

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale DII

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Energia Elettrica

*Codice analitico per l'ottimizzazione di macchine a flusso assiale di
tipo slotless*

Relatore: *prof. Andrea Tortella*

Correlatore: *prof. Mauro Andriollo*

Laureando: *Andrea Iselle*

1236624

Anno Accademico 2021/2022

1	Introduzione	5
2	Macchine elettriche a flusso assiale	7
2.1	Funzionamento e possibili configurazioni	7
2.2	Materiali	11
2.3	Metodi di analisi elettromagnetica	13
3	Codice analitico per il calcolo dell'induzione magnetica	19
3.1	Struttura del codice analitico	19
3.2	Analisi parametrica	20
3.2.1	Variazione del parametro n_{max}	20
3.2.2	Variazione del parametro k_{max}	24
3.2.3	Variazione del parametro ρ	26
3.3	Verifica di convergenza del codice analitico	29
3.3.1	Convergenza tra due coppie di armoniche successive	30
3.3.2	Convergenza rispetto al FEM	33
4	Analisi a vuoto di una macchina a flusso assiale coreless	37
4.1	Definizione della bobina e della griglia di punti	37
4.2	Calcolo del flusso concatenateo e della forza elettromotrice	40
4.3	Ottimizzazione del codice analitico	44
5	Analisi parametriche della configurazione coreless	49
5.1	Analisi parametrica della geometria della bobina	49
5.2	Analisi parametrica della geometria del magnete	55
5.3	Analisi parametrica simultanea	61
5.4	Analisi parametrica dell'angolo di raccorciamento	64
6	Analisi a vuoto di una macchina a flusso assiale slotless	71
6.1	Metodo delle immagini	71
6.2	Verifica del calcolo di B_z	73
6.3	Generalizzazione del codice analitico	77
6.4	Calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice	80
6.5	Forza assiale	82
7	Analisi parametriche della configurazione slotless	83
7.1	Analisi parametrica della geometria della bobina	83
7.2	Analisi parametrica della geometria del magnete	85
7.3	Analisi parametrica simultanea	88
7.4	Analisi parametrica dell'angolo di raccorciamento	94
8	Conclusioni	101
9	Bibliografia	105

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi trent'anni, le macchine elettriche a magneti permanenti a flusso assiale (AFPM) sono state oggetto di numerose ricerche che le hanno portate oggi ad essere una tecnologia matura utilizzata in un'ampia gamma di applicazioni, dai sistemi di produzione e accumulo di energia rinnovabile fino ai trasporti.

L'obiettivo della seguente tesi è l'implementazione e l'ottimizzazione di un codice analitico per l'analisi delle prestazioni a vuoto di un'AFPM. Tale idea nasce, infatti, dalla necessità di sostituire il programma FEM con un codice analitico avente tempi di calcolo significativamente inferiori.

Nel capitolo 2 sarà dunque presentata una risoluzione formale delle equazioni di Maxwell per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica B_z . In seguito, nel capitolo 3, verrà verificato il funzionamento delle equazioni ricavate mediante un confronto con un programma FEM e saranno fissati i parametri di input più idonei per massimizzare l'accuratezza del codice minimizzando talvolta il costo computazionale.

Nel capitolo 4, a partire da una configurazione di macchina esistente con topologia *coreless* pensata per un sistema di accumulo cinetico (*FESS, flywheel energy storage system*), sarà effettivamente implementato ed ottimizzato un codice analitico in ambiente *Matlab* per il calcolo del flusso concatenato, della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata.

Nel capitolo 5 sarà invece proposta un'analisi parametrica della geometria della macchina atta a ricavare una configurazione ottimale che ne massimizzi le prestazioni.

Infine, nel capitolo 6 sarà generalizzato il codice analitico per la macchina *coreless* ad una configurazione *slotless* mentre, nel capitolo 7, verrà presentata un'analisi parametrica della geometria di quest'ultima.

Capitolo 2

Macchine elettriche a flusso assiale

Le macchine elettriche a flusso assiale a magneti permanenti (AFPM) sono un'alternativa alle più diffuse macchine a flusso radiale. Caratterizzate da una forma a disco che le rende più compatte rispetto alle classiche forme cilindriche, sono oggi considerate una tecnologia all'avanguardia nelle loro varie applicazioni, dai sistemi di produzione di energia rinnovabile fino ai trasporti. In particolare, la macchina che verrà analizzata in questa tesi è stata pensata per un volano (*FESS, flywheel energy storage system*), cioè per un sistema di accumulo cinetico. Infatti, la domanda di nuove tecnologie di accumulo energetico più efficace ed affidabile sta rapidamente crescendo e, tale soluzione, può essere una buona alternativa anche grazie al suo scambio di elevati picchi di potenza in tempi ridotti [1].

2.1 Funzionamento e possibili configurazioni

Come mostrato in Fig. 2.1, le macchine a flusso assiale differiscono da quelle a flusso radiale per la direzione del flusso magnetico. Il traferro e le superfici utili, cioè quelle aree di materiale in cui è possibile posizionare gli avvolgimenti e i magneti permanenti, sono ortogonali alle linee di campo e, di conseguenza, perpendicolari all'asse di rotazione dei dischi.

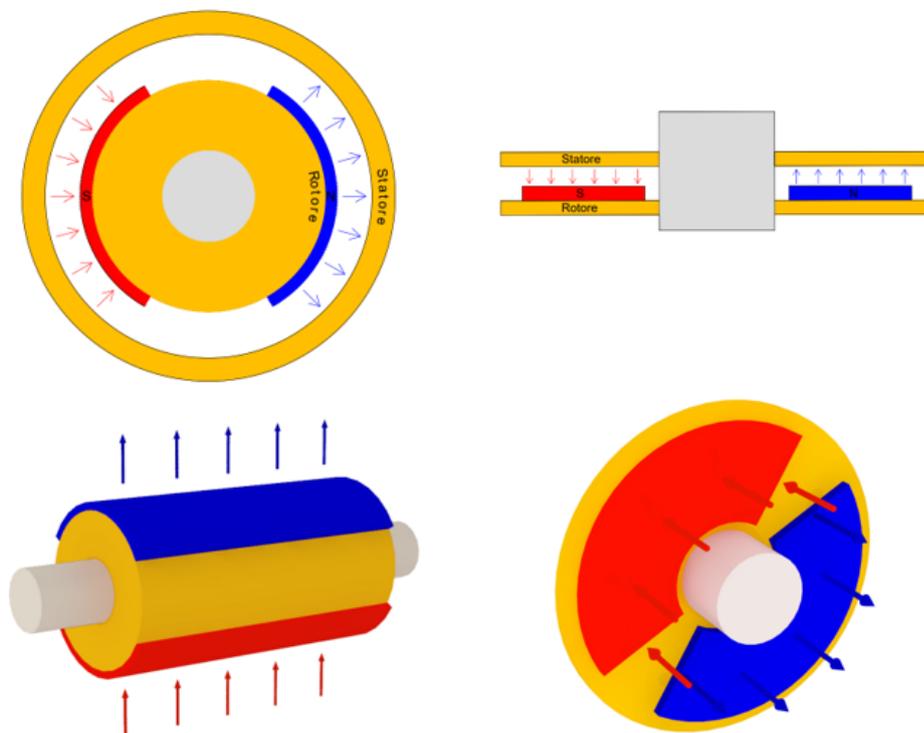


Fig. 2.1 – Modelli 2D e 3D di macchine a flusso radiali e assiali con rispettive linee di flusso

Il forte sviluppo che sta avendo negli ultimi anni questa nuova tecnologia è essenzialmente legato ad una necessità di miglioramento della densità di potenza, cioè della potenza di output rapportata al volume. Una massimizzazione di tale parametro porterebbe, infatti, ad un risparmio di materiale e quindi ad una riduzione dei costi. La macchina a flusso assiale presenta una serie di vantaggi che permettono di svincolarsi da dei limiti intrinseci dell'altra configurazione. In particolare, la presenza di due cilindri concentrici di materiale ferromagnetico fa sì che il calore prodotto dalle perdite nel ferro di rotore dei motori radiali sia smaltibile solamente attraverso lo statore, con conseguenti difficoltà nel sistema di raffreddamento, anche a causa della bassa conducibilità termica di esso. Nelle macchine a flusso assiale, invece, i due dischi di statore e rotore, oltre che le bobine, possono essere raffreddati direttamente anche grazie ad una maggiore vicinanza con l'involucro esterno, solitamente in alluminio, il quale presenta un'alta conducibilità termica: il raffreddamento risulta essere quindi più facile ed efficiente. Inoltre, grazie al suo minor ingombro assiale, le geometrie disco sono più compatte e, quindi, a parità di potenza sviluppata, presentano una densità di potenza maggiore. Un'altra peculiarità che rende tale macchina vantaggiosa rispetto alla concorrente è l'elevata estensione radiale dei dischi che permette di avere una maggiore inerzia ($I_z \propto m \cdot r^2$, ottimo appunto per un volano), un maggiore sviluppo di coppia e la possibilità di inserire un numero di poli magnetici superiore. Gli ultimi due, in particolare, la rendono ideale per funzionamenti a grandi coppie e basse velocità come, per esempio, la trazione elettrica. L'utilizzo di diametri troppo grandi, però, causa un aumento della forza centrifuga ($F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$) che provocherebbe problemi di tenuta dei magneti e, quindi, in tali motori, la massima velocità di funzionamento è limitata rispetto a quella dei rispettivi a flusso radiale.

Un esempio di applicazione, oltre a quello che verrà analizzato in questa tesi di accumulo cinetico, è la Ferrari SF90 Stradale, prima supercar a montare motori a flusso assiale al posto dei più utilizzati a flusso radiale. In particolare, tale veicolo ibrido inaugurato a maggio 2019 è dotato di motore termico supportato da tre elettrici a flusso assiale per un totale di 1000 CV, 222 dei quali forniti dalla parte elettrica (circa 162 kW) [15].

Dal punto di vista costruttivo, a seconda dell'applicazione di destinazione, si possono trovare diverse configurazioni geometriche: in Fig. 2.2 è riportato un diagramma di flusso rappresentante le principali topologie.

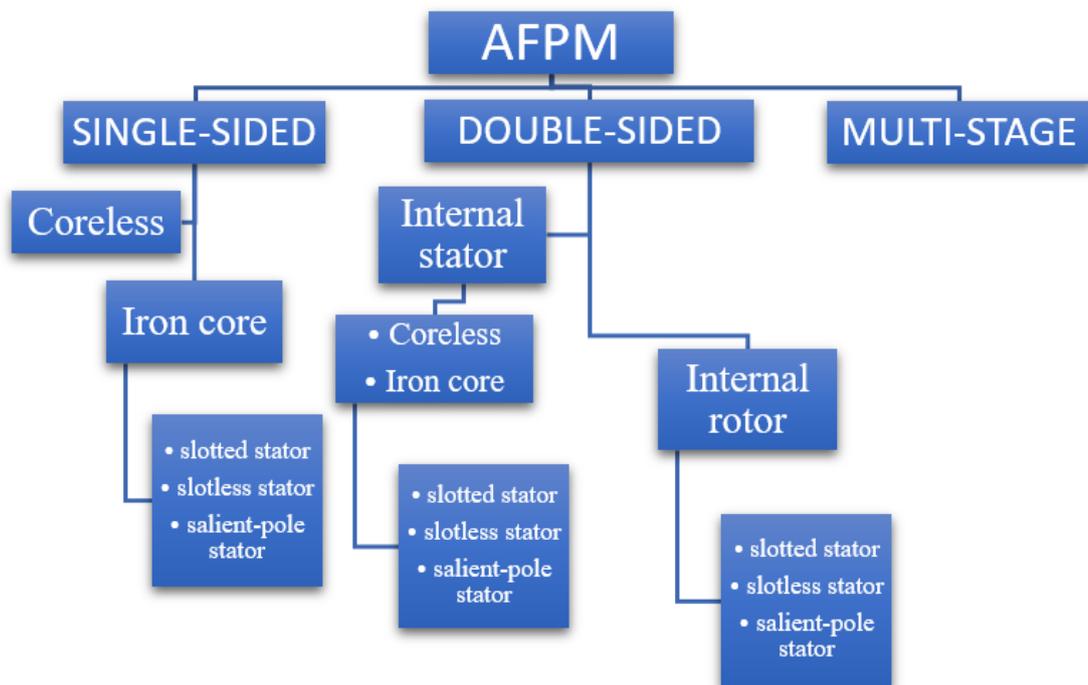


Fig. 2.2 – Topologie di macchine a flusso assiale

In generale, la topologia delle macchine a flusso assiale è ideale per ottenere una struttura modulare in cui il numero di moduli utilizzato varia con la potenza richiesta: le configurazioni multi-stage, per esempio, riportate in Fig. 2.3, trovano applicazioni principalmente per potenze elevate. In particolare, quella che verrà analizzata in questo lavoro di tesi è la macchina a flusso assiale single-sided, in cui cioè è presente un solo traferro compreso tra un disco di statore e uno di rotore (vedi Fig. 2.1). Le altre saranno tuttavia ricavabili a partire dalla prima attraverso l'applicazione del principio delle immagini e la sovrapposizione degli effetti di ciascuna di esse: una volta ricavato, infatti, un codice analitico in grado di calcolare il flusso concatenato e la forza elettromotrice indotta in un avvolgimento di una macchina a flusso assiale a magneti permanenti, sarà possibile utilizzarlo anche per topologie double-sided o multi-stage sommando il contributo di ciascun immagine come se fosse un motore a singolo stadio a sé stante.

A seconda delle esigenze, sono poi definibili altre sottocategorie per la catalogazione delle macchine elettriche a flusso assiale. Una differenziazione fondamentale è basata sulla presenza o meno di un materiale ferromagnetico di statore: il primo caso è utilizzato in quelle applicazioni in cui è richiesta la minimizzazione delle perdite (ottima quindi per accumulo cinetico poiché non si vuole disperdere l'energia accumulata) in quanto, eliminando il nucleo, si azzerano le perdite nel ferro. Questa topologia, inoltre, permette di annullare anche la forza assiale di attrazione che si svilupperebbe tra i magneti e il ferro di statore.

Infine, come per le macchine radiali, nel caso di topologie *iron core*, gli avvolgimenti possono essere disposti in modalità differenti: essi, infatti, potranno essere inseriti in delle cave (configurazione *slotted*), avvolti attorno a dei poli salienti (configurazione *salient-pole*) oppure disposti di fronte al ferro di statore (configurazione *slotless*, vedi Fig. 2.1). In particolare, con

la configurazione *slotted* si ottiene un traferro più piccolo ma la densità di flusso magnetico si riduce ad ogni apertura di cava (coefficiente di Carter $k_c < 1$) mentre in quella *slotless* il coefficiente di Carter è unitario ma il traferro risulta essere più grande e pari alla somma degli spessori assiali di tutti i materiali non magnetici. Inoltre, il vantaggio di quest'ultima sta nella semplicità costruttiva del rotore, nell'eliminazione della coppia di cogging e nella riduzione della saturazione magnetica del ferro di rotore [2].

In Fig. 2.3 sono riportate delle rappresentazioni di 2D di alcune topologie di macchine a flusso assiale a magneti permanenti precedentemente presentate [3].

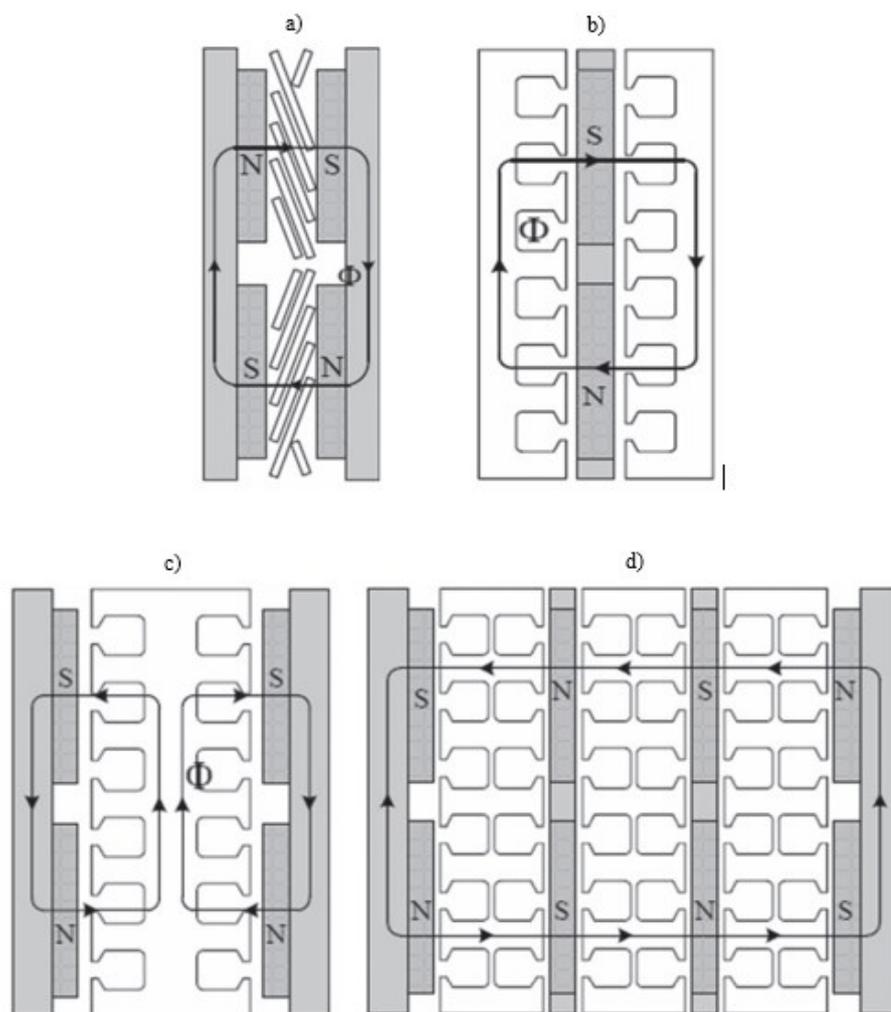


Fig. 2.3 – Rappresentazione 2D di alcune topologie di AFPM con rispettive linee di flusso:

- a) *Double-sided, internal stator, coreless*
- b) *Double-sided, internal rotor, iron-core, slotted stator*
- c) *Double-sided, internal stator, iron-core, slotted stator*
- d) *Multi-stage, internal stator, iron-core, slotted stator*

2.2 Materiali

Solitamente, i nuclei ferromagnetici di statore delle più diffuse macchine radiali sono formati da sottili lamiere a grani non orientati isolate tra loro che lo rendono isotropo magneticamente. In alternativa, per particolari forme o per macchine di dimensioni ridotte si possono utilizzare composti di polveri di materiali magnetici dolci, i quali però soffrono di più basse permeabilità magnetiche e maggiori perdite ad alte frequenze. Per le macchine a flusso assiale, invece, oltre alle due soluzioni precedentemente elencate, si possono impiegare anche lamiere a grani orientati, grazie all'unidirezionalità del flusso magnetico nella maggior parte del volume di statore. Tale soluzione, come dimostrato in [4], porterebbe ad un miglioramento sia delle prestazioni che dell'efficienza.

Per quanto riguarda il rotore, invece, si utilizzano magneti permanenti con anelli o dischi di supporto in acciaio dolce. Essendo il traferro tendenzialmente più grande rispetto alle controparti radiali è necessario l'utilizzo di magneti permanenti con densità di energia maggiore, la quale si definisce come $B_m \cdot H_m$, cioè come prodotto del valore dell'induzione magnetica e del campo magnetico nel suo punto di lavoro (vedi Fig. 2.5) [5]. Quest'ultimi sono materiali magnetici duri, cioè aventi un ciclo di isteresi ampio e dunque difficilmente smagnetizzabili (vedi Fig. 2.3) [5].

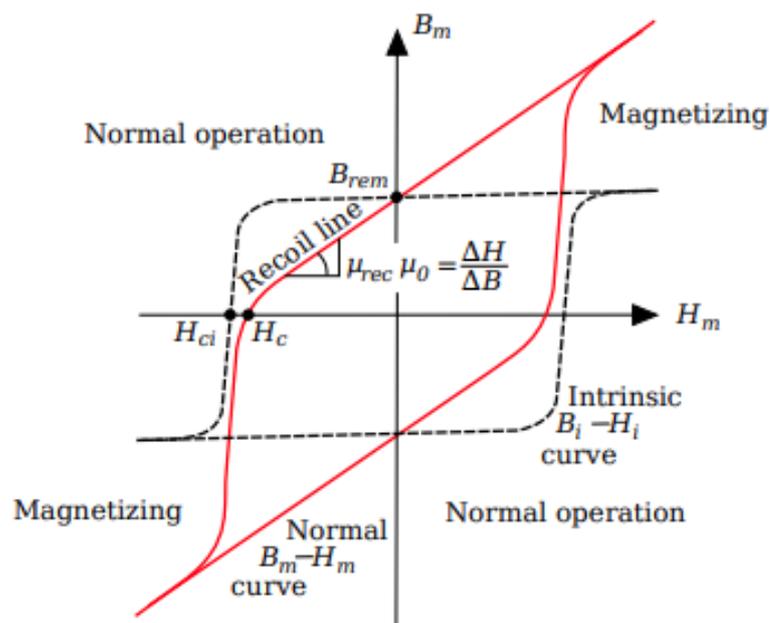


Fig. 2.3 – Ciclo di isteresi (in rosso) e caratteristica di magnetizzazione (tratteggiata) di un PM

I magneti permanenti sono progettati per lavorare nella zona lineare (*recoil line*) della curva di isteresi, la quale presenta una pendenza pari a $\mu_0 \mu_r = \frac{\Delta H}{\Delta B}$, e sono definiti dall'induzione residua B_{rem} , dall'energia coercitiva H_c , corrispondente all'intensità di campo magnetico necessaria per smagnetizzare il magnete e dalla dipendenza di tali parametri dalla

temperatura. In tabella 2.1 [5] sono riportate le proprietà dei principali magneti permanenti commerciali mentre, in Fig. 2.4 [5], le caratteristiche B-H degli stessi:

Tabella 2.1 – Principali proprietà dei PM commerciali

	Ferrite	AlNiCo	SmCo	NdFeB
B_{rem} [T]	0.38	1.20	0.85	1.15
H_c [kA/m]	250	50	570	880
$\Delta B_{rem}/\Delta T$ [%/C°]	-0.20	-0.02	-0.04	-0.12
$\Delta H_c/\Delta T$ [%/C°]	0.40	0.02	-0.20	-0.70

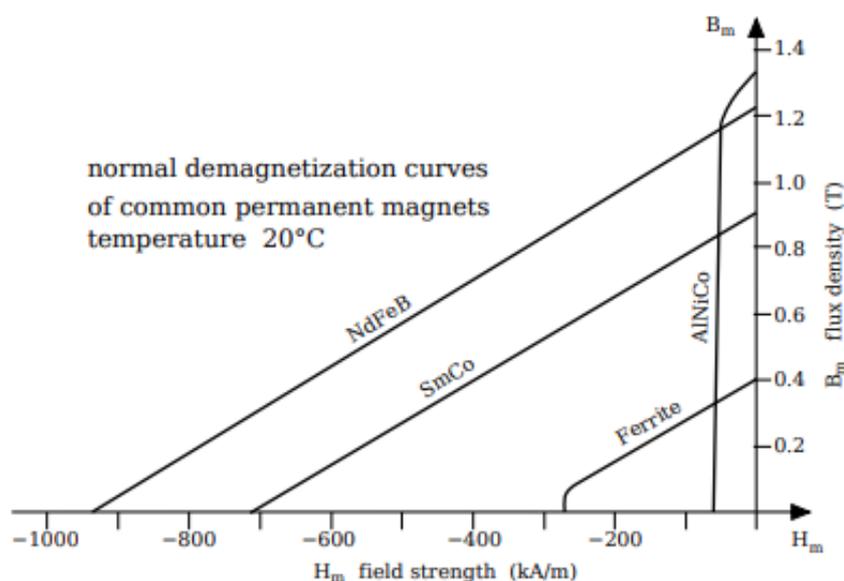


Fig. 2.4 – Curva di smagnetizzazione dei più comuni PM

Come mostrato nella precedente figura, quindi, le ferriti presentano valori relativamente bassi sia di B_{rem} che di H_c ma, a differenza degli altri, hanno una bassa dipendenza dalla temperatura ed hanno costi ridotti. I composti AlNiCo, invece, presentano valori molto elevati di induzione residua ma una forza coercitiva troppo piccola, la quale porterebbe troppo facilmente a smagnetizzazione. Di conseguenza, le soluzioni migliori per i motori a disco, necessitando di B_{rem} elevate, sono rappresentate dalle terre rare, cioè dal NdFeB e dal SmCo. Tuttavia, i valori di B_{rem} e H_c si riducono all'aumentare della temperatura ma, come già spiegato nel paragrafo 2.1, le macchine a flusso assiale smaltiscono più efficacemente il calore e, quindi, anche da questo punto di vista presentano un netto vantaggio rispetto a quelle radiali.

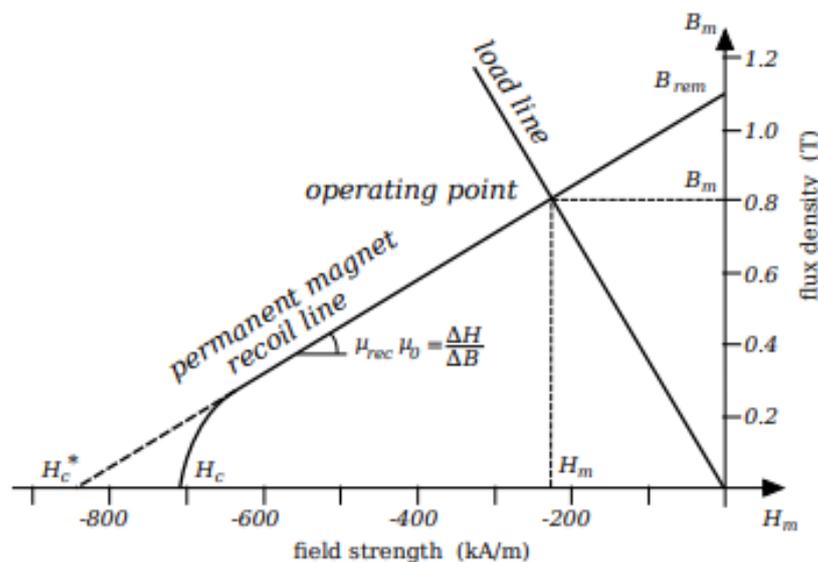


Fig. 2.5 – Punto di lavoro di un magnete permanente [5]

2.3 Metodi di analisi elettromagnetica

Come visto nel paragrafo 2.1, esistono diverse topologie di macchine a flusso assiale e la scelta della più adatta al variare dell'applicazione è di fondamentale importanza. Si rende dunque necessario l'utilizzo di software di analisi delle prestazioni di diverse configurazioni per la valutazione della migliore in una specifica situazione: mediante l'utilizzo di programmi FEM 3D (*Finite Element Method*) è possibile calcolare con ottima precisione il valore dell'induzione magnetica al traferro e, quindi, il flusso concatenato a vuoto con le bobine e la forza elettromotrice indotta. Il problema di tali software sta, però, nel tempo di calcolo: infatti, nell'ottica di un'analisi parametrica della geometria, il costo computazionale risulterebbe troppo elevato. Di conseguenza, per ottenere un buon compromesso tra precisione e tempo, può essere utile l'implementazione di modelli analitici basati sulla risoluzione delle equazioni di Maxwell. Dalla letteratura ne sono noti diversi e verranno di seguito presentati [6].

La più comune risoluzione delle equazioni di Maxwell per una macchina a flusso assiale si basa su un'approssimazione 2D della geometria: tale condizione porta a trascurare gli effetti di curvatura (*curvature effect*) e di bordo radiale (*radial edge effect*), calcolando l'induzione sul raggio medio e ipotizzando un'estensione radiale molto maggiore rispetto al passo polare. In questo caso, quindi, si ottiene un potenziale magnetico vettore, posizionato sul raggio medio, con sola componente radiale r dipendente dalle altre due coordinate (ϑ, z) [7].

Sono poi stati proposti altri metodi analitici per considerare l'effetto di curvatura applicando il codice 2D precedente per diversi r e sommando il contributo infinitesimo di ciascuno. In ogni caso, anche questo metodo non tiene in considerazione dell'effetto di bordo radiale e, quindi, anch'esso può essere considerato un metodo bidimensionale.

Viene ora presentata, invece, una risoluzione tridimensionale delle equazioni di Maxwell per una determinata geometria di rotore in grado di tener conto di entrambi gli effetti che coi metodi precedenti si erano trascurati. Tale metodo analitico viene presentato per la valutazione

delle prestazioni di un freno a correnti indotte in [8]. In realtà, però, essendo noi interessati all'analisi di una macchina a flusso assiale di tipo coreless da utilizzare per un sistema di accumulo cinetico, vengono di seguito riportati i parametri principali della geometria di rotore e poi riassunti i passaggi chiave per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica, la quale è l'unica grandezza magnetica di effettivo interesse per il nostro studio. Inoltre, rispetto all'articolo precedentemente citato, verrà inserita una modifica atta a considerare anche l'effetto di permeabilità magnetica relativa non unitaria dei magneti utilizzati. In Fig. 2.6 sono mostrati i sistemi di riferimento adottati per lo sviluppo della formulazione analitica. In tabella 2.2, invece, sono riportate le principali grandezze geometriche del rotore e dei magneti.

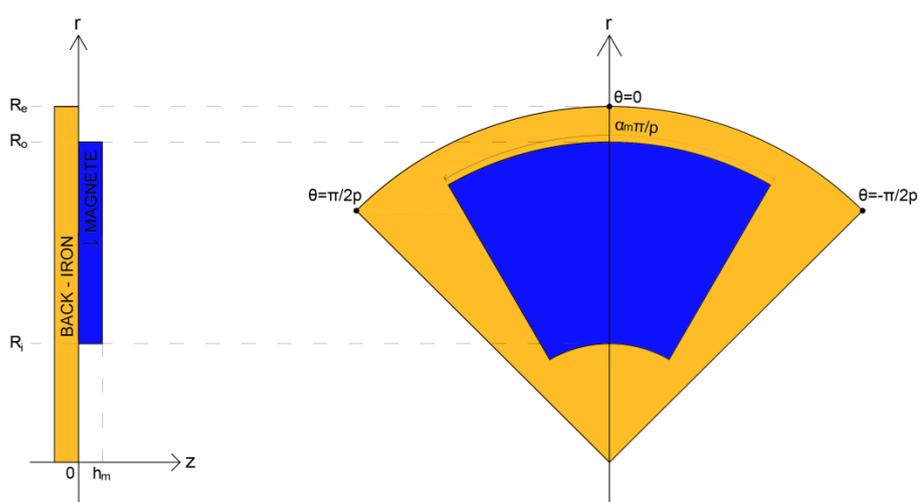


Fig. 2.6 –Piano (r,z) e (r,θ) per un passo polare della macchina analizzata

Tabella 2.2 – Principali grandezze geometriche del rotore e dei magneti

p	Numero di coppie polari	2
R_e [mm]	Raggio esterno del rotore	141
R_o [mm]	Raggio esterno del magnete	135
R_i [mm]	Raggio interno del magnete	50
h_m [mm]	Altezza del magnete	10
α_m	Rapporto di “copertura” del magnete	0.7

Per la risoluzione 3D del problema magnetico vengono fatte delle ipotesi di lavoro: linearità dei materiali (materiali ferromagnetici in primis, viene quindi trascurata la saturazione magnetica), permeabilità magnetica unitaria per tutti i materiali non magnetici ed infinita per il ferro di rotore e conduttività elettrica costante. Viene poi ipotizzata una magnetizzazione esclusivamente assiale del magnete, la quale dipende dalle coordinate (r,θ) spaziali e dalla variabile temporale, è rappresentata in Fig. 2.7 e sarà calcolata a seguito della definizione delle condizioni al contorno.

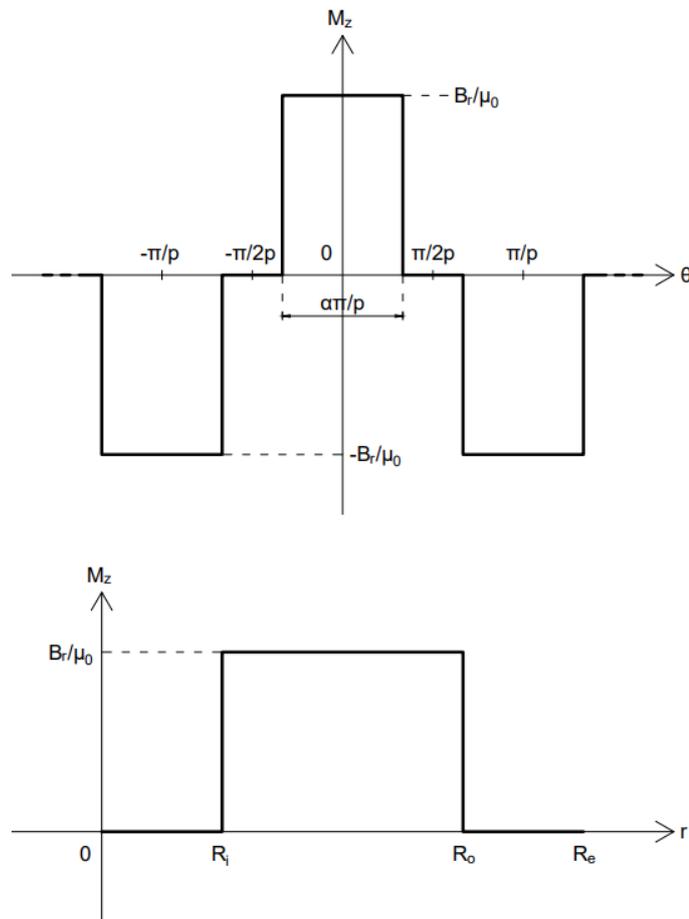


Fig. 2.7 – Distribuzione di magnetizzazione lungo le coordinate r e ϑ

Le condizioni al contorno applicate per la risoluzione delle equazioni di Maxwell sono di seguito riportate:

- Anti-periodicità agli estremi di un passo polare: $H\left(r, \pi/2p, z, t\right) = H\left(r, -\pi/2p, z, t\right)$, dove H è l'intensità del campo magnetico.
- Campo magnetico finito per $r = 0$;
- Per $r = R_{max}$ si è imposta una condizione al contorno di perfetto magnetico, dove R_{max} è un raggio limite non per forza corrispondente ad un limite fisico della macchina;
- In corrispondenza della superficie posteriore del materiale ferromagnetico di statore si impone una condizione di linee di flusso parallele al bordo, cioè $B \cdot e_z = 0$.
- In corrispondenza dell'interfaccia tra la superficie del ferro di rotore e la superficie del magnete viene imposta una condizione per tener conto della permeabilità relativa non unitaria del magnete.

È dunque possibile ora procedere con la risoluzione delle equazioni di Maxwell partendo dal seguente sistema di equazioni ottenuto applicando le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} \nabla \cdot B = 0 \\ \nabla \times H = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

L'intensità del campo magnetico può anche essere definita come:

$$H = -\nabla \phi \quad (2.2)$$

Dove ϕ è il potenziale magnetico scalare. Per quanto riguarda i magneti, si ha che:

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M_z \quad (2.3)$$

Dove M_z è il vettore magnetizzazione, avente componente solo assiale, distribuzione rappresentata in Fig. 1.7 e definita dalla seguente serie di Fourier-Bessel:

$$M_z(r, \vartheta, t) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} M_{nk} \cdot J_{(2n-1)p}(a_k r) \cdot e^{j(2n-1)p(\vartheta - \Omega t)} \right\} \quad (2.4)$$

Dove:

$$M_{n,k} = \frac{8B_r}{(2n-1)\mu_0\pi R_{max}^2 \cdot J_{[(2n-1)p+1]}^2(a_k R_{max})} \cdot \frac{1}{1 + \mu_r \coth(a_k h_m)} \cdot \sin \left[(2n-1)\alpha_m \frac{\pi}{2} \right] \cdot \int_{R_i}^{R_o} r \cdot J_{(2n-1)p}(a_k r) dr \quad (2.5)$$

Con B_r pari all'induzione magnetica residua del magnete e α_m al rapporto tra l'angolo di copertura dello stesso e il passo polare. La seconda frazione della (2.5), invece, è un termine riduttivo che tiene conto della permeabilità magnetica relativa non unitaria del magnete. L'integrale nella (2.5), invece, risolto, diventa:

$$2^{-[1+nn]} \cdot \frac{\Gamma(1 + \frac{nn}{2})}{\Gamma(1 + nn)\Gamma(2 + \frac{nn}{2})} \cdot \left[\left(R_o^2 (a_k R_o)^{nn} \cdot F \left(1 + \frac{nn}{2}; \left[1 + nn, 2 + \frac{nn}{2} \right]; -\frac{a_k^2 R_o^2}{4} \right) \right) - \left(R_i^2 (a_k R_i)^{nn} \cdot F \left(1 + \frac{nn}{2}; \left[1 + nn, 2 + \frac{nn}{2} \right]; -\frac{a_k^2 R_i^2}{4} \right) \right) \right] \quad (2.6)$$

Dove, per compattezza, si è definito $nn = (2n - 1)p$. Inoltre, Γ è la funzione Gamma mentre F è la funzione ipergeometrica.

Combinando poi la (1.2) con la (1.3) si ottiene l'equazione di Poisson, di seguito riportata:

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot M_z \quad (2.7)$$

Tale equazione può essere semplificata poiché il vettore magnetizzazione presenta, per ipotesi, solo componente assiale, ottenendo l'equazione di Laplace per materiali non conduttivi:

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta \phi}{\phi r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\delta^2 \phi}{\delta \vartheta^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} = 0 \quad (2.8)$$

Sfruttando infine il metodo di separazione delle variabili si ottiene una soluzione generale:

$$\phi(r, \vartheta, z, t) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\phi}(z) \cdot J_{(2n-1)p}(a_k r) \cdot e^{j(2n-1)p(\vartheta - \Omega t)} \right\} \quad (2.9)$$

Dove $\bar{\phi}(z) = \bar{A} e^{-\alpha_k z}$ (\bar{A} è determinato sfruttando la condizione al contorno su z), n e k sono le armoniche rispettivamente in direzionale azimutale (solo dispari) e radiale mentre α_k è determinato imponendo $J_{(2n-1)p}(a_k R_e) = 0$. Quest'ultima relazione è ottenuta a partire dalla condizione al contorno imposta in R_e , la quale, se riscritta per il potenziale magnetico scalare, diventa $\phi(R_e, \vartheta, z, t) = 0$. Dalla (2.9) possono essere poi ricavate le componenti del campo magnetico al traferro. In realtà, sarà ricavata solo la componente assiale ipotizzando che le altre siano trascurabili. Si ottiene dunque che:

$$H_z = -\frac{\delta \phi}{\delta z} \quad (2.10)$$

Infine, una volta definite M_z e H_z , si ricava il valore della componente assiale dell'induzione magnetica mediante la (2.3). In particolare, essa diventa:

$$B_z = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} M_{nk}(n, k) \cdot e^{(a_k) \cdot (h_m - z)} \cdot J_{(2n-1)p}(a_k r) \cdot \cos [(2n-1)p \cdot \vartheta] \quad (2.11)$$

Capitolo 3

Codice analitico per il calcolo dell'induzione magnetica

A partire dall'equazione (2.11) per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica, viene ora definito un codice analitico in *Matlab* che effettui tale operazione e, successivamente, saranno verificati i risultati ottenuti con quanto ricavato mediante l'utilizzo di un programma FEM. In particolare, saranno riportate anche delle analisi parametriche per la valutazione del miglior numero di armoniche in termini sia di costo computazionale che di precisione.

3.1 Struttura del codice analitico

La *function* *bzaxial* adibita al calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica B_z è composta da due sezioni: la prima calcola, per una determinata geometria del rotore e dei magneti permanenti, la matrice M_{nk} mediante la (2.5) mentre la seconda ricava con la (2.11) la grandezza desiderata. In particolare, dipendendo il primo calcolo solo dalla geometria e non dalla posizione del punto in cui determinare l'induzione, la matrice M_{nk} viene definita una volta solo e i suoi coefficienti sono memorizzati. Ogni elemento della matrice corrisponde al valore della magnetizzazione assunto per una determinata n (armonica lungo θ) e k (armonica lungo r) e viene richiamato nella seconda sezione per il calcolo di B_z in un punto dello spazio. Ovviamente, l'operazione con cui *Matlab* richiama un elemento di una matrice già definita è molto più rapida rispetto a doverlo ricalcolare per ogni punto e, quindi, come mostrato per esempio in tabella 3.5 e 3.6, il costo computazione per la definizione di B_z in un punto è pressoché identico a quello per la definizione di B_z in un numero limitato di punti.

Ricordando che le formule sono ricavate per una configurazione *single-sided coreless AFPM*, in tabella 3.1 sono riportate le principali grandezze del rotore e del magnete utilizzate come parametri di input della *function* *Matlab* per il calcolo di B_z .

Tabella 3.1 – Dimensioni principali del rotore e dei magneti

Grandezza	Simbolo	Valore
Numero di coppie polari	p	2
Raggio interno del magnete [mm]	R_i	50
Raggio esterno del magnete [mm]	R_o	135
Altezza del magnete [mm]	h_m	10
Rapporto di copertura del magnete	α	0.7
Induzione residua del magnete [T]	B_r	1.38
Permeabilità relativa del magnete	$\mu_{r,m}$	1.1

Altri input necessari sono le coordinate cilindriche (r, θ, z) del punto in cui valutare la componente assiale dell'induzione magnetica e altri tre parametri di seguito presentati che verranno fatti variare durante l'analisi parametrica per la valutazione dei loro effetti sul costo computazionale e sulla precisione del codice analitico. Tali grandezze sono:

- $\rho = \frac{R_{max}}{R_o}$: rapporto tra il raggio limite per cui si impone campo nullo (R_{max}) e R_o ;
- n_{max} : numero di armoniche lungo θ (solo dispari);
- k_{max} : numero di armoniche lungo r .

3.2 Analisi parametrica

Nel seguente paragrafo si procederà quindi col calcolo di B_z in linee prestabilite mediante l'utilizzo di un ciclo *for* iterativo per richiamare la *function baxial* prima presentata in ogni punto, con l'obiettivo di valutare l'effetto che n_{max} , k_{max} e ρ hanno sul tempo (grazie ai comandi "tic-toc" in *Matlab*) e sulla precisione di calcolo.

3.2.1 Variazione del parametro n_{max}

L'effetto ottenuto da un aumento del numero di armoniche considerate lungo θ che ci si può attendere è quello di un miglioramento della precisione a fronte però di un costo computazionale sempre più elevato. Quest'ultimo, infatti, come già spiegato, dipende principalmente dalla costruzione della matrice M_{nk} e, all'aumentare del numero di armoniche, aumenta significativamente, come vedremo in seguito. Un altro aspetto però da considerare è legato ad un possibile errore di calcolo che potrebbe verificarsi scegliendo valori di n_{max} troppo elevati. Infatti, risolvendo il limite per n che tende ad infinito si ottiene che:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_{n,k} = \frac{\infty}{\infty} = \textit{indeterminato} \quad (3.1)$$

In questa prima analisi, quindi, verranno riportati gli andamenti di B_z calcolati per diverse traiettorie sia uscenti assialmente dalla superficie del magnete che azimutali. Quest'ultime sono riportate in tabella 3.2.

Il sistema di riferimento adottato (Fig. 2.6) prevede che l'asse magnetico si trovi in $\theta = 0^\circ$ e, vista la simmetria, verrà analizzato solo un semiperiodo elettrico, con un angolo compreso quindi tra $-\pi/2p$ e $\pi/2p$. L'asse z , invece, ha l'origine sulla superficie di contatto tra il materiale ferromagnetico di rotore e il magnete.

Per quanto riguarda la scelta dei valori di k_{max} e ρ , invece, non essendo interessati in questo sotto-paragrafo alla dipendenza degli andamenti della componente assiale dell'induzione magnetica da quest'ultimi, saranno impostati a $k_{max} = 100$ e $\rho = 5$. L'effetto di una loro variazione sarà tuttavia valutato successivamente.

Tabella 3.2 – Traiettorie per il calcolo di B_z

Traiettoria	Coordinata r	Coordinata θ	Coordinata z
Linea 1 (assiale)	62 [mm]	-15°	2: 2: 20 [mm]
Linea 2 (assiale)	86 [mm]	0°	2: 2: 20 [mm]
Linea 3 (assiale)	110 [mm]	30°	2: 2: 20 [mm]
Linea 4 (azimutale)	58 [mm]	-45°: 5°: 45°	14 [mm]
Linea 5 (azimutale)	82 [mm]	-45°: 5°: 45°	22 [mm]
Linea 6 (azimutale)	114 [mm]	-45°: 5°: 45°	30 [mm]

Vengono riportati in Fig. 3.1 e 3.2 i risultati ottenuti rispettivamente per le linee assiali (1, 2 e 3) e azimutali (4, 5, 6) confrontati, per verifica, con quanto ricavato con il programma FEM.

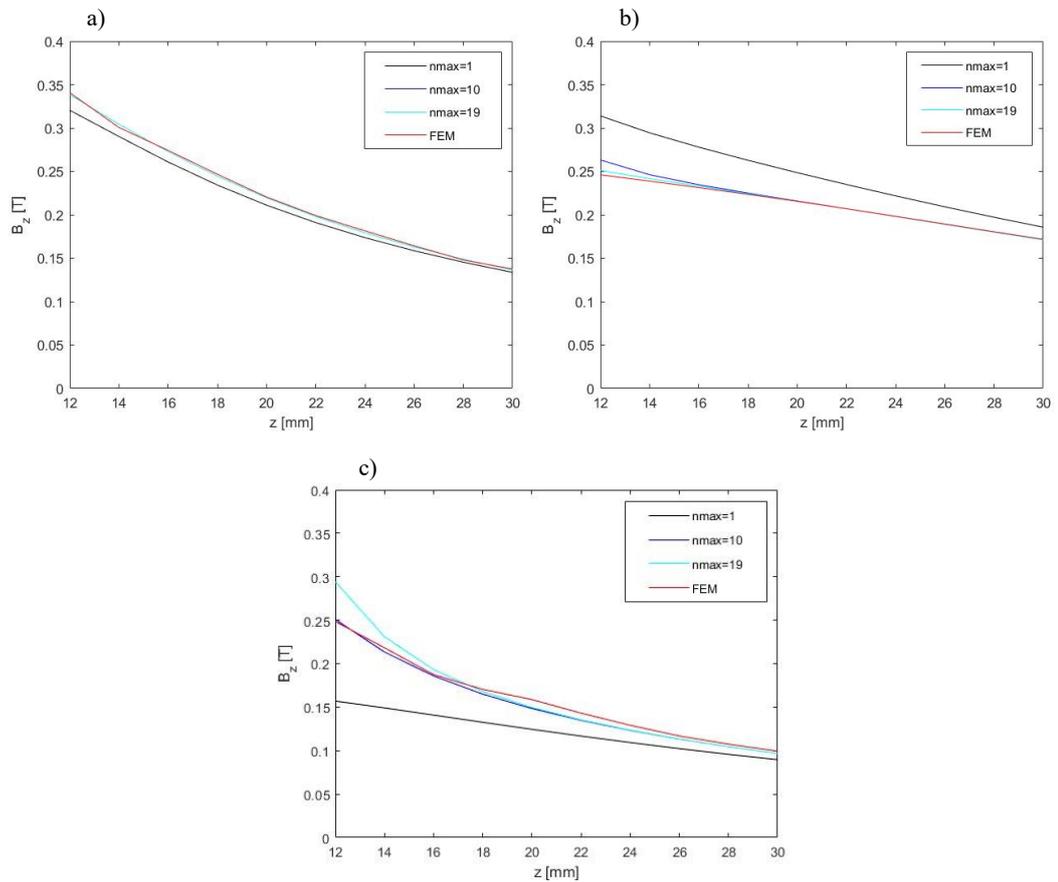


Fig. 3.1 – Andamento di B_z per diversi n_{max} :
a) linea 1; b) linea 2; c) linea 3

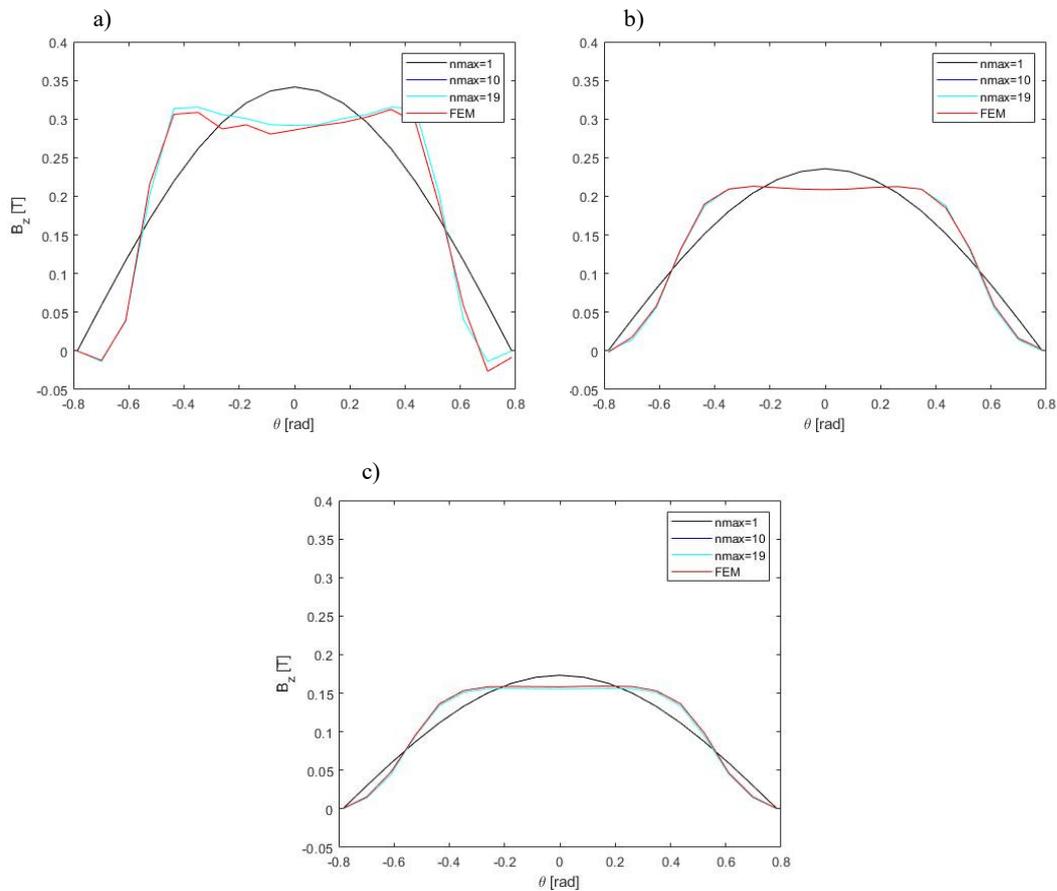


Fig. 3.2 - Andamento di B_z per diversi n_{max} :
a) linea 4; b) linea 5; c) linea 6;

Innanzitutto, come da aspettative e come evidenziato in tabella 3.3, oltre un certo valore di n_{max} ($n_{max} = 19$) si ottiene $B_z = Nan$, abbreviazione di “Not a number”, legato appunto ad un risultato indefinito, come spiegato con l’equazione (3.1). Infatti, in Fig. 3.1 e 3.2 non è rappresentata nessuna curva relativa a $n_{max} > 19$.

Riguardo alla precisione di calcolo, invece, dalle precedenti figure si nota che aumenta all’aumentare di n_{max} ma è altresì vero che, oltre certi valori, le curve quasi si sovrappongono o differiscono di un errore quasi irrilevante. Infatti, solamente per $n_{max} = 1$ si ha sempre una netta differenza mentre per tutti gli altri valori gli andamenti quasi si sovrappongono. Un altro aspetto che risulta evidente è che il codice perde di precisione per distanze assiali dal magnete relativamente piccole: in tabella 3.4 sono infatti riportati gli errori sul valore medio rispetto al programma FEM per le tre curve azimutali.

In ogni caso, nella pratica, le distanze a cui sarà effettivamente più di interesse il calcolo della componente assiale della tensione saranno abbastanza elevate: per esempio, la bobina nella configurazione *coreless* che verrà analizzata nei prossimi capitoli sarà posizionata a 4 mm rispetto alla superficie del magnete e avrà un’altezza h_c di 14 mm. Nel suo range di applicazione, quindi, il codice manterrà una buona accuratezza.

Tabella 3.3 – Valori di B_z per diversi n_{max} e per diversi z della linea 1

$B_z [T]$	$z = hm+2$	$z = hm+4$	$z = hm+6$	$z = hm+8$	$z = hm+10$
$n_{max} = 1$	0.320	0.290	0.261	0.234	0.211
$n_{max} = 10$	0.338	0.304	0.273	0.244	0.219
$n_{max} = 19$	0.338	0.304	0.273	0.244	0.219
$n_{max} = 28$	Nan	Nan	Nan	Nan	Nan

Tabella 3.4 – Errore relativo rispetto al FEM sui valori medi delle linee 4, 5 e 6

	Linea 4	Linea 5	Linea 6
$n_{max} = 1$	5.2 %	0.4 %	1.3 %
$n_{max} = 10$	2.4 %	0.5 %	1.9 %
$n_{max} = 19$	2.4 %	0.5 %	1.9 %
$n_{max} = 28$	Nan	Nan	Nan

Infine, in tabella 3.5 e 3.6 sono riportati in secondi i tempi di calcolo di B_z rispettivamente in un punto della traiettoria 4 e poi su tutta la linea per diversi valori di n_{max} : all'aumentare di quest'ultimo il costo computazionale cresce notevolmente. È però importante evidenziare anche che l'aumento del tempo è principalmente legato al calcolo del primo punto in quanto richiede la definizione di tutta la matrice M_{nk} : una volta definita quest'ultima, infatti, per un qualsiasi numero di armoniche il costo computazionale viene incrementato solamente di qualche secondo rispetto ai valori riportati in tabella 3.5.

Tabella 3.5 – Tempo di calcolo di B_z in un punto al variare di n_{max}

	$n_{max}=1$	$n_{max}=10$	$n_{max}=19$	$n_{max}=28$
$t [s]$	22	143	231	328

Tabella 3.6 – Tempo di calcolo di B_z sulla traiettoria 4 al variare di n_{max}

	$n_{max}=1$	$n_{max}=10$	$n_{max}=19$	$n_{max}=28$
$t [s]$	23	144	230	330

In generale, comunque, la valutazione sul numero di armoniche migliore da utilizzare verrà effettuata più avanti a seguito di una verifica di convergenza del codice analitico. L'obiettivo di questo paragrafo, infatti, è solo una visualizzazione degli effetti che i vari parametri hanno sui risultati. Tuttavia, a seguito dei risultati ottenuti in precedenza, per la successiva analisi parametrica si adotterà un valore di n_{max} pari a 10, in modo tale da ridurre i tempi mantenendo un'elevata precisione di calcolo.

3.2.2 Variazione del parametro k_{max}

Viene ora proposta un'analisi di B_z al variare di k_{max} , parametro corrispondente al numero di armoniche lungo la direzione radiale. Come già detto, il valore di n_{max} sarà fissato a 10 mentre ρ sarà mantenuto a 5. Le traiettorie di calcolo analizzate saranno ancora quelle riportate in tabella 3.2.

In Fig. 3.3 e 3.4 sono riportati i risultati ottenuti rispettivamente per le linee assiali (1, 2 e 3) e azimutali (4, 5, 6) confrontati, per verifica, con quanto ricavato con il programma FEM.

Innanzitutto, a differenza di quanto succedeva variando n_{max} , nell'analisi parametrica di k_{max} non si commettono errori di calcolo. Inoltre, la differenza tra le curve ottenute per diversi numeri di armoniche è piuttosto marcata e tende ad assottigliarsi solo per valori elevati. Per k_{max} piccoli, infatti, i grafici ricavati nemmeno richiamano le forme d'onda aspettate e solamente con $k_{max} > 50$ si ottengono risultati accettabili. A conferma di quanto detto, in tabella 3.7 sono quindi riportati gli errori relativi sui valori medi rispetto al programma FEM per le traiettorie 4, 5 e 6. In questo caso, con un numero di armoniche lungo r pari a 150 si ottiene un errore ridotto anche con distanze assiali piccole (0.4% per linea 4).

Dal punto di vista del costo computazionale, come riportato in tabella 3.8, il tempo di calcolo aumenta all'aumentare di k_{max} .

Ancora una volta, la valutazione definitiva per la scelta di k_{max} è rimandata all'analisi di convergenza presentata nel paragrafo 3.3.

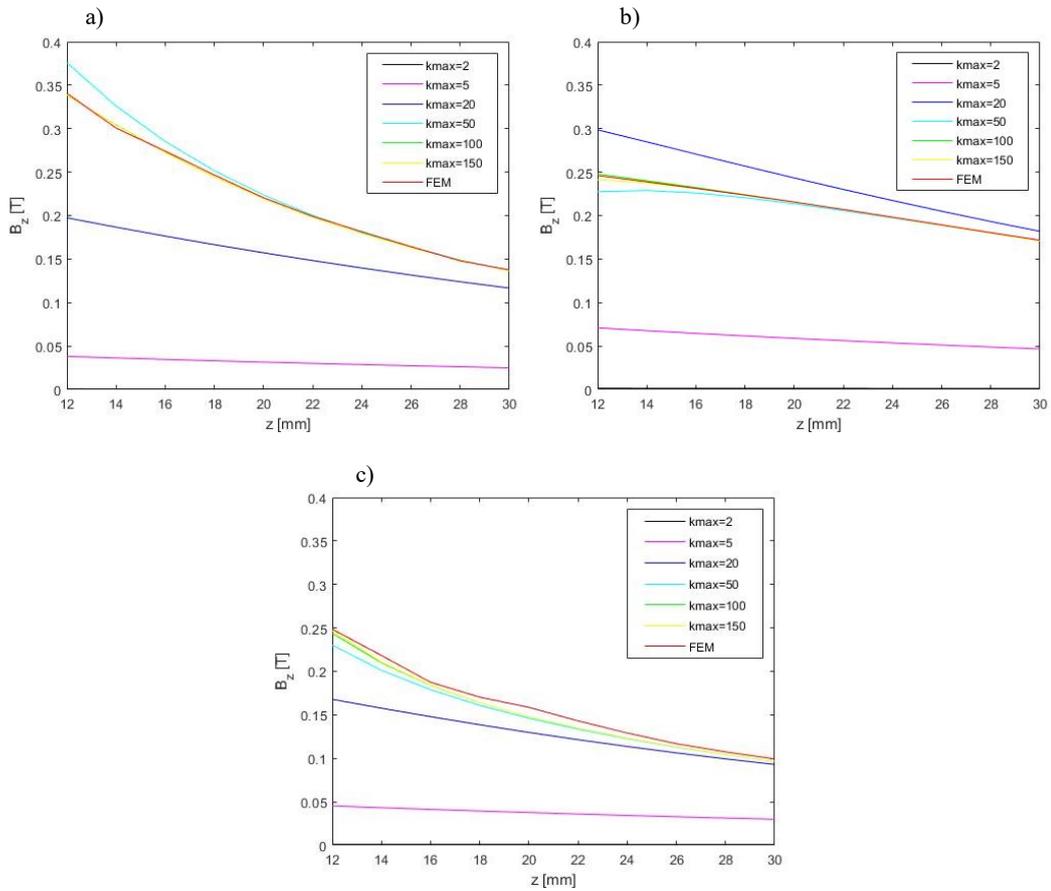


Fig. 3.3 - Andamento di B_z per diversi k_{max} :
 a) linea 1; b) linea 2; c) linea 3

Tabella 3.7 - Errore relativo rispetto al FEM sui valori medi delle linee 4, 5 e 6

	Linea 4	Linea 5	Linea 6
$k_{max} = 2$	99.8 %	99.6 %	99.2 %
$k_{max} = 5$	91.7 %	83.5 %	73.0 %
$k_{max} = 20$	40.6 %	6.1 %	4.2 %
$k_{max} = 50$	3.5 %	1.6 %	1.7 %
$k_{max} = 100$	2,4 %	0.5 %	1.9 %
$k_{max} = 150$	0,3 %	0,5 %	1.9 %

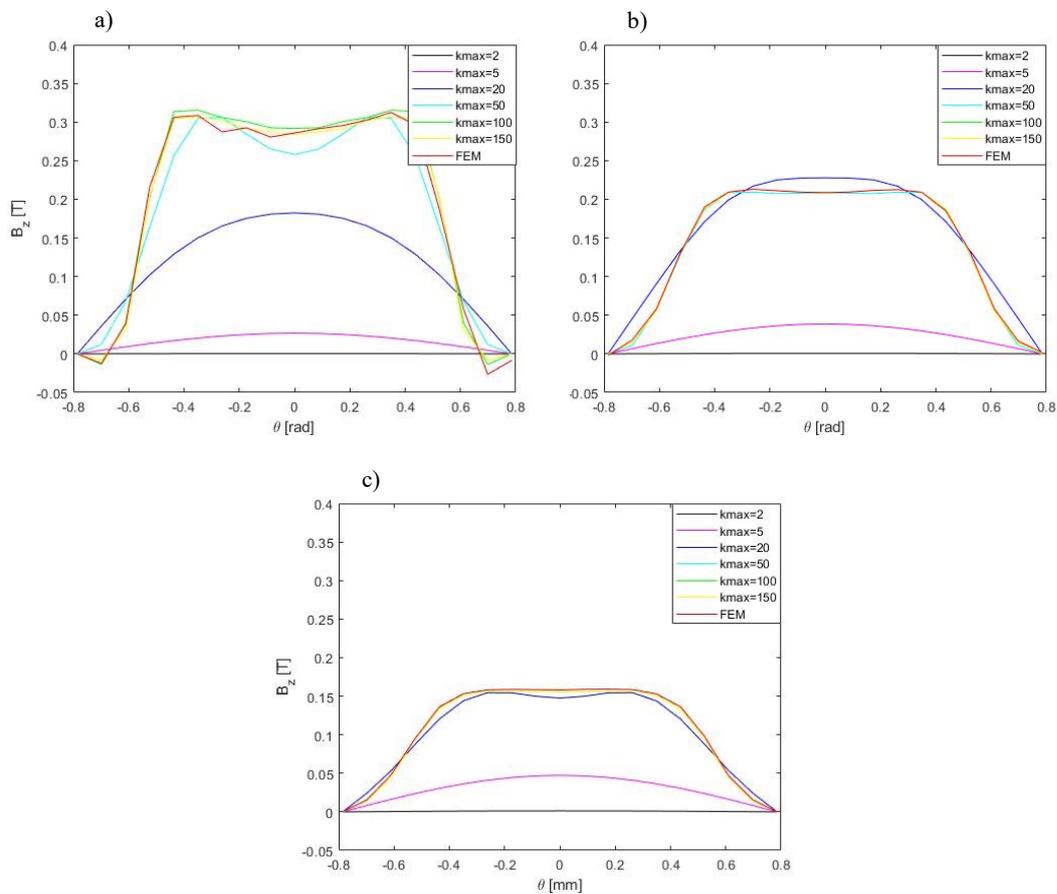


Fig. 3.4 - Andamento di B_z per diversi k_{max} :
 a) linea 4; b) linea 5; c) linea 6

Tabella 3.8 - Tempo di calcolo di B_z in un punto al variare di k_{max}

	$k_{max}=2$	$k_{max}=5$	$k_{max}=20$	$k_{max}=50$	$k_{max}=100$	$k_{max}=150$
t [s]	1	2	12	44	150	326

3.2.3 Variazione del parametro rho

Viene ora proposta un'analisi di come il parametro ρ influisca sul tempo e sulla precisione di calcolo. I valori analizzati saranno 2, 5, 10, 20 e in Fig. 3.5 e 3.6 sono riportati gli andamenti di B_z sulle traiettorie presentate in tabella 3.2. Per quanto riguarda n_{max} e k_{max} , alla luce di quanto ricavato precedentemente, essi saranno fissati rispettivamente a 10 e 150. In tabella 3.9 sono invece riportati gli errori relativi sui valori medi per ciascuna traiettoria e per ogni valore di ρ confrontati con i risultati del programma FEM. Infine, in tabella 3.10 si trovano i tempi di calcolo della B_z in un punto al variare del rapporto tra il raggio esterno del magnete e la coordinata radiale in cui si impone campo nullo.

Tabella 3.9 - Errore relativo rispetto al FEM sui valori medi delle linee 4, 5 e 6

	Linea 4	Linea 5	Linea 6
$\rho = 2$	0.2 %	0.5 %	1.8 %
$\rho = 5$	0.3 %	0.5 %	1.9 %
$\rho = 10$	2.3 %	0.5 %	1.5 %
$\rho = 20$	14 %	0.2 %	3.5 %

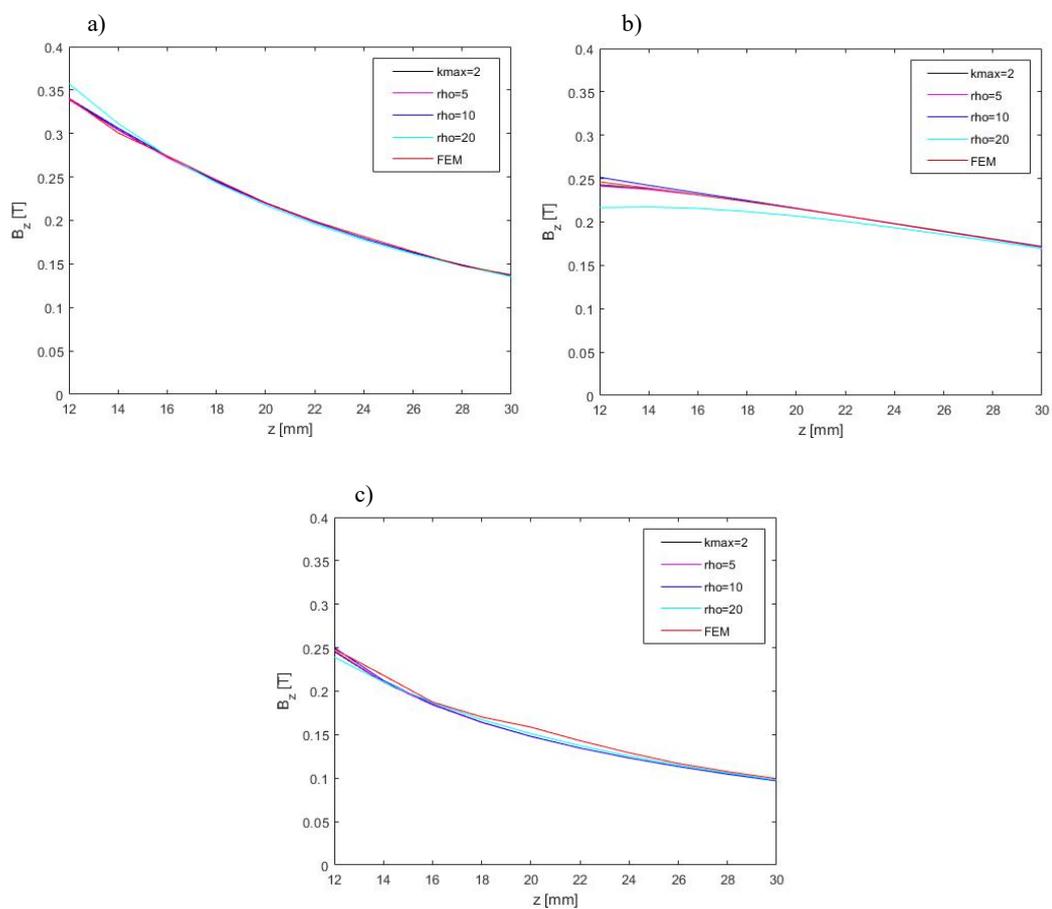


Fig. 3.5 - Andamento di B_z per diversi ρ :
a) linea 1; b) linea 2; c) linea 3

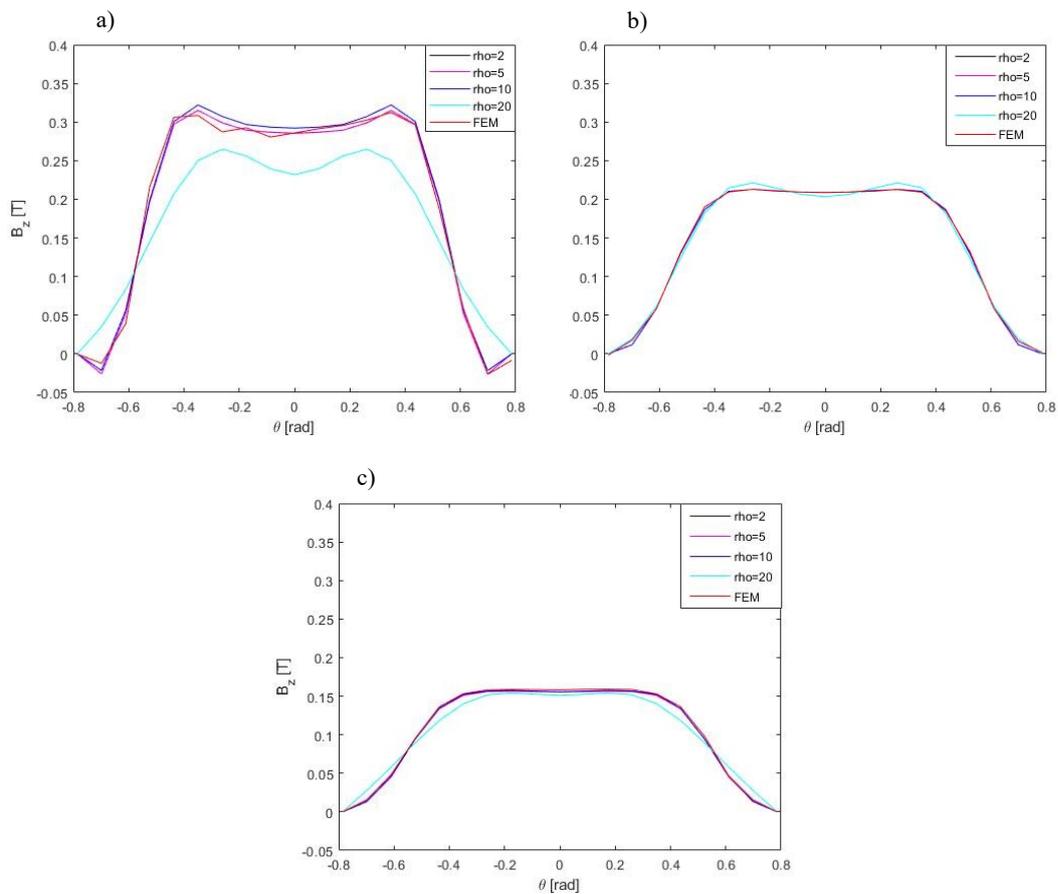


Fig. 3.6 - Andamento di B_z per diversi ρ :
 a) linea 4; b) linea 5; c) linea 6

Tabella 3.10 - Tempo di calcolo di B_z in un punto al variare di ρ

	$\rho = 2$	$\rho = 5$	$\rho = 10$	$\rho = 20$
t [s]	657	326	164	88

Dai risultati ottenuti si evince che il parametro ρ non influisce particolarmente sulla precisione di calcolo, eccezion fatta per valori troppo elevati dello stesso per distanze assiali dal magnete ridotte. Inoltre, esso influisce particolarmente sul tempo di calcolo: con $\rho = 2$ il costo computazionale è più che raddoppiato rispetto a $\rho = 5$ e, di conseguenza, a fronte di una precisione che rimane pressoché invariata, tra i due verrà utilizzato il secondo.

3.3 Verifica di convergenza del codice analitico

Dopo aver valutato separatamente l'effetto che i tre parametri hanno sulla precisione e sul costo computazionale, viene ora presentata un'analisi di convergenza del codice. Sarà dunque obiettivo di questo paragrafo la definizione del giusto numero di armoniche che ottimizzi contemporaneamente l'accuratezza ed anche il tempo di calcolo: in particolare, verranno ricercati dei valori di $nmax$ e $kmax$ tali per cui, anche se incrementati, non porterebbero a particolari migliorie in termini di precisione.

Per fare ciò, sono stati definiti due scarti quadratici medi normalizzati rispetto ai valori medi, i quali sono di seguito spiegati:

- Deviazione standard relativa tra l'andamento di B_z per una traiettoria definito da una determinata coppia di armoniche $\{nmax_i, kmax_i\}$ e quello ottenuto sulla stessa traiettoria per la coppia di armoniche precedente $\{nmax_{i-1}, kmax_{i-1}\}$, secondo la formula:

$$\frac{\sqrt{\sum_{j=1}^N (B_{j,i} - B_{j,i-1})^2 / N}}{\sum_{j=1}^N B_{j,i-1} / N} \quad (3.2)$$

Dove $B_{j,i}$ corrisponde al valore dell'induzione magnetica nel j -esimo punto della traiettoria ottenuto per la coppia i -esima di armoniche.

- Deviazione standard relativa calcolata tra l'andamento di B_z per una traiettoria definito da una da una determinata coppia di armoniche $\{nmax_i, kmax_i\}$ e quello ottenuto sulla stessa traiettoria mediante il programma agli elementi finiti, secondo la formula:

$$\frac{\sqrt{\sum_{j=1}^N (B_{j,i} - B_{j,FEM})^2 / N}}{\sum_{j=1}^N B_{j,FEM} / N} \quad (3.3)$$

Mediante l'utilizzo di un ciclo *while* iterativo in *Matlab* è stato dunque possibile ricavare per quale coppia i -esima si ottenesse una riduzione dell'errore tra due curve ricavate per coppie di armoniche successive ed anche per quale si ottenesse una riduzione dell'errore tra codice analitico e FEM. Fissato un obiettivo di errore non superiore all'1%, per esempio, il ciclo continua finché non soddisfa tale condizione. Per entrambe le analisi, alla luce dei risultati ottenuti nel sotto-paragrafo 3.2.3, si adatterà un valore di ρ pari a 5. È bene sottolineare che, in questo caso, mediante gli scarti quadratici medi normalizzati si ottiene una sorta di errore relativo valutato in ogni punto della traiettoria. I valori ottenuti saranno dunque ben diversi rispetto a quelli riportati nei paragrafi precedenti in cui si riportavano solamente gli errori sui valori medi.

3.3.1 Convergenza tra due coppie di armoniche successive

Il seguente sotto-paragrafo viene ulteriormente suddiviso in due sezioni: la prima analizzerà la variazione in termini di scarto quadratico medio normalizzato rispetto al valor medio tra armoniche successive sia lungo r che ϑ , imponendo come obiettivo la riduzione dell'errore sotto lo 0.1%. Nella seconda parte, invece, verranno analizzate armoniche distanziate tra loro con passo costante e, in questo caso, sarà imposto l'errore inferiore all'1%.

Le coppie i -esime di armoniche analizzate in quest'ultima situazione sono costruite a partire dai due seguenti vettori:

$$nmax = [1: 3: 19] ; kmax = [15: 15: 150] \quad (3.4)$$

Per ogni valore di $nmax$ sono associati tutti quelli di $kmax$, il quale è costruito a partire da 15 con passo 15 fino a 150. La scelta di tali valori è basata sulle analisi effettuate nei paragrafi precedenti.

In Fig. 3.7 e 3.8 sono quindi riportati gli andamenti delle deviazioni standard relative (equazione (3.2)) aumentando con passo unitario rispettivamente il parametro $nmax$ e $kmax$. Per il primo, la differenza tra due andamenti successivi inizialmente cresce per poi decrescere fino a convergere ad un errore quasi nullo ($< 0.01\%$) per $nmax > 7$.

Per quanto riguarda il secondo, invece, l'errore cala drasticamente fino a $kmax = 10$ per poi assestarsi e ridursi lentamente fino a valori di armoniche molto elevati. In particolare, nella figura più a destra è mostrata la variazione dell'errore relativo percentuale tra due andamenti aventi $kmax$ successivi: con $kmax > 70$ si arriva a convergenza con valori di errore minori dello 0.1% mentre con $kmax > 95$ l'errore scende sotto lo 0.001%.

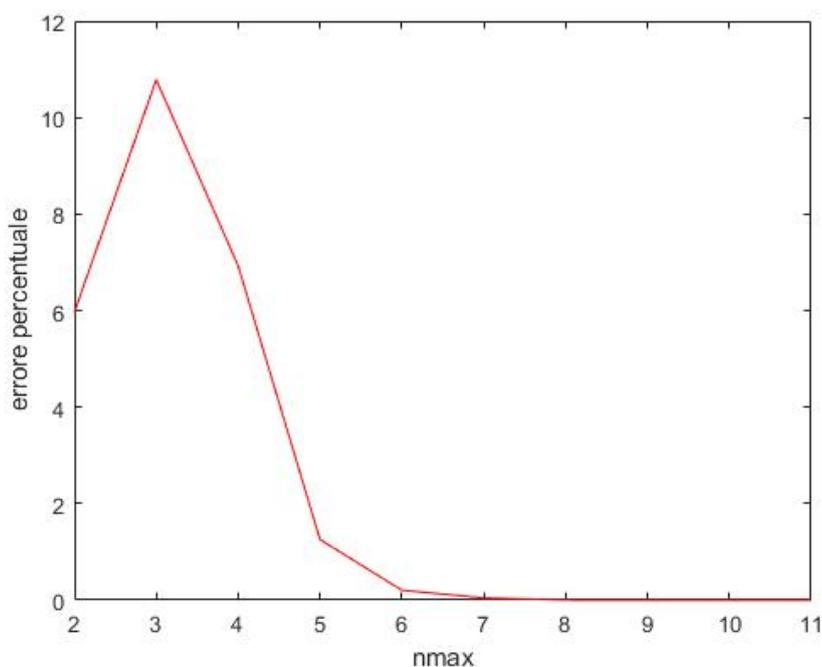


Fig. 3.7 – Variazione dello scarto quadratico medio normalizzato rispetto al valor medio variando $nmax$ con $kmax$ fissato a 90

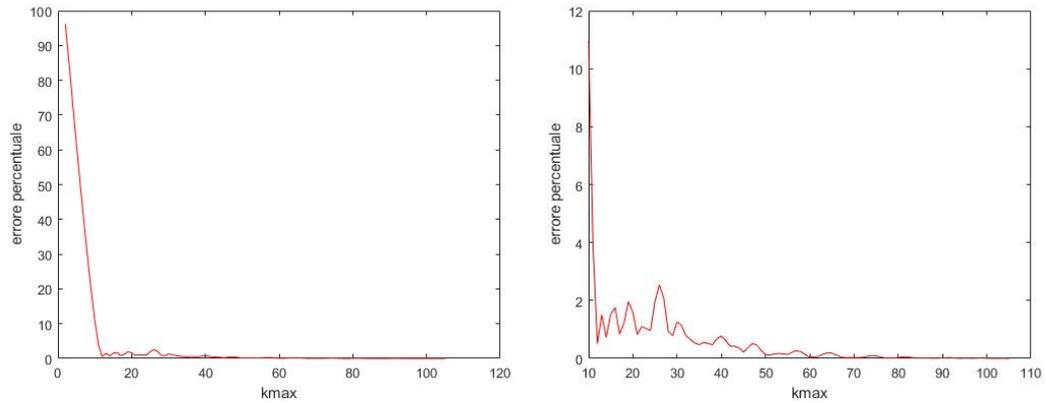


Fig. 3.8 – Variazione dello scarto quadratico medio normalizzato rispetto al valor medio variando $kmax$ con $nmax$ fissato a 7

In tabella 3.11, 3.12 e 3.13, invece, sono riportati gli scarti quadratici normalizzati ottenuti applicando per ogni iterazione la (3.2) per le traiettorie 4, 5 e 6. In particolare, ciascuna tabella è suddivisa in due sotto-tabelle, una a sinistra ed una a destra: nella prima sono evidenziati gli errori relativi tra due andamenti di B_z sulla stessa traiettoria con $nmax$ variabile e $kmax$ costante mentre, nella seconda, il contrario. Per $nmax = 1$ e $kmax = 15$ non sono riportati i risultati non avendo essi un andamento precedente con cui essere confrontati. Il fatto che, invece, oltre un certo valore di armoniche, la deviazione standard relativa sia posta a zero, significa che il ciclo *while* è stato terminato in precedenza a causa del soddisfacimento della specifica (scarto quadratico normalizzato minore dell'1%).

Tabella 3.11 – Scarti quadratici normalizzati rispetto al valor medio tra andamenti della traiettoria 4 con diverso numero di armoniche

<i>kmax</i> = 90	
<i>nmax</i>	[%]
4	1.4
7	1.7
10	0.3
13	0
16	0
19	0

<i>nmax</i> = 7	
<i>kmax</i>	[%]
30	30.7
45	15.9
60	9.2
75	4.9
90	2.9
105	1.7
120	1.5
135	1.1
150	0.6

Tabella 3.12 – Scarti quadratici normalizzati rispetto al valor medio tra andamenti della traiettoria 5 con diverso numero di armoniche

<i>kmax</i> = 90	
<i>nmax</i>	[%]
4	13.6
7	1.5
10	0.1
13	0
16	0
19	0

<i>nmax</i> = 7	
<i>kmax</i>	[%]
30	11.9
45	5.6
60	1.5
75	0.7
90	0
105	0
120	0
135	0
150	0

Tabella 3.13 – Scarti quadratici normalizzati rispetto al valor medio tra andamenti della traiettoria 6 con diverso numero di armoniche

$kmax = 90$		$nmax = 7$	
$nmax$	[%]	$kmax$	[%]
4	11.7	30	11.9
7	1.1	45	0.81
10	0.02	60	0
13	0	75	0
16	0	90	0
19	0	105	0
		120	0
		135	0
		150	0

Dai risultati ottenuti si evince che, come già detto nel paragrafo 3.2, per le traiettorie poste vicino alla superficie dei magneti è necessario un numero di armoniche superiore mentre a distanze maggiori il codice gode di ottima precisione anche con valori di $nmax$ e $kmax$ più piccoli. Infatti, per la linea 4 e 5 si ottengono scarti quadratici normalizzati rispetto al valor medio inferiori all'1% già con $kmax$ inferiori a 75 mentre per la linea 1 bisogna arrivare a 150, nonostante si scenda sotto al 2% già con $kmax = 90$. La scelta del valore ottimale viene quindi rimandata al prossimo sotto-paragrafo, a seguito di un'analisi di convergenza del codice analitico rispetto al FEM variando il numero di armoniche.

Per quanto riguarda la scelta di $nmax$, invece, per tutte e tre le traiettorie lo scarto quadratico normalizzato tra 10 e 7 è sempre inferiore all'1%: per $nmax > 7$ l'effetto di una sua variazione è sempre più trascurabile e, quindi, per ridurre il costo computazionale, questo sarà il suo valore utilizzato nei prossimi capitoli.

3.3.2 Convergenza rispetto al FEM

Come per il sotto-paragrafo 3.3.1, in questa sezione viene proposta un'analisi di convergenza con i risultati ottenuti mediante il programma FEM del codice analitico al variare del numero di armoniche.

Come ricavato nel paragrafo precedente, il valore di $nmax$ è fissato a 7. Per quanto riguarda $kmax$, invece, esso viene fatto variare seguendo la (3.4). La formula usata per la valutazione dello scarto quadratico medio normalizzato rispetto al valore medio del FEM è invece la (3.3).

In tabella 3.14 sono quindi riportati i risultati per le traiettorie 4, 5 e 6 mentre, in Fig. 3.9, è evidenziato l'andamento della deviazione standard relativa al variare di $kmax$ per $nmax = 7$.

Tabella 3.14 – Scarti quadratici normalizzati rispetto al valor medio tra l'andamento di Bz sulla linea 4, 5 e 6 calcolato con il codice analitico per diversi valori di kmax e con il programma FEM

<i>Linea 4</i>	
<i>nmax = 7</i>	
<i>kmax</i>	[%]
15	46.5
30	25.7
45	14.0
60	6.4
75	3.6
90	4.5
105	4.8
120	4.5
135	4.3
150	4.2

<i>Linea 5</i>	
<i>nmax = 7</i>	
<i>kmax</i>	[%]
15	13.8
30	4.8
45	1.7
60	1.2
75	1.1
90	1.1
105	1.1
120	1.1
135	1.1
150	1.1

<i>Linea 6</i>	
<i>nmax = 7</i>	
<i>kmax</i>	<i>kmax</i>
15	12.2
30	1.7
45	1.5
60	1.8
75	1.9
90	1.8
105	1.8
120	1.8
135	1.8
150	1.8

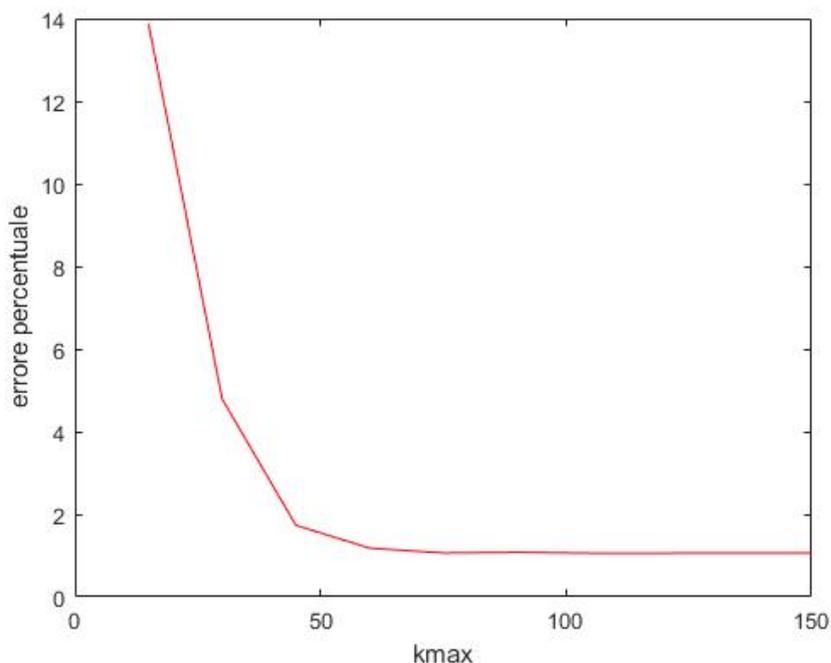


Fig. 3.9 - Andamento della deviazione standard relativa al variare di k_{max} per $n_{max} = 7$

Innanzitutto, quanto riportato nelle precedenti tabelle evidenzia ancora una volta che la differenza tra n_{max} pari 7, 10 e 13 è minima e, quindi, per risparmiare in termini di costo computazionale conviene utilizzare il numero più piccolo di armoniche.

Per quanto riguarda k_{max} , invece, gli scarti quadratici normalizzati rispetto al valore medio non scendono mai al di sotto dell'1%. In particolare, per la linea 4 si ottengono valori superiori al 4%, indice come già detto di una minore precisione per distanze assiali piccole dal magnete. Tuttavia, ricordando gli errori relativi sui valori medi riportati in tabella 3.6, l'errore con valori elevati di k_{max} è molto contenuto e, quindi, mediamente l'imprecisione si attenua. Per la scelta del miglior numero di armoniche lungo r , quindi, viene riportato in tabella 3.14 il tempo di calcolo con $n_{max} = 7$ per diversi valori di k_{max} .

Tabella 3.14 - Tempo di calcolo di B_z in un punto al variare di k_{max} con $n_{max} = 7$ e $\rho = 5$

k_{max}	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
t [s]	6	14	24	41	55	75	101	142	175	203

Nei capitoli successivi si è deciso infine di adottare un numero di armoniche lungo r pari a 105 per non appesantire troppo il processo di calcolo mantenendo comunque un'accuratezza elevata, anche per le zone più critiche.

Capitolo 4

Analisi a vuoto di una macchina a flusso assiale coreless

Dopo aver verificato, nel capitolo precedente, il funzionamento del codice analitico per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica B_z , si procede ora con l'implementazione di un nuovo codice per l'analisi a vuoto di un motore a flusso assiale con configurazione coreless. Saranno quindi ricavati il flusso e la forza elettromotrice indotta con delle determinate geometrie di bobina e magnete e poi confrontati con quanto ottenuto mediante l'utilizzo di un programma FEM. Infine, verranno presentate ulteriori modifiche al codice in modo tale da ottimizzarlo, sia in termini di precisione che di costo computazionale.

4.1 Definizione della bobina e della griglia di punti

Il primo passo per il calcolo delle prestazioni a vuoto del motore è la definizione della geometria della bobina mediante un codice *Matlab*: sono state ricavate, infatti, in un sistema di riferimento cartesiano avente l'asse delle ordinate sovrapposto a quello della bobina, le coordinate dei principali punti del fil di ferro (cioè della linea mediana) e del percorso interno ed esterno della stessa. Per la definizione di suddette coordinate si è fatto riferimento ad una determinata geometria della bobina, la quale presenta come principali grandezze quelle riportate in tabella 4.1.

Tabella 4.1 – Principali grandezze geometriche della bobina

n_c	Numero di bobine totali	6
n_t	Numero di spire per bobina	28
w_c	Larghezza sezione del lato di matassa	18 mm
h_c	Altezza sezione del lato di matassa	14 mm
d_c	Semi-distanza tra due lati di matassa	2 mm
d_{sc}	Distanza tra testata inferiore e albero	8 mm
α_c	Semi-angolo bobina	$180^\circ/n_c$
r_{ci0}	Raggio traccia interna della bobina	$R_i - w_c/2$
r_{ce0}	Raggio traccia esterna della bobina	$R_o + w_c/2$

Necessitando ora di una griglia di punti definita in coordinate polari in cui applicare il codice analitico per il calcolo di B_z , sono state applicate le note formule per il cambio del sistema di riferimento:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \vartheta = \tan^{-1}(y/x) \end{cases} \quad (4.1)$$

Successivamente, è stato definito il vettore \mathbf{r}_g contenente le coordinate radiali di ogni punto della griglia. Quest'ultima, però, avrà una configurazione particolare: dovendo per il calcolo del flusso suddividere in tante superfici infinitesime la bobina (vedi Fig. 4.2), saranno di interesse per il calcolo di B_z solamente i punti centrati in quest'ultime. Per soddisfare quest'esigenza, quindi, il primo elemento di \mathbf{r}_g viene posto ad una distanza $\Delta r/2$ da r_{ci0} mentre i successivi a Δr dal precedente, seguendo la relazione:

$$r_{g,i} = r_{ci0} + \frac{\Delta r}{2} \cdot (2i - 1) \quad (4.2)$$

Con i che varia da 1 a n_r . Δr , invece, è ricavato a seguito della definizione di n_r , parametro corrispondente al numero di elementi di \mathbf{r}_g , mediante la seguente equazione:

$$\Delta r = \frac{r_{ce0} - r_{ci0}}{n_r + 1} \quad (4.3)$$

Mediante questo processo si ottiene che il primo punto della stringa è situato al centro dell'area infinitesima inferiore, la quale presenta come estremi in direzione r il raggio minimo della bobina r_{ci0} e un punto situato a distanza $\Delta r/2$ verso l'alto da $r_{g,1}$. Per gli altri elementi del vettore si verifica la stessa situazione fino all'ultimo, il quale sarà centrato nella superficie infinitesima più in alto e sarà distante $\Delta r/2$ da r_{ce0} . L'altezza delle aree sarà quindi costante e pari a Δr .

In seguito, a partire dall'equazione della retta passante per due punti in un sistema di riferimento polare, sono state definite, per ogni r considerata, le coordinate ϑ dei punti appartenenti ai segmenti aventi per estremi i nodi calcolati inizialmente. In realtà, oltre alle tracce limite ne sono state calcolate altre suddividendo uniformemente lo spessore della bobina, le quali saranno sfruttate, come spiegato in seguito, per la creazione di una matrice di coefficienti necessari per considerare i concatenamenti parziali.

Un aspetto di fondamentale importanza che deve essere considerato per la successiva definizione della griglia e per il calcolo del flusso è il seguente: i lati attivi della bobina non hanno direzione radiale. Nella pratica, tale considerazione implica che la coordinata ϑ dei punti appartenenti al segmento che congiunge gli estremi dei lati attivi non è costante, ma aumenta all'aumentare di r . Tale fatto è visualizzabile in Fig. 4.2: il segmento tratteggiato più a sinistra passante per un punto del lato attivo della bobina e il centro degli assi non è parallelo alla direzione del lato attivo stesso ma forma con esso un angolo β (una situazione estremizzata è mostrata in Fig. 4.3). Di conseguenza, volendo creare una griglia in coordinate polari avente per ogni r_i lo stesso numero di punti lungo ϑ (cioè $n_{\vartheta,i} = \text{cost}$), la distanza angolare $\Delta\vartheta_i$ tra due punti aumenta all'aumentare della coordinata radiale. Quindi, per definire le coordinate azimutali di tutti i punti della griglia, a partire dalle coordinate ϑ_i della traiettoria più esterna ricavate in precedenza, per ogni r_i si calcola:

$$\Delta\theta_i = \frac{2 \cdot \theta_i}{n_g + 1} \quad (4.4)$$

Dove n_g corrisponde al doppio degli elementi del vettore \mathfrak{g}_g .

A differenza di quanto avviene con Δr , come già spiegato, $\Delta\mathfrak{g}$ è un vettore in quanto ϑ dipende dal valore di r considerato.

È poi possibile calcolare \mathfrak{g}_g , definito nelle stesse modalità di r_g . In particolare, il primo punto si trova a distanza $\Delta\vartheta_i/2$ dalla coordinata ϑ_i della traiettoria più esterna mentre i successivi sono posti a $\Delta\vartheta_i$ dal precedente, seguendo la relazione:

$$\vartheta_{g,ij} = -\theta_i + \frac{\Delta\vartheta_i}{2} \cdot (2j - 1) \quad (4.5)$$

Con j che varia da 1 a $n\theta$.

Ripetendo tale processo per ogni r_i si ottiene infine la matrice contenente le coordinate ϑ di ogni punto della griglia. Per la matrice relativa alle coordinate radiali invece è sufficiente ripetere n_g volte il vettore r_g calcolato in precedenza.

Una volta completato il calcolo della griglia, è definita un'ulteriore matrice di dimensioni (n_r, n_g) contenente coefficienti che variano uniformemente tra 0 e 1 a seconda del settore individuato dalle tracce in cui un determinato punto è posizionato. Tale processo è implementato tramite un concatenamento di due cicli *for* e l'utilizzo di una serie di cicli *if* per la definizione della posizione del punto rispetto alle traiettorie della bobina.

Infine, il coefficiente (i,j) appena calcolato sarà moltiplicato per il valore di B_z nel punto definito dalle coordinate $\vartheta_g(i,j)$ e $r_g(i,j)$, in modo tale da ridurre l'induzione magnetica nei punti situati sullo spessore w_c del lato di matassa. In questo modo, anche nel codice analitico si otterrà durante il calcolo del flusso concatenato una sua riduzione legata al fenomeno fisico dei concatenamenti parziali. È riportata in tabella 4.2 la matrice dei coefficienti ottenuta nel caso specifico rappresentato in Fig. 4.1, la quale riporta una rappresentazione sia del fil di ferro (in blu) con le altre 9 traiettorie (in rosso) sia della griglia di punti ottenuta con $n_r = n_g = 5$.

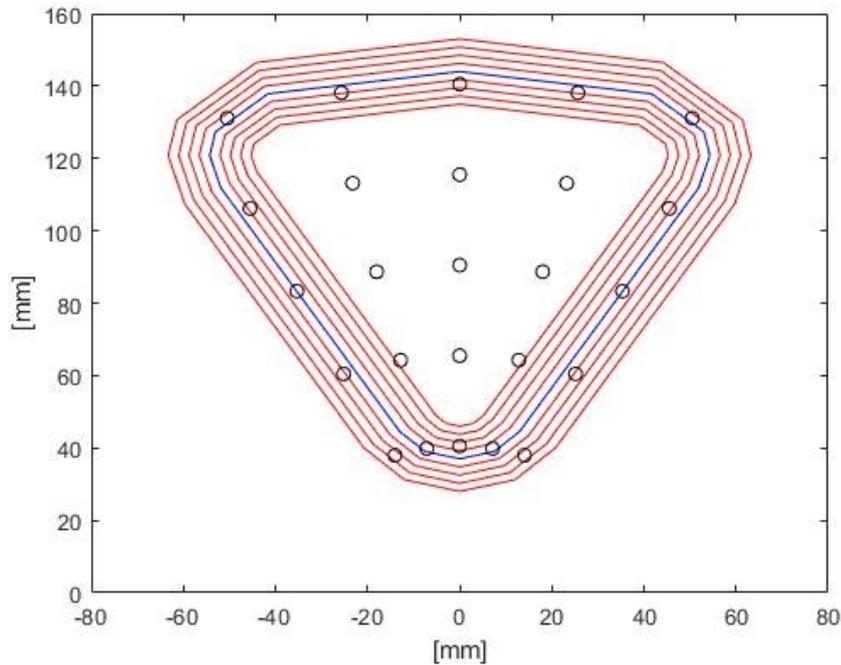


Fig. 4.1 – Rappresentazione della traiettoria del fil di ferro (blu), delle altre traiettorie della bobina (rosso) e dei punti della griglia

Tabella 4.2 – matrice dei coefficienti ottenuta per $n_r = n_g = 5$

	$g \rightarrow$				
r	0.2222	0.5555	0.6666	0.5555	0.2222
\downarrow	0.3333	1	1	1	0.3333
	0.5555	1	1	1	0.5555
	0.6666	1	1	1	0.6666
	0.4444	0.6666	0.6666	0.6666	0.4444

Com'è possibile visualizzare in tabella 4.2, i punti della griglia contenuti nella zona centrale della bobina hanno un coefficiente unitario mentre quelli più esterni assumono un valore che si riduce man mano che il punto si avvicina alle estremità. In particolare, avendo 9 traiettorie e quindi 10 settori in cui i punti della griglia possono trovarsi, i coefficienti variano da quello più esterno fino a quello più interno con passo $1/9$ cosicché nella zona centrale valgono appunto 1.

4.2 Calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice

Una volta ricavato il valore della componente assiale dell'induzione magnetica in ogni punto della griglia (ottenuta mediante il concatenamento di due cicli *for* per richiamare per ogni nodo la *function* *bzaxial* definita nel capitolo 3, si procede con il calcolo del flusso

concatenato al variare della posizione della bobina. Inizialmente, quindi, sono state definite le posizioni angolari in cui effettuare il calcolo e, per ottenere una riduzione del costo computazionale, si è deciso di analizzare solamente un periodo elettrico, cioè mezzo giro meccanico ($p = 2$). In particolare, per ottenere un buon compromesso tra precisione e tempo di calcolo, si è utilizzato tra una posizione e la successiva un passo costante di 3° . Successivamente si è calcolato il flusso concatenato in ogni posizione della bobina come integrale di superficie dell'induzione assiale:

$$\phi = n_t \left[\int B_z \cdot dS \right] \quad (4.6)$$

In realtà, non avendo una funzione matematica che rappresenti l'andamento di B_z sulla superficie ma solamente il suo valore in determinati punti, si è risolto il precedente integrale per via numerica, approssimandolo con la seguente relazione:

$$\phi = n_t \left[\Delta r \cdot \sum_{i=1}^{n_r} r_i \cdot [\Delta\theta(r_i)] \cdot \sum_{j=1}^{n_\theta} B_{z,ij} \right] \quad (4.7)$$

Tale formula, infatti, rappresenta la somma di tutti i contributi infinitesimi $B_z \cdot dS$. Il prodotto $[\Delta r \cdot r_i \cdot \Delta\theta(r_i)]$ rappresenta l'area del settore di una corona circolare avente come induzione media $B_{z,ij}$, cioè l'induzione calcolata nel punto centrale a tale superficie infinitesima. È infine importante sottolineare che, come già spiegato nel precedente paragrafo, Δr è costante mentre $\Delta\theta$ varia al variare di r : la superficie dei vari settori di corona circolare non è quindi costante ma varia man mano che si considerano coordinate radiali maggiori della bobina.

Come già spiegato nel paragrafo 4.1, la componente di flusso dispersa a causa dei concatenamenti parziali viene già considerata moltiplicando B_z per dei coefficienti compresi tra 0 e 1. È presente però anche un'altra forma di dispersione legata ai concatenamenti parziali, questa volta in direzione assiale e quindi lungo l'altezza h_c della sezione del lato di matassa. Per tener conto di tale effetto quindi si è applicata la (4.7) per diversi piani lungo tutta l'altezza h_c e si è poi effettuata una media aritmetica tra i vari flussi ottenuti.

In figura 4.2 è riportata una rappresentazione della bobina e delle aree infinitesime considerate per il calcolo del flusso.

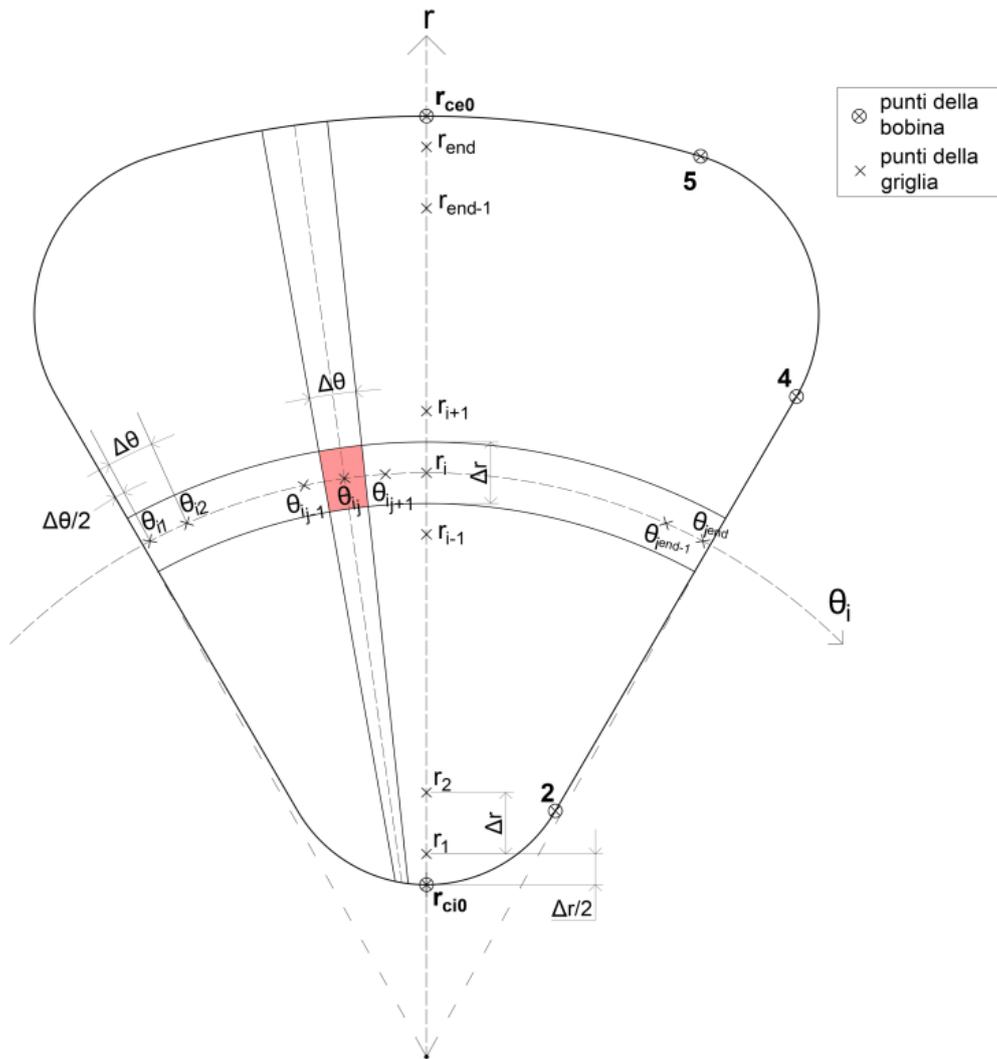


Fig. 4.2 - Rappresentazione della bobina e di un'area infinitesima considerata per il calcolo del flusso

Per il calcolo della forza elettromotrice indotta, invece, sono stati implementati due metodi. Il primo basato sulla legge di Faraday-Neumann-Lenz che la calcola come:

$$1) E = - \frac{d\phi}{dt} \quad (4.8)$$

Il secondo invece calcola la fem indotta in un tratto infinitesimo di filo conduttore come:

$$2) dE = \vec{v} \times \vec{B}_z \cdot d\vec{l} \quad (4.9)$$

In particolare, come ricavabile dalla Fig. 4.3, il vettore velocità ha componente solo tangenziale ($\vec{v} = \{0, (\omega \cdot r), 0\}$), il vettore induzione magnetica ha solo componente assiale ($\vec{B}_z = \{0, 0, B_z\}$) mentre il vettore lunghezza ha componente sia radiale che tangenziale ($\vec{l} = \{\cos(\beta), \sin(\beta), 0\}$).

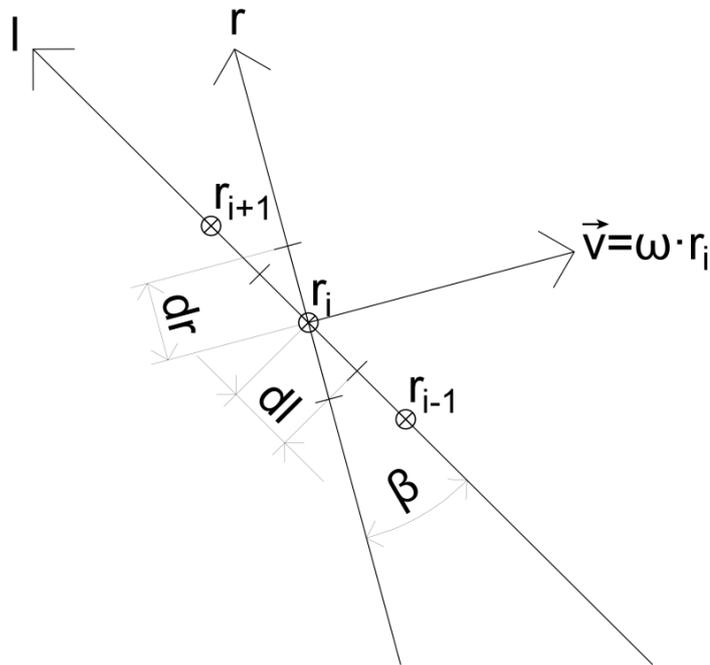


Fig. 4.3 -Rappresentazione su un piano (r,θ) dei vettori l , r e v

Quindi, svolgendo la (4.9) si ottiene:

$$dE_i = \omega \cdot r_i \cdot B_{z_i} \cdot dl_i \cdot \cos(\beta_i) \quad (4.10)$$

Dove dl è la lunghezza del tratto di filo conduttore infinitesimo considerato mentre β è l'angolo compreso tra la direzione radiale e la direzione l . La (4.10), essendo $dl = dr / \cos(\beta)$, può essere riscritta nella seguente forma:

$$dE = \omega \cdot r_i \cdot B_z \cdot dr \quad (4.11)$$

Dove dr corrisponde al Δr utilizzato per il calcolo del flusso. Per questo secondo metodo, infatti, le coordinate in direzione radiale dei punti analizzati sono le stesse ricavate per r_g . Per quanto riguarda i riferimenti azimutali, invece, essendo interessati solamente ai nodi situati sulle traiettorie della bobina, non si creerà una griglia ma si utilizzeranno i ϑ ottenuti inizialmente nella definizione delle stesse.

Integrando poi la (4.11) su una linea si ottiene quindi direttamente la forza elettromotrice indotta. Ancora una volta, come per il flusso, l'integrale è stato risolto per mezzo di una sommatoria essendo B_z nota solo in forma discretizzata (nei punti intermedi ai tratti infinitesimi del filo conduttore). In questo caso, per tener conto dello spessore w_c del lato di matassa si è applicata la formula per tutte le diverse traiettorie della bobina e si è effettuata una media tra le varie forze elettromotrici calcolate. Infine, per tener conto dell'altezza h_c , come per il flusso, si è implementata la formula per diversi piani assiali e si è infine fatta un'ulteriore media aritmetica.

In Fig. 4.4 sono quindi riportati gli andamenti del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta calcolati con il primo metodo mentre, in Fig. 4.5, quelli relativi alla sola

fem ottenuta con il secondo procedimento. In entrambe le figure, i risultati ottenuti sono confrontati con quanto ricavato mediante un'analisi FEM. Per ottenere una buona precisione di calcolo si è deciso di utilizzare $n_r = n_\theta = 50$, un angolo di rotazione della bobina pari ad un grado meccanico e un numero di piani assiali in cui effettuare l'analisi pari a 7.

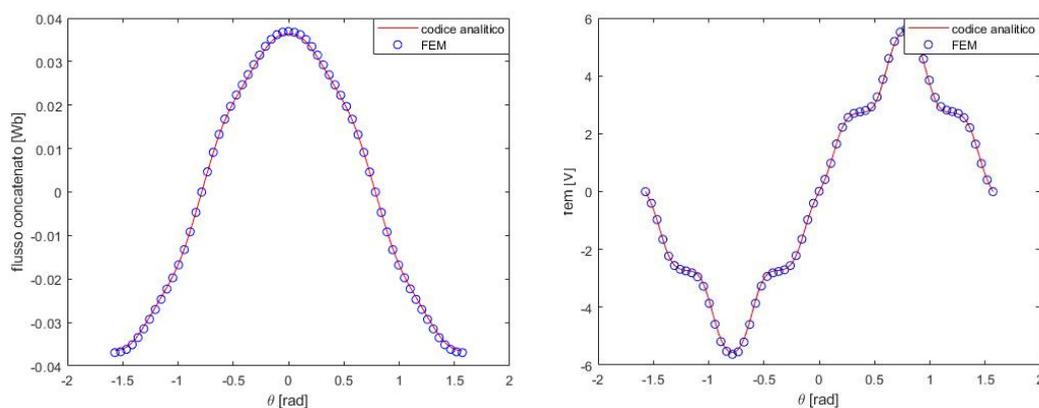


Fig. 4.4 – Andamento del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta al variare della posizione della bobina calcolato con il metodo 1

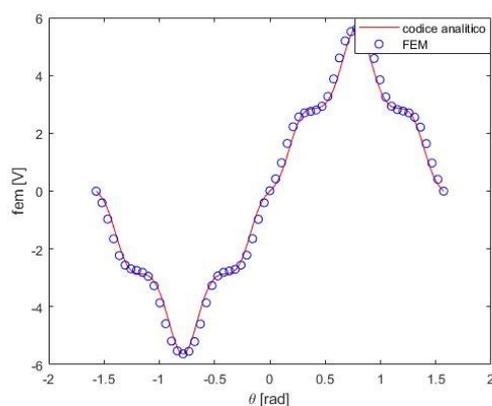


Fig. 4.5 - Andamento della forza elettromotrice indotta al variare della posizione della bobina calcolato con il metodo 2

Dai precedenti grafici si evince che mediante entrambi i metodi si ottiene una buona precisione di calcolo. Infatti, il valore efficace della forza elettromotrice ricavato con il programma FEM vale 3.3 V mentre quelli ottenuti coi due codici analitici corrispondono rispettivamente a 3.28 V e 3.17 V. In definitiva, quindi, gli errori relativi percentuali commessi sui valori efficaci sono circa dello 0.9% e del 4.2%.

4.3 Ottimizzazione del codice analitico

Un altro aspetto importante da dover considerare, oltre alla precisione, è il costo computazionale che ciascun codice analitico presenta. Infatti, oltre al tempo di calcolo necessario per la determinazione dei coefficienti della matrice M_{nk} definiti nel capitolo 2, si

aggiunge un ulteriore contributo temporale legato alla definizione di B_z in ogni punto. In particolare, avendo il primo metodo un numero di punti enormemente più elevato rispetto al secondo (il primo costruisce una griglia su una superficie, il secondo invece una serie di punti lungo il perimetro dell'area), il tempo complessivo per il calcolo della fem risulta essere molto diverso: 6351 s il primo, 2110 s il secondo. Sono ora riportate una serie di operazioni atte ad ottimizzare i due codici analitici, le quali ridurranno in modo significativo i costi computazionali.

Una prima problematica riguarda il fatto che, durante la rotazione, punti della griglia appartenenti a due posizioni angolari diverse della bobina possono essere sovrapposti o comunque molto vicini. In questa situazione, quindi, il codice richiama più volte la *function* *bzaxial* per punti aventi valori di B_z uguali o simili, aumentando di conseguenza il costo computazionale. Per ovviare a tale problema si è deciso di ottenere inizialmente una mappatura dell'induzione magnetica su un periodo elettrico e, successivamente, sfruttando il comando Matlab "*griddedInterpolant*", di interpolarla in modo tale da ottenere una funzione 3D che approssimi l'andamento di B_z . In questo modo, la *function* *bzaxial* viene richiamata solo per nodi equidistanti mentre per definire l'induzione nei vari punti della griglia si richiamano i valori di B_z semplicemente definendo la funzione interpolante con le coordinate (r, θ) desiderate. Applicando tale modifica i tempi di calcolo diventano per i due metodi rispettivamente circa 305 s e 257 s. La differenza tra i due approcci per il calcolo della fem è nettamente ridotta e, soprattutto, in entrambi si nota una grossa diminuzione del costo computazionale, a fronte di una precisione che resta circa la stessa riportata in precedenza.

Un'altra modifica che è stata apportata riguarda invece direttamente la *function* *bzaxial* per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica. Come già spiegato nel capitolo 3, essa calcola inizialmente la matrice M_{nk} , i quali dipendono solamente dalla configurazione geometrica dei magneti e del rotore, e successivamente B_z in un determinato punto come prodotto di M_{nk} e di tre funzioni dipendenti rispettivamente dalle coordinate sferiche (r, θ, z) del punto e riportate di seguito:

$$f(r) = J_{(2n-1)p}[r \cdot \alpha_k] \quad (4.12)$$

$$f(\theta) = \cos [(2n - 1)p \cdot \theta] \quad (4.13)$$

$$f(z) = e^{\alpha_k \cdot (h_m - z)} \quad (4.14)$$

Di conseguenza, per ridurre i tempi di calcolo, si è modificata la *function* in modo tale che riceva come parametri di input non più le coordinate di un punto ma dei vettori rappresentanti i riferimenti (r, θ, z) della griglia. In questo modo, per ogni r e θ calcola prima le funzioni di tali variabili e poi richiama i loro valori per ogni punto, riducendo il costo computazionale. Per quanto riguarda la coordinata z , invece, al posto di calcolare $f(z)$ per ogni z , dovendo calcolare sia il flusso concatenato nel primo metodo che la forza elettromotrice indotta nel secondo come media aritmetica di tutti i contributi ottenuti per diversi piani assiali, si è optato per ottenere direttamente la media di $f(z)$ calcolata mediante la formulazione integrale, di seguito riportata:

$$\langle f(z) \rangle = \frac{1}{z_2 - z_1} \cdot \int_{z_1}^{z_2} f(z) dz \quad (4.15)$$

In questo modo, i valori di B_z calcolati con la nuova *function* sono già una media di quelli ottenuti per ogni coordinata (r, θ) a diverse z .

Risolviendo l'integrale (3.15) si ricava la seguente formulazione:

$$\langle f(z) \rangle = \frac{1}{z_2 - z_1} \cdot \frac{-1}{\alpha_k} \cdot e^{\alpha_k \cdot h_m} \cdot [e^{-\alpha_k \cdot z_2} - e^{-\alpha_k \cdot z_1}] \quad (4.16)$$

In conclusione, quindi, utilizzando all'interno della *function baxial* la (4.16) al posto della (4.14), si riducono i tempi di calcolo in quanto non è più necessario per ogni coordinata (r, θ) il calcolo di tanti B_z quanti sono i piani assiali considerati ma solo di uno, il quale è già una media di tutti i contributi. A seguito di queste modifiche, il tempo di calcolo dei due metodi diventa rispettivamente circa 144 s e 120 s, con una precisione ancora pressoché invariata.

Un'ultima modifica riguarda invece solamente il secondo metodo di calcolo della fem. Se, infatti, le precedenti ottimizzazioni sono state implementate per entrambi i codici e hanno portato miglioramenti solo in termini di costo computazionale, la seguente avrà come obiettivo un incremento della precisione. A partire dalla (4.11), la quale calcola la forza elettromotrice indotta in ogni tratto infinitesimo di filo conduttore ipotizzando l'induzione in tale tratto costante e pari a quella calcolata nel punto centrale, si è ipotizzata una variazione lineare in B_z in ogni dr . Di conseguenza, B_z assume la seguente formulazione:

$$B_z(r) = m \cdot r + q \quad (4.17)$$

$$m = \frac{B_{z2} - B_{z1}}{r_2 - r_1} \quad (4.18)$$

$$q = \frac{B_{z1}r_2 - B_{z2}r_1}{r_2 - r_1} \quad (4.19)$$

Dove B_{z1} e B_{z2} corrispondono rispettivamente all'induzione assiale nei punti iniziali e finali del tratto infinitesimo mentre r_1 e r_2 alle coordinate radiali di tali punti. In questo caso, quindi, non necessitando dei punti intermedi ma degli estremi dei segmenti infinitesimi, è stato anche modificato il codice di calcolo: ogni punto di r_g , infatti, in questo caso, viene definito a distanza Δr dal precedente. La fem indotta in un dl vale quindi:

$$dE = \int_{r_1}^{r_2} \omega r \cdot (m \cdot r + q) \cdot dr \quad (4.20)$$

Che risolto diventa:

$$dE = \omega \cdot (B_{z2} \cdot \frac{2r_2^2 - r_1r_2 - r_1^2}{6} - B_{z1} \cdot \frac{2r_1^2 - r_1r_2 - r_2^2}{6}) \quad (4.21)$$

Infine, considerando ogni nodo come se fosse il 2 per il tratto infinitesimo precedente e l'1 per quello successivo, è possibile determinare il contributo di ogni singolo nodo alla forza elettromotrice totale come:

$$dE = \omega \cdot B_{z,k} \cdot \frac{2r_k^2 - r_{k-1}r_k - r_{k-1}^2}{6} - \omega \cdot B_{z,k} \cdot \frac{2r_k^2 - r_{k+1}r_k - r_{k+1}^2}{6} \quad (4.22)$$

Che risolto diventa:

$$dE = \omega \cdot B_{z,k} \cdot \frac{r_{k+1} \cdot (r_{k+1} + r_k) - r_{k-1} \cdot (r_{k-1} + r_k)}{6} \quad (4.23)$$

Utilizzando quindi la (4.23) al posto della (4.11), la precisione nel calcolo della forza elettromotrice indotta cresce notevolmente: l'errore sul valore efficace rispetto a quello ottenuto con la simulazione FEM diventa, infatti, circa 0.7%, con tempi che rimangono invariati. In Fig. 4.6 è quindi riportato un confronto grafico tra l'andamento della fem calcolato sia con il metodo 2 base che ottimizzato. È evidente che la curva nera relativa al codice ottimizzato segue in modo più preciso l'andamento ottenuto con il programma FEM.

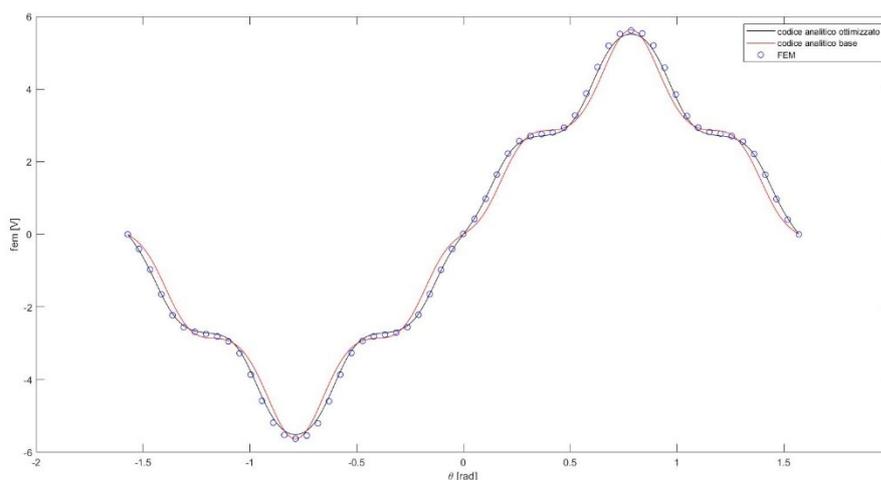


Fig. 4.6 – Confronto tra l'andamento della forza elettromotrice indotta al variare della posizione della bobina calcolato con il metodo 2 ed il metodo 2 ottimizzato

Alla luce dei risultati ottenuti, nel prossimo capitolo si procederà con un'analisi parametrica della macchina, con l'obiettivo di ricavarne una configurazione geometrica in grado di massimizzarne le prestazioni. È importante sottolineare come i tempi di calcolo dei due codici analitici sviluppati siano nettamente inferiori a quelli necessari per una simulazione FEM con il software *Ansys*, la quale richiede circa una trentina di minuti, usando lo stesso hardware. Nell'ottica quindi di un'analisi parametrica con diverse configurazioni da studiare, è evidente il vantaggio nell'utilizzo dei codici analitici.

In conclusione, i due algoritmi ottimizzati seguono il diagramma di flusso in Fig. 4.7.

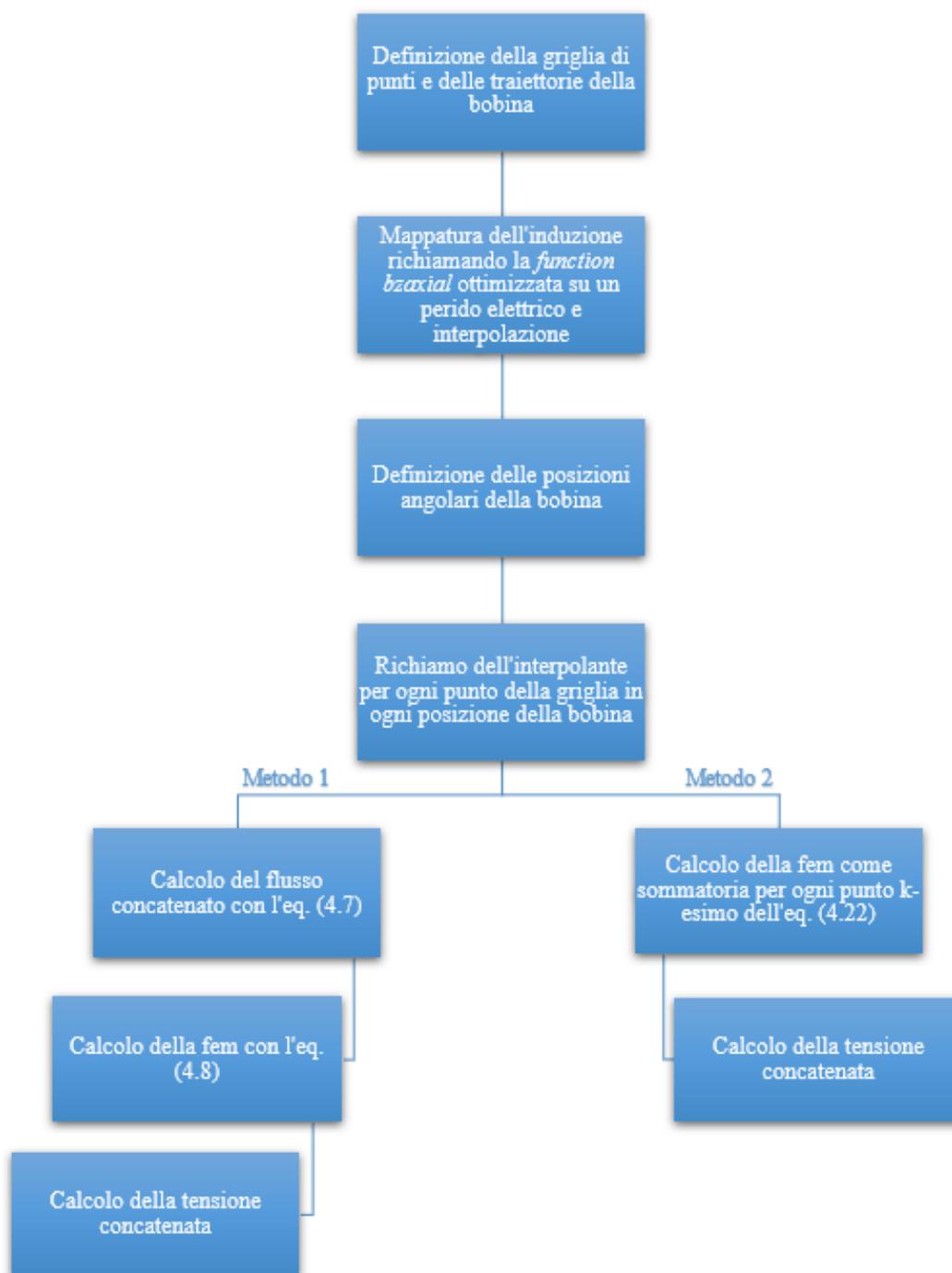


Fig. 4.6 – Diagramma di flusso esplicativo dei due algoritmi per il calcolo della fem

Capitolo 5

Analisi parametriche della configurazione coreless

Una volta verificato il funzionamento del codice analitico per il calcolo del flusso e della forza elettromotrice indotta negli avvolgimenti di statore, si procede con un'analisi parametrica atta a verificare come diverse configurazioni geometriche possano influenzare le prestazioni della macchina a vuoto. A partire da una configurazione esistente di macchina, l'obiettivo di suddetta analisi sarà di ricavare una possibile geometria della bobina e dei magneti che massimizzi il valore efficace della fondamentale della forza elettromotrice indotta e, al contempo, minimizzi il coefficiente di distorsione armonica totale (*THD*). Per fare ciò, si procederà inizialmente con un'analisi separata dell'influenza della geometria della bobina di statore e dei magneti, in modo da determinarne gli effetti, e infine con una valutazione simultanea per ricavare la configurazione migliore della macchina.

5.1 Analisi parametrica della geometria della bobina

Partendo dalla configurazione geometrica considerata nei precedenti capitoli, si procede con un'analisi parametrica ottenuta variando la larghezza della bobina w_c e lo spessore assiale h_c , in modo tale da mantenere costante la sezione del lato attivo di matassa S_c , seguendo la relazione:

$$S_c = w_c \cdot h_c \quad (5.1)$$

Per quanto riguarda i magneti, invece, si manterranno costanti e uguali a quelli utilizzati nei capitoli precedenti, in modo da valutare gli effetti della sola variazione della geometria della bobina.

Sono riportate in Tabella 5.1 tutte le configurazioni geometriche analizzate, partendo da un valore di w_c minimo pari a 11 mm (con corrispondente valore di h_c massimo pari a 23 mm) e aumentandolo con passo costante tale da ottenere 11 configurazioni fino a quella finale, predefinita, avete $w_c = 23$ mm (con corrispondente valore di h_c massimo pari a 11 mm).

Sono mostrate inoltre in Fig. 5.1 le due configurazioni limite analizzate durante l'analisi parametrica, mettendo in evidenza anche la sezione del lato attivo di matassa, il quale viene mantenuto costante. In particolare, la figura a) riporta la geometria con $w_c = 11$ mm e $h_c = 23$ mm mentre la b) quella con $w_c = 23$ mm e $h_c = 11$ mm.

Tabella 5.1 - Combinazioni di w_c e h_c analizzate

w_c	h_c
11.0 mm	23.0 mm
12.2 mm	20.7 mm
13.4 mm	18.8 mm
14.6 mm	17.3 mm
15.8 mm	15.9 mm
17.0 mm	14.8 mm
18.2 mm	13.8 mm
19.4 mm	13.0 mm
20.6 mm	12.2 mm
21.8 mm	11.6 mm
23.0 mm	11.0 mm

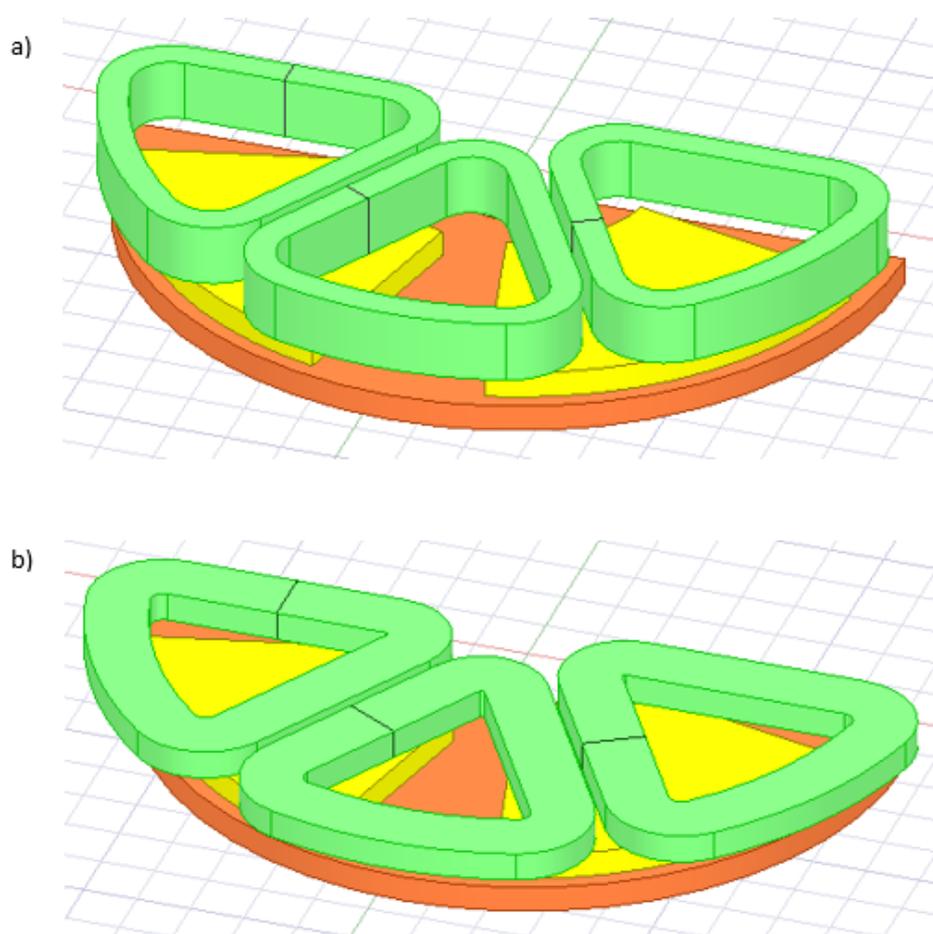


Fig. 5.1 - Rappresentazione 3D delle configurazioni geometriche limite della bobina

In Fig. 5.2, invece, sono riportate le rappresentazioni 2D delle bobine e delle relative griglie di punti ottenute, nelle due configurazioni limite, mediante l'utilizzo della *function Matlab* presentata nel capitolo 2, semplicemente modificando i due parametri di input. In particolare, il codice analitico a cui si farà riferimento sarà quello relativo al calcolo della fem passando per il flusso concatenato, in modo tale da ottenere un confronto con il FEM per entrambe le grandezze.

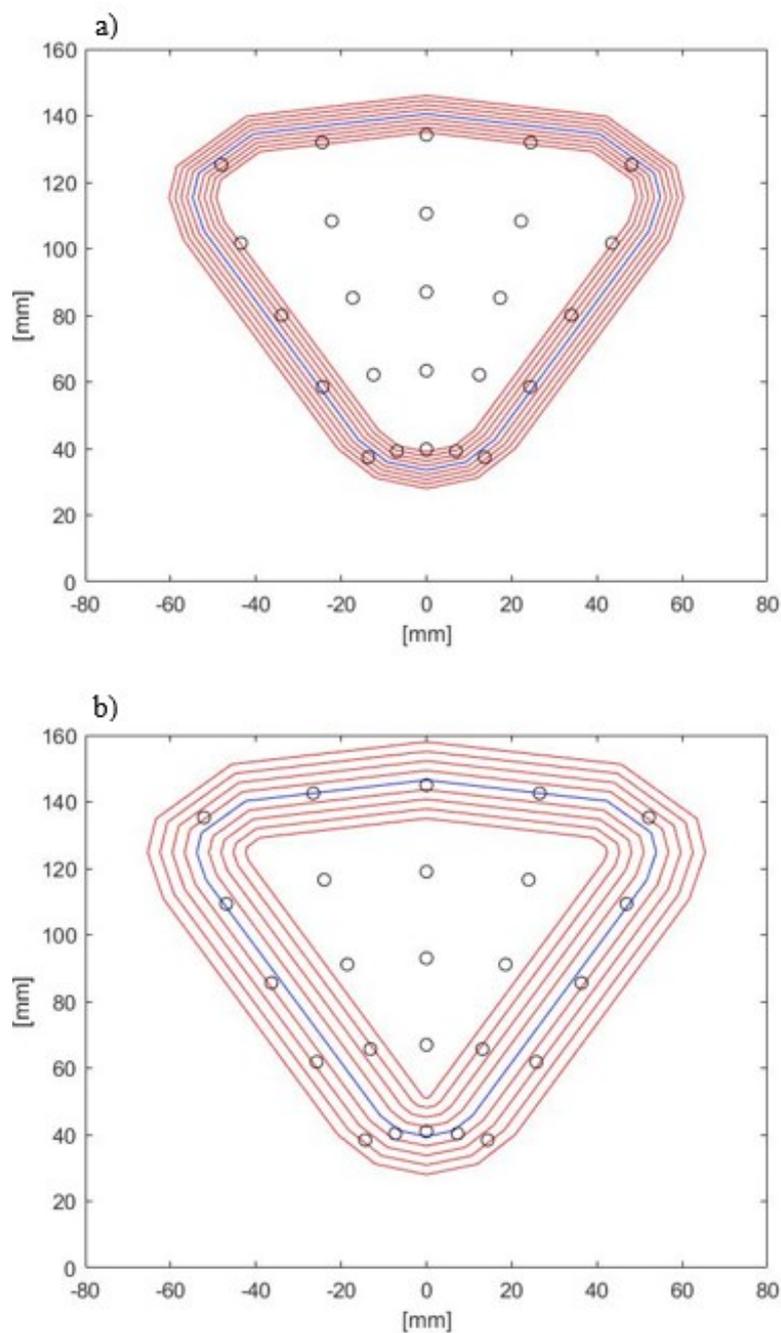


Fig. 5.2 - Rappresentazioni 2D della bobina e della relativa griglia di punti nelle configurazioni geometriche:

- a) $w_c = 11 \text{ mm}$; $h_c = 23 \text{ mm}$
- b) $w_c = 23 \text{ mm}$; $h_c = 11 \text{ mm}$

Com'è possibile osservare dai precedenti disegni, riportati con pochi punti della griglia per semplificarne la visualizzazione (la griglia realmente utilizzata è costruita con $n_r = n_\theta = 50$), all'aumentare di w_c aumenta la superficie coperta dai lati attivi ed aumenta quindi il concatenamento parziale del flusso. Sarà dunque interessante studiare come tale effetto, combinato con la contemporanea riduzione di h_c (e quindi una riduzione dei flussi dispersi assialmente lungo l'altezza della bobina), influirà complessivamente sul flusso concatenato con la bobina e di conseguenza sulla forza elettromotrice indotta.

Sono quindi riportati in figura 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 gli andamenti di flusso concatenato e fem ricavati alla velocità $\Omega = 600 \text{ rpm}$ tramite il codice analitico per diverse configurazioni geometriche della bobina, confrontati, per verifica, con quanto ottenuto mediante l'utilizzo del programma FEM.

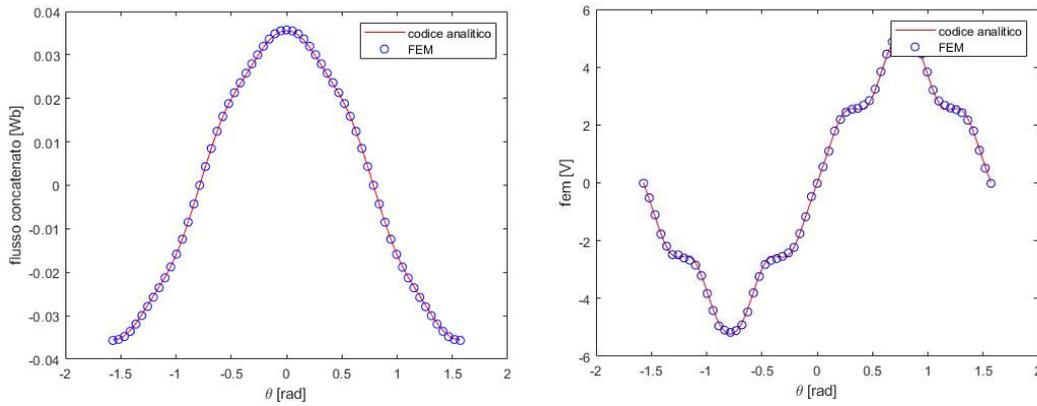


Fig. 5.3 - Andamento di flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $w_c = 12.2 \text{ mm}$ e $h_c = 20.7 \text{ mm}$

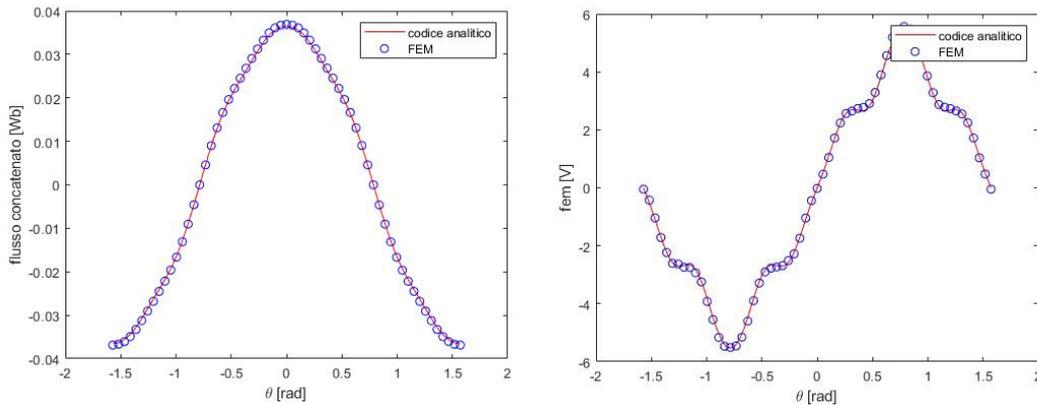


Fig. 5.4 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $w_c = 15.8 \text{ mm}$ e $h_c = 15.9 \text{ mm}$

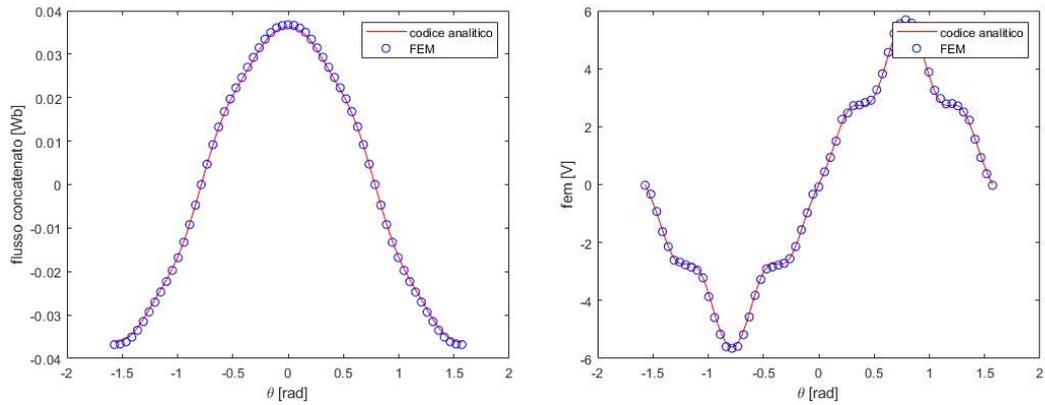


Fig. 5.5 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $w_c = 19.4$ mm e $h_c = 13.0$ mm

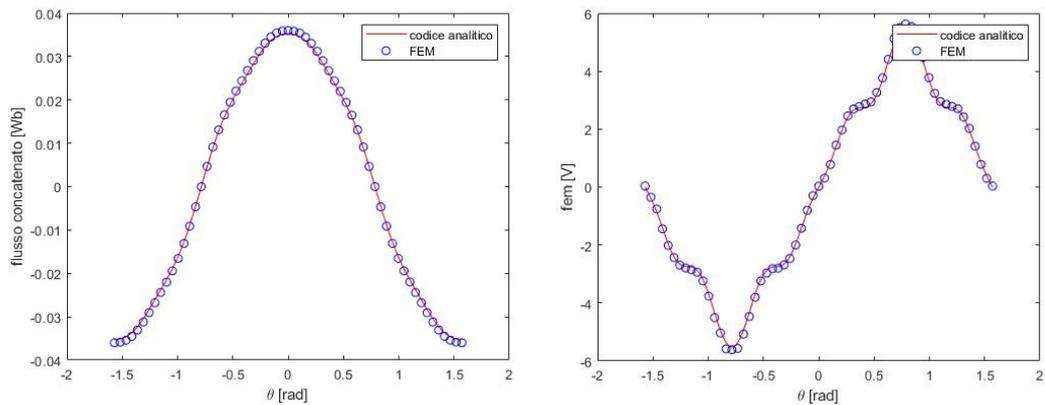


Fig. 5.6 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $w_c = 23$ mm e $h_c = 11$ mm

Com'è possibile osservare dai grafici riportati in precedenza, l'effetto della variazione della geometria della bobina non risulta essere molto marcato. A conferma di quanto detto, infatti, sono riportati in Fig. 5.7 gli andamenti del valore efficace della prima armonica della fem e della tensione concatenata in funzione dell'aumento dello spessore della bobina w_c (e quindi in funzione della riduzione dell'altezza della bobina h_c) e i rispettivi THD%, ricavati con la seguente relazione:

$$THD_{\%,fem} = \frac{\sqrt{E_{rms}^2 - E_1^2}}{E_1} \cdot 100 \quad (5.2)$$

Dove E_{rms} (V) è il valore efficace della fem indotta nell'avvolgimento mentre E_1 (V) è il valore efficace della sua armonica fondamentale. Infine, in Fig. 5.8 è mostrato un fronte di Pareto, grafico avente sull'asse delle ordinate il THD% della tensione concatenata mentre sulle ascisse il valore efficace della sua armonica fondamentale: in tale grafico è quindi possibile definire una o più configurazioni geometriche migliori.

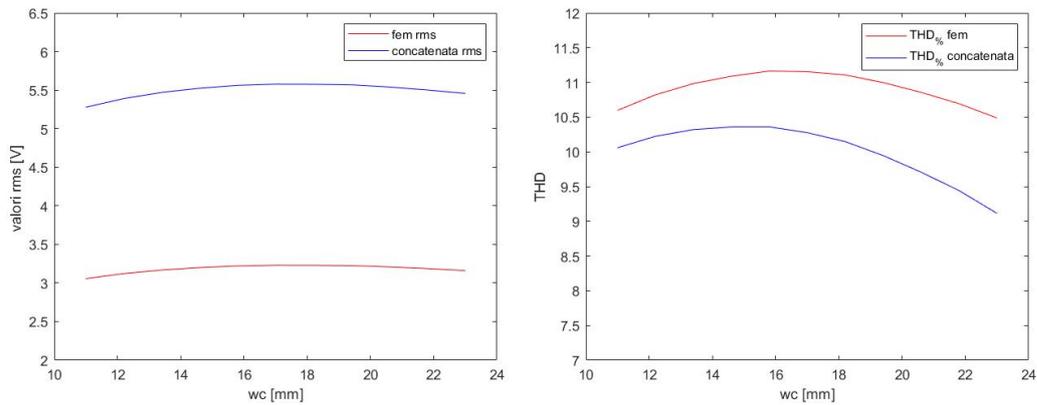


Fig. 5.7 – Andamento del valore efficace della fondamentale della fem e della tensione concatenata e dei THD% al variare di w_c (e quindi di h_c)

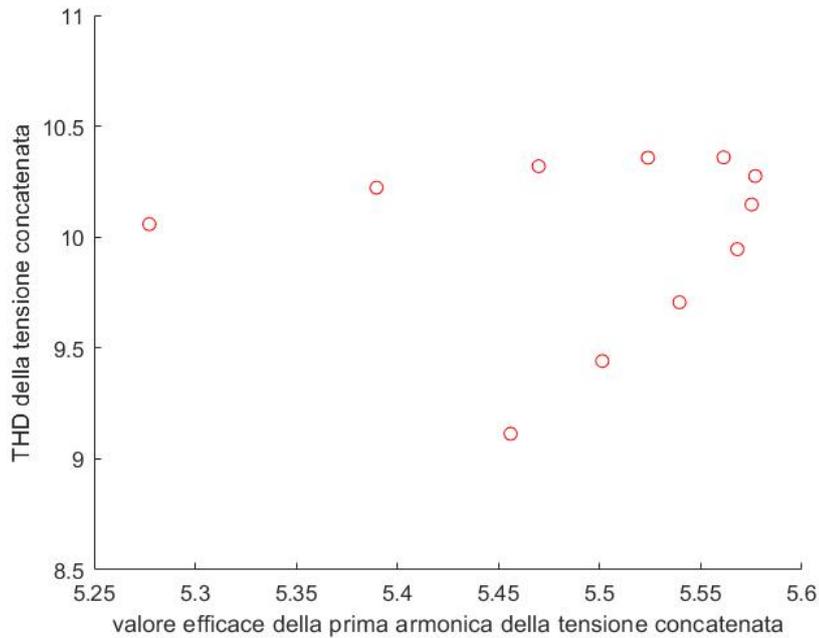


Fig. 5.8 – Fronte di Pareto per la ricerca della migliore geometria della bobina

Per concludere, quindi, come già detto in precedenza, il valore efficace della fondamentale della concatenata e il THD% non sono significativamente influenzati dalle variazioni geometriche della sezione del lato attivo della bobina. È tuttavia possibile definire due configurazioni ottimali di lavoro, da scegliere in base alle necessità. Come evidenziato in Fig. 4.8, infatti, è possibile trovare dei valori di w_c e h_c tali da massimizzare il valore efficace ($w_c = 18.2$ mm e $h_c = 13.8$ mm) ed altri invece che minimizzano il THD%, a fronte però di una riduzione del valore efficace della prima armonica ($w_c = 23$ mm e $h_c = 11$ mm).

5.2 Analisi parametrica della geometria del magnete

Come per l'analisi presentata nel paragrafo precedente, anche per lo studio degli effetti che le variazioni della geometria del magnete hanno sulle prestazioni della macchina si procederà analizzando flusso concatenato e forza elettromotrice indotta nella bobina ottenuti con diverse configurazioni. Quest'ultime sono riportate in Tabella 5.2 e sono ricavate mantenendo costante il volume del magnete, secondo la relazione:

$$V_m = S_m \cdot h_m \quad (5.3)$$

Dove S_m ne è la superficie mentre h_m l'altezza. Essendo il magnete a forma di settore circolare, la superficie S_m è stata determinata attraverso la formula:

$$S_m = (R_o^2 - R_i^2) \cdot \theta_m \quad (5.4)$$

Dove R_o (m) e R_i (m) sono rispettivamente il raggio esterno e interno mentre θ_m (rad) corrisponde all'angolo di copertura di esso. I parametri relativi alla geometria della bobina w_c e h_c , invece, sono mantenuti costanti e uguali a quelli utilizzati nella configurazione originale della macchina ($w_c = 18$ mm e $h_c = 14$ mm).

Tabella 5.2 - Combinazioni di θ_m e h_m analizzate

θ_m	h_m
45°	14.0 mm
49°	12.9 mm
53°	11.9 mm
57°	11.1 mm
61°	10.3 mm
65°	9.7 mm
69°	9.1 mm
73°	8.6 mm
77°	8.2 mm
81°	7.8 mm
85°	7.4 mm

Sono mostrate poi in Fig. 5.9 le due configurazioni limite analizzate. In particolare, la figura a) rappresenta quella con $h_m = 14$ mm e $\theta_m = 45^\circ$ mentre la b) quella con $h_m = 7.4$ mm e $\theta_m = 85^\circ$.

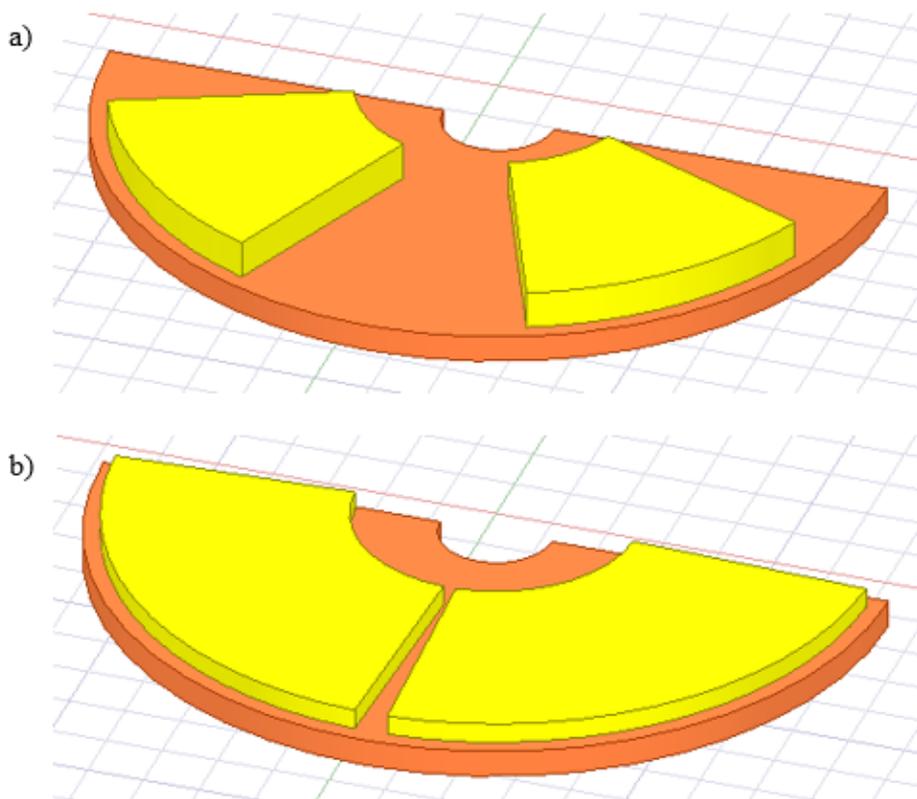


Fig. 5.9 - Rappresentazione 3D delle configurazioni geometriche limite del magnete

Sono invece riportati, in figura 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13, gli andamenti di flusso concatenato e forza elettromotrice indotta per alcune geometrie significative ricavati mediante l'utilizzo del codice analitico, confrontati con quanto ottenuto con il programma FEM.

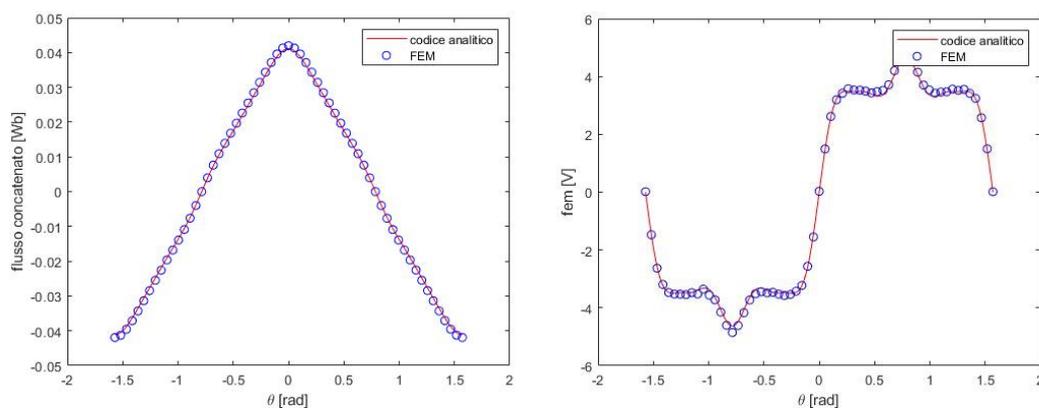


Fig. 5.10 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $h_m = 12.9$ mm e $\vartheta_m = 49^\circ$

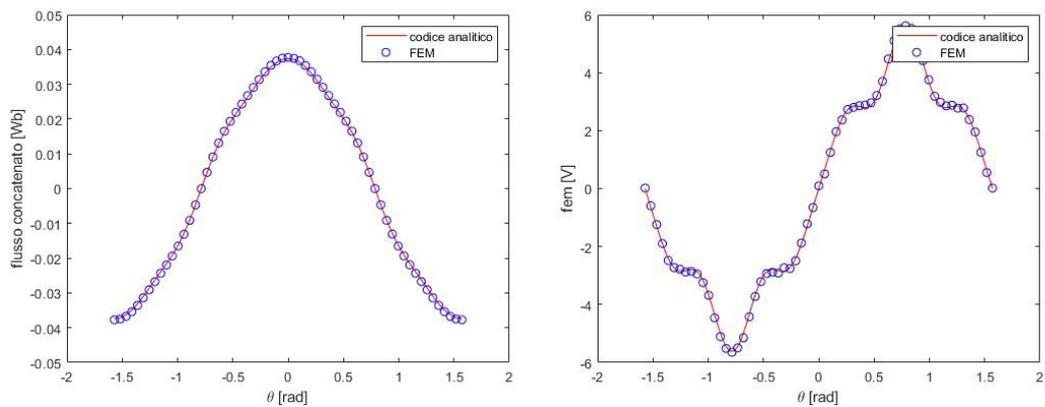


Fig. 5.11 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $h_m = 10.3$ mm e $\vartheta_m = 61^\circ$

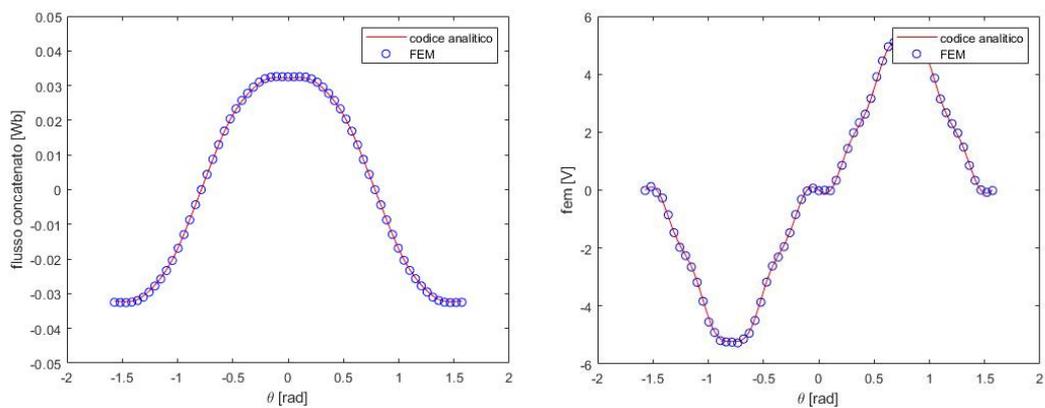


Fig. 5.12 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $h_m = 8.6$ mm e $\vartheta_m = 73^\circ$

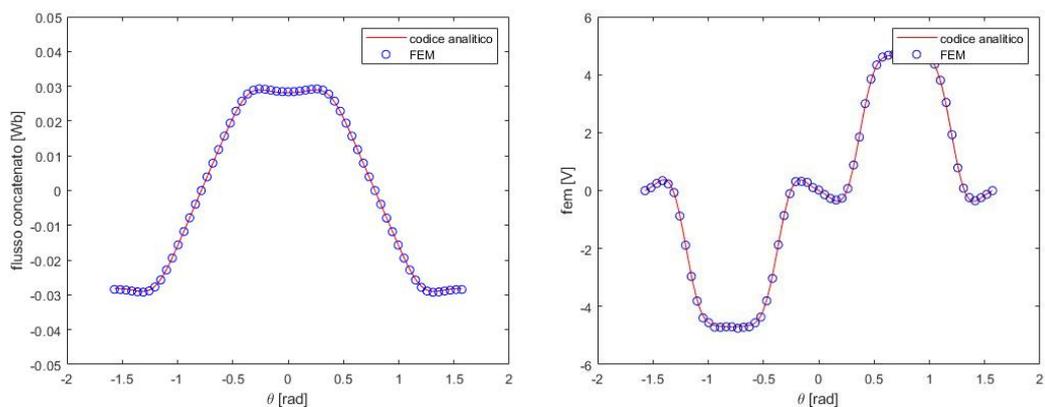


Fig. 5.13 - Andamento del flusso concatenato e della fem al variare della posizione della bobina con $h_m = 7.4$ mm e $\vartheta_m = 85^\circ$

A differenza di quanto ottenuto per l'analisi al variare della configurazione della bobina, in questo caso le variazioni della geometria influenzano in modo rilevante sia il valore efficace che il THD della fem e quindi anche della tensione concatenata.

In fig. 5.14 e 5.15 sono riportati gli andamenti del valore efficace della prima armonica e il $THD_{\%}$ della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata in funzione dell'aumento del rapporto α_m , che è la frazione di semi-passo polare coperta dal magnete. Infine, in figura 5.16, per una più semplice visualizzazione delle differenze nelle forme d'onda, sono riportati gli andamenti della tensione concatenata per 3 configurazioni differenti mentre, in figura 5.17, sono mostrate le ampiezze delle principali armoniche normalizzate rispetto all'ampiezza della fondamentale.

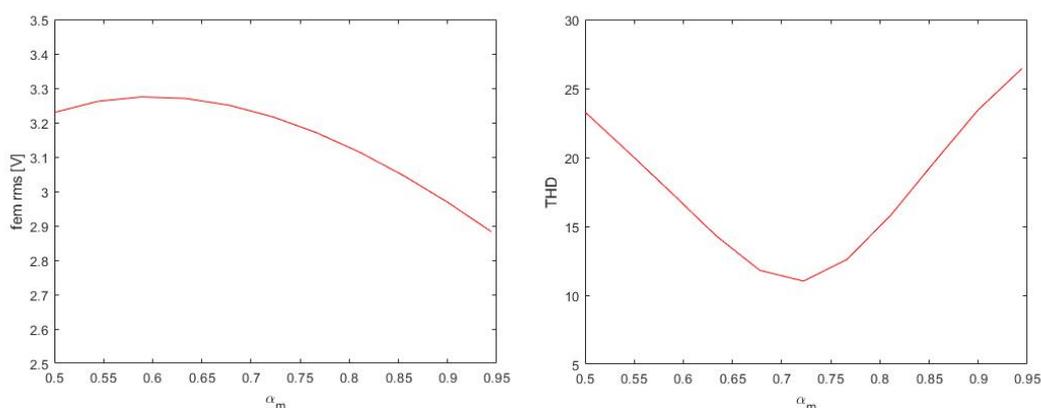


Fig. 5.14 - Andamento del valore efficace della fondamentale della fem e del $THD_{\%}$ al variare di α_m (e quindi di h_m)

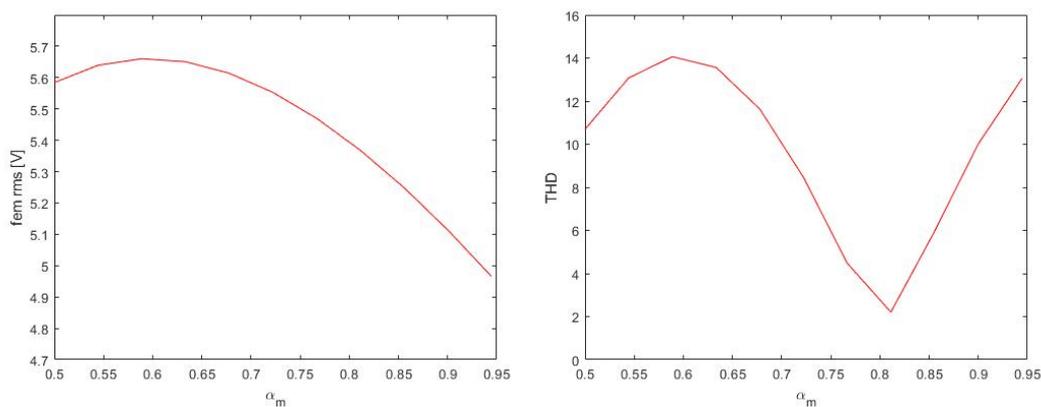


Fig. 5.15 - Andamento del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata e del $THD_{\%}$ al variare di α_m (e quindi di h_m)

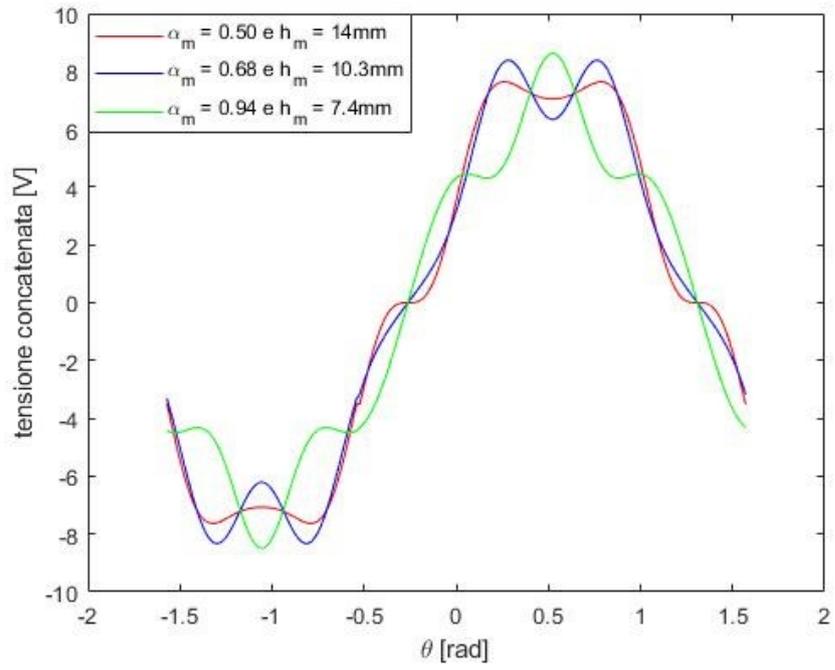


Fig. 5.16 - Andamenti della tensione concatenata per 3 configurazioni differenti

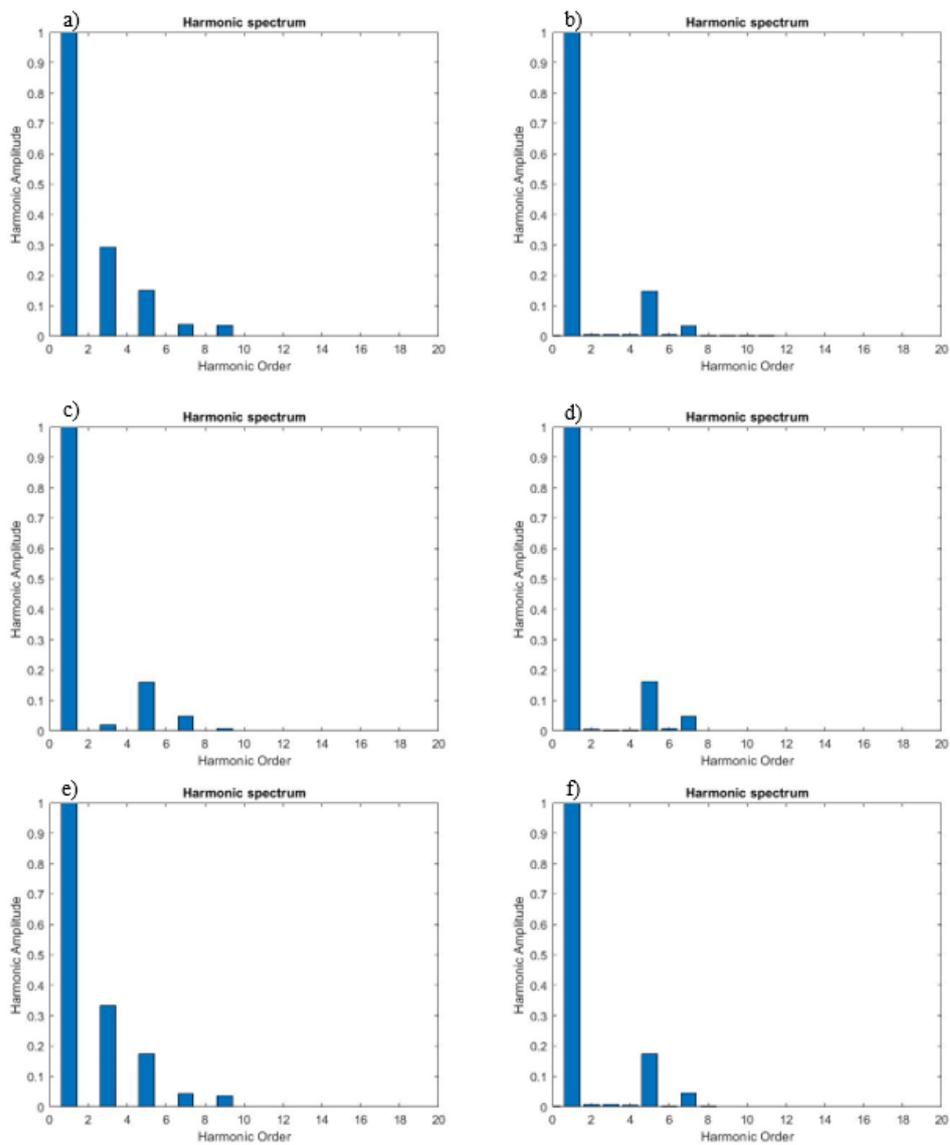


Fig. 5.17 – Spettro armonico di:

- a) fem con $\alpha_m = 0.50$ e $h_m = 14$ mm; b) concatenata con $\alpha_m = 0.50$ e $h_m = 14$ mm;
- c) fem con $\alpha_m = 0.68$ e $h_m = 10.3$ mm; d) concatenata con $\alpha_m = 0.68$ e $h_m = 10.3$ mm;
- e) fem con $\alpha_m = 0.94$ e $h_m = 7.4$ mm; f) concatenata con $\alpha_m = 0.94$ e $h_m = 7.4$ mm

Risulta quindi evidente che, per ottenere una contemporanea massimizzazione dei valori efficaci delle fondamentali e una minimizzazione dei THD%, ci siano diverse soluzioni attuabili, tutte concentrate nelle configurazioni geometriche con grandezze intermedie di altezza e angolo di copertura del magnete.

Per quanto riguarda la sola tensione concatenata, è bene sottolineare che per valori di α_m prossimi a 0.8 il THD% tende a ridursi notevolmente, con valori anche inferiori al 3%. In tale situazione, però, la fondamentale subisce una riduzione di circa 3.5% rispetto al suo valore massimo, ottenuto per $\alpha_m \approx 0.6$. Per questo motivo, gli spettri armonici riportati in pu subiscono una variazione molto limitata pur avendo variazioni significative sulle singole armoniche.

5.3 Analisi parametrica simultanea

Si procede dunque ora con un'analisi simultanea variando sia la geometria della bobina che quella del magnete, lavorando ancora a parità di sezione di lato attivo per la prima e a parità di volume per il secondo.

Verranno riportati, quindi, i risultati ottenuti per 36 diverse combinazioni, ottenute per 6 configurazioni di bobina e 6 di magnete, riportate in tabella 5.3.

Tabella 5.3 – Combinazioni di w_c , h_c , ϑ_m e h_m analizzate

w_c	h_c	ϑ_m	h_m
14.0 mm	18.0 mm	55.0°	11.5 mm
15.2 mm	16.6 mm	59.6°	10.6 mm
16.4 mm	15.4 mm	64.2°	9.8 mm
17.6 mm	14.3 mm	68.8°	9.2 mm
18.8 mm	13.4 mm	73.4°	8.6 mm
20.0 mm	12.6 mm	78°	8.1 mm

Il codice utilizzato fissa inizialmente la prima combinazione dei parametri (ϑ_m , h_m) e, variando una ad una tutte le grandezze (w_c , h_c), analizza per ciascuna le prestazioni della macchina per poi reiterare il processo passando alla seconda combinazione dei parametri dei magneti. Il tutto è ottenuto attuando un concatenamento tra due cicli *for*.

Sono quindi riportati in Fig. 5.18 gli andamenti del valore efficace della fondamentale e il THD% della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata mentre, e in Fig. 5.19 un fronte di Pareto avente come ordinata il THD% della concatenata e come ascissa il valore efficace della fondamentale. Di conseguenza, è possibile ricavare da quest'ultimo le migliori configurazione andando a considerare i "pallini" in basso a destra, raffiguranti bassi THD% e alti valori efficaci. Inoltre, sono riportate in Fig. 5.20 le curve di livello rappresentanti le variazioni del valore efficace della tensione concatenata e il suo THD% al variare della geometria sia della bobina che dei magneti.

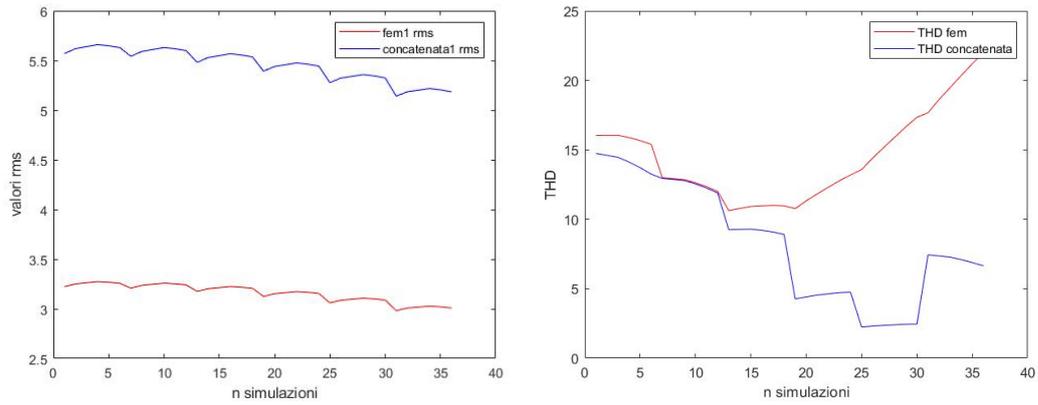


Fig. 5.18 - Andamenti del valore efficace della fondamentale e il THD% della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata

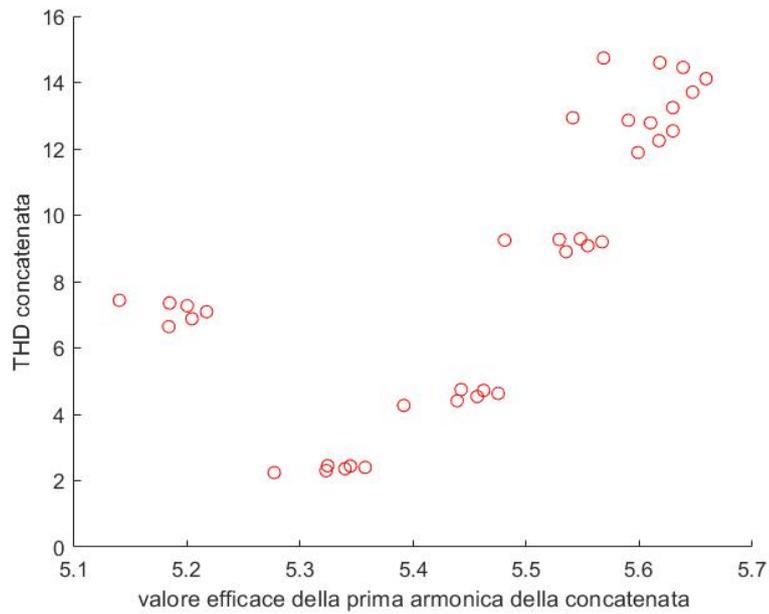


Fig. 5.19 – THD% della tensione concatenata in funzione del valore efficace della fondamentale

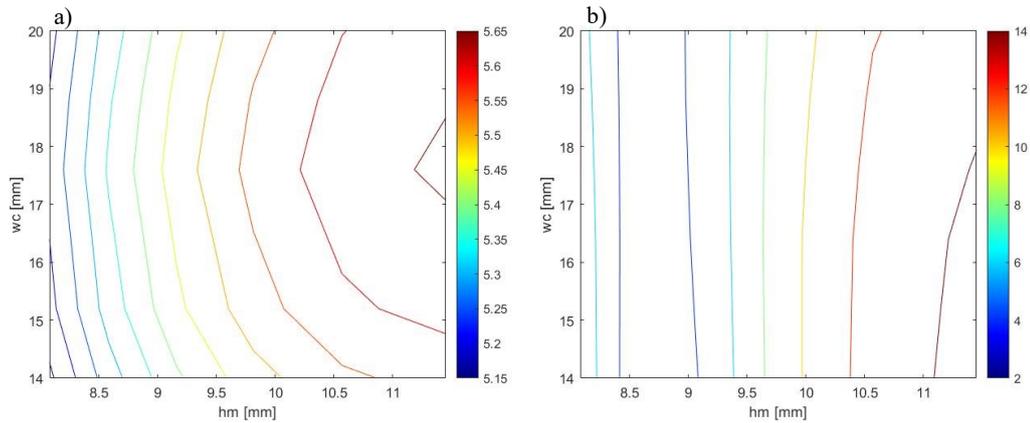


Fig. 5.20 - Curve di livello rappresentanti le variazioni del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata (a) e il suo THD% (b) al variare della geometria sia della bobina che dei magneti

È quindi possibile ricavare due configurazioni ottimali, una che massimizza il valore efficace della fondamentale (≈ 5.66 V) a fronte di un THD% pari a circa 14.1 % ed una che minimizza il contenuto armonico ($\text{THD}\% \approx 2.2$ %) con valore efficace della fondamentale pari a circa 5.24 V. Le grandezze geometriche corrispondenti a tali configurazioni sono riportate in tabella 5.4. Per quest'ultime sono quindi riportati in Fig. 5.21 gli andamenti della forza elettromotrice indotta confrontati, come verifica, con i risultati ottenuti con il programma FEM. Infine, in Fig. 5.22 e 5.23 sono mostrati gli andamenti delle tensioni concatenate nei due casi e lo spettro armonico.

Tabella 5.4 – Grandezze geometriche della bobina e del magnete nelle due configurazioni ottimali

	w_c	h_c	ϑ_m	h_m
Massimizzazione del valore efficace della fondamentale	17.6 mm	14.3 mm	55°	11.5 mm
Minimizzazione del THD%	14.0 mm	18.0 mm	73°	8.6 mm

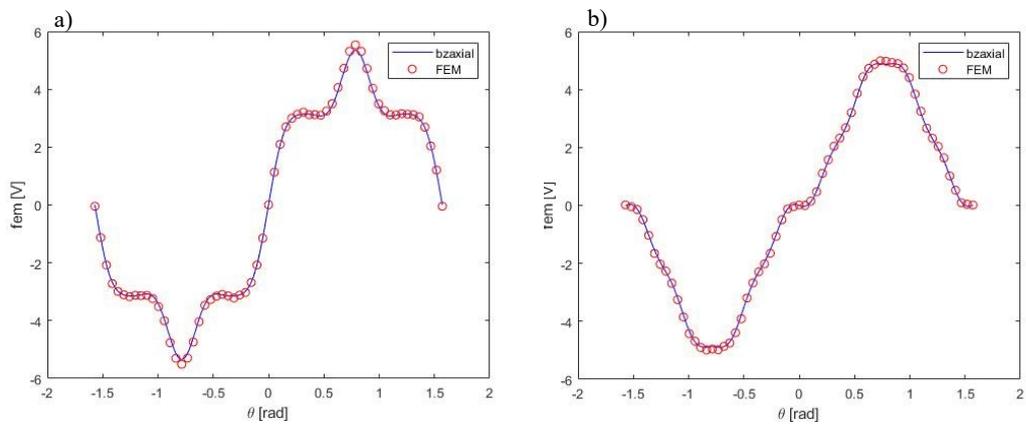


Fig. 5.21 - Andamenti della forza elettromotrice indotta nelle due configurazioni:
 a) massimizzazione del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata;
 b) minimizzazione del THD%

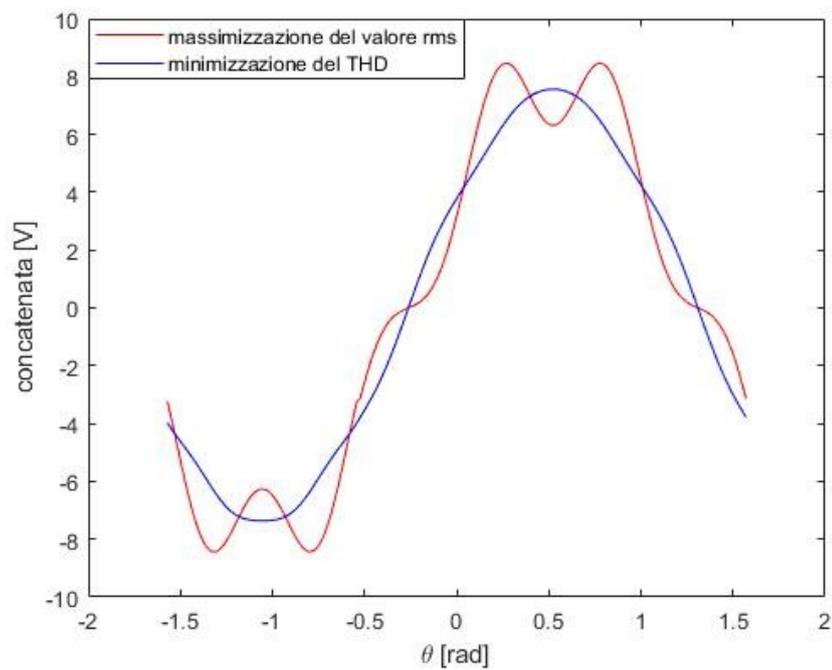


Fig. 5.22 - Andamenti della tensione concatenata nelle due configurazioni migliori

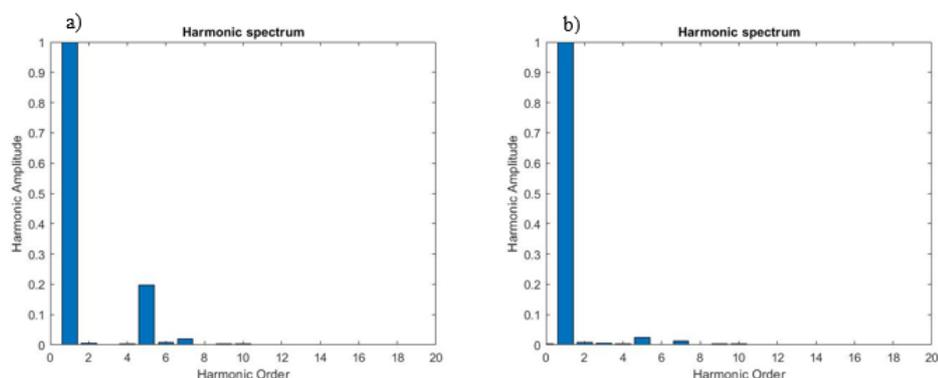


Fig. 5.23 – Spettro armonico della tensione concatenata nelle due configurazioni:
 a) massimizzazione del valore efficace della fondamentale;
 b) minimizzazione del THD%

5.4 Analisi parametrica dell'angolo di raccorciamento

Come già detto e mostrato in Fig. 5.23, la configurazione ricavata nel precedente paragrafo che massimizza il valore efficace della fondamentale della tensione concatenata presenta un contenuto armonico rilevante, con una forte presenza della quinta armonica.

Per ovviare a tale problematica, quindi, si è pensato di suddividere in due blocchi la bobina e ottenere una sorta di avvolgimento a doppio strato, per poi raccorciare di un determinato angolo β_r . Dalla teoria si sa che per eliminare la settima armonica è necessario raccorciare di circa 26° elettrici mentre per la quinta di circa 36° elettrici. Di conseguenza, per studiare l'effetto che tale raccorciamento può avere sulle forme d'onda finali di tensione, si è deciso di effettuare un'ulteriore analisi parametrica, la quale parte dalla configurazione migliore ricavata in precedenza (quella che massimizza il valore efficace della prima armonica della tensione concatenata) con $\beta_r = 0$ e analizza le prestazioni al variare di tale angolo, modificandolo di volta in volta con passo costante (6° elettrici) fino a 60° elettrici, raccorciamento che annulla la terza armonica.

È importante sottolineare che, però, non sarà possibile ottenere un vero e proprio annullamento delle armoniche (cosa che invece si ottiene per le macchine a flusso radiale), poiché i due strati dell'avvolgimento sono posti a distanze assiali differenti rispetto ai magneti e quindi sottoposti a valori di induzione magnetica diversi. A conferma di quanto detto, in Fig. 5.24, 5.25 e 5.26 sono riportati gli andamenti del flusso concatenato con il primo e il secondo strato per 3 diversi valori di β_r . Di questi, per β_r pari a 0 e 18 gradi meccanici vengono anche mostrati, per verifica, i risultati ottenuti mediante il programma FEM. Come da aspettative, il flusso assume valori inferiori per il secondo strato in tutte e tre le situazioni.

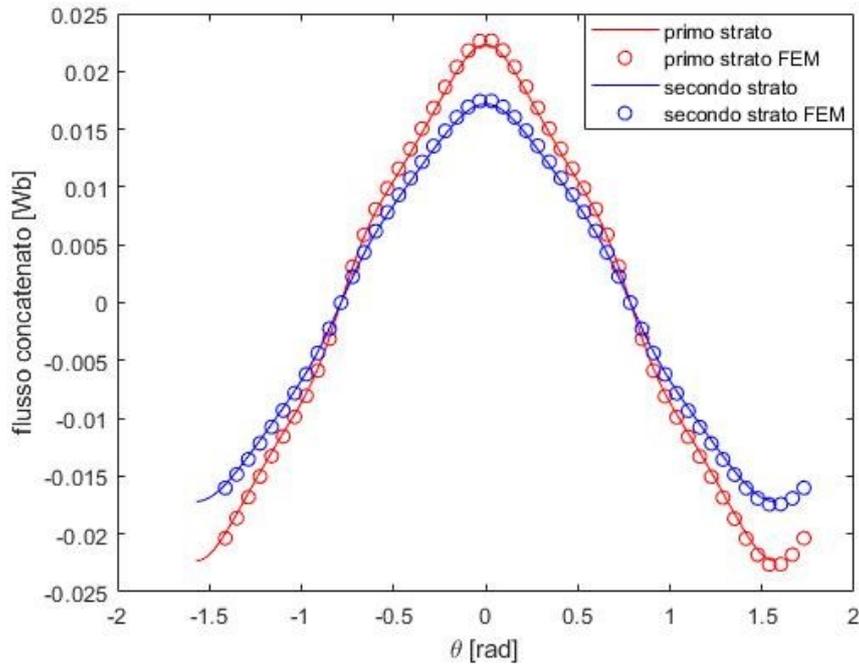


Fig. 5.24 – Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=0$

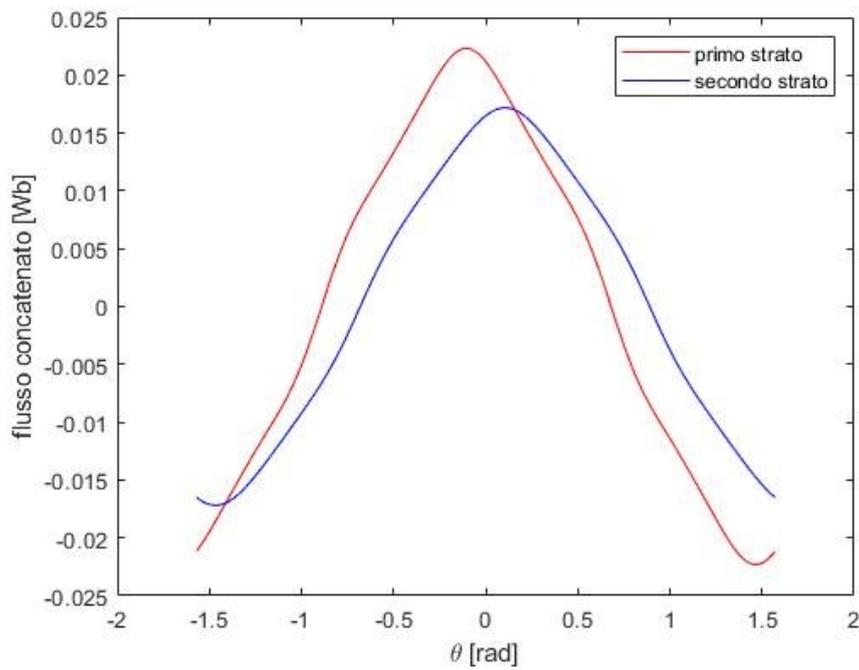


Fig. 5.25 - Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=24^\circ$ elettrici

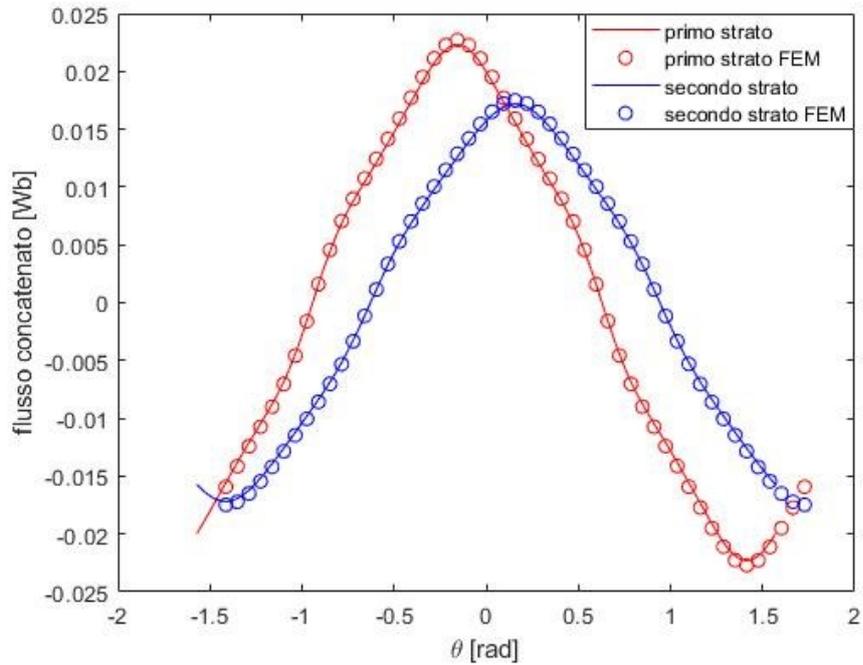


Fig. 5.26 - Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=36^\circ$ elettrici

Sono quindi mostrati in Fig. 5.27 gli andamenti del valore efficace della prima armonica della fem e della tensione concatenata in funzione dell'aumento dell'angolo di raccorciamento e i rispettivi THD%. All'aumentare di β_r , i valori efficaci diminuiscono leggermente a fronte però di una netta riduzione del contenuto armonico. In particolare, per $\beta_r = 18^\circ$ meccanici (angolo che riduce prevalentemente la quinta armonica) si ottiene il THD% più basso e pari circa ad un 5%.

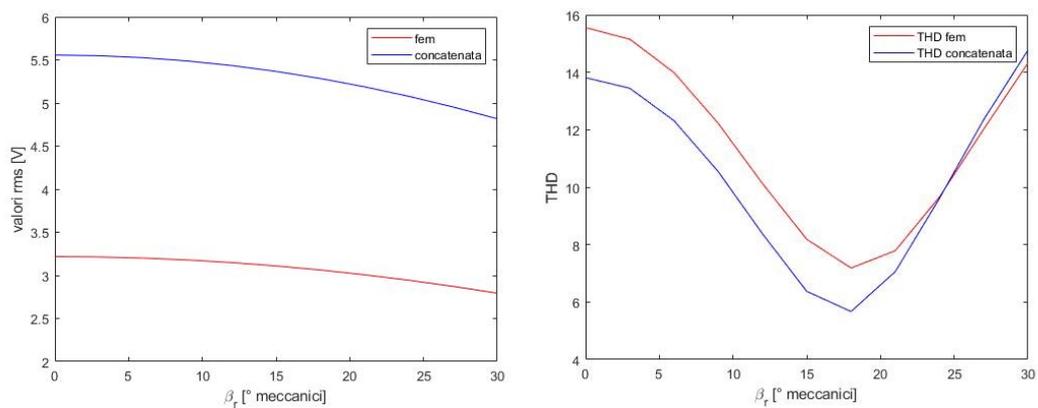


Fig. 5.27 - Andamenti del valore efficace della fondamentale e il THD% della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata

In Fig. 5.28, 5.29 e 5.30 sono riportate le variazioni della forza elettromotrice indotta confrontate con quelle ricavate con il programma FEM rispettivamente per i 3 valori di β_r principali ($\beta_r = 0$ che è la configurazione base, $\beta_r = 24^\circ$ elettrici che riduce principalmente la settima armonica e $\beta_r = 36^\circ$ elettrici che riduce la quinta armonica). In Fig. 5.31, invece, sono presenti tutti e tre gli andamenti della tensione concatenata delle precedenti geometrie.

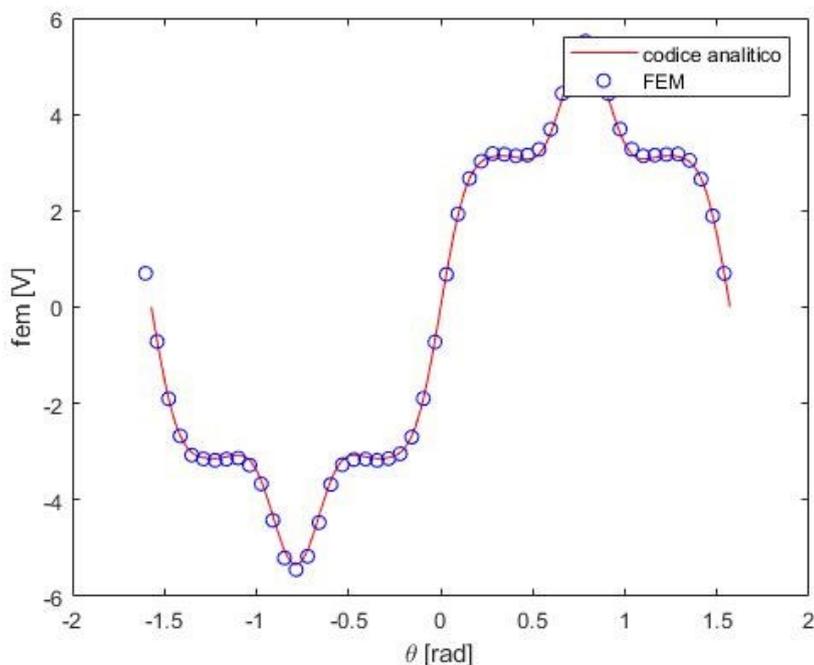


Fig. 5.28 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 0^\circ$

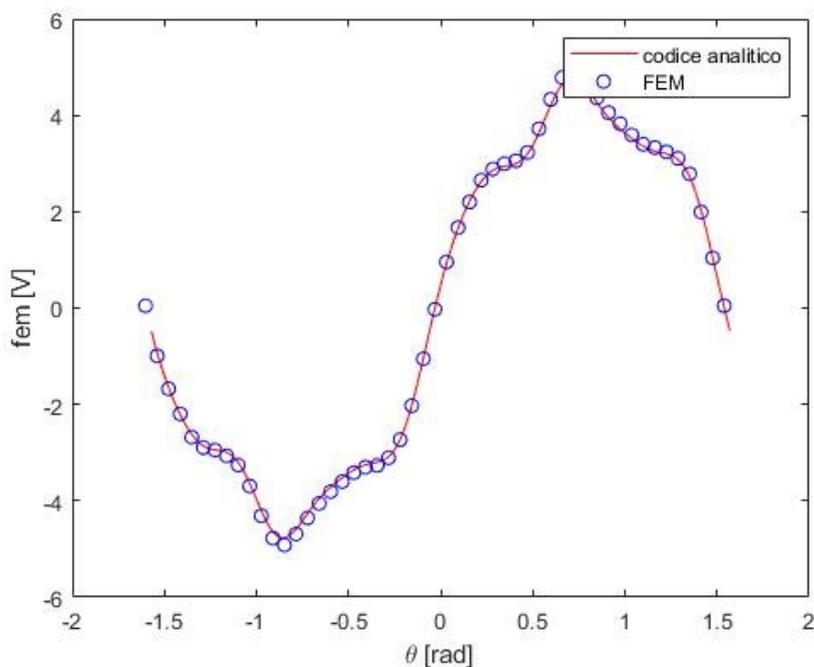


Fig. 5.29 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 12^\circ$ meccanici

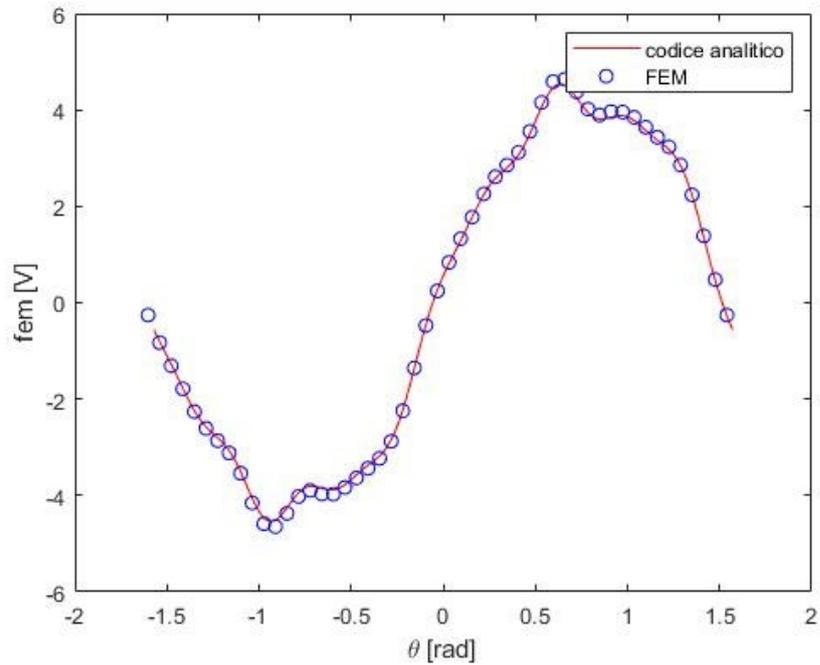


Fig. 5.30 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 18^\circ$ meccanici

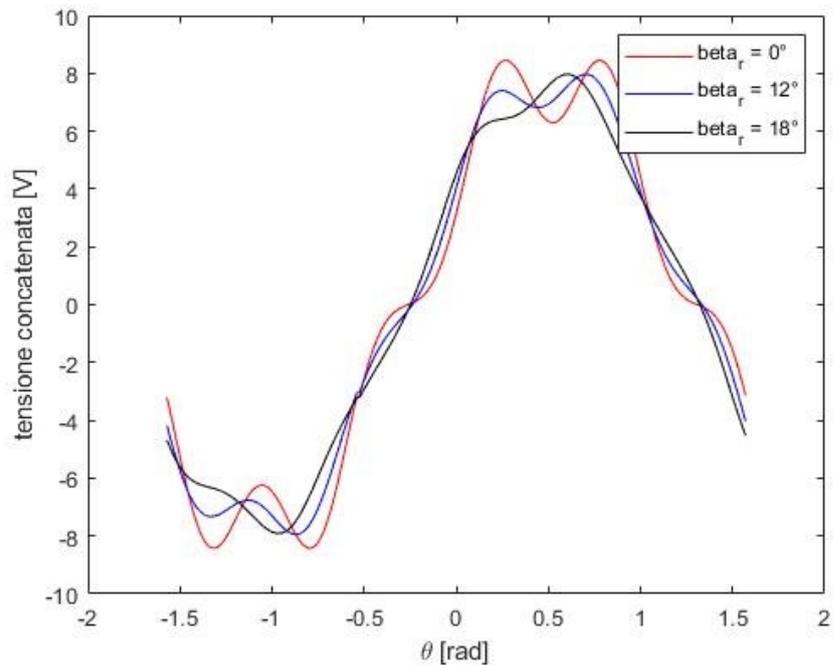


Fig. 5.31 - Andamento della tensione concatenata per diversi valori di β_r

Dai precedenti grafici si nota un'asimmetria delle semionde rispetto al valore di picco dovuta al diverso valore assunto dal flusso concatenato coi due strati dell'avvolgimento.

Sono infine riportati in figura 5.32 gli spettri armonici delle tensioni concatenate ottenuti per i 3 diversi valori di β_r .

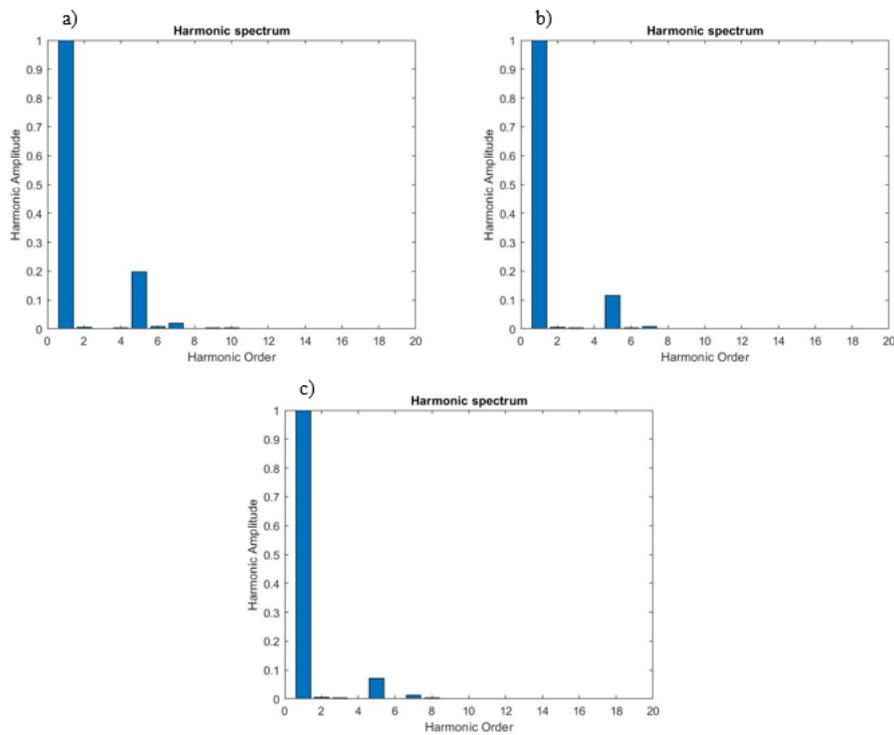


Fig. 5.32 - Spettri armonici delle tensioni concatenate ottenuti per:
 a) $\beta_r = 0^\circ$ elettrici; b) $\beta_r = 24^\circ$ elettrici; c) $\beta_r = 36^\circ$ elettrici

Risulta evidente quindi che, come da aspettative, nel caso più interessante di $\beta_r = 36^\circ$ elettrici, si ottenga una netta riduzione del valore efficace della quinta armonica (si riduce di circa un 42%). È altrettanto vero che, a causa del raccorciamento, si verifica però anche una riduzione della fondamentale, con valori che si abbassano a circa 5.38V rispetto ai 5.66V iniziali.

Nella scelta della configurazione ottimale, quindi, rimangono aperte diverse strade da intraprendere in base alle esigenze e alle possibilità di modifica della geometria della sola bobina o anche dei magneti. Da non scartare infatti rimane anche la configurazione ricavata nel paragrafo precedente che minimizza il THD% (valore efficace della prima armonica della concatenata pari a 5.24 V e THD% del 2.2%).

Capitolo 6

Analisi a vuoto di una macchina a flusso assiale slotless

Viene a questo punto presentata una generalizzazione del codice visto nel capitolo 4 per il calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta. Infatti, la macchina precedentemente analizzata (coreless) può essere pensata come una macchina avente un core di statore (dietro le bobine) formato da aria, quindi con permeabilità magnetica unitaria. Lo scopo di tale capitolo sarà, quindi, inizialmente quello di implementare una *function* Matlab in grado di considerare la presenza di un materiale ferromagnetico con permeabilità infinita (macchina di tipo slotless) e, successivamente, di generalizzarla in modo tale da poterla applicare anche nella configurazione coreless, cioè senza back-iron.

Infine, viene presentato un codice analitico per il calcolo della forza assiale di attrazione che si verifica tra i magneti e il materiale ferromagnetico di statore, la quale sarà un'ulteriore aspetto da dover considerare nella scelta della geometria della macchina.

6.1 Metodo delle immagini

Per considerare la presenza di un materiale ferromagnetico alle spalle delle bobine di statore (configurazione slotless mostrata in Fig. 6.1) verrà ora presentato il metodo dell'immagine. Tale metodo può essere applicato solamente sotto le seguenti ipotesi:

- Permeabilità infinita del materiale ferromagnetico (linee normali alla superficie di separazione);
- Permeabilità relativa unitaria per il magnete;
- ciascun magnete viene modellizzato come una distribuzione uniforme di “cariche magnetiche”;
- Magnetizzazione solo con componente assiale al traferro;

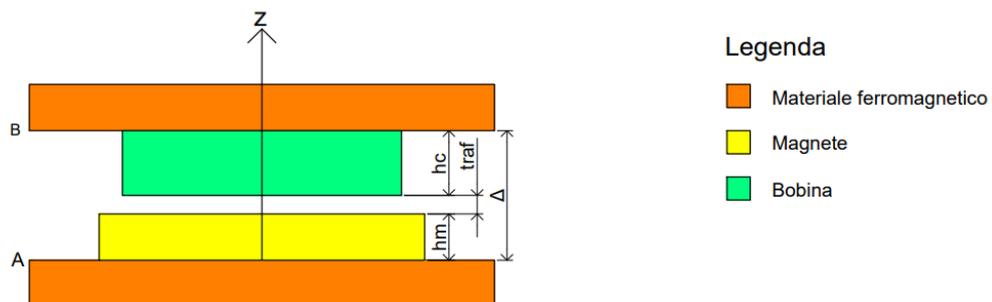


Fig. 6.1 – Modello 2D di una macchina a flusso assiale a magneti permanenti slotless

L'effetto del ferro di statore può essere quindi approssimato considerando delle immagini dei magneti originali specchiate rispetto alla sua superficie. In particolare, in Fig. 6.2 vengono mostrate le distanze a cui vengono disposte tali “copie” a partire dalle superfici A e B dei due

back-iron rispettivamente di rotore e statore. Per ciascun' immagine si applicherà il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica (come se ciascuna formasse una macchina coreless a sé stante) in un determinato punto del traferro situato ad una distanza z dalla superficie del ferro di rotore e, infine, si sommeranno tutte le B_z calcolate applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

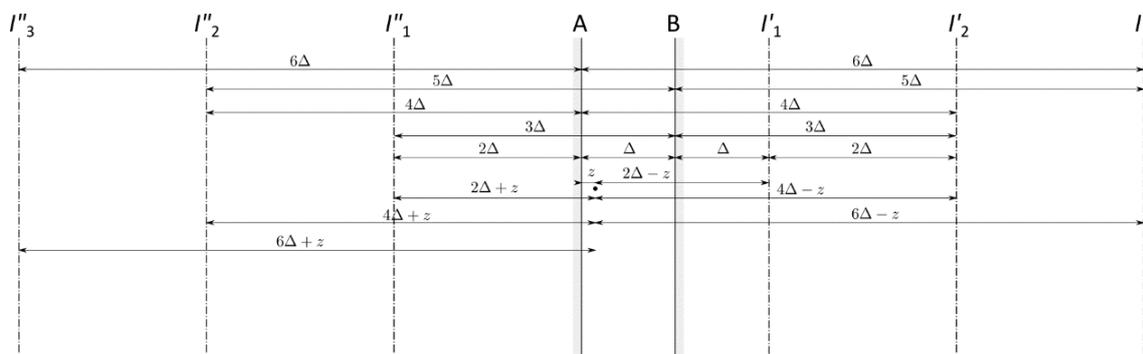


Fig. 6.2 – Distanze delle immagini dal generico punto situato ad una distanza z dalla superficie del ferro di rotore

In un generico punto definito dalle coordinate (r, θ, z) , il contributo alla componente assiale dell'induzione magnetica di ciascun'immagine definito mediante l'utilizzo della *function baxial* ottimizzata può essere calcolato modificando per ognuna solamente la $f(z)$. In particolare, ricordando la forma esponenziale di quest'ultima (vedi (4.14)), in Fig. 6.3 è mostrata una rappresentazione grafica della funzione di z considerando un diverso numero di immagini.

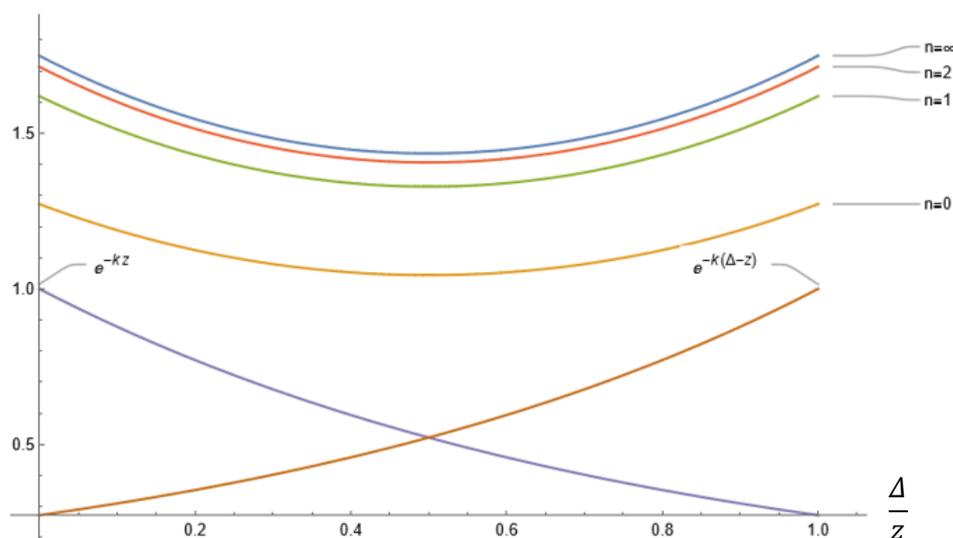


Fig. 6.3 – Contributi alla $f(z)$ considerando un diverso numero di immagini

Considerando t immagini, quindi, si può ricavare una formulazione analitica della $f(z)$ risultante:

$$f(z)_n = e^{a_k \cdot h_m} \cdot \sum_{i=0}^t (e^{-a_k \cdot (2\Delta \cdot i + z)} + e^{-a_k \cdot (2\Delta \cdot (i+1) - z)}) \quad (6.1)$$

Considerando invece un numero infinito di immagini (cioè $t \rightarrow \infty$), si ottiene la seguente formulazione:

$$f(z)_{t \rightarrow \infty} = e^{[a_k h_m]} \cdot \frac{\cosh [a_k \cdot (z - \Delta)]}{\sinh [a_k \cdot \Delta]} \quad (6.2)$$

Per ottenere infine una media della $f(z)_{t \rightarrow \infty}$ sull'altezza h_c della bobina si invece è applicata la (3.15), ottenendo:

$$\langle f(z)_{t \rightarrow \infty} \rangle = A(n, k) \cdot [e^{-a_k \cdot \Delta} (e^{a_k \cdot z_2} - e^{a_k \cdot z_1}) - e^{a_k \cdot \Delta} (e^{-a_k \cdot z_2} - e^{-a_k \cdot z_1})] \quad (6.3)$$

Dove $A(n, k)$ è una costante e vale $A(n, k) = \frac{e^{[a_k \cdot h_m]}}{2 \cdot a_k \cdot (z_2 - z_1) \cdot \sinh [a_k \cdot \Delta]}$.

6.2 Verifica del calcolo di B_z

Prima di passare al calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta, si procederà inizialmente con una verifica dell'induzione magnetica calcolata con la (6.2) sulle traiettorie aventi direzione azimutale che erano state utilizzate per la macchina coreless, eccezion fatta per la traccia 6 poiché in corrispondenza di $z = h_m + 20$ essa si collocherebbe sul gioco di statore: per evitare tale situazione, quindi, si è modificata la sua coordinata assiale in $h_m + 16$. Sono quindi mostrate in tabella 6.1 le traiettorie di calcolo di B_z . In Fig. 6.4, 6.5 e 6.6 sono invece riportati gli andamenti dell'induzione magnetica per tali linee.

Tabella 6.1 - Coordinate (r,z) delle traiettorie aventi direzione azimutale per la verifica dell'induzione magnetica

Traiettoria	Coordinata r	Coordinata θ	Coordinata z
Linea 4 (azimutale)	58 [mm]	-45°: 5°: 45°	14 [mm]
Linea 5 (azimutale)	82 [mm]	-45°: 5°: 45°	22 [mm]
Linea 7 (azimutale)	114 [mm]	-45°: 5°: 45°	26 [mm]

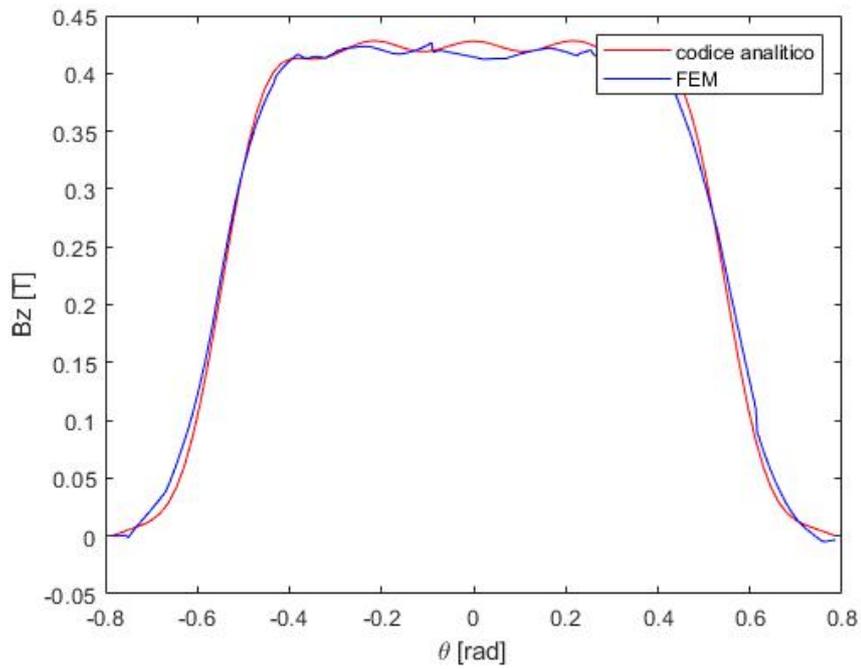


Fig. 6.4 – Andamento di B_z sulla linea 4

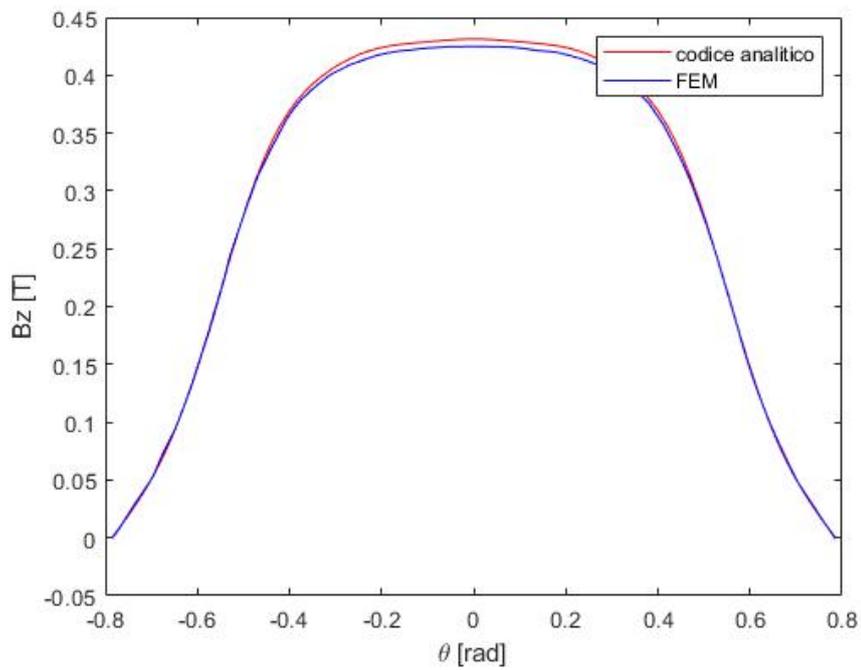


Fig. 6.5 – Andamento di B_z sulla linea 5

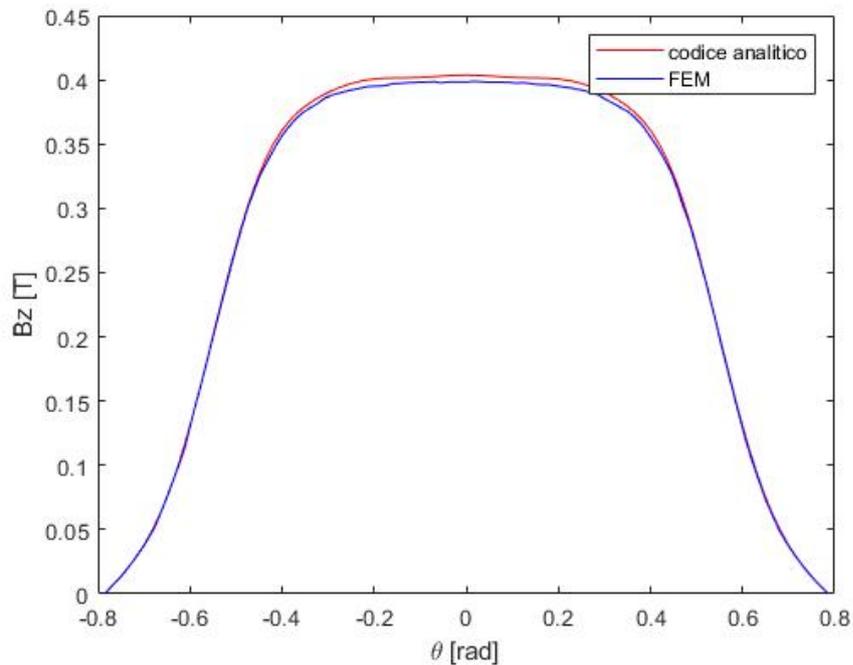


Fig. 6.6 – Andamento di B_z sulla linea 7

Com'è evidenziato dalle precedenti figure, l'andamento calcolato con il codice analitico presenta una buona approssimazione di quello ottenuto con il programma FEM. A differenza però dei risultati presentati nel capitolo 3 per la macchina di tipo coreless, in questo caso si perde di precisione soprattutto in corrispondenza dell'asse magnetico ($\theta = 0$). A causa del materiale ferromagnetico posto alle spalle delle bobine, infatti, i livelli di induzione sono nettamente più elevati causando saturazione magnetica nel materiale. Tale condizione non viene considerata mediante il codice analitico. A conferma di ciò, è riportato in Fig. 6.7, 6.8 e 6.9 un confronto dell'andamento di B_z per la linea 4, 5 e 7 calcolato con il codice analitico e con il programma FEM, in cui però è stato posto un materiale ferromagnetico avente caratteristica B-H lineare.

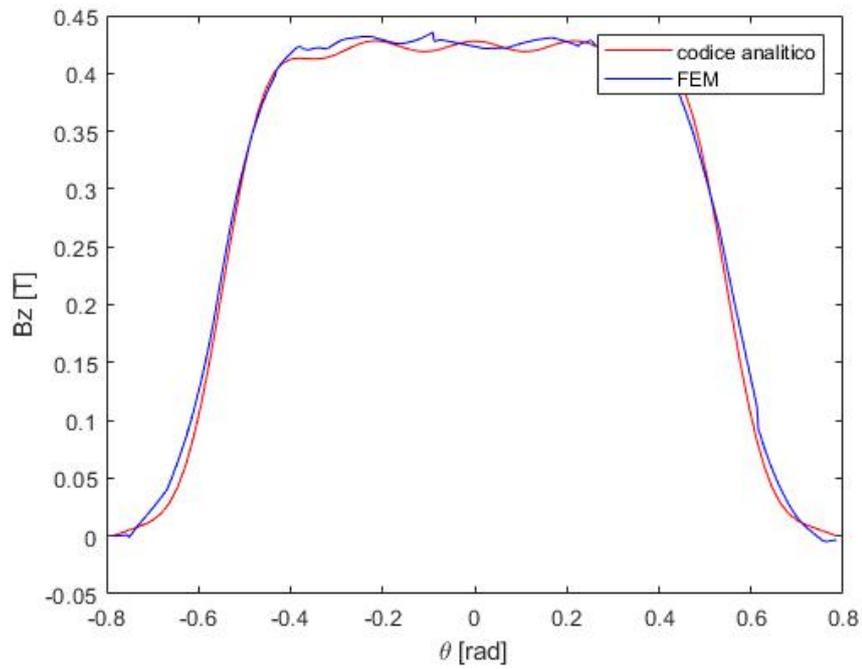


Fig. 6.7 - Andamento di B_z sulla linea 4 senza saturazione magnetica nel FEM

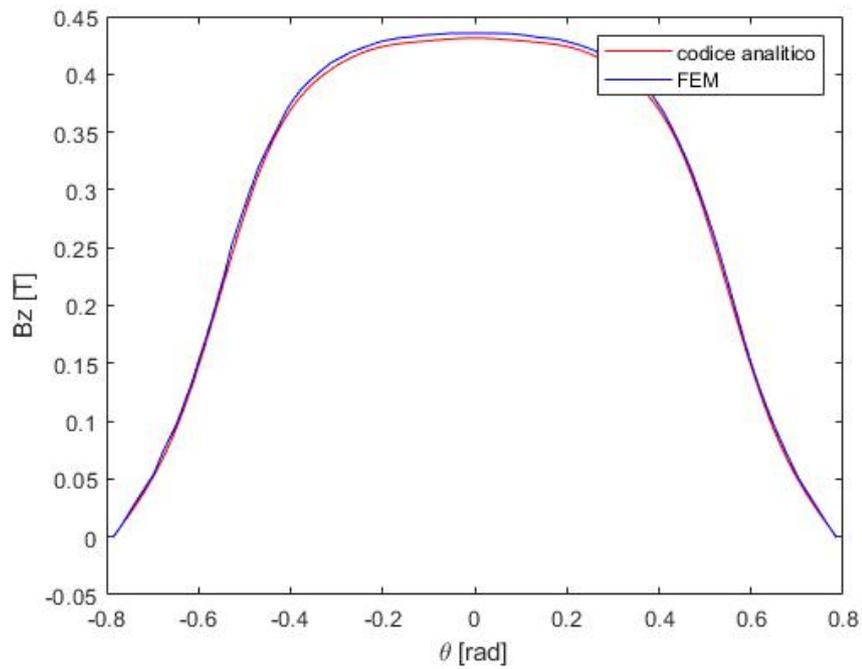


Fig. 6.8 - Andamento di B_z sulla linea 5 senza saturazione magnetica nel FEM

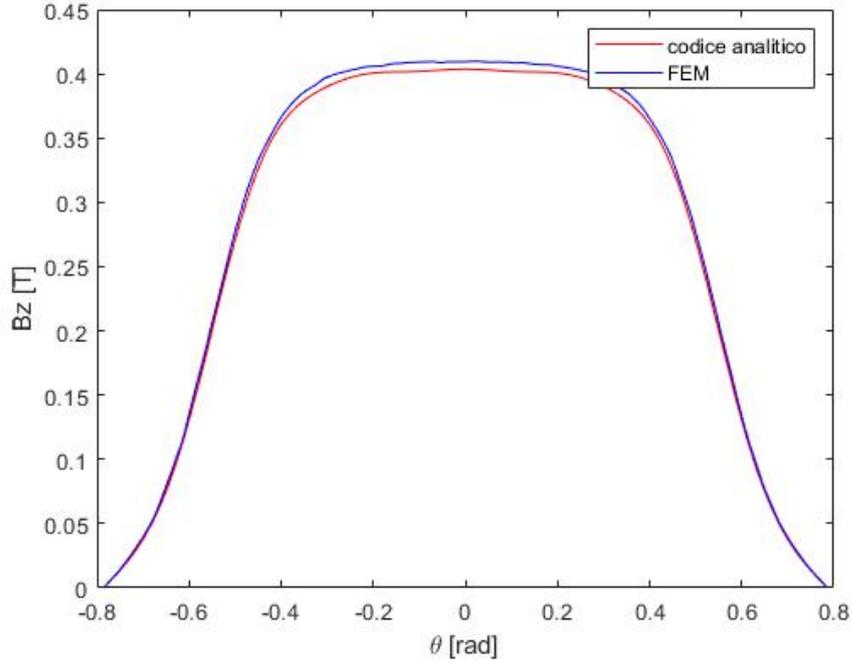


Fig. 6.9 - Andamento di B_z sulla linea 6

Come da aspettative, eliminando l'effetto della saturazione magnetica il codice analitico mantiene una precisione elevata anche in corrispondenza dell'asse magnetico. Gli errori relativi percentuali sui valori efficaci nei due casi specifici riportati in Fig. 6.5 e 6.8 sono rispettivamente dell'1.8% e dello 0.6%. Alle stesse considerazioni, come mostrato in Fig. 6.7 e 6.9, si arriverebbe considerando le linee 4 e 7.

6.3 Generalizzazione del codice analitico

Una volta verificato il funzionamento del codice analitico per il calcolo di B_z nel caso specifico di macchina a flusso assiale slotless con materiali ferromagnetici a permeabilità infinita, viene ora proposto un adeguamento delle formule ricavate nel paragrafo 6.1 in modo tale da poter considerare anche la presenza di materiali a permeabilità non infinita. In particolare, tale condizione viene implementata moltiplicando il contributo alla $f(z)$ di ciascun'immagine per un fattore di riduzione legato alla non idealità del ferro. Partendo dunque dalla (6.1) si ricava la seguente formulazione:

$$f(z) = e^{a_k \cdot h_m} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (\rho_r^i \rho_s^{i+1} e^{-a_k \cdot (2\Delta(i+1) - z)} + \rho_r^i \rho_s^i e^{-a_k \cdot (2\Delta \cdot i + z)}) \quad (6.4)$$

Dove $\rho_r = \frac{\mu_{r,r}-1}{\mu_{r,r}+1}$ e $\rho_s = \frac{\mu_{r,s}-1}{\mu_{r,s}+1}$ corrispondono ai fattori riduttivi rispettivamente di rotore e di statore e dipendono dalle loro permeabilità magnetiche. Svolgendo la precedente sommatoria si ottiene infine:

$$f(z) = e^{[a_k \cdot h_m]} \cdot \frac{\rho_s e^{a_k \cdot (z-\Delta)} + e^{-a_k \cdot (z-\Delta)}}{e^{\Delta \cdot a_k} - \rho_r \rho_s e^{-a_k \Delta}} \quad (6.5)$$

Per ottenere invece una media su z della (6.5) si applica l'integrale (4.15), ottenendo:

$$\langle f(z)_{n \rightarrow \infty} \rangle = B(n, k) \cdot [\rho_s \cdot e^{-a_k \cdot \Delta} (e^{a_k \cdot z_2} - e^{a_k \cdot z_1}) - e^{a_k(n,k) \cdot \Delta} (e^{-a_k \cdot z_2} - e^{-a_k \cdot z_1})] \quad (6.6)$$

Dove $B(n, k)$ è una costante e vale $B(n, k) = \frac{e^{[a_k \cdot h_m]}}{a_k \cdot (z_2 - z_1)} \cdot \frac{1}{e^{[a_k \cdot \Delta]} - \rho_r \rho_s \cdot e^{[-a_k \cdot \Delta]}}$.

Sostituendo dunque la (6.6) alla (6.3) si ottiene un codice analitico in grado di valutare la componente assiale dell'induzione magnetica anche nel caso di materiali a permeabilità non infinita. In particolare, nel caso di macchina coreless, cioè con $\mu_{r,s} = 1$, si ottiene che $\rho_s = 0$ e quindi ci si riconduce all'equazione (6.16). Nel caso di macchina slotless, invece, si otterrà una riduzione dell'induzione al traferro tanto maggiore quanto minori saranno $\mu_{r,r}$ e $\mu_{r,s}$.

Sono quindi riportati in Fig. 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13 gli andamenti di B_z sulla traccia 5 ricavati sfruttando la (6.6) nei casi specifici di macchina coreless e macchina slotless con $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 4000$, $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 500$ e $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 50$, confrontati, per verifica, con quanto ottenuto con il programma FEM (sempre in assenza di saturazione magnetica).

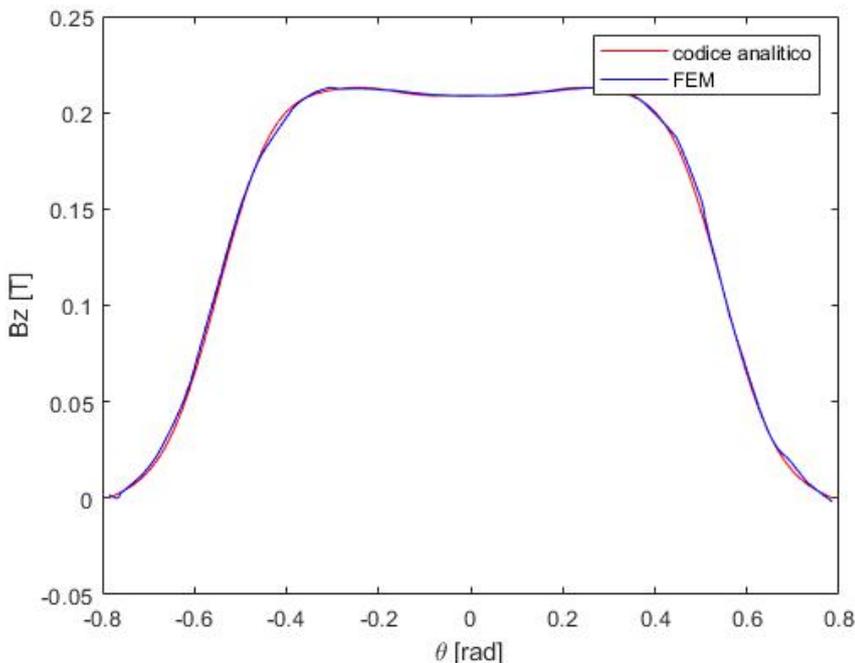


Fig. 6.10 - Andamento di B_z sulla linea 5 per macchina coreless

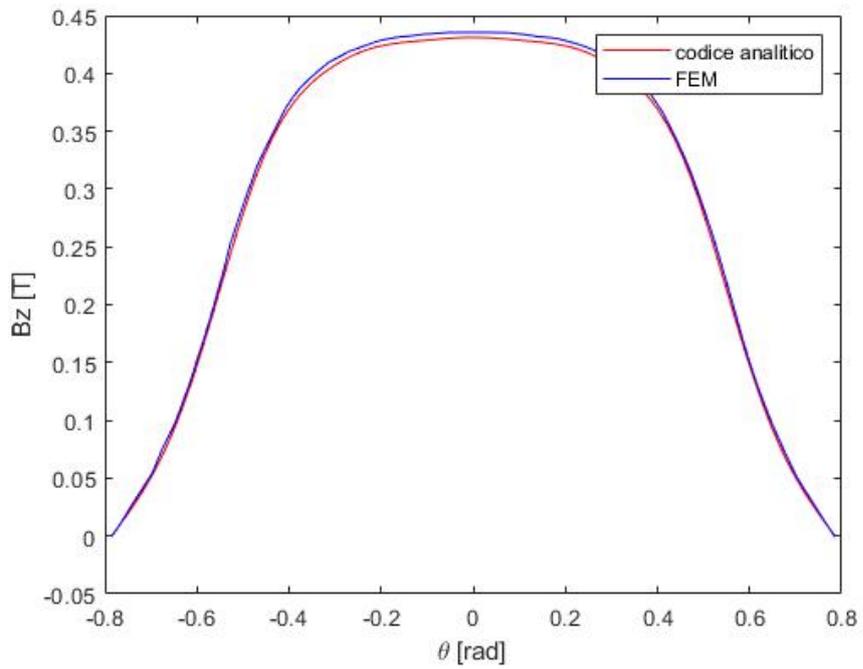


Fig. 6.11 - Andamento di B_z sulla linea 5 per macchina slotless con $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 4000$

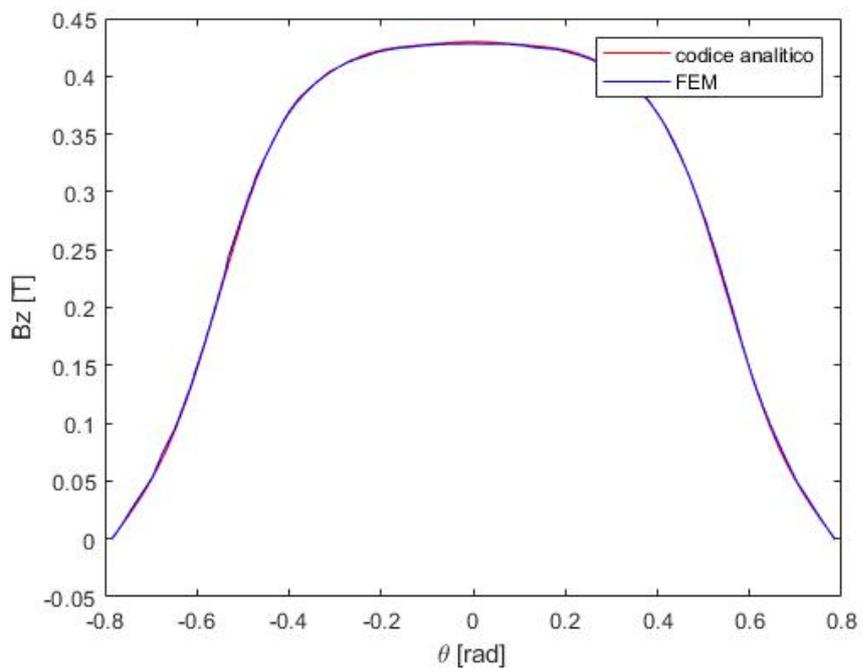


Fig. 6.12 - Andamento di B_z sulla linea 5 per macchina slotless con $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 500$

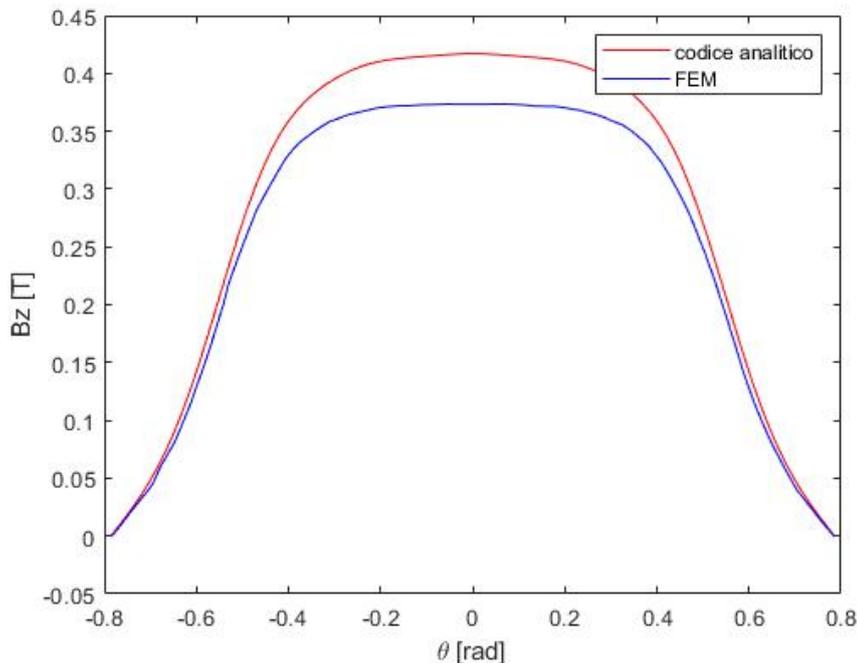


Fig. 6.13 - Andamento di B_z sulla linea 5 per macchina slotless con $\mu_{r,r} = \mu_{r,s} = 50$

Dai grafici sopra riportati si evince quindi che per valori di permeabilità magnetiche elevate il codice funziona perfettamente. Tuttavia, scegliendo valori ridotti di $\mu_{r,r}$, come evidenziato in Fig. 6.13, i risultati ottenuti non sono più attendibili. Tale fatto si verifica poiché l'equazione di partenza ricavata nel capitolo 2 si basava sull'ipotesi di permeabilità magnetica del ferro di rotore infinita e, di conseguenza, riducendo tale permeabilità a valori troppo bassi la suddetta ipotesi cade. È tuttavia importante sottolineare che i materiali ferromagnetici in commercio aventi la $\mu_{r,r}$ più piccola sono le ferriti, le quali comunque non sono mai caratterizzate da permeabilità magnetiche relative inferiori a 500. In conclusione, quindi, in applicazioni pratiche per macchine slotless il codice può essere utilizzato. Per quanto riguarda la $\mu_{r,s}$, invece, i risultati, come mostrato in Fig. 6.10 con $\mu_{r,s} = 1$ per la macchina coreless, sono sempre attendibili.

6.4 Calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice

Una volta verificato il funzionamento del codice analitico per il calcolo della componente assiale dell'induzione magnetica, si procede ora con la valutazione delle prestazioni a vuoto della macchina di tipo slotless. Essendo la configurazione delle bobine identica a quella analizzata nel capitolo 4, per il calcolo del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta basterà implementare la stessa routine Matlab, la quale però calcolerà i valori di B_z nei punti della griglia (o sul perimetro dell'avvolgimento se si usa il secondo metodo mediante la (6.6) al posto della (4.16)). Sono quindi riportati in Fig. 6.14 e Fig. 6.15 gli andamenti del flusso concatenato e della forza elettromotrice indotta calcolati rispettivamente con il primo e il secondo metodo. Anche in questo caso, però, vista la problematica legata alla saturazione

del ferro, i materiali utilizzati nelle simulazioni con il software Ansys saranno tutti linearizzati, cioè imposti con permeabilità magnetica costante.

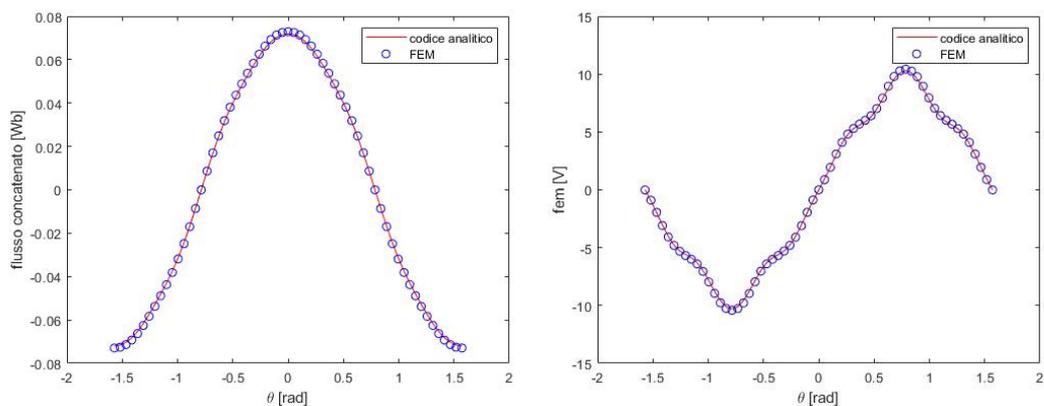


Fig. 6.14 - Andamento del flusso concatenato e della forza elettromotrice variando la posizione della bobina calcolato con il metodo 1

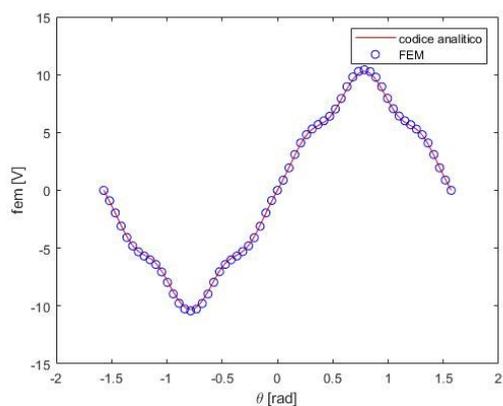


Fig. 6.15 - Andamento della forza elettromotrice variando la posizione della bobina calcolato con il metodo 2

Il valore efficace della forza elettromotrice indotta calcolato con il FEM vale circa 6.47 V mentre quelli calcolati coi due metodi analitici sono circa 6.41 V e 6.40 V. Gli errori relativi percentuali sono quindi circa dell'1.04% e dell'1.18%. Tuttavia, se nella simulazione agli elementi finiti si fosse considerata anche la saturazione del ferro si sarebbe ottenuto un valore efficace della fem pari a 6.29 V, con un errore relativo percentuale dell'1.79% per il primo metodo e dell'1.64% per il secondo.

6.5 Forza assiale

Viene ora proposta l'implementazione di un codice analitico per il calcolo della forza assiale di attrazione che si manifesta tra i magneti di rotore e il materiale ferromagnetico di statore. Tale forza può essere calcolata come:

$$F_a = \int B_z^2 \cdot ds \quad (6.7)$$

Come per il calcolo del flusso, quindi, viene effettuata una mappatura di B_z sulla superficie del ferro di statore e viene poi calcolata la forza mediante la seguente sommatoria:

$$F_a = \frac{(\Delta r) \cdot (\Delta \theta)}{2 \cdot \mu_0} \cdot \sum_{i=1}^{n_r} r_i \cdot \sum_{j=1}^{n_\theta} B_{z,ij}^2 \quad (6.8)$$

Tale formula è infatti ricavata dalla (4.7) con due differenze sostanziali: la prima, evidente, è che la B_z calcolata è elevata al quadrato. La seconda invece riguarda la mappa dei punti in cui effettuare il calcolo dell'induzione: essendo infatti il dominio un disco centrato nell'origine del sistema di riferimento polare (il disco di statore), la distanza in direzione azimutale tra due punti è uguale per qualsiasi coordinata radiale considerata.

Il risultato della forza ottenuta mediante il codice analitico è in linea con quella ottenuta con il programma FEM: esse valgono infatti rispettivamente circa 1730 N e 1720 N.

Capitolo 7

Analisi parametriche della configurazione slotless

Come proposto nel capitolo 5 per la configurazione coreless, è ora riportata un'analisi parametrica effettuata per la macchina di tipo slotless. Anche in questo caso, si procederà inizialmente con un'analisi separata degli effetti che le variazioni della geometria della bobina e del magnete hanno sul flusso concatenato e sulla forza elettromotrice indotta. Le diverse configurazioni analizzate saranno le stesse del motore precedente e l'obiettivo sarà ancora quello di ricavare una configurazione ottimale che permetta di massimizzare le prestazioni a vuoto, con alti valori efficaci della fondamentale della tensione concatenata e bassi contenuti armonici della stessa. Infine, sarà riportata anche la forza assiale al variare delle geometrie, in quanto anch'essa rappresenta un fattore fondamentale da considerare nella scelta della macchina.

7.1 Analisi parametrica della geometria della bobina

Le combinazioni di w_c e h_c sono le stesse analizzate nel paragrafo 5.1 e sono riportate in tabella 5.1. I magneti vengono mantenuti costanti e uguali a quelli della configurazione di rotore originaria, cioè con $h_m = 10$ mm e $a_m = 0.7$.

In figura 7.1 sono riportati gli andamenti della fem ricavata alla velocità $\Omega = 600$ rpm tramite il codice analitico per 3 diverse configurazioni geometriche della bobina.

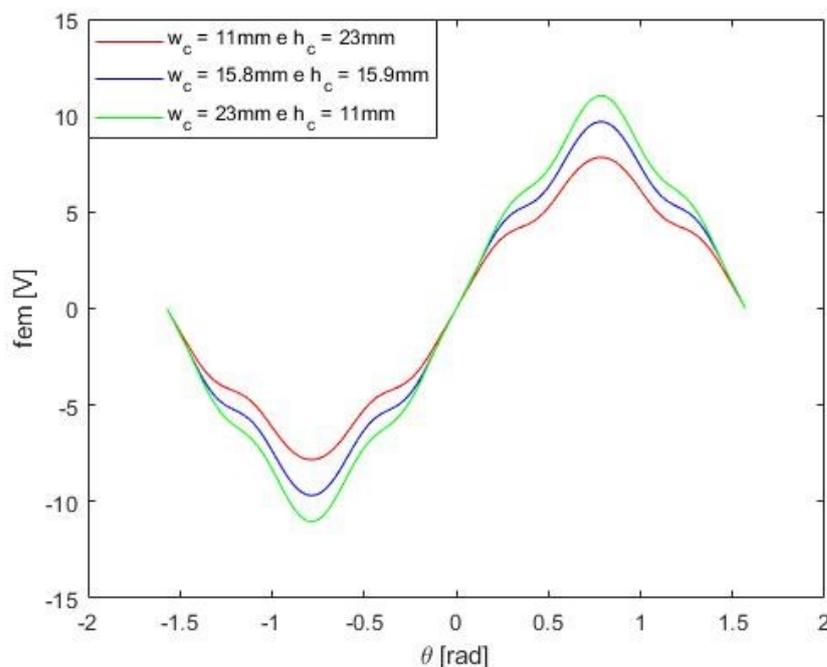


Fig. 7.1 – Andamenti della fem per 3 diverse configurazioni della bobina

Com'è possibile osservare dalla precedente figura, a differenza di quanto accadeva nella configurazione coreless della macchina, in questo caso l'effetto della variazione dello spessore e dell'altezza del lato di matassa è molto più marcato. Infatti, come mostrato anche dai grafici riportati in Fig. 7.2, la riduzione di h_c provoca l'avvicinamento del materiale ferromagnetico di statore con la superficie dei magneti, con il conseguente aumento dell'induzione magnetica al traferro e quindi del flusso concatenato con la bobina. I THD%, invece, così come per la macchina di tipo coreless, rimangono pressoché costanti, con valori compresi tra 6.3% e 6.8% per la fem e tra 6.3% e 5% per la concatenata.

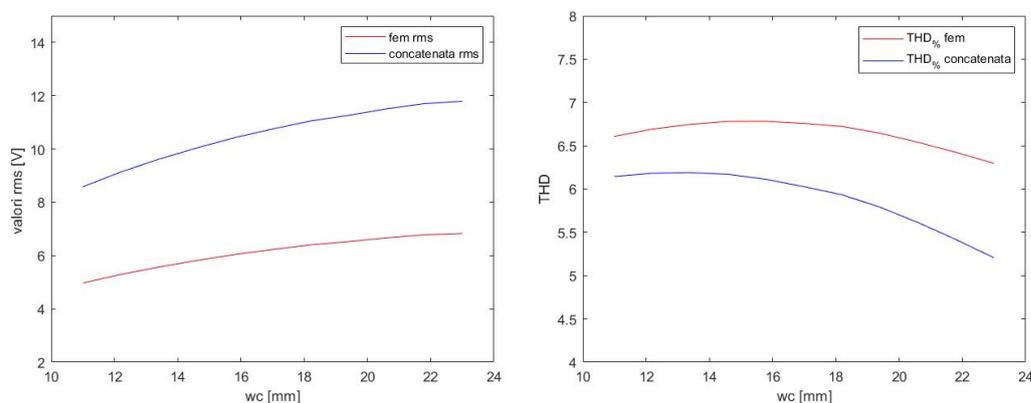


Fig. 7.2 - Andamento del valore efficace della fondamentale della fem e della concatenata e dei THD% al variare di w_c (e quindi di h_c)

In Fig. 7.3 è poi riportato un fronte di Pareto, avente come ordinate il THD% della tensione concatenata e come ascisse il valore efficace della prima armonica della stessa, per la determinazione di una configurazione migliore della bobina.

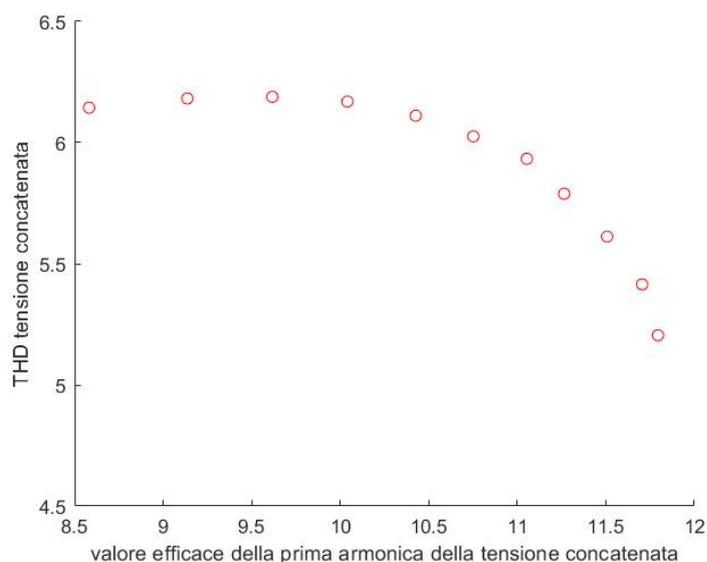


Fig. 7.3 - Fronte di Pareto per la ricerca della migliore geometria della bobina

È quindi possibile definire una geometria che contemporaneamente massimizzi il valore efficace e ne minimizzi il contenuto armonico. Tale condizione si ottiene per $w_c = 23$ mm e $h_c = 11$ mm.

Un ultimo aspetto da dover considerare è la forza assiale di attrazione che si sviluppa tra i magneti e il ferro di statore. In particolare, in Fig. 7.4 è riportato il suo andamento al variare di w_c (e quindi di h_c).

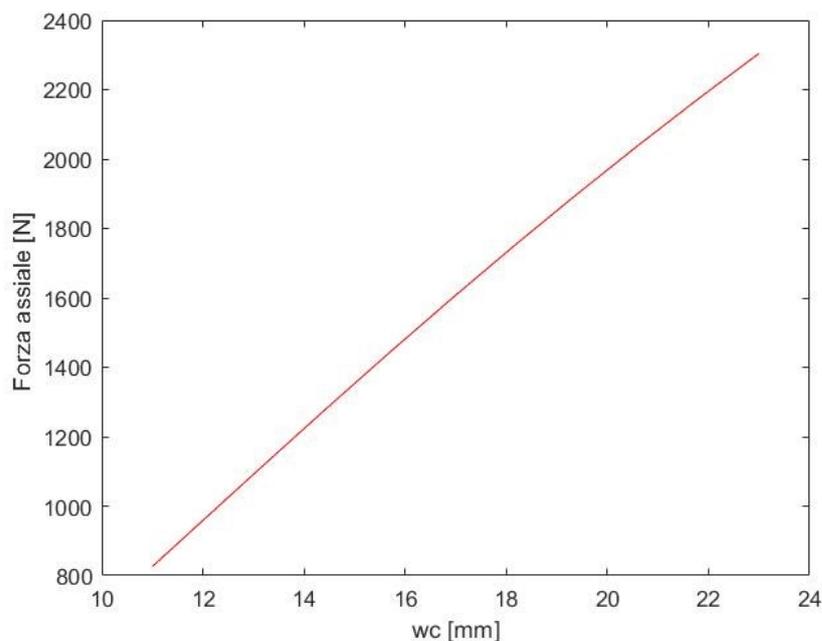


Fig. 7.4 – Variazione della forza assiale al variare di w_c

Dal precedente grafico si evince quindi che, a fronte dei vantaggi legati alla riduzione di h_c , si ha anche un aspetto negativo: a causa dell'aumento dell'induzione magnetica al traferro causata dall'avvicinamento dei magneti al materiale ferromagnetico, si manifesta una crescita della forza di attrazione, con valori che possono superare anche i 2200 N con $h_c > 23$ mm.

7.2 Analisi parametrica della geometria del magnete

Per quanto riguarda l'analisi parametrica della geometria del magnete, saranno prese in considerazione le stesse configurazioni utilizzate nel paragrafo 5.2 e riportate in tabella 5.2. Inoltre, come per la macchina coreless, i parametri w_c e h_c della bobina saranno mantenuti costanti e uguali a quella della geometria originaria, cioè con $w_c = 18$ mm e $h_c = 14$ mm.

In figura 7.5 sono riportati gli andamenti della fem e della tensione concatenata ricavati alla velocità $\Omega = 600$ rpm tramite il codice analitico per 3 diverse configurazioni geometriche dei magneti mentre, in Fig. 7.6 e 7.7, sono mostrate le variazioni dei valori efficaci oltre che dei rispettivi THD%.

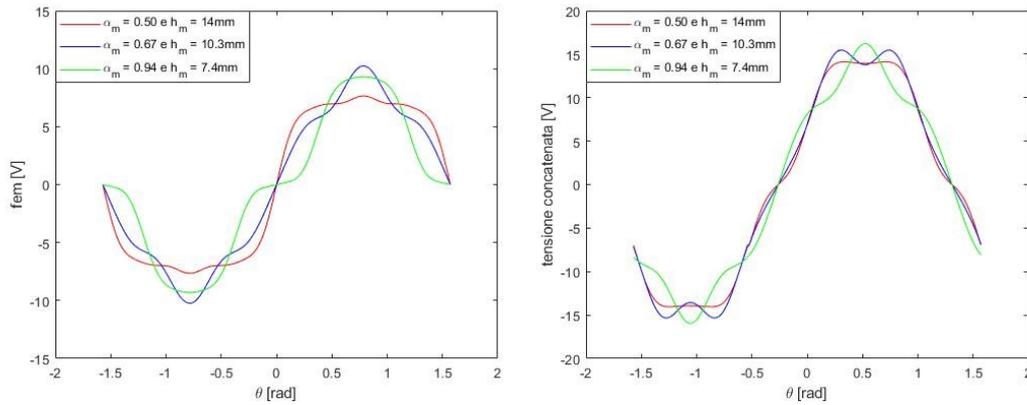


Fig. 7.5 - Andamenti della fem e della tensione concatenata per 3 configurazioni differenti

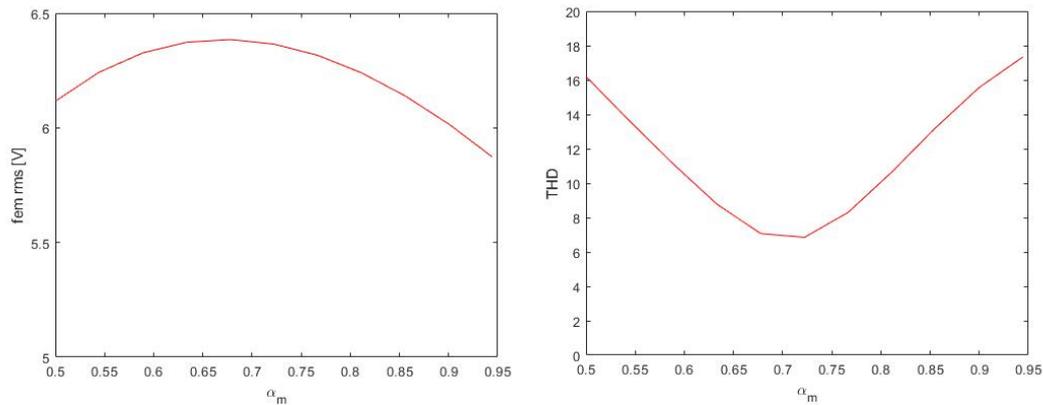


Fig. 7.6 - Andamenti del valore efficace della fondamentale della fem e del THD% variando α_m

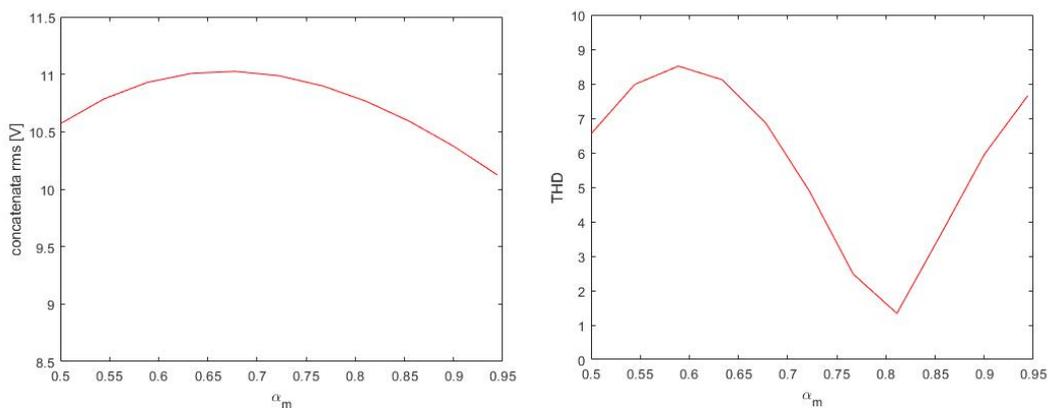


Fig. 7.7 - Andamenti del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata e del THD% variando α_m

I risultati ottenuti in quest'analisi parametrica si avvicinano a quelli ottenuti per la macchina coreless. Infatti, la variazione di geometria del magnete influisce soprattutto sulle forme d'onda della fem e della tensione concatenata, con contenuti armonici anche molto diversi tra loro. In particolare, per $\alpha_m = 0.8$ si ottiene un quasi annullamento del THD% della

concatenata, con valori anche inferiori al 2%. In conclusione, quindi, nella scelta della geometria ottimale del magnete si possono individuare due configurazioni “migliori”: una che massimizza il valore efficace della fondamentale della tensione concatenata (circa 11 V ottenuta con $\alpha_m = 0.67$ e $h_m = 10.3$ mm) e una che ne minimizza il THD% (circa 1.4% ottenuto con $\alpha_m = 0.81$ e $h_m = 8.6$ mm). A conferma di quanto detto, sono riportate in Fig. 7.8 le ampiezze delle principali armoniche in 3 diverse configurazioni geometriche normalizzate rispetto all’ampiezza della fondamentale.

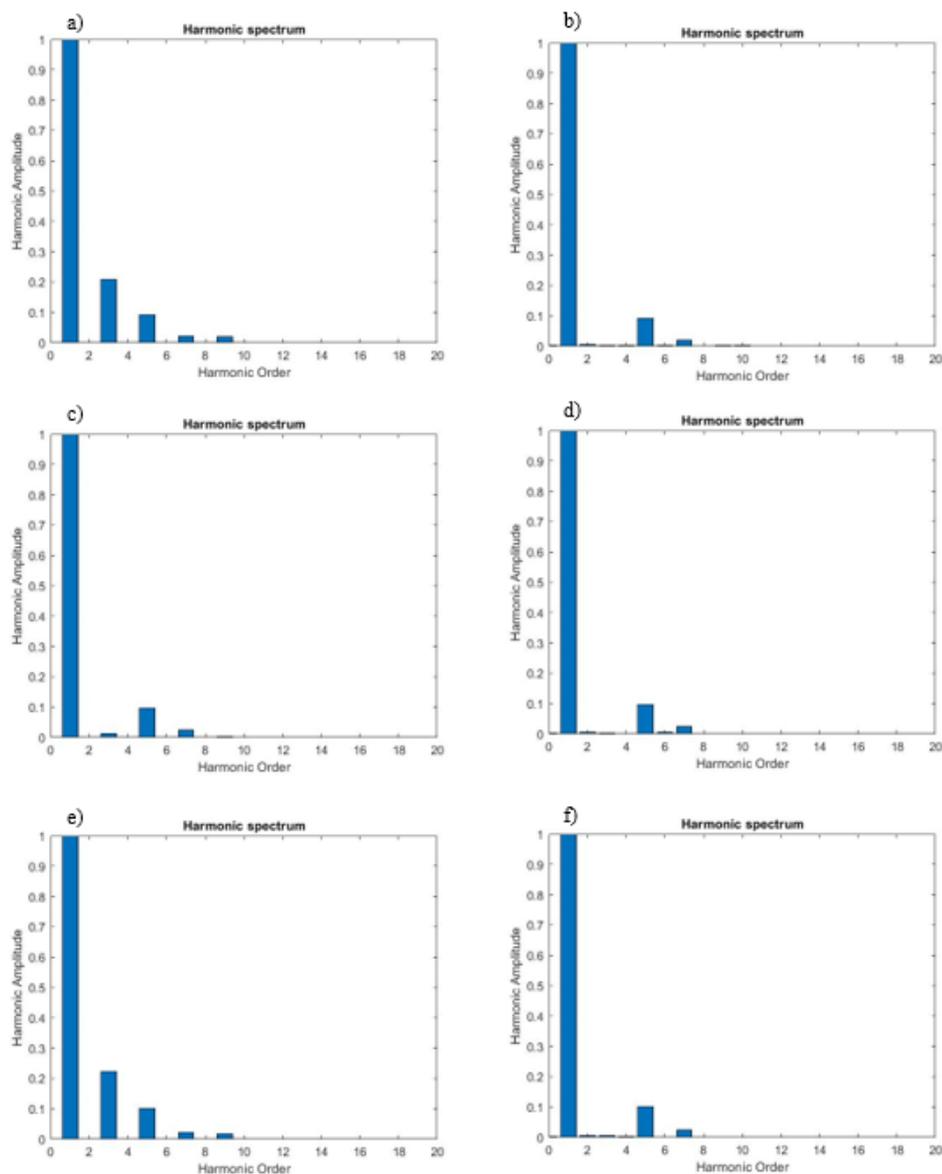


Fig. 7.8 - Spettro armonico di:

- a) fem con $\alpha_m = 0.50$ e $h_m = 14$ mm; b) concatenata con $\alpha_m = 0.50$ e $h_m = 14$ mm;
- c) fem con $\alpha_m = 0.67$ e $h_m = 10.3$ mm; d) concatenata con $\alpha_m = 0.67$ e $h_m = 10.3$ mm;
- e) fem con $\alpha_m = 0.94$ e $h_m = 7.4$ mm; f) concatenata con $\alpha_m = 0.94$ e $h_m = 7.4$ mm

Un ultimo aspetto da dover considerare è la forza assiale che si sviluppa tra i magneti e il materiale ferromagnetico di statore. In particolare, in Fig. 7.9 è riportato il suo andamento al variare di α_m (e quindi di h_m).

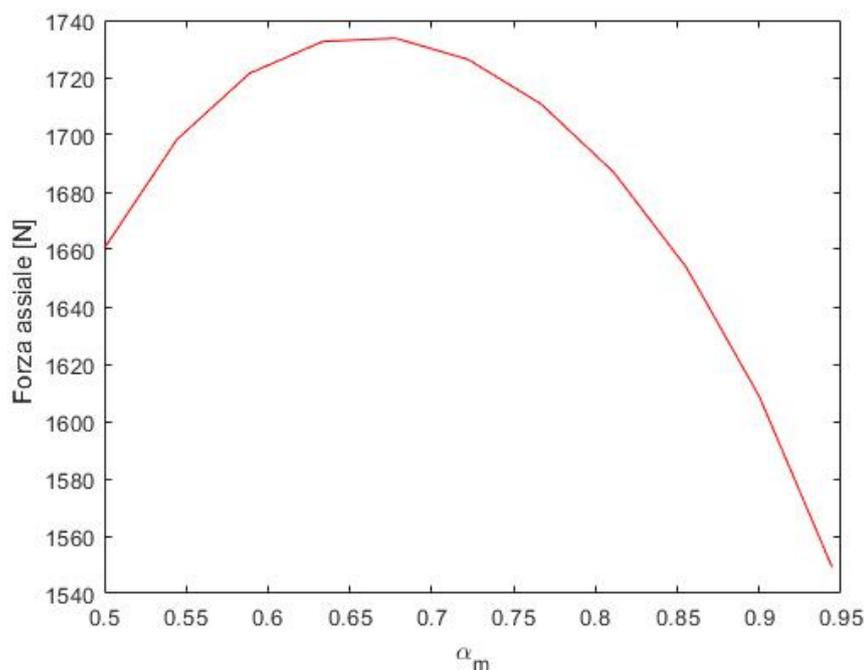


Fig. 7.9 - Variazione della forza assiale al variare di α_m

Come da aspettative, il valore massimo della forza si ottiene circa per $\alpha_m = 0.65$, cioè quando si ottengono anche i valori massimi di fem e tensione concatenata. Ancora una volta, quindi, le configurazioni che massimizzano l'induzione al traferro presentano la problematica dell'elevata interazione assiale.

7.3 Analisi parametrica simultanea

Le combinazioni di parametri analizzate sono le stesse riportate in tabella 5.3. Per quanto riguarda il codice Matlab utilizzato, anch'esso rimane uguale a quello riportato per l'analisi parametrica della macchina coreless. Infatti, come già spiegato nel capitolo 6, a cambiare in questa diversa tipologia di macchina sono solamente i valori di induzione magnetica, a causa dell'aggiunta del materiale ferromagnetico dietro le bobine. La geometria di quest'ultime rimane quindi la medesima e, una volta ottenuta una mappatura della componente assiale del campo magnetico con il codice analitico presentato nel capitolo precedente, è possibile calcolare il flusso concatenato con gli avvolgimenti e la forza elettromotrice indotta al variare delle geometrie di statore e rotore senza modificarne il processo di calcolo.

Sono riportati in Fig. 7.10 gli andamenti, in funzione della geometria della bobina e del magnete, del valore efficace della fondamentale della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata e del THD% delle stesse. In Fig. 7.11, invece, è mostrato un fronte di Pareto avente come ordinata il THD% della concatenata e come ascissa il valore efficace della

fondamentale. Di conseguenza, è possibile ricavare da quest'ultimo le migliori configurazione andando a considerare i “pallini” in basso a destra, raffiguranti bassi THD% e alti valori efficaci. Inoltre, sono riportate in Fig. 7.12 le curve di livello rappresentanti le variazioni del valore efficace della tensione concatenata e il suo THD% al variare della geometria sia della bobina che dei magneti.

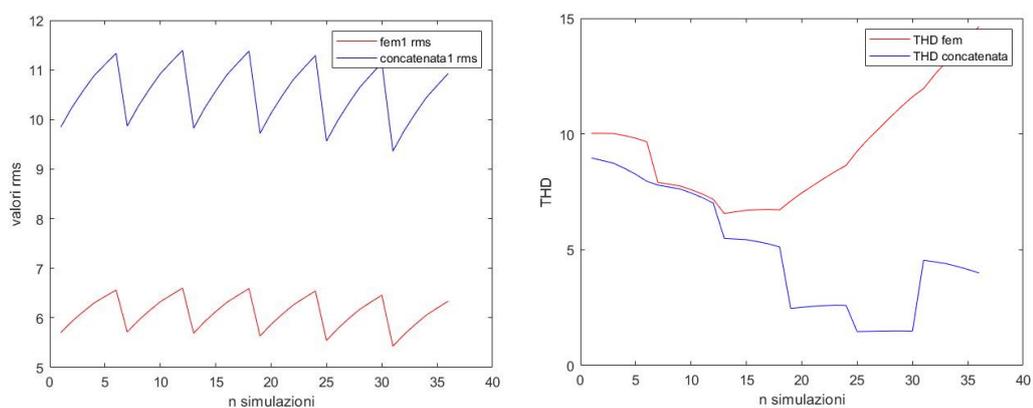


Fig. 7.10 - Andamenti del valore efficace della fondamentale e il THD% della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata

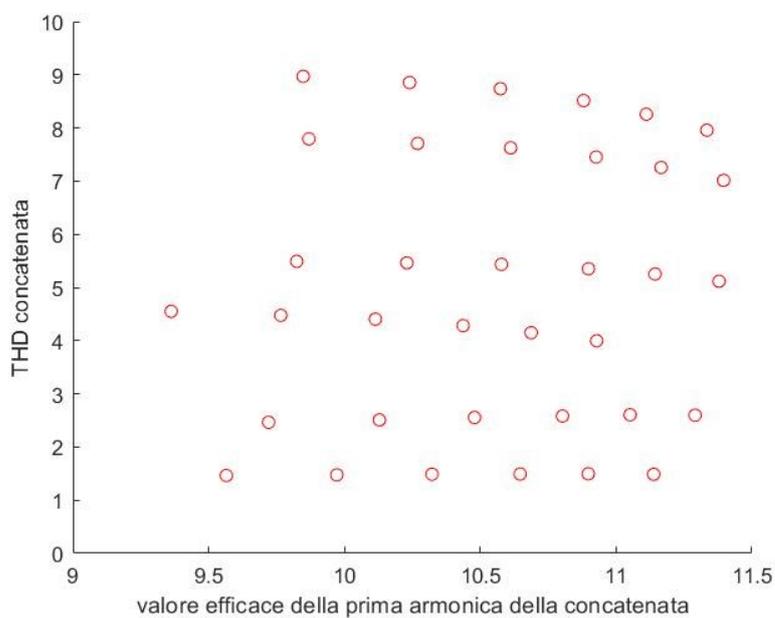


Fig. 7.11 - THD% della tensione concatenata in funzione del valore efficace della fondamentale

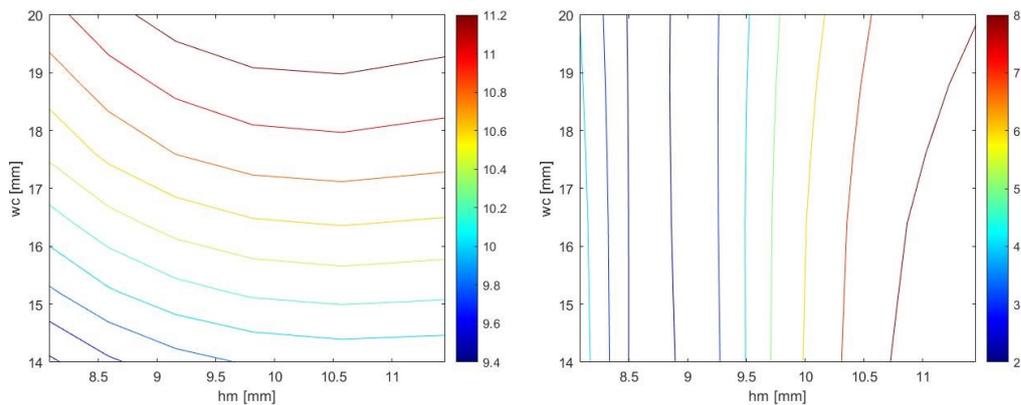


Fig. 7.12 - Curve di livello rappresentanti le variazioni del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata (a) e il suo THD% (b) al variare della geometria sia della bobina che dei magneti

È innanzitutto importante sottolineare che anche le variazioni geometriche della bobina possono portare ad una sensibile differenza delle prestazioni: se infatti nel caso di statore coreless la variazione del valore efficace risultava essere inferiore al decimo di Volt (vedi Fig. 5.7), per la macchina slotless si notano differenze maggiori al Volt tra le due geometrie limite (bobina alta e stretta e bobina bassa e larga). Inoltre, il valore efficace della fondamentale continua a crescere all'aumentare di w_c (e quindi al ridursi di h_c) e, di conseguenza, in questa tipologia di macchina, a differenza di quanto accade nel coreless (valori massimi per w_c e h_c intermedi, vedi Fig. 5.7), risulta essere sempre più rilevante la riduzione dei flussi dispersi lungo l'altezza della bobina piuttosto che attraverso la larghezza del suo lato attivo.

Possono essere quindi ricavate due configurazioni ottimali, una che massimizza il valore efficace della fondamentale della tensione concatenata e un'altra che ne minimizza il THD%. In particolare, in tabella 7.1 sono riportati i parametri geometrici associati a tali configurazioni.

Tabella 7.1 - Grandezze geometriche della bobina e del magnete nelle configurazioni ottimali

	w_c	h_c	ϑ_m	h_m
Massimizzazione del valore efficace della fondamentale	20.0 mm	12.6 mm	59,6°	10.6 mm
Minimizzazione del THD%	14 mm	18 mm	73,4°	8.6 mm

Per le due configurazioni presentate in tabella 7.1 sono quindi riportati in Fig. 7.13 gli andamenti della forza elettromotrice indotta, confrontati per verifica con quanto ottenuto il programma FEM, mentre in Fig. 7.14 e 7.15 quelli delle tensioni concatenate e lo spettro armonico delle stesse.

Per completare l'analisi parametrica viene infine riportato infine in Fig. 7.16 l'andamento della forza assiale al variare delle configurazioni geometriche analizzate. Inoltre, in Fig. 7.17, sono mostrate delle curve di livello rappresentati la variazione della forza assiale al variare della geometria sia della bobina che dei magneti.

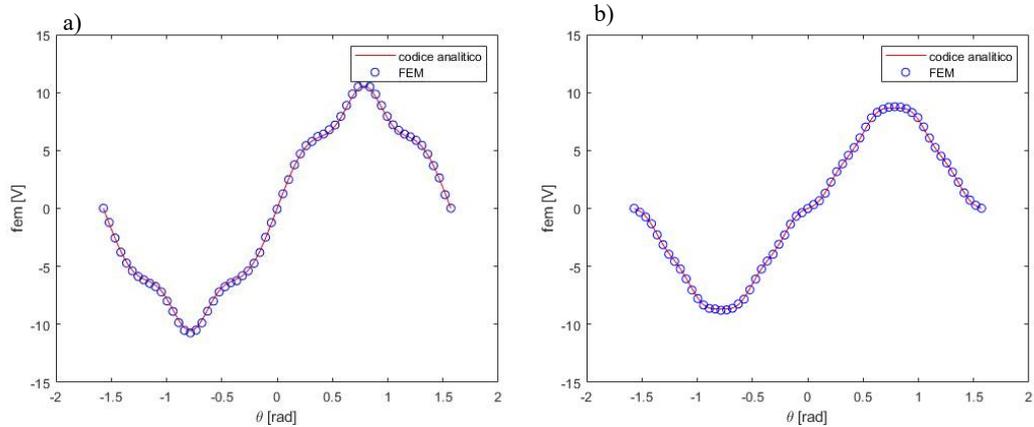


Fig. 7.13 - Andamenti della forza elettromotrice indotta nelle due configurazioni:
 a) massimizzazione del valore efficace della fondamentale della tensione concatenata;
 b) minimizzazione del THD%

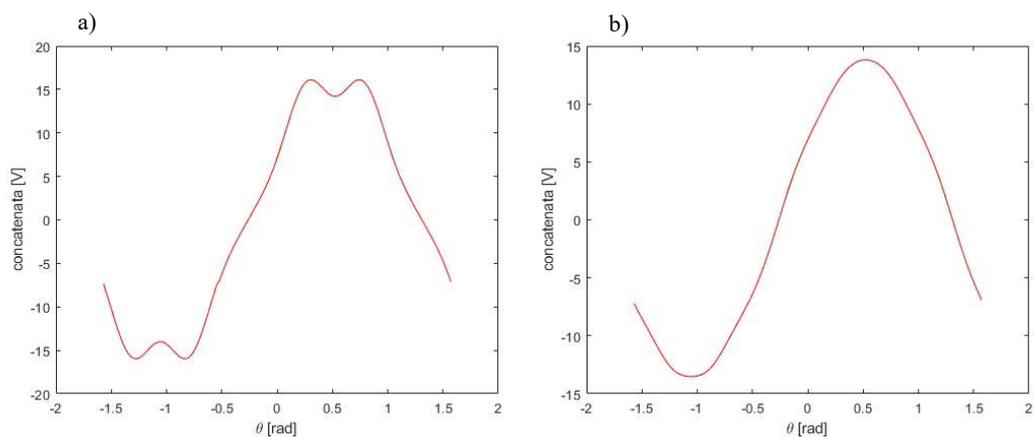


Fig. 7.14 - Andamenti della tensione concatenata nelle due configurazioni:
 a) massimizzazione del valore efficace della fondamentale;
 b) minimizzazione del THD%

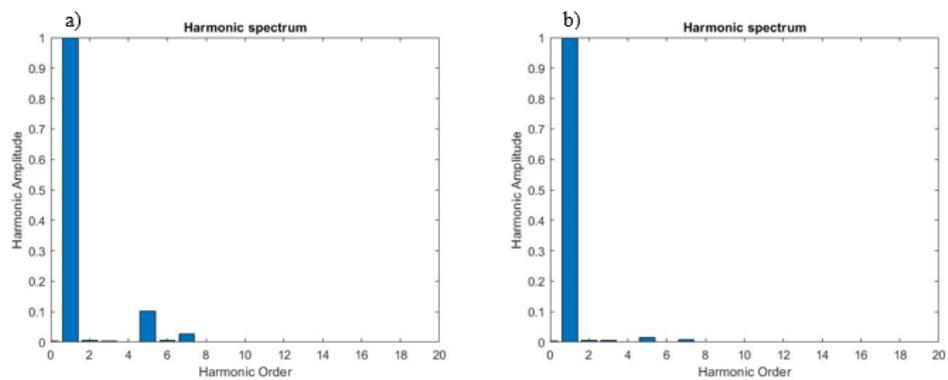


Fig. 7.15 - Spettro armonico della tensione concatenata nelle due configurazioni:
 a) massimizzazione del valore efficace della fondamentale;
 b) minimizzazione del THD%

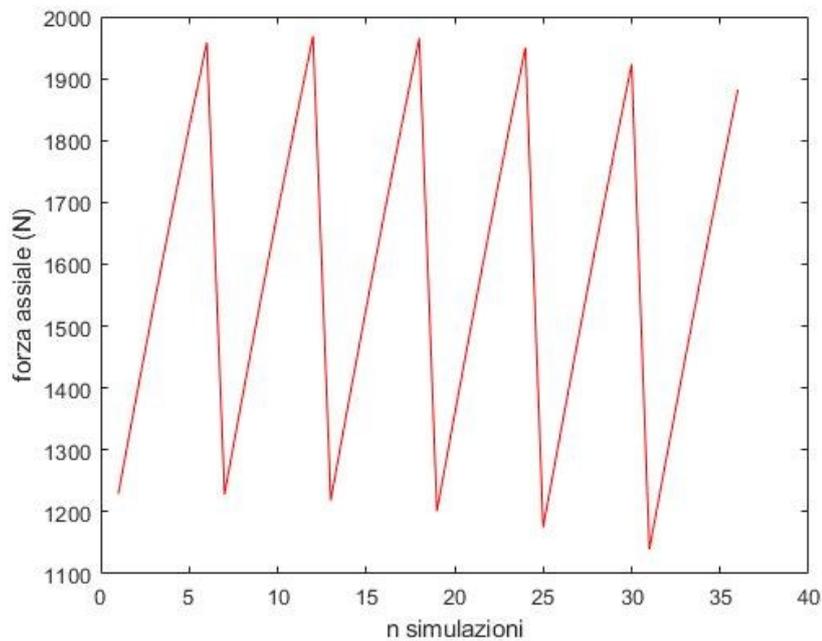


Fig. 7.16 – Andamento della forza assiale

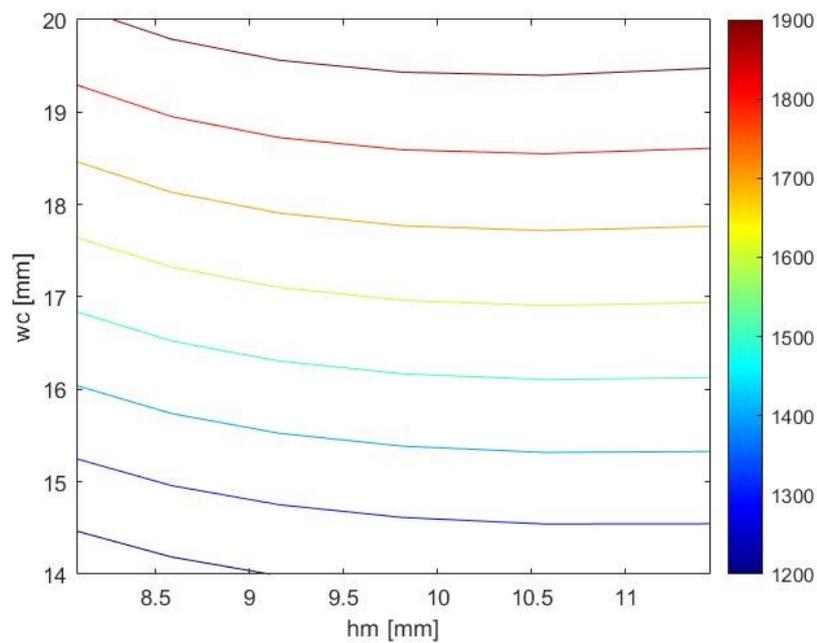


Fig. 7.17 - Curve di livello rappresentati la variazione della forza assiale al variare della geometria sia della bobina che dei magneti

È innanzitutto importante sottolineare che gli andamenti ricavati con il programma FEM riportati in Fig. 7.13 sono stati ottenuti annullando l'effetto della saturazione magnetica. Infatti, essendo tale macchina pensata per un funzionamento coreless, aggiungendo il ferro di statore la si porta a saturazione, ottenendo un flusso magnetico concatenato con le bobine e quindi una fem indotta inferiori a quanto ricavato col metodo analitico. Quest'ultimo, infatti,

come già spiegato nel capitolo 2, funziona sotto l'ipotesi di linearità della caratteristica B-H del materiale ferromagnetico. A conferma di quanto detto, in Fig. 7.18 è riportata una mappa dell'induzione magnetica ricavata per la geometria che massimizza il valore efficace della fondamentale della tensione concatenata: la figura a) mostra il ferro di statore ed esso non arriva a livelli di induzione tali da farlo saturare mentre, come riportato in figura b), il ferro di rotore supera anche i 2.4 T.

Per quanto riguarda le forme d'onda ottenute, invece, si possono fare diverse considerazioni, anche in confronto a quanto ottenuto per il coreless. È evidente, infatti, che i valori di forza elettromotrice indotta e tensione concatenata siano nettamente maggiori, ovviamente grazie all'aumento del flusso a seguito dell'aggiunta del ferro di statore. Anche il contenuto armonico migliora: il THD%, infatti, per la macchina di tipo coreless, valeva circa 14.1% per la geometria che massimizzava il valore efficace della fondamentale mentre solamente 2.2% per l'altra; in entrambi i casi, la distorsione armonica totale nella configurazione slotless rimane inferiore.

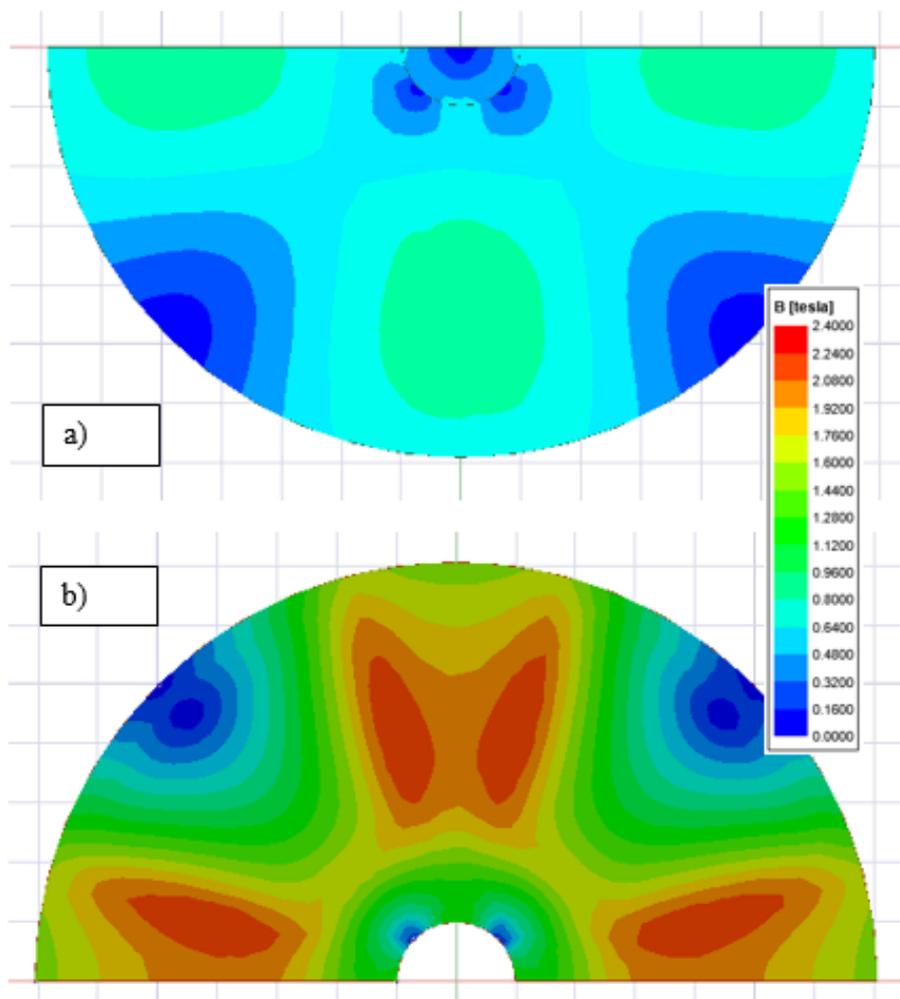


Fig. 7.18 – Mappa dell'induzione magnetica nel:
a) materiale ferromagnetico di statore
b) materiale ferromagnetico di rotore

Nelle due configurazioni geometriche ottimali ricavate dall'analisi parametrica la forza assiale risulta essere:

Tabella 7.2 – Forza assiale nelle configurazioni ottimali

	Forza assiale
Configurazione che massimizza il valore efficace della fondamentale della concatenata	1968 N
Configurazione che minimizza il THD% della concatenata	1174 N

La differenza tra le due è di quasi 800 N, cosa che evidenzia ancora di più quanto la forza assiale non sia un fattore trascurabile nella scelta delle geometrie.

7.4 Analisi parametrica dell'angolo di raccorciamento

Come per la topologia coreless della macchina a flusso assiale, viene ora presentata un'analisi parametrica dell'angolo di raccorciamento finalizzata al miglioramento del contenuto armonico della tensione concatenata. La configurazione studiata di seguito sarà quella ricavata nel paragrafo precedente che massimizzava il valore efficace dell'armonica fondamentale della concatenata, mentre gli angoli di sfasamento tra i due strati di una bobina considerati sono gli stessi presentati nel paragrafo 5.4.

In Fig. 7.19, 7.29 e 7.21 sono riportati gli andamenti del flusso concatenato con il primo e il secondo strato per 3 diversi valori di β_r (per β_r pari a 0° e 18° meccanici sono riportati anche i risultati ottenuti con il programma FEM): a differenza della macchina priva di materiale ferromagnetico di statore, in questo caso la differenza tra il flusso concatenato con il primo e il secondo strato è più limitata e, quindi, si otterrà una maggiore diminuzione delle armoniche principali e, quindi, del THD%. Infatti, per la configurazione slotless si ottiene valori di picco pari rispettivamente a 0.039 Wb e 0.037 Wb , con un rapporto tra valori massimi pari a 1.05. Nella topologia coreless, invece, il valore di picco dei due flusso concatenati erano 0.022 Wb e 0.017 Wb per un rapporto tra i due pari a 1.29.

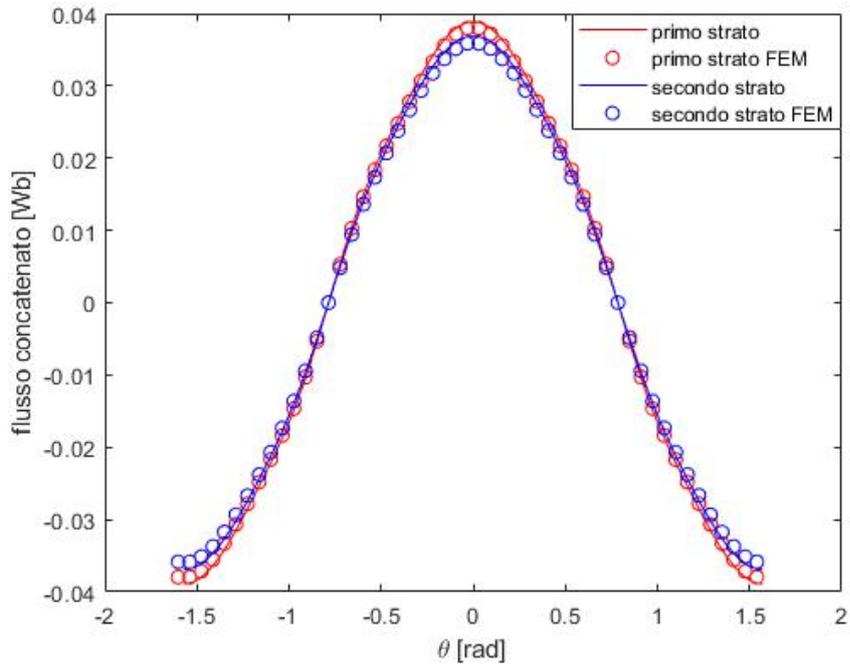


Fig. 7.19 - Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=0$

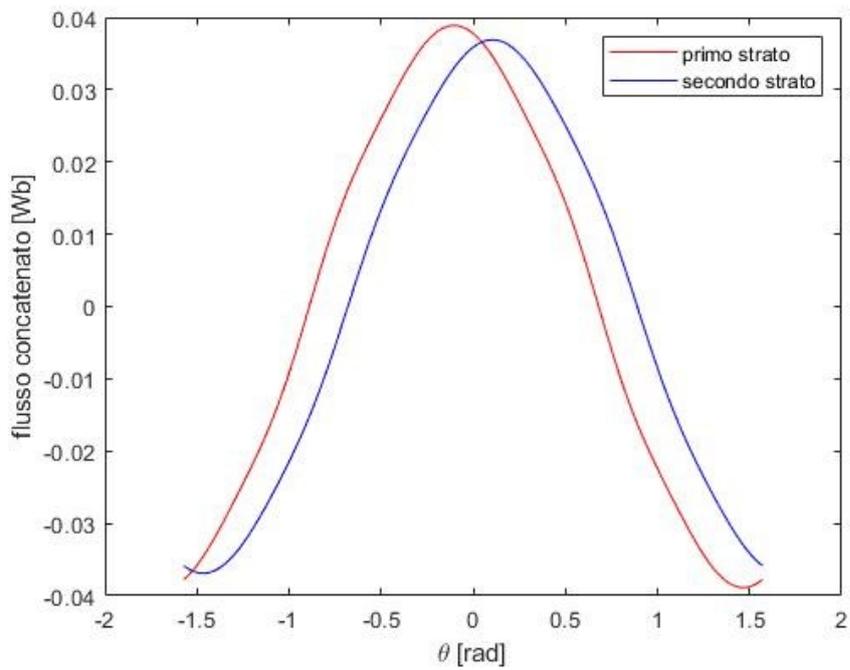


Fig. 7.20 - Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=24^\circ$ elettrici

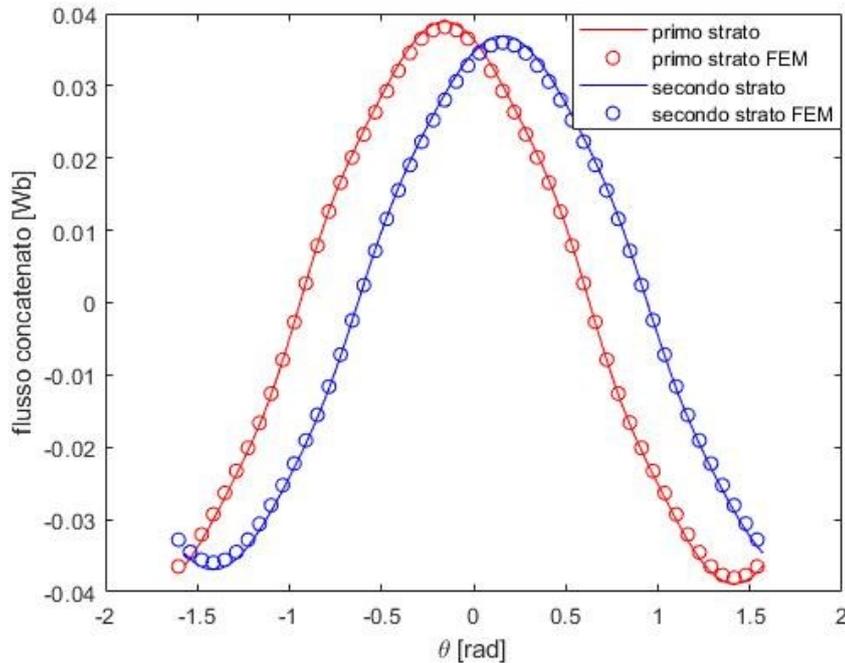


Fig. 7.21 - Andamento del flusso concatenato con il primo e il secondo strato della bobina per $\beta_r=36^\circ$ elettrici

Sono quindi ora mostrati in Fig. 7.22 gli andamenti del valore efficace della prima armonica della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata in funzione dell'aumento dell'angolo di raccorciamento e i rispettivi THD%. In questo caso, le considerazioni sono uguali a quelle fatte per la macchina coreless: all'aumentare di β_r i valori efficaci diminuiscono leggermente a fronte però di una netta riduzione del contenuto armonico. In particolare, per $\beta_r = 18^\circ$ meccanici (angolo che riduce prevalentemente la quinta armonica) si ottiene il THD% più basso e pari circa ad un 2%.

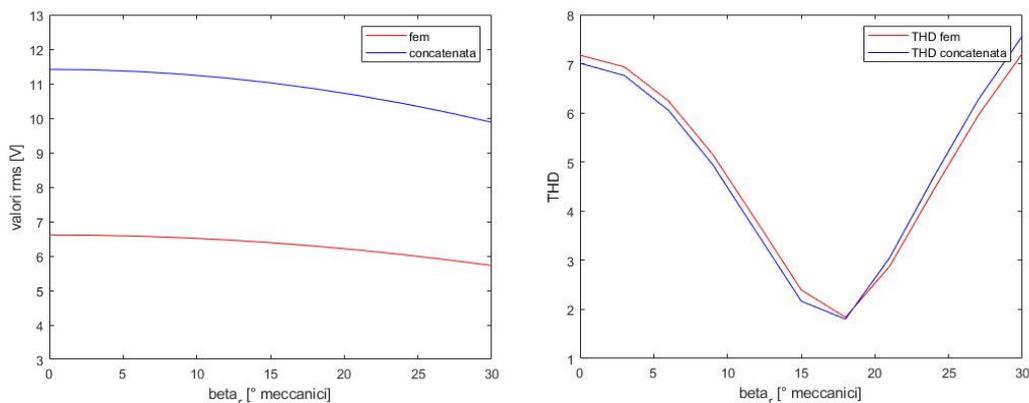


Fig. 7.22 - Andamenti del valore efficace della fondamentale e il THD% della forza elettromotrice indotta e della tensione concatenata

In Fig. 7.23, 7.224 e 7.25 sono riportate le variazioni della fem confrontate con quelle ricavate con il programma FEM rispettivamente per i 3 valori di β_r principali ($\beta_r = 0$ che è la configurazione base, $\beta_r = 24^\circ$ elettrici che riduce principalmente la settima armonica e $\beta_r = 36^\circ$ elettrici che riduce la quinta armonica). In Fig. 7.26, invece, sono presenti tutti e tre gli andamenti della tensione concatenata delle precedenti geometrie.

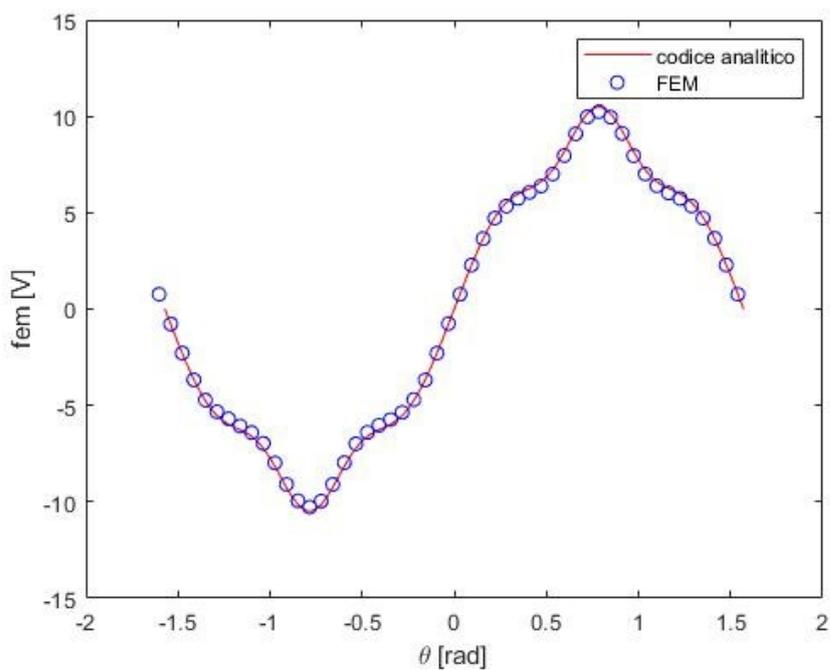


Fig. 7.23 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 0^\circ$

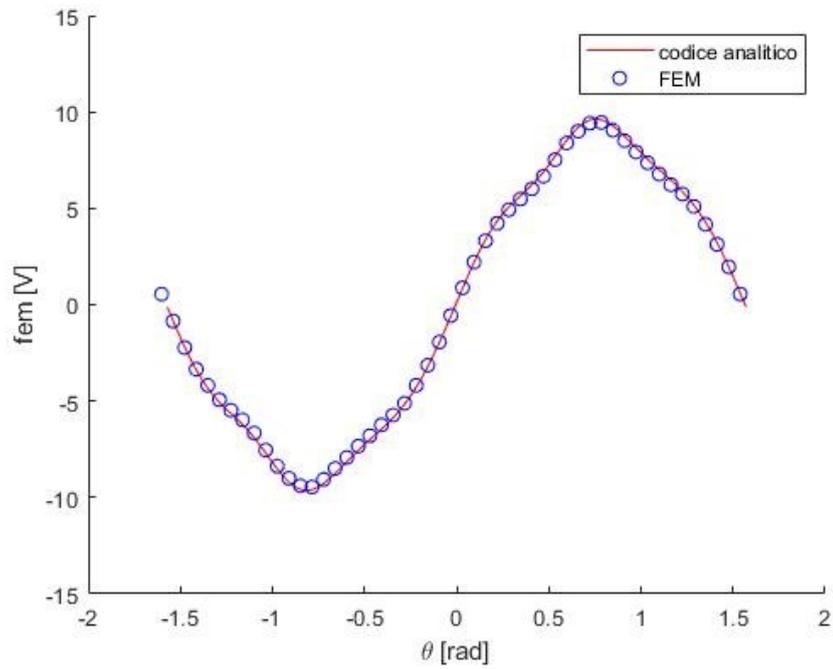


Fig. 7.24 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 12^\circ$ meccanici

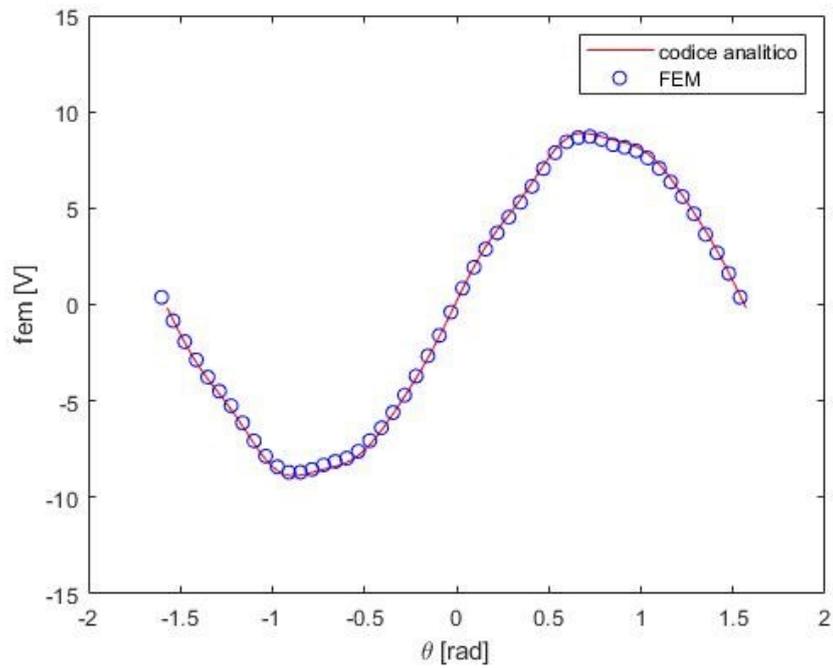


Fig. 7.25 - Andamento della forza elettromotrice indotta per $\beta_r = 18^\circ$ meccanici

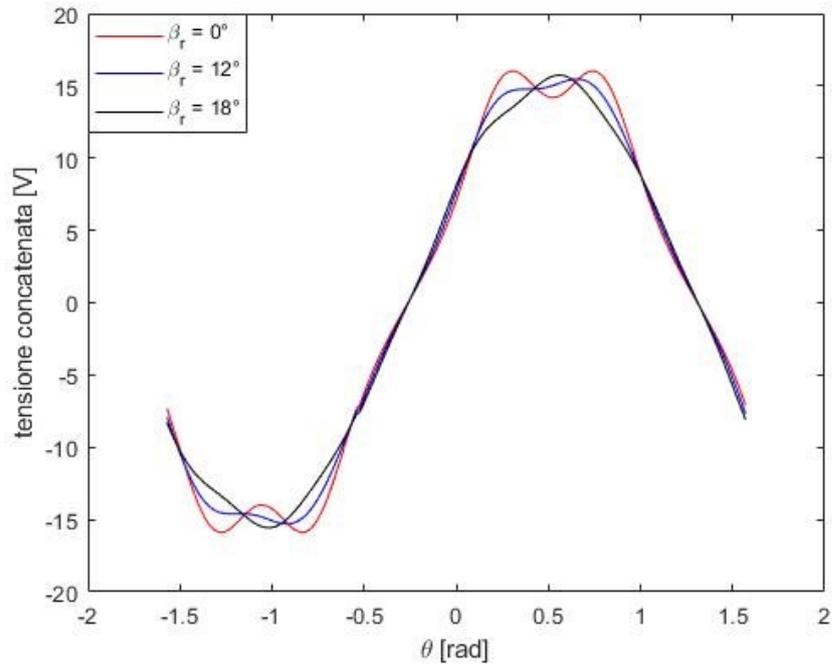


Fig. 7.26 - Andamento della tensione concatenata per diversi valori di β_r

Anche in questo caso si nota una disimmetria nelle semionde rispetto al rispettivo valore di picco seppur più contenuta rispetto alla macchina slotless: tale fatto si verifica poiché la differenza tra i flussi concatenati coi due strati degli avvolgimenti è molto minore nella seconda topologia di macchina.

Sono infine riportati in figura 7.27 gli spettri armonici delle tensioni concatenate ottenuti per i 3 diversi valori di β_r .

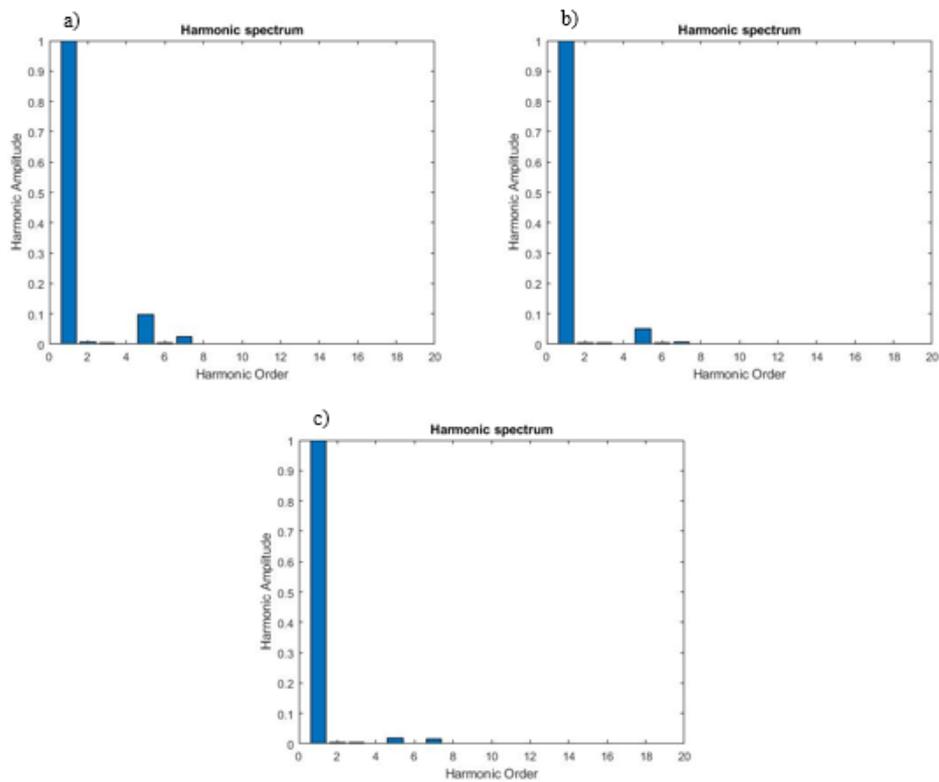


Fig. 7.27 - Spettri armonici delle tensioni concatenate ottenuti per:
 a) $\beta_r = 0^\circ$ elettrici; b) $\beta_r = 24^\circ$ elettrici; c) $\beta_r = 36^\circ$ elettrici

Come da aspettative, quindi, attuando un raccorciamento di 36° elettrici si ottiene una netta riduzione del contenuto armonico a fronte però di una riduzione del valore efficace della prima armonica. In particolare, quest'ultimo diventa circa 10.85 V a partire dagli 11.41 V ottenuti per $\beta_r = 0^\circ$, con un THD% però pari a 1.8%. È quindi evidente che, come per la topologia coreless, esistano diverse soluzioni percorribili per ottimizzare le prestazioni della macchina a seconda delle necessità legate all'applicazione e alle possibilità di modifica della geometria della sola bobina o anche del magnete.

Conclusioni

Durante il lavoro di tesi sono stati sviluppati diversi codici analitici in ambiente *Matlab* atti ad analizzare le prestazioni a vuoto di una macchina a flusso assiale a magneti permanenti. Tutti i risultati ottenuti sono sempre stati verificati mediante un confronto con quanto ricavato mediante l'utilizzo di un programma FEM, ottenendo errori relativi percentuali sui valori medi o efficaci delle grandezze d'interesse anche inferiori all'1%, nonostante la geometria relativamente complessa dell'avvolgimento. Inoltre, essendo l'obiettivo iniziale non solo l'implementazione ma anche l'ottimizzazione di suddetti codici, sono state presentate diverse modifiche atte a diminuire i tempi di calcolo, ottenendo riduzioni anche di 10 volte rispetto ad un programma FEM, utilizzando lo stesso hardware. Per questo risulta estremamente vantaggioso per eseguire ampie analisi parametriche ed ottimizzazioni.

Tuttavia, il pacchetto di codici sviluppati lascia ancora spazio a diverse migliorie: per esempio, si potrebbe eliminare l'ipotesi di permeabilità magnetica infinita del giogo di rotore, partendo da una modifica delle condizioni al contorno nella formulazione originale. Inoltre, è possibile generalizzare i codici applicandoli anche all'analisi di una condizione di funzionamento a carico oppure di altre topologie di macchina come le *double-sided* o le *multi-stage*. Per esempio, considerando una corrente circolante negli avvolgimenti sarebbe calcolabile anche la coppia come interazione della stessa con la componente assiale dell'induzione magnetica B_z mediante l'equazione della forza di Lorentz.

Ringraziamenti

Vorrei infine dedicare qualche riga a tutti coloro che mi hanno accompagnato in questi anni di percorso universitario.

Innanzitutto, ringrazio il mio relatore e correlatore per la disponibilità e l'aiuto fornitomi durante la stesura della tesi.

Ringrazio poi la mia famiglia per il sostegno, sia economico che morale, senza il quale non sarei mai riuscito a terminare il percorso di studi.

Un ringraziamento speciale va anche ad Alice per essermi sempre stata vicino, anche nei momenti di maggiore difficoltà, supportandomi studiando insieme ed a volte sopportandomi.

Ringrazio anche in miei compagni di corso con cui ho condiviso infinite ore di studio ma anche moltissimi momenti di gioia. Una menzione particolare per Chiara e Cristina, per l'infinita disponibilità in caso di necessità.

Infine, ringrazio gli amici di sempre, del calcio e della bici, per avermi fornito una valvola di sfogo dalle pressioni dello studio. Grazie soprattutto ad Andrea e Davide per l'aiuto attivo in tutto il mio percorso di studio in ambito di programmazione e disegni CAD.

Grazie infinite a tutti voi.

Bibliografia

- [1] M. Andriollo, R. Benato, A. Tortella, “*Design and testing of a Coreless Stator Axial Flux Machine for Flywheel Applications*”, 2019-EMC-1241.R1.
- [2] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, Maarten J. Camper, “*Axial flux Permanent Magnet Brushless Machines*”, pag. 1-19, 2nd edition, Springer, 2008.
- [3] F. Giulii Cappone, G. De Donato, F. Caricchi, “*Recent Advances in Axial-Flux Permanent-Magnet Machine Technology*”, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, VOL. 48, NO. 6, NOVEMBER/DECEMBER 2012.
- [4] D. Kowal, P. Sergeant, L. Dupré, A. Van den Bossche, “*Comparison of Non-Oriented and Grain-Oriented Material in an Axial Flux Permanent-Magnet Machine*”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 46, NO. 2, FEBRUARY 2010.
- [5] Università degli studi di Padova, “*Dispense del corso Progettazione di Macchine Elettriche*”.
- [6] O. de la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, M. LoBue, “*3-D Formal Resolution of Maxwell Equations for the Computation of the No-Load Flux in an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Machine*”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 48, NO. 1, JANUARY 2012.
- [7] J. R. Bumby, “*Electromagnetic design of axial-flux permanent magnet machines*”, IEEE PROC. ELECTRICAL POWER APPLICATIONS, 2004, vol. 151, no. 2, pp. 151–160.
- [8] T. Lubin, A. Rezzoug, “*Improved 3-D Analytical Model for Axial-Flux Eddy-Current Couplings With Curvature Effects*”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 53, NO. 9, SEPTEMBER 2017.
- [9] Tze-Fun Chan, Loi Lei Lai, “*Computation of Air-gap Field in an Axial-Flux Permanent-Magnet Machine Using The Method of Images*”, 2009 IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE.
- [10] Yongjuan Cao, Shaoqin Tao, Jun Cai, Li Yu, Hongyun Jia and Zhang Tao, “*Magnetic field analytical solution and 2 electromagnetic force calculation of coreless 3 stator axial-flux permanent-magnet machines*”, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2017.
- [11] S. Taghipour Boroujeni, A. Abedini Mohammadi, A. Oraee, H. Oraee, “*Approach for analytical modelling of axial-flux PM machines*”, IET Electric Power Applications, 2016.

[12] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, J. Leveque, “*A New Analytical Torque Formula for Axial Field Permanent Magnets Coupling*”, IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, VOL. 30, NO. 3, SEPTEMBER 2015.

[13] Link: https://it.wikipedia.org/wiki/Metodo_della_carica_immagine, ultima visita: 15/02/2022.

[14] Link: <https://www.idrostech.com/afpm-axial-flux-electrical-machine/>, ultima visita: 15/02/2022.

[15] Link: https://it.wikipedia.org/wiki/Ferrari_SF90_Stradale, ultima visita: 15/02/22.