidabili alle basse frequenze (da 0.1 fino a 6-10 Hz per questi tipi di prove) e hanno una velocità massima campionabile di 200 deg/s con una risoluzione di 0.025 deg/s (figura 2.2).



Figura 2.2: Giroscopio prodotto da BAE.

I primi due agganciati ad una pettorina (figura 2.3) indossata dal pilota sulla schiena per catturare la velocità di rotazione rispetto all'asse di rollio e all'asse di imbardata nel sistema di riferimento del pilota. Il terzo invece è attaccato alla parte mobile del Mech-Bull per campionare la velocità di rollio della struttura. Lo schema del posizionamento dei girometri è riportato in figura 2.4

I girometri sono alimentati da un alimentatore in tensione continua settato a 9.7 V (figura 2.5). I cavi del sistema di alimentazione e dei girometri sono collegati in un hub di collegamento che trasmette l'informazione con un unico cavo al modulo di acquisizione NI 9205 (figura 2.6). Questo modulo analogico consente di utilizzare un massimo di 16 canali con una risoluzione a 16 bit, frequenza massima di campionamento 250 kpsps e un delay massimo di acquisizione di 100ns.



Figura 2.3: Pettorina utilizzata per i test.

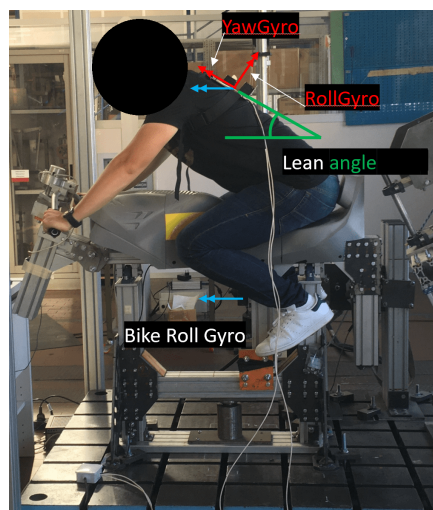


Figura 2.4: Schema di posizionamento girometri durante le prove.

Il modulo è inserito in una piattaforma di acquisizione NI cDAQ 9171 (figura 2.7) che consente un collegamento del modulo ad un PC tramite una porta USB. I segnali acquisiti di tensione dei sensori vengono rielaborati e convertiti nelle grandezze utilizzabili deg/s. Per ogni test vengono generati file *.txt* di quattro colonne (Time, Bike Roll [deg/s], Rider Roll [deg/s], Rider Yaw [deg/s]). Per ogni prova la frequenza di campionamento è di 2000 Hz.

Lo schema dettagliato di tutto l'apparato di acquisizione è esposto in figura 2.8.



Figura 2.5: Alimentatore.

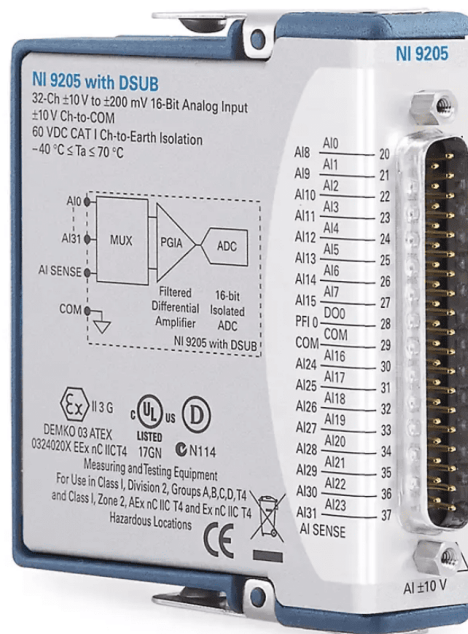


Figura 2.6: Scheda acquisizione dati NI9205.



Figura 2.7: Piattaforma acquisizione NICDAQ9171.

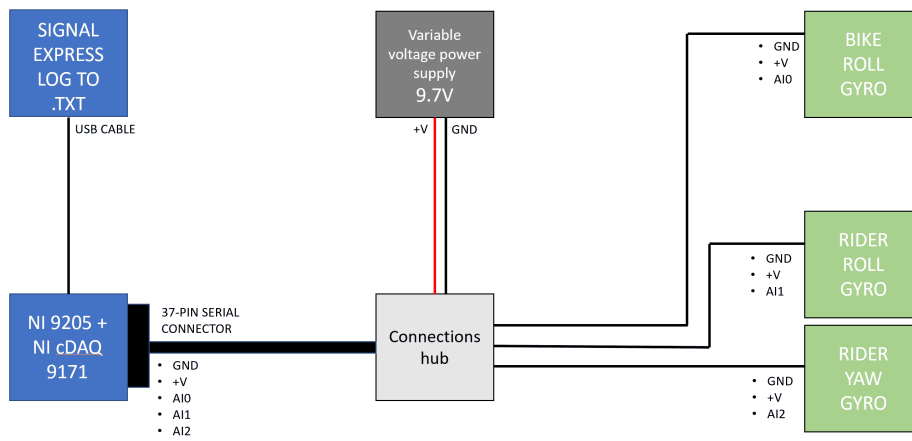


Figura 2.8: Schema di acquisizione delle prove.



## Capitolo 3

# Prove eseguite

### 3.1 Posture

Le prove svoltesi sono state di tre tipi in base alle posture adottate dai due piloti (non professionisti):

- Prove denominate ‘Vertical’
- Prove denominate ‘Acceleration’
- Prove denominate ‘Braking’

#### 3.1.1 Postura ‘Vertical’

Questi tipi di prove prevedono una postura eretta. La schiena infatti risulta pressoché perpendicolare al mock-up, le braccia sono rilassate lungo i fianchi e le mani sono poggiate sulle cosce. Le gambe risultano avvolgere il serbatoio e i piedi sono situati sulla pedana. La testa e lo sguardo del pilota puntano fissi verso avanti (figura 3.1).

La postura assunta per questo tipo di prova è stata scelta per avere dei riscontri da analizzare, lato pilota, riguardo alcune prove di collaudo di veicoli a due ruote, dove il veicolo, con sopra il pilota assumente la stessa postura sopra descritta, è soggetto ad una forza impulsiva che fa vibrare il veicolo. A causa delle restrizioni COVID19, la prova è stata sostenuta unicamente da un pilota per un totale di 10 prove (5 sostenute in un giorno e le altre 5 in un giorno seguente)

#### 3.1.2 Postura ‘Acceleration’

La postura di queste prove prevede invece che il pilota si metta il più possibile “in carena”: testa vicino al manubrio con lo sguardo in avanti, busto piagato il più possibile in avanti e gomiti stretti lungo il serbatoio per simulare una condizione in cui si debba minimizzare il ‘drag’. Gambe e piedi invece

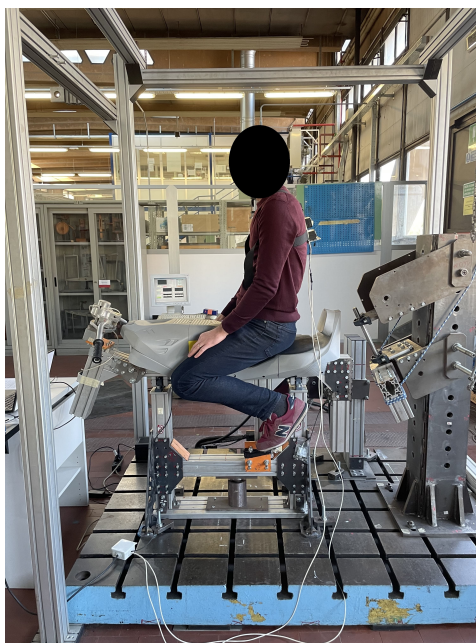


Figura 3.1: Postura prova 'Vertical' Rider 1

assumono la postura classica (figure 3.2 e 3.3). La postura prevede un certo sforzo per essere mantenuta rispetto alla precedente.

La postura scelta è la tipica postura di un pilota che affronta un rettilineo in sella ad una moto sportiva, per questo è stata presa in considerazione ed analizzata a rollo. Questa prova è stata sostenuta da entrambi i piloti in due giornate differenti per un totale di 10 prove (5 sostenute dal pilota 1 e le altre 5 dal pilota 2).

### 3.1.3 Postura 'Braking'

L'ultimo tipo di prova eseguita prevede che il pilota assuma una posizione tipica di quando si deve "attaccare ai freni" per decelerare il veicolo prima di impostare una curva: la testa e il busto rispetto alla posizione in carena si alzano rimanendo comunque piegati in avanti mentre i gomiti si raddrizzano e sporgono leggermente verso l'esterno per permettere alle mani di raggiungere i freni. Gambe e piedi continuano a rimanere in posizione classica (figure 3.4 e 3.5).

Questa posa è stata scelta, come nel caso precedente, perché è una posizione assunta ripetutamente dal pilota in fase di frenata. Le prove tipo 'Braking' sono state eseguite da entrambi i piloti, per un totale di 15 ripetute (10 effettuate dal pilota 1 in due giorni differenti e le altre 5 dal pilota 2).

In figura 3.6 e 3.7 sono state riassunte le prove effettuate dai due piloti.

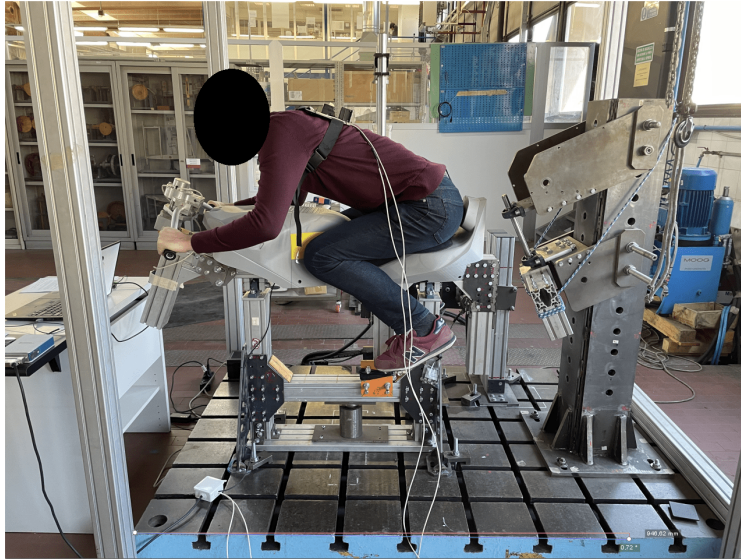


Figura 3.2: Postura prova 'Acceleration' Rider 1



Figura 3.3: Postura prova 'Acceleration' Rider 2

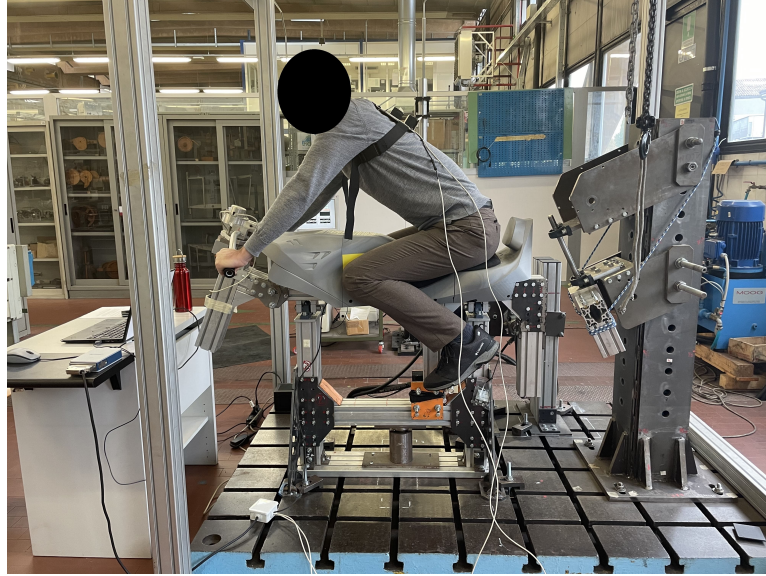


Figura 3.4: Postura prova 'Braking' Rider 1

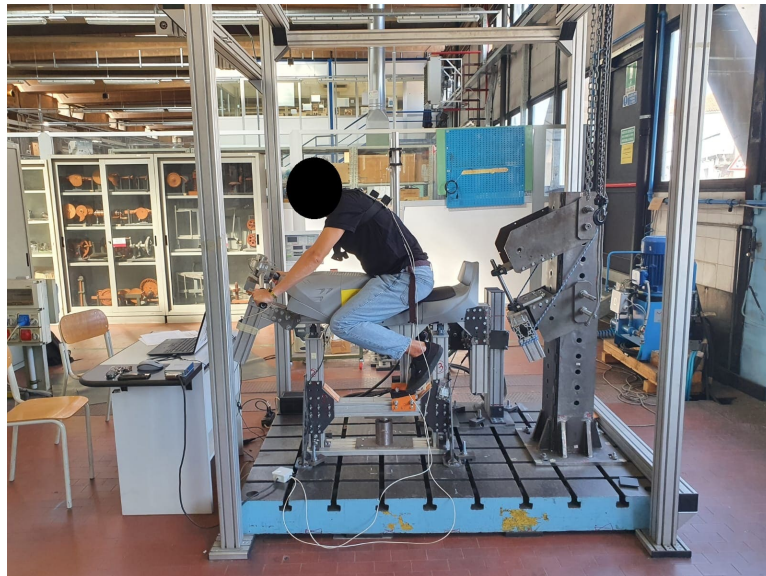


Figura 3.5: Postura prova 'Braking' Rider 2

GIORNO	TEST	POSTURA	NOME	GRUPPO	SEGNALE INPUT	LEAN ANGLE	NOTE
19/11/2021	1	/	bike_position1	/	/	/	Collaudo macchinario
19/11/2021	2	Braking	braking2	Braking1	Random costant velocity PSD	32.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	3	Braking	braking3	Braking1	Random costant velocity PSD	32.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	4	Braking	braking4	Braking1	Random costant velocity PSD	32.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	5	Braking	braking5	Braking1	Random costant velocity PSD	32.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	6	Braking	braking6	Braking1	Random costant velocity PSD	32.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	7	Vertical	vertical7	Vertical1	Random costant velocity PSD	78 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	8	Vertical	vertical8	Vertical1	Random costant velocity PSD	78 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	9	Vertical	vertical9	Vertical1	Random costant velocity PSD	78 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	10	Vertical	vertical10	Vertical1	Random costant velocity PSD	78 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	11	Acceleration	acceleration11	Acceleration	Random costant velocity PSD	19.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	12	Acceleration	acceleration12	Acceleration	Random costant velocity PSD	19.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	13	Acceleration	acceleration13	Acceleration	Random costant velocity PSD	19.3 deg	Scartata - Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	14	Acceleration	acceleration14	Acceleration	Random costant velocity PSD	19.3 deg	Range 0.1-10 Hz
19/11/2021	15	Acceleration	acceleration15	Acceleration	Random costant velocity PSD	19.3 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	1	Vertical	test1	Vertical2	Random costant velocity PSD	81.5 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	2	Vertical	test2	Vertical2	Random costant velocity PSD	81.5 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	3	Vertical	test3	Vertical2	Random costant velocity PSD	81.5 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	4	Vertical	test4	Vertical2	Random costant velocity PSD	81.5 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	5	Braking	test5	Braking2	Random costant velocity PSD	34 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	6	Braking	test6	Braking2	Random costant velocity PSD	34 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	7	Braking	test7	Braking2	Random costant velocity PSD	34 deg	Range 0.1-10 Hz
26/11/2021	8	Braking	test8	Braking2	Random costant velocity PSD	34 deg	Range 0.1-10 Hz

Figura 3.6: Tabella riassuntiva delle prove effettuate dal Rider 1

GIORNO	TEST	POSTURA	NOME	GRUPPO	SEGNALE INPUT	LEAN ANGLE	NOTE
02/09/2021	1	Braking	braking_1	Braking	Random costant velocity PSD	31.19 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	2	Braking	braking_2	Braking	Random costant velocity PSD	31.19 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	3	Braking	braking_3	Braking	Random costant velocity PSD	31.19 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	4	Braking	braking_4	Braking	Random costant velocity PSD	31.19 deg	Scartata - Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	5	Braking	braking_5	Braking	Random costant velocity PSD	31.19 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	6	Acceleration	lean_1	Acceleration	Random costant velocity PSD	-14 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	7	Acceleration	lean_2	Acceleration	Random costant velocity PSD	-14 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	8	Acceleration	lean_3	Acceleration	Random costant velocity PSD	-14 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	9	Acceleration	lean_4	Acceleration	Random costant velocity PSD	-14 deg	Range 0.1-6 Hz
02/09/2021	10	Acceleration	lean_5	Acceleration	Random costant velocity PSD	-14 deg	Range 0.1-6 Hz

Figura 3.7: Tabella riassuntiva delle prove effettuate dal Rider 2

### 3.2 Descrizione delle prove

L'attuatore idraulico, precedentemente descritto, imprime una coppia (forza con braccio) controllata in modo che produca un segnale random con una PSD costante in velocità sul Mech-Bull che rolla attorno al proprio asse di rotazione. Il pilota sopra la struttura vibra di conseguenza. L'effetto di questa vibrazione viene catturato dai due girometri posti sulla pettorina del tester sotto forma di velocità di rotazione in (deg/s). La velocità di rollio nel sistema assoluto presa in analisi sarà una composizione delle due velocità (figura 3.8) lungo l'asse assoluto di rollio. Con i dati dei due girometri della pettorina e del girometro posto sul Mech-Bull, è possibile costruire sperimentalmente la funzione di trasferimento angolo output/ angolo di input voluta per analizzare il comportamento del pilota al variare della frequenza. Ogni prova ha una durata di 120 secondi.

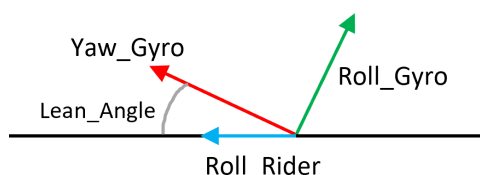


Figura 3.8: Composizione velocità angolare

La scelta di un segnale in input che abbia una densità spettrale di potenza (PSD) costante in velocità non è casuale: questo permette infatti di superare alcuni limiti legati ad altre forme di segnale di eccitazione come un segnale *sweep* in frequenza (crescente) ad ampiezza costante o un segnale random avente una PSD di ampiezza costante. Come spiegato in ([4]) infatti, il segnale random a differenza di quello *sweep* in frequenza permette al pilota di ridurre il fattore prevedibilità durante la prova in modo tale da abbassare il rischio che questo utilizzi differenti muscoli a diverse frequenze; inoltre avere una PSD costante in velocità e non in ampiezza permette di abbassare l'accelerazione alle alte frequenze (a discapito di avere un incremento di ampiezza alle basse frequenze). (figura 3.9)

### 3.3 Elaborazione dei dati

I dati ricavati dai tre girometri (ai0 - Bike roll rate, ai1 - Rider roll rate, ai2 - Rider yaw rate) vengono salvati dal programma sotto forma di file *.txt*. Questi dati vengono rielaborati dal programma di Matlab per estrarre i segnali utili per costruire le funzioni di trasferimento denominate 'Motion' perché esprimono un rapporto tra velocità.

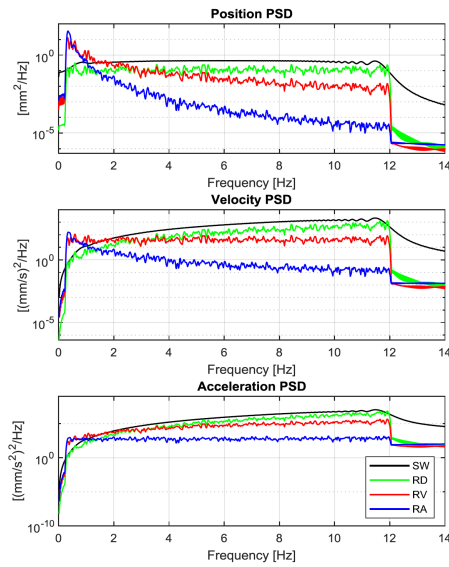


Figura 3.9: Vari segnali tratti da [4]

Per estrarre il segnale attivo dai dati ai0 *raw* (figura 3.10) di tutte le prove effettuate si procede calcolando il valore RMS in più parti di segnale consecutive e considerando in seguito l'indice del segnale avente valore RMS maggiore (figura 3.11). Il segnale attivo e quindi utile sarà quello a partire da tale indice più 120 (durata in s della prova) · 2000 (frequenza di campionamento) (figura 3.12).

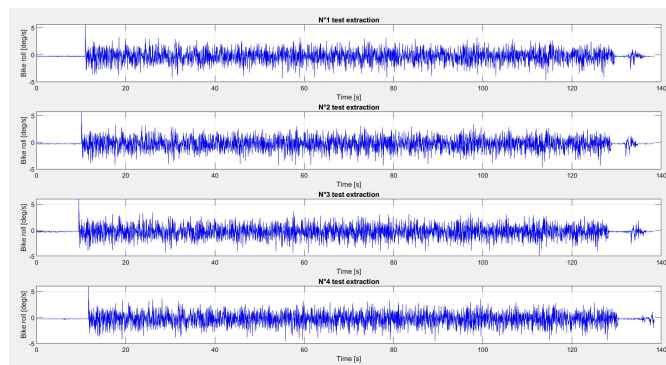


Figura 3.10: Segnale estratto di ai0 dal girometro (Prova Vertical1)

```

%SIGNIFICANT SIGNAL EXTRACTION
%Decimated temporal vector
t_rms = decimate(t,10);
ai0_rms = decimate(ai0,10);
%Size of the decimated time domain to observe
N_duration = round(duration*Fs/10);
%Size of the degree of freedoms to calculate rms
N_rms = numel(t_rms) - N_duration;
%Initialize vector of rms of ai0 (bike) for every rms DOF
rms_vec = zeros(N_rms,1);
%Calculate N_rms + 1 RMSs
for j = 1:(N_rms+1)
    rms_vec(j) = rms(ai0_rms(j:(N_duration + j - 1)));
end
%Find max: find interval with maximum signal
[~,I_max_rms] = max(rms_vec);
%Create vector of max rms signal extraction
I_vec_signal = ((I_max_rms-1)*10+1):((I_max_rms-1)*10 + duration*Fs);

```

Figura 3.11: Sript di codice per l'estrazione di segnale

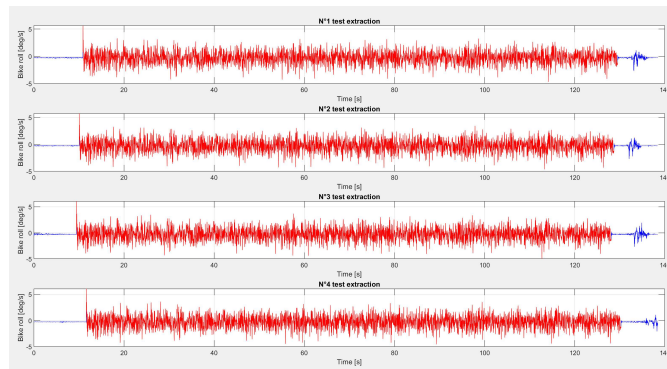


Figura 3.12: In rosso il segnale attivo estratto (Prova Vertical1)

In seguito, non essendo centrati sullo zero, avendo quindi un certo offset, ai dati attivi estratti viene sottratta la media. Per calcolare la funzione di trasferimento è necessario ricavare la velocità di rollio assoluta del pilota ossia relativa al pilota parallela all'asse di rollio del moch-up. Come descritto in figura 3.8, questa è calcolata come composizione lineare di  $ai_1$  e  $ai_2$  conoscendo l'angolo ('lean-angle') di inclinazione del busto del pilota rispetto all'asse di rollio del Mech-Bull.

$$ai_1 = ai_2 \cdot \cos(\text{lean\_angle} \cdot \pi/180) - ai_1 \cdot \sin(\text{lean\_angle} \cdot \pi/180)$$

Con i dati rielaborati di input (Bike roll rate) e di output (Rider roll rate) è possibile con il comando *tffestimate* di Matlab costruire la funzione di trasferimento (TF) sperimentale. Si è preferito questo comando al comando *modalfrf* poiché il primo consente di calcolare la TF alle frequenze volute e non automaticamente come nel secondo comando.

$$[tf, f] = \text{tffestimate}(ai0, ai1, \text{window}, \text{noverlap}, f, Fs)$$

Il comando *tffestimate* consente di inserire due parametri: il numero di *windowing* e il valore di *overlapping*. I due valore consentono di determinare il numero di finestre e il numero di dati da sovrapporre da utilizzare per il calcolo di TF consentendo di ridurre il rumore misurato dei dati. Per queste prove si è scelto un valore di finestrata pari a quello di Hamming (valore di default) essendo i risultati soddisfacenti e un valore di sovrapposizione dei segmenti pari al 50% (valore di default): i dati di output e di input sono stati divisi in 8 segmenti sovrapposti tra loro per una lunghezza del 50%.

La funzione di trasferimento sperimentale ricavata è in forma complessa. È possibile rappresentarla in due modi: con un diagramma modulo e fase oppure con il diagramma complesso di *Nyquist*.

Il diagramma modulo e fase è la classica rappresentazione di una funzione di trasferimento. Il diagramma del modulo ha una doppia scala lineare a differenza del diagramma di Bode, per rappresentare la funzione così com'è. Nel grafico della fase, invece si è indicato sull'asse delle ordinate il ritardo in gradi. Il diagramma di *Nyquist* invece è utile per avere una rappresentazione complessiva della TF sul piano complesso, asse delle ascisse reale e asse delle ordinate immaginario. Durante l'analisi dei dati e dei modelli si è utilizzato questo tipo di rappresentazione per valutare la differenza tra funzione di modello e funzione sperimentale nella fase di fitting.

Siccome sono state fatte numerose prove, per estrarre una curva di riferimento per la successiva fase di analisi, si è scelto di mediare le quattro/cinque prove fatte con la stessa postura con una media complessa, che tenesse conto di modulo e fase della funzione di trasferimento e non di mediare ampiezza e fase separatamente così da ovviare al problema del 'wrapping' della fase

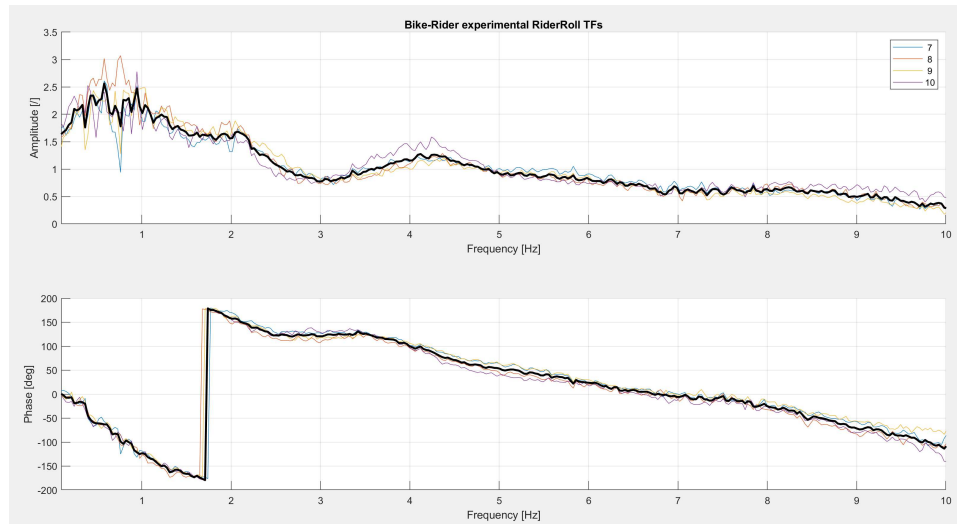


Figura 3.13: Funzioni di trasferimento (modulo e fase) delle prove Vertical1, la curva mediata è quella in nero spesso

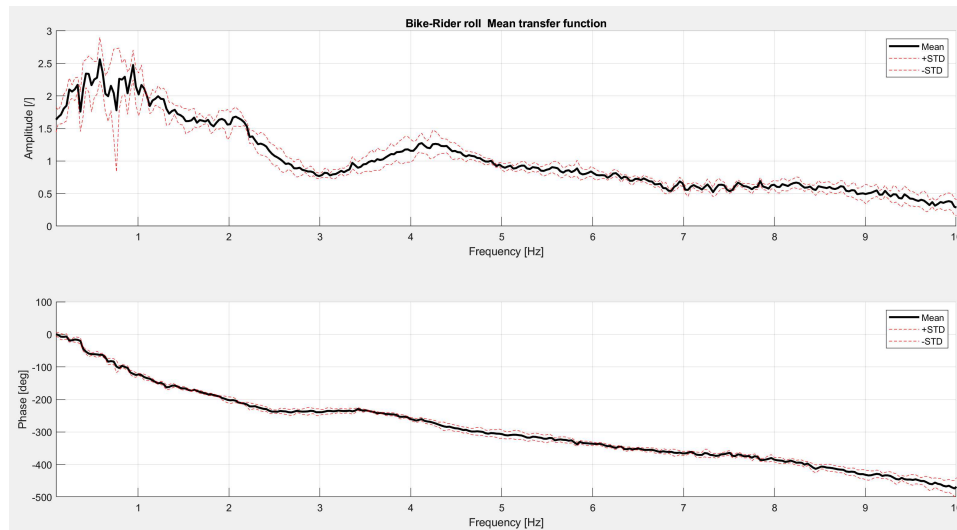


Figura 3.14: Curva TF media Prova Vertical1 con +/- deviazione standard

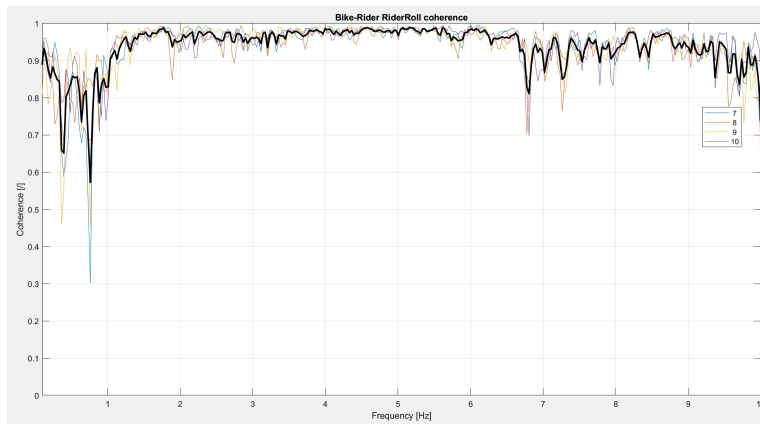


Figura 3.15: Coerenza della prova Vertical1, in nero la media

non veritieri (figura 3.13). In seguito, la fase si è deciso di ‘srotolarla’ con il comando *unwrap* in modo da non avere salti di  $360^\circ$  (figura 3.14).

Un altro fattore rilevante per l’acquisizione dei dati è la coerenza. Questo fattore esprime la bontà delle misurazioni eseguite, ovvero quanto il segnale di uscita rilevato sia effettivamente legato al segnale di ingresso sfruttando il comando Matlab *mscohere*:

$$[cxy, f] = mscohere(ai0, ai1, window, noverlap, f, Fs)$$

Il valore oscilla tra 0, segnali non correlati, e 1, segnali totalmente correlati. Il calcolo dei valori di coerenza si basa sulla formula:

$$Cxy(f) = |Pxy(f)|^2 / (Pxx(f) \cdot Pyy(f))$$

Dove  $Pxy(f)$  è la cross-PSD tra il segnale  $x$  e  $y$ ,  $Pxx(f)$  è la PSD del segnale  $x$  e  $Pyy(f)$  è la PSD del segnale  $y$  funzioni della frequenza  $f$  ottenuti con il metodo di Welch. Anche per questo comando sono presenti gli stessi valori di windowing e di overlapping già discussi per il comando *tffestimate*. (figura 3.15)

## 3.4 Presentazione di tutti i dati elaborati

### 3.4.1 Prove Vertical

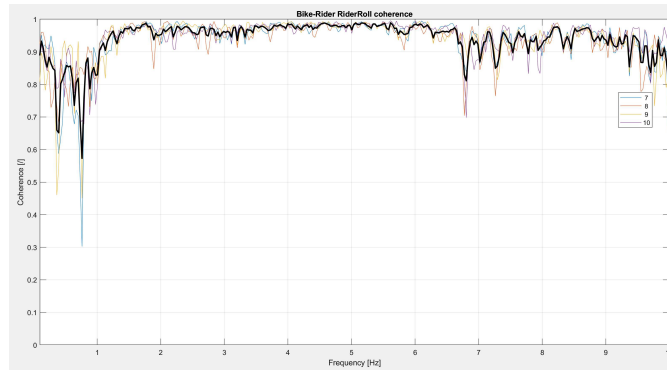


Figura 3.16: Coerenza Prove Vertical1 - Pilota1

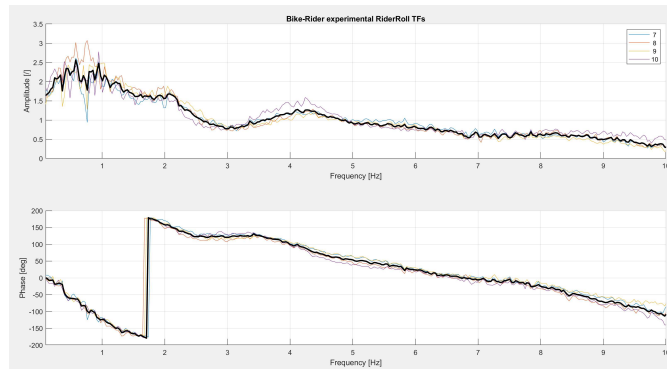


Figura 3.17: TF Prove Vertical1 - Pilota1

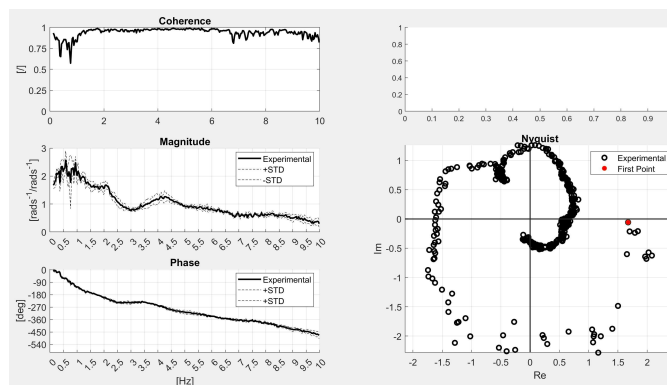


Figura 3.18: TF media di tutte le prove Vertical1 con diagramma di Nyquist - Pilota1

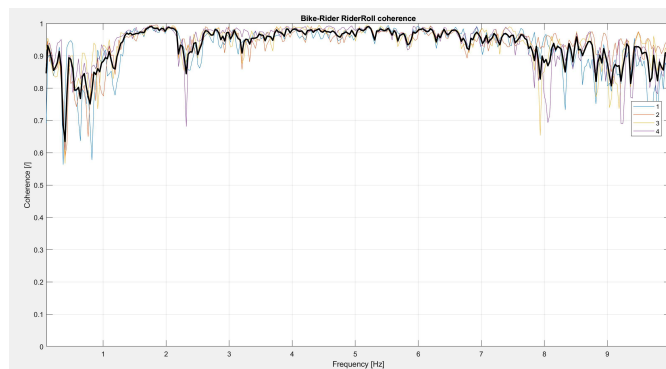


Figura 3.19: Coerenza Prove Vertical2 - Pilota2

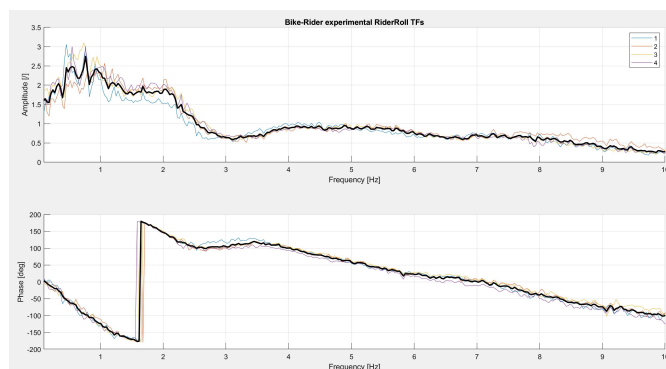


Figura 3.20: TF Prove Vertical2 - Pilota2

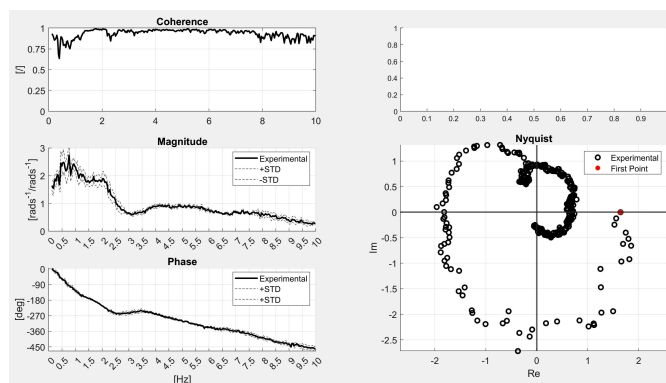


Figura 3.21: TF media di tutte le prove Vertical2 con diagramma di Nyquist - Pilota2

### 3.4.2 Prove Acceleration

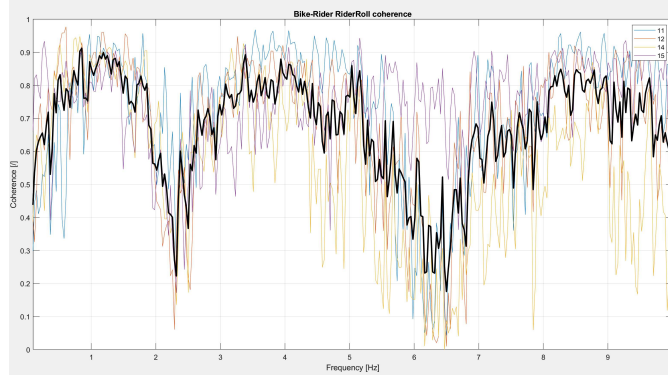


Figura 3.22: Coerenza Prove Acceleration - Pilota1

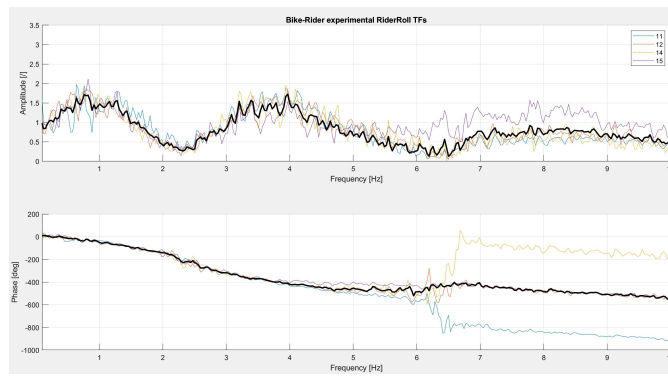


Figura 3.23: TF Prove Acceleration - Pilota1

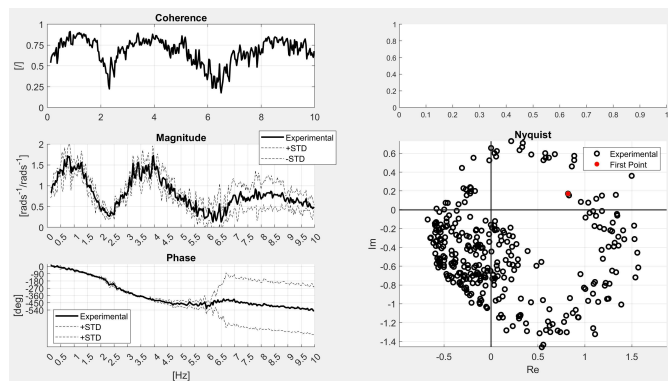


Figura 3.24: TF media di tutte le prove Acceleration con diagramma di Nyquist - Pilota1

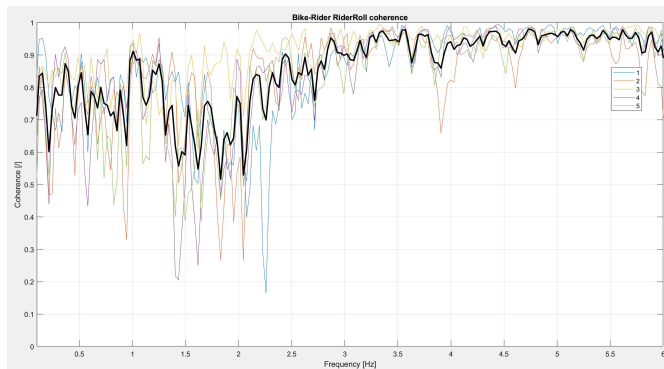


Figura 3.25: Coerenza Prove Acceleration - Pilota2

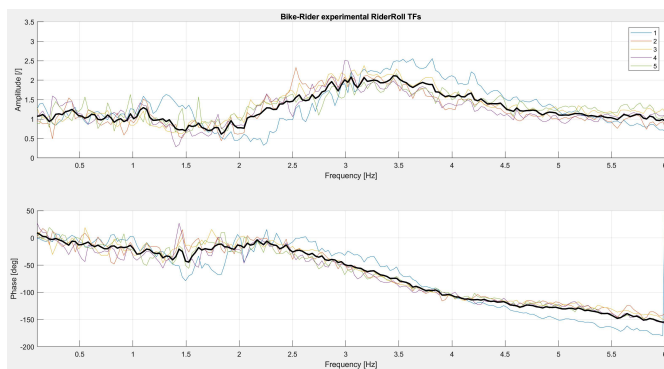


Figura 3.26: TF Prove Acceleration - Pilota2

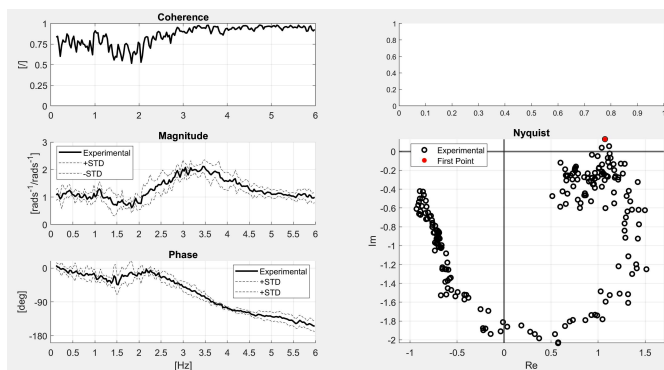


Figura 3.27: TF media di tutte le prove Acceleration con diagramma di Nyquist - Pilota2

## 3.4.3 Prove Braking

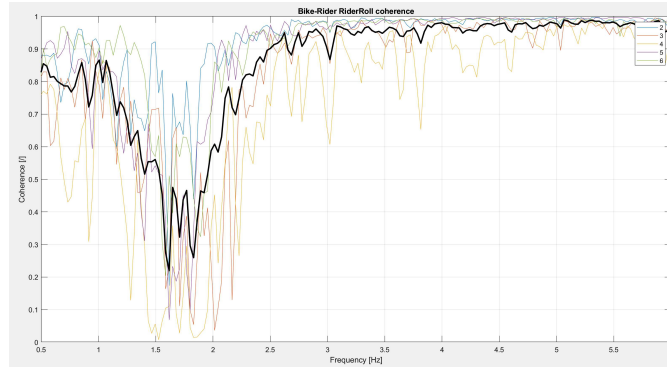


Figura 3.28: Coerenza Prove Braking1 - Pilota1

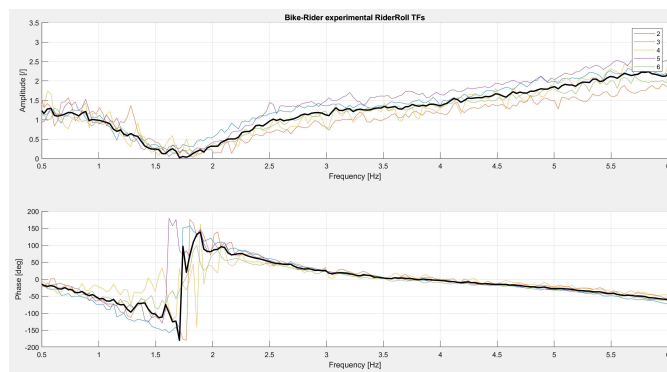


Figura 3.29: TF Prove Braking1 - Pilota1

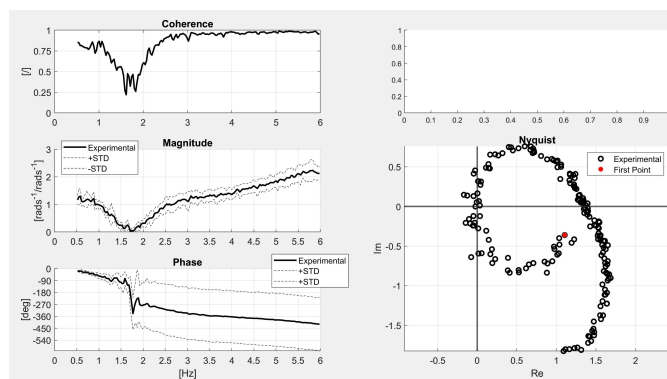


Figura 3.30: TF media di tutte le prove Braking1 con diagramma di Nyquist - Pilota1

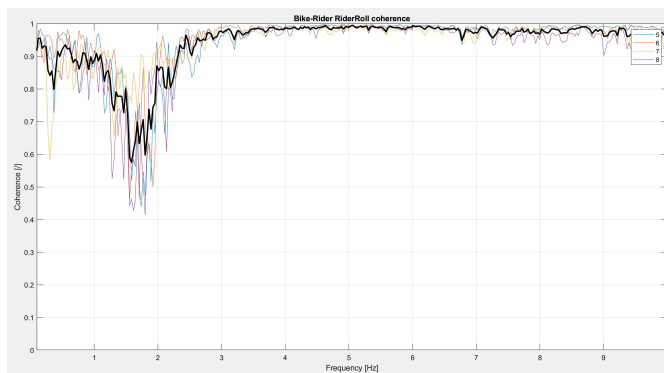


Figura 3.31: Coerenza Prove Braking2 - Pilota1

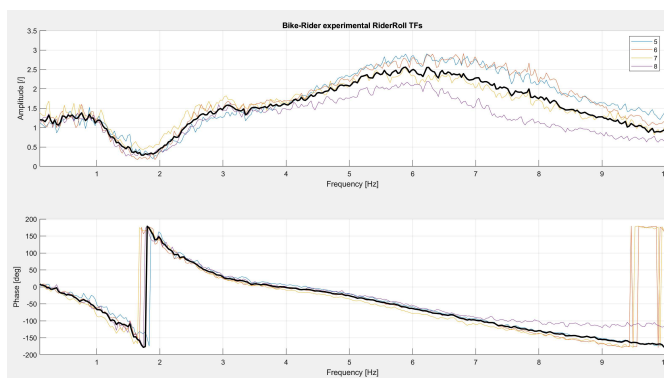


Figura 3.32: TF Prove Braking2 - Pilota1

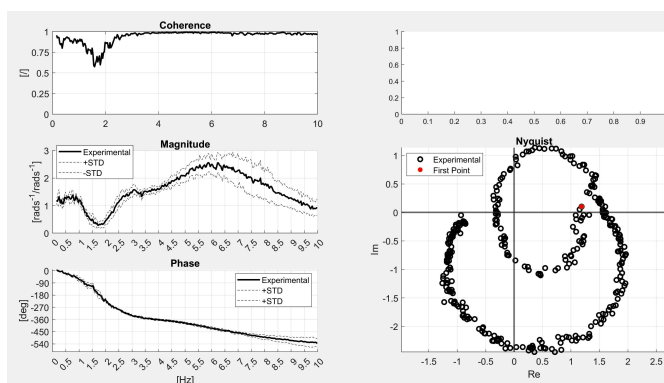


Figura 3.33: TF media di tutte le prove Braking2 con diagramma di Nyquist - Pilota1

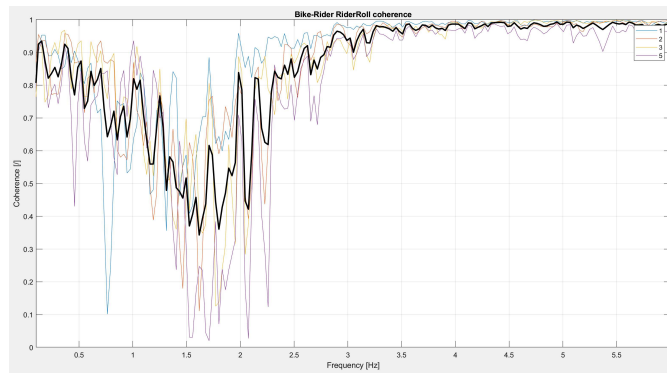


Figura 3.34: Coerenza Prove Braking - Pilota2

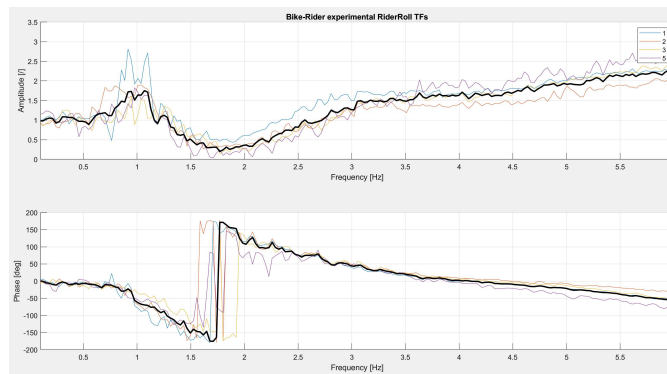


Figura 3.35: TF Prove Braking - Pilota2

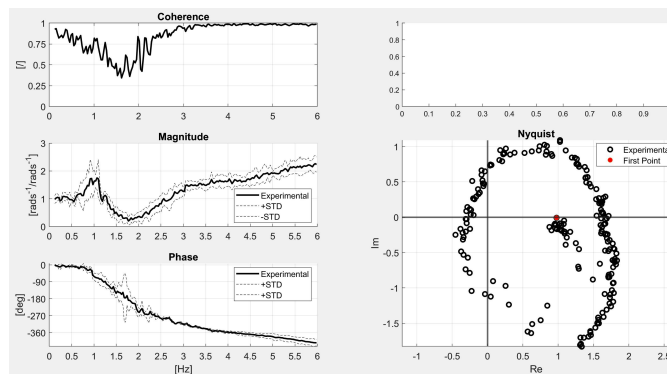


Figura 3.36: TF media di tutte le prove Braking con diagramma di Nyquist - Pilota2

*NOTE*

- Prove Acceleration Pilota 1 – 5 prove di cui una scartata. Di questa ripetizione di prove si è scartata una prova in quanto i dati ottenuti sballavano completamente la funzione di trasferimento media. Si può notare come la coerenza non sia delle migliori, la media infatti da 0.1 a 10 Hz della prova è 0.6691.
- Prove Acceleration Pilota 2 – 5 prove. Rispetto alla serie di prove precedente, questi dati presentano una media della coerenza migliore, anche se l'eccitazione si è fermata ai 6 Hz rispetto che ai 10 Hz. Si può notare inoltre come la funzione di trasferimento sperimentali non si assomiglino, questo lo si può imputare prevalentemente alla postura più estrema assunta dal pilota 2, come si può notare anche dalla differenza tra le figure 3.2 e 3.3.
- Prove Braking1 Pilota1 - 5 prove. La serie di prove ha subito, guardando i dati della coerenza, un problema alle basse frequenze (fino a 0.5 Hz) e dopo i 6 Hz. Per questo si è deciso di limitare la frequenza di dei dati Braking1 0.5-6 Hz per il successivo fitting. Fortunatamente la seconda serie di prove in posizione Braking con il medesimo pilota si è ripetuta con risultati più che buoni.
- Da tutte le prove si può notare una coerenza alle bassissime frequenze che cala, ciò è dovuto al fatto che siamo vicini alla zona dove il pilota, nel range al di sotto di 1 Hz, diventa attivo con la sua cognizione e questo può alterare l'ipotesi di passività delle prove eseguite. La coerenza cala anche in prossimità dei picchi di risonanza: questo comportamento è abbastanza noto in quanto in questa zona la risposta tende a divergere e a non seguire un preciso modello.



## Capitolo 4

# Approccio ‘Black Box’

La fase di creazione dei modelli fisici per il fitting dei dati sperimentali passa necessariamente per una fase di identificazione delle strutture delle funzioni di trasferimento più consone a rappresentare i dati sperimentali. Per questo scopo si è utilizzato un tool di Matlab chiamato *System Identification*: quest’app permette di ricavare i coefficienti della funzione di trasferimento dati il numero di poli e di zeri voluti per rappresentare il modello e di confrontare tramite un fattore di correlazione più modelli tra loro per scegliere il più aderente ai dati sperimentali e il più conveniente con il minor numero di gradi di libertà.

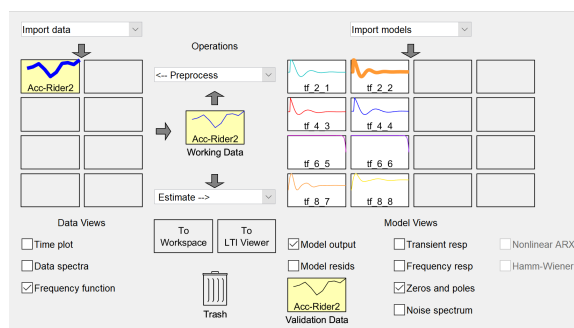


Figura 4.1: Interfaccia grafica app *System Identification Toolbox* di Matlab

Questo tipo di approccio, chiamato ‘black box’ (in contrasto con la condizione di piena comprensione del problema chiamata ‘white box’), viene utilizzato quando non si ha piena consapevolezza del modello da utilizzare per il fitting dei dati. Nel seguente caso, infatti, i gradi di libertà da inserire nel modello fisico sono poco chiari in quanto il corpo umano presenta una complessità notevole di modellizzazione che varia anche a seconda delle parti del corpo e dei movimenti utilizzate durante le prove. Nonostante sia uno strumento molto potente se si vuole indagare esclusivamente sulla struttura del modello (numero di poli e di zeri della TF), la sua utilità si ferma in su-

perficie: l'approccio 'black box', infatti, non permette di individuare i gradi di libertà ma si limita a suggerire quanti di questi inserire nel modello fisico per garantire, con il minor numero di questi, una buona correlazione con i dati sperimentali. È una vera e propria scatola nera dalla quale fuoriescono TF analitiche calcolate tramite un problema di minimo che possono non rappresentare un vero e proprio modello fisico.

Il comando principale utilizzato da Matlab per l'analisi della struttura è *tfest* il quale risolve iterativamente (S-K 'iteration') un problema non lineare ai minimi quadrati con un massimo di 20 iterazioni oppure fino a che la 'loss function' non raggiunge un valore inferiore a 0.001 nelle ultime tre iterazioni. In seguito, si procede con un ulteriore perfezionamento lineare per trovare una soluzione localmente ottimale tramite una seconda serie di iterazioni. Per approfondimento e per le espressioni utilizzate si rimanda al comando 'help' di Matlab.

## 4.1 Prove Vertical

- Prova Vertical1 – Pilota 1

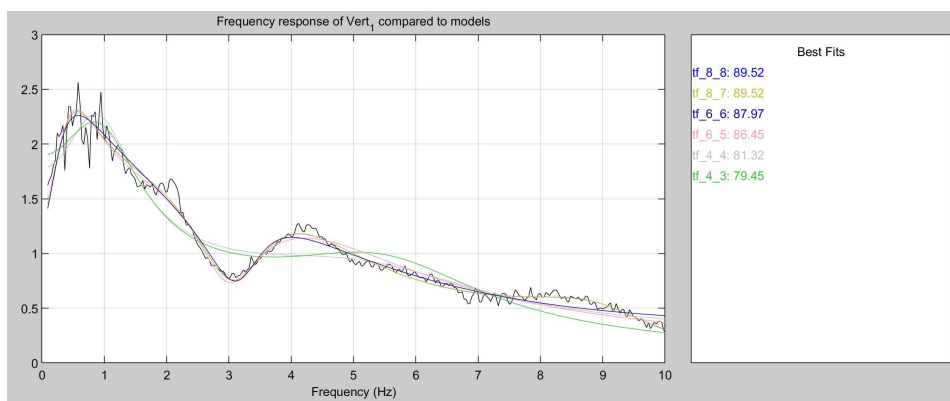


Figura 4.2: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Vertical1

TF - 6 poli - 6 zeri

$$H(s) = (\exp -0.019) \frac{-0.4056s^6 + 33.21s^5 - 2104s^4}{s^6 + 75.37s^5 + 2349s^4 + 4.79e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{1.603e4s^3 - 7.509e5s^2 + 4.684e6s + 6.074e6}{6.627e5s^2 + 3.18e6s + 4.731e6}$$

TF - 6 poli - 5 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0185) \frac{15.54s^5 - 1040s^4}{s^6 + 47.45s^5 + 1678s^4 + 4.79e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{6896s^3 - 3.55e5s^2 + 2.434e6s + 4.677e6}{3.928e5s^2 + 1.783e6s + 3.3e6}$$

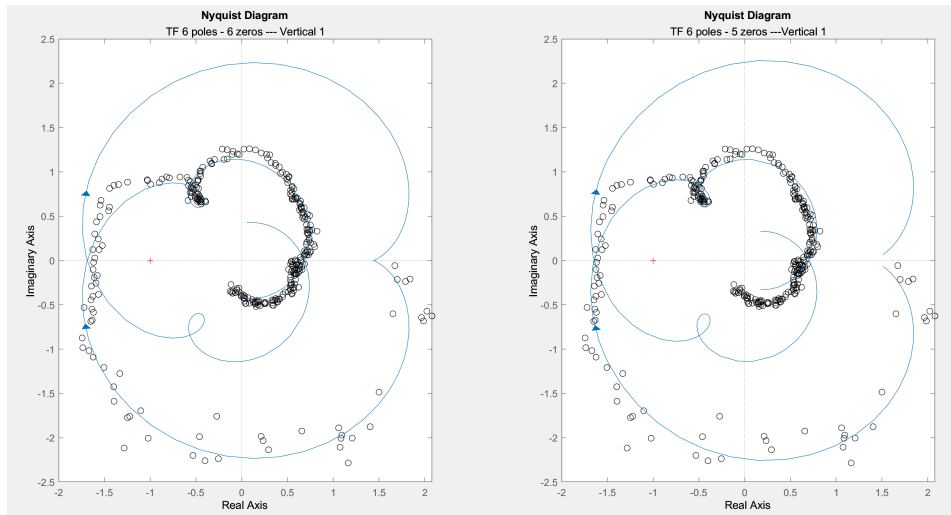


Figura 4.3: Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Vertical1

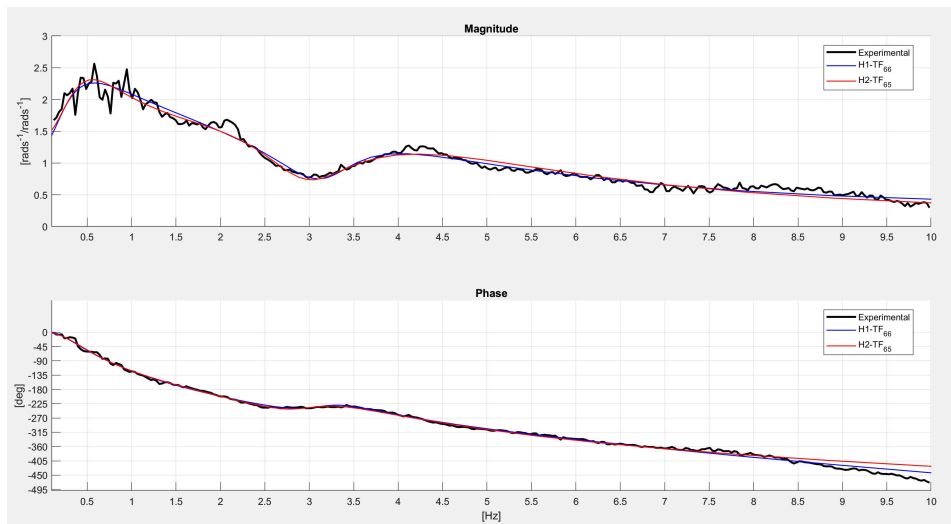


Figura 4.4: Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Vertical1

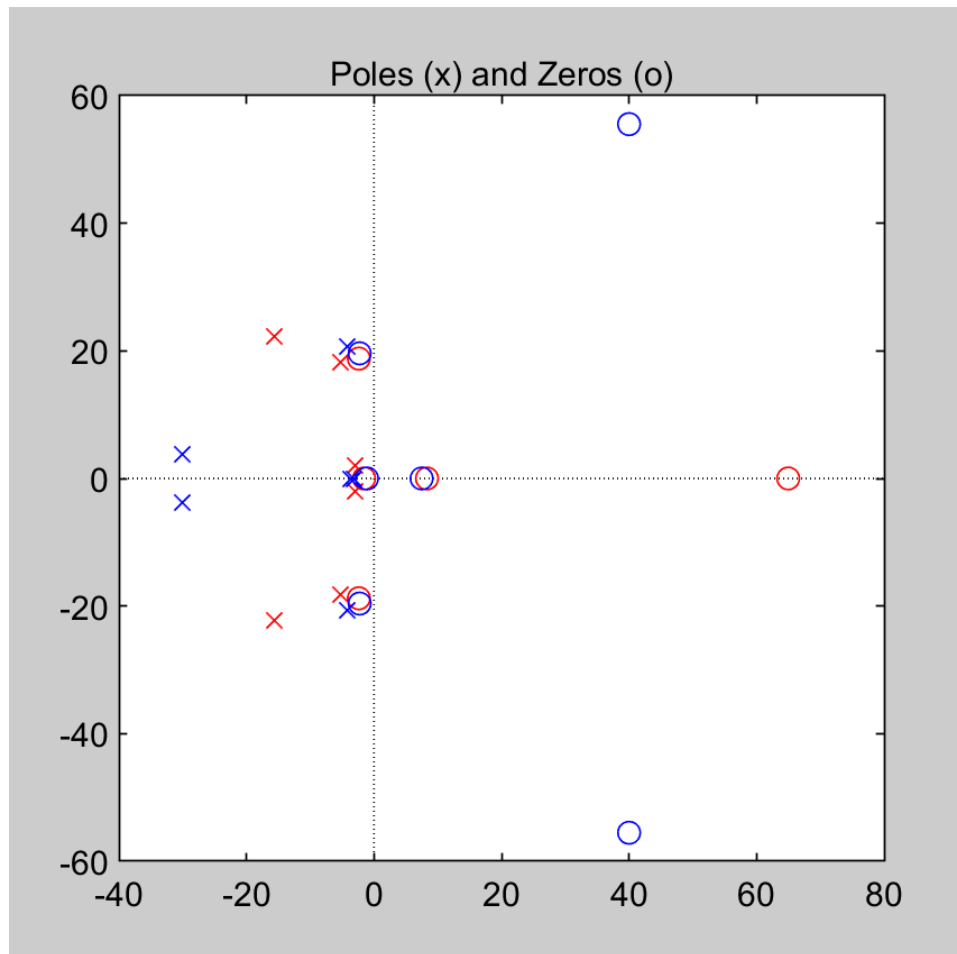


Figura 4.5: Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Vertical1

- Prova Vertical2 – Pilota 1

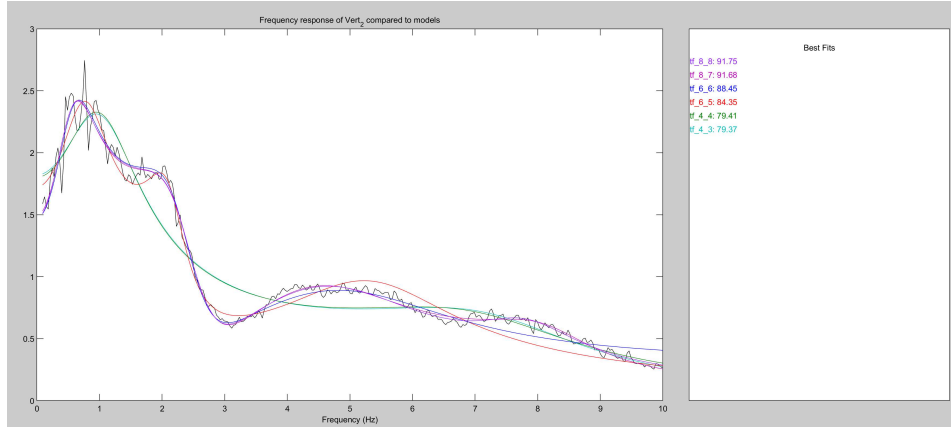


Figura 4.6: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Vertical2

TF - 6 poli - 6 zeri

$$H(s) = \frac{-0.3154s^6 + 19.6s^5 - 861.7s^4}{s^6 + 37.97s^5 + 1671s^4 + 2.102e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{3789s^3 - 2.5e5s^2 + 8.787e5s + 6.372e6}{3.24e5s^2 + 1.424e6s + 4.324e6}$$

TF - 6 poli - 5 zeri

$$H(s) = \frac{11.27s^5 - 263.6s^4}{s^6 + 28.74s^5 + 1622s^4 + 1.797e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{-3274s^3 - 7.74e4s^2 - 3.801e5s + 1.144e7}{3.134e5s^2 + 1.533e6s + 6.631e6}$$

Dall'analisi delle strutture ricavate dall'approccio *Black Box* si può evidenziare che, in entrambe le prove (Vertical1 e Vertical2), un sistema a 2 DOF (gradi di libertà), quindi TF a 4 poli, non è del tutto compatibile con i dati sperimentali che necessitano di almeno un grado di libertà ulteriore per arrivare ad un indice di correlazione sopra a 85%. D'altra parte, un sistema a 4 DOF, sebbene abbia un indice più alto di tutti gli altri, non risulta così tanto superiore rispetto ad uno a 3 DOF: ecco che un modello a 3 DOF riesce a fittare in maniera buona i dati sperimentali senza introdurre troppe complicazioni al modello.

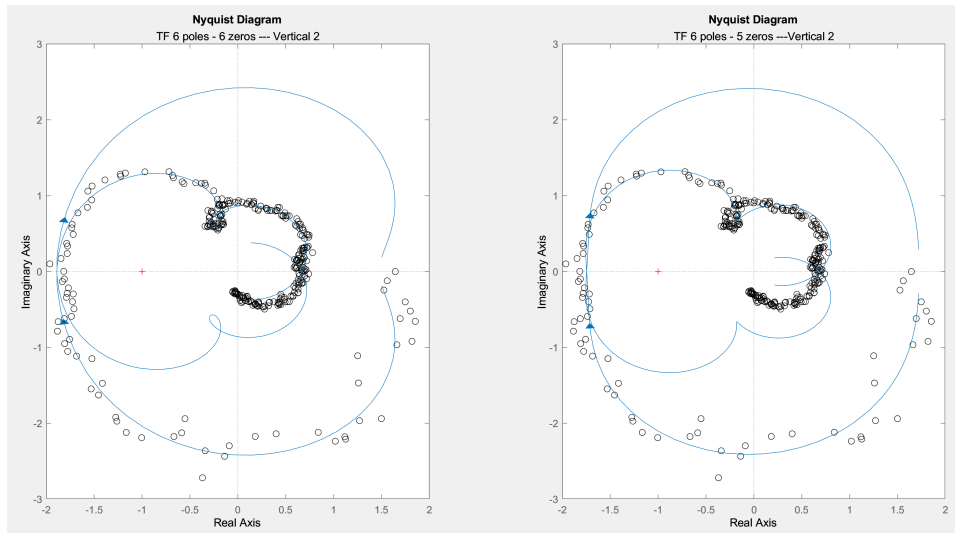


Figura 4.7: Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Vertical2

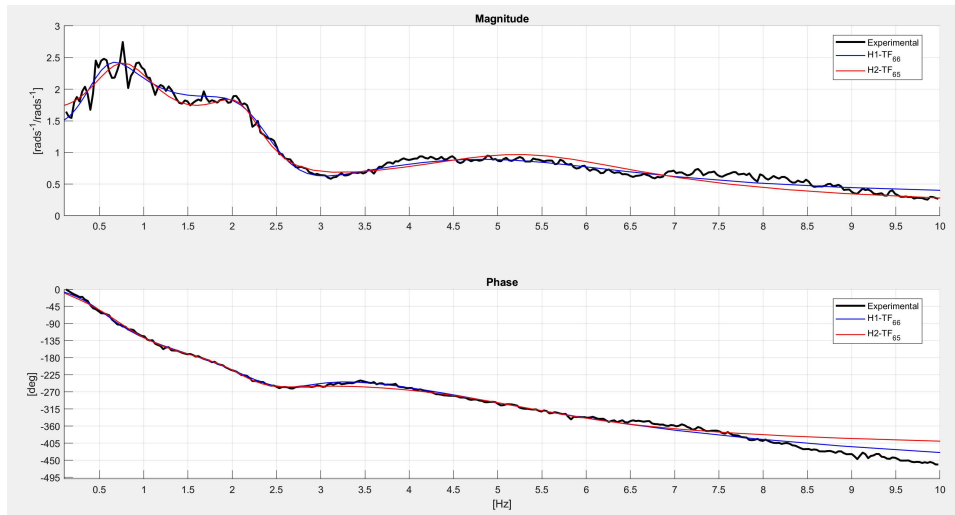


Figura 4.8: Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Vertical2

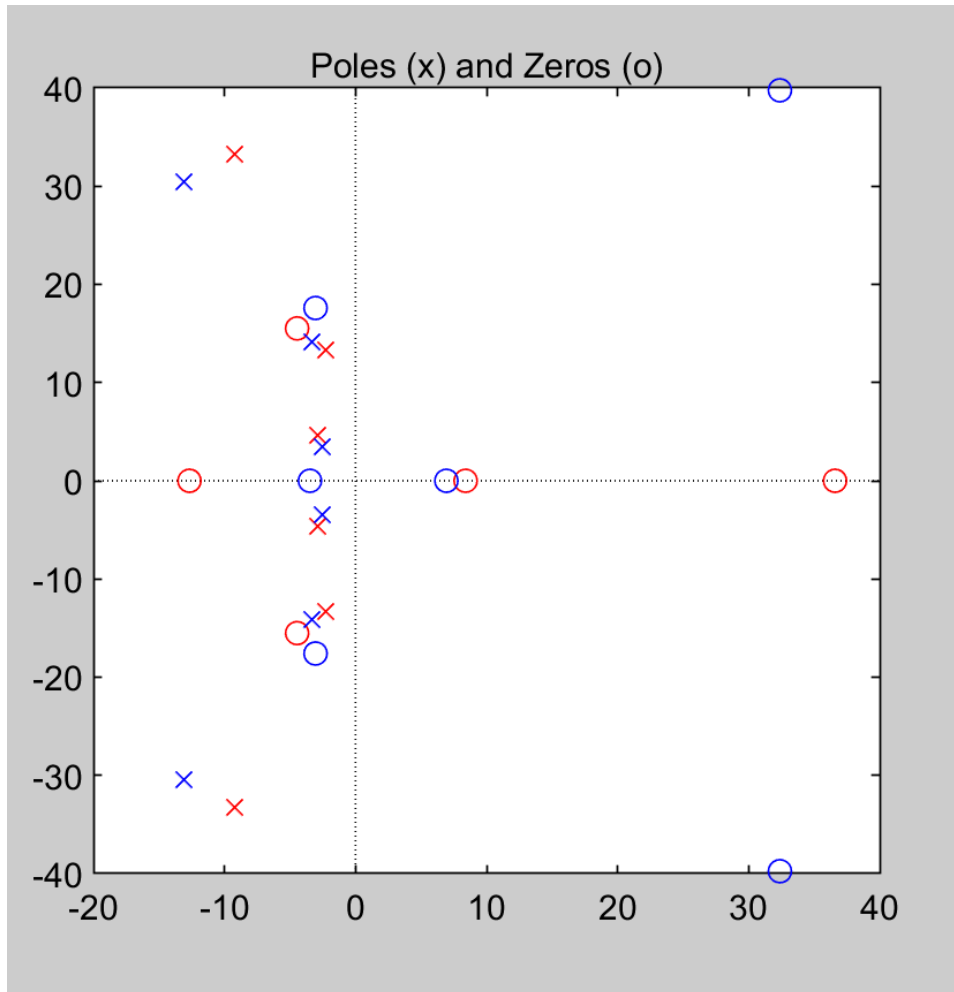


Figura 4.9: Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Vertical2

## 4.2 Prove Acceleration

- Prova Acceleration – Pilota 1

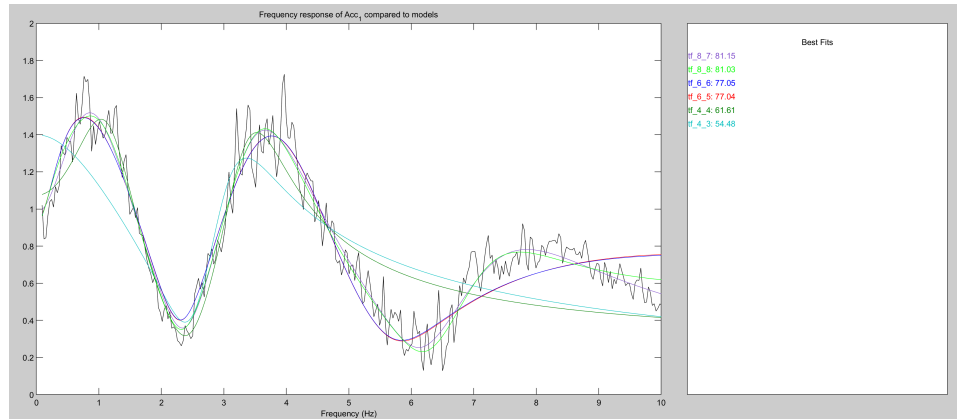


Figura 4.10: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Acceleration

TF - 6 poli - 6 zeri

$$H(s) = (\exp -0.08) \frac{-0.1034s^6 - 78.59s^5 - 528.2s^4}{s^6 + 22.85s^5 - 49.7s^4 - 2.947e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{-1.179e5s^3 + 4.128e4s^2 - 2.153e7s - 3.79e7}{-9.252e5s^2 - 1.385e7s - 4.072e7}$$

TF - 6 poli - 5 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0795) \frac{-79.59s^5 - 377.7s^4}{s^6 + 25.7s^5 - 16.03s^4 - 2.812e4s^3} \cdots$$

$$\cdots \frac{-1.206e5s^3 + 6.947e4s^2 - 2.191e7s - 3.923e7}{-9.319e5s^2 - 1.404e7s - 4.196e7}$$

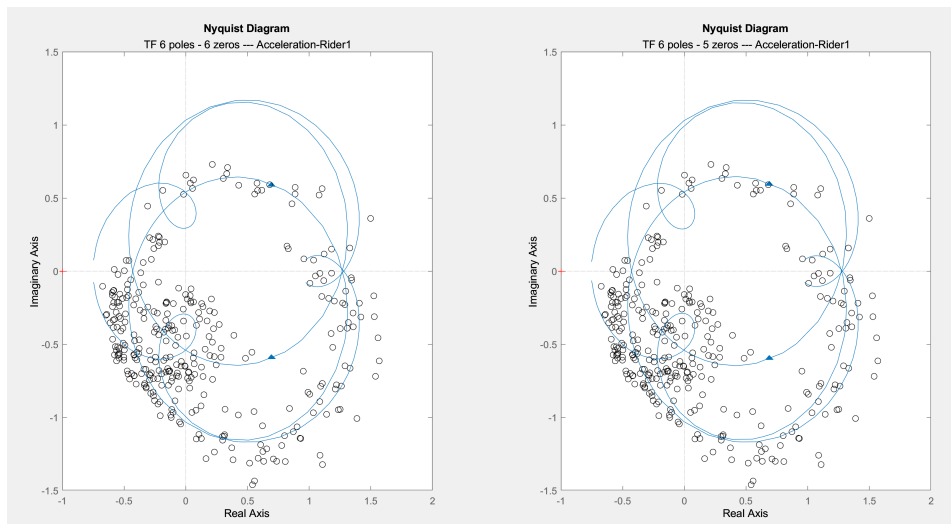


Figura 4.11: Diagrammi di Nyquist modelli a 6 poli - Pilota 1 - Acceleration

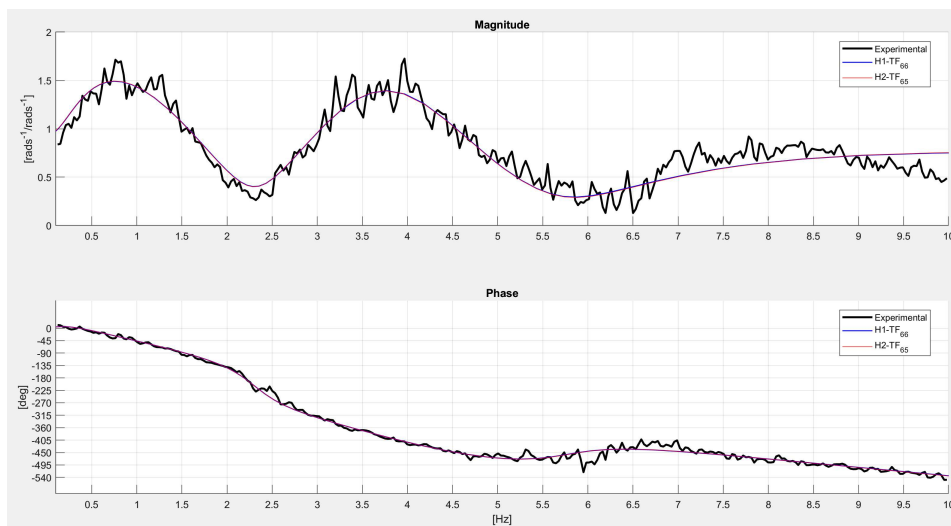


Figura 4.12: Ampiezza e fase dei modelli TF a 6 poli - Pilota 1 - Acceleration

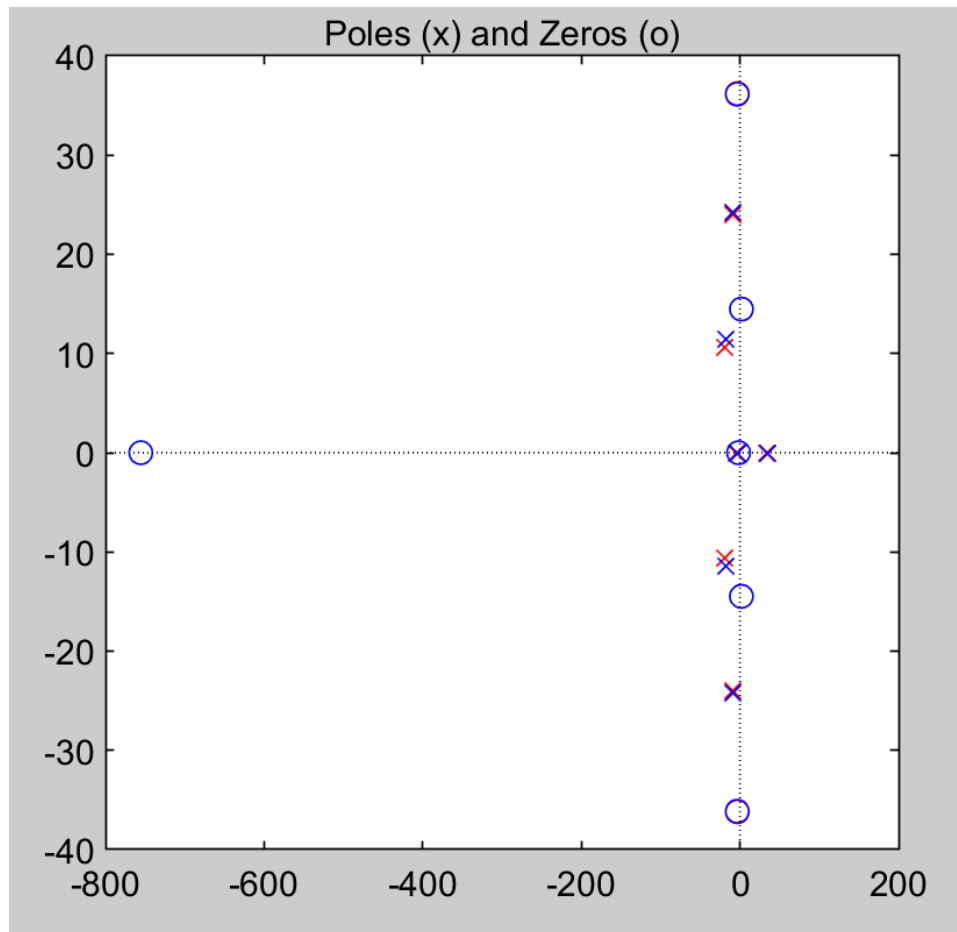


Figura 4.13: Poli e zeri modelli 6 poli - Pilota 1 - Acceleration

- Prova Acceleration – Pilota 2

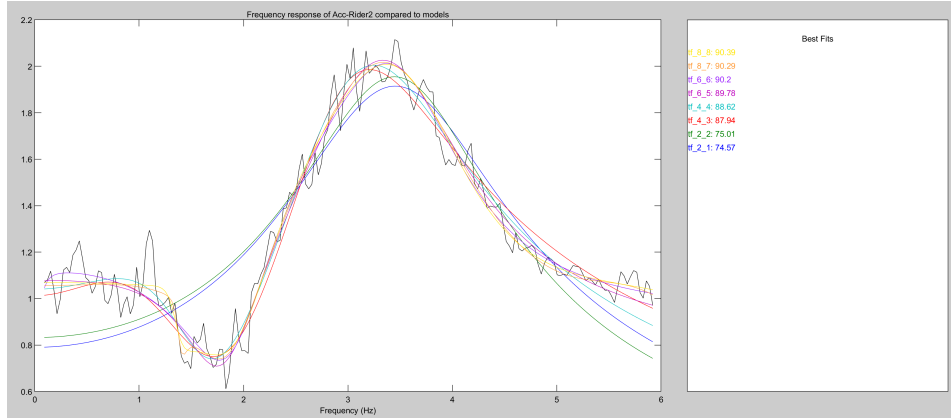


Figura 4.14: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 2 - Acceleration

TF - 4 poli - 4 zeri

$$H(s) = (\exp -0.039) \frac{0.148s^4 + 27.44s^3 + 490.3s^2}{s^4 + 21.77s^3 + 616.6s^2} \dots$$

$$\dots \frac{4943s + 3.999e4}{4933s + 3.844e4}$$

TF - 4 poli - 3 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0385) \frac{30.51s^3 - 420.1s^2}{s^4 + 24.24s^3 + 590.3s^2} \dots$$

$$\dots \frac{5537s + 2.919e4}{5464s + 2.884e4}$$

Le prove comparate tra i due piloti in assetto 'Acceleration' presentano risultati differenti anche dovuti alla postura assunta diversa, più estrema nel pilota 2 rispetto al pilota 1, e rispetto al range in frequenza analizzato, il pilota 1 da 0.1 Hz a 10 Hz, il pilota 2 da 0.1 Hz a 6 Hz. Per questo se per il pilota 1 un modello a 3 DOF può essere sufficiente a rispecchiare i dati sperimentali, per il pilota 2 un modello a 2 DOF risulta già sufficiente senza complicare la trattazione del modello. Adirittura, per il pilota 2 è possibile pensare di utilizzare un modello ad 1 DOF, riducendo sì l'indice di correlazione passando da 88% a 75%, ma semplificando ulteriormente il problema (figura 4.18) (figura 4.19).

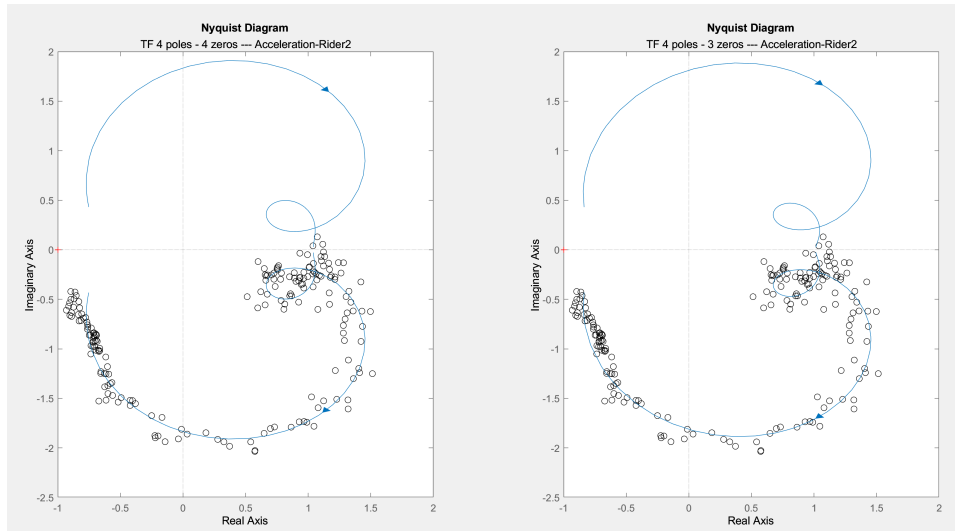


Figura 4.15: Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 2 - Acceleration

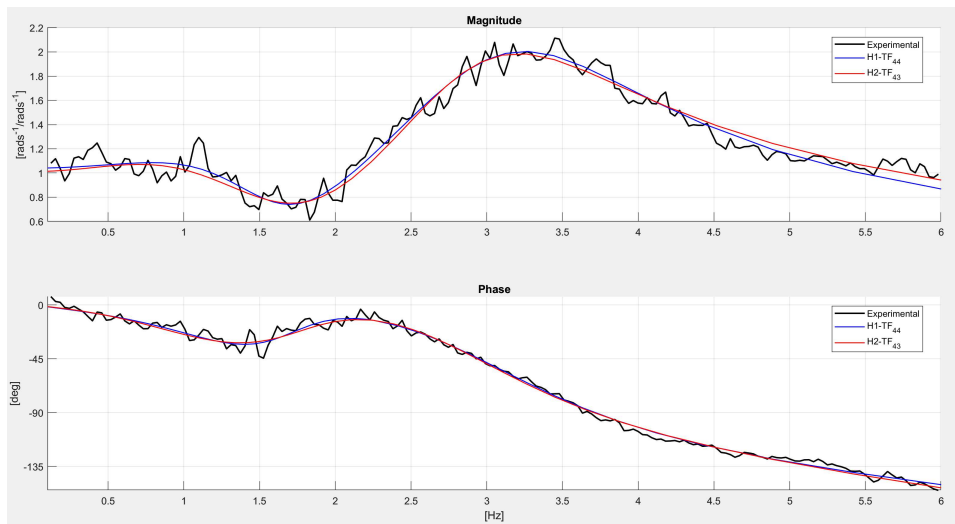


Figura 4.16: Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 2 - Acceleration

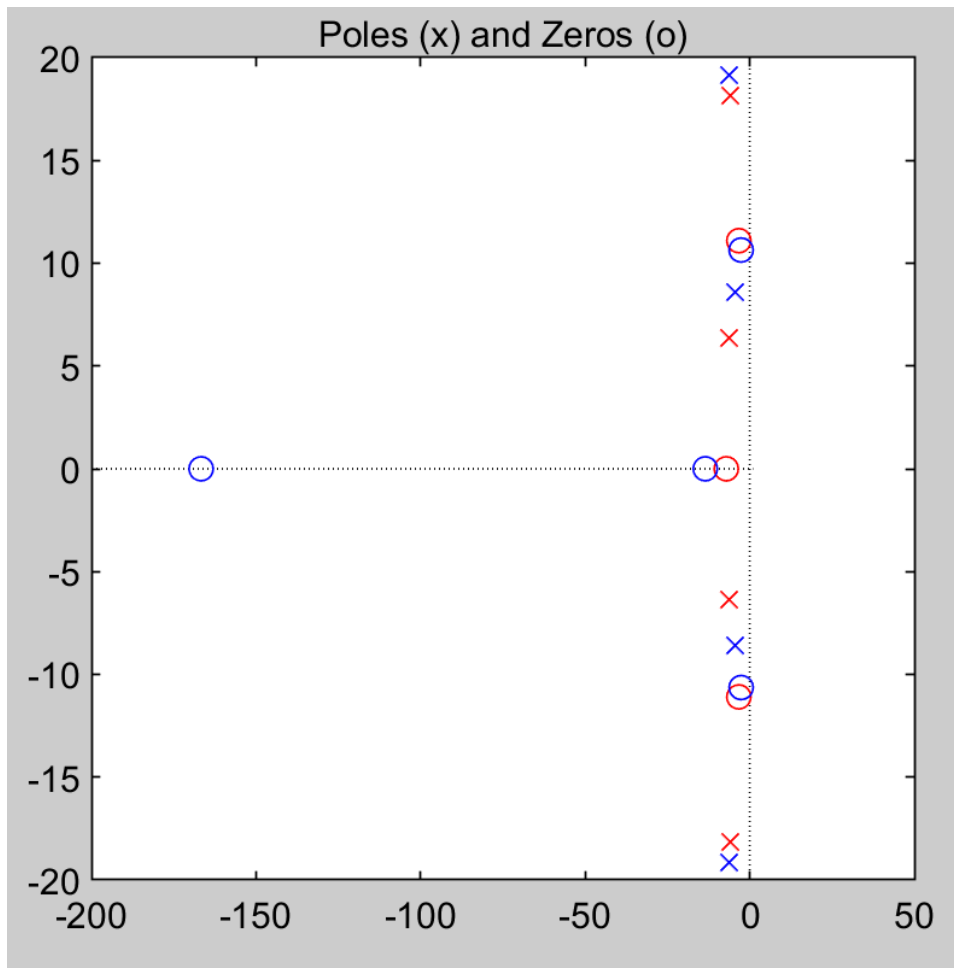


Figura 4.17: Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 2 - Acceleration

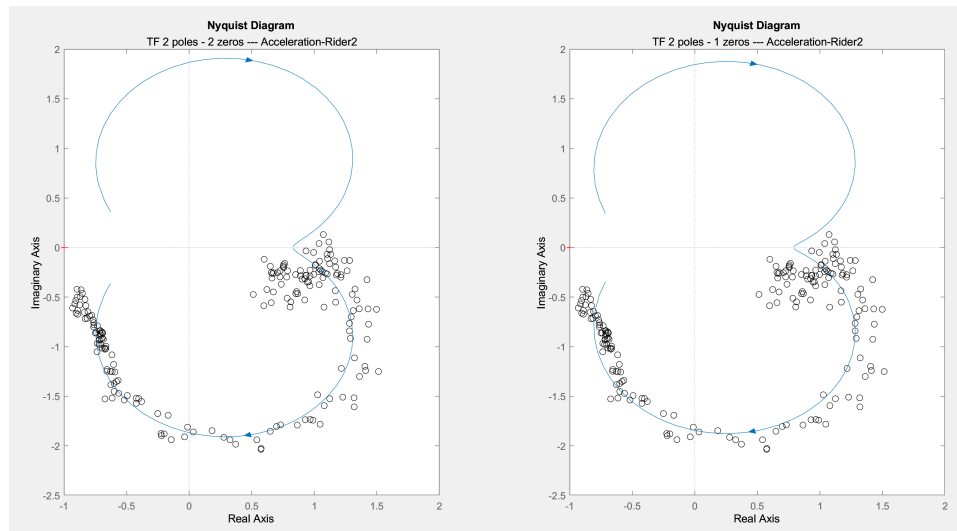


Figura 4.18: Diagrammi di Nyquist modelli a 2 poli - Pilota 2 - Acceleration

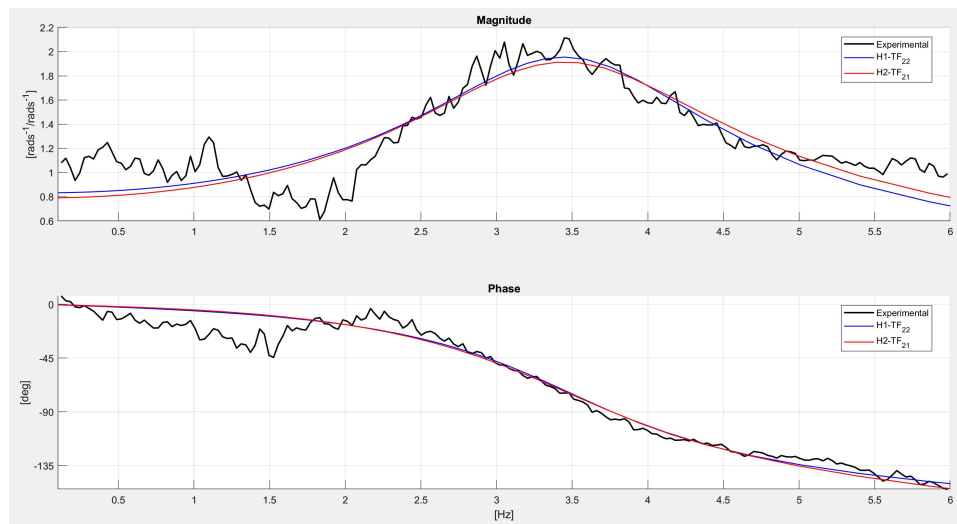


Figura 4.19: Ampiezza e fase dei modelli TF a 2 poli - Pilota 2 - Acceleration

### 4.3 Prove Braking

- Prova Braking1 - Pilota 1

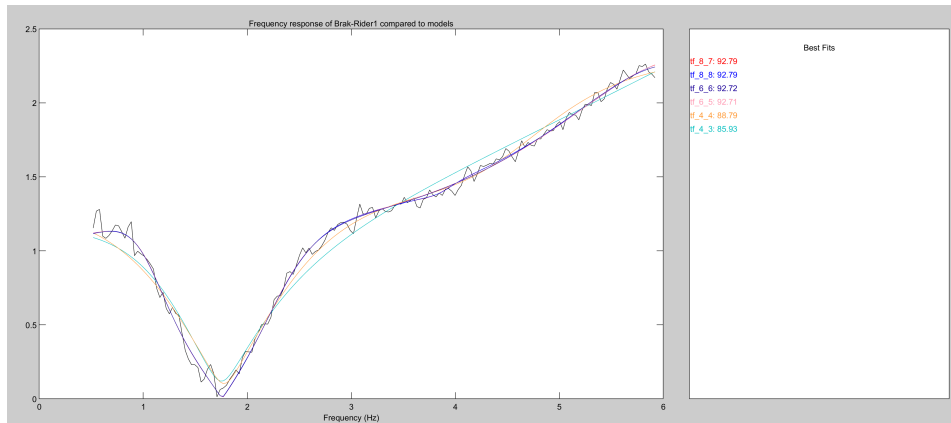


Figura 4.20: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Braking1

TF - 4 poli - 4 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0445) \frac{2.248s^4 + 30.37s^3 + 2006s^2}{s^4 + 33.15s^3 + 1403s^2} \cdots$$

$$\cdots \frac{2368s + 2.204e5}{1.816e4s + 1.829e5}$$

TF - 4 poli - 3 zeri

$$H(s) = (\exp -0.044) \frac{276.1s^3 + 6220s^2}{s^4 + 90.87s^3 + 6721s^2} \cdots$$

$$\cdots \frac{2.652e4s + 7.908e5}{7.521e4s + 6.947e5}$$

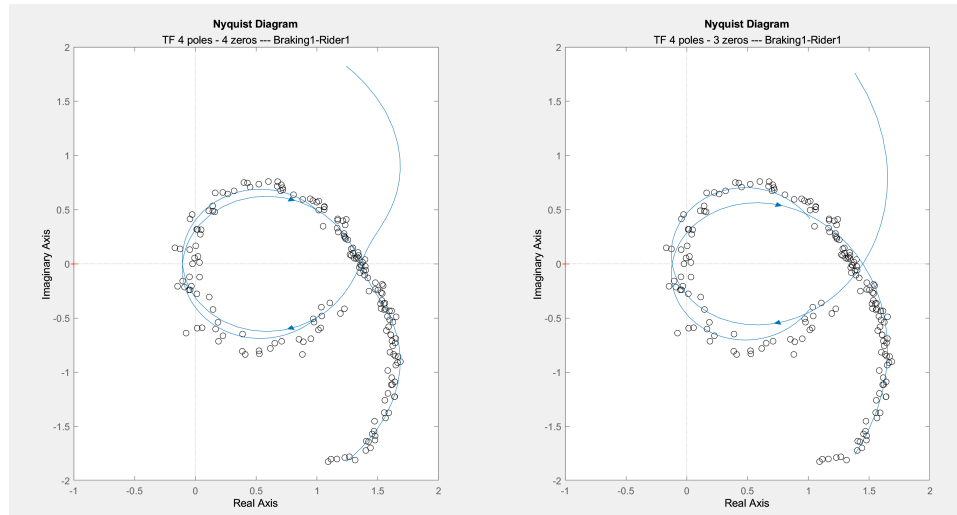


Figura 4.21: Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 1 - Braking1

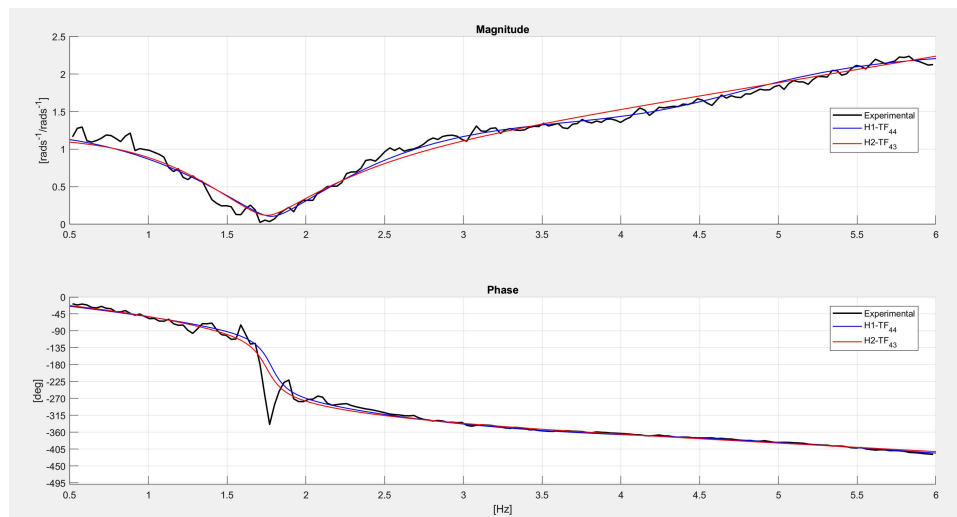


Figura 4.22: Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 1 - Braking1

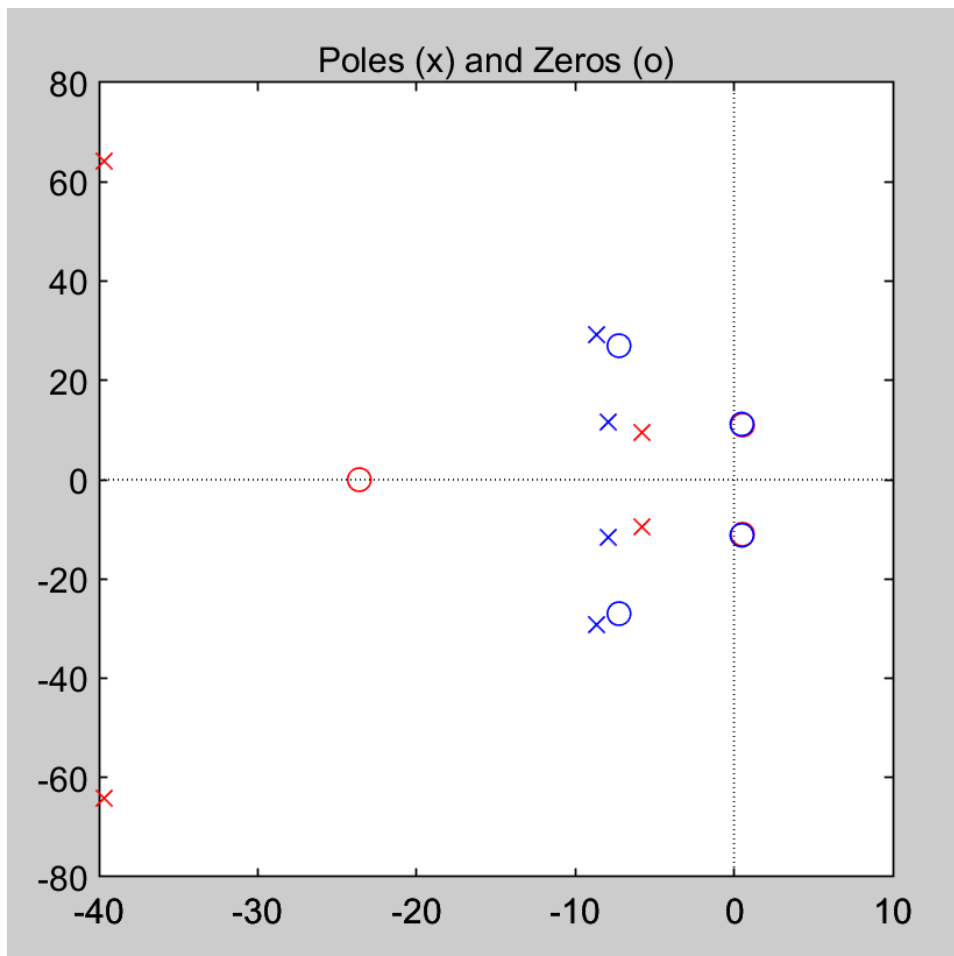


Figura 4.23: Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 1 - Braking1

- Prova Braking2 - Pilota 1

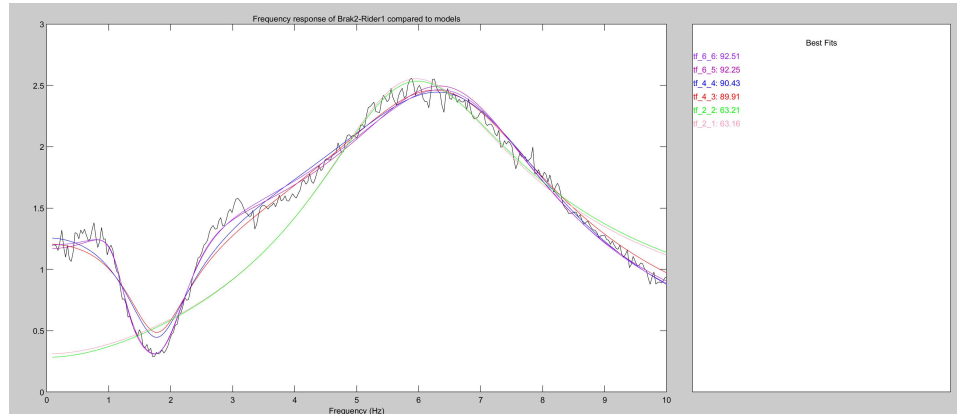


Figura 4.24: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 1 - Braking2

TF - 4 poli - 4 zeri

$$H(s) = (\exp -0.016) \frac{0.161s^4 + 11.38s^3 + 2773s^2}{s^4 + 36.6s^3 + 2340s^2} \cdots$$

$$\cdots \frac{-8373s + 3.552e5}{2.664e4s + 2.826e5}$$

TF - 4 poli - 3 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0155) \frac{15.53s^3 + 2334s^2}{s^4 + 35.16s^3 + 2201s^2} \cdots$$

$$\cdots \frac{-7260e4s + 3.051e5}{2.346e4s + 2.528e5}$$

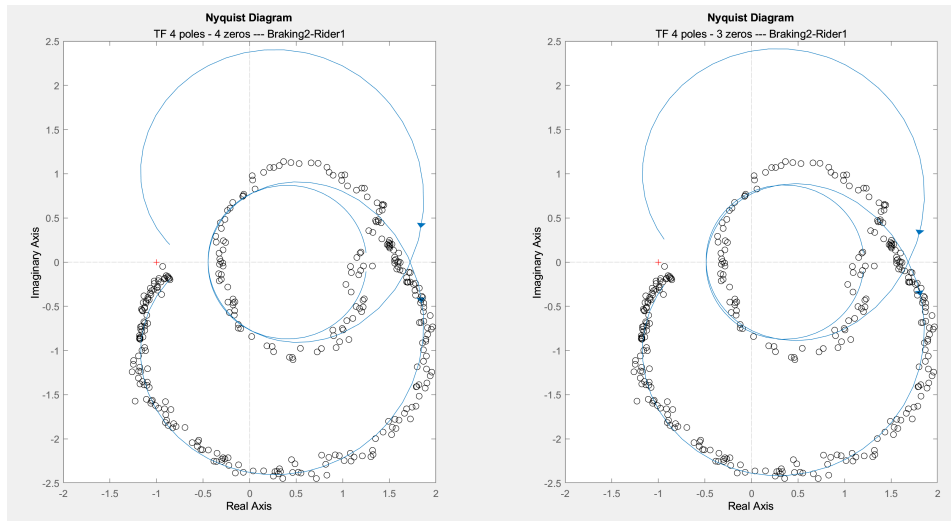


Figura 4.25: Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 1 - Braking2

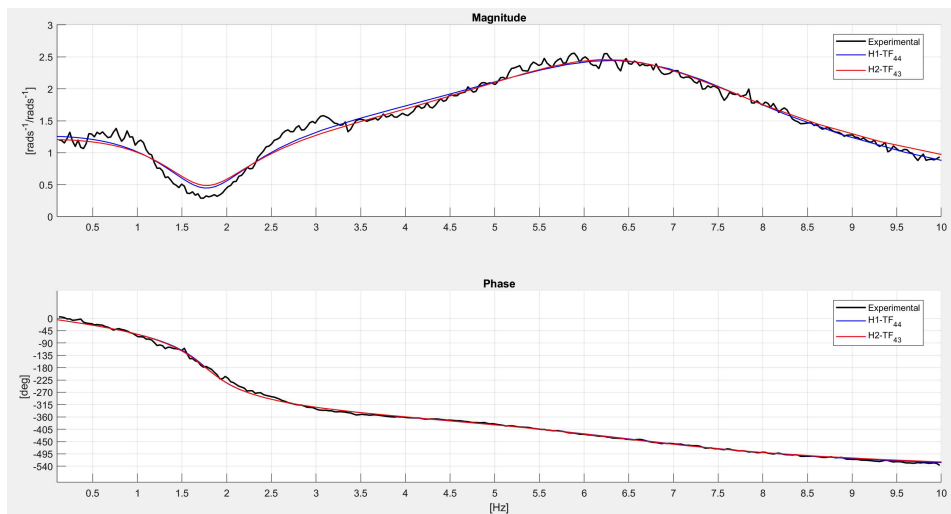


Figura 4.26: Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 1 - Braking2

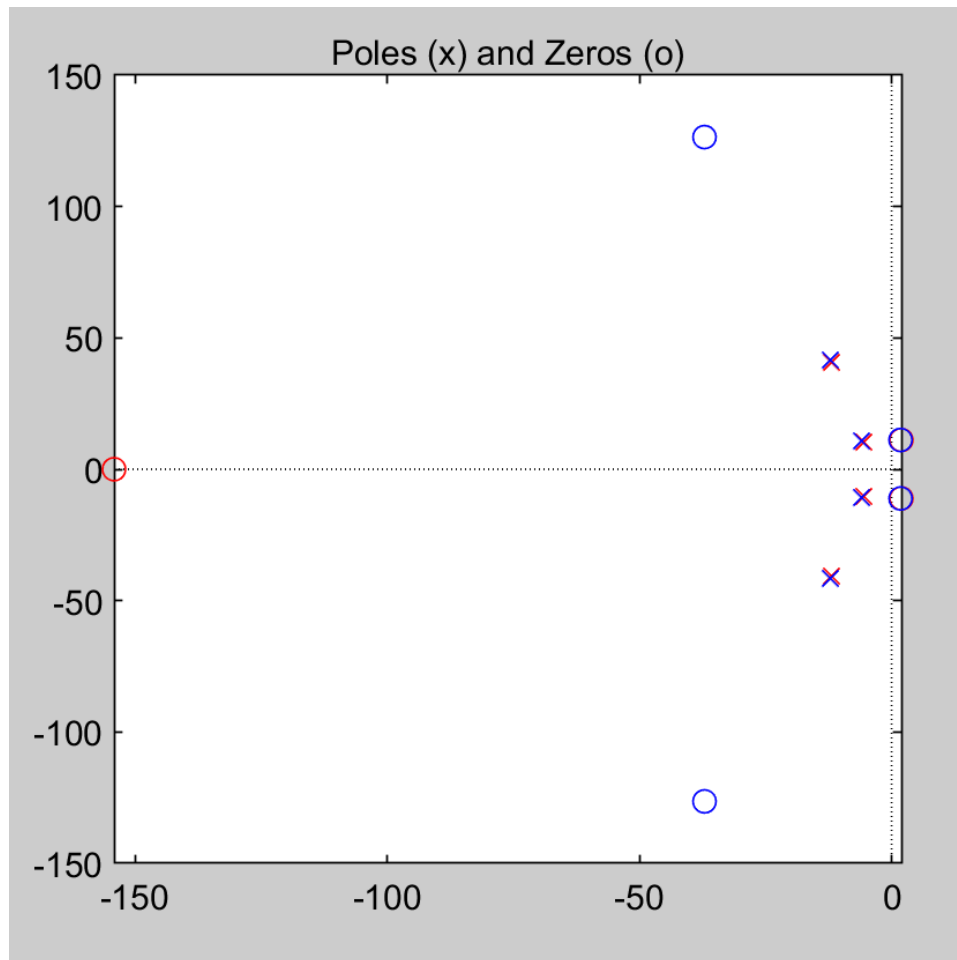


Figura 4.27: Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 1 - Braking2

- Prova Braking - Pilota 2

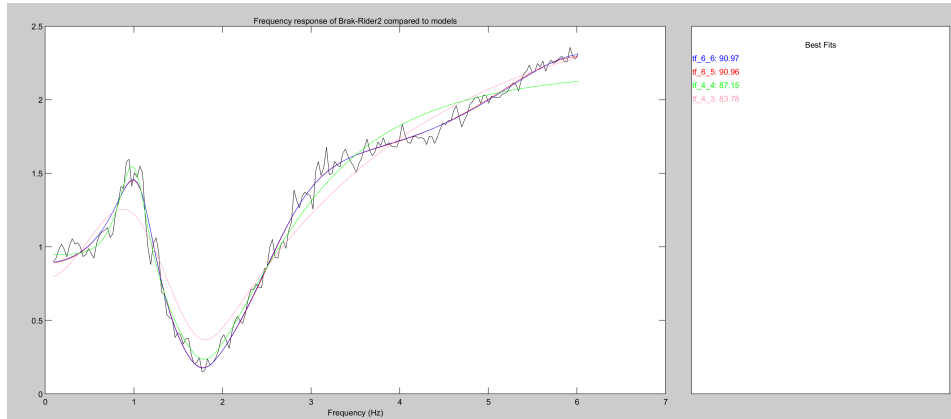


Figura 4.28: Modelli a confronto TF-(n°poli)-(n°zeri) - Pilota 2 - Braking

TF - 4 poli - 4 zeri

$$H(s) = (\exp -0.039) \frac{0.148s^4 + 27.44s^3 + 490.3s^2}{s^4 + 21.77s^3 + 616.6s^2} \dots$$

$$\dots \frac{4943s + 3.999e4}{4933s + 3.844e4}$$

TF - 4 poli - 3 zeri

$$H(s) = (\exp -0.0385) \frac{30.51s^3 + 420.1s^2}{s^4 + 24.24s^3 + 590.3s^2} \dots$$

$$\dots \frac{5537s + 2.919e4}{5464s + 2.884e4}$$

Per le prove 'Braking' il modello più competitivo è quello a 2 DOF con alto indice di correlazione a più basso numero di gradi di libertà.

Questi risultati ottenuti con il tool possono non avere un significato fisico: in altre parole non è detto che esistano modelli fisici associati a queste TF calcolate con un problema di minimo; perciò, questi risultati servono unicamente come suggerimento.

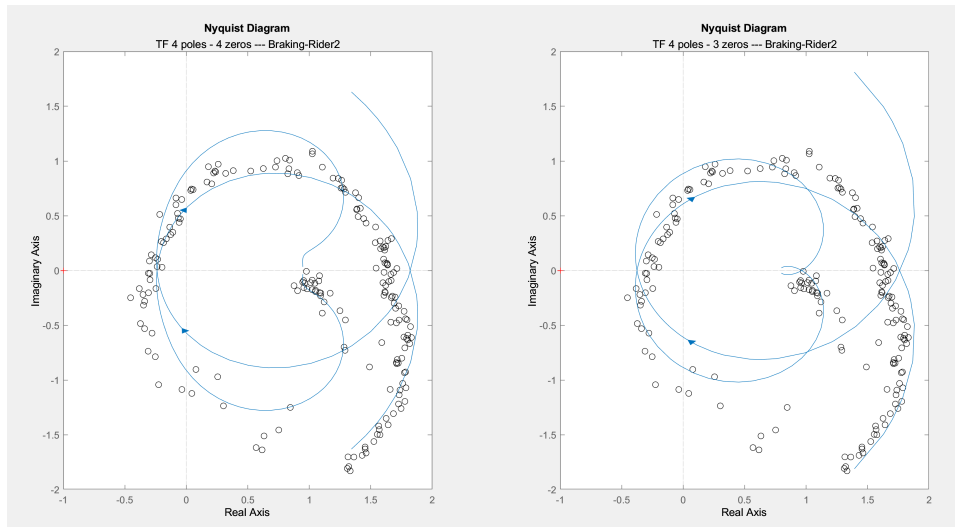


Figura 4.29: Diagrammi di Nyquist modelli a 4 poli - Pilota 2 - Braking

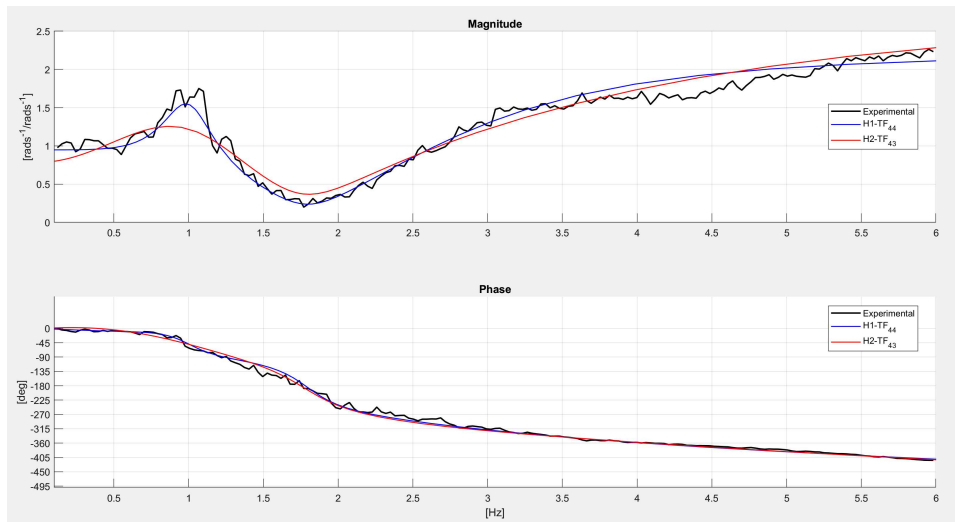


Figura 4.30: Ampiezza e fase dei modelli TF a 4 poli - Pilota 2 - Braking

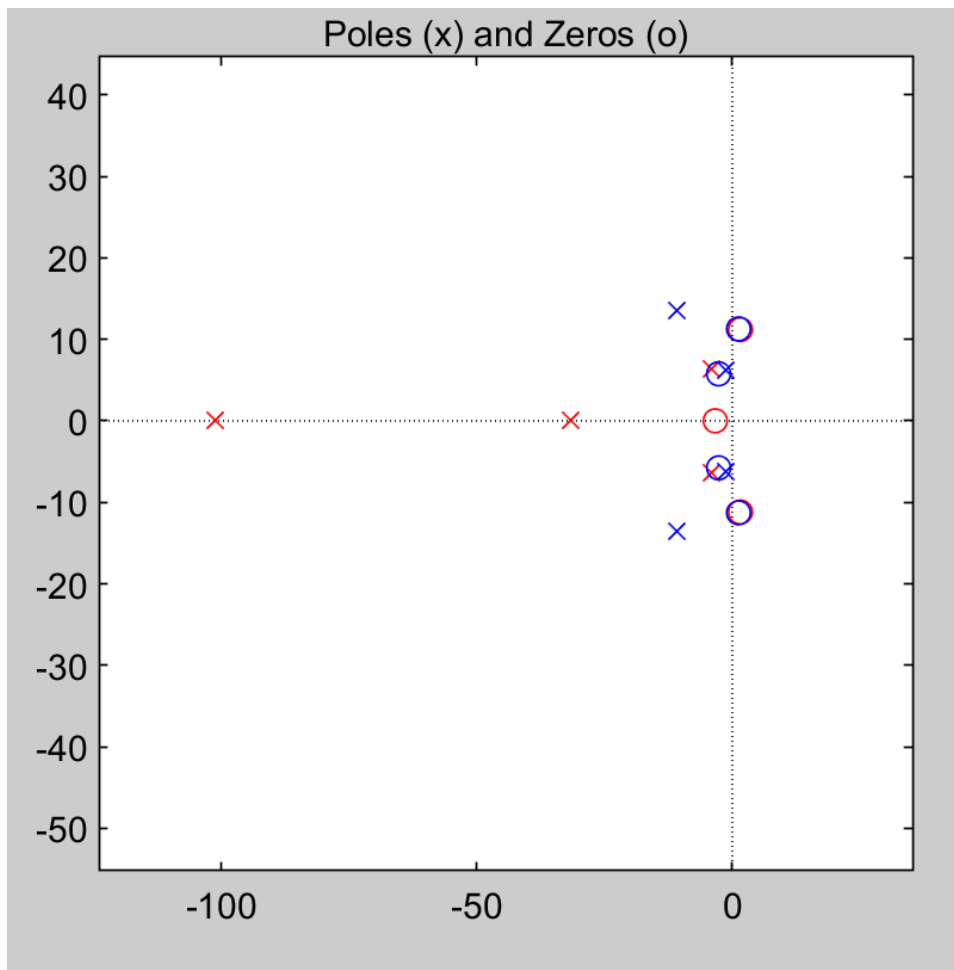


Figura 4.31: Poli e zeri modelli 4 poli - Pilota 2 - Braking



## Capitolo 5

# Derivazione dei Modelli Rollio

Per fittare i dati sperimentali è necessario derivare i modelli con un approccio fisico: partendo da uno schema modellizzato del problema per ricavare le equazioni e le funzioni di trasferimento necessarie. Avendo appurato con l'approccio 'Black Box' che sono necessari minimo dai 2 ai 3 gradi di libertà a seconda della prova effettuata, si inizierà a trattare il modello a 2 DOF di Katayama ([7]) per poi espandere la trattazione a modelli con 3 DOF creati appositamente per cercare di fittare i dati ottenuti. I modelli trattati saranno ottenuti in coordinate assolute in continuità con i dati ricavati dai girometri sempre in coordinate assolute. Tutti i modelli inoltre sono stati ricavati con Matlab Symbolic.

### 5.1 Modelli a 2 DOF

#### 5.1.1 Modello Katayama 2 DOF ( $y_{RI}, \beta$ ) in coordinate assolute

Il modello introdotto da Katayama nel suo paper del 1986, di cui se ne raffigura lo schema e la TF ricavata (figura 5.2), come dimostrato da Pastò nel suo lavoro ([10]), è ricavato in coordinate relative. Per cui per poterlo utilizzare è necessario derivarlo in coordinate assolute, più congeniali per questa trattazione (figura 5.1).

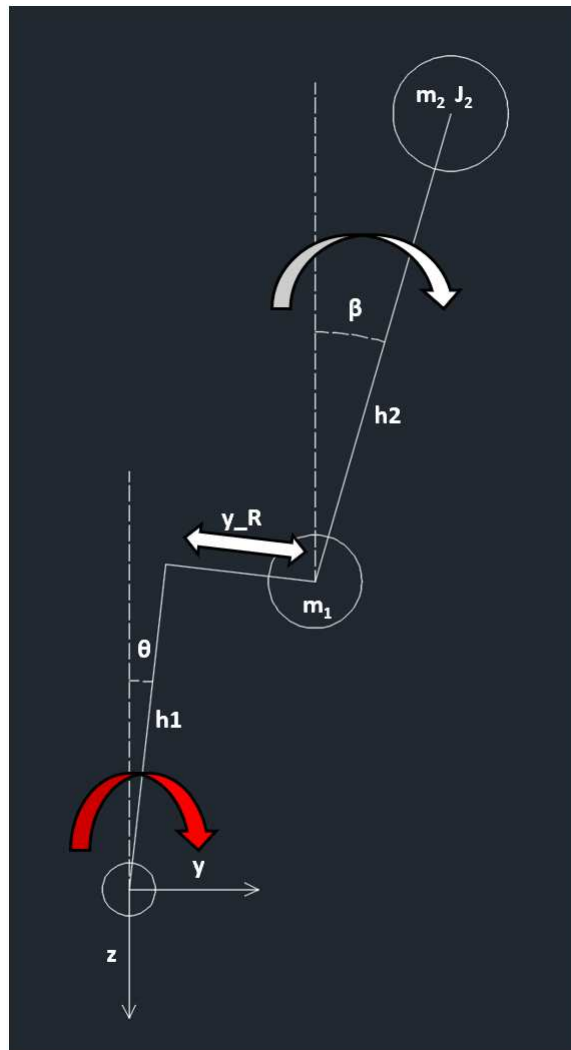
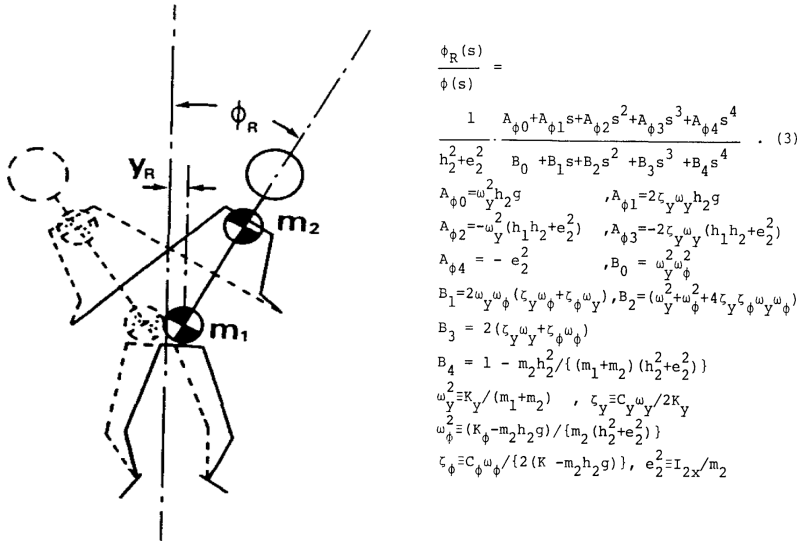


Figura 5.1: Schema modello 2DOF ( $y_R, \beta$ ) assoluto

- $m_1$ : massa del lower body, rispettivamente somma delle masse di piedi, tibie e cosce.
- $m_2$ : massa dell'upper body, rispettivamente somma delle masse di testa, tronco, braccia, avambracci e mani.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio  $x$  della massa  $m_2$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse  $x$ .
- $y_R$ : traslazione orizzontale della massa  $m_1$  e  $m_2$  inclinata di un angolo  $\theta$ .

- $\beta$ : rotazione della massa  $m_2$  rispetto all'asse x.
- $h_1$ : asta priva di massa che collega il centro di rotazione nonché origine del mock-up con la massa  $m_1$ .
- $h_2$ : asta priva di massa che collega  $m_1$  con la massa  $m_2$ .
- $K_y$  e  $C_y$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla traslazionale della coordinata  $y_R$  (non presenti in figura).
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).



(a) Schema del modello di tratto dal paper di Katayama (b) Equazione della TF tratta dal paper di Katayama

Figura 5.2: Paper Katayama 1986

Descritta la struttura del modello si passa a ricavare le equazioni che descrivono il moto tramite l'approccio energetico della funzione di Lagrange. Per ricavare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale delle variabili in gioco, è necessario partire dalle posizioni e dalle velocità delle masse  $m_1$  e  $m_2$  lungo gli assi  $y$  e  $z$ :

$$pos_{m1} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + y_R(t) \cdot \cos(\theta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) + y_R(t) \cdot \sin(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m2} = pos_{m1} + \begin{bmatrix} h_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

Le velocità si ottengono derivando rispetto al tempo le espressioni della posizione. L'energia cinetica totale è ottenuta quindi dalla somma dei contributi:

$$\begin{aligned} Ek_{J_s} &= 1/2 \cdot J_s \cdot (\dot{\theta}(t))^2 \\ Ek_{m_1} &= 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m_1}(1)^2 + v_{m_1}(2)^2) \\ Ek_{J_2} &= 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2 \\ Ek_{m_2} &= 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m_2}(1)^2 + v_{m_2}(2)^2) \\ Ek_{TOT} &= Ek_{J_s} + Ek_{m_1} + Ek_{J_2} + Ek_{m_2} \end{aligned}$$

Mentre l'energia potenziale:

$$\begin{aligned} Ep_{m_1} &= -m_1 \cdot g \cdot pos_{m_1}(2) \\ Ep_{m_2} &= -m_2 \cdot g \cdot pos_{m_2}(2) \\ Ep_{K_y} &= 1/2 \cdot K_y \cdot y_R^2 \\ Ep_{K_{beta}} &= 1/2 \cdot K_\beta \cdot (\beta - \theta)^2 \\ Ep_{TOT} &= Ep_{m_1} + Ep_{m_2} + Ep_{K_y} + Ep_{K_{beta}} \end{aligned}$$

La funzione di Lagrange e quella di Rayleigh sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} L &= Ek_{TOT} - Ep_{TOT} \\ R &= 1/2 \cdot C_y \cdot (\dot{y}_R)^2 + 1/2 \cdot C_{beta} \cdot (\dot{\beta} - \dot{\theta})^2 \end{aligned}$$

Le equazioni del moto si ottengono quindi da:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_R} - \frac{\partial L}{\partial y_R} &= - \frac{\partial R}{\partial \dot{y}_R} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} &= - \frac{\partial R}{\partial \dot{\beta}} \end{aligned}$$

Sviluppando le due equazioni e linearizzando i termini, operando uno sviluppo in serie di Taylor dopo la derivazione di Lagrange nell'intorno di  $\theta = 0$ ,  $y_R = 0$  e  $\beta = 0$ , e sostituendo il seno con l'angolo e il coseno con l'unità per l'ipotesi dei piccoli spostamenti, si ottengono l'equazione di Newton della variabile  $y_R$  e l'equazione di Eulero della variabile beta. Le equazioni contengono anche termini non lineari che spariscono nello sviluppo lineare. Si è operato uno sviluppo lineare dopo la derivazione delle equazioni per evitare di perdere termini, cosa che sarebbe potuta accadere se la linearizzazione fosse stata operata nel calcolo delle posizioni.

Equazione di Newton:

$$(m_1 + m_2)\ddot{y}_R + h_2 m_2 \ddot{\beta} + (h_1 m_1 + h_2 m_2)\ddot{\theta} + C_y \dot{y}_R - g(m_1 + m_2)\theta + K_y y_R = 0$$

Equazione di Eulero:

$$h_2 m_2 \ddot{y}_R + (h_2^2 m_2 + J_2) \ddot{\beta} + (h_1 h_2 m_2) \ddot{\theta} + C_\beta \dot{\beta} - (K_\beta - g h_2 m_2) \beta - C_\beta \dot{\theta} - K_\beta \theta = 0$$

Che compatte in forma matriciale diventano (s variabile di Laplace):

$$\begin{pmatrix} m_1 + m_2 & m_2 h_2 \\ m_2 h_2 & m_2 h_2^2 + J_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_R \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} C_y & 0 \\ 0 & C_\beta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_R \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} K_y & 0 \\ 0 & K_\beta - g m_2 h_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} y_R \\ \beta \end{bmatrix} = \dots \\ \dots = \begin{pmatrix} -(m_1 h_1 + m_2 h_2) s^2 + g(m_1 + m_2) \\ -m_2 h_1 h_2 s^2 + C_\beta s + K_\beta \end{pmatrix} \theta$$

La funzione di trasferimento si ricava passando alla notazione *State Space*:

$$E \dot{x} = A x + B u$$

$$y = C x + D u$$

che esplicitate diventano:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 + m_2 & h_2 m_2 \\ 0 & 0 & h_2 m_2 & m_2 h_2^2 + J_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_R \\ \dot{\beta} \\ \ddot{y}_R \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_y & 0 & -C_y & 0 \\ 0 & g h_2 m_2 - K_\beta & 0 & -C_\beta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} y_R \\ \beta \\ \dot{y}_R \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \dots \\ \dots \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g(m_1 + m_2) - s^2(h_1 m_1 + h_2 m_2) \\ -m_2 h_1 h_2 s^2 + C_\beta s + K_\beta \end{pmatrix} \theta \\ \beta = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \begin{bmatrix} y_R \\ \beta \\ \dot{y}_R \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + 0 \cdot \theta$$

Ne risulta quindi che la funzione di trasferimento  $[\beta/\theta]$  assume la seguente forma<sup>1</sup>:

$$y = [C(Es - A)^{-1}B + D]u \\ H(s) = \frac{N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0}$$

Si tratta di una TF con 3 zeri e 4 poli differente da quella del modello relativo del Katayama con 4 zeri e 4 poli.

<sup>1</sup>Coefficienti espressi nell'Appendice A

### 5.1.2 Modello 2 DOF ( $\beta$ , $\alpha$ )

Rispetto al modello precedente, questo si focalizza sui gradi di libertà del busto e della testa: i gradi di libertà sono infatti rollio  $\beta$  del tronco e rollio  $\alpha$  della testa (figura 5.3).

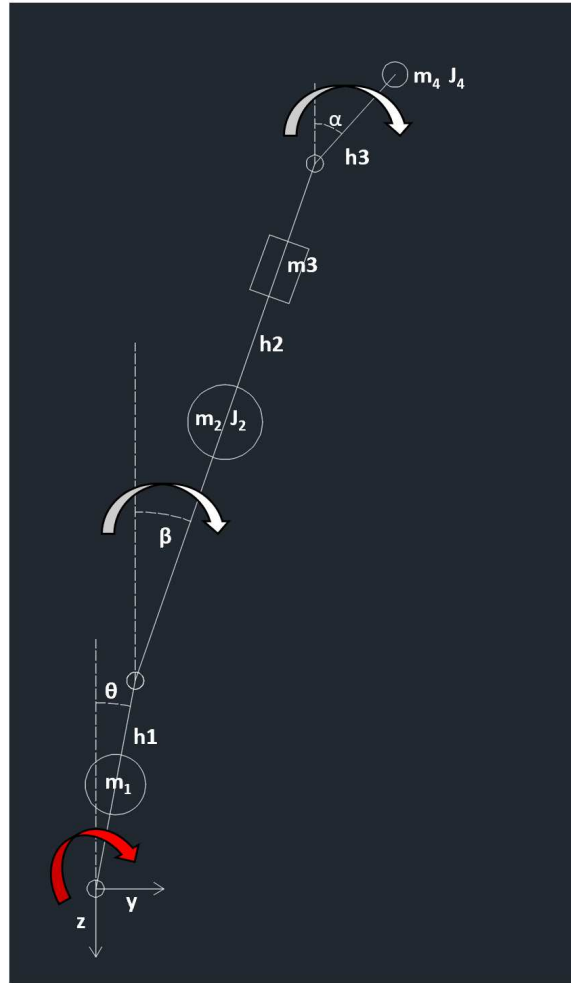


Figura 5.3: Schema modello 2DOF ( $\beta, \alpha$ ) in coordinate assolute

- $m_1$ : massa lower body, somma masse piedi, tibie e cosce.
- $m_2$ : massa upper body, somma masse tronco, braccia, avambracci e mani.
- $m_3$ : massa pettorina (0.7 kg).
- $m_4$ : massa testa.

- a: rapporto tra posizione della massa  $m_1$  lungo  $h_1$  e  $h_1$ , compreso tra 0 e 1.
- b: rapporto tra posizione della massa  $m_2$  lungo  $h_2$  e  $h_2$ , compreso tra 0 e 1.
- c: rapporto tra posizione della massa  $m_3$  lungo  $h_2$  e  $h_2$ , compreso tra 0 e 1.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_2$ .
- $J_4$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_4$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse x.
- $\beta$ : rotazione assoluta della massa  $m_2$  rispetto all'asse x.
- $\alpha$ : rotazione assoluta della massa  $m_4$  rispetto all'asse x.
- $h_1$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_1$ .
- $h_2$ : asta priva di massa dove sono presenti le masse  $m_2$  e  $m_3$ .
- $h_3$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_4$ .
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).
- $K_\alpha$  e  $C_\alpha$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\alpha$  (non presenti in figura).

Procedendo sempre con il ricavare posizioni e velocità delle masse in gioco:

$$pos_{m1} = \begin{bmatrix} ah_1 \cdot \sin(\theta(t)) \\ -ah_1 \cdot \cos(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m2} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + bh_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - bh_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m3} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + ch_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - ch_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m4} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + h_3 \cdot \sin(\alpha(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - h_3 \cdot \cos(\alpha(t)) \end{bmatrix}$$

Le velocità si ottengono derivando rispetto al tempo le espressioni della posizione. Per ricavare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale totali del sistema e equazione di Rayleigh:

$$\begin{aligned}
Ek_{J_s} &= 1/2 \cdot J_s \cdot (\dot{\theta}(t))^2 \\
Ek_{m_1} &= 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m_1}(1)^2 + v_{m_1}(2)^2) \\
Ek_{J_2} &= 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2 \\
Ek_{m_2} &= 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m_2}(1)^2 + v_{m_2}(2)^2) \\
Ek_{m_3} &= 1/2 \cdot m_3 \cdot (v_{m_3}(1)^2 + v_{m_3}(2)^2) \\
Ek_{J_4} &= 1/2 \cdot J_4 \cdot (\dot{\alpha}(t))^2 \\
Ek_{m_4} &= 1/2 \cdot m_4 \cdot (v_{m_4}(1)^2 + v_{m_4}(2)^2) \\
Ek_{TOT} &= Ek_{J_s} + Ek_{m_1} + Ek_{J_2} + Ek_{m_2} + Ek_{m_3} + Ek_{J_4} + Ek_{m_4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ep_{m_1} &= -m_1 \cdot g \cdot pos_{m_1}(2) \\
Ep_{m_2} &= -m_2 \cdot g \cdot pos_{m_2}(2) \\
Ep_{m_3} &= -m_3 \cdot g \cdot pos_{m_3}(2) \\
Ep_{m_4} &= -m_4 \cdot g \cdot pos_{m_4}(2) \\
Ep_{K_{beta}} &= 1/2 \cdot K_{\beta} \cdot (\beta - \theta)^2 \\
Ep_{K_{alpha}} &= 1/2 \cdot K_{\alpha} \cdot (\alpha - \beta)^2 \\
Ep_{TOT} &= Ep_{m_1} + Ep_{m_2} + Ep_{m_3} + Ep_{m_4} + Ep_{K_{beta}} + Ep_{K_{alpha}}
\end{aligned}$$

$$R = 1/2 \cdot C_{beta} \cdot (\dot{\beta} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{alpha} \cdot (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2$$

Dalle equazioni di Lagrange è possibile ricavare le equazioni del moto, le quali sviluppate e linearizzate in forma matriciale sono (s variabile di Laplace):

$$\begin{aligned}
&\left( \begin{array}{cc} (m_2 b^2 + m_3 c^2 + m_4) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 m_4 \\ h_2 h_3 m_4 & m_4 h_3^2 + J_4 \end{array} \right) \begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \left( \begin{array}{cc} C_{\alpha} + C_{\beta} & -C_{\alpha} \\ -C_{\alpha} & C_{\alpha} \end{array} \right) \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \dots \\
&\dots + \left( \begin{array}{cc} K_{\alpha} + K_{\beta} - g h_2 (m_4 + b m_2 + c m_3) & -K_{\alpha} \\ -K_{\alpha} & K_{\alpha} - g h_3 m_4 \end{array} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \dots \\
&\dots - \left( \begin{array}{c} h_1 h_2 (m_4 + b m_2 + c m_3) s^2 - C_{\beta} s - K_{\beta} \\ h_1 h_3 m_4 s^2 \end{array} \right) \theta
\end{aligned}$$

Riconducendoci quindi alla notazione *State Space*, la funzione di trasferimento è quindi<sup>2</sup>:

$$H(s) = \frac{N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0}$$

Funzione di trasferimento 4 poli e 4 zeri, struttura diversa rispetto a quella precedente.

<sup>2</sup>Coefficienti espressi nell'Appendice A



- a: rapporto tra posizione della massa  $m_1$  lungo  $h_1$  e  $h_1$ , compreso tra 0 e 1.
- b: rapporto tra posizione della massa  $m_2$  lungo  $h_2$  e  $h_2$ , compreso tra 0 e 1.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_2$ .
- $J_3$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_3$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse x.
- $\beta$ : rotazione assoluta della massa  $m_2$  rispetto all'asse x.
- $\gamma$ : rotazione assoluta della massa  $m_3$  rispetto all'asse x.
- $h_1$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_1$ .
- $h_2$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_2$ .
- $h_3$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_3$ .
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).
- $K_\gamma$  e  $C_\gamma$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\gamma$  (non presenti in figura).
- $K_{arm,tra}$  e  $C_{arm,tra}$ : rigidezza e smorzamento legati ai movimenti lungo l'asse y degli arti superiori agganciati al manubrio (non presenti in figura).
- $K_{arm,stor}$  e  $C_{arm,stor}$ : rigidezza e smorzamento legati alla rotazione lungo l'asse x degli arti superiori agganciati al manubrio (non presenti in figura).

Procedendo sempre con il ricavare posizioni e velocità delle masse in gioco:

$$pos_{m1} = \begin{bmatrix} ah_1 \cdot \sin(\theta(t)) \\ -ah_1 \cdot \cos(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m2} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + bh_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - bh_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m3} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + h_3 \cdot \sin(\gamma(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - h_3 \cdot \cos(\gamma(t)) \end{bmatrix}$$

Le velocità si ottengono derivando rispetto al tempo le espressioni della posizione. Per ricavare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale totali del sistema e equazione di Rayleigh:

$$\begin{aligned}
Ek_{J_s} &= 1/2 \cdot J_s \cdot (\dot{\theta}(t))^2 \\
Ek_{m_1} &= 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m_1}(1)^2 + v_{m_1}(2)^2) \\
Ek_{J_2} &= 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2 \\
Ek_{m_2} &= 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m_2}(1)^2 + v_{m_2}(2)^2) \\
Ek_{m_3} &= 1/2 \cdot m_3 \cdot (v_{m_3}(1)^2 + v_{m_3}(2)^2) \\
Ek_{J_3} &= 1/2 \cdot J_3 \cdot (\dot{\gamma}(t))^2 \\
Ek_{TOT} &= Ek_{J_s} + Ek_{m_1} + Ek_{J_2} + Ek_{m_2} + Ek_{m_3} + Ek_{J_3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ep_{m_1} &= -m_1 \cdot g \cdot pos_{m_1}(2) \\
Ep_{m_2} &= -m_2 \cdot g \cdot pos_{m_2}(2) \\
Ep_{m_3} &= -m_3 \cdot g \cdot pos_{m_3}(2) \\
Ep_{K\beta} &= 1/2 \cdot K_\beta \cdot (\beta - \theta)^2 \\
Ep_{K\gamma} &= 1/2 \cdot K_\gamma \cdot (\gamma - \beta)^2 \\
Ep_{K_{arm,stor}} &= 1/2 \cdot K_{arm,stor} \cdot (\gamma - \theta)^2 \\
Ep_{K_{arm,tra}} &= 1/2 \cdot K_{arm,tra} \cdot (h_2 \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot \sin(\gamma))^2 \\
Ep_{TOT} &= Ep_{m_1} + Ep_{m_2} + Ep_{m_3} + Ep_{K\beta} + Ep_{K\gamma} + Ep_{K_{arm,stor}} + Ep_{K_{arm,tra}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R &= 1/2 \cdot C_{\beta} \cdot (\dot{\beta} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{\gamma} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\beta})^2 + 1/2 \cdot C_{arm,stor} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\theta})^2 + \dots \\
&\dots + 1/2 \cdot C_{arm,tra} \cdot \left( \frac{d}{dt}(h_2 \cdot \sin(\beta)) + \frac{d}{dt}(h_3 \cdot \sin(\gamma)) \right)^2
\end{aligned}$$

Dalle equazioni di Lagrange è possibile ricavare le equazioni del moto, le quali sviluppate e linearizzate in forma matriciale sono (s variabile di Laplace):

$$\begin{aligned}
&\left( \begin{array}{cc} (m_2 b^2 + m_3) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 m_3 \\ h_2 h_3 m_3 & m_3 h_3^2 + J_3 \end{array} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \dots \\
&\dots + \left( \begin{array}{cc} C_{arm,tra} h_2^2 + C_\beta + C_\gamma & C_{arm,tra} h_2 h_3 - C_\gamma \\ C_{arm,tra} h_2 h_3 - C_\gamma & C_{arm,tra} h_3^2 + C_{arm,tor} + C_\gamma \end{array} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \dots \\
&\dots + \left( \begin{array}{cc} K_{arm,tra} h_2^2 - g(m_3 + b m_2) h_2 + K_\beta + K_\gamma & K_{arm,tra} h_2 h_3 - K_\gamma \\ K_{arm,tra} h_2 h_3 - K_\gamma & K_{arm,tra} h_3^2 - g m_3 h_3 + K_{arm,tor} + K_\gamma \end{array} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \dots \\
&\dots = - \left( \begin{array}{cc} h_1 h_2 (m_3 + b m_2) s^2 - C_\beta s - K_\beta & \\ h_1 h_3 m_3 s^2 - C_{arm,tor} s - K_{arm,tor} & \end{array} \right) \theta
\end{aligned}$$

Riconducendoci quindi alla notazione *State Space*, la funzione di trasferimento è quindi<sup>3</sup>:

$$H(s) = \frac{N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0}$$

Funzione di trasferimento 4 poli e 4 zeri, struttura simile rispetto al modello con il grado di libertà  $\alpha$ .

<sup>3</sup>Coefficienti espressi nell'Appendice A

## 5.2 Modelli 3 DOF

I modelli a 3 DOF aggiungono un grado di libertà da gestire all'interno del modello. La complicazione che ne deriva, anche a livello di lunghezza dell'espressione della funzione di trasferimento, dovrebbe rendere migliore il fitting dei dati, essendo il modello più completo. Il problema è che, non conoscendo a priori il modello da utilizzare, non è detto che questi modelli ricavati abbiano un livello di correlazione con i dati sperimentali maggiore; quindi, si sono sviluppati 7 modelli a 3 DOF e tra questi se ne presenteranno solamente 2 per ragioni di trattazione.

### 5.2.1 Modello a 3 DOF ( $y_{R1}, \beta, \gamma$ )

Questo modello a 3 DOF è stato scelto perché presente, con lievi modifiche, nel lavoro di Doria ([5]). Si è voluto quindi partire con questo modello per poter comparare i risultati ottenuti. Il modello si compone di 3 gradi di libertà: traslazione orizzontale della parte superiore del corpo ( $y_{R1}$ ); rollio della parte inferiore del busto ( $\beta$ ) e rollio della parte superiore del busto ( $\gamma$ ) (figura 5.5).

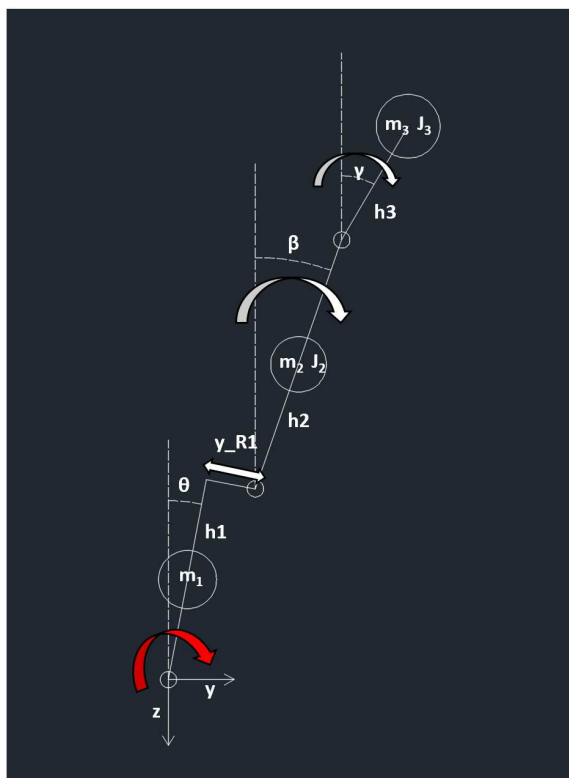


Figura 5.5: Schema modello 3DOF ( $y_{R1}, \beta, \gamma$ ) in coordinate assolute

- $m_1$ : massa lower body, somma masse piedi, tibie e cosce.
- $m_2$ : massa lower trunk, somma masse tronco inferiore, avambracci e mani.
- $m_3$ : massa upper trunk, somma masse tronco superiore, braccia e testa.
- a: rapporto tra posizione della massa  $m_1$  lungo  $h_1$  e  $h_1$ , compreso tra 0 e 1.
- b: rapporto tra posizione della massa  $m_2$  lungo  $h_2$  e  $h_2$ , compreso tra 0 e 1.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_2$ .
- $J_3$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_3$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse x.
- $y_{R1}$ : traslazione orizzontale relativa delle masse  $m_2$  e  $m_3$ .
- $\beta$ : rotazione assoluta della massa  $m_2$  rispetto all'asse x.
- $\gamma$ : rotazione assoluta della massa  $m_3$  rispetto all'asse x.
- $h_1$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_1$ .
- $h_2$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_2$ .
- $h_3$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_3$ .
- $K_{y1}$  e  $C_{y1}$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla traslazionale della coordinata  $y_{R1}$  (non presenti in figura).
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).
- $K_\gamma$  e  $C_\gamma$ : rigidezza e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\gamma$  (non presenti in figura).
- $K_{arm,tra}$  e  $C_{arm,tra}$ : rigidezza e smorzamento legati ai movimenti lungo l'asse y degli arti superiori agganciati al manubrio (non presenti in figura).
- $K_{arm,tor}$  e  $C_{arm,tor}$ : rigidezza e smorzamento legati alla rotazione lungo l'asse x degli arti superiori agganciati al manubrio (non presenti in figura).

Con il procedimento già noto si ricavano posizioni e velocità delle masse:

$$pos_{m1} = \begin{bmatrix} ah_1 \cdot \sin(\theta(t)) \\ -ah_1 \cdot \cos(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m2} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + y_{R1}(t) \cdot \cos(\theta) + bh_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) + y_{R1}(t) \cdot \sin(\theta(t)) - bh_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m3} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + y_{R1}(t) \cdot \cos(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + h_3 \cdot \sin(\gamma(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) + y_{R1}(t) \cdot \sin(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - h_3 \cdot \cos(\gamma(t)) \end{bmatrix}$$

Le velocità si ottengono derivando rispetto al tempo le espressioni della posizione. Per ricavare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale totali del sistema e equazione di Rayleigh:

$$Ek_{Js} = 1/2 \cdot Js \cdot (\dot{\theta}(t))^2$$

$$Ek_{m1} = 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m1}(1)^2 + v_{m1}(2)^2)$$

$$Ek_{J2} = 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2$$

$$Ek_{m2} = 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m2}(1)^2 + v_{m2}(2)^2)$$

$$Ek_{m3} = 1/2 \cdot m_3 \cdot (v_{m3}(1)^2 + v_{m3}(2)^2)$$

$$Ek_{J3} = 1/2 \cdot J_3 \cdot (\dot{\gamma}(t))^2$$

$$Ek_{TOT} = Ek_{Js} + Ek_{m1} + Ek_{J2} + Ek_{m2} + Ek_{m3} + Ek_{J3}$$

$$Ep_{m1} = -m_1 \cdot g \cdot pos_{m1}(2)$$

$$Ep_{m2} = -m_2 \cdot g \cdot pos_{m2}(2)$$

$$Ep_{m3} = -m_3 \cdot g \cdot pos_{m3}(2)$$

$$Ep_{Ky1} = 1/2 \cdot K_{y1} \cdot (y_{R1})^2;$$

$$Ep_{Kbeta} = 1/2 \cdot K_{\beta} \cdot (\beta - \theta)^2$$

$$Ep_{Kgamma} = 1/2 \cdot K_{\gamma} \cdot (\gamma - \beta)^2$$

$$Ep_{Karm,tor} = 1/2 \cdot K_{arm,tor} \cdot (\gamma - \theta)^2$$

$$Ep_{Karm,tra} = 1/2 \cdot K_{arm,tra} \cdot (y_{R1} \cdot \cos(\theta) + h_2 \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot \sin(\gamma))^2$$

$$Ep_{TOT} = Ep_{m1} + Ep_{m2} + Ep_{m3} + Ep_{Ky1} + Ep_{Kbeta} + Ep_{Kgamma} + Ep_{Karm,tor} + Ep_{Karm,tra}$$

$$R = 1/2 \cdot C_{y1} \cdot (\dot{y}_{R1})^2 + 1/2 \cdot C_{beta} \cdot (\dot{\beta} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{gamma} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\beta})^2 \dots$$

$$\dots + 1/2 \cdot C_{arm,tor} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{arm,tra} \cdot \left( \frac{d}{dt} (y_{R1} \cdot \cos(\theta) + h_2 \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot \sin(\gamma)) \right)^2$$

Dalle equazioni di Lagrange è possibile ricavare le equazioni del moto, le quali sviluppate e linearizzate in forma matriciale sono (s variabile di Laplace):

$$\begin{aligned}
& \left( \begin{array}{ccc} m_2 + m_3 & h_2 (m_3 + b m_2) & h_3 m_3 \\ h_2 (m_3 + b m_2) & (m_2 b^2 + m_3) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 m_3 \\ h_3 m_3 & h_2 h_3 m_3 & m_3 h_3^2 + J_3 \end{array} \right) \begin{bmatrix} y_{R1} \\ \beta \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \dots \\
& \dots + \left( \begin{array}{ccc} C_{\text{arm,tra}} + C_{y1} & C_{\text{arm,tra}} h_2 & C_{\text{arm,tra}} h_3 \\ C_{\text{arm,tra}} h_2 & C_{\text{arm,tra}} h_2^2 + C_\beta + C_\gamma & C_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - C_\gamma \\ C_{\text{arm,tra}} h_3 & C_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - C_\gamma & C_{\text{arm,tra}} h_3^2 + C_{\text{arm,tor}} + C_\gamma \end{array} \right) \begin{bmatrix} y_{R1} \\ \beta \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \dots \\
& \dots + \left( \begin{array}{ccc} K_{\text{arm,tra}} + K_{y1} & K_{\text{arm,tra}} h_2 & K_{\text{arm,tra}} h_3 \\ K_{\text{arm,tra}} h_2 & K_{\text{arm,tra}} h_2^2 - g (m_3 + b m_2) h_2 + K_\beta + K_\gamma & K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\gamma \\ K_{\text{arm,tra}} h_3 & K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\gamma & K_{\text{arm,tra}} h_3^2 - g m_3 h_3 + K_{\text{arm,tor}} + K_\gamma \end{array} \right) \dots \\
& \dots \begin{bmatrix} y_{R1} \\ \beta \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = - \left( \begin{array}{c} s^2 (h_1 m_2 + h_1 m_3) - g (m_2 + m_3) \\ (b h_1 h_2 + h_1 h_2 m_3) s^2 - C_\beta s - K_\beta \\ h_1 h_2 m_3 s^2 - C_{\text{arm,tor}} s - K_{\text{arm,tor}} \end{array} \right) \theta
\end{aligned}$$

Riconducendoci quindi alla notazione *State Space*, la funzione di trasferimento è quindi<sup>4</sup>:

$$H(s) = \frac{N_6 s^6 + N_5 s^5 + N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{D_6 s^6 + D_5 s^5 + D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0}$$

La complessità e la lunghezza dell'espressione sono causate dalla maggiore complessità del modello rispetto a quelli a 2 DOF. La TF ha 6 poli e 6 zeri.

### 5.2.2 Modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )

Il secondo modello a 3 DOF presentato, invece, vuole indagare l'effetto della testa. Per cui al posto della traslazione  $y_{R1}$ , si è pensato di introdurre il rollio della testa alpha mantenendo il busto diviso in due tronchi (figura 5.6).

- $m_1$ : massa lower body, somma masse piedi, tibie e cosce.
- $m_2$ : massa lower trunk, somma masse tronco inferiore, avambracci e mani.
- $m_3$ : massa pettorina (0.7 Kg).
- $m_4$ : massa upper trunk, somma masse tronco superiore e braccia.
- $m_5$ : massa massa testa.
- a: rapporto tra posizione della massa  $m_1$  lungo  $h_1$  e  $h_1$ , compreso tra 0 e 1.
- b: rapporto tra posizione della massa  $m_2$  lungo  $h_2$  e  $h_2$ , compreso tra 0 e 1.

<sup>4</sup>Forma *State Space* esplicitata nell'Appendice B

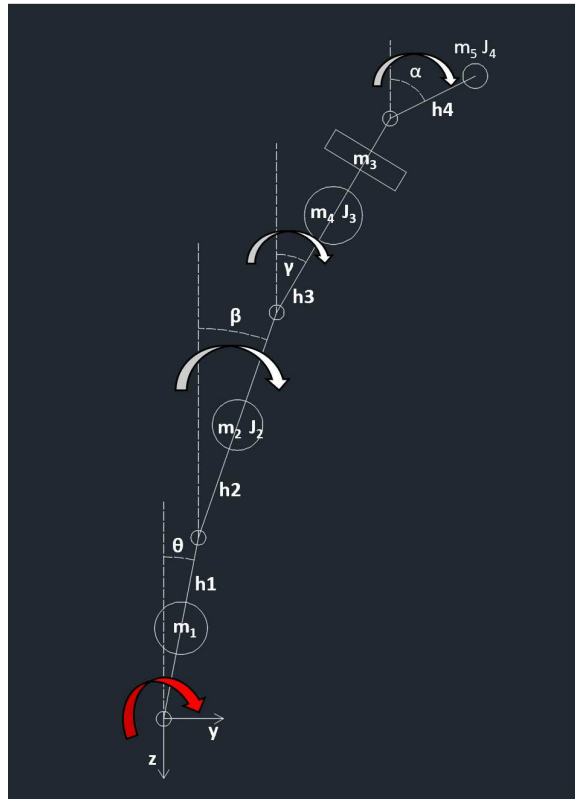


Figura 5.6: Schema modello 3DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ) in coordinate assolute

- $c$ : rapporto tra posizione della massa  $m_3$  lungo  $h_3$  e  $h_3$ , compreso tra 0 e 1.
- $d$ : rapporto tra posizione della massa  $m_4$  lungo  $h_3$  e  $h_3$ , compreso tra 0 e 1.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio  $x$  della massa  $m_2$ .
- $J_3$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio  $x$  della massa  $m_4$ .
- $J_4$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio  $x$  della massa  $m_5$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse  $x$ .
- $\beta$ : rotazione assoluta della massa  $m_2$  rispetto all'asse  $x$ .
- $\gamma$ : rotazione assoluta della massa  $m_4$  rispetto all'asse  $x$ .
- $\alpha$ : rotazione assoluta della massa  $m_5$  rispetto all'asse  $x$ .
- $h_1$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_1$ .

- $h_2$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_2$ .
- $h_3$ : asta priva di massa dove sono presenti le masse  $m_3$  e  $m_4$ .
- $h_4$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_5$ .
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).
- $K_\gamma$  e  $C_\gamma$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\gamma$  (non presenti in figura).
- $K_\alpha$  e  $C_\alpha$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\alpha$  (non presenti in figura).
- $K_{arm,tra}$  e  $C_{arm,tra}$ : rigidità e smorzamento legati ai movimenti lungo l'asse y degli arti superiori agganciati al manubrio e all'estremità di  $h_3$  (non presenti in figura).
- $K_{arm,tor}$  e  $C_{arm,tor}$ : rigidità e smorzamento legati alla rotazione lungo l'asse x degli arti superiori agganciati al manubrio (non presenti in figura).

Con il procedimento già noto si ricavano posizioni e velocità delle masse:

$$\begin{aligned}
 pos_{m1} &= \begin{bmatrix} ah_1 \cdot \sin(\theta(t)) \\ -ah_1 \cdot \cos(\theta(t)) \end{bmatrix} \\
 pos_{m2} &= \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + bh_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - bh_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix} \\
 pos_{m3} &= \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + ch_3 \cdot \sin(\gamma(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - ch_3 \cdot \cos(\gamma(t)) \end{bmatrix} \\
 pos_{m4} &= \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + dh_3 \cdot \sin(\gamma(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - dh_3 \cdot \cos(\gamma(t)) \end{bmatrix} \\
 pos_{m5} &= \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) + h_3 \cdot \sin(\gamma(t)) + h_4 \cdot \sin(\alpha(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) - h_3 \cdot \cos(\gamma(t)) - h_4 \cdot \cos(\alpha(t)) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Le velocità si ottengono derivando rispetto al tempo le espressioni della posizione. Per ricavare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale totali del sistema e equazione di Rayleigh:

$$Ek_{Js} = 1/2 \cdot J_s \cdot (\dot{\theta}(t))^2$$

$$Ek_{m1} = 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m1}(1)^2 + v_{m1}(2)^2)$$

$$Ek_{J2} = 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2$$

$$Ek_{m2} = 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m2}(1)^2 + v_{m2}(2)^2)$$

$$Ek_{m3} = 1/2 \cdot m_3 \cdot (v_{m3}(1)^2 + v_{m3}(2)^2)$$

$$Ek_{J3} = 1/2 \cdot J_3 \cdot (\dot{\gamma}(t))^2$$

$$Ek_{m4} = 1/2 \cdot m_4 \cdot (v_{m4}(1)^2 + v_{m4}(2)^2)$$

$$Ek_{m5} = 1/2 \cdot m_5 \cdot (v_{m5}(1)^2 + v_{m5}(2)^2)$$

$$Ek_{J4} = 1/2 \cdot J_4 \cdot (\dot{\alpha}(t))^2$$

$$Ek_{TOT} = Ek_{J_s} + Ek_{m1} + Ek_{J2} + Ek_{m2} + Ek_{m3} + Ek_{J3} + Ek_{m4} + Ek_{m5} + Ek_{J4}$$

$$Ep_{m1} = -m_1 \cdot g \cdot pos_{m1}(2)$$

$$Ep_{m2} = -m_2 \cdot g \cdot pos_{m2}(2)$$

$$Ep_{m3} = -m_3 \cdot g \cdot pos_{m3}(2)$$

$$Ep_{m4} = -m_4 \cdot g \cdot pos_{m4}(2)$$

$$Ep_{m5} = -m_5 \cdot g \cdot pos_{m5}(2)$$

$$Ep_{Kbeta} = 1/2 \cdot K_\beta \cdot (\beta - \theta)^2$$

$$Ep_{Kgamma} = 1/2 \cdot K_\gamma \cdot (\gamma - \beta)^2$$

$$Ep_{Kalpha} = 1/2 \cdot K_\alpha \cdot (\alpha - \gamma)^2$$

$$Ep_{Karm,tor} = 1/2 \cdot K_{arm,tor} \cdot (\gamma - \theta)^2$$

$$Ep_{Karm,tra} = 1/2 \cdot K_{arm,tra} \cdot (h_2 \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot \sin(\gamma))^2$$

$$Ep_{TOT} = Ep_{m1} + Ep_{m2} + Ep_{m3} + Ep_{m4} + Ep_{m5} + Ep_{Kbeta} + \dots$$

$$\dots + Ep_{Kgamma} + Ep_{Kalpha} + Ep_{Karm,tor} + Ep_{Karm,tra}$$

$$R = 1/2 \cdot C_{beta} \cdot (\dot{\beta} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{gamma} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\beta})^2 + 1/2 \cdot C_{alpha} \cdot (\dot{\alpha} - \dot{\gamma})^2 \dots$$

$$\dots + 1/2 \cdot C_{arm,tor} \cdot (\dot{\gamma} - \dot{\theta})^2 + 1/2 \cdot C_{arm,tra} \cdot \left(\frac{d}{dt}(h_2 \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot \sin(\gamma))\right)^2$$

Le equazioni del moto rispetto alle tre variabili già linearizzate e in forma matriciale sono quindi (s variabile di Laplace):

$$\begin{pmatrix} (m_2 b^2 + m_3 + m_4 + m_5) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 (m_5 + c m_3 + d m_4) & h_2 h_4 m_5 \\ h_2 h_3 (m_5 + c m_3 + d m_4) & (m_3 c^2 + m_4 d^2 + m_5) h_3^2 + J_3 & h_3 h_4 m_5 \\ h_2 h_4 m_5 & h_3 h_4 m_5 & m_5 h_4^2 + J_4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots + \begin{pmatrix} C_{arm,tra} h_2^2 + C_\beta + C_\gamma & C_{arm,tra} h_2 h_3 - C_\gamma & 0 \\ C_{arm,tra} h_2 h_3 - C_\gamma & C_{arm,tra} h_3^2 + C_\alpha + C_{arm,tor} + C_\gamma & -C_\alpha \\ 0 & -C_\alpha & C_\alpha \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots + \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} = - \begin{pmatrix} s^2 (h_1 m_2 + h_1 m_3) - g (m_2 + m_3) \\ (b h_1 h_2 + h_1 h_2 m_3) s^2 - C_\beta s - K_\beta \\ h_1 h_2 m_3 s^2 - C_{arm,tor} s - K_{arm,tor} \end{pmatrix} \theta$$

Con  $[\mathbf{K}]$  matrice diagonale di rigidezza:

$$\begin{aligned} K_{11} &= K_{\text{arm,tra}} + K_{y1} \\ K_{12} &= K_{\text{arm,tra}} h_2 \\ K_{13} &= K_{\text{arm,tra}} h_3 \\ K_{23} &= K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\gamma \\ K_{22} &= K_{\text{arm,tra}} h_2^2 - g(m_3 + b m_2) h_2 + K_\beta + K_\gamma \\ K_{33} &= K_{\text{arm,tra}} h_3^2 - g m_3 h_3 + K_{\text{arm,tor}} + K_\gamma \end{aligned}$$

Riconducendoci quindi alla notazione *State Space*, la funzione di trasferimento è quindi<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \\ H(s) &= y/u = [C(Es - A)^{-1}B + D] \end{aligned}$$

$$H(s) = \frac{N_6 s^6 + N_5 s^5 + N_4 s^4 + N_3 s^3 + N_2 s^2 + N_1 s + N_0}{D_6 s^6 + D_5 s^5 + D_4 s^4 + D_3 s^3 + D_2 s^2 + D_1 s + D_0}$$

La TF presenta 6 poli e 6 zeri, struttura quindi simile rispetto al modello 3 DOF precedente.

---

<sup>5</sup>Forma *State Space* esplicitata nell'Appendice B

### 5.3 Modello 1 DOF ( $\beta$ )

Ultimo modello ricavato è quello più semplice: un solo grado di libertà ossia il rollio del busto (figura 5.7).

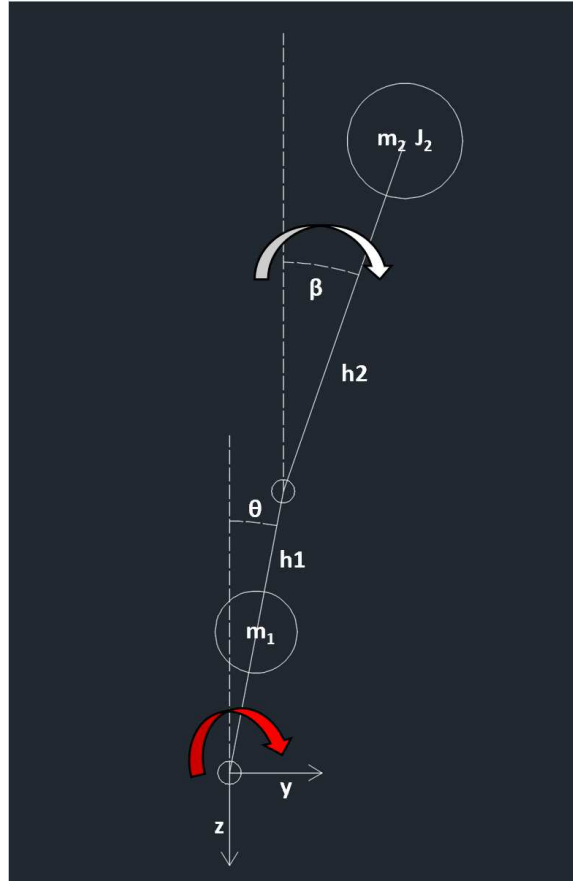


Figura 5.7: Schema modello 1DOF ( $\beta$ ) in coordinate assolute

- $m_1$ : massa lower body, somma masse piedi, tibie e cosce.
- $m_2$ : massa upper body, somma masse tronco, braccia, avambracci, mani e testa.
- $a$ : rapporto tra posizione della massa  $m_1$  lungo  $h_1$  e  $h_1$ , compreso tra 0 e 1.
- $J_2$ : inerzia baricentrica rispetto all'asse di rollio x della massa  $m_2$ .
- $\theta$ : rotazione assoluta del mech-bull rispetto all'asse x.
- $\beta$ : rotazione assoluta della massa  $m_2$  rispetto all'asse x.

- $h_1$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_1$ .
- $h_2$ : asta priva di massa dove è presente la massa  $m_2$ .
- $K_\beta$  e  $C_\beta$ : rigidità e smorzamento legati alla molla rotazionale della coordinata  $\beta$  (non presenti in figura).

Con il procedimento già noto si ricavano posizioni e velocità delle masse, essendo ad un solo grado di libertà la trattazione sarà più semplice:

$$pos_{m1} = \begin{bmatrix} ah_1 \cdot \sin(\theta(t)) \\ -ah_1 \cdot \cos(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$pos_{m2} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot \sin(\theta(t)) + h_2 \cdot \sin(\beta(t)) \\ -h_1 \cdot \cos(\theta(t)) - h_2 \cdot \cos(\beta(t)) \end{bmatrix}$$

Per poi calcolare le espressioni dell'energia cinetica e potenziale del modello, più la funzione di Rayleigh, necessarie per applicare il metodo della funzione di Lagrange:

$$Ek_{Js} = 1/2 \cdot J_s \cdot (\dot{\theta}(t))^2$$

$$Ek_{m1} = 1/2 \cdot m_1 \cdot (v_{m1}(1)^2 + v_{m1}(2)^2)$$

$$Ek_{J2} = 1/2 \cdot J_2 \cdot (\dot{\beta}(t))^2$$

$$Ek_{m2} = 1/2 \cdot m_2 \cdot (v_{m2}(1)^2 + v_{m2}(2)^2)$$

$$Ek_{TOT} = Ek_{Js} + Ek_{m1} + Ek_{J2} + Ek_{m2}$$

$$Ep_{m1} = -m_1 \cdot g \cdot pos_{m1}(2)$$

$$Ep_{m2} = -m_2 \cdot g \cdot pos_{m2}(2)$$

$$Ep_{Kbeta} = 1/2 \cdot K_\beta \cdot (\beta - \theta)^2$$

$$Ep_{TOT} = Ep_{m1} + Ep_{m2} + Ep_{Kbeta}$$

L'unica equazione del moto è quindi:

$$(m_2 h_2^2 + J_2) \ddot{\beta} + C_\beta \dot{\beta} + (K_\beta - g h_2 m_2) \beta = -(h_1 h_2 m_2 s^2 - C_\beta s - K_\beta) \theta$$

La funzione di trasferimento sarà quindi semplicemente:

$$H(s) = \frac{-h_1 h_2 m_2 s^2 + C_\beta s + K_\beta}{(m_2 h_2^2 + J_2) s^2 + C_\beta s + K_\beta - g h_2 m_2}$$

La TF presenta 2 poli e 2 zeri, struttura ovviamente più semplice rispetto ai modelli precedenti.



## Capitolo 6

# Fitting con modelli fisici

La logica seguita che comanda il fitting dei dati è stata quella di prendere un modello fisico ricavato nel capitolo precedente che avesse una struttura compatibile con l'analisi 'Black Box' fatta in precedenza e constatare che il fitting ottenuto fosse accettabile da un punto di vista dello scarto con i dati sperimentali. Questo tipo di approccio, anche se poco efficiente poiché si devono provare più modelli e compararli tra loro, è stata una scelta quasi obbligata in quanto l'approccio tramite rete meccanica, ricavabile dalla funzione di trasferimento, in questi casi non ne è possibile l'utilizzo a causa della natura delle funzioni di trasferimento spostamento/spostamento e non spostamento/forza ([11]).

Il fitting dei dati sperimentali elaborati è stato quindi ottenuto tramite uno script MATLAB attraverso il comando *fmincon*, ossia un comando per risolvere problemi di minimo non lineari con la possibilità di scegliere tra vari algoritmi di risoluzione. Lo scopo è quello di ottimizzare i parametri del modello fisico quali rigidezza, smorzamento dei gradi di libertà ed eventuale delay del modello fisico per meglio fittare i dati sperimentali.

La struttura del comando *fmincon* richiede di dare in input la funzione da minimizzare, che nel seguente caso sarà una funzione di scarto, un vettore di 'initial guesses' dei parametri del modello per avviare l'algoritmo, vettori di 'boundary' che definiscono i limiti inferiori e superiori di questi ed eventuali vincoli espressi tramite equazione o disequazione matriciale, nel nostro caso assenti.

I parametri geometrici del modello quali le lunghezze delle aste prive di massa  $h_i$ -esime, sono state calcolate direttamente dalle immagini delle prove e confrontate con i valori ricavati dal paper Zatriosky-De Leva (1996)[2] per verificare fossero verosimili. La posizione dei centri di massa e la percentuale sulla massa totale delle porzioni di corpo considerate sono state ricavate sempre dal lavoro di Zatriosky-De Leva così come le inerzie baricentriche dei corpi quali tronco e testa. Le inerzie sono poi state ruotate con una matrice di rotazione a seconda dell'angolo di inclinazione rispetto all'asse x

di rollio.

I parametri da ottimizzare, rigidezze e smorzamenti, sono stati leggermente rimaneggiati per fare in modo che i valori iniziali potessero essere inseriti con cognizione di causa: le rigidezze di una molla che esprime il movimento di una variabile è stata espressa in funzione della frequenza naturale di quella variabile come se fosse l'unica variabile non vincolata ( $K_{i-esima} = f(fq_{i-esima})$ ); il coefficiente di smorzamento legato alla molla della variabile  $i$ -esima, invece, è stato espresso in funzione sempre della frequenza naturale  $fq_{i-esima}$  e del rapporto di smorzamento  $\zeta_{i-esimo}$  ( $C_{i-esima} = f(fq_{i-esima}, \zeta_{i-esimo})$ ). Trattare con frequenze e rapporti di smorzamento è più facile che trattare con rigidezze e coefficienti di smorzamento, quindi, all'interno del comando `fmincon` i parametri di rigidezza e smorzamento sono ottimizzati indirettamente tramite frequenze e rapporti di smorzamento.

La funzione di costo utilizzata è la somma degli scarti complessi calcolati per ogni frequenza (modulo del quadrato della distanza nel piano di Nyquist tra modello e dato sperimentale)(6.1), rapportata con la radice quadrata del numero di dati in frequenza utilizzati (6.2). Per alcuni modelli al posto di usare la somma degli scarti complessi si è utilizzato la somma tra lo scarto sulla sola ampiezza e della sola fase pesata con un certo coefficiente  $w$  (6.3).

$$\Delta = |(H_{fit}) - (FRF_{tofit})|^2 \quad (6.1)$$

$$Cost = \frac{\sum \Delta}{\sqrt{n}} \quad (6.2)$$

$$\Delta = (|H_{fit}| - |FRF_{tofit}|)^2 + w(\angle H_{fit} - \angle FRF_{tofit})^2 \quad (6.3)$$

Non avendo la sicurezza che l'algoritmo utilizzato dal comando **`fmincon`**, partendo da un set di dati iniziale, non si fermasse all'interno di un minimo locale e che quindi i valori estratti non fossero totalmente ma solo parzialmente ottimizzati, si è deciso di calcolare la funzione di costo per centinaia e centinaia di set di dati iniziali, utilizzando il comando `full - fact` di Matlab per creare una distribuzione di dati che mischiasse le variabili. Si è poi calcolato il valore di costo per ogni set di initial guesses e poi comparato tale valore. Si sono effettivamente trovati diversi punti di minimo a seconda dei dati iniziali utilizzati.

## 6.1 Fitting Prove Vertical

Prove Vertical - Pilota 1 - Peso 75 Kg - Altezza 1.85 m

L'approccio Black Box ci suggeriva l'utilizzo di un modello a 3 DOF per fittare i dati sperimentali, quindi si sono provati i due modelli a 3 gradi di libertà descritti nella sezione 5.2.

- Fitting con modello 3 DOF  $[y_1, \beta, \gamma]$

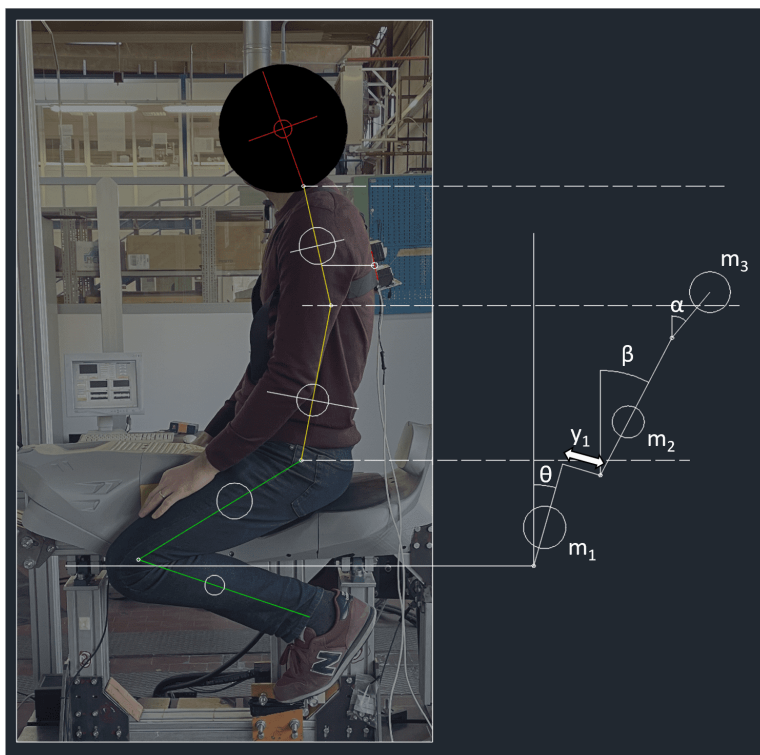


Figura 6.1: Vertical - Pilota modellizzato con modello a 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

Le curve di fitting in figura 6.2 e 6.3 sono sovrapposte in rosso ai dati delle prove di colore nero. In figura inoltre, nei grafici dell'ampiezza e della fase, sono anche evidenziate le tre curve che compongono la curva del modello (colori verde, blu e magenta). Nelle figure, in alto a destra, sono presenti anche i parametri di rigidità e coefficiente di smorzamento ricavate tramite fitting che volevamo calcolare. Nella tabella sottostante sono racchiusi i parametri geometrici e inerziali del pilota per ogni prova eseguita, la nomenclatura fa riferimento allo schema in figura 5.6:

Prova	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_3$	$J_2$	$J_3$	$\tau$
Vertical1	0.247	0.363	0.14	22.58%	36.5%	0.56	2.08	0.074
Vertical2	0.249	0.315	0.16	22.58%	36.5%	0.72	2.08	0.073

I dati inseriti hanno un'unità di misura espressa nel sistema SI. Le masse  $m_2$  e  $m_3$  sono scritte in percentuale al peso totale del pilota che in questo caso è 75 Kg. L'altezza del pilota è di 1.85 m e  $\tau$  esprime il parametro del ritardo del modello.

Avendo il modello analitico è possibile calcolarsi le frequenze smorzate e gli autovettori associati ai modi di vibrare con il comando  $\mathit{eig}(A_{new})$  dove

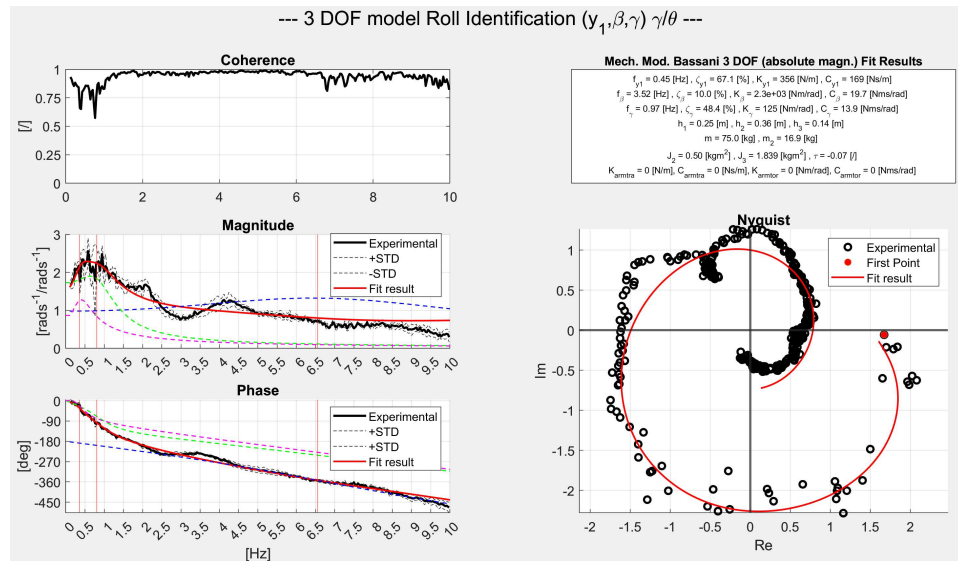


Figura 6.2: VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

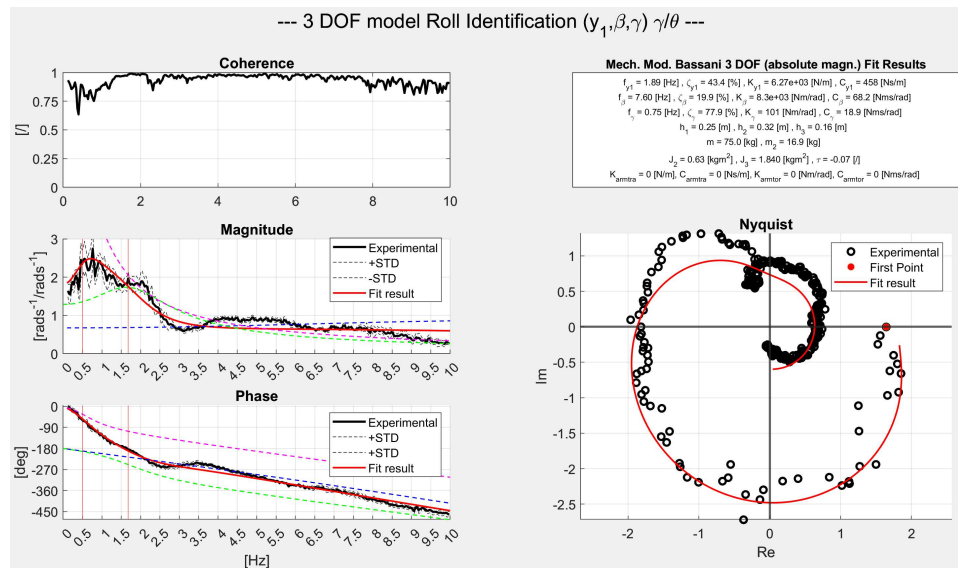


Figura 6.3: VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

$A_{new}$  è la matrice ricavata dalla forma *State Space* del modello come

$$A_{new} = E^{-1} \cdot A$$

Gli autovettori associati agli autovalori sono stati rappresentati con diagrammi 'compass' per rappresentare l'ampiezza e lo sfasamento assoluti tra i gradi di libertà (figura 6.4 e 6.5).

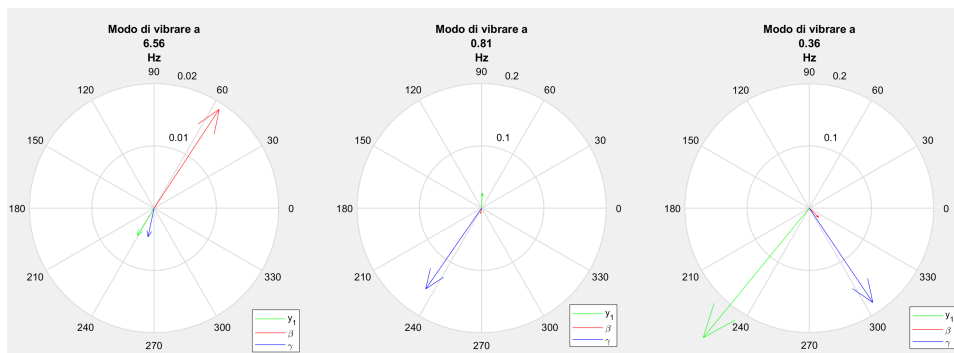


Figura 6.4: VERTICAL1 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

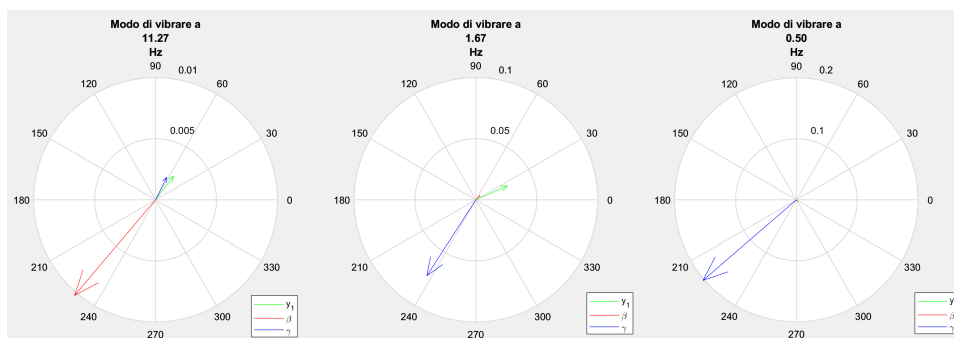


Figura 6.5: VERTICAL2 - Modi di vibrare modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

- Fitting con modello 3 DOF  $[\beta, \gamma, \alpha]$

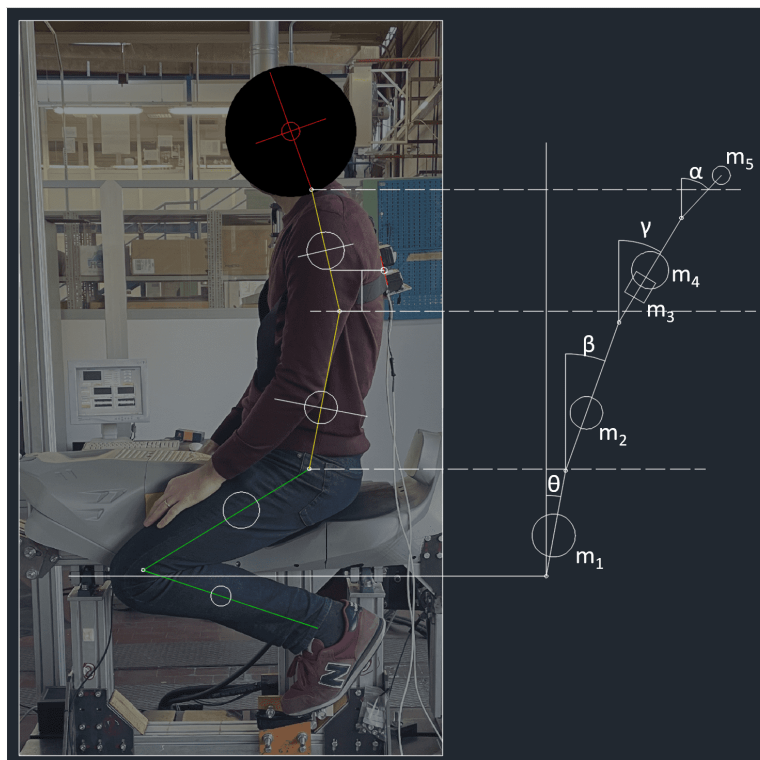


Figura 6.6: Vertical - Pilota modellizzato con modello a 3 DOF  $(\beta, \gamma, \alpha)$

Nella tabella sottostante sono racchiusi i parametri geometrici e inerziali del pilota per ogni prova eseguita (unità di misura SI), la nomenclatura fa riferimento allo schema in figura 5.5:

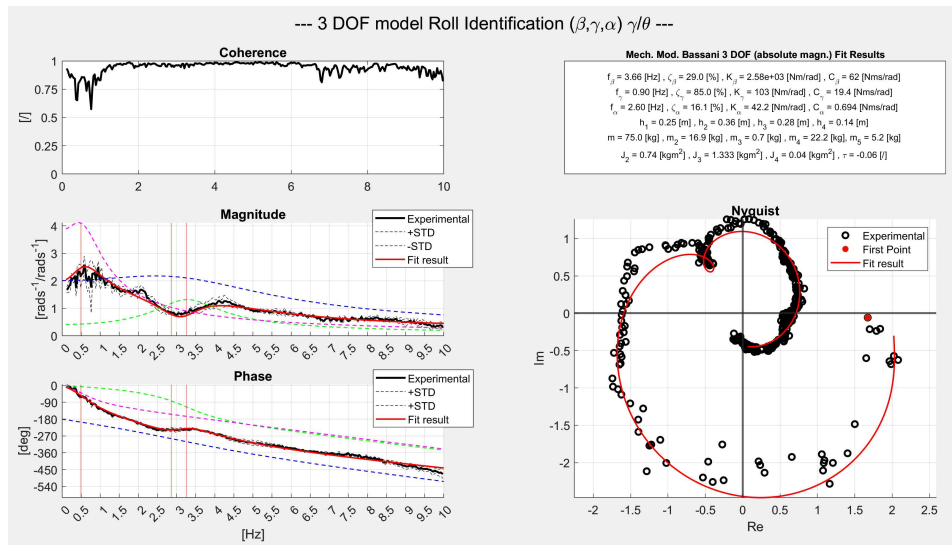
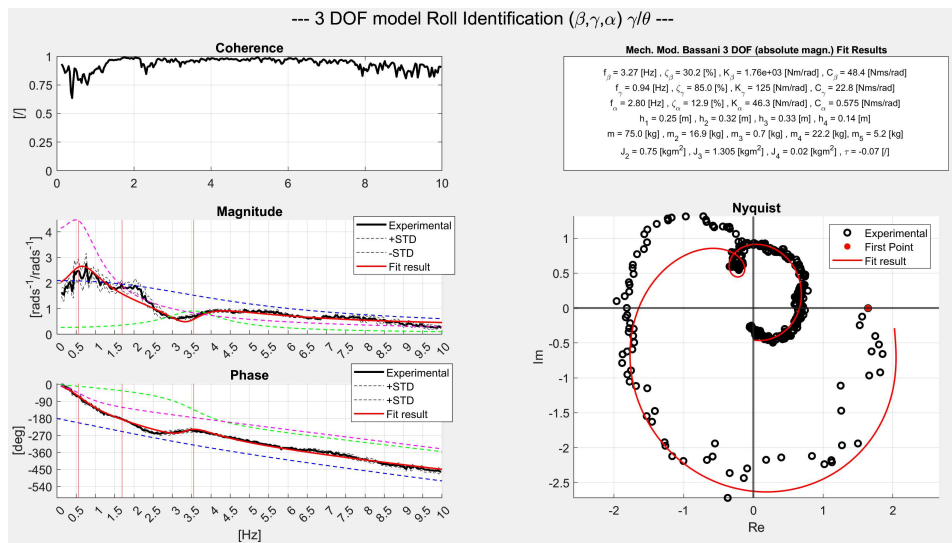
Prova	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$m_2$	$m_4$	$m_5$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$\tau$
Vertical1	0.247	0.363	0.28	0.135	22.58%	36.5%	0.0698%	0.74	1.333	0.04	0.065
Vertical2	0.249	0.315	0.329	0.14	22.58%	36.5%	0.0698%	0.75	1.305	0.02	0.067

La massa  $m_3$  della pettorina è 0.7 Kg. Le masse  $m_2$ ,  $m_4$  e  $m_5$  sono sempre espresse come percentuale della massa totale. Avendo il modello analitico è possibile calcolarsi le frequenze smorzate e gli autovettori associati ai modi di vibrare con il comando  $\mathit{eig}(A_{new})$  dove  $A_{new}$  è la matrice ricavata dalla forma *State Space* del modello come

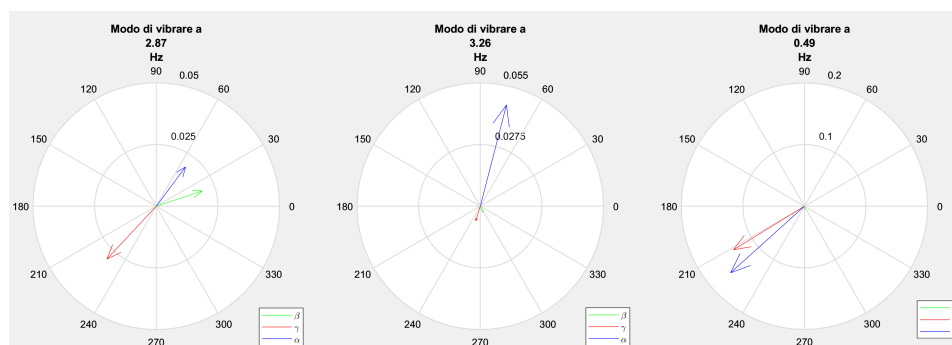
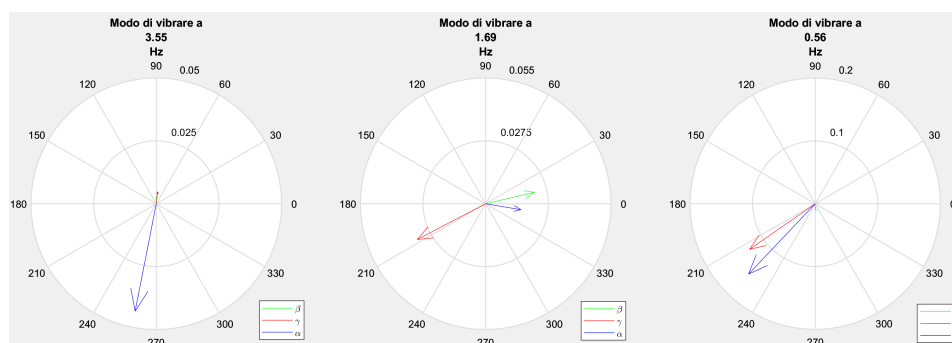
$$A_{new} = E^{-1} \cdot A$$

Gli autovettori associati agli autovalori sono stati rappresentati con diagrammi 'compass' per rappresentare l'ampiezza e lo sfasamento assoluti tra i gradi di libertà (figura 6.9 e 6.10).

Per quanto riguarda la postura 'Vertical' quindi, alla luce del fitting fatto con i modelli a 3 DOF, si ritiene opportuno constatare che il modello più

Figura 6.7: VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )Figura 6.8: VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )

efficacie, che meglio fitta i dati sperimentali, sia quello che tiene in considerazione il rollio della testa (modello  $\beta, \gamma, \alpha$ ). Nonostante questo modello non riesca pienamente a fittare i dati dell'ampiezza nella porzione del plateau da 1.5 Hz a 2 Hz, il modello riesce pienamente nel suo intento nella prima parte, frequenza sotto 1.5 Hz, e dopo i 2.5 Hz, ottenendo risultati eccellenti a differenza del modello con la traslazione  $y_1$ . Anche la fase è eccezionalmente compatibile con i dati sperimentali. Entrambi i modelli a 3 DOF risultano comunque più competitivi del modello 2 DOF proposto

Figura 6.9: VERTICAL1 - Modi di vibrare modello 3 DOF  $(\beta, \gamma, \alpha)$ Figura 6.10: VERTICAL2 - Modi di vibrare modello 3 DOF  $(\beta, \gamma, \alpha)$ 

da Katayama, lo si può constatare dalle figure 6.11 e 6.12 relative al fitting dei dati Vertical1 e Vertical2 con il modello di Katayama. Un altro importante aspetto da sottolineare è la fase, riprodotta molto bene dal modello a 3 DOF  $(\beta, \gamma, \alpha)$ . Questo è stato possibile introducendo come parametro il delay  $\tau$  del modello: questi valori di ritardo nel modello non possono essere imputati al ritardo nell'acquisizione dei dati ma, come descritto nel lavoro di Massaro-Cole ([9]), possa essere imputato a 'stretch-reflex dynamics' e ad un controllo dinamico passivo del pilota.

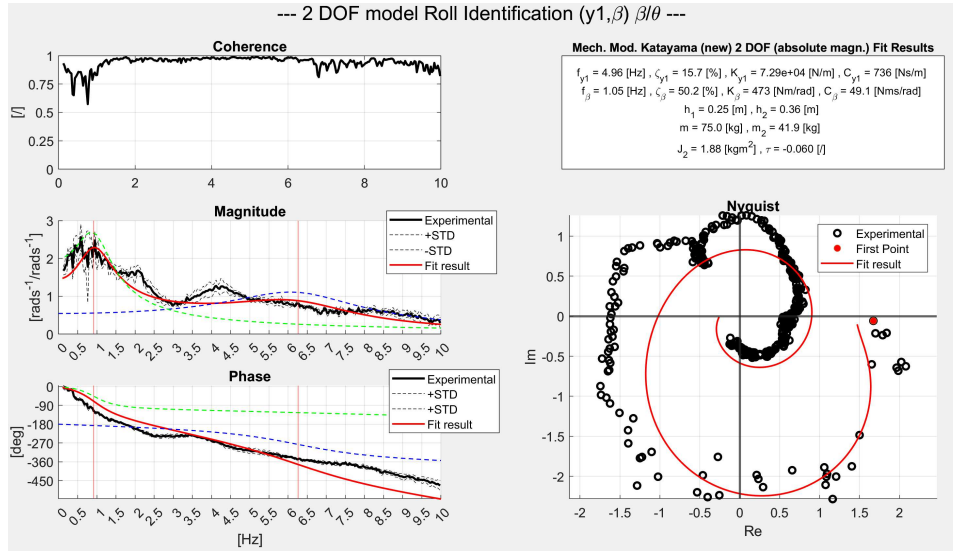


Figura 6.11: VERTICAL1 - Grafici di Fitting con modello Katayama 2 DOF

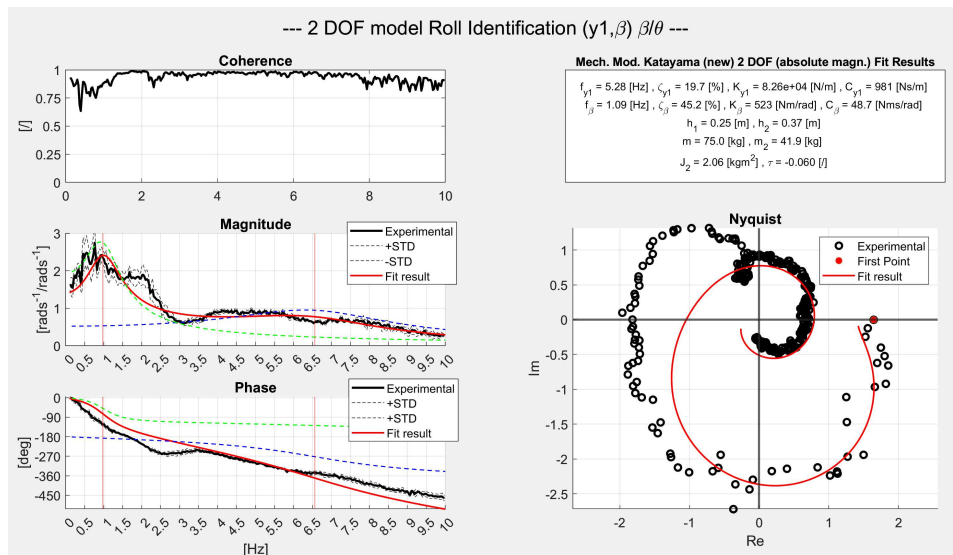


Figura 6.12: VERTICAL2 - Grafici di Fitting con modello Katayama 2 DOF

## 6.2 Fitting Prove Acceleration

In questa successiva analisi è opportuno distinguere i due piloti poiché assumono una postura differente nonostante la prova rientri nel gruppo di quelle 'Acceleration'

### 6.2.1 Prove Acceleration - Pilota 1

L'approccio 'Black Box' consiglia l'utilizzo di modelli a 3 DOF, quindi useremo i due modelli della sezione 5.2 a tre gradi per provare a fittare i dati.

- Fitting con modello 3 DOF  $[y_1, \beta, \gamma]$

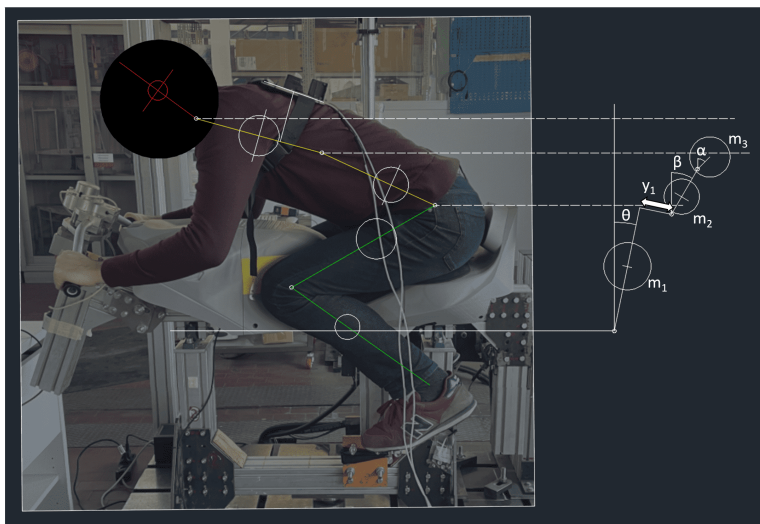


Figura 6.13: Acceleration - Pilota 1 modellizzato con modello a 3 DOF  $(y_1, \beta, \gamma)$

	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_3$	$J_2$	$J_3$	$\tau$
Acc.	0.320	0.133	0.04	22.58%	36.55%	0.58	1.055	0.12

Questi sono i parametri geometrici e inerziali del modello in considerazione con nomenclatura che segue lo schema della sezione 5.2. La curva di fitting viene rappresentata, modulo, fase e diagramma di Nyquist, in rosso in figura 6.17. Mentre gli autovettori sono rappresentati in figura 6.15.

Il fitting con questo modello risulta poco accurato. L'ampiezza e la fase risultano fedeli ai dati solamente nella prima parte, fino ai 2 Hz, poi iniziano a divergere. La fase presenta una concavità diversa rispetto ai dati, salvo poi riprendersi dopo i 7 Hz. L'ampiezza non riesce bene a seguire l'andamento dei dati.

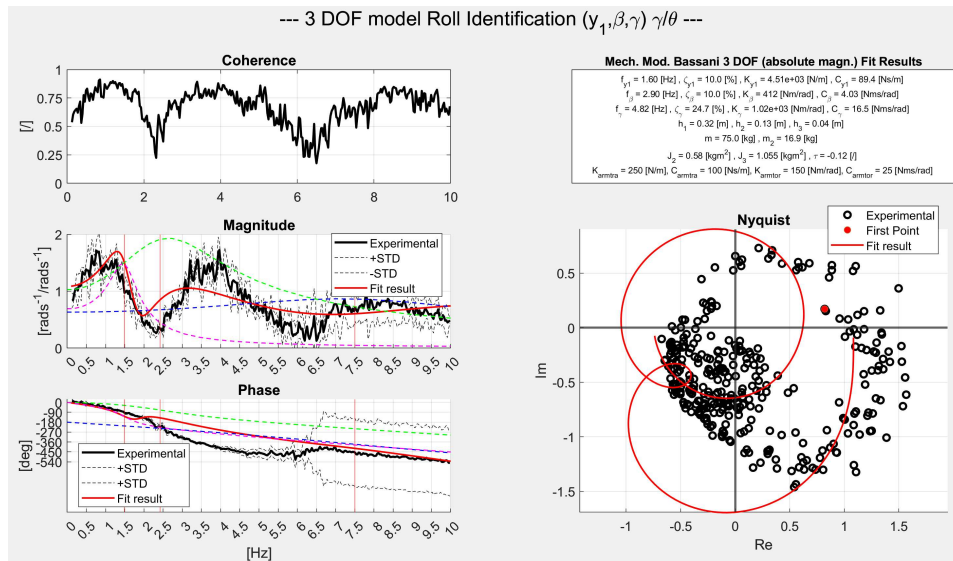


Figura 6.14: ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )

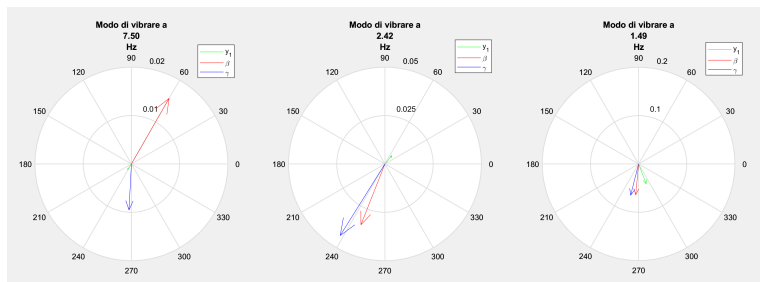


Figura 6.15: ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ )

- Fitting con modello 3 DOF [ $\beta, \gamma, \alpha$ ]

	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$m_2$	$m_4$	$m_5$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$\tau$
Acc.	0.320	0.133	0.087	0.071	22.58%	29.55%	6.94%	0.46	1.118	0.02	0.1

Questi sono i parametri geometrici e inerziali del modello in considerazione con nomenclatura che segue lo schema della sezione 5.2. La massa della pettorina  $m_3$  è di 0.7 Kg. La curva di fitting viene rappresentata, modulo, fase e diagramma di Nyquist, in rosso in figura 6.17. Mentre gli autovettori sono rappresentati in figura 6.18.

Il fitting con questo modello risulta più accurato rispetto al modello precedente, nonostante ancora la fase non risulti del tutto convincente. L'ampiezza è presa dal modello in maniera migliore da dopo i 4.5 Hz, anche se

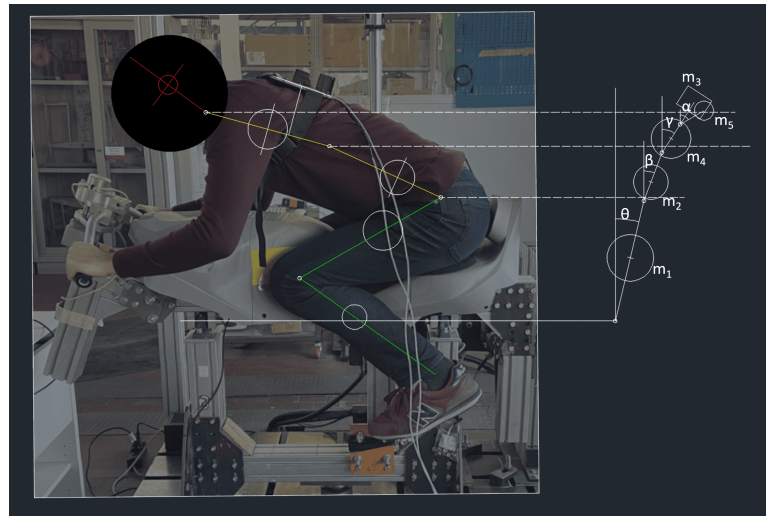


Figura 6.16: Acceleration - Pilota 1 modellizzato con modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )

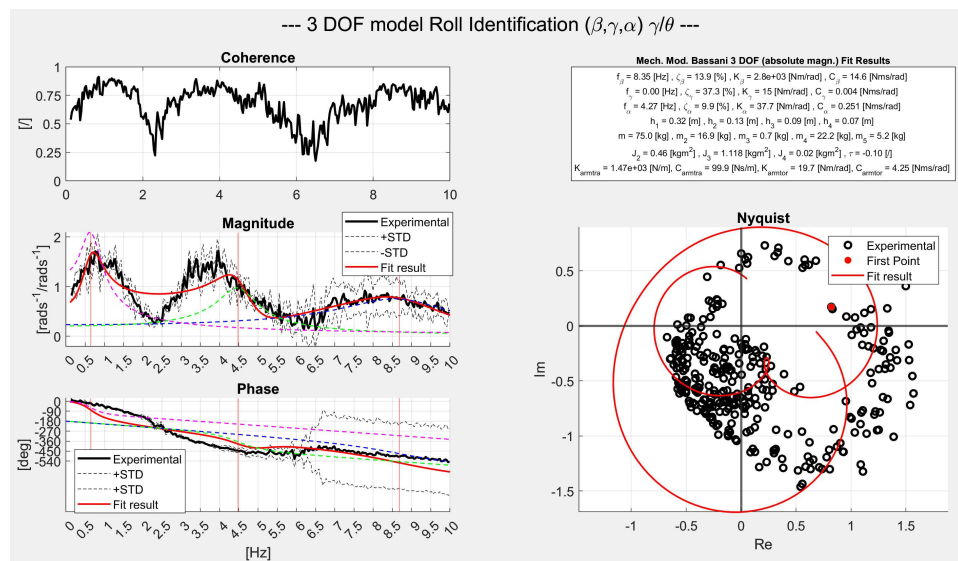


Figura 6.17: ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ )

il minimo a 2.5 Hz non riesca a fittarlo in maniera buona e il picco di risonanza ai 4 Hz risulti inferiore e decentrato. Il primo tratto della fase risulta poco coerente con i dati almeno fino ai 4.5 Hz, dopo l'andamento risulta abbastanza fedele. Questo quindi è sembrato il miglior modello per questo set di dati. La sostituzione della traslazione  $y_1$  con la rotazione della testa  $\alpha$  ha giovato dal punto di vista del fitting di questi dati.

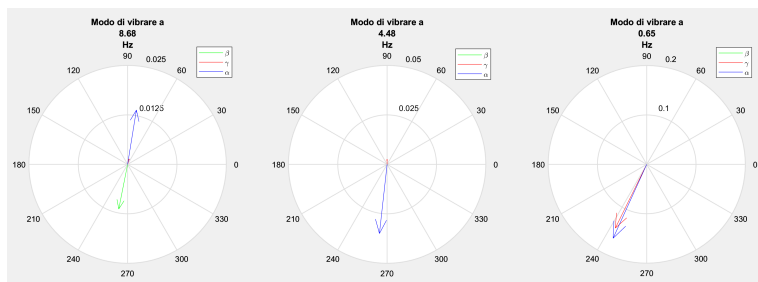


Figura 6.18: ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 3 DOF  $(\beta, \gamma, \alpha)$

### 6.2.2 Prove Acceleration - Pilota 2

Per quanto riguarda il pilota 2, l'approccio 'Black Box' suggeriva che già un modello a 2 DOF fosse competitivo per fittare i dati sperimentali, senza scomodare modelli a 3 DOF più complicati. Quindi la logica seguita è stata quella di prendere due dei modelli a 2 DOF esposti nella sezione 5.1, il modello Katayama in coordinate assolute e il modello con il rollio della testa  $(\beta, \alpha)$ , e verificare che fittassero i dati delle prove. Essendo una posizione molto piegata, si è deciso di scartare il modello con il tronco spezzato in due parti  $(\beta, \gamma)$ , in quanto si è ritenuto che questo fosse rigido abbastanza da comportarsi come unico corpo durante le prove.

- Fitting con modello Katayama 2 DOF  $[y_1, \beta]$

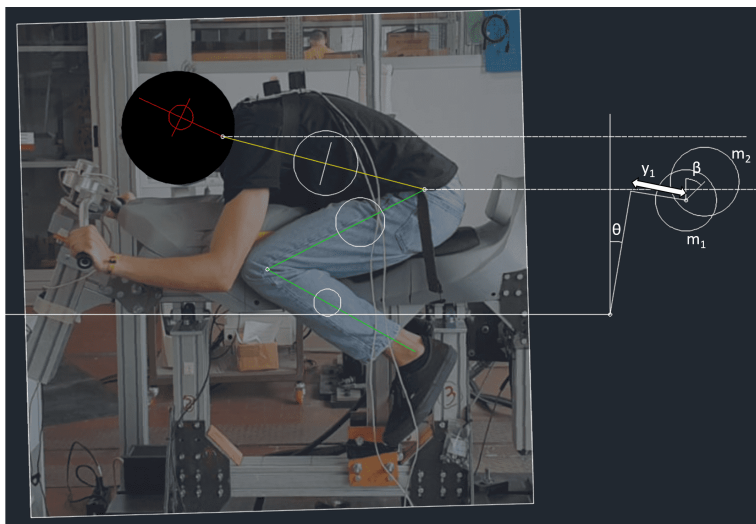


Figura 6.19: Acceleration - Pilota 2 modellizzato con modello a 2 DOF  $(y_1, \beta)$

	$h_1$	$h_2$	$m_2$	$J_2$	$\tau$
Acceleration	0.286	0.072	55.82%	0.31	0.038

Questi sono i parametri geometrici e inerziali del modello in accordo con la nomenclatura adottata nella sezione 5.1. La curva di fitting viene rappresentata, modulo, fase e diagramma di Nyquist, in rosso in figura 6.20.

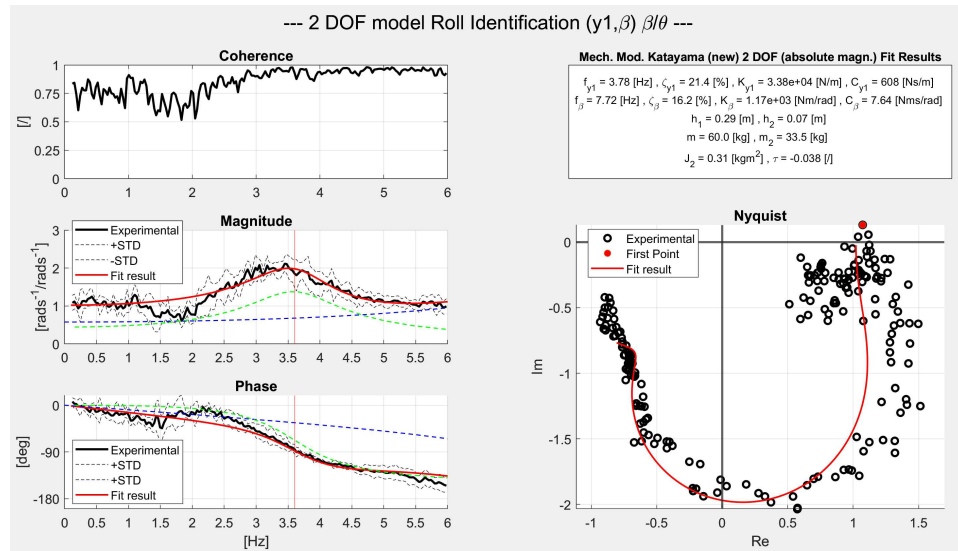


Figura 6.20: ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

Mentre gli autovettori sono rappresentati in figura 6.21.

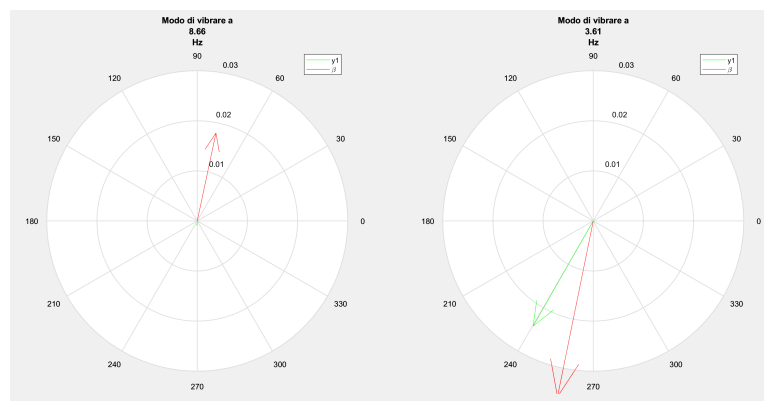


Figura 6.21: ACCELERATION - Modi di vibrare modello 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

Come si può notare dall'analisi, la curva di fitting con il modello Katayama è già molto buona anche se in corrispondenza dei 2 Hz non riesce

bene a seguire modulo e fase dei dati sperimentali. Inoltre la fase diverge leggermente intorno ai 6 Hz, ma questo è forse dovuto alla mancanza di dati successivi per poter bene fittare il modello.

- Fitting con modello Katayama 2 DOF  $[\beta, \alpha]$

Passiamo ora a considerare il possibile effetto del rollio della testa.



Figura 6.22: ACCELERATION - Pilota 2 modellizzato con modello a 2 DOF  $(\beta, \alpha)$

	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_4$	$J_2$	$J_4$	$\tau$
Acc.	0.286	0.144	0.069	48.88%	6.94%	0.39	0.01	0.037

I dati geometrici e inerziali variano leggermente rispetto al modello precedente. La nomenclatura fa riferimento sempre alla sezione 5.1, con  $m_3$  massa pettorina 0.7 Kg. La curva di fitting viene rappresentata, modulo, fase e diagramma di Nyquist, in rosso in figura 6.20. Rispetto alle curve di fitting del modello precedente, queste sembrano essere meno coerenti con i dati sperimentali. Per questo il modello Katayama risulta essere più competitivo per questo tipo di dati e di postura del pilota, probabilmente perché la posa assunta prevede una rigidità del corpo maggiore, quindi il corpo tenderà a comportarsi come un corpo unico e il grado di libertà posto sulla testa poco incide sull'analisi fuorviando il fitting dei dati. Mentre gli autovettori sono rappresentati in figura 6.21.

Come ultima analisi di questo set di dati si è pensato di fittarli con un modello semplice ad un solo DOF, quello del rollio del busto per verificare che con un primo approccio molto semplice, si riuscisse a fittare in maniera anche parziale i dati. Il risultato presentato in figura 6.25 ovviamente non poteva che essere approssimativo: la fase è fittata abbastanza bene, mentre la curva dell'ampiezza manca dei picchi di risonanza a 3.5 Hz e sembra che faccia una media della curva effettiva.

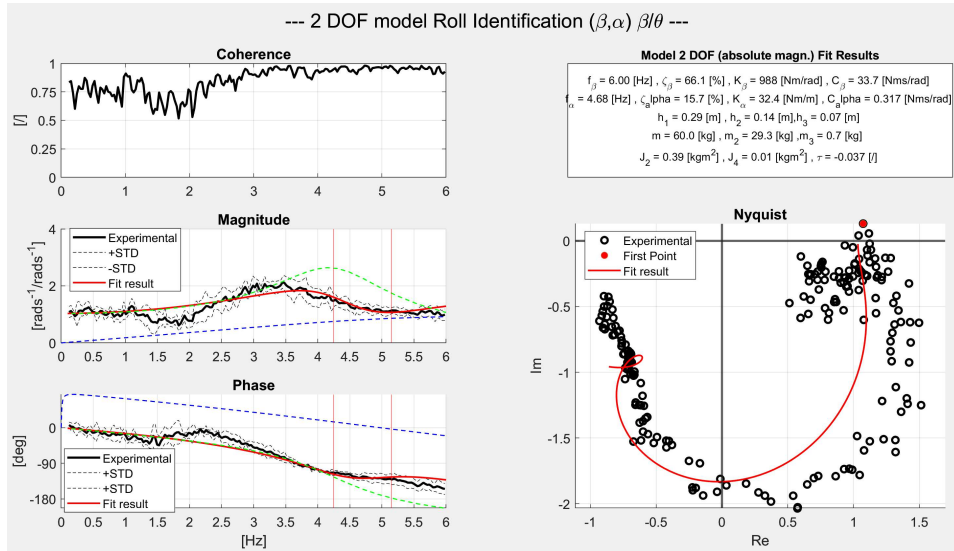


Figura 6.23: ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )

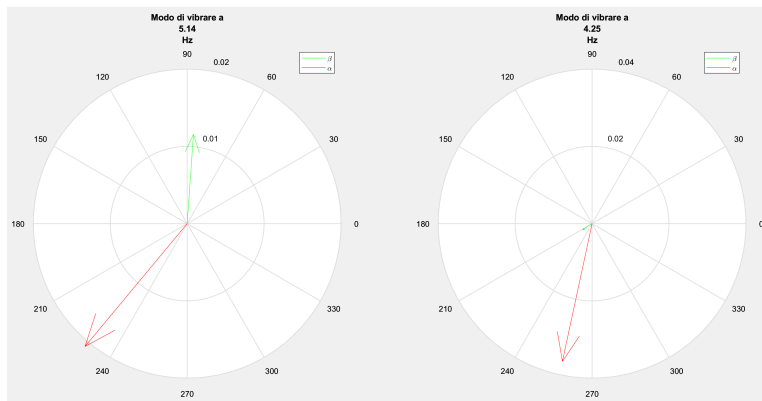


Figura 6.24: ACCELERATION - Modi di vibrare modello modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )

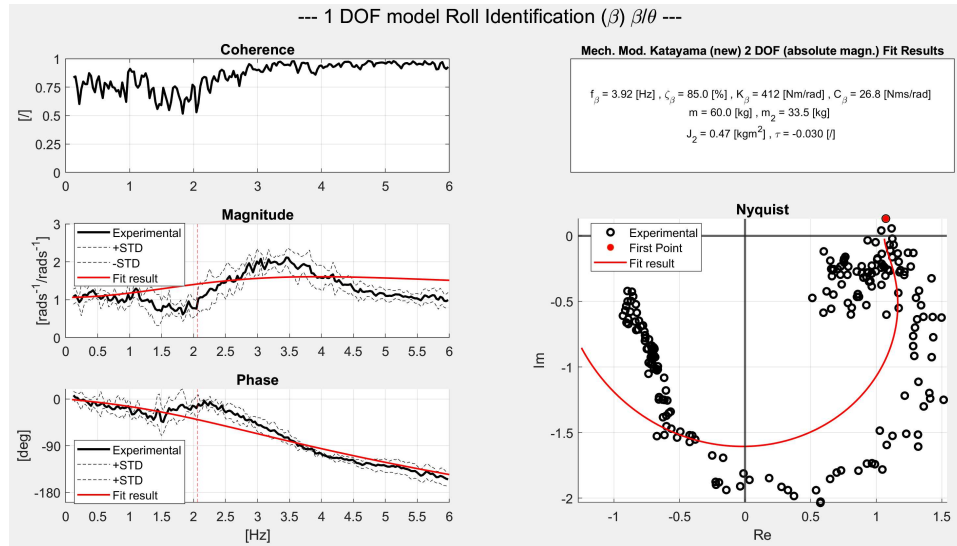


Figura 6.25: ACCELERATION - Grafici di Fitting con modello 1 DOF ( $\beta$ )

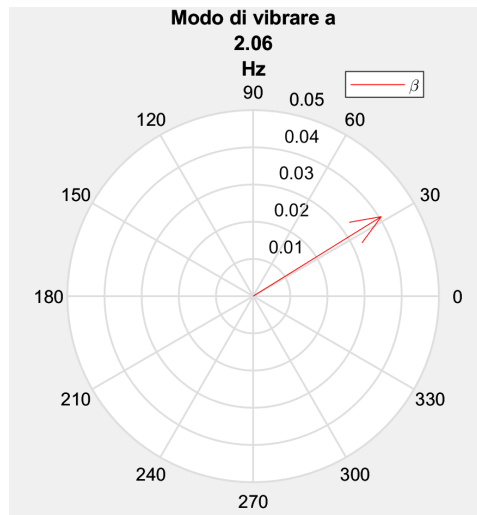


Figura 6.26: ACCELERATION - Modo di vibrare modello modello 1 DOF ( $\beta$ )

### 6.3 Fitting Prove Braking

Anche per questa analisi è opportuno distinguere le prove dei due piloti: il pilota 1 ha effettuato due set di prove in posizione 'Braking', mentre il pilota 2 un solo set di prove.

#### 6.3.1 Prove Braking - Pilota 1

A causa della bassa correlazione per alcuni valori della frequenza, le prove Braking1, come spiegato nelle note della sezione 3.4, presentano un range di variazione della frequenza dei dati limitato, da 0.5 Hz a 6 Hz invece che da 0.1 Hz a 10 Hz. Nonostante questo si è comunque proceduto nell'analizzare tali prove con i diversi modelli a 2 DOF ricavati come suggerito dall'approccio 'Black Box'. Anche per le prove Braking2, l'approccio tipo 'Black Box' suggeriva un modello di fitting con due gradi di libertà.

- Fitting con modello Katayama 2 DOF  $[y_1, \beta]$

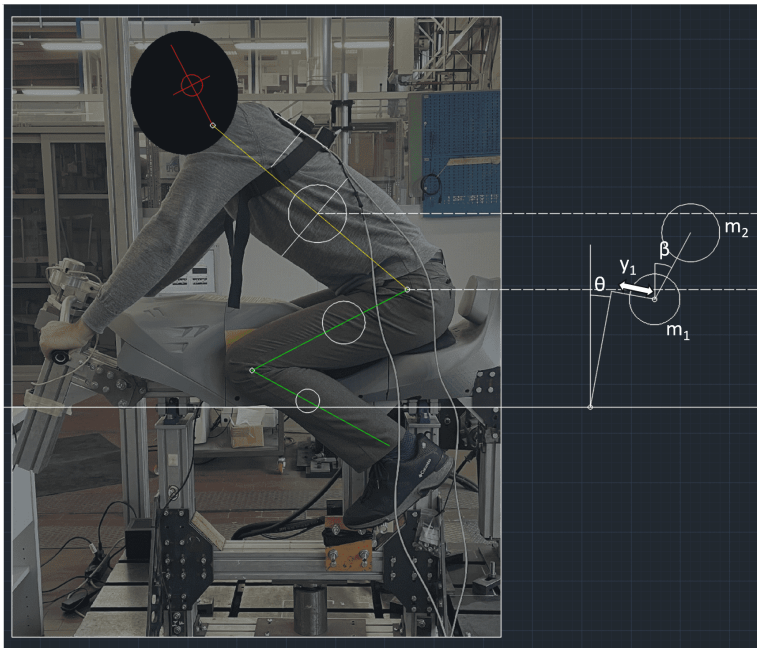


Figura 6.27: BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello Katayama 2 DOF  $(y_1, \beta)$

Prove	$h_1$	$h_2$	$m_2$	$J_2$	$\tau$
Brak1.	0.202	0.224	55.82%	1.1	0.154
Brak2.	0.268	0.207	55.82%	1.63	0.112

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.28 per quanto riguarda i dati Braking1, mentre in figura 6.29 per i dati Braking2. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.30 e 6.31. Il risultato

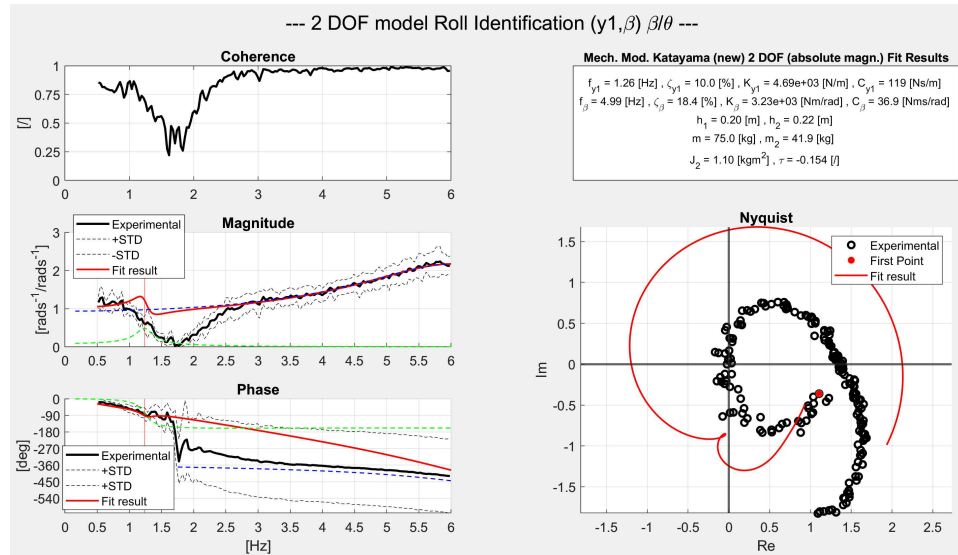


Figura 6.28: BRACING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

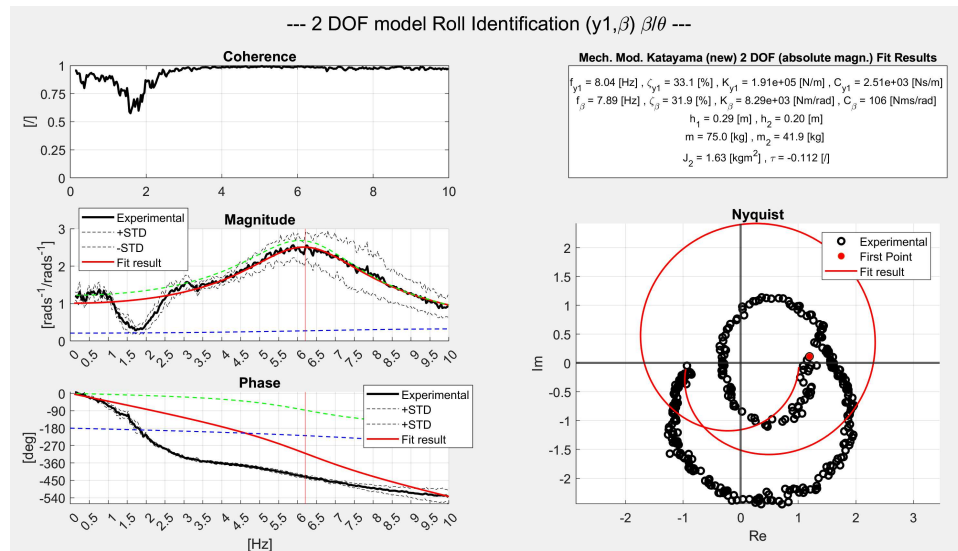


Figura 6.29: BRACING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

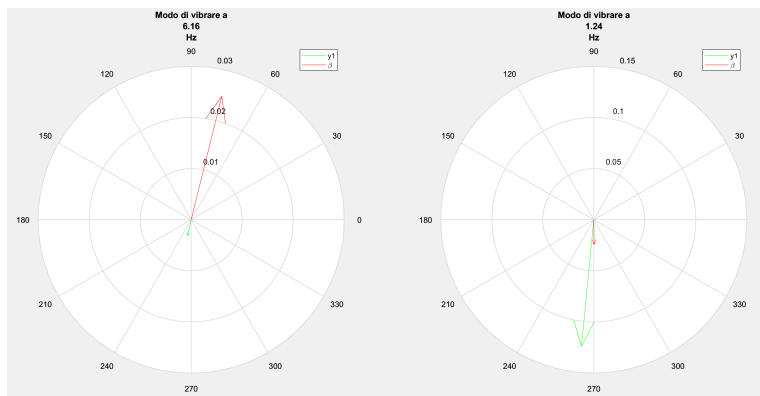


Figura 6.30: BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

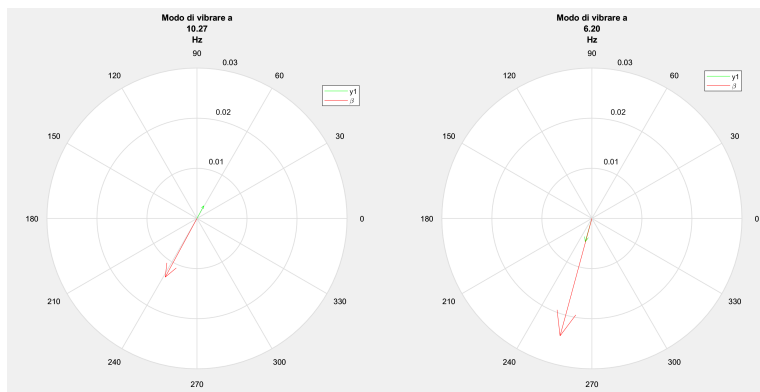


Figura 6.31: BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

non è dei più soddisfacenti. Prendendo a riferimento i dati della seconda prova essendo i più completi, si può notare come la curva di ampiezza venga fittata correttamente alle bassissime frequenze e dai 2.5 Hz in poi, in mezzo attorno ai 1.7 Hz, i dati sperimentali presentano un minimo che il modello non riesce a seguire. La curva della fase non è seguita correttamente dal modello: la curva del modello pur essendo decrescente, ha una concavità differente. Il fatto che si rincotrino verso i 10 Hz è dovuto all'introduzione del delay che fa abbassare la curva del modello verso quella dei dati sperimentali. Questo comportamento della fase è stato anche osservato nell'analisi dei risultati del lavoro del professor Doria ([5]).

- Fitting con modello 2 DOF  $[\beta, \alpha]$

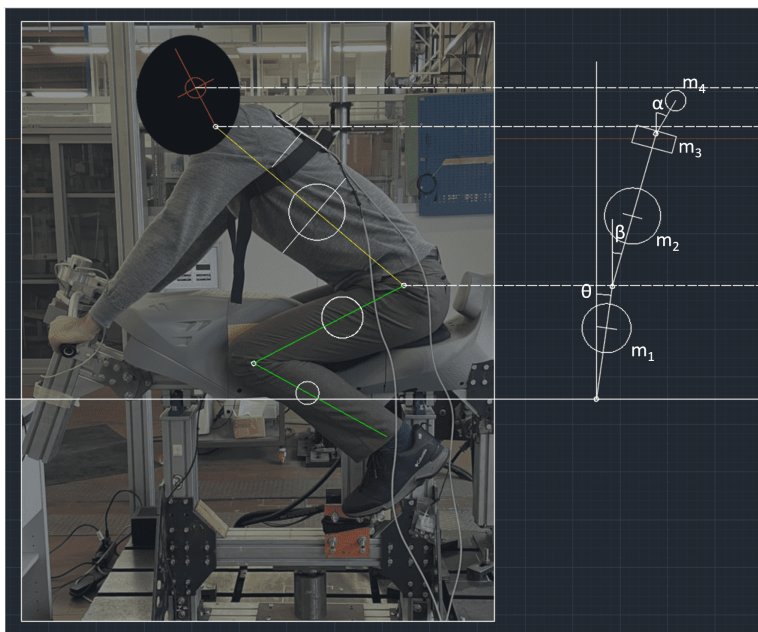


Figura 6.32: BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello 2 DOF  $(\beta, \alpha)$

Prove	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_4$	$J_2$	$J_4$	$\tau$
Brak1.	0.202	0.447	0.066	48.88%	6.94%	1.07	0.02	0.174
Brak2.	0.268	0.413	0.101	48.88%	6.94	0.83	0.03	0.119

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.33 per quanto riguarda i dati Braking1, mentre in figura 6.34 per i dati Braking2. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.35 e 6.36.

Il discorso riguardo il modello 2 DOF precedente si può estendere anche per questo modello, sostanzialmente l'aver sostituito la traslazione del corpo con il rollio della testa non ha giovato alla trattazione. I modelli si comportano in maniera simile, fittano abbastanza bene l'ampiezza, apparte il minimo a 1.7 Hz, ma non riescono a prendere la fase.

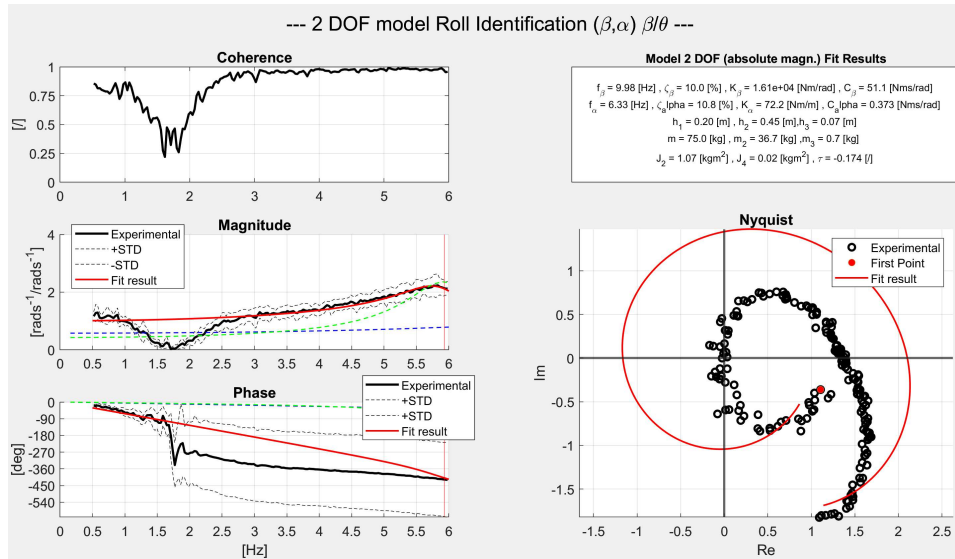


Figura 6.33: BRACING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )

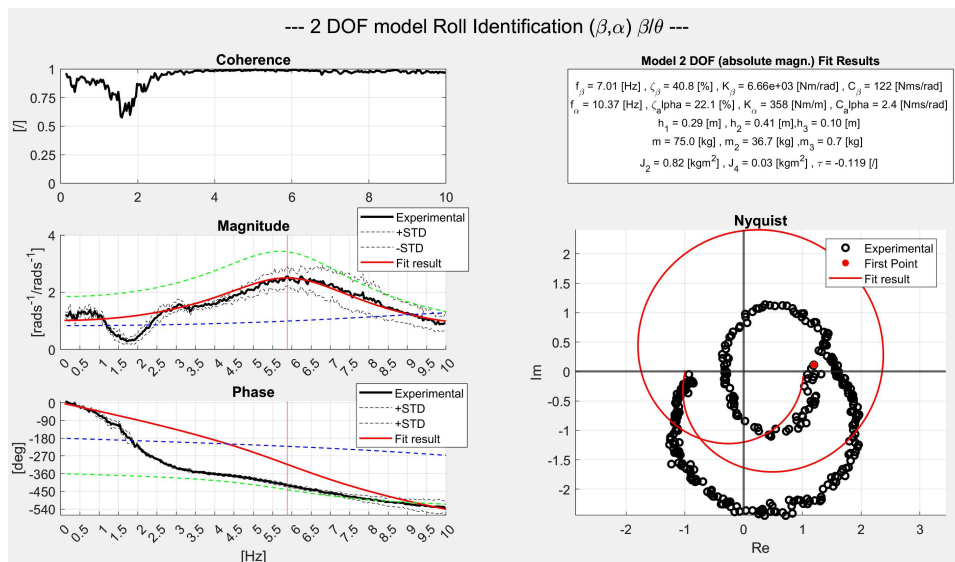
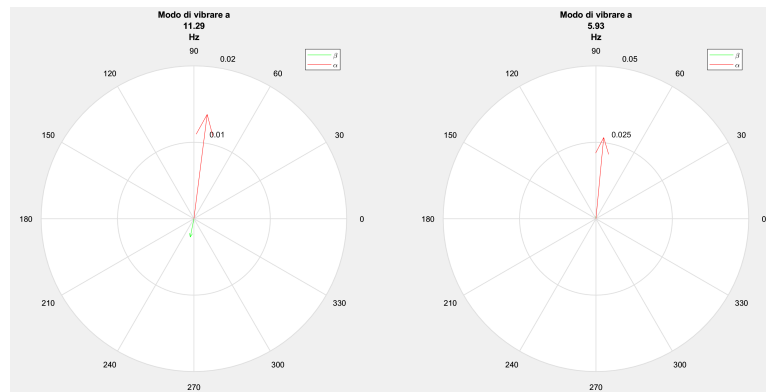
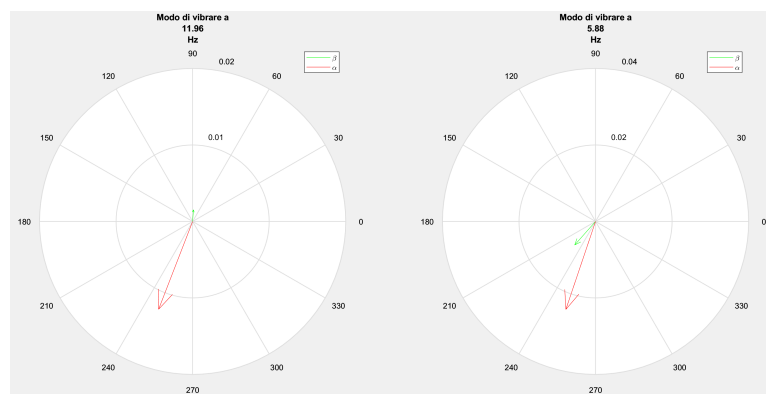


Figura 6.34: BRACING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )

Figura 6.35: BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )Figura 6.36: BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello 2 DOF ( $\beta, \alpha$ )

- Fitting con modello 2 DOF  $[\beta, \gamma]$

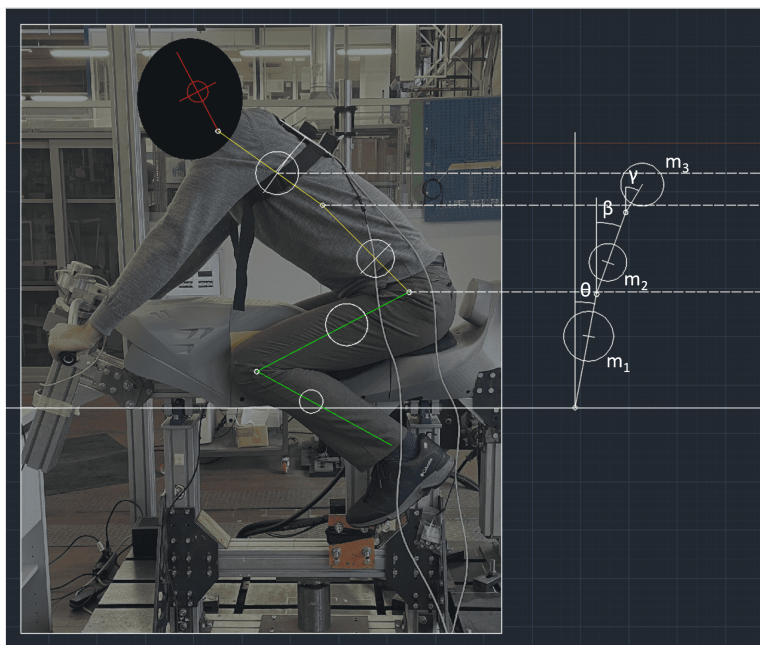


Figura 6.37: BRAKING - Pilota 1 modellizzato con modello 2 DOF  $(\beta, \gamma)$

Prove	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_3$	$J_2$	$J_3$	$\tau$
Brak1.	0.202	0.247	0.1	22.58%	36.49%	0.43	0.853	0.18
Brak2.	0.268	0.223	0.095	22.58%	36.49	0.59	1.262	0.11

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.38 per quanto riguarda i dati Braking1, mentre in figura 6.39 per i dati Braking2. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.40 e 6.41. Nonostante questo modello contenesse anche l'effetto della molla-smorzatore legato alle braccia aggrappate al manubrio, l'effetto sul fit non sembra cambiare rispetto a quello degli altri due modelli precedenti: ampiezza buona dai 2.5 Hz in poi ma fase che non riesce a fittare i dati.

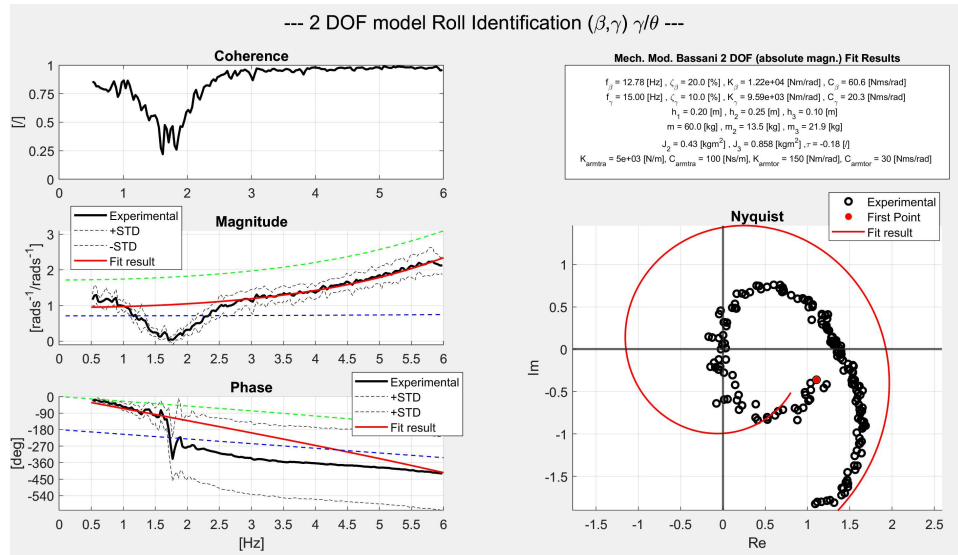


Figura 6.38: BRACING1 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $\beta, \gamma$ )

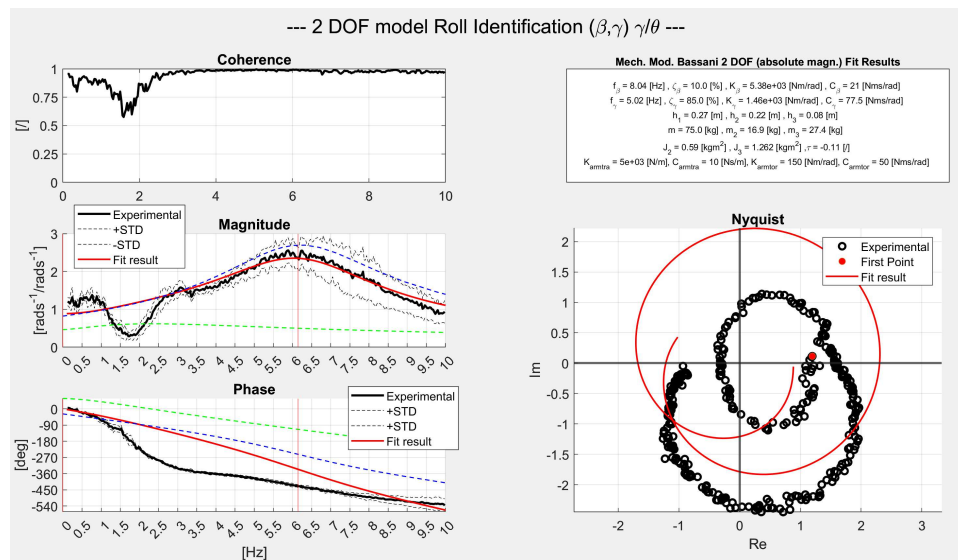


Figura 6.39: BRACING2 - Pilota 1 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $\beta, \gamma$ )

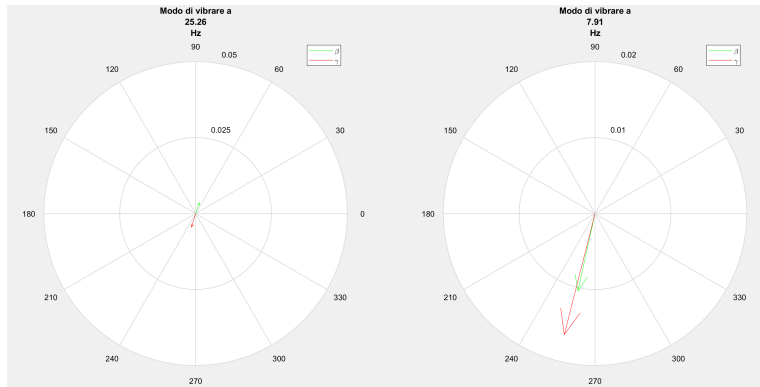


Figura 6.40: BRAKING1 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $\beta, \gamma$ )

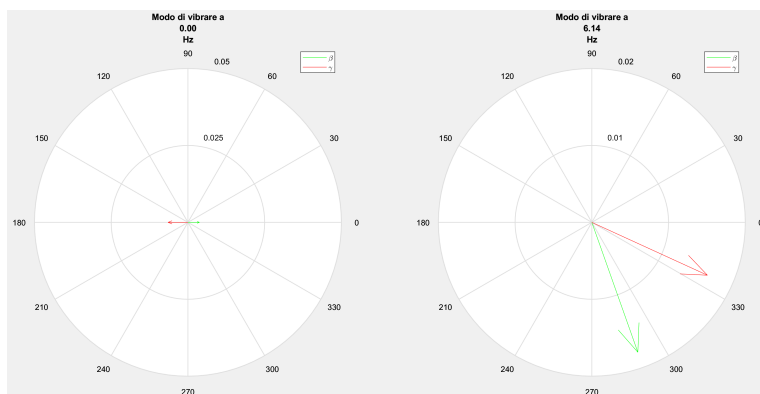


Figura 6.41: BRAKING2 - Pilota 1 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $\beta, \gamma$ )

### 6.3.2 Prove Braking - Pilota 2

- Fitting con modello Katayama 2 DOF  $[y_1, \beta]$

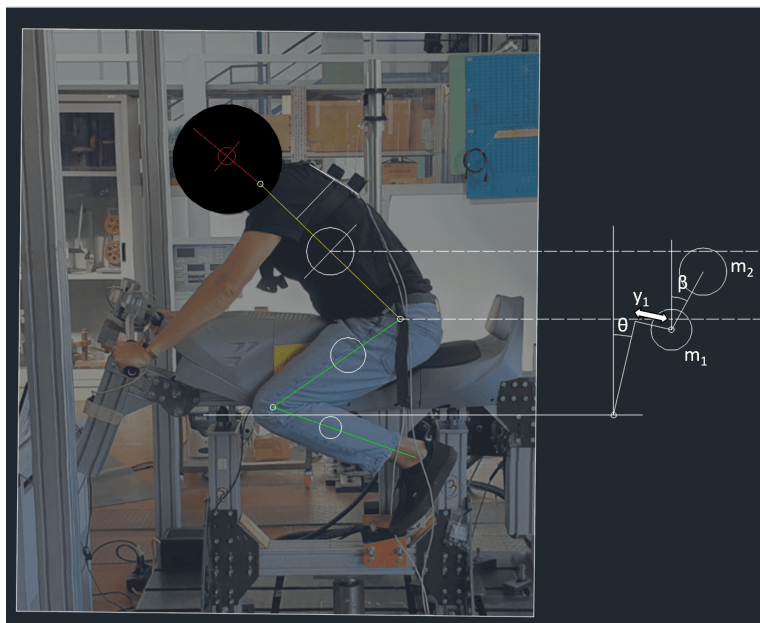


Figura 6.42: BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello Katayama 2 DOF  $(y_1, \beta)$

	$h_1$	$h_2$	$m_2$	$J_2$	$\tau$
Brak.	0.286	0.196	55.82%	0.8	0.154

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.43. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.44.

Rispetto al pilota 1, nei dati sperimentali del pilota 1 è presente una piccola risonanza più marcata a 1 Hz circa, risonanza che il modello riesce parzialmente a fittare. Nonostante ciò, i problemi paventati nell'analisi precedente del pilota 1 rimangono, soprattutto la fase che non riesce ad essere ottimamente fittata.

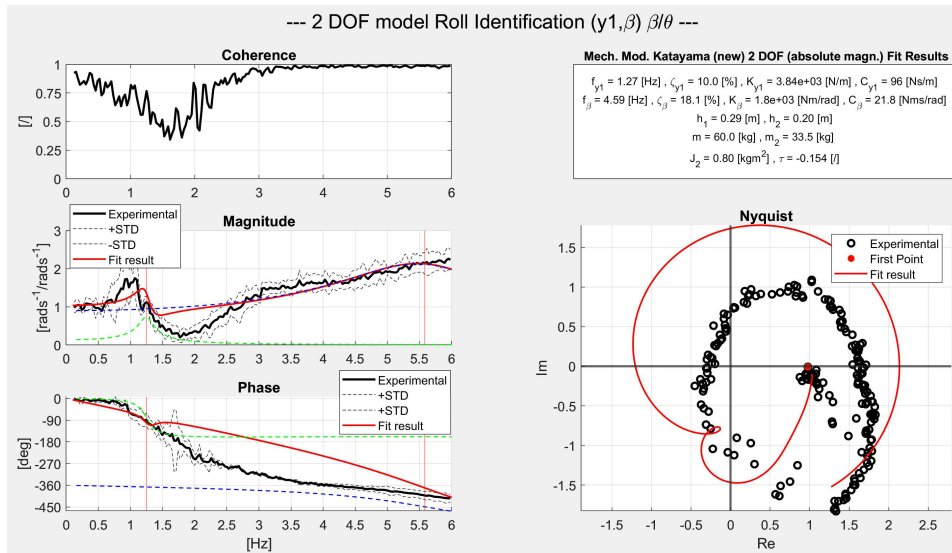


Figura 6.43: BRAKING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

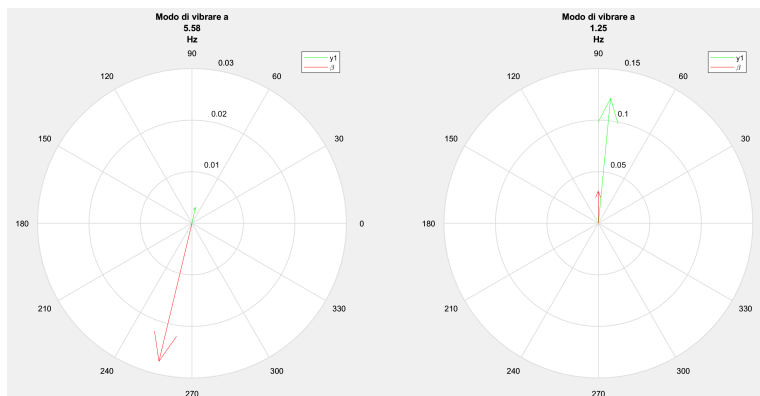


Figura 6.44: BRAKING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

- Fitting con modello 2 DOF  $[\beta, \alpha]$

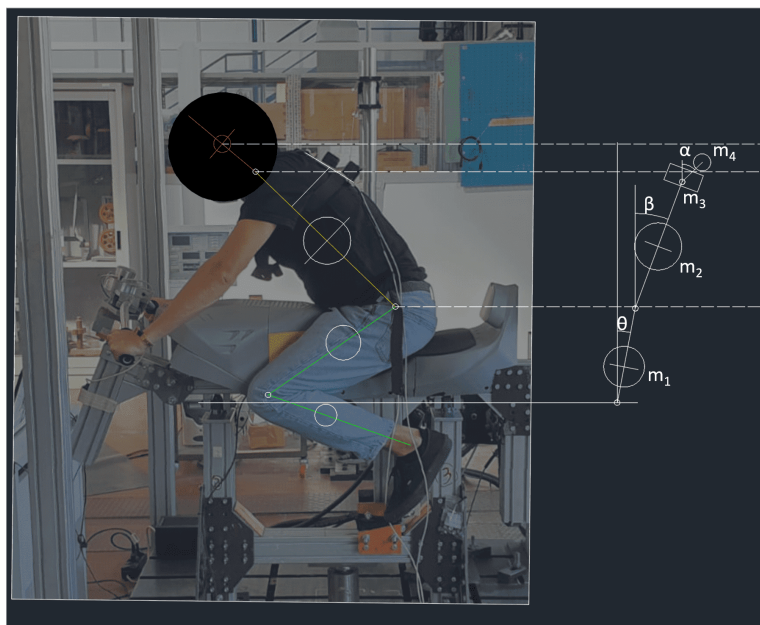


Figura 6.45: BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello 2 DOF  $(\beta, \alpha)$

	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_4$	$J_2$	$J_4$	$\tau$
Brak.	0.286	0.402	0.083	48.88%	6.94%	0.51	0.02	0.174

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.46. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.47.

Con questo modello, la risonanza ad 1 Hz viene poco risaltata. Il fit dell'ampiezza quindi in generale peggiora, la fase rimane poco seguita.

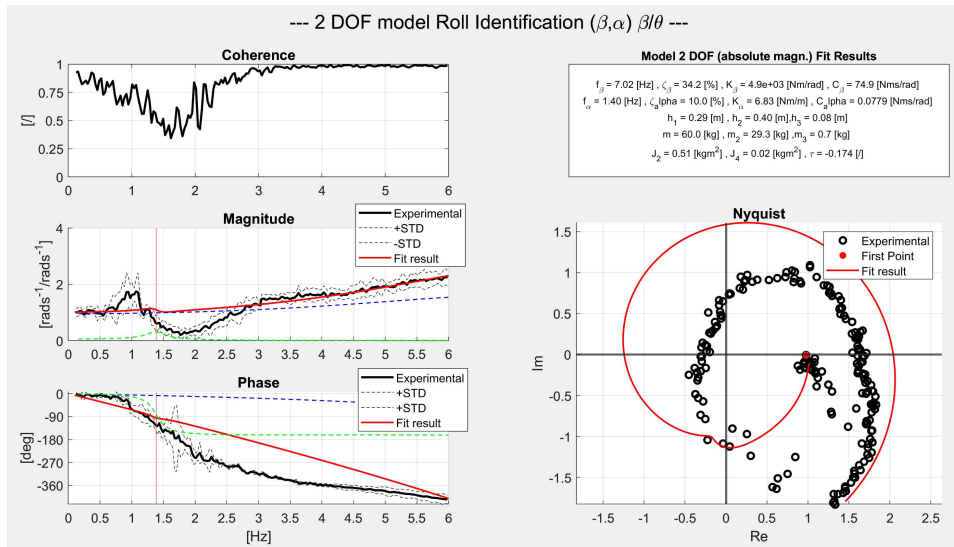


Figura 6.46: BRAKING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello 2 DOF  $(\beta, \alpha)$

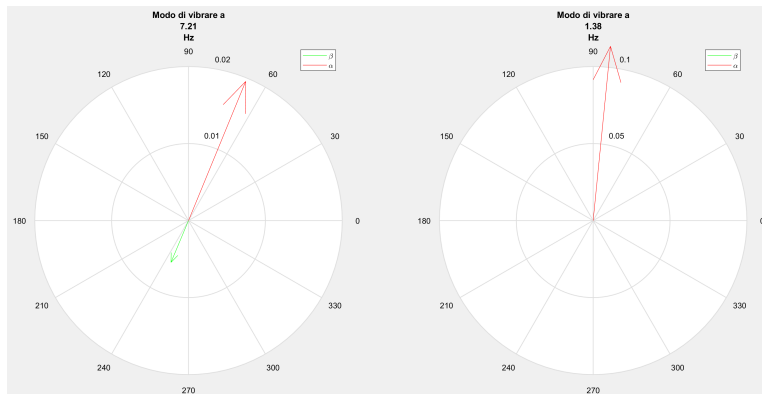


Figura 6.47: BRAKING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello 2 DOF  $(\beta, \alpha)$

- Fitting con modello 2 DOF  $[\beta, \gamma]$

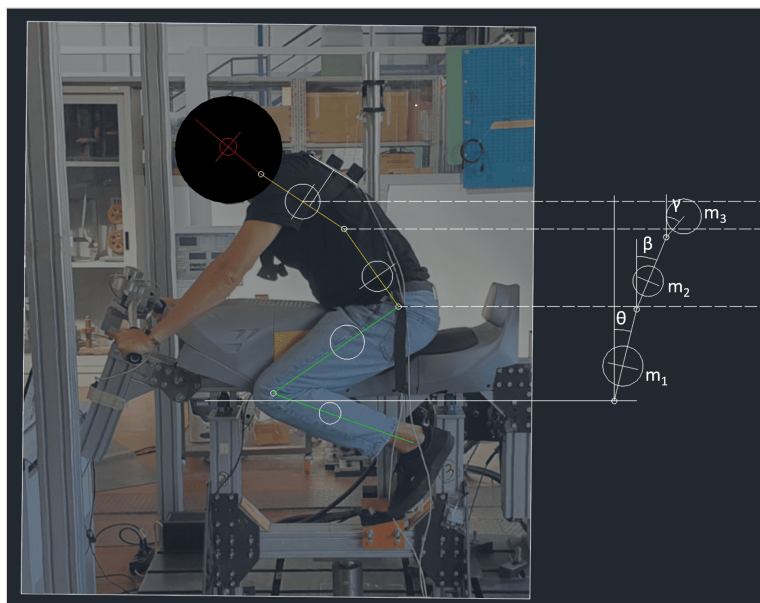


Figura 6.48: BRAKING - Pilota 2 modellizzato con modello 2 DOF  $(\beta, \gamma)$

Prove	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$m_2$	$m_3$	$J_2$	$J_3$	$\tau$
Brak.	0.286	0.236	0.082	22.58%	36.49%	0.43	0.804	0.17

In tabella sono racchiusi i dati geometrici e inerziali del sistema espressi in unità SI. Il Fitting dei dati è rappresentato in figura 6.49. Gli autovettori associati agli autovalori sono rappresentati in figura 6.50.

Modello che presenta gli stessi problemi degli altri riguardo la fase, ampiezza risulta buona ma non riesce a prendere il picco di risonanza a 1 Hz.

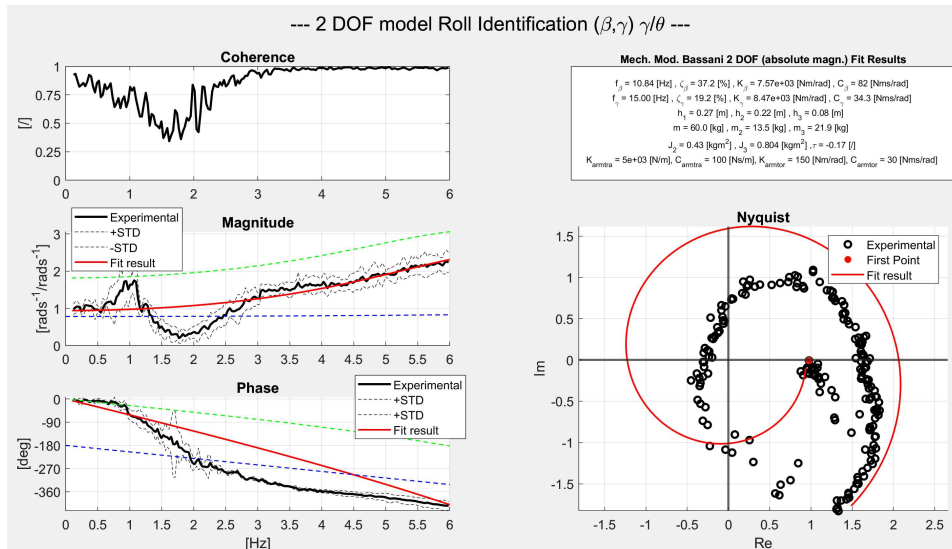


Figura 6.49: BRACING - Pilota 2 - Grafici di fitting con modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )

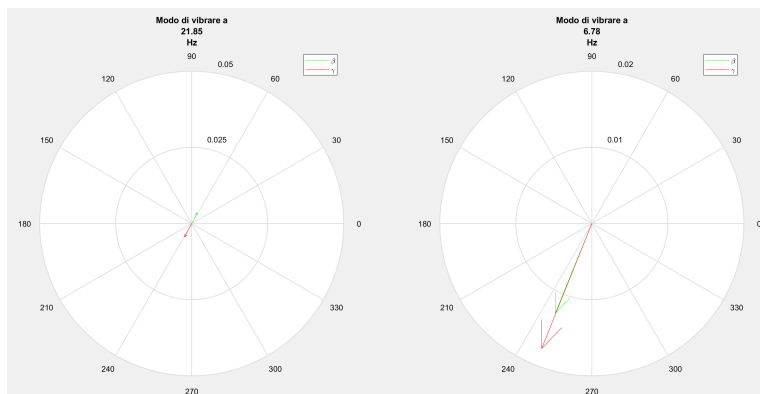


Figura 6.50: BRACING - Pilota 2 - Modi di vibrare modello Katayama 2 DOF ( $y_1, \beta$ )



# Conclusioni

L'obiettivo principale di questa tesi era quello di poter creare nuovi modelli a pochi gradi di libertà in grado di poter fittare dati sperimentali provenienti da prove di eccitazione a rollio con diverse posture del pilota.

Con l'aiuto dell'approccio Black Box per indagare il numero di gradi di libertà minimo per fittare in maniera buona un certo set di dati, si sono quindi implementati nuovi modelli a 2-3 gradi di libertà a seconda della postura assunta. L'approccio Black Box ha evidenziato inoltre la presenza di un probabile delay all'interno dei modelli.

Il risultato che ne è derivato è il seguente:

- Per le prove in configurazione 'Vertical' i risultati sono stati eccellenti. Si sono confrontati il modello introdotto da Katayama a 2 DOF, quello a 3 DOF ( $y_1, \beta, \gamma$ ) e il modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ), che tiene conto del busto diviso in due parti e della testa. Si è notato come quest'ultimo sia riuscito a fittare sia l'ampiezza che la fase perfettamente con l'aggiunta di un piccolo delay. Ecco che questo nuovo modello può essere utilizzato, in accoppiamento con un modello di veicolo, per lo studio della stabilità del veicolo a due ruote quando il pilota è in posizione eretta con le braccia staccate dal manubrio.
- Per le prove in configurazione 'Acceleration' il discorso cambia leggermente. In posizione di assetto più esasperato, quindi busto piegato in avanti e a contatto con il serbatoio, gomiti chiusi vicini al telaio e testa rigida con lo sguardo rivolto verso avanti, si è notato come il modello a 2 DOF di Katayama sia sufficiente per fittare i dati ottenuti con una buona correlazione ampiezza e fase. L'uso di un modello a soli 2 DOF è stato spiegato a causa del fatto che la posizione assunta richiedesse una maggiore rigidità per essere mantenuta. In posizione di assetto meno esagerato, invece, un modello a 2 DOF risulta non più sufficiente per il fitting. Il modello più accurato risulta invece essere, come per le prove 'Vertical', il modello a 3 DOF ( $\beta, \gamma, \alpha$ ). Nonostante non vengano perfettamente rispecchiate l'ampiezza e soprattutto la fase, le curve di fitting risultano buone alle più alte frequenze.

- Per le prove in configurazione 'Braking' i risultati ottenuti sono stati peggiori. Nessuno dei modelli provati ha fittato in maniera eccellente l'ampiezza, non riuscendo ad intercettare un minimo ai 1.7 Hz circa, nonostante alle più elevate frequenze tutti i modelli riuscissero ad intercettare una risonanza a 6 Hz circa. Si pensa quindi che questo minimo possa essere imputabile o ad un effetto attivo del pilota nel range di frequenza 1.5 Hz – 2 Hz oppure ad effetti non riscontrabili nel solo piano di rollio del pilota. Un altro problema evidente è la fase; nessuno dei modelli provati è risultato in grado di seguire la fase in modo accurato, l'aggiunta di un delay ha solo in parte attenuato questa differenza tra modello e dati sperimentali. Ulteriori approfondimenti legati anche all'influenza delle braccia devono essere compiuti.

Il passo successivo sarà quello di utilizzare tali modelli derivati per lo studio delle oscillazioni 'weave' e 'wobble' principalmente in ambiente multi-body, accoppiando questi a modelli di veicolo per lo studio di stabilità.

## Appendice A

# Coefficienti TF modelli 2 DOF

In questa appendice verranno espressi tutti i coefficienti in forma simbolica dei 2 DOF modelli derivati al capitolo 5 della tesi. Vista la complessità e la lunghezza di tali espressioni, si è pensato di inserirle qua per non appesantire la trattazione. Le variabili in gioco per ogni modello fanno riferimento agli schemi presentati in tale capitolo.

– Modello Katayama 2 DOF in coordinate assolute  $[y_R, \beta]$

### *NUMERATORE*

$$[N_3] = C_{beta}(m_1 + m_2) - C_{y1}h_1h_2m_2;$$

$$[N_2] = K_{beta}(m_1 + m_2) + C_{beta}C_{y1} - gh_2m_2(m_1 + m_2) - K_{y1}h_1h_2m_2;$$

$$[N_1] = C_{beta}K_{y1} + C_{y1}K_{beta};$$

$$[N_0] = K_{beta}K_{y1};$$

### *DENOMINATORE*

$$[D_4] = m_1m_2h_2^2 + J_2m_1 + J_2m_2;$$

$$[D_3] = C_{y1}m_2h_2^2 + C_{beta}m_1 + C_{beta}m_2 + C_{y1}J_2;$$

$$[D_2] = m_2(K_{y1}h_2^2 + K_{beta} - gm_1h_2) + K_{beta}m_1 + C_{beta}C_{y1} + J_2K_{y1} - gh_2m_2^2;$$

$$[D_1] = C_{beta}K_{y1} + C_{y1}K_{beta} - C_{y1}gh_2m_2;$$

$$[D_0] = K_{beta}K_{y1} - K_{y1}gh_2m_2;$$

– Modello 2 DOF in coordinate assolute  $[\beta, \alpha]$

*NUMERATORE*

$$[N_4] = -J_4 h_1 h_2 m_4 - J_4 b h_1 h_2 m_2 - J_4 c h_1 h_2 m_3 - b h_1 h_2 h_3^2 m_2 m_4 \\ - c h_1 h_2 h_3^2 m_3 m_4;$$

$$[N_3] = C_\beta m_4 h_3^2 - C_\alpha h_1 m_4 h_3 + C_\beta J_4 - C_\alpha h_1 h_2 m_4 - C_\alpha b h_1 h_2 m_2 \\ - C_\alpha c h_1 h_2 m_3;$$

$$[N_2] = C_\alpha C_\beta + J_4 K_\beta + K_\beta h_3^2 m_4 - K_\alpha h_1 h_2 m_4 - K_\alpha h_1 h_3 m_4 - K_\alpha b h_1 h_2 m_2 \\ - K_\alpha c h_1 h_2 m_3 + g h_1 h_2 h_3 m_4^2 + b g h_1 h_2 h_3 m_2 m_4 + c g h_1 h_2 h_3 m_3 m_4;$$

$$[N_1] = C_\alpha K_\beta + C_\beta K_\alpha - C_\beta g h_3 m_4;$$

$$[N_0] = K_\alpha K_\beta - K_\beta g h_3 m_4;$$

*DENOMINATORE*

$$[D_4] = m_2 m_4 b^2 h_2^2 h_3^2 + J_4 m_2 b^2 h_2^2 + m_3 m_4 c^2 h_2^2 h_3^2 + J_4 m_3 c^2 h_2^2 \\ + J_4 m_4 h_2^2 + J_2 m_4 h_3^2 + J_2 J_4;$$

$$[D_3] = C_\alpha J_2 + C_\alpha J_4 + C_\beta J_4 + C_\alpha h_2^2 m_4 + C_\alpha h_3^2 m_4 + C_\beta h_3^2 m_4 + C_\alpha b^2 h_2^2 m_2 \\ + C_\alpha c^2 h_2^2 m_3 + 2 C_\alpha h_2 h_3 m_4;$$

$$[D_2] = C_\alpha C_\beta + J_2 K_\alpha + J_4 K_\alpha + J_4 K_\beta + K_\alpha h_2^2 m_4 + K_\alpha h_3^2 m_4 + K_\beta h_3^2 m_4 + \\ K_\alpha b^2 h_2^2 m_2 + K_\alpha c^2 h_2^2 m_3 - g h_2 h_3^2 m_4^2 - g h_2^2 h_3 m_4^2 - J_2 g h_3 m_4 - J_4 g h_2 m_4 \\ + 2 K_\alpha h_2 h_3 m_4 - J_4 b g h_2 m_2 - J_4 c g h_2 m_3 - b g h_2 h_3^2 m_2 m_4 - c g h_2 h_3^2 m_3 m_4 \\ - b^2 g h_2^2 h_3 m_2 m_4 - c^2 g h_2^2 h_3 m_3 m_4;$$

$$[D_1] = C_\alpha K_\beta + C_\beta K_\alpha - C_\alpha g h_2 m_4 - C_\alpha g h_3 m_4 \\ - C_\beta g h_3 m_4 - C_\alpha b g h_2 m_2 - C_\alpha c g h_2 m_3;$$

$$[D_0] = K_\alpha K_\beta + g^2 h_2 h_3 m_4^2 - K_\alpha g h_2 m_4 - K_\alpha g h_3 m_4 - K_\beta g h_3 m_4 - K_\alpha b g h_2 m_2 \\ - K_\alpha c g h_2 m_3 + b g^2 h_2 h_3 m_2 m_4 + c g^2 h_2 h_3 m_3 m_4;$$

– Modello 2 DOF in coordinate assolute  $[\beta, \gamma]$

NUMERATORE

$$\begin{aligned}
[N_4] &= -h_1 h_3 m_2 m_3 b^2 h_2^2 + h_1 h_3 m_2 m_3 b h_2^2 - J_2 h_1 h_3 m_3; \\
[N_3] &= C_{\text{arm,tor}} J_2 + \sigma_6 + \sigma_2 - C_\beta h_1 h_3 m_3 - C_\beta h_2 h_3 m_3 - C_\gamma h_1 h_2 m_3 \\
&\quad - C_\gamma h_1 h_3 m_3 - C_\gamma b h_1 h_2 m_2 + C_{\text{arm,tra}} b h_1 h_2^2 h_3 m_2; \\
[N_2] &= C_\beta C_{\text{arm,tor}} + C_\beta C_\gamma + C_{\text{arm,tor}} C_\gamma + J_2 K_{\text{arm,tor}} + \sigma_{10} + \sigma_5 + \sigma_1 \\
&\quad - C_\beta C_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\beta h_1 h_3 m_3 - K_\beta h_2 h_3 m_3 \\
&\quad - K_\gamma h_1 h_2 m_3 - K_\gamma h_1 h_3 m_3 - K_\gamma b h_1 h_2 m_2 + g h_1 h_2 h_3 m_3^2 \\
&\quad + K_{\text{arm,tra}} b h_1 h_2^2 h_3 m_2 + b g h_1 h_2 h_3 m_2 m_3; \\
[N_1] &= C_\beta K_{\text{arm,tor}} + C_{\text{arm,tor}} K_\beta + C_\beta K_\gamma + C_\gamma K_\beta + C_{\text{arm,tor}} K_\gamma + C_\gamma K_{\text{arm,tor}} + \sigma_9 \\
&\quad + \sigma_8 - C_\beta K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - C_{\text{arm,tra}} K_\beta h_2 h_3 - C_{\text{arm,tor}} g h_2 m_3 - \sigma_4; \\
[N_0] &= K_\beta K_{\text{arm,tor}} + K_\beta K_\gamma + K_{\text{arm,tor}} K_\gamma + \sigma_7 - K_\beta K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 \\
&\quad - K_{\text{arm,tor}} g h_2 m_3 - \sigma_3;
\end{aligned}$$

DENOMINATORE

$$\begin{aligned}
[D_4] &= m_2 m_3 b^2 h_2^2 h_3^2 + J_3 m_2 b^2 h_2^2 + J_3 m_3 h_2^2 + J_2 m_3 h_3^2 + J_2 J_3; \\
[D_3] &= C_\beta J_3 + C_{\text{arm,tor}} J_2 + C_\gamma J_2 + C_\gamma J_3 + C_{\text{arm,tra}} J_2 h_3^2 + C_{\text{arm,tra}} J_3 h_2^2 \\
&\quad + C_\beta h_3^2 m_3 + \sigma_6 + C_\gamma h_2^2 m_3 + C_\gamma h_3^2 m_3 + \sigma_2 + C_\gamma b^2 h_2^2 m_2 + 2 C_\gamma h_2 h_3 m_3 \\
&\quad + C_{\text{arm,tra}} b^2 h_2^2 h_3^2 m_2; \\
[D_2] &= C_\beta C_{\text{arm,tor}} + C_\beta C_\gamma + C_{\text{arm,tor}} C_\gamma + J_3 K_\beta + J_2 K_{\text{arm,tor}} + J_2 K_\gamma + J_3 K_\gamma \\
&\quad + C_\beta C_{\text{arm,tra}} h_3^2 + \sigma_{10} + C_{\text{arm,tra}} C_\gamma h_2^2 + C_{\text{arm,tra}} C_\gamma h_3^2 + J_2 K_{\text{arm,tra}} h_3^2 \\
&\quad + J_3 K_{\text{arm,tra}} h_2^2 + K_\beta h_3^2 m_3 + \sigma_5 + K_\gamma h_2^2 m_3 + K_\gamma h_3^2 m_3 + \sigma_1 + K_\gamma b^2 h_2^2 m_2 \\
&\quad + 2 C_{\text{arm,tra}} C_\gamma h_2 h_3 - g h_2 h_3^2 m_3^2 - g h_2^2 h_3 m_3^2 - J_2 g h_3 m_3 - J_3 g h_2 m_3 \\
&\quad + 2 K_\gamma h_2 h_3 m_3 - J_3 b g h_2 m_2 + K_{\text{arm,tra}} b^2 h_2^2 h_3^2 m_2 - b g h_2 h_3^2 m_2 m_3 \\
&\quad - b^2 g h_2^2 h_3 m_2 m_3; \\
[D_1] &= C_\beta K_{\text{arm,tor}} + C_{\text{arm,tor}} K_\beta + C_\beta K_\gamma + C_\gamma K_\beta + C_{\text{arm,tor}} K_\gamma + C_\gamma K_{\text{arm,tor}} \\
&\quad + C_\beta K_{\text{arm,tra}} h_3^2 + C_{\text{arm,tra}} K_\beta h_3^2 + \sigma_9 + \sigma_8 + C_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_2^2 + C_\gamma K_{\text{arm,tra}} h_2^2 \\
&\quad + C_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_3^2 + C_\gamma K_{\text{arm,tra}} h_3^2 + 2 C_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_2 h_3 + 2 C_\gamma K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 \\
&\quad - C_\beta g h_3 m_3 - C_{\text{arm,tor}} g h_2 m_3 - C_\gamma g h_2 m_3 - C_\gamma g h_3 m_3 - \sigma_4 - C_\gamma b g h_2 m_2 \\
&\quad - C_{\text{arm,tra}} g h_2 h_3^2 m_3 - C_{\text{arm,tra}} g h_2^2 h_3 m_3 - C_{\text{arm,tra}} b g h_2 h_3^2 m_2; \\
[D_0] &= K_\beta K_{\text{arm,tor}} + K_\beta K_\gamma + K_{\text{arm,tor}} K_\gamma + K_\beta K_{\text{arm,tra}} h_3^2 + \sigma_7 \\
&\quad + K_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_2^2 + K_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_3^2 + g^2 h_2 h_3 m_3^2 + 2 K_{\text{arm,tra}} K_\gamma h_2 h_3 \\
&\quad - K_\beta g h_3 m_3 - K_{\text{arm,tor}} g h_2 m_3 - K_\gamma g h_2 m_3 - K_\gamma g h_3 m_3 - \sigma_3 - K_\gamma b g h_2 m_2 \\
&\quad - K_{\text{arm,tra}} g h_2 h_3^2 m_3 - K_{\text{arm,tra}} g h_2^2 h_3 m_3 - K_{\text{arm,tra}} b g h_2 h_3^2 m_2 \\
&\quad + b g^2 h_2 h_3 m_2 m_3;
\end{aligned}$$

Con:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= K_{\text{arm,tor}} b^2 h_2^2 m_2; & \sigma_2 &= C_{\text{arm,tor}} b^2 h_2^2 m_2; & \sigma_3 &= K_{\text{arm,tor}} b g h_2 m_2; \\
 \sigma_4 &= C_{\text{arm,tor}} b g h_2 m_2; & \sigma_5 &= K_{\text{arm,tor}} h_2^2 m_3, & \sigma_6 &= C_{\text{arm,tor}} h_2^2 m_3; \\
 \sigma_7 &= K_{\text{arm,tra}} K_{\text{arm,tor}} h_2^2; & \sigma_8 &= C_{\text{arm,tor}} K_{\text{arm,tra}} h_2^2; & \sigma_9 &= C_{\text{arm,tra}} K_{\text{arm,tor}} h_2^2; \\
 \sigma_{10} &= C_{\text{arm,tra}} C_{\text{arm,tor}} h_2^2;
 \end{aligned}$$

## Appendice B

# Matrici State Space modelli 3 DOF

Per i modelli a 3 DOF, essendo i coefficienti troppo lunghi, si è pensato di esprimere le matrici dei modelli in forma *State Space*. La risoluzione di tali matrici con un qualsiasi software di calcolo simbolico darà come risultato i coefficienti usati per l'analisi dei dati.

– Modello 3 DOF in coordiante assolute  $[y_{R1}, \beta, \gamma]$

$$E \cdot \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 + m_3 & h_2(m_3 + b m_2) & h_3 m_3 \\ 0 & 0 & 0 & h_2(m_3 + b m_2) & (m_2 b^2 + m_3) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 m_3 \\ 0 & 0 & 0 & h_3 m_3 & h_2 h_3 m_3 & m_3 h_3^2 + J_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{R1}^{\dot{}}(t) \\ \beta^{\dot{}}(t) \\ \gamma^{\dot{}}(t) \\ y_{R1}^{\ddot{}}(t) \\ \beta^{\ddot{}}(t) \\ \gamma^{\ddot{}}(t) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_{11} & -K_{12} & -K_{13} & -C_{11} & -C_{12} & -C_{13} \\ -K_{21} & -K_{22} & -K_{23} & -C_{21} & -C_{22} & -C_{23} \\ -K_{31} & -K_{32} & -K_{33} & -C_{31} & -C_{32} & -C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{R1}(t) \\ \beta(t) \\ \gamma(t) \\ y_{R1}^{\dot{}}(t) \\ \beta^{\dot{}}(t) \\ \gamma^{\dot{}}(t) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g(m_2 + m_3) - s^2(h_1 m_2 + h_1 m_3) \\ (-b h_1 h_2 - h_1 h_2 m_3) s^2 + C_{\beta} s + K_{\beta} \\ -h_1 h_2 m_3 s^2 + C_{\text{arm,tor}} s + K_{\text{arm,tor}} \end{pmatrix} \theta(t)$$

I termini della matrice  $[K]$  di rigidità e di smorzamento  $[C]$  sono, essendo le due matrici diagonali:

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= K_{\text{arm,tra}} + K_{y1}; \\
 K_{12} &= K_{21} = K_{\text{arm,tra}} h_2; \\
 K_{13} &= K_{31} = K_{\text{arm,tra}} h_3; \\
 K_{22} &= K_{\text{arm,tra}} h_2^2 - g(m_3 + b m_2) h_2 + K_\beta + K_\gamma; \\
 K_{23} &= K_{32} = K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\gamma; \\
 K_{33} &= K_{\text{arm,tra}} h_3^2 - g m_3 h_3 + K_{\text{arm,tor}} + K_\gamma;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= C_{\text{arm,tra}} + C_{y1}; \\
 C_{12} &= C_{21} = C_{\text{arm,tra}} h_2; \\
 C_{13} &= C_{31} = C_{\text{arm,tra}} h_3; \\
 C_{22} &= C_{\text{arm,tra}} h_2^2 + C_\beta + C_\gamma; \\
 C_{23} &= C_{32} = C_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - C_\gamma; \\
 C_{33} &= C_{\text{arm,tra}} h_3^2 + C_{\text{arm,tor}} + C_\gamma;
 \end{aligned}$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u$$

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{R1}(t) \\ \beta(t) \\ \gamma(t) \\ \dot{y}_{R1}(t) \\ \dot{\beta}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \end{pmatrix} + 0 \theta(t)$$

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = [C(E \cdot s - A)^{-1} B + D]$$

– Modello 3 DOF in coordinate assolute  $[\beta, \gamma, \alpha]$

$$E \cdot \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (m_2 b^2 + m_3 + m_4 + m_5) h_2^2 + J_2 & h_2 h_3 (m_5 + c m_3 + d m_4) & h_2 h_4 m_5 & \\ 0 & 0 & 0 & h_2 h_3 (m_5 + c m_3 + d m_4) & (m_3 c^2 + m_4 d^2 + m_5) h_3^2 + J_3 & h_3 h_4 m_5 & \\ 0 & 0 & 0 & h_2 h_4 m_5 & h_3 h_4 m_5 & m_5 h_4^2 + J_4 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \ddot{\beta}(t) \\ \ddot{\gamma}(t) \\ \ddot{\alpha}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_{11} & -K_{12} & -K_{13} & -C_{11} & -C_{12} & -C_{13} \\ -K_{21} & -K_{22} & -K_{23} & -C_{21} & -C_{22} & -C_{23} \\ -K_{31} & -K_{32} & -K_{33} & -C_{31} & -C_{32} & -C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta(t) \\ \gamma(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{\beta}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -h_1 h_2 (m_5 + b m_2 + c m_3 + d m_4) s^2 + C_\beta s + K_\beta \\ -h_1 h_3 (m_5 + c m_3 + d m_4) s^2 + C_{\text{arm,tor}} s + K_{\text{arm,tor}} \\ -h_1 h_4 m_5 s^2 \end{pmatrix} \theta(t)$$

$$K_{11} = K_{\text{arm,tra}} h_2^2 - g(m_3 + m_4 + m_5 + b m_2) h_2 + K_\beta + K_\gamma;$$

$$K_{12} = K_{21} = K_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - K_\gamma;$$

$$K_{13} = K_{31} = 0;$$

$$K_{22} = K_{\text{arm,tra}} h_3^2 - g(m_5 + c m_3 + d m_4) h_3 + K_\alpha + K_{\text{arm,tor}} + K_\gamma;$$

$$K_{23} = K_{32} = -K_\alpha;$$

$$K_{33} = K_\alpha - g h_4 m_5;$$

$$C_{11} = C_{\text{arm,tra}} h_2^2 + C_\beta + C_\gamma;$$

$$C_{12} = C_{21} = C_{\text{arm,tra}} h_2 h_3 - C_\gamma;$$

$$C_{13} = C_{31} = 0;$$

$$C_{22} = C_{\text{arm,tra}} h_3^2 + C_\alpha + C_{\text{arm,tor}} + C_\gamma;$$

$$C_{23} = C_{32} = -C_\alpha;$$

$$C_{33} = C_\alpha;$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u$$

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{R1}(t) \\ \beta(t) \\ \gamma(t) \\ \dot{y}_{R1}(t) \\ \dot{\beta}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \end{pmatrix} + 0 \theta(t)$$

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = [C(E \cdot s - A)^{-1}B + D]$$

# Bibliografia

- [1] V Cossalter, A Doria, R Lot, and M Massaro. The effect of rider's passive steering impedance on motorcycle stability: identification and analysis. *Meccanica*, 46:279–292, 2011.
- [2] Paolo De Leva. Adjustments to zatsiorsky-seluyanov's segment inertia parameters. *Journal of biomechanics*, 29(9):1223–1230, 1996.
- [3] A Doria, M Formentini, and M Tognazzo. Experimental and numerical analysis of rider motion in weave conditions. *Vehicle system dynamics*, 50(8):1247–1260, 2012.
- [4] Alberto Doria, Edoardo Marconi, and Matteo Massaro. Identification of rider's arms dynamic response and effects on bicycle stability. In *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, volume 83938, page V004T04A009. American Society of Mechanical Engineers, 2020.
- [5] Alberto Doria, Mauro Tognazzo, and Vittore Cossalter. The response of the rider's body to roll oscillations of two wheeled vehicles; experimental tests and biomechanical models. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 227(4):561–576, 2013.
- [6] Ichiro KAGEYAMA and Akihiko KOGO. Human factors in the steering system of two-wheeled vehicles. *Bulletin of JSME*, 28(240):1233–1239, 1985.
- [7] T Katayama, A Aoki, T Nishimi, and T Okayama. Measurements of structural properties of riders. Technical report, SAE Technical Paper, 1987.
- [8] David JN Limebeer and Matteo Massaro. *Dynamics and optimal control of road vehicles*. Oxford University Press, 2018.
- [9] M Massaro and DJ Cole. Neuromuscular-steering dynamics: motorcycle riders vs. car drivers. In *Dynamic Systems and Control Conference*, volume 45318, pages 217–224. American Society of Mechanical Engineers, 2012.

- [10] Carlo Pastò. Modellazione e identificazione sperimentale delle funzioni di trasferimento di piloti motociclistici per applicazioni multibody, 2020.
- [11] Malcolm C Smith. Synthesis of mechanical networks: the inerter. *IEEE Transactions on automatic control*, 47(10):1648–1662, 2002.
- [12] Hajime Uchiyama, Kenichi Tanaka, Yoshihiro Nakagawa, Eiji Kinbara, and Ichiro Kageyama. Study on weave behavior simulation of motorcycles considering vibration characteristics of whole body of rider. Technical report, SAE Technical Paper, 2018.

# Ringraziamenti

Un ringraziamento al Professor Massaro per avermi introdotto nel mondo della Dinamica del Veicolo e per avermi saputo trasmettere la propria passione e conoscenza riguardo questa materia.

Un ringraziamento speciale lo dedico anche a Matteo Mottola, futuro dottore di ricerca, per avermi guidato nella realizzazione di questo lavoro.

E per finire un ringraziamento a mia madre e mia sorella, a cui dedico questa tesi, che mi hanno sostenuto e appoggiato durante tutto il percorso universitario.