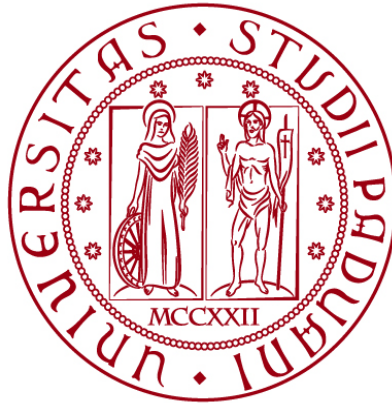


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE

Corso di laurea in Ingegneria Civile - Strutture

INTERVENTI DI RINFORZO PER PONTI

AD ARCO IN MURTATURA

Relatore: Prof. Ing. Pellegrino Carlo

Correlatore: Prof. Ing. Zampieri Paolo

Laureando:

Bonato Massimo

ANNO ACCADEMICO 2021 – 2022





<b>ABSTRACT</b> .....	<b>8</b>
<b>INTRODUZIONE</b> .....	<b>10</b>
<b>1. NORMATIVE DI RIFERIMENTO</b> .....	<b>12</b>
<b>2. LA MURATURA</b> .....	<b>14</b>
2.1 EVOLUZIONE STORICA DEL MATERIALE .....	14
2.2 LA MURATURA A SECCO .....	15
2.3 IL LEGANTE .....	16
2.3.1. <i>Classificazione delle malte</i> .....	17
2.4 LA MURATURA IN PIETRE NATURALI .....	18
2.5 LA MURATURA IN PIETRE ARTIFICIALI .....	18
2.6 CARATTERISTICHE MECCANICHE .....	19
2.6.1 <i>Eterogeneità</i> .....	20
2.6.2 <i>L'anisotropia</i> .....	21
2.6.3 <i>L'asimmetria</i> .....	21
2.6.4 <i>La non linearità</i> .....	21
2.6.5 <i>Compressione monoassiale</i> .....	22
2.6.6 <i>Trazione monoassiale</i> .....	23
<b>3. I PONTI AD ARCO IN MURATURA</b> .....	<b>26</b>
3.1 L'ARCATA .....	28
3.2 LE SPALLE .....	30
3.3 LE PILE .....	30
3.4 RINFIANCO, CAPP A E RIEMPIMENTO .....	31
3.5 I TIMPANI .....	32
3.6 I MURI D'ALA .....	32
3.7 LE FONDAZIONI .....	32
<b>4. I RINFORZI IN FRCM</b> .....	<b>34</b>
4.1 I MATERIALI .....	34
4.2 CARATTERISTICHE MECCANICHE .....	36
<b>5. DESCRIZIONE DELLE PROVE</b> .....	<b>38</b>
<b>6. I MODELLI</b> .....	<b>44</b>
6.1 MODELLO U1: ARCO NON RINFORZATO .....	44
6.1.1 <i>Modello U1</i> .....	44
6.1.2 <i>Modello U1: resistenza residua</i> .....	49

6.1.3 Modello U1: rinfianco elastico .....	51
6.2 MODELLO S1: ARCO RINFORZATO CON FRCM .....	53
6.3 L'ANALISI STATICA NON LINEARE.....	55
<b>7. ANALISI DEI RISULTATI .....</b>	<b>58</b>
7.1 ANALISI DEI RISULTATI ARCO NON RINFORZATO U1 .....	58
7.2 ANALISI DELLA RESISTENZA RESIDUA DEL MODELLO U1 .....	62
7.3 ANALISI DEL MODELLO CON RINFIANCO ELASTICO DEL MODELLO U1.....	63
7.4 ANALISI DEI RISULTATI ARCO RINFORZATO S1.....	67
7.5 ANALISI DEL MODELLO CON RINFIANCO ELASTICO .....	70
7.6 ANALISI DEI MODELLI DUTTILI .....	72
<b>8. CONCLUSIONI .....</b>	<b>74</b>
<b>INDICE DELLE FIGURE .....</b>	<b>76</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>80</b>





# Abstract

L'obiettivo della tesi è quello di analizzare il comportamento a rottura di archi in muratura, rinforzati con FRCM (*Fiber Reinforced Cementitious Matrix*) e non, utilizzando la modellazione 2D e l'analisi statica non lineare, in particolare tramite l'uso del software Straus7.

I campioni oggetto di studio sono due: un arco a tutto sesto non rinforzato, e un altro rinforzato con la fibra. I mattoni pieni e i rinfianchi che compongono gli archi sono stati modellati tramite *rigid links*. Per quanto riguarda i giunti di malta invece, sono stati predisposti degli elementi bidimensionali (*beam* e *truss*) in direzione assiale e tangenziale, in modo da riprodurre il comportamento del materiale in entrambe le direzioni. Sono stati predisposti inoltre dei modelli per valutare la resistenza residua dell'arco dopo la formazione delle cerniere plastiche. Tramite delle analisi statiche non lineari (*Pushover*) si ricavano le curve di capacità forza-spostamento.

I risultati ottenuti da prove sperimentali di laboratorio sui suddetti campioni, che sono stati portati a rottura tramite l'applicazione di un carico ciclico eccentrico in controllo di spostamento, sono stati dapprima elaborati e successivamente confrontati con quelli numerici ottenuti dai modelli.

In conclusione, si afferma che il comportamento a rottura dei modelli numerici corrisponde, in buona approssimazione, a quello dei provini sottoposti alle prove sperimentali di laboratorio a conferma della tesi.





# Introduzione

Pur avendo abbandonato da molto tempo la costruzione di ponti ad arco in muratura, questi sono molto diffusi nella rete infrastrutturale italiana. La loro costruzione è avvenuta per lo più durante il XIX secolo e tuttora svolgono a pieno regime la propria attività, con una certa importanza per il sistema ferroviario nazionale. La fiducia nei nuovi materiali, quali il calcestruzzo e l'acciaio, ha fatto sì che si abbandonasse questa particolare tecnica costruttiva e con essa le conoscenze relative.

Con l'avvento delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni del 2018 però si è presentata la necessità di valutare la vulnerabilità sismica delle costruzioni esistenti per poi procedere con il loro adeguamento alla normativa vigente. La problematica legata a questa tipologia costruttiva sta nel semplice fatto che essendo stati costruiti così addietro nel tempo, non è immaginabile che possano tenere conto dell'aumento dei volumi di traffico, delle dimensioni dei treni e delle velocità stesse di questi, avvenuto nel corso di oltre un secolo. D'altro canto, non si poteva nemmeno tenere in considerazione l'evoluzione delle misure antisismiche e la loro progressiva severità per quanto riguarda la realizzazione di ponti ad arco in muratura.

Una grande parte dei ponti ad arco in muratura presenti sul territorio ha un'età compresa tra i 100 e i 150 anni e presenta prestazioni insufficienti che comportano la necessità di interventi di rinforzo e riparazione. Questa problematica viene messa maggiormente in luce se si pensa al numero di ponti in muratura appartenenti alla Rete Ferroviaria Italiana, che supera le 12 000 unità.

La tesi in esame andrà a trattare la modellazione di due archi in muratura forniti appunto dalle Ferrovie dello Stato. A partire dalle prove sperimentali svolte in laboratorio, si confronterà il comportamento a rottura del caso rinforzato con FRCC e di quello non rinforzato, con quello ricavato dai modelli agli elementi finiti (FEM), attraverso delle analisi statiche non lineari (*Pushover*).



# 1. NORMATIVE DI RIFERIMENTO

Vengono riportate le leggi di riferimento per l'analisi di ponti ad arco in muratura:

- D.M. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 17.01.18: *Aggiornamento delle "Norme tecniche per le Costruzioni"*
- Circolare n. 7 del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 21.01.19 approvata dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici:  
Istruzioni per l'applicazione dell'Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018
- DT 215/2018 del Consiglio Nazionale delle Ricerche: *"Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati a matrice inorganica"*



## 2. LA MURATURA

Il materiale muratura è di tipo eterogeneo, infatti è costituito da più di un materiale da costruzione: un elemento resistente, ovvero il blocco, che può essere di pietra, di calcestruzzo, o in laterizio per esempio, e un elemento legante, che può essere di varia natura.

I materiali scelti, la qualità della malta e la loro messa in opera, come verrà analizzato nel corso della seguente tesi, possono influire notevolmente sul comportamento e la durabilità delle opere con essi realizzate.

Per questo stesso motivo la conoscenza e l'analisi della muratura è tutt'oggi un argomento di notevole interesse e complessità, a maggior ragione per il fatto che, come già detto, il patrimonio storico nazionale, sia per quanto riguarda i monumenti sia per le costruzioni ad uso civile, è composto in grande parte da costruzioni in muratura di pietra o mattoni.

Dopo un primo accenno sullo sviluppo che ha subito la tecnica costruttiva delle strutture in muratura si passerà ad analizzare gli aspetti di importanza più ingegneristica.

### 2.1 Evoluzione storica del materiale

Una costruzione in muratura è considerata come un assemblaggio di elementi lapidei e/o in laterizio tale da formare un elemento con un certo grado di stabilità. Si può quindi collocare l'avvento della muratura nella storia dell'umanità contemporaneamente all'arrivo delle grandi civiltà storiche urbane, che iniziarono a sostituire con la pietra materiali più semplici come il legno, la paglia o le pelli, rendendo possibile la creazione di edifici più solidi e duraturi nel tempo. Così nasce, e ben presto si diffonde la muratura "a secco", per via della facilità di messa in opera e dell'impiego di materiali facilmente reperibili.

Per quanto concerne gli elementi resistenti, si costruivano muri con elementi informi e irregolari per mancanza di strumenti atti a rompere e modellare la roccia. Con l'avanzare della tecnologia si fabbricavano elementi via via sempre più regolari e di grandi dimensioni. Mentre nelle zone in cui la materia prima mancava, per esempio in Egitto e in Mesopotamia grazie ai sumeri, con l'avvento dell'VIII millennio a. C., si iniziano a produrre mattoni di dimensioni più modeste, crudi, essiccati al sole e addirittura rinforzati con la paglia per evitare il ritiro. Un'altra terra in cui si ha evidenza di ciò è la Giordania, a Gerico; infatti, una carenza che presentavano i mattoni crudi era la bassa resistenza all'umido nei climi freddi, dove si prediligevano mattoni cotti o le pietre più resistenti e le zone sopracitate sono tutte zone calde del globo terrestre.

Solamente nel IV secolo a.C. invece si presenta la calce come materiale legante, che rivoluzionò in poco tempo l'edilizia urbana, dato il notevole incremento di qualità in termini di stabilità e durabilità.

In epoca bizantina vengono introdotti i mattoni forati, in modo da alleggerire la struttura ed è solo con l'arrivo dell'800 che iniziano le sperimentazioni sulle calce e sui leganti, che continuano tutt'oggi per via della già citata complessità dello studio riguardante l'interazione tra i due componenti principali della muratura.

## 2.2 La muratura a secco

Come già accennato, l'impossibilità di modellare le rocce nell'antichità, rese necessario l'utilizzo esclusivo di elementi grandi e più regolari possibile, in modo da garantire un minimo grado di solidità degli elementi lapidei sovrapposti l'un l'altro, che si staccavano per via degli agenti atmosferici dagli ammassi montuosi. Essendo l'attrito e l'equilibrio statico gli unici fattori in grado di assicurare la stabilità, questa era tanto maggiore quanto maggiore fosse l'area di contatto.

Con l'avvento e lo sviluppo dei primi attrezzi si iniziò a modellare l'elemento lapideo, prediligendo superfici piane e il più possibile orizzontali. Divenne così automatico

prediligere la forma del parallelepipedo, che favoriva la trasmissione delle forze gravitazionali e il contatto tra elementi costruttivi.

Nelle zone in cui la materia prima scarseggiava o era di forma irregolare, si rese necessario l'utilizzo di qualche forma di legante che potesse tenere uniti i costituenti. Si arriva così all'abbandono della muratura "a secco" e alla nascita dei materiali cementanti.

## 2.3 Il legante

Con l'introduzione dei leganti, le dimensioni delle strutture raggiungono livelli che prima erano impossibili altrimenti. La coesione fornita dall'elemento cementante agli elementi lapidei rese fattibile l'esecuzione di opere più grandi e più stabili allo stesso tempo, rispetto alla tecnologia della muratura a secco.

I materiali che andavano a costituire il legante furono vari e la loro scelta ovviamente era dettata dalle caratteristiche e dalla composizione del territorio. Naturalmente si iniziò dal semplice fango, per poi passare alle prime forme di argilla, fino ad utilizzare il bitume in aree ricche di giacimenti petroliferi come la Mesopotamia, l'odierno Iraq, oppure malte di gesso usate in Grecia dalla civiltà ellenistica.





*Figura 2.1 – Il più antico arco in muratura presso la Ziqqurat di Ur*

Queste malte primitive però perdevano di efficacia con l'umidità e furono i Romani per primi ad introdurre e codificare le malte di calce, per via della grande disponibilità nella area dell'odierna Campania. Fu così che le dimensioni dei blocchi poterono diminuire notevolmente grazie ad una malta molto più performante, arrivando così, già nei primi secoli a.C. ad un materiale vicino alle tecniche dei giorni nostri, capace di dare più libertà costruttiva. Inoltre, i Romani riuscirono a far fronte al ritiro che subivano le malte, introducendo nel legante gli inerti come la sabbia o la pozzolana, dando vita a pannelli murari in grado di resistere all'umidità e di durare per i secoli a venire.

### 2.3.1. Classificazione delle malte

Al giorno d'oggi le malte sono formate da cemento e/o calce come legante, acqua, inerti ed eventuali additivi. Questa miscela garantisce che l'impasto sia lavorabile prima della sua presa e indurimento e che si riescano a raggiungere spessori inferiori ad un centimetro tra i blocchi. La funzione primaria dei giunti di malta non è tanto quella di collegare i mattoni l'un l'altro, quanto piuttosto distribuire i carichi gravitazionali.

Esistono differenti tipologie di malte nel mercato e si distinguono a seconda delle caratteristiche dei componenti dalle quali sono formate. Le tipologie conosciute sono:

- malte aeree: composte da gesso o calce aeree con aggiunta di sabbia e acqua

- malte idrauliche: con calci idrauliche o agglomerati cementizi più sabbia e acqua
- malte cementizie: cementi con aggiunta di sabbia e acqua
- malte composte: anche dette bastarde, prevedono l'unione di due o più leganti contemporaneamente in aggiunta ad acqua e sabbia
- malte additivate: comprendono tutte le malte precedentemente nominate miscelate con plastificante, impermeabilizzante, acceleratore o ritardatore di presa, espandente, antigelo...
- malte pronte: malte di uso comune, con miscela secca confezionata.

## 2.4 La muratura in pietre naturali

Come già accennato, la muratura in pietre naturali è stata l'antenata della muratura che oggi conosciamo. La mancanza di sviluppo tecnologico, rendeva impossibile modellare la roccia, che doveva essere utilizzata nella forma in cui si presentava dopo essersi staccata per l'azione degli agenti atmosferici. Per mettere in atto questa tecnologia si usano blocchi non friabili e resistenti al gelo, che non contengano sostanze solubili o residui organici e non devono avere parti che possano essere removibili.

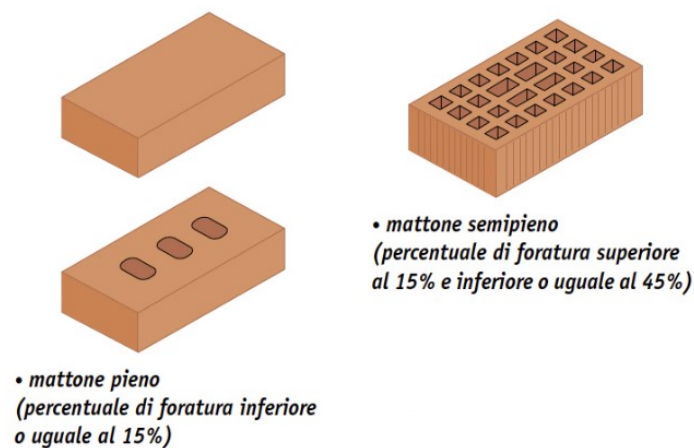
La densità del materiale ne determina la resistenza meccanica, il comportamento termico e la durevolezza. Per essere utilizzabile la roccia naturale deve essere segabile, caratteristica tipica delle pietre tenere, e lucidabile. La gelività invece corrisponde alla tendenza a fratturarsi per azione del gelo e aumenta con l'aumentare della porosità e quindi con l'indice dei vuoti.

## 2.5 La muratura in pietre artificiali

Le pietre artificiali sono nate nelle zone dove la presenza di roccia era minore. Si iniziarono a modellare dei materiali argillosi finché si trovavano allo stato plastico, per poi farli essiccare all'aria e dargli la forma desiderata. Durante il processo di essiccazione

i blocchi presentavano delle crepe; divenne così necessario inserire al loro interno della paglia con lo scopo di conferirgli resistenza a trazione. In poche parole, era stato inventato un tipo di rinforzo, antenato di quello che oggi conosciamo.

Un altro inerte impiegato era la sabbia, che aggiunto alla miscela diede vita alla terracotta, che, come dice il nome, veniva cucinata ad altissime temperature. Quindi l'uso della paglia non era più possibile, perché altrimenti sarebbe stata bruciata in fase di cottura. Questa fase era molto costosa ed è per questo che la terracotta venne impiegata solo per gli edifici strategici.



*Figura 2.2 – Tipologie di mattoni*

Al giorno d'oggi i mattoni cotti vengono chiamati più comunemente laterizio e possono essere pieni, utilizzati sempre per archi e ponti, ma anche forati per l'edilizia urbana. La forma generalmente è quella del parallelepipedo, in modo che si possa mettere in opera la parete muraria procedendo per livelli di spessore regolare uniti tra loro per effetto del legante.

## 2.6 Caratteristiche meccaniche

In questo paragrafo ci si propone di esporre le caratteristiche principali della muratura dal punto di vista meccanico. Queste sono:

- l'eterogeneità tra materiali e all'interno della matrice
- l'anisotropia
- l'asimmetria rispetto alle sollecitazioni opposte, ossia trazione e compressione
- la non linearità del legame sforzo-deformazione

Si descrivono nel seguito queste 4 caratteristiche una ad una.

### 2.6.1 Eterogeneità

La muratura all'interno della seguente trattazione è stata inizialmente definita come assemblaggio di più materiali, che siano essi pietre o mattoni, attraverso l'uso dei leganti. La muratura non è un materiale uniforme o omogeneo, ma è l'unione dei due materiali resistenti, che normalmente hanno proprietà meccaniche molto diverse tra loro. Anche se si conoscessero alla perfezione le caratteristiche dei due costituenti presi singolarmente, il comportamento dell'accoppiamento dei due non sarebbe di così facile comprensione, perché solitamente è l'interfaccia tra i due materiali a condizionarlo.

Inoltre, al presentarsi di certi processi chimico-fisici si possono avere proprietà meccaniche non riconducibili ai singoli elementi.

La definizione dal punto di vista meccanico e matematico di un continuo omogeneo e della relazione fra grandezze macroscopiche e locali non è un problema di facile risoluzione. Molti studi nel decennio passato hanno cercato di affrontare il problema applicando alla muratura le tecniche per lo studio dei materiali compositi.

La definizione di un materiale omogeneo è sensata se le eterogeneità sono di dimensioni piccole rispetto al materiale globale. Nella muratura ciò non accade e soprattutto non è chiaro quale dei due componenti sia da determinarsi come eterogeneità.

Il comportamento monoassiale di un prisma in muratura è intermedio rispetto a quello del mattone singolo e quello della malta. Questo è dovuto alla coazione che si crea tra i due elementi nell'interfaccia.

### 2.6.2 L'anisotropia

L'anisotropia è data dalla direzionalità intrinseca della muratura, dovuta alla forma degli elementi resistenti ed alla loro disposizione, oltre alla presenza di fori o imperfezioni e alla loro direzione principale.

Le murature moderne sono costruite disponendo i mattoni su letti di malta orizzontali continui, mentre quelli verticali si presentano sfasati in modo da legare meglio il materiale.

Per quanto riguarda i modelli agli elementi finiti che verranno presentati successivamente l'anisotropia è stata introdotta differenziando per i giunti di malta gli elementi in direzione assiale e quelli in direzione tangenziale, con caratteristiche differenti per le due tipologie.

### 2.6.3 L'asimmetria

L'asimmetria di comportamento meccanico si ha per il fatto che sia gli elementi presi singolarmente che l'interfaccia tra essi, hanno comportamenti differenti rispetto a sforzi di trazione o di compressione. Inoltre, l'interfaccia presenta una resistenza a trazione minore dei componenti disaccoppiati è per questo che spesso volte la muratura viene modellata come elemento non reagente a trazione. Nei modelli oggetto della tesi in esame è stata assegnata ai giunti di malta una resistenza a trazione pari a 0,25 MPa.

### 2.6.4 La non linearità

Tale caratteristica è fortemente legata alle precedenti descritte e definisce il comportamento del materiale sotto sollecitazioni, anche combinate di tagli, trazioni o

compressioni. Le analisi che verranno condotte dal software tengono conto della non linearità di materiale oltre che a quella geometrica.

### 2.6.5 Compressione monoassiale

Si ipotizzi di eseguire una prova di compressione monoassiale su un provino di muratura di forma prismatica. Riferendosi all'area lorda del provino la tensione media è pari a  $\sigma=N/a$ , mentre la deformazione media è data da  $\epsilon=\Delta h/h_0$ , riferita alla direzione parallela a quella di carico. Inserendo i valori in un grafico sforzo deformazione si ottiene una curva intermedia rispetto a quelle della malta e del blocco singolo.

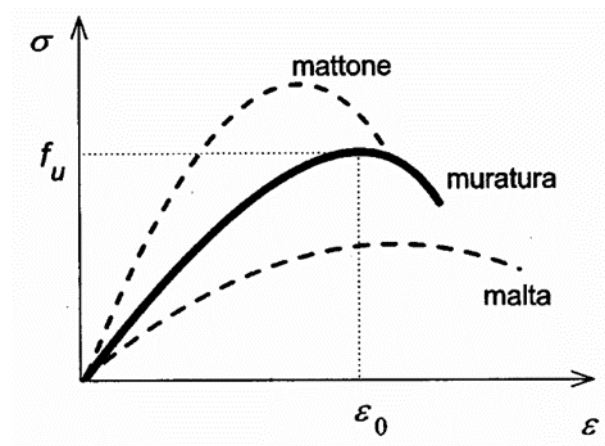


Figura 2.3 – Comportamento monoassiale muratura e suoi componenti

Il comportamento a compressione è generalmente determinato da:

- le caratteristiche e la resistenza degli elementi resistenti
- le caratteristiche e la resistenza della malta
- lo spessore dei giunti
- la capacità di assorbimento dell'umidità dei blocchi
- la capacità di ritenzione dell'acqua della malta
- le caratteristiche geometriche degli elementi

La rottura per compressione si presenta sotto forma di fessure verticali, parallele alla direzione di applicazione del carico e che solitamente seguono i giunti di malta. Questo per i motivi già esposti precedentemente sull'eterogeneità del materiale. Si genera inoltre trazione in direzione ortogonale.

Al crescere del carico la malta viene a trovarsi in uno stato di compressione triassiale, causata dal contenimento dato dagli elementi resistenti. Questo spiegherebbe il perché la muratura riesca a resistere maggiormente a compressione rispetto alla malta presa singolarmente.

È stato verificato che aumentando lo spessore dei giunti di malta, la resistenza a compressione del provino di muratura diminuisce fortemente, mantenendo costanti le altre proprietà meccaniche e le caratteristiche geometriche. Per questo è importante che la resistenza del giunto non superi quella dei blocchi.

Un provino con una malta molto rigida, ottenuta con un'alta percentuale di cemento, può subire rotture verticali nei mattoni invece che lungo i giunti di malta.

#### 2.6.6 Trazione monoassiale

La rottura per trazione è molto frequente nella muratura, in quanto essa presenta una resistenza molto bassa, come già detto, e ha un comportamento fragile. Anche in questo caso la crisi è localizzata nel giunto, in quanto elemento meccanicamente meno performante. Si può avere:

- Separazione all'interfaccia
- Fessurazione all'interno del giunto nella direzione ortogonale alla trazione, nel solo caso in cui si abbia buona aderenza tra blocchi e malta.

Per questo motivo solitamente la resistenza a trazione di un provino è al massimo pari a quella del giunto di malta generalmente e sempre maggiore o uguale a qualche percento di essa.

Come si vedrà anche nei risultati delle analisi nei capitoli successivi, la resistenza a trazione può essere molto variabile e la sua previsione non è cosa banale.





### 3. I PONTI AD ARCO IN MURATURA

I ponti in muratura sono stati sempre e tutt'ora rimangono quelli ad arco, per via della loro semplicità ed è per questo che già nel 1300 a.C. si hanno le prime strutture costruite con questa tecnologia, che ancora oggi vengono parzialmente utilizzati.

I Greci realizzarono dei ponti in muratura e ne trasmisero l'utilizzo al popolo Etrusco, ma la grande presenza dei ponti ad arco in muratura nel nostro paese è sicuramente dovuta allo sviluppo della tecnologia da parte dei Romani, che utilizzarono la muratura per fortificazioni, acquedotti e ponti, mettendo in opera campate che raggiungevano anche i 70 m.

Pur basandosi su intuizioni e sulle sperimentazioni del tempo, le opere da loro create difficilmente sono crollate, anche grazie agli altissimi coefficienti di sicurezza applicati e ne abbiamo tutt'oggi testimonianza anche nei paesi europei come Francia e Spagna.



*Figura 3.1 – Pont du Gard, acquedotto romano in Provenza*

I ponti romani erano principalmente ad arco a tutto sesto, e non erano rari gli esempi di ponti composti da più arcate o addirittura da più ordini di arcate disposti su livelli multipli. I ponti in muratura di epoca romana, come detto, erano molto solidi,

caratterizzati da una struttura di notevole peso, ben compattata e adatta a resistere alle piene e al tempo: ad oggi esistono quasi 350 ponti di epoca romana in materiale lapideo, e oltre 50 acquedotti, alcuni dei quali tuttora usati.

Con l'avvento del Medioevo si migliorò la tecnica realizzativa e quindi la potenzialità del ponte ad arco, si resero i ponti più leggeri e allo stesso tempo più lunghi, quindi capaci di superare ostacoli ben più grandi.

La rivoluzione industriale e la conseguente realizzazione delle prime linee ferroviarie, avvenuta a metà dell'800, comportò anche necessità di costruire i primi ponti ferroviari in muratura, mentre quelli stradali arrivarono solamente nel XX secolo. Erano richiesti ponti in grado di sopportare il peso delle appena inventate locomotive e che non si deformassero al passaggio di queste, oltre al requisito fondamentale di arrivare a luci abbastanza grandi.

I ponti in muratura subivano deformazioni nel tempo non trascurabili. Questo aspetto abbinato ai costi elevati favorì la ricerca di nuove tipologie costruttive. Ben presto la scoperta di materiali e di ponti differenti favorì l'abbandono dell'arco in muratura per i ponti ferroviari. L'uso del ferro battuto e l'arrivo successivo dell'acciaio rese possibile il raggiungimento di luci molto maggiori, avendo invece costi e tempi di realizzazione inferiori. In Italia questo passaggio avvenne più tardi, sempre in corrispondenza con la rivoluzione e l'introduzione delle linee ferroviarie. L'arrivo delle nuove tecnologie solamente nella seconda metà del XIX secolo, fece sì che la diffusione della muratura nel nostro paese sia durata più a lungo, ma pur sempre per un periodo breve.

Nonostante questo tipo di strutture siano state messe in opera in un periodo di tempo limitato di circa un secolo, il numero di unità in Italia è molto alto. Anche per questo le caratteristiche costruttive e geometriche, come il rapporto freccia/luce, sono per lo più ricorrenti e variano in determinati intervalli.

Gli elementi principali che costituiscono generalmente un ponte in muratura sono:

- Arcata: è la parte di struttura che porta il piano percorribile
- Rinfianchi: situati lateralmente rispetto all'arcata
- Cappa: ricopre arco e rinfianchi evitando le infiltrazioni

- Timpani: muri frontali posti esternamente all'arcata e che contengono il riempimento
- Pile e spalle: costituiscono le strutture di sostegno dell'arcata
- Opere di fondazione: la parte di ponte non visibile, che porta le azioni dalla struttura al terreno.

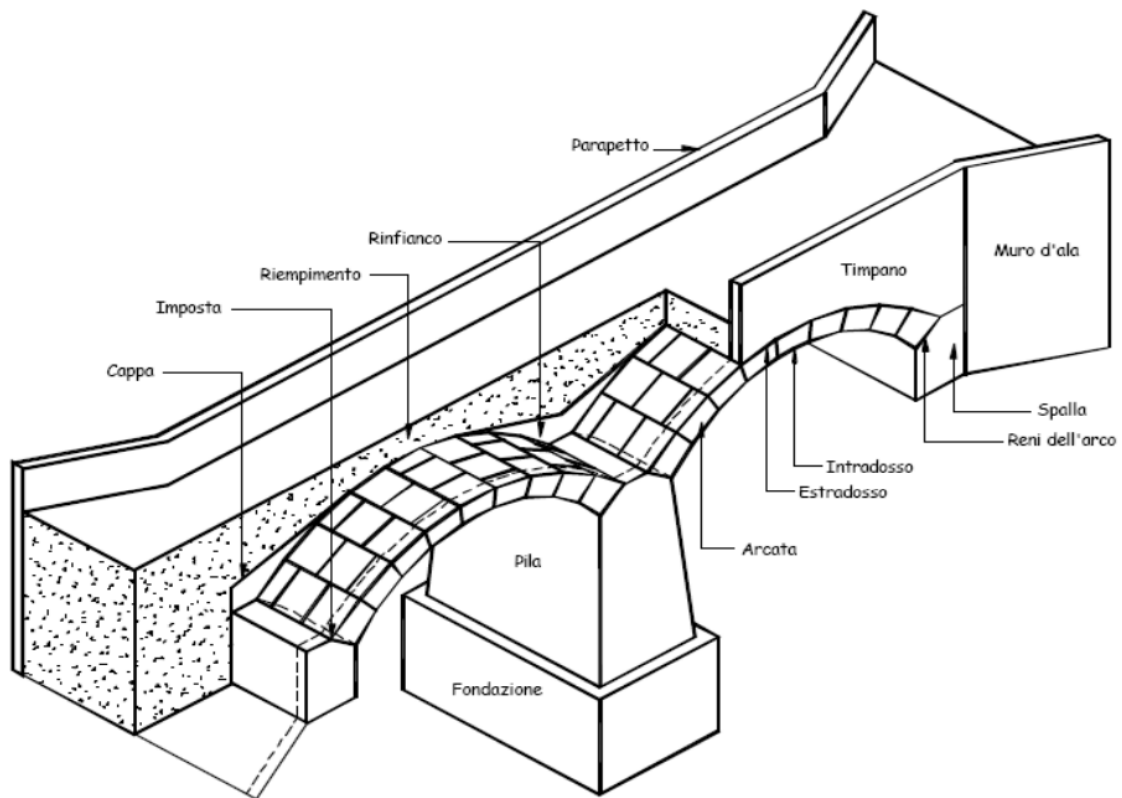


Figura 3.2 – Parti principali di un ponte ad arco in muratura

### 3.1 L'arcata

L'arcata costituisce la parte fondamentale della struttura e solitamente è costituita da una volta a botte, ossia compresa tra due superfici cilindriche ottenute dalla traslazione di generatrici orizzontali su una direttrice ad arco di linea corrispondente a varie tipologie di linea:

- la semicirconfenza se si vuole ottenere un arco a tutto sesto
- un arco con apertura inferiore ai 180° per l'arco a sesto ribassato
- una curva policentrica
- l'ellisse
- un'ogiva per ottenere un arco a sesto acuto.

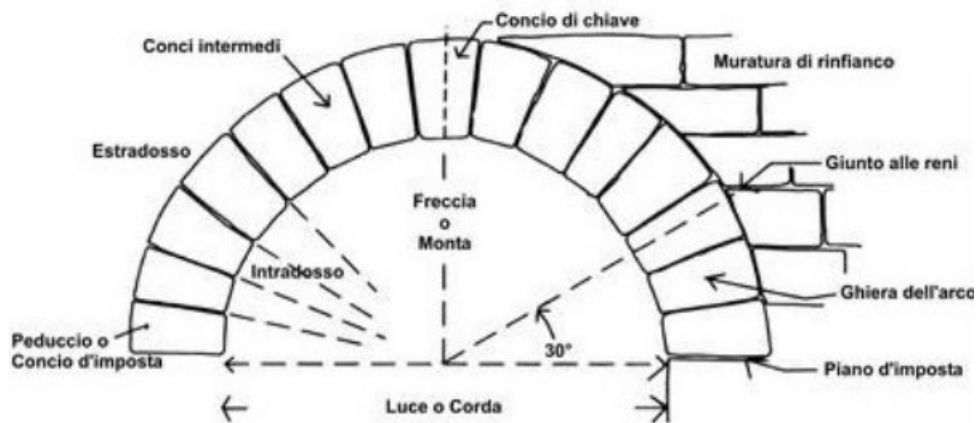


Figura 3.3 – Componenti di un arco

Nella precedente figura sono riportati i termini più importanti per la descrizione delle caratteristiche geometriche dell'arco:

- corda o luce: distanza tra due piedritti
- imposte: le giunture di appoggio dell'arco sui piedritti
- intradosso ed estradosso: superficie inferiore e superiore dell'arco
- chiave il punto più alto della curva di intradosso
- freccia o monta: distanza tra il punto in chiave e la corda
- archivolti o piano di fronte: superfici frontali dell'arco
- reni: porzioni dell'arco dell'apertura di circa 30°, piano in cui è più facile che si rompa una volta.

Il rapporto freccia/luce individua varie tipologie di ribassamento:

- se  $0,4 < f/L < 0,5$  si tratta di arco a tutto sesto
- se  $0,11 < f/L < 0,4$  è un arco a sesto scemo o ribassato

- se  $f/L > 0,5$  si ha un arco a sesto acuto oppure ogivale, tipici del medioevo e degli stili gotico e neogotico.

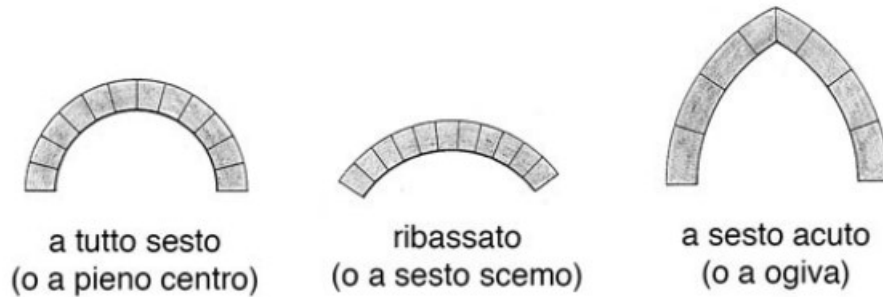


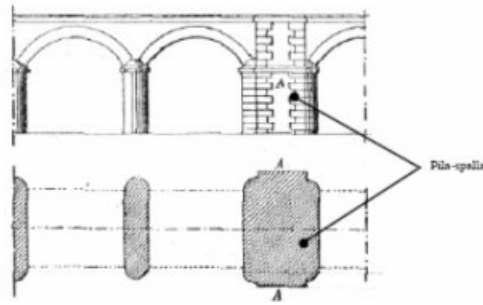
Figura 3.4 – Tipi di arco al variare del rapporto  $f/L$

## 3.2 Le spalle

Le spalle possono essere considerate come dei massicci muri di sostegno, che oltre a sostenere il terreno con i loro muri verticali fungono anche da appoggio per le arcate laterali. Ad esse è applicata una spinta orizzontale di grande entità, oltre ai carichi derivanti dagli impalcati. Per questo motivo le spalle sono molto più estese all'interno del terreno rispetto alla loro parte visibile.

## 3.3 Le pile

Le pile, dovendo rispettare esigenze statiche ed estetiche, sono messe in opera in varie forme. La loro dimensione dipende maggiormente dall'ostacolo che si vuole superare. Si distinguono in genere le pile da ponte dalle pile da viadotto, essendo queste più alte e snelle, in quanto tali ponti devono superare delle vallate. Si arriva così ad altezze superiori ai 40 metri, rispetto ai 15 dei ponti.



*Figura 3.5 – Pile e pila-spalla*

Può capitare nei ponti a più arcate che una delle pile sia più tozza e venga chiamata pila-spalla, messe in opera per scongiurare il collasso dell'intera struttura nel caso di crollo di una pila. Frequentemente la pila-spalla presenta delle nervature di rinforzo. L'inserimento di questo tipo di elementi e il loro numero è valutato seguendo considerazioni di natura economica.

### 3.4 Rinfianco, cappa e riempimento

Il rinfianco viene posizionato al di sopra delle arcate e a sua volta il riempimento poggia su di esso ed è composto da materiale sciolto e povero, spesso detriti. Serve a portare la struttura e il piano viario al livello desiderato. Tra i due componenti viene disposta la cappa, che deve evitare che l'acqua si infiltri nel ponte.

Le caratteristiche del rinfianco di solito sono inferiori a quelle delle arcate ma comunque buone e con il suo peso contribuisce a stabilizzare la struttura e impedire il meccanismo di collasso.

La cappa è composta da uno strato di materiale impermeabile che serve a proteggere muratura e rinfianchi. Di solito si predispose una canaletta di raccolta in corrispondenza dei piedritti e da essa solitamente si diramano i pluviali di smaltimento.

Il riempimento è contenuto ai lati dai timpani ed è composto da materiale sciolto, solitamente ghiaia o ballast per quanto riguarda i ponti ferroviari.

### 3.5 I timpani

Come detto devono contenere il riempimento e i rinfianchi e solitamente sono costituiti da muratura leggera per non appesantire troppo le arcate e rischiare di sovraccargarle. Vengono anche detti muri andatori.

### 3.6 I muri d'ala

I muri d'ala sono posizionati nella direzione longitudinale dell'impalcato e servono per contenere il terreno ai lati della spalla. Svolgono inoltre la funzione di irrigidimenti della spalla stessa.

### 3.7 Le fondazioni

Per i ponti ad arco in muratura si distinguono tre categorie di fondazioni.

- fondazioni profonde su pali:

Già dai tempi dei Romani venivano utilizzati pali in legno costituiti da tronchi di albero per una profondità massimo di 10 metri. Con lo sviluppo delle tecnologie iniziarono a comparire maglie di pali più regolari e plinti di collegamento tra pali e struttura. Solamente nel XIX secolo si iniziano ad introdurre i primi pali in calcestruzzo.

- fondazioni superficiali

Utilizzate solo se il substrato roccioso si è collocato di poco sotto il piano campagna. Con l'arrivo nel mercato di leganti in grado di far presa anche in acqua, si iniziò a gettare il calcestruzzo direttamente in acqua.

- fondazioni a platea



si differenzia per la presenza di un'unica struttura di fondazione per tutte le pile, che in corrispondenza del ponte ricopre il fondo dell'alveo pluviale. Solitamente è utilizzata per opere ad una sola campata.

## 4. I RINFORZI IN FRCM

Oggigiorno i compositi *Fibre/Fabric Reinforced Cementitious Matrix*, o più comunemente chiamati FRCM, sono largamente diffusi assieme ai più classici compositi fibrorinforzati FRP (*Fibre Reinforced Polymer*). Questi ultimi sono realizzati con lunghe fibre di carbonio, vetro o anche arammide immerse in una resina epossidica.

I compositi FRCM si differenziano da quelli con FRP per la presenza di una matrice inorganica a base di malta di calce o di cemento accoppiata alle stesse fibre sopracitate, o altre di più recente introduzione nel mercato, come per esempio quelle di basalto o di acciaio.

Per quanto riguarda le strutture in muratura, la presenza della matrice inorganica porta svariati vantaggi rispetto alla tecnologia degli FRP, essendo più affine all'utilizzo combinato dei due materiali. Vista la forte presenza nel patrimonio edilizio italiano di questo tipo di strutture, come visto nel capitolo precedente, l'interesse per questo tipo di rinforzi, la loro ricerca e sperimentazione è elevatissimo.

### 4.1 I materiali

I sistemi di rinforzo FRCM sono prodotti sotto forma di fili o trefoli. I primi possono essere composti di arammide, basalto, carbonio o vetro per esempio, mentre i trefoli solitamente da acciaio ad alta resistenza. Questi elementi sono accoppiati con matrici inorganiche, prodotte con leganti a base di calce o cemento ed eventuali additivi di natura organica, in quantità non maggiore del 10% del peso del legante stesso, per evitare che permeabilità, durabilità o resistenza al fuoco si riducano.

Usualmente il rinforzo così combinato ha uno spessore che non eccede i 15 mm se la rete è singola, ma solitamente mai maggiore di 30 mm. Le prestazioni meccaniche degli elementi rinforzati vengono aumentate grazie all'elevato rapporto resistenza/peso dei

compositi FRCCM, che fa sì che la struttura non subisca eccessive variazioni di rigidità o di massa. Le caratteristiche più vantaggiose di questa tecnologia sono:

- compatibilità chimico-fisica con il materiale rinforzato
- facilità di preparazione
- semplicità di applicazione
- resistenza alle alte temperature.

Tra le applicazioni più comuni al giorno d'oggi vi sono i rinforzi di:

- pannelli murari
- archi e volte
- cordolature
- travi, pilastri e nodi
- setti in c. a.
- solai



*Figura 4.1 – Rinforzo intradossale di un ponte*

Per quanto riguarda la tesi in esame si vedrà come i sistemi FRCCM siano utilizzati anche per il rinforzo di ponti, volte e archi. A queste tipologie di strutture si può applicare il rinforzo sia al loro estradosso che all'intradosso, con l'obiettivo di ostacolare la formazione delle cerniere plastiche grazie all'aumento della resistenza a trazione.



Figura 4.2 – Rinforzo estradossale di una volta

Il sistema FRCM può essere applicato in fasce o essere diffuso e in alcuni casi possono essere utilizzati dei connettori.

## 4.2 Caratteristiche meccaniche

Il legame costitutivo che solitamente presenta un provino rinforzato con FRCM sottoposto ad una prova di trazione monoassiale è composto da tre rami:

- non fessurato
- fase di fessurazione
- fessurato

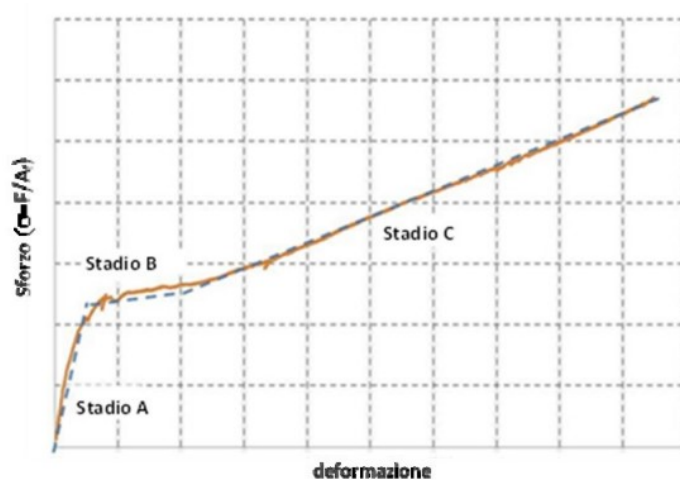


Figura 4.3 – Legame costitutivo tipico di un provino sottoposto a trazione monoassiale

Ma la curva sforzo deformazione non basta a caratterizzare il comportamento del provino in quanto sono molteplici i tipi di crisi che possono avvenire in seguito all'interazione del composto con il substrato, ossia:

- distacco con rottura coesiva del supporto del rinforzo
- distacco tra matrice e supporto
- distacco tra matrice e tessuto
- scorrimento tessuto nella matrice inorganica
- scorrimento tessuto e fessurazione malta
- rottura a trazione del tessuto.

Perciò saranno necessarie ulteriori prove per poter caratterizzare il comportamento del sistema rinforzato. Le caratteristiche meccaniche che verranno prese in considerazione nella tesi in esame sono:

- il modulo elastico  $E_f$  del tessuto secco
- tensione ultima  $f_{t,f}$  del tessuto secco a rottura per trazione

Quest'ultima riferita all'area della sezione trasversale del tessuto secco  $A_f$ , da riferirsi a prescindere dalla presenza della matrice inorganica.

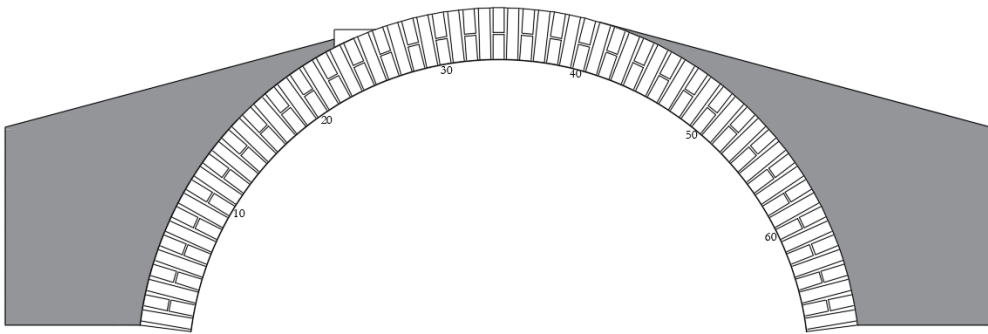
I valori di riferimento di queste proprietà meccaniche o geometriche per la fibra oggetto d'esame sono:

CARATTERISTICHE RINFORZO			
Sezione	$A_f$	3.24E-05	m
Modulo Elastico	$E_f$	240 000	MPa
Resistenza a trazione	$f_{t,f}$	470	MPa
Resistenza a compressione	$f_{c,f}$	0	MPa

## 5. DESCRIZIONE DELLE PROVE

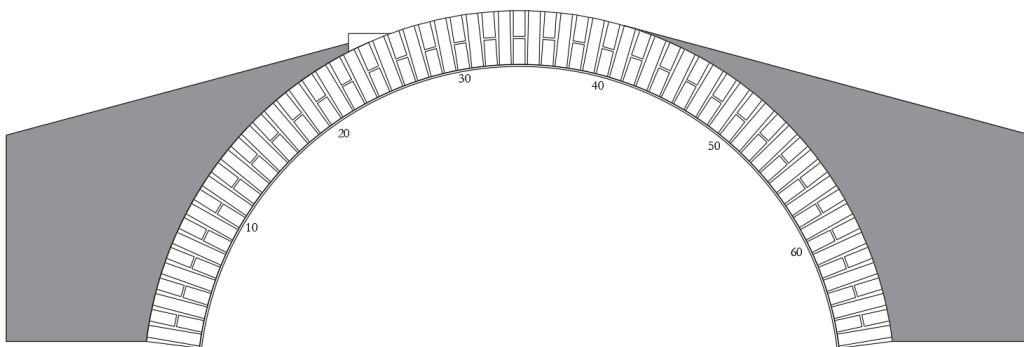
Le prove sono state svolte nel laboratorio dell'Università di Padova. I due archi oggetto delle prove sono i seguenti:

- U1: arco a tutto sesto in muratura dello spessore di 51 cm e di altezza 25 cm, con rinfianchi di spessore 47 cm e una monta di 129 cm e infine con una luce di circa 300 cm. Si individuano 67 blocchi all'intradosso che sono stati numerati per il successivo riconoscimento delle cerniere plastiche:



*Figura 5.1 – Provino U1*

- S1: arco in muratura con le stesse caratteristiche geometriche di U1, rinforzato con sistema FRCM intradosale:



*Figura 5.2 – Provino S1*

Le caratteristiche dei materiali utilizzati, utilizzate in seguito per assegnare i pesi propri all'interno del modello sono:

Peso specifico blocchi	$\gamma$	18	kN/m <sup>3</sup>
Spessore blocco	$l_b$	0.055	m
Peso specifico malta	$\gamma$	18	kN/m <sup>3</sup>
Spessore giunto medio	$l_g$	0.014	m
Peso specifico rinfiacco	$\gamma$	17	kN/m <sup>3</sup>

Indipendentemente dal provino considerato, il campione è stato portato a rottura tramite l'applicazione di un carico ciclico eccentrico in controllo di spostamento. La storia temporale dello spostamento verticale (verso il basso) impresso dall'attuatore è la seguente:

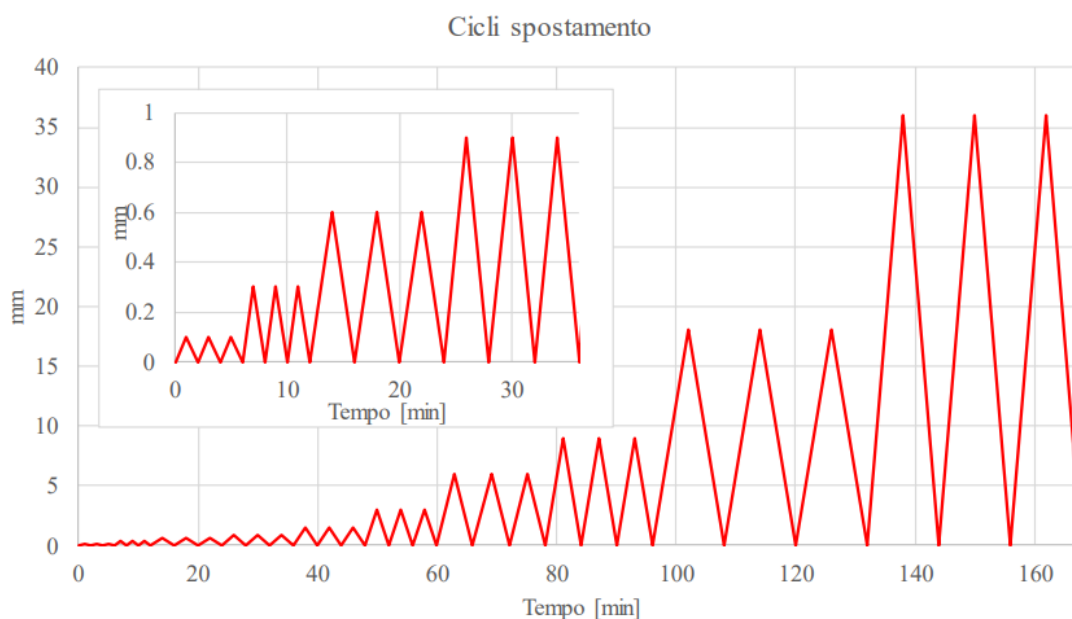
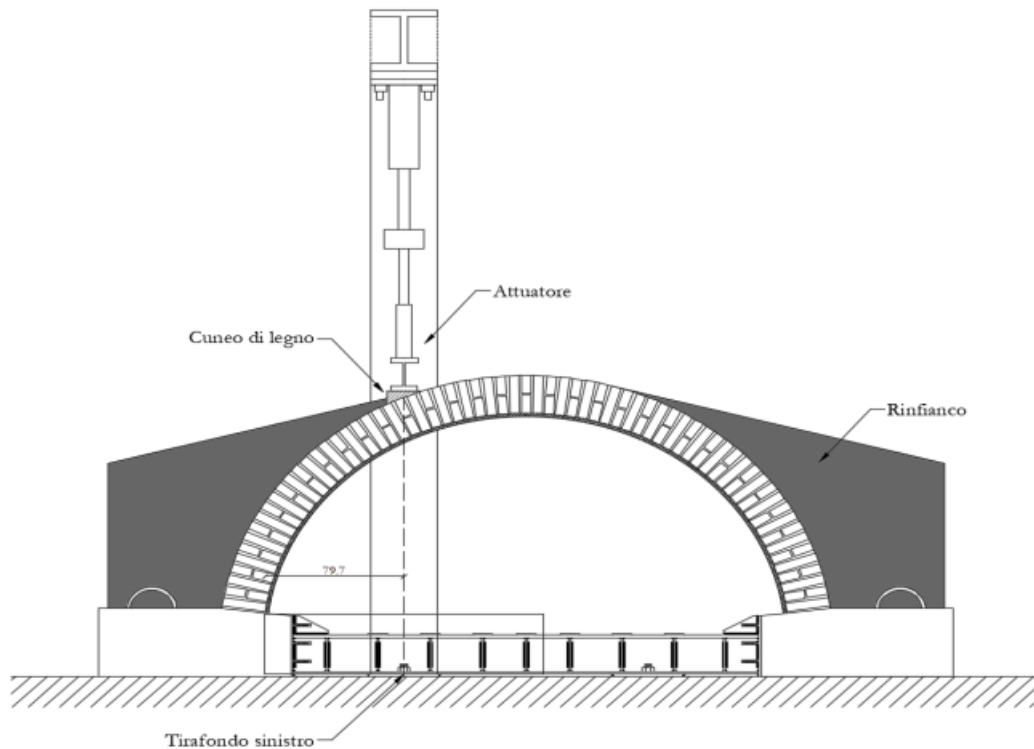


Figura 5.3 – Storia di carico utilizzata per raggiungere la rottura dell'arco

La linea d'applicazione del carico è tale da passare in corrispondenza del tirafondo di collegamento di sinistra delle travi in acciaio al solaio del laboratorio, secondo lo schema di seguito riportato:



*Figura 5.4 – Punto di applicazione del carico*

Il carico è applicato ad una distanza di 79.7 cm, misurata dal punto di imposta all'intradosso dell'arco. Successivamente l'arco è stato strumentato con degli estensimetri per il rilevamento degli spostamenti verticali dell'arco e gli spostamenti tangenziali e radiali relativi tra arco e rinfianco.

Il risultato delle prove che interessa la presente tesi sono le curve di capacità sperimentali dei due provini U1 e S1 di seguito riportate.



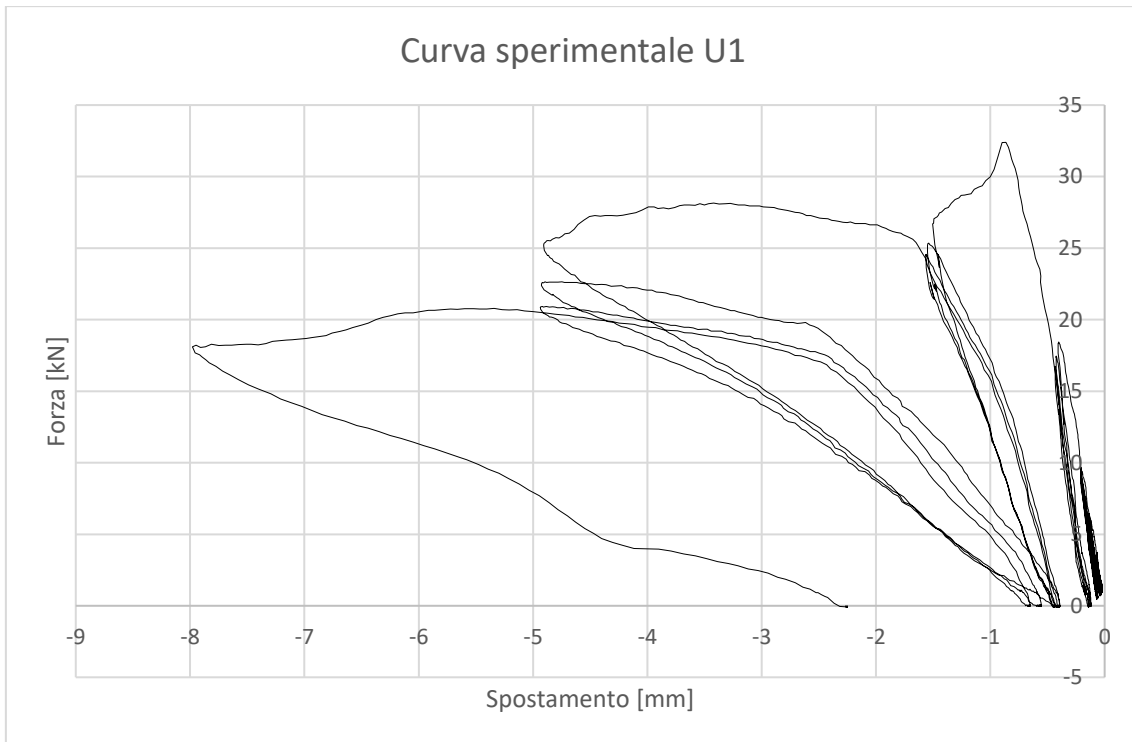


Figura 5.5 – Curva sperimentale U1

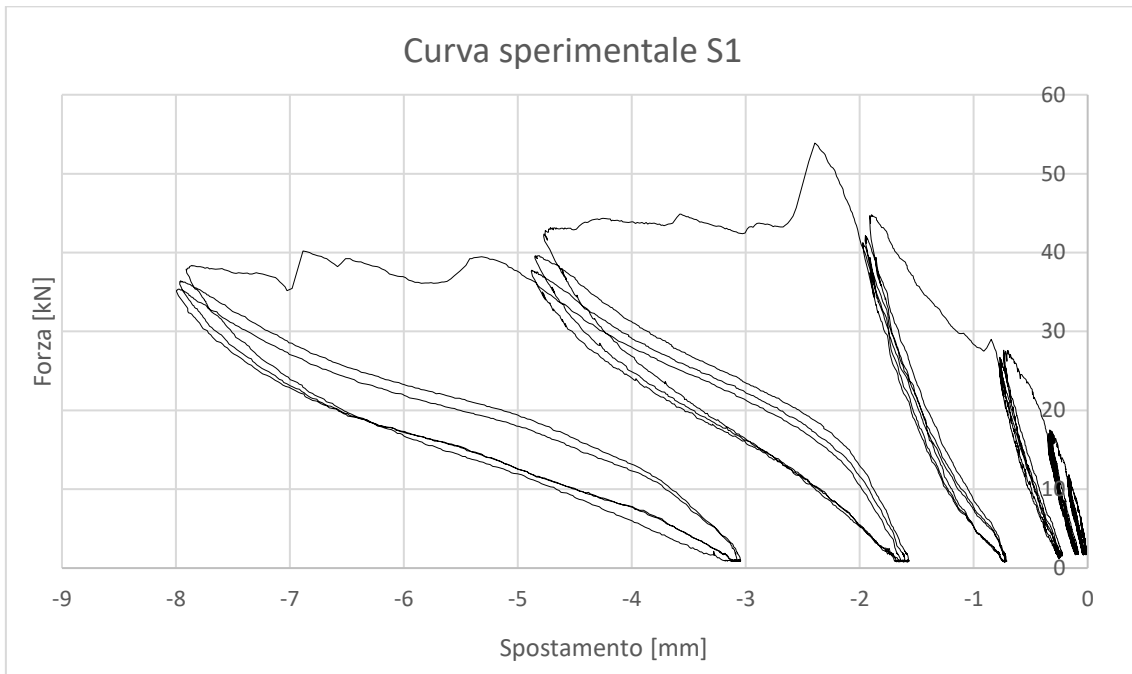


Figura 5.6 – Curva sperimentale S1

Le curve riportate andranno confrontate con quelle restituite dai modelli agli elementi finiti. Come precedentemente introdotto, lo scopo della trattazione è quello di

dimostrare che con la modellazione 2D e l'analisi statica non lineare è possibile studiare il comportamento di archi in muratura. Il che comporta che le curve estrapolate dal software debbano essere il più possibile vicine agli involuipi delle curve sperimentali appena riportate.

Prima di iniziare con la modellazione degli archi con il software, è stata fatta un'analisi dei risultati sperimentali ottenuti dalle prove. Dai video e dalle foto è stato possibile conoscere il tipo di meccanismo di rottura manifestato dalla struttura, verificare la posizione e i tempi di formazione delle cerniere plastiche e capire quali tipi di crisi hanno interessato i provini.



## 6. I MODELLI

### 6.1 Modello U1: arco non rinforzato

Nel seguente capitolo verranno illustrate le modalità di creazione e le ipotesi alla base dei tre modelli che sono stati adottati al fine di replicare il comportamento dell'arco sotto il carico ciclico precedentemente descritto. Nel capitolo successivo invece si analizzeranno i risultati derivanti dalle analisi statiche non lineari eseguite sui modelli sopracitati.

La nomenclatura dei modelli è la seguente:

- U1: il modello iniziale nel quale verrà variata la resistenza a trazione dei giunti, in modo da trovare il valore corretto del carico ultimo
- U1\_Resistenza residua: un modello creato appositamente per trovare la resistenza mantenuta dall'arco in seguito alla formazione del cinematismo roto-traslazionale a 4 cerniere
- U1\_Rinfiacco elastico: un modello in cui i rinfiacci fossero rappresentati come elementi elastici e non più da elementi infinitamente rigidi, in modo da trovare un valore del modulo elastico e quindi una pendenza della curva comparabile alla curva sperimentale.

#### 6.1.1 Modello U1

Per la rappresentazione dei due archi oggetto di analisi, è stato scelto di utilizzare un modello agli elementi finiti che fosse in grado di simulare correttamente l'interazione tra i blocchi e i giunti di malta. Per fare ciò, i blocchi e il rinfiacco sono composti da elementi infinitamente rigidi, definiti dal software come "*Rigid Link*", mentre i giunti di malta sono inseriti nel modello come elementi monodimensionali dei quali si potesse

cambiare la resistenza a trazione e/o a compressione, per riprodurre il contatto non lineare tra i due materiali.

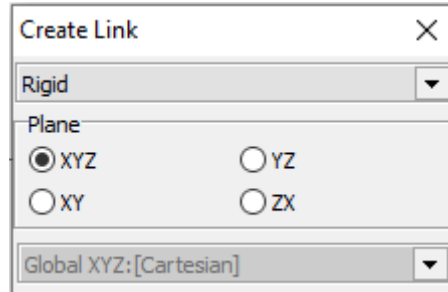


Figura 6.1 – Creazione elementi “Rigid Link”

Sono stati scelti dunque degli elementi “Cutoff Bar”, che danno la possibilità di assegnare le resistenze e di scegliere tra un elemento di tipo fragile o duttile. Per fare ciò si assegnano le dimensioni dell’elemento in base all’area che occupa nel giunto di malta o nell’interfaccia.

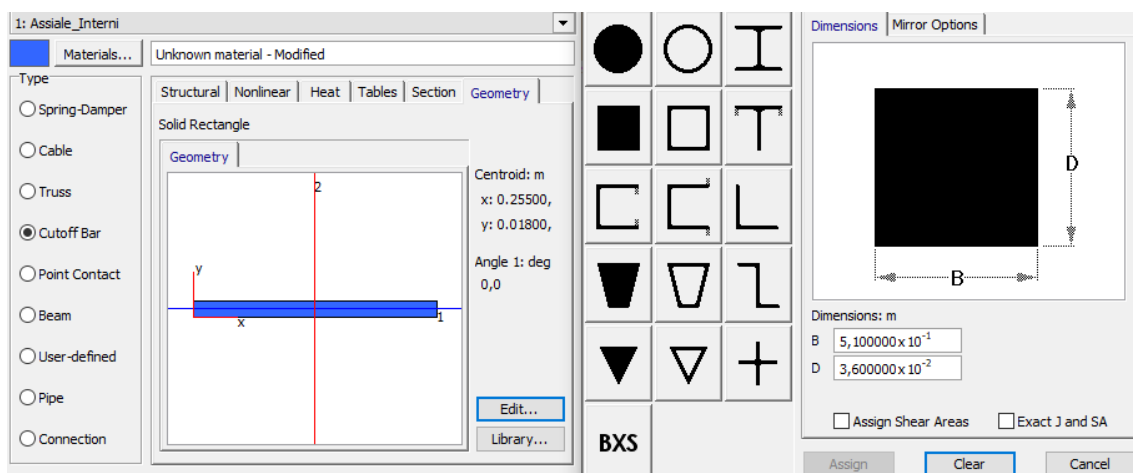


Figura 6.2 – Esempio di assegnazione delle caratteristiche geometriche

L’esempio riportato mostra come si assegni uno spessore pari a quello dell’arco e una larghezza pari a quella che l’elemento andrà ad occupare all’interno del giunto.

Da queste grandezze viene automaticamente calcolata dal software la sezione dell’elemento e la si moltiplica per il valore desiderato di resistenza a trazione o a

compressione, che andranno inseriti nel software all'interno della finestra dei parametri non lineari.

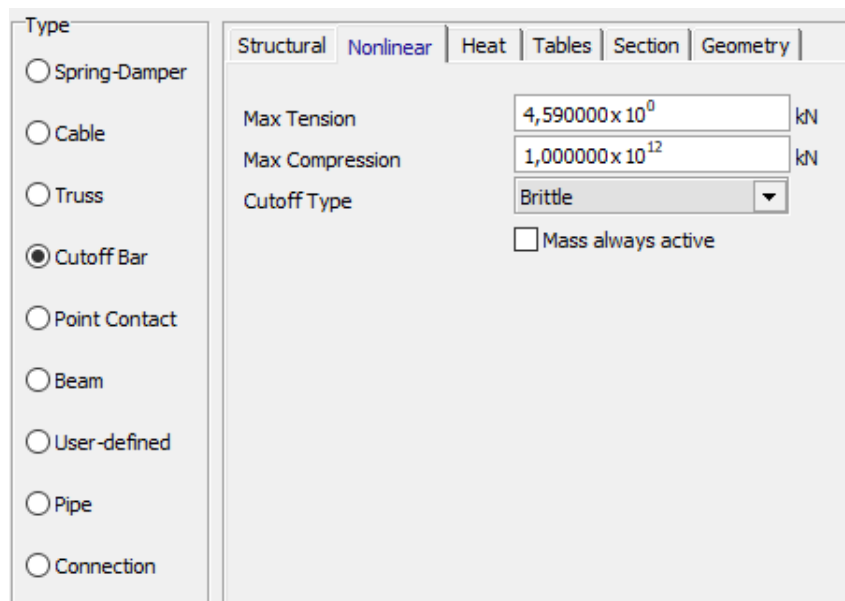


Figura 6.3 – Parametri non lineari degli elementi cutoff bar

Una volta costruito il modello, questo si presentava come un assemblaggio di diversi elementi *cutoff bar*, posizionati tra un blocco e l'altro, oppure tra blocchi e rinfianchi.

Sono stati distinti elementi in direzione assiale e in direzione tangenziale al giunto, per poter appunto separare i comportamenti nelle due diverse direzioni, ed elementi interni ed esterni per poter assegnare correttamente le corrette sezioni ai *cutoff*.

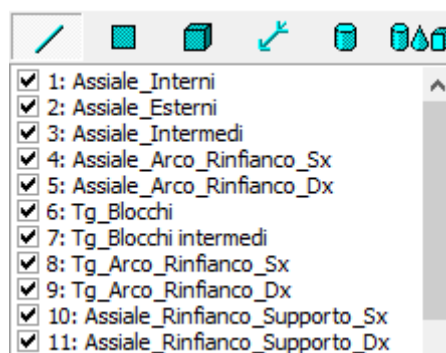


Figura 6.4 – Elenco delle proprietà degli elementi cutoff

Ad alcuni di questi elementi è stata assegnata una resistenza a trazione infinita e sono quindi stati modificati in elementi *truss*, per evitare per esempio di avere scivolamento tra arco e rinfiacco, cosa che non succedeva nelle prove sperimentali.

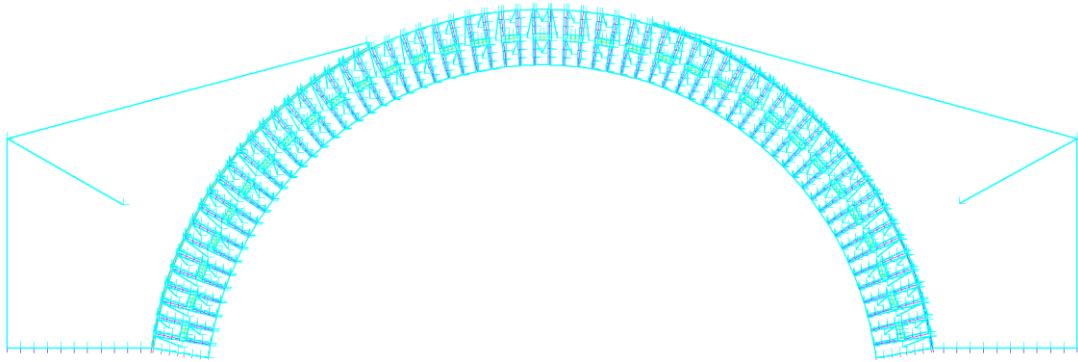


Figura 6.5 – Modello U1

Dalle Figure 6.5-6 si possono vedere dei link che congiungono il baricentro dei blocchi e dei rinfiacci ad uno degli spigoli; questi sono utili per assegnare il peso proprio ad ogni elemento.

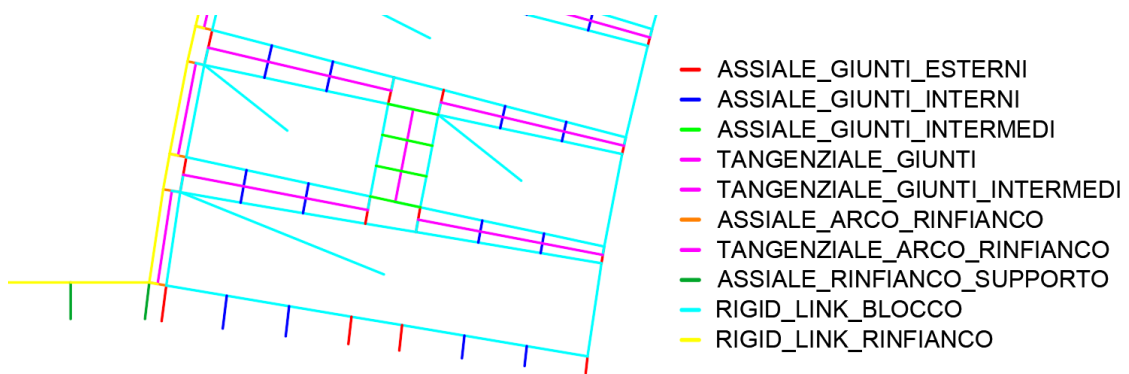
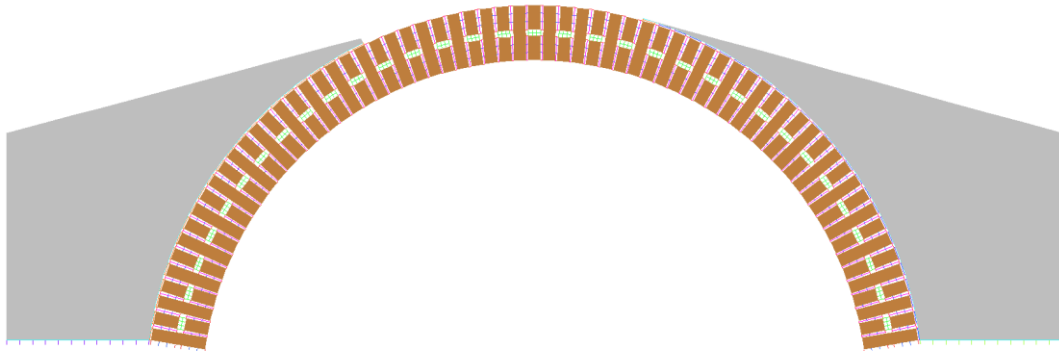


Figura 6.6 – Tipologie di elementi del modello

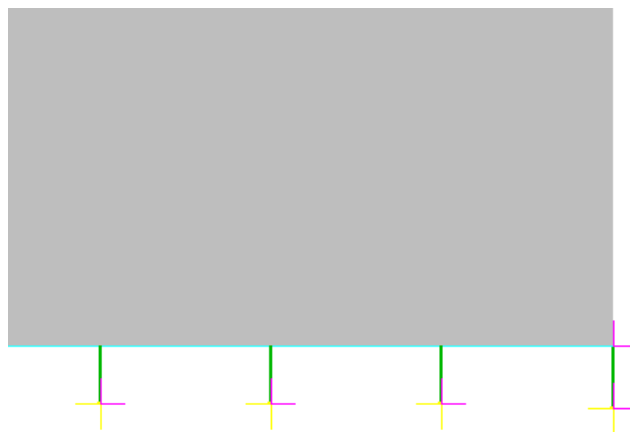
Al modello sono stati aggiunti, solamente a fini estetici, degli elementi bidimensionali in corrispondenza di blocchi e rinfiacci, in modo da rendere più apprezzabili i risultati e allo stesso tempo da non andare ad inficiare la qualità e la precisione dei risultati. Per

questi motivi agli elementi *plate* è stato assegnato uno spessore infinitesimo, in modo da non trovare una soluzione errata.



*Figura 6.7 – Modello U1 con Plate*

Fatto ciò, sono stati vincolati con degli incastri i *cutoff bar* posti inferiormente. È stato necessario aggiungere due vincoli traslazionali agli spigoli esterni del rinfiamento, per evitare che, una volta raggiunta la resistenza a trazione assegnata e rotti gli elementi inferiori, il rinfiamento di destra non mostrasse spostamenti rigidi, ma solamente una rotazione attorno al punto desiderato, come osservato dalla prova sperimentale.



*Figura 6.8 – Condizioni di vincolo tra rinfiamento e supporto*



Dopo aver inserito i vincoli nel modello si impongono le condizioni di carico. Come già anticipato, i pesi propri sono stati introdotti tramite forze puntuali in corrispondenza dei baricentri.

Il modello così costruito è pronto per la fase di analisi. Si riporta di seguito una tabella riassuntiva delle caratteristiche assegnate ad ogni tipo di elemento, quali il modulo elastico  $E$ , la resistenza a trazione  $f_t$  e quella a compressione  $f_c$ :

MODELLO U1		Elemento	Tipo	E MPa	$f_t$ MPa	$f_c$ MPa
Assiali	Giunti	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$
	Arco rinfianco sx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$
	Arco rinfianco dx	Truss	/	8000	$\infty$	
	Arco supporto	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$
Tangenziali	Giunti	Truss	/	32000	$\infty$	
	Arco rinfianco sx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$
	Arco rinfianco dx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$

Si vedrà come nella prima fase di analisi verrà modificata la resistenza a trazione degli elementi per trovare il carico ultimo corretto. Il range di valori preso in considerazioni varia tra 0 e 1 MPa.

Si noti che i tre elementi assiali facenti riferimento ai giunti sono stati riuniti in un'unica voce "giunti", in quanto i moduli elastici e la resistenza a trazione di questi tre elementi rimangono sempre uguali tra loro.

La resistenza a compressione inizialmente è stata considerata infinita, assegnando un valore di  $1 \times 10^{12}$  kN, come si vede dalla figura 6.3.

### 6.1.2 Modello U1: resistenza residua

Una volta definito il primo modello, si è pensato di creare un modello apposito solamente per la resistenza dell'arco dopo la rottura. Si può facilmente vedere dalla

curva sperimentale che il valore di questa resistenza residua dovrà cadere all'interno di un certo range, individuato dai cicli successivi alla formazione delle cerniere.

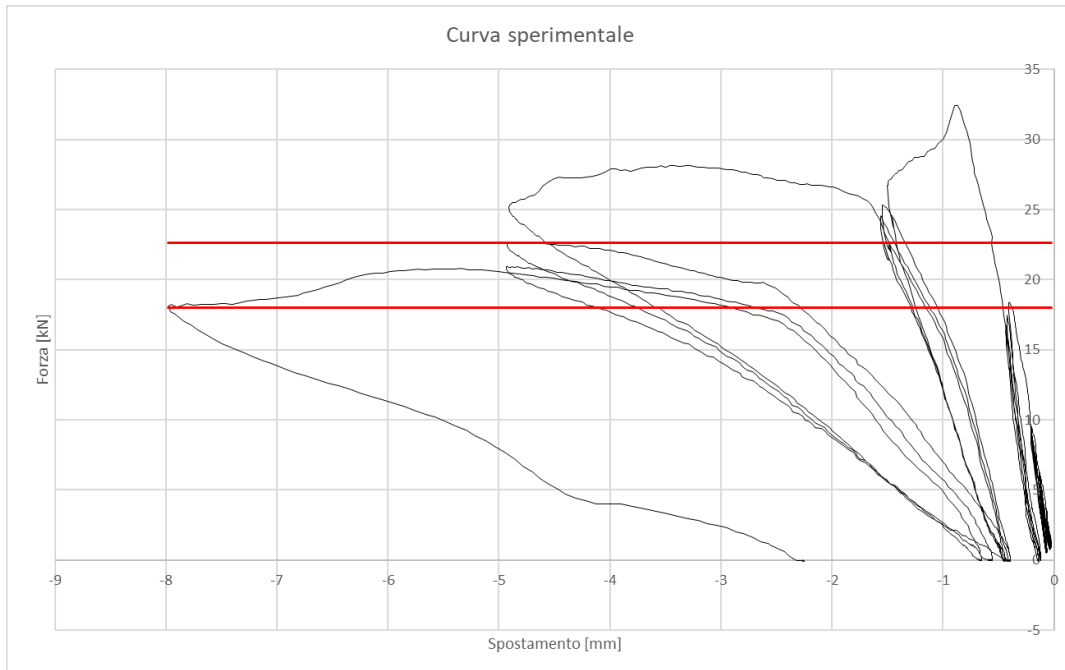


Figura 6.9 – Curva sperimentale

Conoscendo dalle prove sperimentali le posizioni in cui si presentano le cerniere plastiche, si è deciso di “forzare” la formazione di esse, sin dai primi step dell’analisi. Per fare ciò è stata assegnata resistenza a trazione infinita a tutti i giunti, tranne a quelli in cui si sapeva si sarebbero formate le cerniere. Si inseriscono una serie di *truss*, infinitamente resistenti a trazione, e quattro giunti con resistenza a trazione nulla, corrispondenti alle quattro cerniere.

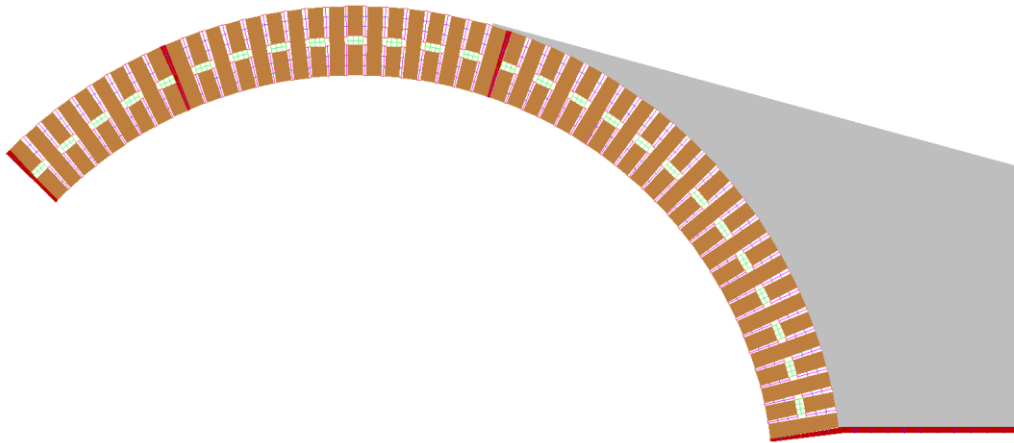


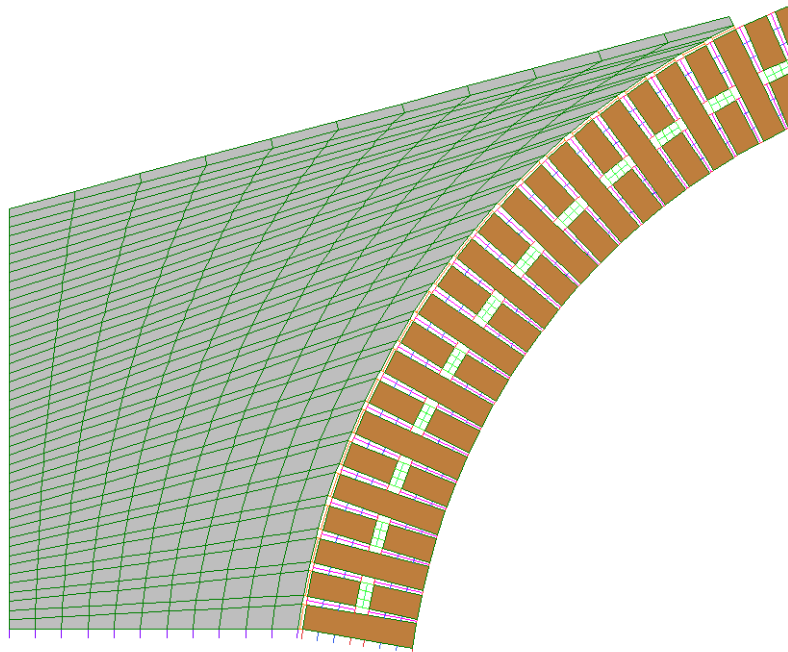
Figura 6.10 – Modello per la resistenza residua

Dato che, a cinematisimo avvenuto, il rinfianco sinistro si stacca dall'arco dalla cerniera in avanti, il modello si presenta privo del rinfianco e della parte di arco a sinistra della prima cerniera.

Le condizioni di vincolo e carico rimangono le medesime del modello iniziale, l'unica aggiunta sono le due proprietà corrispondenti ai *link* interni ed esterni delle cerniere.

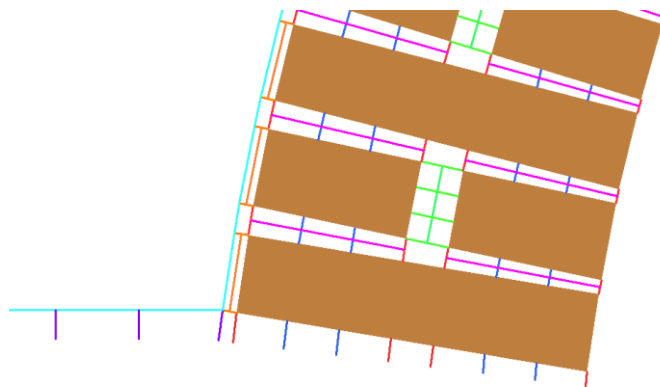
### 6.1.3 Modello U1: rinfianco elastico

L'ultimo dei tre modelli che sono stati predisposti come già detto prevede che il rinfianco non sia più modellato con elementi monodimensionali infinitamente rigidi, ma con elementi 2D elastici, quindi dei *plate*, ai quali è stato assegnato lo spessore effettivo del rinfianco, cioè 47 cm, e la densità del materiale di  $17 \text{ kN/m}^3$ . In questo modo, come si vedrà più approfonditamente nel capitolo seguente, è stato possibile trovare un modulo che fosse il più vicino possibile a quello della prova.



*Figura 6.11 – Modello con rinforzo elastico*

Le proprietà degli elementi monodimensionali sono le medesime. Collegando però i cutoff direttamente ai *plate* l'analisi restituiva un errore di singolarità della matrice.



*Figura 6.12 – Elementi beam aggiunti*

È stato dunque necessario inserire dei *beam* con rigidità assegnata nell'interfaccia tra rinforzo e supporto e tra arco e rinforzo, riportati in colore azzurro nella seguente figura.

Le caratteristiche assegnate in questo modello di partenza sono quelle riportate nella seguente tabella. Sarà necessario far variare i moduli elastici degli elementi come verrà delucidato nel prossimo capitolo.

MODELLO U1_RINFIANCO_ELASTICO			Elemento	Tipo	E MPa	$f_t$ MPa	$f_c$ MPa	$\nu$	$\rho$ kN/m <sup>3</sup>
1D	Assiali	Giunti	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$	/	/
		Arco rinfianco sx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$	/	/
		Arco rinfianco dx	Truss	/	8000	$\infty$		/	/
		Arco supporto	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$	/	/
	Tangenziali	Giunti	Truss	/	32000	$\infty$		/	/
		Arco rinfianco sx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$	/	/
		Arco rinfianco dx	Cutoff	Brittle	8000	0	$\infty$	/	/
	Interfacce	Beam	/	150000	/	/	/	/	
2D		Rinfianco	Plate	/	8000	/	/	0,25	17

## 6.2 Modello S1: arco rinforzato con FRCCM

Per quanto riguarda l'arco S1 rinforzato con la fibra a matrice cementizia, sono stati creati 3 modelli con la seguente nomenclatura:

- S1\_Brittle: il modello iniziale con resistenza a trazione finita e elementi fragile ("Brittle" appunto in inglese)
- S1\_Rinfianco elastico: modello analogo a quello visto per U1
- S1\_Ductile\_0,25: un modello duttile con elementi doppi nei giunti in modo da poter considerare allo stesso tempo le resistenze a trazione e a compressione. In questo caso la resistenza a trazione è pari ad un valore di  $f_t=0,25$  MPa e quella a compressione pari a  $f_c=9,46$  MPa. Caratteristica principale di questo modello è il fatto che anche il rinforzo è modellato tramite elementi di tipo duttile.
- S1\_Ductile\_0: il modello è analogo al precedente ma con resistenza a trazione nulla.

Si fa notare come un modello apposito per la resistenza residua a rottura avvenuta dell'arco S1, non avrebbe significato in quanto una volta arrivato al limite il rinforzo,

questo si spezza e viene a perdere completamente la propria efficacia, tornando così ad essere un modello sostanzialmente identico a U1. La ricerca di un valore di resistenza residua, che nella prova eseguita in laboratorio si aggirava attorno a valori di 40 kN, è quindi esclusa dalla seguente trattazione.

I modelli S1 differiscono da quelli U1 solamente per la presenza del rinforzo in FRCM. Nel caso in esame la fibra ha le seguenti caratteristiche meccaniche e geometriche:

CARATTERISTICHE RINFORZO				
Sezione	A	3.24E-05		m
Modulo Elastico	$E_f$	240 000		MPa
Resistenza a trazione	$f_{t,f}$	470		MPa
Resistenza a compressione	$f_{c,f}$	0		MPa

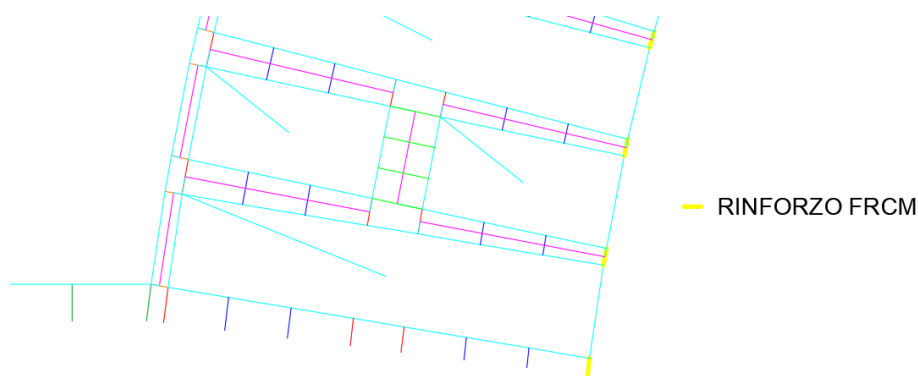


Figura 6.13 – Costruzione del rinforzo

La fibra è stata modellata con elementi monodimensionali di tipo *cutoff bar*, posizionati all'intradosso dell'arco in corrispondenza dei giunti di malta, in modo che la resistenza a trazione ed il modulo elastico elevati andassero ad aumentare il valore del carico ultimo.

Costruiti i modelli e assegnate le caratteristiche agli elementi, sono state impostate le analisi statiche non lineari come precedentemente indicato e, come si vedrà nel capitolo

seguito, sono stati analizzati i risultati confrontando le due curve sperimentali a disposizione con i 7 modelli predisposti per i due archi U1 e S1.

### 6.3 L'analisi statica non lineare

Come indicato nelle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018, l'entità della domanda con la quale confrontare la capacità della struttura può essere valutata utilizzando la modellazione e uno fra i seguenti metodi di analisi.

I metodi si differenziano tra lineari e non lineari, in funzione delle caratteristiche della struttura e del modello di comportamento adottato. L'analisi non lineare può essere utilizzata sia per sistemi a comportamento dissipativo che non dissipativo e tiene conto delle non linearità geometriche e di materiale.

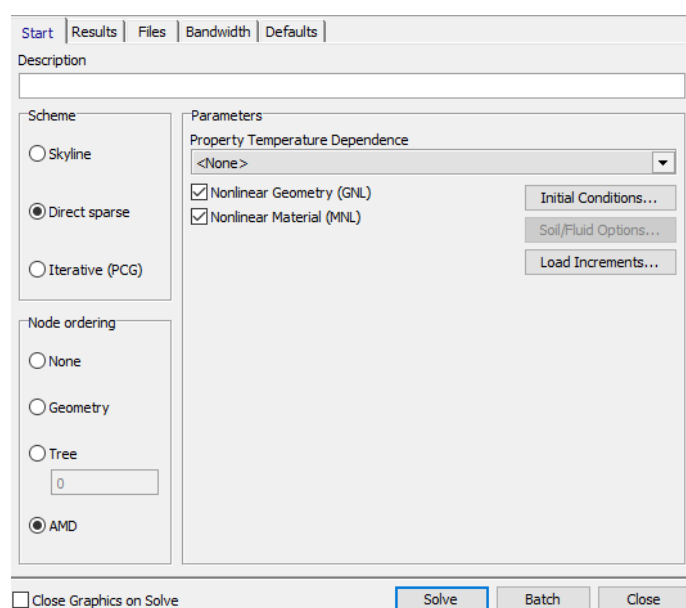


Figura 6.14 – L'analisi considera non linearità geometrica e di materiale

Inoltre, le analisi possono essere statiche o dinamiche. Il metodo scelto per lo studio del comportamento degli archi di prova è quello di analisi statica non lineare. Essa richiede che al sistema strutturale reale sia associato un sistema strutturale equivalente non lineare. Al sistema si applicano forze scalate in modo da far crescere monotonamente lo

spostamento di un punto di controllo. Il diagramma taglio – spostamento che ne risulta rappresenta la curva di capacità della struttura.

Per fare ciò il modello, che nella realtà è stato portato a rottura tramite l'applicazione di un carico ciclico eccentrico in controllo di spostamento, è stato sottoposto a un vincolo puntuale in direzione Y dell'entità di 0,01 metri.

L'impostazione dell'analisi statica non lineare (o analisi di *Pushover*) avviene attraverso la definizione delle *Construction Stage*: ovvero, la definizione delle varie fasi di incremento di carico. Si considerano perciò due fasi di carico:

- Applicazione dei carichi gravitazionali e delle condizioni di vincolo;
- Applicazione del carico in controllo di spostamento.

CASES	Include	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment
1: Load Case 1	✓	$0,000000 \times 10^0$	$1,111111 \times 10^{-1}$	$2,222222 \times 10^{-1}$	$3,333333 \times 10^{-1}$	$4,444444 \times 10^{-1}$	$5,555556 \times 10^{-1}$	$6,666667 \times 10^{-1}$	$7,777778 \times 10^{-1}$	$8,888889 \times 10^{-1}$	$1,000000 \times 10^0$
1: Freedom Case 1	✓	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$
2: Freedom Case 2		$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$	$0,000000 \times 10^0$

Figura 6.15 – Esempio di definizione del primo construction stage





## 7. ANALISI DEI RISULTATI

Nel seguente capitolo verranno descritti e analizzati i processi che sono stati seguiti durante l'elaborazione della tesi in esame, a partire dai risultati ottenuti dalle analisi statiche lineari, per poter arrivare ad un modello che rappresentasse correttamente il comportamento a rottura dell'arco esistente.

Verranno riportate le curve di capacità dei modelli visti nel capitolo precedente, dei quali sono stati modificati i valori del modulo elastico, della resistenza a trazione e/o a compressione.

### 7.1 Analisi dei risultati arco non rinforzato U1

I primi risultati ottenuti derivavano da un modello che era ancora nella sua fase embrionale, infatti, come si può notare dal confronto in figura 8.1, non era ancora stata assegnata una resistenza a trazione agli elementi *cutoff*. Per questo motivo, la curva non presentava un'elevata resistenza e tanto meno un valore "di picco".

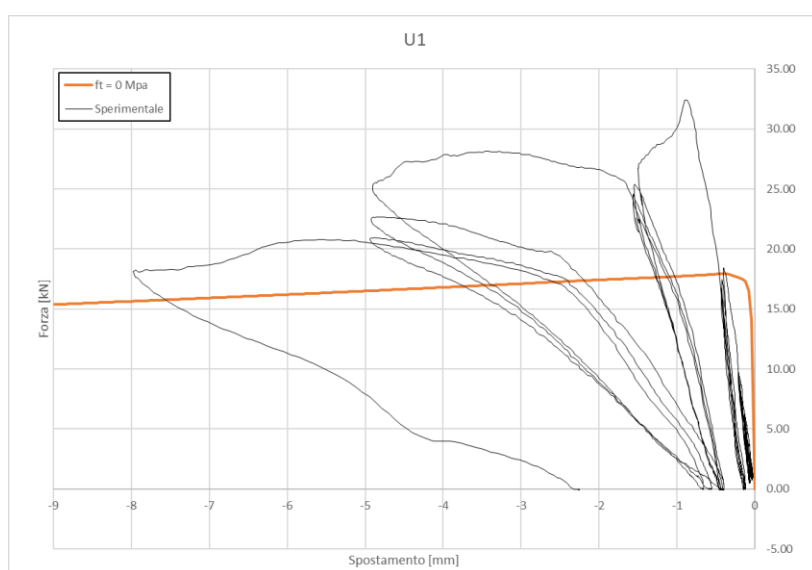


Figura 7.1 – Curva di capacità U1\_0

Con le modalità descritte precedentemente è stato dunque trovato un valore di resistenza a trazione che restituisce una resistenza ultima pari a quello derivante dalla prova sperimentale ossia di 32,4 kN.

Per fare ciò sono stati esaminati svariati valori di  $f_t$  nell'intervallo tra 0 e 1 MPa.

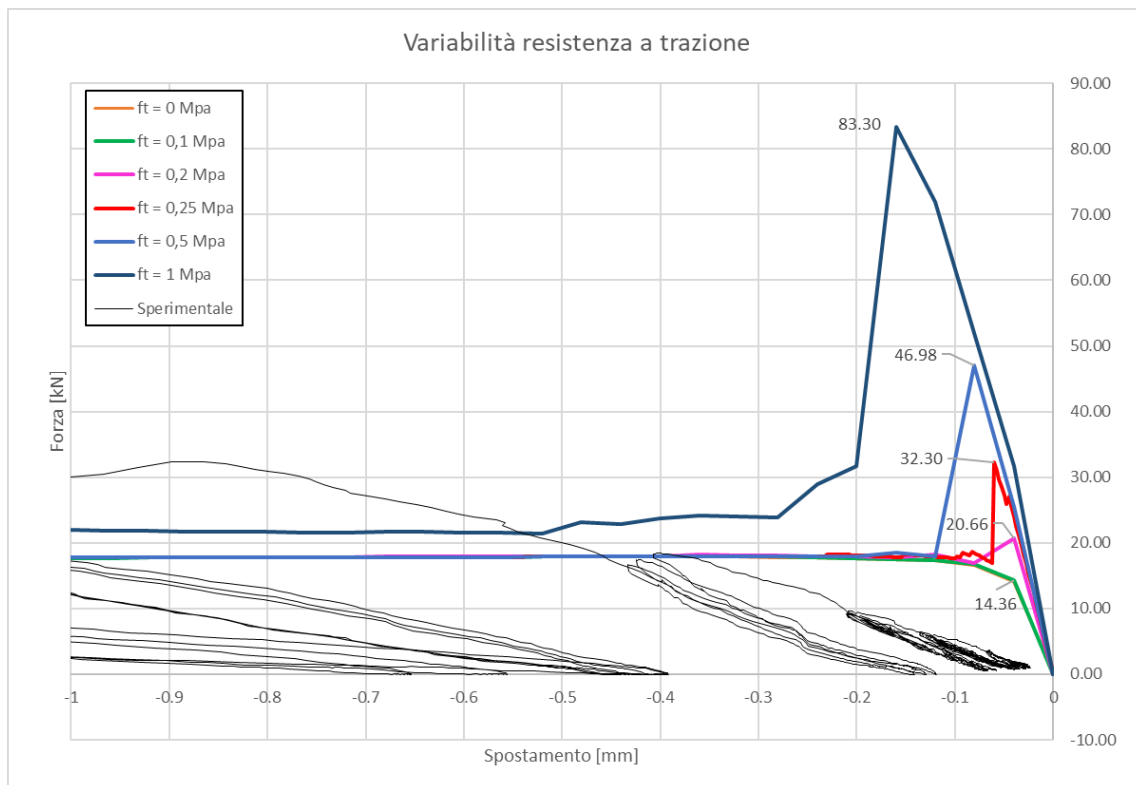
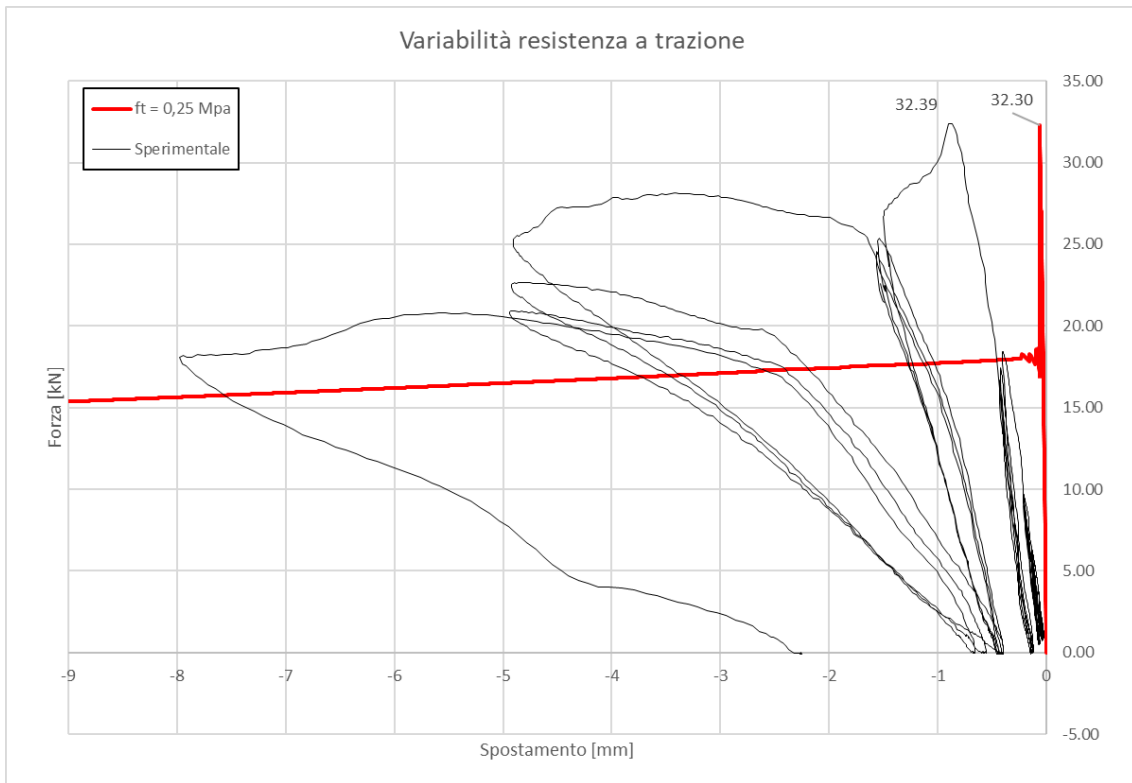


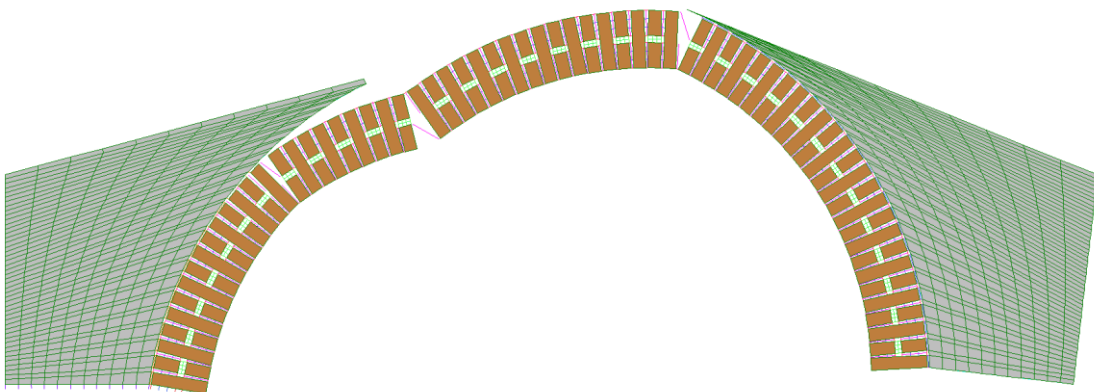
Figura 7.2 – Curve di capacità con resistenza a trazione variabile tra 0 e 1 MPa

Come si nota dalla figura 8.2, che si concentra sul solo tratto elastico della curva, una resistenza a trazione tra gli 0,5 e 1 MPa restituiva risultati troppo elevati, mentre il valore di 0,25 MPa dà come risultato una resistenza di picco pari a 32,3 kN e molto vicino a quello reale.



*Figura 7.3 – Curve di capacità sperimentale e del modello*

A questo punto si è passato all'analisi delle deformate del modello. Esse confermano il meccanismo di collasso osservato durante la prova sperimentale, con una roto-traslazione asimmetrica dovuta al carico eccentrico. Il modello riesce ad individuare con precisione le sezioni in cui si formeranno le cerniere, ossia tra i giunti 15 e 16, tra 24 e 25, tra 41 e 42 e nell'interfaccia col supporto a destra.



*Figura 7.4 – Deformata al 5% del modello U1*

Inoltre, l'assegnazione delle caratteristiche descritta precedentemente risulta efficace nel descrivere la progressiva formazione delle cerniere all'aumentare del carico. Dalla figura 7.5 si può vedere come gli elementi con resistenza finita presenti nei giunti, ossia i *cutoff* assiali, vengano meno una volta raggiunto il valore limite assegnato, mentre quelli tangenziali, che resistono infinitamente a trazione, facciano sì che non si abbia scivolamento tra un blocco e l'altro e il meccanismo avvenga come rotazione di corpi rigidi attorno alle cerniere.

Prendendo come esempio la prima cerniera tra i blocchi 15 e 16 e andando ad indagare il valore di trazione all'interno dell'elemento, si vede come i *cutoff* assiali si spezzino progressivamente per valori superiori al limite imposto, andando così ad aprire la cerniera.

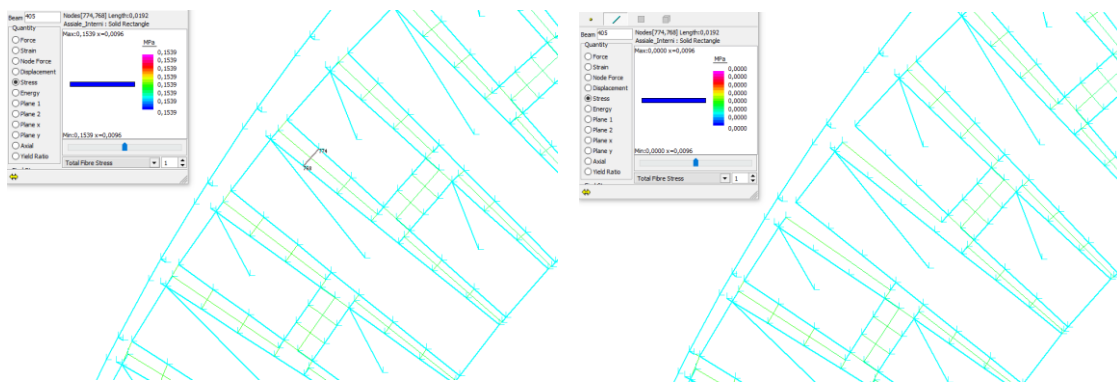


Figura 7.5 – Valori di trazione all'interno dei cutoff

L'elemento è ancora presente per una trazione pari a 0,15 MPa, ma all'incremento successivo sparisce, simulando la fessura che si apre nel giunto di malta.

Questo accade fino alla formazione della cerniera, quando tutti gli elementi assiali si sono rotti tranne l'ultimo, che è soggetto a sola compressione, mentre quelli tangenziali agiscono ancora.

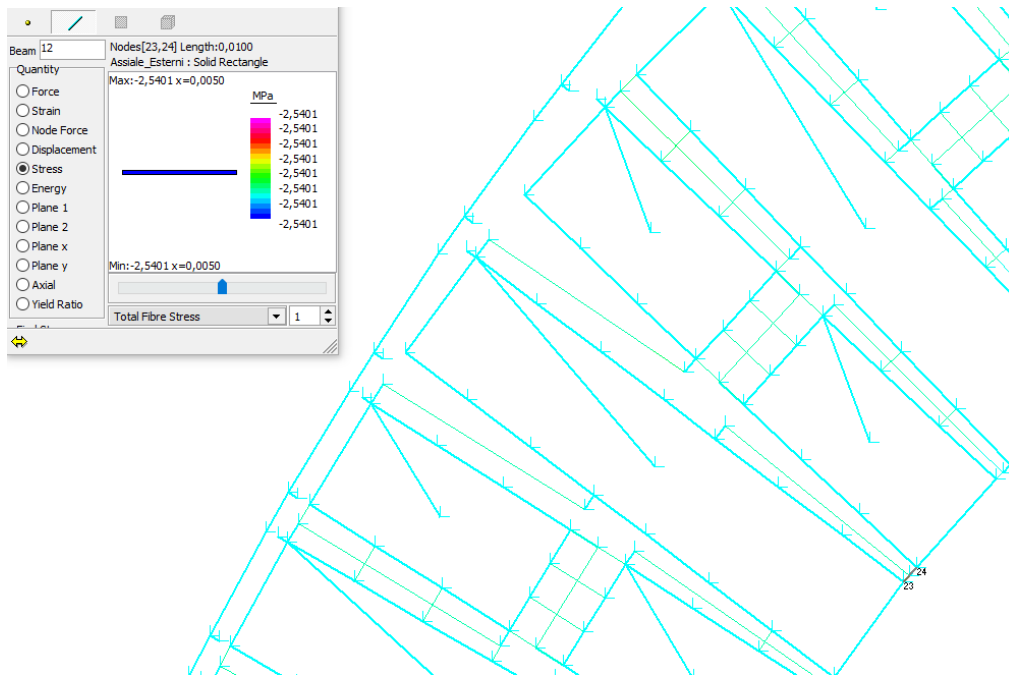


Figura 7.6 – Formazione di una cerniera plastica

## 7.2 Analisi della resistenza residua del modello U1

Come si può vedere dalla figura 7.3 per spostamenti elevati la resistenza residua del modello esce dal range di valori che era stato individuato precedentemente. È stato così necessario creare il modello apposito come precedentemente descritto.

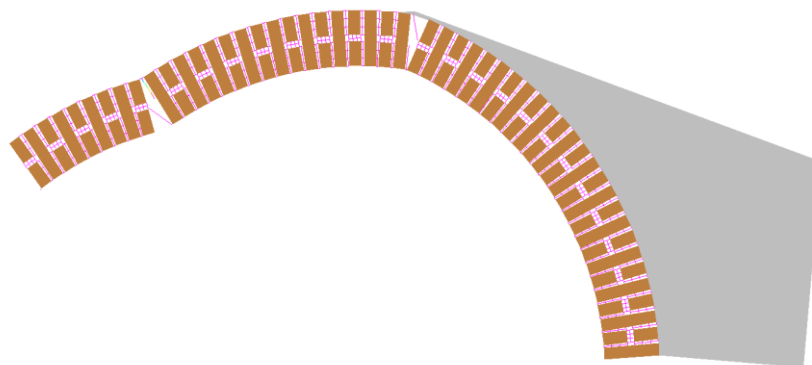
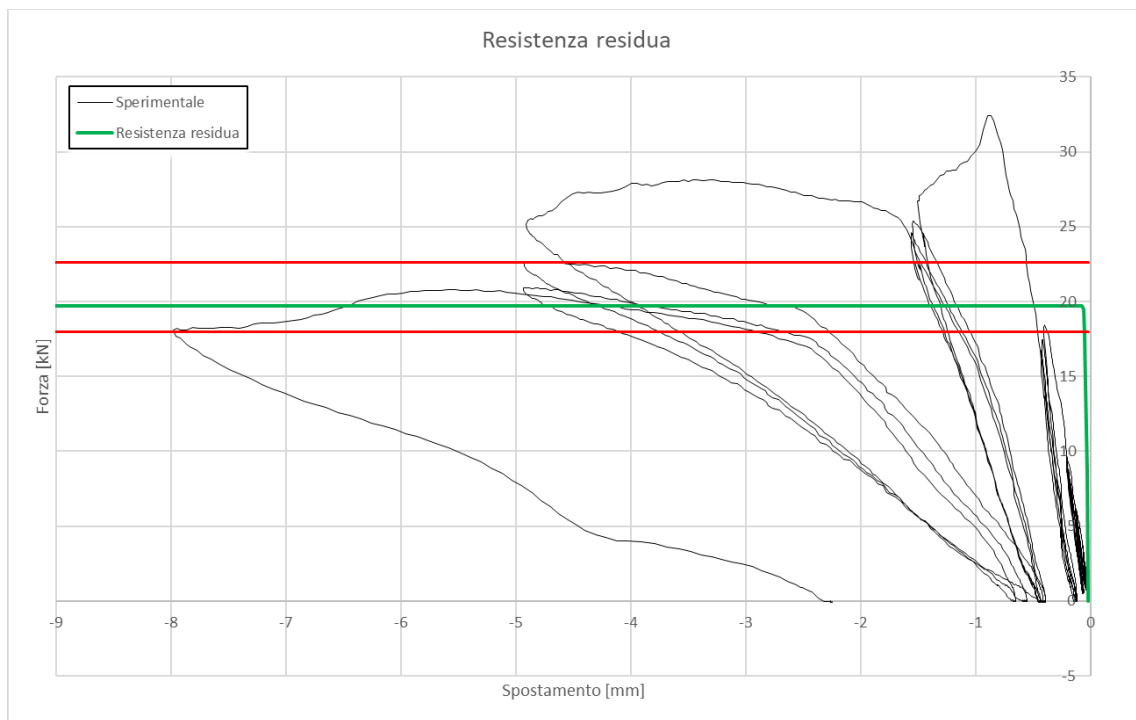


Figura 7.7 – Deformata al 5% del modello U1\_Resistenza\_Residua

Avendo assegnato resistenza nulla ai soli elementi che all'interno delle cerniere, la posizione di quest'ultime è per forza di cose corretta e lo si può constatare dalla deformata del modello. Quello che è di particolare interesse per questo modello è appunto la resistenza che il modello mantiene dopo che è stato forzato il meccanismo.



*Figura 7.8 – Curva di capacità del modello U1\_Resistenza\_Residua*

Lanciando quindi l'analisi statica lineare e studiando il comportamento della curva di capacità, si può vedere come il valore trovato ricada nel range che era stato prefissato guardando l'andamento della curva nei cicli successivi alla rottura. In conclusione, il valore di resistenza residua si aggira attorno ai 19,7 kN.

### 7.3 Analisi del modello con rinfianco elastico del modello U1

Il modello con i rinfianchi composti da elementi *plate* di spessore finito, ossia 47 cm, è stato pensato una volta trovati i risultati del modello generale. Infatti, si può notare facilmente come il modulo elastico, e quindi la pendenza del tratto elastico fino a

rottura, fosse ancora molto distante da quello della curva effettiva e il comportamento reale dell'arco.

Questo è dovuto al fatto che i rinfianchi erano modellati con elementi infinitamente rigidi che non rappresentavano correttamente le caratteristiche degli elementi reali. Quindi anche andando a modificare il modulo degli elementi *cutoff*, che inizialmente era di 8000 MPa, non si riusciva a far avvicinare la curva alla pendenza reale, o almeno non in modo significativo.

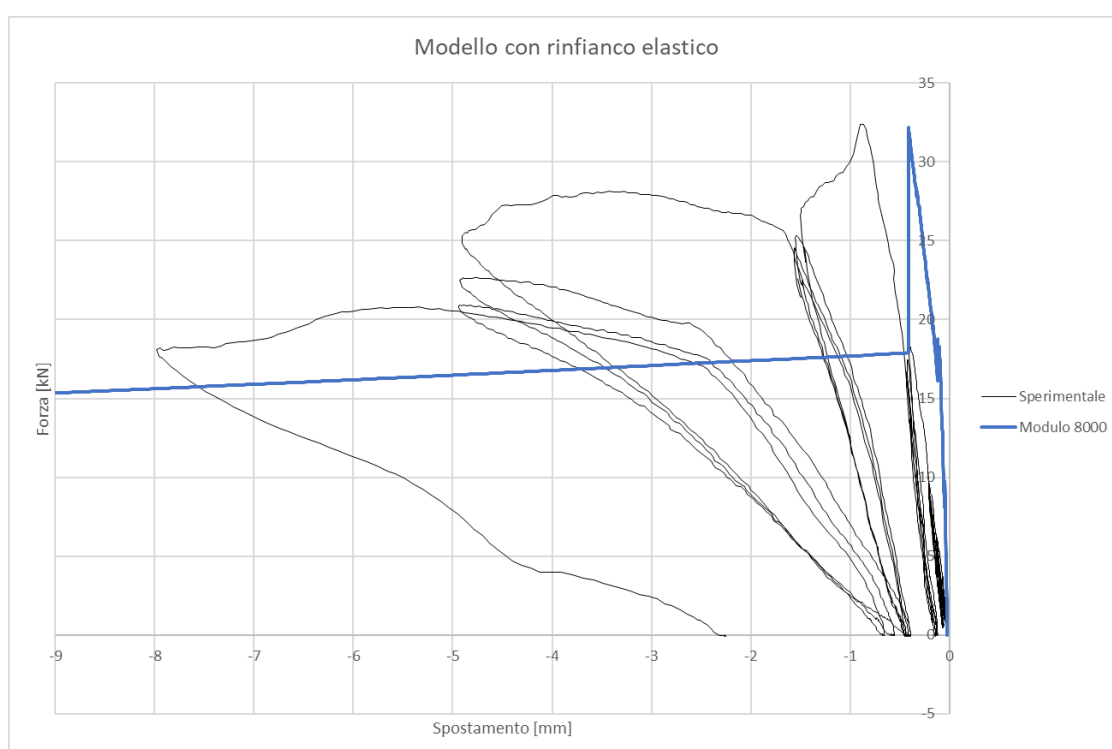
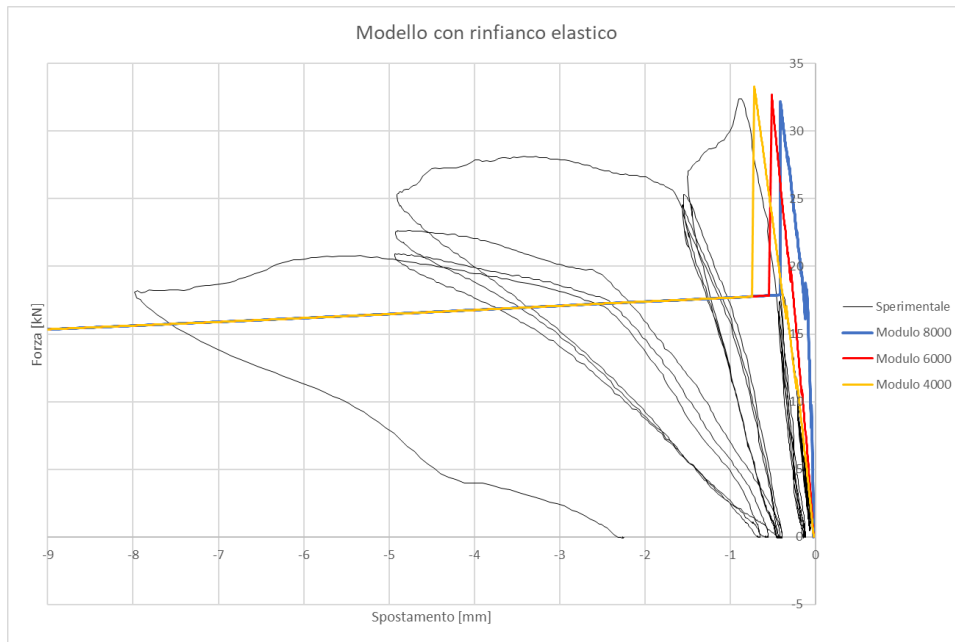


Figura 7.9 – Curva di capacità del modello U1\_Rinfianco\_Elastico

Con le modifiche apportate al modello finale è stato possibile trovare una curva di capacità molto più aderente a quella sperimentale mantenendo il valore di 8000 MPa per il modulo degli elementi.

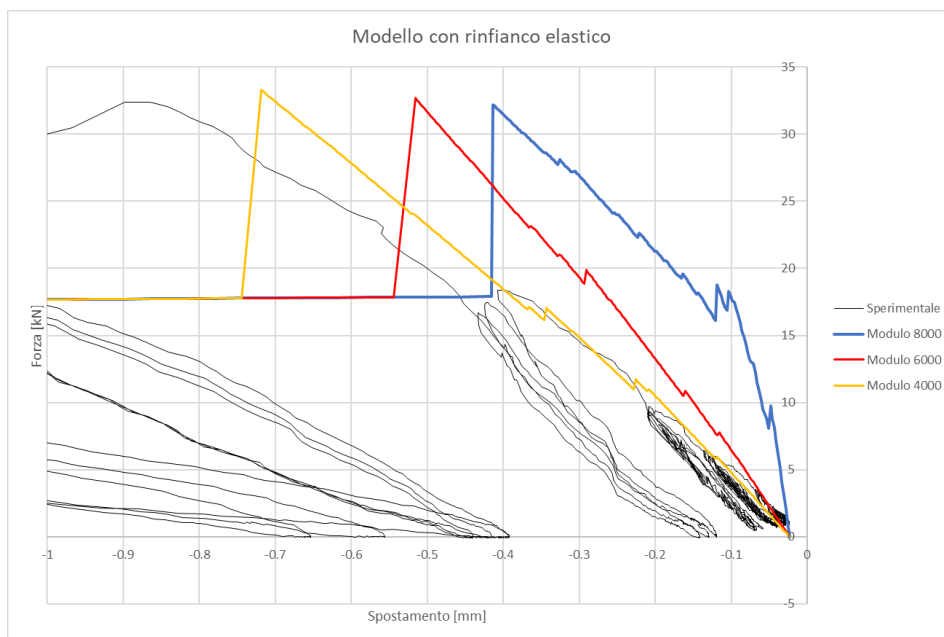
Una volta verificato questo aspetto è stato possibile cercare la pendenza corretta facendo variare il modulo elastico degli elementi *cutoff* rappresentanti i giunti di malta interni all'arco e degli elementi *beam* appositamente posti nell'interfaccia.





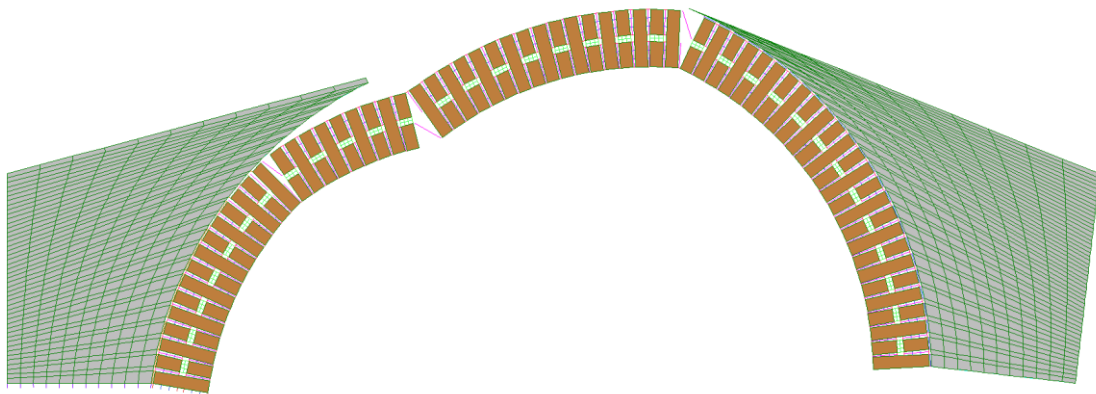
*Figura 7.10 – Curve di capacità con modulo elastico variabile tra 8000 MPa e 4000 MPa*

È stato così ridotto il modulo elastico da 8000 a 6000 MPa, fino al valore ottimale di 4000 MPa. Facendo un focus sulla parte di dati coincidente con il tratto elastico, si vede come la curva del modello riesca in buona approssimazione a replicare il comportamento elastico del provino, essendo essa aderente a quella sperimentale per quanto riguarda il modello con modulo 4000 MPa.



*Figura 7.11 – Curve di capacità nel tratto elastico*

Si può notare inoltre come la resistenza ultima resti sempre su valori molto vicini a quelli della prova sperimentale di 32,3 kN. A conferma di ciò se si va ad indagare la deformata della struttura, si può vedere come le cerniere si formino nelle posizioni corrette viste precedentemente ed i valori di abbassamento siano coerenti con quanto visto nella prova sperimentale.



*Figura 7.12 – Deformata al 5% del modello con rinfiacco elastico*

## 7.4 Analisi dei risultati arco rinforzato S1

Il modello S1, rappresentante l'arco rinforzato con FRCM, differisce dal precedente modello U1 per la sola presenza del rinforzo. Come già detto, quest'ultimo è stato modellato con degli elementi *cutoff* posti all'intradosso dell'arco in corrispondenza dei giunti. Quindi i modelli S1 presentano le stesse caratteristiche per quanto riguarda i giunti, i rinfianchi e le interfacce, ma è stato necessario verificare che la presenza del rinforzo facesse aumentare il carico ultimo sopportabile dalla struttura.

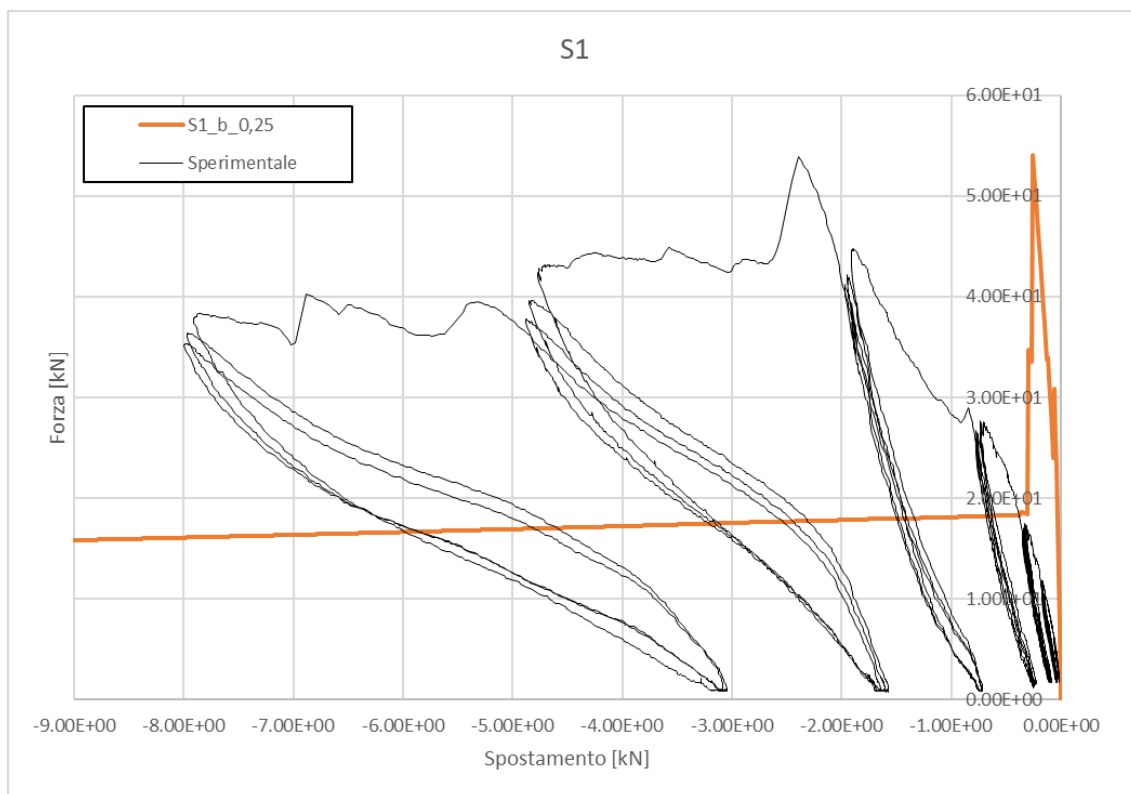


Figura 7.13 – Curva di capacità S1\_b\_0,25

Il modello iniziale, avente resistenza a trazione dei giunti pari a 0,25 MPa, ha restituito un carico ultimo di 54,0 kN, mentre il picco della curva sperimentale è di 53,4 kN.

Una volta raggiunto e superato il carico ultimo il rinforzo si rompe e perde di efficacia nel modello, che torna ad essere identico a U1, cosa che non succede nella realtà. Infatti, il rinforzo fa sì che si abbia una resistenza residua all'arco che si aggira attorno ai 40 kN.

È quindi esclusa dalla trattazione la ricerca di un modello capacitivo in grado di rappresentare questa resistenza residua.

A questo punto si è passato all'analisi delle deformate del modello. Esse confermano il meccanismo di collasso osservato durante la prova sperimentale, con una roto-traslazione asimmetrica dovuta al carico eccentrico. Il modello riesce ad individuare con precisione le sezioni in cui si formeranno le cerniere, ossia tra i giunti 13 e 14, tra 24 e 25, tra 40 e 41 e nell'interfaccia col supporto a destra.

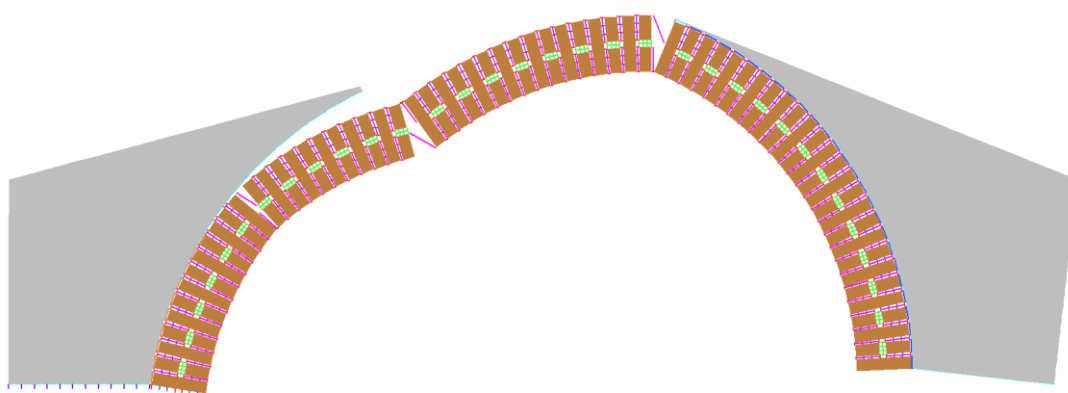


Figura 7.14 – Deformata al 5% del modello S1

Come fatto per il modello U1, è stato verificato che i *cutoff* avessero le caratteristiche corrette in modo da rompersi una volta raggiunta la propria resistenza a trazione e permettessero la formazione delle cerniere nelle posizioni corrette. Le bielle tangenziali non hanno limite di trazione e sono elementi *truss*, mentre quelle assiali si rompono progressivamente all'aumentare della tensione presente in esse.

Prendendo come esempio la terza cerniera tra i blocchi 40 e 41 e andando ad indagare il valore di trazione all'interno dell'elemento, si vede come i *cutoff* assiali si spezzino progressivamente per valori superiori al limite imposto, andando così ad aprire la cerniera.

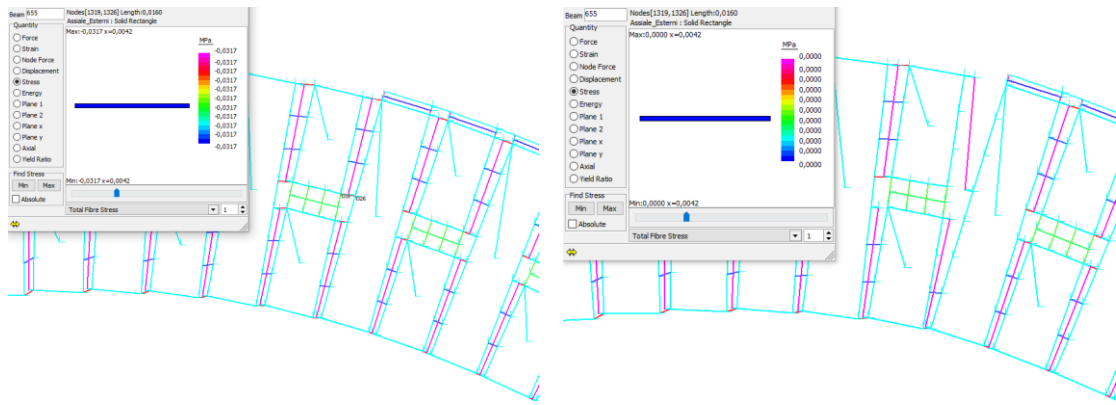


Figura 7.15 – Valori di trazione all'interno dei cutoff

L'elemento è ancora presente finché è soggetto a compressione, ma all'incremento successivo sparisce, simulando la fessura che si apre nel giunto di malta.

Questo accade fino alla formazione della cerniera, quando tutti gli elementi assiali si sono rotti tranne l'ultimo, che è soggetto a sola compressione, mentre quelli tangenziali agiscono ancora.

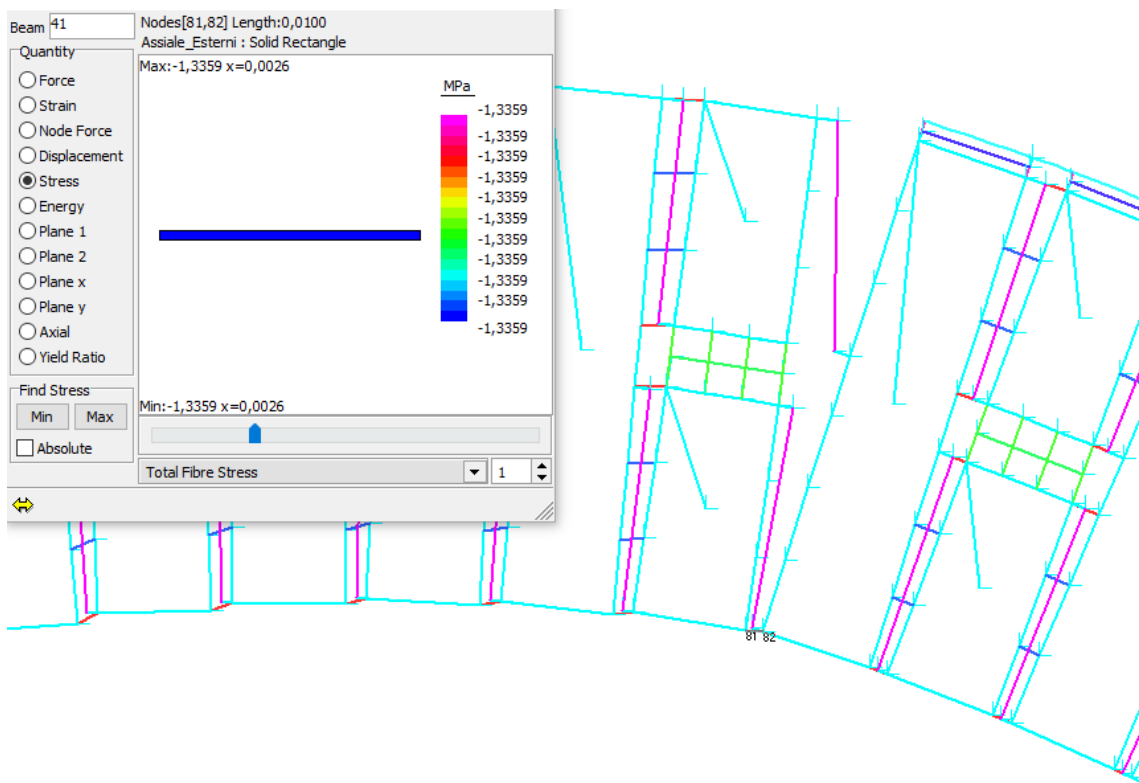


Figura 7.16 – Formazione di una cerniera plastica

## 7.5 Analisi del modello con rinfianco elastico

Anche in S1 si presenta una marcata differenza tra la pendenza del ramo elastico sperimentale e quello del modello. Riducendo il modulo dei costituenti dell'arco non si ottengono risultati che si avvicinino alla prova sperimentale. È stato creato dunque un modello analogo con *plate* di spessore assegnato pari a 47 cm, in sostituzione dei link infinitamente rigidi.

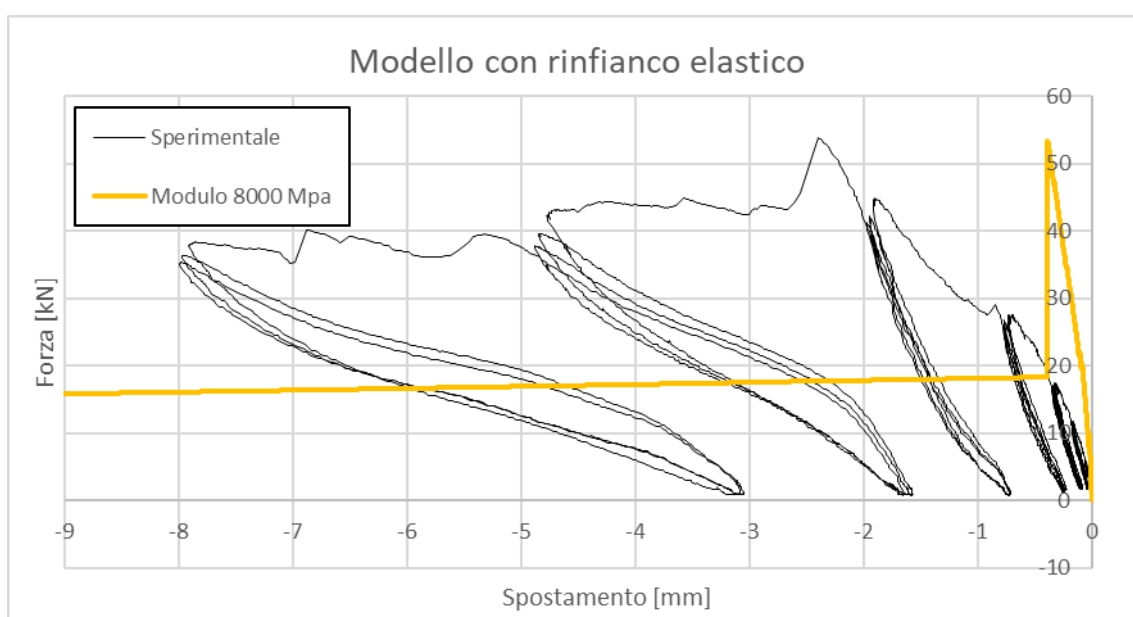
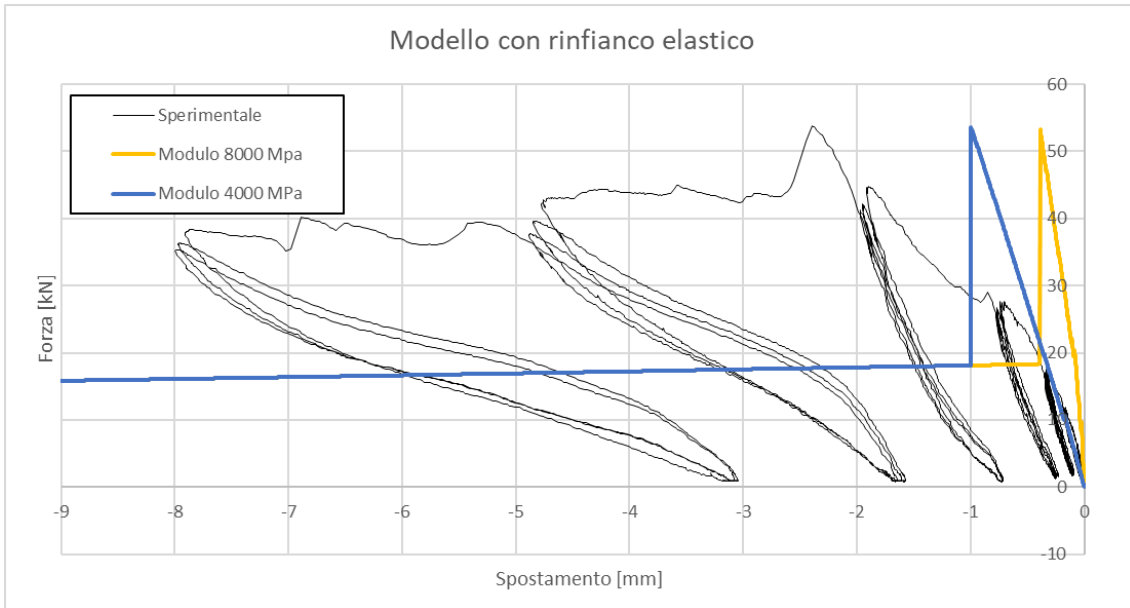


Figura 7.17 – Curva di capacità del modello S1\_Rinfianco\_Elastico

Con le modifiche apportate al modello finale è stato possibile trovare una curva di capacità molto più aderente a quella sperimentale mantenendo il valore di 8000 MPa per il modulo degli elementi.

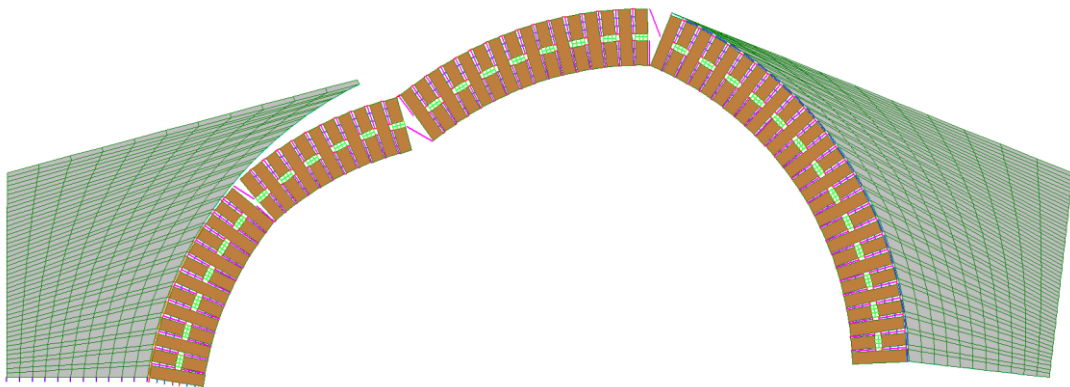
Una volta verificato questo aspetto è stato possibile cercare la pendenza corretta facendo variare il modulo elastico degli elementi *cutoff* rappresentanti i giunti di malta interni all'arco e degli elementi *beam* appositamente posti nell'interfaccia.



*Figura 7.18 – Curve di capacità con modulo elastico 8000 MPa e 4000 MPa*

È stato così ridotto il modulo elastico da 8000 direttamente a 4000 MPa. Si vede come la curva del modello riesca in buona approssimazione a replicare il comportamento elastico del provino, essendo essa aderente a quella sperimentale per quanto riguarda il modello con modulo 4000 MPa.

Si può notare inoltre come la resistenza ultima resti sempre su valori molto vicini a quelli della prova sperimentale di 53,8 kN. A conferma di ciò se si va ad indagare la deformata della struttura, si può vedere come le cerniere si formino nelle posizioni corrette viste precedentemente ed i valori di abbassamento siano coerenti con quanto visto nella prova sperimentale.



*Figura 7.19 – Deformata al 5% del modello con rinfiacco elastico*

## 7.6 Analisi dei modelli duttili

In conclusione, sono stati predisposti due modelli che avessero dei link nei giunti doppi, ossia sovrapposti l'un l'altro, in modo da affidare ad uno la resistenza a trazione  $f_t=0,25$  MPa e all'altro una resistenza a compressione finita pari a  $f_c=9,46$  Mpa. Risulta interessante verificare la differenza tra il rinforzo fragile del primo modello e quello duttile del secondo.

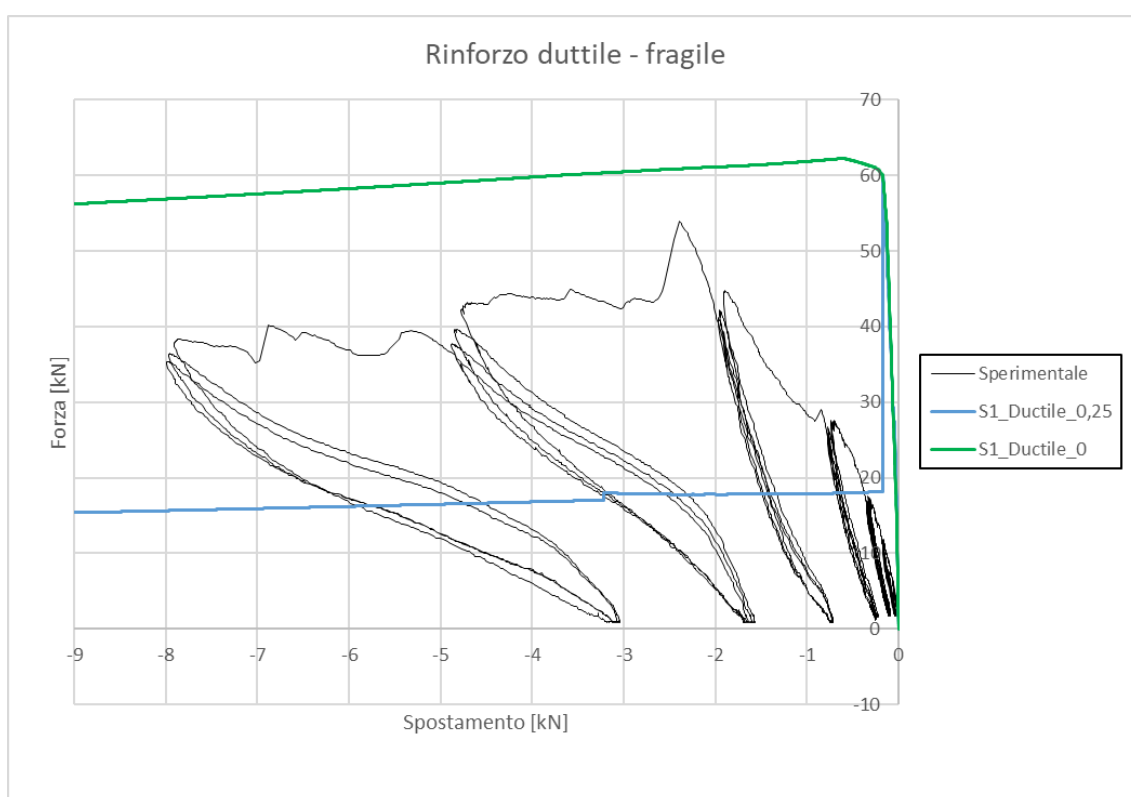


Figura 7.20 – Confronto tra rinforzo duttile e fragile

I risultati trovati sono in linea con quello che ci si attendeva:

- Il primo modello S1\_Ductile\_0,25 conferma quanto visto precedentemente, ossia un primo picco di resistenza 27,4 kN dato dall'arco e un carico ultimo di 58 kN raggiunto grazie alla presenza del rinforzo. A rottura avvenuta il rinforzo viene meno e la resistenza torna ad essere quella del modello non rinforzato.



-Il secondo modello S1\_Ductile\_0, avendo un rinforzo duttile, non arriva mai a rottura in modo fragile, ma una volta raggiunto il valore limite prosegue con andamento pressoché costante all'aumentare del numero di incrementi.

## 8. CONCLUSIONI

L'intento iniziale della trattazione era quello di dimostrare che attraverso l'analisi statica non lineare e la modellazione 2D agli elementi finiti è possibile studiare il comportamento di archi in muratura sottoposti a carichi ciclici.

È stato visto come un primo modello, composto da soli elementi monodimensionali, restituisca già delle indicazioni sul carico ultimo raggiungibile dalla struttura. Questo è possibile disaccoppiando le proprietà del legante nelle due direzioni principali e assegnando le proprietà di resistenza a trazione e compressione a degli elementi assiali e tangenziali di tipo *cutoff*.

Conoscendo la posizione delle cerniere dalle prove, o in caso contrario trovandola con un'analisi limite col metodo cinematico, per esempio, è possibile predisporre un modello capace di individuare quella che è la resistenza dopo la formazione del meccanismo, che andrà a linearizzare il tratto plastico della curva.

Infine, il modello di riferimento finale richiede che il rinfiacco venga modellato con elementi *plate* bidimensionali, in modo da considerare il suo comportamento elastico. Questi elementi tengono conto della densità e dello spessore effettivo del rinfiacco, che non si presenta più come elemento infinitamente rigido incapace di deformarsi.

Tale modello da indicazioni sui tre aspetti principali su cui ci si deve soffermare per far sì che la curva di capacità sia la più vicina possibile all'involuppo delle prove sperimentali:

- Il carico ultimo, come già era stato verificato per i modelli precedenti
- La resistenza residua a crisi avvenuta
- Il modulo elastico, che si traduce nella pendenza della curva e che, nel modello così preparato, può venire ridotto fino a trovare il valore che linearizza il tratto elastico della curva ottenuta in laboratorio.

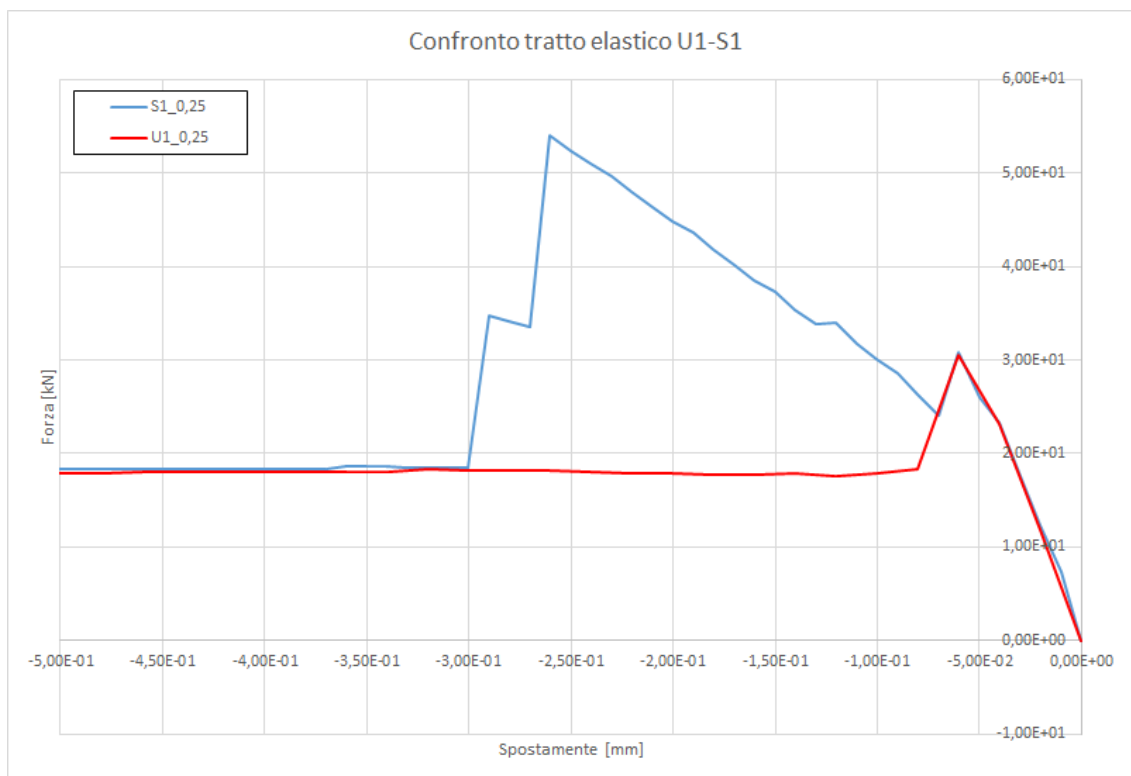


Figura 8.1 – Confronto tra curva del modello rinforzato e non rinforzato

Per concludere, le precedenti valutazioni valgono anche per archi rinforzati con fibra FRCM a matrice inorganica. Le curve dei modelli iniziali sono coerenti con quelle dell'analogo modello non rinforzato. Inoltre, il sistema FRCM modellato con elementi monodimensionali, ai quali sono assegnati gli altissimi valori di resistenza a trazione e modulo tipici dei rinforzi, impedisce la formazione delle cerniere plastiche mostrando un aumento sostanziale di carico ultimo.

Anche per questo secondo caso di studio il modello integrato con gli elementi *plate* riesce a linearizzare, in buona approssimazione, l'andamento del tratto plastico della curva.

Si può quindi affermare che l'utilizzo di questi modelli agli elementi finiti, affiancati l'un l'altro, possano essere sottoposti ad analisi di tipo *Pushover* per studiare il comportamento a rottura di archi in muratura.

# INDICE DELLE FIGURE

Figura 2.1 – Il più antico arco in muratura presso la Ziqqurat di Ur	17
Figura 2.2 – Tipologie di mattoni	19
Figura 2.3 – Comportamento monoassiale muratura e suoi componenti	22
Figura 3.1 – Pont du Garde, acquedotto romano in Provenza	26
Figura 3.2 – Parti principali di un ponte ad arco in muratura	28
Figura 3.3 – Componenti di un arco	29
Figura 3.4 – Tipi di arco al variare del rapporto $f/L$	30
Figura 3.5 – Pile e pila-spalla	31
Figura 4.1 – Rinforzo intradossale di un ponte	35
Figura 4.2 – Rinforzo estradossale di una volta	36
Figura 4.3 – Legame costitutivo tipico di un provino sottoposto a trazione monoassiale	36
Figura 5.1 – Provino U1	39
Figura 5.2 – Provino S1	39
Figura 5.3 – Storia di carico utilizzata per raggiungere la rottura dell'arco	40
Figura 5.4 – Punto di applicazione del carico	41
Figura 5.5 – Curva sperimentale U1	42
Figura 5.6 – Curva sperimentale S1	42

Figura 6.1 – Creazione elementi “Rigid Link”	45
Figura 6.2 – Esempio di assegnazione delle caratteristiche geometriche	45
Figura 6.3 – Parametri non lineari degli elementi cutoff bar	46
Figura 6.4 – Elenco delle proprietà degli elementi cutoff	46
Figura 6.5 – Modello U1	47
Figura 6.6 – Tipologie di elementi del modello	47
Figura 6.7 – Modello U1 con Plate	48
Figura 6.8 – Condizioni di vincolo tra rinfiando e supporto	48
Figura 6.9 – Curva sperimentale	50
Figura 6.10 – Modello per la resistenza residua	51
Figura 6.11 – Modello con rinfiando elastico	52
Figura 6.12 – Elementi beam aggiunti	52
Figura 6.13 – Costruzione del rinforzo	54
Figura 6.14 – L’analisi considera non linearità geometrica e di materiale	55
Figura 6.15 – Esempio di definizione del primo construction stage	56
Figura 7.1 – Curva di capacità U1_0	58
Figura 7.2 – Curve di capacità con resistenza a trazione variabile tra 0 e 1 MPa	59
Figura 7.3 – Curve di capacità sperimentale e del modello	60
Figura 7.4 – Deformata al 5% del modello U1	60
Figura 7.5 – Valori di trazione all’interno dei cutoff	61
Figura 7.6 – Formazione di una cerniera plastica	62

Figura 7.7 – Deformata al 5% del modello U1_Resistenza_Residua	62
Figura 7.8 – Curva di capacità del modello U1_Resistenza_Residua	63
Figura 7.9 – Curva di capacità del modello U1_Rinfiacco_Elastico	64
Figura 7.10 – Curve di capacità con modulo elastico variabile tra 8000 MPa e 4000 MPa	65
Figura 7.11 – Curve di capacità nel tratto elastico	65
Figura 7.12 – Deformata al 5% del modello con rinfiacco elastico	66
Figura 7.13 – Curva di capacità S1_b_0,25	67
Figura 7.14 – Deformata al 5% del modello S1	68
Figura 7.15 – Valori di trazione all'interno dei cutoff	69
Figura 7.16 – Formazione di una cerniera plastica	69
Figura 7.17 – Curva di capacità del modello S1_Rinfiacco_Elastico	70
Figura 7.18 – Curve di capacità con modulo elastico 8000 MPa e 4000 MPa	71
Figura 7.19 – Deformata al 5% del modello con rinfiacco elastico	71
Figura 7.20 – Confronto tra rinforzo duttile e fragile	72
Figura 8.1 – Confronto tra curva del modello rinforzato e non rinforzato	76



# Bibliografia

1. Albanesi T., Nuti C., "*Dispensa su Analisi Statica Non Lineare (Pushover)*" Dipartimento di Strutture, Università degli Studi Roma Tre, Roma. – Italy, Maggio 2007.
2. Aprile A., Pelà L., Benedetti A., 2006. "*Vulnerabilità sismica di ponti ad arco in muratura di pietra*" XVI Convegno Italiano di Meccanica Computazionale, 26-28 giugno, Bologna.
3. Cavicchi A., Gambarotta L. "*Collapse analysis of masonry bridges taking into account arch-fill interaction*". Eng Struct 2005.
4. Da Porto F., 2013. "*Vulnerabilità sismica dei ponti ferroviari in muratura*" Convegno CIFI, 24 maggio, Venezia.
5. De Felice, G., De Santis, S., 2009. "*Experimental investigation and numerical modelling of historic brickwork for railway arch bridges assessment*". Int. Journal of Architectural Heritage, submitted.
6. Heyman J., 1982. "*The masonry arc*", Ellis Horwood limited.
7. Modena C., Pellegrino C., Tecchio G., Da Porto F., Morbin R., Grendene M., "*Assessment and retrofitting of existing bridges*", Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Padova, Italy.
8. Olofsson J., Paulsson B., Lennart E., Taljsten B., 2007, "*Repair and Strengthening of Railway Bridges. Sustainable Bridges Workshop*", Division of Structural Engineering, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.
9. Paulay, T. and Priestly, M. J. N. 2009, Frontmatter, "*Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*", John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA
10. Paulo B. Lourenço, Daniel V. Oliveira, "*Conservation of ancient constructions and application to a masonry arch bridge*", Department of Civil Engineering, University of Minho.
11. Paulo B. Lourenço, Daniel V. Oliveira, "*Strengthening of masonry arch bridges: research and applications*", Department of Civil Engineering, University of Minho.



12. Resemini S., Lagormarsino S., 2007. "*Displacement-based methods for the seismic assessment of masonry arch bridges*". 5th Int. Conf. on Arch Bridges ARCH'07. 12-14 settembre, Madeira, POR.
13. Tecchio G., "*Vulnerabilità sismica dei ponti ferroviari*" Convegno CIFI, 24 maggio, Venezia.
14. Venturato M., 2011. "*Interventi di rinforzo per ponti ad arco in muratura*" Università degli Studi di Padova.





*Alla mia cara nonna Olimpia che più di tutti ci teneva a vedermi raggiungere questo  
traguardo,  
ai miei genitori che mi hanno sempre supportato in questo arduo percorso,  
ad Anna che in questi tre anni mi è stata vicina più di chiunque altro.*