

Indice

1	Introduzione	3
2	Stato dell'arte	8
3	Descrizione del sistema di trasmissione	12
3.1	Modello del canale	14
3.2	Evoluzione della trasmissione dei <i>pending packets</i>	15
3.2.1	Formula per il numero di configurazioni dei <i>pending packets</i>	16
4	Descrizione del modello per il sistema macroscopico	25
4.1	Calcolo delle probabilità stazionarie	27
4.2	Calcolo delle metriche	28
5	Analisi dei risultati	31
6	Conclusioni	37

Abstract

Nel presente elaborato la trasmissione di contenuti video su un canale radio mediante un sistema *SR ARQ* viene analizzata definendo un modello di tipo markoviano. Si assume che il flusso d'informazione sia stato codificato con tecniche incrementalmente e che i pacchetti che lo costituiscono abbiano proprietà differenti in termini di importanza e di limite di ritrasmissione. Si considera un canale di trasmissione binario *con memoria e round-trip time non nullo* che viene modellato mediante una catena di Markov a tempo discreto. Si definiscono una macchina a stati finiti, che rappresenta l'evoluzione dello stato dei *pending packets*, e una seconda catena di Markov macroscopica, che modella l'intero sistema di trasmissione e ritrasmissione. In primo luogo l'elaborato propone una formula che consente di determinare il numero degli stadi della macchina a stati finiti in funzione di alcuni parametri noti e caratteristici del sistema. In secondo luogo si determinano le metriche di prestazione a partire dall'analisi della catena di Markov macroscopica. I risultati ottenuti vengono discussi approfonditamente e se ne valutano infine le possibili implicazioni sui protocolli per le comunicazioni multimediali.

Capitolo 1

Introduzione

Secondo diverse recenti indagini il traffico video é in costante espansione. L'azienda informatica statunitense *Cisco Systems* prevede che nel 2017 il traffico IP globale annuale raggiungerà la quota di 1.4 zettabyte, ovvero millequattrocento miliardi di miliardi di byte[1]. Tra i principali fattori che concorreranno a questi risultati, si annoverano nel *Cisco Visual Networking Index* di maggio 2013 la proliferazione degli strumenti con possibilità di accesso alla rete, compresi tablet, cellulari e dispositivi smart¹, l'aumento degli utenti Internet e delle connessioni Wi-Fi nonché l'aumento della mole di contenuti video: entro il 2017, ogni secondo sulla rete viaggeranno 1.2 milioni di minuti di dati in formato video, pari al 66% del traffico complessivo.

Lo scenario che si prefigura lancia notevoli sfide, tra cui la definizione di paradigmi di trasmissione che consentano di evitare il sovraccarico delle reti di comunicazione e di inviare correttamente ed efficientemente i dati a destinazione. La presente trattazione non ambisce a fornire una soluzione onnicomprensiva alle problematiche della futura *ZettaByte Era* ma si propone di analizzare uno specifico modello di trasmissione di contenuti video basato su una tecnica di controllo d'errore particolarmente rilevante nel contesto multimediale: l'*Automatic Repeat reQuest (ARQ)* nella versione *Selective Repeat*. Tale scelta verrà giustificata dalle considerazioni architetturali di seguito riportate.

L'architettura di Internet si basa sull'interconnessione di diverse sottoreti (o *Autonomous Systems*) tramite l'*Internet Protocol Suite*[3], la quale prevede che la struttura di ogni terminale di rete sia organizzata in una pila di *layers* (o *strati*) a ciascuno dei quali é associata una serie di protocolli che regolamentano le specifiche funzioni cui il *layer* é deputato e il tipo di servizi che esso offre al *layer* immediatamente superiore. Tali protocolli risultano fondati sul principio della *commutazione di pacchetto*, secondo il quale il flusso di dati che il terminale sorgente si appresta ad inviare al terminale destinatario deve essere suddiviso in entità elementari, i pacchetti. Allorché si effettui l'analisi della trasmissione di un flusso di dati attraverso la rete Internet, e più in generale attraverso reti che adottano il principio della *commutazione di pacchetto*, risulta pertanto particolarmente indicato modellare il flusso di dati attraverso una sequenza di pacchetti, riflettendo in questo modo il meccanismo di funzionamento della rete.

Durante il trasferimento dei dati tra il terminale sorgente e il terminale destinatario risulta che l'introduzione di errori da parte dei canali é pressoché inevitabile. Sebbene alcuni di essi,

¹Con il termine *dispositivi smart*, o *smart objects*, si indicano gli strumenti tecnologici di uso quotidiano, tra i quali orologi, elettrodomestici ed automobili, con accesso alla rete Internet. L'*Internet of Things*, ovvero l'estensione di Internet al mondo degli oggetti fisici, permette ai dispositivi di interagire e di condividere informazioni utili a svolgere funzioni integrative, come riportato in [2].

come le fibre ottiche, abbiano bassissimi tassi d'errore, altri canali, specialmente le connessioni wireless e i doppi telefonici datati, hanno tassi superiori di vari ordini di grandezza[4]. Per questi collegamenti gli errori di trasmissione non possono essere ignorati. Allo scopo di garantire l'affidabilità dell'informazione trasmessa, è necessario fronteggiarli, ricorrendo alla loro rilevazione e, quando possibile, correzione.

I progettisti di rete hanno sviluppato due strategie di base per implementare il controllo d'errore, che aggiungono informazioni ridondanti ai dati che devono essere spediti[4]. La prima, l'*Automatic Repeat reQuest (ARQ)*, richiede una connessione bidirezionale tra trasmettitore e ricevitore e prevede l'utilizzo di codici a rilevazione d'errore. La ridondanza introdotta permette al destinatario di dedurre che c'è stato un errore (senza necessariamente individuarne la posizione) e di richiedere una ritrasmissione[5]. Ad esempio, possono essere impiegati codici lineari a blocco (n,k) [3]: quando un messaggio segmentato in parole di k bit informativi è pronto per la trasmissione, vengono aggiunti ad ogni parola $n-k$ bit addizionali univocamente determinati dai k bit informativi per ottenere una parola di codice (*codeword*), che viene trasmessa al ricevitore. Un possibile criterio di decodifica, denominato *syndrome decoding*[3], prevede che il ricevitore calcoli la cosiddetta *sindrome* della parola ricevuta, ovvero il prodotto tra la matrice di controllo di parità propria del codice lineare impiegato e la parola. Per definizione di matrice di controllo di parità, tale prodotto è nullo se e solo se la parola appartiene al codice; se la sindrome è non nulla la parola ricevuta non appartiene al codice, non può essere decodificata e viene effettuata la richiesta di nuovo invio.

Esistono differenti tipologie dello schema *ARQ*, quali la *Stop-and-Wait (SW ARQ)*, la *Go-Back-n (GBN ARQ)* e la *Selective Repeat (SR ARQ)*. Si dimostra che le prestazioni di quest'ultima superano quelle delle altre tipologie *ARQ*[3],[5]. La *SR ARQ* prevede che della sequenza di pacchetti da trasferire ne vengano inizialmente trasmessi un certo numero, generalmente scelto in modo tale che il tempo totale necessario a trasmetterli coincida con il *round-trip time*, tempo intercorrente tra l'invio di un pacchetto e la ricezione del corrispondente messaggio di *acknowledgment*. Il ricevitore invia ACK e NACK² al trasmettitore. In corrispondenza della ricezione di un ACK il trasmettitore invia un pacchetto nuovo. In corrispondenza della ricezione di un NACK il trasmettitore ritrasmette il pacchetto in errore. Tale schema permette di non inviare più volte pacchetti ricevuti correttamente, difetto riscontrabile nella *GBN ARQ*, e di ridurre i tempi di inattività del trasmettitore, causa principe dell'inefficienza della *SW ARQ* [3],[6]. È tuttavia richiesta, a differenza delle altre tipologie di schema *ARQ*, la presenza di un buffer al ricevitore, dal momento che i pacchetti corretti possono non arrivare nell'ordine originario.

La seconda strategia, la *Forward Error Correction (FEC)*, si basa su codici a correzione d'errore e quindi sull'introduzione di bit addizionali ad ogni singolo pacchetto, così da consentire al ricevitore di determinare quale fosse l'informazione originaria.

Una terza possibile soluzione consiste nell'adottare schemi di ritrasmissione automatica ibridi. L'*Hybrid Automatic Repeat reQuest (HARQ)*[5] è ottenuta dalla combinazione di *FEC* e *ARQ* e prevede la trasmissione di dati ridondanti con finalità duplice: il ricevitore, elaborando i dati ricevuti, può effettuare controlli sull'integrità dei dati e, se rileva uno o più errori, può tentare di correggerli basandosi sulle informazioni veicolate dai dati aggiuntivi, seguendo l'ap-

²Le abbreviazioni ACK (da *acknowledgment*) e NACK (da *negative acknowledgment*) identificano il messaggio di controllo che il ricevitore invia al trasmettitore per comunicargli, rispettivamente, la ricezione corretta o erronea di un'informazione[3]. Quando non si intende distinguere tra le due tipologie di messaggio, si impiega il termine *acknowledgment*.

proccio proprio della tecnica *FEC*. Qualora l'ammontare di errori superi le capacità correttive del ricevitore, quest'ultimo invierà al trasmettitore una richiesta di ritrasmissione, ricalcando la tecnica *ARQ*[6].

Gli schemi ibridi trovano frequente applicazione nel contesto della trasmissione dei contenuti video, dove esistono vincoli stringenti circa i tempi di trasmissione e dove sovente i pacchetti che costituiscono il flusso informativo non sono tutti uguali e necessitano di un controllo d'errore non omogeneo, come precisato in diverse trattazioni. In [7], ad esempio, viene fornita una descrizione dettagliata di due tipologie di schema ibrido applicate alla trasmissione di contenuti video: la *Type-I Hybrid ARQ* e la *Type-II Hybrid ARQ*, due distinte versioni dello schema *Hybrid ARQ*. La *Type-I Hybrid ARQ* e la *Type-II Hybrid ARQ*, in base alla determinazione del livello d'errore di un pacchetto³, prevedono che la richiesta di ritrasmissione si verifichi solo quando il livello supera una determinata soglia. La *Type-II Hybrid ARQ* prevede inoltre che, in caso di ritrasmissione di un pacchetto, non ne venga trasmesso lo stesso esemplare, come avviene nella *Type-I Hybrid ARQ*, bensì una differente versione, affinché sia possibile al ricevitore combinare le versioni ricevute ed ottenere complessivamente un livello d'errore inferiore.

È importante sottolineare che se si desidera effettuare una trattazione analitica di un sistema di trasmissione basato sugli schemi sopra esposti risulta particolarmente efficace modellare il canale con una catena di Markov a tempo discreto costituita da due o più stati. Il modello matematico esposto in [7], finalizzato al calcolo di alcune metriche di prestazione, modella infatti il canale mediante una catena di Markov in cui ciascuno stato è associato ad un diverso livello d'errore sul canale. Se la catena consta di $L + 1$ livelli, da 0 a L , lo stato associato al livello 0 rappresenta lo stato *error-free* del canale mentre il livello L identifica lo stato completamente erroneo. In altri termini, quando il canale è nello stato 0, il pacchetto trasmesso giungerà a destinazione privo di errori. Se il pacchetto viene trasmesso quando il canale è nello stato L , il pacchetto verrà completamente corrotto. I livelli intermedi corrispondono a percentuali di errore progressivamente crescenti. Assumendo allora che ad un pacchetto venga associato il livello d'errore del canale al momento della trasmissione, è possibile dedurre il comportamento del sistema complessivo a partire dalle probabilità di transizione del canale.

La diversità riscontrabile tra pacchetti video appartenenti allo stesso flusso d'informazione è diretta conseguenza delle modalità con le quali ne viene effettuata la compressione prima della trasmissione. Tra le tecniche impiegate per la rappresentazione digitale di un video, infatti, risulta che la più semplice è una sequenza di frame e affinché l'invio della sequenza sia possibile è necessario che i frame vengano compressi[4]. Tra i principi per la compressione dei frame del flusso di dati multimediali, ve ne sono due che trovano largo impiego. Il primo, più semplice e denominato *Motion Joint Photographic Experts Group (M-JPEG)*, prevede che ciascun frame venga compresso in una immagine *JPEG*. Viene pertanto complessivamente trasmessa una successione di frame *JPEG* indipendenti l'uno dall'altro[8]. Tale approccio è perseguibile quando la frequenza dei frame è estremamente ridotta. Il secondo, denominato *Moving Picture Experts Group (MPEG)*, sfrutta la ridondanza temporale sussistente tra frame successivi e supera il precedente in efficienza, riducendo notevolmente la banda richiesta per la trasmissione[9]. Tre sono le tipologie di frame previste: *I* (Intra), *P* (Predicted) e *B* (Bidirectionally predicted). Per ciascuna di esse viene utilizzata una differente procedura di compressione. Un frame di

³In [7] e in trattazioni analoghe il livello d'errore di un pacchetto rappresenta un indice del danneggiamento subito durante la trasmissione e, relazionato con la capacità correttiva del codice adottato in fase di codifica, permette di stabilire se il pacchetto può essere decodificato o meno.

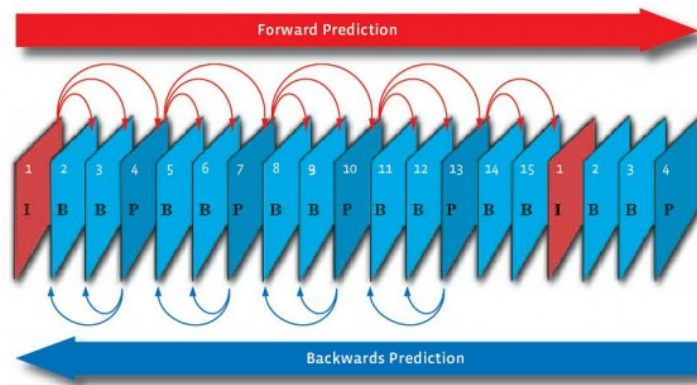


Figura 1.1: Group of pictures secondo il principio di compressione *MPEG*

tipo *I* viene elaborato sulla base di tecniche *Intra-frame*, ovvero avvalendosi esclusivamente delle informazioni contenute nel fotogramma stesso ed eliminando esclusivamente la ridondanza spaziale. I frame di tipo *P* e *B*, invece, sono compressi mediante tecniche *Inter-frame*, ovvero processati a partire da una predizione ottenuta dai frame temporalmente precedenti e/o successivi che permette di eliminare, unitamente alla ridondanza spaziale, la ridondanza temporale. La sequenza video è scomposta in *Group of pictures (GOP)* in cui si alternano, secondo un pattern predefinito, le differenti tipologie di frame, come visualizzato in Figura 1.1.

Lo scopo del presente elaborato è quello di definire un modello matematico per l'analisi della *SR ARQ* applicata alla trasmissione di contenuti video attraverso un canale wireless. Sulla base delle precedenti considerazioni, il flusso di contenuti multimediali viene modellato come una sequenza di pacchetti che vengono trasferiti dal terminale trasmettitore al terminale destinatario. Si distinguono pacchetti di una prima tipologia che, similmente ai frame di tipo *I* dello standard *MPEG*, sono autosussistenti e codificati indipendentemente dagli altri pacchetti, e pacchetti di una seconda tipologia, che, in analogia ai frame di tipo *P* e di tipo *B*, sono codificati incrementalmente a partire dai pacchetti della prima tipologia. Poiché la corretta ricezione di un pacchetto della prima tipologia è necessaria per la decodifica di un pacchetto codificato incrementalmente e corretto, lo schema *ARQ* considerato è applicato ai pacchetti in ragione della loro differenziazione.

Si assume che il controllo d'errore avvenga in corrispondenza del *Transport Layer* dello stack definito dall'*Internet Protocol Suite*, sebbene l'analisi possa essere estesa allo schema *SR ARQ* implementato ai livelli sottostanti in sistemi che effettuano ottimizzazione *cross-layer*.

Innanzitutto, l'elaborato realizza l'analisi della macchina a stati finiti che rappresenta lo stato della trasmissione dei pacchetti in sospenso inviati dal trasmettitore, ovvero quelli per i quali il trasmettitore non ha ancora ricevuto gli ACK o i NACK corrispondenti. Si determina una formula che descrive il numero degli stadi della macchina a stati finiti in funzione di parametri noti, ovvero del *round-trip-time* caratteristico del canale, del numero di pacchetti dipendenti associati a ciascun pacchetto indipendente e del numero di trasmissioni massime consentite per un pacchetto indipendente. Si procede applicando il risultato ottenuto ad un sistema di trasmissione del quale verranno espressamente calcolate alcune metriche, quali il throughput, il numero medio di trasmissioni effettuate prima di ricevere correttamente un pacchetto indipendente e la probabilità di scarto di un pacchetto indipendente. Nel capitoli conclusivi si discuteranno

i risultati ottenuti e si estrapoleranno da essi indicazioni valide per l'implementazione dello schema di controllo d'errore *SR ARQ* al variare delle caratteristiche del canale wireless e del flusso d'informazione digitale.

Capitolo 2

Stato dell'arte

Numerosi sono gli articoli dedicati all'analisi di tecniche di controllo d'errore per collegamenti wireless che impiegano modelli matematici tra loro affini per descrivere il sistema di trasmissione complessivo e che si basano su di essi per determinare alcune metriche di prestazione, quali ad esempio il throughput¹, il goodput² e il ritardo sperimentato dai pacchetti nella coda del trasmettitore. Nel presente elaborato é possibile evidenziare analogie in particolare con le trattazioni che adottano modelli markoviani per l'analisi di schemi *ARQ* o *HARQ* applicati alla trasmissione di contenuti video.

In [10] viene effettuata la descrizione di un modello markoviano volto all'analisi di uno schema *HARQ* con ritrasmissione selettiva impiegato per trasmettere contenuti video attraverso un canale wireless. Come qui indicato nel primo capitolo, la tecnica *HARQ* risulta dalla combinazione dello schema *ARQ*, denominato *plain ARQ*, e dello schema *FEC*. Uno schema di tipo *FEC* può introdurre una considerevole ridondanza e ridurre la banda disponibile mentre un approccio di tipo *ARQ* può comportare consistenti ritardi, particolarmente sgraditi nel contesto delle trasmissioni multimediali. L'approccio *HARQ* si propone di evitare tali problematiche utilizzando congiuntamente le due tecniche. Le metriche calcolate in [10] verificano che una tecnica *HARQ*, in particolare la *Type II*, a fronte di lievi ritardi aggiuntivi rispetto alla pura *FEC*, permette di ottenere più elevati throughput e goodput se la ritrasmissione avviene selettivamente per i soli pacchetti indipendenti e fissando un limite per il numero di ritrasmissioni massime consentite. Il caso preso in esame in questa tesi, adottando la terminologia di [10], si concentra su uno schema *plain ARQ* con ritrasmissioni selettive e limitate. Tuttavia la modularità dell'impostazione risulta adatta ad essere estesa all'analisi di schemi ibridi.

Come discusso nel precedente capitolo, non sempre é idoneo modellare un flusso di contenuti multimediali mediante una sequenza di pacchetti tra loro indipendenti e aventi le medesime caratteristiche. Principi di compressione diffusi, tra i quali l'*MPEG*, suddividono i frame del flusso video in categorie differenti, a ciascuna delle quali é applicato un differente criterio di codifica. É quindi necessario affiancare ai modelli che rappresentano un flusso video mediante una successione di pacchetti indipendenti, riflettendo il principio *JPEG*, modelli che effettuano una differenziazione tra i pacchetti[10].

In [10] vengono definite due tipologie di pacchetti: i pacchetti indipendenti di tipo *I*, corrispon-

¹Il termine *throughput* indica la quantità di dati trasferiti nell'unità di tempo sul canale fisico di comunicazione tra due nodi.

²Il termine *goodput* indica la quantità di dati utili trasferiti nell'unità di tempo, escludendo il contributo delle informazioni di servizio o 'overhead'.

denti ad un frame autosussistente, e i pacchetti dipendenti di tipo D , contenenti una successione di frame codificati in modo incrementale rispetto a un frame I di riferimento. Analogamente a quanto assumeremo in questa tesi, solo i pacchetti indipendenti sono suscettibili di un numero limitato di ritrasmissioni, mentre i frame errati appartenenti ad un pacchetto D vengono automaticamente scartati.

L'approccio markoviano dell'articolo si esplicita nella definizione di due catene di Markov a tempo discreto. Una di esse rappresenta lo stato del canale mentre l'altra é definita come la 'descrizione macroscopica' dello schema ARQ , rappresentativa del sistema complessivo. Sulla base delle probabilità stazionarie di tale sistema, vengono definite varie metriche.

L'elaborato presente trae importanti spunti da [7] e [10], sia relativamente alla distinzione tra pacchetti indipendenti e dipendenti che costituiscono il flusso di dati multimediali, sia relativamente alla modellizzazione markoviana del sistema, come verrà chiarito in seguito.

In [7], dove si descrive un modello markoviano per lo studio di tecniche ARQ applicate alla trasmissione di contenuti multimediali codificati in modo incrementale, viene effettuata una suddivisione dei pacchetti in due categorie, come in [10]. Tuttavia, mentre in [10] la dimensione dei pacchetti é variabile e descritta da un processo con memoria, in [7] la dimensione dei pacchetti é fissata a priori. Inoltre in [10] il modello prevede la possibilità di un'unica ritrasmissione per i pacchetti indipendenti mentre in [7] il numero di ritrasmissioni consentite é un parametro variabile. Relativamente a questi ultimi aspetti, in questa tesi consideriamo fissa la dimensione dei pacchetti e, almeno in una prima analisi, un numero massimo di trasmissioni consentite modulabile.

In [11], e analogamente in [12], viene impiegato un modello markoviano per descrivere un sistema di ritrasmissione *Selective Repeat ARQ* applicato ad una sequenza di pacchetti indistinti su un generico canale slottizzato con feedback non istantaneo e stato 'corretto' o 'scorretto'. L'obiettivo é quello di valutare la relazione sussistente tra il ritardo sperimentato dai pacchetti e il tasso d'arrivo al buffer del trasmettitore. Il ritardo complessivo é ottenuto dalla somma di due contributi: il *queueing delay*, ovvero il tempo di permanenza di un pacchetto nel buffer alla sorgente prima della prima trasmissione, e il *delivery delay*, tempo intercorrente tra la prima trasmissione e l'istante in cui il pacchetto viene prelevato dal buffer di risequenziamento al ricevitore. Viene considerato un modello bernoulliano per il processo degli arrivi dei pacchetti al trasmettitore, ovvero gli arrivi sono indipendenti identicamente distribuiti e in ciascuno slot l'arrivo di un pacchetto può verificarsi con probabilità costante, pari a λ . Tali assunzioni consentono di semplificare la trattazione senza compromettere l'accuratezza della descrizione del ritardo in funzione di differenti intensità di traffico, ciascuna rappresentata da un preciso valore di λ . In particolare λ unitario corrisponde all'assunzione di *Heavy Traffic*, che prevede che il trasmettitore abbia sempre un pacchetto da trasmettere. Si sottolinea che il modello può essere esteso per tenere in considerazione la correlazione del processo degli arrivi, come avviene, ad esempio, in [13]. In quest'ultimo articolo viene studiato l'impatto della correlazione degli arrivi, nonché degli errori introdotti dal canale, sul ritardo sperimentato dai pacchetti in uno schema ARQ. L'analisi markoviana presentata permette di effettuare le seguenti interessanti osservazioni. Il *delivery delay* non é particolarmente influenzato da λ^3 e dalla correlazione del processo degli arrivi, mentre il *queueing delay* aumenta all'aumentare dei valori di tali parametri. Il *delivery delay* inoltre diminuisce all'aumentare di λ se la correlazione del canale

³ λ in [13] identifica il tasso medio di arrivo in uno slot.

di comunicazione assume valori sufficientemente elevati. In tal caso infatti ci sono lunghe sequenze di slot nelle quali i pacchetti arrivano a destinazione senza errori e un'intera sequenza di pacchetti viene consegnata definitivamente al ricevitore senza ritrasmissioni. Si conclude che la correlazione del canale può essere utile per la riduzione del *delivery delay* e, in alcuni casi, del ritardo complessivo[13]. Il modello qui presentato adotta per semplicità di trattazione l'ipotesi di *Heavy Traffic* con arrivi indipendenti. Lo scopo che ci siamo prefissati è infatti quello di studiare l'impatto del tasso medio d'errore e della correlazione caratteristici del canale di comunicazione sulle metriche di prestazione. Non si esclude la possibilità di una futura estensione del modello che permetta di valutare l'effetto della variazione del tasso d'arrivo e della correlazione del processo degli arrivi su tali metriche.

Anche in [14] l'obiettivo è non dissimile da quello di [11], ma il modello prevede, generalizzando l'impostazione di [11], un canale descritto da una catena di Markov consistente di più stati, ciascuno associato ad una differente probabilità di errore sul pacchetto. Il canale verrà qui rappresentato da una catena di Markov consistente di due soli stati, prospettando che, qualora si debba tenere conto di una più elaborata caratterizzazione del canale, è possibile inserire nella catena un maggior numero di stati.

Altri spunti hanno avuto origine da [15], [16] e [17]. In [15] viene proposto un modello markoviano per l'analisi dello schema *SR ARQ* applicato alla trasmissione di una sequenza di pacchetti su un canale wireless descritto da una catena di Markov di due stati, 'good' e 'bad', secondo il modello di Gilbert Elliot[3] anche qui utilizzato. Viene valutato il ritardo medio dei pacchetti e la lunghezza media della coda in corrispondenza del trasmettitore e i risultati analitici vengono comprovati da alcune simulazioni. Come in [11], si assume che, considerando un asse temporale suddiviso in slot di durata pari al tempo di trasmissione di un pacchetto, il processo degli arrivi sia bernoulliano: un pacchetto può arrivare al trasmettitore all'inizio di uno slot con probabilità λ . [15] presenta dapprima un'analisi basata sulla versione ideale dello schema *ARQ*, che prevede che gli ACK e i NACK pervengano al trasmettitore non appena termina la trasmissione del pacchetto cui sono associati, e successivamente estende l'analisi al caso di *round-trip time* maggiore. L'assunzione di *ARQ* ideale risulta infatti alquanto restrittiva poiché nella maggior parte dei casi il canale di feedback è caratterizzato da un *round-trip time* maggiore del tempo di trasmissione del singolo pacchetto, come precisato anche in [16]. Lo schema *SR ARQ* qui studiato non è ideale e il *round-trip time* caratteristico del canale, sempre maggiore del tempo di trasmissione di un pacchetto, verrà definito come uno dei parametri cardini del sistema complessivo.

A differenza dei precedenti elaborati, in [15] ACK e NACK possono essere affetti da errore, ovvero non vale in [15] l'ipotesi di canale di feedback *error free*. Quest'ultima differenza si riscontra anche in [16], dove viene studiato l'effetto di ACK e NACK non sempre corretti sullo schema di trasmissione *SR ARQ*. In casi come questo, il trasmettitore inizializza un *time-out timer* non appena comincia la trasmissione di un pacchetto. Se allo scadere del *round-trip time* il corrispondente messaggio di feedback risulta non pervenuto, il trasmettitore ritrasmette il pacchetto. Si assume che il ricevitore utilizzi ACK cumulativi⁴. Il trasmettitore, anche se un *acknowledgment* per un pacchetto è andato perduto, può essere informato da un successivo messaggio di feedback che il pacchetto è stato ricevuto correttamente. Il risultato in [16] è particolarmente importante in quanto permette di valutare correttamente la configurazione di

⁴Un ACK cumulativo riconosce la corretta ricezione di più pacchetti. Si tratta di uno dei possibili accorgimenti che in generale permettono di migliorare l'efficienza di un sistema di ritrasmissione *ARQ*[3].

una comunicazione half-duplex, ove i pacchetti e gli *acknowledgment* sono inviati sullo stesso canale e sono soggetti non solo al rumore introdotto dal canale stesso ma anche alle collisioni. Inoltre in [16] il modello markoviano proposto é adattabile a scenari differenti, nei quali siano implementati schemi di tipo *FEC* o *HARQ*. Nella trattazione qui esposta il canale di feedback é assunto *error free*. Come precisato in [15], infatti, tale assunzione permette di semplificare l'analisi e ottenere risultati che ben si accordano con quelli sperimentali.

In [17] viene realizzata l'analisi dello schema *ARQ* applicato alla trasmissione di un flusso dati su un canale wireless con vincoli sul tempo di ritardo. Dapprima, assumendo valida l'ipotesi di *ARQ* ideale, come in [15], si propone un modello markoviano per il sistema complessivo, di cui vengono valutate le probabilità stazionarie. A partire da esse si determina la probabilità P che un pacchetto non venga correttamente consegnato entro D slots dal suo arrivo al buffer del trasmettitore. La medesima analisi viene effettuata in caso di feedback non istantaneo applicando lo schema *Go-Back-N*. Successivamente, si presentano i risultati di una simulazione eseguita su un sistema che consta di un trasmettitore in grado di scartare i pacchetti in coda quando il tempo di latenza in coda supera il tempo massimo di ritardo prefissato. Si evidenzia come quest'ultima opzione renda l'*ARQ* particolarmente efficiente, riducendo la probabilità P , anche in condizioni di traffico intenso. Nell'elaborato presente il vincolo sul tempo di consegna dei pacchetti al ricevitore viene soddisfatto regolando il limite massimo di ritrasmissioni consentite.

Come é emerso dagli articoli nominati, i modelli di tipo markoviano vengono ampiamente impiegati nell'analisi di schemi di trasmissione, soprattutto per la descrizione del canale di comunicazione, che viene rappresentato da una catena di Markov. É possibile riscontrare l'utilizzo delle catene di Markov per modellare in particolare il canale wireless in diverse altre trattazioni, tra le quali [18], [19] e [20]. In questa tesi si adotta un'approccio di tipo markoviano. Vengono definite una prima catena di Markov per rappresentare il canale wireless ed una seconda catena di Markov 'macroscopica' per descrivere il sistema di trasmissione complessivo. Tale approccio consente di determinare agevolmente le probabilità stazionarie del sistema, utili nel calcolo delle metriche di prestazione.

Capitolo 3

Descrizione del sistema di trasmissione

Il sistema in analisi é costituito da una coppia trasmettitore/ricevitore. Il trasmettitore invia un flusso di dati multimediali con lunghezza indefinita al ricevitore attraverso un canale rumoroso e correlato con feedback non istantaneo e statistiche note. Il flusso informativo é suddiviso in pacchetti, ciascuno dei quali rappresenta un'unit  d'informazione codificata. I pacchetti sono distinti in due tipologie, denominate A e B . Un pacchetto di tipo A rappresenta un contenuto informativo autosussistente, che pu  essere decodificato indipendentemente da altri pacchetti. Un pacchetto di tipo B , invece, rappresenta un'unit  d'informazione codificata in modo incrementale a partire da un pacchetto A . Si assume che i pacchetti A e B abbiano la medesima dimensione e che ci siano esattamente b pacchetti B codificati in modo incrementale rispetto ad uno stesso pacchetto A , $b \geq 1$. Il gruppo formato da un pacchetto A e dai corrispondenti pacchetti B , di dimensione complessivamente pari a $b + 1$, viene definito *packet-group*. I pacchetti B vengono sempre trasmessi in seguito al pacchetto di tipo A cui fanno riferimento. Quindi i pacchetti A e B si alternano all'interno del flusso di dati seguendo un preciso pattern, che consiste di un pacchetto A seguito da b pacchetti B e tale pattern é ripetuto indefinitamente. Il modello cos  definito risulta accordarsi al principio di codifica *MPEG*, che prevede la ripetizione di un pattern fisso rappresentato dal *Group of pictures*¹. Precisamente, si pu  considerare un pacchetto A come un'astrazione di un frame di tipo I e un pacchetto di tipo B come un'astrazione di una sequenza di frame P e B . Si assume in questa tesi che i pacchetti B dipendano esclusivamente da un pacchetto temporalmente precedente. La dipendenza da pacchetti temporalmente successivi, come specificato in [7], che adotta un'astrazione del tutto analoga, pu  essere introdotta rendendo il modello pi  complesso.

Il ricevitore informa il trasmettitore circa la corretta o scorretta ricezione di un pacchetto mediante l'invio rispettivo di *acknowledgment* positivi (ACK) o negativi (NACK). Il canale di feedback viene assunto *error-free* (ACK e NACK giungono sempre corretti a destinazione, assunzione lecita come viene verificato in [16]), ma non istantaneo: a partire dall'istante in cui inizia la trasmissione di un pacchetto, il corrispondente feedback giunge al trasmettitore dopo un numero di slot pari al *round-trip time*, identificato dalla variabile m . Non é restrittivo

¹Il principio di codifica *MPEG* é stato descritto nel primo capitolo di questa tesi, dove sono stati definiti il *Group of pictures* e le tipologie di pacchetti I , P e B che lo compongono.

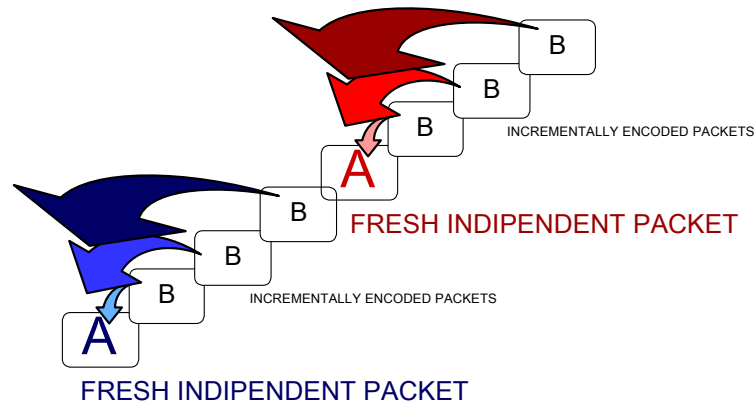


Figura 3.1: Due *packet-group* consecutivi secondo la caratterizzazione adottata in questa tesi

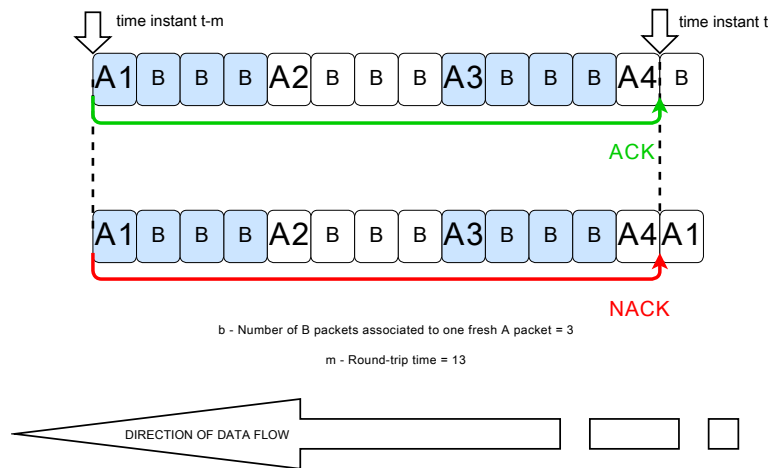


Figura 3.2: Esempio di sostituzione di un pacchetto *B* rimpiazzabile con un pacchetto *A* per il quale il trasmettitore riceve un NACK

assumere che $m = M(b + 1) + 1$ con $M \geq 1$. Se il *round-trip time* non risultasse pari ad un numero intero di slot, sarebbe comunque possibile far valere la relazione presentata scegliendo M in modo tale che m risulti il più piccolo intero maggiore del *round-trip time*.

Lo schema *SR ARQ* applicato distingue tra pacchetti *A* e *B*: i pacchetti *A* per i quali il trasmettitore riceve un NACK sono ritrasmessi, i pacchetti *B* vengono invece scartati. Di fatto, il ruolo di un pacchetto *A*, come specificato in [7], è più rilevante rispetto ai pacchetti *B*, dal momento che i pacchetti *B* corretti non hanno valore (poiché indecodificabili) in assenza del corrispondente pacchetto *A* corretto.

Dato un *packet-group*, esso inizia sempre con un nuovo pacchetto di tipo *A*, denominato *fresh*, conservando la nomenclatura impiegata in [7]. La struttura dei *packet-group* è illustrata in Figura 3.1. Se un nuovo pacchetto *A* ($k+1$)-esimo è seguito da una sequenza di b pacchetti di tipo *B* ed è in errore, allora il *packet-group* trasmesso negli slot compresi tra lo slot $(k+M)(b+1)$ e lo slot $(k+M+1)(b+1) - 1$ conterrà due pacchetti di tipo *A*. Il primo, quello *fresh*, nel primo slot, ed il secondo, quello alla sua prima ritrasmissione, nel secondo slot, in luogo del primo pacchetto *B*, che pertanto non verrà mai trasmesso. Si farà ora riferimento alle figure

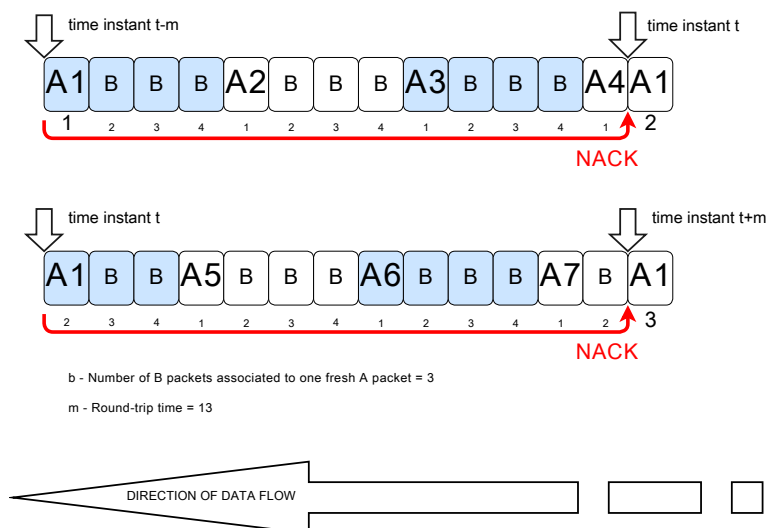


Figura 3.3: Traslazione di un pacchetto A all'interno di un *packet-group* a causa delle ritrasmissioni

per descrivere le modalità di ritrasmissione. Un pacchetto A alla sua (k) -esima ritrasmissione, ovvero alla sua $(k + 1)$ -esima trasmissione, verrà trasmesso esattamente $M(b + 1)$ slot dopo il termine della sua ultima trasmissione. Un pacchetto errato viene dunque ritrasmesso dopo M *packet-group* traslando a destra di uno slot all'interno del *packet-group*. Come specificato in [7], il numero di trasmissioni già effettuate per un pacchetto di tipo A può essere dedotto dalla posizione che esso occupa all'interno del *packet-group*. Infatti il nuovo pacchetto A , *fresh*, occupa la prima posizione. Se ritrasmesso, esso passerà alla seconda posizione (Figura 3.2). Se ritrasmesso ulteriormente, alla terza, come indicato in Figura 3.3, e così via. Il numero massimo di trasmissioni può variare tra 1 e $b + 1$. Quindi al limite un pacchetto A potrà raggiungere l'ultimo slot di un *packet-group*. I pacchetti B occuperanno gli slot non impegnati dalle ritrasmissioni. Se il numero massimo di trasmissioni, indicato dalla variabile r , è strettamente inferiore a $b + 1$, allora per ogni nuovo pacchetto A verranno trasmessi esattamente $b - r + 1$ pacchetti B .

3.1 Modello del canale

Per determinare l'esito della trasmissione di un pacchetto, il canale wireless viene rappresentato con una catena di Markov a tempo discreto. Si considera quindi un asse temporale discreto in cui la durata di uno slot coincide con il tempo di trasmissione di un pacchetto, indifferentemente A o B^2 , e al tempo di coerenza del canale, cosicché la qualità del canale risulti costante entro un time-slot e le transizioni si verifichino in corrispondenza dell'inizio di un nuovo slot. La catena è costituita da due stati, come previsto dal modello di Gilbert Elliot. Lo stato 0 è assunto *error-free*, ovvero esente da errori, e lo stato 1 è erroneo, ovvero le probabilità di errore sul pacchetto in tale stato è 1. La catena è completamente caratterizzata dalla matrice di transizione $\mathbf{P} = \{p_{ij}\}, i, j \in \{0, 1\}$ che registra le probabilità di transizione dallo stato i allo stato j . \mathbf{P} , se opportunamente inizializzata, permette di conservare le informazioni circa la correlazione del canale. Infatti la *burstiness*, da 'burst', ovvero 'raffica', che identifica il numero medio di

²I pacchetti A e B , come specificato in precedenza, hanno la medesima dimensione.

slot errati consecutivi, quantifica la correlazione del canale e risulta essere pari a $\frac{1}{p_{10}}$ mentre la probabilità di errore sul pacchetto a regime risulta essere data da $\epsilon = \frac{p_{01}}{p_{10}+p_{01}}$. La presenza di errori indipendenti e identicamente distribuiti (i.i.d), comporta la minore correlazione possibile sul canale. Se gli errori sono i.i.d si ha infatti che ϵ coincide con p_{01} e $1 - \epsilon$ coincide con p_{10} e p_{00} mentre la *burstiness* é pari a $\frac{1}{1-\epsilon}$. L'assunzione di avere due soli stati non é restrittiva, in quanto, senza significative modifiche alla procedura qui indicata, impiegando una catena di Markov con piú stati, é possibile estendere agevolmente il modello.

Poiché il tempo di trasmissione di un pacchetto coincide con la durata di uno slot, si assume che il contenuto del pacchetto che viene trasmesso in uno slot errato sia indecodificabile.

3.2 Evoluzione della trasmissione dei *pending packets*

Quando si effettua l'analisi di uno schema di ritrasmissione che prevede ritrasmissioni selettive su un canale con *round-trip time* non nullo e che é applicato in maniera distinta in base al tipo di pacchetto in errore, quale é quello in esame, risulta necessario, in ogni istante, tenera traccia dell'andamento della trasmissione di alcuni pacchetti precedentemente trasmessi, oltre che del loro tipo e del tipo di pacchetto correntemente in fase di trasmissione[21]. Come mostrato in [12] é sufficiente memorizzare i pacchetti il cui messaggio di feedback non é ancora pervenuto al trasmettitore, denominati *pending packets* (pacchetti in sospenso). Infatti, per determinare in un certo istante t quale sia il prossimo pacchetto che il trasmettitore invia, occorre avere a disposizione le informazioni circa il tipo dei pacchetti che sono stati inviati a partire dallo slot $[t-m+1, t-m+2]$, ovvero a partire dal pacchetto di cui il trasmettitore riceve l'*acknowledgment* all'inizio dello slot $[t+1, t+2]$, fino allo slot corrente e circa lo stato del canale in corrispondenza di tali slot. Gli stati del canale dovranno essere associati ordinatamente a ciascun pacchetto, cosicché sia possibile determinare se il pacchetto é arrivato a destinazione corretto o scorretto.

L'analisi potrebbe essere semplificata considerando il caso di *ARQ* ideale, nella quale gli *acknowledgment* arrivano al trasmettitore immediatamente dopo la trasmissione di un pacchetto. Si ritiene però che tale modello non fornisca sufficiente profondità per analizzare la trasmissione di contenuti multimediali[7]. Innanzitutto, viene annullata la distinzione tra la piú efficiente *SR ARQ* e altri schemi *ARQ* ed inoltre si assume che il tempo di propagazione sul canale ed il tempo di processazione al ricevitore sia trascurabile, evento raro se i pacchetti riguardano un flusso video. Particolarmente utile risulta, sulla base delle considerazioni precedenti, considerare quali siano le possibili configurazioni della trasmissione dei *pending packets* fissato un certo istante t , dove con il termine *configurazione* si denomina una specifica sequenza di tipi di *pending packets* inviati tra lo slot $[t-m+1, t-m+2]$ e lo slot $[t, t+1]$, tra i quali possono essere presenti pacchetti alla prima trasmissione o ritrasmessi. Infatti, stabilire quale sia il numero di tali configurazioni é una misura della complessità del modello analitico che può essere concepito. Ad esempio nel presente elaborato, ove il sistema macroscopico complessivo é rappresentato da una catena di Markov in cui si tiene memoria di tutti i dati elencati in precedenza, il numero di stati é linearmente dipendente dal numero delle configurazioni. Esempi di configurazioni sono stati riportati in Figura 3.4.

L'obiettivo che ci siamo prefissi é quindi quello di determinare il numero dei possibili stadi o, equivalentemente, di configurazioni, di trasmissione, ovvero delle possibili sequenze di tipi di pacchetti A e B che in un certo istante t possono essere in sospenso. A tal fine abbiamo

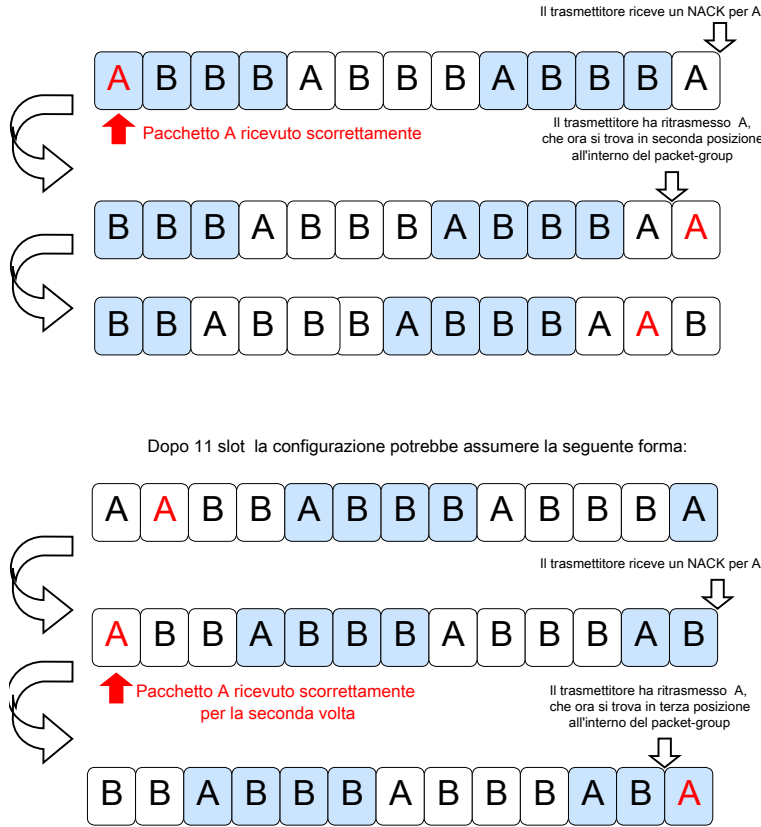


Figura 3.4: Esempio di configurazioni dei *pending packets* in un certo istante per un sistema con $M=3$, $b=3$, $m=M(b+1)+1=13$

modellato l'andamento della trasmissione *ARQ* con una macchina a stati finiti, ispirandoci all'approccio di [7], in cui ogni transizione si verifica in corrispondenza della ricezione di un messaggio di feedback. Definiremo una formula che consente di determinare il numero degli stadi della macchina in funzione di M , parametro legato al *round-trip time* m dalla relazione, precedentemente assunta, $m = M(b + 1) + 1$ con $M \geq 1$, del numero b di pacchetti B associati a ciascun pacchetto di tipo A e del numero $r \leq b + 1$ di trasmissioni massime consentite per un pacchetto A . Fissato un istante t , il sistema si troverà in uno degli stadi della macchina, ciascuno dei quali rappresenta una determinata configurazione dei *pending packets*.

3.2.1 Formula per il numero di configurazioni dei *pending packets*

Descriviamo ciascuno stadio della macchina con un vettore V di dimensione pari a $m = M(b + 1) + 1$. Ciascun elemento $V(j), 0 \leq j \leq M(b + 1)$ assume un valore che identifica univocamente il tipo del pacchetto e il numero della trasmissione cui è stato sottoposto se si tratta di un pacchetto A . Precisamente, assume valore 1 se in corrispondenza dello slot $[t - M(b + 1) + j, t - M(b + 1) + j + 1]$ è stato trasmesso un nuovo pacchetto di tipo A , ovvero un pacchetto di tipo A alla sua prima trasmissione, valore $k, 2 \leq k \leq r$ se è stato trasmesso un pacchetto A alla sua (k)-esima trasmissione, valore nullo se è stato trasmesso un pacchetto di tipo B . Le transizioni tra stadi avvengono in virtù della correttezza o scorrettezza del primo pacchetto della configurazione di *pending packets* e della sua appartenenza alla tipologia A o B . In Figura 3.5 viene riportata la macchina a stati finiti relativa ad un sistema con parametri

Parametri del processo di generazione dei pacchetti

b	Numero di pacchetti B associati ad un pacchetto A
Pacchetto 'fresh'	Pacchetto A alla sua prima trasmissione
<i>packet-group</i>	Sequenza ordinata di pacchetti costituita da un pacchetto A e dai successivi pacchetti B che sono stati codificati incrementalmente a partire da A

Parametri del canale

$P = (p_{ij})$	Matrice di transizione del canale
ε	Probabilità media d'errore in uno slot
B	<i>Burstiness</i> - Numero medio di slot erronei consecutivi
$m = M(b+1) + 1$	<i>Round-trip time</i> : tempo, misurato in numero di slot consecutivi, che intercorre tra l'inizio dell'invio di un pacchetto e l'istante in cui viene ricevuto il corrispondente messaggio di feedback (ACK o NACK) dal trasmettitore
M	Numero intero maggiore o uguale a 1

Parametri della ritrasmissione

$r \leq b+1$	Numero massimo di trasmissioni per un pacchetto A
Pacchetto <i>pending</i>	Pacchetto per il quale il trasmettitore non ha ancora ricevuto il corrispondente messaggio di acknowledgment da parte del ricevitore
V_t	Vettore rappresentativo dello stadio della catena a stati finiti all'istante t
Stadio affine	Stadio che, rispetto al vettore corrispondente ad uno stadio assunto come riferimento, mantiene inalterata la posizione degli elementi unitari all'interno del proprio vettore.

fissati. Le frecce verdi indicano la transizione che si verifica quando il trasmettitore, al termine di uno slot t , riceve un ACK per il pacchetto A trasmesso nello slot $[t - m + 1, t - m + 2]$, le frecce rosse indicano la transizione che si verifica quando viene ricevuto un NACK per il pacchetto A trasmesso nello slot $[t - m + 1, t - m + 2]$ e non è stato ancora raggiunto il limite massimo di ritrasmissione. Le frecce nere identificano le transizioni 'obbligate' che si verificano quando viene ricevuto un NACK o un ACK per un pacchetto B , che non può essere in ogni caso ritrasmesso, o un *acknowledgment* per un pacchetto A che è già stato trasmesso un numero di volte pari al numero massimo di trasmissioni r per un pacchetto A .

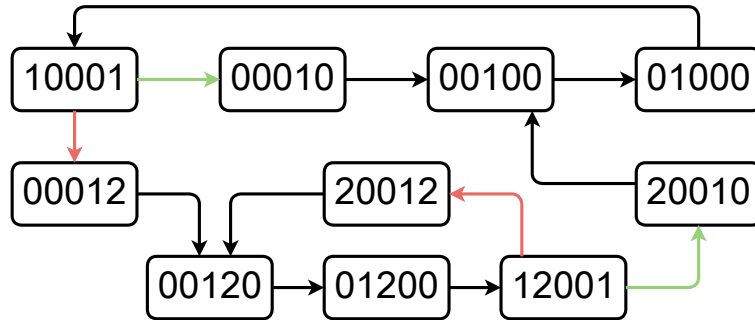


Figura 3.5: Esempio di macchina a stati finiti per $b=3$, $r=2$, $M=1$, $m=M(b+1)+1=5$, $N=10$

La formula viene dedotta a partire dall'analisi di una sequenza di transizioni che si verificano a partire da un qualsiasi istante t e da una configurazione iniziale della macchina nella quale tutti i pacchetti di tipo A presenti risultano essere alla prima trasmissione e il pacchetto trasmesso nello slot $[t - m + 1, t - m + 2]$ è di tipo A . Il vettore V iniziale contiene consecutivamente un numero di sequenze del tipo $10\dots 0$ in numero pari ad M seguite da un valore unitario, come riportato in Figura 3.6. Lo stadio iniziale corrisponde in altri termini ad un istante che precede immediatamente la ricezione del messaggio di feedback per il pacchetto $A1$ del *packet-group* trasmesso tra lo slot $t - M(b + 1)$ e lo slot $t - (M - 1)(b + 1) - 1$ mentre il pacchetto A ($A2$) del *packet-group* tra lo slot t e lo slot $t + b$ viene trasmesso. Ipotizziamo che il canale fosse 'corretto' quando il pacchetto $A1$ è stato trasmesso. Tale pacchetto non verrà ritrasmesso e in $[t + 1, t + 2]$ verrà invece trasmesso il primo pacchetto B del *packet-group* associato ad $A2$. La transizione della macchina porta pertanto nello stadio corrispondente all'istante che precede immediatamente la ricezione del messaggio di feedback per il primo pacchetto B associato al pacchetto $A1$ e alla trasmissione di un pacchetto B . Le transizioni si susseguono successivamente indipendentemente dal messaggio di feedback ricevuto. Poiché infatti i pacchetti B non vengono ritrasmessi, dal secondo stadio la macchina passa necessariamente allo stadio corrispondente alla 'pre-ricezione' del messaggio di feedback per un altro pacchetto B associato al pacchetto $A1$ e alla trasmissione di un pacchetto B . Quando la macchina si trova nello stadio associato all'istante che precede la ricezione del messaggio di feedback per l'ultimo pacchetto B del primo *packet-group* inizialmente in sospenso, la macchina transita nello stadio iniziale. La successione di stadi viene fatta concludere nello stadio che precede la transizione che porterebbe il vettore V alla configurazione iniziale. Con queste ipotesi, lo stadio successivo a quello iniziale risulta essere V' con $V'(j) = V(j+1)$, $0 \leq j \leq M(b+1) - 1$ e $V'(M(b+1)) = 0$. Gli stadi si susseguono rispettando la precedente relazione fino a quando il primo elemento del vettore V risulta corrispondere all'ultimo pacchetto B associato al pacchetto $A1$. Il numero di

stadi distinti appartenenti alla successione risulta essere pari a $b + 1$, ovvero pari al numero di traslazioni a sinistra che il vettore V iniziale può effettuare prima di tornare nella configurazione iniziale.

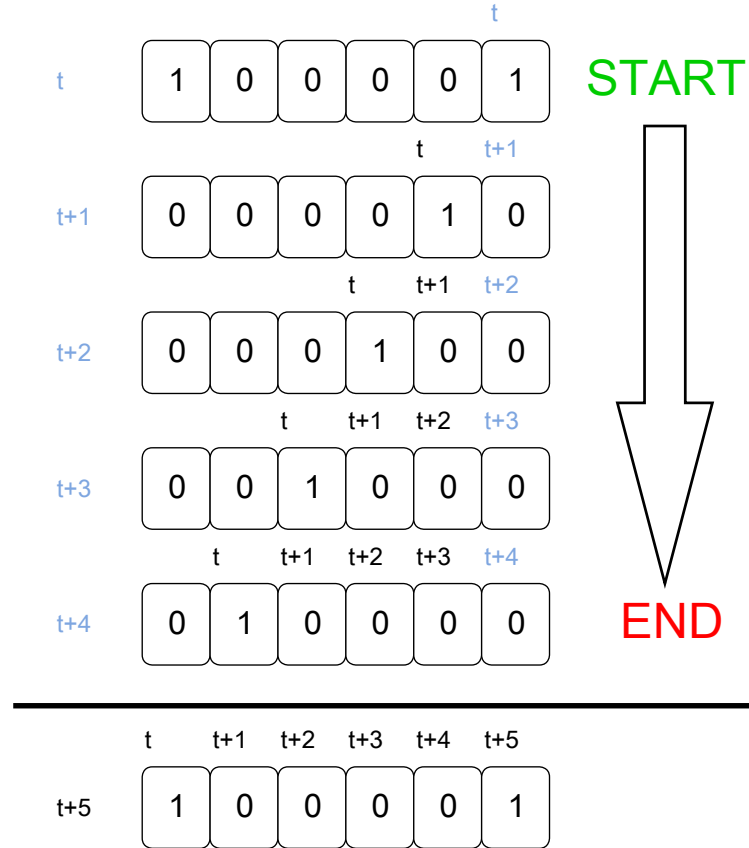


Figura 3.6: Esempio di configurazioni di una successione ideale della macchina a stati finiti per un sistema con $b=4$, $M=1$, $m=M(b+1)+1=6$.

Chiamiamo la successione di stadi 'successione ideale'. A partire da quello iniziale, gli stadi si succederebbero infatti indefinitamente nel modo precedentemente illustrato, tornando a quello iniziale e poi ritransitando al secondo della successione e via discorrendo, se il canale non fosse mai in stato cattivo.

Fissati i parametri b , r , m si deduce ora il numero di stadi nel caso più semplice, ovvero quello in cui $r = b + 1$ e $M = 1$. Si esaminerà in seguito il caso con $r < b + 1$ e $M = 1$ ed infine quello più generale in cui $r < b + 1$ e $M > 1$. Si otterrà infine una formula valida indifferentemente nei tre casi.

Poiché gli stadi della successione corrispondono ordinatamente a $b + 1$ istanti, a partire da un generico istante s fino all'istante $s + b$, definiamo $V_t, s \leq t \leq s + b$, il vettore associato all'istante t . Nel primo caso, data la configurazione del vettore $V_s, 10..01$, è evidente che l'insieme degli stadi possibili dovrà comprendere tutti gli stadi che, rispettando la struttura del primo stadio, ovvero la presenza di un 1 in prima e ultima posizione, hanno l'elemento $V(j), 1 \leq j \leq b$ con valore pari a valore $j + 1$ per qualche j , come illustrato in Figura 3.7, dove gli elementi colorati all'interno del vettore rappresentano pacchetti B che possono essere

trasmessi (e il corrispondente elemento $V(j)$ varrà 0) o essere rimpiazzati da una ritrasmissione (e il corrispondente elemento $V(j)$ assumerà valore $j + 1$). Infatti il (j) -esimo pacchetto B di un *packet-group* può essere rimpiazzato dalla ritrasmissione del pacchetto A di un precedente *packet-group*. Pertanto il numero degli stadi con elementi unitari in prima e ultima posizione sarà pari a $2^b = 2^{r-1}$, potendo ciascun elemento $V(j)$, $1 \leq j \leq b$ assumere valore nullo o $j + 1$.

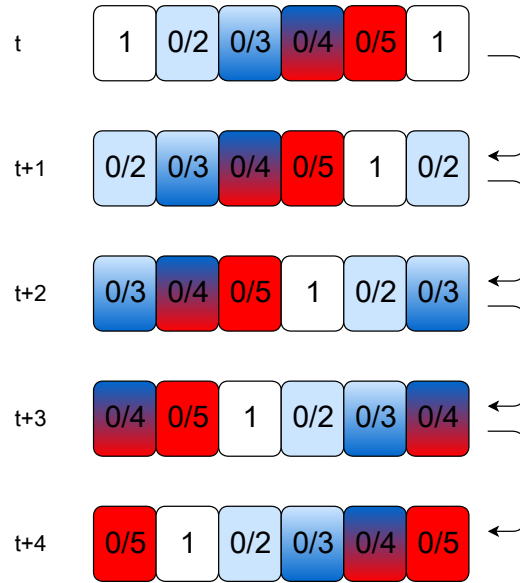


Figura 3.7: Configurazioni della macchina a stati finiti per un sistema del primo caso con $b=4$, $r=5$, $M=1$, $m=M(b+1)+1=6$

L'approccio indicato viene mantenuto per gli altri stadi. Per ciascuno stadio della successione ideale si mantiene fissa la posizione degli elementi unitari all'interno del vettore V_t e si determina il numero degli 'stadi affini' a V_t , termine con il quale denominiamo gli stadi in cui la posizione di 1 rimane invariata rispetto a V_t . In questo modo si considerano tutte le possibili configurazioni. Gli stadi della successione successivi al primo contengono un solo valore unitario, pertanto il numero di stadi rimanenti è pari a $2^{b+1}b = 2^r(r-1)$. Complessivamente si hanno $2^{r-1} + 2^r(r-1)$ stadi.

Nel secondo caso, $r < b + 1$ e $M = 1$ (Figura 3.8) si ha che per ciascun pacchetto A vengono certamente trasmessi $b - r + 1$ pacchetti B . Tali pacchetti B saranno gli ultimi del *packet-group*, dal momento che i primi $r - 1$ potranno essere sostituiti dalla ritrasmissione di un pacchetto A . Per quanto concerne la configurazione V_s , in essa sono presenti b elementi nulli, di cui soltanto i primi $r - 1$ potranno assumere negli stadi affini a V_s un valore diverso da zero. Precisamente, l'elemento in posizione (j) -esima potrà assumere valore $j + 1$ per $1 \leq j \leq r - 1$. Pertanto il numero degli stadi affini allo stadio iniziale è pari a 2^{r-1} .

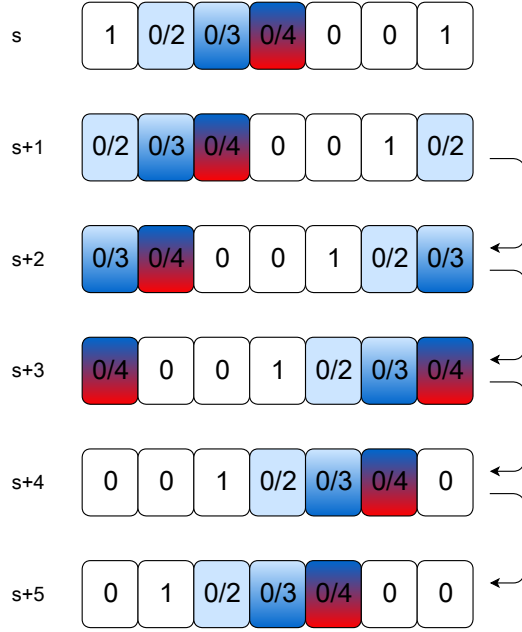


Figura 3.8: Configurazioni della macchina a stati finiti per un sistema del secondo caso con $b=5$, $r=4$, $M=1$, $m=M(b+1)+1=7$

A seguire, nella successione ideale sono presenti $r - 1$ stadi $V_{s+1}, \dots, V_{s+r-1}$ in cui il numero di elementi corrispondenti ai pacchetti B che possono assumere valore diverso dal valore nullo é pari a r . Infatti nel secondo stadio sono presenti $r - 1$ elementi associati a pacchetti B sostituibili con una ritrasmissione e appartenenti al *packet-group* del pacchetto $A1$ (primo pacchetto A in V_s) e un pacchetto B , sostituibile con una ritrasmissione, appartenente al *packet-group* successivo, ovvero al *packet-group* del pacchetto A identificato dall'elemento unitario in ultima posizione in V_s . Ad ogni transizione gli elementi associati a pacchetti B del primo *packet-group* e rimpiazzabili da una ritrasmissione diminuiscono di una unità fino ad esaurirsi mentre gli elementi associati a pacchetti B del *packet-group* successivo e rimpiazzabili da una ritrasmissione aumentano di una unità fino ad assumere valore massimo pari a $r - 1$. Lo stadio in corrispondenza del quale c'è un unico pacchetto B rimpiazzabile del primo *packet-group* e un numero pari a $r - 1$ di pacchetti B disponibili del *packet-group* successivo risulta essere l' (r) -esimo, V_{s+r-1} . La successiva transizione porta la successione ideale in uno stadio in cui esistono solo $r - 1$ elementi corrispondenti a pacchetti B rimpiazzabili da una ritrasmissione e tale numero rimane invariato fino al termine della successione, come mostrato a titolo esemplificativo in Figura 3.8. Pertanto si hanno complessivamente $2^{r-1} + (r-1)2^r + [b+1-1-(r-1)]2^{r-1} = (r-1)2^r + (b-r+2)2^{r-1}$ stadi. Si può verificare che, ponendo $r = b + 1$ e quindi $b = r - 1$, la formula coincide con quella individuata nel primo caso.

Il terzo caso, $r < b + 1$ e $M > 1$ (Figura 3.9), si deduce di conseguenza. Il vettore V_s contiene consecutivamente un numero di sequenze del tipo $10\dots 0$ in numero pari ad M seguite da un valore unitario. Il numero di stadi appartenenti al ciclo ideale coincide con $b + 1$ come nei precedenti casi. Durante le transizioni il numero di pacchetti B associati al *packet-group* (k)-esimo con $2 \leq k \leq M$ e disponibili per la trasmissione rimane inalterato. A variare é il numero di pacchetti disponibili del primo *packet-group*, che diminuiscono fino ad esaurirsi dopo r transizioni e il numero di pacchetti B del *packet-group* associato al pacchetto A individuato

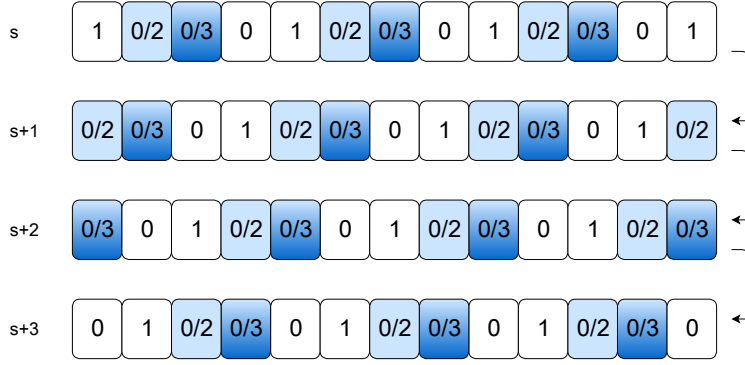


Figura 3.9: Configurazioni della macchina a stati finiti per un sistema del terzo caso con $b=3$, $r=3$, $M=3$, $m=M(b+1)+1=13$

dall'elemento unitario in ultima posizione in V_s , che inizialmente è nullo e raggiunge il valore massimo dopo la $(r - 1)$ -esima transizione. Rispetto al secondo caso, lo stadio (k) -esimo del ciclo risulta avere un numero di stadi affini pari al numero di stadi affini del (k) -esimo stadio del secondo caso ma a ciascuno è necessario associare tutte le possibili sequenze di tipi di pacchetti nei *packet-group* centrali, strettamente compresi tra il primo e l'ultimo. Pertanto il numero degli stadi è complessivamente dato da $[(r - 1)2^r + (b - r + 2)2^{r-1}](2^{r-1})^{M-1}$. Si verifica che ponendo $M = 1$ tale formula risulta valida per il primo ed il secondo caso. In forma più compatta,

$$N = (r + b)2^{M(r-1)} \quad (3.1)$$

Si riportano di seguito due grafici ed una tabella che illustrano il risultato della formula (3.1) applicata a sistemi con i parametri indicati. È possibile osservare che per valori di M ed r non superiori a 3 il numero degli stadi si mantiene entro limiti ragionevoli nell'ordine di una decina o di un centinaio. Per valori superiori domina la dipendenza esponenziale da tali parametri e il numero degli stadi della macchina a stati finiti incrementa rapidamente. Risulta inoltre che, fissati M ed r , b non influisce particolarmente sul numero degli stadi, come è possibile constatare in Figura 3.10 per $M = 1$ o in tabella per diversi valori di M . Fissati invece b ed r , è evidente dalla Figura 3.11 che il valore di M per $r > 3$ comporta, aumentando, un veloce incremento del numero degli stadi. Come riportato in [12] è possibile pensare di approssimare la dipendenza esponenziale del numero di stadi con una dipendenza lineare al fine di ridurre la complessità computazionale. Si verifica in [12] che i risultati ottenuti mediante il modello approssimato ivi adottato ben si accordano con quelli esatti.

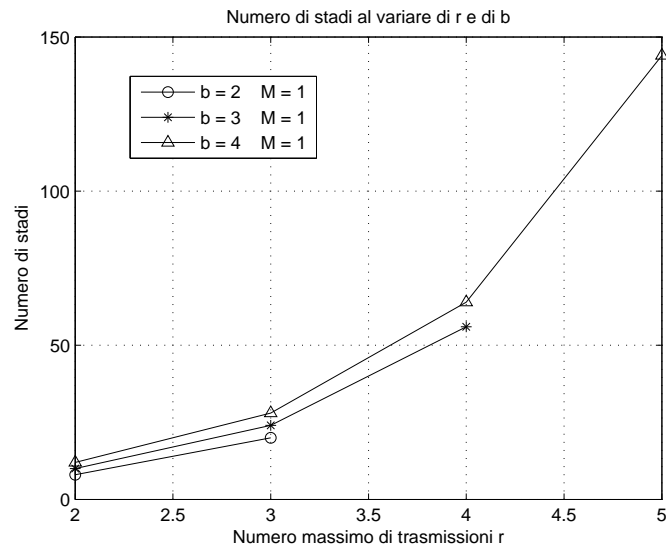


Figura 3.10: Numero degli stadi della macchina a stati finiti in funzione di r e di b per $M = 1$

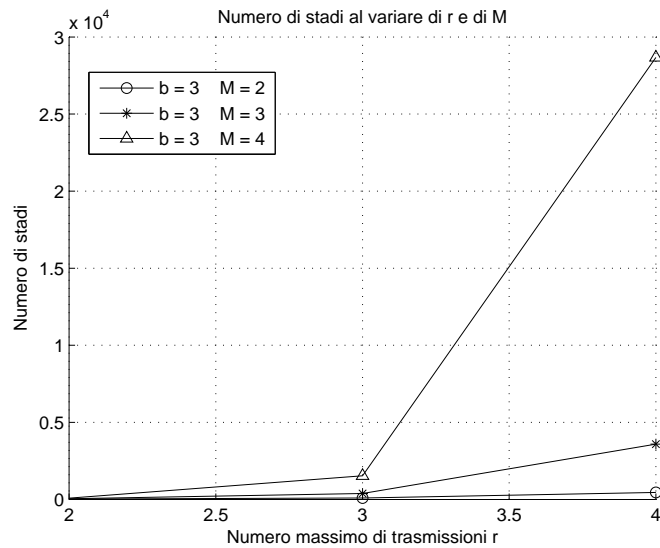


Figura 3.11: Numero degli stadi della macchina stati finiti in funzione di r e di M per $b = 3$

M	b	r	N	M	b	r	N
1	2	2	8	3	2	2	32
1	2	3	20	3	2	3	320
1	3	2	10	3	3	2	40
1	3	3	24	3	3	3	384
1	3	4	56	3	3	4	3584
1	4	2	12	3	4	2	48
1	4	3	28	3	4	3	448
1	4	4	64	3	4	4	4096
1	4	5	144	3	4	5	36864
2	2	2	16	4	2	2	64
2	2	3	80	4	2	3	1280
2	3	2	20	4	3	2	80
2	3	3	96	4	3	3	1536
2	3	4	448	4	3	4	28672
2	4	2	24	4	4	2	96
2	4	3	112	4	4	3	1792
2	4	4	512	4	4	4	32768
2	4	5	2304	4	4	5	589824

Capitolo 4

Descrizione del modello per il sistema macroscopico

Il sistema di trasmissione *SR ARQ* per la trasmissione di contenuti video attraverso un canale wireless presentato nelle precedenti sezioni può essere macroscopicamente rappresentato mediante una catena di Markov che descrive l'intero processo e che viene derivata a partire dalla catena di Markov del canale e della macchina a stati finiti descrittiva della configurazione dei pacchetti in sospeso. Denominiamo la catena macroscopica *catena ARQ*, mantenendo la denominazione di [7]. La risoluzione della catena di Markov così ottenuta conduce alla determinazione delle probabilità stazionarie del sistema complessivo, le quali vengono in seguito impiegate nella computazione di interessanti metriche prestazionali.

La presente trattazione si concentra su un sistema di trasmissione con parametri fissati. Si assume dunque nel seguito che il numero di pacchetti B associati a ciascun pacchetto A , b , sia pari a 4, cosicché la dimensione di un *packet-group* sia pari a 5, che il numero massimo di trasmissioni consentite per un pacchetto di tipo A , r , sia pari a 3, e che il *round-trip time* m , sia pari a $6 = M(b + 1) + 1, M = 1$. Mediante l'applicazione della formula (3.1) è possibile determinare immediatamente il numero di stadi della macchina a stati finiti delle configurazioni dei *pending packets*, che risulta essere pari a 28. Le scelte di valori non troppo piccoli per i parametri del sistema permette di ottenere risultati la cui validità si può estendere al caso generale.

Si assume che le transizioni della *catena ARQ* avvengano in corrispondenza dell'inizio di un nuovo time-slot. Ad ogni istante t , lo stato della *catena ARQ* viene descritto mediante un vettore $\mathbf{S}(t) = (\sigma, b_1 \dots b_{m-1}, c)$ suddiviso in tre parti, ciascuna delle quali apporta una precisa informazione. La prima, σ , rappresenta lo stadio della macchina a stati finiti dei *pending packets* all'istante di tempo t considerato. Come esplicitato, il numero di possibili valori che σ può assumere è pari a 28, da 0 a 27, ciascuno corrispondente ad un ben definito stadio della macchina. La seconda è rappresentata da un vettore \mathbf{b} di 5 elementi binari $b_j, 1 \leq j \leq m - 1$, ciascuno dei quali rappresenta con 0 ed 1 rispettivamente la correttezza o scorrettezza del pacchetto trasmesso all'istante $t - m + j$. L'ultima parte è costituita da un solo elemento ternario $c \in \{0, 1, -1\}$ che vale 0 se l'ultimo pacchetto trasmesso, ovvero il pacchetto trasmesso all'istante t , è corretto, 1 se tale pacchetto è scorretto e -1 se il canale all'istante t è cattivo e non viene trasmesso alcun pacchetto. In questa tesi si assume che il trasmettitore abbia sempre

σ	Configurazione	σ_{corretto}	σ_{errato}
0	100001	1	5
1	000010	2	2
2	000100	3	3
3	001000	4	4
4	010000	0	0
5	000012	6	6
6	000120	7	7
7	001200	8	8
8	012000	9	9
9	120001	10	11
10	200010	2	12
11	200012	6	15
12	000103	13	13
13	001030	14	14
14	010300	18	18
15	000123	16	16
16	001230	17	17
17	012300	19	19
18	103001	22	23
19	123001	20	25
20	230010	21	26
21	300100	3	3
22	030010	21	21
23	030012	24	24
24	300120	7	7
25	230012	24	27
26	300103	13	13
27	300123	16	16

Figura 4.1: Configurazioni della macchina a stati finiti per il sistema con $b = 4$, $r = 3$, $M = 1$, $m = M(b + 1) + 1 = 6$

un pacchetto da trasmettere, ovvero che la probabilità che si verifichi l'arrivo di un pacchetto in uno slot sia pari a 1. Viene fatta quindi valere l'ipotesi di *Heavy-Traffic*, riscontrabile in varie trattazioni[22]. Ne consegue che c non assumerà mai valore -1 . Tale semplificazione potrà essere in futuro rilassata considerando un tasso di arrivo variabile, come avviene in [11]. Il numero possibile di stati risulta essere dato complessivamente da $6 * 2^5 * 3 = 2688$. La descrizione dello stato della *catena ARQ* risulta in questo modo contenere tutte le informazioni necessarie per determinare lo stato nella quale la catena transita, noto lo stato corrente, così da soddisfare la proprietà di Markov[3].

4.1 Calcolo delle probabilità stazionarie

Dato un certo istante t , il valore degli elementi di σ all'istante $t+1$ è univocamente determinato da σ all'istante t e dal valore assunto dall'elemento b_1 , che segnala se è necessaria una ritrasmissione. Qualora σ sia una configurazione con un pacchetto A come primo elemento e b_1 sia uguale a 1, il pacchetto A , se non è già stato trasmesso un numero di volte pari al numero massimo r di trasmissioni consentite, dovrà essere ritrasmesso. Gli elementi b_j , $1 \leq j \leq m-1$ al tempo $t+1$ dipendono invece unicamente dai valori b_j , $2 \leq j \leq m-1$ al tempo t e da quello assunto dall'elemento c al tempo t , che effettuano semplicemente una traslazione verso sinistra. Infine il valore di c all'istante $t+1$ dipende unicamente dal valore di c all'istante t , in base alle probabilità di transizione del canale.

La matrice \mathbf{T} di transizione della *catena ARQ* viene compilata osservando che, dato un certo stato $\mathbf{S}(t) = (\sigma, b_1 \dots b_{m-1}, c)$, le possibili transizioni sono quattro e sono verso:

- $\mathbf{S}(t+1) = (\sigma_{\text{corretto}}, b_2 \dots b_{m-1} c, 0)$ con probabilità p_{c0}
- $\mathbf{S}(t+1) = (\sigma_{\text{corretto}}, b_2 \dots b_{m-1} c, 1)$ con probabilità p_{c1}
- $\mathbf{S}(t+1) = (\sigma_{\text{errato}}, b_2 \dots b_{m-1} c, 0)$ con probabilità p_{c0}
- $\mathbf{S}(t+1) = (\sigma_{\text{errato}}, b_2 \dots b_{m-1} c, 1)$ con probabilità p_{c1}

ove σ_{corretto} e σ_{errato} sono indicati per ogni σ nella tabella in Figura 4.1 e p_{c0} e p_{c1} rappresentano rispettivamente la probabilità che il canale passi dallo stato c allo stato 0 e 1, dove c , ricordiamo, può assumere solo valori in $\{0, 1\}$ per l'ipotesi di *Heavy-Traffic*. Tali probabilità sono indicate nella matrice di transizione \mathbf{P} del canale presentata nel capitolo 3.1.

La catena di Markov macroscopica è irriducibile (tutti gli stati comunicano tra loro) e ogni stato è ricorrente (la probabilità che il sistema torni in uno stato è unitaria per ogni stato). Da ciò consegue l'esistenza delle probabilità stazionarie[3], ovvero delle probabilità che il sistema si trovi in un determinato stato in un istante t , per t sufficientemente grande, quando si sono esauriti i transitori iniziali. Tali probabilità, chiamate π , sono state valutate tramite codice Matlab. Precisamente sono state valutate le possibili transizioni a partire da ogni possibile stato $\mathbf{S}(t)$ della *catena ARQ* sulla base di σ e quindi della configurazione dei *pending packets* all'istante t , di b_1 , ovvero della correttezza o scorrettezza del pacchetto per il quale il trasmettitore riceve l'*acknowledgment* al termine dello slot t , degli elementi b_j , $2 \leq j \leq m-1$ e dello stato del canale c . È stata quindi definita la matrice di transizione \mathbf{T} di dimensione $2688 * 2688$ ove ciascun elemento \mathbf{T}_{ij} , $0 \leq i, j \leq 2687$ rappresenta la probabilità di transizione dallo stato i allo stato j . \mathbf{T} ha la proprietà di essere sparsa e questo permette di risolvere con Matlab il sistema che

si ottiene imponendo che \mathbf{T} soddisfi la relazione valida per i sistemi markoviani. Deve infatti risultare che, dato il vettore $\boldsymbol{\pi} = [\pi(0), \pi(1), \dots, \pi(2687)]$ delle probabilità stazionarie,

$$\boldsymbol{\pi} \mathbf{T} = \boldsymbol{\pi} \quad (4.1)$$

Applicando l'operatore di inversione ad entrambi i membri dell'equazione si ottiene

$$\mathbf{T}^T \boldsymbol{\pi}^T = \boldsymbol{\pi}^T \quad (4.2)$$

e risolvendo il sistema composto da

$$\left(\mathbf{T}^T - \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\pi}^T = 0 \quad (4.3)$$

e

$$\sum_{k=0}^{2687} \pi(k) = 1 \quad (4.4)$$

dove (4.4) rappresenta la condizione di normalizzazione per uno spazio di probabilità, si ottiene il vettore $\boldsymbol{\pi} = [\pi(0), \pi(1), \dots, \pi(2687)]$ delle probabilità stazionarie per ogni stato k , $0 \leq k \leq 2687$.

4.2 Calcolo delle metriche

Le probabilità stazionarie calcolate nel precedente capitolo consentono di determinare alcune importanti metriche di prestazione per il sistema in esame. In questa sede abbiamo scelto di valutarne tre in particolare :

- il throughput, definito come la quantità di dati che giungono correttamente a destinazione nell'unità di tempo
- il numero medio di trasmissioni effettuate per la corretta consegna di un pacchetto di tipo A
- la probabilità di scarto per un pacchetto di tipo A

L'origine di tale scelta risiede nella natura del traffico dati considerato. Nella trasmissione di contenuti video è particolarmente importante riuscire a definire non solo il throughput ma anche stabilire se e per quante volte un pacchetto indipendente verrà ritrasmesso prima di giungere correttamente a destinazione. La sua corretta consegna ha infatti dirette conseguenze sulla qualità del video che deve essere riprodotto dal ricevitore: le ritrasmissioni determinano ritardi indesiderati nella riproduzione e lo scarto di un pacchetto A , a partire dal quale sono codificati incrementalmente tutti i pacchetti B del corrispondente *packet-group*, determina una perdita notevole di informazione che non può essere in alcun modo ripristinata.

Il calcolo delle metriche pone le sue basi sull'Arrival Theorem, che consente di considerare la probabilità stazionaria $\pi(k)$ come la probabilità che, entrando nel sistema in un certo istante t e trovandolo nello stato k , il trasmettitore abbia ultimato la trasmissione, corretta o scorretta a seconda del valore b_1 , del pacchetto che appare in prima posizione nella configurazione σ dei *pending packets* corrispondente allo stato k .

Il calcolo del throughput é stato effettuato mediante l'utilizzo di codice Matlab, sommando i contributi positivi di tutte le trasmissioni corrette dei pacchetti A e delle trasmissioni corrette

dei pacchetti B per i quali il pacchetto A di riferimento è stato consegnato con successo. Si procede selezionando tra gli stati della *catena ARQ* quelli caratterizzati da precisi valori degli elementi che costituiscono il vettore $\mathbf{S}(t)$ rappresentativo dello stato e sommando le probabilità stazionarie associate a tali stati, come chiarito nel seguito.

Considerata una delle 28 configurazioni in Figura 4.1, se il primo pacchetto è di tipo A e b_1 assume valore nullo, allora il pacchetto è stato trasmesso correttamente e il contributo al throughput è pari alla somma delle probabilità stazionarie degli stati in cui la configurazione dei *pending packets* assume quella considerata e in cui b_1 è nullo. Se invece il primo pacchetto è di tipo A e b_1 assume valore unitario, la trasmissione di A non è andata a buon fine e il contributo al throughput è nullo. Relativamente ai pacchetti B , se il primo pacchetto di una data configurazione è di tipo B e $b_1 = 1$, allora il pacchetto B è giunto errato al ricevitore e il throughput rimane invariato. Se invece $b_1 = 0$, il contributo al throughput è positivo se e solo se il pacchetto A rispetto al quale quello di tipo B è stato codificato incrementalmente è arrivato corretto a destinazione. Seguono alcuni esempi che delineano il procedimento seguito per determinare il contributo dei pacchetti di tipo B corretti.

Si consideri $\sigma = 000010$. Il primo pacchetto della configurazione risulta essere di tipo B . Se $b_1 = 1$, il contributo è nullo. Se $b_1 = 0$ è necessario valutare qual è stato l'esito della trasmissione del pacchetto A di riferimento. Si deduce osservando σ che per il pacchetto A il trasmettitore ha ricevuto un ACK, poiché altrimenti il sistema si troverebbe nella configurazione 000012. Pertanto è necessario aggiungere al throughput la probabilità stazionaria di tutti gli stati con $\sigma = 000010$ e $b_1 = 0$.

Si consideri ora $\sigma = 000012$. Il pacchetto A cui è associato il primo pacchetto è alla seconda trasmissione. Se $b_1 = 0$ e la ritrasmissione di A va a buon fine ($c = 0$), allora il contributo è positivo. Se invece $c = 1$ è necessario effettuare ulteriori considerazioni. Il pacchetto A viene trasmesso per la terza e ultima volta dopo 6 time-slot a partire da quello corrente t . Se dunque nello slot $t + 6$ $c = 1$ il contributo è nullo. Se invece $c = 0$, il contributo è positivo ed esso si ottiene, per ogni stato con $\sigma = 000012$, $b_1 = 0$ e $c = 1$, moltiplicando la probabilità stazionaria dello stato per l'elemento in seconda riga e prima colonna della matrice di transizione \mathbf{P}^6 (dove \mathbf{P} è stata presentata nel capitolo 3.1), i cui elementi p_{ij} , $i, j \in \{0, 1\}$ rappresentano la probabilità che il canale passi dallo stato i allo stato j in 6 passi (o slot).

Per $\sigma = 000120$ valgono considerazioni simili. Tuttavia è necessario osservare che in questo caso l'esito del pacchetto A è indicato da b_5 . Quindi se $b_1 = 0$ e $b_5 = 0$, il contributo è positivo, qualsiasi sia c . Se invece $b_1 = 0$ e $b_5 = 1$, il contributo al throughput sarà positivo se dopo 5 time slot la trasmissione del pacchetto A ha successo ed esso è pari alla somma delle probabilità stazionarie degli stati con $b_1 = 0$, $b_5 = 1$ e $c = 0$ moltiplicate per $\mathbf{P}^5(0,0)$ e di quelle degli stati con $b_1 = 0$, $b_5 = 1$ e $c = 1$ moltiplicate per $\mathbf{P}^5(1,0)$, dal momento che in questo caso le transizioni del canale da considerare sono due: dallo stato cattivo allo stato buono e dallo stato buono allo stato buono.

I ragionamenti esposti si applica a tutte le configurazioni, tenendo presente che la potenza della matrice \mathbf{P} da considerare di volta in volta varia al variare della posizione assunta dal pacchetto A alla seconda trasmissione all'interno della configurazione.

Il numero medio di trasmissioni è stato ottenuto, analogamente al throughput, basandosi sull'Arrival Theorem. Sono state innanzitutto determinate le seguenti probabilità condizionate, utili nella definizione della metrica in esame:

- $\pi(1|A)$, probabilità che entrando nel sistema si trovi un pacchetto A alla prima trasmissione
- $\pi(2|A)$, probabilità che entrando nel sistema si trovi un pacchetto A alla seconda trasmissione
- $\pi(3|A)$, probabilità che entrando nel sistema si trovi un pacchetto A alla terza trasmissione

Esse sono state valutate come il rapporto tra la somma delle probabilità stazionarie $\pi(k)$ degli stati della *catena ARQ* con k tale che la configurazione σ associata allo stato presenta al primo posto un pacchetto A rispettivamente alla sua prima, seconda o terza trasmissione e la somma delle $\pi(k)$ con k tale che la configurazione σ ha un pacchetto A al primo posto. Tali probabilità possono essere espresse come segue:

$$\pi(1|A) = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{p_1 + 2p_2 + 3p_3} \quad (4.5)$$

$$\pi(2|A) = \frac{p_2 + p_3}{p_1 + 2p_2 + 3p_3} \quad (4.6)$$

$$\pi(3|A) = \frac{p_3}{p_1 + 2p_2 + 3p_3} \quad (4.7)$$

dove p_1 è la probabilità che un pacchetto venga trasmesso esattamente una volta, p_2 la probabilità che un pacchetto venga trasmesso esattamente due volte ed infine p_3 la probabilità che un pacchetto A venga trasmesso esattamente tre volte. Relativamente all'equazione 4.5, al numeratore compare la probabilità di avere un pacchetto A alla prima trasmissione, che è data dalla probabilità che il pacchetto venga trasmesso esattamente una volta o esattamente due volte o esattamente tre volte perché in tutti i tre casi il pacchetto viene certamente trasmesso una prima volta. In 4.6 al numeratore viene omissa il termine p_1 dal momento che un pacchetto A può essere alla seconda trasmissione solo se viene trasmesso esattamente due o esattamente tre volte. Analogo ragionamento vale per il numeratore di 4.7. Al denominatore di 4.5, 4.6 e 4.7 compare la probabilità che il sistema trasmetta un pacchetto A . Le tre incognite p_1 , p_2 e p_3 sono state valutate risolvendo il sistema costituito dalle tre equazioni impiegando codice Matlab. Determinati i valori di tali probabilità, è stato possibile ottenere il numero medio di trasmissioni di un pacchetto A , pari a $p_1 + 2p_2 + 3p_3$.

La probabilità di scarto è stata ottenuta sommando le probabilità stazionarie degli stati con una configurazione σ che presenta un pacchetto A alla sua terza trasmissione e nei quali l'elemento b_1 è unitario. Un pacchetto A viene di fatto scartato quando la terza ed ultima trasmissione risulta fallimentare.

Capitolo 5

Analisi dei risultati

Presentiamo di seguito alcuni risultati numerici basati sull'analisi delle metriche per il sistema *SR ARQ* i cui parametri sono stati descritti nel capitolo 4. Si ha dunque che il numero di pacchetti *B* associati a ciascun pacchetto *A* è pari a 4, il numero massimo di trasmissioni consentite per un pacchetto di tipo *A* è pari a 3 e il *round-trip time* è pari a 6 time-slot. In primo luogo verranno analizzate le dipendenze del throughput, del numero medio di trasmissioni, della probabilità di scarto di un pacchetto di tipo *A* al variare di ϵ (probabilità media di errore in uno slot) per quattro distinti valori della *burstiness* *B* e in seguito si effettuerà un'analisi analoga al variare della *burstiness* per tre distinti valori di ϵ .

Sulla base delle simulazioni di trasmissione video attraverso la rete Internet presentate in [23] ed effettuate con un codec *H.263+* e degli scenari presentati in [10], si considerano ora per ϵ i valori 0.01, 0.02, 0.035, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4. La probabilità media d'errore su un pacchetto è di fatto non superiore a 0.4 nella maggioranza dei casi pratici e l'analisi per il range scelto consente di definire le caratteristiche della dipendenza delle metriche dal tasso d'errore del canale. Alla *burstiness* *B*, numero medio di time-slot errati consecutivi, vengono assegnati i valori 5, 10, 30 e il valore *i.i.d.*, corrispondente al caso di errori indipendenti identicamente distribuiti in corrispondenza a ciascun valore di ϵ e dunque dato da $\frac{1}{1-\epsilon}$. La scelta di tali valori è finalizzata ad evidenziare come variano le metriche al variare della correlazione del canale, quantificata dalla dimensione degli 'error bursts' (raffiche di errori), ovvero dalla *burstiness*, e precisamente a sottolineare cosa accade quando la *burstiness* passa dall'assumere valori pari ad un singolo time-slot (caso *i.i.d.*, correlazione nulla) ad assumere valori confrontabili con la dimensione di un *packet-group* (caso *B* = 5, 10) fino a superare significativamente quest'ultima (caso *B* = 30).

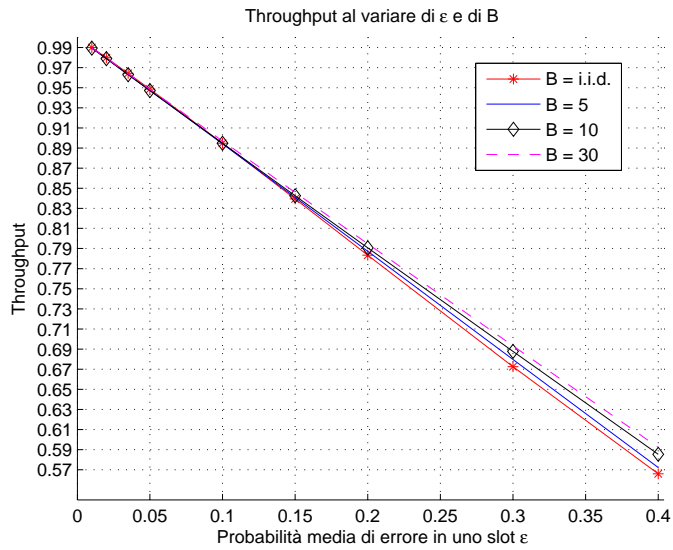


Figura 5.1: Throughput

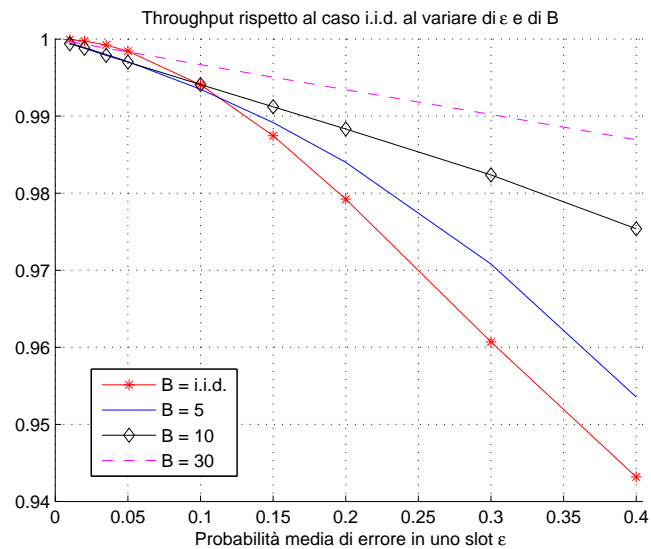


Figura 5.2: Throughput rispetto al caso i.i.d.

In riferimento alla Figura 5.1, in cui ogni curva rappresenta il throughput al variare di ϵ per un determinato valore di B, risulta innanzitutto che il throughput diminuisce all'aumentare di ϵ . L'aumento della probabilità media d'errore su un pacchetto causa di fatto una riduzione dei pacchetti corretti consegnati al ricevitore e ciò si traduce in una riduzione del throughput. Si osserva inoltre che, trascurando temporaneamente il caso i.i.d., per uno stesso valore di ϵ il throughput risulta aumentare all'aumentare della *burstiness*. In presenza di correlazione, infatti, l'asse temporale risulta suddiviso in blocchi, ciascuno dei quali può essere approssimativamente considerato corretto o erroneo. I blocchi erronei, ovvero quelli in cui il canale è nello stato cattivo, in riferimento al modello di Gilbert Elliot presentato nel capitolo 3.1, non apportano contributo al throughput, mentre quelli corretti determinano la consegna corretta di una serie

consecutiva di pacchetti e danno un contributo considerevole. Nel caso *i.i.d.* sembra che per valori di ϵ molto bassi il throughput sia maggiore rispetto ai tre casi di canale correlato. Se ϵ tuttavia aumenta, il throughput decade e le prestazioni del canale correlato, in relazione al throughput, risultano migliori. Per rendere più manifeste queste ultime proprietà della variazione del throughput rispetto a ϵ e alla *burstiness*, è stato riportato in Figura 5.2 il rapporto tra il throughput e il valore $1 - \epsilon$, pari al valore che il throughput assumerebbe nel caso *i.i.d.* senza distinzione tra pacchetti *A* e *B* e senza limite di ritrasmissione con controllo d'errore di tipo *ARQ* nella versione *SR*. Denominiamo tale rapporto 'throughput rispetto al caso *i.i.d.*'. Il grafico sottolinea che per valori di ϵ molto piccoli il throughput nel caso *i.i.d.* risulta essere superiore a quello dei casi di canale correlato mentre per valori di ϵ superiori il throughput è maggiore se il canale è correlato. Si conclude che la presenza di correlazione nel canale di comunicazione non necessariamente comporta la degradazione delle prestazioni di una trasmissione di contenuti video con ritrasmissione selettiva. Al contrario, il throughput ne beneficia se la probabilità media d'errore sul pacchetto non è troppo bassa.

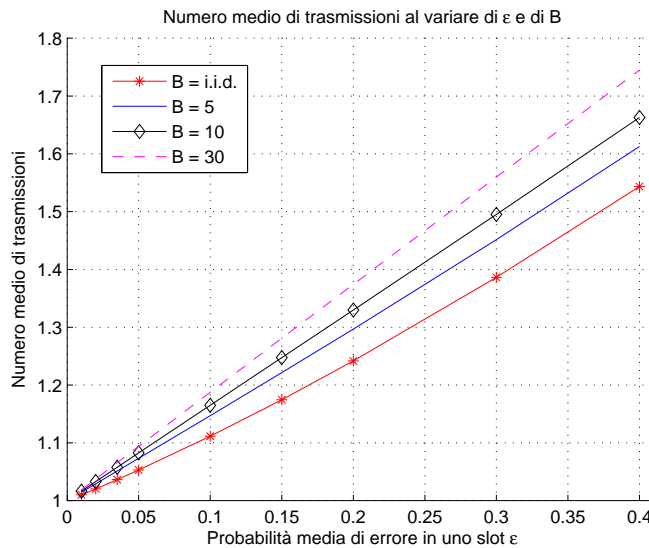


Figura 5.3: Numero medio di trasmissioni di un pacchetto di tipo *A*

La Figura 5.3 riporta il numero medio di trasmissioni di un pacchetto di tipo *A* al variare di ϵ e della *burstiness*. In accordo con il fatto che una maggiore probabilità d'errore comporta una maggiore probabilità che un pacchetto di tipo *A* non venga trasmesso correttamente e sia sottoposto a una o più ritrasmissioni, si osserva in Figura 5.3 che il numero medio di trasmissioni aumenta all'aumentare di ϵ , assumendo un andamento pressoché lineare. Il numero medio di trasmissioni assume inoltre valori maggiori in corrispondenza di *burstiness* maggiore, fissato ϵ . Quest'ultima caratteristica può essere giustificata notando che, se il canale è correlato e un pacchetto di tipo *A* giunge a destinazione erroneo, più alta è la correlazione, più alta è la probabilità che anche le ritrasmissioni abbiano esito negativo, dal momento che gli slot successivi a quello erroneo e in corrispondenza dei quali avviene la ritrasmissione saranno molto probabilmente erronei.

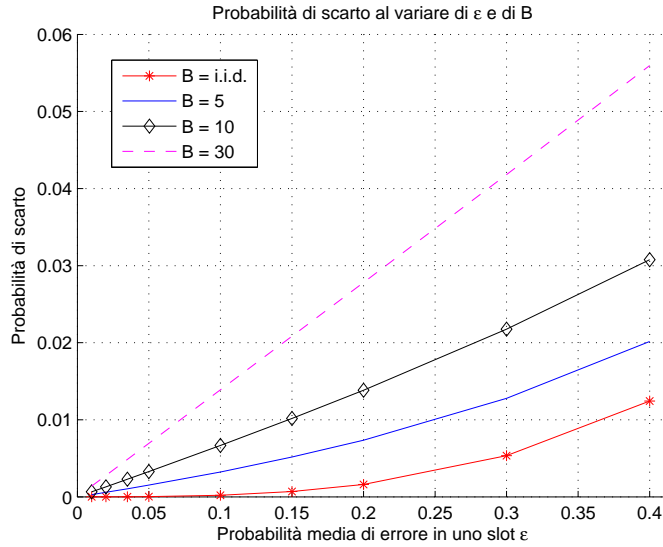


Figura 5.4: Probabilità di scarto di un pacchetto di tipo A

La Figura 5.4 riporta la probabilità di scarto di un pacchetto di tipo A. Innanzitutto si osserva che all'aumentare di ϵ la probabilità di scarto risulta aumentare, qualsiasi sia il valore della *burstiness* considerato. L'aumento di ϵ determina infatti l'aumento del numero medio di trasmissioni e l'aumento della probabilità che un pacchetto di tipo A soggetto alla terza e ultima trasmissione giunga erroneo al ricevitore. È possibile evidenziare alcune differenze nell'andamento delle curve per diversi valori della *burstiness*. Per valori di B prossimi o inferiori alla dimensione del *packet-group* (B = i.i.d., B = 5, B = 10) la probabilità di scarto aumenta lentamente all'aumentare di ϵ per piccoli valori di quest'ultima mentre aumenta più rapidamente per valori di ϵ maggiori. Per valori della correlazione molto maggiori alla dimensione del *packet-group* (B = 30) la probabilità di scarto risulta invece aumentare pressoché linearmente all'aumentare di ϵ . Come sottolineato in precedenza, una maggiore correlazione comporta un maggior numero, in media, di trasmissioni, e pertanto, a parità di ϵ , la probabilità di scarto di un pacchetto di tipo A è maggiore se la correlazione è maggiore. Si osserva infine che nei casi considerati la probabilità di scarto è estremamente ridotta e che ciò si accorda con i risultati precedenti, relativi al numero medio di trasmissioni. Essendo infatti il limite massimo di trasmissioni pari a 3 ed essendo in media le trasmissioni effettuate inferiori a 1.8, la terza trasmissione di un pacchetto A e il fallimento di quest'ultima sono eventi poco probabili.

Si analizzano in seguito le medesime metriche al variare di B per tre distinti valori di ϵ (0.1, 0.2 e 0.3). Si considerano per la *burstiness* B i valori i.i.d., 1.5, 2, 2.5, 3, 5, 7, 10, 15, 18, 25, 30 ove il primo valore, i.i.d., corrisponde al valore della correlazione nel caso di errori i.i.d., distinto per ogni ϵ e pari a $\frac{1}{1-\epsilon}$. Si è scelto di rendere più fine la grana del range di valori per la *burstiness* nell'intorno della dimensione del *packet-group* per osservare in particolare come variano le metriche in tale intorno.

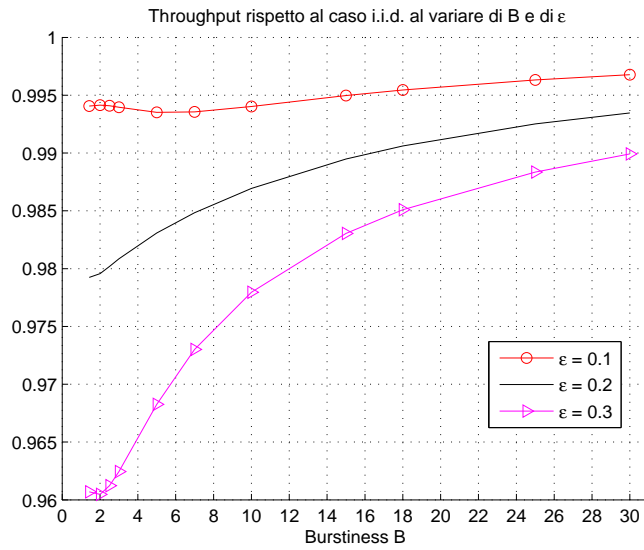


Figura 5.5: Throughput rispetto al caso i.i.d.

La Figura 5.5 riporta il throughput rispetto al caso i.i.d. In aggiunta alle valutazioni precedenti, si osserva che l'ampiezza dell'intervallo di variabilità del throughput aumenta all'aumentare di ϵ . Di fatto la curva relativa a $\epsilon = 0.1$ si mantiene nell'intorno di un valore costante. Precisamente, il throughput manifesta un'iniziale riduzione, assume i valori minimi in corrispondenza di *burstiness* confrontabile con la dimensione del *packet-group* e aumenta poi molto lentamente. Per valori di ϵ superiori il throughput assume i valori minimi per B prossimo a $B = \text{i.i.d.}$ e all'aumentare di B aumenta. Tale aumento è più rapido per valori di B inferiori a circa il doppio della dimensione del *packet-group* e rallenta per valori superiori. La Figura 5.5 suggerisce che in ciascuno dei tre casi il throughput si avvicina progressivamente ad un valore asintotico.

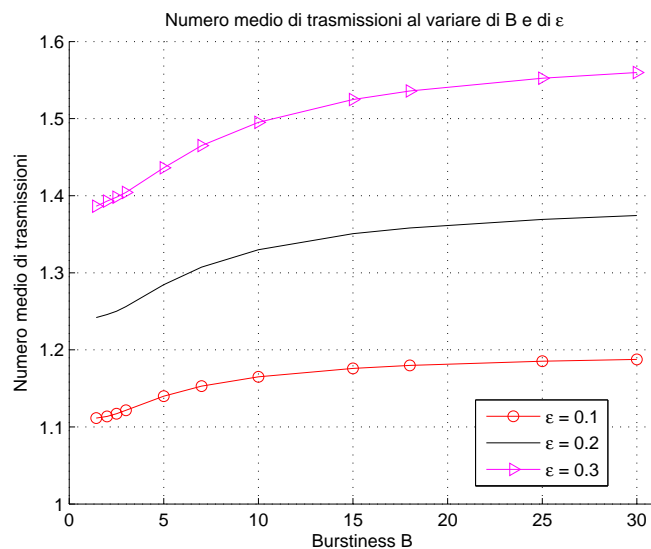


Figura 5.6: Numero medio di trasmissioni di un pacchetto di tipo A

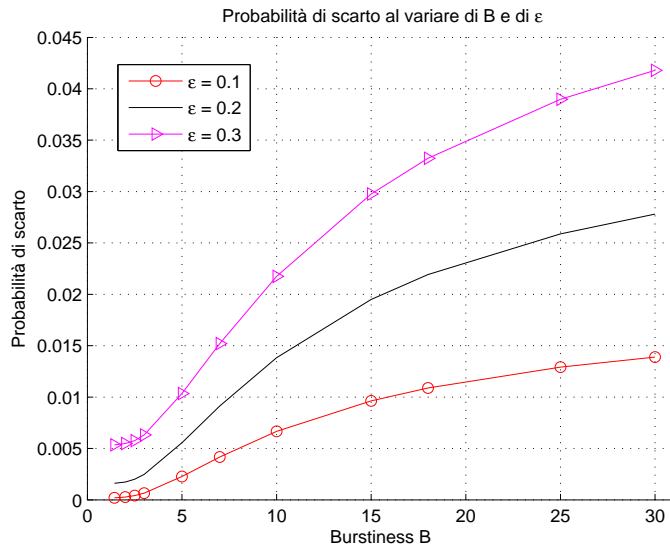


Figura 5.7: Probabilità di scarto di un pacchetto di tipo A

La Figura 5.6 e la Figura 5.7 confermano le osservazioni elencate in precedenza e relative, rispettivamente, al numero medio di trasmissioni di un pacchetto di tipo A e alla probabilità di scarto di un pacchetto A. Si nota inoltre che l'escursione del numero medio di trasmissioni e della probabilità di scarto al variare della *burstiness* è maggiore se ϵ è maggiore. Dalla Figura 5.6 si evince che per ogni valore di ϵ il numero medio di trasmissioni diviene pressoché costante per valori della *burstiness* molto grandi. La Figura 5.7 evidenzia che la probabilità di scarto si mantiene circa costante in corrispondenza di valori della *burstiness* prossimi al caso i.i.d, che essa aumenta rapidamente fino a valori della *burstiness* prossimi a circa il doppio della dimensione del *packet-group* ed che infine aumenta più lentamente per valori di B superiori.

Capitolo 6

Conclusioni

In questa tesi è stato elaborato un modello analitico di tipo markoviano finalizzato all'analisi di un sistema *SR ARQ* applicato alla trasmissione di contenuti video codificati incrementalmente e inviati su un canale radio. È stata innanzitutto evidenziata una peculiare caratteristica del traffico video con codifica incrementale, quale la differenziazione tra pacchetti indipendenti e dipendenti. In ragione di tale distinzione, il modello elaborato ha suddiviso i pacchetti costituenti il flusso informativo in due tipologie e si è basato sul criterio di ritrasmissione selettiva con numero limitato di ritrasmissioni al fine di privilegiare la corretta ricezione dei pacchetti indipendenti, il cui ruolo è predominante, senza comportare drastici aumenti del ritardo. Il modello ha poi optato per una rappresentazione dell'intero sistema con una catena di Markov macroscopica, comprensiva della catena di Markov associata al canale e della macchina a stati finiti associata allo stato della trasmissione dei *pending packets* per i quali il trasmettitore attende il corrispondente *acknowledgment*. L'obiettivo è stato quello di definire per un generico sistema *SR ARQ* il numero di configurazioni dei *pending packets*, indice della complessità del sistema, e di valutare alcune metriche di prestazione per un sistema *SR ARQ* con parametri ben determinati.

Il numero delle configurazioni dei *pending packets* è risultato dipendere linearmente dal numero b di pacchetti dipendenti associati a ciascun pacchetto di tipo indipendente e in modo esponenziale dalla costante M associata al *round-trip time* m secondo la relazione $m = M(b+1) + 1$ mentre più complessa si è manifestata la dipendenza dal numero di trasmissioni massime consentite per un pacchetto indipendente, sebbene per valori elevati di tale parametro la dipendenza sia risultata approssimativamente esponenziale.

L'analisi delle metriche ha verificato che la correlazione di un canale con tasso medio d'errore non eccessivamente ridotto ha effetti positivi sul throughput: il throughput, e con esso la velocità di trasmissione, aumenta all'aumentare della correlazione. Si è viceversa constatato che il numero medio di trasmissioni e la probabilità di scarto dei pacchetti indipendenti risultano maggiori se la correlazione è maggiore. Nel contesto della trasmissione di contenuti video le ritrasmissioni determinano ritardi particolarmente indesiderati e lo scarto di un pacchetto indipendente, a partire dal quale sono codificati incrementalmente tutti i pacchetti dipendenti del corrispondente *packet-group*, determina una perdita irreversibile di informazione, con conseguente compromissione della qualità del video riprodotto dal ricevitore. È emersa quindi la presenza di un trade-off tra rapidità di trasmissione e qualità del video riprodotto.

I risultati ottenuti potranno essere utili nel confronto di differenti tecniche di controllo

d'errore applicate alla trasmissione di contenuti video e in particolare di quelle che vengono impiegate su canali wireless, data la markovianità del modello adottato¹. Eventuali variazioni dello schema *SR ARQ* possono trovare una base di sviluppo nel modello qui presentato, essendo quest'ultimo basato su un approccio modulare e suscettibile di estensioni. Sarà possibile ad esempio determinare le metriche di prestazione per schemi *SR ARQ* con valori differenti dei parametri caratteristici del sistema² rispetto a quelli qui considerati e valutare, una volta confrontati i risultati ottenuti, quali siano le scelte ottimali in termini di throughput, numero medio di trasmissioni dei pacchetti indipendenti e probabilità di scarto dei pacchetti indipendenti. Si potranno inoltre determinare ulteriori metriche, quali ad esempio il ritardo sperimentato dai pacchetti, o, arricchendo opportunamente il modello, valutare le prestazioni di tecniche di controllo d'errore ibride (considerando innanzitutto una catena di Markov costituita da un maggior numero di stati, come indicato nel primo capitolo) in presenza di un tasso d'arrivo dei pacchetti variabile (rilassando l'ipotesi di *Heavy-Traffic* qui assunta).

¹Si è precisato in 3.1 che i modelli markoviani sono frequentemente utilizzati per rappresentare i canali di comunicazione e, tra questi, quelli wireless.

²Con *parametri caratteristici del sistema* si fa riferimento al numero di pacchetti dipendenti associati a ciascun pacchetto indipendente, al limite delle trasmissioni per un pacchetto indipendente e al *round-trip time*.

Bibliografia

- [1] *Cisco White Paper*. Disponibile online al sito www.cisco.com, 29 maggio 2013.
- [2] L. Atzori, A. Iera, G. Morabito. *The Internet of Things: A survey*. *Computer Networks: The International Journal of Computer and Telecommunications Networking*, vol 54, no. 15, pp. 2787-2805, 2010.
- [3] N. Benvenuto, M. Zorzi. *Principles of Communication Networks and Systems*. Wiley, 2011.
- [4] A. S. Tanenbaum, D. J. Wetherall. *Computer Networks*. Pearson, 2011.
- [5] S. Lin, D. J. Costello, M. J. Miller. *Automatic-Repeat-reQuest error control schemes*. *IEEE Commun. Mag.*, vol. 22, no. 12, pp. 5-17, 1984.
- [6] H. O. Burton, D. Sullivan. *Errors and error control*. *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 11, pp. 1293-1301, 1972.
- [7] L. Badia, M. Levorato, M. Zorzi. *Analysis of Selective Retransmission Techniques for Differentially Encoded Data*. *Proceedings of the IEEE ICC*, pp. 1-6, 2009.
- [8] K. Takahata, N. Uchida, N., Y. Shibata. *QoS control for real time video stream over hybrid network by wired and wireless LANs*. *Proceedings of the IEEE AINA*, pp. 45-51, 2003.
- [9] T. Sikora. *MPEG digital video-coding standards*. *IEEE Sign. Proc. Magazine*, vol. 14, no. 5, pp. 82-100, 1997.
- [10] L. Badia, N. Baldo, M. Levorato, M. Zorzi. *A Markov framework for error control techniques based on selective retransmission in video transmission over wireless channels*. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 28, no. 3, pp. 488-500, 2010.
- [11] M. Rossi, L. Badia, M. Zorzi. *SR ARQ packet delay statistics on Markov channels in the presence of variable arrival rate*. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 5, no. 7, pp. 1639-1644, 2006.

- [12] M. Rossi, L. Badia, M. Zorzi. *On the delay statistics of SR ARQ over Markov channels with finite round-trip delay*. IEEE Trans. on Wireless Communications, vol. 4, no. 4, pp. 1858-1868, 2005.
- [13] L. Badia. *On the Impact of Correlated Arrivals and Errors on ARQ Delay Terms*. IEEE Trans. on Communications, vol. 57, no. 2, pp. 334-338, 2009.
- [14] M. Rossi, L. Badia, M. Zorzi. *SR ARQ delay statistics on N-state Markov channels with non-instantaneous feedback*. IEEE Trans. on Wireless Communications, vol. 5, no. 6, pp. 1526-1536, 2006.
- [15] R. Fantacci. *Queuing Analysis of the Selective Repeat Automatic Request Protocol Wireless Packet Networks*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, vol. 45, no. 2, pp. 258-264, 1996.
- [16] L. Badia. *On the Effect of Feedback Errors in Markov Models for SR ARQ Packet Delays*. Proceedings of the IEEE GLOBECOM, pp. 1-6, 2009.
- [17] M. Zorzi, R. R. Rao. *Lateness Probability of a Retransmission Scheme for Error Control on a Two-State Markov Channel*. IEEE Trans. on Communications, vol. 47, no. 10, pp. 1537-1548, 1999.
- [18] Q. Zhang, S. A. Kassam. *Finite-state Markov model for Rayleigh fading channels*. IEEE Trans. on Communications, vol. 47, no. 11, pp. 1688-1692, 1999.
- [19] C. C. Tan, N. C. Beaulieu. *On first-order Markov modeling for the Rayleigh fading channel*. IEEE Trans. on Communications, vol. 48, no. 12, pp. 2032-2040, 2000.
- [20] L. Badia, M. Levorato, M. Zorzi. *A channel representation method for the study of hybrid retransmission-based error control*. IEEE Trans. on Communications, vol. 57, no. 7, 2009.
- [21] Z. Rosberg, M. Sidi. *Selective-Repeat ARQ: the joint distribution of the transmitter and the receiver resequencing buffer occupancies*. IEEE Trans. on Communications, vol. 38, no. 9, pp. 1430-1438, 1990.
- [22] J. G. Kim, M. M. Krunz. *Delay analysis of selective repeat ARQ for a Markovian source over a wireless channel*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, vol. 49, no. 5, pp. 1968-1981, 2000.
- [23] F. Zhai, Y. Eisenberg, T. N. Pappas, R. Berry, A. K. Katsaggelos. *Rate-distortion optimized hybrid error control for real-time packetized video transmission*. Proceedings of the IEEE, vol. 3, pp. 20-24, 2004.