

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Relazione per la prova finale
«Analisi cinematica di sistemi sospensivi per
mountain bike»

Tutor universitario: Prof. Matteo Massaro

Laureando: *Michele Curto 2006093*

Padova, 24/07/2024

Scopo del seguente elaborato è lo studio dei brevetti: US10661855, US9302732, US9302732, US20190300096A1.

Si tratta di quattro sistemi sospensivi posteriori per mountain bike. Insieme alla sospensione anteriore lavorano per garantire maggiori controllo e sicurezza nelle varie tipologie di terreni, sia in discesa che in salita. In particolare assorbono parte dell'energia cinetica che altrimenti si scaricherebbe sul corpo e sulla bici quando si incontra un'asperità. Il cinematismo consente un'elevata corsa del perno ruota per un'escursione ridotta del rear shock.

Per ciascun sistema, si effettuerà in funzione della corsa verticale del perno ruota:

1. Analisi di posizione: - spostamento orizzontale del perno ruota
- escursione del rear shock
2. Analisi di velocità: - rapporto di velocità rear shock/corsa verticale perno ruota
3. Analisi dinamica: - forza di spinta necessaria per superare un ostacolo

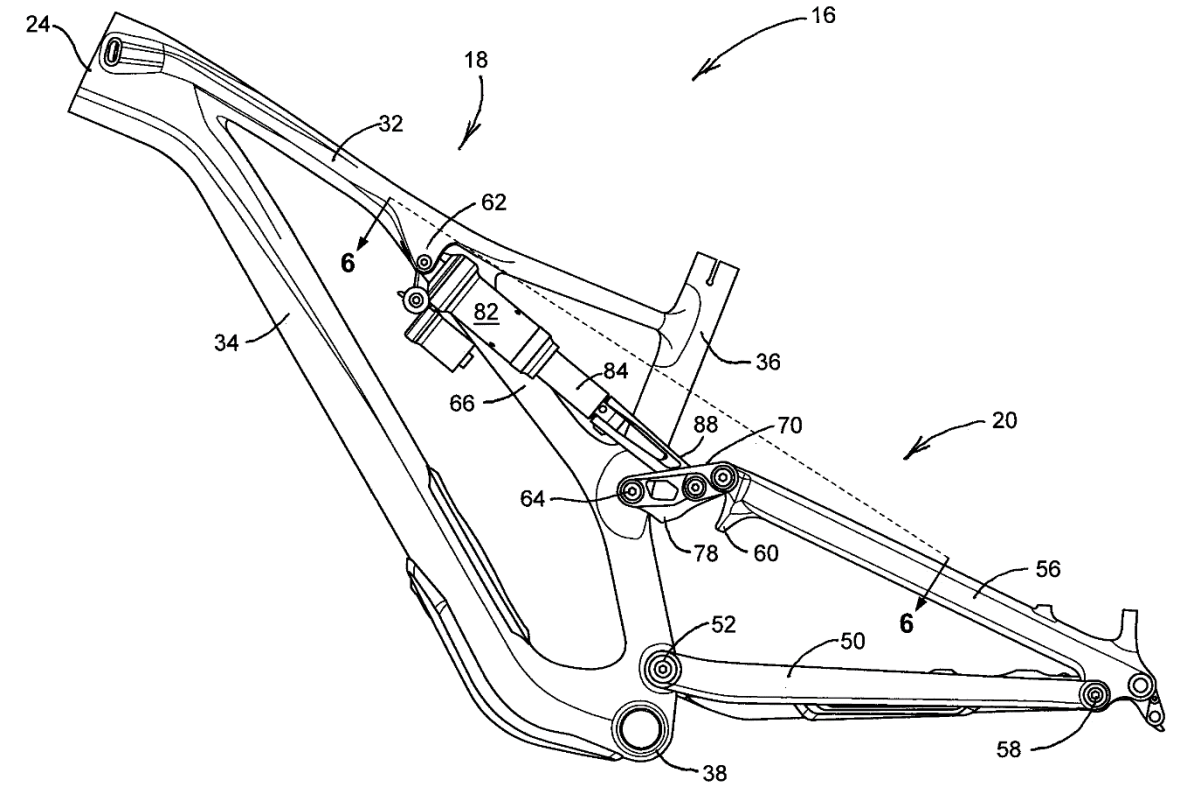
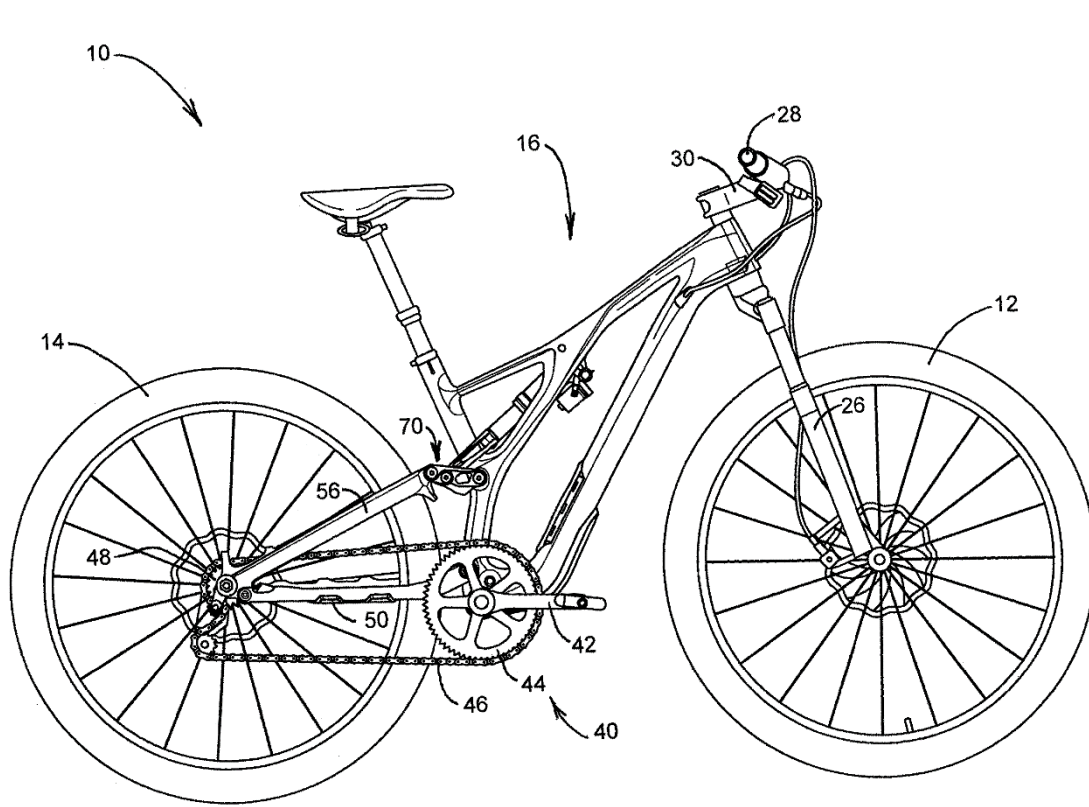
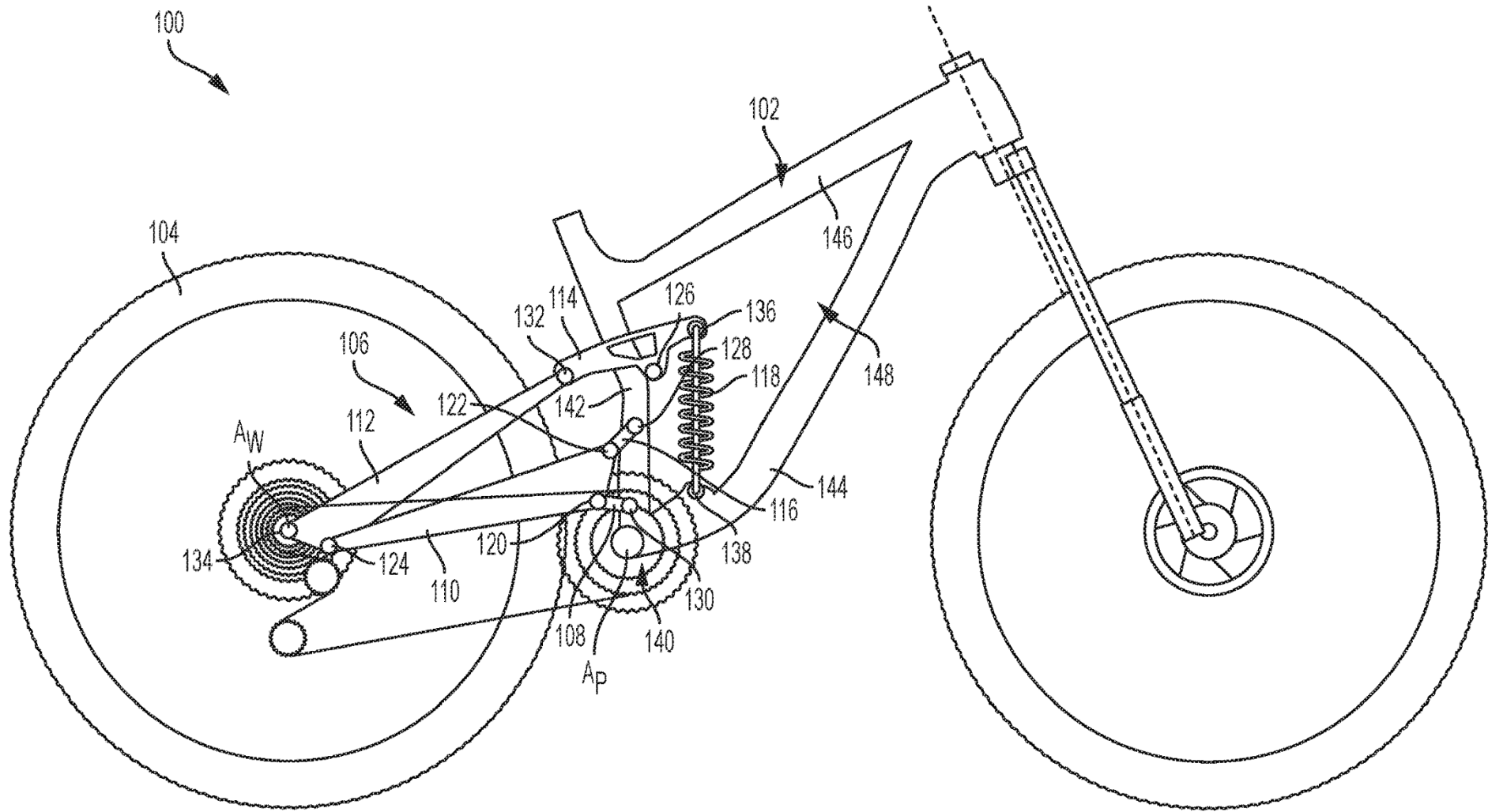


FIG. 4



- Il disegno sul brevetto mostra la condizione iniziale a riposo
- Si considerano ruote da 29", le più diffuse attualmente nel commercio. Ogni elemento del sistema è in scala tenendo conto di questa ipotesi

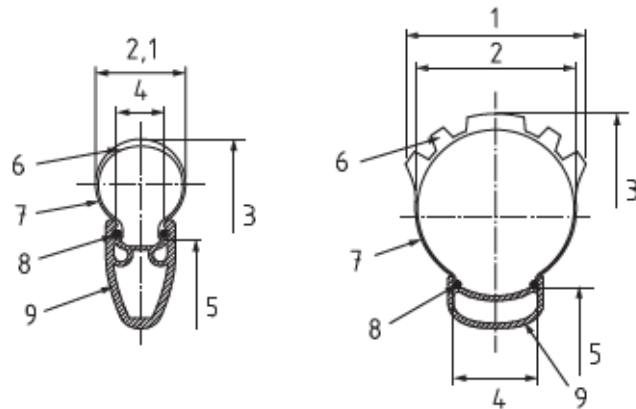
Normative di riferimento per la misura del cerchio:

- BS ISO 5775-1-2023
- BS ISO 5775-2-2021

Si è considerato un copertone 29x2,7 (overall diameter code x overall width code).

1. BS ISO 5775-1-2023: codice 69-622 (nominal section width-nominal rim diameter code) utilizzando Table 1 e Table 2.
2. BS ISO 5775-2-2021: cerchio con diametro $D=622,3\text{mm}$ (specified rim diameter) utilizzando Table 2.

BS ISO 5775-1:2023
ISO 5775-1:2023



Key

- 1 overall width (W)
- 2 section width (S)
- 3 overall diameter (D_0)
- 4 measuring rim width (R_m)
- 5 specified rim diameter (D)
- 6 tread
- 7 sidewall
- 8 bead
- 9 rim

Table 1 — Correspondence of nominal rim diameter code and overall diameter code

Nominal rim diameter code	Overall diameter code
203	12,5
254	14
305	16
349	16
355	18
406	20
507	24
559	26
584	27,5
622	29 a)

a) For nominal section width 50 and below, overall diameter code 28 is accepted.

Table 2 — Overall width code

Overall width mm	Overall width code
26	1,00
27	1,05
28	1,10
29	1,15
30	1,20
31	1,20
32	1,25
33	1,30
34	1,35
35	1,40
36	1,40
37	1,45
38	1,50
39	1,55
40	1,55
41	1,60
42	1,65
43	1,70
44	1,75
45	1,75
46	1,80
47	1,85
48	1,90
49	1,95
50	2,00
51	2,00
52	2,00
53	2,10
54	2,10
55	2,20
56	2,20
57	2,20
58	2,30
59	2,30
60	2,40
61	2,40
62	2,40
63	2,50
64	2,50
65	2,60
66	2,60
67	2,60
68	2,70
69	2,70

Table 2 — Specified and measured rim diameters for straight-side type rims and crotchet type rims

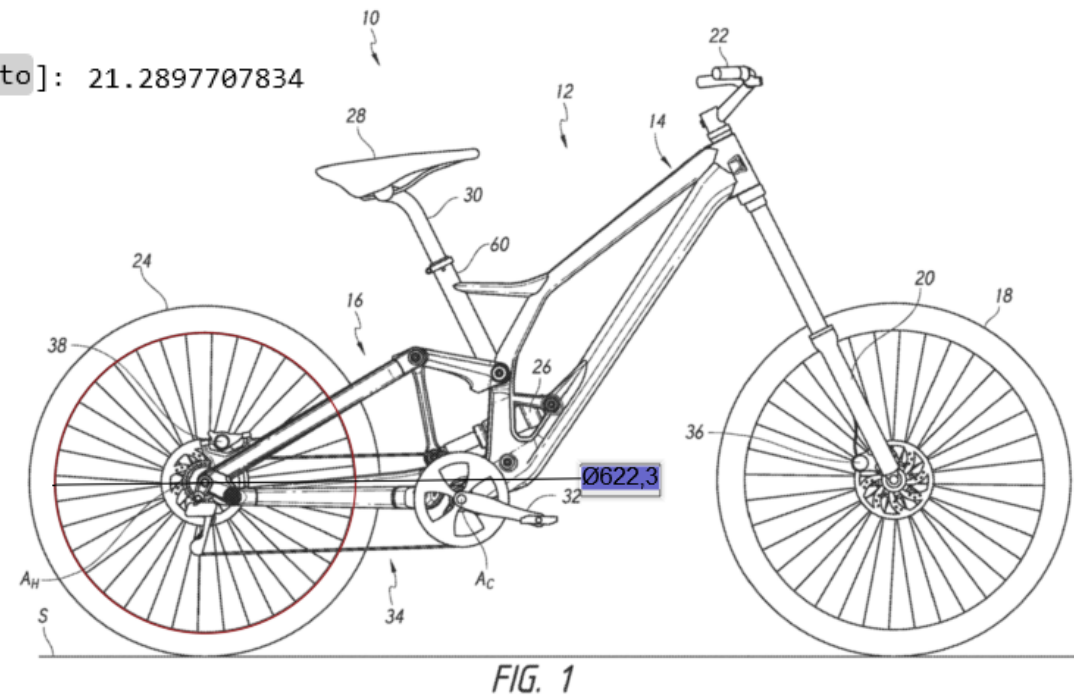
BS ISO 5775-2:2021
ISO 5775-2:2021(E)

Nominal diameter code	Specified rim diameter D	Measured rim diameter $D_1 \pm 0,5$
451	450,8	450,45
457	457,0	456,65
484	484,0	483,65
489	488,6	488,25
490	490,2	489,85
498	497,5	497,15
501	501,3	500,95
507	507,3	506,95
520	520,2	519,85
531	530,6	530,25
534	533,5	533,15
540	539,6	539,25
541	540,8	540,45
547	546,5	546,15
559	558,8	558,45
565	564,9	564,55
571	571,0	570,65
584	583,9	583,55
590	590,2	589,85
597	597,2	596,85
609	609,2	608,85
622	622,3	621,95
630	629,7	629,35
635	634,7	634,35
642	641,7	641,35

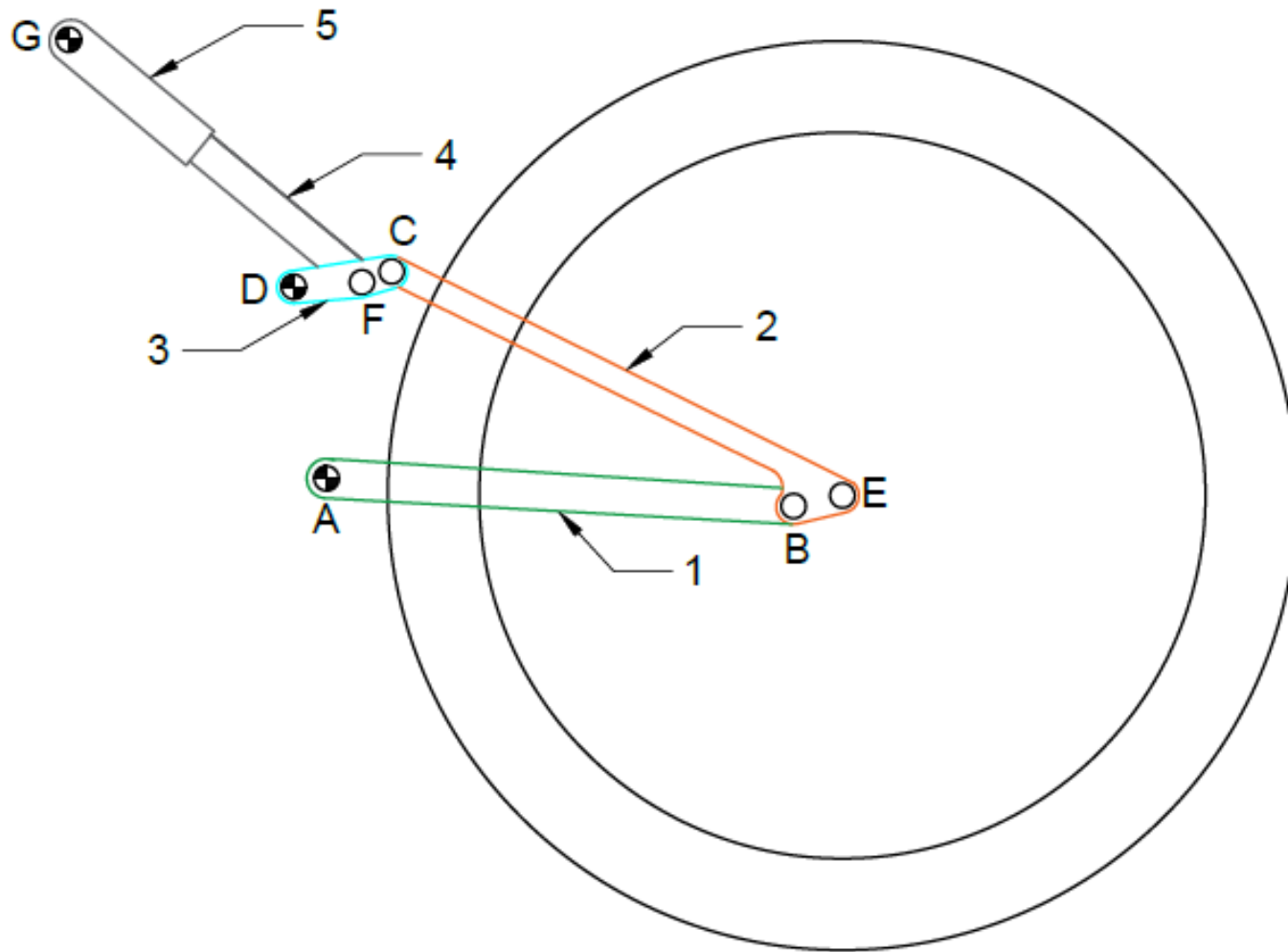
The tolerance on the measured bead seat circumference ($\pi \times$ measured rim diameter) is $\pm 1,57$ mm.

È stata importata su AutoCAD un'immagine rappresentativa del meccanismo presente nel brevetto. È stata misurata una circonferenza in corrispondenza dello specified rim diameter. Il disegno è stato scalato per avere $D=622.3$ mm. Da qui sono stati creati i bordi del meccanismo evidenziando le coppie rotoidali.

Esempio: si farà riferimento a US20190300096A1



Sono anche stati creati i vettori che formano i poligoni di chiusura quotando la lunghezza di ciascun membro, il valore degli angoli noti e le coordinate dei punti a telaio.



Coordinate membri a telaio:

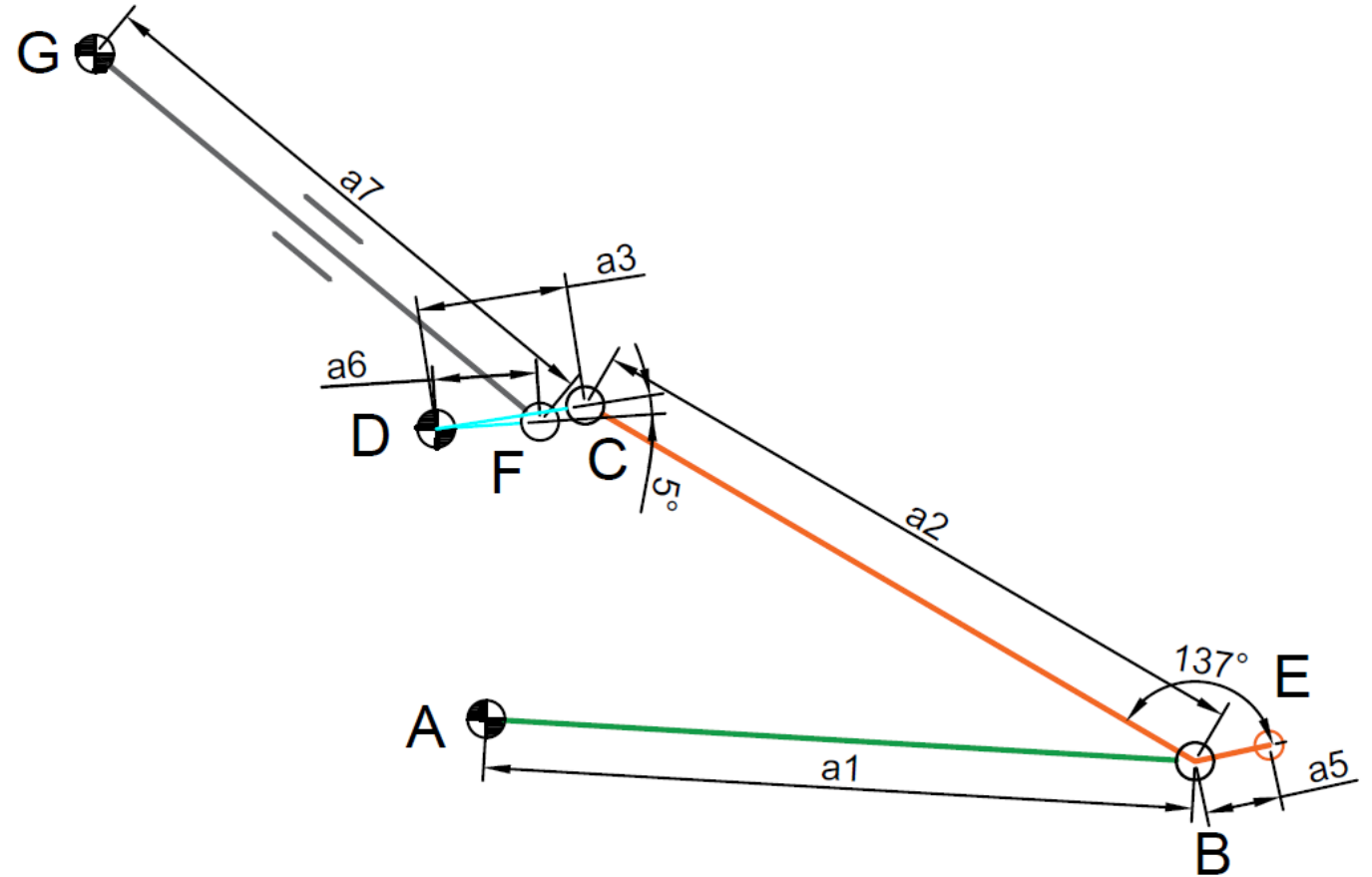
	x [mm]	y [mm]
A	0	0
D	-28.2	164.1
G	-220.8	375.9

Calcolo gradi di libertà (gdl):

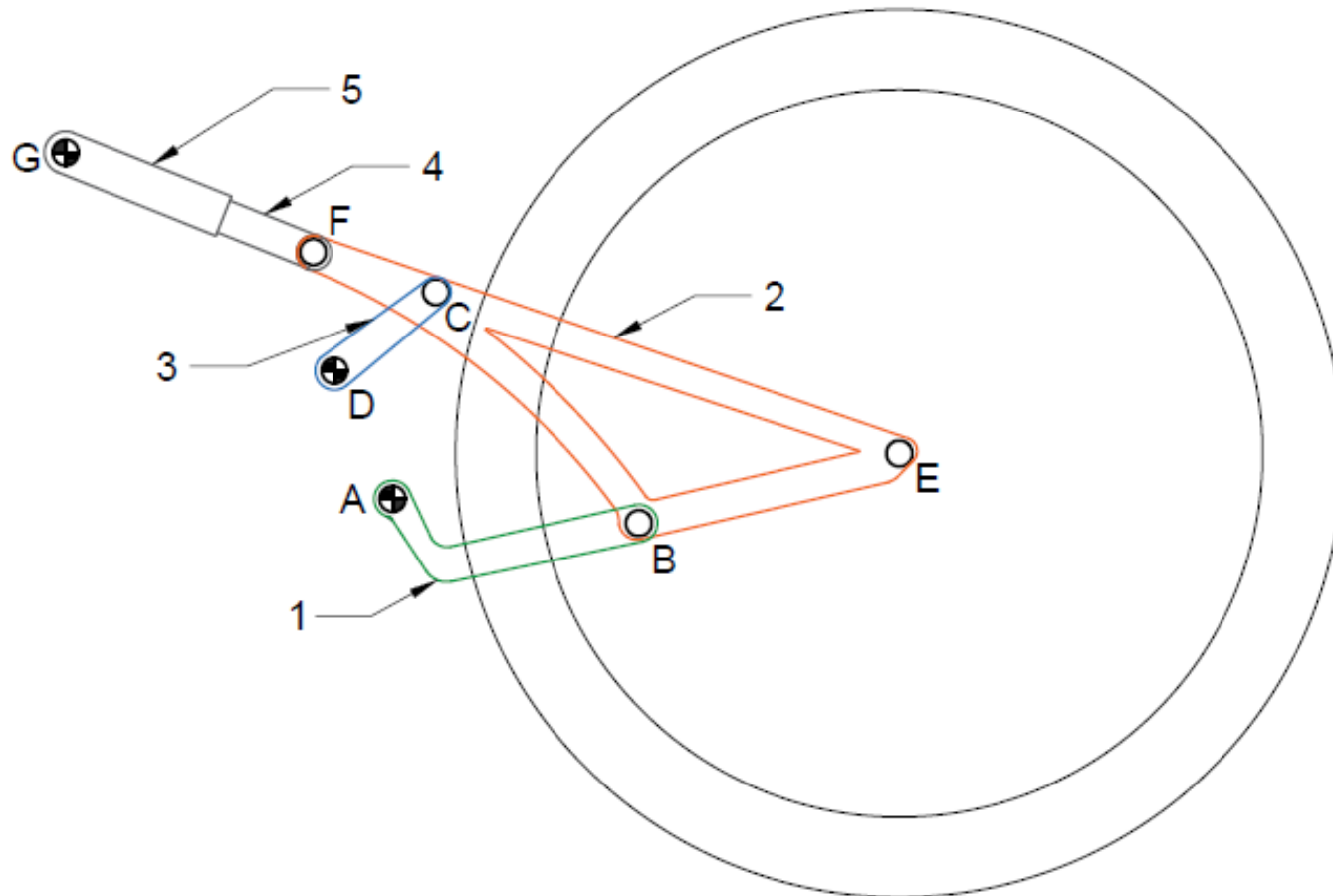
$$m=6, R=6, P=1$$

$$n = 3(6 - 1) - 2 \cdot 6 - 2 \cdot 1 = 1$$

- a_1, a_2, a_3 formano il quadrilatero articolato principale
- a_5, a_6 sono vettori ausiliari
- a_7 forma una diade RPR



Membri	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6
Lunghezza [mm]	400.9	398.7	85.1	42.8	58.8



Coordinate membri a telaio:

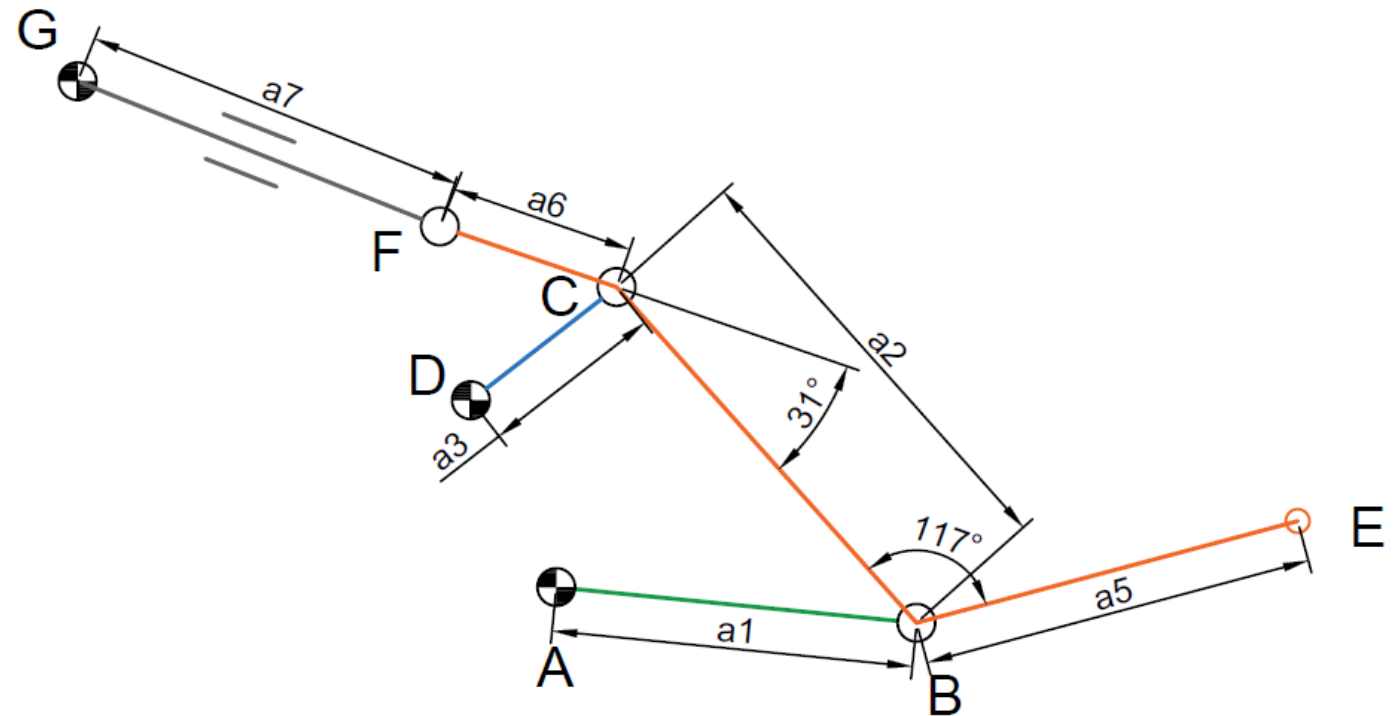
	x [mm]	y [mm]
A	0	0
D	-49.8	109.1
G	-279.7	295.4

Calcolo gradi di libertà (gdl):

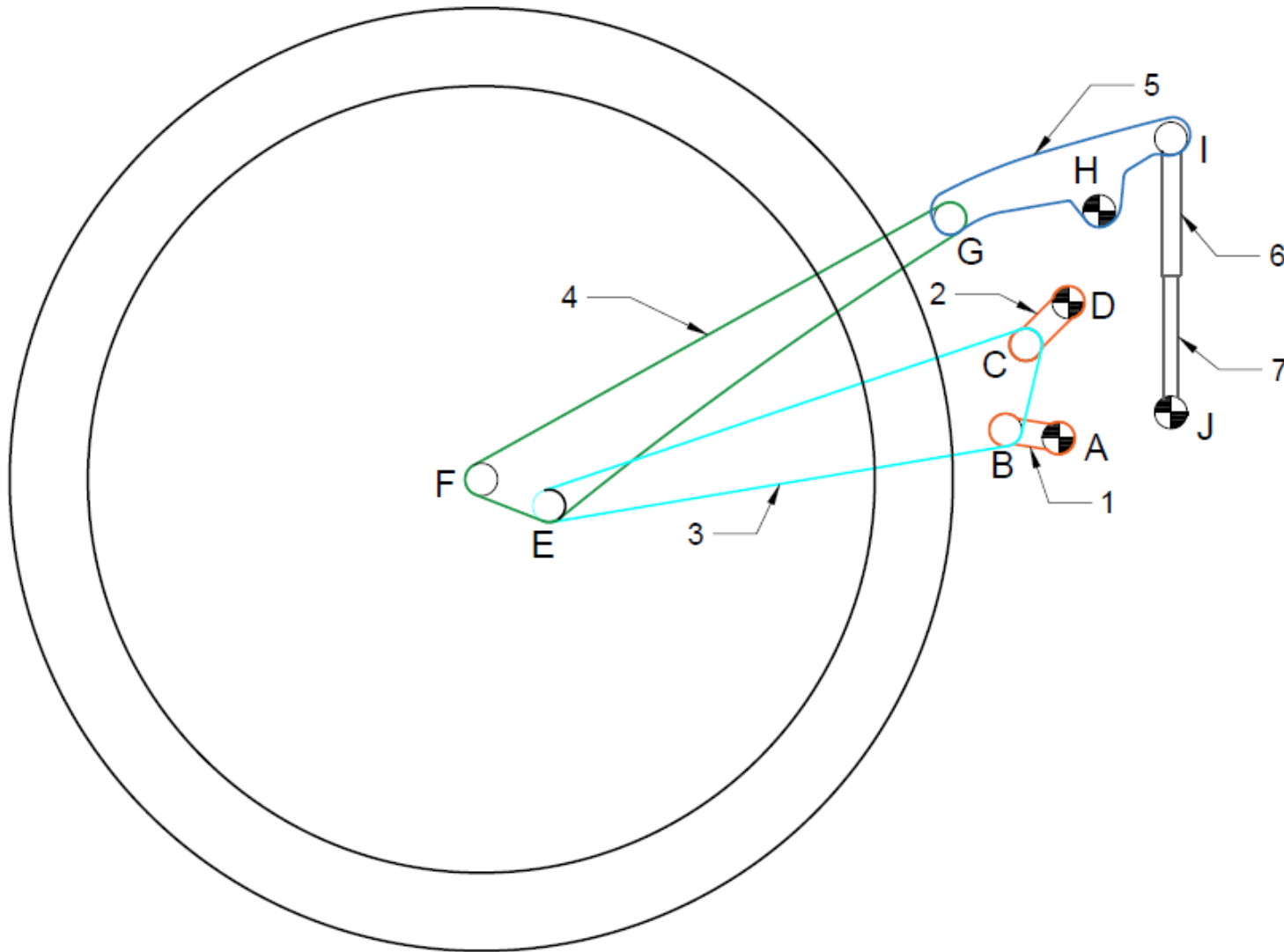
$$m=6, R=6, P=1$$

$$n = 3(6 - 1) - 2 \cdot 6 - 2 \cdot 1 = 1$$

- a_1 , a_2 , a_3 formano il quadrilatero articolato principale
- a_5 , a_6 sono vettori ausiliari
- a_7 forma una diade RPR



Membri	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6
Lunghezza [mm]	211.7	263.0	110.1	230.7	109.6



Coordinate membri a telaio:

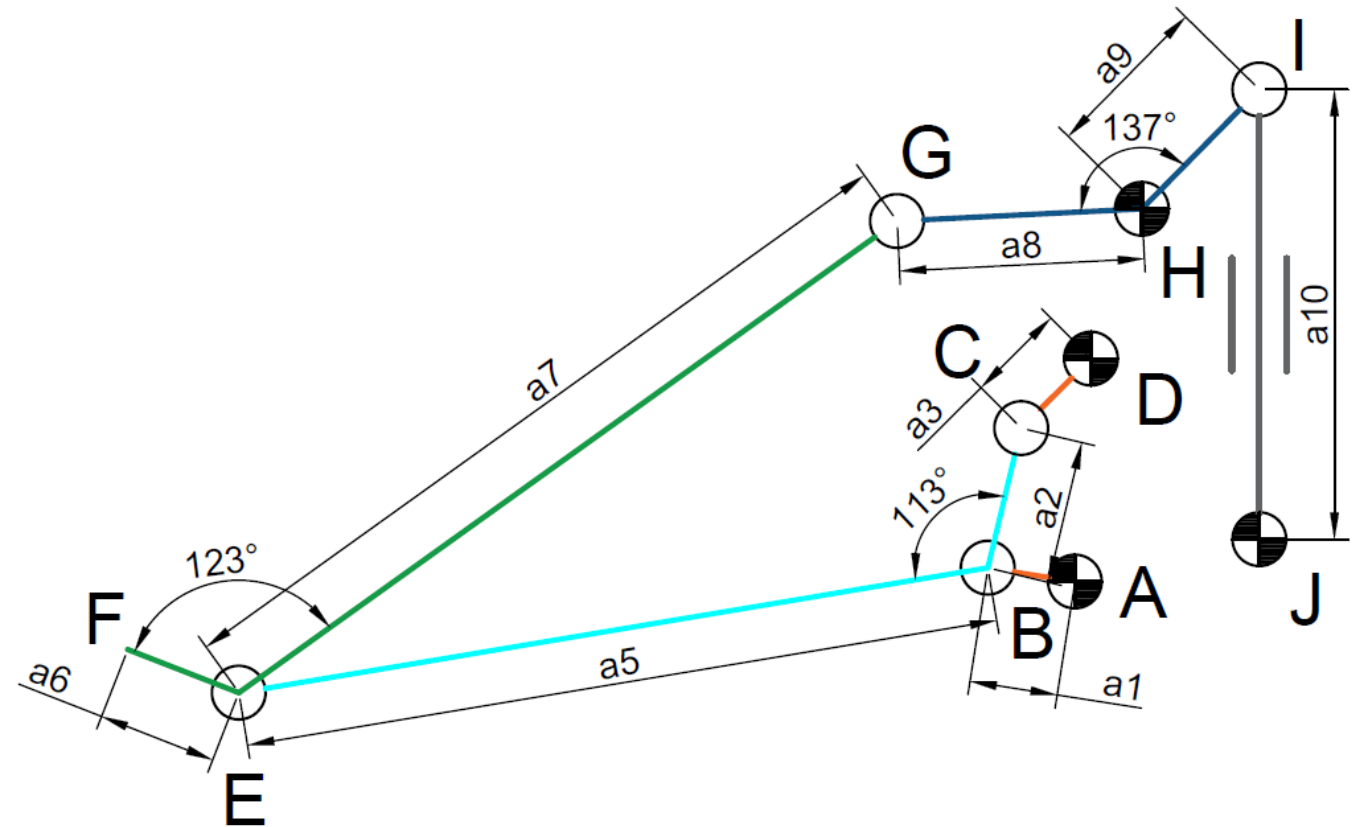
	x [mm]	y [mm]
A	0	0
D	7.8	107.5
H	32.3	179.7
J	88.9	20.4

Calcolo gradi di libertà (gdl):

$$m=8, R=9, P=1$$

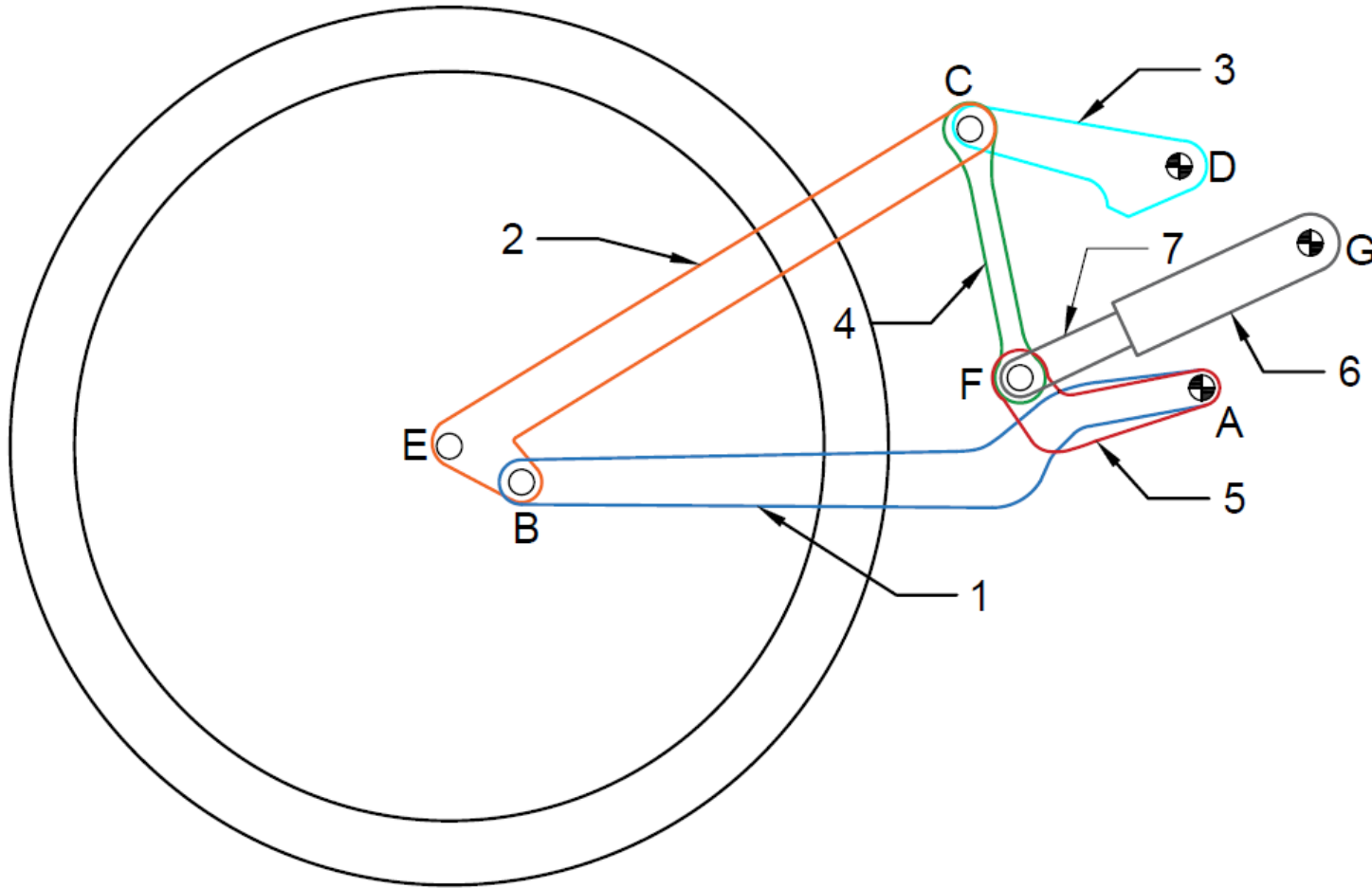
$$n = 3(8 - 1) - 2 \cdot 9 - 2 \cdot 1 = 1$$

- a_1, a_2, a_3 formano il quadrilatero articolato principale
- a_5, a_6, a_9 sono vettori ausiliari
- a_7, a_8 formano una diade RRR
- a_{10} forma una diade RPR



www.dii.unipd.it

Membri	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
Lunghezza [mm]	42.5	69.3	47.5	365.9	57.5	390.2	118.1	80.7



Coordinate membri a telaio:

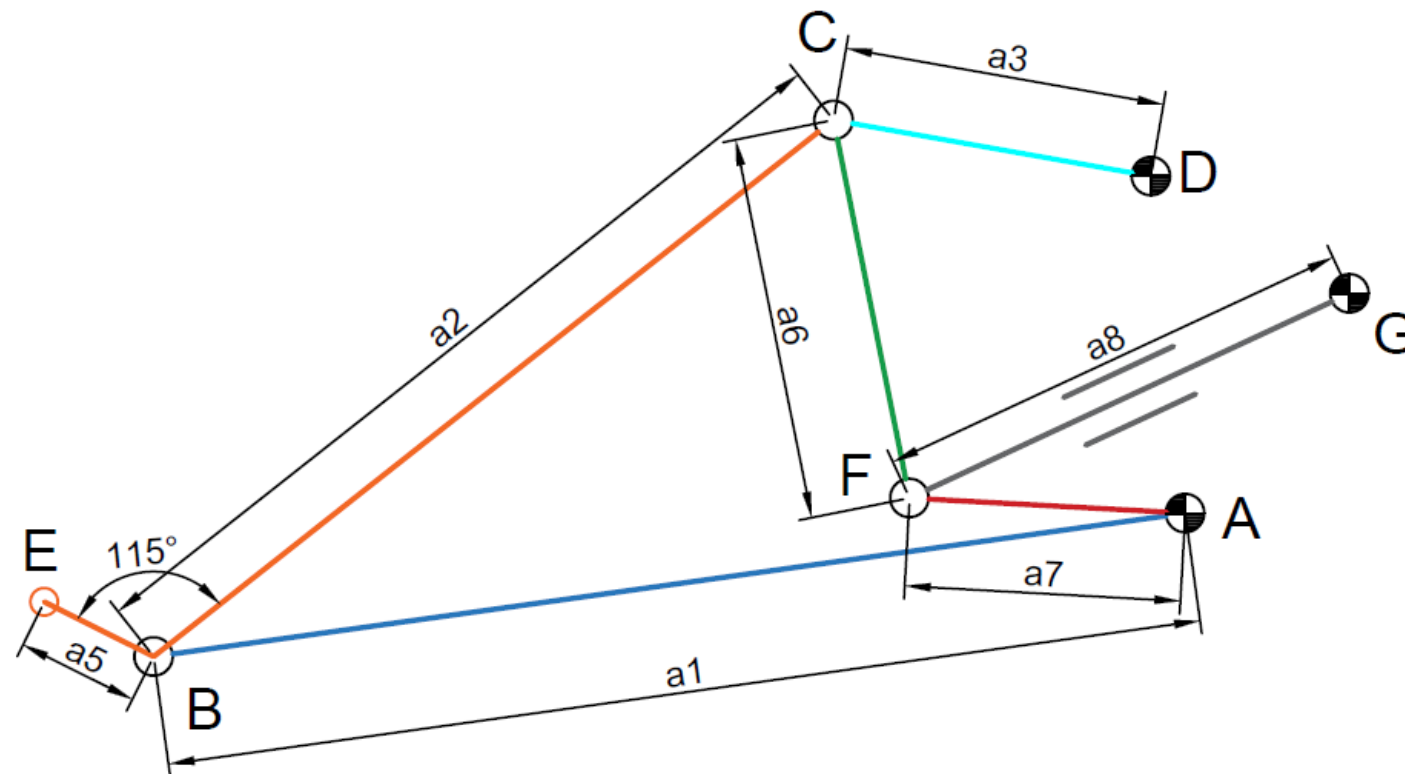
	x [mm]	y [mm]
A	0	0
D	-18.8	184.2
G	90.0	120.1

Calcolo gradi di libertà (gdl):

$$m=8, R=9, P=1$$

$$n = 3(8 - 1) - 2 \cdot 9 - 2 \cdot 1 = 1$$

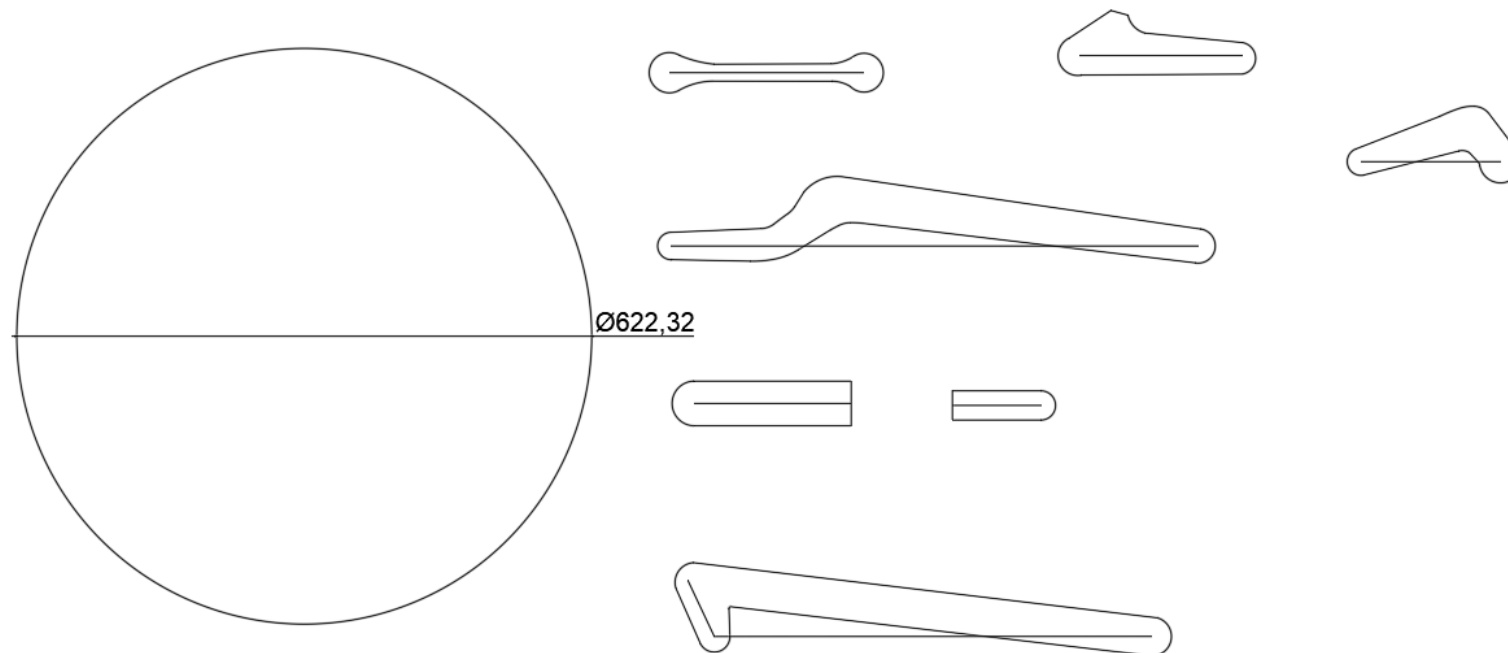
- a_1, a_2, a_3 formano il quadrilatero articolato principale
- a_5 è vettore ausiliario
- a_6, a_7 formano una diade RRR
- a_8 forma una diade RPR



Membrì	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6	a_7
Lunghezza [mm]	570.2	473.9	176.4	67.0	210.7	151.1

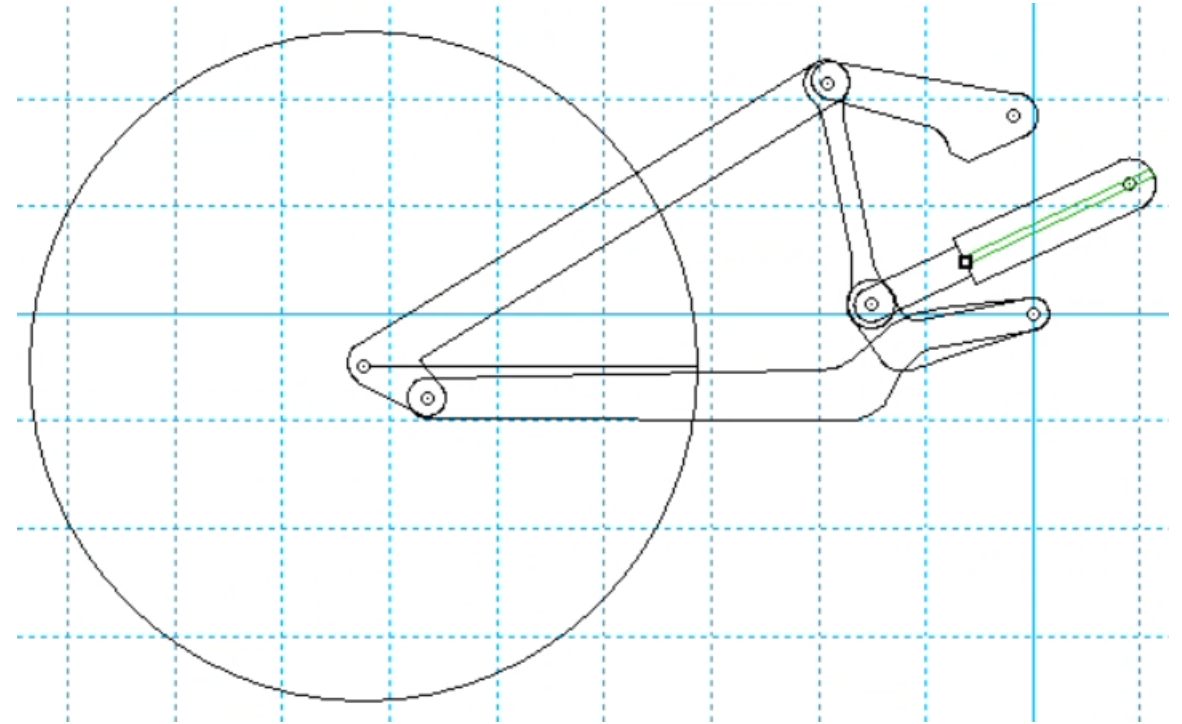
Creazione file '.dxf' su AutoCAD:

1. Ogni componente separato l'uno dall'altro;
2. Linee i cui estremi evidenziano le coppie rotoidali o i punti di interesse;
3. Membri orientati secondo la direttrice del vettore (per la successiva analisi in Matlab) con verso lungo le x positive;



Creazione meccanismo in Working Model:

1. File '.dxf' importato nel software;
2. Punti posizionati in corrispondenza delle coppie rotoidali e del perno ruota
3. Membri creati tramite la funzione 'Converti in poligono' presente nella finestra 'Oggetto' > 'Converti oggetti' e collegando le coppie rotoidali tramite 'Unisci al corpo';
5. Membri collegati secondo brevetto considerando il foglio di lavoro come telaio orientando il tutto secondo la posizione di riposo. I membri del rear shock sono stati collegati tramite una 'scanalatura' e un 'punto quadrato' uniti.

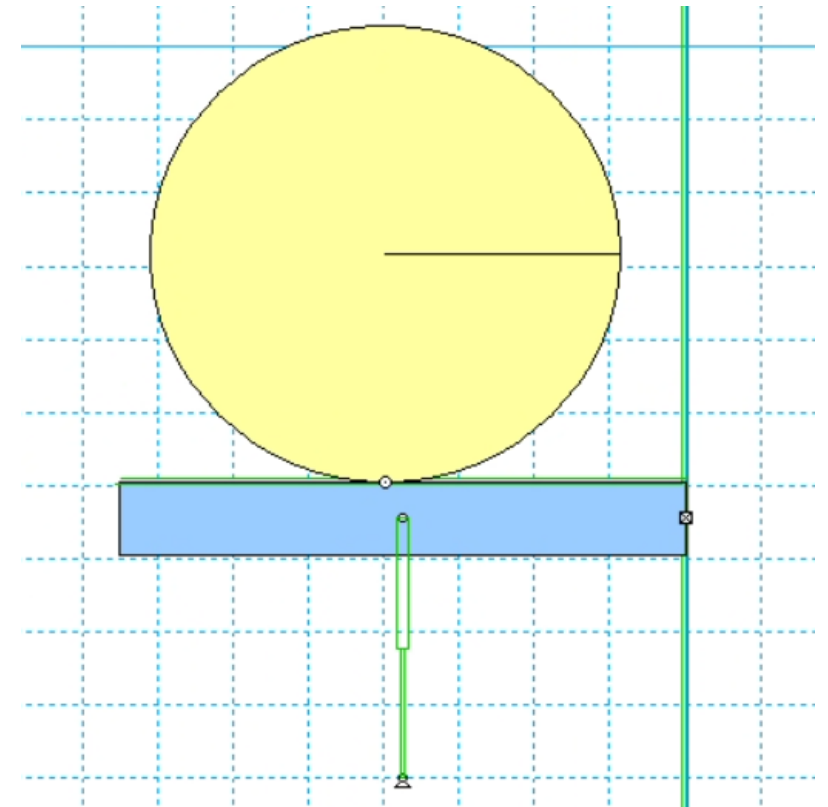


Per le analisi di posizione e di velocità si è considerata una corsa verticale del perno ruota di 160mm per ciascun meccanismo.

Per consentire la misura corretta in Working Model:

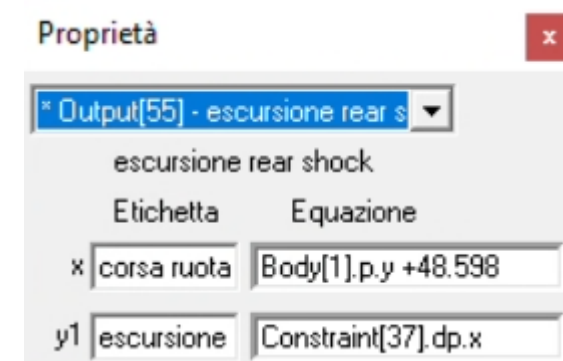
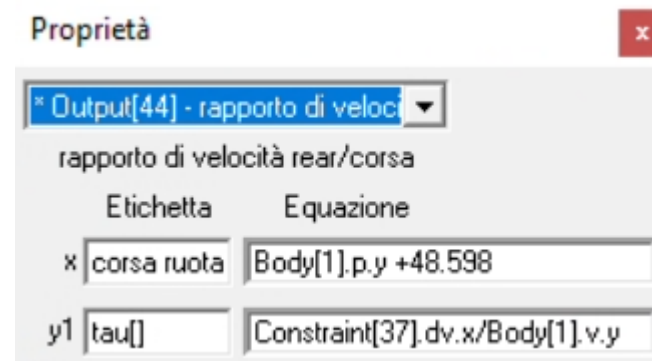
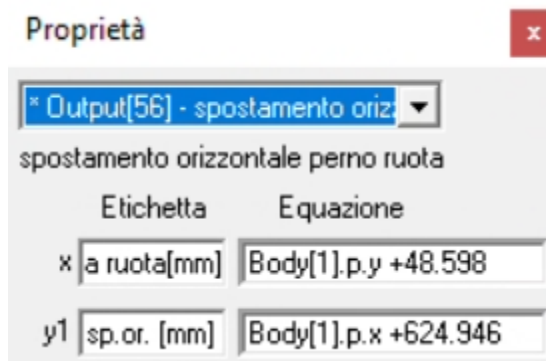
1. 'Scanalatura' verticale sul foglio di lavoro a cui è collegato un rettangolo (il terreno) tramite 'punto quadrato' (evita rotazioni);
2. 'Scanalatura' orizzontale sul terreno a cui è collegata la ruota tramite un 'punto' sul fondo. Inoltre tra terreno e cerchio si è usata la funzione 'collidi';
3. 'Attuatore' collegato al terreno di cui controllo la corsa verticale tramite la funzione:

$$x_0 + 80 - 80 \cdot \cos(0.5 \cdot \text{time})$$



Per ciascun valore di interesse si è usato un blocco di visualizzazione a schermo e per l'etichetta 'x' si è messo il nome 'corsa ruota[mm]' con equazione **Body[1].p.y +48.598**. L'etichetta 'y1' è stata rinominata e si è inserito all'interno di 'equazione' il valore di interesse, ovvero:

1. 'sp. or. [mm]' con equazione **Body[1].p.x +624.946** per lo spostamento orizzontale del perno ruota
2. 'escursione rear shock [mm]' con equazione **Constraint[37].dp.x** per l'escursione rear shock(molla tra i due membri)
3. 'tau []' con equazione **Constraint[37].dv.x/Body[1].v.y** per il rapporto di velocità rear/corsa



Analisi di posizione e di velocità secondo il metodo dei poligoni di chiusura di meccanismi piani a catena cinematica chiusa.

Per semplicità di analisi si è considerato come membro movente uno dei bilancieri del quadrilatero principale (coordinata q).

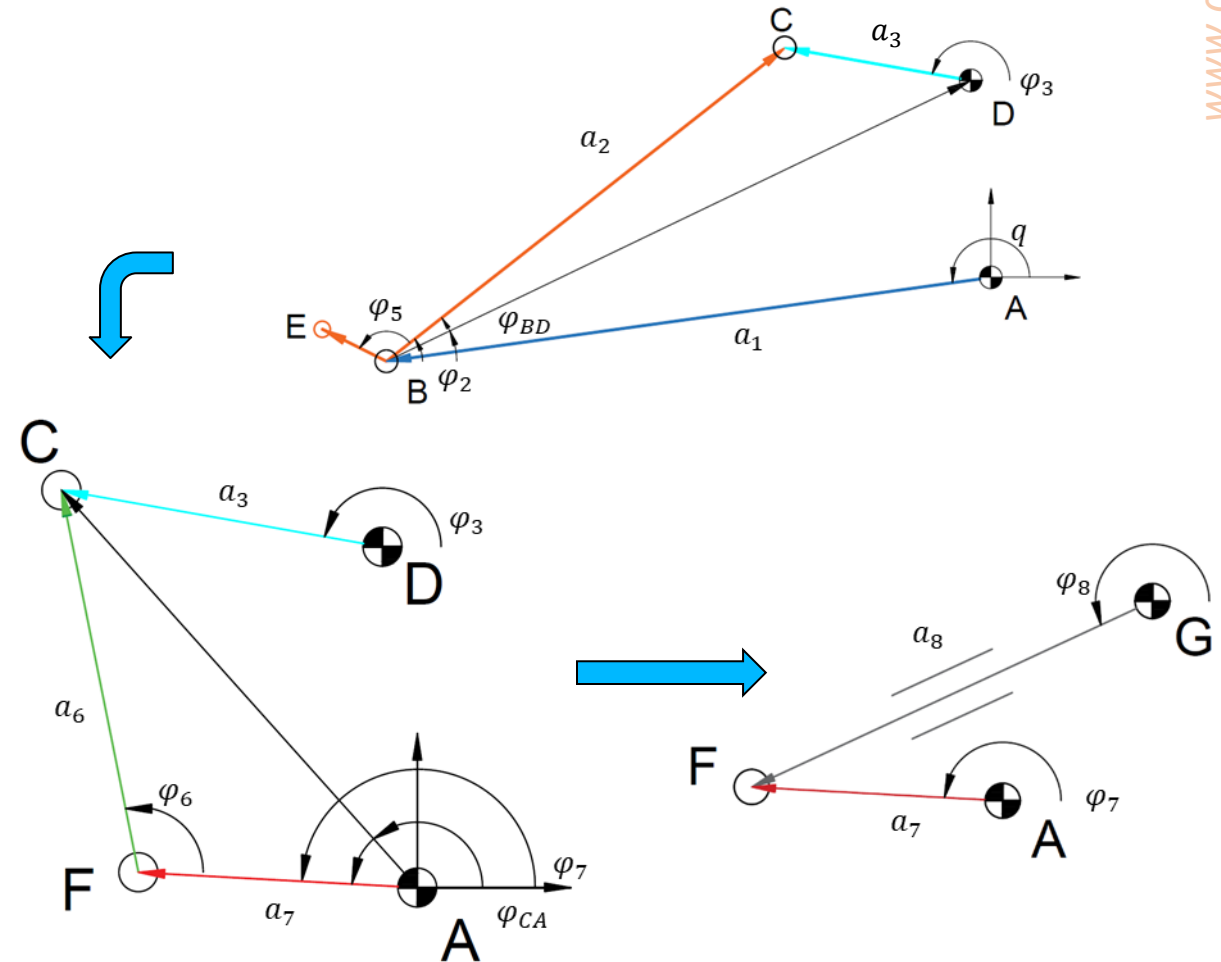
Function usate:

1. 'disframe2D.m' disegna la terna di riferimento
2. 'getPoints.m' salva punti del bordo
3. 'cinematica_ass.m' per risoluzione analitica
4. 'trans2D.m' per calcolare la matrice di

$$\text{trasformazione } T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & dx \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. 'dis_assieme.m' per ricavare graficamente il movimento dei membri

$$\underline{a}_i = a_i \begin{cases} \cos(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sum_i \underline{a}_i = \underline{0} \\ \sum_i \underline{\dot{a}}_i = \underline{0} \end{cases}$$



Soluzione analitica del meccanismo US20190300096A1:

```

%% posizione quadrilatero articolato 1
xB = m.A(1) + m.a1*cosd(q);
yB = m.A(2) + m.a1*sind(q);

LDB = sqrt((xB-m.D(1)).^2+(yB-m.D(2)).^2);
phiDB = atan2d(yB-m.D(2),xB-m.D(1)); %[]

phiDB(phiDB<0) = phiDB(phiDB<0)+360;

if conf==1
    phi3 = phiDB - acosd((LDB.^2+m.a3^2-m.a2^2)./(2*LDB*m.a3)); %[]
else
    phi3 = phiDB + acosd((LDB.^2+m.a3^2-m.a2^2)./(2*LDB*m.a3)); %[]
end

xC = m.D(1) + m.a3*cosd(phi3);
yC = m.D(2) + m.a3*sind(phi3);

phi2 = atan2d(yC-yB,xC-xB); %[]

% punto di biella
xE = m.A(1) + m.a1*cosd(q) + m.a5*cosd(phi2+m.alfa_5);
yE = m.A(2) + m.a1*sind(q) + m.a5*sind(phi2+m.alfa_5);

```

```

%% posizione quadrilatero articolato 2
LCA = sqrt((xC).^2+(yC).^2);
phiC = atan2d(yC,xC); %[]
phiCA = acosd((LCA.^2+m.a7^2-m.a6^2)./(2*LCA*m.a7)); %[]

```

```
phiCA(phiCA<0) = phiCA(phiCA<0)+360;
```

```
phi7 = phiC + phiCA; %[]
```

```
xF = m.A(1) + m.a7*cosd(phi7);
yF = m.A(2) + m.a7*sind(phi7);
```

```
phi6 = atan2d(yC-yF,xC-xF); %[]
```

```
%% posizione glifo
```

```
phi8 = atan2d(m.a7*sind(phi7)-m.G(2),m.a7*cosd(phi7)-m.G(1)); %[]
a8 = (m.a7*sind(phi7)-m.G(2))./(sind(phi8));
```

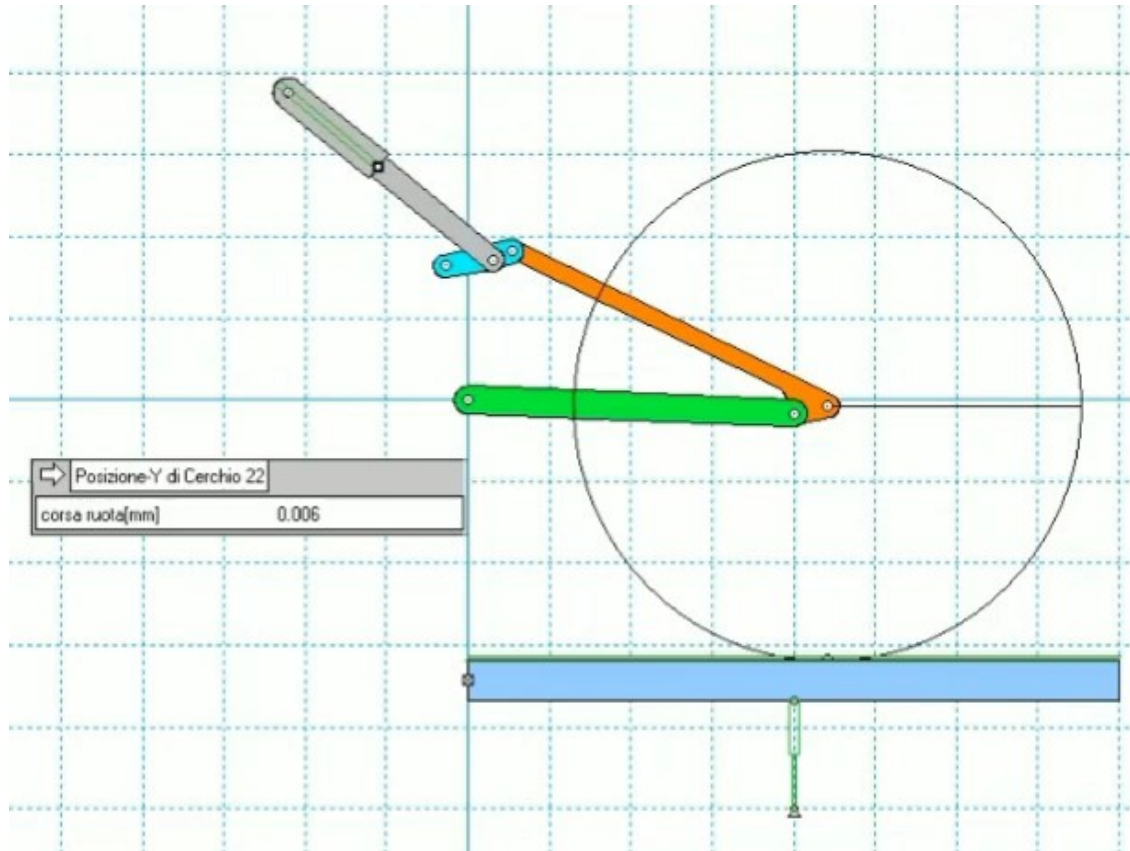
```
%% W (rapporti di velocità)
```

```
w1 = (m.a1/m.a2)*sind(phi3-q)./sind(phi2-phi3); %[]
w2 = (m.a1/m.a3)*sind(phi2-q)./sind(phi2-phi3); %[]
```

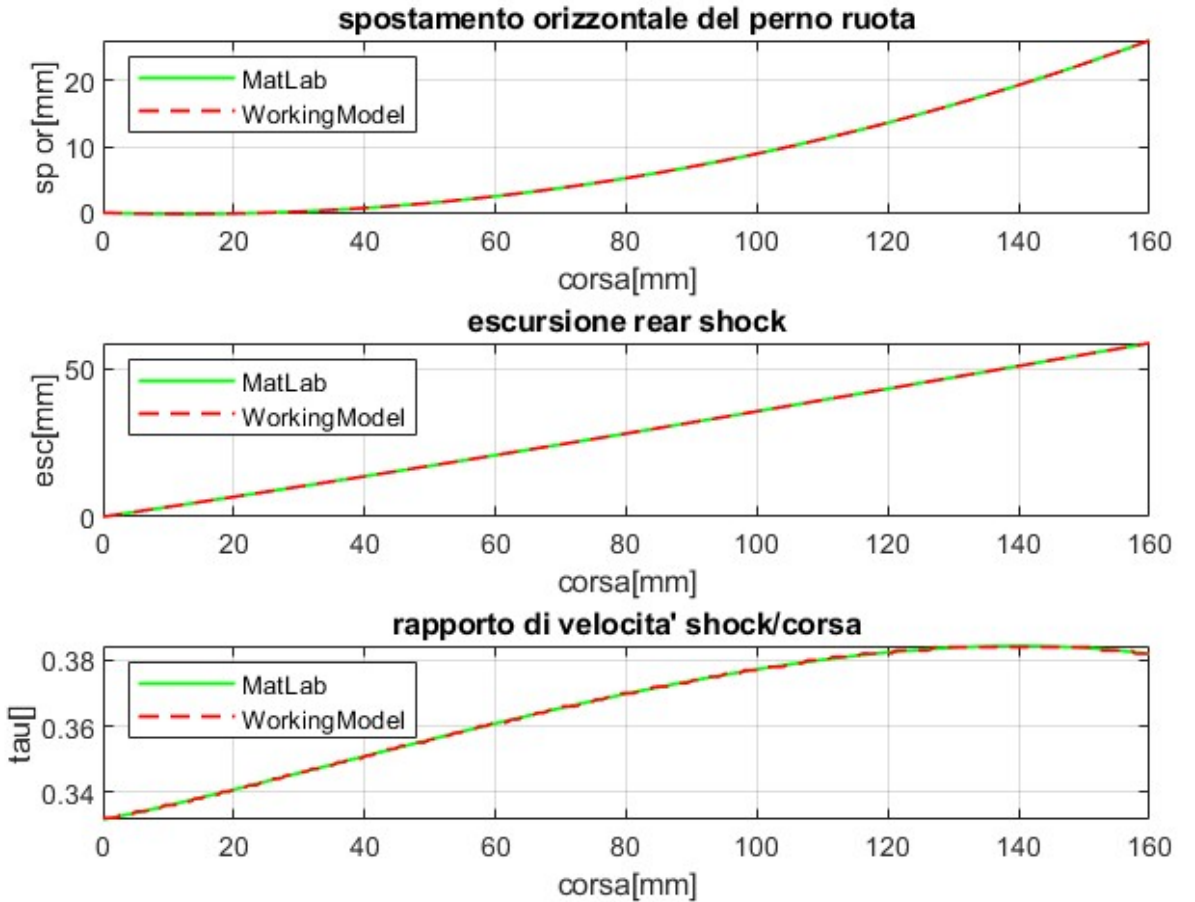
```
wxE = -m.a1*sind(q)-m.a5*w1.*sind(phi2+m.alfa_5); %[mm]
wyE = m.a1*cosd(q)+m.a5*w1.*cosd(phi2+m.alfa_5); %[mm]
```

```
w7 = m.a3/m.a7*w2.*sind(phi6-phi3)./sind(phi6-phi7); %[]
```

```
w8 = m.a7*w7.*sind(phi8-phi7); %[mm]
wphi8 = m.a7./a8.*w7.*cosd(phi7-phi8); %[]
```



Grafici di W.M. importati nello script Matlab e sovrapposti

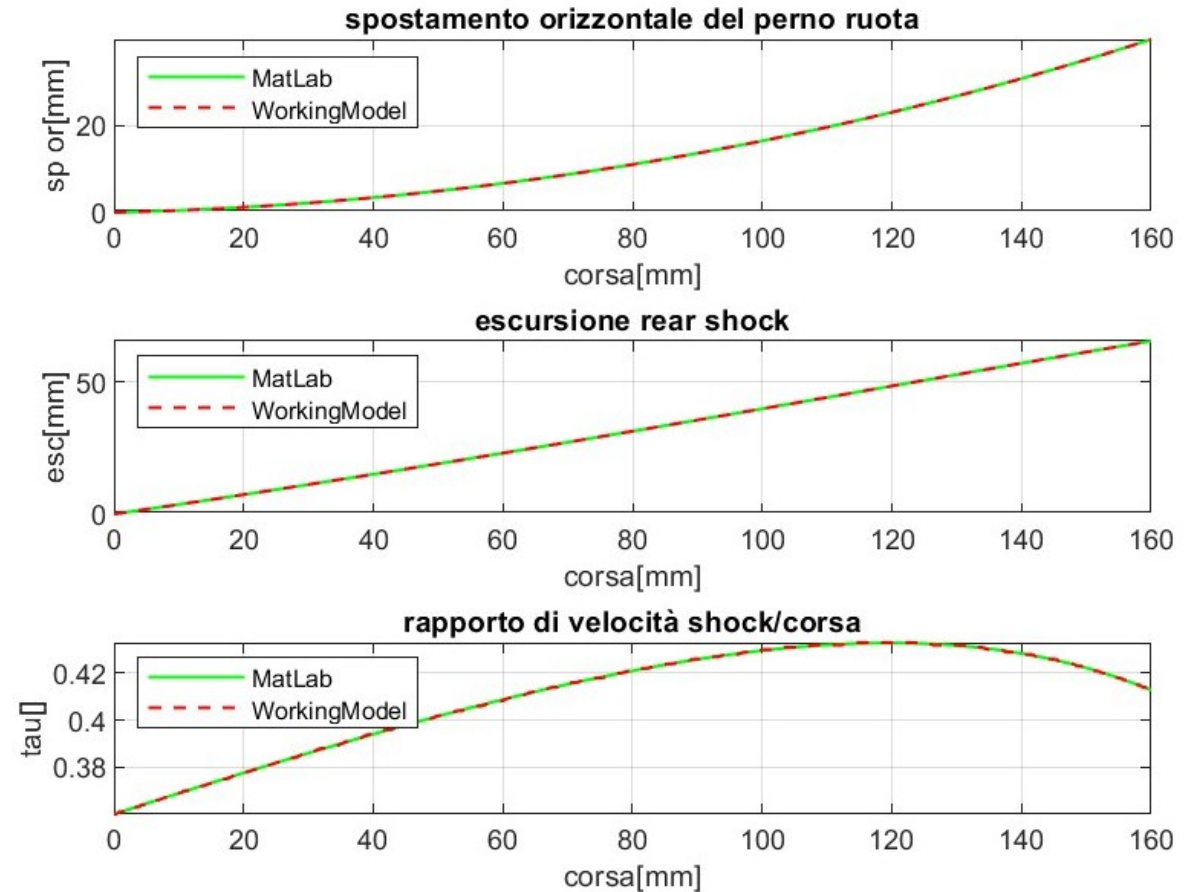
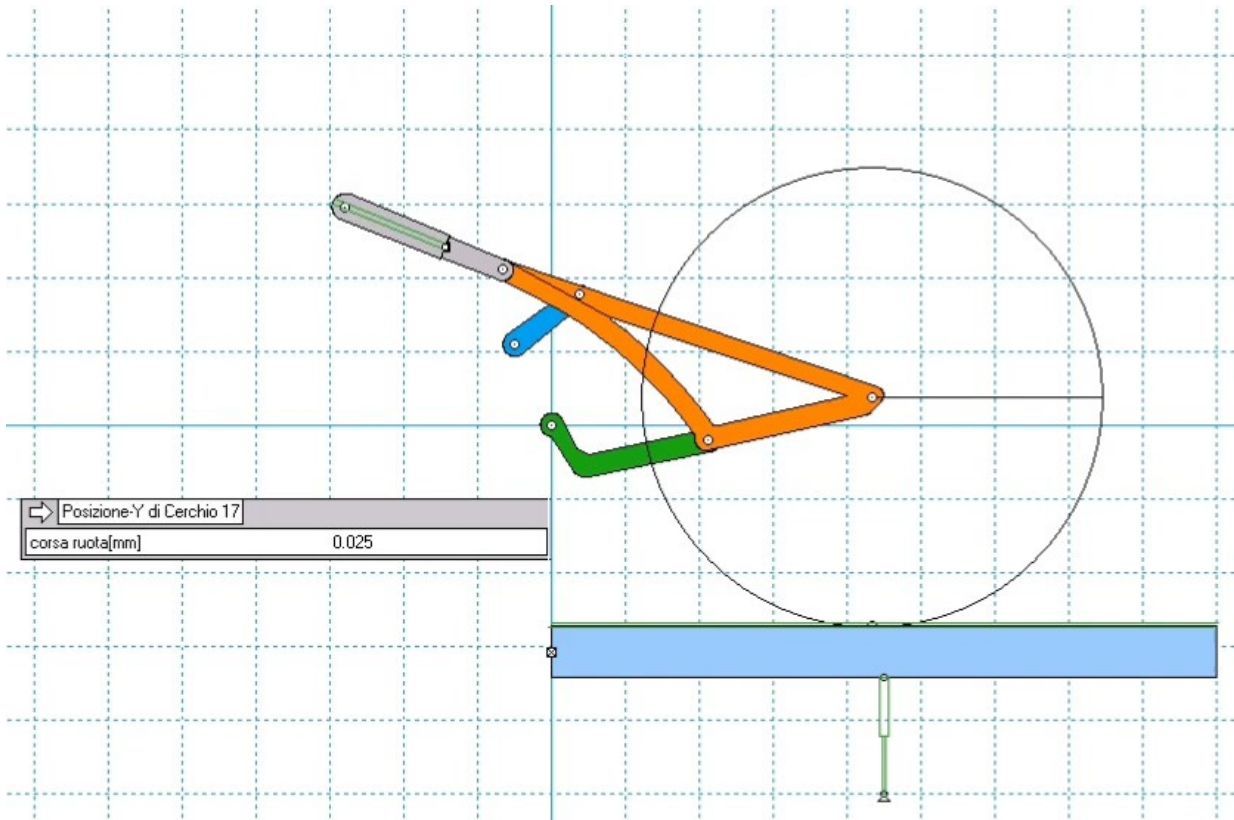


Min(sp. or.) ~ -0.19mm max(sp. or.) ~ 26mm

Max(esc.) ~ 58mm

Min(tau) ~ 0.332

max(tau) ~ 0.384

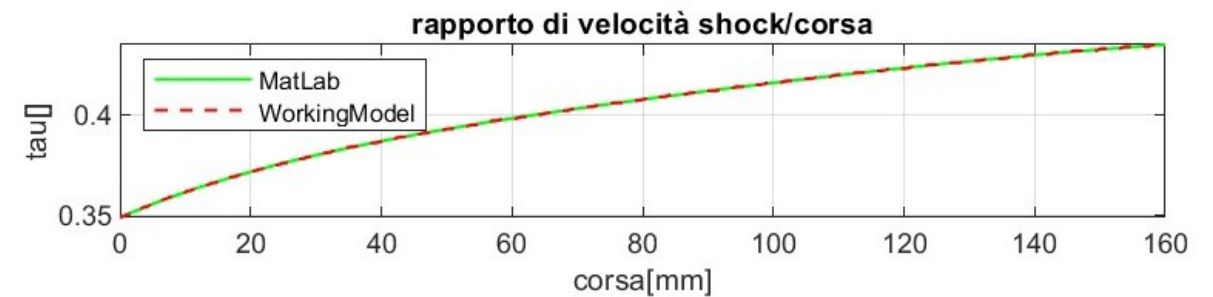
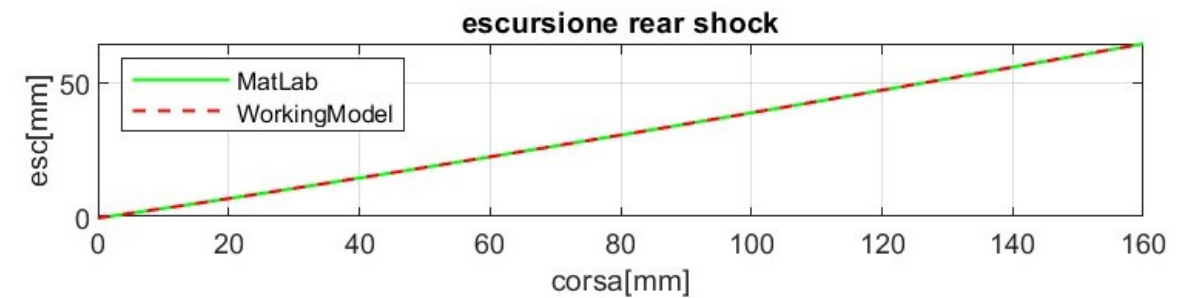
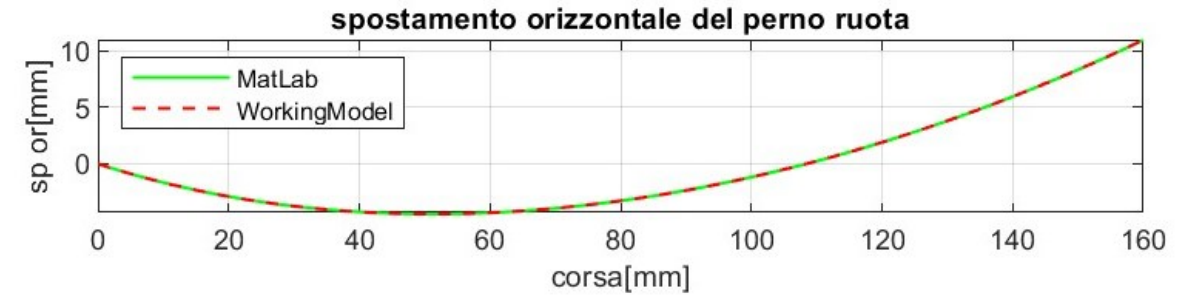
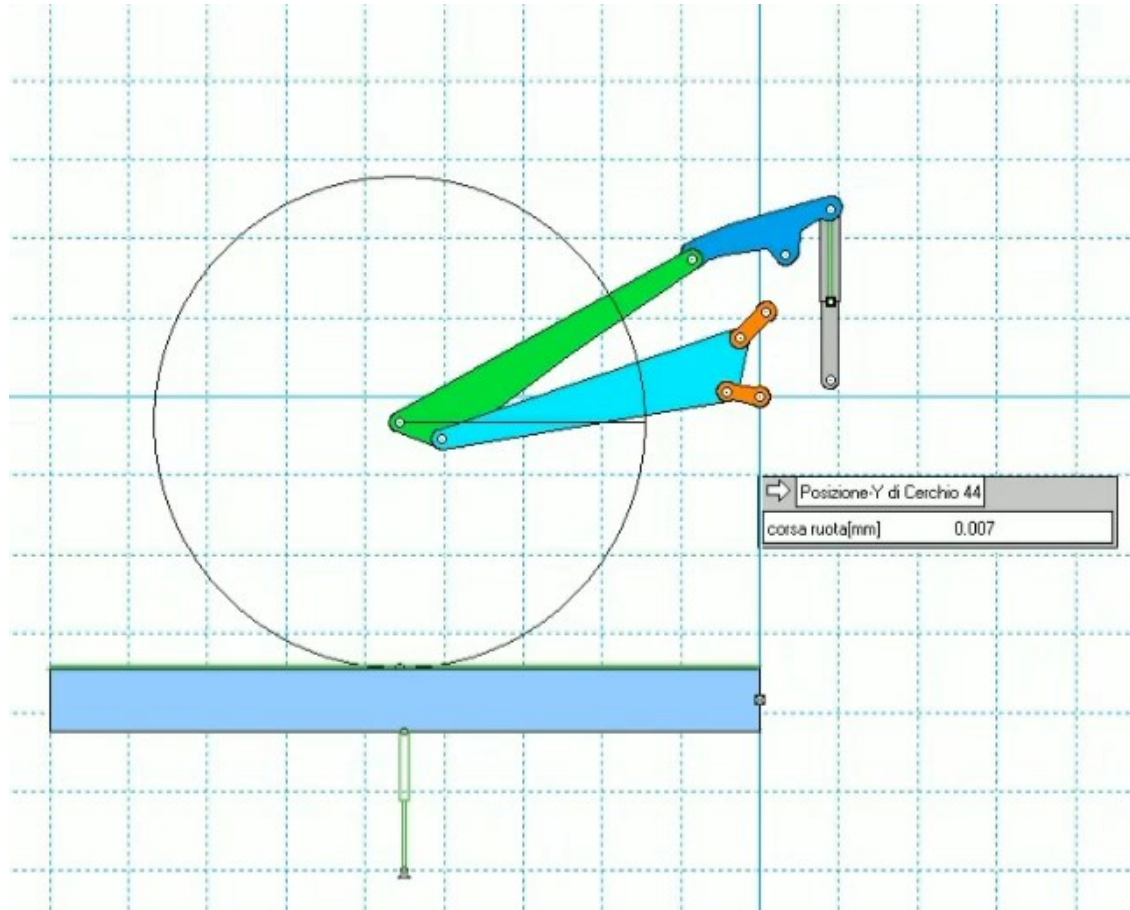


Min(sp. or.) ~ 0mm max(sp. or.) ~ 40mm

Max(esc.) ~ 65mm

Min(tau) ~ 0.360

max(tau) ~ 0.433

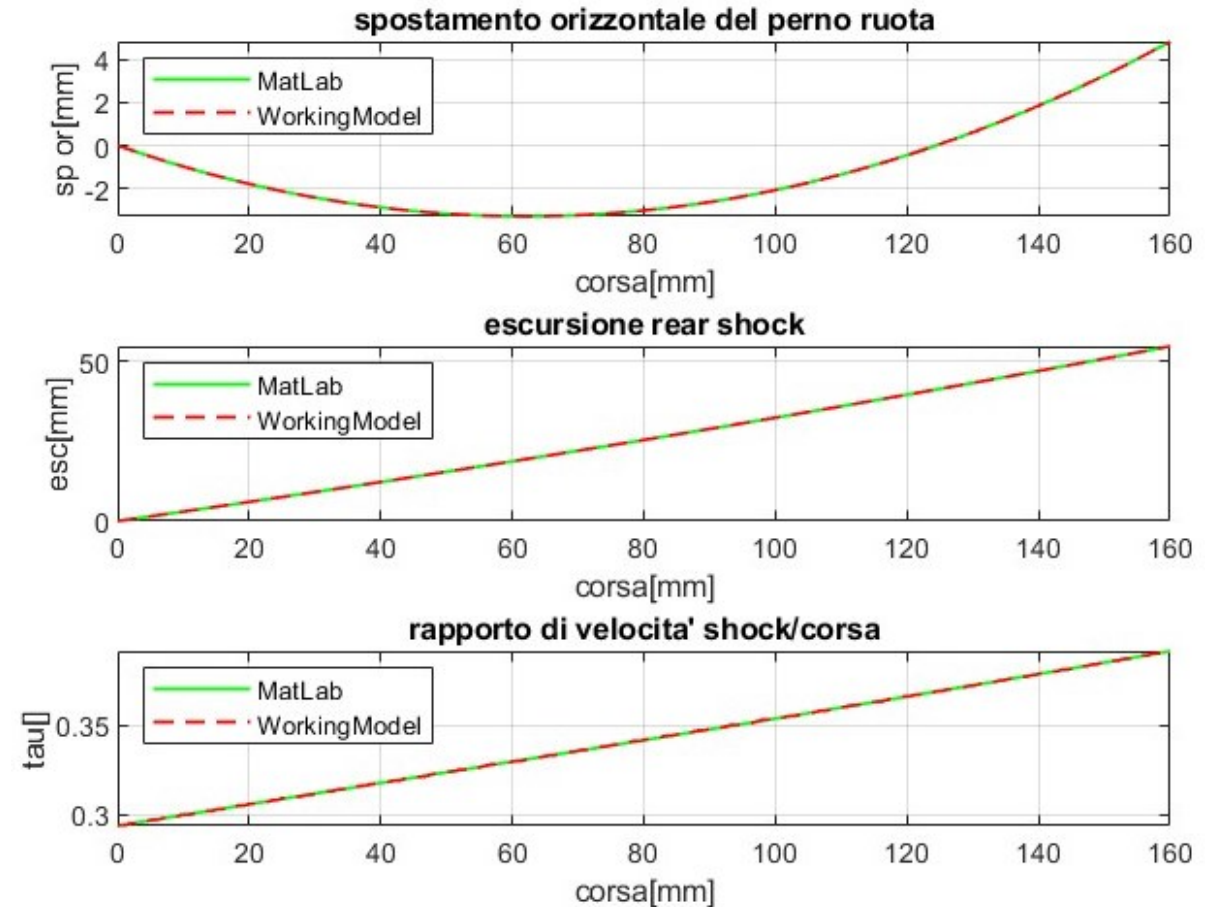
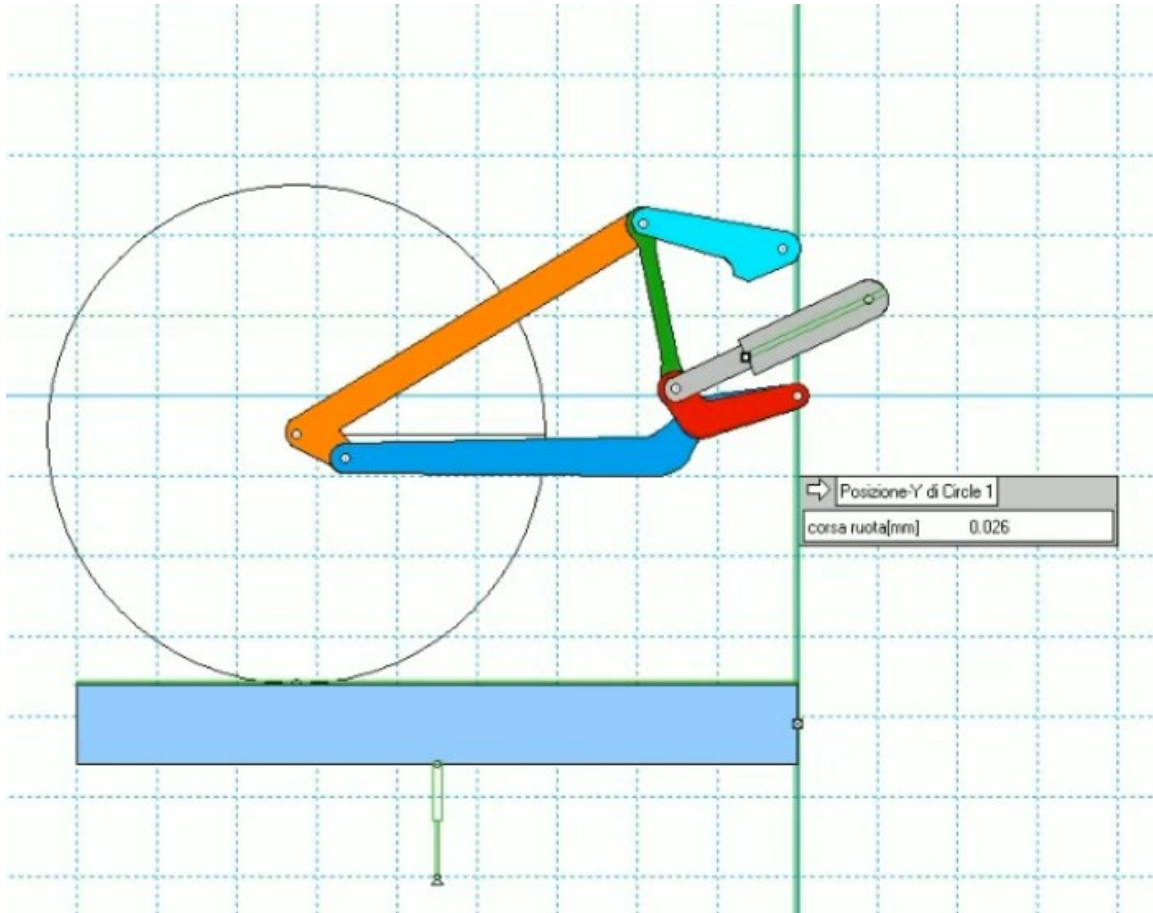


Min(sp. or.) ~ -4.45mm max(sp. or.) ~ 11mm

Max(esc.) ~ 64mm

Min(tau) ~ 0.349

max(tau) ~ 0.435



Min(sp. or.) ~ -3.23mm max(sp. or.) ~ 4.82mm
 Max(esc.) ~ 55mm
 Min(tau) ~ 0.294 max(tau) ~ 0.391

Calcolo della forza necessaria ad un attuatore per far superare al meccanismo un ostacolo.

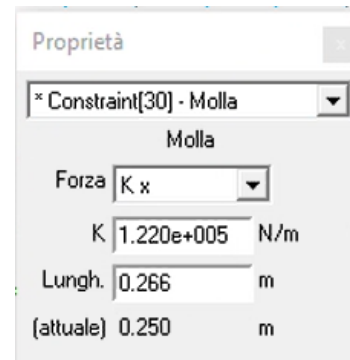
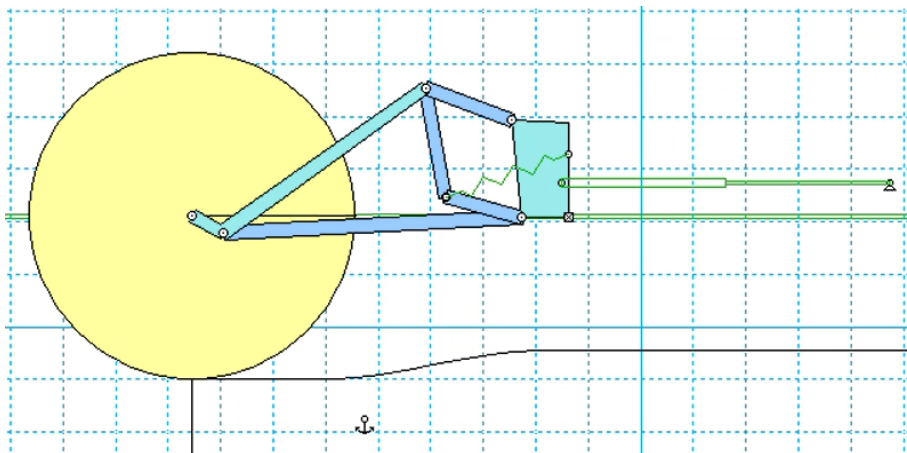
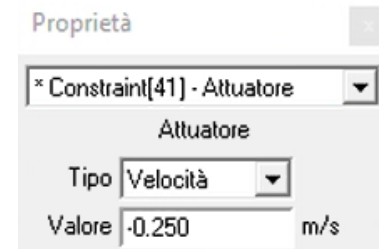
Dimensioni rappresentative comuni a ciascun caso:

- | | | |
|---------------------------|-----------------|---------------------------------------|
| Peso pilota = 75kg | } totale = 95kg | → posteriore = 57kg → $F_z \sim 600N$ |
| • Peso attrezzatura = 5kg | | |
| Peso bici = 15kg | | |

- 30% della corsa in condizioni statiche: $l_{molla} = l_0 - \Delta l$
- Ostacolo pari ad un terzo della corsa complessiva: $z = 0.055m$

Realizzato per garantire contatto in un solo punto

- Rigidezza a terra stimata: $k_z = \frac{F_z}{z} = 11000N/m \sim 1.1kgf/mm$
- Rigidezza sospensione: $k_s = \frac{k_z}{\tau^2} \sim 122kN/m \sim 12kgf/mm$ con $\tau = 0.3$



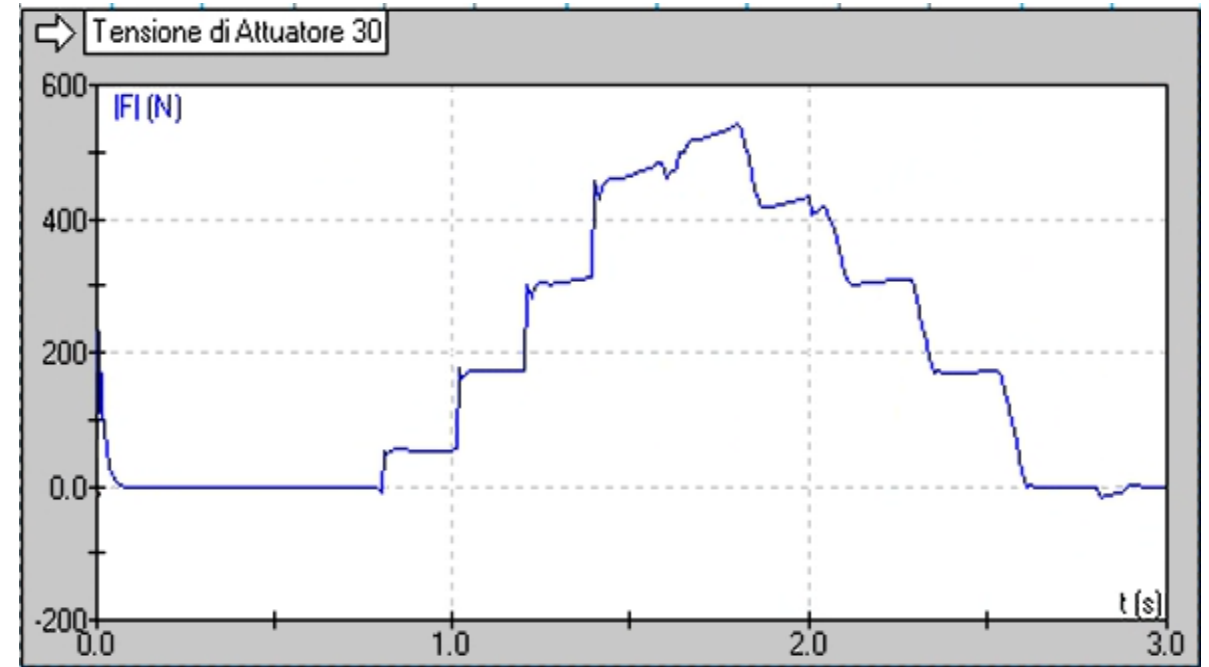
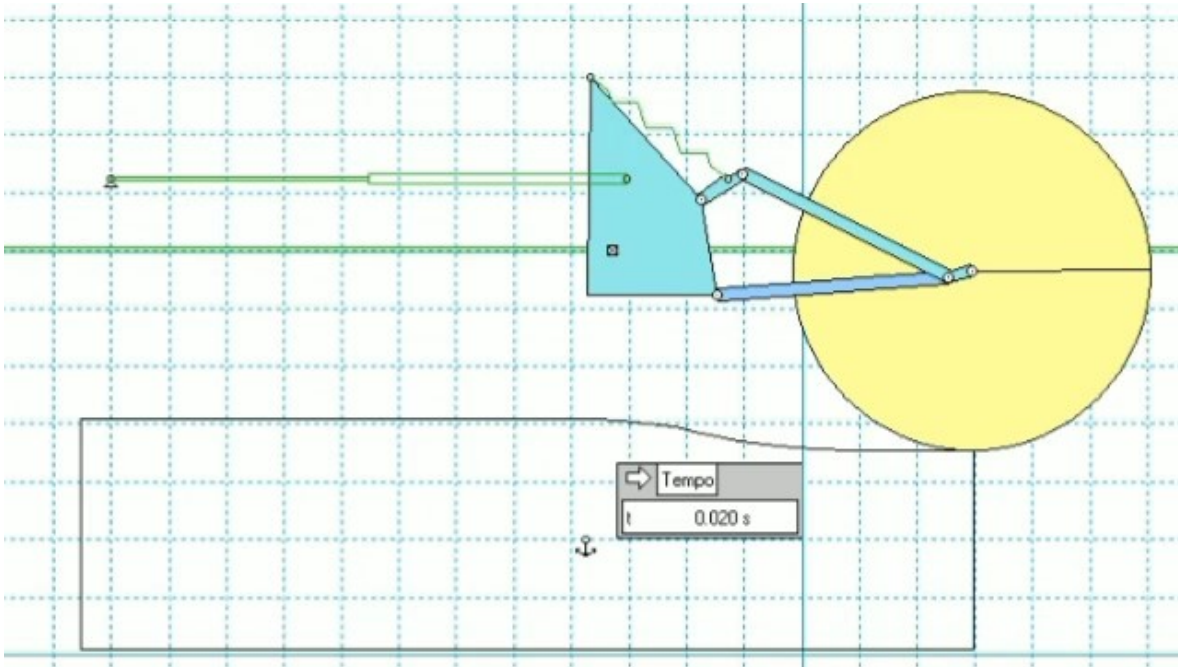
I membri sono collegati ad un telaio che viene spostato orizzontalmente senza ruotare (scanalatura sul foglio e punto quadrato sul telaio uniti)

Il meccanismo è modificato rispetto alla condizione a riposo in modo da avere la sospensione compressa di Δl

$$\max(esc) \sim 58mm$$

$$\rightarrow \Delta l = 58 \cdot 0.3 = 17.4mm$$

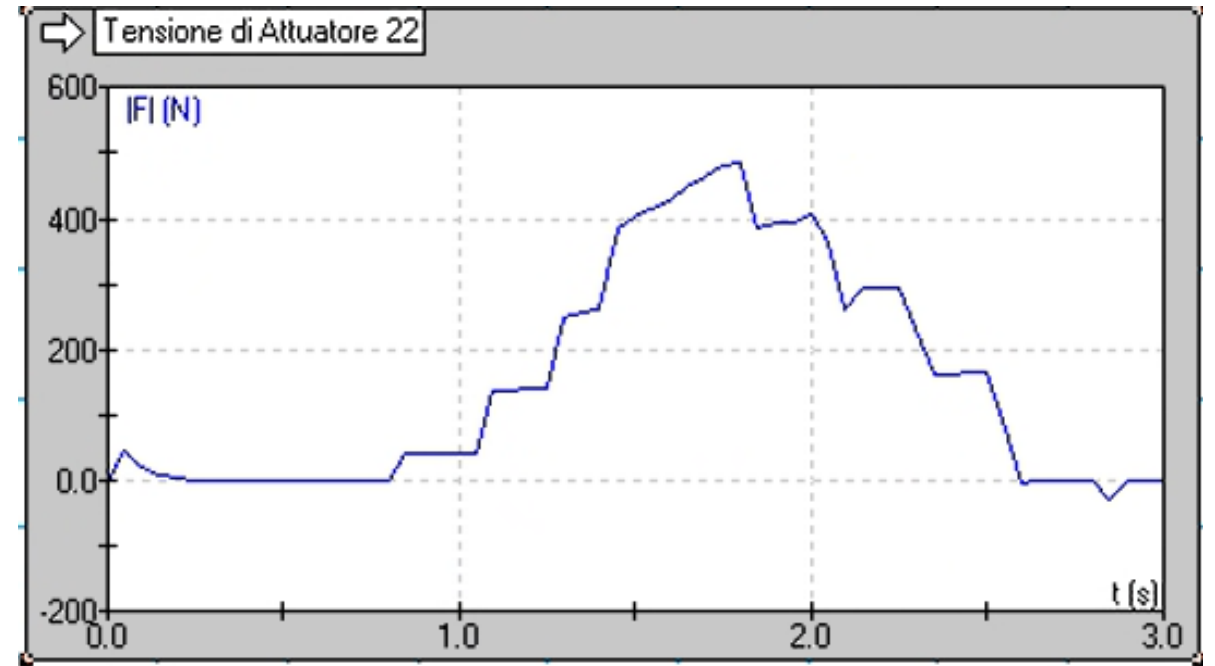
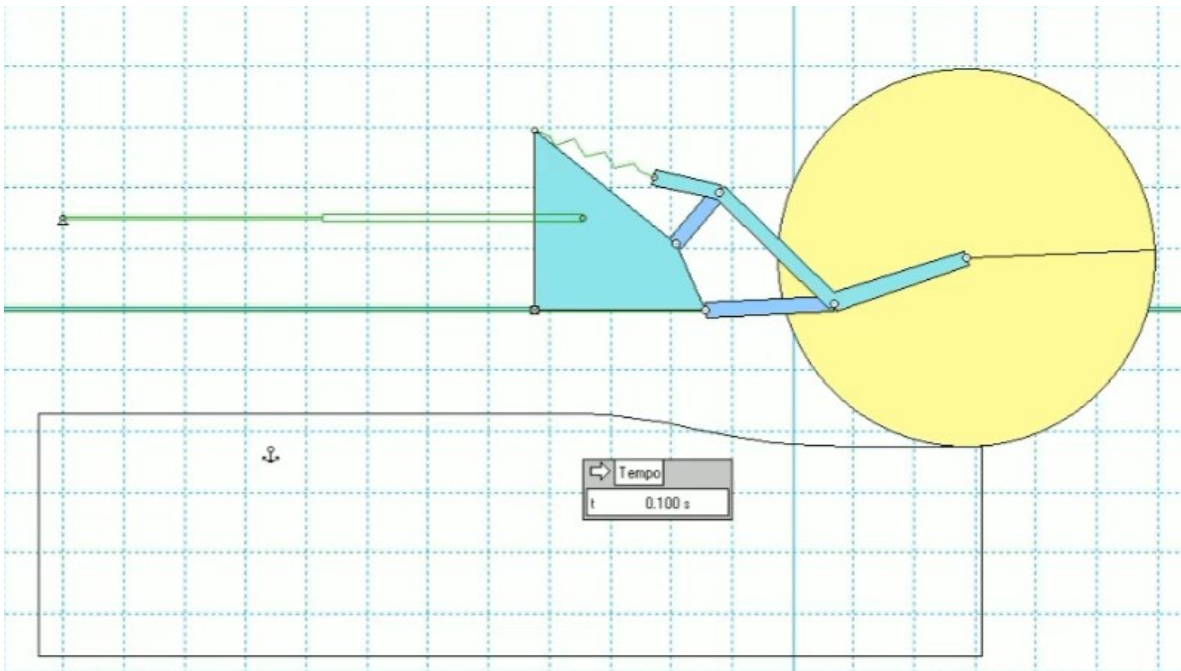
$$F_{max} = 542N$$



$$\max(esc) \sim 65mm$$

$$\rightarrow \Delta l = 65 \cdot 0.3 = 19.5mm$$

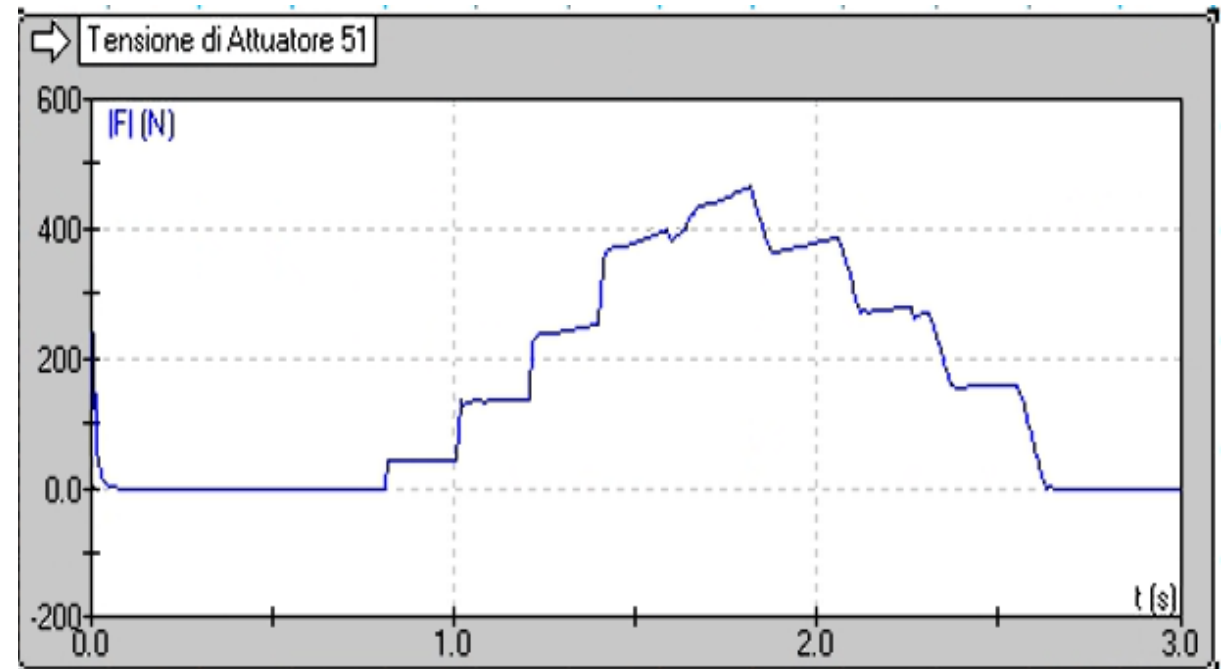
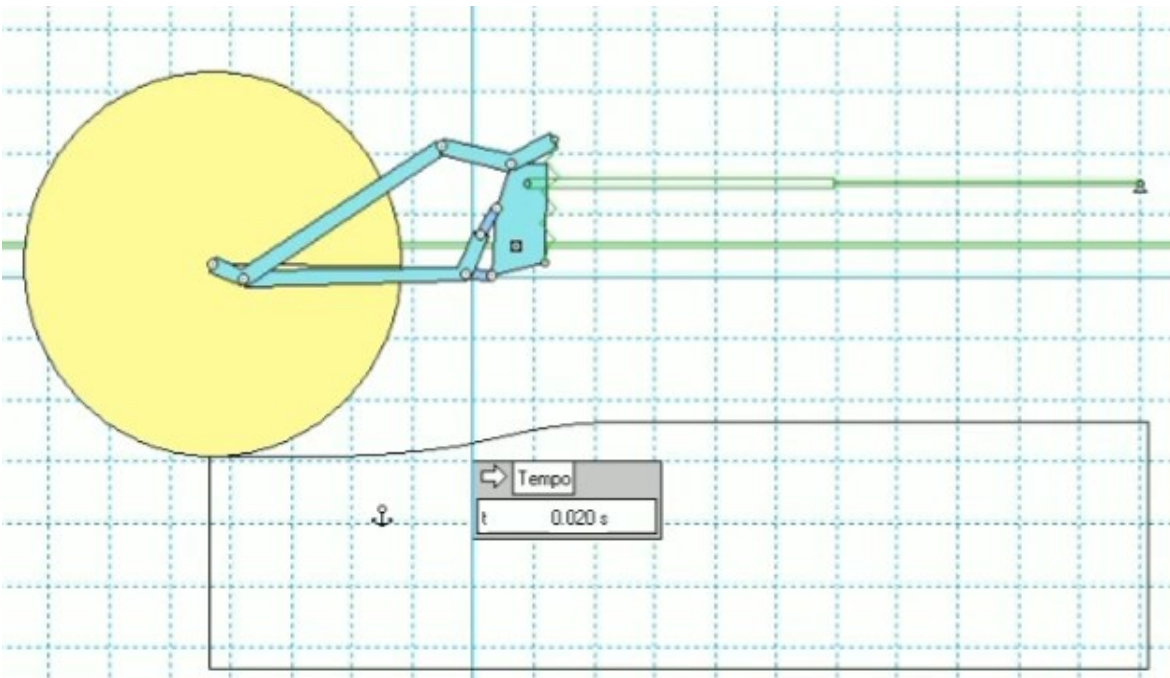
$$F_{max} = 485N$$



$$\max(esc) \sim 64mm$$

$$\rightarrow \Delta l = 64 \cdot 0.3 = 19.2mm$$

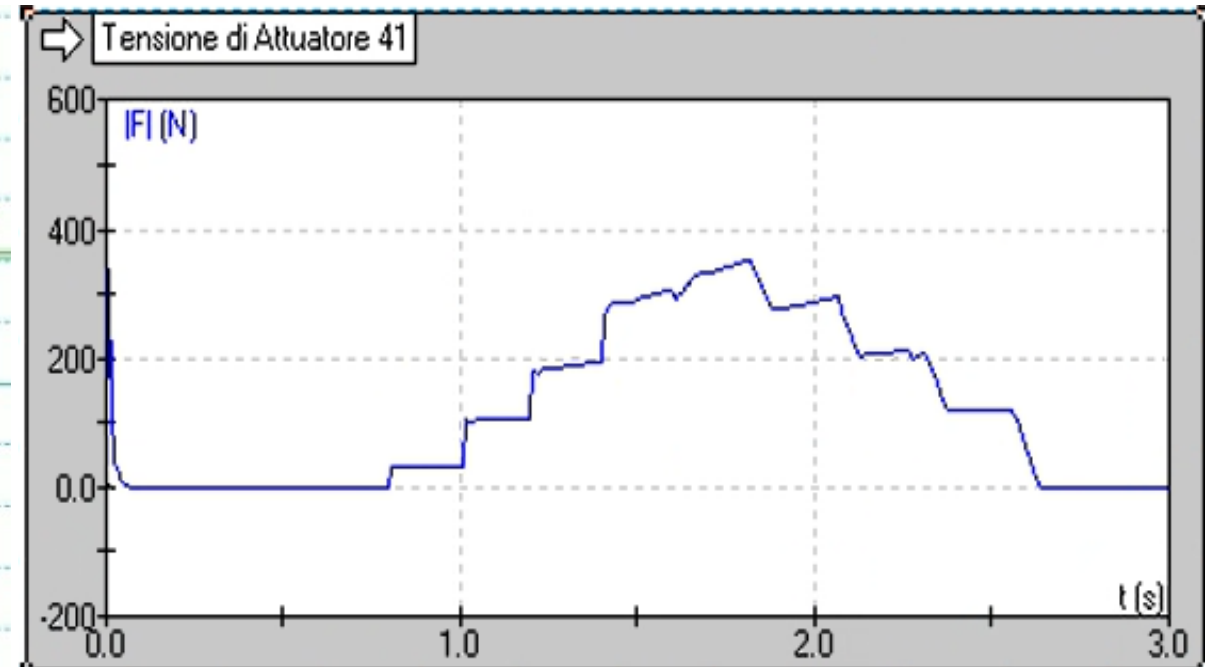
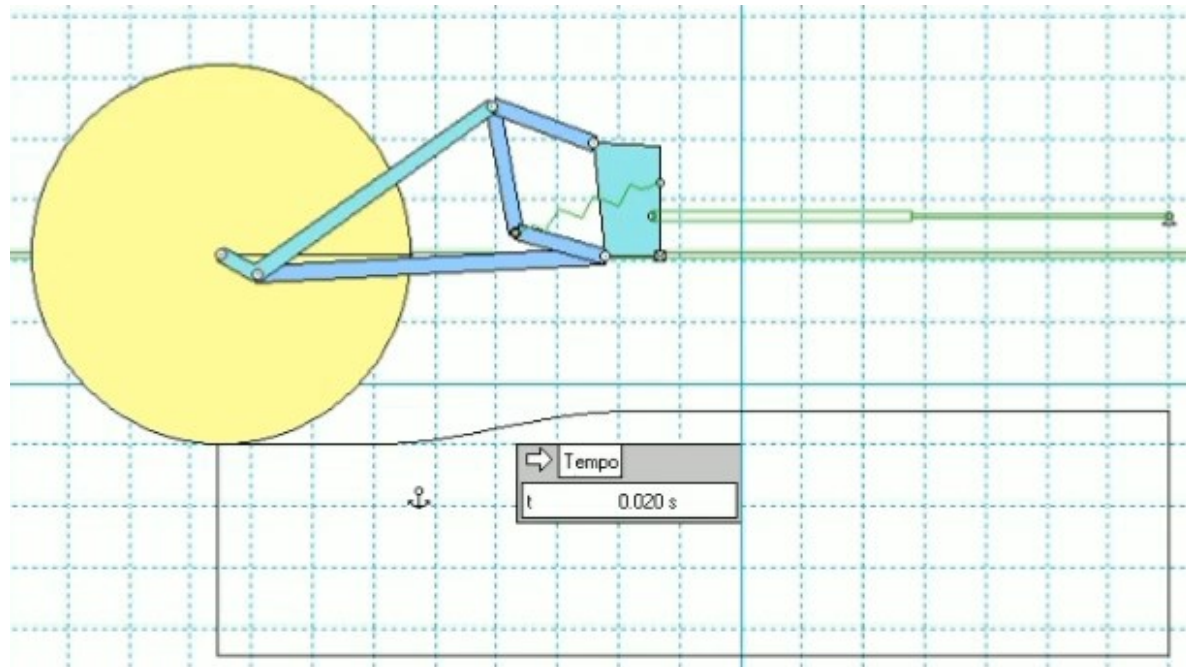
$$F_{max} = 447N$$



$$\max(esc) \sim 58mm$$

$$\rightarrow \Delta l = 55 \cdot 0.3 = 16.5mm$$

$$F_{max} = 354N$$



L'aspetto dei grafici è dovuto a:

- Simulatore che lavora in tempi discreti: forze di contatto sono influenzate dal passo di integrazione. Le forze sono date dal rapporto tra l'impulso e il passo di animazione:

$$f = m \left(\frac{v' - v}{\Delta t} \right)$$

Conclusioni:

- L'escursione massima è circa 60mm per i quattro sistemi
- Il rapporto di velocità si attesta attorno a 0.3/0.4 per i quattro sistemi
- Lo spostamento orizzontale è quello più variabile, con sistemi che hanno un elevato spostamento all'indietro e altri con spostamento quasi esclusivamente in avanti
- I meccanismi con poco o nullo spostamento orizzontale all'indietro sono anche quelli che richiedono una forza di trascinamento orizzontale maggiore per superare l'ostacolo mantenendo v_x costante mentre più aumenta lo spostamento all'indietro e minore è la forza necessaria.

