

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA**

**Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione**

**Corso di laurea Magistrale in Psicologia dello Sviluppo e dell'Educazione**

**Tesi di laurea Magistrale**

**I pensieri disfunzionali nella risoluzione di equazioni semplici: qual è il ruolo della memoria di lavoro? Uno studio su ragazzi della scuola secondaria di primo grado**

**Dysfunctional thoughts in solving simple equations: what is the role of working memory? A study on middle school students**

***Relatore***

**Prof.ssa Sara Caviola**

***Correlatore***

**Dott. Lorenzo Esposito**

***Laureanda: Giorgia Bertuol***

***Matricola: 2020933***

**Anno Accademico 2021/2022**

# **INDICE**

<b>INTRODUZIONE</b>	<b>1</b>
<b>Capitolo 1. APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA E ASPETTI COGNITIVI</b>	<b>3</b>
<b>1.1 I modelli teorici</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Memoria di lavoro</b>	<b>6</b>
<b>1.2.1 Le differenze individuali nella capacità di memoria di lavoro</b>	<b>9</b>
<b>1.3 La relazione tra memoria di lavoro e matematica</b>	<b>10</b>
<b>Capitolo 2. ASPETTI EMOTIVI E MATEMATICA</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Apprendimento della matematica e aspetti emotivi</b>	<b>15</b>
<b>2.2 Ansia per la matematica</b>	<b>16</b>
<b>2.3 I pensieri disfunzionali: ruminazione e autocritica</b>	<b>18</b>
<b>2.4 L'influenza dei pensieri disfunzionali sulla prestazione</b>	<b>23</b>
<b>Capitolo 3.LA RICERCA</b>	<b>26</b>
<b>3.1 Ipotesi di ricerca</b>	<b>26</b>
<b>3.2 Partecipanti</b>	<b>27</b>
<b>3.3 Metodo</b>	<b>28</b>
<b>3.3.1 Procedura</b>	<b>28</b>
<b>3.3.2 Materiali</b>	<b>29</b>
<b>3.4 Prove collettive</b>	<b>30</b>
<b>3.4.1 Prove matematiche e di ragionamento visuo-spaziale</b>	<b>30</b>
<b>3.4.2 Questionari</b>	<b>34</b>
<b>3.5 Prove individuali</b>	<b>35</b>
<b>Capitolo 4 ANALISI E RISULTATI</b>	<b>40</b>
<b>4.1 Statistiche descrittive</b>	<b>41</b>
<b>4.2 Correlazioni</b>	<b>42</b>
<b>4.3 Regressioni lineari</b>	<b>45</b>
<b>DISCUSSIONE</b>	<b>50</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>52</b>



## INTRODUZIONE

L'apprendimento della matematica è complesso e richiede delle abilità specifiche e l'attivazione di processi cognitivi abilità che possono essere sia di dominio generale che specifico. In particolare in questa ricerca si vuole approfondire il ruolo che la memoria di lavoro (ML) può avere in relazione alla matematica. Le abilità matematiche così come la performance in generale possono essere influenzate da vari fattori quali aspetti affettivi, emotivi che possono far insorgere pensieri disfunzionali quali ad esempio ruminazione e autocritica.

Gli obiettivi di tale ricerca sono: verificare il ruolo della ML in relazione alle prove aritmetiche e alla risoluzione di equazioni semplici; verificare se le prove somministrate possano essere influenzate dai livelli soggettivi di valutazione autocritica e ruminazione infine ci si chiede se i livelli di ruminazione e autocritica influiscono sulle risorse cognitive impattando quindi sulle prestazioni.

Nel primo capitolo vengono presentati i modelli teorici relativi allo sviluppo dell'apprendimento matematico in particolare il "Modello delle relazioni" di LeFevre riferendosi nello specifico al ruolo della ML. Viene quindi spiegata nel dettaglio la ML, gli effetti delle differenze individuali e la relazione tra ML e matematica.

Nel secondo capitolo viene descritta la relazione tra apprendimento della matematica e gli aspetti emotivi in particolare la ruminazione e l'autocritica. Infine viene approfondita l'influenza che questi pensieri disfunzionali possono avere sulla performance.

Nel terzo capitolo la ricerca viene spiegata, presentando le varie ipotesi di ricerca, descrivendo il campione, spiegando la procedura e gli strumenti utilizzati nelle prove somministrate.

Nel quarto capitolo si presentano i risultati delle analisi eseguite in particolare le statistiche descrittive, le correlazioni e le regressioni lineari.

Si conclude con la discussione dei risultati ottenuti, se confermano o meno le ipotesi presentando possibili limiti della ricerca.

## Capitolo 1. APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA E ASPETTI COGNITIVI

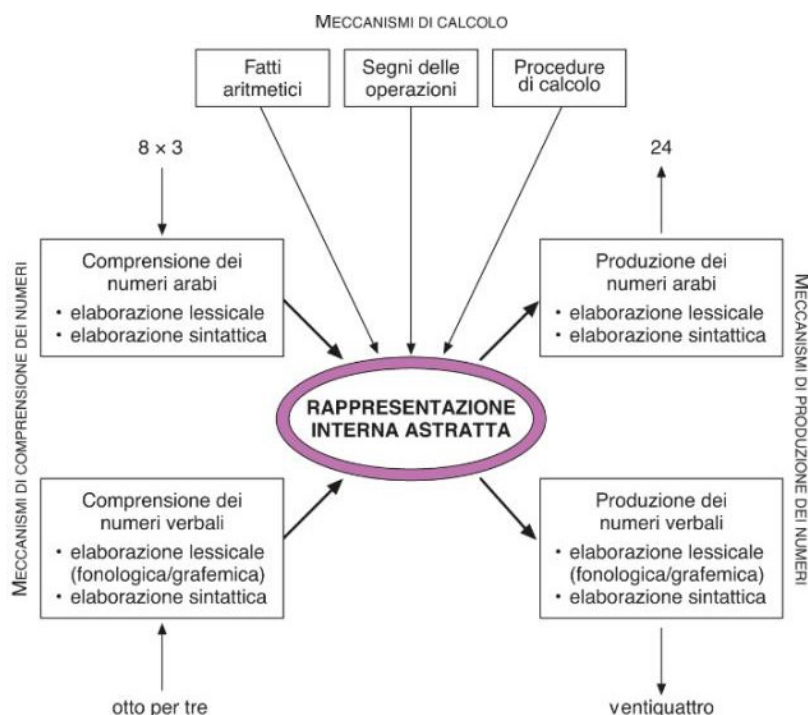
Le abilità e i processi cognitivi coinvolti durante l'apprendimento della matematica sono molteplici. In questo capitolo saranno descritti i modelli teorici di riferimento e i vari aspetti coinvolti utili all'apprendimento. In particolare, sarà approfondita la relazione tra memoria di lavoro e matematica, mettendone in evidenza le possibili differenze dovute a fattori individuali.

### 1.1 I modelli teorici

In letteratura sono stati presentati diversi modelli teorici relativi allo sviluppo dell'apprendimento matematico. Tra i modelli di maggiore importanza vi è quello di McCloskey e colleghi (1985 in Cornoldi, 2019) i quali hanno elaborato il “*Modello di comprensione numerica e calcolo aritmetico*”. Tale modello presuppone tre sottosistemi:

- Il sistema di comprensione: prevede un modulo per la comprensione verbale e uno per lo scritto con sottomoduli per la comprensione delle cifre arabiche, del testo o dei numeri romani.
- Il sistema del calcolo: prevede la memorizzazione delle operazioni, un sistema per il recupero dei risultati dei calcoli e l'applicazione di procedure apprese in precedenza.
- Il sistema di produzione: analogo a quello della comprensione, qui però la comprensione verbale diventa produzione verbale e la lettura diventa scrittura.

In questo modello, la via semantica risulta essere la via di accesso per la produzione numerica; in quanto l'elaborazione di un numero comporta una rappresentazione concettuale per identificare le informazioni relative alla quantità (Figura 1.1).



**Figura 1.1.:**“Modello di comprensione numerica e calcolo aritmetico” di McCloskey, Caramazza e Basili (1985 in Cornoldi, 2019);

È stato osservato che l’apprendimento della matematica avviene con il contributo di diversi fattori dominio-specifici e dominio-generalisti. Le abilità relative al senso del numero, sono dominio-specifiche e sono la base per lo sviluppo di abilità più complesse (De Vita et al., 2018). Queste abilità permettono di: confrontare grandezze numeriche diverse tra loro, di fare stime, di compiere trasformazioni numeriche, di abbinare ai numeri simbolici le corrispondenti quantità non simboliche, l’abilità di conteggio di ordinamento e di eseguire semplici calcoli (De Vita et al., 2018).

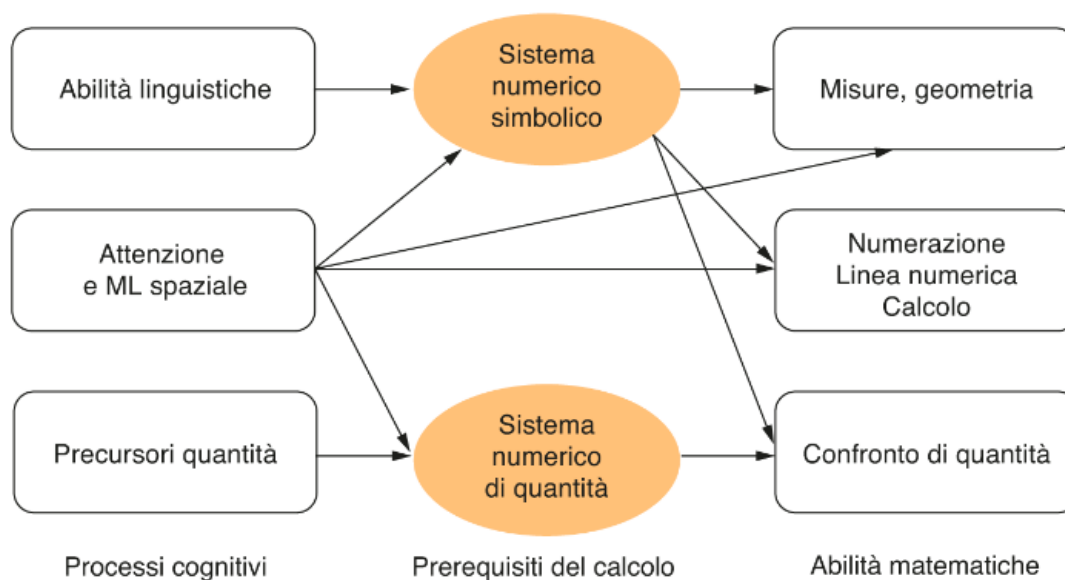
Le abilità dominio-generalisti sottendono fattori sia di natura cognitiva, come la memoria di lavoro (ML) e di natura emotiva, quali le aspettative, le credenze che ruotano attorno alla stessa matematica, oltre che contestuali (ad esempio la scuola e la famiglia). I fattori cognitivi sono importanti nell’apprendimento della matematica perché agiscono in tutte le fasi, quindi dall’elaborazione iniziale del numero, alla rappresentazione delle quantità e all’abilità del calcolo.

Si tratta di capacità generali che consentono l'acquisizione di nuovi contenuti, l'elaborazione di nuove informazioni, la comprensione e lo svolgimento dei compiti.

Tra i fattori cognitivi maggiormente studiati nell'ambito del calcolo troviamo: la ML, le funzioni esecutive e la velocità di elaborazione. Riferendosi nello specifico alla ML, di seguito verrà presentato il *Modello delle relazioni* di LeFevre et al. (2010), che mette in luce l'interazione di quelle che sono le competenze matematiche, i pre-requisiti del calcolo e le abilità cognitive necessarie (si veda **Figura 1.2**). Tra le abilità cognitive troviamo quelle linguistiche, necessarie per lo sviluppo delle abilità numeriche simboliche di base (e.g. associazione quantità-cifra); allo stesso modo, le abilità quantitative sembrano essere fondamentali per l'elaborazione delle grandezze numeriche (e.g. stima delle lunghezze). In più, anche l'attenzione spaziale sembra ricoprire un ruolo fondamentale nell'acquisizione delle conoscenze e abilità numeriche di base sopracitate, e allo stesso tempo, sembra supportare anche lo sviluppo di competenze matematiche complesse come il ragionamento geometrico (basato su abilità simboliche), la stima delle grandezze (basata su abilità non-simboliche), la numerazione ed il calcolo, quest'ultime dipendenti da entrambi i sistemi. Tali abilità di riferimento sono: geometria, numerazione, calcolo e confronto di quantità. La parte centrale di tale modello comprende la parte di prerequisito e quella a sinistra invece le competenze cognitive che permettono che l'apprendimento avvenga. Nello specifico dei processi cognitivi fanno parte le abilità linguistiche, l'attenzione, la ML spaziale e i precursori di quantità. L'abilità linguistica, acquisita attraverso l'esposizione, l'esperienza, la scolarizzazione e le abilità matematiche apprese durante la scuola materna, supporta quello che è il sistema simbolico che coinvolge: misure e geometria, numerazione, calcolo e confronto di quantità. La parte di attenzione e ML spaziale supportano il sistema simbolico e numerico. Lo sviluppo numerico quindi si è visto essere strettamente connesso anche all'abilità linguistica precisamente al linguaggio matematico, quindi parole relative alla quantità e allo spazio. L'esposizione al linguaggio, infatti risulta essere molto importante e decisiva dal momento che bambini appartenenti a contesti socio-economici più



svantaggiati presentano difficoltà nei compiti di calcolo convenzionale (Levine, Jordan, Huttenlocher, 1992). Sono coinvolte anche le funzioni esecutive oltre al linguaggio quali la ML la flessibilità cognitiva e la velocità di elaborazione. Di seguito un'immagine che illustra il modello di riferimento nel dettaglio.



**Figura 1.2.** Modello delle relazioni, LeFevre et al. 2010;

In sintesi, le abilità linguistiche supportano l'apprendimento del sistema simbolico come la scrittura dei numeri arabi e i precursori della rappresentazione di quantità; infine sia l'attenzione spaziale che la ML agiscono su entrambi i precursori.

## 1.2 Memoria di lavoro

La ML si riferisce a uno spazio mentale coinvolto nel controllo e regolazione delle informazioni utili allo svolgimento di compiti cognitivi complessi. Baddeley e Hitch nel 1974 propongono un modello multicomponentiale per spiegare la ML. Secondo gli autori, essa è costituita da tre componenti: l'esecutivo centrale, il sistema fonologico e quello visuo-spaziale. Questi ultimi due sistemi sono sottoposti all'esecutivo e hanno il ruolo di magazzini a breve

termine. Nello specifico l'esecutivo centrale è un sistema flessibile, responsabile del controllo e regola i processi cognitivi. Coordina più attività (Baddeley, Della Sala, Papagno e Spinnler, 1997) e coordina l'attivazione dell'attenzione selettiva e di inibizione (Baddeley, Emsile, Kolodny & Duncan, 1998). Ha una capacità limitata, controlla il passaggio delle informazioni all'interno della memoria di lavoro e proprio a causa della sua capacità limitata è sensibile al sovraccarico dato da compiti complessi (Baddeley, 2003). Il sistema fonologico, anche chiamato loop fonologico, è coinvolto nel trattamento delle informazioni fonetiche e fonologiche. Costituito anch'esso da due sottocomponenti: un magazzino fonologico a breve termine e un sistema di ripetizione articolatoria. Gli stimoli verbali uditivi passano direttamente nel magazzino fonologico, quelli verbali presentati visivamente vengono trasformati in codice fonologico dall'articolazione sub-vocalica e codificati allo stesso modo di quelli uditivi. La ML visuo-spaziale è coinvolta nel mantenimento e nell'elaborazione delle informazioni visuo-spaziali. Usata in una complessa varietà di azioni quali: orientamento, movimento nello spazio, comunicazione non verbale (Doherty- Sneddon, Bonner & Bruce, 2001), nella costruzione di immagini mentali, nel disegno e acquisizione di conoscenze semantiche (Morra, 2008). Importante distinguere la componente visiva da quella spaziale, la prima si occupa di immagazzinare le informazioni visive quali colori, forme, orientamento degli oggetti temporaneamente. La componente spaziale invece si occupa di immagazzinare il ricordo dei movimenti e delle loro sequenze (Loogie, 1995). In particolare Cornoldi & Vecchi (2003) hanno diviso le diverse funzioni della memoria visuo- spaziale in passive e attive, precisamente quelle passive riferite alla memorizzazione a breve termine delle informazioni visuo spaziali e quelle attive relative all'elaborazione. Quelle passive includono due componenti, una per le informazioni simultanee come colore forma e dimensione; l'altra per le informazioni sequenziali ad esempio le sequenze di movimenti (Pazzaglia & Cornoldi, 1999; Pickering, Gathercole, Hall, & Lloyd, 2001).

Una delle metodologie maggiormente utilizzate per osservare l'esecuzione di compiti di memoria di lavoro è il paradigma del doppio compito (dual-task). Il dual-task è una procedura che

consiste nel richiedere al soggetto dell'esperimento di svolgere due compiti contemporaneamente al fine di osservare se la prestazione dei compiti è diversa e i due compiti interferiscono tra loro. Se invece non influiscono tra loro si deduce che i compiti facciano affidamento a risorse cognitive differenti. Secondo l'autore Abernethy (1988), la richiesta di svolgere due compiti simultaneamente è suddivisa in due diversi obiettivi. Uno indaga la richiesta di attenzione del compito motorio e l'altro gli effetti del compito cognitivo o motorio simultaneo. L'attività di dual task richiede un costo in termini di tempo per l'esecuzione di due o più compiti svolti. L'assunto base di tale teoria è che le risorse sono limitate e se devono essere condivise la prestazione ne risentirà. Gli studi sulle competenze hanno spesso valutato le prestazioni sportive (es: esercizi di rugby, dribbling di calcio) e hanno dimostrato che gli esperti hanno più successo dei principianti nel mantenere le loro prestazioni in situazioni di doppio compito. Tali risultati sono discussi in relazione con l'approccio ecologico alla ricerca a doppio compito originariamente introdotto da Li et al., (2005). Fisk, Derrickk & Schneider (1986-1987) hanno proposto tre criteri che possono confermare le ipotesi del dual task. Il primo riguarda il compito primario e secondario i quali devono attingere da un pool comune di risorse così che possa esserci un compromesso tra i due compiti. Tale comunità di risorse può essere verificata aumentando la difficoltà del compito primario perché dovrebbe portare a una diminuzione delle prestazioni nel compito secondario, il quale altrimenti non dovrebbe essere influenzato. Il secondo criterio suggerito dagli autori riguarda il carattere influente del compito secondario. Anche se il compito primario impegna molte risorse, l'aggiunta di un secondo compito potrebbe superare la capacità cognitiva e quindi rendere i soggetti più suscettibili a questa aggiunta. Per verificare ciò si può osservare la prestazione dell'attività principale se differisce in condizione singola e doppia. Il terzo criterio è relativo alla capacità di risorse dedicate al secondo compito durante l'esperimento. Non deve risultare nessun nuovo apprendimento quindi durante il compito secondario. Si è osservato che gli esperti in un determinato compito motorio riducono le loro prestazioni in misura minore rispetto ai principianti sotto carico cognitivo e talvolta traggono anche profitto da un compito cognitivo simultaneo. L'esperienza e l'età possono influenzare i modelli di

prestazione in situazioni di doppio compito cognitivo-motorio (Schafer, 2014). Da uno studio di Caviola et al., (2012) per esaminare il coinvolgimento della ML sia verbale che visuo-spaziale è stato osservato che in una prova di doppio compito (eseguire operazioni e ricordare parole simultaneamente) anche la modalità di presentazione dei problemi risultava importante. I risultati infatti hanno rivelato che l'interazione tra carico di ML verbale e il formato di presentazione del problema ha mostrato che sono state ricordate meno lettere quando i problemi di addizione venivano presentati orizzontalmente rispetto a quando erano verticali. La prestazione dei soggetti è stata compromessa dal carico verbale della ML quando i problemi sono stati presentati orizzontalmente e dal carico visuo-spaziale quando i problemi sono stati presentati verticalmente. Quindi il carico di ML coinvolto, dipende dal formato di presentazione del problema.

### **1.2.1 Le differenze individuali nella capacità di memoria di lavoro**

Si è dimostrato che la memoria di lavoro ha una capacità limitata ed è fondamentale nell'elaborazione delle informazioni, tale capacità di memoria dipende dalle differenze individuali che influiscono a loro volta nelle prestazioni. È stato ipotizzato che la memoria di lavoro sia utilizzata per rappresentare le strategie e le abilità in compiti complessi. Tali funzioni di elaborazione e archiviazione competono per le risorse mnestiche presenti in quantità limitata. La capacità di memoria limitata può presentare differenze nelle strategie che il soggetto mette in atto piuttosto che differenze relative all'effettiva capacità di ML. La memoria di lavoro dipende e può migliorare sulla base di vari fattori quali: l'aumento dell'età dell'individuo che incide anche nell'elaborazione e nell'uso di strategie ai fini di migliorare i compiti, nella maturazione cerebrale che permette una maggior velocità di elaborazione e quindi un ridotto carico di risorse (Kail e Salthouse, 1994). Nonostante non vi sia ancora una prova diretta, sembrerebbe che la velocità di elaborazione sia collegata all'efficienza delle prove visuo-spaziali, allo stesso modo, sembrerebbe che la velocità di recupero sia un fattore importante. Osservazioni fatte dalle prestazioni di bambini sulle prove con i "*blocchi Corsi*" e sui "*pattern visivi*" suggeriscono che coloro che rispondono

rapidamente sono più propensi a ricordare correttamente (Pickering, 2001). Un altro fattore che può essere considerato rilevante è l'attenzione, in quanto influenza le prestazioni sui compiti di memoria di lavoro visuo-spaziale (Cowan 1997). L'attenzione e il processo di inibizione sono coordinati e gestiti dal sistema dell'esecutivo (Baddeley, 1986). Un ulteriore fattore che influenza la memoria di lavoro sia sui tempi di reazione che sull'accuratezza della risposta è il livello di istruzione del soggetto (Stern, 2009; Stern et al., 2007; Zahodne et al., 2011). L'aumento delle conoscenze fornisce una maggior opportunità di raggruppare le informazioni in modo utile ad un compito di ML. Questo raggruppamento di elementi porta ad una riduzione nella quantità di informazioni che deve essere tenuto nella ML (Cowan, 1997). Il ruolo della conoscenza dei bambini nei compiti di ML è stato dimostrato in uno studio di Chy nel 1978. In questo studio, la capacità dei partecipanti di ricordare la configurazione della scacchiera venne investigata in relazione alla loro conoscenza degli scacchi. È stato trovato che bambini esperti giocatori di scacchi ricordavano meglio la posizione dei pezzi e la loro prestazione risultava maggiore rispetto a quella di giocatori adulti alle prime armi. Le abilità visuo- spaziali aumentano con l'età e con la scolarizzazione, tali cambiamenti possono influenzare le prestazioni e cambiare anche il modo in cui l'informazione viene codificata (Pickering, 2010). Cioè le informazioni contenute nella memoria a lungo termine potrebbero fornire una base per raggruppare in modo significativo gli elementi così da ridurre il carico di ML. È stato invece dimostrato che un aumento dello sviluppo delle conoscenze dei bambini della loro lingua contribuisce alla prestazione dei compiti di ML fonologica. Ad esempio Gathercole, Frankish, Pickering e Peaker (1999) hanno osservato che bambini di 6 anni sono in grado di utilizzare sia la conoscenza lessicale che fonotattica per ricostruire parzialmente tracce di memoria fonologica.

### **1.3 La relazione tra memoria di lavoro e matematica**

L'abilità matematica consiste in competenze sia concettuali che procedurali supportate come si è visto dalla ML e le sue sotto-componenti (esecutivo centrale, sistema fonologico e visuo-

spaziale) (Geray, 2004). Diversi studi hanno dimostrato il coinvolgimento della ML nelle prestazioni matematiche (Hitch, 1978; Holmes & Adams, 2006). La natura della relazione tra abilità di ML e sviluppo dell'apprendimento matematico è complessa e dipende da diversi fattori: l'età dell'individuo, la fase evolutiva di appartenenza, il livello di esperienza, il tipo di informazione rilevata e lo specifico compito usato per valutare (De Vita, 2018). Le abilità di ML vengono valutate attraverso compiti di span di parole o cifre o attraverso doppi compiti. Considerando il modello proposto da Baddeley e Hitch (1974), si è visto che le componenti assumono un ruolo nell'apprendimento e nella risoluzione di operazioni matematiche. L'esecutivo è responsabile del controllo e alcune evidenze ne hanno dimostrato il coinvolgimento durante la risoluzione di problemi matematici (Fürst & Hitch, 2000; Imbo & Vandierendonck, 2007b; Imbo, Vandierendonck, & De Rammelaere, 2007). Si è osservato anche il suo ruolo nel risolvere semplici problemi di addizione e sottrazione (Imbo & Vandierendonck, 2007). Il contributo degli altri due sottosistemi non è del tutto chiaro. Con l'aumentare dell'età dell'individuo, si passa da una dipendenza dal sistema visuo spaziale a una crescente dipendenza dal fonologico, questo cambio dipende anche dalle strategie utilizzate in quanto all'inizio si predilige il conteggio con le dita per poi utilizzare il conteggio verbale e il recupero dei fatti aritmetici acquisiti. La memoria di lavoro fonologica si è osservato essere coinvolta nelle prime fasi dell'apprendimento come il conteggio (Logie & Baddeley 1987), nella moltiplicazione (Le & Kang 2002) e nella mappatura verbale delle rappresentazioni di quantità (Menon 2016; Raghobar et al., 2010). McLean e Hitch nel 1999 hanno osservato che in bambini con difficoltà in aritmetica il sistema di ML visuo-spaziale sequenziale era alterato. Così come in bambini con difficoltà di apprendimento non verbale (difficoltà nel disegno e nella matematica) sono stati osservati deficit del sistema di ML visuo- spaziale (Cornoldi et al., 1999). Questi risultati supportano l'idea che sistema visuo-spaziale possa funzionare come una lavagna mentale, uno spazio di lavoro mentale per lo svolgimento delle operazioni matematiche (Kyttala & Lehto, 2008). È stato considerato inoltre che i bambini più piccoli si affidano all'utilizzo della memoria visuo-spaziale per la matematica (Van de Weijer-Bergsma et al., 2015) poiché funge

da controllare e consente di utilizzare strategie visive. Quando ai bambini vengono presentati per la prima volta i concetti matematici, si utilizza se possibile esempi pratici con blocchi o contatori, così da concretizzare la spiegazione. Di fatto ai bambini serve un punto di riferimento concreto e visibile. Nel momento in cui il concetto viene compreso, gli esempi pratici vengono rimossi lentamente. I bambini dunque faranno più affidamento alla memoria di lavoro visuo-spaziale per i primi tempi, per poi passare alle risorse di memoria di lavoro verbale quando saranno più grandi. L'apprendimento della matematica richiede il dispendio di numerose risorse, le quali risiedono nella ML in particolare nell'esecutivo centrale ma coinvolgono anche le sotto-componenti. Poiché l'esecutivo centrale è responsabile della pianificazione, della scelta delle strategie e della sequenza delle attività, il suo compito può essere attribuito al tenere traccia di quale parte del calcolo è già stata eseguita (DeStefano & LeFevre, 2004). Da alcuni studi si è osservato come il carico fonologico possa interferire con le prestazioni nelle prove in cui sono richieste strategie di conteggio (Hecht 2022; Imbo & Vandierendonck 2007). Nelle sottrazioni infatti la compromissione della prestazione può dipendere anche dalla strategia di conteggio messa in atto quale, conto alla rovescia o trasformazione (cioè il problema viene risolto facendo riferimento ad operazioni correlate) o derivando la risposta da fatti noti (Imbo & Vandierendonck, 2007; Seyler, Kirk e Ashcraft, 2003). Differenziando sempre le due componenti si è visto che la componente verbale della ML sembra essere coinvolta in problemi di addizione e moltiplicazione (Seitz & Schumann-Hengster, 2002), mentre quella visuo-spaziale si riferisce alle sottrazioni (Lee & Kang, 2002). Altri studi hanno dimostrato che le operazioni con procedure di trasporto o prestito hanno aumentato le richieste di ML, coinvolgendo in modo selettivo le componenti della ML (Caviola et al., 2012).

In questo capitolo sono stati approfonditi i modelli teorici relativi all'apprendimento della matematica con particolare attenzione al funzionamento e al ruolo della ML. Nello specifico sono state osservate le sue componenti e le relative funzioni, come sono coinvolte in modo diverso nella risoluzione di problemi matematici e l'influenza delle differenze individuali. Nel capitolo

successivo verranno presentati gli aspetti emotivi correlati all'apprendimento della matematica, con particolare attenzione ai pensieri disfunzionali quali ruminazione e autocritica.





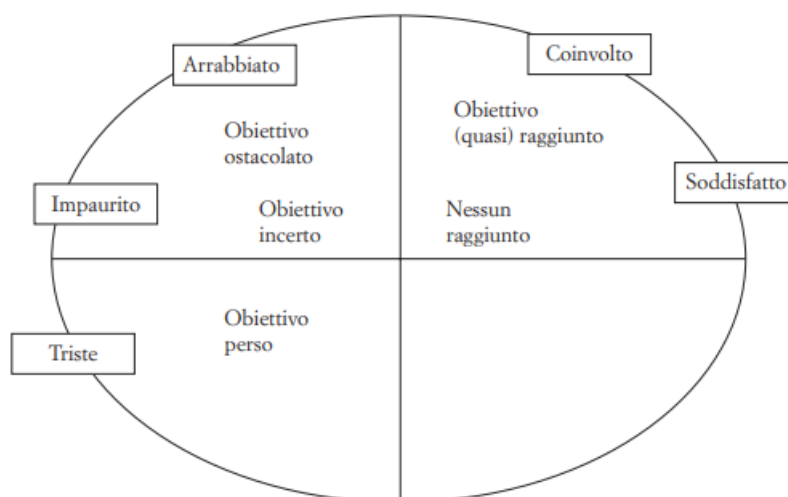
## **Capitolo 2. ASPETTI EMOTIVI E MATEMATICA**

Come anticipato, l'apprendimento matematico è spiegato da fattori dominio-generale di natura cognitiva ma non solo. Sempre più si sta iniziando infatti a prestare attenzione anche ai fattori affettivi, emotivi che potrebbero influire sull'apprendimento. In questo capitolo vengono approfonditi gli aspetti emotivi legati alla matematica e alla ML, in particolare la ruminazione e l'autocritica.

### **2.1 Apprendimento della matematica e aspetti emotivi**

Le difficoltà matematiche sono sempre state collegate a difficoltà cognitive, epistemologiche o motivazionali. Il ruolo dei fattori affettivi nell'interpretazione di tali difficoltà invece era considerato marginale e specifico a determinate situazioni (Di Martino, Pietro, 2009). Ricerche recenti invece hanno mostrato che i fattori affettivi e cognitivi interagiscono (Zan, 2000), fornendo così una nuova chiave di lettura per quelle che sono le difficoltà matematiche. Come afferma Zan (1998) se si vuole indagare e intervenire su un atteggiamento negativo, o sulle difficoltà è necessario analizzare le convinzioni e emozioni relative. Nello specifico egli afferma: "Le emozioni associate tipicamente alla matematica sono per lo più negative: paura, ansia, frustrazione, rabbia. Esse non sono in genere oggetto dell'attenzione e dell'intervento dell'insegnante. Ma la matematica comporta anche forti emozioni positive, e non solo per chi riesce sempre: l'orgoglio, la soddisfazione di avere fatto bene un problema sono emozioni ben note anche (o soprattutto) per chi ha difficoltà"(p.94).L'atteggiamento che si ha nei confronti della matematica, la motivazione e il piacere sono potenti predittori per la riuscita dei risultati (Lipnevich et al., 2016). Le emozioni sono viste come ostacolanti, soprattutto poiché si prendono in considerazione quelle negative e spiacevoli per spiegare il fallimento. Dalle ricerche di neuroscienze (Magri & Mancini, 1991) emerge che tutte le materie sono legate ad aspetti cognitivi ma anche emotivi, utili segnali per capire come il soggetto vive l'esperienza didattica. Per quanto riguarda l'apprendimento della matematica è stato osservato che attribuzioni di successo associate all'impegno influiscono

positivamente sul successo in matematica, sulla percezione di importanza e sulle aspirazioni allo studio (Knezek, Christensen, Tyler-Wood e Periathiruvadi, 2013; Knezek & Christensen, 2019). Tuttavia invece le attribuzioni di successo alla fortuna influiscono negativamente sul successo, sulla fiducia delle proprie abilità (Hammouri, 2004; Knezek & Christensen, 2019). Le emozioni nelle situazioni di apprendimento dipendono dallo stato di raggiungimento di obiettivi impostati da sé, da qui deriva la “teoria comunicativa delle emozioni” di Oatley & Johnson-Laird (1987). Quando l’obiettivo sembra molto distante da raggiungere l’emozione che si proverà sarà tristezza; superato questo stato si potrebbe provare paura derivata dal fatto di non farcela, se ciò continuerà si arriverà a provare rabbia. Questa emozione però permette un incremento dell’attivazione nel voler affrontare la sfida, se l’obiettivo viene raggiunto sopraggiungerà la soddisfazione. Lo svolgimento di un determinato compito, quindi la soddisfazione di avercela fatta non emerge fin da subito.



**Figura 3:** “ La trasformazione delle emozioni legate al raggiungimento di un obiettivo” secondo Oatley & Johnson- Laird (1987).

## 2.2 Ansia per la matematica

La matematica è la materia che genera un profondo senso di ansia e preoccupazione, molti autori infatti la considerano come una vera e propria fobia specifica (Namkung, Peng & Lin, 2019). Tali stati d’animo influiscono negativamente sui processi cognitivi che impediscono il corretto funzionamento (Ramirez, Chang, Maloney, Levine & Beilock, 2016; Korhonen et al., 2018;

Namkung Peng & Lin, 2019). Vi è una teoria in letteratura che spiega la relazione tra l'ansia di stato e le prestazioni, la teoria dell'efficienza di elaborazione (Processing Efficiency Theory; PET) (Eysenck & Clavo, 1992). Tale teoria cerca di spiegare quindi l'influenza dell'ansia di stato sulle prestazioni da una prospettiva cognitiva/motivazionale, sottolineando l'importanza di saper fronteggiare comportamenti in contesti avversi nei quali la valutazione e il confronto sociale fanno parte dell'ambiente. I processi di attenzione alterati sono stati identificati come uno dei fattori primari alla base dell'inizio e del mantenimento dell'ansia (Eysenck, Derakshan, Santos & Calvo, 2007). A supporto di questa teoria, tali cambiamenti legati allo stato d'animo si manifestano in deficit nelle prestazioni in compiti quali ragionamento spaziale e verbale (Darke, 1988), la memoria a breve termine di sequenze di cifre (Derakshan & Eysenck, 1998) e l'apprendimento motorio (Calvo & Ramos, 1989). L'ipotesi dell'efficienza di elaborazione è stata superata dalla teoria del controllo dell'attenzione (Attentional Control Theory; ACT) (Eysenck et al., 2007). Tale teoria sostiene che l'ansia si manifesta in una compromissione del controllo dell'attenzione portando a deficit di rendimento nei compiti. Si fonda sull'assunto che l'attenzione sia regolata da un sistema diretto all'obiettivo e di attenzione guidato invece, dallo stimolo (Corbetta & Shulman, 2002). Il sistema di attenzione diretto all'obiettivo è regolato dalle aspettative, dalle conoscenze e dagli obiettivi attuali; mentre quello guidato dallo stimolo è sensibile agli stimoli più salienti. La ACT propone che la debolezza del controllo esecutivo, nello specifico in relazione all'inibizione, aumenti la tendenza degli individui ansiosi ad essere più distratti dagli stimoli di minaccia. Infatti la nostra mente tende a rimanere maggiormente concentrata sulla situazione di pericolo (ad esempio il brutto voto, la figuraccia davanti ai compagni, le punizioni ecc), impedendo il ragionamento sul compito. L'imbattersi ripetutamente in fallimenti che portano a vergogna, potrebbero condurre lo studente in uno stato di ansia. Chi ha sperimentato infatti degli insuccessi collegandoli a mancanza di abilità si considererà un perdente, convincendosi di non potersi migliorare (Schuckajlow, Rakoczy & Pekrun, 2017).

## 2.3 I pensieri disfunzionali: ruminazione e autocritica

### La Ruminazione

Si è detto che quando la nostra mente rimane concentrata sulla situazione di pericolo impedendo così il ragionamento sul compito e il soggetto si autoconvince di non poter migliorare (Schukajlow, Rakoczy & Pekrun, 2017). La ruminazione rappresenta uno stile cognitivo associato al mantenimento di emozioni negative e caratterizzato da pensieri ripetitivi, focalizzati sui sintomi e sulle loro conseguenze (Nolen-Hoeksema, 1991; Smith & Alloy, 2009). Si tratta quindi di una catena di pensieri generici e astratti che una persona inizia a fare in risposta a uno stato emotivo negativo. Ad esempio potrebbe essere: “Perché succede a me? Perché mi sento così triste? Perché reagisco sempre in questo modo?” ecc. La ruminazione è stata concettualizzata come una reazione cognitiva che tende a perseverare e aggravare l’umore depresso (Caselli et al., 2011). È necessario distinguere la ruminazione dal rimuginio. Il rimuginio o preoccupazione è relativo a quella serie di pensieri e immagini incontrollabili attivati allo scopo di prevedere o prevenire eventi negativi in condizioni di incertezza (Borkovec, 1994). Nonostante vi siano degli aspetti in comune il rimuginio è orientato a pericoli futuri mentre la ruminazione appare più duratura e orientata ad analizzare e comprendere le cause del proprio malessere (Papageorgiou & Wells, 2004; Watkins et al., 2005).

Le teorie relative alla ruminazione non sono ancora specifiche ma tra quelle presenti vi è la “Teoria dello stile di risposta” (*Response Style Theory*; Nolen-Hoksema, 1991) e considera la ruminazione come una strategia cognitiva che gli individui attivano in risposta a sensazioni negative e umore depresso. La spiegazione del danno della ruminazione è relativa all’eccessiva focalizzazione attentiva sui sintomi negativi che sostiene un pensiero pessimista ostacolando la produzione di soluzioni ai problemi. Altre teorie hanno descritto la ruminazione come un processo psicopatologico transdiagnostico, la “Teoria del controllo” (*Control Theory*; Carver & Scheider, 1998; Watkins, 2008), afferma che il comportamento dell’individuo rispecchia un processo di controllo finalizzato all’autoregolazione. Gli individui confrontano la percezione del loro stato

attuale con i propri valori, obiettivi desiderati. Se tale confronto indica una discrepanza allora il comportamento viene manipolato per ridurla; e la ruminazione sarebbe la strategia usata per ridurla ma può essere controproducente poiché non aiuta a pianificare azioni concrete e impedisce l'abbandono dello scopo di riferimento. Una terza teoria è la "Teoria della funzione esecutiva auto-regolatoria" (*Self-Regulation Executive Function Theory*; S-REF, Wells & Matthews, 1994) che considera la ruminazione una componente della sindrome cognitiva-attentiva del disturbo depressivo (Papageorgiou & Wells, 2004; Wells, 2009), quindi una modalità disfunzionale di elaborazione delle informazioni. In tale modello S-REF la ruminazione viene attivata o mantenuta dalla presenza di credenze metacognitive, di convinzioni, dalle sue conseguenze dannose o dalla sua incontrollabilità.

La ruminazione presenta svariate caratteristiche quali *ripetitività, contenuti a valenza negativa, attenzione analitica su di sé, incontrollabilità di pensiero, cattura delle capacità mentali e astrattezza*. Nello specifico per *ripetitività* si intende che la ruminazione è un processo rigido caratterizzato dalla ripetizione delle medesime espressioni e quesiti. È stato osservato che il ripetersi di un medesimo pensiero negativo porta ad un incremento della depressione (Feldman & Hayes, 2005), favorendo la percezione di impotenza e incapacità nel risolvere problemi e sostenendo la produzione di pensieri intrusivi (Ingram, 1990). Per *contenuti a valenza negativa* invece ci si riferisce al fatto che i contenuti della ruminazione si riferiscono a sé e hanno una valenza quasi sempre negativa. Un pensiero, invece, positivo sembra favorire l'incremento dell'umore (Martin & Tesser, 1996), la capacità di problem-solving (Blezer, D'Zurilla & Maydeu-Olivares, 2002) e la riduzione di sintomi depressivi (Mor & Winquist, 2002). La valenza dei contenuti determina la direzione positiva o negativa dell'intensificazione dei pensieri. La focalizzazione dell'attenzione sugli aspetti emotivi pone sensazioni negative in rilievo nella coscienza, danneggiandone la capacità di cogliere gli stimoli positivi o neutri che potrebbero attivarsi (Nolen-Hoeksema, 1991; Wells, 2000), questo aspetto si riferisce all'*attenzione analitica su di sé*. Il danno è maggiore quando l'attenzione viene rivolta in modo analitico quindi con atteggiamento valutativo finalizzato a capire

le cause delle proprie sensazioni. Un'altra caratteristica è *l'incontrollabilità del pensiero* poiché l'uso continuato della ruminazione porta a ridurre gradualmente la consapevolezza soggettiva di come viene attivata, così da essere considerata come un automatismo del proprio modo di pensare o comunque fuori dal proprio controllo (Papageorgiou & Wells, 2004). Gli individui possono iniziare a ruminare sul fatto che non hanno controllo sul proprio pensiero (*metaruminazione*) e che questo non permetterà loro di uscire dallo stato depressivo (Wells, 2009).

La ruminazione è una modalità di elaborazione delle informazioni complessa e richiede una quantità elevata di risorse cognitive. Questo può limitare l'accesso a capacità necessarie per altre funzioni mentali come quelle esecutive, per questo si dice che ha la *cattura delle capacità mentali*. Relativa a tale ipotesi alcuni studi hanno mostrato che i ruminatori commettono un maggior numero di errori in test che valutano le funzioni esecutive (Davis & Nolen-Hoeksema, 2000). Infine l'ultima caratteristica è *l'astrattezza* che rappresenta l'elemento discriminante tra ruminazione adattiva e maladattiva (Watkins & Moulds, 2007). Il pensiero astratto ostacola l'efficacia del trattamento della depressione (Peeters et al., 2002); l'elaborazione delle informazioni emotive (Foa & Kozak, 1986) e le capacità di problem-solving (Watkins & Moulds, 2007).

Si possono distinguere due ipotesi relative agli scopi e alle funzioni della ruminazione. Alcuni la considerano una strategia di evitamento del contatto con stimoli e emozioni negative (Moulds et al., 2007); una seconda ipotesi sottolinea la funzione auto-regolatoria del processo ruminativo. Una strategia quindi per analizzare le cause del proprio malessere e cerca soluzioni per ridurre la discrepanza tra lo stato attuale e quello desiderato (Martin & Tesser, 1996). Gli individui possono continuare a ruminare affinché non sentono di aver trovato una soluzione o una spiegazione o possono continuare con il pensiero ruminante fino alla comparsa di uno stimolo distrattore abbastanza intenso da richiedere l'attenzione cosciente (Watkins & Mason, 2002).

Vi sono tre fattori principali di mantenimento della ruminazione: *le credenze positive, l'evitamento e la natura adattiva della ruminazione*. Per quanto riguarda le *credenze positive*, la ricerca mostra che la ruminazione diventa abituale perché le persone possono avere credenze

positive rispetto alla sua utilità ( Papageorgiou & Wells, 2001; Watkins & Baracaia, 2001). È stato osservato che le persone hanno diverse convinzioni riguardo l'utilità del ruminare ad esempio che potrebbe consentire la comprensione dei problemi, di sé e della depressione, la soluzione dei problemi, l'apprendimento dalle esperienze passate ecc. (Trincas, 2019). In realtà tali credenze orientano e incrementano la ruminazione. Rispetto al fattore dell'*evitamento*, si ritiene che la ruminazione sia rinforzata negativamente dall'evitamento di esperienze spiacevoli (Borkovec & Roemer, 1995; Martell et al., 2001; Watkins, 2016). L'ultimo fattore è relativo alla *natura adattiva della ruminazione*, nella quale da una parte la ruminazione è vista come un processo caratterizzato da ripetizione di domande sul "perché" degli eventi e dei sintomi senza cercare una soluzione attiva (Watkins & Teasdale, 2004), dall'altra esisterebbero delle forme di riflessione adattiva quindi una contemplazione del sé orientata all'individuazione di possibili soluzioni dei problemi. Uno studio di Ciarocco et al., (2010), ha fatto emergere che la ruminazione può avere una funzione adattiva. Il focalizzarsi sul come raggiungere un obiettivo e come migliorare o recuperare errori passati. Il riflettere su un fallimento avrebbe la funzione di apprendere dall'esperienza negativa per poi migliorare.

### **L'autocritica**

L'autocritica è stata trattata dal comportamentismo come una forma di autopunizione (Rehm, 1977) definita da Beck come una valutazione negativa di sé (Beck, 1979). I pensieri di giudizio, condanna e attacco sono diretti al sé, specialmente nel contesto di errori, fallimenti e incapacità di essere all'altezza degli standard propri o altrui (Gilbert et al., 2004). Secondo Gilbert (2012) l'autocritica è una forma di relazione con sé stessi dalle funzioni specifiche, come ad esempio una funzione protettiva. Un bambino che cresce in un ambiente invalidante può imparare ad incolpare sé stesso perché è più utile e sicuro rispetto ad incolpare il genitore (Bowlby, 1980). È un comportamento psicologico riflessivo e in alcuni individui un'autocritica quasi implacabile fa parte di un tratto di personalità che rende vulnerabili alla depressione (Blatt & Zuroff, 1992). Il disprezzo per il sé viene visto come l'affetto negativo più implicato nella produzione di vergogna e



impotenza (Greenberg & Pavio, 1997). L'autocritica può essere dunque centrale nella risposta alla vergogna interna. Whelton & Greenberg (2005) hanno scoperto che il grado di disprezzo nell'autocritica, la risposta di vergogna e l'incapacità di difendersi da tali critiche sono aspetti legati alla depressione. Dunkely e colleghi (2003) suggeriscono che sia gli aspetti autocritici che emergono quando gli individui non soddisfano i propri standard, sia la preoccupazione delle aspettative altrui sono legati alla psicopatologia. Zuroff e colleghi (1994) hanno scoperto che l'autocritica all'età di 12 anni prediceva un successivo adattamento e una vulnerabilità alla psicopatologia. È stato riscontrato che gli adolescenti più autocritici avevano meno probabilità di impegnarsi in attività accademiche e sociali per il loro divertimento. Un'assenza di interesse influisce negativamente sull'apprendimento (Ryan & Deci, 2000). L'autocritica è un elemento di vergogna, un'emozione negativa che include sentimenti di inferiorità, autocoscienza e il sentirsi piccoli; quasi un desiderio di nascondersi o ritirarsi (Tangney, Stuewig & Mashek, 2007).

Le funzioni dell'autocritica possono essere svariate: può aiutare a valutare sé stessi realisticamente, può spingere a migliorarsi, può tutelare dal non commettere altri sbagli e può essere un modo per abbassare le aspettative potendo prevedere la sensazione di fallimento e delusione (Driscoll, 1989). Oltre a questo però è uno dei fattori di mantenimento della sofferenza e può influenzare negativamente l'esito di un trattamento (Rector et al, 2000).

L'autocritica ha origine nelle nostre prime relazioni, può derivare da una famiglia centrata sulla prestazione e con alte aspettative, da insegnanti o allenatori rigidi e critici, da vissuti di confronto sociale svantaggiosi. Avere standard molto alti diminuisce la possibilità di raggiungere e soddisfare le aspettative e quindi incrementa il pensiero autocritico e auto-svalutativo (Hesmati, Pellerone, 2018). È importante distinguere l'autocritica dall'autovalutazione; la capacità di autovalutazione offre informazioni per come agire diversamente la prossima volta. Si concentra sul compito, revisionando ciò che è andato storto al fine di poter migliorare la prestazione la prossima volta. L'autocritica invece è una riflessione automatica al fine di svalutare e umiliare sé stessi,

alimentando la ruminazione. Il focus è diretto verso l'interno inibendo quindi la capacità di essere pienamente presenti e diminuisce i tentativi di miglioramenti (Grassi, 2019).

Diverse sono gli strumenti che esistono in letteratura per misurare i livelli (disfunzionali) di ruminazione. Alcuni strumenti distinguono due forme disfunzionali di autovalutazione negativa: autocritica comparativa e autocritica interiorizzata. L'autocritica comparativa è definita come una visione negativa del sé rispetto agli altri. Il focus è sul confronto sfavorevole di sé con gli altri, che sono visti come ostili, superiori o critici, di conseguenza c'è del disagio nell'essere valutati o esposti agli altri. L'autocritica interiorizzata invece è una visione negativa del sé rispetto agli standard personali interni. Tali standard tendono a essere sia elevati che in costante diminuzione con il risultato di un fallimento cronico nel soddisfare i propri standard. L'attenzione non è sul confronto con gli altri, ma sulla propria visione di sé carente. Una risposta autocritica al successo comporta la negazione dell'esperienza aumentando ulteriormente gli standard. Quando vengono soddisfatti gli standard personali l'individuo non riconosce il proprio successo. Al contrario aumenta nuovamente gli standard (Thompson & Zuroff, 2003).

## **2.4 L'influenza dei pensieri disfunzionali sulla prestazione**

I pensieri intrusivi interferiscono con le limitate risorse disponibili all'interno del sistema di ML, inoltre i soggetti ad alto livello di ansia possono dimostrare difficoltà nell'inibire l'attenzione verso tali pensieri (Hunt et al., 2014). I tentativi di sopprimere questi pensieri possono indicare una rottura nei normali processi inibitori progettati per escludere materiale irrilevante (Brewin, 2001). Tuttavia questi tentativi di soppressione del pensiero possono essere controproducenti, aiutando invece a restituire pensieri indesiderati alla mente e rafforzare quello che è lo stato d'animo che un individuo sta cercando di evitare (Wenzlaff & Wegner, 2000). La soppressione dei pensieri disfunzionali richiede risorse attentive destinate allo svolgimento di compiti di ML, se ne deduce quindi che le prestazioni saranno inferiori in quanto le risorse sono limitate (Rosen & Engle, 1998). La ricerca inoltre ha dimostrato una relazione tra ruminazione e inflessibilità dell'attenzione (Roy et

al., 2016). Un'altra conseguenza negativa della ruminazione è che danneggia la capacità di problem-solving, quindi a fronte di difficoltà, di richiesta di risoluzione di problemi gli individui tenderanno ad essere più pessimisti, meno astratti e meno abili nel risolvere quanto devono (Watkinsy & Roberts, 2020). In aggiunta, Watkins & Brown (2002) suggeriscono che la ruminazione riduce la flessibilità cognitiva sovraccaricando le risorse.

È stata osservata anche una relazione tra autocritica e prestazione, l'autocritica è un significativo predittore del rendimento. Gli individui autocritici sono molto vulnerabili di fronte a ostacoli e tale processo porta ad un intenso accumulo di rabbia verso sé stessi. Da uno studio di Hesmati e Pellerone (2018) condotto con ragazzi delle superiori, si è voluto osservare la relazione tra consapevolezza e autocritica con il rendimento scolastico. I risultati hanno mostrato che tali variabili sono predittori negativi del rendimento. In particolare l'autocritica risulta essere un predittore significativo, in quanto gli individui autocritici sono vulnerabili agli ostacoli e alle prove da superare. Uno studente con tali caratteristiche prova molta rabbia verso sé stesso a fronte di un fallimento e ciò influisce nei processi mentali, cognitivi quale attenzione, concentrazione, memoria e risoluzione dei problemi, riducendo così le capacità accademiche e il rendimento scolastico.

In questo capitolo si è voluto approfondire il ruolo degli aspetti emotivi in relazione alla matematica e alla prestazione in generale. Le emozioni influiscono sull'apprendimento e se negative, impediscono il corretto funzionamento cognitivo, peggiorando così la prestazione. In particolare se si resta concentrati sulle emozioni negative, sul fallimento e sulla valutazione negativa di sé la prestazione sarà inferiore così come la capacità di risolvere i problemi proposti. Nel prossimo capitolo verrà spiegata nel dettaglio la ricerca con le relative ipotesi, verrà presentato il campione di partecipanti, il metodo, i materiali e la procedura effettuata.



## Capitolo 3.LA RICERCA

### 3.1 Ipotesi di ricerca

Tale ricerca fa parte di un progetto più ampio volto ad indagare il ruolo delle emozioni e degli aspetti cognitivi durante lo svolgimento di compiti matematici. Nel presente studio verranno presi in considerazione solo alcuni degli aspetti indagati, in particolare il ruolo della memoria di lavoro (ML), della regolazione emotiva durante lo svolgimento di compiti matematici. In questa ricerca si vuole dunque osservare il ruolo della ML in ragazzi di età compresa tra gli 11 e i 13 anni e in che modo la risoluzione di equazioni semplici è influenzata dai pensieri disfunzionali e intrusivi. Sono state predisposte delle somministrazioni collettive con prove di calcolo scritto, di fluenza del calcolo e prove di ragionamento visuo-spaziale, seguite dalla somministrazione di questionari per misurare la regolazione emotiva. Successivamente nella fase individuale invece sono state somministrate a computer una prova di ML e una prova che richiedeva la risoluzione di equazioni semplici.

La prima domanda di ricerca è relativa al ruolo della ML in relazione alle prove aritmetiche e alla risoluzione di equazioni semplici. Da alcuni studi condotti con bambini si è osservato che una la capacità di ML correla positivamente con le prestazioni matematiche (Gersten et al., 2005; Caviola et al., 2014). In accordo con questi studi, si ipotizza che chi ha ottenuto alti punteggi nel compito di ML abbia avuto una prestazione più alta nelle prove aritmetiche e nelle equazioni semplici rispetto ai ragazzi con risorse cognitive più scarse.

Nella seconda domanda di ricerca ci si chiede se la prestazione nelle prove somministrate possa essere influenzata dai livelli soggettivi di valutazione autocritica e ruminazione. La ruminazione è un processo mentale che richiede numerose risorse cognitive, questa caratteristica ostacola le prestazioni cognitive determinando un rallentamento dei tempi di lavoro, una compromissione delle strategie di lavoro e delle prestazioni ottenute (Watkins & Brown, 2002; Lyubomirski, Kasri & Zehm, 2003). Da uno studio condotto su ragazzi delle superiori, l'autocritica

sembra fornire le basi per la riduzione della performance e del rendimento scolastico (Heshmati & Pellerone, 2018). Si ipotizza dunque che ragazzi con alti livelli di ruminazione e autocritica possano riportare punteggi più bassi nella risoluzione delle prove aritmetiche e delle equazioni semplici.

La terza domanda di ricerca si riferisce a come livelli di ruminazione e autocritica possono andare a influire sulle risorse cognitive e impattare sulle prestazioni. Tali pensieri intrusivi competono con le limitate risorse disponibili all'interno del sistema di WM (Hunt et al., 2014). Da uno studio emerge che individui con maggiore capacità di ML sono in grado di sopprimere maggiormente i pensieri negativi e quindi ottenere performance migliori (Brewin & Smart, 2005). Si ipotizza che partecipanti con alti livelli di ruminazione e autocritica utilizzino maggiori risorse cognitive per cercare di sopprimere tali pensieri interferenti, di conseguenza le loro performance saranno carenti in quanto le risorse di ML saranno sovraccaricate.

### **3.2 Partecipanti**

Il progetto è stato approvato dal comitato etico dell'Università degli Studi di Padova. La ricerca è stata presentata ai dirigenti scolastici, i quali hanno comunicato le adesioni delle classi. Successivamente sono stati raccolti i consensi da parte dei genitori e tutori presentando loro una breve descrizione della ricerca, che prevedeva una raccolta dati in due momenti (una sessione collettiva ed una individuale). Hanno partecipato tre scuole secondarie di secondo grado con ragazzi dagli 11 ai 13 anni ( $M = 12.26$ ;  $SD = 0.60$ ), due scuole di Parma (PR) e una di Marano Vicentino (VI), per un totale di 15 classi. Sono stati coinvolti anche alunni con bisogni educativi speciali (BES), DSA e con legge 104, solo a quest'ultimi son state fornite prove diversificate ma svolte simultaneamente agli altri. Tuttavia questi partecipanti sono stati poi esclusi dall'analisi dei dati, così come coloro che hanno ottenuto un punteggio inferiore a -1.5 deviazioni standard rispetto alla media nella prova di lettura di parole. Il campione finale comprende, quindi, tutti gli studenti che hanno svolto entrambe le sessioni e si compone di 207 studenti. Nello specifico 99 alunni di prima media, 108 di seconda, per un totale di 98 femmine e 108 maschi (Tabella 3.1).

Provincia	Comune	Scuola	Classi	
Parma	Parma	Secondaria di Primo grado “Arturo Toscanini”	1^A	2^A
		Secondaria di Primo grado “Mario Lodi”	1^A 1^C 1^E	2^B 2^E
Vicenza	Marano Vicentino	Secondaria di Primo grado “Vittorio Alfieri”	1^A 1^B 1^C	2^A 2^B 2^C 2^D 2^E

**Tabella 3.1.** Descrizione campione.

### 3.3 Metodo

#### 3.3.1 Procedura

Le sessioni di somministrazioni sono state due per ogni alunno, una collettiva e una individuale. Durante il mese di Aprile 2022 gli alunni coinvolti hanno eseguito le prove collettive carta-matita somministrate collettivamente, al fine di indagare le abilità matematiche, le loro preoccupazioni e stati d'animo relative al vissuto scolastico. Le prove hanno avuto la durata di un'ora circa, sono state svolte in classe con la presenza dell'insegnante di matematica e dei due esaminatori. Agli alunni veniva chiesto di tenere solo la penna e togliere tutto dal banco, la classe era già disposta con banchi singoli. L'esaminatore aveva il compito di spiegare le prove, scandire il tempo con il cronometro e controllare che tutti svolgessero quanto richiesto. Le prove erano anonime, ad ogni fascicolo veniva assegnato un codice alfanumerico per tutelare la privacy dei partecipanti. Terminata la sessione delle collettive, nel mese di Maggio 2022, si sono svolte le prove individuali. Questa sessione prevedeva che l'alunno svolgesse dei test al computer in un'aula isolata dalla classe con l'esaminatore, della durata di 45 minuti circa (in alcuni casi 60 minuti) e coinvolgevano sia attività relative alla matematica ma anche alla memoria, di ragionamento visuo-

spaziale e lettura di parole. Al termine della prova veniva consegnato loro un attestato di partecipazione alla ricerca come ringraziamento al contributo dato.

### 3.3.2 Materiali

Nella fase di somministrazione collettiva sono state utilizzate diverse prove quali:

- “*Calcolo scritto*” (sub test della batteria AC-MT 3; Caviola et al., 2020)
- “*Prova di fluenza di calcolo*” (sub test della batteria AC-MT 3; Caviola et al., 2020)
- *Scala 2 Cattell Culture Fair Intelligence Test* (Cattell, 1981)
- Questionari relativi agli aspetti emotivi
  - o Questionario della regolazione emotiva-cognitiva (CERQ; *Emotional Cognitive Regulation Questionnaire*; Garnefski et al., 2001)
  - o Scala relativa alla ruminazione auto-critica (SCRS; *Self-Critical Rumination Scale*; Smart et al., 2015)

Le prove nella sessione collettiva sono state eseguite in due ordini di somministrazione, ordine A e ordine B, coinvolgendo circa la metà delle classi ciascuno. L’ordine A prevedeva il seguente ordine: “Cattell”, “*Fluenza del calcolo*”, il questionario sulla regolazione emotiva, “*Calcolo scritto*” e la scala relativa alla ruminazione autocritica. Mentre l’ordine B: “*Calcolo scritto*”, il questionario sulla regolazione emotiva, “*Fluenza del calcolo*”, “Cattell e la scala per la valutazione autocritica.

Nella fase di somministrazione individuale, ogni alunno è stato chiamato a svolgere varie prove individualmente della durata di 45 minuti circa. Le prove che sono state somministrate hanno richiesto l’utilizzo del computer e di cuffie, al termine delle quali ad ogni alunno è stato consegnato un attestato di partecipazione. I test sono stati:

- o Compito di Memoria di Lavoro (ML)
- o Compito algebrico



- “Lettura di parole” DDE-2 (batteria per la valutazione della dislessia e della disortografia evolutiva; Sartori et al., 2007)

L'ordine di somministrazione prevedeva anche per le individuali due ordini, ordine A con compito di ML, compito algebrico e “lettura di parole”; mentre per l'ordine B, compito algebrico, compito di ML e “lettura di parole”.

### 3.4 Prove collettive

#### 3.4.1 Prove matematiche e di ragionamento visuo-spaziale

Le due prove di “*Calcolo scritto*” e di “*Fluenza del calcolo*” appartengono alla batteria AC-MT3 (Caviola et al., 2020) la quale viene utilizzata in ambito clinico per la valutazione delle abilità matematiche e di calcolo.

- “*Calcolo scritto*”

In questa prova viene richiesto di svolgere delle operazioni in colonna nello spazio apposito, che si troveranno scritte in riga nella scheda consegnata. In questa prova non c'è limite di tempo prestabilito, quando circa il 90% della classe ha svolto i calcoli l'esaminatore dirà di passare alla prova successiva.

Le operazioni sono da svolgere in colonna, se gli alunni dovessero sbagliare possono rifarla nello spazio disponibile. Gli item variano in base alla classe di appartenenza. La prova è composta da 6 item: 2 addizioni, 2 sottrazioni, 1 moltiplicazione e 1 divisione (si veda **Figura 3.1**). La tipologia di operazioni cambia – aumentando di difficoltà - tra prima e seconda primaria di secondo grado.

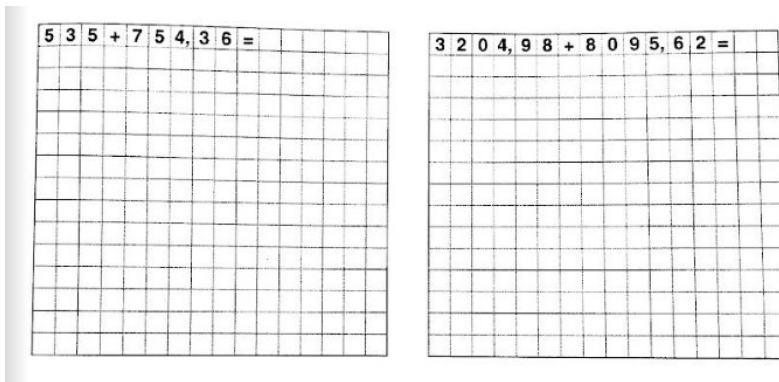


Figura 3.1. Un esempio di item tratti dalla batteria AC-MT3.

- “Fluenza del calcolo”

Questa prova richiede di risolvere delle operazioni già in colonna presenti sulla scheda, procedendo da sinistra verso destra. La prova si svolge su tre fogli, nel primo ci sono 20 addizioni, poi 20 sottrazioni e infine 20 moltiplicazioni (si vedano **Figura 3.2-3.4**). Gli item sono diversi tra classi prima e seconda. Il tempo a disposizione è di un minuto a tipologia di algoritmo proposta.

Per ogni tipo di operazione sono presenti degli esempi da eseguire, al fine di far capire all’alunno come svolgere la prova.

In caso di errore gli alunni potranno scrivere il nuovo risultato a fianco barrando quello secondo loro, scorretto. Se un’operazione richiede troppo tempo possono passare alla successiva seguendo sempre l’ordine. Al termine dei 60 secondi a disposizione, l’esaminatore fermava lo svolgimento dei calcoli e gli alunni dovevano passare al foglio successivo.

	1	3	+																
	2	8	=																

	2	7	+																
	2	1	=																

	4	7	+																
	3	4	=																

Figura 3.2. Esempio di item tratto da Prova di Fluenza del Calcolo (Addizioni).

	5	7	-						6	3	-						4	8	-	
	2	1	=						1	7	=						3	2	=	

**Figura 3.3.** Esempio di item tratto da *Prova di Fluenza del Calcolo* (Sottrazioni).

	2	4	x						1	7	x						6	7	x	
		3	=							2	=							4	=	

**Figura 3.4.** Esempio di item tratto da *Prova di Fluenza del Calcolo* (Moltiplicazioni).

- Cattell “*Culture Fair Intelligence Test*” (Cattell, 1981)

Questo test usato per valutare il ragionamento visuo-spaziale, è costituito da prove non verbali che richiedono la percezione di rapporti tra forme e figure.

È costituito da 3 scale, la scala 1 somministrabile in parte individualmente richiede che l’alunno comprenda e risponda a istruzioni verbali mentre la scala 2 e 3 sono totalmente somministrabili in gruppo. La scala interessata è stata la numero “2 forma A” somministrabile in gruppo, composta da 4 test: serie, classificazioni, matrici, condizioni.

L’alunno esegue i vari test seguendo le indicazioni, rispettando i tempi che si diversificano ad ogni prova; allo scadere del tempo l’alunno è tenuto a posare la penna e girare pagina per la successiva prova. Prima di iniziare ogni prova vengono presentati 3 esempi, per ogni test, dall’esaminatore che quindi spiegherà quale sarà il compito da svolgere in quella determinata prova.

1. Nel test numero 1 il partecipante deve scegliere tra le 5 alternative quella che completa la serie di figure; il tempo a disposizione è di 3 minuti (**Figura 3.5**).

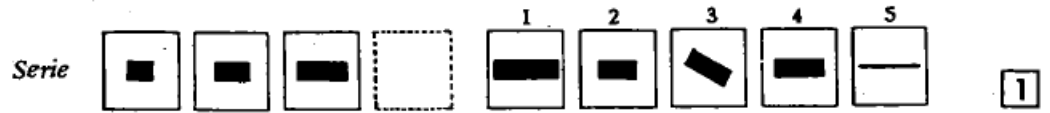


Figura 3.5. In questo primo esempio la sbarra cresce progressivamente, la risposta corretta sarà la numero 1.

2. Nel test numero 2, il partecipante vede 5 immagini allineate, il suo compito è quello di trovare l'immagine diversa dalle altre; il tempo a disposizione è di 4 minuti.

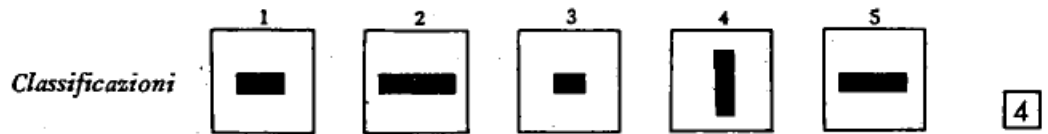


Figura 3.6. In questo esempio l'immagine diversa è la numero 4 poiché è l'unica ad essere posta in verticale.

3. Nel test numero 3 il partecipante deve completare le matrici presentate a sinistra, scegliendo tra le alternative; il tempo a disposizione è di 3 minuti.

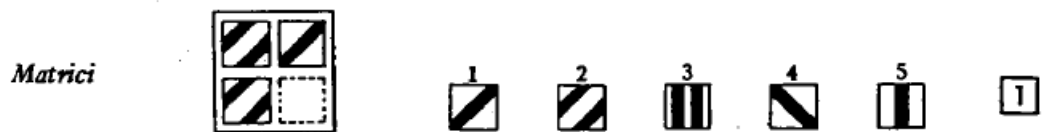
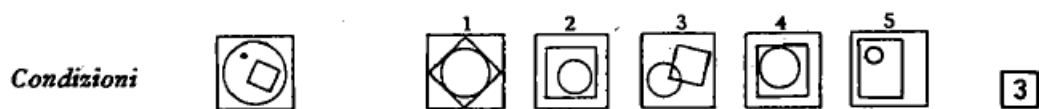


Figura 3.7. La risposta corretta è la numero 1 poiché completa la matrice presentate nel quadrato più grande

4. Nel test numero 4 il partecipante deve scegliere tra le alternative proposte quella che riprende la condizione illustrata a destra; il tempo a disposizione è di 2,5 minuti.



**Figura 3.8.** In questo esempio la risposta corretta è la numero 3 poiché è l'unica nella quale è possibile riprodurre il puntino nero all'interno del cerchio ma esterno al quadrato, come quello presentato a sinistra.

### 3.4.2 Questionari

Agli alunni sono stati somministrati dei questionari per valutare le loro emozioni legate ai vissuti scolastici e all'apprendimento della matematica. Agli alunni è stato riferito che non ci sarebbero state risposte giuste o sbagliate, la risposta dipendeva solo dal loro vissuto. Per ogni affermazione proposta vi era una sola risposta da segnare, non avevano un tempo stabilito ed era concesso loro fare domande per chiarimenti. I questionari somministrati sono stati:

- Il questionario di autovalutazione sulla regolazione delle emozioni cognitive (autocolpa, rimuginazione, CERQ, *Emotional Cognitive Regulation Questionnaire*; Garnefski et al., 2001) viene somministrato ai fini di valutare le strategie cognitive di coping che un soggetto mette in atto a seguito di un evento o di una situazione negativa. Si può quindi comprendere cosa una persona pensa a seguito di un vissuto negativo. Distingue diverse strategie di coping tra le quali: “autocolpa” e “rimuginazione”, Ogni sottoscala è composto da 4 item. Riferendosi alla “rimuginazione” le voci corrispondenti sono ad esempio:

- “Penso spesso a come mi sento riguardo a ciò che ho vissuto”;

- “Sono preoccupato per ciò che penso e provo per ciò che ho vissuto”;

Per quanto riguarda l'*autocolpa*, esempi di affermazione di riferimento sono:

- “Sento di essere io quello da biasimare per questo”;

- “Penso agli errori che ho commesso in questa materia”.

La scala di valutazione a 5 punti Likert va da: “quasi mai”, “qualche volta”, “regolarmente”, “spesso” e “quasi sempre”. Al partecipante viene chiesto di

esprimere una preferenza sulla base di quante volte solitamente si torva a pensare o agire in quel determinato modo a seguito di eventi negativi o spiacevoli.

- La scala che valuta i livelli di ruminazione autocritica è composta da 10 item (ruminazione autocritica, SCRS, *Self-Critical Rumination Scale*; Smart et al., 2015).

Al soggetto viene chiesto di segnare la risposta più vera sulla base di quante volte si è trovato a pensare o fare una determinata cosa nelle ultime settimane. Ad esempio:

-“ La mia attenzione è spesso focalizzata su aspetti di me stesso/a di cui mi vergogno”;

- “Mi biasimo molto per come mi comporto con gli altri”;

-“A volte è difficile per me stoppare pensieri critici su me stesso/a”.

Il partecipante deve segnare una risposta, su una scala Likert a 4 punti, tra: “per nulla vero”, “qualche volta vero”, “il più delle volte vero” e “sempre vero”.

### 3.5 Prove individuali

La sessione individuale veniva svolta in un’aula dotata di computer e cuffie, a turno ogni alunno eseguiva un test della durata di 45 minuti circa al termine del quale veniva consegnato un attestato di partecipazione alla ricerca. Il programma utilizzato al computer per svolgere le prove è stato PsychoPy 2022.1.2.

- Compito di ML

Questo compito è una combinazione di due attività che devono essere svolte simultaneamente (paradigma del doppio compito, dual-task). Infatti, al partecipante viene chiesto di ricordare una serie di parole specifiche e al tempo stesso di classificarne alcune. In questo compito vengono presentate delle liste di parole ognuna composta da quattro parole presentate una alla volta; l’inizio di

ogni lista era indicata dal simbolo “\*\*\*”, mentre il termine veniva indicato “+”.

Al partecipante viene chiesto di memorizzare l’ultima parola di ogni lista.

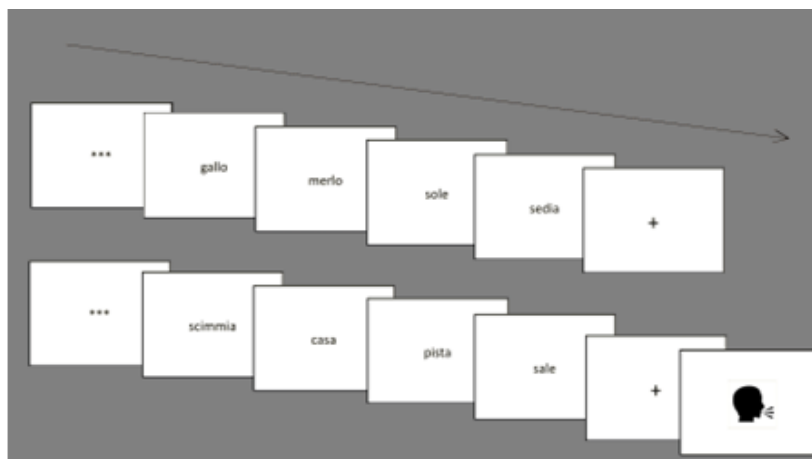
Contemporaneamente, ogni qual volta che tra le parole compare un nome di animale, il partecipante è istruito a premere la barra spaziatrice.

L’intero compito comprende 240 parole, per un totale di 60 liste. Il compito valuta la capacità della ML, presentando al partecipante sempre più liste da ricordare suddivise in span diversi, da 2 a 6. Ad esempio, per lo “Span 2”, al partecipante vengono presentate due liste di parole e il suo compito è quello di memorizzare l’ultima parola di ciascuna lista. Ogni livello di span è formato da 3 trial, e al termine di ognuno, il partecipante ripete ad alta voce le parole che ricorda al comparire di questa immagine.



Prima di iniziare con la prova viene chiesto di eseguire degli esempi in modo da assicurarsi che i ragazzi abbiano compreso la prova, e a seguito dei quali il computer rilasciava un feedback. Il partecipante può procedere alla fase test, solo se aveva svolto correttamente per intero almeno uno dei due esempi.

L’esaminatore ha il compito di segnare le risposte date dal ragazzo durante la fase di ricordo nella scheda di risposta. Di seguito un’immagine riassuntiva della prova (**Figura 3.9**).



**Figura 3.9.** Spiegazione compito di ML.

- **Compito algebrico**

Questa prova, realizzata ad-hoc per il presente studio, prevede lo svolgimento di equazioni algebriche, presentate una alla volta in ordine casuale. La fase di esempi include 4 equazioni e per poter passare alla fase sperimentale vera e propria, i ragazzi dovevano svolgere almeno 2 equazioni correttamente. La fase di test si compone di 30 equazioni da risolvere a mente. Di seguito un esempio:

$$30 + ? = 40$$

Ai partecipanti viene chiesto di trovare il numero mancante contrassegnato dal punto di domanda, il quale compare in posizione diversa in metà dei trial sempre a sinistra nell'equazione. L'alunno dopo aver osservato l'operazione dovrà premere la barra spaziatrice, digitare il numero tramite la tastiera e infine premere invio. Viene detto loro che una volta premuta la barra spaziatrice, l'operazione scompare quindi è necessario aver risolto l'equazione prima. Per risolvere ciascuna equazione l'alunno ha a disposizione 20 secondi, dopodiché il programma passa automaticamente all'equazione successiva. Non vi è invece nessun limite di tempo per digitare la risposta.



- Prova n. 2 “*Lettura di parole*” della batteria DDE-2 (batteria per la valutazione della dislessia e della disortografia evolutiva; Sartori et al., 2007)

All’alunno viene chiesto di leggere a voce alta una lista di parole per volta il più velocemente e più accuratamente possibile. Questa prova è composta da 4 liste.

L’esaminatore con l’utilizzo del cronometro segna il tempo impiegato dal ragazzo e gli eventuali errori di lettura. Se l’alunno durante la lettura si autocorregge non verrà segnato come errore.

In questo capitolo sono state presentate le modalità e i materiali utili allo svolgimento della raccolta dati, di seguito nel capitolo successivo verranno presentate le analisi dei risultati ottenuti.



## Capitolo 4 ANALISI E RISULTATI

Nella presente ricerca si è osservato il ruolo della ML nella risoluzione dei compiti algebrici e la relazione che intercorre tra pensieri disfunzionali, misurati con la somministrazione del questionario della regolazione emotiva-cognitiva e la scala di ruminazione autocritica, con la prestazione alle prove matematiche somministrate.

In questo capitolo vengono presentati i risultati delle analisi effettuate. Le analisi sono state eseguite con il programma JASP. Le variabili che sono state prese in considerazione sono, per quanto riguarda gli apprendimenti e le prove cognitive:

- l'accuratezza alla prova di calcolo scritto e alle prove di fluenza del calcolo;
- il punteggio composito aritmetico (dato dalla media dei totali convertiti in punti z del “*calcolo scritto*” e della “*prova di fluenza*”);
- l'accuratezza al compito algebrico (somma delle risposte corrette);
- il numero di errori e la velocità di lettura (espressa in sillabe/secondo) alla prova di lettura di parole (DDE2, batteria per la valutazione della dislessia e della disortografia evolutiva; Sartori et al., 2007),
- il punteggio alla prova di ML che corrisponde alla proporzione di parole correttamente ricordate – considerando anche l'ordine;
- il totale ottenuto ai 4 test della Scala 2 del Cattell Culture Fair Intelligence Test.

Per quanto riguarda i questionari invece:

- il valore totale di ruminazione ottenuto dalla somma alle risposte date alla scala che valuta la ruminazione autocritica (SCRS) (Smart et al., 2015);
- le due sotto-scale - autocritica e ruminazione - del questionario della regolazione emotiva-cognitiva (CERQ) (Garnefski, Kraaij, Spinhoven 2002)).

Sono state eseguite le analisi descrittive, le correlazioni e delle analisi di regressione lineare prendendo in considerazione come variabile dipendente l'accuratezza del compito algebrico e come

variabili indipendenti il numero di parole ricordate nel compito di ML, i punteggi delle due sottoscale del questionario relativo alla regolazione emotiva-cognitiva e il punteggio ottenuto nella scala relativa alla ruminazione auto-critica.

#### 4.1 Statistiche descrittive

Dalla **Tabella 4.1** si possono osservare le statistiche descrittive relative a tutte le variabili prese in considerazione, nello specifico vengono presentate le medie, le deviazioni standard, i punteggi massimo e minimo.

	<b>Media</b>	<b>Deviazione Standard</b>	<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>
<b>Punteggio Calcolo scritto</b>	0.294	1.140	-2.295	2.022
<b>Punteggio Fluenze</b>	-0.578	0.896	-3.016	1.660
<b>Punteggio C. Aritmetico</b>	-0.142	0.892	-2.656	1.759
<b>Cattell</b>	29.913	5.436	15.000	42.000
<b>Valore tot. Rum. (SCRS)</b>				
	22.029	6.474	2.000	40.000
<b>Valore Rum. (CERQ)</b>				
	5.304	1.921	0.000	10.000
<b>Valore Autoc. (CERQ)</b>				
	4.952	2.124	1.000	10.000

**Tabella 4.1** Statistiche descrittive fase collettiva.

	<b>Media</b>	<b>Deviazione Standard</b>	<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>
<b>Punteggio z Errori DDE</b>	-0.0108	0.792	-1.000	4.000
<b>Punteggio z SILL al secondo</b>	0.089	0.939	-3.125	3.171
<b>Accuratezza C. algebrico</b>	0.649	0.242	0.067	1.000
<b>Punteggio Compito ML</b>	0.738	0.120	0.320	0.967

**Tabella 4.3** Statistiche descrittive fase individuale.

Le analisi preliminari hanno mostrato una distribuzione normale per i punteggi relativi alle prove della sessione collettiva, in particolare, prestazione per le prove di matematica e i punteggi ottenuti nei questionari si distribuiscono uniformemente intorno alla media. Al contrario, nella sessione individuale sono state osservate delle distribuzioni sbilanciate; nello specifico nelle prove del compito algebrico e in quello di memoria di lavoro, la maggior parte dei partecipanti ha ottenuto un punteggio di accuratezza superiore al caso (50%).

## **4.2 Correlazioni**

Saranno ora presentate le correlazioni effettuate per verificare la relazione tra le variabili prese in considerazione. Le correlazioni sono una procedura statistica per verificare se due variabili sono in relazione e quanto intensa è tale associazione. Se una variabile è in qualche modo associata ad un'altra si potrà notare che al variare di una varierà anche l'altra (Barbaranelli & D'Olimpo, 2006). Il coefficiente di correlazione utilizzato in questa ricerca è quello di Pearson, "r", tale numero ci fornisce informazioni sia sulla forza sia sulla direzione della correlazione tra due variabili quantitative. Tale indice sarà sempre compreso tra i valori -1 (correlazione negativa lineare tra le due variabili) e +1 (correlazione positiva lineare). Un valore di 0 indica che non è presente alcuna relazione lineare. Ciò che capita spesso è trovare valori intermedi, infatti più l'indice è vicino allo 0 più la relazione sarà debole, mentre se si avvicina a -1 o +1 la relazione sarà più forte (Gogtay &

Thatte, 2017). Il segno del coefficiente ci indica se la relazione tra le due variabili è positiva o negativa. In particolare il valore del p-value ci indica il livello di significatività osservato, quindi la probabilità per una ipotesi supposta vera di ottenere risultati più o meno compatibili con tale ipotesi. Una correlazione si dice essere statisticamente significativa quando il “p-value” ottenuto è minore di un certo valore: 0.05, 0.01 o 0.001. Il numero che caratterizza il coefficiente di correlazione indica la forza della relazione lineare. La relazione risulta debole se il valore del coefficiente è vicino allo 0, forte quando supera in valore assoluto lo 0.70 e moderata se interno all’intervallo di 0.20 e 0.70.

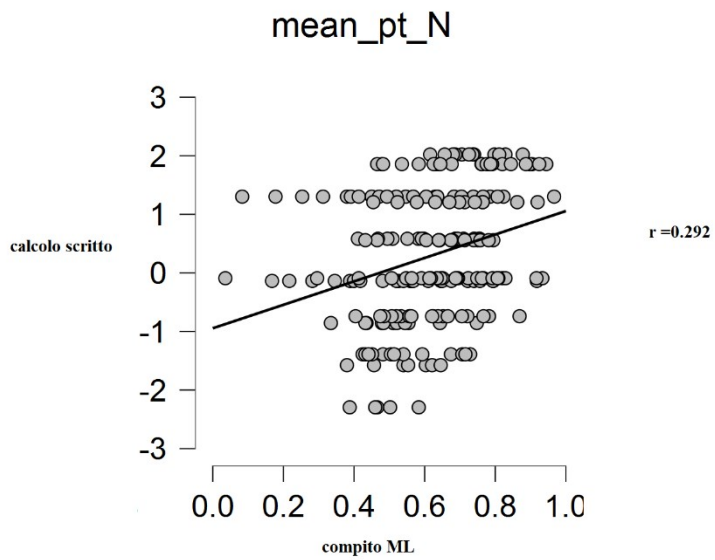
Le correlazioni prese in considerazione perché significative in questa ricerca riguardano il compito di ML e i compiti algebrici( calcolo scritto, fluenza e accuratezza). Dalla **tabella 4.4** si osserva la relazione di tutte le variabili considerate. Dai risultati si nota che il compito di ML correla positivamente con i compiti algebrici in particolare con calcolo scritto, fluenze e l’accuratezza confermando la capacità della ML di predire le prestazioni matematiche.

<b>Variabili</b>	<b>Calcolo scritto</b>	<b>Fluenza</b>	<b>Accuratezza</b>	<b>Compito ML</b>
<b>1.Calcolo scritto</b>	—			
<b>2.Fluenza</b>	0.530***	—		
<b>3.Accuratezza</b>	0.422***	0.479***	—	
<b>4.Compito ML</b>	0.292***	0.235***	0.278***	—

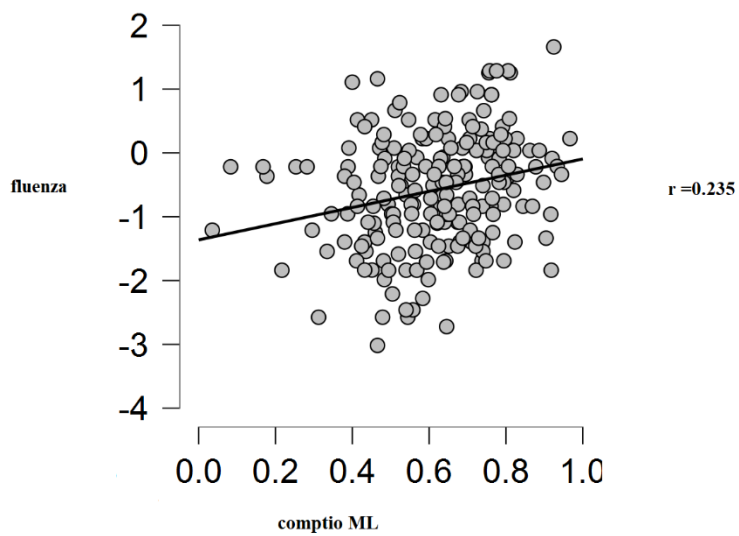
\* p < .05, \*\* p < .01, \*\*\* p < .001

**Tabella 4.4.** Correlazioni tra compiti di ML e compiti algebrici

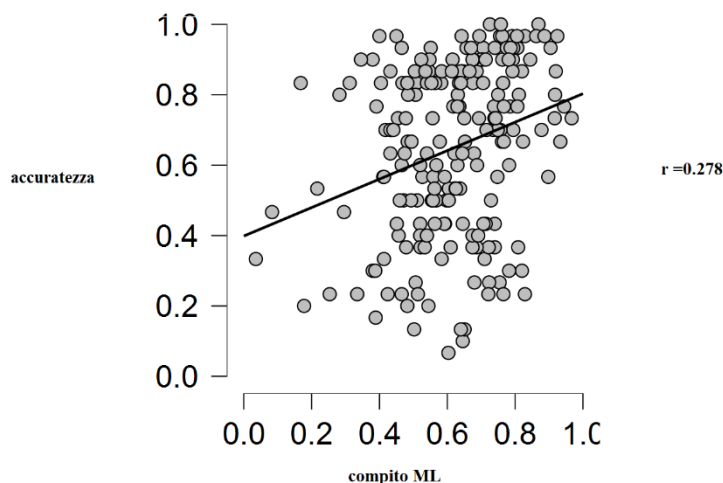
Di seguito verranno presentati i tre grafici significativi relativi alle correlazioni dei compiti algebrici, in particolare calcolo scritto , fluenza e accuratezza con il compito di ML indicando il coefficiente  $r$ .



**Figura 4.5.** Correlazione tra ML e calcolo scritto



**Figura 4.6.** Correlazione tra ML e fluenza



**Figura 4.7.** Correlazione tra ML e accuratezza

### 4.3 Regressioni lineari

La regressione indica una relazione funzionale tra variabili sulla base di dati campionari estratti da una popolazione. In statistica la regressione lineare rappresenta una stima del valore atteso condizionato di una variabile dipendente dati i valori di altre variabili indipendenti. La regressione lineare espressa con una retta spiega la relazione tra le due variabili considerate. Permette di studiare sia la direzione che la significatività e di quantificare in media di quanto potrebbe aumentare o diminuire la variabile dipendente all'aumentare del punteggio della variabile indipendente. Nella prima e nella seconda domanda di ricerca ci si chiedeva se la prestazione nelle prove somministrate possa essere influenzata dai livelli soggettivi di valutazione autocritica e ruminazione e se in qualche modo la ML potesse ricoprire un ruolo nella prestazione. Per rispondere a queste domande è stato svolto un modello lineare, avente come variabile dipendente



l'accuratezza del compito algebrico, mentre come variabili indipendenti il punteggio nel compito di ML, le due sottoscale del questionario relativo alla regolazione emotiva-cognitiva e il punteggio ottenuto nella scala relativa alla ruminazione auto-critica. Si vuole dunque osservare la relazione tra le variabili indipendenti e il variare di quella dipendente. I parametri utilizzati e presi in considerazione sono l'Adjusted R<sup>2</sup> che esprime la varianza spiegata da ciascun modello; il parametro B indica la direzione e l'intensità dell'effetto, se negativo nel senso di diminuire se positivo aumenta la probabilità che si manifesti; il parametro S.E che indica la forza dell'effetto e l'indice *p* che rappresenta la significatività statistica.

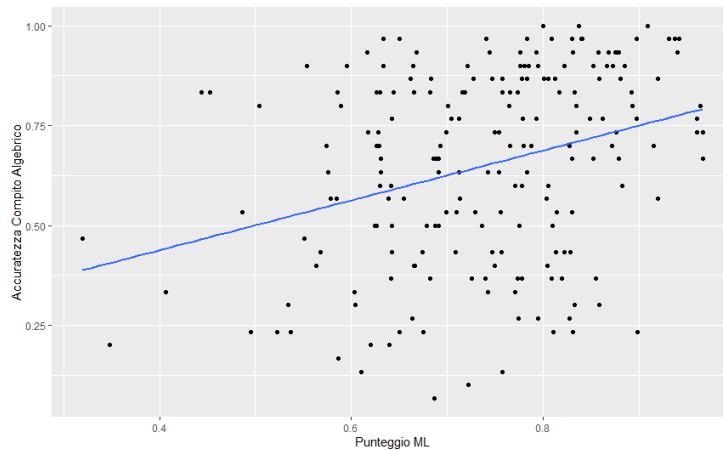
Nella **Tabella 4.8** si osserva l'analisi della regressione lineare relativa al primo modello, quindi l'accuratezza del compito algebrico come variabile dipendente e l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML, i punteggi delle due sottoscale del questionario relativo alla regolazione emotiva-cognitiva e il punteggio ottenuto nella scala relativa alla ruminazione auto-critica come variabili indipendenti. Nella **Tabella 4.9**, questo modello fornisce circa il 9% come contributo all'accuratezza nel compito algebrico ed è statisticamente significativo perché *p*-value < .001. Nella **Figura 4.10** si può osservare il grafico relativo al primo modello di regressione lineare.

	<b>B</b>	<b>SE</b>	<b>t</b>	<b>p</b>
<b>Intercetta</b>	0.163	0.117	1.402	0.163
<b>Punt. compito ML</b>	0.611	0.135	4.533	1.01e-05 ***
<b>Aut. (CERQ)</b>	0.010	0.008	1.247	0.214
<b>Rum. (CERQ)</b>	-0.007	0.009	-0.821	0.413
<b>Rum.(SCRS)</b>	0.001	0.003	0.368	0.713

**Tabella 4.8.** Regressioni lineari primo modello

	<b>RSE</b>	<b>DF</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>Adjusted R<sup>2</sup></b>	<b>F</b>	<b>p-value</b>
	0.231	202	0.106	0.088	5.968	0.0001

**Tabella 4.9.** Regressione lineare primo modello



**Figura 4.10.** Grafico primo modello

Il modello risulta significativo, ma le singole variabili considerate non presentano un valore di  $p$  statisticamente significativo poiché superiore a .001.

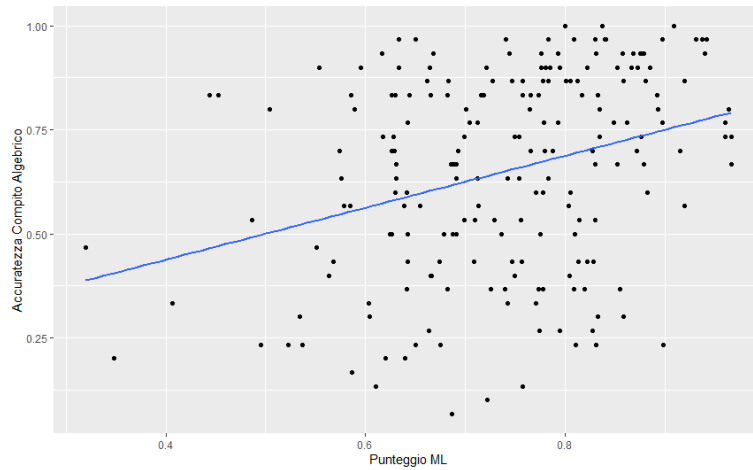
Nella terza domanda di ricerca è stato ipotizzata una possibile interazione tra la ML e gli aspetti emotivi di ruminazione e autocritica con la prestazione. Nella **Tabella 4.11** viene mostrata l'analisi della regressione lineare del secondo modello che considera l'accuratezza del compito algebrico come variabile dipendente e come variabili indipendenti le stesse del primo modello con l'aggiunta dell'interazione tra l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML e i punteggi ottenuti dalle due sottoscale del questionario relativo alla regolazione emotiva-cognitiva e l'interazione tra l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML e il punteggio ottenuto nella scala della ruminazione auto-critica. Nella **Tabella 4.12** si nota che il modello fornisce circa l'8% di contributo all'accuratezza nel compito algebrico ed è statisticamente significativo in quanto il  $p$ -value  $<.001$ . Nella **figura 4.13** si può osservare il grafico relativo alla regressione lineare del secondo modello.

	<b>B</b>	<b>SE</b>	<b>t</b>	<b>p</b>
<b>Intercetta</b>	0.331	0.389	0.851	0.396
<b>Compito ML</b>	0.384	0.526	0.730	0.467
<b>Aut.(CERQ)</b>	-0.017	0.059	-0.287	0.774
<b>Rum.(CERQ)</b>	-0.044	0.0603	-0.728	0.467
<b>Rum.(SCRS)</b>	0.008	0.0175	0.444	0.657
<b>Compito ML: aut.(CERQ)</b>	0.037	0.0780	0.477	0.634
<b>Compito ML: rum.(CERQ)</b>	0.050	0.0805	0.623	0.534
<b>Compito ML: rum. (SCRS)</b>	-0.009399	0.024007	-0.392	0.696

**Tabella 4.11.** Regressioni lineari secondo modello

	<b>B</b>	<b>DF</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>Adjusted R<sup>2</sup></b>	<b>F</b>	<b>p-value</b>
	0.233	199	0.1089	0.0774	3.47	0.0016

**Tabella 4.12.** Regressioni lineari secondo modello



**Figura 4.13.** Grafico secondo modello

Il secondo modello risulta essere significativo ma le singole variabili prese in considerazione non raggiungono un  $p$  statisticamente significativo.

Nel prossimo capitolo verranno presentate le discussioni relative alle analisi effettuate con l'interpretazione dei dati ottenuti.

## **DISCUSSIONE**

La ricerca svolta ha come obiettivo quello di spiegare le possibili relazioni tra abilità matematiche e la memoria di lavoro (ML) in ragazzi di classe prima e seconda della scuola secondaria di primo grado. Oltre al ruolo della ML si vuole osservare anche la relazione tra i pensieri disfunzionali e la performance nelle prove. Le abilità matematiche sono state osservate con prove di calcolo scritto, di fluency del calcolo e la risoluzione di equazioni semplici; per valutare la ML il compito presentato prevedeva memoria di parole. I pensieri intrusivi sono stati testati attraverso dei questionari sulla regolazione emotiva in particolare la ruminazione e l'autocritica.

Dai risultati delle analisi eseguite, presentati nel capitolo 4, si nota che è presente una correlazione positiva tra le abilità matematiche e la capacità di ML; i compiti algebrici sono correlati positivamente ai compiti di ML. In particolare il p-value ottenuto è statisticamente significativo perché inferiore a .001 nella relazione tra il compito di ML con la prova di calcolo scritto, con le fluency e con l'accuratezza del compito algebrico. In letteratura è presente una forte relazione tra ML e abilità matematiche (Gersten et al., 2005; Caviola et al., 2014). Quindi all'aumentare del punteggio ottenuto nel compito di ML aumenta anche la prestazione delle prove matematiche.

Dalle analisi di regressione si è visto che il primo modello è risultato significativo considerando come variabile dipendente l'accuratezza del compito algebrico e come variabili indipendenti l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML, i punteggi delle due sottoscale del questionario relativo alla regolazione emotiva-cognitiva e il punteggio ottenuto nella scala relativa alla ruminazione auto-critica. Nonostante questo è emerso però che le singole variabili non hanno raggiunto un livello di significatività tale da poter confermare l'ipotesi relativa alla possibile influenza tra prestazione e pensieri disfunzionali. Il secondo modello di regressione ha considerato le medesime variabili del primo modello con l'aggiunta dell'interazione tra l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML e i punteggi ottenuti dalle due sottoscale del questionario relativo alla

regolazione emotiva-cognitiva e l'interazione tra l'ordine relativo tra le parole nel compito di ML e il punteggio ottenuto nella scala della ruminazione auto-critica. Il modello è risultato significativo ma le singole variabili non hanno raggiunto la significatività. Non è stato dimostrato come i pensieri intrusivi possano influire le risorse cognitive impattando quindi le prestazioni.

In conclusione per l'apprendimento della matematica sono richieste delle abilità specifiche con attivazione di processi cognitivi in particolare la ML che risulta essere predittiva della performance. Dalla letteratura emerge che ogni componente della ML ha un ruolo specifico nell'apprendimento di nuove abilità e nella riuscita di una prova (Geray, 2004) e questa ricerca ha confermato il ruolo predittivo della ML nelle abilità di calcolo. Ciò che non è stato confermato dalla ricerca è la possibile relazione tra pensieri disfunzionali, abilità cognitive e prestazioni. Questa mancata conferma potrebbe essere dovuta al fatto che in questa ricerca si è considerata solo la ruminazione e l'autocritica come possibili aspetti emotivi che avrebbero potuto influenzare la compilazione dei questionari stessi e soprattutto l'esecuzione delle diverse prove matematiche somministrate.

## BIBLIOGRAFIA

Abín, A., Núñez, J. C., Rodríguez, C., Cueli, M., García, T., & Rosario, P. (2020). Predicting Mathematics Achievement in Secondary Education: The Role of Cognitive, Motivational, and Emotional Variables. *Frontiers in Psychology, 11*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00876>

Allen, K., Giofrè, D., Higgins, S., & Adams, J. (2020). Working memory predictors of mathematics across the middle primary school years. *British Journal of Educational Psychology, 90*(3), 848–869. <https://doi.org/10.1111/bjep.12339>

Allen, K., Giofrè, D., Higgins, S., & Adams, J. (2021). Using working memory performance to predict mathematics performance 2 years on. *Psychological Research, 85*(5), 1986–1996. <https://doi.org/10.1007/s00426-020-01382-5>

Alloway, T. P., Banner, G. E., & Smith, P. (2010). Working memory and cognitive styles in adolescents' attainment. *British Journal of Educational Psychology, 80*(4), 567–581. <https://doi.org/10.1348/000709910X494566>

Aronfreed, J. (1964). The origin of self criticism. J. In *Psychological Review* (Vol. 71, Issue 3).

Bomyea, J., & Amir, N. (2011). The effect of an executive functioning training program on working memory capacity and intrusive thoughts. *Cognitive Therapy and Research, 35*(6), 529–535. <https://doi.org/10.1007/s10608-011-9369-8>

Bonifacci, P., Tobia, V., Marra, V., Desideri, L., Baiocco, R., & Ottaviani, C. (2020). Rumination and emotional profile in children with specific learning disorders and their parents.

*International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(2).

<https://doi.org/10.3390/ijerph17020389>

Brinker, Campisi, Gibbs, Izzard (2013). Ruminaton, Mood and Cognitive performance. *SciRes* (<http://www.scirp.org/journal/psych>)

Cantor, J., & Engle, R. W. (1993). Working-Memory Capacity as Long-Term Memory Activation: An Individual-Differences Approach. In *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* (Vol. 19, Issue 5).

Caviola, S., Colling, L. J., Mammarella, I. C., & Szűcs, D. (2020). Predictors of mathematics in primary school: Magnitude comparison, verbal and spatial working memory measures. *Developmental Science*, 23(6). <https://doi.org/10.1111/desc.12957>

Caviola, S., Mammarella, I. C., Cornoldi, C., & Lucangeli, D. (2012). The involvement of working memory in children's exact and approximate mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 112(2), 141–160. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.02.005>

Caviola, S., Mammarella, I. C., Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (2014). *Working memory and domain-specific precursors predicting success in learning written subtraction problems*. *Learning and Individual Differences*, 36, 92–100. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.10.010>

Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1983). Individual Differences in Integrating Information Between and Within Sentences. In *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* (Vol. 9, Issue 4).



De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(2), 186–201. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.004>

De Vita, C., Pellizzoni, S., & Passolunghi, M. C. (2018). I precursori dell'apprendimento matematico. *Quaderni CIRD. Rivista Del Centro Interdipartimentale per La Ricerca Didattica Dell'Università Di Trieste / Journal of the Interdepartmental Center for Educational Research of the University of Trieste – ISSN: 2039-8646*, *17*, 31-45.

Depressive episodes. *Journal of Abnormal Psychology*, *100*, 569-582.

Di Martino, Pietro (2009), La macchina di ferro senza cuore. *Pratiche matematiche e didattiche in aula. Bologna.*

Doherty-Sneddon, G., Bonner, L., & Bruce, V. (2001). Cognitive demands of face monitoring: Evidence for visuospatial overload. *Memory & Cognition*, *29*, 909-919

Duncan R.D. Mascarenhas, Nickolas C. Smith, in *Performance Psychology*, 2011

Dunkley, D.M., Zuroff, D.C., & Blankstein, K.R. (2003). Self-critical perfectionism and daily affect: dispositional and situational influences on stress and coping. *Journal of Personality and Social Psychology*, *84*, 234–252.

Gilbert, Irons. (2009). *Shame, self-criticism, and self-compassion in adolescence*. Cambridge University Press.

Gilbert, P., & Irons, C. (n.d.). *Shame, self-criticism, and self-compassion in adolescence*.

Giofrè, D., Borella, E., & Mammarella, I. C. (2017). The relationship between intelligence, working memory, academic self-esteem, and academic achievement. *Journal of Cognitive Psychology*, 29(6), 731–747. <https://doi.org/10.1080/20445911.2017.1310110>

Gogtay, N.J. and Thatte, U.M. (2017) Statistics for Researcher: Principles of Correlation Analysis. *Journal of the Association of Physicians of India*, 65, 78-80.

Gómez-Velázquez, F. R., González-Garrido, A. A., Ruiz-Stovel, V. D., Villuendas-González, E. R., Martínez-Ramos, A., & Altamirano-Ríos, M. (2022). Event-related brain potentials study of arithmetic fact retrieval in children with different math achievement levels. *Journal of Cognitive Psychology*, 1–15. <https://doi.org/10.1080/20445911.2022.2090571>

Grassi (2019). Autocritica. Come funziona e come possiamo gestirla. [Studioilforte.com](http://Studioilforte.com)

Greenberg, L. S., & Paivio, S. C. (1997). *Working with emotions in psychotherapy*. New York: Guilford Press.

Guy, G. M., Cornick, J., & Beckford, I. (2015). More than Math: On the Affective Domain in Developmental Mathematics. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 9(2). <https://doi.org/10.20429/ijstol.2015.090207>

Heshmati, R., & Pellerone, M. (2018). Relationship of dispositional mindfulness, self-destruction and self-criticism in academic performance of boy students. *Mediterranean Journal of Clinical Psychology MJCP* (Vol. 6, Issue 3).

Heshmati, R., & Pellerone, M. (2018). Relationship of dispositional mindfulness, self-destruction and self-criticism in academic performance of boy students. In *Mediterranean Journal of Clinical Psychology MJCP* (Vol. 6, Issue 3).

Hiraga, C. Y., Garry, M. I., Carson, R. G., & Summers, J. J. (2009). Dual-task interference: Attentional and neurophysiological influences. *Behavioural Brain Research*, 205(1), 10–18. <https://doi.org/10.1016/j.bbr.2009.07.019>

Hunt, T.E. ; Clark-Carter, D. ;, Sheffield, D., Hunt, T. E., Clark-Carter, D., Thomas, U. K., & Hunt, E. (2014). Math anxiety, intrusive thoughts and performance: Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance: The role of intrusive thoughts Item Type Article Math Anxiety, Intrusive Thoughts and Performance Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance: The role of intrusive thoughts. In *Psychology and Social Sciences* (Vol. 2, Issue 2). <http://hdl.handle.net/10545/618797>

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The role of phonological and executive working memory resources in simple arithmetic strategies. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19(6), 910–933. <https://doi.org/10.1080/09541440601051571>

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The role of phonological and executive working memory resources in simple arithmetic strategies. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19(6), 910–933. <https://doi.org/10.1080/09541440601051571>

Ineke Imbo & André Vandierendonck (2007) Il ruolo delle risorse fonologiche ed esecutive della memoria di lavoro in semplici strategie aritmetiche, *Eur J of Cognitive Psychology*, 19:6, 910-933, DOI:10.1080/09541440601051571

Jaroslawska, A. J., Gathercole, S. E., & Holmes, J. (2018). Following instructions in a dual-task paradigm: Evidence for a temporary motor store in working memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *71*(11), 2439–2449. <https://doi.org/10.1177/1747021817743492>

Kyttälä, M., Lehto, J.E. Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *Eur J Psychol Educ* **23**, 77–94 (2008). <https://doi.org/10.1007/BF03173141>

Lambek, R., & Shevlin, M. (2011). Working memory and response inhibition in children and adolescents: Age and organization issues. *Scandinavian Journal of Psychology*, *52*(5), 427–432. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2011.00899.x>

Lee, H., Sullivan, S. J., & Schneiders, A. G. (2013). The use of the dual-task paradigm in detecting gait performance deficits following a sports-related concussion: A systematic review and meta-analysis. In *Journal of Science and Medicine in Sport* (Vol. 16, Issue 1, pp. 2–7). <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2012.03.013>

Lee, H., Sullivan, S. J., & Schneiders, A. G. (2013). The use of the dual-task paradigm in detecting gait performance deficits following a sports-related concussion: A systematic review and meta-analysis. In *Journal of Science and Medicine in Sport* (Vol. 16, Issue 1, pp. 2–7). <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2012.03.013>

Logie, R. H. (1995). *Visuo-spatial Working Memory*. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates Ltd

Löw, A. C., Schauenburg, H., & Dinger, U. (2020). Self-criticism and psychotherapy outcome: A systematic review and meta-analysis. In *Clinical Psychology Review* (Vol. 75). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/j.cpr.2019.101808>

Magri & Mancini, Emozione e conoscenza. Prospettive filosofiche psicologiche e cliniche. Roma: Editori Riuniti, 1991, pp.270. *Psicoterapia e Scienze Umane* 26:156.

Martin, L.L., & Tesser, A. (1996). Some ruminative thoughts. In R.S. Wyer (Eds), *Ruminative thoughts: Advances in social cognition* (Vol. 9, pp. 1-47). Hillsdale, NJ:Erlbaum

Mills, A., Gilbert, P., Bellew, R., McEwan, K., & Gale, C. (2007). Paranoid beliefs and self-criticism in students. *Clinical Psychology and Psychotherapy*, 14(5), 358–364. <https://doi.org/10.1002/cpp.537>

Moore, A. M., Rudig, N. O., & Ashcraft, M. H. (2014). Affect, Motivation, Working Memory, and Mathematics (R. Cohen Kadosh & A. Dowker, Eds.; Vol. 1). *Oxford University Press*. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.004>

Mor, N., & Winquist, J. (2002). Self-focused attention and negative affect: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 128, 638-662.

Morra, S. (2008). Memory components and control processes in children's drawing. In C. Milbrath & H. M. Trautner (Eds.), *Children's understanding and production of pictures, drawing, and art: Theoretical and empirical approaches* (pp. 53–85).

Gottingen: Hogrefe, Moulds, M.L., Kandris, E., Starr, S., & Wong, C.M. (2007). The relationship between rumination, avoidance and depression in a non-clinical sample. *Behaviour Research and Therapy*, 45, 251-261

Nolen-Hoeksema, S., Stice, E., Wade, E., & Bohon, C. (2007). Reciprocal relations between rumination and bulimic, substance abuse, and depressive symptoms in female adolescents. *Journal of Abnormal Psychology*, 116, 198-207.

Papageorgiou, C., & Wells, A. (2003). An empirical test of a clinical metacognitive model of rumination and depression. *Cognitive Therapy and Research*, 27, 261-273.

Papageorgiou, C., & Wells, A. (2004). Depressive rumination: Nature, theory and treatment. Chichester: Wiley. Trad it. *Ruminazione depressiva. Teoria e trattamento*. Trento: Erikson, 2008.

Passolunghi et al., (2016). Mathematics Anxiety, Working Memory and Mathematics Performance in Secondary- School Children. *Front. Psychol., Sec. Cognition*.

Peeters, F., Wessel, I., Merckelbach, H., & Boon-Vermeeren, M. (2002). Autobiographical memory specificity and the course of major depressive disorder. *Comprehensive Psychiatry*, 43, 344-350

Pickering, S. J. (2001). The development of visuo-spatial working memory. *Memory*, 9(4-6), 423-432. <https://doi.org/10.1080/09658210143000182>

Porru, Lucangeli, Melogno Ragionamento nella risoluzione dei problemi ed emozioni (doi: 10.1421/95567) *Giornale italiano di psicologia* (ISSN 0390-5349) Fascicolo 4, dicembre 2019

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 110–122. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>

Raghubar, KP, Barnes, MA e Hecht, SA (2010). Memoria di lavoro e matematica: una revisione degli approcci evolutivi, individuali e cognitivi. *Apprendimento e differenze*.

Riding, R. J., Grimley, M., Dahraei, H., & Banner, G. (2003). Cognitive style, working memory and learning behaviour and attainment in school subjects. *British Journal of Educational Psychology* (Vol. 73). [www.bps.org.uk](http://www.bps.org.uk)

Russell Gersten, Nancy C. Jordan, and Jonathan R. Flojo (2005). Early Identification and Interventions for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(4):293-304.

Ryan, R.M., & Deci, E.L. (2000) Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology*, *25*, 54– 67.

Schaefer, S. (2014). The ecological approach to cognitive“motor dual-tasking: findings on the effects of expertise and age. *Frontiers in Psychology*, *5*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.01167>

Shahar, G., Henrich, C. C., Winokur, A., Blatt, S. J., Kuperminc, G. P., & Leadbeater, B. J. (2006). Self-criticism and depressive symptomatology interact to predict middle school

academic achievement. *Journal of Clinical Psychology*, 62(1), 147–155.  
<https://doi.org/10.1002/jclp.20210>

Smart, Peters, Baer. (2016). Sviluppo e Validazione della Misura della ruminazione autocritica. Sagepub, vol.23 (3) 321-332.

Swanson, H. L., & Berninger, V. W. (1996). Individual Differences in Children's Working Memory and Writing Skill. In *JOURNAL OF EXPERIMENTAL CHILD PSYCHOLOGY* (Vol. 63).

Thompson, R., & Zuroff, D. C. (2004). The Levels of Self-Criticism Scale: Comparative self-criticism and internalized self-criticism. *Personality and Individual Differences*, 36(2), 419–430. [https://doi.org/10.1016/S0191-8869\(03\)00106-5](https://doi.org/10.1016/S0191-8869(03)00106-5)

Titz, C., & Karbach, J. (2014). Working memory and executive functions: effects of training on academic achievement. In *Psychological Research* (Vol. 78, Issue 6, pp. 852–868). Springer Verlag. <https://doi.org/10.1007/s00426-013-0537-1>

Watkins, E. R., & Roberts, H. (2020). Reflecting on rumination: Consequences, causes, mechanisms and treatment of rumination. In *Behaviour Research and Therapy* (Vol. 127). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.brat.2020.103573>

Watkins, E., & Mason, A. (2002). Mood as input and rumination. *Personality and Individual Differences*, 32, 577-587.



Wells, A. (2000). Emotional disorders and metacognition: Innovative cognitive therapy. Chichester, UK: Wiley. Trad it. *Disturbi emozionali e metacognizione. Nuove strategie di psicoterapia cognitiva*. Trento: Erikson, 2002.

Wells, A. (2009). Metacognitive therapy for anxiety and depression. New York: Guilford Press.  
Whelton, Greensberg.(2005). Emotion in self-criticism. *Personality and Individual Differences*. Volume 38, Issue 7. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2004.09.024>

Whelton, W. J., & Greenberg, L. S. (2005). Emotion in self-criticism. *Personality and Individual Differences*, 38(7), 1583–1595. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2004.09.024>

Zan, R. (2001). Ostacoli affettivi dell'insegnamento/apprendimento della Matematica: riflessioni dalla parte dell'allievo. In Callegarin, G. (2001). *La matematica è difficile?* Bologna: Pitagora

Zan, R., & Di Martino, P. (1998). *Problemi e convinzioni*. Bologna: Pitagora

Živković, M., Pellizzoni, S., Mammarella, I. C., & Passolunghi, M. C. (2022). Executive functions, math anxiety and math performance in middle school students. *British Journal of Developmental Psychology*. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12412>

Zuroff, D. C., Koestner, R., & Powers, T. A. (1994). Self-Criticism at Age 12: A Longitudinal Study of Adjustment 1. In *Cognitive Therapy and Research* (Vol. 18, Issue 4).

